



TUGAS AKHIR - SM 091332

**SIMULASI PENYEBARAN ALIRAN DEBRIS
DENGAN MEMPERHATIKAN DEBIT DAN EROSI
TEBING SUNGAI**

AKHMAD KHUSNAENI
NRP 1210 100 049

Dosen Pembimbing:
Dr. Erna Apriliani, M.Si
Drs. Soetrisno, Ml.Komp

JURUSAN MATEMATIKA
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2014



FINAL PROJECT - SM 091332

**DISTRIBUTION OF DEBRIS FLOW SIMULATION
BY TAKING INTO ACCOUNT DISCHARGE AND
RIVER BANK EROSION**

AKHMAD KHUSNAENI
NRP 1210 100 049

Supervisors:
Dr. Erna Apriliani, M.Si
Drs. Soetrisno, Ml.Komp

DEPARTMENT OF MATHEMATICS
Faculty of Mathematics and Natural Sciences
Sepuluh Nopember Institute of Technology
Surabaya 2014

LEMBAR PENGESAHAN

**SIMULASI PENYEBARAN ALIRAN DEBRIS DENGAN
MEMPERHATIKAN DEBIT DAN EROSI TEBING SUNGAI**

***DISTRIBUTION OF DEBRIS FLOW SIMULATION BY TAKING
INTO ACCOUNT DISCHARGE AND RIVER BANK EROSION***

TUGAS AKHIR

Diajukan Untuk Memenuhi Salah Satu Syarat
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains
Pada Bidang Studi Pemodelan dan Simulasi Sistem
Program Studi S-1 Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

Oleh:

AKHIMAD KHUSNAENI

NRP. 1210 100 049

Menyetujui,

Dosen Pembimbing II

Dosen Pembimbing I


Drs. Soetrisno, M.I.Komp

NIP. 19571103 198603 1 003


Dr. Erna Aprilliani, M.Si

NIP. 19660414 199102 2 001

Mengetahui,

Ketua Jurusan Matematika


Dr. Erna Aprilliani, M.Si

NIP. 19660414 199102 2 001



Surabaya, Agustus 2014

KATA PENGANTAR

Assalamualaikum Wr. Wb.

Alhamdulillahahirrobbil'alamin, segala puji hanya milik Allah yang memiliki apa yang ada di langit dan di bumi. Dialah yang mempunyai segala ilmu dan karena limpahan kasih sayang, karunia, dan petunjuk serta bimbingan-Nya penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir ini dengan baik yang berjudul :

SIMULASI PENYEBARAN ALIRAN DEBRIS DENGAN MEMPERHATIKAN DEBIT DAN EROSI TEBING SUNGAI

sebagai salah satu syarat kelulusan menempuh program S1 Matematika FMIPA ITS. Dalam penulisan Tugas Akhir ini tidak akan terselesaikan dengan baik tanpa adanya bimbingan dan bantuan dari berbagai pihak. Suatu kebahagiaan dan kewajiban bagi penulis untuk menyampaikan terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu dan mendukung atas terselesainya Tugas Akhir :

1. Kedua orang tua, adik, serta keluarga dekat yang selalu mendoakan dan memberikan motivasi.
2. Ibu Dr. Erna Apriliani, M.Si dan bapak Drs. Soetrisno, MI.Komp, selaku pembimbing Tugas Akhir yang telah banyak mengarahkan dan memberikan masukan serta motivasi sehingga Tugas Akhir ini dapat terselesaikan.
3. Bapak Drs.Lukman Hanafi, M.Sc dan bapak Drs. Iis Herisman, M.Si selaku dosen penguji Tugas Akhir, atas semua saran dan masukan yang diberikan kepada penulis.

4. Ibu Erna Apriliani, M.Si, selaku ketua jurusan Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya.
5. Ibu Soleha, S.Si., M.Si dan bapak Dr. Chairul Imron, MI.Komp, selaku koordinator Tugas Akhir jurusan Matematika ITS serta cak Ali yang telah membantu dalam hal penginfoan jadwal maupun segala hal yang berhubungan dengan berkas-berkas administrasi Tugas Akhir.
6. Ibu Dra. Titik Mudjiati, M.si selaku dosen wali yang memberikan arahan dan masukan kepada penulis
7. Bapak Ibu dosen, seluruh staf Tata Usaha (Pak Toat dan kawan-kawan), asisten laboratorium (Pak Muhtadi, Mbak Yunita, Pak Joko, Cak Ali), serta penjaga parkir MIPA (Pak Abu dan kawan-kawan).
8. ArITSmatics yang selalu memberikan dukungan, bantuan dan penyemangat.
9. Mbak-mbak dan mas-mas angkatan 2010++ dan S2 yang telah berbagi ilmu dan berkenan berdiskusi dengan penulis, serta adik-adik angkatan saya yang telah memberikan semangat dan mengingatkan saya agar menyelesaikan Tugas Akhir ini.
10. Seluruh pihak yang terkait yang tidak dapat disebutkan satu per satu yang secara tidak langsung telah membantu penulis dalam menyelesaikan Tugas Akhir.

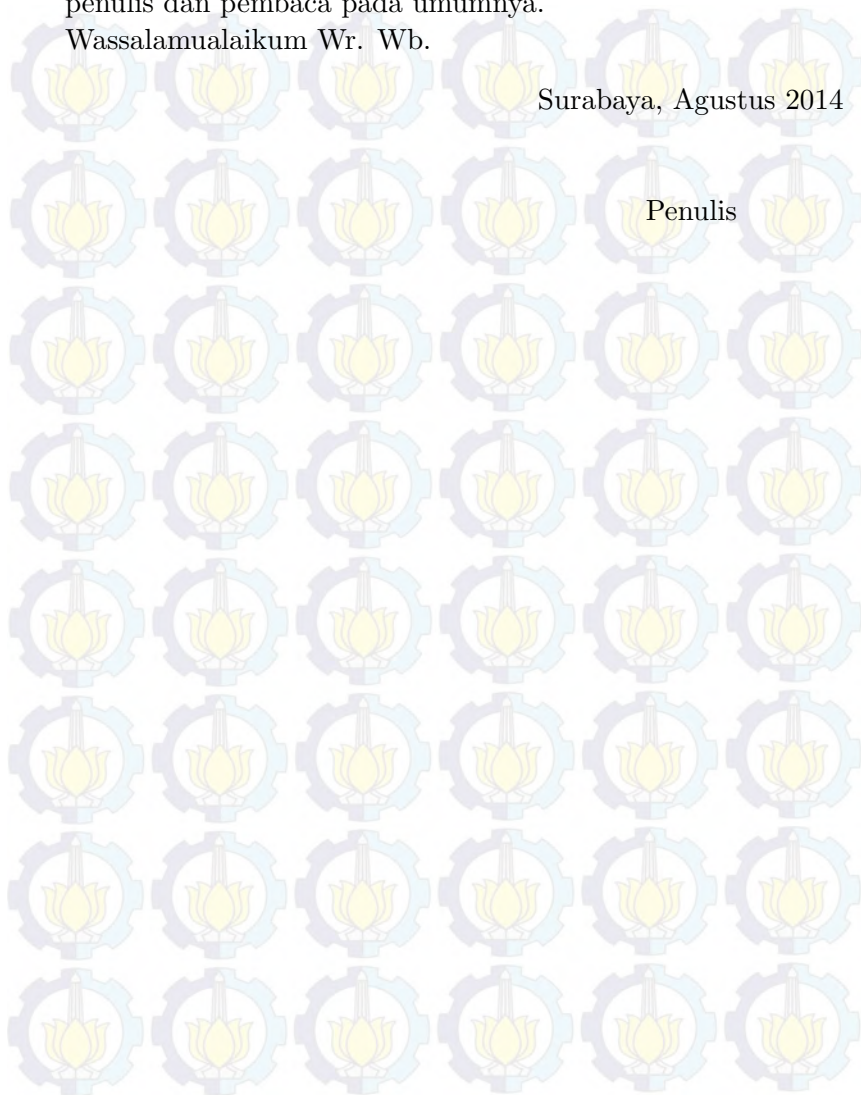
Penulis menyadari sepenuhnya dalam penulisan ini masih banyak kekurangan, kesalahan dan masih jauh dari sempurna, sehingga segala saran dan kritik yang sifatnya membangun sangat diharapkan oleh penulis. Akhirnya penulis berharap

semoga Tugas Akhir ini dapat bermanfaat khususnya bagi penulis dan pembaca pada umumnya.

Wassalamualaikum Wr. Wb.

Surabaya, Agustus 2014

Penulis



DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	v
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	ix
KATA PENGANTAR	xi
DAFTAR ISI	xv
DAFTAR GAMBAR	xvii
DAFTAR TABEL	xix
DAFTAR SIMBOL	xxi
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Batasan Masalah	3
1.4 Tujuan	3
1.5 Manfaat	4
1.6 Sistematika Penulisan	4
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	7
2.1 Model Aliran Debris Dua Dimensi	7
2.2 Erosi Tebing	8
2.3 Debit Banjir	9
2.4 Metode Beda Hingga	11
2.5 Forward Time-Centered Space (FTCS)	13

BAB III	METODE PENELITIAN	17
3.1	Studi Literatur	17
3.2	Pengumpulan data	17
3.3	Penyelesaian Numerik	17
3.4	Simulasi	18
3.5	Penulisan dalam format jurnal dan publikasi hasil penelitian	18
3.6	Penyusunan laporan hasil penelitian	18
BAB IV	ANALISIS DAN PEMBAHASAN	19
4.1	Diskritisasi Model Penyebaran Aliran Debris Dua Dimensi	19
4.1.1	Persamaan Konservasi Momentum Arah Sumbu x	20
4.1.2	Persamaan Konservasi Momentum Arah Sumbu y	25
4.1.3	Persamaan Kontinuitas	31
4.1.4	Persamaan Kekekalan Massa Dasar Sungai	31
4.2	Analisa Debit dan Erosi Tebing	32
4.2.1	Debit	33
4.2.2	Erosi Tebing Sungai	34
4.3	Hasil Simulasi	40
BAB V	PENUTUP	47
5.1	Kesimpulan	47
5.2	Saran	47
Biodata Penulis		51

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1 Koefisien Pengaliran..... 10

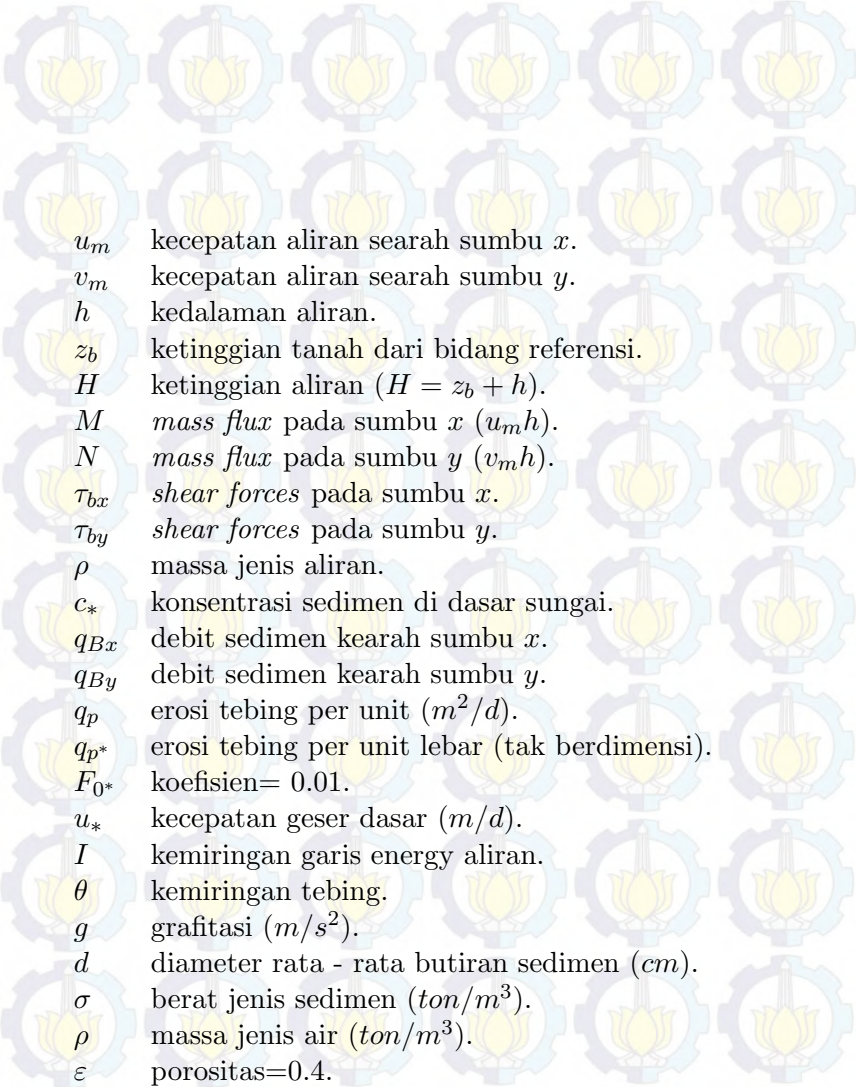
Tabel 4.1 Data Untuk Perhitungan Tinggi aliran..... 40

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Skema maju ruang dengan $h = x_{i+1} - x_i$ dan $\Delta t = t^{n+1} - t^n$	11
Gambar 2.2	Skema mundur	12
Gambar 2.3	Kisi beda hingga skema tengah-ruang..	13
Gambar 2.4	skema FTCS	14
Gambar 4.1	Pemisalan sungai	33
Gambar 4.2	Algoritma penyelesaian h	37
Gambar 4.3	Kondisi setelah 5 detik aliran debris tanpa memperhatikan erosi tebing	40
Gambar 4.4	Kondisi setelah 10 detik aliran debris tanpa memperhatikan erosi tebing	41
Gambar 4.5	Kondisi setelah 20 detik aliran debris tanpa memperhatikan erosi tebing	41
Gambar 4.6	Kondisi setelah 5 detik dengan debit sebesar 300 m ³ /s dan erosi tebing sebesar 9 m ² /s	42
Gambar 4.7	Kondisi setelah 10 detik dengan debit sebesar 300 m ³ /s dan erosi tebing sebesar 9 m ² /s	42
Gambar 4.8	Kondisi setelah 20 detik dengan debit sebesar 300 m ³ /s dan erosi tebing sebesar 9 m ² /s	43
Gambar 4.9	Kondisi setelah 5 detik dengan debit sebesar 300 m ³ /s dan erosi tebing sebesar 10 m ² /s	43

Gambar 4.10 Kondisi setelah 10 detik dengan debit sebesar 300 m ³ /s dan erosi tebing sebesar 10 m ² /s	44
Gambar 4.11 Kondisi setelah 20 detik dengan debit sebesar 300 m ³ /s dan erosi tebing sebesar 10 m ² /s	44
Gambar 4.12 Kondisi setelah 5 detik dengan debit sebesar 200 m ³ /s dan erosi tebing sebesar 9 m ² /s	45
Gambar 4.13 Kondisi setelah 10 detik dengan debit sebesar 200 m ³ /s dan erosi tebing sebesar 9 m ² /s	45
Gambar 4.14 Kondisi setelah 20 detik dengan debit sebesar 200 m ³ /s dan erosi tebing sebesar 9 m ² /s	46

DAFTAR SIMBOL



u_m	kecepatan aliran searah sumbu x .
v_m	kecepatan aliran searah sumbu y .
h	kedalaman aliran.
z_b	ketinggian tanah dari bidang referensi.
H	ketinggian aliran ($H = z_b + h$).
M	<i>mass flux</i> pada sumbu x ($u_m h$).
N	<i>mass flux</i> pada sumbu y ($v_m h$).
τ_{bx}	<i>shear forces</i> pada sumbu x .
τ_{by}	<i>shear forces</i> pada sumbu y .
ρ	massa jenis aliran.
c_*	konsentrasi sedimen di dasar sungai.
q_{Bx}	debit sedimen kearah sumbu x .
q_{By}	debit sedimen kearah sumbu y .
q_p	erosi tebing per unit (m^2/d).
q_p^*	erosi tebing per unit lebar (tak berdimensi).
F_0^*	koefisien= 0.01.
u_*	kecepatan geser dasar (m/d).
I	kemiringan garis energy aliran.
θ	kemiringan tebing.
g	grafitasi (m/s^2).
d	diameter rata - rata butiran sedimen (cm).
σ	berat jenis sedimen (ton/m^3).
ρ	massa jenis air (ton/m^3).
ε	porositas=0.4.
μ	koefisien=1.
a	koefisien kandungan sedimen.

Q debit banjir ($\frac{volume}{det} = m^3/det$).

f koefisien pengaliran.

r intensitas hujan selama t jam (mm/jam).

R_{24} curah hujan (mm).

T waktu konsentrasi.

I jarak dari ujung hulu sampai titik yang ditinjau (km).

A luas DAS (km^2).

H beda tinggi hulu-hilir (m).

BAB I PENDAHULUAN

Pada bab ini dijelaskan hal-hal yang melatarbelakangi permasalahan, kemudian dibuat inti dari permasalahan tersebut dalam bentuk rumusan masalah disertai batasan masalah serta asumsi. Terdapat pula tujuan serta manfaat dari penulisan Tugas Akhir ini. Serta gambaran besar penulisan di setiap bab buku ini bisa dilihat pada sistematika penulisan.

1.1 Latar Belakang

Indonesia merupakan salah satu Negara yang dilewati jalur The Pacific Ring of Fire (Cincin Api Pasifik), yang merupakan jalur rangkaian gunung api di dunia. Indonesia yang berada pada jalur ini memiliki 129 gunung api dan 80 diantaranya dinyatakan sebagai gunung yang sangat aktif. Pada gunung api terdapat dua macam potensi bahaya yang mengancam yaitu bahaya primer yang berupa aliran lava, awan panas, lontaran batu pijar, dan hujan abu, sedangkan bahaya sekunder berupa aliran debris[1].

Gunung Merapi adalah salah satu gunung yang sangat aktif yang ada di Indonesia. Di gunung Merapi terdapat beberapa kawasan yang rawan dengan terjadinya aliran debris salah satunya di Kali Gendol, (Bagian lereng selatan gunung Merapi) yang tertutupi oleh aliran piroklastik, tidak ada terjadinya aliran debris yang terjadi hingga bulan Desember, 2010. Namun, setelah itu banyak kejadian aliran debris yang terjadi dan cenderung meningkat. Ketika terjadi musim penghujan pada tanggal 1 Mei 2010, aliran debris meningkat

dan mengalir hingga daerah kantong pasir, yang terletak 18 km jauh dari kawah gunung. Beberapa sedimen bahkan berasal dari kantong pasir dan mengakibatkan kerusakan pada rumah-rumah penduduk dan lahan pertanian. Bahkan pada saat melakukan penyelidikan lapangan, vapor air keluar dari material gunung yang berada sekitar 13 km dari kawah. Di bagian dalam aliran piroklastik terlihat masih menyimpan temperatur yang tinggi[2].

Aliran debris adalah aliran air sungai dengan konsentrasi sedimen tinggi pada sungai dengan kemiringan sangat curam. Aliran ini seringkali membawa batu-batu besar dan batang-batang pohon. Aliran debris meluncur dengan kecepatan tinggi, memiliki kemampuan daya rusak yang besar, sehingga mengancam kehidupan manusia, menimbulkan kerugian harta dan benda serta kerusakan lingkungan. Material sedimen yang dibawa aliran debris bias berasal dari letusan gunung berapi maupun material longsor bukit atau tebing di bagian hulu[3].

Dalam rangka mengurangi resiko serta dampak yang akan timbul akibat adanya bencana aliran debris, maka sangat diperlukan adanya suatu kajian ilmiah yang dapat digunakan untuk memprediksi daerah rawan bencana aliran debris sebagai tindak lanjut dalam perencanaan penanganan bencana secara lebih efektif dan efisien. Memprediksi penyebaran aliran debris dapat dilakukan dengan menemukan profil aliran debris. Oleh karena itu, penulis ingin menemukan profil aliran debris dengan mencari penyelesaian numerik model penyebaran aliran debris menggunakan Metode Beda Hingga yang kemudian disimulasikan menggunakan perangkat lunak MATLAB.

Sebelumnya sudah terdapat penelitian oleh Belgis Ainatul Iza dkk mengenai Penyelesaian Numerik dari Model Penyebaran Aliran Debris Satu dan Dua Dimensi dengan

Metode Beda Hingga, dan Dieky adzkiya dkk mengenai Diskritisasi Model Penyebaran Aliran Debris dua Dimensi, Simulasi Penyebaran Aliran Debris Satu Dimensi dengan Metode Beda Hingga, dan Simulasi Aliran Debris Satu dan Dua Dimensi Menggunakan Metode Beda Hingga. Namun, pada penelitian ini penulis akan melakukan pengembangan dari penelitian sebelumnya yaitu memprediksi penyebaran aliran debris dengan memperhatikan debit dan erosi tebing agar dapat meminimalisir kerugian yang diakibatkan oleh aliran debris.

1.2 Rumusan Masalah

Dari uraian Latar Belakang maka masalah yang ingin diselesaikan adalah bagaimana mensimulasikan penyebaran aliran debris dengan memperhatikan debit dan erosi tebing agar mendapatkan profil aliran debris.

1.3 Batasan Masalah

Pada Tugas Akhir ini batasan masalah adalah sebagai berikut:

1. Model yang digunakan adalah model aliran debris dua dimensi.
2. Model aliran debris didiskritisasi menggunakan skema Forward Time-Centered Space menjadi persamaan Beda Hingga.
3. Simulasi model penyebaran aliran debris menggunakan perangkat lunak MATLAB.

1.4 Tujuan

Tujuan yang ingin dicapai pada Tugas Akhir ini adalah menentukan prediksi penyebaran aliran debris dengan Metode Beda Hingga agar mendapatkan profil aliran debris serta memperhatikan faktor debit dan erosi tebing sungai.

1.5 Manfaat

Manfaat yang diharapkan dari Tugas Akhir ini adalah sebagai berikut :

1. Diperoleh pengetahuan dan keilmuan tentang model penyebaran aliran debris dua dimensi untuk memprediksi daerah rawan bencana.
2. Sebagai bahan pembelajaran tentang model penyebaran aliran debris dua dimensi.
3. Sebagai literatur penunjang khususnya bagi mahasiswa yang menempuh jenjang sarjana.

1.6 Sistematika Penulisan

Penulisan laporan Tugas Akhir ini disusun dalam 5 bab, yaitu:

1. BAB I PENDAHULUAN

Pada bab ini terdapat latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, asumsi, tujuan, manfaat dan sistematika penulisan.

2. BAB II TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini diuraikan mengenai model penyebaran aliran debris dua dimensi, erosi tebing sungai, debit banjir, dan metode beda hingga sebagai perhitungan pendiskritan model penyebaran aliran debris.

3. BAB III METODE PENELITIAN

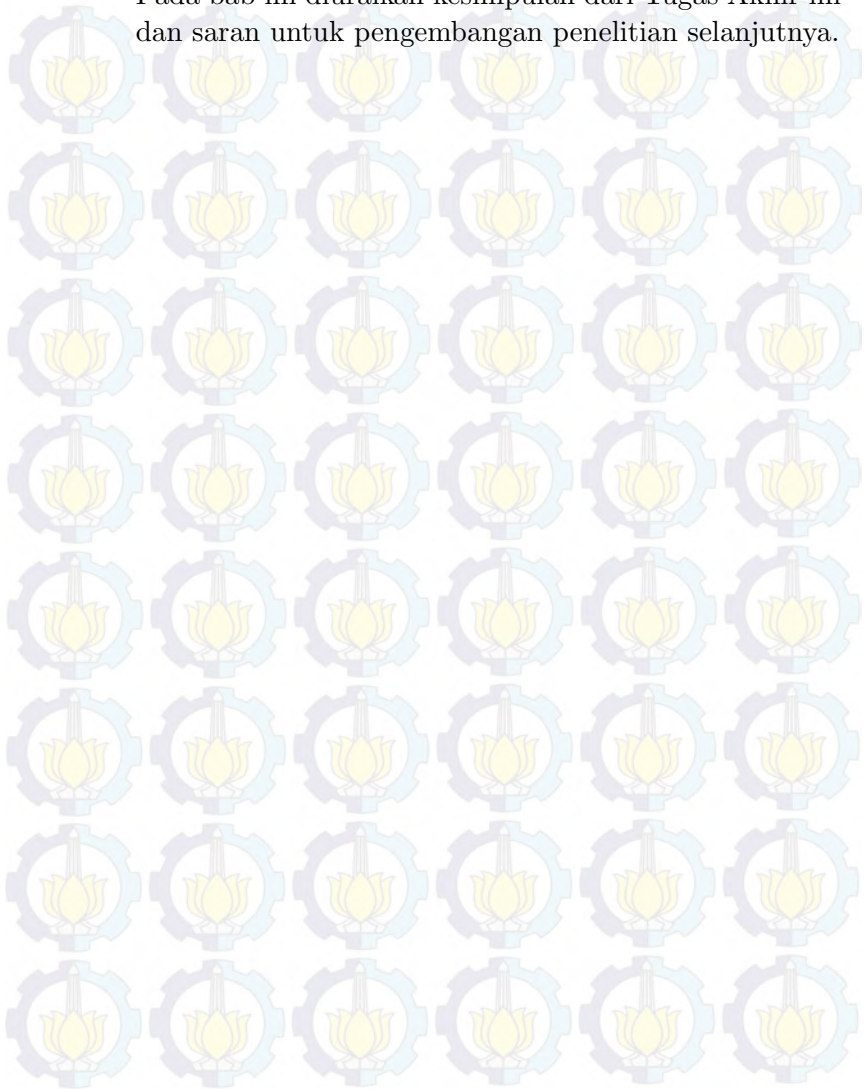
Pada bab ini dijelaskan tahapan-tahapan yang dilakukan dalam pengerjaan Tugas Akhir.

4. BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini dibahas mengenai pendiskritan model aliran debris dengan metode beda hingga dan analisa hasil penelitian yang berdasarkan hasil simulasi.

5. BAB V PENUTUP

Pada bab ini diuraikan kesimpulan dari Tugas Akhir ini dan saran untuk pengembangan penelitian selanjutnya.



BAB II TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini, akan dijelaskan mengenai model aliran debris dua dimensi, erosi tebing, debit banjir, metode beda hingga, dan forward time-centered space (FTCS).

2.1 Model Aliran Debris Dua Dimensi

Dalam paper yang berjudul Diskritisasi Model Penyebaran Aliran Debris 2 Dimensi oleh Dieky Adzkiya dkk mengatakan bahwa model aliran debris dua dimensi terdiri dari tiga persamaan. Persamaan pertama dan kedua masing-masing menyatakan pergerakan aliran untuk sumbu x dan sumbu y , sedangkan persamaan ketiga merupakan persamaan kontinuitas[4].

Persamaan konservasi momentum arah sumbu x

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(u_m M) + \frac{\partial}{\partial y}(v_m M) = -gh \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\tau_{bx}}{\rho} \quad (2.1)$$

Persamaan konservasi momentum arah sumbu y

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(u_m N) + \frac{\partial}{\partial y}(v_m N) = -gh \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\tau_{by}}{\rho} \quad (2.2)$$

Persamaan kontinuitas

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = 0 \quad (2.3)$$

dengan

u_m = kecepatan aliran searah sumbu x

v_m = kecepatan aliran searah sumbu y

h = kedalaman aliran

z_b = ketinggian tanah dari bidang referensi

H = ketinggian aliran ($H = z_b + h$)

M = *mass flux* pada sumbu x ($u_m h$)

N = *mass flux* pada sumbu y ($v_m h$)

τ_{bx} = *shear forces* pada sumbu x

τ_{by} = *shear forces* pada sumbu y

ρ = massa jenis aliran

Adapun dalam paper yang berjudul Dampak Banjir Lahar Dingin Pasca Erupsi Merapi 2010 di Kali Gendol oleh Perdi Bahri dkk persamaan kekekalan massa pada dasar sungai yaitu:[5]

$$c_* \frac{\partial z_b}{\partial t} + \left(\frac{\partial q_{Bx}}{\partial x} + \frac{\partial q_{By}}{\partial y} \right) = 0 \quad (2.4)$$

Dengan

c_* = konsentrasi sedimen di dasar sungai

z_b = ketinggian tanah dari bidang referensi

q_{Bx} = debit sedimen kearah sumbu x

q_{By} = debit sedimen kearah sumbu y

$q_{Bx} + q_{By}$ = jumlah sedimen dasar (*bedload*).

2.2 Erosi Tebing

Dalam jurnal yang berjudul Dampak Banjir Lahar Dingin Pasca Erupsi Merapi 2010 di Kali Gendol oleh Perdi Bahri dkk Erosi tebing dipertimbangkan dengan persamaan berikut

ini:[5]

$$q_p = q_p^* u_* d \quad (2.5)$$

$$q_p^* = F_{0^*} \tau_*^{\frac{1}{2}} \left(1 - \frac{1}{\varepsilon^2} \frac{\tau_{*sc}}{\tau_*} \right)^3 \left(\frac{h}{d} \frac{1}{\sin \theta} \right) \quad (2.6)$$

$$u_* = \sqrt{ghI} \quad (2.7)$$

$$\tau_* = \frac{u_*^2}{gd(\sigma/\rho - 1)} \quad (2.8)$$

$$\tau_{*sc} = \tau_{*c} \cos \theta_1 \sqrt{1 - \left(\frac{\tan \theta}{\mu} \right)^2} a \quad (2.9)$$

dimana

q_p = erosi tebing per unit (m^2/d)

q_p^* = erosi tebing per unit lebar (tak berdimensi)

F_{0^*} = koefisien= 0.01

u_* = kecepatan geser dasar (m/d)

I = kemiringan garis energy aliran

θ = kemiringan tebing

g = gravitasi (m/s^2)

d = diameter rata - rata butiran sedimen (cm)

σ = berat jenis sedimen (ton/m^3)

ρ = massa jenis air (ton/m^3)

ε = porositas=0.4

μ = koefisien=1

a = koefisien kandungan sedimen

2.3 Debit Banjir

Perhitungan debit banjir dapat menggunakan metode Rasional dengan rumus sebagai berikut:[6]

$$Q = \frac{1}{3.6} \cdot f \cdot r \cdot A \quad (2.10)$$

Dimana:

Q = debit banjir ($\frac{volume}{det} = m^3/det$)

f = koefisien pengaliran

r = intensitas hujan selama t jam (mm/jam)

$$r = \frac{R_{24}}{24} \left(\frac{24}{T} \right)^{2/3} \quad (2.11)$$

R_{24} = curah hujan (mm)

T = waktu konsentrasi

$$T = \frac{I}{W} \quad (2.12)$$

W = waktu kecepatan perambatan (km/jam)

$$W = 72 \frac{H^{0.6}}{I} \quad (2.13)$$

I = jarak dari ujung hulu sampai titik yang ditinjau (km)

A = luas DAS (km^2)

H = beda tinggi hulu-hilir (m)

Koefisien pengaliran tergantung dari beberapa factor antara lain jenis tanah, kemiringan, luas dan bentuk sungai. Besarnya nilai koefisien pengaliran dapat dilihat pada tabel berikut:

Tabel 2.1 Koefisien Pengaliran

Kondisi daerah pengaliran	Koefisien pengaliran
Daerah pegunungan berlereng terjal	0.75-0.90
Daerah perbukitan	0.70-0.80
Tanah bergelombang dan semak-semak	0.50-0.75
Tanah daratan yang ditanam	0.45-0.65
Persawahan irigasi	0.70-0.80
Sungai di daerah pegunungan	0.75-0.85
Sungai kecil di daratan	0.45-0.75
Sungai besar yang setengah dari daerah pengalirannya terdiri dari daratan	0.50-0.75

dalam Sosrodarsono, 1989

2.4 Metode Beda Hingga

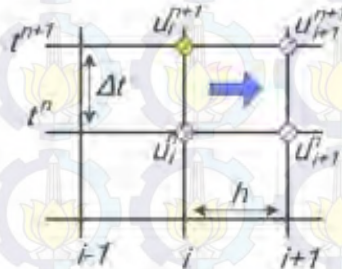
Metode beda hingga adalah metode numerik yang umum digunakan untuk menyelesaikan persoalan teknis dan problem metematik dari suatu gejala fisik. Secara umum metode beda hingga adalah metode yang mudah digunakan dalam menyelesaikan problem fisis yang mempunyai bentuk geometri yang teratur, seperti interval dalam satu dimensi, domain kotak dalam dua dimensi, dan kubik dalam ruang tiga dimensi.

Terdapat tiga skema beda hingga yang biasa digunakan dalam diskritisasi persamaan differensial parsial, yaitu skema maju, skema mundur, dan skema tengah[6].

1. Skema maju

$$\frac{du}{dx} = \frac{u(x_i + h) - u(x_i)}{h} \quad (2.14)$$

Pada skema maju, informasi pada titik hitung i dihubungkan dengan titik hitung $i + 1$ yang berada di depannya.



Gambar 2.1: Skema maju ruang dengan $h = x_{i+1} - x_i$ dan $\Delta t = t^{n+1} - t^n$

Dengan menggunakan kisi beda hingga, maka skema maju biasa ditulis sebagai berikut,

Skema maju ruang:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u_{i+1}^n - u_i^n}{h} \quad (2.15)$$

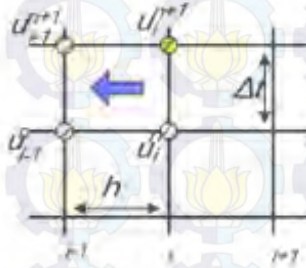
Skema maju waktu:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} \quad (2.16)$$

2. Skema mundur

$$\frac{du}{dx} = \frac{u(x_i) - u(x_i - h)}{h} \quad (2.17)$$

Pada skema mundur, informasi pada titik hitung i dihubungkan dengan titik hitung $i - 1$ yang berada di belakangnya.



Gambar 2.2: Skema mundur

Dengan menggunakan kisi beda hingga, maka skema mundur biasa ditulis sebagai berikut,

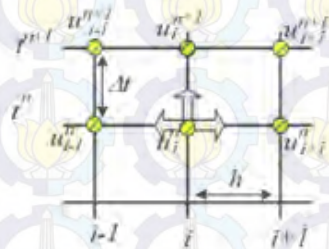
Skema mundur ruang:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u_i^n - u_{i-1}^n}{h} \quad (2.18)$$

Skema mundur waktu:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} \quad (2.19)$$

3. Skema tengah



Gambar 2.3: Kisi beda hingga skema tengah-ruang

Skema beda tengah ruang:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u_{i+1}^n - u_{i-1}^n}{2h} \quad (2.20)$$

Skema beda tengah waktu:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u_i^{n+1} - u_i^{n-1}}{\Delta t} \quad (2.21)$$

2.5 Forward Time-Centered Space (FTCS)

Dalam analisis numeric, metode Forward Time-Centered Space (FTCS) adalah metode beda hingga yang umum digunakan pada pemecahan numerik persamaan panas dan persamaan differensial yang sejenis. Metode ini menggunakan beda hingga maju dalam waktu dan beda hingga sentral dalam

ruang[6].

$$u(x_i + h, t^n) = u(x_i, t^n) + \frac{\partial u}{\partial x}(x_i, t^n)h + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x_i, t^n)h^2 + O(h^3) \quad (2.22)$$

$$u(x_i - h, t^n) = u(x_i, t^n) - \frac{\partial u}{\partial x}(x_i, t^n)h + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x_i, t^n)h^2 + O(h^3) \quad (2.23)$$

persamaan (2.28) dikurangkan dengan persamaan (2.27) dan hasilnya dibagi dengan $2h$ menghasilkan persamaan sebagai berikut:

$$\frac{\partial u}{\partial x} \Big|_i^n = \frac{u_{i+1}^n - u_{i-1}^n}{2h} + O(h^2) \quad (2.24)$$



Gambar 2.4: skema FTCS

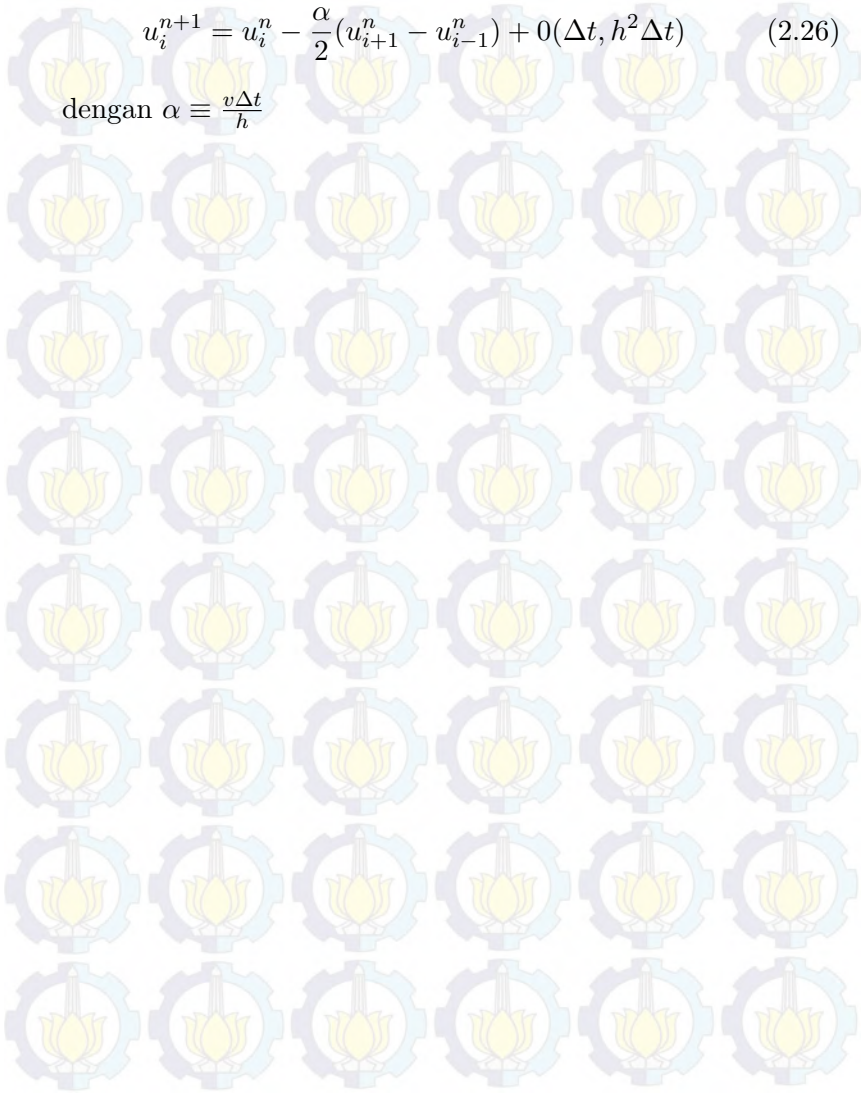
Persamaan (2.29) dapat digunakan untuk membedahinggakan persamaan differensial melalui skema FTCS yang ditunjukkan pada gambar 2.4. Dimana pendekatan orde pertama digunakan untuk turunan waktu dan orde duanya digunakan untuk turunan ruang. Dengan menggunakan notasi beda hingga, maka metode FTCS ini dapat diekspresikan melalui persamaan berikut:

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} = -v \left(\frac{u_{i+1}^n - u_{i-1}^n}{2h} \right) + O(\Delta t, h^2) \quad (2.25)$$

Atau,

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \frac{\alpha}{2}(u_{i+1}^n - u_{i-1}^n) + O(\Delta t, h^2 \Delta t) \quad (2.26)$$

dengan $\alpha \equiv \frac{v \Delta t}{h}$



BAB III

METODE PENELITIAN

Bab ini menjelaskan langkah - langkah yang digunakan dalam penyelesaian masalah pada tugas akhir ini. Selain itu juga dijelaskan prosedur dan proses pelaksanaan tiap langkah yang dilakukan dalam menyelesaikan tugas akhir. Berikut langkah-langkah dalam Tugas Akhir ini:

3.1 Studi Literatur

Pada tahap ini akan dilakukan identifikasi permasalahan dan pencarian referensi yang dapat menunjang penelitian ini serta mempelajari lebih lanjut tentang metode beda hingga dan model penyebaran aliran debris dua dimensi.

3.2 Pengumpulan data

Pada tahap ini dilakukan pengumpulan data yang terkait dengan permasalahan pada Tugas Akhir ini. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang diperoleh dari Balai penyelidikan dan Pengembangan Teknologi Kegunungpian (BPPTK). Data ini berupa debit air, kedalaman aliran, konsentrasi sedimen, kemiringan dasar alur, serta data-data yang terkait aliran debris di lereng Gunung merapi.

3.3 Penyelesaian Numerik

Pada tahap ini dilakukan penyelesaian numerik dengan menggunakan Metode Beda Hingga. Metode ini digunakan untuk menyelesaikan model penyebaran aliran debris dua dimensi.

3.4 Simulasi

Pada tahap ini dilakukan penyusunan algoritma untuk penyebaran aliran debris dua dimensi serta dilakukan simulasi hasil penyelesaian dengan menggunakan perangkat lunak MATLAB. Simulasi tersebut bertujuan agar hasil penelitian lebih mudah dipahami.

3.5 Penulisan dalam format jurnal dan publikasi hasil penelitian

3.6 Penyusunan laporan hasil penelitian

Pada langkah ini dilakukan penyusunan laporan berdasarkan analisis dan penelitian.

BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini dibahas bagaimana pengaruh debit dan erosi tebing sungai terhadap penyebaran aliran debris. Pembahasan ini dimulai dengan mendiskritkan model penyebaran aliran debris dua dimensi dengan menggunakan metode beda hingga forward time-centered space (FTCS). Kemudian dijelaskan mengenai debit dan erosi tebing yang berpengaruh terhadap persamaan beda hingga yang telah didiskritisasi. Setelah itu dilakukan simulasi dan pembahasan penyebaran aliran debris dengan dan tanpa pengaruh debit dan erosi tebing sungai.

4.1 Diskritisasi Model Penyebaran Aliran Debris Dua Dimensi

Model penyebaran aliran debris mempunyai empat persamaan sebagai berikut:

Persamaan konservasi momentum arah sumbu x

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(u_m M) + \frac{\partial}{\partial y}(v_m M) = -gh \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\tau_{bx}}{\rho} \quad (4.1)$$

Persamaan konservasi momentum arah sumbu y

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(u_m N) + \frac{\partial}{\partial y}(v_m N) = -gh \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\tau_{by}}{\rho} \quad (4.2)$$

Persamaan kontinuitas

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = 0 \quad (4.3)$$

Persamaan kekekalan massa pada dasar sungai

$$c_* \frac{\partial z_b}{\partial t} + \left(\frac{\partial q_{Bx}}{\partial x} + \frac{\partial q_{By}}{\partial y} \right) = 0 \quad (4.4)$$

Model penyebaran aliran debris berbentuk persamaan differensial parsial, maka akan didiskritisasi menggunakan metode beda hingga skema Forward Time-Centered Space (FTCS).

4.1.1 Persamaan Konservasi Momentum Arah Sumbu x

Persamaan yang menyatakan pergerakan aliran terhadap sumbu x adalah

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(u_m M) + \frac{\partial}{\partial y}(v_m M) = -gh \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\tau_{bx}}{\rho} \quad (4.5)$$

Dengan memindahkan $\frac{\partial}{\partial x}(u_m M) + \frac{\partial}{\partial y}(v_m M)$ ke ruas kanan diperoleh

$$\frac{\partial M}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x}(u_m M) - \frac{\partial}{\partial y}(v_m M) - gh \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\tau_{bx}}{\rho} \quad (4.6)$$

Persamaan dievaluasi pada (i,j) dan pada waktu ke n

$$\left. \frac{\partial M}{\partial t} \right|_{i,j}^n = -\left. \frac{\partial}{\partial x}(u_m M) \right|_{i,j}^n - \left. \frac{\partial}{\partial y}(v_m M) \right|_{i,j}^n - \left. gh \frac{\partial H}{\partial x} \right|_{i,j}^n - \left. \frac{\tau_{bx}}{\rho} \right|_{i,j}^n \quad (4.7)$$

Pendiskritan $\left. \frac{\partial M}{\partial t} \right|_{i,j}^n$ pada persamaan (4.7)

$$\left. \frac{\partial M}{\partial t} \right|_{i,j}^n = \frac{M_{i,j}^{n+1} - M_{i,j}^n}{\Delta t} \quad (4.8)$$

Pendiskritan $\frac{\partial}{\partial x}(u_m M)|_{i,j}^n$ pada persamaan (4.7)

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x}(u_m M)|_{i,j}^n &= M \frac{\partial u_m}{\partial x}|_{i,j}^n + u_m \frac{\partial M}{\partial x}|_{i,j}^n \\ &= M_{i,j}^n \frac{u_{m,i+1,j}^n - u_{m,i-1,j}^n}{2\Delta x} \\ &\quad + u_{m,i,j}^n \frac{M_{i+1,j}^n - M_{i-1,j}^n}{2\Delta x} \end{aligned} \quad (4.9)$$

Pendiskritan $u_{m,i+1,j}^n$ pada persamaan (4.9)

$$u_{m,i+1,j}^n = \left(\frac{M}{h}\right)_{i+1,j}^n = \frac{M_{i+1,j}^n}{h_{i+1,j}^n} \quad (4.10)$$

Pendiskritan $u_{m,i-1,j}^n$ pada persamaan (4.9)

$$u_{m,i-1,j}^n = \left(\frac{M}{h}\right)_{i-1,j}^n = \frac{M_{i-1,j}^n}{h_{i-1,j}^n} \quad (4.11)$$

Pendiskritan $u_{m,i,j}^n$ pada persamaan (4.9)

$$u_{m,i,j}^n = \left(\frac{M}{h}\right)_{i,j}^n = \frac{M_{i,j}^n}{h_{i,j}^n} \quad (4.12)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (4.10) (4.11) dan (4.12) ke dalam persamaan (4.9) maka diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x}(u_m M)|_{i,j}^n &= M_{i,j}^n \frac{\frac{M_{i+1,j}^n}{h_{i+1,j}^n} - \frac{M_{i-1,j}^n}{h_{i-1,j}^n}}{2\Delta x} \\ &\quad + \frac{M_{i,j}^n}{h_{i,j}^n} \frac{M_{i+1,j}^n - M_{i-1,j}^n}{2\Delta x} \end{aligned} \quad (4.13)$$

Pendiskritann $\left. \frac{\partial}{\partial y} (v_m M) \right|_{i,j}^n$ pada persamaan (4.7)

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial}{\partial y} (v_m M) \right|_{i,j}^n &= M \left. \frac{\partial v_m}{\partial y} \right|_{i,j}^n + v_m \left. \frac{\partial M}{\partial y} \right|_{i,j}^n \\ &= M_{i,j}^n \frac{v_{m_{i,j+1}}^n - v_{m_{i,j-1}}^n}{2\Delta y} \\ &\quad + v_{m_{i,j}}^n \frac{M_{i,j+1}^n - M_{i,j-1}^n}{2\Delta y} \end{aligned} \quad (4.14)$$

Pendiskritan $v_{m_{i,j+1}}^n$ pada persamaan (4.14)

$$v_{m_{i,j+1}}^n = \left(\frac{N}{h} \right)_{i,j+1}^n = \frac{N_{i,j+1}^n}{h_{i,j+1}^n} \quad (4.15)$$

Pendiskritan $v_{m_{i,j-1}}^n$ pada persamaan (4.14)

$$v_{m_{i,j-1}}^n = \left(\frac{N}{h} \right)_{i,j-1}^n = \frac{N_{i,j-1}^n}{h_{i,j-1}^n} \quad (4.16)$$

Pendiskritan $v_{m_{i,j}}^n$ pada persamaan (4.14)

$$v_{m_{i,j}}^n = \left(\frac{N}{h} \right)_{i,j}^n = \frac{N_{i,j}^n}{h_{i,j}^n} \quad (4.17)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (4.15) (4.16) dan (4.17) ke dalam persamaan (4.14) maka diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial}{\partial y} (v_m M) \right|_{i,j}^n &= M_{i,j}^n \frac{\frac{N_{i,j+1}^n}{h_{i,j+1}^n} - \frac{N_{i,j-1}^n}{h_{i,j-1}^n}}{2\Delta y} \\ &\quad + \frac{N_{i,j}^n}{h_{i,j}^n} \frac{M_{i,j+1}^n - M_{i,j-1}^n}{2\Delta y} \end{aligned} \quad (4.18)$$

Pendiskritan $gh \frac{\partial H}{\partial x} \Big|_{i,j}^n$ pada persamaan (4.7)

$$\begin{aligned}
 gh \frac{\partial H}{\partial x} \Big|_{i,j}^n &= gh \frac{\partial (h + z_b)}{\partial x} \Big|_{i,j}^n \\
 &= gh \left(\frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial z_b}{\partial x} \right) \Big|_{i,j}^n \\
 &= gh_{i,j}^n \left(\frac{h_{i+1,j}^n - h_{i-1,j}^n}{2\Delta x} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{z_{b_{i+1,j}}^n - z_{b_{i-1,j}}^n}{2\Delta x} \right) \quad (4.19)
 \end{aligned}$$

Pendiskritan $\frac{\tau_{bx}}{\rho} \Big|_{i,j}^n$ pada persamaan (4.7)

$$\tau_{bx} = \frac{\rho g n^2 u_m \sqrt{u_m^2 + v_m^2}}{h^{\frac{1}{3}}} \quad (4.20)$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\tau_{bx}}{\rho} &= \frac{\rho g n^2 u_m \sqrt{u_m^2 + v_m^2}}{\rho h^{\frac{1}{3}}} \\
 &= \frac{g n^2 u_m \sqrt{u_m^2 + v_m^2}}{h^{\frac{1}{3}}} \quad (4.21)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\tau_{bx}}{\rho} \Big|_{i,j}^n &= \frac{g (n_{i,j})^2 u_{m_{i,j}}^n \sqrt{(u_{m_{i,j}}^n)^2 + (v_{m_{i,j}}^n)^2}}{(h_{i,j}^n)^{\frac{1}{3}}} \\
 &= \frac{g (n_{i,j})^2 \frac{M_{i,j}^n}{h_{i,j}^n} \sqrt{\left(\frac{M_{i,j}^n}{h_{i,j}^n} \right)^2 + \left(\frac{N_{i,j}^n}{h_{i,j}^n} \right)^2}}{(h_{i,j}^n)^{\frac{1}{3}}} \quad (4.22)
 \end{aligned}$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (4.8) (4.13) (4.18) (4.19) dan (4.22) ke dalam persamaan (4.7) diperoleh persamaan

sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \frac{M_{i,j}^{n+1} - M_{i,j}^n}{\Delta t} = & - \left(M_{i,j}^n \frac{\frac{M_{i+1,j}^n}{h_{i+1,j}^n} - \frac{M_{i-1,j}^n}{h_{i-1,j}^n}}{2\Delta x} + \frac{M_{i,j}^n}{h_{i,j}^n} \frac{M_{i+1,j}^n - M_{i-1,j}^n}{2\Delta x} \right) \\
 & - \left(M_{i,j}^n \frac{\frac{N_{i,j+1}^n}{h_{i,j+1}^n} - \frac{N_{i,j-1}^n}{h_{i,j-1}^n}}{2\Delta y} + \frac{N_{i,j}^n}{h_{i,j}^n} \frac{M_{i,j+1}^n - M_{i,j-1}^n}{2\Delta y} \right) \\
 & - gh_{i,j}^n \left(\frac{h_{i+1,j}^n - h_{i-1,j}^n}{2\Delta x} + \frac{z_{b_{i+1,j}}^n - z_{b_{i-1,j}}^n}{2\Delta x} \right) \\
 & - \frac{g(n_{i,j})^2 \frac{M_{i,j}^n}{h_{i,j}^n} \sqrt{\left(\frac{M_{i,j}^n}{h_{i,j}^n}\right)^2 + \left(\frac{N_{i,j}^n}{h_{i,j}^n}\right)^2}}{(h_{i,j}^n)^{\frac{1}{3}}} \quad (4.23)
 \end{aligned}$$

Dengan mengalikan kedua ruas dengan Δt dan memindahkan $M_{i,j}^n$ ke ruas kanan diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 M_{i,j}^{n+1} = & M_{i,j}^n - \Delta t \left(M_{i,j}^n \frac{\frac{M_{i+1,j}^n}{h_{i+1,j}^n} - \frac{M_{i-1,j}^n}{h_{i-1,j}^n}}{2\Delta x} + \frac{M_{i,j}^n}{h_{i,j}^n} \frac{M_{i+1,j}^n - M_{i-1,j}^n}{2\Delta x} \right) \\
 & - \Delta t \left(M_{i,j}^n \frac{\frac{N_{i,j+1}^n}{h_{i,j+1}^n} - \frac{N_{i,j-1}^n}{h_{i,j-1}^n}}{2\Delta y} + \frac{N_{i,j}^n}{h_{i,j}^n} \frac{M_{i,j+1}^n - M_{i,j-1}^n}{2\Delta y} \right) \\
 & - \Delta t gh_{i,j}^n \left(\frac{h_{i+1,j}^n - h_{i-1,j}^n}{2\Delta x} + \frac{z_{b_{i+1,j}}^n - z_{b_{i-1,j}}^n}{2\Delta x} \right) \\
 & - \Delta t \frac{g(n_{i,j})^2 \frac{M_{i,j}^n}{h_{i,j}^n} \sqrt{\left(\frac{M_{i,j}^n}{h_{i,j}^n}\right)^2 + \left(\frac{N_{i,j}^n}{h_{i,j}^n}\right)^2}}{(h_{i,j}^n)^{\frac{1}{3}}} \quad (4.24)
 \end{aligned}$$

Dengan mengeluarkan masing- masing $2\Delta x$ dan $2\Delta y$ diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 M_{i,j}^{n+1} = & M_{i,j}^n - \frac{\Delta t}{2\Delta x} \left[M_{i,j}^n \left(\frac{M_{i+1,j}^n}{h_{i+1,j}^n} - \frac{M_{i-1,j}^n}{h_{i-1,j}^n} \right) \right. \\
 & \left. + \frac{M_{i,j}^n}{h_{i,j}^n} (M_{i+1,j}^n - M_{i-1,j}^n) \right] \\
 & - \frac{\Delta t}{2\Delta y} \left[M_{i,j}^n \left(\frac{N_{i,j+1}^n}{h_{i,j+1}^n} - \frac{N_{i,j-1}^n}{h_{i,j-1}^n} \right) \right. \\
 & \left. + \frac{N_{i,j}^n}{h_{i,j}^n} (M_{i,j+1}^n - M_{i,j-1}^n) \right] \\
 & - \frac{\Delta t}{2\Delta x} gh_{i,j}^n (h_{i+1,j}^n + z_{bi+1,j}^n - h_{i-1,j}^n - z_{bi-1,j}^n) \\
 & - \Delta t \frac{g(n_{i,j})^2 M_{i,j}^n \sqrt{\left(\frac{M_{i,j}^n}{h_{i,j}^n} \right)^2 + \left(\frac{N_{i,j}^n}{h_{i,j}^n} \right)^2}}{(h_{i,j}^n)^{\frac{4}{3}}} \quad (4.25)
 \end{aligned}$$

4.1.2 Persamaan Konservasi Momentum Arah Sumbu y

Persamaan yang menyatakan pergerakan aliran terhadap sumbu y adalah

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(u_m N) + \frac{\partial}{\partial y}(v_m N) = -gh \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\tau_{by}}{\rho} \quad (4.26)$$

Dengan memindahkan $\frac{\partial}{\partial x}(u_m N) + \frac{\partial}{\partial y}(v_m N)$ ke ruas kanan diperoleh

$$\frac{\partial N}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x}(u_m N) - \frac{\partial}{\partial y}(v_m N) - gh \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\tau_{by}}{\rho} \quad (4.27)$$

Persamaan dievaluasi pada (i,j) dan pada waktu ke n

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial N}{\partial t} \right|_{i,j}^n &= - \left. \frac{\partial}{\partial x} (u_m N) \right|_{i,j}^n - \left. \frac{\partial}{\partial y} (v_m N) \right|_{i,j}^n \\ &\quad - gh \left. \frac{\partial H}{\partial y} \right|_{i,j}^n - \left. \frac{\tau_{by}}{\rho} \right|_{i,j}^n \end{aligned} \quad (4.28)$$

Pendiskritan $\left. \frac{\partial N}{\partial t} \right|_{i,j}^n$ pada persamaan (4.28)

$$\left. \frac{\partial N}{\partial t} \right|_{i,j}^n = \frac{N_{i,j}^{n+1} - N_{i,j}^n}{\Delta t} \quad (4.29)$$

Pendiskritan $\left. \frac{\partial}{\partial x} (u_m N) \right|_{i,j}^n$ pada persamaan (4.28)

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial}{\partial x} (u_m N) \right|_{i,j}^n &= N \left. \frac{\partial u_m}{\partial x} \right|_{i,j}^n + u_m \left. \frac{\partial N}{\partial x} \right|_{i,j}^n \\ &= N_{i,j}^n \left(\frac{u_{m_{i+1,j}}^n - u_{m_{i-1,j}}^n}{2\Delta x} \right) \\ &\quad + u_{m_{i,j}}^n \left(\frac{N_{i+1,j}^n - N_{i-1,j}^n}{2\Delta x} \right) \end{aligned} \quad (4.30)$$

Pendiskritan $u_{m_{i+1,j}}^n$ pada persamaan (4.30)

$$u_{m_{i+1,j}}^n = \left(\frac{M}{h} \right)_{i+1,j}^n = \frac{M_{i+1,j}^n}{h_{i+1,j}^n} \quad (4.31)$$

Pendiskritan $u_{m_{i-1,j}}^n$ pada persamaan (4.30)

$$u_{m_{i-1,j}}^n = \left(\frac{M}{h} \right)_{i-1,j}^n = \frac{M_{i-1,j}^n}{h_{i-1,j}^n} \quad (4.32)$$

Pendiskritan $u_{m_{i,j}}^n$ pada persamaan (4.30)

$$u_{m_{i,j}}^n = \left(\frac{M}{h} \right)_{i,j}^n = \frac{M_{i,j}^n}{h_{i,j}^n} \quad (4.33)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (4.31) (4.32) dan (4.33) ke dalam persamaan (4.30) maka diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$\frac{\partial}{\partial x}(u_m N) \Big|_{i,j}^n = N_{i,j}^n \left(\frac{\frac{M_{i+1,j}^n}{h_{i+1,j}^n} - \frac{M_{i-1,j}^n}{h_{i-1,j}^n}}{2\Delta x} \right) + \frac{M_{i,j}^n}{h_{i,j}^n} \left(\frac{N_{i+1,j}^n - N_{i-1,j}^n}{2\Delta x} \right) \quad (4.34)$$

Penyelesaian $\frac{\partial}{\partial y}(v_m N) \Big|_{i,j}^n$ pada persamaan (4.28)

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial y}(v_m N) \Big|_{i,j}^n &= N \frac{\partial v_m}{\partial y} \Big|_{i,j}^n + v_m \frac{\partial N}{\partial y} \Big|_{i,j}^n \\ &= N_{i,j}^n \left(\frac{v_{m_{i,j+1}}^n - v_{m_{i,j-1}}^n}{2\Delta y} \right) \\ &\quad + v_{m_{i,j}}^n \left(\frac{N_{i,j+1}^n - N_{i,j-1}^n}{2\Delta y} \right) \end{aligned} \quad (4.35)$$

Pendiskritan $v_{m_{i,j+1}}^n$ pada persamaan (4.35)

$$v_{m_{i,j+1}}^n = \left(\frac{N}{h} \right)_{i,j+1}^n = \frac{N_{i,j+1}^n}{h_{i,j+1}^n} \quad (4.36)$$

Pendiskritan $v_{m_{i,j-1}}^n$ pada persamaan (4.35)

$$v_{m_{i,j-1}}^n = \left(\frac{N}{h} \right)_{i,j-1}^n = \frac{N_{i,j-1}^n}{h_{i,j-1}^n} \quad (4.37)$$

Pendiskritan $v_{m_{i,j}}^n$ pada persamaan (4.35)

$$v_{m_{i,j}}^n = \left(\frac{N}{h} \right)_{i,j}^n = \frac{N_{i,j}^n}{h_{i,j}^n} \quad (4.38)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (4.36) (4.37) dan (4.38) ke dalam persamaan (4.35) maka diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial}{\partial y} (v_m N) \right|_{i,j}^n &= N_{i,j}^n \left(\frac{N_{i,j+1}^n - N_{i,j-1}^n}{h_{i,j+1}^n - h_{i,j-1}^n} \right) \\ &+ \frac{N_{i,j}^n}{h_{i,j}^n} \left(\frac{N_{i,j+1}^n - N_{i,j-1}^n}{2\Delta y} \right) \end{aligned} \quad (4.39)$$

Pendiskritan $gh \frac{\partial H}{\partial y} \Big|_{i,j}^n$ pada persamaan (4.28)

$$\begin{aligned} gh \frac{\partial H}{\partial y} \Big|_{i,j}^n &= gh \frac{\partial (h + z_b)}{\partial y} \Big|_{i,j}^n \\ &= gh \left(\frac{\partial h}{\partial y} + \frac{\partial z_b}{\partial y} \right) \Big|_{i,j}^n \\ &= gh_{i,j}^n \left(\frac{h_{i,j+1}^n - h_{i,j-1}^n}{2\Delta y} \right. \\ &\quad \left. + \frac{z_{b_{i,j+1}}^n - z_{b_{i,j-1}}^n}{2\Delta y} \right) \end{aligned} \quad (4.40)$$

Pendiskritann $\frac{\tau_{by}}{\rho} \Big|_{i,j}^n$ pada persamaan (4.28)

$$\tau_{by} = \frac{\rho g n^2 v_m \sqrt{u_m^2 + v_m^2}}{h^{\frac{1}{3}}} \quad (4.41)$$

$$\begin{aligned} \frac{\tau_{by}}{\rho} &= \frac{\rho g n^2 v_m \sqrt{u_m^2 + v_m^2}}{\rho h^{\frac{1}{3}}} \\ &= \frac{g n^2 v_m \sqrt{u_m^2 + v_m^2}}{h^{\frac{1}{3}}} \end{aligned} \quad (4.42)$$

$$\begin{aligned} \frac{\tau_{by}}{\rho} \Big|_{i,j}^n &= \frac{g(n_{i,j})^2 v_{m_{i,j}}^n \sqrt{(u_{m_{i,j}}^n)^2 + (v_{m_{i,j}}^n)^2}}{(h_{i,j}^n)^{\frac{1}{3}}} \\ &= \frac{g(n_{i,j})^2 \frac{N_{i,j}^n}{h_{i,j}^n} \sqrt{\left(\frac{M_{i,j}^n}{h_{i,j}^n}\right)^2 + \left(\frac{N_{i,j}^n}{h_{i,j}^n}\right)^2}}{(h_{i,j}^n)^{\frac{1}{3}}} \end{aligned} \quad (4.43)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (4.29) (4.34) (4.39) (4.40) dan (4.43) ke dalam persamaan (4.28) maka diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{N_{i,j}^{n+1} - N_{i,j}^n}{\Delta t} &= - \left(N_{i,j}^n \frac{M_{i+1,j}^n - M_{i-1,j}^n}{2\Delta x} + \frac{M_{i,j}^n}{h_{i,j}^n} \frac{N_{i+1,j}^n - N_{i-1,j}^n}{2\Delta x} \right) \\ &\quad - \left(N_{i,j}^n \frac{N_{i,j+1}^n - N_{i,j-1}^n}{2\Delta y} + \frac{N_{i,j}^n}{h_{i,j}^n} \frac{N_{i,j+1}^n - N_{i,j-1}^n}{2\Delta y} \right) \\ &\quad - g h_{i,j}^n \left(\frac{h_{i,j+1}^n - h_{i,j-1}^n}{2\Delta y} + \frac{z_{b_{i,j+1}}^n - z_{b_{i,j-1}}^n}{2\Delta y} \right) \\ &\quad - \frac{g(n_{i,j})^2 \frac{N_{i,j}^n}{h_{i,j}^n} \sqrt{\left(\frac{M_{i,j}^n}{h_{i,j}^n}\right)^2 + \left(\frac{N_{i,j}^n}{h_{i,j}^n}\right)^2}}{(h_{i,j}^n)^{\frac{1}{3}}} \end{aligned} \quad (4.44)$$

Dengan mengalikan kedua ruas dengan Δt dan memindahkan $N_{i,j}^n$ ke ruas kanan diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 N_{i,j}^{n+1} &= N_{i,j}^n - \Delta t \left(N_{i,j}^n \frac{\frac{M_{i+1,j}^n}{h_{i+1,j}^n} - \frac{M_{i-1,j}^n}{h_{i-1,j}^n}}{2\Delta x} + \frac{M_{i,j}^n}{h_{i,j}^n} \frac{N_{i+1,j}^n - N_{i-1,j}^n}{2\Delta x} \right) \\
 &\quad - \Delta t \left(N_{i,j}^n \frac{\frac{N_{i,j+1}^n}{h_{i,j+1}^n} - \frac{N_{i,j-1}^n}{h_{i,j-1}^n}}{2\Delta y} + \frac{N_{i,j}^n}{h_{i,j}^n} \frac{N_{i,j+1}^n - N_{i,j-1}^n}{2\Delta y} \right) \\
 &\quad - \Delta t g h_{i,j}^n \left(\frac{h_{i,j+1}^n - h_{i,j-1}^n}{2\Delta y} + \frac{z_{b_{i,j+1}}^n - z_{b_{i,j-1}}^n}{2\Delta y} \right) \\
 &\quad - \Delta t \frac{g(n_{i,j})^2 \frac{N_{i,j}^n}{h_{i,j}^n} \sqrt{\left(\frac{M_{i,j}^n}{h_{i,j}^n}\right)^2 + \left(\frac{N_{i,j}^n}{h_{i,j}^n}\right)^2}}{(h_{i,j}^n)^{\frac{1}{3}}} \quad (4.45)
 \end{aligned}$$

Dengan mengeluarkan masing-masing $2\Delta x$ dan $2\Delta y$ diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 N_{i,j}^{n+1} &= N_{i,j}^n - \frac{\Delta t}{2\Delta x} \left[N_{i,j}^n \left(\frac{M_{i+1,j}^n}{h_{i+1,j}^n} - \frac{M_{i-1,j}^n}{h_{i-1,j}^n} \right) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{M_{i,j}^n}{h_{i,j}^n} (N_{i+1,j}^n - N_{i-1,j}^n) \right] \\
 &\quad - \frac{\Delta t}{2\Delta y} \left[N_{i,j}^n \left(\frac{N_{i,j+1}^n}{h_{i,j+1}^n} - \frac{N_{i,j-1}^n}{h_{i,j-1}^n} \right) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{N_{i,j}^n}{h_{i,j}^n} (N_{i,j+1}^n - N_{i,j-1}^n) \right] \\
 &\quad - \frac{\Delta t}{2\Delta y} g h_{i,j}^n (h_{i,j+1}^n + z_{b_{i,j+1}}^n - h_{i,j-1}^n - z_{b_{i,j-1}}^n) \\
 &\quad - \Delta t \frac{g(n_{i,j})^2 N_{i,j}^n \sqrt{\left(\frac{M_{i,j}^n}{h_{i,j}^n}\right)^2 + \left(\frac{N_{i,j}^n}{h_{i,j}^n}\right)^2}}{(h_{i,j}^n)^{\frac{4}{3}}} \quad (4.46)
 \end{aligned}$$

4.1.3 Persamaan Kontinuitas

Berikut ini persamaan kontinuitas:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = 0 \quad (4.47)$$

Dengan memindahkan $\frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y}$ ke ruas kanan diperoleh

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -\frac{\partial M}{\partial x} - \frac{\partial N}{\partial y} \quad (4.48)$$

Persamaan dievaluasi pada (i,j) dan pada waktu ke n

$$\left. \frac{\partial h}{\partial t} \right|_{i,j}^n = - \left. \frac{\partial M}{\partial x} \right|_{i,j}^n - \left. \frac{\partial N}{\partial y} \right|_{i,j}^n \quad (4.49)$$

Persamaan didiskritisasi menjadi sebagai berikut:

$$\frac{h_{i,j}^{n+1} - h_{i,j}^n}{\Delta t} = - \frac{M_{i+1,j}^n - M_{i-1,j}^n}{2\Delta x} - \frac{N_{i,j+1}^n - N_{i,j-1}^n}{2\Delta y} \quad (4.50)$$

Kedua ruas dikalikan dengan Δt , kemudian $h_{i,j}^n$ dipindahkan ke ruas kanan, sehingga persamaan menjadi sebagai berikut:

$$h_{i,j}^{n+1} = h_{i,j}^n - \Delta t \left(\frac{M_{i+1,j}^n - M_{i-1,j}^n}{2\Delta x} + \frac{N_{i,j+1}^n - N_{i,j-1}^n}{2\Delta y} \right) \quad (4.51)$$

4.1.4 Persamaan Kekekalan Massa Dasar Sungai

Berikut ini persamaan kekekalan massa dasar sungai

$$c_* \frac{\partial z_b}{\partial t} + \left(\frac{\partial q_B}{\partial x} + \frac{\partial q_B}{\partial y} \right) = 0 \quad (4.52)$$

Dengan memindahkan $\left(\frac{\partial q_B}{\partial x} + \frac{\partial q_B}{\partial y} \right)$ ke ruas kanan diperoleh

$$c_* \frac{\partial z_b}{\partial t} = - \left(\frac{\partial q_B}{\partial x} + \frac{\partial q_B}{\partial y} \right) \quad (4.53)$$

Persamaan dievaluasi pada (i,j) dan pada waktu ke n

$$c_* \frac{\partial z_b}{\partial t} \Big|_{i,j}^n = - \frac{\partial q_B}{\partial x} \Big|_{i,j}^n - \frac{\partial q_B}{\partial y} \Big|_{i,j}^n \quad (4.54)$$

Persamaan didiskritisasi menjadi sebagai berikut:

$$c_* \frac{z_{b_{i,j}}^{n+1} - z_{b_{i,j}}^n}{\Delta t} = - \frac{q_{B_{i+1,j}}^n - q_{B_{i-1,j}}^n}{2\Delta x} - \frac{q_{B_{i,j+1}}^n - q_{B_{i,j-1}}^n}{2\Delta y} \quad (4.55)$$

Kedua ruas dikalikan dengan Δt , kemudian $z_{b_{i,j}}^n$ dipindahkan ke ruas kanan, sehingga persamaan menjadi sebagai berikut:

$$z_{b_{i,j}}^{n+1} = z_{b_{i,j}}^n - \frac{\Delta t}{c_*} \left(\frac{q_{B_{i+1,j}}^n - q_{B_{i-1,j}}^n}{2\Delta x} + \frac{q_{B_{i,j+1}}^n - q_{B_{i,j-1}}^n}{2\Delta y} \right) \quad (4.56)$$

4.2 Analisa Debit dan Erosi Tebing

Debit dan erosi tebing sungai merupakan parameter yang akan dipakai dalam simulasi penyebaran aliran debris. Dalam hal ini debit dan erosi tebing dimasukkan dalam bentuk konstanta sebagai input awal simulasi pada subbab selanjutnya. Berikut ini akan dijelaskan pengaruh debit dan erosi tebing terhadap penyebaran aliran debris:

4.2.1 Debit

Perhitungan debit dapat dituliskan kembali seperti persamaan 2.10 pada Bab Tinjauan Pustaka sebagai berikut:

$$Q = \frac{1}{3.6} \cdot f \cdot r \cdot A$$

Dimana:

Q = debit ($\frac{volume}{det} = m^3/det$)

f = koefisien pengaliran

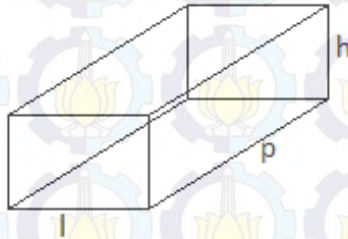
r = intensitas hujan (mm/jam)

A = luas DAS (km^2)

Perhitungan debit diatas dipergunakan apabila tidak ada data langsung mengenai debit, dan karena data yang diperoleh langsung berupa debit maka perhitungan tersebut tidak diperlukan dan langsung memasukkan debit sebagai inputan dalam simulasi.

Debit diinputkan sebagai berikut:

Misalkan sungai dengan adanya aliran yang mempunyai ketinggian aliran digambarkan sebagai berikut:



Gambar 4.1: Pemisalan sungai

dengan

p = panjang aliran

l = lebar sungai

h = tinggi aliran

Debit adalah $\frac{volume}{det}$, karena volume adalah perkalian antara panjang, lebar, dan tinggi maka

$$Q = \frac{volume}{det} = \frac{p.l.h}{det} \quad (4.57)$$

Sedangkan M (*mass flux* pada sumbu x) di persamaan 2.1 pada Bab Tinjauan Pustaka adalah perkalian antara u_m (kecepatan) dengan h (tinggi aliran), dan kecepatan adalah $jaraktempuh(m)/waktu(det)$, dalam hal ini jarak tempuh adalah panjang aliran pada sungai

$$M = u_m h = \frac{p}{det} h \quad (4.58)$$

Dengan membagi persamaan 4.57 dengan l (lebar sungai) akan diperoleh M (*mass flux* pada sumbu x) seperti persamaan 4.48

$$\frac{Q}{l} = \frac{\frac{p.l.h}{det}}{l} = \frac{p}{det} h = M \quad (4.59)$$

Jadi debit akan diinputkan sebagai M (*mass flux* pada sumbu x) dengan cara membagi dengan l (lebar sungai).

$$M = \frac{Q}{l} \quad (4.60)$$

4.2.2 Erosi Tebing Sungai

Perhitungan erosi tebing sungai dapat dituliskan kembali seperti di persamaan 2.5 sampai 2.9 pada Bab Tinjauan

Pustaka sebagai berikut:

$$q_p = q_p^* u_* d \quad (4.61)$$

$$q_p^* = F_{0^*} \tau_*^{\frac{1}{2}} \left(1 - \frac{1}{\varepsilon^2} \frac{\tau_{*sc}}{\tau_*} \right)^3 \left(\frac{h}{d} \frac{1}{\sin \theta} \right) \quad (4.62)$$

$$u_* = \sqrt{ghI} \quad (4.63)$$

$$\tau_* = \frac{u_*^2}{gd(\sigma/\rho - 1)} \quad (4.64)$$

$$\tau_{*sc} = \tau_{*c} \cos \theta_1 \sqrt{1 - \left(\frac{\tan \theta}{\mu} \right)^2} a \quad (4.65)$$

dimana

q_p = erosi tebing per unit (m^2/d)

q_p^* = erosi tebing per unit lebar (tak berdimensi)

F_{0^*} = koefisien = 0.01

u_* = kecepatan geser dasar (m/d)

I = kemiringan garis energy aliran

θ = kemiringan tebing

g = gravitasi (m/s^2)

d = diameter rata - rata butiran sedimen (cm)

σ = berat jenis sedimen (ton/m^3)

ρ = massa jenis air (ton/m^3)

ε = porositas = 0.4

μ = koefisien = 1

a = koefisien kandungan sedimen

Erosi tebing yang diinputkan digunakan untuk mencari tinggi awal aliran debris. Berikut ini akan dijelaskan bagaimana mencari tinggi aliran debris menggunakan erosi tebing:

Persamaan 4.63 disubstitusikan ke dalam persamaan 4.64

$$\begin{aligned}\tau_* &= \frac{\sqrt{ghI}^2}{gd(\sigma/\rho - 1)} \\ &= \frac{ghI}{gd(\sigma/\rho - 1)}\end{aligned}\quad (4.66)$$

Substitusikan persamaan 4.65 dan 4.66 ke dalam persamaan 4.62

$$\begin{aligned}q_{p^*} &= F_{0^*} \left(\frac{ghI}{gd(\sigma/\rho - 1)} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{h}{d} \frac{1}{\sin\theta} \right) \\ &\quad \left(1 - \frac{1}{\varepsilon^2} \frac{\tau_{*c} \cos\theta_1 \sqrt{1 - \left(\frac{\tan\theta}{\mu} \right)^2} a}{\frac{ghI}{gd(\sigma/\rho - 1)}} \right)^3\end{aligned}\quad (4.67)$$

Persamaan 4.67 dapat disederhanakan menjadi berikut ini:

$$\begin{aligned}q_{p^*} &= \frac{F_{0^*}}{\sin\theta} \sqrt{\frac{h^3 I}{d^3(\sigma/\rho - 1)}} \\ &\quad \left(1 - \frac{d(\frac{\sigma}{\rho} - 1) \tau_{*c} \cos\theta_1 \sqrt{1 - \left(\frac{\tan\theta}{\mu} \right)^2} a}{\varepsilon^2 h I} \right)^3\end{aligned}\quad (4.68)$$

Substitusikan persamaan 4.63 dan 4.68 ke dalam persamaan 4.61

$$\begin{aligned}q_p &= \frac{F_{0^*} d \sqrt{ghI}}{\sin\theta} \sqrt{\frac{h^3 I}{d^3(\sigma/\rho - 1)}} \\ &\quad \left(1 - \frac{d(\frac{\sigma}{\rho} - 1) \tau_{*c} \cos\theta_1 \sqrt{1 - \left(\frac{\tan\theta}{\mu} \right)^2} a}{\varepsilon^2 h I} \right)^3\end{aligned}\quad (4.69)$$

Persamaan 4.69 dapat disederhanakan menjadi berikut ini:

$$q_p = \frac{F_{0*} h^2}{\sin\theta} \sqrt{\frac{g}{d(\sigma/\rho - 1)}} \left(1 - \frac{d(\frac{\sigma}{\rho} - 1) \tau_{*c} \cos\theta_1 \sqrt{1 - \left(\frac{\tan\theta}{\mu}\right)^2} a}{\varepsilon^2 h I} \right)^3 \quad (4.70)$$

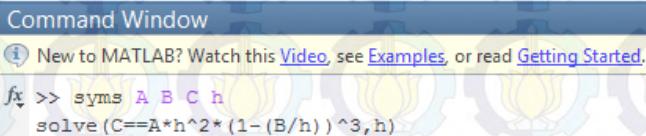
Misalkan:

$$A = \frac{F_{0*}}{\sin\theta} \sqrt{\frac{g}{d(\sigma/\rho - 1)}}$$

$$B = \frac{d(\frac{\sigma}{\rho} - 1) \tau_{*c} \cos\theta_1 \sqrt{1 - \left(\frac{\tan\theta}{\mu}\right)^2} a}{\varepsilon^2 I}$$

$$C = q_b$$

Akan dicari penyelesaian h dari persamaan 4.70 menggunakan software Matlab dengan algoritma sebagai berikut:



Command Window

[New to MATLAB? Watch this Video](#), see [Examples](#), or read [Getting Started](#).

```
f1 >> syms A B C h
      solve(C==A*h^2*(1-(B/h))^3,h)
```

Gambar 4.2: Algoritma penyelesaian h

Sehingga diperoleh tiga persamaan h sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 h = & B + (((3 * B^3)/2 + (B * (-3 * A * B^2 + C))/(2 * A))^2 \\
 & - (B^2 + (-3 * A * B^2 + C)/(3 * A))^3)^{(1/2)} + (3 * B^3)/2 \\
 & + (B * (-3 * A * B^2 + C))/(2 * A)^{(1/3)} \\
 & + (B^2 + (-3 * A * B^2 + C)/(3 * A))/(((3 * B^3)/2 \\
 & + (B * (C - 3 * A * B^2))/(2 * A))^2 \\
 & - (B^2 + (C - 3 * A * B^2)/(3 * A))^3)^{(1/2)} + (3 * B^3)/2 \\
 & + (B * (C - 3 * A * B^2))/(2 * A)^{(1/3)} \quad (4.71)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 h = & B - (((3 * B^3)/2 + (B * (-3 * A * B^2 + C))/(2 * A))^2 \\
 & - (B^2 + (-3 * A * B^2 + C)/(3 * A))^3)^{(1/2)} \\
 & + (3 * B^3)/2 + (B * (-3 * A * B^2 + C))/(2 * A)^{(1/3)}/2 \\
 & - (B^2 + (-3 * A * B^2 + C)/(3 * A))/(2 * (((3 * B^3)/2 \\
 & + (B * (C - 3 * A * B^2))/(2 * A))^2 \\
 & - (B^2 + (C - 3 * A * B^2)/(3 * A))^3)^{(1/2)} \\
 & + (3 * B^3)/2 + (B * (C - 3 * A * B^2))/(2 * A)^{(1/3)}) \\
 & + (3^{(1/2)} * (((3 * B^3)/2 \\
 & + (B * (-3 * A * B^2 + C))/(2 * A))^2 \\
 & - (B^2 + (-3 * A * B^2 + C)/(3 * A))^3)^{(1/2)} \\
 & + (3 * B^3)/2 + (B * (-3 * A * B^2 + C))/(2 * A)^{(1/3)} \\
 & - (B^2 + (-3 * A * B^2 + C)/(3 * A))/(((3 * B^3)/2 \\
 & + (B * (C - 3 * A * B^2))/(2 * A))^2 \\
 & - (B^2 + (C - 3 * A * B^2)/(3 * A))^3)^{(1/2)} + (3 * B^3)/2 \\
 & + (B * (C - 3 * A * B^2))/(2 * A)^{(1/3)} * i)/2 \quad (4.72)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
h = & B - \left(\frac{((3 * B^3)/2 + (B * (-3 * A * B^2 + C))/(2 * A))^2}{(B^2 + (-3 * A * B^2 + C)/(3 * A))^3} \right)^{(1/2)} \\
& + \frac{(3 * B^3)/2 + (B * (-3 * A * B^2 + C))/(2 * A)}{(2 * A)}^{(1/3)} / 2 \\
& - \frac{(B^2 + (-3 * A * B^2 + C)/(3 * A)) / (2 * ((3 * B^3)/2 + (B * (C - 3 * A * B^2))/(2 * A))^2}{(B^2 + (C - 3 * A * B^2)/(3 * A))^3}^{(1/2)} \\
& + \frac{(3 * B^3)/2 + (B * (C - 3 * A * B^2))/(2 * A)}{(2 * A)}^{(1/3)} \\
& - (3^{(1/2)} * \left(\frac{((3 * B^3)/2 + (B * (-3 * A * B^2 + C))/(2 * A))^2}{(B^2 + (-3 * A * B^2 + C)/(3 * A))^3} \right)^{(1/2)} \\
& + \frac{(3 * B^3)/2 + (B * (-3 * A * B^2 + C))/(2 * A)}{(2 * A)}^{(1/3)} \\
& - \frac{(B^2 + (-3 * A * B^2 + C)/(3 * A)) / \left(\frac{(3 * B^3)/2 + (B * (C - 3 * A * B^2))/(2 * A)}{(2 * A)} \right)^2}{(B^2 + (C - 3 * A * B^2)/(3 * A))^3}^{(1/2)} + \frac{(3 * B^3)/2 + (B * (C - 3 * A * B^2))/(2 * A)}{(2 * A)}^{(1/3)} * i) / 2 \quad (4.73)
\end{aligned}$$

Penyelesaian h yang digunakan adalah h yang tidak mengandung unsur imajiner yaitu persamaan 4.71. Sehingga erosi tebing sungai akan diinputkan sebagai h (tinggi aliran) awal dengan mengitung persamaan 4.71.

Berikut ini data parameter yang digunakan untuk perhitungan h (tinggi) dengan memperhatikan erosi tebing:

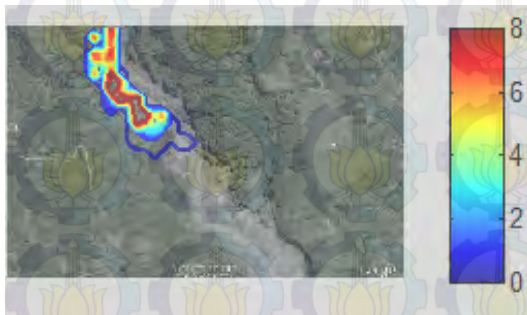
Tabel 4.1 Data Untuk Perhitungan Tinggi Aliran

Parameter	Nilai
q_p	9-10 m^2/d
F_{0^*}	0.01
I	0.05
θ	2.9
ε	0.4
μ	1
ρ	1000 kg/m^3
σ	2650 kg/m^3
g	10 m/s
d	$2 \times 10^{-3}m$
a	1.12

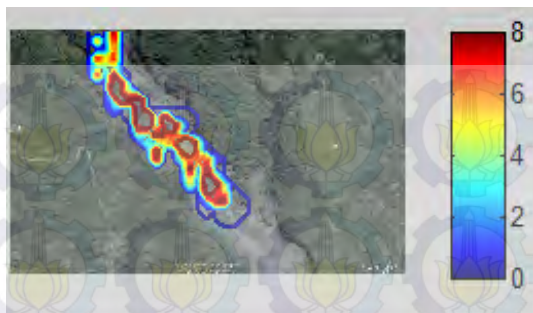
4.3 Hasil Simulasi

Berikut ini hasil simulasi penyebaran aliran debris dua dimensi yang menggunakan perangkat lunak Matlab. Area 2D adalah 470 m x 290m dengan pengukuran tinggi lereng untuk setiap 10m ($x=y=10$), jarak area 2D adalah 130m dari atas.

Simulasi aliran debris tanpa memperhatikan erosi tebing sebagai berikut:



Gambar 4.3: Kondisi setelah 5 detik aliran debris tanpa memperhatikan erosi tebing



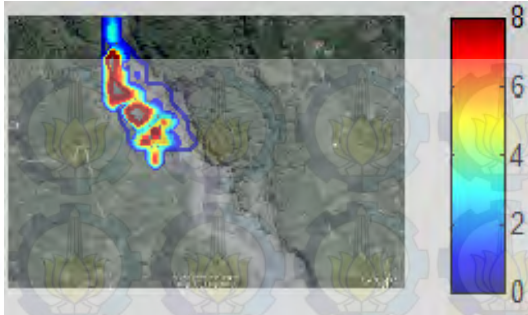
Gambar 4.4: Kondisi setelah 10 detik aliran debris tanpa memperhatikan erosi tebing



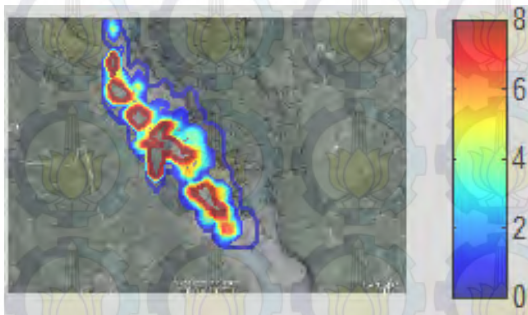
Gambar 4.5: Kondisi setelah 20 detik aliran debris tanpa memperhatikan erosi tebing

Gambar (4.3),(4.4) dan (4.5) menunjukkan profil aliran debris dengan tinggi aliran yang diwakili oleh warna biru(terendah) sampai merah(tertinggi).

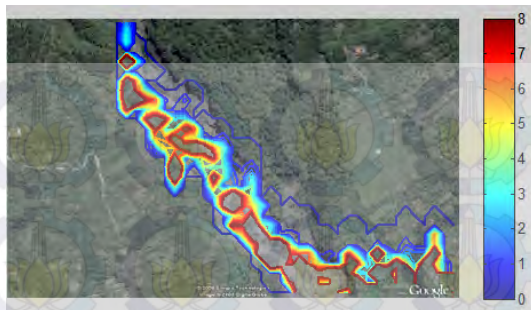
Kemudian dengan debit sebesar $300 \text{ m}^3/\text{s}$ dan erosi tebing sebesar $9 \text{ m}^2/\text{s}$ maka tampak profil aliran debris sebagai berikut:



Gambar 4.6: Kondisi setelah 5 detik dengan debit sebesar $300 \text{ m}^3/\text{s}$ dan erosi tebing sebesar $9 \text{ m}^2/\text{s}$



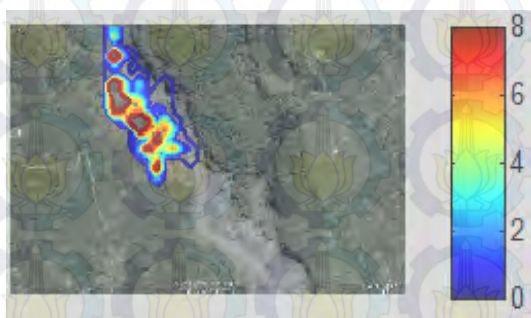
Gambar 4.7: Kondisi setelah 10 detik dengan debit sebesar $300 \text{ m}^3/\text{s}$ dan erosi tebing sebesar $9 \text{ m}^2/\text{s}$



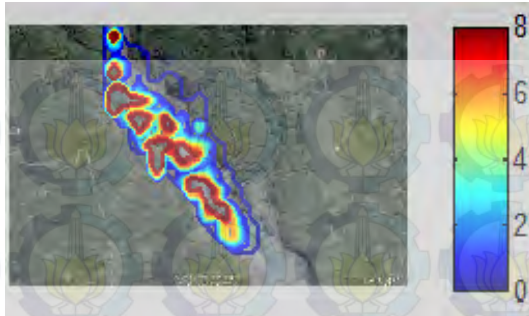
Gambar 4.8: Kondisi setelah 20 detik dengan debit sebesar $300 \text{ m}^3/\text{s}$ dan erosi tebing sebesar $9 \text{ m}^2/\text{s}$

Gambar (4.6),(4.7) dan (4.8) terlihat bahwa faktor debit dan erosi tebing cukup berpengaruh pada kondisi aliran debris dari segi panjang, lebar, dan tinggi aliran.

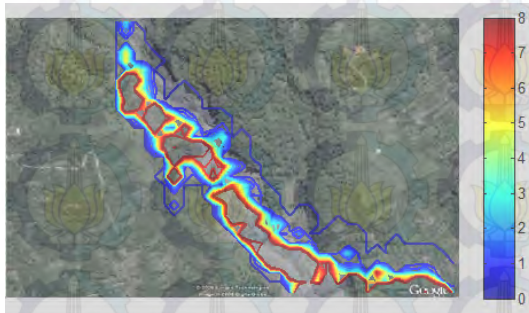
Dengan debit sebesar $300 \text{ m}^3/\text{s}$ dan erosi tebing sebesar $10 \text{ m}^2/\text{s}$ maka tampak profil aliran debris sebagai berikut:



Gambar 4.9: Kondisi setelah 5 detik dengan debit sebesar $300 \text{ m}^3/\text{s}$ dan erosi tebing sebesar $10 \text{ m}^2/\text{s}$



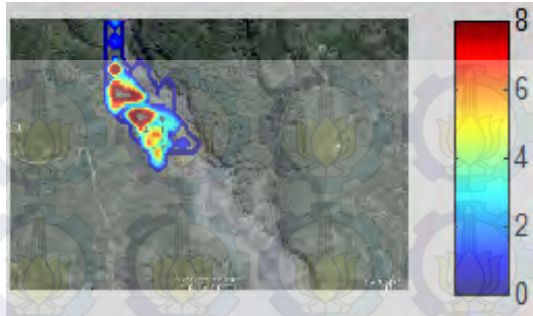
Gambar 4.10: Kondisi setelah 10 detik dengan debit sebesar 300 m³/s dan erosi tebing sebesar 10 m²/s



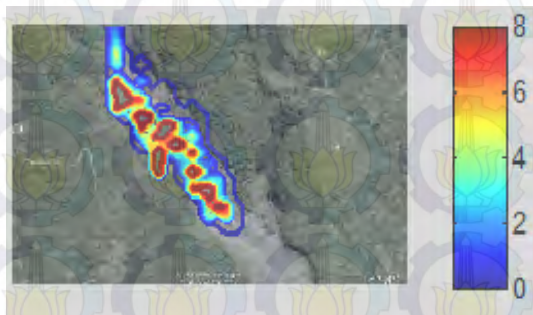
Gambar 4.11: Kondisi setelah 20 detik dengan debit sebesar 300 m³/s dan erosi tebing sebesar 10 m²/s

Gambar (4.9),(4.10) dan (4.11) dibandingkan dengan gambar (4.3),(4.4) dan (4.5) terlihat bahwa besar erosi tebing berpengaruh pada kondisi aliran debris dari segi panjang, lebar, dan tinggi aliran. Semakin besar erosi tebing maka semakin panjang, lebar, dan tinggi aliran.

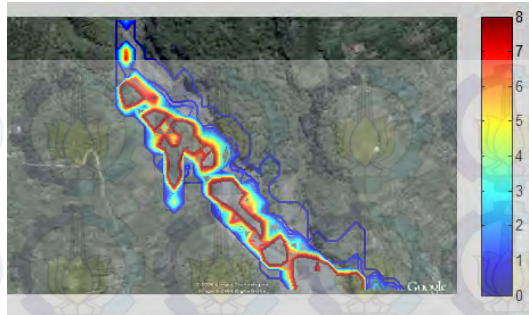
Dengan debit sebesar 200 m³/s dan erosi tebing sebesar 9 m²/s maka tampak profil aliran debris sebagai berikut:



Gambar 4.12: Kondisi setelah 5 detik dengan debit sebesar 200 m³/s dan erosi tebing sebesar 9 m²/s



Gambar 4.13: Kondisi setelah 10 detik dengan debit sebesar 200 m³/s dan erosi tebing sebesar 9 m²/s



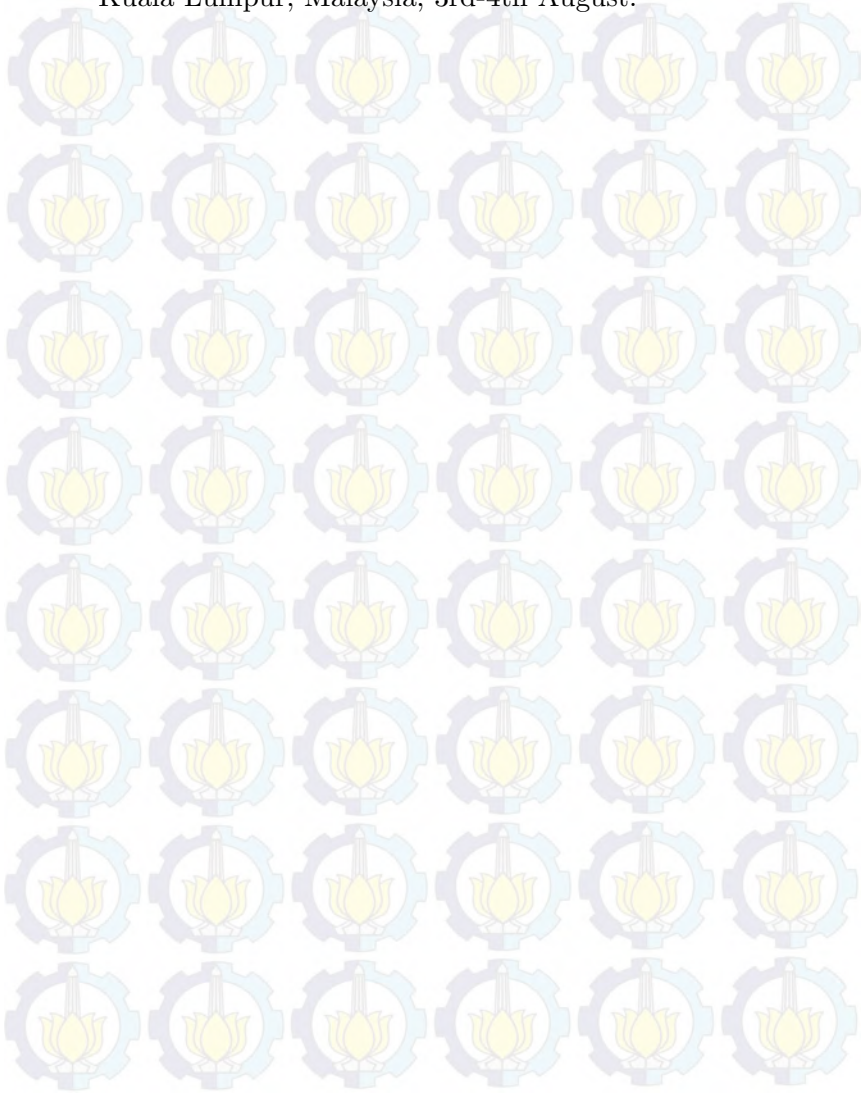
Gambar 4.14: Kondisi setelah 20 detik dengan debit sebesar $200 \text{ m}^3/\text{s}$ dan erosi tebing sebesar $9 \text{ m}^2/\text{s}$

Gambar (4.12),(4.13) dan (4.14) dibandingkan dengan gambar (4.6),(4.7) dan (4.8) terlihat bahwa besar debit aliran berpengaruh pada kondisi aliran debris dari segi panjang, lebar, dan tinggi aliran. Semakin besar debit sungai maka semakin panjang, lebar, dan tinggi aliran.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Megawati, A., dan Soedjono, E.S., 2011 *Studi Pengaruh Lahar Dingin pada Pemanfaatan Sumber Air Baku di Kawasan Rawan Bencana Gunungapi (Studi Kasus: Gunung Semeru* Jurusan Teknik Lingkungan, FTSP-ITS Surabaya.
- [2] Ueno, T. dan Yoshida, K. 2011 *Penyelidikan Mengenai Aliran Debris yang Terjadi di Gunung Merapi* Diakses dari <http://www.jica.go.jp/project/indonesian/indonesia/0800040/news/general/110512.html> tanggal 24 Agustus 2013 pukul 21.03 WIB.
- [3] Sulistiyono, B. 2013 *Teknik Sabo Cegah Aliran Debris* diakses dari <http://www.ugm.ac.id/id/post/page?id=5297> tanggal 5 Maret 2013 pukul 13.37 WIB.
- [4] Adzkiya, D., Gazali, M., Sanjoyo, B.A., dan Trisunarno, L. 2008 *Diskritisasi Model Penyebaran Aliran Debris 2 Dimensi* Seminar Nasional Matematika IV, ITS, 13 Desember.
- [5] Bahri, P., Ikhsan, J., dan Harsanto, P. 2013 *Dampak Banjir Lahar Dingin Pasca Erupsi Merapi 2010 di Kali Gendol* Universitas Muhammadiyah Yogyakarta.
- [6] Sanjoyo, B.A., dan Adzkiya, D. 2010 *One and Two Dimentional Debris Flow Simulation Using Finite Difference Method* International Conference on

Mathematical Application in Engineering (ICMAE10),
Kuala Lumpur, Malaysia, 3rd-4th August.



Biodata Penulis



Akhmad Khusnaeni atau yang biasa dipanggil Akhmad lahir di Bojonegoro, 08 Oktober 1992. Penulis bertempat tinggal di Ds. Piyak Kec. Kanor Kab. Bojonegoro. Anak Pertama dari dua bersaudara ini memiliki kegemaran bermain DOTA, nonton film dan berpetualang terutama petualangan alam.

Pendidikan di bangku sekolah mulai SD SMA dijalankan di kota Bojonegoro dan kemudian melanjutkan S1 di ITS Surabaya. Alumni SDN Piyak, SMP Negeri 1 Kanor, dan SMA Negeri 1 Sumberrejo ini melanjutkan pendidikannya pada tahun 2010 di Jurusan Matematika ITS melalui jalur SNMPTN untuk menempuh pendidikan S1 selama 4 tahun. Selama kuliah, penulis aktif di beberapa organisasi mahasiswa, seperti menjadi staff di HIMATIKA ITS (Himpunan Mahasiswa Matematika ITS), Kepala Biro Lingkar MIPA di BEM FMIPA ITS (Badan Eksekutif Mahasiswa FMIPA ITS) dan staff di IBNU MUQLAH (lembaga Dakwah Jurusan Matematika ITS). Serta aktif dalam kepanitiaan, salah satunya pernah menjadi SC (Steering Committee) Padamu Himatika (Kaderisasi di HIMATIKA ITS).

Penulis juga pernah menjadi Asisten Dosen kalkulus 1 dan kalkulus 2 ITS pada tahun 2012 dan 2013. Untuk meningkatkan keterampilan berbahasa inggris, penulis pernah

mengikuti kursus bahasa inggris seperti di English Course UPT Bahasa ITS Surabaya.

Jika ingin memberikan saran, kritik, dan diskusi mengenai Tugas Akhir, silahkan menghubungi email mad_think9@yahoo.com. Semoga bermanfaat.

