TUGAS AKHIR - SM141501

IMPLEMENTASI MODEL GABILLON DALAM PERHITUNGAN HARGA KONTRAK FUTURES KOMODITAS MINYAK MENTAH

FAHMI NUR AINI
NRP 1213 100 020

Dosen Pembimbing:
Endah Rokhmati M.P., Ph.D
Drs. Lukman Hanafi, M.Sc

JURUSAN MATEMATIKA
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2017

Halaman ini sengaja dikosongkan.

FINAL PROJECT - SM141501

IMPLEMENTING GABILLON MODEL FOR PRICING FUTURES CONTRACT OF CRUDE OIL COMMODITY

FAHMI NUR AINI
NRP 1213 100 020

Supervisors:
Endah Rokhmati M.P., Ph.D
Drs. Lukman Hanafi, M.Sc

DEPARTMENT OF MATHEMATICS
Faculty of Mathematics and Natural Sciences
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2017

LEMBAR PENGESAHAN

IMPLEMENTASI MODEL GABILLON DALAM PERHITUNGAN HARGA KONTRAK *FUTURES* KOMODITAS MINYAK MENTAH

IMPLEMENTING GABILLON MODEL FOR PRICING FUTURES CONTRACT OF CRUDE OIL COMMODITY

Diajukan Untuk Memenuhi Salah Satu Syarat
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains
pada
Bidang Studi Matematika Terapan
Program Studi S-1 Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

Oleh:
FAHMI NUR AINI
NRP. 1213 100 020

Menyetujui,

Dosen Pembimbing II,	Dosen Pembimbing I,
Drs. Lukman Hanafi, M.Sc	Endah Rokhmati M.P., Ph.D
NIP. 19640624 198803 1 001	NIP. 19761213 200212 2 001

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika
FMIPA ITS

Dr. Imam Mukhlash, S.Si, MT
NIP. 19700831 199403 1 003

Surabaya, Januari 2017

Halaman ini sengaja dikosongkan.

IMPLEMENTASI MODEL GABILLON DALAM PERHITUNGAN HARGA KONTRAK *FUTURES* KOMODITAS MINYAK MENTAH

Nama Mahasiswa	:	FAHMI NUR AINI
NRP	:	1213 100 020
Jurusan	:	Matematika FMIPA-ITS
Pembimbing	:	1. Endah Rokhmati M.P., Ph.D
		2. Drs. Lukman Hanafi, M.Sc

Abstrak

Fluktuasi harga minyak mentah menjadi salah satu risiko dalam perdagangan minyak mentah dunia. Untuk itu diperlukan suatu perlindungan nilai yang dapat diakomodasikan dengan suatu instrumen yang disebut kontrak futures. Harga kontrak futures ditentukan terlebih dahulu dan tergantung harga pasar pada saat itu. Salah satu model yang digunakan dalam menentukan harga kontrak futures adalah model Gabillon. Untuk menentukan harga kontrak futures dilakukan penyusunan sistem persamaan diferensial untuk kontrak futures dengan persamaan diferensial model Gabillon. Dengan bentuk yang sederhana, maka penyelesaian analitik dari persamaan diferensial untuk harga kontrak futures dapat ditemukan.

Kata-kunci: *Model Gabillon, Kontrak Futures, Komoditas, Minyak Mentah*

Halaman ini sengaja dikosongkan.

IMPLEMENTING GABILLON MODEL FOR PRICING FUTURES CONTRACT OF CRUDE OIL COMMODITY

Name	:	FAHMI NUR AINI
NRP	:	1213 100 020
Department	:	Mathematics FMIPA-ITS
Supervisors	:	1. Endah Rokhmati M.P., Ph.D
		2. Drs. Lukman Hanafi, M.Sc

Abstract

Crude oil's price fluctuation is one of the risk in the trade of crude oil in the world. For it is necessary a protection of value that can be accommodated with an instrument called a futures contract. The price of the futures contract is determined in advance and depending on the market price at the time. One of the models that are used in determining the price of the futures contract is Gabillon model. To determine the price of the futures contract is making differential equations system of the futures contract with differential equation of Gabillon model. With a simple form, then analytical solution of differential equation for the price of the futures contract can be found.

Keywords: *Gabillon Model, Futures Contract, Commodity, Crude Oil*

Halaman ini sengaja dikosongkan.

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis ucapkan kehadirat Allah SWT atas limpahan rahmat dan hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir yang berjudul

"IMPLEMENTASI MODEL GABILLON DALAM PERHITUNGAN HARGA KONTRAK *FUTURES* KOMODITAS MINYAK MENTAH"

sebagai salah satu syarat kelulusan Program Sarjana Matematika FMIPA ITS.

Pada kesempatan ini penulis tidak lupa menyampaikan ucapan terima kasih kepada seluruh pihak yang telah mendukung dan membantu atas terselesaikannya Tugas Akhir ini, antara lain:

1. Orang tua penulis, Mas Faris, Mas Icong, Mbak Reni, serta keluarga besar penulis atas do'a dan dukungan yang selalu dicurahkan kepada penulis.

2. Bapak Dr. Imam Mukhlash, S.Si, MT selaku Ketua Jurusan Matematika ITS.

3. Bapak Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si, M.Si selaku Kaprodi S1 dan Bapak Drs. Iis Herisman, M.Sc selaku Sekretaris prodi S1.

4. Ibu Endah Rokhmati M.P., Ph.D dan Bapak Drs. Lukman Hanafi, M.Sc selaku dosen pembimbing atas segala arahan, bimbingan dan motivasinya kepada penulis, sehingga Tugas Akhir ini dapat terselesaikan.

5. Ibu Dra. Nur Asiyah, M.Si dan Bapak Drs. Suharmadi Sanjaya, Dipl. Sc, M.Phil selaku dosen penguji Tugas Akhir yang telah banyak memberikan saran demi perbaikan Tugas Akhir ini.

6. Bapak Drs. Daryono Budi Utomo, MSi selaku dosen wali yang telah memberikan nasihat dan arahan selama penulis menempuh perkuliahan di Jurusan Matematika ITS.

7. Bapak Ibu dosen serta seluruh staf Tenaga Kependidikan Jurusan Matematika ITS.

8. Hasbiya Diona Arani, Andriansyah Yusuf Rizal, Sudeni Pratama, dan Mada Eka Prayudha sebagai sahabat yang masih setia mendukung penulis dan saling memotivasi.

9. Para sahabat penulis, Nastitie, Ba'tsa, Frikha, Upik, Fauzia, Vina, Putri, dan Tara yang selalu memberikan dukungan dan bantuan selama menempuh perkuliahan di Jurusan Matematika ITS.

10. Ina, Amina, Hilma, Dita, dan Yenny sebagai rekan satu bimbingan yang saling mendukung dan bekerjasama.

11. Teman-teman mahasiswa matematika ITS angkatan 2013 yang telah memberikan masa-masa berkesan bagi penulis selama menjadi bagian dari mereka.

12. Keluarga HIMATIKA ITS khususnya rekan-rekan Departemen Perekonomian periode 2014/2015 dan *Entrepreneur Development Department* periode 2015/2016 atas do'a dan kerjasamanya.

13. Seluruh pihak yang telah memberikan saran, dukungan dan motivasi dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini.

Penulis menyadari bahwa dalam penyusunan Tugas Akhir ini masih terdapat kekurangan, sehingga penulis mengharapkan kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan Tugas Akhir ini. Semoga Tugas Akhir ini dapat bermanfaat bagi penulis dan pembaca pada umumnya.

Surabaya, Januari 2017

Penulis

Halaman ini sengaja dikosongkan.

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

Halaman ini sengaja dikosongkan.

DAFTAR TABEL

Halaman ini sengaja dikosongkan.

Daftar Simbol

P	Harga pasar minyak mentah.
dP	Perubahan harga minyak mentah.
t	Waktu.
T	Waktu jatuh tempo/*Maturity date*.
μ	Laju perubahan.
σ	volatilitas.
Z	proses Wiener.
F	Harga kontrak *futures*/ *futures price*.
dF	Perubahan harga kontrak *futures*
π_i	nilai portofolio ke-i.
$d\pi_i$	*return* ke-i
V_i	Nilai kontrak *futures* ke-i.
λ	Risiko harga pasar.
C_c	*Cost of carry*.
C_y	*Convenience yield*.
δ	*Net convenience yield*.
r	Tingkat suku bunga/*interest rate*.
u	Nilai kontrak *futures* non-dimensional.
x	Harga non-dimensional kontrak *futures*.
τ	Jangka waktu dari t sampai T.
$d\tau$	Perubahan waktu.

Halaman ini sengaja dikosongkan.

BAB I
PENDAHULUAN

Pada bab ini dipaparkan mengenai latar belakangan masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan, manfaat, dan sistematika penulisan dari Tugas Akhir ini.

1.1 Latar Belakang

Komoditas merupakan salah satu jenis aset keuangan yang penting, terutama dalam proses globalisasi di seluruh dunia. Salah satu komoditas yang laris di dunia adalah minyak mentah. Minyak mentah sangat esensial terhadap perekonomian dunia dari sudut pandang industri sebagai input vital dalam produksi. Harga minyak mentah di pasar internasional sangat fluktuatif dengan kecenderungan yang meningkat. Lonjakan harga minyak ini tentu saja menjadi perhatian hampir seluruh negara di dunia, baik negara produsen (eksportir) minyak mentah maupun negara konsumen (importir). Hal ini disebabkan karena peranan minyak yang sangat penting sebagai bahan bakar yang menggerakkan perekonomian. Fluktuasi harga minyak mentah di pasar internasional pada prinsipnya mengikuti aksioma yang berlaku umum dalam ekonomi pasar, dimana tingkat harga yang berlaku sangat ditentukan oleh mekanisme permintaan dan penawaran (*demand and supply mechanism*) sebagai faktor fundamental. Fluktuasi harga inilah yang menjadi salah satu risiko dalam perdagangan minyak mentah dunia. Adanya risiko tersebut mendorong timbulnya kebutuhan akan perlindungan nilai, karena sebagai investor tentu saja harus mempertimbangkan risiko-risiko yang mungkin terjadi untuk menghindari kerugian. Keinginan investor untuk melindungi dirinya dari adanya risiko perdagangan dapat diakomodasikan dengan suatu mekanisme perdagangan dengan menggunakan instrumen yang disebut kontrak *futures*.

Kontrak *futures* merupakan sebuah perjanjian antara dua pihak untuk membeli atau menjual sebuah aset pada waktu tertentu di masa depan untuk harga tertentu [1]. Ketidakpastian tentang harga di masa depan untuk suatu komoditas dapat dihilangkan dengan perdagangan kontrak *futures*. Para produsen dan konsumen juga dapat menghitung biaya dan keuntungan yang diharapkan dengan adanya kontrak *futures* [2]. Harga kontrak *futures* ditentukan terlebih dahulu sebelum terjadi kesepakatan atau perjanjian untuk membeli/menjual kontrak *futures* tersebut dan harga kontrak *futures* tergantung pada harga pasar pada saat itu. Pada kenyataanya harga pasar untuk minyak mentah di dunia berubah-ubah sepanjang waktu, dimana perubahan tersebut merupakan suatu proses stokastik. Kenyataan ini yang mendasari diperlukannya model untuk menghitung harga kontrak *futures* dengan mempertimbangkan harga pasar yang fluktuatif.

Salah satu model yang digunakan dalam menentukan harga kontrak *futures* adalah model Gabillon. Gabillon (1990) menggunakan harga pasar sebagai variabel tetap dan mengasumsikan bahwa harga pasar dari minyak mengikuti GBM (*Geometric Brownian Motion*). Gabillon (1990) juga berpendapat bahwa harga *futures* tergantung pada harga pasar minyak, *cost of carry* dari minyak, *convenience yield* dan tanggal jatuh tempo dari kontrak *futures* [2]. Model Gabillon merupakan model difusi log-normal tetapi dengan laju perubahan harga minyak yang mengikuti proses stokastik [3]. Model satu faktor yang digunakan disini menunjukkan pola pergerakan harga *futures* terhadap waktu dengan adanya pengaruh *cost of carry* dari minyak dan *convenience yield* [4]. Dalam Tugas Akhir ini dilakukan pembentukan sistem persamaan diferensial model Gabillon untuk kontrak *futures* komoditas minyak mentah beserta kondisi-kondisi batas yang berhubungan. Selanjutnya dicari penyelesaian dari sistem persamaan diferensial model Gabillon dalam kasus perhitungan harga kontrak *futures* minyak mentah.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang tersebut rumusan masalah pada Tugas Akhir ini adalah:

1. Bagaimana pembentukan sistem persamaan diferensial model Gabillon untuk kontrak *futures* komoditas minyak mentah dengan kondisi-kondisi batas yang berhubungan.

2. Bagaimana penyelesaian sistem persamaan diferensial model Gabillon untuk kontrak *futures* komoditas minyak mentah.

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah yang digunakan dalam Tugas Akhir ini antara lain:

1. *Futures* yang diperhatikan adalah tipe Eropa.

2. Waktu berlaku kontrak berhingga.

3. Laju perubahan (μ), volatilitas (σ),dan *net convenience yield* (δ) diasumsikan konstan.

1.4 Tujuan

Tujuan dari penulisan Tugas Akhir ini adalah:

1. Mengetahui langkah-langkah pembentukan sistem persamaan diferensial model Gabillon untuk kontrak *futures* komoditas minyak mentah dengan kondisi-kondisi batas yang berhubungan.

2. Mendapatkan penyelesaian dari sistem persamaan diferensial model Gabillon untuk kontrak *futures* komoditas minyak mentah.

1.5 Manfaat

Manfaat yang diharapkan dari Tugas Akhir ini adalah diperoleh informasi tambahan mengenai model Gabillon untuk mempertimbangkan harga kontrak *futures* komoditas minyak mentah.

1.6 Sistematika Penulisan

Penulisan Tugas Akhir ini disusun dalam lima bab, yaitu:

1. BAB I PENDAHULUAN
   Bab ini berisi tentang gambaran umum dari penulisan Tugas Akhir yang meliputi latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan, manfaat, dan sistematika penulisan.

2. BAB II TINJAUAN PUSTAKA
   Bab ini berisi penelitian terdahulu dan teori-teori yang terkait dengan permasalahan dalam Tugas Akhir ini, kontrak *futures*, model Gabillon, lemma Itô, metode numerik, dan metode beda hingga.

3. BAB III METODE PENELITIAN
   Dalam bab ini dijelaskan tahapan-tahapan yang

dilakukan dalam pengerjaan Tugas Akhir. Tahapan-tahapan tersebut antara lain studi literatur, selanjutnya dilakukan pembentukan sistem persamaan diferensial model Gabillon serta mencari penyelesainnya. Tahap terakhir adalah melakukan penarikan kesimpulan berdasarkan hasil analisis dan pembahasan yang telah dilakukan.

4. BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN
   Pada bab ini dibahas mengenai tahap pembentukan sistem persamaan model Gabillon beserta penyelesaiannya untuk kontrak *futures* komoditas minyak mentah.

5. BAB V PENUTUP
   Bab ini berisi kesimpulan akhir yang diperoleh dari Tugas Akhir serta saran untuk pengembangan penelitian selanjutnya.

Halaman ini sengaja dikosongkan.

BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini dipaparkan mengenai penelitian terdahulu dan teori-teori yang terkait dengan permasalahan dalam Tugas Akhir ini yaitu komoditas, kontrak *futures*, model Gabillon, lemma Itô, distribusi normal, dan distribusi gamma.

2.1 Penelitian Terdahulu

Perubahan harga komoditas merupakan poin utama dalam menentukan harga kontrak *futures.* Menurut penelitian sebelumnya, Brennan dan Schwartz (1985) menyatakan bahwa harga pasar untuk komoditas mengikuti GBM (*Geometric Brownian Motion*), dan menyatakan bahwa hubungan antara harga pasar dan kontrak *futures* dapat digabungkan dalam sebuah *convenience yield.* Gabillon (1990) menyatakan bahwa harga futures tergantung pada harga pasar dan *cost of carry* dari aset fisik dan kemudian kemudian membentuk sebuah solusi yang mendekati harga *futures.* Sedangkan dalam penelitian lain dinyatakan bahwa pengaruh permintaan dan penawaran untuk komoditas mempunyai hasil yang *mean reversion* untuk harganya [2].

Hipotesis tentang *cost of carry*, atau dikenal dengan teori penyimpanan, pertama kali diresmikan oleh Kaldor (1939) dan Working (1948, 1949). Berdasarkan sudut pandang tradisional, harga *futures* komoditas adalah keuntungan harga pasar komoditas saat ini dari biaya penyimpanan dan *convenience yield* [5].

Mohammed AbdulAziz Aba Oud (2014) melakukan perhitungan harga *futures* dengan model satu faktor antara lain model Gabillon (1990), Schwartz (1997), dan dua model berdasarkan *Stochastic Differensial Equation* Model 9 dan Model 10 yang dibahas pada tesisnya kemudian membandingkan performansi dari keempat model tersebut [2].

2.2 Komoditas

Komoditas merupakan produk-produk mentah seperti logam mulia, minyak, produk makanan, dan sebagainya. Harga suatu komoditas tidak dapat diprediksi namun biasanya menunjukkan pengaruh musiman. Kelangkaan pada produk dapat menimbulkan lonjakan harga. Komoditas biasanya diperdagangkan oleh orang yang tidak membutuhkan bahan mentah melainkan hanya sebagai spekulator. Perdagangan komoditas banyak dilakukan di pasar *futures*, yaitu membuat perjanjian untuk membeli atau menjual suatu komoditas pada waktu tertentu di masa depan [6].

Pada pasar komoditas terdapat empat macam risiko antara lain [7]:

1. Risiko harga
2. Risiko transportasi
3. Risiko pengiriman
4. Risiko kredit

2.3 Kontrak *Futures*

Menurut John C. Hull[1] kontrak *futures* adalah sebuah perjanjian antara dua pihak untuk membeli atau menjual sebuah aset pada waktu tertentu di masa depan untuk harga tertentu. Kontrak *futures* pada umumnya diperdagangkan di bursa dan sudah terstandar. Untuk dua pihak yang ada dalam kontrak yang tidak tahu satu sama lain, bursa juga menawarkan sebuah mekanisme yang memberi jaminan bahwa kontrak akan terlaksana untuk kedua belah pihak.

Berdasarkan jurnal yang ditulis oleh Lisa Inawati Utomo[8] diketahui bahwa tujuan kontrak *futures* pada instrumen keuangan adalah untuk mengalihkan risiko perubahan pada harga sekuritas di masa datang dari suatu pihak ke pihak lain dalam kontrak tersebut. Karena itu instrument *futures* ini menawarkan suatu cara untuk mengatur tingkat risiko yang ada di pasar. Instrumen *futures* ini merupakan *zero-sum game* bagi pihak-pihak dalam sebuah kontrak, artinya bahwa keuntungan suatu pihak merupakan kerugian pihak lain. Pihak yang berpartisipasi di pasar *futures* dapat dibedakan menjadi dua, yaitu:

1. *Hedgers*: pihak yang memasuki sebuah kontrak untuk mencari perlindungan dari risiko perubahan harga.

2. Spekulator: pihak yang memasuki kontrak dengan harapan bahwa risiko perubahan harga dapat mendatangkan keuntungan baginya.

Jadi seorang *hedger* menghindari risiko dan melindungi dirinya dari adanya perubahan harga, sedangkan seorang spekulator bersedia menampung risiko dan berani bertaruh guna mendapatkan keuntungan yang tinggi.

2.3.1 Spesifikasi Kontrak *Futures*

Dalam membuat sebuah kontrak baru, bursa harus menspesifikasikan beberapa detail kesepakatan antara dua pihak antara lain [1]:

1. Aset
   Jika aset berupa suatu komoditas, maka ada beberapa macam kualitas yang memungkinkan untuk pasar. Bursa menentukan kelas komoditas mana yang bisa

diterima. Aset finansial pada kontrak *futures* biasanya terdefinisi dengan baik dan tidak ambigu.

2. Ukuran Kontrak
   Ukuran kontrak menspesifikasikan jumlah aset yang harus dikirim dalam satu kontrak. Jika ukuran kontrak terlalu besar, banyak investor yang ingin melakukan lindung nilai eksposur yang relatif kecil atau yang mengambil posisi spekulatif yang relatif kecil tidak akan dapat menggunakan bursa. Di sisi lain, jika ukuran kontrak terlalu kecil, perdagangan menjadi mahal karena adanya biaya terkait untuk masing-masing kontrak.

3. Pengaturan Pengiriman
   Tempat untuk pengiriman harus dispesifikasikan oleh bursa. Hal ini sangat penting untuk komoditas dengan biaya transportasi yang signifikan. Harga akan menjadi lebih tinggi untuk lokasi pengiriman yang relatif jauh dari sumber komoditas.

4. Bulan Pengiriman
   Bursa harus menspesifikasikan periode yang tepat kapan pengiriman dapat dilakukan. Sebagian besar kontrak *futures*, memiliki periode pengiriman satu bulan penuh. Bursa menspesifikasikan kapan perdagangan dalam bulan tertentu bisa dimulai dan hari terakhir untuk perdangangan yang dilakukan dalam kontrak yang diberikan. Perdagangan pada umumnya berhenti pada beberapa hari sebelum hari terakhir pengiriman dapat dilakukan.

5. Penawaran Harga
   Bursa mendefinisikan bagaimana harga yang ditawarkan. Contohnya, untuk harga minyak mentah

pada New York Merchantle Exchange berupa dollar atau sen.

6. Batas Harga dan Batas Posisi
   Pada kebanyakan kontrak, batas pergerakan harga harian dispesifikasikan oleh bursa. Tujuan dari batas harga harian adalah untuk mencegah pergerakan harga yang besar karena spekulasi yang berlebihan. Batas posisi adalah jumlah maksimum dari kontrak yang bisa dipegang oleh spekulator. Tujuan adanya batas posisi adalah untuk melindungi spekulator dari pengaruh yang tidak semestinya di pasar.

2.3.2 Terminologi dalam Kontrak *Futures*

Beberapa terminologi dalam kontrak *futures*, yaitu [9]:

1. *Underlying asset*: Sesuatu (komoditas/aset) yang disetujui kedua pihak untuk dipertukarkan.

2. *Settlement date* atau *delivery date*: Tanggal yang ditetapkan untuk melakukan transaksi

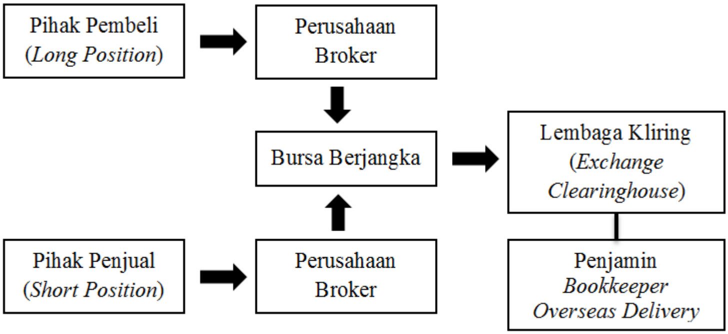
3. *Futures price*: Harga yang telah disepakati oleh kedua belah pihak yang berkepentingan untuk melakukan transaksi.

4. *Long futures* atau *long position*: Posisi dalam kontrak untuk membeli *underlying asset* di kemudian hari

5. *Short futures* atau *short position*: Posisi dalam kontrak untuk menjual *underlying asset* di kemudian hari.

6. *Clearinghouse*: Sebuah perusahaan yang terpisah tetapi terkait dengan setiap bursa.

7. Risiko basis (*basis risk*): Risiko yang dihadapi para *hedger* (investor yang menggunakan *futures* untuk



Gambar 2.1: Mekanisme *Futures*

tujuan lindung nilai) karena adanya perubahan basis yang tidak diharapkan

8. Basis: Perbedaan antara harga di pasar dengan harga *futures* dari komoditas yang akan dilindungi.

2.3.3 Mekanisme Kontrak *Futures*

Mekanisme perdagangan kontrak *futures* dapat dilihat dari Gambar 2.1. Harga suatu kontrak *futures* ditetapkan melalui persaingan terbuka antar pelaku pasar/anggota bursa melalui dua cara, yaitu [9]:

1. Sistem lelang terbuka (*open out cry*) di lantai bursa

2. Sistem perdagangan elektronik (*electronic trading system*) berbasis komputer

2.3.4 *Futures Prices* untuk Aset Komoditas

Untuk komoditas, terdapat faktor-faktor tambahan dibutuhkan untuk menetapkan harganya. Faktor-faktor tersebut meliputi biaya penyimpanan (*storage costs*) dan *convenience yields*. Produsen dan konsumen dari aset komoditas biasanya membuat persediaan selama meraka dapat memberikan sejumlah layanan. Contohnya, produsen dan konsumen industri membuat persediaan untuk meregulasi jumlah produksi dan menghindari penundaan dalam pengiriman. Biaya yang terkait dengan penyimpanan komoditas fisik disebut dengan *storage costs*, yang meliputi biaya penyimpanan dan asuransi. Pemegang dari komoditas fisik dapat menghasilkan pendapatan, yang disebut *convenience yields*, yang berkurang jika persediaan bertambah. C*onvenience yields* dapat didefinisikan sebagai keuntungan dari pemegang komoditas fisik. Contoh dari keuntungan tersebut adalah kemungkinan laba ketika terjadi kekurangan di pasar. Menyesuaikan *storage costs* dengan menambahkan biaya pendanaan dan mengurangi *convenience yields* disebut dengan *the cost of carrying* dari sebuah komoditas fisik. Ketika *the cost of carry* positif (artinya *storage costs* ditambah biaya pendanaan lebih besar daripada *convenience yield*), maka pemegang komoditas fisik akan untung. Sebagai hasilnya, *futures price* akan diatas harga pasar (pasar komoditas dalam *contango*). Sebaliknya, ketika *the cost of carry* negatif maka *futures price* akan dibawah harga pasar (pasar komoditas dalam *backwardation*).

Untuk menentukan harga kontrak *futures* dari aset komoditas, digunakan teorema fundamental pertama dari penentuan harga aset, yang menyebutkan bahwa adanya ukuran risiko netral Q menyiratkan sebuah proses harga yang *discounted no-arbitrage* dari semua klaim finansial adalah *martingales* dibawah ukuran risiko netral Q. Selama tidak ada biaya yang masuk dalam kontrak *futures*, harga minyak (harga minyak yang umum) adalah *martingales* dibawah ukuran risiko netral Q, $F(P,t) = E_t^Q(P_T)$. Hal ini mengikuti argumentasi *arbitrage*. Jika $F(P,t) < E_t^Q(P_T)$ maka investor berada dalam keuntungan dengan membeli

$F(P,t)$; sedangkan jika $F(P,t) > E_t^Q(P_T)$ maka investor akan untung dengan menjual $F(P,t)$ [2].

2.4 Model Gabillon

Persamaan diferensial model Gabillon untuk *futures prices* adalah sebagai berikut [2]:

$$(r-\delta)P\frac{\partial F}{\partial P} + \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 P^2 \frac{\partial^2 F}{\partial P^2} = 0$$

dengan,

$F(P,t)$	= harga *futures*
P	= harga pasar
r	= tingkat suku bunga
δ	= *net convenience yield*
t	= waktu
σ	= volatilitas.

Perilaku dari harga *futures* dari jatuh tempo yang menuju tak hingga menunjukkan suatu keadaan yaitu *contango* dan *backwardation.* *Contango* adalah keadaan dimana harga *futures* lebih tinggi daripada harga pasar, sedangkan *backwardation* adalah keadaan dimana harga pasar lebih tinggi daripada harga *futures* [10].

$$Contango : r + C_c - C_y > 0 \Longrightarrow \lim_{T-t\to\infty} F(P,t) = \infty$$

$$Backwardation : r + C_c - C_y < 0 \Longrightarrow \lim_{T-t\to\infty} F(P,t) = 0$$

Dan volatilitas dari harga *futures* $B(P,t)$ adalah sama dengan volatilitas dari harga minyak

$$B(P,t) = \sigma P\frac{\partial F}{\partial P} = \sigma F.$$

2.5 Lemma Itô

Lemma Itô dapat didefinisikan sebagai versi stokastik dari aturan rantai sebuah variabel deterministik. Lemma Itô terkait dengan perubahan kecil dalam fungsi dari variabel acak dan perubahan kecil dalam variabel acak itu sendiri [2]. Lemma Itô: Diberikan $f(P,t)$ yaitu fungsi dari t dan stokastik proses P dimana

$$dP = \mu(P,t)dt + \sigma(P,t)dZ.$$

Variasi dari proses dependen $df(P,t)$ dapat dideskripsikan sebagai

$$\begin{aligned} df(P,t) = & \left[\mu(P,t)\frac{\partial f(P,t)}{\partial P} + \frac{\partial f(P,t)}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 P^2 \frac{\partial^2 f(P,t)}{\partial P^2}\right] dt \\ & + \sigma(P,t)\frac{\partial f(P,t)}{\partial P} dZ. \end{aligned}$$

2.6 *Return*

Return adalah total keuntungan atau kerugian pada investasi dalam periode waktu tertentu [11]. Secara umum terdapat dua macam *return* antara lain:

1. *Return* Aset Total
   Return aset total, atau biasa disebut *return* investasi yaitu pengukuran keefektifan manajemen dalam menghasilkan laba dengan aset yang tersedia. *Return* aset total dapat dihitung dengan

   $$\textit{Return}\text{ aset total} = \text{laba pemegang aset} \div \text{aset total}$$

2. *Return* Ekuitas
   Return ekuitas yaitu pengukuran pengembalian yang diperoleh pemegang aset investasi pada sebuah perusahaan. *Return* ekuitas dapat dihitung dengan

$$\textit{Return} \text{ ekuitas} = \text{laba pemegang aset} \div \text{ekuitas aset}$$

Selain dua jenis *return* secara umum yang telah disebutkan sebelumnya, terdapat beberapa jenis *return* yang lain, diantaranya:

1. *Return* Saham
   Return saham adalah tingkat pengembalian yang akan diperoleh investor setelah menanamkan dananya di pasar saham. *Return* saham didefinisikan sebagai berikut [6]:

   $$R_t = \frac{S_t - S_{t-1}}{S_{t-1}}$$

   dengan,
   R_t = *return* saham pada waktu t
   S_t = harga saham aktual pada waktu t
   S_{t-1} = harga saham aktual pada waktu $t-1$

2. *Return* Minyak Mentah
   Return minyak mentah didefinisikan sebagai berikut [12]:

   $$R_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$$

   dengan,
   R_t = *return* minyak mentah pada waktu t
   P_t = harga minyak mentah aktual pada waktu t
   P_{t-1} = harga minyak mentah aktual pada waktu $t-1$

3. *Return* Portofolio
   Return portofolio adalah *return* yang didapatkan oleh pemegang portofolio atau dapat didefinisikan sebagai perubahan harga pada portofolio dibagi dengan harga

awal dari portofolio. *Return* portofolio didefinisikan sebagai berikut [13]:

$$R_t = \frac{d\pi_t}{\pi_t}$$

dengan,

R_t = *return* portofolio pada waktu t
$d\pi_t$ = perubahan harga portofolio selama waktu t
π_t = harga portofolio pada waktu t

2.7 Distribusi Normal dan Distribusi Gamma

Variabel acak X dikatakan berdistribusi normal jika memiliki *probability density function* berikut [14]

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{1}{2}(\frac{x-\mu}{\sigma})^2}, \quad -\infty < x < \infty$$

dimana $-\infty < \mu < \infty$ dan $0 < \sigma^2 < \infty$ adalah parameter yang berubah-ubah. X berdistribusi normal dengan parameter μ dan σ^2 dapat ditulis $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

Fungsi gamma didefinisakan sebagai

$$\Gamma(z) = \int_0^\infty x^{z-1} e^{-x} dx$$

dimana z adalah bilangan real positif ($z > 0$). Kondisi $z > 0$ diasumsikan untuk integral yang konvergen.

Halaman ini sengaja dikosongkan.

BAB III
METODE PENELITIAN

Langkah-langkah sistematis yang dilakukan dalam proses pengerjaan Tugas Akhir ini sebagai berikut:

3.1 Tahap Penelitian

Berikut adalah tahap-tahap yang dilakukan dalam penyelesaian Tugas Akhir ini.

1. Studi Literatur
   Pada tahap ini dilakukan pencarian dan pengumpulan referensi yang menunjang penelitian. Referensi yang dipakai adalah buku-buku literatur, jurnal ilmiah, tugas akhir atau thesis yang berkaitan dengan permasalahan, maupun artikel dari internet. Dengan tujuan untuk mempelajari lebih mendalam mengenai kontrak *futures* komiditas minyak mentah, persamaan diferensial model Gabillon yang berkaitan dengan *convenience yield*, *cost of carrying*, dan asumsi-asumsi lain yang digunakan untuk mendapatkan model harga kontrak *futures*, serta penyelesaian dari model tersebut.

2. Pembentukan Sistem Persamaan Diferensial Model Gabillon
   Pada tahap ini, sistem persamaan diferensial model Gabillon akan dibentuk dengan langkah-langkah sebagai berikut:

   (a) Penyusunan portofolio kontrak *futures* berdasarkan *Stochastic Differensial Equation*

(b) Pembentukan persamaan diferensial untuk kontrak *futures* komoditas minyak mentah dengan menggunakan Lemma Itô dan deret Taylor

(c) Pembentukan sistem persamaan diferensial dari langkah no. 2 dengan kondisi-kondisi batas yang berhubungan

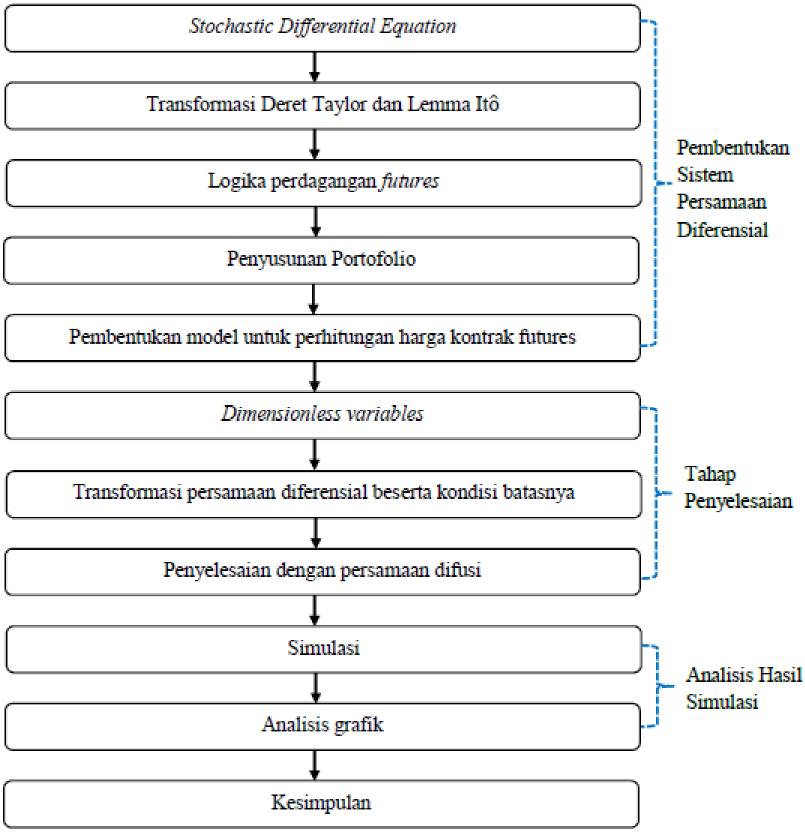
3. Tahap Penyelesaian
   Pada tahap ini, sistem persamaan diferensial model Gabillon yang telah terbentuk diselesaikan secara analitik. Penyelesaian secara analitik dilakukan dengan melakukan transformasi persamaan diferensial yang telah didapat sebelumnya serta dilakukan transformasi terhadap kondisi batas yang berhubungan. Transformasi persamaan diferensial dilakukan melalui tahap transformasi model kedalam bentuk non-dimensional dan dengan persamaan difusi.

4. Analisis Hasil Simulasi
   Pada tahap ini dilakukan analisis terhadap hasil simulasi perhitungan harga kontrak *futures* komoditas minyak mentah dengan model Gabillon. *Software* yang digunakan untuk simulasi yaitu *software* MATLAB R2010a.

5. Penarikan Kesimpulan
   Setelah menemukan penyelesaian dari sistem persamaan diferensial model Gabillon, maka selanjutnya dilakukan penarikan kesimpulan dari pembahasan yang telah dilakukan sebelumnya, serta pemberian saran sebagai bahan masukan untuk penelitian lebih lanjut.

3.2 Alur Penelitian

Alur penelitian dalam Tugas Akhir ini seperti yang disajikan pada Gambar 3.1.



Gambar 3.1: Diagram Alir Metode Penelitian

Halaman ini sengaja dikosongkan.

BAB IV
ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini dijelaskan mengenai langkah-langkah dalam pembentukan persamaan diferensial model Gabillon berdasarkan *Stochastic Differensial Equation* yang mengikuti GBM (*Geometric Brownian Motion*) serta langkah-langkah dalam mencari solusi analitik dari persamaan diferensial model Gabillon untuk mendapatkan harga kontrak *futures* komoditas minyak mentah.

4.1 Pembentukan Persamaan Diferensial Model Gabillon

Pada tahap ini dibahas bagaimana pembentukan persamaan diferensial Model Gabillon untuk perhitungan harga kontrak *futures* komoditas minyak mentah dengan tiga langkah.

4.1.1 Membentuk persamaan perubahan harga *futures* dengan Lemma It$\hat{o}$

Gabillon mengasumsikan bahwa harga minyak mengikuti *Stochastic Differential Equation* sebagai berikut:

$$dP = \mu(P,t)dt + \sigma(P,t)dZ \tag{4.1}$$

dimana $\mu(P,t)$ dan $\sigma(P,t)$ adalah suatu fungsi P (harga minyak) dan t (waktu). Jika $F(P,t)$ adalah harga *futures* dengan waktu jatuh tempo T, maka perubahan harga *futures* (dF) dapat ditentukan dengan menggunakan deret Taylor dan lemma Itô. Deret Taylor untuk harga kontrak *futures* yaitu

$$
\begin{aligned}
F(P+dP,t+dt) &= F(P,t)+\frac{\partial F(P,t)}{\partial P}dP+\frac{\partial F(P,t)}{\partial t}dt+\\
&\quad \frac{1}{2!}\left[\frac{\partial^2 F(P,t)}{\partial P^2}(dP)^2+2\frac{\partial^2 F(P,t)}{\partial P\partial t}dPdt\right.\\
&\quad \left.+\frac{\partial^2 F(P,t)}{\partial t^2}(dt)^2\right]+...
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
F(P+dP,t+dt)-F(P,t) &= \frac{\partial F(P,t)}{\partial P}dP+\frac{\partial F(P,t)}{\partial t}dt+\\
&\quad \frac{1}{2}\frac{\partial^2 F(P,t)}{\partial P^2}(dP)^2+\\
&\quad \frac{\partial^2 F(P,t)}{\partial P\partial t}dPdt+\\
&\quad \frac{1}{2}\frac{\partial^2 F(P,t)}{\partial t^2}(dt)^2+...
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
dF(P,t) &= \frac{\partial F(P,t)}{\partial P}dP+\frac{\partial F(P,t)}{\partial t}dt+\frac{1}{2}\frac{\partial^2 F(P,t)}{\partial P^2}(dP)^2\\
&\quad +\frac{\partial^2 F(P,t)}{\partial P\partial t}dPdt+\frac{1}{2}\frac{\partial^2 F(P,t)}{\partial t^2}(dt)^2+...
\end{aligned}
$$

Diambil sampai orde ke-2 didapatkan persamaan untuk perubahan harga *futures* berikut

$$
\begin{aligned}
dF(P,t) &= \frac{\partial F(P,t)}{\partial P}dP+\frac{\partial F(P,t)}{\partial t}dt+\frac{1}{2}\frac{\partial^2 F(P,t)}{\partial P^2}(dP)^2\\
&\quad +\frac{\partial^2 F(P,t)}{\partial P\partial t}dPdt+\frac{1}{2}\frac{\partial^2 F(P,t)}{\partial t^2}(dt)^2 \qquad (4.2)
\end{aligned}
$$

Untuk menuju Lemma Itô digunakan suatu pernyataan yaitu $(dX)^2 \to dt$ dan $dt \to 0$ [8] sehingga deret Taylor dari

Persamaan (4.2) menjadi

$$dF(P,t) = \frac{\partial F(P,t)}{\partial P}dP + \frac{\partial F(P,t)}{\partial t}dt + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 F(P,t)}{\partial P^2}(dP)^2 \tag{4.3}$$

selanjutnya dengan menggunakan Persamaan (4.1) diperoleh

$$\begin{aligned} (dP)^2 &= (\mu(P,t)dt + \sigma(P,t)dZ)^2 \\ &= \mu(dt)^2 + 2\mu\sigma dtdZ + \sigma^2(dZ)^2 \\ &= \sigma^2 dt \end{aligned} \tag{4.4}$$

substitusi Persamaan (4.1) dan (4.4) ke Persamaan (4.3) sehingga menjadi

$$\begin{aligned} dF(P,t) &= \frac{\partial F(P,t)}{\partial P}(\mu(P,t)dt + \sigma(P,t)dZ) + \frac{\partial F(P,t)}{\partial t}dt \\ &\quad + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 F(P,t)}{\partial P^2}\sigma^2 dt \\ &= \left(\mu\frac{\partial F(P,t)}{\partial P} + \frac{\partial F(P,t)}{\partial t} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 F(P,t)}{\partial P^2}\sigma^2\right)dt \\ &\quad + \sigma\frac{\partial F(P,t)}{\partial P}dZ. \end{aligned} \tag{4.5}$$

Persamaan (4.5) adalah Lemma It$\hat{o}$ yang menunjukan perubahan kecil dari variabel acak sebuah fungsi ke perubahan kecil pada variabel itu sendiri. Persamaan (4.5) dapat ditulis sebagai

$$dF = A(P,t)dt + B(P,t)dZ \tag{4.6}$$

dimana

$$A(P,t) = \mu(P,t)\frac{\partial F(P,t)}{\partial P} + \frac{\partial F(P,t)}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2(P,t)\frac{\partial^2 F(P,t)}{\partial P^2} \tag{4.7}$$

dan

$$B(P,t) = \sigma(P,t)\frac{\partial F(P,t)}{\partial P}. \tag{4.8}$$

4.1.2 Penyusunan portofolio I

Portofolio pertama terdiri dari satu kontrak *futures* dengan nilai V_1 dan jatuh tempo T_1 dan x kontrak *futures* dengan nilai V_2 dan jatuh tempo T_2. Nilai untuk pertofolio pertama tersebut adalah

$$\pi_1 = V_1(P,t;T_1) + xV_2(P,t;T_2) \tag{4.9}$$

dengan menggunakan persamaan perubah harga kontrak *futures* pada Persamaan (4.6) dimana $dV = dF$ maka diperoleh perubahan nilai untuk portofolio pertama

$$\begin{aligned} d\pi_1 &= dV_1(P,t;T_1) + xdV_2(P,t;T_2) \\ &= (A(P,t;T_1)dt + B(P,t;T_1)dZ) + x(A(P,t;T_2)dt \\ &\quad +B(P,t;T_2)dZ) \\ &= (A(P,t;T_1) + xA(P,t;T_2))dt + (B(P,t;T_1) \\ &\quad +xB(P,t;T_2))dZ \end{aligned} \tag{4.10}$$

x dapat dipilih agar portofolio tersebut tanpa risiko, sehingga nilai *return* dari portofolio harus sama dengan nol. Maka

$$A(P,t;T_1) + xA(P,t;T_2) = 0 \tag{4.11}$$

$$B(P,t;T_1) + xB(P,t;T_2) = 0 \tag{4.12}$$

dari persamaan (4.11) dan (4.12) didapatkan
$x = \dfrac{-A(P,t;T_1)}{A(P,t;T_2)}$ dan $x = \dfrac{-B(P,t;T_1)}{B(P,t;T_2)}$
sehingga

$$A(P,t;T_1) = \frac{A(P,t;T_2)}{B(P,t;T_2)}B(P,t;T_1) \tag{4.13}$$

Persamaan (4.13) bernilai sama dengan

$$A(P,t) = \lambda(P,t)B(P,t) \tag{4.14}$$

untuk setiap jatuh tempo T dimana $\lambda(P,t)$ adalah fungsi dari P dan t yang independen. $\lambda(P,t)$ adalah suatu fungsi yang menginterpretasikan risiko harga pasar.

4.1.3 Penyusunan portofolio II

Untuk mengeliminasi risiko [6], dilakukan penyusunan portofolio kedua yang terdiri dari satu barrel minyak dengan harga P dan x kontrak *futures* dengan jatuh tempo T. Nilai untuk portofolio tersebut adalah

$$\pi_2 = P + xF(P,t) \tag{4.15}$$

x dapat dipilih agar portofolio tersebut tanpa risiko, tetapi terdapat *cost of carry* dari minyak (termasuk biaya penyimpanan minimal) yang harus dibayarkan oleh pemegang portofolio pada *marginal cost* C_c dimana C_c bernilai konstan dan positif. Selain itu terdapat *convenience yield* yang diterima oleh pemegang portofolio pada *marginal cost* C_y dimana C_y diasumsikan konstan. Oleh karena itu, dengan menggunakan Persamaan (4.1) dan (4.6) maka perubahan nilai untuk portofolio yang kedua

$$\begin{aligned} d\pi_2 &= dP + xdF(P,t) + (C_y - C_c)Pdt \\ &= (\mu(P,t)dt + \sigma(P,t)dZ) + x(A(P,t)dt \\ &\quad +B(P,t)dZ) + \delta Pdt \\ &= (\mu(P,t) + xA(P,t) + \delta P)dt + (\sigma(P,t) \\ &\quad +xB(P,t))dZ \end{aligned} \tag{4.16}$$

dimana $\delta = C_y - C_c$ adalah *net convenience yield.* Dengan konsep *arbitrage* dan mekanisme permintaan dan penawaran dengan asumsi tidak ada biaya transaksi, maka *return* dari portofolio yang diinvestasikan pada aset yang tanpa risiko dipandang sama dengan r pada waktu dt [2]. Sehingga diperoleh

$$\begin{aligned}\frac{d\pi_2}{\pi_2} &= rdt \\ \frac{(\mu(P,t)+xA(P,t)+\delta P)dt}{\pi_2} &= rdt \\ \frac{\mu(P,t)+xA(P,t)+\delta P}{\pi_2} &= r \qquad (4.17)\end{aligned}$$

dimana $\pi_2 = P + xF(P,t)$, karena tidak ada biaya yang masuk pada kontrak *futures* maka Persamaan (4.17) menjadi

$$\frac{d\pi_2}{\pi_2} = \frac{\mu(P,t)+xA(P,t)+\delta P}{P} = r \qquad (4.18)$$

dan

$$\begin{aligned}\sigma(P,t)+xB(P,t) &= 0 \\ B(P,t) &= \frac{-\sigma(P,t)}{x} \qquad (4.19)\end{aligned}$$

dengan mensubstitusikan Persamaan (4.14) dan (4.19) ke Persamaan (4.18) maka persamaan tersebut menjadi

$$\lambda(P,t) = \frac{\mu(P,t)-(r-\delta)P}{\sigma(P,t)}. \qquad (4.20)$$

Diasumsikan harga minyak mengikuti distribusi lognormal-stasioner sehingga $\sigma(P,t) = \sigma P$. Dengan mensubstitusikan Persamaan (4.7), (4.8), dan (4.20) ke dalam Persamaan (4.14) maka diperoleh persamaan diferensial untuk harga kontrak *futures* yaitu

$$(r-\delta)P\frac{\partial F}{\partial P} + \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 P^2 \frac{\partial^2 F}{\partial P^2} = 0 \qquad (4.21)$$

.

4.2 Penyelesaian Persamaan Diferensial Model Gabillon

Persamaan diferensial model Gabillon untuk harga kontrak *futures* yaitu seperti pada Persamaan (4.21) dengan kondisi batas $F(P,T) = P$ [2]. Persamaan (4.21) terlihat seperti persamaan difusi, tetapi untuk F yang diturunkan terhadap P dan P^2 menimbulkan koefisien yang tidak konstan. Untuk menghilangkan $P\dfrac{\partial F}{\partial P}$ dan $P^2\dfrac{\partial^2 F}{\partial P^2}$ dapat dilakukan dengan mendefinisikan variabel non-dimensional (*dimensionless variables*) berikut

$$P = e^x, \quad t = T - \tau/\frac{1}{2}\sigma^2, \quad F = f(x,\tau) \tag{4.22}$$

dan persamaan diferensial pada Persamaan (4.21) dapat diselesaikan dengan mengacu pada literatur [13].

Model Gabillon mengandung fungsi $F(P,t)$, sehingga diperlukan bentuk non-dimensional turunan dari $F(P,t)$ terhadap waktu t sebagai berikut:

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \frac{-\sigma^2}{2}\frac{\partial f}{\partial \tau} \tag{4.23}$$

sedangkan bentuk non-dimensional turunan pertama $F(P,t)$ terhadap harga minyak P adalah

$$\frac{\partial F}{\partial P} = \frac{1}{e^x}\frac{\partial f}{\partial x} \tag{4.24}$$

dan bentuk non-dimensional turunan kedua $F(P,t)$ terhadap harga minyak P dinyatakan sebagai

$$\frac{\partial^2 F}{\partial P^2} = -\frac{1}{e^{2x}}\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{1}{e^{2x}}\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}. \tag{4.25}$$

Melalui substitusi Persamaan (4.23 - 4.25) kedalam Persamaan (4.21) diperoleh persamaan diferensial model

Gabillon non-dimensional berikut

$$\frac{\partial f}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + (k-1)\frac{\partial f}{\partial x} \tag{4.26}$$

dimana $k = \dfrac{(r-\delta)}{\frac{1}{2}\sigma^2}$.

Model Gabillon non-dimensional mengandung $f(x,\tau)$ yang dimisalkan dengan $f(x,\tau) = e^{\alpha x+\beta\tau}u(x,\tau)$ sehingga diperlukan turunan pertama dari $f(x,\tau)$ terhadap τ sebagai berikut:

$$\frac{\partial f}{\partial \tau} = e^{\alpha x+\beta\tau}\left(\beta u(x,\tau) + \frac{\partial u}{\partial \tau}\right) \tag{4.27}$$

sedangkan turunan pertama dari $f(x,\tau)$ terhadap x adalah

$$\frac{\partial f}{\partial x} = e^{\alpha x+\beta\tau}\left(\alpha u(x,\tau) + \frac{\partial u}{\partial x}\right) \tag{4.28}$$

dan turunan kedua dari $f(x,\tau)$ terhadap x dinyatakan sebagai

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = e^{\alpha x+\beta\tau}\left(\alpha^2 u(x,\tau) + 2\alpha\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right). \tag{4.29}$$

Melalui substitusi Persamaan (4.27 - 4.29) kedalam Persamaan (4.26) diperoleh

$$\beta u + \frac{\partial u}{\partial \tau} = \alpha^2 u + 2\alpha\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (k-1)\left(\alpha u + \frac{\partial u}{\partial x}\right) \tag{4.30}$$

Dipilih $\beta = \alpha^2 + (k-1)\alpha$ yang tidak mengandung u dan $0 = 2\alpha + (k-1)$ untuk mengeliminasi $\dfrac{\partial u}{\partial x}$, maka didapatkan $\alpha = -\frac{1}{2}(k-1)$ dan $\beta = -\frac{1}{4}(k-1)^2$, sehingga diperoleh persamaan

$$f = e^{-\frac{1}{2}(k-1)x-\frac{1}{4}(k-1)^2\tau}u(x,\tau) \tag{4.31}$$

dimana

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; -\infty < x < \infty, \tau > 0. \tag{4.32}$$

Setelah dilakukan penurunan terhadap Persamaan (4.32) seperti yang tercantum pada Lampiran A, maka untuk mendapatkan solusi $u(x,\tau)$ dapat digunakan persamaan berikut:

$$u(x,\tau) = \frac{1}{2\sqrt{\pi\tau}} \int_{-\infty}^{\infty} u_0(s) e^{-(x-s)^2/4\tau} ds \tag{4.33}$$

Pada Persamaan (4.33) bentuk $e^{\frac{-(x-s)^2}{4\tau}}$ dapat diubah menjadi $e^{-\frac{(s-x)^2}{(\sqrt{2\tau})^2}\cdot\frac{1}{2}}$, selanjutnya dengan menggunakan variabel $x' = \frac{(s-x)}{\sqrt{2\tau}}$ maka $e^{-\frac{(s-x)^2}{(\sqrt{2\tau})^2}\cdot\frac{1}{2}}$ menjadi $e^{-\frac{1}{2}(x')^2}$ dan ds menjadi $\sqrt{2\tau}dx'$ sehingga Persamaan (4.33) menjadi

$$u(x,\tau) = \frac{1}{2\sqrt{\pi\tau}} \int_{-\infty}^{\infty} u_0(s) e^{-\frac{1}{2}(x')^2} \sqrt{2\tau}\ dx' \tag{4.34}$$

Kondisi batas pada saat tanggal jatuh tempo adalah $f(x,0) = e^x$, maka nilai kontrak *futures* memenuhi persamaan

$$u(x,0) = u_0(x) = e^{\frac{1}{2}(k+1)x} \tag{4.35}$$

Jika dilakukan substitusi nilai $s = x + \sqrt{2\tau}x'$ ke dalam x pada Persamaan (4.35) maka Persamaan (4.34) berubah menjadi

$$\begin{aligned} u(x,\tau) &= \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} u_0(x + \sqrt{2\tau}x') e^{-\frac{1}{2}(x')^2} dx' \\ &= \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}(k+1)(x+\sqrt{2\tau}x')} e^{-\frac{1}{2}(x')^2} dx' \\ &= \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{1}{2}(k+1)x - \frac{1}{2}(x' - \frac{1}{2}(k+1)\sqrt{2\tau})^2 + \frac{1}{4}(k+1)^2\tau} dx' \\ &= e^{\frac{1}{2}(k+1)x + \frac{1}{4}(k+1)^2\tau} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}(x' - \frac{1}{2}(k+1)\sqrt{2\tau})^2} dx' \\ &= e^{\frac{1}{2}(k+1)x + \frac{1}{4}(k+1)^2\tau} I \end{aligned} \tag{4.36}$$

dimana I bernilai 1 karena I merupakan pdf (*probability density function*) dari distribusi normal dengan mean $\frac{1}{2}(k+1)\sqrt{2\tau}$ dan varian 1, atau dapat ditulis $N(\frac{1}{2}(k+1)\sqrt{2\tau}, 1)$. Untuk pembuktian bahwa I merupakan pdf distribusi normal dapat dilihat pada Lampiran B.

Melalui Persamaan (4.31) dan (4.36) diperoleh

$$f = e^{x+\tau k} \tag{4.37}$$

dengan $x = \ln P$, $\tau = \dfrac{(T-t)}{\frac{\sigma^2}{2}}$, dan $k = \dfrac{(r-\delta)}{\frac{1}{2}\sigma^2}$ maka solusi persamaan diferensial model Gabillon untuk harga kontrak *futures* adalah

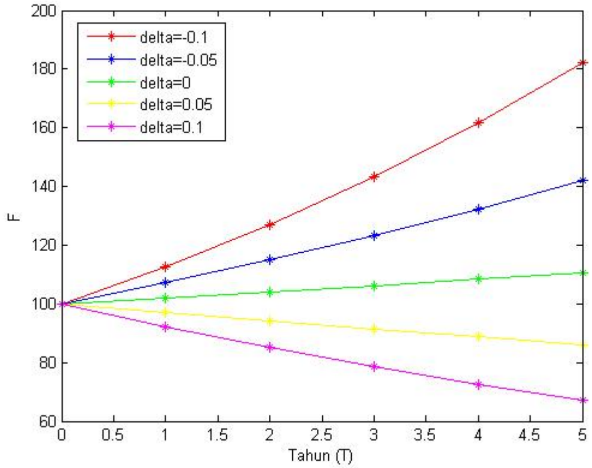
$$F = Pe^{(T-t)(r-\delta)} \tag{4.38}$$

4.3 Analisis Hasil Simulasi Perhitungan Harga Kontrak *Futeres* dengan Model Gabillon

Simulasi pertama untuk perhitungan harga kontrak *futures* dilakukan dengan mengambil parameter harga minyak mentah (P) 100\$, tingkat suku bunga (r) 0.02, dan *net convenience yield* (δ) sebesar -0.1, -0.05, 0, 0.05, dan 0.1 untuk beberapa waktu jatuh tempo ($\tau = T - t$) selama 5 tahun. Hasil perhitungan harga kontrak *futures* untuk simulasi yang pertama terlihat pada Tabel 4.1. Harga kontrak *futures* pada Tabel 4.1 dapat ditunjukkan dalam bentuk grafik seperti terlihat pada Gambar 4.1. Gambar 4.1 menyajikan grafik hasil perhitungan harga kontrak *futures* komoditas minyak mentah dengan *net convenience yield* yang bernilai positif dan negatif serta masa kontrak yang berbeda. Dari grafik terlihat bahwa semakin lama masa kontrak, harga kontrak *futures* semakin menurun pada *net convenience yield* yang bernilai positif. Sedangkan pada *net convenience yield* yang bernilai nol dan negatif, semakin lama masa kontrak, harga kontrak *futures* semakin meningkat. Pada masa kontrak yang sama, nilai *net convenience yield* yang semakin tinggi menghasilkan harga kontrak *futures* yang semakin rendah.

Tabel 4.1: Hasil Perhitungan Harga Kontrak *futures* dengan δ Positif dan Negatif serta T yang Berbeda

delta (δ)	Waktu Jatuh Tempo (T)	Harga *Futures* (F)
-0.1	1	112.75
	2	127.125
	3	143.333
	4	161.607
	5	182.212
-0.05	1	107.251
	2	115.027
	3	123.368
	4	132.313
	5	141.907
0	1	102.02
	2	104.081
	3	106.184
	4	108.329
	5	110.517
0.05	1	97.0446
	2	94.1765
	3	91.3931
	4	88.692
	5	86.0708
0.1	1	92.3116
	2	85.2144
	3	78.6628
	4	72.6149
	5	67.032

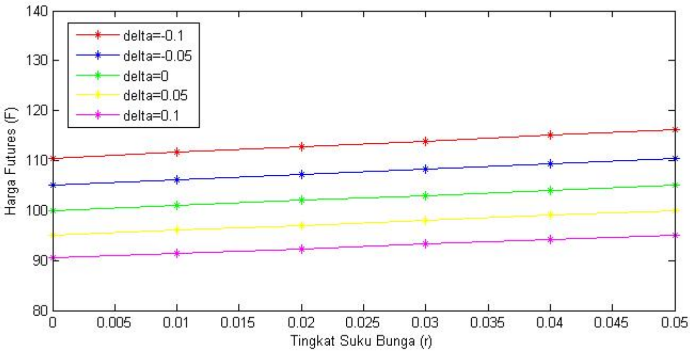


Gambar 4.1: Grafik Harga Kontrak *futures* dengan δ Positif dan Negatif serta T yang Berbeda

Simulasi selanjutnya untuk perhitungan harga kontrak *futures* dilakukan dengan mengambil parameter harga minyak mentah (P) 100$, waktu jatuh tempo ($\tau = T - t$) selama 1 tahun, dan *net convenience yield* (δ) sebesar -0.1, -0.05, 0, 0.05, dan 0.1 untuk beberapa tingkat suku bunga (r) yang berbeda. Hasil perhitungan harga kontrak *futures* untuk simulasi yang kedua terlihat pada Tabel 4.2. Harga kontrak *futures* pada Tabel 4.2 dapat ditunjukkan dalam bentuk grafik seperti terlihat pada Gambar 4.2. Gambar 4.2 menyajikan grafik hasil perhitungan harga kontrak *futures* komoditas minyak mentah dengan *net convenience yield* yang bernilai positif dan negatif serta tingkat suku bunga yang berbeda. Dari grafik terlihat bahwa semakin tinggi tingkat suku bunga, harga kontrak *futures* semakin meningkat pada *net convenience yield* yang bernilai positif maupun negatif. Nilai *net convenience yield* yang semakin tinggi menghasilkan harga kontrak *futures* yang semakin rendah untuk tingkat suku bunga yang sama.

Tabel 4.2: Hasil Perhitungan Harga Kontrak *futures* dengan δ Positif dan Negatif serta r yang Berbeda

delta (δ)	Tingkat Suku Bunga (r)	Harga *Futures* (F)
-0.1	0.01	111.628
	0.02	112.75
	0.03	113.883
	0.04	115.027
	0.05	116.183
-0.05	0.01	106.184
	0.02	107.251
	0.03	108.329
	0.04	109.417
	0.05	110.517
0	0.01	101.005
	0.02	102.02
	0.03	103.045
	0.04	104.081
	0.05	105.127
0.05	0.01	96.0789
	0.02	97.0446
	0.03	98.0199
	0.04	99.005
	0.05	100
0.1	0.01	91.3931
	0.02	92.3116
	0.03	93.2394
	0.04	94.1765
	0.05	95.1229



Gambar 4.2: Grafik Harga Kontrak *futures* dengan δ Positif dan Negatif serta r yang Berbeda

Solusi dari persamaan diferensial model Gabillon untuk perhitungan harga kontrak *futures* komoditas minyak mentah yang telah didapatkan sebelumnya dapat menjelaskan keadaan *contango* dan *backwardation*. Nilai *net convenience yield* yang positif artinya *cost of carry* minyak mentah lebih rendah dari pada *convenience yield* sehingga pasar dalam keadaan *backwardation*, sebaliknya nilai *net convenience yield* yang negatif artinya *cost of carry* minyak mentah lebih tinggi dari pada *convenience yield* sehingga pasar dalam keadaan *contango*.

Contango adalah suatu kondisi di mana harga *futures* melampaui harga saat ini yang diharapkan (harga pasar), sehingga kurva *futures* akan berbentuk menjorok miring ke atas. *Backwardation* adalah kondisi sebaliknya, di mana harga pasar melampaui harga *futures*, dan kurva *futures* menjorok miring ke bawah. Pemahaman tentang *contango* dan *backwardation* sangat penting bagi para pelaku pasar komoditas, termasuk khususnya pasar *futures* untuk minyak. Kondisi *backwardation* merupakan kondisi yang tepat untuk mengeksekusi kontrak *futures* bagi pemegang kontrak. Kondisi *backwardation* adalah kondisi yang diharapkan oleh spekulator sebagai posisi pembeli komoditas, sehingga memberikan kesempatan kepada spekulator untuk mengambil keuntungan sebesar mungkin melalui transaksi komoditas. Selain bagi spekulator, kondisi *backwardation* juga memberikan keuntungan bagi *hedger* sebagai posisi pembeli komoditas karena dapat melindungi dari risiko perubahan harga. Sedangkan kondisi *contango* merupakan kondisi yang tidak diharapkan oleh pemegang kontrak karena harga kontrak lebih mahal bila dibandingakan dengan harga pasar, sehingga pemegang kontrak *futures* sebaiknya tidak mengksekusi kontrak pada kondisi *contango.*

Halaman ini sengaja dikosongkan.

BAB V
PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan analisis dan pembahasan pada bab sebelumnya, diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Dari sistem persamaan diferensial untuk perhitungan harga kontrak *futures* sebagai berikut:

$$\begin{cases} (r-\delta)P\dfrac{\partial F}{\partial P} + \dfrac{\partial F}{\partial t} + \dfrac{1}{2}\sigma^2 P^2 \dfrac{\partial^2 F}{\partial P^2} = 0 \\ F(P,T) = P. \end{cases}$$

   didapatkan solusi analitik untuk harga kontrak *futures* yaitu

$$F = Pe^{(T-t)(r-\delta)}.$$

2. Berdasarkan hasil simulasi dapat disimpulkan bahwa nilai *net convenience yield* yang semakin tinggi menghasilkan harga kontrak *futures* yang semakin rendah pada masa kontrak dan tingkat suku bunga yang sama.

5.2 Saran

Tugas Akhir ini hanya membahas perhitungan harga kontrak *futures* dengan model satu faktor yaitu harga minyak. Untuk penelitian selanjutnya penulis memberikan saran untuk membahas mengenai perhitungan harga kontrak *futures* dengan model dua faktor yaitu harga minyak dan harga jangka panjang dari minyak.

Halaman ini sengaja dikosongkan.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Hull, J. C. 2009. **Options, Futures and Other Derivatives 7th Edition**. England: John Wiley Sons, Ltd

[2] Oud, M. A. A. A. 2014. **The Dynamics of Oil Prices and Valuation of Oil Derivatives**. University of Wollongong Thesis Collection.

[3] Wang, Z. 2011. **Commodity Derivatives Modeling and Pricing. Economies and Finances**. Nationale Superieure des Mines de Paris.

[4] Haseeb, H. 2013. **A Comparison of Models for Oil Futures**. U.U.D.M Project Repot 2013:22. Department of Mathematics Uppsala University.

[5] Chow, Y-F., McAleer, M., Sequeira, J. M. 2000. **Pricing of Forward and Futures Contracts**. Journal of Economic Surveys Vol. 14, No. 2

[6] Wilmott, P. 2007. **Introduces Quantitative Finance Second Edition**. England: John Wiley Sons, Ltd

[7] Geman, H. C. 2005. **Commodities and Commodity Derivatives**. New Jersey: Pearson Education

[8] Utomo, L. I. 2000. **Instrumen Derivatif: Pengenalan dalam Strategi Manajemen Risiko Perusahaan**. Jurnal Akutansi Keuangan Vol 2, No. 1.

[9] Reilly, K. F. dan Brown, K. C. 1997. **Investment Analysis and Portfolio Management 5th Edition**. Orlando: The Dryden Press.

[10] Perchanok, K. 2012. **Future Spreads: Theory and Praxis**. Doctoral thesis. The University of Northampton.

[11] Gitman L. J. dan Zutter C. J. 2012. **Principles of Managerial Finance 13th Edition**. USA: The Prentice Hall

[12] Tsay, R. S. 2006. **Analysis of Financial Time Series**. Financial Econometrics, University of Chicago.

[13] Wilmott, P., Howison, S., Dewynne, J. 1995. **The Mathematics of Financial Derivatives**. New York: Press Syndicate of the University of Cambridge.

[14] Sahoo, P. 1995. **Probability and Mathematical Statistics**. Department of Mathematics University of Louisville.

LAMPIRAN A
Solusi Persamaan Difusi

Berikut ini adalah penurunan persamaan difusi dari Persamaan (4.32) untuk mendapatkan solusi untuk $u(x, \tau)$:

Langkah pertama dilakukan untuk menentukan solusi $u(x, \tau)$ pada batas $x, \tau > 0$.

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; x, \tau > 0$$

dengan syarat awal $u(x, 0) = 0$ dan syarat batas $u(x, \tau) = 1$. Berlaku $u \to 0$ selama $x \to \infty$. Solusi $u(x, \tau)$ dapat ditentukan melalui permisalan $\xi = \frac{x}{\sqrt{\tau}}$, sehingga persamaan $u(x, \tau) = U(\xi)$. Jika turunan pertama u terhadap τ adalah $\frac{\partial u}{\partial \tau} = -\frac{1}{2\tau} u'(\xi)$ dan turunan kedua u terhadap x adalah $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{\tau} u"(\xi)$, maka persamaan difusi diatas berubah menjadi

$$u"(\xi) + \frac{1}{2} \xi u'(\xi) = 0.$$

Dengan menggunakan faktor pengintegral, didapatkan $u'(\xi) = Ce^{-\frac{\xi^2}{4}}$ untuk C yang konstan. Jika $u'(\xi)$ diintegralkan, maka diperoleh

$$\begin{aligned} U(\xi) &= C \int_0^{\xi} e^{-s^2/4} ds + D \\ &= C \left(\int_0^{\infty} e^{-s^2/4} ds - \int_{\xi}^{\infty} e^{-s^2/4} ds \right) + D \\ &= C \left(\sqrt{\pi} - \int_{\xi}^{\infty} e^{-s^2/4} ds \right) + D \end{aligned}$$

dimana D bernilai konstan. Jika nilai $U(0) = 1$ dan $U(\infty) = 0$, maka didapatkan

$$U(\xi) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\xi}^{\infty} e^{-s^2/4} ds$$

sehingga

$$u(x,\tau) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\frac{x}{\sqrt{\tau}}}^{\infty} e^{-s^2/4} ds.$$

Selanjutnya ditentukan solusi $u_\delta(x,\tau)$ dengan

$$u_\delta(x,\tau) = \tau^{-1/2} U_\delta(\xi).$$

Melalui cara yang sama dengan sebelumnya, didapatkan

$$U_\delta(x,\tau) = Ce^{-\frac{\xi^2}{4}} + D$$

dimana C dan D bernilai konstan. Jika dimisalkan $D = 0$ dan $C = \frac{1}{2\sqrt{\pi\tau}}$, maka diperoleh solusi fundamental sebagai berikut:

$$u_\delta(x,\tau) = \frac{1}{2\sqrt{\pi\tau}} e^{x^2/4\tau}.$$

Langkah kedua dilakukan untuk menentukan solusi $u(x,\tau)$ pada batas $\infty < x < \infty$ dan $\tau > 0$ dengan $u(x,0) = u_0(x)$. Melalui persamaan

$$u_0(x) = \int_{-\infty}^{\infty} u_0(\xi)\delta(\xi - x) d\xi$$

dan dengan menggunakan solusi fundamental dari persamaan difusi, didapatkan

$$u(x,\tau) = \frac{1}{2\sqrt{\pi\tau}} \int_{\infty}^{\infty} u_0(s) e^{-\dfrac{(x-s)^2}{4\tau}} ds$$

dengan data awal $u(x,0) = \int_{\infty}^{\infty} u_0(s)\delta(s - x) ds = u_0(x)$.

LAMPIRAN B
Pembuktian I Merupakan pdf Distribusi Normal

Diketahui pdf (*probability density function*) dari distribusi normal adalah

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{1}{2}(\frac{x-\mu}{\sigma})^2} dx = 1$$

dengan mean yaitu μ dan varian σ. Terdapat persamaan I dimana

$$I = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}(x' - \frac{1}{2}(k+1)\sqrt{2\tau})^2} dx'$$

memiliki bentuk serupa dengan pdf distribusi normal di atas namun dengan nilai mean $\frac{1}{2}(k+1)\sqrt{2\tau}$ dan varian 1. Berikut ini adalah pembuktian bahwa I merupakan pdf dari distribusi normal dengan mean $\frac{1}{2}(k+1)\sqrt{2\tau}$ dan varian 1:

$$\begin{aligned}
I &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}(x' - \frac{1}{2}(k+1)\sqrt{2\tau})^2} dx' \\
&= \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{1}{2}(k+1)\sqrt{2\tau}}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}(x' - \frac{1}{2}(k+1)\sqrt{2\tau})^2} dx' \\
&= \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_{0}^{\infty} e^{-z} \frac{1}{\sqrt{2z}} dz \\
&= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2z}} e^{-z} dz \\
&= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \Gamma(\frac{1}{2}) \\
&= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\pi} \\
&= 1
\end{aligned}$$

dengan $z = \frac{1}{2}(x' - \frac{1}{2}(k+1)\sqrt{2\tau})^2$

Halaman ini sengaja dikosongkan.

LAMPIRAN C
Listing Program Perhitungan Harga Kontrak *Futures*

***Listing* Program untuk T yang berbeda**:

```
clc;
clear all;

delta1=-0.1;
delta2=-0.05;
delta3=0;
delta4=0.05;
delta5=0.1;
r=0.02;
P=100;
tau=0:5;

F=P*exp((r-delta1)*(tau));
F2=P*exp((r-delta2)*(tau));
F3=P*exp((r-delta3)*(tau));
F4=P*exp((r-delta4)*(tau));
F5=P*exp((r-delta5)*(tau));
plot(tau,F,'r-*',tau,F2,'b-*',tau,F3,'g-*',tau,F4,'y-
*',tau,F5,'m-*');
xlabel('Tahun (T)');
ylabel('F');
legend('delta=-0.1','delta=-0.05','delta=0','delta=0.05','delta=0.1')
```

***Listing* Program untuk r yang berbeda**:

```
clc;
clear all;

delta1=-0.1;
delta2=-0.05;
delta3=0;
delta4=0.05;
delta5=0.1;
r=0:0.01:0.05;
P=100;
tau=1;
F=P*exp((r-delta1)*(tau));
F2=P*exp((r-delta2)*(tau));
F3=P*exp((r-delta3)*(tau));
F4=P*exp((r-delta4)*(tau));
F5=P*exp((r-delta5)*(tau));
plot(r,F,'r-*',r,F2,'b-*',r,F3,'g-*',r,F4,'y-*',r,F5,'m-*');
xlabel('Tingkat Suku Bunga (r)');
ylabel('Harga Futures (F)');
legend('delta=-0.1','delta=-0.05','delta=0','delta=0.05','delta=0.1')
```

LAMPIRAN D
GUI Program Perhitungan Harga Kontrak *Futures*

Listing Program:

```
function varargout = FuturesPrice(varargin)
% FUTURESPRICE M-file for FuturesPrice.fig
%      FUTURESPRICE, by itself, creates a new
FUTURESPRICE or raises the existing
%      singleton*.
%
%      H = FUTURESPRICE returns the handle to a new
FUTURESPRICE or the handle to
%      the existing singleton*.
%
%
FUTURESPRICE('CALLBACK',hObject,eventData,handles,..
.) calls the local
%      function named CALLBACK in FUTURESPRICE.M
with the given input arguments.
%
%      FUTURESPRICE('Property','Value',...) creates
a new FUTURESPRICE or raises the
%      existing singleton*.  Starting from the left,
property value pairs are
%      applied to the GUI before
FuturesPrice_OpeningFcn gets called.  An
%      unrecognized property name or invalid value
makes property application
%      stop.  All inputs are passed to
FuturesPrice_OpeningFcn via varargin.
%
%      *See GUI Options on GUIDE's Tools menu.
Choose "GUI allows only one
%      instance to run (singleton)".
%
% See also: GUIDE, GUIDATA, GUIHANDLES

% Edit the above text to modify the response to help
FuturesPrice

% Last Modified by GUIDE v2.5 15-Jan-2017 06:06:23

% Begin initialization code - DO NOT EDIT
gui_Singleton = 1;
gui_State = struct('gui_Name',       mfilename, ...
```

```
                   'gui_Singleton',  gui_Singleton,
...
                   'gui_OpeningFcn',
@FuturesPrice_OpeningFcn, ...
                   'gui_OutputFcn',
@FuturesPrice_OutputFcn, ...
                   'gui_LayoutFcn',  [] , ...
                   'gui_Callback',   []);
if nargin && ischar(varargin{1})
    gui_State.gui_Callback = str2func(varargin{1});
end

if nargout
    [varargout{1:nargout}] = gui_mainfcn(gui_State,
varargin{:});
else
    gui_mainfcn(gui_State, varargin{:});
end
% End initialization code - DO NOT EDIT

% --- Executes just before FuturesPrice is made
visible.
function FuturesPrice_OpeningFcn(hObject, eventdata,
handles, varargin)
% This function has no output args, see OutputFcn.
% hObject    handle to figure
% eventdata  reserved - to be defined in a future
version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data
(see GUIDATA)
% varargin   command line arguments to FuturesPrice
(see VARARGIN)

% Choose default command line output for
FuturesPrice
handles.output = hObject;

% Update handles structure
guidata(hObject, handles);

% UIWAIT makes FuturesPrice wait for user response
(see UIRESUME)
```

```
% uiwait(handles.figure1);

% --- Outputs from this function are returned to the
command line.
function varargout = FuturesPrice_OutputFcn(hObject,
eventdata, handles)
% varargout  cell array for returning output args
(see VARARGOUT);
% hObject    handle to figure
% eventdata  reserved - to be defined in a future
version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data
(see GUIDATA)

% Get default command line output from handles
structure
varargout{1} = handles.output;

% --- Executes on selection change in listbox1.
function listbox1_Callback(hObject, eventdata,
handles)
% hObject    handle to listbox1 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future
version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data
(see GUIDATA)

% Hints: contents = cellstr(get(hObject,'String'))
returns listbox1 contents as cell array
%        contents{get(hObject,'Value')} returns
selected item from listbox1

% --- Executes during object creation, after setting
all properties.
function listbox1_CreateFcn(hObject, eventdata,
handles)
% hObject    handle to listbox1 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future
version of MATLAB
% handles    empty - handles not created until after
all CreateFcns called
```

```
% Hint: listbox controls usually have a white
background on Windows.
%       See ISPC and COMPUTER.
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

% --- Executes on button press in inputgrafik.
function inputgrafik_Callback(hObject, eventdata,
handles)
% hObject    handle to inputgrafik (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future
version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data
(see GUIDATA)

global  j k  jn kn
j=5;
jn=zeros(1,j);


% --- Executes during object creation, after setting
all properties.
function inputgrafik_CreateFcn(hObject, eventdata,
handles)
% hObject    handle to inputgrafik (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future
version of MATLAB
% handles    empty - handles not created until after
all CreateFcns called

function harga_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to harga (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future
version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data
(see GUIDATA)

% Hints: get(hObject,'String') returns contents of
harga as text
```

```
%         str2double(get(hObject,'String')) returns
contents of harga as a double

% --- Executes during object creation, after setting
all properties.
function harga_CreateFcn(hObject, eventdata,
handles)
% hObject    handle to harga (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future
version of MATLAB
% handles    empty - handles not created until after
all CreateFcns called

% Hint: edit controls usually have a white
background on Windows.
%        See ISPC and COMPUTER.
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

function bunga_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to bunga (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future
version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data
(see GUIDATA)

% Hints: get(hObject,'String') returns contents of
bunga as text
%         str2double(get(hObject,'String')) returns
contents of bunga as a
%         double

% --- Executes during object creation, after setting
all properties.
function bunga_CreateFcn(hObject, eventdata,
handles)
% hObject    handle to bunga (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future
version of MATLAB
```

```
% handles    empty - handles not created until after
all CreateFcns called

% Hint: edit controls usually have a white
background on Windows.
%       See ISPC and COMPUTER.
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

function delta_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to delta (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future
version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data
(see GUIDATA)

% Hints: get(hObject,'String') returns contents of
delta as text
%        str2double(get(hObject,'String')) returns
contents of delta as a
%        double

% --- Executes during object creation, after setting
all properties.
function delta_CreateFcn(hObject, eventdata,
handles)
% hObject    handle to delta (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future
version of MATLAB
% handles    empty - handles not created until after
all CreateFcns called

% Hint: edit controls usually have a white
background on Windows.
%       See ISPC and COMPUTER.
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end
```

```
function inputdelta_Callback(hObject, eventdata,
handles)
% hObject    handle to inputdelta (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future
version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data
(see GUIDATA)

% Hints: get(hObject,'String') returns contents of
inputdelta as text
%        str2double(get(hObject,'String')) returns
contents of inputdelta
%        as a double

global j jn
jn(1,j)=str2num(get(handles.delta, 'string'));
j=j-1;
set(handles.delta, 'string', '');
if(j==0)
    set(handles.inputdelta,'visible','off')
end

% --- Executes during object creation, after setting
all properties.
function inputdelta_CreateFcn(hObject, eventdata,
handles)
% hObject    handle to inputdelta (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future
version of MATLAB
% handles    empty - handles not created until after
all CreateFcns called

% Hint: edit controls usually have a white
background on Windows.
%       See ISPC and COMPUTER.
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

function maturity_Callback(hObject, eventdata,
handles)
```

```
% hObject    handle to maturity1 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future
version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data
(see GUIDATA)

% Hints: get(hObject,'String') returns contents of
maturity1 as text
%        str2double(get(hObject,'String')) returns
contents of maturity1 as a double

% --- Executes during object creation, after setting
all properties.
function maturity_CreateFcn(hObject, eventdata,
handles)
% hObject    handle to maturity1 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future
version of MATLAB
% handles    empty - handles not created until after
all CreateFcns called

% Hint: edit controls usually have a white
background on Windows.
%       See ISPC and COMPUTER.
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

% --- Executes on button press in hitung.
function hitung_Callback(hObject, eventdata,
handles)
% hObject    handle to hitung (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future
version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data
(see GUIDATA)

global  j  jn F F2 F3 F4 F5
u = get(handles.listbox1,'Value');
bunga=str2double(get(handles.bunga,'string'));
T = str2double(get(handles.maturity,'string'));
```

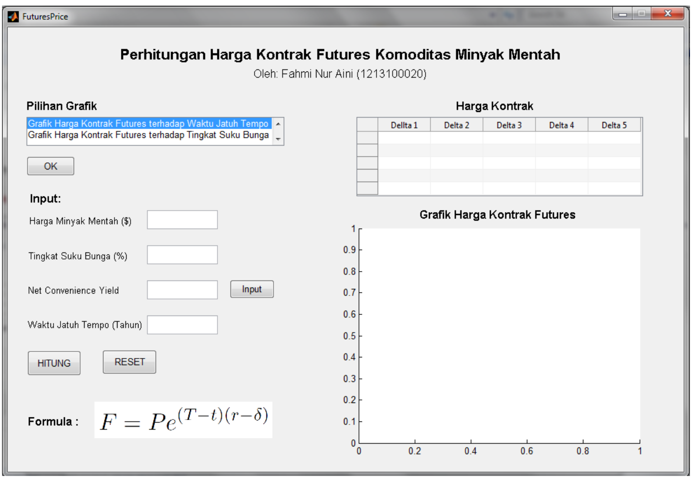
```
P = str2double(get(handles.harga,'string'));

if(u==1)
delta1=jn(1,5)
delta2=jn(1,4)
delta3=jn(1,3)
delta4=jn(1,2)
delta5=jn(1,1)
r=bunga;
tau=0:T;

F=P*exp((r-delta1)*(tau));
F2=P*exp((r-delta2)*(tau));
F3=P*exp((r-delta3)*(tau));
F4=P*exp((r-delta4)*(tau));
F5=P*exp((r-delta5)*(tau));
plot(handles.axes1,tau,F,'r-*',tau,F2,'b-
*',tau,F3,'g-*',tau,F4,'y-*',tau,F5,'m-*');
xlabel(handles.axes1,'Tahun (T)');
ylabel(handles.axes1,'Harga Futures (F)');
legend(handles.axes1,'delta=-0.1','delta=-
0.05','delta=0','delta=0.05','delta=0.1')
harga=[F(2:end); F2(2:end); F3(2:end); F4(2:end);
F5(2:end)]
set(handles.hasil,'rowname',{'Tahun 1','Tahun
2','Tahun 3','Tahun 4','Tahun 5'})
set(handles.hasil,'data',harga')

elseif(u==2)
delta1=jn(1,5);
delta2=jn(1,4);
delta3=jn(1,3);
delta4=jn(1,2);
delta5=jn(1,1);
r=0:0.01:bunga;
tau=T;

F=P*exp((r-delta1)*(tau));
F2=P*exp((r-delta2)*(tau));
F3=P*exp((r-delta3)*(tau));
F4=P*exp((r-delta4)*(tau));
F5=P*exp((r-delta5)*(tau));
```

```
plot(handles.axes1,r,F,'r-*',r,F2,'b-*',r,F3,'g-
*',r,F4,'y-*',r,F5,'m-*');
xlabel('Tingkat Suku Bunga (r)');
ylabel('Harga Futures (F)');
legend('delta=-0.1','delta=-
0.05','delta=0','delta=0.05','delta=0.1')
harga=[F(2:end); F2(2:end); F3(2:end); F4(2:end);
F5(2:end)]
set(handles.hasil,'rowname',{'Suku Bunga 1','Suku
Bunga 2','Suku Bunga 3','Suku Bunga 4','Suku Bunga
5'})
set(handles.hasil,'data',harga')
end

% --- Executes during object creation, after setting
all properties.
function hitung_CreateFcn(hObject, eventdata,
handles)
% hObject    handle to hitung (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future
version of MATLAB
% handles    empty - handles not created until after
all CreateFcns called

% --- Executes on button press in reset.
function reset_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to reset (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future
version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data
(see GUIDATA)

set(handles.harga, 'string', '');
set(handles.bunga, 'string', '');
set(handles.inputdelta, 'string', '');
set(handles.inputdelta,'visible','on','string','inpu
t')
set(handles.delta, 'string', '');
set(handles.maturity, 'string', '');
set(handles.hasil, 'data',
cell(size(get(handles.hasil,'data'))));
clc
```

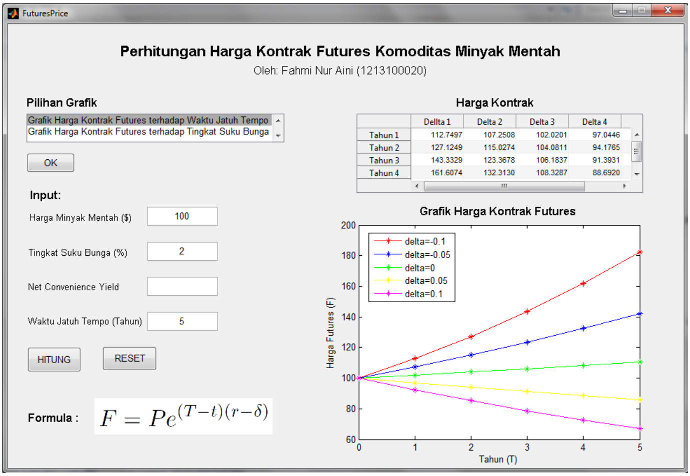
```
cla reset

% --- Executes during object creation, after setting
all properties.
function reset_CreateFcn(hObject, eventdata,
handles)
% hObject    handle to reset (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future
version of MATLAB
% handles    empty - handles not created until after
all CreateFcns called

function hasil_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to hasil (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future
version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data
(see GUIDATA)

% Hints: get(hObject,'String') returns contents of
hasil as text
%        str2double(get(hObject,'String')) returns
contents of hasil as a double

% --- Executes during object creation, after setting
all properties.
function hasil_CreateFcn(hObject, eventdata,
handles)
% hObject    handle to hasil (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future
version of MATLAB
% handles    empty - handles not created until after
all CreateFcns called

% Hint: edit controls usually have a white
background on Windows.
%       See ISPC and COMPUTER.
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end
```

```
% --- Executes during object creation, after setting
all properties.
function axes1_CreateFcn(hObject, eventdata,
handles)
% hObject    handle to axes1 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future
version of MATLAB
% handles    empty - handles not created until after
all CreateFcns called

% Hint: place code in OpeningFcn to populate axes1

% --- Executes during object creation, after setting
all properties.
function axes2_CreateFcn(hObject, eventdata,
handles)
% hObject    handle to axes2 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future
version of MATLAB
% handles    empty - handles not created until after
all CreateFcns called

% Hint: place code in OpeningFcn to populate axes2
```

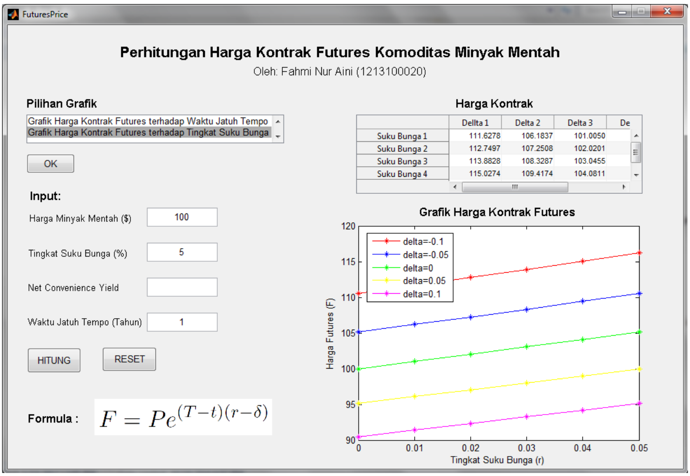
Tampilan GUI Awal:



Tampilan GUI untuk Simulasi Pertama:



Tampilan GUI untuk Simulasi Kedua:



Halaman ini sengaja dikosongkan.

LAMPIRAN E
Biodata Penulis

Penulis bernama Fahmi Nur Aini lahir di Jombang, 5 Desember 1994. Sebelum menempuh pendidikan S1 Jurusan Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember, penulis menempuh pendidikan di MI PERWANIDA Mojowarno, MTs Negeri Diwek, dan SMA Negeri 3 Jombang.

Penulis mulai aktif menjadi mahasiswi S1 Jurusan Matematika ITS pada tahun 2013. Ketika menjadi mahasiswi Matematika ITS penulis mengambil bidang minat Matematika Terapan dengan Rumpun Mata Kuliah (RMK) Riset Operasi dan Pengolahan Data (ROPD).Selama kuliah penulis aktif berorganisasi di Himpunan Mahasiswa Matematika ITS (HIMATIKA ITS). Penulis menjadi staf Departemen Perekonomian HIMATIKA ITS pada periode 2014-2015 dan menjadi Head of Fund Rising Bureau di Entrepreneur Development Department HIMATIKA ITS pada 2015-2016. Selain aktif dalam organisasi, penulis juga aktif mengikuti kegiatan-kegiatan seperti pelatihan, seminar, dan kepanitiaan dalam beberapa acara mulai dari tingkat jurusan sampai tingkat nasional.

Jika ingin memberikan kritik, saran, dan berdiskusi mengenai Tugas Akhir ini, bisa menghubungi penulis melalui e-mail fahminuraini5@gmail.com.