



TESIS - SS14 2501

**PEMODELAN INDEKS KESEHATAN DAN
INDEKS PENGELUARAN KABUPATEN/KOTA
DI INDONESIA DENGAN PENDEKATAN
MODEL PROBIT BIVARIAT**

PANULAR DINU SATOMO
NRP 1315 201 715

DOSEN PEMBIMBING:
Dr. Vita Ratnasari, M.Si.
Dr. Purhadi, M.Sc.

PROGRAM MAGISTER
JURUSAN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
2017



TESIS - SS14 2501

**PEMODELAN INDEKS KESEHATAN DAN
INDEKS PENGELUARAN KABUPATEN/KOTA
DI INDONESIA DENGAN PENDEKATAN
MODEL PROBIT BIVARIAT**

PANULAR DINU SATOMO
NRP 1315 201 715

DOSEN PEMBIMBING:
Dr. Vita Ratnasari, M.Si.
Dr. Purhadi, M.Sc.

PROGRAM MAGISTER
JURUSAN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
2017



THESIS - SS14 2501

**MODELING HEALTH INDEX AND
EXPENDITURE INDEX OF REGENCY/CITY
IN INDONESIA USING
BIVARIATE PROBIT MODEL**

PANULAR DINU SATOMO
NRP 1315 201 715

SUPERVISOR:
Dr. Vita Ratnasari, M.Si.
Dr. Purhadi, M.Sc.

PROGRAM OF MAGISTER
DEPARTEMENT OF STATISTICS
FACULTY OF MATHEMATICS AND NATURAL SCIENCES
INSTITUTE OF TECHNOLOGY SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
2017

**PEMODELAN INDEKS KESEHATAN DAN
INDEKS PENGELUARAN KABUPATEN/KOTA
DI INDONESIA DENGAN PENDEKATAN
MODEL PROBIT BIVARIAT**

Tesis disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar
Magister Sains (M.Si)
di
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Oleh:

PANULAR DINU SATOMO
NRP. 1315 201 715

Tanggal Ujian : 10 Januari 2017
Periode Wisuda : Maret 2017

Disetujui Oleh :

Bahasa

1. Dr. Vita Ratnasari, M.Si. (Pembimbing I)
NIP. 19700910 199702 2 001
VR
2. Dr. Puhadi, M.Sc. (Pembimbing II)
NIP. 19620204 198701 1 001
Puhadi
3. Santi Puteri Rahayu, M.Si., Ph.D. (Penguji)
NIP. 19750115 199903 2 003
Santi
4. Dr. Ismaini Zain, M.Si. (Penguji)
NIP. 19600525 198803 2 001
Ismaini
5. Dr. Kadamanto, M.A. (Penguji)
NIP. 19710707 199312 1 001
Kadamanto

an. Direktur Program Pascasarjana
Asisten Direktur

Direktur Program Pascasarjana

[Signature]
Prof. Dr. Ir. Tji. Widjaja, M.Eng.
NIP. 19611021 198603 1 001

Prof. Ir. Djauhar Manfaat, M.Sc., Ph.D.
NIP 19601202 198701 1 001



PEMODELAN INDEKS KESEHATAN DAN INDEKS PENGELUARAN KABUPATEN/KOTA DI INDONESIA DENGAN PENDEKATAN MODEL PROBIT BIVARIAT

Nama Mahasiswa : Panular Dinu Satomo
NRP : 1315201715
Dosen Pembimbing : Dr. Vita Ratnasari, M.Si.
Dr. Purhadi, M.Sc.

ABSTRAK

Salah satu agenda *Sustainable Development Goals* (SDGs) adalah memastikan kehidupan yang sehat dan meningkatkan kesejahteraan untuk semua. Salah satu indikator yang dapat menjelaskan hasil pembangunan pada dimensi kesehatan dan dimensi kesejahteraan, antara lain angka harapan hidup dan pendapatan per kapita. Indikator tersebut juga digunakan untuk mengukur dimensi kesehatan dan kesejahteraan dalam menilai capaian pembangunan manusia melalui Indeks Pembangunan Manusia (IPM). Kedua indikator tersebut disusun menjadi indeks kesehatan dan indeks pendapatan. Dalam aplikasinya indeks pendapatan diproksi dengan indeks pengeluaran. Dengan mengacu pada pengkategorian IPM, maka indeks kesehatan dan indeks pengeluaran dapat diklasifikasikan menjadi rendah, sedang, tinggi, dan sangat tinggi. Capaian indeks kesehatan dan indeks pengeluaran di sebagian kabupaten/kota di Indonesia pada tahun 2014 masih berada dalam kategori rendah maupun sedang. Untuk itu diperlukan strategi atau kebijakan sebagai upaya untuk meningkatkan indeks kesehatan dan indeks pengeluaran. Kebijakan tersebut memerlukan informasi berkaitan dengan faktor-faktor yang berhubungan serta mempengaruhi kedua indeks tersebut. Salah satu metode statistik yang dapat menjelaskan hubungan antara variabel prediktor dengan variabel respon adalah analisis regresi. Jika data pada variabel respon adalah kategorik, maka salah satu model yang dapat menyelesaikan adalah regresi probit. Regresi probit dapat digunakan untuk analisis multivariat. Jika model regresi probit menggunakan 2 variabel respon kategorik maka biasa disebut model regresi probit bivariat, dengan asumsi terdapat korelasi pada kedua variabel respon. Estimasi parameter pada model probit bivariat dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) mendapatkan hasil yang tidak *closed form*, sehingga digunakan iterasi numerik. Iterasi numerik yang digunakan dalam penelitian ini adalah iterasi BFGS. Iterasi BFGS dikenal dengan ketahanannya (*robustness*) dan mencapai konvergensi superlinear dengan baik. Variabel prediktor yang signifikan dalam membentuk model probit bivariat terhadap indeks kesehatan dan pengeluaran adalah rata-rata lama sekolah, rasio tenaga kesehatan per 10.000 penduduk, rasio fasilitas pelayanan kesehatan per 10.000, dan tingkat pengangguran terbuka. Model memiliki kriteria kebaikan yang diukur melalui AIC sebesar 1.759,97 dan memiliki ketepatan klasifikasi sebesar 42,02 persen.

Kata kunci: indeks kesehatan, indeks pengeluaran, iterasi BFGS, MLE, regresi probit bivariat.

Halaman ini sengaja dikosongkan

MODELING HEALTH INDEX AND EXPENDITURE INDEX OF REGENCY/CITY IN INDONESIA USING BIVARIATE PROBIT MODEL

Name : Panular Dinu Satomo
NRP : 1315201715
Supervisor : Dr. Vita Ratnasari, M.Si.
Dr. Purnadi, M.Sc.

ABSTRACT

One of the agenda Sustainable Development Goals (SDGs) is to ensure a healthy life and increasing prosperity for all. One of indicator that could explain the result of development in the health dimension and the welfare dimension, including life expectancy and per capita income. Indicators are also used to measure the dimensions of health and welfare in assessing the achievement of human development through the Human Development Index (HDI). Both indicators arranged into health index and income index. In the application, income index proxy by expenditure index. With reference to the categorization of HDI, the health index and expenditure index can be classified into low, medium, high, and very high. The achievement of health index and expenditure index in some regencies/cities in Indonesia in 2014 is still in low and medium category. For that, we need a strategy or policy in an effort to improve health index and expenditure index. The policy requires information about factors related to and affecting improve health index and expenditure index. One statistical method that may explain the relationship between predictor variables with response is regression analysis. If the data on response is categorical, one of the models that can accomplish is a probit regression. Probit regression can be used for multivariate analysis. If probit regression model using two categorical response variables so called bivariate probit regression, assuming there is a correlation in both response. Estimation of parameters in bivariate probit model using Maximum Likelihood Estimation (MLE) to get results aren't closed form, so that needed of numerical iteration. Numerical iterations used in this study is the BFGS iteration. BFGS iteration is known for its robustness and achieve superlinear convergence well. The predictor variables were significant in the bivariate probit model of health index and expenditure index is mean years school, ratio of health workers per 10,000 population, ratio of health-care facilities per 10,000, and the unemployment rate. The models have the goodness criteria measured by AIC at 1759.97 and has an accuracy of 42.02 percent.

Keywords: BFGS iteration, bivariate probit regression, expenditure index, health index, MLE.

Halaman ini sengaja dikosongkan

KATA PENGANTAR

Alhamdulillah Rabbil ‘Alamin, segala puji dan syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT atas segala limpahan nikmat dan rahmatnya sehingga penulis bisa menyelesaikan tesis yang berjudul **“PEMODELAN INDEKS KESEHATAN DAN INDEKS PENGELUARAN KABUPATEN/KOTA DI INDONESIA DENGAN PENDEKATAN MODEL PROBIT BIVARIAT”**. Tesis ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat meraih gelar Magister Sains di Program Pasca Sarjana Statistika Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya. Keberhasilan penulis dalam menyelesaikan tesis ini tidak terlepas dari bimbingan dan bantuan dari berbagai pihak. Oleh karena itu penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Kepala Badan Pusat Statistik Republik Indonesia yang telah memberikan kesempatan dan dukungan sehingga penulis bisa mengikuti program tugas belajar di ITS Surabaya.
2. Dr. Vita Ratnasari, S.Si, M.Si dan Dr. Purnadi, M.Sc. selaku pembimbing yang senantiasa meluangkan waktu untuk membimbing dan mengarahkan penulis di tengah kesibukan mereka sehingga penulis bisa menyelesaikan tesis ini.
3. Dr. Ismaini Zain, M.Si, Santi Puteri Rahayu, M.Si, Ph.D dan Dr. Kadamanto, MA selaku dosen penguji atas segala masukan untuk kebaikan tesis ini.
4. Istriku tercinta: Erni Hanifah, serta anak-anakku tercinta: Annisa Sekar Pratiwi, M Zaidan Hastomo Aji, dan Aira Nindya Paramastri atas doa, kesabaran, pengertian, keikhlasan, serta dukungan yang diberikan sehingga penulis mampu menyelesaikan studi dengan baik.
5. Bapak dan Ibu tercinta di Kalibiru, serta Bapak dan Ibu di Salatiga, atas doa dan nasehat yang diberikan selama ini, semoga penulis bisa mengambil pelajaran hidup yang luar biasa dari mereka agar menjadi pribadi yang lebih baik.

6. Teman-teman TB BPS-ITS Batch 9: ms Agung, mb Ika, mb Ayu, mb Kiki, mb Ervin, mb Tiara, ms Leman, ms Suko, ms Bayu, bg Node, ms Bambang, ms Arif, mb Nunik, mb Risma, mb Lila, mb Aty, mb Irva, mb Mety, dan mb Dewi, atas segala bantuan dan kebersamaannya selama ini.
7. Teman-teman mahasiswa reguler pasca Statistika ITS angkatan 2015 atas bantuan dan kebersamaannya.
8. Teman-teman keluarga besar BPS Provinsi Sulawesi Tengah atas bantuan administrasi selama penulis menempuh pendidikan.
9. Peneliti dan Ilmuwan yang tidak bisa penulis sebutkan satu persatu atas segala karyanya yang sangat membantu penulis dalam penyusunan tesis.

Pada akhirnya penulis yakin dan sadar bahwa tesis ini jauh dari sempurna, untuk itu kritik dan saran sangat diharapkan oleh penulis. Besar harapan penulis bahwa tesis ini dapat bermanfaat bagi seluruh pihak yang membutuhkan.

Surabaya, 24 Januari 2017

Panular Dinu Satomo

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	v
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	ix
KATA PENGANTAR	xi
DAFTAR ISI	xiii
DAFTAR TABEL	xv
DAFTAR GAMBAR	xvii
DAFTAR LAMPIRAN	xix
BAB 1 PENDAHULUAN	1
1.1. Latar Belakang	1
1.2. Perumusan Masalah	5
1.3. Tujuan Penelitian	6
1.4. Manfaat Penelitian	6
1.5. Batasan Penelitian	6
BAB 2 TINJAUAN PUSTAKA	9
2.1. Distribusi Normal, Normal Bivariat, dan Multinomial	9
2.1.1. Distribusi Normal.....	9
2.1.2. Distribusi Normal Bivariat.....	10
2.1.3. Distribusi Multinomial.....	11
2.2. Korelasi Kendall's Tau.....	11
2.3. Multikolinieritas.....	12
2.4. Regresi Probit Univariat	13
2.4.1. Estimasi Parameter Regresi Probit Univariat.....	17
2.4.2. Pengujian Parameter Model Regresi Probit Univariat.....	17
2.4.3. Kriteria Kebaikan Model Regresi Probit Univariat.....	19
2.5. Regresi Probit Bivariat	20
2.5.1. Estimasi Parameter Model Regresi Probit Bivariat.....	25

2.5.2. Pengujian Parameter Model Regresi Probit Bivariat.....	26
2.5.3. Kriteria Keباikan Model Regresi Probit Bivariat.....	27
2.7. Indeks Kesehatan	28
2.8. Indeks Pengeluaran	28
2.9. Kajian Teori dan Penelitian Terdahulu	28
BAB 3 METODOLOGI PENELITIAN.....	31
3.1. Sumber Data	31
3.2. Variabel Penelitian	31
3.3. Definisi Operasional Variabel Penelitian	32
3.4. Tahapan Penelitian	34
BAB 4 HASIL DAN PEMBAHASAN.....	39
4.1. Kajian Estimasi Parameter Regresi Probit Bivariat	39
4.2. Pemodelan Indeks Kesehatan dan Indeks Pengeluaran dengan Model Probit Bivariat	49
4.2.1. Gambaran Indeks Kesehatan dan Indeks Pengeluaran Kabupaten/Kota di Indonesia.....	50
4.2.2. Pengujian Dependensi Indeks Kesehatan dan Indeks Pengeluaran.....	54
4.2.3. Pendeteksian Multikolinearitas pada Variabel Prediktor.....	55
4.2.4. Pengujian Parameter secara Serentak dan Parsial.....	56
4.2.5. Pemilihan Model Terbaik.....	58
4.2.6. Intrepretasi Model Terbaik.....	62
BAB 5 KESIMPULAN DAN SARAN.....	83
5.1. Kesimpulan	83
5.2. Saran.....	84
DAFTAR PUSTAKA.....	87
LAMPIRAN.....	91
BIODATA PENULIS.....	121

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1. Tabel Klasifikasi antara Hasil Observasi dan Hasil Prediksi Variabel Respon.....	19
Tabel 2.2. Kontingensi antara Frekuensi dan Probabilitas pada 2 Variabel Respon.....	24
Tabel 2.3. Tabel Klasifikasi antara Hasil Observasi dan Hasil Prediksi 2 Variabel Respon.....	27
Tabel 3.1. Variabel Penelitian	31
Tabel 3.2. Struktur Data Penelitian.....	34
Tabel 4.1. Tabel Kontingensi Indeks Kesehatan dan Indeks Pengeluaran	55
Tabel 4.2. Deteksi Multikolinieritas Variabel Prediktor.....	56
Tabel 4.3. Pengujian Signifikansi Parameter Secara Serentak Model Probit Bivariat $Y_1 Y_2 X_1 X_2 X_3 X_4 X_5$	56
Tabel 4.4. Pengujian Signifikansi Parameter Secara Parsial Model Probit Bivariat $Y_1 Y_2 X_1 X_2 X_3 X_4 X_5$	58
Tabel 4.5. Semua kemungkinan model Probit Bivariat dan Nilai AIC-nya.....	58
Tabel 4.6. Pengujian Signifikansi Parameter Secara Serentak Model Probit Bivariat $Y_1 Y_2 X_1 X_3 X_4 X_5$	60
Tabel 4.7. Pengujian Signifikansi Parameter Secara Parsial Model Probit Bivariat $Y_1 Y_2 X_1 X_3 X_4 X_5$	60
Tabel 4.8. Tabel Kontingensi Ketepatan Nilai Aktual dan Nilai Prediksi Model Probit Bivariat $Y_1 Y_2 X_1 X_3 X_4 X_5$	61
Tabel 4.9. Nilai Aktual dan Nilai Prediksi Indeks Kesehatan dan Indeks Pengeluaran Kabupaten/Kota menurut Model Probit Bivariat $Y_1 Y_2 X_1 X_3 X_4 X_5$ beserta Identifikasi Rata-rata Variabel Prediktornya.....	68

Halaman ini sengaja dikosongkan

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1. Grafik Fungsi Distribusi Probabilitas dari Y^*	14
Gambar 2.2. Fungsi Peluang Bersama Y_1^* dan Y_2^*	21
Gambar 2.3. Kerangka Variabel Penelitian.....	30
Gambar 3.1. Tahapan Penaksiran Parameter Regresi Probit Bivariat	37
Gambar 3.2. Tahapan Pemodelan Indeks Kesehatan dan Indeks Pengeluaran dengan Regresi Probit Bivariat	38
Gambar 4.1. Capaian Indeks Kesehatan dan Indeks Pengeluaran Kabupaten/Kota di Indonesia Tahun 2014	50
Gambar 4.2. <i>Boxplot</i> Indeks Kesehatan per Kategori menurut Variabel Prediktor.....	51
Gambar 4.3. <i>Boxplot</i> Indeks Pengeluaran per Kategori menurut Variabel Prediktor.....	53

Halaman ini sengaja dikosongkan

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Data Variabel Penelitian.....	89
Lampiran 2. Tabel Frekuensi dan Tabulasi Silang Variabel Respon dengan Variabel Prediktor	90
Lampiran 3. Uji Kendall's Tau antara Dua Variabel Respon Y_1 dan Y_2	94
Lampiran 4. Uji Multikolinieritas dengan <i>Variance Inflation Factor</i> (VIF)	95
Lampiran 5. <i>Syntax STATA Module</i> bioprobit.ado.....	96
Lampiran 6. Instalasi <i>Module</i> bioprobit.ado pada STATA11	101
Lampiran 7. Perintah Pemrograman Model Probit Bivariat menggunakan STATA11	102
Lampiran 8. <i>Output</i> Model Probit Bivariat $Y_1 Y_2 X_1 X_2 X_3 X_4 X_5$	103
Lampiran 9. <i>Output</i> Model Probit Bivariat $Y_1 Y_2 X_1 X_3 X_4 X_5$	104
Lampiran 10. <i>Syntax</i> Program Hitung Prediksi Probabilitas Model Probit Bivariat $Y_1 Y_2 X_1 X_3 X_4 X_5$ dengan MATLAB R2011b	105
Lampiran 11. <i>Output</i> Program Hitung Prediksi Probabilitas Model Probit Bivariat $Y_1 Y_2 X_1 X_3 X_4 X_5$ dengan MATLAB R2011b	107
Lampiran 12. <i>Syntax</i> Program Hitung Prediksi Probabilitas dan Efek Marjinal untuk Kabupaten Solok, Provinsi Sumatera Barat dengan Model Probit Bivariat $Y_1 Y_2 X_1 X_3 X_4 X_5$ dengan MATLAB R2011b	108
Lampiran 13. <i>Output</i> Hasil Hitung Prediksi Probabilitas dan Efek Marjinal untuk Kabupaten Solok, Provinsi Sumatera Barat dengan Model Probit Bivariat $Y_1 Y_2 X_1 X_3 X_4 X_5$	112

Halaman ini sengaja dikosongkan

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Pada tahun 2015 Perserikatan Bangsa Bangsa (PBB) mengesahkan Tujuan Pembangunan Berkelanjutan (*Sustainable Development Goals/SDGs*) sebagai agenda pembangunan global yang baru untuk periode 2016-2030. Pengesahan SDGs menjadi tonggak baru komitmen masyarakat internasional pada agenda pembangunan global untuk meneruskan pencapaian Tujuan Pembangunan Milenium (*Millenium Development Goals/MDGs*). Masalah kesehatan dan kesejahteraan menjadi salah satu fokus dari pembangunan berkelanjutan melalui SDGs yang ketiga, yaitu memastikan kehidupan yang sehat dan meningkatkan kesejahteraan untuk semua (UNDP, 2016).

Terdapat beberapa indikator yang dapat menjelaskan hasil pembangunan pada dimensi kesehatan dan dimensi kesejahteraan, antara lain angka harapan hidup dan pendapatan riil per kapita yang disesuaikan dengan daya beli (Todaro dan Smith, 2012). Untuk dapat berumur panjang, diperlukan kesehatan yang lebih baik. Proksi umur panjang dan sehat yang digunakan dalam pembangunan adalah indikator angka harapan hidup saat lahir. Indikator ini menjadi salah satu indikator gambaran kesehatan masyarakat. Sedangkan indikator yang umum digunakan dalam menggambarkan tingkat kesejahteraan adalah pendapatan riil per kapita (BPS, 2015).

Indikator angka harapan hidup dan pendapatan juga digunakan dalam mengukur capaian pembangunan manusia melalui Indeks Pembangunan Manusia (IPM) pada dimensi kesehatan dan kesejahteraan. IPM adalah indeks komposit yang mengukur capaian pembangunan manusia pada dimensi kesehatan, kesejahteraan, dan pendidikan. Indikator angka harapan hidup dan pendapatan tersebut disajikan dalam bentuk indeks, yaitu indeks kesehatan dan indeks pendapatan. Penghitungan indeks kesehatan menggunakan indikator angka harapan hidup saat lahir, sedangkan indeks pendapatan menggunakan indikator pendapatan nasional/domestik bruto per kapita. Pada dasarnya indikator

pendapatan nasional/domestik bruto per kapita lebih menggambarkan kesejahteraan masyarakat, namun data tersebut tidak tersedia pada tingkat provinsi dan kabupaten/kota di Indonesia. Untuk itu indikator pendapatan nasional/domestik bruto per kapita diproksi dengan pengeluaran per kapita, sehingga indeks pendapatan diproksi dengan indeks pengeluaran (BPS, 2015).

Capaian indeks kesehatan dan indeks pengeluaran di Indonesia pada tahun 2014 masing-masing mencapai 77,83 dan 69,84. Jika dilihat per kabupaten/kota capaian indeks kesehatan pada rentang 51,69 – 88,38, sedangkan capaian indeks pengeluaran pada rentang 38,98 – 94,52 (BPS, 2015). Tingginya gap capaian indeks kesehatan dan indeks pengeluaran di kabupaten/kota di Indonesia menunjukkan bahwa capaian tingkat kesehatan dan tingkat kesejahteraan di tingkat kabupaten/kota ada yang sudah sangat tinggi tetapi juga ada yang masih rendah.

Indeks kesehatan dan indeks pengeluaran merupakan salah satu komponen penyusun IPM, dengan bobot yang sama untuk masing-masing komponen. IPM dapat dikategorikan menjadi rendah, sedang, tinggi, dan sangat tinggi. Dengan demikian indeks kesehatan dan indeks pengeluaran dapat dikategorikan seperti halnya IPM. Pengkategorian indeks kesehatan dan indeks pengeluaran bertujuan untuk mengelompokkan kabupaten/kota berdasarkan klasifikasinya.

Capaian indeks kesehatan di tingkat kabupaten/kota berdasarkan klasifikasinya menunjukkan hasil yang cukup baik, yaitu 1,9 persen berkategori rendah, 17,9 persen berkategori sedang, 62,5 persen berkategori tinggi, serta 17,7 persen berkategori sangat tinggi. Sedangkan capaian indeks pengeluaran di tingkat kabupaten/kota berdasarkan klasifikasinya menunjukkan hasil yang lebih rendah jika dibandingkan dengan indeks kesehatan. Capaian indeks pengeluaran di tingkat kabupaten/kota adalah 20,4 persen berkategori rendah, 44,9 persen berkategori sedang, 29,2 persen berkategori tinggi, serta 5,4 persen berkategori sangat tinggi.

Capaian indeks kesehatan dan indeks pengeluaran yang masih rendah maupun sedang di beberapa kabupaten/kota tentunya memerlukan kebijakan/strategi untuk meningkatkannya. Sebagai upaya untuk meningkatkan indeks

kesehatan dan indeks pengeluaran maka diperlukan informasi berkaitan dengan faktor-faktor mempengaruhi kedua indeks tersebut. Dengan informasi tersebut maka dapat digunakan sebagai bahan perumusan kebijakan dalam strategi peningkatan indeks kesehatan dan indeks pengeluaran, sebagai upaya mewujudkan kehidupan yang sehat dan kesejahteraan untuk semua sehingga dapat dinikmati oleh masyarakat di setiap kabupaten/kota di Indonesia.

Salah satu metode statistik yang dapat menjelaskan hubungan antara variabel prediktor dengan variabel respon adalah analisis regresi (Kutner, Nachtesheim, Netter, dan Li, 2005). Pada umumnya analisis regresi digunakan untuk menganalisis data dengan variabel respon berupa data numerik, akan tetapi analisis regresi juga dapat digunakan untuk melakukan analisis pada variabel respon berbentuk kategorik. Apabila data pada variabel respon berjenis kategorik, maka model yang mampu menyelesaikan adalah regresi logistik atau regresi probit (Gujarati 2004). Yang membedakan regresi logistik atau regresi probit adalah fungsi link yang digunakan. Fungsi link yang digunakan pada regresi logistik adalah fungsi logistik atau logit, sedangkan pada regresi probit menggunakan fungsi invers kumulatif normal standar atau probit. Menurut beberapa penelitian model regresi logit dan probit tidak mendapatkan hasil yang berbeda, seperti yang diungkapkan oleh Gujarati (2004) bahwa regresi logit tidaklah lebih baik dibandingkan regresi probit atau sebaliknya. Hal tersebut berlaku secara umum pada respon yang univariat, tetapi pada respon multivariat dalam keadaan tertentu regresi probit lebih baik. Dalam kasus respon multivariat, kebaikan pada model dengan efek random secara umum akan meningkat dengan penggunaan regresi probit daripada regresi logistik. Demikian juga halnya jika terjadi overdispersi, penggunaan regresi probit akan meningkatkan kebaikan model (Hand dan Soyer, 2009).

Regresi probit multivariat digunakan untuk menganalisis model yang memiliki dua variabel respon atau lebih, dengan syarat diantara variabel respon tersebut memiliki hubungan atau korelasi. Jika regresi probit multivariat hanya terdiri dari dua variabel respon saja maka lebih dikenal dengan regresi probit bivariat. Variabel respon dalam regresi probit bivariat bisa berjumlah 2 kategori (biner) ataupun lebih dari 2 kategori.

Penelitian yang menggunakan regresi probit bivariat dengan variabel respon biner sudah banyak dilakukan, antara lain Chen dan Hamori (2010) menggunakan regresi probit bivariat untuk melihat perbedaan partisipasi pekerja formal antara laki-laki dan perempuan di daerah perkotaan di Cina. Ratnasari (2012) menggunakan regresi probit biner bivariat untuk memodelkan nilai Indeks Prestasi Kumulatif (IPK) dan masa studi mahasiswa pascasarjana ITS dengan mempertimbangkan adanya dependensi di antara variabel respon. Wahyudi (2014) menggunakan regresi probit biner bivariat untuk memodelkan kemiskinan perdesaan dan perkotaan dengan pendekatan garis kemiskinan di Provinsi Bengkulu. Septadianti (2016) menggunakan regresi probit biner bivariat untuk memodelkan penolong kelahiran dan partisipasi kerja di Provinsi Papua Barat.

Penelitian yang menggunakan regresi probit bivariat dengan variabel respon lebih dari 2 kategori juga sudah banyak dilakukan antara lain, Yamamoto dan Shankar (2004) yang memodelkan tingkat keparahan cedera pengemudi dan penumpang ketika tabrakan di Washington dengan menggunakan model probit ordinal bivariat. Scott dan Axhausen (2006) menggunakan model probit ordinal bivariat untuk memodelkan kepemilikan alat mobilitas rumah tangga antara jumlah mobil dan tiket musiman travel di kota Karlsruhe dan Halle, Jerman. Ratnasari (2011) melakukan penelitian untuk mengestimasi parameter dan uji statistik pada model probit bivariat dengan jumlah kategori variabel respon pertama sebanyak r dan kategori variabel respon kedua sebanyak c . Ratnasari (2012) melakukan penelitian indeks prestasi kumulatif dengan masa studi dengan masing-masing variabel terdiri dari 3 kategori menggunakan regresi probit bivariat dengan parameter korelasi dan *threshold* ditentukan.

Beberapa penelitian tentang indeks kesehatan maupun terhadap indikator penyusunnya telah dilakukan. Maully (2014) meneliti faktor-faktor yang mempengaruhi indeks kesehatan kabupaten/kota di Jawa Timur dengan menggunakan regresi logistik. Ardianti, Wibisono, dan Jumiati (2015) melakukan pemodelan angka harapan hidup di Kabupaten Jember dengan metode analisis regresi berganda. Demikian juga penelitian tentang indeks pengeluaran maupun terhadap indikator penyusunnya telah dilakukan. Pertiwi (2012) melakukan pemodelan pengeluaran per kapita per kabupaten/kota di Kalimantan Barat

dengan menggunakan metode hirarki bayesian. Fitriani (2015) melakukan analisis faktor-faktor yang mempengaruhi daya beli (pengeluaran per kapita) masyarakat di Jawa Barat dengan menggunakan analisis regresi.

Tingkat kesejahteraan dan tingkat kesehatan adalah dua variabel yang berkorelasi. Semakin tinggi tingkat kesejahteraan (pendapatan) seseorang maka akan semakin baik tingkat kesehatannya (*World Health Organization*, 2016). Case (2004) menyampaikan bahwa terdapat efek kausal antara pendapatan dan status kesehatan. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa terdapat hubungan/korelasi antara tingkat kesehatan dan tingkat kesejahteraan, sehingga memungkinkan jika kedua indikator yang mewakili kedua dimensi tersebut dianalisis secara bivariat.

Merujuk pada penelitian-penelitian tentang model regresi probit serta indeks kesehatan dan indeks pengeluaran maupun terhadap indikator penyusunnya yang telah dilakukan sebelumnya, maka pada penelitian ini ingin mengkaji tentang estimasi parameter termasuk parameter korelasi dan *threshold* pada regresi probit bivariat dengan variabel respon lebih dari 2 kategori, serta memodelkan hubungan variabel-variabel yang diduga berpengaruh terhadap indeks kesehatan dan indeks pengeluaran pada kabupaten/kota di Indonesia.

1.2. Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang diatas, diperlukan informasi berkaitan dengan variabel yang signifikan yang berhubungan dengan indeks kesehatan dan indeks pengeluaran sebagai upaya dalam meningkatkan kesehatan dan kesejahteraan masyarakat. Kedua indeks tersebut dapat disajikan dalam bentuk kategorik. Indeks kesehatan dan indeks pengeluaran merupakan indikator yang saling berkorelasi. Berdasarkan hal tersebut maka permasalahan yang akan dikaji dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana mendapatkan estimasi parameter termasuk parameter korelasi dan *threshold* pada regresi probit bivariat dengan masing-masing variabel respon berkategori lebih dari 2?

2. Bagaimana mendapatkan pemodelan indeks kesehatan dan indeks pengeluaran dengan variabel-variabel yang diduga berpengaruh dengan menggunakan regresi probit bivariat?

1.3. Tujuan Penelitian

Berdasarkan dari rumusan permasalahan di atas, maka tujuan yang ingin dicapai dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mengkaji estimasi parameter parameter termasuk parameter korelasi dan *threshold* pada regresi probit bivariat dengan dengan masing-masing variabel respon berkategori lebih dari 2.
2. Memodelkan indeks kesehatan dan indeks pengeluaran dengan variabel-variabel yang diduga berpengaruh dengan menggunakan regresi probit bivariat.

1.4. Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Sebagai kontribusi dalam bidang keilmuan mengenai manfaat penggunaan metode statistik regresi probit bivariat sebagai alat analisis pemodelan indeks kesehatan dan indeks pengeluaran.
2. Sebagai bahan masukan bagi pemerintah dalam mengambil kebijakan dalam meningkatkan tingkat kesehatan dan tingkat kesejahteraan dalam rangka meningkatkan pembangunan manusia sehingga dapat terwujud kehidupan yang sehat dan meningkatkan kesejahteraan untuk semua.
3. Sebagai bahan diskusi selanjutnya mengenai pemodelan yang lebih tepat tentang indeks kesehatan dan indeks pengeluaran.

1.5. Batasan Penelitian

Batasan-batasan yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Ruang lingkup pada penelitian ini adalah kabupaten/kota di Indonesia pada tahun 2014 yang berjumlah 514 kabupaten/kota. Referensi waktu yang digunakan adalah tahun 2014, karena data yang terbaru tentang

indeks kesehatan dan indeks pengeluaran sampai dengan penelitian ini dilakukan baru tersedia sampai tahun 2014.

2. Dalam penelitian ini indeks kesehatan dan indeks pengeluaran dikategorikan mengikuti kategori pada indeks komposit yang disusunnya, yaitu Indeks Pembangunan Manusia. Indeks dikategorikan rendah jika nilai indeks di antara 0,00 - 59,99, dikategorikan sedang jika nilai indeks diantara 60,00 – 69,99, dikategorikan tinggi jika nilai indeks di antara 70,00 – 79,99, dan dikategorikan sangat tinggi jika nilai indeks diantara 80,00 – 100,00.
3. Untuk melihat kebaikan pemodelan yang terbentuk, dalam penelitian ini akan dilihat dari nilai *Akaike Information Criterion* (AIC). Semakin kecil nilai AIC maka semakin baik hasil pemodelan.

Halaman ini sengaja dikosongkan

BAB 2 TINJAUAN PUSTAKA

Dalam bab ini dibahas mengenai teori statistika maupun non statistika yang mendasari penelitian tentang pemodelan indeks kesehatan dan indeks pengeluaran kabupaten/kota di Indonesia dengan pendekatan model probit bivariat. Teori statistika yang mendasari penelitian ini adalah distribusi normal, distribusi normal bivariat, distribusi multinomial, korelasi Kendall's Tau, asumsi multikolinieritas, regresi probit univariat, serta regresi probit bivariat. Teori non statistika yang disajikan dalam bab ini adalah tentang indeks kesehatan, indeks pengeluaran, serta penelitian terdahulu.

2.1. Distribusi Normal, Normal Bivariat, dan Multinomial

Distribusi statistik yang digunakan dalam pemodelan probit univariat adalah distribusi normal dan distribusi multinomial, yaitu variabel ε diasumsikan mengikuti distribusi normal dengan *mean* 0 dan varians 1 serta fungsi probabilitas model probit mengikuti distribusi multinomial. Sedangkan dalam pemodelan probit bivariat variabel ε_1 dan ε_2 diasumsikan mengikuti distribusi normal bivariat dengan mean $[0\ 0]^T$ dengan varians 1 dan kovarians ρ .

2.1.1. Distribusi Normal

Distribusi normal, disebut pula distribusi Gauss, adalah distribusi probabilitas yang paling banyak digunakan dalam berbagai analisis statistika. Fungsi distribusi probabilita (*probability distribution function/PDF*) dari distribusi normal $Y \sim N(\mu, \sigma^2)$ adalah sebagai berikut (Walck, 2007):

$$f(y) = \phi(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{y-\mu}{\sigma}\right)^2\right], \text{ untuk } -\infty < y < \infty, \quad (2.1)$$
$$-\infty < \mu < \infty, \sigma^2 > 0$$

dengan: $E(Y) = \mu$ dan $Var(Y) = \sigma^2$.

Sedangkan fungsi distribusi kumulatif (*cumulative distribution function/CDF*) dari distribusi normal $Y \sim N(\mu, \sigma^2)$ adalah sebagai berikut:

$$F(y) = P(Y \leq y) = \int_{-\infty}^y \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma^2} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)^2\right] dt. \quad (2.2)$$

Distribusi normal dengan $\mu = 0$ dan $\sigma^2 = 1$ biasa disebut dengan distribusi normal standar. PDF dari distribusi normal standar $Z \sim N(0,1)$ adalah sebagai berikut:

$$f(z) = \phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}z^2\right], \text{ untuk } -\infty < z < \infty. \quad (2.3)$$

Sedangkan CDF dari distribusi normal standar $Z \sim N(0,1)$ adalah sebagai berikut:

$$F(z) = \Phi(z) = P(Z \leq z) = \int_{-\infty}^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}t^2\right] dt. \quad (2.4)$$

2.1.2. Distribusi Normal Bivariat

Misal terdapat vektor random \mathbf{Y} berukuran 2×1 dengan elemen Y_1, Y_2 yang dapat dinotasikan $\mathbf{Y} = [Y_1 \ Y_2]^T$. Jika vektor random \mathbf{Y} merupakan vektor random normal bivariat, maka PDF dari \mathbf{Y} adalah sebagai berikut (Walck, 2007):

$$\begin{aligned} f(y_1, y_2) &= \phi_2(y_1, y_2) \\ &= \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left\{-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left[\left(\frac{y_1-\mu_1}{\sigma_1}\right)^2 + \left(\frac{y_2-\mu_2}{\sigma_2}\right)^2 - 2\rho\left(\frac{y_1-\mu_1}{\sigma_1}\right)\left(\frac{y_2-\mu_2}{\sigma_2}\right)\right]\right\} \end{aligned} \quad (2.5)$$

dengan:

$$E(Y_1) = \mu_1 \quad \text{dan} \quad E(Y_2) = \mu_2, \quad \text{Var}(Y_1) = \sigma_1^2 \quad \text{dan} \quad \text{Var}(Y_2) = \sigma_2^2, \quad \text{dan} \\ \text{Corr}(Y_1, Y_2) = \rho.$$

Sedangkan CDF dari distribusi normal $\begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{pmatrix} \sim N\left[\begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \rho \\ \rho & \sigma_2^2 \end{pmatrix}\right]$ adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} F(y_1, y_2) &= P(Y_1 \leq y_1, Y_2 \leq y_2) \\ &= \int_{-\infty}^{y_2} \int_{-\infty}^{y_1} \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left\{-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left[\left(\frac{s-\mu_1}{\sigma_1}\right)^2 + \left(\frac{t-\mu_2}{\sigma_2}\right)^2 - 2\rho\left(\frac{s-\mu_1}{\sigma_1}\right)\left(\frac{t-\mu_2}{\sigma_2}\right)\right]\right\} ds dt. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Untuk PDF dari distribusi normal bivariat standar $\begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{pmatrix} \sim N\left[\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{pmatrix}\right]$ adalah sebagai berikut:

$$f(z_1, z_2) = \phi_2(z_1, z_2) \quad (2.7)$$

$$= \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2(1-\rho^2)} [z_1^2 + z_2^2 - 2\rho z_1 z_2] \right\}.$$

Sedangkan CDF dari distribusi normal bivariat adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} F(z_1, z_2) &= \Phi_2(z_1, z_2) = P(Z_1 \leq z_1, Z_2 \leq z_2) \\ &= \int_{-\infty}^{z_2} \int_{-\infty}^{z_1} \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2(1-\rho^2)} [s^2 + t^2 - 2\rho st] \right\} ds dt. \end{aligned} \quad (2.8)$$

2.1.3. Distribusi Multinomial

Distribusi multinomial merupakan perluasan dari distribusi binomial. Jika dalam distribusi binomial setiap observasi hanya memiliki 2 kategori/kemungkinan, sedangkan dalam distribusi multinomial memiliki lebih dari 2 kategori/kemungkinan. Misalkan Y adalah suatu amatan/observasi dengan k kategori, yaitu $Y = 1, Y = 2, \dots, Y = k$. Misal $Y = c$ adalah variabel random Y dengan kategori ke- c maka $P(Y = c) = P_c$ adalah probabilitas variabel Y pada kategori ke- c . Sehingga vektor random $\mathbf{y} = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_k]^T$ akan berdistribusi multinomial $\mathbf{y} \sim M(1; P_1, P_2, \dots, P_k)$ dengan fungsi probabilitas sebagai berikut:

$$f(y_1, y_2, \dots, y_k) = M(1; P_1, P_2, \dots, P_k) = \prod_{c=1}^k P_c^{y_c} \quad (2.9)$$

dengan:

$$\begin{aligned} E(Y_c) &= P_c, \text{Var}(Y_c) = P_c(1 - P_c), \text{ dan } \text{Cov}(Y_c, Y_{c^*}) = -P_c P_{c^*}, \text{ untuk } c \neq c^*, \\ \sum_{c=1}^k y_c &= n, \sum_{c=1}^k P_c = 1. \end{aligned}$$

2.2. Korelasi Kendall's Tau

Dalam pemodelan probit bivariat mengasumsikan antara dua variabel respon terdapat korelasi. Salah satu uji korelasi untuk data berpasangan adalah korelasi Kendall's Tau. Misalkan terdapat variabel Y_1 dan Y_2 yang merupakan variabel dengan skala ordinal. Untuk melihat korelasi Kendall's Tau pada kedua variabel tersebut, maka pasangan data tersebut harus disusun kedalam urutan yang wajar (*natural order*) menurut Y_1 . Kemudian nilai Y_2 dibandingkan dengan setiap nilai satu demi satu, dengan setiap nilai yang ada di sebelah bawahnya. Dalam melakukan perbandingan ini dapat dikatakan, bahwa suatu pasangan nilai-nilai Y_2 (Y_2 yang diperbandingkan dan Y_2 yang dibawahnya) berada dalam urutan yang wajar (*concordant*), bila Y_2 yang di bawah lebih besar dari Y_2 yang di

atasnya. Kemudian dikatakan bahwa suatu pasangan nilai-nilai Y_2 berada urutan terbalik (*discordant*), bila Y_2 yang di bawah lebih kecil dari Y_2 yang di atasnya. Formula korelasi Kendall's Tau adalah sebagai berikut (Siegel, 1956):

$$\hat{\tau} = \frac{P - Q}{n(n - 1)/2} \quad (2.10)$$

dengan:

P = jumlah pasangan urutan yang wajar (*concordant*)

Q = jumlah pasangan urutan yang terbalik (*discordant*)

n = banyaknya pasangan data.

Hipotesis yang digunakan dalam uji korelasi Kendall's Tau adalah sebagai berikut:

$H_0: \tau = 0$, atau tidak ada korelasi antara data yang berpasangan

$H_0: \tau \neq 0$, atau ada korelasi antara data yang berpasangan.

Dengan kriteria tolak H_0 jika $\tau_{hitung} > \tau_{\frac{\alpha}{2}, n}$. Pada data besar (n lebih dari 10) maka formula Kendall's Tau dianggap terdistribusi normal sehingga digunakan formula sebagai berikut (Siegel, 1956):

$$Z = \frac{\hat{\tau}}{\sqrt{\frac{2(2n + 5)}{9n(n - 1)}}} \quad (2.11)$$

dengan kriteria tolak H_0 jika $Z_{hitung} > Z_{\alpha/2}$.

2.3. Multikolinieritas

Dalam pemodelan regresi probit terdapat asumsi yang harus dipenuhi yaitu tidak adanya multikolinieritas antar variabel prediktor. Multikolinieritas adalah suatu kondisi dengan variabel-variabel prediktor berkorelasi tinggi. Salah satu cara mengidentifikasi adanya multikolinieritas adalah dengan menggunakan *Variance Inflation Factor* (VIF) dengan formula sebagai berikut:

$$VIF_j = \frac{1}{1 - R_j^2} \quad (2.12)$$

dengan R_j^2 adalah koefisien determinasi X_j dengan variabel prediktor lainnya. Nilai VIF yang lebih besar dari 10 menunjukkan adanya multikolinieritas antar variabel prediktor.

2.4. Regresi Probit Univariat

Regresi probit pertama kali dikenalkan oleh Chester Itner Bliss pada tahun 1934 dalam bidang toksikologi (Casella dan Berger, 2002). Model probit adalah suatu model untuk menjelaskan pola hubungan dari variabel respon berbentuk kategorik. Model probit merupakan model dengan pendekatan fungsi distribusi kumulatif (*cumulative distribution function/CDF*), dengan pendekatan tersebut untuk mengatasi kelemahan pada *linear probability model* yaitu nilai y_i sangat mungkin keluar dari range variabel dependent kategorik. Estimasi model probit menggunakan *CDF* distribusi normal. Ada beberapa asumsi dalam model probit antara lain probabilitas suatu kejadian bergantung pada variabel laten atau variabel yang tidak dapat diobservasi dan terdapat nilai kritikal (*threshold*) pada variabel yang tidak teramati.

Model regresi probit variabel respon kualitatif Y berasal dari variabel respon yang tidak teramati (laten) Y^* yaitu (O'Donnel dan Connor, 1996 dan Greene, 2008):

$$Y^* = \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x} + \varepsilon \quad (2.13)$$

dengan:

$\mathbf{x} = [X_1 X_2 \dots X_p]^T$ merupakan variabel prediktor yang berukuran $p \times 1$ dengan p merupakan banyaknya variabel prediktor.

$\boldsymbol{\beta} = [\beta_1 \beta_2 \dots \beta_p]^T$ merupakan vektor koefisien parameter yang dinotasikan sebagai dengan ukuran $p \times 1$.

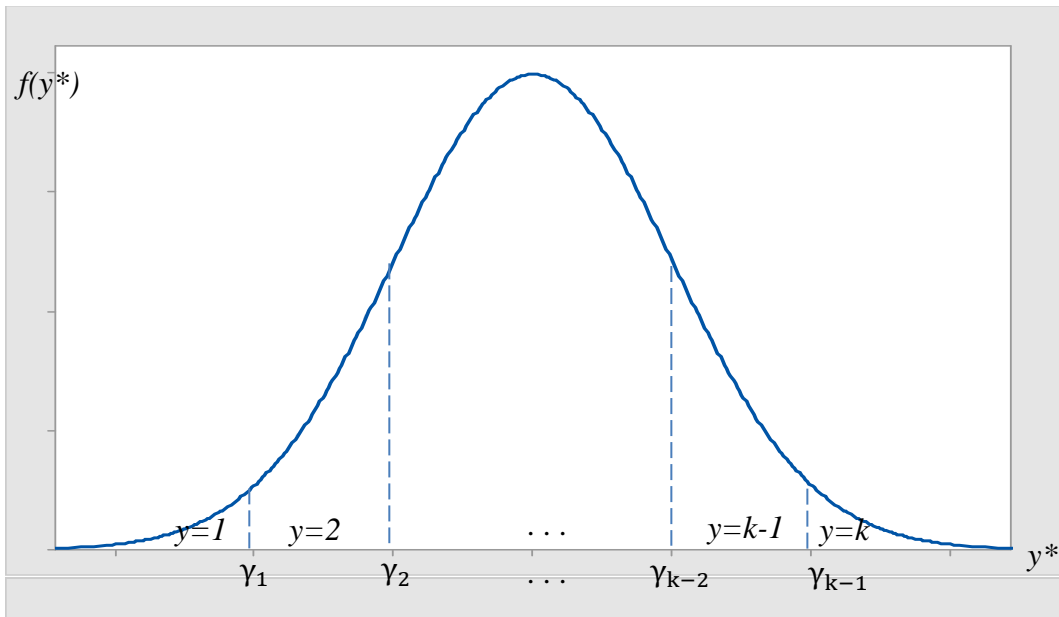
ε = diasumsikan berdistribusi normal standar dengan rata-rata 0 dan varians σ^2 .

Fungsi kepadatan probabilitas (*probability density function/PDF*) variabel Y^* adalah sebagai berikut:

$$f(y^*) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{y^* - \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}}{\sigma}\right)^2\right) \text{ untuk } -\infty < y < \infty \quad (2.14)$$

y^* berdistribusi normal dengan mean $\boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}$ dan varians σ^2 .

Gambar 2.1 merupakan grafik tentang fungsi distribusi probabilitas dari Y^* , dengan $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{k-1}$ adalah batasan (*threshold*) yang akan membagi Y^* menjadi k kategori.



Gambar 2.1. Grafik Fungsi Distribusi Probabilitas dari Y^*

Dari grafik tersebut setiap luasan di bawah grafik dan di antara *threshold* mempunyai fungsi probabilitas sebagai berikut:

$$P(Y^* \leq \gamma_1) = F(\gamma_1) = \int_{-\infty}^{\gamma_1} f(y^*) dy^*$$

$$P(\gamma_1 < y^* \leq \gamma_2) = F(\gamma_2) - F(\gamma_1) = \int_{\gamma_1}^{\gamma_2} f(y^*) dy^*$$

·
·
·

$$P(\gamma_{c-1} < y^* \leq \gamma_c) = F(\gamma_c) - F(\gamma_{c-1}) = \int_{\gamma_{c-1}}^{\gamma_c} f(y^*) dy^*$$

·
·
·

$$P(\gamma_{k-2} < y^* \leq \gamma_{k-1}) = F(\gamma_{k-1}) - F(\gamma_{k-2}) = \int_{\gamma_{k-2}}^{\gamma_{k-1}} f(y^*) dy^*$$

$$P(y^* > \gamma_{k-1}) = 1 - P(y^* \leq \gamma_{k-1}) = \int_{\gamma_{k-1}}^{\infty} f(y^*) dy^*.$$

Formula dalam (2.13) dapat ditransformasi ke dalam bentuk $Z = \frac{Y^* - \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}}{\sigma}$

atau $Z = Y^* - \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}$ dengan $Z \sim N(0,1)$, sehingga fungsi probabilitas menjadi:

$$\begin{aligned} P(y^* \leq \gamma_1) &= P(Z \leq \gamma_1 - \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}) = \Phi(\gamma_1 - \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}) \\ &= \Phi(Z_1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(\gamma_1 < y^* \leq \gamma_2) &= P(\gamma_1 - \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x} < Z \leq \gamma_2 - \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}) \\ &= \Phi(\gamma_2 - \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}) - \Phi(\gamma_1 - \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}) \\ &= \Phi(Z_2) - \Phi(Z_1) \end{aligned}$$

·
·
·

$$\begin{aligned} P(\gamma_{c-1} < y^* \leq \gamma_c) &= P(\gamma_{c-1} - \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x} < Z \leq \gamma_c - \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}) \\ &= \Phi(\gamma_c - \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}) - \Phi(\gamma_{c-1} - \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}) = \Phi(Z_c) - \Phi(Z_{c-1}) \end{aligned}$$

·
·
·

$$\begin{aligned} P(\gamma_{k-2} < y^* \leq \gamma_{k-1}) &= P(\gamma_{k-2} - \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x} < Z \leq \gamma_{k-1} - \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}) \\ &= \Phi(\gamma_{k-1} - \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}) - \Phi(\gamma_{k-2} - \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}) \\ &= \Phi(Z_{k-1}) - \Phi(Z_{k-2}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(y^* > \gamma_{k-1}) &= 1 - P(y^* \leq \gamma_{k-1}) = 1 - P(Z \leq \gamma_{k-1} - \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}) = 1 - \\ &\Phi(\gamma_{k-1} - \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}) = 1 - \Phi(Z_{c-1}). \end{aligned}$$

Selanjutnya Y^* dikategorikan dengan pengkategorian sebagai berikut:

$$Y = 1 \text{ jika } y^* \leq \gamma_1$$

$$Y = 2 \text{ jika } \gamma_1 < y^* \leq \gamma_2$$

·
·
·

$$Y = c \text{ jika } \gamma_{c-1} < y^* \leq \gamma_c$$

·
·
·

$$Y = k-1 \text{ jika } \gamma_{k-2} < y^* \leq \gamma_{k-1}$$

$$Y = k \text{ jika } Y^* > \gamma_{k-1}.$$

Sehingga model regresi probit menjadi sebagai berikut:

$$P(y = 1) = \Phi(Z_1)$$

$$P(y = 2) = \Phi(Z_2) - \Phi(Z_1)$$

.

.

.

$$P(y = c) = \Phi(Z_c) - \Phi(Z_{c-1})$$

.

.

.

$$P(y = k - 1) = \Phi(Z_{k-1}) - \Phi(Z_{k-2})$$

$$P(y = k) = 1 - \Phi(Z_{c-1}).$$

Dalam menginterpretasikan model regresi probit dapat dilakukan melalui efek marginal (Greene, 2008). Efek marginal dari model regresi probit tersebut di atas adalah sebagai berikut:

$$\frac{\partial P(y = 1)}{\partial X_j} = \Phi(\gamma_1 - \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x})(-\beta_j)$$

$$\frac{\partial P(y = 2)}{\partial X_j} = \Phi(\gamma_2 - \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}) - \Phi(\gamma_1 - \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x})(\beta_j)$$

.

.

.

$$\frac{\partial P(y = c)}{\partial X_j} = \Phi(\gamma_c - \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}) - \Phi(\gamma_{c-1} - \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x})(\beta_j)$$

.

.

.

$$\frac{\partial P(y=k)}{\partial X_j} = 1 - \Phi(\gamma_{k-1} - \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x})(\beta_j).$$

Efek marginal menyatakan besarnya pengaruh variabel prediktor X_j untuk $j = 1, 2, \dots, p$ terhadap $P(y = c)$.

Variabel $Y = [Y_1 Y_2 \dots Y_k]^T$ dengan probabilitas P_1, P_2, \dots, P_k mengikuti distribusi multinomial, yang dapat ditulis sebagai berikut:

$$Y \sim M[1; P_1, P_2, \dots, P_k] \quad (2.15)$$

dengan

$$P[Y_1 = y_1, Y_2 = y_2, \dots, Y_{k-1} = y_{k-1}] = \prod_{c=1}^k P_c^{y_c}. \quad (2.16)$$

2.4.1. Kajian Estimasi Parameter Regresi Probit Univariat

Salah satu metode estimasi parameter pada regresi probit adalah metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Metode MLE adalah metode estimasi dengan cara memaksimalkan fungsi *likelihood*-nya. Jika Y adalah variabel random dari populasi yang berdistribusi $P(Y, \theta)$ dan θ adalah parameter yang akan diestimasi dengan $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k)$, maka fungsi *likelihood* $L(\theta|y)$ adalah sebagai berikut (Casella dan Berger, 2002):

$$\begin{aligned} L(\theta|y) &= L(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k | y_1, y_2, \dots, y_n) \\ &= \prod_{i=1}^n P(y_i | \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k). \end{aligned} \quad (2.17)$$

Tahapan estimasi parameter pada regresi probit univariat dengan menggunakan metode MLE adalah sebagai berikut:

- Menentukan n sampel secara random Y_i , dengan $i = 1, 2, \dots, n$
- Menentukan fungsi *likelihood* dari variabel random Y , dengan dalam model probit univariat, variabel random Y berdistribusi Multinomial $Y \sim M[1; P_1, P_2, \dots, P_k]$, sehingga fungsi *likelihood* dari Y adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} L(\beta | y_1, y_2, \dots, y_n) &= \prod_{i=1}^n P(y_i) = \prod_{i=1}^n \prod_{c=1}^k P_{ci}^{y_{ci}} \\ &= \prod_{i=1}^n \{ [\Phi(Z_1)]^{y_{1i}} [\Phi(Z_2) - \Phi(Z_1)]^{y_{2i}} \dots [\Phi(Z_{k-1}) - \Phi(Z_{k-2})]^{y_{k-1,i}} [1 - \Phi(Z_{k-1})]^{y_{ki}} \}. \end{aligned}$$

Sedangkan fungsi *ln likelihood*-nya adalah:

$$\begin{aligned} \ln L(\theta | y_1, y_2, \dots, y_n) &= \sum_{i=1}^n \sum_{c=1}^k y_{ci} \ln P_{ci} \\ &= \sum_{i=1}^n \{ y_{1i} \ln \Phi(Z_1) + y_{2i} \ln [\Phi(Z_2) - \Phi(Z_1)] + \dots + y_{k-1,i} \ln \Phi(Z_{k-1}) - \Phi(Z_{k-2}) + y_{ki} \ln [1 - \Phi(Z_{k-1})] \}. \end{aligned}$$

- Memaksimalkan fungsi *likelihood* dengan menurunkan fungsi *ln likelihood* terhadap parameter θ , kemudian menyamakan dengan nol sebagai berikut:

$$\frac{\partial \ln L(\theta | y_1, y_2, \dots, y_n)}{\partial \theta} = 0.$$

2.4.2. Pengujian Parameter Model Regresi Probit Univariat

Pengujian parameter model regresi probit univariat dilakukan secara serentak dan parsial. Pengujian secara serentak adalah menguji secara simultan

apakah terdapat parameter dari variabel prediktor yang berpengaruh secara signifikan terhadap variabel respon, sedangkan pengujian secara parsial adalah menguji apakah masing-masing parameter berpengaruh signifikan terhadap variabel respon.

a. Pengujian parameter model regresi probit univariat secara serentak.

Hipotesis dalam pengujian parameter secara serentak adalah sebagai berikut:

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_p = 0$$

$$H_1 : \text{minimal ada satu } \beta_j \neq 0, \text{ untuk } j = 1, 2, \dots, p.$$

Statistik uji yang digunakan dalam pengujian parameter model regresi probit univariat secara serentak menggunakan *likelihood ratio* (G^2) dengan formula sebagai berikut:

$$G^2 = -2 \ln \left[\frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})} \right] = 2 [\ln L(\hat{\Omega}) - \ln L(\hat{\omega})] \quad (2.18)$$

dengan,

$\Omega = \{\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\gamma}\}$ adalah himpunan parameter di bawah populasi

$\omega = \{ \}$ adalah himpunan parameter di bawah H_0

$$L(\hat{\Omega}) = \max_{\Omega} L(\Omega) = \max_{\Omega} \prod_{i=1}^n f(y_i; \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\gamma}) = \max_{\Omega} \prod_{i=1}^n \prod_{c=1}^k f(y_c; \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\gamma})$$

$$L(\hat{\omega}) = \max_{\Omega} L(\omega) = \max_{\Omega} \prod_{i=1}^n f(y_i;) = \max_{\Omega} \prod_{i=1}^n \prod_{c=1}^k f(y_c;).$$

Tolak H_0 jika nilai $G^2 > \chi_{df, \alpha}^2$, dengan derajat bebas (df) yaitu banyaknya parameter dibawah populasi dikurangi dengan banyaknya parameter di bawah H_0 .

b. Pengujian parameter model regresi probit univariat secara parsial.

Hipotesis dalam pengujian parameter secara parsial adalah sebagai berikut:

$$H_0 : \beta_j = 0$$

$$H_1 : \beta_j \neq 0, \text{ untuk } j = 1, 2, \dots, p.$$

Statistik uji yang digunakan dalam pengujian parameter model regresi probit univariat secara parsial adalah sebagai berikut:

$$Z = \frac{\hat{\beta}_j}{SE(\hat{\beta}_j)} \quad (2.19)$$

dengan,

$Z \sim N(0,1)$, tolak H_0 jika $Z_{hitung} > Z_{\alpha/2}$.

2.4.3. Kriteria Keباikan Model Regresi Probit Univariat

Kriteria kebaikan model pada regresi probit univariat digunakan untuk mendapatkan model terbaik yang mampu menjelaskan pola hubungan antara variabel prediktor dengan variabel respon, serta mampu melakukan estimasi secara akurat. Untuk mendapatkan model terbaik yang mampu menjelaskan pola hubungan antara variabel prediktor dengan variabel respon dapat digunakan kriteria *Akaike Information Criterion* (AIC). AIC merupakan suatu kriteria evaluasi kebaikan model dari parameter yang diestimasi berdasarkan metode maksimum likelihood. Semakin kecil nilai AIC, maka model tersebut semakin baik. Formula penghitungan AIC adalah sebagai berikut:

$$AIC = -2\ln L(\hat{\theta}) + 2p \quad (2.20)$$

dengan:

$L(\hat{\theta})$ = nilai maksimum fungsi likelihood

p = banyaknya parameter.

Salah satu ukuran untuk pemilihan model terbaik yang dapat digunakan pada pemodelan statistik yang melibatkan variabel respon kategorik adalah ketepatan klasifikasi (Ratnasari, 2012). Ketepatan klasifikasi merupakan evaluasi yang melihat probabilitas kesalahan klasifikasi yang dilakukan oleh suatu fungsi klasifikasi. Nilai ketepatan klasifikasi diperoleh dengan membandingkan nilai prediksi yang benar dari model dengan nilai observasi.

Tabel 2.1. Tabel Klasifikasi Antara Hasil Observasi Dan Hasil Prediksi Variabel Respon

Hasil Observasi	Hasil Prediksi				
	$Y = 1$	$Y = 2$...	$Y = k - 1$	$Y = k$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
$Y = 1$	n_{11}	n_{12}	...	$n_{1,k-1}$	n_{1k}
$Y = 2$	n_{21}	n_{22}	...	$n_{2,k-1}$	n_{2k}
...
$Y = k - 1$	$n_{k-1,1}$	$n_{k-1,2}$...	$n_{k-1,k-1}$	$n_{k-1,k}$
$Y = k$	n_{k1}	n_{k2}	...	$n_{k,k-1}$	n_{kk}

Nilai ketepatan klasifikasi (akurasi) dapat dihitung dengan formula sebagai berikut:

$$Akurasi = \frac{n_{11} + n_{22} + \dots + n_{k-1,k-1} + n_{kk}}{n} \times 100\% \quad (2.21)$$

Semakin tinggi ketepatan klasifikasi, maka model semakin baik.

2.5. Regresi Probit Bivariat

Regresi probit bivariat adalah model regresi probit dengan dua variabel respon yang memiliki hubungan, sedangkan variabel prediktornya bisa berupa variabel diskrit atau kontinyu ataupun berupa variabel kualitatif. Dalam regresi probit bivariat diasumsikan terdapat hubungan antar variabel respon. Misalkan Y_{1i} dan Y_{2i} kita definisikan variabel dengan kategori $c = 1, 2, \dots, k$ dan $d = 1, 2, \dots, l$ sebagai berikut:

$$Y_{1i} = c \text{ jika } \gamma_{c-1} < Y_{1i}^* \leq \gamma_c$$

$$Y_{2i} = d \text{ jika } \delta_{d-1} < Y_{2i}^* \leq \delta_d$$

dengan $\gamma_1 < \gamma_2 < \dots < \gamma_{k-1}$ dan $\delta_1 < \delta_2 < \dots < \delta_{l-1}$ adalah nilai *threshold* yang tidak teramati, dan Y_{ri}^* adalah variabel latent dari observasi ke- i dan variabel ke- r , dan c tidak harus sama dengan d . Model regresi probit bivariat variabel respon kualitatif Y_{1i} dan Y_{2i} berasal dari variabel respon yang tidak teramati (laten) Y_{1i}^* dan Y_{2i}^* (Greene dan Hensher, 2009):

$$\begin{aligned} Y_{1i}^* &= \boldsymbol{\beta}_1^T \mathbf{x}_i + \varepsilon_{1i} \\ Y_{2i}^* &= \boldsymbol{\beta}_2^T \mathbf{x}_i + \varepsilon_{2i} \end{aligned} \quad \text{dengan } \begin{pmatrix} \varepsilon_{1i} \\ \varepsilon_{2i} \end{pmatrix} \sim N \left[\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{pmatrix} \right] \quad (2.22)$$

dengan $\boldsymbol{\beta}_1 = \{\beta_{11}, \beta_{12}, \dots, \beta_{1p}\}$ dan $\boldsymbol{\beta}_2 = \{\beta_{21}, \beta_{22}, \dots, \beta_{2p}\}$.

Fungsi kepadatan probabilitas (PDF) dari variabel ε_{1i} dan ε_{2i} adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} f(\varepsilon_{1i}, \varepsilon_{2i}) &= \Phi_2(\varepsilon_{1i}, \varepsilon_{2i}) \\ &= \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2(1-\rho^2)} \left[\left(\frac{\varepsilon_{1i} - \boldsymbol{\beta}_1^T \mathbf{x}}{\sigma_1} \right)^2 \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \left(\frac{\varepsilon_{2i} - \boldsymbol{\beta}_2^T \mathbf{x}}{\sigma_2} \right)^2 - 2\rho \left(\frac{\varepsilon_{1i} - \boldsymbol{\beta}_1^T \mathbf{x}}{\sigma_1} \right) \left(\frac{\varepsilon_{2i} - \boldsymbol{\beta}_2^T \mathbf{x}}{\sigma_2} \right) \right] \right\} \quad (2.23) \end{aligned}$$

dengan:

$E(Y_1^*) = \beta_1^T \mathbf{x}$ dan $E(Y_2^*) = \beta_2^T \mathbf{x}$, $Var(Y_1^*) = \sigma_1^2$, $Var(Y_2^*) = \sigma_2^2$, dan $Corr(Y_1^*, Y_2^*) = \rho$.

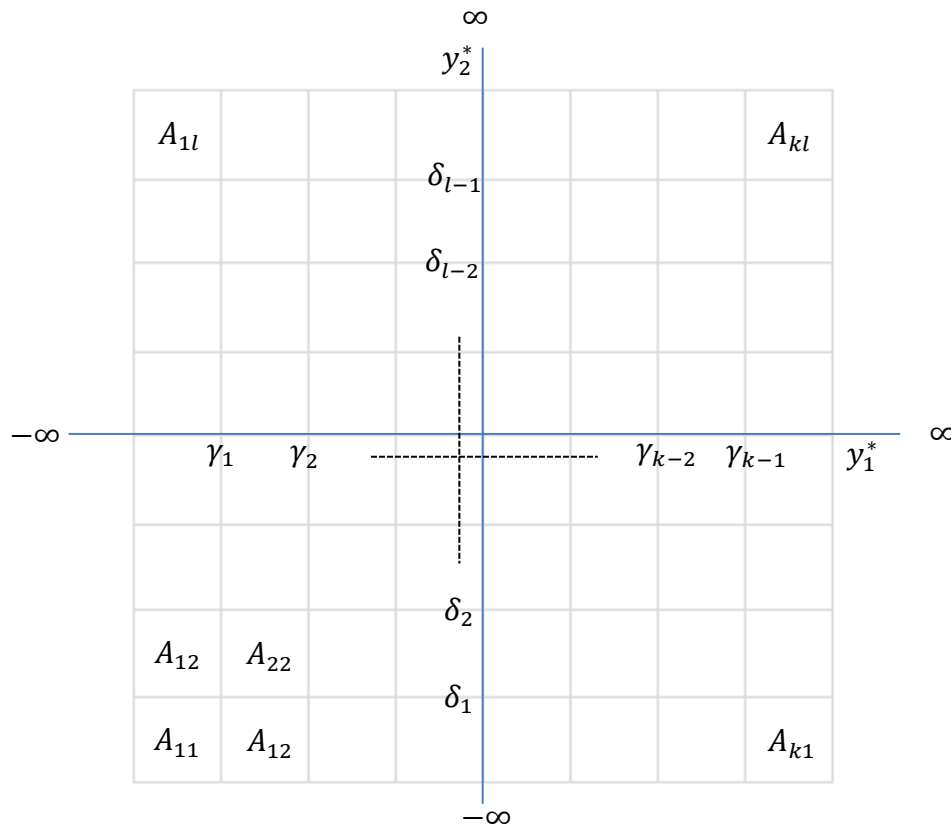
atau dalam bentuk normal standar sebagai berikut:

$$f(z_1, z_2) = \phi_2(z_1, z_2) = \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left\{-\frac{1}{2(1-\rho^2)}[z_1^2 + z_2^2 - 2\rho z_1 z_2]\right\} \quad (2.24)$$

dengan:

$E(z_1) = 0$ dan $E(z_2) = 0$, $Var(z_1) = 1$, $Var(z_2) = 1$, dan $Corr(z_1, z_2) = \rho$

Fungsi peluang bersama Y_1^* dan Y_2^* , dengan $\gamma_1 < \gamma_2 < \dots < \gamma_{k-1}$ adalah *threshold* yang membagi Y_1^* menjadi k kategori dan $\delta_1 < \delta_2 < \dots < \delta_{l-1}$ adalah *threshold* yang membagi Y_2^* menjadi l kategori dapat digambarkan pada Gambar 2.2 sebagai berikut:



Gambar 2.2. Fungsi Peluang Bersama Y_1^* dan Y_2^*

Fungsi peluang bersama untuk $Y_{1i} = c$ dan $Y_{2i} = d$ atau dapat ditulis $P(Y_{1i} = c, Y_{2i} = d | X_i) = P_{cd}$ merupakan model probit bivariat dengan nilai sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
P(Y_{1i} = 1, Y_{2i} = 1 | X_i) &= P_{11} = \text{probabilita pada area } A_{11} \\
&= P(Y_{1i}^* \leq \gamma_1, Y_{2i}^* \leq \delta_1) \\
&= P(\boldsymbol{\beta}_1^T \mathbf{x}_i + \varepsilon_{1i} \leq \gamma_1, \boldsymbol{\beta}_2^T \mathbf{x}_i + \varepsilon_{2i} \leq \delta_1) \\
&= P(\varepsilon_{1i} \leq \gamma_1 - \boldsymbol{\beta}_1^T \mathbf{x}_i, \varepsilon_{2i} \leq \delta_1 - \boldsymbol{\beta}_2^T \mathbf{x}_i) \\
&= \int_{-\infty}^{\delta_1 - \boldsymbol{\beta}_2^T \mathbf{x}_i} \int_{-\infty}^{\gamma_1 - \boldsymbol{\beta}_1^T \mathbf{x}_i} \Phi_2(\varepsilon_{1i}, \varepsilon_{2i}, \rho) d\varepsilon_{1i} d\varepsilon_{2i} \\
&= \int_{-\infty}^{z_{21}} \int_{-\infty}^{z_{11}} \Phi_2(z_1, z_2, \rho) dz_1 dz_2 \\
&= \Phi(z_{11i}, z_{21i})
\end{aligned}$$

.

.

.

$$\begin{aligned}
P(Y_{1i} = 2, Y_{2i} = 2 | X_i) &= P_{22} = \text{probabilita pada area } A_{22} \\
&= P(\gamma_1 < Y_{1i}^* \leq \gamma_2, \delta_1 < Y_{2i}^* \leq \delta_2) \\
&= P(\gamma_1 < \boldsymbol{\beta}_1^T \mathbf{x}_i + \varepsilon_{1i} \leq \gamma_2, \delta_1 < \boldsymbol{\beta}_2^T \mathbf{x}_i + \varepsilon_{2i} \leq \delta_2) \\
&= P(\gamma_1 - \boldsymbol{\beta}_1^T \mathbf{x}_i < \varepsilon_{1i} \leq \gamma_2 - \boldsymbol{\beta}_1^T \mathbf{x}_i, \delta_1 - \boldsymbol{\beta}_2^T \mathbf{x}_i < \varepsilon_{2i} \\
&\quad \leq \delta_2 - \boldsymbol{\beta}_2^T \mathbf{x}_i) \\
&= \int_{\delta_1 - \boldsymbol{\beta}_2^T \mathbf{x}_i}^{\delta_2 - \boldsymbol{\beta}_2^T \mathbf{x}_i} \int_{\gamma_1 - \boldsymbol{\beta}_1^T \mathbf{x}_i}^{\gamma_2 - \boldsymbol{\beta}_1^T \mathbf{x}_i} \Phi_2(\varepsilon_{1i}, \varepsilon_{2i}, \rho) d\varepsilon_{1i} d\varepsilon_{2i} \\
&= \int_{z_{21}}^{z_{22}} \int_{z_{11}}^{z_{12}} \Phi_2(z_1, z_2, \rho) dz_1 dz_2 \\
&= \Phi(z_{12i}, z_{22i}) - \Phi(z_{11i}, z_{22i}) - \Phi(z_{12i}, z_{21i}) + \Phi(z_{11i}, z_{21i})
\end{aligned}$$

.

.

.

$$\begin{aligned}
P(Y_{1i} = c, Y_{2i} = d | X_i) &= P_{cd} = \text{probabilita pada area } A_{cd} \\
&= P(\gamma_{c-1} < Y_{1i}^* \leq \gamma_c, \delta_{d-1} < Y_{2i}^* \leq \delta_d) \\
&= P(\gamma_{c-1} < \boldsymbol{\beta}_1^T \mathbf{x}_i + \varepsilon_{1i} \leq \gamma_c, \delta_{d-1} < \boldsymbol{\beta}_2^T \mathbf{x}_i + \varepsilon_{2i} \leq \delta_d)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= P(\gamma_{c-1} - \boldsymbol{\beta}_1^T \mathbf{x}_i < \varepsilon_{1i} \leq \gamma_c - \boldsymbol{\beta}_1^T \mathbf{x}_i, \delta_{d-1} - \boldsymbol{\beta}_2^T \mathbf{x}_i < \varepsilon_{2i} \\
&\quad \leq \delta_d - \boldsymbol{\beta}_2^T \mathbf{x}_i) \\
&= \int_{\delta_{d-1} - \boldsymbol{\beta}_2^T \mathbf{x}_i}^{\delta_d - \boldsymbol{\beta}_2^T \mathbf{x}_i} \int_{\gamma_{c-1} - \boldsymbol{\beta}_1^T \mathbf{x}_i}^{\gamma_c - \boldsymbol{\beta}_1^T \mathbf{x}_i} \Phi_2(\varepsilon_{1i}, \varepsilon_{2i}, \rho) d\varepsilon_{1i} d\varepsilon_{2i} \\
&= \int_{z_{2,d-1}}^{z_{2d}} \int_{z_{1,c-1}}^{z_{1c}} \Phi_2(z_1, z_2, \rho) dz_1 dz_2 \\
&= \Phi(z_{1ci}, z_{2di}) - \Phi(z_{1,c-1i}, z_{2di}) - \Phi(z_{1ci}, z_{2,d-1i}) \\
&\quad + \Phi(z_{1,c-1i}, z_{2,d-1i})
\end{aligned}$$

.
.
.

$$\begin{aligned}
P(Y_{1i} = k, Y_{2i} = l | X_i) &= P_{kl} = \text{probabilita pada area } A_{kl} \\
&= P(Y_{1i}^* > \gamma_{k-1}, Y_{2i}^* > \delta_{l-1}) \\
&= 1 - P(Y_{1i}^* \leq \gamma_{k-1}, Y_{2i}^* \leq \delta_{l-1}) \\
&= 1 - P(\boldsymbol{\beta}_1^T \mathbf{x}_i + \varepsilon_{1i} \leq \gamma_{k-1}, \boldsymbol{\beta}_2^T \mathbf{x}_i + \varepsilon_{2i} \leq \delta_{l-1}) \\
&= 1 - P(\varepsilon_{1i} \leq \gamma_{k-1} - \boldsymbol{\beta}_1^T \mathbf{x}_i, \varepsilon_{2i} \leq \delta_{l-1} - \boldsymbol{\beta}_2^T \mathbf{x}_i) \\
&= \int_{\delta_{l-1} - \boldsymbol{\beta}_2^T \mathbf{x}_i}^{\infty} \int_{\gamma_{k-1} - \boldsymbol{\beta}_1^T \mathbf{x}_i}^{\infty} \Phi_2(\varepsilon_{1i}, \varepsilon_{2i}, \rho) d\varepsilon_{1i} d\varepsilon_{2i} \\
&= \int_{z_{2,l-1}}^{\infty} \int_{z_{1,k-1}}^{\infty} \Phi_2(z_1, z_2, \rho) dz_1 dz_2 \\
&= 1 - \Phi(z_{1,k-1i}) - \Phi(z_{2,l-1i}) + \Phi(z_{1,k-1i}, z_{2,l-1i}).
\end{aligned}$$

Tabel kontingensi antara frekuensi dan probabilitas pada 2 variabel respon tersebut diatas seperti pada Tabel 2.2.

Tabel 2.2. Kontingensi antara Frekuensi dan Probabilitas pada 2 Variabel Respon

Variabel Respon		Y ₂				
		1	2	...	l	Total
(1)		(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
Y ₁	1	Y ₁₁ ;P ₁₁	Y ₁₂ ;P ₁₂	...	Y _{1l} ;P _{1l}	P ₁₊
	2	Y ₂₁ ;P ₂₁	Y ₂₂ ;P ₂₂	...	Y _{2l} ;P _{2l}	P ₂₊

	k	Y _{kl} ;P _{kl}	Y _{k2} ;P _{k2}	...	Y _{kl} ;P _{kl}	P _{k+}
Total		P _{+l}	P ₊₂	...	P _{+l}	P ₊₊₌₁

Kejadian pada Tabel 2.2 mengikuti distribusi multinomial $(Y_{11}, Y_{12}, \dots, Y_{kl}) \sim M(1; P_{11}, P_{12}, \dots, P_{kl})$ dengan fungsi probabilitas sebagai berikut:

$$P(Y_{11} = y_{11}, Y_{12} = y_{12}, \dots, Y_{kl} = y_{kl}) = \prod_{d=1}^l \prod_{c=1}^k P_{cd}^{y_{cd}}.$$

Efek marjinal dari model probit bivariat adalah sebagai berikut:

$$\frac{\partial P_{11}}{\partial X_j} = \frac{\Phi(z_{11}, z_{21})}{\partial X_j}$$

$$= -\hat{\beta}_{1,j} \varphi_{1(11)} - \hat{\beta}_{2,j} \varphi_{2(11)}$$

.

.

.

$$\frac{\partial P_{22}}{\partial X_j} = \frac{\partial(\Phi(z_{12}, z_{22}) - \Phi(z_{11}, z_{22}) - \Phi(z_{12}, z_{21}) + \Phi(z_{11}, z_{21}))}{\partial X_j}$$

$$= -\hat{\beta}_{1,j} \varphi_{1(22)} - \hat{\beta}_{2,j} \varphi_{2(22)} + \hat{\beta}_{1,j} \varphi_{1(12)} + \hat{\beta}_{2,j} \varphi_{2(12)} + \hat{\beta}_{1,j} \varphi_{1(21)} + \hat{\beta}_{2,j} \varphi_{2(21)} - \hat{\beta}_{1,j} \varphi_{1(11)} - \hat{\beta}_{2,j} \varphi_{2(11)}$$

.

.

.

$$\frac{\partial P_{cd}}{\partial X_j} = \frac{\partial(\Phi(z_{1c}, z_{2d}) - \Phi(z_{1,c-1}, z_{2d}) - \Phi(z_{1c}, z_{2,d-1}) + \Phi(z_{1,c-1}, z_{2,d-1}))}{\partial X_j}$$

$$\begin{aligned}
&= -\hat{\beta}_{1.j}\varphi_{1(cd)} - \hat{\beta}_{2.j}\varphi_{2(cd)} + \hat{\beta}_{1.j}\varphi_{1(c-1,d)} + \hat{\beta}_{2.j}\varphi_{2(c-1,d)} \\
&\quad + \hat{\beta}_{1.j}\varphi_{1(c,d-1)} + \hat{\beta}_{2.j}\varphi_{2(c,d-1)} - \hat{\beta}_{1.j}\varphi_{1(c-1,d-1)} \\
&\quad - \hat{\beta}_{2.j}\varphi_{2(c-1,d-1)}
\end{aligned}$$

·
·
·

$$\begin{aligned}
\frac{\partial P_{kl}}{\partial X_j} &= \frac{\partial(1 - \Phi(z_{1,k-1}) - \Phi(z_{2,l-1}) + \Phi(z_{1,k-1}, z_{2,l-1}))}{\partial X_j} \\
&= \hat{\beta}_{1.j}\phi(z_{1,k-1}) + \hat{\beta}_{2.1}\phi(z_{2,l-1}) - \hat{\beta}_{1.1}\varphi_{1(k-1,l-1)} - \\
&\quad \hat{\beta}_{2.1}\varphi_{2(k-1,l-1)}.
\end{aligned}$$

2.5.1. Estimasi Parameter Model Regresi Probit Bivariat

Metode *Maximum Likelihood Estimator* (MLE) adalah salah satu metode estimasi parameter yang dapat digunakan jika suatu model diketahui distribusinya. Adapun langkah-langkah untuk mendapatkan estimasi parameter dengan MLE pada model regresi probit bivariat hampir sama dengan estimasi parameter dengan MLE pada model regresi probit univariat, yang berbeda adalah jumlah vektor parameter yang diestimasi. Jika pada model regresi probit univariat hanya mengestimasi β dan γ , sedangkan pada model regresi probit bivariat yang diestimasi adalah $\beta_1, \beta_2, \gamma, \delta$, dan ρ .

Langkah-langkah dalam melakukan estimasi parameter regresi probit bivariat dengan metode MLE adalah sebagai berikut:

- Membuat fungsi *likelihood* berdasarkan model regresi probit bivariat.
- Membuat fungsi *ln-likelihood*.
- Menurunkan fungsi *ln-likelihood* terhadap parameter

$\theta = [\beta_1 \beta_2 \gamma \delta \rho]^T$ dan disamakan dengan nol.

$$\frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial \beta_1} = 0, \frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial \beta_2} = 0, \frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial \gamma} = 0, \frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial \delta} = 0, \frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial \rho} = 0.$$

2.5.2. Pengujian Parameter Model Regresi Probit Bivariat

Pengujian signifikansi parameter pada model regresi probit bivariat seperti halnya pada model regresi probit univariat, yaitu dilakukan secara serentak dan parsial.

- a. Pengujian parameter model regresi probit bivariat secara serentak.

Hipotesis dalam pengujian parameter secara serentak adalah sebagai berikut:

$$H_0 : \beta_{11} = \beta_{12} = \dots = \beta_{1p} = \beta_{21} = \beta_{22} = \dots = \beta_{2p} = 0$$

$$H_1 : \text{minimal ada satu } \beta_{rj} \neq 0, \text{ untuk } r = 1, 2 \text{ dan } j = 1, 2, \dots, p$$

Statistik uji yang digunakan dalam pengujian parameter model regresi probit bivariat secara serentak menggunakan *likelihood ratio* (G^2) dengan formula sebagai berikut:

$$G^2 = -2 \ln \left[\frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})} \right] = 2 [\ln L(\hat{\Omega}) - \ln L(\hat{\omega})] \quad (2.25)$$

dengan,

$\Omega = \{\beta_1, \beta_2, \gamma, \delta, \rho\}$ adalah himpunan parameter di bawah populasi

$\omega = \{\rho\}$ adalah himpunan parameter di bawah H_0

$$L(\hat{\Omega}) = \max_{\Omega} L(\Omega)$$

$$= \max_{\Omega} \prod_{i=1}^n f(y_i; \beta_1, \beta_2, \gamma, \delta, \rho) = \max_{\Omega} \prod_{i=1}^n \prod_{d=1}^l \prod_{c=1}^k f(y_{cdi}; \beta_1, \beta_2, \gamma, \delta, \rho)$$

$$L(\hat{\omega}) = \max_{\omega} L(\omega)$$

$$= \max_{\omega} \prod_{i=1}^n f(y_i; \rho) = \max_{\Omega} \prod_{i=1}^n \prod_{d=1}^l \prod_{c=1}^k f(y_{cdi}; \rho).$$

Tolak H_0 jika nilai $G^2 > \chi_{df, \alpha}^2$ dengan derajat bebas (df) yaitu banyaknya parameter dibawah populasi dikurangi dengan banyaknya parameter di bawah H_0 .

- b. Pengujian parameter model regresi probit bivariat secara parsial.

Hipotesis dalam pengujian parameter secara parsial adalah sebagai berikut:

$$H_0 : \beta_{rj} = 0$$

$$H_1 : \beta_{rj} \neq 0, \text{ untuk } r = 1, 2 \text{ dan } j = 1, 2, \dots, p$$

Statistik uji yang digunakan dalam pengujian parameter model regresi probit bivariat secara parsial adalah sebagai berikut:

$$Z = \frac{\hat{\beta}_{rj}}{SE(\hat{\beta}_{rj})} \quad (2.26)$$

dengan,

$Z \sim N(0,1)$, tolak H_0 jika $Z_{hitung} > Z_{\alpha/2}$.

2.5.3. Kriteria Keباikan Model Regresi Probit Bivariat

Kriteria kebaikan model pada model regresi probit bivariat dapat dilihat melalui AIC. AIC merupakan suatu kriteria evaluasi kebaikan model dari parameter yang diestimasi berdasarkan metode maksimum likelihood. Semakin kecil nilai AIC, maka model tersebut semakin baik. Formula penghitungan AIC adalah seperti pada formula 2.39. Sedangkan nilai ketepatan klasifikasi diperoleh dengan membandingkan nilai prediksi yang benar dari model dengan nilai observasi.

Tabel 2.3. Tabel Klasifikasi antara Hasil Observasi dan Hasil Prediksi 2 Variabel Respon

Hasil Observasi	Hasil Prediksi				
	Y_{11}	Y_{12}	...	$Y_{k,l-1}$	Y_{kl}
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
Y_{11}	$n_{11,11}$	$n_{11,12}$...	$n_{11,k,l-1}$	$n_{11,kl}$
Y_{12}	$n_{12,11}$	$n_{12,12}$...	$n_{12,k,l-1}$	$n_{12,kl}$
...
$Y_{k,l-1}$	$n_{k,l-1,11}$	$n_{k,l-1,12}$...	$n_{k,l-1,k,l-1}$	$n_{k,l-1,kl}$
Y_{kl}	$n_{kl,11}$	$n_{kl,12}$...	$n_{kl,k,l-1}$	$n_{kl,kl}$

Nilai ketepatan klasifikasi (akurasi) dapat dihitung dengan formula sebagai berikut:

$$Akurasi = \frac{n_{11,11} + n_{12,12} + \dots + n_{k,l-1,k,l-1} + n_{kl,kl}}{n} \times 100\% \quad (2.27)$$

Semakin tinggi ketepatan klasifikasi, maka model semakin baik.

2.6. Indeks Kesehatan

Indeks kesehatan merupakan cerminan dari tingkat kesehatan di suatu wilayah. Indeks kesehatan disusun berdasarkan Angka Harapan Hidup saat lahir (AHH). AHH merupakan rata-rata perkiraan banyak tahun yang dapat ditempuh oleh seseorang selama hidup. Penghitungan AHH melalui pendekatan tak langsung (*indirect estimation*). Jenis data yang digunakan adalah Anak Lahir Hidup (ALH) dan Anak Masih Hidup (AMH). AHH dihitung berdasarkan ALH dan AMH dengan metode Trussel dengan model West, yang sesuai dengan histori kependudukan dan kondisi Indonesia dan negara-negara Asia Tenggara umumnya (BPS, 2015).

Cara penghitungan indeks kesehatan adalah sebagai berikut:

$$I_{Kesehatan} = \frac{AHH - AHH_{min}}{AHH_{max} - AHH_{min}}$$

dengan nilai maksimum dan nilai minimum harapan hidup sesuai standar UNDP, yaitu angka tertinggi sebagai batas atas untuk penghitungan indeks dipakai 85 tahun dan terendah adalah 20 tahun.

2.7. Indeks Pengeluaran

Indeks pengeluaran menggambarkan tingkat kesejahteraan yang dinikmati oleh penduduk sebagai dampak semakin membaiknya ekonomi. Indeks pengeluaran disusun berdasarkan rata-rata pengeluaran per kapita riil yang disesuaikan dengan paritas daya beli (*purcashing power parity*). Cara penghitungan indeks pengeluaran sebagai berikut (BPS, 2015):

$$I_{Pengeluaran} = \frac{\ln(\text{pengeluaran}) - \ln(\text{pengeluaran}_{min})}{\ln(\text{pengeluaran}_{max}) - \ln(\text{pengeluaran}_{min})}$$

dengan batas maksimum pengeluaran per kapita adalah sebesar Rp 26.572.352 sementara batas minimumnya adalah Rp 1.007.436.

2.8. Kajian Teori dan Penelitian Terdahulu

WHO (2016) menyatakan bahwa terdapat beberapa faktor (determinan) yang menentukan tingkat kesehatan, yaitu: status sosial, pendidikan, lingkungan, jaringan pendukung sosial, keturunan, dan pelayanan kesehatan. Semakin tinggi

status sosial akan semakin baik tingkat kesehatannya. Semakin tinggi tingkat pendidikan juga berhubungan dengan tingkat kesehatan yang semakin baik. Keadaan lingkungan yaitu kebersihan air, kesehatan tempat kerja, kebersihan rumah berkontribusi terhadap tingkat kesehatan. Jaringan pendukung sosial seperti dukungan dari keluarga dan komunitas juga berhubungan dengan kesehatan yang lebih baik. Akses terhadap pelayanan kesehatan juga mempengaruhi tingkat kesehatan.

Organisasi County Health Ranking dan Roadmaps (2016) menyebutkan bahwa terdapat faktor sosial ekonomi yang mempengaruhi tingkat kesehatan, yaitu: pendidikan, pekerjaan, pendapatan, dukungan sosial dan keluarga, keamanan komunitas.

Faktor pendidikan berpengaruh pada tingkat kesehatan dan pendapatan seseorang. Pendidikan meningkatkan pengetahuan, kreativitas, dan imajinasi. Sebagai nilai tambah, pendidikan juga akan memperluas pilihan-pilihan lain. Manusia yang berpendidikan akan lebih memperhatikan tingkat kesehatan agar dapat hidup lebih lama. Tidak hanya itu, manusia yang berpendidikan juga akan berpeluang besar mendapatkan pekerjaan dan pendapatan yang lebih layak (BPS, 2015).

Maully (2014) meneliti faktor-faktor yang mempengaruhi indeks kesehatan kabupaten/kota di Jawa Timur dengan menggunakan regresi logistik. Faktor yang berpengaruh signifikan terhadap indeks kesehatan di kabupaten dan kota provinsi Jawa Timur adalah persentase pertolongan pertama kelahiran pada ibu dan persentase bayi diberi imunisasi.

Ardianti, Wibisono, dan Jumiati (2015) melakukan pemodelan angka harapan hidup di Kabupaten Jember dengan metode analisis regresi berganda. Faktor yang berpengaruh signifikan terhadap angka harapan hidup di Kabupaten Jember adalah pendidikan, pelayanan kesehatan, perilaku hidup bersih dan sehat, serta produk domestik regional bruto (PDRB).

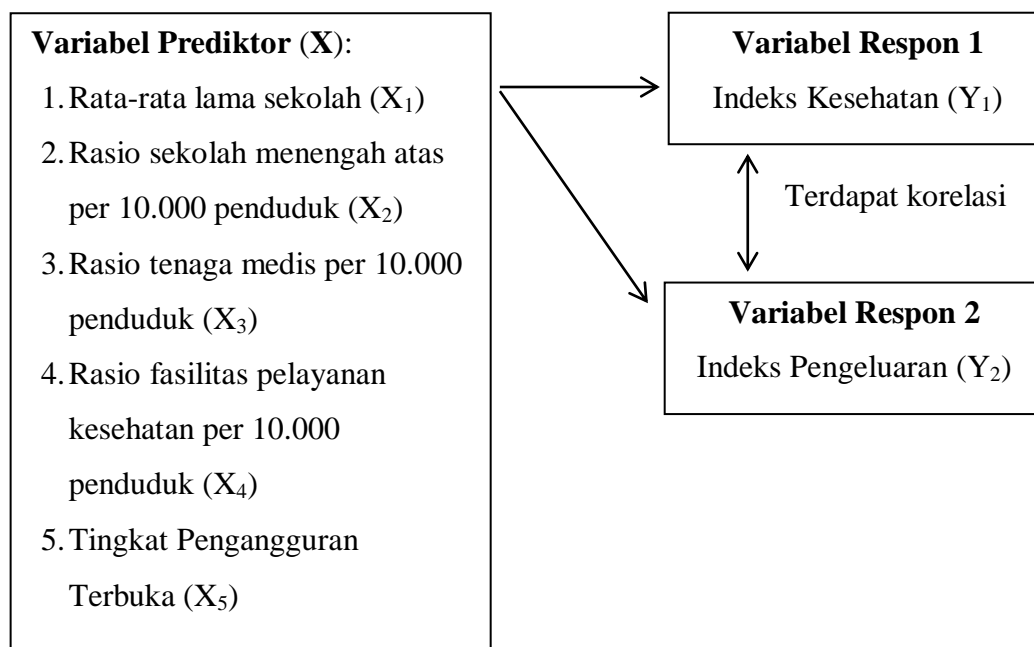
Pertiwi (2012) melakukan pemodelan pengeluaran per kapita per kabupaten/kota di Kalimantan Barat dengan menggunakan metode hirarki bayesian. Setiap kabupaten/kota menghasilkan model yang berbeda-beda. Di kabupaten Bengkayang model pengeluaran per kapita dipengaruhi oleh rasio SD

dan SMP per 10.000 penduduk, rasio SMU dan SMK per 10.000 penduduk, rasio puskesmas per 10.000 penduduk, rasio dokter per 10.000 penduduk, persentase keluarga yang menggunakan listrik, persentase jalan yang dapat dilalui kendaraan roda empat, dan total bantuan pemerintah kabupaten/kota.

Fitriani (2015) melakukan analisis faktor-faktor yang mempengaruhi daya beli (pengeluaran per kapita) masyarakat di Jawa Barat dengan menggunakan analisis regresi. Faktor-faktor yang mempengaruhi daya beli (pengeluaran per kapita) secara signifikan adalah tingkat pengangguran, PDRB sektor industri, upah minimum regional, dan tingkat inflasi.

Menurut Sukirno (2004), efek dari pengangguran adalah mengurangi pendapatan masyarakat yang pada akhirnya mengurangi tingkat kemakmuran dan kesejahteraan yang telah dicapai seseorang.

Berdasarkan kajian teori dan penelitian-penelitian yang terdahulu serta keterbatasan data, maka kerangka penggunaan variabel dalam penelitian ini seperti pada Gambar 2.3.



Gambar 2.3.
Kerangka Variabel Penelitian

BAB 3 METODOLOGI PENELITIAN

3.1. Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder dari Badan Pusat Statistik pada tahun 2014. Data bersumber pada publikasi Indeks Pembangunan Manusia 2014 Metode Baru, *raw* data Pendataan Potensi Desa 2014, serta publikasi Keadaan Angkatan Kerja tahun 2014 masing-masing provinsi di Indonesia. Variabel indeks kesehatan, indeks pengeluaran, serta rata-rata lama sekolah bersumber pada publikasi Indeks Pembangunan Manusia 2014 Metode Baru. Variabel rasio sekolah menengah atas per 10.000 penduduk, rasio tenaga kesehatan per 10.000 penduduk, rasio fasilitas pelayanan kesehatan per 10.000 penduduk bersumber dari *raw* data Pendataan Potensi Desa 2014. Variabel tingkat pengangguran terbuka bersumber pada publikasi Keadaan Angkatan Kerja tahun 2015 masing-masing provinsi di Indonesia. Unit analisis yang digunakan dalam penelitian ini adalah kabupaten/kota di Indonesia. Unit observasi terdiri dari 514 kabupaten/kota.

3.2. Variabel Penelitian

Berdasarkan hasil penelitian-penelitian pada bab sebelumnya, maka variabel-variabel yang diduga mempunyai korelasi dengan indeks kesehatan dan indeks pengeluaran yang akan digunakan dalam penelitian ini dengan menggunakan data dari BPS seperti pada Tabel 3.1.

Tabel 3.1 Variabel Penelitian

No	Variabel	Nama Variabel	Tipe Data	Keterangan
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
1.	Y_1	Indeks Kesehatan	Ordinal	1. Rendah 2. Sedang 3. Tinggi 4. Sangat Tinggi

Tabel 3.1 Variabel Penelitian (lanjutan)

No	Variabel	Nama Variabel	Tipe Data	Keterangan
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
2.	Y_2	Indeks Pengeluaran	Ordinal	1. Rendah 2. Sedang 3. Tinggi 4. Sangat Tinggi
3.	X_1	Rata-rata lama sekolah	Rasio	-
4.	X_2	Rasio sekolah menengah atas per 10.000 penduduk	Rasio	-
5.	X_3	Rasio tenaga kesehatan per 10.000 penduduk	Rasio	-
6.	X_4	Rasio fasilitas pelayanan kesehatan per 10.000 penduduk	Rasio	-
7.	X_5	Tingkat Pengangguran Terbuka	Rasio	-

3.3. Definisi Operasional Variabel Penelitian

Definisi operasional variabel yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Indeks Kesehatan (Y_1)

Definisi operasional indeks kesehatan sebagaimana dijelaskan pada subbab 2.6.1. Indeks kesehatan dikategorikan sebagai berikut: kategori rendah jika nilai indeks diantara 0,00 – 59,99, kategori sedang jika nilai indeks diantara 60,00 – 69,99, kategori tinggi jika nilai indeks di antara 70,00 – 79,99, serta kategori sangat tinggi jika nilai indeks 80,00-100,00.

2. Indeks Pengeluaran (Y_2)

Definisi operasional indeks pengeluaran sebagaimana dijelaskan pada subbab 2.6.2. Indeks pengeluaran dikategorikan sebagai berikut: kategori rendah jika nilai indeks diantara 0,00 – 59,99, kategori sedang jika nilai indeks diantara 60,00 – 69,99, kategori tinggi jika nilai indeks di antara 70,00 – 79,99, serta kategori sangat tinggi jika nilai indeks 80,00-100,00.

3. Rata-rata lama sekolah (X_1).
Rata-rata lama sekolah adalah jumlah tahun belajar penduduk usia 15 tahun ke atas yang telah diselesaikan dalam pendidikan formal (tidak termasuk tahun yang mengulang). Rata-rata lama sekolah menunjukkan jenjang pendidikan yang pernah/sedang diduduki oleh seseorang.
4. Rasio sekolah menengah atas per 10.000 penduduk (X_2).
Sekolah menengah atas adalah jenjang pendidikan menengah pada pendidikan formal di Indonesia, yang meliputi Sekolah Menengah Atas (SMA), Sekolah Menengah Kejuruan (SMK), dan Madrasah Aliyah (MA). Rasio sekolah menengah atas per 10.000 penduduk sama dengan jumlah sekolah menengah atas dibagi dengan jumlah penduduk dikali dengan 10.000.
5. Rasio tenaga medis per 10.000 penduduk (X_3).
Tenaga medis meliputi dokter umum, dokter gigi, dokter spesialis, dokter gigi spesialis, serta bidan. Dalam penelitian ini tenaga medis dibatasi pada dokter umum, dokter spesialis, dan bidan. Rasio tenaga medis per 10.000 penduduk sama dengan jumlah dokter umum, dokter spesialis, dan bidan dibagi dengan jumlah penduduk dikali dengan 10.000.
6. Rasio fasilitas pelayanan kesehatan per 10.000 penduduk (X_4).
Fasilitas pelayanan kesehatan adalah suatu alat dan atau tempat yang digunakan untuk menyelenggarakan upaya pelayanan kesehatan, baik promotif, preventif, kuratif, maupun rehabilitatif yang dilakukan oleh pemerintah, pemerintah daerah, dan atau masyarakat. Fasilitas pelayanan kesehatan meliputi rumah sakit, klinik, poliklinik/balai pengobatan, puskesmas, praktik bersama maupun praktik mandiri. Dalam penelitian ini fasilitas kesehatan dibatasi pada rumah sakit dan puskesmas. Rasio fasilitas pelayanan kesehatan per 10.000 penduduk sama dengan jumlah rumah sakit dan puskesmas dibagi dengan jumlah penduduk dikali dengan 10.000.
7. Tingkat Pengangguran Terbuka (X_5).
Tingkat Pengangguran Terbuka (TPT) adalah persentase jumlah pengangguran terhadap jumlah angkatan kerja. Penganggur terbuka terdiri dari: mereka yang tak punya pekerjaan dan mencari pekerjaan, mereka yang tak punya pekerjaan dan mempersiapkan usaha, mereka yang tak punya

pekerjaan dan tidak mencari pekerjaan karena merasa tidak mungkin mendapatkan pekerjaan, serta mereka yang sudah punya pekerjaan tetapi belum mulai bekerja. Penduduk yang termasuk angkatan kerja adalah penduduk usia kerja (15 tahun dan lebih) yang bekerja, atau punya pekerjaan namun sementara tidak bekerja dan pengangguran.

Tabel 3.2. Struktur Data Penelitian

No	Y ₁	Y ₂	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
1	y _{1.1}	y _{2.1}	x _{1.1}	x _{2.1}	x _{3.1}	x _{4.1}	x _{5.1}
2	y _{1.2}	y _{2.2}	x _{1.2}	x _{2.2}	x _{3.2}	x _{4.2}	x _{5.2}
3	y _{1.3}	y _{2.3}	x _{1.3}	x _{2.3}	x _{3.3}	x _{4.3}	x _{5.3}
.
.
.
514	y _{1.514}	y _{2.514}	x _{1.514}	x _{2.514}	x _{3.514}	x _{4.514}	x _{5.514}

3.4. Tahapan Penelitian

Sesuai dengan tujuan penelitian yang sudah dirumuskan, maka tahapan yang akan dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mengkaji estimasi parameter regresi probit bivariat dengan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dengan langkah-langkah:
 - a. Membuat fungsi *likelihood* berdasarkan model regresi probit bivariat.

$$L(\boldsymbol{\beta}_1, \boldsymbol{\beta}_2, \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\delta}, \rho) = L(\boldsymbol{\theta}) = \prod_{i=1}^n \prod_{d=1}^l \prod_{c=1}^k P_{cdi}^{y_{cdi}}$$

dengan,

$$P_{cdi} = \Phi(z_{1ci}, z_{2di}) - \Phi(z_{1,c-1i}, z_{2di}) - \Phi(z_{1ci}, z_{2,d-1i}) + \Phi(z_{1,c-1i}, z_{2,d-1i})$$

$$z_{1ci} = \gamma_c - \boldsymbol{\beta}_1^T \mathbf{x}_i$$

$$z_{1,c-1i} = \gamma_{c-1} - \boldsymbol{\beta}_1^T \mathbf{x}_i$$

$$z_{2di} = \delta_d - \boldsymbol{\beta}_2^T \mathbf{x}_i$$

$$z_{2,d-1i} = \delta_{d-1} - \boldsymbol{\beta}_2^T \mathbf{x}_i.$$

- b. Membuat fungsi *ln-likelihood*.

$$\ln L(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^n \sum_{d=1}^l \sum_{c=1}^k [y_{cdi} \ln P_{cdi}].$$

c. Menurunkan fungsi *ln-likelihood* terhadap parameter

$$\boldsymbol{\theta} = [\boldsymbol{\beta}_1 \boldsymbol{\beta}_2 \boldsymbol{\gamma} \boldsymbol{\delta} \rho]^T \text{ dan disamakan dengan nol.}$$

$$\frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\beta}_1} = 0, \frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\beta}_2} = 0, \frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\gamma}} = 0, \frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\delta}} = 0, \frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \rho} = 0.$$

Apabila langkah sebelumnya tidak menghasilkan bentuk yang *closed form*, maka penyelesaiannya harus menggunakan iterasi numerik. Metode iterasi numerik yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode BFGS. Metode iterasi ini dikenal dengan ketahanannya (*robustness*) dan mencapai konvergensi superlinear dengan baik (Venkataraman, 2002). Tahapan iterasi BFGS adalah sebagai berikut (Chong dan Zak, 2001):

- i. Menentukan nilai awal $\boldsymbol{\theta}^{(0)}$ yang dapat diisi dengan vektor berukuran $(2p + (k - 1) + (l - 1) + 1) \times 1$ dengan seluruh anggotanya adalah nol. p adalah banyaknya parameter yang diestimasi.

$$\boldsymbol{\theta}^{(0)} = \begin{bmatrix} \beta_{11}^{(0)} \\ \vdots \\ \beta_{1p}^{(0)} \\ \beta_{21}^{(0)} \\ \vdots \\ \beta_{2p}^{(0)} \\ \gamma_1^{(0)} \\ \vdots \\ \gamma_{k-1}^{(0)} \\ \delta_1^{(0)} \\ \vdots \\ \delta_{l-1}^{(0)} \\ \rho^{(0)} \end{bmatrix}_{(2p+(k-1)+(l-1)+1) \times 1} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{(2p+(k-1)+(l-1)+1) \times 1}$$

- ii. Menentukan $\mathbf{H}^{(0)} = \mathbf{I}$ (matriks identitas berukuran $(2p + (k - 1) + (l - 1) + 1) \times (2p + (k - 1) + (l - 1) + 1)$).

$$\mathbf{H}^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix}_{(2p+(k-1)+(l-1)+1) \times (2p+(k-1)+(l-1)+1)}$$

- iii. Menentukan vektor $\mathbf{g}(\boldsymbol{\theta})^{(m)}$ yang elemennya merupakan turunan pertama dari fungsi likelihood terhadap parameter $\boldsymbol{\beta}_1, \boldsymbol{\beta}_2, \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\delta}, \rho$.

$$\mathbf{g}(\boldsymbol{\theta})^{(m)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\beta}_1} \\ \frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\beta}_2} \\ \frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\gamma}} \\ \frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\delta}} \\ \frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \rho} \end{bmatrix}$$

- iv. Menghitung $\mathbf{S}^{(m)} = -[\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta})^{(m)}]^{-1} \mathbf{g}(\boldsymbol{\theta})^{(m)}$

- v. Menghitung

$$\alpha^{(m)} = \underset{\alpha}{\operatorname{argmin}} [f(\boldsymbol{\theta}^{(m)} + \alpha \mathbf{S}^{(m)})] = \frac{[\mathbf{g}(\boldsymbol{\theta})^{(m)}]^T \mathbf{S}^{(m)}}{[\mathbf{S}^{(m)}]^T \mathbf{H}(\boldsymbol{\theta})^{(m)} \mathbf{S}^{(m)}}$$

- vi. Menghitung $\boldsymbol{\theta}^{(m+1)} = \boldsymbol{\theta}^{(m)} + \alpha^{(m)} \mathbf{S}^{(m)}$

- vii. Menghitung $\Delta \boldsymbol{\theta}^{(m)} = \boldsymbol{\theta}^{(m+1)} - \boldsymbol{\theta}^{(m)}$

- viii. Menghitung $\mathbf{g}(\boldsymbol{\theta})^{(m+1)} = [\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta})^{(m)}]^{-1} \mathbf{g}(\boldsymbol{\theta})^{(m)}$

- ix. Menghitung $\Delta \mathbf{g}(\boldsymbol{\theta})^{(m)} = \mathbf{g}(\boldsymbol{\theta})^{(m+1)} - \mathbf{g}(\boldsymbol{\theta})^{(m)}$

- x. Menentukan matriks $\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta})^{(m+1)}$

$$\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta})^{(m+1)} = \mathbf{H}(\boldsymbol{\theta})^{(m)} + \left(1 + \frac{[\Delta \mathbf{g}(\boldsymbol{\theta})^{(m)}]^T \mathbf{H}(\boldsymbol{\theta})^{(m)} \Delta \mathbf{g}(\boldsymbol{\theta})^{(m)}}{[\Delta \mathbf{g}(\boldsymbol{\theta})^{(m)}]^T \Delta \boldsymbol{\theta}^{(m)}} \right) \frac{\Delta \boldsymbol{\theta}^{(m)} [\Delta \boldsymbol{\theta}^{(m)}]^T}{[\Delta \boldsymbol{\theta}^{(m)}]^T \Delta \mathbf{g}(\boldsymbol{\theta})^{(m)}} - \frac{\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta})^{(m)} \Delta \mathbf{g}(\boldsymbol{\theta})^{(m)} [\Delta \boldsymbol{\theta}^{(m)}]^T + \{ \mathbf{H}(\boldsymbol{\theta})^{(m)} \Delta \mathbf{g}(\boldsymbol{\theta})^{(m)} [\Delta \boldsymbol{\theta}^{(m)}]^T \}^T}{[\Delta \mathbf{g}(\boldsymbol{\theta})^{(m)}]^T \Delta \boldsymbol{\theta}^{(m)}}$$

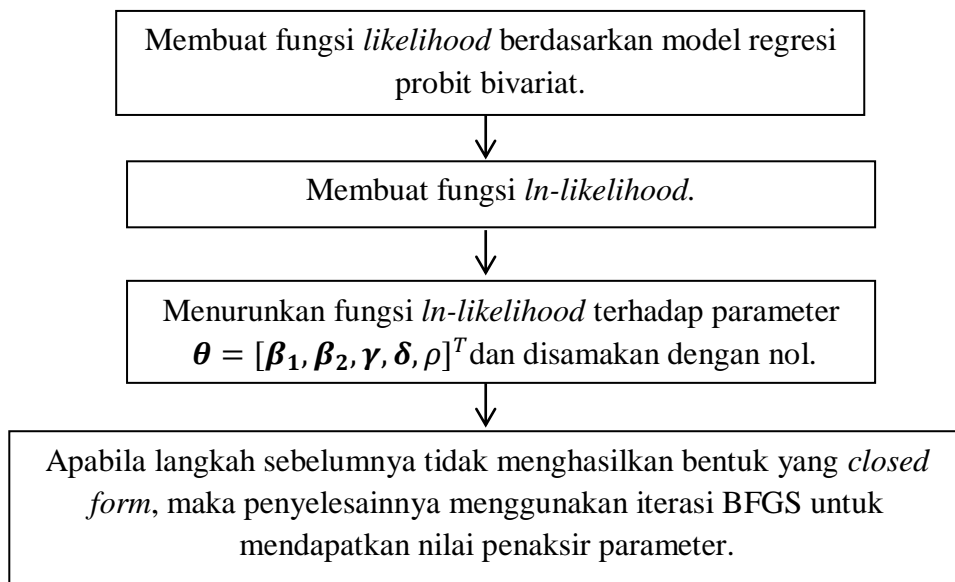
- xi. Kembali ke proses nomor (iv) sampai dengan proses nomor (x).
- xii. Iterasi dimulai dari $m = 1$ dan dihentikan jika $\|\boldsymbol{\theta}^{(m+1)} - \boldsymbol{\theta}^{(m)}\| \leq \varepsilon$, dengan ε adalah bilangan yang sangat kecil (mendekati nol).

2. Melakukan pemodelan indeks kesehatan dan indeks pengeluaran dengan menggunakan regresi probit bivariat dengan langkah-langkah sebagai berikut:

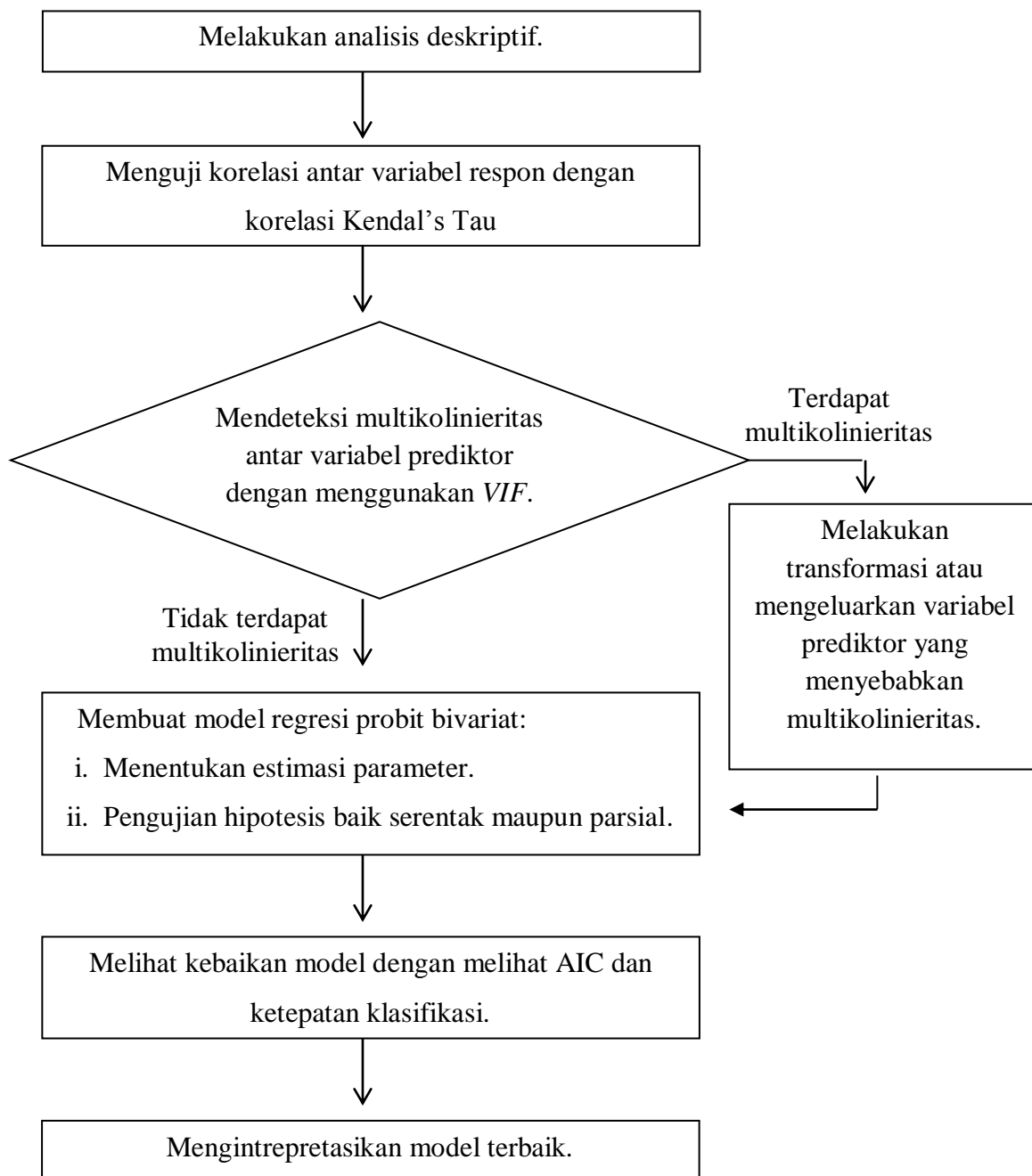
- a. Melakukan analisis deskriptif terhadap semua variabel yang digunakan dalam penelitian ini.
- b. Menguji korelasi antar variabel respon dengan korelasi Kendall's Tau.

- c. Mendeteksi kasus multikolinieritas antar variabel prediktor dengan menggunakan *VIF*. Terjadi multikolinieritas jika nilai $VIF > 10$. Jika terjadi multikolinieritas bisa dilakukan transformasi atau mengeluarkan variabel prediktor yang menyebabkan multikolinieritas.
- d. Membuat model regresi probit bivariat dengan langkah-langkah sebagai berikut:
 - i. Menentukan penaksir parameter.
 - ii. Pengujian hipotesis baik serentak maupun parsial.
- e. Melihat kebaikan model dengan melihat *AIC* dan ketepatan klasifikasi. Model terbaik adalah model yang memiliki *AIC* terkecil dan ketepatan klasifikasi yang terbesar.
- f. Mengintrepretasikan model terbaik.

Tahapan penelitian dapat diperjelas melalui diagram alur tahapan penelitian seperti pada Gambar 3.1 dan 3.2.



Gambar 3.1.
Tahapan Penaksiran Parameter Regresi Probit Bivariat



Gambar 3.2.
Tahapan Pemodelan Indeks Kesehatan dan Indeks Pengeluaran dengan Regresi Probit Bivariat

BAB 4 HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini akan dibahas mengenai estimasi parameter regresi probit bivariat dengan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dengan iterasi BFGS, dan pemodelan indeks kesehatan dan indeks pengeluaran kabupaten/kota di Indonesia dengan menggunakan regresi probit bivariat. Pemodelan dilakukan untuk mengetahui faktor-faktor yang mempengaruhi kedua indeks, serta untuk memprediksi probabilitas suatu kabupaten/kota memiliki indeks kesehatan dan indeks pengeluaran rendah, sedang, tinggi, atau sangat tinggi.

4.1. Estimasi Parameter Regresi Probit Bivariat

Estimasi parameter regresi probit bivariat dalam penelitian ini menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Metode MLE adalah metode mendapatkan estimasi parameter dengan memaksimalkan fungsi *ln-likelihood*. Fungsi *likelihood* berdasarkan model regresi probit bivariat adalah sebagai berikut:

$$L(\boldsymbol{\beta}_1, \boldsymbol{\beta}_2, \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\delta}, \rho) = L(\boldsymbol{\theta}) = \prod_{i=1}^n \prod_{d=1}^l \prod_{c=1}^k P_{cdi}^{y_{cdi}} \quad (4.1)$$

dengan,

$$P_{cdi} = \Phi(z_{1ci}, z_{2di}) - \Phi(z_{1,c-1i}, z_{2di}) - \Phi(z_{1ci}, z_{2,d-1i}) + \Phi(z_{1,c-1i}, z_{2,d-1i})$$

$$z_{1ci} = \gamma_c - \boldsymbol{\beta}_1^T \mathbf{x}_i$$

$$z_{1,c-1i} = \gamma_{c-1} - \boldsymbol{\beta}_1^T \mathbf{x}_i$$

$$z_{2di} = \delta_d - \boldsymbol{\beta}_2^T \mathbf{x}_i$$

$$z_{2,d-1i} = \delta_{d-1} - \boldsymbol{\beta}_2^T \mathbf{x}_i.$$

Sedangkan fungsi *ln-likelihood*nya adalah sebagai berikut:

$$\ln L(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^n \sum_{d=1}^l \sum_{c=1}^k (y_{cdi} \ln P_{cdi}). \quad (4.2)$$

Sebagai syarat perlu untuk memaksimalkan fungsi *ln-likelihood* adalah mencari turunan pertama dari fungsi *ln-likelihood* terhadap masing-masing parameter dan disamakan dengan nol. Turunan fungsi $\ln L(\boldsymbol{\theta})$ terhadap masing-

masing parameter $\beta_1, \beta_2, \gamma, \delta, \rho$ dan disamakan dengan nol adalah sebagai berikut:

a. Turunan fungsi *ln-likelihood* terhadap parameter β_1

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial \beta_1} &= \frac{\partial}{\partial \beta_1} \left[\sum_{i=1}^n \sum_{d=1}^l \sum_{c=1}^k (y_{cdi} \ln P_{cdi}) \right] \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{d=1}^l \sum_{c=1}^k \left(y_{cdi} \frac{1}{P_{cdi}} \frac{\partial P_{cdi}}{\partial \beta_1} \right) \end{aligned} \quad (4.3)$$

dengan,

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{cdi}}{\partial \beta_1} &= \frac{\partial}{\partial \beta_1} \left[\Phi(z_{1ci}, z_{2di}) - \Phi(z_{1,c-1i}, z_{2di}) - \Phi(z_{1ci}, z_{2,d-1i}) \right. \\ &\quad \left. + \Phi(z_{1,c-1i}, z_{2,d-1i}) \right] \\ &= \frac{\partial \Phi(z_{1ci}, z_{2di})}{\partial \beta_1} - \frac{\partial \Phi(z_{1,c-1i}, z_{2di})}{\partial \beta_1} - \frac{\partial \Phi(z_{1ci}, z_{2,d-1i})}{\partial \beta_1} + \\ &\quad + \frac{\partial \Phi(z_{1,c-1i}, z_{2,d-1i})}{\partial \beta_1}. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Jika $\Phi(A, B)$ adalah suatu fungsi distribusi kumulatif bivariat dengan A dan B adalah variabel random normal standar dengan korelasi ρ , Bersekta dan Tsitsiklis (2002) mendeskripsikan turunan parsial $\Phi(A, B)$ terhadap A adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi(A, B)}{\partial A} &= \frac{\partial}{\partial A} \int_{-\infty}^B \int_{-\infty}^A \phi_2(s, t, \rho) ds dt \\ &= \int_{-\infty}^B \phi_2(A, t, \rho) dt = \phi(A) \Phi\left(\frac{B - \rho A}{\sqrt{1 - \rho^2}}\right). \end{aligned} \quad (4.5)$$

Sehingga persamaan 4.4 dapat diuraikan menjadi,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi(z_{1ci}, z_{2di})}{\partial \beta_1} &= \frac{\partial \Phi(z_{1ci}, z_{2di})}{\partial z_{1ci}} \cdot \frac{\partial z_{1ci}}{\partial \beta_1} \\ &= \phi(z_{1ci}) \Phi\left(\frac{z_{2di} - \rho z_{1ci}}{\sqrt{1 - \rho^2}}\right) (-x_i) \\ \frac{\partial \Phi(z_{1,c-1i}, z_{2di})}{\partial \beta_1} &= \frac{\partial \Phi(z_{1,c-1i}, z_{2di})}{\partial z_{1,c-1i}} \cdot \frac{\partial z_{1,c-1i}}{\partial \beta_1} \\ &= \phi(z_{1,c-1i}) \Phi\left(\frac{z_{2di} - \rho z_{1,c-1i}}{\sqrt{1 - \rho^2}}\right) (-x_i) \\ \frac{\partial \Phi(z_{1ci}, z_{2,d-1i})}{\partial \beta_1} &= \frac{\partial \Phi(z_{1ci}, z_{2,d-1i})}{\partial z_{1ci}} \cdot \frac{\partial z_{1ci}}{\partial \beta_1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \Phi(z_{1ci}) \Phi\left(\frac{z_{2,d-1i} - \rho z_{1ci}}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) (-\mathbf{x}_i) \\
\frac{\partial \Phi(z_{1,c-1i}, z_{2,d-1i})}{\partial \boldsymbol{\beta}_1} &= \frac{\partial \Phi(z_{1,c-1i}, z_{2,d-1i})}{\partial z_{1,c-1i}} \cdot \frac{\partial z_{1,c-1i}}{\partial \boldsymbol{\beta}_1} \\
&= \Phi(z_{1,c-1i}) \Phi\left(\frac{z_{2,d-1i} - \rho z_{1,c-1i}}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) (-\mathbf{x}_i).
\end{aligned}$$

Sehingga persamaan 4.3 menjadi,

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\beta}_1} &= \sum_{i=1}^n \sum_{d=1}^l \sum_{c=1}^k \left(y_{cdi} \frac{1}{p_{cdi}} \frac{\partial p_{cdi}}{\partial \boldsymbol{\beta}_1} \right) \\
&= \sum_{i=1}^n \sum_{d=1}^l \sum_{c=1}^k \left[y_{cdi} \frac{1}{p_{cdi}} \left\{ -\mathbf{x}_i \Phi(z_{1ci}) \Phi\left(\frac{z_{2di} - \rho z_{1ci}}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) - \right. \right. \\
&\quad \left. \left(-\mathbf{x}_i \Phi(z_{1,c-1i}) \Phi\left(\frac{z_{2di} - \rho z_{1,c-1i}}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) \right) - \left(-\mathbf{x}_i \Phi(z_{1ci}) \Phi\left(\frac{z_{2,d-1i} - \rho z_{1ci}}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) \right) + \right. \\
&\quad \left. \left. \left(-\mathbf{x}_i \Phi(z_{1,c-1i}) \Phi\left(\frac{z_{2,d-1i} - \rho z_{1,c-1i}}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) \right) \right\} \right] \\
&= \sum_{i=1}^n \sum_{d=1}^l \sum_{c=1}^k \left[-\mathbf{x}_i y_{cdi} \frac{1}{p_{cdi}} \left\{ \Phi(z_{1ci}) \left(\Phi\left(\frac{z_{2di} - \rho z_{1ci}}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) - \right. \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \Phi\left(\frac{z_{2,d-1i} - \rho z_{1ci}}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) \right) - \right. \\
&\quad \left. \left. \Phi(z_{1,c-1i}) \left(\Phi\left(\frac{z_{2di} - \rho z_{1,c-1i}}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) - \Phi\left(\frac{z_{2,d-1i} - \rho z_{1,c-1i}}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) \right) \right\} \right].
\end{aligned}$$

Turunan fungsi *ln-likelihood* terhadap parameter $\boldsymbol{\beta}_1$ disamakan dengan nol

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\beta}_1} &= 0 \\
\sum_{i=1}^n \sum_{d=1}^l \sum_{c=1}^k \left[-\mathbf{x}_i y_{cdi} \frac{1}{p_{cdi}} \left\{ \Phi(z_{1ci}) \left(\Phi\left(\frac{z_{2di} - \rho z_{1ci}}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) - \Phi\left(\frac{z_{2,d-1i} - \rho z_{1ci}}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) \right) - \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \Phi(z_{1,c-1i}) \left(\Phi\left(\frac{z_{2di} - \rho z_{1,c-1i}}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) - \Phi\left(\frac{z_{2,d-1i} - \rho z_{1,c-1i}}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) \right) \right\} \right] = 0.
\end{aligned}$$

b. Turunan fungsi *ln-likelihood* terhadap parameter $\boldsymbol{\beta}_2$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\beta}_2} &= \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\beta}_2} \left[\sum_{i=1}^n \sum_{d=1}^l \sum_{c=1}^k (y_{cdi} \ln p_{cdi}) \right] \\
&= \sum_{i=1}^n \sum_{d=1}^l \sum_{c=1}^k \left(y_{cdi} \frac{1}{p_{cdi}} \frac{\partial p_{cdi}}{\partial \boldsymbol{\beta}_2} \right). \tag{4.6}
\end{aligned}$$

dengan,

$$\begin{aligned}
\frac{\partial P_{cdi}}{\partial \beta_2} &= \frac{\partial}{\partial \beta_2} \left[\Phi(z_{1ci}, z_{2di}) - \Phi(z_{1,c-1i}, z_{2di}) - \Phi(z_{1ci}, z_{2,d-1i}) + \right. \\
&\quad \left. \Phi(z_{1,c-1i}, z_{2,d-1i}) \right] \\
&= \frac{\partial \Phi(z_{1c}, z_{2d})}{\partial \beta_2} - \frac{\partial \Phi(z_{1,c-1}, z_{2d})}{\partial \beta_2} - \frac{\partial \Phi(z_{1c}, z_{2,d-1})}{\partial \beta_2} + \frac{\partial \Phi(z_{1,c-1}, z_{2,d-1})}{\partial \beta_2}. \tag{4.7}
\end{aligned}$$

Persamaan 4.7 dapat diuraikan menjadi,

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \Phi(z_{1ci}, z_{2di})}{\partial \beta_2} &= \frac{\partial \Phi(z_{1ci}, z_{2di})}{\partial z_{2di}} \cdot \frac{\partial z_{2di}}{\partial \beta_2} \\
&= \phi(z_{2di}) \Phi\left(\frac{z_{1ci} - \rho z_{2di}}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) (-x_i) \\
\frac{\partial \Phi(z_{1,c-1i}, z_{2di})}{\partial \beta_2} &= \frac{\partial \Phi(z_{1,c-1i}, z_{2di})}{\partial z_{2di}} \cdot \frac{\partial z_{2di}}{\partial \beta_2} \\
&= \phi(z_{2di}) \Phi\left(\frac{z_{1,c-1i} - \rho z_{2di}}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) (-x_i) \\
\frac{\partial \Phi(z_{1ci}, z_{2,d-1i})}{\partial \beta_2} &= \frac{\partial \Phi(z_{1ci}, z_{2,d-1i})}{\partial z_{2,d-1i}} \cdot \frac{\partial z_{2,d-1i}}{\partial \beta_2} \\
&= \phi(z_{2,d-1i}) \Phi\left(\frac{z_{1ci} - \rho z_{2,d-1i}}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) (-x_i) \\
\frac{\partial \Phi(z_{1,c-1i}, z_{2,d-1i})}{\partial \beta_2} &= \frac{\partial \Phi(z_{1,c-1i}, z_{2,d-1i})}{\partial z_{2,d-1i}} \cdot \frac{\partial z_{2,d-1i}}{\partial \beta_2} \\
&= \phi(z_{2,d-1i}) \Phi\left(\frac{z_{2,d-1i} - \rho z_{1,c-1i}}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) (-x_i).
\end{aligned}$$

Sehingga persamaan 4.6 menjadi,

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial \beta_2} &= \sum_{i=1}^n \sum_{d=1}^l \sum_{c=1}^k \left(y_{cdi} \frac{1}{P_{cdi}} \frac{\partial P_{cdi}}{\partial \beta_2} \right) \\
&= \sum_{i=1}^n \sum_{d=1}^l \sum_{c=1}^k \left[y_{cdi} \frac{1}{P_{cdi}} \left\{ -x_i \phi(z_{2di}) \Phi\left(\frac{z_{1ci} - \rho z_{2di}}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) - \right. \right. \\
&\quad \left. \left(-x_i \phi(z_{2di}) \Phi\left(\frac{z_{1,c-1i} - \rho z_{2di}}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) \right) - \right. \\
&\quad \left. \left(-x_i \phi(z_{2,d-1i}) \Phi\left(\frac{z_{1ci} - \rho z_{2,d-1i}}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) \right) + \right. \\
&\quad \left. \left. \left(-x_i \phi(z_{2,d-1i}) \Phi\left(\frac{z_{2,d-1i} - \rho z_{1,c-1i}}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) \right) \right\} \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{i=1}^n \sum_{d=1}^l \sum_{c=1}^k \left[-\mathbf{x}_i y_{cdi} \frac{1}{P_{cdi}} \left\{ \phi(z_{2di}) \left(\Phi \left(\frac{z_{1ci} - \rho z_{2di}}{\sqrt{1-\rho^2}} \right) - \right. \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \Phi \left(\frac{z_{1,c-1i} - \rho z_{2di}}{\sqrt{1-\rho^2}} \right) \right) - \right. \\
&\quad \left. \left. \left(\phi(z_{2,d-1i}) \right) \left(\Phi \left(\frac{z_{1ci} - \rho z_{2,d-1i}}{\sqrt{1-\rho^2}} \right) - \Phi \left(\frac{z_{2,d-1i} - \rho z_{1,c-1i}}{\sqrt{1-\rho^2}} \right) \right) \right) \right] \Bigg\}.
\end{aligned}$$

Turunan fungsi *ln-likelihood* terhadap parameter $\boldsymbol{\beta}_2$ disamakan dengan nol

$$\frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\beta}_2} = 0$$

$$\begin{aligned}
&\sum_{i=1}^n \sum_{d=1}^l \sum_{c=1}^k \left[-\mathbf{x}_i y_{cdi} \frac{1}{P_{cdi}} \left\{ \phi(z_{2di}) \left(\Phi \left(\frac{z_{1ci} - \rho z_{2di}}{\sqrt{1-\rho^2}} \right) - \Phi \left(\frac{z_{1,c-1i} - \rho z_{2di}}{\sqrt{1-\rho^2}} \right) \right) - \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \left(\phi(z_{2,d-1i}) \right) \left(\Phi \left(\frac{z_{1ci} - \rho z_{2,d-1i}}{\sqrt{1-\rho^2}} \right) - \Phi \left(\frac{z_{2,d-1i} - \rho z_{1,c-1i}}{\sqrt{1-\rho^2}} \right) \right) \right) \right] \Bigg\} = 0.
\end{aligned}$$

c. Turunan fungsi *ln-likelihood* terhadap parameter $\boldsymbol{\gamma}$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\gamma}} &= \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\gamma}} \left[\sum_{i=1}^n \sum_{d=1}^l \sum_{c=1}^k (y_{cdi} \ln P_{cdi}) \right] \\
&= \sum_{i=1}^n \sum_{d=1}^l \sum_{c=1}^k \left(y_{cdi} \frac{1}{P_{cdi}} \frac{\partial P_{cdi}}{\partial \boldsymbol{\gamma}} \right) \tag{4.8}
\end{aligned}$$

dengan,

$$\begin{aligned}
\frac{\partial P_{cdi}}{\partial \boldsymbol{\gamma}} &= \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\gamma}} \left[\Phi(z_{1ci}, z_{2di}) - \Phi(z_{1,c-1i}, z_{2di}) - \Phi(z_{1ci}, z_{2,d-1i}) + \right. \\
&\quad \left. \Phi(z_{1,c-1i}, z_{2,d-1i}) \right] \\
&= \frac{\partial \Phi(z_{1ci}, z_{2di})}{\partial \boldsymbol{\gamma}} - \frac{\partial \Phi(z_{1,c-1i}, z_{2di})}{\partial \boldsymbol{\gamma}} - \frac{\partial \Phi(z_{1ci}, z_{2,d-1i})}{\partial \boldsymbol{\gamma}} + \\
&\quad \frac{\partial \Phi(z_{1,c-1i}, z_{2,d-1i})}{\partial \boldsymbol{\gamma}}. \tag{4.9}
\end{aligned}$$

Persamaan 4.9 dapat diuraikan menjadi,

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \Phi(z_{1ci}, z_{2di})}{\partial \boldsymbol{\gamma}} &= \frac{\partial \Phi(z_{1ci}, z_{2di})}{\partial z_{1ci}} \cdot \frac{\partial z_{1ci}}{\partial \boldsymbol{\gamma}} \\
&= \phi(z_{1ci}) \Phi \left(\frac{z_{2di} - \rho z_{1ci}}{\sqrt{1-\rho^2}} \right) \cdot 1 \\
\frac{\partial \Phi(z_{1,c-1i}, z_{2di})}{\partial \boldsymbol{\gamma}} &= \frac{\partial \Phi(z_{1,c-1i}, z_{2di})}{\partial z_{1,c-1i}} \cdot \frac{\partial z_{1,c-1i}}{\partial \boldsymbol{\gamma}} \\
&= \phi(z_{1,c-1i}) \Phi \left(\frac{z_{2di} - \rho z_{1,c-1i}}{\sqrt{1-\rho^2}} \right) \cdot 1 \\
\frac{\partial \Phi(z_{1ci}, z_{2,d-1i})}{\partial \boldsymbol{\gamma}} &= \frac{\partial \Phi(z_{1ci}, z_{2,d-1i})}{\partial z_{1ci}} \cdot \frac{\partial z_{1ci}}{\partial \boldsymbol{\gamma}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \phi(z_{1ci}) \Phi\left(\frac{z_{2,d-1i} - \rho z_{1ci}}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) \cdot 1 \\
\frac{\partial \Phi(z_{1,c-1i}, z_{2,d-1i})}{\partial \boldsymbol{\gamma}} &= \frac{\partial \Phi(z_{1,c-1i}, z_{2,d-1i})}{\partial z_{1,c-1i}} \cdot \frac{\partial z_{1,c-1i}}{\partial \boldsymbol{\gamma}} \\
&= \phi(z_{1,c-1i}) \Phi\left(\frac{z_{2,d-1i} - \rho z_{1,c-1i}}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) \cdot 1
\end{aligned}$$

Sehingga persamaan 4.8 menjadi,

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\gamma}} &= \sum_{i=1}^n \sum_{d=1}^l \sum_{c=1}^k \left(y_{cdi} \frac{1}{P_{cdi}} \frac{\partial P_{cdi}}{\partial \boldsymbol{\gamma}} \right) \\
&= \\
&= \sum_{i=1}^n \sum_{d=1}^l \sum_{c=1}^k \left[y_{cdi} \frac{1}{P_{cdi}} \left\{ \phi(z_{1ci}) \Phi\left(\frac{z_{2di} - \rho z_{1ci}}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) - \right. \right. \\
&\quad \left. \left(-\phi(z_{1,c-1i}) \Phi\left(\frac{z_{2di} - \rho z_{1,c-1i}}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) \right) - \left(\phi(z_{1ci}) \Phi\left(\frac{z_{2,d-1i} - \rho z_{1ci}}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) \right) + \right. \\
&\quad \left. \left. \left(\phi(z_{1,c-1i}) \Phi\left(\frac{z_{2,d-1i} - \rho z_{1,c-1i}}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) \right) \right\} \right] \\
&= \sum_{i=1}^n \sum_{d=1}^l \sum_{c=1}^k \left[y_{cdi} \frac{1}{P_{cdi}} \left\{ \phi(z_{1ci}) \left(\Phi\left(\frac{z_{2di} - \rho z_{1ci}}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) - \right. \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \Phi\left(\frac{z_{2,d-1i} - \rho z_{1ci}}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) \right) - \right. \\
&\quad \left. \left. \phi(z_{1,c-1i}) \left(\Phi\left(\frac{z_{2di} - \rho z_{1,c-1i}}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) - \Phi\left(\frac{z_{2,d-1i} - \rho z_{1,c-1i}}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) \right) \right\} \right].
\end{aligned}$$

Turunan fungsi *ln-likelihood* terhadap parameter $\boldsymbol{\gamma}$ disamakan dengan nol

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\gamma}} &= 0 \\
\sum_{i=1}^n \sum_{d=1}^l \sum_{c=1}^k \left[y_{cdi} \frac{1}{P_{cdi}} \left\{ \phi(z_{1ci}) \left(\Phi\left(\frac{z_{2di} - \rho z_{1ci}}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) - \Phi\left(\frac{z_{2,d-1i} - \rho z_{1ci}}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) \right) - \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \phi(z_{1,c-1i}) \left(\Phi\left(\frac{z_{2di} - \rho z_{1,c-1i}}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) - \Phi\left(\frac{z_{2,d-1i} - \rho z_{1,c-1i}}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) \right) \right\} \right] = 0
\end{aligned}$$

d. Turunan fungsi *ln-likelihood* terhadap parameter $\boldsymbol{\delta}$

$$\frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\delta}} = \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\delta}} \left[\sum_{i=1}^n \sum_{d=1}^l \sum_{c=1}^k (y_{cdi} \ln P_{cdi}) \right]$$

$$= \sum_{i=1}^n \sum_{d=1}^l \sum_{c=1}^k \left(y_{cdi} \frac{1}{P_{cdi}} \frac{\partial P_{cdi}}{\partial \delta} \right) \quad (4.10)$$

dengan,

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{cdi}}{\partial \delta} &= \\ & \frac{\partial}{\partial \delta} \left[\Phi(z_{1ci}, z_{2di}) - \Phi(z_{1,c-1i}, z_{2di}) - \Phi(z_{1ci}, z_{2,d-1i}) + \right. \\ & \left. \Phi(z_{1,c-1i}, z_{2,d-1i}) \right] \\ &= \frac{\partial \Phi(z_{1ci}, z_{2di})}{\partial \delta} - \frac{\partial \Phi(z_{1,c-1i}, z_{2di})}{\partial \delta} - \frac{\partial \Phi(z_{1ci}, z_{2,d-1i})}{\partial \delta} \\ &+ \frac{\partial \Phi(z_{1,c-1i}, z_{2,d-1i})}{\partial \delta}. \end{aligned} \quad (4.11)$$

Persamaan 4.11 dapat diuraikan menjadi,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi(z_{1ci}, z_{2di})}{\partial \delta} &= \frac{\partial \Phi(z_{1ci}, z_{2di})}{\partial z_{2di}} \cdot \frac{\partial z_{2di}}{\partial \delta} \\ &= \phi(z_{2di}) \Phi\left(\frac{z_{1ci} - \rho z_{2di}}{\sqrt{1 - \rho^2}}\right) \cdot 1 \\ \frac{\partial \Phi(z_{1,c-1i}, z_{2di})}{\partial \delta} &= \frac{\partial \Phi(z_{1,c-1i}, z_{2di})}{\partial z_{2di}} \cdot \frac{\partial z_{2di}}{\partial \delta} \\ &= \phi(z_{2di}) \Phi\left(\frac{z_{1,c-1i} - \rho z_{2di}}{\sqrt{1 - \rho^2}}\right) \cdot 1 \\ \frac{\partial \Phi(z_{1ci}, z_{2,d-1i})}{\partial \delta} &= \frac{\partial \Phi(z_{1ci}, z_{2,d-1i})}{\partial z_{2,d-1i}} \cdot \frac{\partial z_{2,d-1i}}{\partial \delta} \\ &= \phi(z_{2,d-1i}) \Phi\left(\frac{z_{1ci} - \rho z_{2,d-1i}}{\sqrt{1 - \rho^2}}\right) \cdot 1 \\ \frac{\partial \Phi(z_{1,c-1i}, z_{2,d-1i})}{\partial \delta} &= \frac{\partial \Phi(z_{1,c-1i}, z_{2,d-1i})}{\partial z_{2,d-1i}} \cdot \frac{\partial z_{2,d-1i}}{\partial \delta} \\ &= \phi(z_{2,d-1i}) \Phi\left(\frac{z_{2,d-1i} - \rho z_{1,c-1i}}{\sqrt{1 - \rho^2}}\right) \cdot 1 \end{aligned}$$

Sehingga persamaan 4.10 menjadi,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial \delta} &= \sum_{i=1}^n \sum_{d=1}^l \sum_{c=1}^k \left(y_{cdi} \frac{1}{P_{cdi}} \frac{\partial P_{cdi}}{\partial \delta} \right) \\ &= \\ & \sum_{i=1}^n \sum_{d=1}^l \sum_{c=1}^k \left[y_{cdi} \frac{1}{P_{cdi}} \left\{ \phi(z_{2di}) \Phi\left(\frac{z_{1ci} - \rho z_{2di}}{\sqrt{1 - \rho^2}}\right) - \right. \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left(\phi(Z_{2di}) \Phi \left(\frac{z_{1,c-1i} - \rho Z_{2di}}{\sqrt{1-\rho^2}} \right) \right) - \left(\phi(Z_{2,d-1i}) \Phi \left(\frac{z_{1ci} - \rho Z_{2,d-1i}}{\sqrt{1-\rho^2}} \right) \right) + \\
& \left. \left(\phi(Z_{1,d-1i}) \Phi \left(\frac{z_{2,d-1i} - \rho Z_{1,c-1i}}{\sqrt{1-\rho^2}} \right) \right) \right\} \\
& = \sum_{i=1}^n \sum_{d=1}^l \sum_{c=1}^k \left[y_{cdi} \frac{1}{P_{cdi}} \left\{ \phi(Z_{2di}) \left(\Phi \left(\frac{z_{1ci} - \rho Z_{2di}}{\sqrt{1-\rho^2}} \right) - \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. \Phi \left(\frac{z_{1,c-1i} - \rho Z_{2di}}{\sqrt{1-\rho^2}} \right) \right) - \right. \right. \\
& \left. \left. \left. \left(\phi(Z_{2,d-1i}) \right) \left(\Phi \left(\frac{z_{1ci} - \rho Z_{2,d-1i}}{\sqrt{1-\rho^2}} \right) - \Phi \left(\frac{z_{2,d-1i} - \rho Z_{1,c-1i}}{\sqrt{1-\rho^2}} \right) \right) \right) \right\} \right].
\end{aligned}$$

Turunan fungsi *ln-likelihood* terhadap parameter δ disamakan dengan nol

$$\frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial \delta} = 0$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{i=1}^n \sum_{d=1}^l \sum_{c=1}^k \left[y_{cdi} \frac{1}{P_{cdi}} \left\{ \phi(Z_{2di}) \left(\Phi \left(\frac{z_{1ci} - \rho Z_{2di}}{\sqrt{1-\rho^2}} \right) - \Phi \left(\frac{z_{1,c-1i} - \rho Z_{2di}}{\sqrt{1-\rho^2}} \right) \right) - \right. \right. \\
& \left. \left. \left. \left(\phi(Z_{2,d-1i}) \right) \left(\Phi \left(\frac{z_{1ci} - \rho Z_{2,d-1i}}{\sqrt{1-\rho^2}} \right) - \Phi \left(\frac{z_{2,d-1i} - \rho Z_{1,c-1i}}{\sqrt{1-\rho^2}} \right) \right) \right) \right\} \right] = 0.
\end{aligned}$$

e. Turunan fungsi *ln-likelihood* terhadap parameter ρ

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial \rho} &= \frac{\partial}{\partial \rho} \left[\sum_{i=1}^n \sum_{d=1}^l \sum_{c=1}^k (y_{cdi} \ln P_{cdi}) \right] \\
&= \sum_{i=1}^n \sum_{d=1}^l \sum_{c=1}^k \left(y_{cdi} \frac{1}{P_{cdi}} \frac{\partial P_{cdi}}{\partial \rho} \right)
\end{aligned} \tag{4.12}$$

dengan,

$$\begin{aligned}
\frac{\partial P_{cdi}}{\partial \rho} &= \frac{\partial}{\partial \rho} \left[\Phi(Z_{1ci}, Z_{2di}) - \Phi(Z_{1,c-1i}, Z_{2di}) - \Phi(Z_{1ci}, Z_{2,d-1i}) + \right. \\
& \left. \Phi(Z_{1,c-1i}, Z_{2,d-1i}) \right] \\
&= \frac{\partial \Phi(z_{1ci}, z_{2di})}{\partial \rho} - \frac{\partial \Phi(z_{1,c-1i}, z_{2di})}{\partial \rho} - \frac{\partial \Phi(z_{1ci}, z_{2,d-1i})}{\partial \rho} + \\
& \quad + \frac{\partial \Phi(z_{1,c-1i}, z_{2,d-1i})}{\partial \rho}.
\end{aligned} \tag{4.13}$$

Placket (1954) menurunkan formula untuk turunan parsial dari CDF bivariat normal terhadap koefisien korelasi ρ sebagai berikut:

$$\frac{\partial \Phi(A,B)}{\partial \rho} = \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}} \exp \left(-\frac{A^2 + B^2 - 2\rho AB}{2(1-\rho^2)} \right)$$

$$= \Phi_2(A, B, \rho). \quad (4.14)$$

Sehingga persamaan 4.13 dapat diuraikan menjadi,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi(z_{1ci}, z_{2di})}{\partial \rho} &= \frac{\partial}{\partial \rho} \int_{-\infty}^{z_{2di}} \int_{-\infty}^{z_{1ci}} \Phi_2(z_1, z_2, \rho) dz_1 dz_2 \\ &= \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left(-\frac{z_{1ci}^2 + z_{2di}^2 - 2\rho z_{1ci} z_{2di}}{2(1-\rho^2)}\right) \\ &= \Phi_2(z_{1ci}, z_{2di}, \rho) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi(z_{1,c-1i}, z_{2di})}{\partial \rho} &= \frac{\partial}{\partial \rho} \int_{-\infty}^{z_{2di}} \int_{-\infty}^{z_{1,c-1i}} \Phi_2(z_1, z_2, \rho) dz_1 dz_2 \\ &= \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left(-\frac{z_{1,c-1i}^2 + z_{2di}^2 - 2\rho z_{1,c-1i} z_{2di}}{2(1-\rho^2)}\right) \\ &= \Phi_2(z_{1,c-1i}, z_{2di}, \rho) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi(z_{1ci}, z_{2,d-1i})}{\partial \rho} &= \frac{\partial}{\partial \rho} \int_{-\infty}^{z_{2,d-1i}} \int_{-\infty}^{z_{1ci}} \Phi_2(z_1, z_2, \rho) dz_1 dz_2 \\ &= \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left(-\frac{z_{1ci}^2 + z_{2,d-1i}^2 - 2\rho z_{1ci} z_{2,d-1i}}{2(1-\rho^2)}\right) \\ &= \Phi_2(z_{1ci}, z_{2,d-1i}, \rho) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi(z_{1,c-1i}, z_{2,d-1i})}{\partial \rho} &= \frac{\partial}{\partial \rho} \int_{-\infty}^{z_{2,d-1i}} \int_{-\infty}^{z_{1,c-1i}} \Phi_2(z_1, z_2, \rho) dz_1 dz_2 \\ &= \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left(-\frac{z_{1,c-1i}^2 + z_{2,d-1i}^2 - 2\rho z_{1,c-1i} z_{2,d-1i}}{2(1-\rho^2)}\right) \\ &= \Phi_2(z_{1,c-1i}, z_{2,d-1i}, \rho) \end{aligned}$$

Sehingga persamaan 4.12 menjadi,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial \rho} &= \sum_{i=1}^n \sum_{d=1}^l \sum_{c=1}^k \left(y_{cdi} \frac{1}{p_{cdi}} \frac{\partial p_{cdi}}{\partial \rho} \right) \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{d=1}^l \sum_{c=1}^k \left[y_{cdi} \frac{1}{p_{cdi}} \left\{ \Phi_2(z_{1ci}, z_{2di}, \rho) - \Phi_2(z_{1,c-1i}, z_{2di}, \rho) - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \Phi_2(z_{1ci}, z_{2,d-1i}, \rho) + \Phi_2(z_{1,c-1i}, z_{2,d-1i}, \rho) \right\} \right]. \end{aligned}$$

Turunan fungsi *ln-likelihood* terhadap parameter ρ disamakan dengan nol

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial \rho} &= 0 \\ \sum_{i=1}^n \sum_{d=1}^l \sum_{c=1}^k \left[y_{cdi} \frac{1}{p_{cdi}} \left\{ \Phi_2(z_{1ci}, z_{2di}, \rho) - \Phi_2(z_{1,c-1i}, z_{2di}, \rho) - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \Phi_2(z_{1ci}, z_{2,d-1i}, \rho) + \Phi_2(z_{1,c-1i}, z_{2,d-1i}, \rho) \right\} \right] = 0. \end{aligned}$$

Karena estimasi parameter dengan metode MLE di atas menghasilkan bentuk yang tidak *closed form*, maka penyelesaiannya harus menggunakan iterasi numerik untuk mendapatkan nilai penaksir parameter. Dalam penelitian ini metode iterasi numerik yang digunakan adalah metode iterasi BFGS. Tahapan penggunaan iterasi BFGS adalah sebagai berikut:

- a. Menentukan nilai awal $\theta^{(0)}$ yang dapat diisi dengan vektor berukuran $(2p + (k - 1) + (l - 1) + 1)$ dengan seluruh anggotanya adalah nol. p adalah banyaknya parameter yang diestimasi.

$$\theta^{(0)} = \begin{bmatrix} \beta_{11}^{(0)} \\ \vdots \\ \beta_{1p}^{(0)} \\ \beta_{21}^{(0)} \\ \vdots \\ \beta_{2p}^{(0)} \\ \gamma_1^{(0)} \\ \vdots \\ \gamma_{k-1}^{(0)} \\ \delta_1^{(0)} \\ \vdots \\ \delta_{l-1}^{(0)} \\ \rho^{(0)} \end{bmatrix}_{(2p+(k-1)+(l-1)+1) \times 1} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{(2p+(k-1)+(l-1)+1) \times 1}$$

- b. Menentukan $H^{(0)} = I$ (matriks identitas berukuran $(2p + (k - 1) + (l - 1) + 1) \times (2p + (k - 1) + (l - 1) + 1)$).

$$H^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix}_{(2p+(k-1)+(l-1)+1) \times (2p+(k-1)+(l-1)+1)}$$

- c. Menentukan vektor $g(\theta)^{(m)}$ yang elemennya merupakan turunan pertama dari fungsi likelihood terhadap parameter $\beta_1, \beta_2, \gamma, \delta, \rho$.

$$\mathbf{g}(\boldsymbol{\theta})^{(m)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\beta}_1} \\ \frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\beta}_2} \\ \frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\gamma}} \\ \frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\delta}} \\ \frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \rho} \end{bmatrix}$$

- d. Menghitung $\mathbf{S}^{(m)} = -[\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta})^{(m)}]^{-1} \mathbf{g}(\boldsymbol{\theta})^{(m)}$
- e. Menghitung $\alpha^{(m)} = \operatorname{argmin}[f(\boldsymbol{\theta}^{(m)} + \alpha^{(m)} \mathbf{S}^{(m)})] = \frac{[\mathbf{g}(\boldsymbol{\theta})^{(m)}]^T \mathbf{S}^{(m)}}{[\mathbf{S}^{(m)}]^T \mathbf{H}(\boldsymbol{\theta})^{(m)} \mathbf{S}^{(m)}}$
- f. Menghitung $\boldsymbol{\theta}^{(m+1)} = \boldsymbol{\theta}^{(m)} + \alpha^{(m)} \mathbf{S}^{(m)}$
- g. Menghitung $\Delta \boldsymbol{\theta}^{(m)} = \boldsymbol{\theta}^{(m+1)} - \boldsymbol{\theta}^{(m)}$
- h. Menghitung $\mathbf{g}(\boldsymbol{\theta})^{(m+1)} = [\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta})^{(m)}]^{-1} \boldsymbol{\theta}^{(m+1)}$
- i. Menghitung $\Delta \mathbf{g}(\boldsymbol{\theta})^{(m)} = \mathbf{g}(\boldsymbol{\theta})^{(m+1)} - \mathbf{g}(\boldsymbol{\theta})^{(m)}$
- j. Menentukan matriks $\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta})^{(m+1)}$

$$\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta})^{(m+1)} = \mathbf{H}(\boldsymbol{\theta})^{(m)} + \left(1 + \frac{[\Delta \mathbf{g}(\boldsymbol{\theta})^{(m)}]^T \mathbf{H}(\boldsymbol{\theta})^{(m)} \Delta \mathbf{g}(\boldsymbol{\theta})^{(m)}}{[\Delta \mathbf{g}(\boldsymbol{\theta})^{(m)}]^T \Delta \boldsymbol{\theta}^{(m)}} \right) \frac{\Delta \boldsymbol{\theta}^{(m)} [\Delta \boldsymbol{\theta}^{(m)}]^T}{[\Delta \boldsymbol{\theta}^{(m)}]^T \Delta \mathbf{g}(\boldsymbol{\theta})^{(m)}} - \frac{\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta})^{(m)} \Delta \mathbf{g}(\boldsymbol{\theta})^{(m)} [\Delta \boldsymbol{\theta}^{(m)}]^T + \{ \mathbf{H}(\boldsymbol{\theta})^{(m)} \Delta \mathbf{g}(\boldsymbol{\theta})^{(m)} [\Delta \boldsymbol{\theta}^{(m)}]^T \}^T}{[\Delta \mathbf{g}(\boldsymbol{\theta})^{(m)}]^T \Delta \boldsymbol{\theta}^{(m)}}$$
- k. Kembali ke proses nomor (d) sampai dengan proses nomor (j).
- l. Iterasi dimulai dari $m = 1$ dan dihentikan jika $\|\boldsymbol{\theta}^{(m+1)} - \boldsymbol{\theta}^{(m)}\| \leq \varepsilon$, dengan ε adalah bilangan yang sangat kecil (mendekati nol).

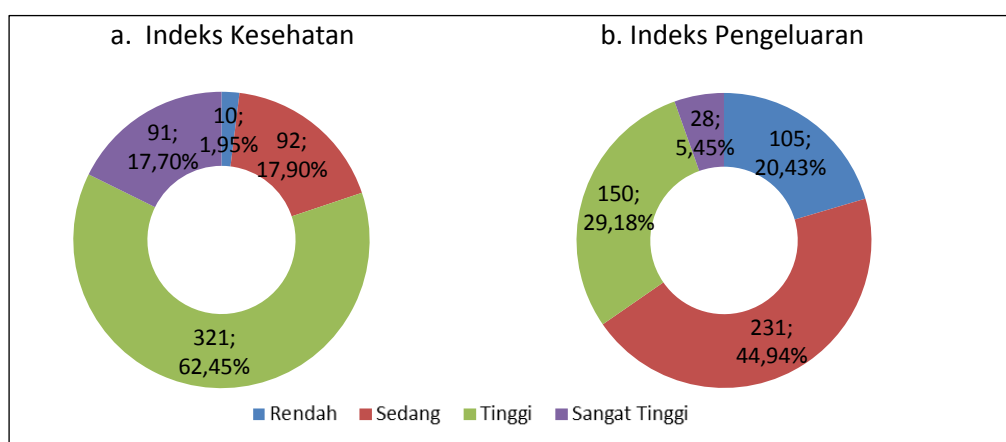
4.2. Pemodelan Indeks Kesehatan dan Indeks Pengeluaran dengan Model Probit Bivariat

Pemodelan indeks kesehatan dan indeks pengeluaran menggunakan pendekatan regresi probit bivariat diawali dengan melakukan analisis deskriptif terhadap variabel indeks kesehatan dan indeks pengeluaran terhadap masing-masing variabel prediktor, pengujian dependensi antar variabel respon, pengujian

multikolinieritas antar variabel prediktor, pengujian parameter baik secara serentak maupun parsial, memilih model terbaik melalui AIC dan ketepatan klasifikasi, serta intepretasi model terbaik.

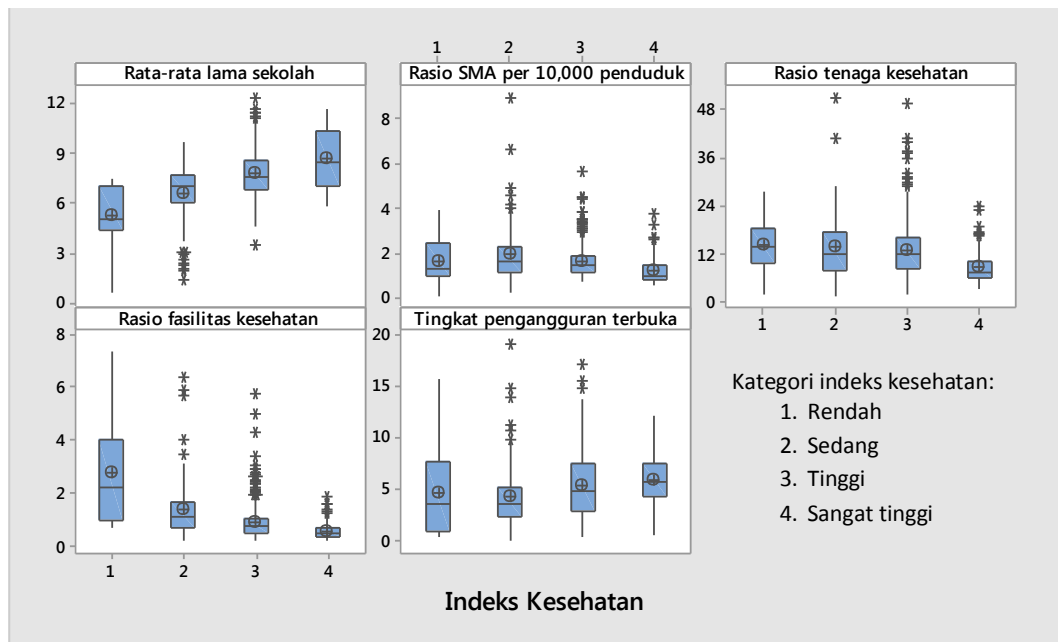
4.2.1. Gambaran Indeks Kesehatan dan Indeks Pengeluaran Kabupaten/ Kota di Indonesia

Indeks kesehatan dan indeks pengeluaran adalah cerminan kondisi kesehatan dan kesejahteraan disuatu wilayah. Dalam penelitian ini capaian indeks kesehatan dan indeks pengeluaran dikategorikan menjadi 4 kategori, yaitu: rendah, sedang, tinggi dan sangat tinggi. Capaian indeks kesehatan di tingkat kabupaten/kota di Indonesia pada tahun 2014 menunjukkan hasil yang sudah baik. Dari 514 kabupaten/kota di Indonesia sebagian besar capaian indeks kesehatan berada pada kategori tinggi (62,5 persen), sedangkan di tingkat rendah hanya sebesar 1,95 persen, di tingkat sedang sebesar 17,90 persen, dan pada kategori sangat tinggi 17,70 persen. Pencapaian indeks pengeluaran kesehatan di tingkat kabupaten/kota di Indonesia pada tahun 2014 juga menunjukkan hasil yang sudah cukup baik, walaupun tidak setinggi capaian indeks kesehatan. Sebagian besar kabupaten/kota di Indonesia mencapai indeks pengeluaran pada tingkat sedang, yaitu sebesar 44,9 persen. Kabupaten/kota yang mencapai indeks pengeluaran berkategori rendah masih cukup banyak, yaitu 20,43 persen. Dan selebihnya, 29,18 persen berada pada kategori tinggi dan 5,4 persen pada pada kategori sangat tinggi.



Gambar 4.1. Capaian Indeks Kesehatan dan Indeks Pengeluaran Kabupaten/Kota di Indonesia Tahun 2014

Dalam penelitian ini terdapat 5 variabel prediktor yang diduga mempengaruhi kategori indeks kesehatan dan indeks pengeluaran secara bersama-sama yaitu: rata-rata lama sekolah, rasio sekolah menengah atas per 10.000 penduduk, rasio tenaga kesehatan per 10.000 penduduk, rasio fasilitas pelayanan kesehatan per 10.000 penduduk, serta tingkat pengangguran terbuka. Karakteristik indeks kesehatan dan indeks pengeluaran berdasarkan variabel yang diduga mempengaruhinya tersaji pada Gambar 4.2 dan Gambar 4.3.



Gambar 4.2. *Boxplot* Indeks Kesehatan menurut Variabel Prediktor

Gambar 4.2 memperlihatkan hubungan antar indeks kesehatan di tingkat kabupaten/kota di Indonesia tahun 2014 dengan masing-masing variabel prediktor. Dari *boxplot* antara indeks kesehatan dan rata-rata lama sekolah terlihat bahwa semakin tinggi kategori indeks kesehatan kabupaten/kota terlihat memiliki rata-rata lama sekolah yang semakin tinggi. Dari *boxplot* antara indeks kesehatan dan rasio SMA per 10.000 penduduk terlihat bahwa pada kabupaten/kota dengan indeks kesehatan sedang terlihat memiliki rata-rata rasio SMA per 10.000 penduduk yang lebih tinggi dibandingkan pada kabupaten/kota dengan indeks kesehatan rendah. Tetapi rata-rata rasio SMA per 10.000 penduduk menunjukkan pola yang menurun pada kabupaten/kota dengan indeks kesehatan berkategori tinggi dan sangat tinggi. Pola rasio SMA per 10.000 penduduk yang menurun

pada kabupaten/kota dengan indeks kesehatan berkategori tinggi dan sangat tinggi diduga bahwa di kabupaten/kota tersebut akses penduduk ke SMA sudah relatif mudah sehingga di kabupaten/kota tersebut tidak berorientasi pada penambahan sarana jumlah SMA untuk meningkatkan derajat kesehatan masyarakatnya, tetapi lebih ke penambahan jumlah kelas. Hal lain yang patut diduga mempengaruhi pola tersebut adalah kultur/adat, kebijakan pemerintah daerah perihal kesehatan, atau variabel lainnya.

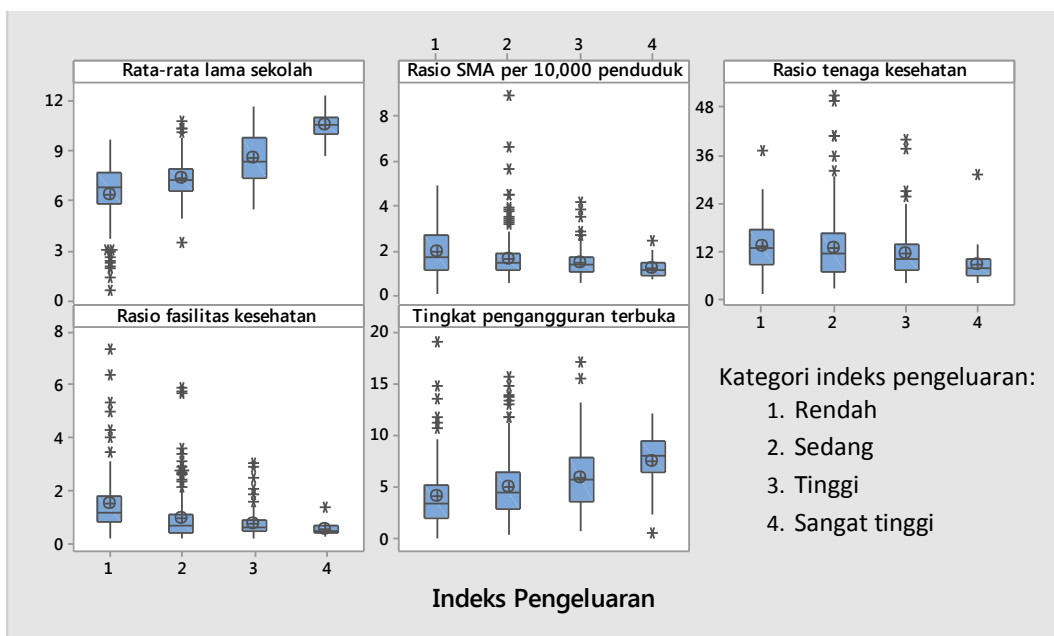
Dari *boxplot* antara indeks kesehatan dan rasio tenaga kesehatan per 10.000 penduduk terlihat bahwa pada kabupaten/kota dengan indeks kesehatan rendah, sedang, dan tinggi terlihat memiliki rata-rata rasio tenaga kesehatan per 10.000 penduduk yang hampir sama. Sedangkan pada kabupaten/kota dengan indeks kesehatan sangat tinggi terlihat memiliki rata-rata rasio tenaga kesehatan per 10.000 penduduk yang lebih rendah dibandingkan dengan yang lainnya. Hal tersebut dimungkinkan bahwa di kabupaten/kota tersebut akses penduduk ke tenaga kesehatan sudah relatif mudah sehingga di kabupaten/kota tersebut tidak berorientasi pada penambahan tenaga kesehatan untuk meningkatkan derajat kesehatan masyarakatnya tetapi lebih ke peningkatan kualitas pelayanan, seperti peningkatan kualitas alat kesehatan dan peningkatan kecepatan pelayanan.

Dari *boxplot* antara indeks kesehatan dan rasio fasilitas kesehatan per 10.000 penduduk terlihat bahwa pada kabupaten/kota dengan indeks kesehatan rendah terlihat memiliki rata-rata rasio fasilitas kesehatan per 10.000 penduduk yang paling tinggi dibandingkan dengan kabupaten/kota dengan indeks kesehatan berkategori sedang, tinggi, dan sangat tinggi. Hal tersebut diduga bahwa di kabupaten/kota dengan indeks kesehatan berkategori sedang, tinggi, dan sangat tinggi mempunyai akses yang relatif lebih mudah sehingga tidak berorientasi pada penambahan fasilitas kesehatan seperti rumah sakit atau puskesmas untuk meningkatkan derajat kesehatan masyarakatnya tetapi lebih ke penambahan kapasitas kamar rawat atau peningkatan kualitas alat kesehatan.

Dari *boxplot* antara indeks kesehatan dan tingkat pengangguran terbuka terlihat bahwa pada kabupaten/kota dengan indeks kesehatan rendah dan sedang terlihat memiliki rata-rata tingkat pengangguran terbuka yang hampir sama. Demikian juga pada kabupaten/kota dengan indeks kesehatan tinggi dan sangat

tinggi terlihat memiliki rata-rata tingkat pengangguran terbuka yang hampir sama. Tetapi jika dibandingkan antara kedua kelompok tersebut, terlihat bahwa pada kabupaten/kota dengan indeks kesehatan tinggi dan sangat tinggi terlihat memiliki rata-rata tingkat pengangguran terbuka yang yang lebih tinggi dari pada kabupaten/kota dengan indeks kesehatan rendah dan sedang. Hal tersebut diduga bahwa pada kabupaten/kota dengan indeks kesehatan rendah dan sedang memiliki tingkat pengangguran rendah tetapi kebanyakan pekerja bekerja pada sektor pertanian, serta diduga persentase pekerja tidak dibayar serta pekerja tidak penuh (pekerja dengan jam kerja di bawah 35 jam) cukup besar. Sehingga kabupaten/kota dengan kejadian seperti hal tersebut tidak berimplikasi kepada peningkatan indeks kesehatan secara langsung.

Karakteristik indeks pengeluaran di tingkat kabupaten/kota di Indonesia tahun 2014 menurut variabel prediktornya dapat dilihat pada Gambar 4.3. Dari *boxplot* antara indeks pengeluaran dan rata-rata lama sekolah terlihat bahwa semakin tinggi kategori indeks pengeluaran kabupaten/kota terlihat memiliki rata-rata lama sekolah yang semakin tinggi.



Gambar 4.3. *Boxplot* Indeks Pengeluaran menurut Variabel Prediktor

Dari *boxplot* antara indeks pengeluaran dan rasio SMA per 10.000 penduduk terlihat bahwa pada kabupaten/kota dengan indeks pengeluaran rendah,

sedang, tinggi, dan sangat tinggi memiliki rata-rata rasio SMA per 10.000 penduduk yang hampir sama.

Dari *boxplot* antara indeks pengeluaran dan rasio tenaga kesehatan per 10.000 penduduk terlihat bahwa semakin tinggi kategori indeks pengeluaran pada kabupaten/kota terlihat memiliki rata-rata rasio tenaga kesehatan per 10.000 penduduk yang cenderung menurun. Dari *boxplot* antara indeks pengeluaran dan rasio fasilitas kesehatan per 10.000 penduduk terlihat bahwa pada kabupaten/kota dengan indeks pengeluaran rendah terlihat memiliki rata-rata rasio fasilitas kesehatan per 10.000 penduduk yang paling tinggi dibandingkan dengan kabupaten/kota dengan indeks kesehatan berkategori sedang, tinggi, dan sangat tinggi. Sedangkan pada pada kabupaten/kota dengan indeks pengeluaran berkategori sedang, tinggi, dan sangat tinggi memiliki rata-rata rasio tenaga kesehatan per 10.000 penduduk yang hampir sama.

Dari *boxplot* antara indeks pengeluaran dan tingkat pengangguran terbuka terlihat bahwa semakin tinggi kategori indeks pengeluaran pada kabupaten/kota terlihat memiliki rata-rata tingkat pengangguran terbuka yang cenderung menurun. Hal tersebut diduga bahwa pada kabupaten/kota dengan indeks pengeluaran yang lebih rendah memiliki tingkat pengangguran rendah tetapi kebanyakan pekerja bekerja pada sektor pertanian, serta diduga persentase pekerja tidak dibayar serta pekerja tidak penuh (pekerja dengan jam kerja di bawah 35 jam) cukup besar.

4.2.2. Pengujian Dependensi Indeks Kesehatan dan Indeks Pengeluaran

Tabel kontingensi antara indeks kesehatan dan indeks pengeluaran sebagaimana pada Tabel 4.1.

Tabel 4.1 Tabel Kontingensi Indeks Kesehatan dan Indeks Pengeluaran

Kategori		Indeks Pengeluaran				
		Rendah	Sedang	Tinggi	Sangat Tinggi	Total
(1)		(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
Indeks Kesehatan	Rendah	6	4	0	0	10
	Sedang	48	33	11	0	92
	Tinggi	48	163	104	6	321
	Sangat Tinggi	3	31	35	22	91
	Total	105	231	150	28	514

Sumber: Hasil Olahan

Hipotesis yang digunakan dalam pengujian dependensi variabel respon adalah sebagai berikut:

$H_0: \tau = 0$, atau tidak ada korelasi antara data yang berpasangan

$H_0: \tau \neq 0$, atau ada korelasi antara data yang berpasangan.

H_0 ditolak apabila $Z > Z_{\alpha/2}$ atau $p - value < \alpha$. Berdasarkan uji dependensi yang telah dilakukan diperoleh nilai Korelasi Kendall's Tau sebesar 0,412 dengan tingkat signifikansi 0,00. Dengan menggunakan $\alpha = 5\%$ dapat diketahui bahwa nilai $p - value < \alpha$ sehingga H_0 ditolak, sehingga disimpulkan terdapat korelasi antar variabel indeks kesehatan dan indeks pengeluaran (Lampiran 3).

4.2.3. Pendeteksian Multikolinearitas pada Variabel Prediktor

Dalam analisis regresi tidak diperkenankan terdapat kasus multikolinieritas, yaitu kondisi dengan terdapat hubungan yang erat antar variabel prediktor. Oleh karena itu, sebelum melakukan pemodelan indeks kesehatan dan indeks pengeluaran dilakukan deteksi multikolinieritas menggunakan nilai *Variance Inflation Factors* (VIF). Berdasarkan Tabel 4.2 dapat diketahui bahwa tidak terdapat nilai VIF yang lebih dari 10, hal tersebut menunjukkan bahwa tidak terdapat kasus multikolinieritas pada studi kasus ini. Dengan demikian seluruh variabel prediktor dapat diikutsertakan dalam proses pemodelan selanjutnya.

Tabel 4.2 Deteksi Multikolinieritas Variabel Prediktor

Variabel	Nilai VIF
(1)	(2)
X ₁	1,417
X ₂	1,828
X ₃	1,958
X ₄	1,917
X ₅	1,308

Sumber: Hasil Olahan Software SPSS 20

4.2.4. Pengujian Parameter secara Serentak dan Parsial

Pengujian parameter bertujuan untuk mengetahui signifikansi dari pengaruh variabel-variabel prediktor terhadap variabel respon. Pengujian parameter pada regresi probit bivariat dilakukan dalam 2 tahap, yaitu pengujian parameter secara serentak dan pengujian parameter secara parsial.

a. Pengujian Serentak

Hipotesis pengujian parameter secara serentak untuk regresi probit bivariat adalah sebagai berikut:

$$H_0 : \beta_{11} = \beta_{12} = \dots = \beta_{15} = \beta_{21} = \beta_{22} = \dots = \beta_{25} = 0$$

$$H_1 : \text{minimal ada satu } \beta_{rj} \neq 0, \text{ untuk } r = 1,2 \text{ dan } j = 1,2,3,4,5.$$

Pengujian parameter secara serentak pada regresi probit digunakan untuk menguji peran koefisien β secara keseluruhan. Pengujian dilakukan dengan cara membandingkan nilai statistik uji G^2 dengan distribusi χ^2 pada derajat bebas 5. H_0 akan ditolak apabila $G^2 > \chi^2_{\alpha;5}$ atau nilai $p\text{-value} < \alpha$. Hasil pengujian signifikansi parameter secara serentak disajikan dalam Tabel 4.3 berikut ini.

Tabel 4.3 Pengujian Signifikansi Parameter Secara Serentak Model Probit Bivariat Y₁ Y₂ X₁ X₂ X₃ X₄ X₅

Pengukuran	Nilai
(1)	(2)
Likelihood Ratio Test (G^2)	160,70
$p\text{-value}$	0,000
$\chi^2_{0,05;5}$	11,07

Sumber: Hasil Olahan Software STATA 11

Berdasarkan Tabel 4.3 dengan menggunakan $\alpha = 0,10$ dilakukan pengujian parameter secara serentak pada regresi probit bivariat menghasilkan *p-value* sebesar 0,0000. Berdasarkan hasil tersebut dapat diketahui bahwa nilai *p-value* $< \alpha$ sehingga H_0 ditolak. Dengan demikian dapat diartikan bahwa pada regresi probit bivariat dengan tingkat kepercayaan 95% minimal ada satu parameter yang signifikan pada model. Oleh karena itu, tahapan pemodelan berikutnya adalah melakukan pengujian parameter secara parsial untuk mengetahui variabel-variabel prediktor yang memiliki pengaruh yang signifikan terhadap variabel respon.

b. Pengujian Parsial

Hipotesis pengujian parameter secara parsial pada pemodelan indeks kesehatan dan indeks pengeluaran dengan model probit bivariat adalah sebagai berikut:

$$H_0 : \beta_{rj} = 0$$

$$H_1 : \beta_{rj} \neq 0, \text{ untuk } r = 1,2 \text{ dan } j = 1, 2,3,4,5.$$

Pengujian parsial dilakukan dengan cara menguji signifikansi dari pengaruh setiap variabel prediktor terhadap variabel respon secara individu. Dengan menggunakan $\alpha = 0,10$ pengujian parsial dilakukan dengan cara membandingkan nilai statistik uji Z dengan distribusi Z atau membandingkan nilai statistik uji pada derajat bebas 1. H_0 ditolak apabila $|Z| > Z_{\alpha/2}$ atau *p-value* $< \alpha$. Berdasarkan pengujian parameter model secara parsial dengan alpha (0,05) menghasilkan variabel rata-rata lama sekolah (X_1), rasio sekolah menengah atas per 10.000 penduduk (X_2), rasio tenaga medis per 10.000 penduduk (X_3), rasio fasilitas kesehatan per 10.000 penduduk (X_4), dan tingkat pengangguran terbuka (X_5) berpengaruh signifikan terhadap kategori indeks kesehatan kabupaten/kota. Adapun variabel yang berpengaruh signifikan terhadap kategori indeks pengeluaran kabupaten/kota adalah variabel rata-rata lama sekolah (X_1), rasio sekolah menengah atas per 10.000 penduduk (X_2), dan rasio fasilitas kesehatan per 10.000 penduduk (X_4).

Tabel 4.4 Pengujian Signifikansi Parameter Secara Parsial Model Probit Bivariat
 Y_1 Y_2 X_1 X_2 X_3 X_4 X_5

Variabel Respon	Variabel Prediktor	Coeffisien	Z	P-value	Keputusan
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
Y ₁	X ₁	0,3843	9,64	0,000	Tolak H ₀
	X ₂	-0,0853	-1,08	0,279	Gagal Tolak H ₀
	X ₃	-0,0235	-2,24	0,025	Tolak H ₀
	X ₄	-0,3689	-4,23	0,000	Tolak H ₀
	X ₅	-0,0395	-2,10	0,035	Tolak H ₀
Y ₂	X ₁	0,6227	13,39	0,000	Tolak H ₀
	X ₂	-0,1538	-1,88	0,060	Tolak H ₀
	X ₃	-0,0193	-1,86	0,062	Tolak H ₀
	X ₄	-0,3121	-3,19	0,001	Tolak H ₀
	X ₅	-0,0241	-1,31	0,189	Gagal Tolak H ₀

Sumber: Hasil Olahan Software STATA 11

4.2.5. Pemilihan Model Terbaik

Dengan mengkombinasikan semua kemungkinan model atau sebanyak 2^k-1 dengan k banyaknya variabel prediktor, diperoleh semua kemungkinan yaitu $2^5-1=31$ model, dengan nilai AIC sebagai berikut:

Tabel 4.5 Semua kemungkinan model Probit Bivariat dan Nilai AIC-nya

Model							Nilai AIC
(1)							(2)
Y ₁	Y ₂	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	1.759,98
Y ₁	Y ₂	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄		1.761,18
Y ₁	Y ₂	X ₁	X ₂	X ₃	X ₅		1.781,02
Y ₁	Y ₂	X ₁	X ₂	X ₄	X ₅		1.763,08
Y ₁	Y ₂	X ₁	X ₃	X ₄	X ₅		1.759,97
Y ₁	Y ₂	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅		2.014,81
Y ₁	Y ₂	X ₁	X ₂	X ₃			1.782,42
Y ₁	Y ₂	X ₁	X ₂	X ₄			1.762,84
Y ₁	Y ₂	X ₁	X ₂	X ₅			1.804,01
Y ₁	Y ₂	X ₁	X ₃	X ₄			1.761,72
Y ₁	Y ₂	X ₁	X ₃	X ₅			1.794,48
Y ₁	Y ₂	X ₁	X ₄	X ₅			1.767,92

Tabel 4.5 Semua kemungkinan model Probit Bivariat dan Nilai AICnya (lanjutan)

Model					Nilai AIC
(1)					(2)
Y ₁	Y ₂	X ₂	X ₃	X ₄	2.046,16
Y ₁	Y ₂	X ₂	X ₃	X ₅	2.065,37
Y ₁	Y ₂	X ₂	X ₄	X ₅	2.015,87
Y ₁	Y ₂	X ₃	X ₄	X ₅	2.012,65
Y ₁	Y ₂	X ₁	X ₂		1.802,38
Y ₁	Y ₂	X ₁	X ₃		1.797,00
Y ₁	Y ₂	X ₁	X ₄		1.767,75
Y ₁	Y ₂	X ₁	X ₅		1.875,69
Y ₁	Y ₂	X ₂	X ₃		2.103,10
Y ₁	Y ₂	X ₂	X ₄		2.046,53
Y ₁	Y ₂	X ₂	X ₅		2.066,33
Y ₁	Y ₂	X ₃	X ₄		2.042,92
Y ₁	Y ₂	X ₃	X ₅		2.078,54
Y ₁	Y ₂	X ₄	X ₅		2.012,29
Y ₁	Y ₂	X ₁			1.873,18
Y ₁	Y ₂	X ₂			2.104,67
Y ₁	Y ₂	X ₃			2.112,98
Y ₁	Y ₂	X ₄			2.042,56
Y ₁	Y ₂	X ₅			2.098,60

Sumber: Hasil Olahan Software STATA 11

Berdasarkan Tabel 4.5 terlihat bahwa model $Y_1 Y_2 X_1 X_3 X_4 X_5$, merupakan model dengan nilai AIC terkecil yaitu, 1.759,97 sehingga model tersebut merupakan model terbaik. Setelah diperoleh model probit bivariat terbaik, perlu dilakukan pengujian parameter baik secara simultan maupun parsial. Tujuan dari uji tersebut yaitu untuk mengetahui apakah parameter dari model yang terpilih berpengaruh signifikan atau tidak terhadap variabel respon. Hasil pengujian parameter baik secara simultan maupun parsial adalah sebagai berikut:

- Berdasarkan pengujian parameter model secara serentak dapat diketahui bahwa nilai $p - value < \alpha$ sehingga H_0 ditolak. Dengan demikian dapat diatikan bahwa pada regresi probit bivariat dengan tingkat kepercayaan 95% minimal ada satu parameter yang signifikan pada model.

Tabel 4.6 Pengujian Signifikansi Parameter Secara Serentak Model Probit Bivariat Y_1 Y_2 X_1 X_3 X_4 X_5

Pengukuran	Nilai
(1)	(2)
Likelihood Ratio Test (G^2)	134,27
<i>p-value</i>	0,000
$\chi^2_{0,10;4}$	7,78

Sumber: Hasil Olahan Software STATA 11

- Berdasarkan pengujian parameter model secara parsial dengan alpha (0,10), variabel rata-rata lama sekolah (X_1), rasio tenaga kesehatan per 10.000 penduduk (X_3), rasio fasilitas pelayanan kesehatan per 10.000 penduduk (X_4), dan tingkat pengangguran terbuka berpengaruh signifikan terhadap indeks kesehatan (Y_1). Sedangkan yang berpengaruh signifikan terhadap indeks pengeluaran (Y_2) adalah variabel rata-rata lama sekolah (X_1), rasio tenaga kesehatan per 10.000 penduduk (X_3), dan rasio fasilitas pelayanan kesehatan per 10.000 penduduk (X_4).

Tabel 4.7 Pengujian Signifikansi Parameter Secara Parsial Model Probit Bivariat Y_1 Y_2 X_1 X_3 X_4 X_5

Variabel Respon	Variabel Prediktor	Coefisien	Z	P-value	Keputusan
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
Y_1	X_1	0,3813	9,59	0,000	Tolak H_0
	X_3	-0,0274	-2,78	0,005	Tolak H_0
	X_4	-0,4039	-4,95	0,000	Tolak H_0
	X_5	-0,0406	-2,16	0,031	Tolak H_0
Y_2	X_1	0,6232	13,34	0,000	Tolak H_0
	X_3	-0,0253	-2,54	0,011	Tolak H_0
	X_4	-0,3893	-4,34	0,000	Tolak H_0
	X_5	-0,0260	-1,43	0,154	Tolak H_0

Sumber: Hasil Olahan Software STATA 11

Berdasarkan model probit bivariat $Y_1 Y_2 X_1 X_3 X_4 X_5$ maka dapat dihitung nilai prediksi probabilitas masing-masing kategori indeks kesehatan dan indeks pengeluaran berdasarkan nilai prediktornya (Lampiran 11). Prediksi kategori indeks kesehatan dan indeks pengeluaran suatu kabupaten/kota berdasarkan nilai probabilitas terbesar. Berdasarkan identifikasi, tabel kontingensi antara nilai aktual dan nilai prediksi berdasarkan model terbaik sebagaimana pada Tabel 4.8 sebagai berikut:

Tabel 4.8 Tabel Kontingensi Nilai Aktual dan Nilai Prediksi Model Probit Bivariat $Y_1 Y_2 X_1 X_3 X_4 X_5$

Nilai	Prediksi																Jumlah	
	\hat{Y}_{11}	\hat{Y}_{12}	\hat{Y}_{13}	\hat{Y}_{14}	\hat{Y}_{21}	\hat{Y}_{22}	\hat{Y}_{23}	\hat{Y}_{24}	\hat{Y}_{31}	\hat{Y}_{32}	\hat{Y}_{33}	\hat{Y}_{34}	\hat{Y}_{41}	\hat{Y}_{42}	\hat{Y}_{43}	\hat{Y}_{44}		
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)	(18)	
A k t u a l	Y_{11}	2	0	0	0	2	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	6	
	Y_{12}	0	0	0	0	2	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	4	
	Y_{13}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	Y_{14}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	Y_{21}	1	0	0	0	16	0	0	0	1	29	1	0	0	0	0	48	
	Y_{22}	2	0	0	0	1	0	0	0	1	29	0	0	0	0	0	33	
	Y_{23}	0	0	0	0	1	0	0	0	0	9	1	0	0	0	0	11	
	Y_{24}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	Y_{31}	0	0	0	0	6	0	0	0	3	38	1	0	0	0	0	48	
	Y_{32}	1	0	0	0	2	0	0	0	2	142	16	0	0	0	0	163	
	Y_{33}	0	0	0	0	1	0	0	0	0	56	41	0	0	0	3	3	104
	Y_{34}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	4	0	6
	Y_{41}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	3
	Y_{42}	0	0	0	0	2	0	0	0	0	26	3	0	0	0	0	0	31
Y_{43}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8	19	0	0	0	7	1	35	
Y_{44}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	0	0	0	11	5	22	
Jumlah	6	0	0	0	33	0	0	0	8	343	90	0	0	0	25	9	514	

Sumber: Hasil Olahan

Berdasarkan tabel kontingensi tersebut di atas maka dapat dihitung nilai ketepatan klasifikasinya sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \text{Akurasi} &= \frac{2+0+0+0+16+0+0+0+3+142+41+0+0+0+7+5}{514} \times 100\% = \frac{216}{514} \times 100\% \\
 &= 42,02\%.
 \end{aligned}$$

Berdasarkan model terbaik menghasilkan tingkat akurasi sebesar 42,02 persen.

4.2.6. Interpretasi Model Terbaik

Berdasarkan pemilihan model probit bivariat terbaik maka diperoleh persamaan variabel laten \hat{Y}_1^* dan \hat{Y}_2^* sebagai berikut:

$$\hat{Y}_1^* = 0,3813X_1 - 0,0274X_3 - 0,4039X_4 - 0,0406X_5$$

$$\hat{Y}_2^* = 0,6232X_1 - 0,0253X_3 - 0,3893X_4 - 0,0260X_5$$

dengan,

$$\gamma_1 = -0,7062, \gamma_2 = 0,9512, \gamma_3 = 3,1359,$$

$$\delta_1 = 2,8019, \delta_2 = 4,4873, \delta_3 = 6,4470, \text{ dan}$$

$$\rho = 0,2662.$$

Jumlah kategori pada variabel indeks kesehatan (*c*) sama dengan 4 dan jumlah kategori pada variabel indeks pengeluaran (*d*) sama dengan 4. Model probit bivariat atau model probabilitas untuk kategori indeks kesehatan ke-*c* dan kategori indeks pengeluaran ke-*d* dapat ditulis dengan P_{cd} . Sehingga model probit bivariat atau model probabilitas untuk masing-masing kategori indeks kesehatan dan indeks pengeluaran kabupaten/kota ke-*i* berdasarkan model terbaik adalah sebagai berikut:

$$P_{11i} = \Phi(z_{11i}, z_{21i})$$

$$P_{12i} = \Phi(z_{11i}, z_{22i}) - \Phi(z_{11i}, z_{21i})$$

$$P_{13i} = \Phi(z_{11i}, z_{23i}) - \Phi(z_{11i}, z_{22i})$$

$$P_{14i} = \Phi(z_{11i}) - \Phi(z_{11i}, z_{23i})$$

$$P_{21i} = \Phi(z_{12i}, z_{21i}) - \Phi(z_{11i}, z_{21i})$$

$$P_{22i} = \Phi(z_{12i}, z_{22i}) - \Phi(z_{11i}, z_{22i}) - \Phi(z_{12i}, z_{21i}) + \Phi(z_{11i}, z_{21i})$$

$$P_{23i} = \Phi(z_{12i}, z_{23i}) - \Phi(z_{11i}, z_{23i}) - \Phi(z_{12i}, z_{22i}) + \Phi(z_{11i}, z_{22i})$$

$$P_{24i} = \Phi(z_{12i}) - \Phi(z_{11i}) - \Phi(z_{12i}, z_{23i}) + \Phi(z_{11i}, z_{23i})$$

$$P_{31i} = \Phi(z_{13i}, z_{21i}) - \Phi(z_{12i}, z_{21i})$$

$$P_{32i} = \Phi(z_{13i}, z_{22i}) - \Phi(z_{12i}, z_{22i}) - \Phi(z_{13i}, z_{21i}) + \Phi(z_{12i}, z_{21i})$$

$$P_{33i} = \Phi(z_{13i}, z_{23i}) - \Phi(z_{12i}, z_{23i}) - \Phi(z_{13i}, z_{22i}) + \Phi(z_{12i}, z_{22i})$$

$$P_{34i} = \Phi(z_{13i}) - \Phi(z_{12i}) - \Phi(z_{13i}, z_{23i}) + \Phi(z_{12i}, z_{23i})$$

$$P_{41i} = \Phi(z_{21i}) - \Phi(z_{13i}, z_{21i})$$

$$P_{42i} = \Phi(z_{22i}) - \Phi(z_{13i}, z_{22i}) - \Phi(z_{21i}) + \Phi(z_{13i}, z_{21i})$$

$$P_{43i} = \Phi(z_{23i}) - \Phi(z_{13i}, z_{23i}) - \Phi(z_{22i}) + \Phi(z_{13i}, z_{22i})$$

$$P_{44i} = 1 - \Phi(z_{13i}) - \Phi(z_{23i}) + \Phi(z_{13i}, z_{23i})$$

dengan,

$$z_{11i} = \gamma_1 - \beta_1^T \mathbf{x}_i = -0,7062 - (0,3813X_1 - 0,0274X_3 - 0,4039X_4 - 0,0406X_5)$$

$$z_{12i} = \gamma_2 - \beta_1^T \mathbf{x}_i = 0,9512 - (0,3813X_1 - 0,0274X_3 - 0,4039X_4 - 0,0406X_5)$$

$$z_{13i} = \gamma_3 - \beta_1^T \mathbf{x}_i = 3,1359 - (0,3813X_1 - 0,0274X_3 - 0,4039X_4 - 0,0406X_5)$$

$$z_{21i} = \delta_1 - \beta_2^T \mathbf{x}_i = 2,8019 - (0,6232X_1 - 0,0253X_3 - 0,3893X_4 - 0,0260X_5)$$

$$z_{22i} = \delta_2 - \beta_2^T \mathbf{x}_i = 4,4874 - (0,6232X_1 - 0,0253X_3 - 0,3893X_4 - 0,0260X_5)$$

$$z_{23i} = \delta_3 - \beta_2^T \mathbf{x}_i = 6,4470 - (0,6232X_1 - 0,0253X_3 - 0,3893X_4 - 0,0260X_5).$$

Sebagai contoh, Kabupaten Solok Provinsi Sumatera Barat memiliki karakteristik rata-rata lama sekolah (X_1) sebesar 7,56 tahun, rasio tenaga kesehatan per 10.000 penduduk (X_3) sebesar 13,15, rasio fasilitas kesehatan per 10.000 penduduk (X_4) sebesar 0,55, dan tingkat pengangguran terbuka sebesar 2,17 persen, maka persamaan $z_{11}, z_{12}, z_{13}, z_{21}, z_{22}$, dan z_{23} menjadi sebagai berikut (Lampiran 13):

$$\begin{aligned} \hat{z}_{11i} &= -0,7062 - (0,3813(7,56) - 0,0274(13,15) - 0,4039(0,55) - 0,0406(2,17)) \\ &= -2,9184 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{z}_{12i} &= 0,9512 - (0,3813(7,56) - 0,0274(13,15) - 0,4039(0,55) - 0,0406(2,17)) \\ &= -1,2609 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{z}_{13i} &= 3,1359 - (0,3813(7,56) - 0,0274(13,15) - 0,4039(0,55) - 0,0406(2,17)) \\ &= 0,9238 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{z}_{21i} &= 2,8019 - (0,6232(7,56) - 0,0253(13,15) - 0,3893(0,55) - 0,0260(2,17)) \\ &= -1,3063 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{z}_{22i} &= 4,4874 - (0,6232(7,56) - 0,0253(13,15) - 0,3893(0,55) - 0,0260(2,17)) \\ &= 0,3792 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{z}_{23i} &= 6,4470 - (0,6232(7,56) - 0,0253(13,15) - 0,3893(0,55) - 0,0260(2,17)) \\ &= 2,3388 \end{aligned}$$

Sehingga nilai probabilitas untuk masing-masing kategori indeks kesehatan dan indeks pengeluaran di Kabupaten Solok adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \hat{P}_{11i} &= \Phi(z_{11i}, z_{21i}) \\ &= \Phi(-2,9184, -1,3063) \\ &= 0,0006 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\hat{P}_{12i} &= \Phi(z_{11i}, z_{22i}) - \Phi(z_{11i}, z_{21i}) \\
&= \Phi(-2,9184, 0,3792) - \Phi(-2,9184, -1,3063) \\
&= 0,0016 - 0,0006 \\
&= 0,0010
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\hat{P}_{13i} &= \Phi(z_{11i}, z_{23i}) - \Phi(z_{11i}, z_{22i}) \\
&= \Phi(-2,9184, 2,3388) - \Phi(-2,9184, 0,3792) \\
&= 0,0018 - 0,0016 \\
&= 0,0002
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\hat{P}_{14i} &= \Phi(z_{11i}) - \Phi(z_{11i}, z_{23i}) \\
&= \Phi(-2,9184) - \Phi(-2,9184, 2,3388) \\
&= 0,0018 - 0,0018 \\
&= 0,0000
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\hat{P}_{21i} &= \Phi(z_{12i}, z_{21i}) - \Phi(z_{11i}, z_{21i}) \\
&= \Phi(-1,2609, -1,3063) - \Phi(-2,9184, -1,3063) \\
&= 0,0199 - 0,0006 \\
&= 0,0193
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\hat{P}_{22i} &= \Phi(z_{12i}, z_{22i}) - \Phi(z_{11i}, z_{22i}) - \Phi(z_{12i}, z_{21i}) + \Phi(z_{11i}, z_{21i}) \\
&= \Phi(-1,2609, 0,3792) - \Phi(-2,9184, 0,3792) - \Phi(-1,2609, -1,3063) + \\
&\quad + \Phi(-2,9184, -1,3063) \\
&= 0,0837 - 0,0016 - 0,0199 + 0,0006 \\
&= 0,0627
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\hat{P}_{23i} &= \Phi(z_{12i}, z_{23i}) - \Phi(z_{11i}, z_{23i}) - \Phi(z_{12i}, z_{22i}) + \Phi(z_{11i}, z_{22i}) \\
&= \Phi(-1,2609, 2,3388) - \Phi(-2,9184, 2,3388) - \Phi(-1,2609, 0,3792) \\
&\quad + \Phi(-2,9184, 0,3792) \\
&= 0,1035 - 0,0018 - 0,0837 + 0,0016 \\
&= 0,0196
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\hat{P}_{24i} &= \Phi(z_{12i}) - \Phi(z_{11i}) - \Phi(z_{12i}, z_{23i}) + \Phi(z_{11i}, z_{23i}) \\
&= \Phi(-1,2609) - \Phi(-2,9184) - \Phi(-1,2609, 2,3388) \\
&\quad + \Phi(-2,9184, 2,3388) \\
&= 0,1037 - 0,0018 - 0,1035 + 0,0018 \\
&= 0,0002
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\hat{P}_{31i} &= \Phi(z_{13i}, z_{21i}) - \Phi(Z_{12i}, z_{21i}) \\
&= \Phi(0,9238, -1,3063) - \Phi(-1,2609, -1,3063) \\
&= 0,0886 - 0,0199 \\
&= 0,0686 \\
\hat{P}_{32i} &= \Phi(z_{13i}, z_{22i}) - \Phi(Z_{12i}, z_{22i}) - \Phi(z_{13i}, z_{21i}) + \Phi(z_{12i}, z_{21i}) \\
&= \Phi(0,9238, 0,3792) - \Phi(-1,2609, 0,3792) - \Phi(0,9238, -1,3063) \\
&\quad + \Phi(-1,2609, -1,3063) \\
&= 0,1067 - 0,0566 - 0,0295 + 0,0449 \\
&= 0,4073 \\
\hat{P}_{33i} &= \Phi(z_{13i}, z_{23i}) - \Phi(Z_{12i}, z_{23i}) - \Phi(z_{13i}, z_{22i}) + \Phi(z_{12i}, z_{22i}) \\
&= \Phi(0,9238, 2,3388) - \Phi(-1,2609, 2,3388) - \Phi(0,9238, 0,3792) \\
&\quad + \Phi(-1,2609, 0,3792) \\
&= 0,8165 - 0,1035 - 0,5596 + 0,0837 \\
&= 0,2372 \\
\hat{P}_{34i} &= \Phi(z_{13i}) - \Phi(Z_{12i}) - \Phi(z_{13i}, z_{23i}) + \Phi(z_{12i}, z_{23i}) \\
&= \Phi(0,9238) - \Phi(-1,2609) - \Phi(0,9238, 2,3388) + \Phi(-1,2609, 2,3388) \\
&= 0,8222 - 0,1037 - 0,8165 + 0,1035 \\
&= 0,0055 \\
\hat{P}_{41i} &= \Phi(z_{21i}) - \Phi(Z_{13i}, z_{21i}) \\
&= \Phi(-1,3063) - \Phi(0,9238, -1,3063) \\
&= 0,0957 - 0,0886 \\
&= 0,0072 \\
\hat{P}_{42i} &= \Phi(z_{22i}) - \Phi(Z_{13i}, z_{22i}) - \Phi(z_{21i}) + \Phi(z_{13i}, z_{21i}) \\
&= \Phi(0,3792) - \Phi(0,9238, 0,3792) - \Phi(-1,3063) + \Phi(0,9238, -1,3063) \\
&= 0,6477 - 0,5596 - 0,0957 + 0,0886 \\
&= 0,0810 \\
\hat{P}_{43i} &= \Phi(z_{23i}) - \Phi(Z_{13i}, z_{23i}) - \Phi(z_{22i}) + \Phi(z_{13i}, z_{22i}) \\
&= \Phi(2,3388) - \Phi(0,9238, 2,3388) - \Phi(0,3792) + \Phi(0,9238, 0,3792) \\
&= 0,9903 - 0,8165 - 0,6477 + 0,5596 \\
&= 0,0856 \\
\hat{P}_{44i} &= 1 - \Phi(z_{13i}) - \Phi(z_{23i}) + \Phi(z_{13i}, z_{23i})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= 1 - \Phi(0,9238) - \Phi(2,3388) + \Phi(0,9238,2,3388) \\
&= 1 - 0,8222 - 0,9903 + 0,8165 \\
&= 0,0040.
\end{aligned}$$

Berdasarkan nilai probabilitas yang terbesar yaitu $\hat{P}_{32} = 0,4073$, maka Kabupaten Solok diprediksi cenderung mencapai indeks kesehatan pada kategori 3 (tinggi) dan indeks pengeluaran pada kategori 2 (sedang), dengan probabilitas 40,73 persen.

Adapun besarnya pengaruh perubahan suatu variabel prediktor terhadap variabel respon dengan asumsi variabel lainnya konstan dapat dilihat berdasarkan efek marjinalnya. Efek marjinal rata-rata lama sekolah (X_1) di Kabupaten Solok terhadap \hat{P}_{32} adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \hat{P}_{32}}{\partial X_1} &= \frac{\partial(\Phi(z_{13i}, z_{22i}) - \Phi(z_{12i}, z_{22i}) - \Phi(z_{13i}, z_{21i}) + \Phi(z_{12i}, z_{21i}))}{\partial X_1} \\
&= -\hat{\beta}_{1.1}\varphi_{1(32)} - \hat{\beta}_{2.1}\varphi_{2(32)} + \hat{\beta}_{1.1}\varphi_{1(22)} + \hat{\beta}_{2.1}\varphi_{2(22)} + \hat{\beta}_{1.1}\varphi_{1(31)} \\
&\quad + \hat{\beta}_{2.1}\varphi_{2(31)} - \hat{\beta}_{1.1}\varphi_{1(21)} - \hat{\beta}_{2.1}\varphi_{2(21)} \\
&= -0,3813(0,1445) - 0,6232(0,2885) + 0,3813(0,1356) + \\
&\quad 0,6232(0,0568) + 0,3813(0,0374) + 0,6232(0,1428) - \\
&\quad 0,3813(0,0352) - 0,6232(0,0349) \\
&= -0,0797.
\end{aligned}$$

Efek marjinal rata-rata lama sekolah (X_1) terhadap \hat{P}_{32} di Kabupaten Solok sebesar -0,0797, hal tersebut dapat diartikan bahwa perubahan rata-rata lama sekolah sebesar 1 tahun akan menurunkan 7,97 persen probabilitas kabupaten tersebut untuk mencapai indeks kesehatan berkategori tinggi dan indeks pengeluaran berkategori sedang.

Efek marjinal rasio tenaga kesehatan per 10.000 penduduk (X_3) di Kabupaten Solok terhadap \hat{P}_{32} adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \hat{P}_{32}}{\partial X_3} &= \frac{\partial(\Phi(z_{13i}, z_{22i}) - \Phi(z_{12i}, z_{22i}) - \Phi(z_{13i}, z_{21i}) + \Phi(z_{12i}, z_{21i}))}{\partial X_3} \\
&= -\hat{\beta}_{1.3}\varphi_{1(32)} - \hat{\beta}_{2.3}\varphi_{2(32)} + \hat{\beta}_{1.3}\varphi_{1(22)} + \hat{\beta}_{2.3}\varphi_{2(22)} + \hat{\beta}_{1.3}\varphi_{1(31)} \\
&\quad + \hat{\beta}_{2.3}\varphi_{2(31)} - \hat{\beta}_{1.3}\varphi_{1(21)} - \hat{\beta}_{2.3}\varphi_{2(21)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -(-0,0274)(0,1445) -(-0,0253)(0,2885) +(-0,0274) (0,1356) + \\
&\quad (-0,0253) (0,0568) +(-0,0274) (0,0374) +(-0,0253) (0,1428) - \\
&\quad (-0,0274) (0,0352) -(-0,0253) (0,0349) \\
&= 0,0033.
\end{aligned}$$

Efek marjinal rasio tenaga kesehatan per 10.000 penduduk (X_3) terhadap \hat{P}_{32} di Kabupaten Solok sebesar 0,0033, hal tersebut dapat diartikan bahwa perubahan rasio tenaga kesehatan per 10.000 sebesar 1 akan meningkatkan 0,33 persen probabilitas kabupaten tersebut untuk mencapai indeks kesehatan berkategori tinggi dan indeks pengeluaran berkategori sedang.

Efek marjinal rasio fasilitas pelayanan kesehatan per 10.000 penduduk (X_4) di Kabupaten Solok terhadap \hat{P}_{32} adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \hat{P}_{32}}{\partial X_4} &= \frac{\partial(\Phi(z_{13i}z_{22i})-\Phi(z_{12i}z_{22i})-\Phi(z_{13i}z_{21i})+\Phi(z_{12i}z_{21i}))}{\partial X_4} \\
&= -\hat{\beta}_{1.4}\varphi_{1(32)} - \hat{\beta}_{2.4}\varphi_{2(32)} + \hat{\beta}_{1.4}\varphi_{1(22)} + \hat{\beta}_{2.4}\varphi_{2(22)} + \hat{\beta}_{1.4}\varphi_{1(31)} \\
&\quad + \hat{\beta}_{2.4}\varphi_{2(31)} - \hat{\beta}_{1.4}\varphi_{1(21)} - \hat{\beta}_{2.4}\varphi_{2(21)} \\
&= -(-0,4039)(0,1445) -(-0,3893)(0,2885) +(-0,4039) (0,1356) + \\
&\quad (-0,3893) (0,0568) +(-0,4039) (0,0374) +(-0,3893) (0,1428) - \\
&\quad (-0,4039)(0,0352) -(-0,3893) (0,0349) \\
&= 0,0509.
\end{aligned}$$

Efek marjinal rasio fasilitas pelayanan kesehatan per 10.000 penduduk (X_4) terhadap \hat{P}_{32} di Kabupaten Solok sebesar 0,0509, hal tersebut dapat diartikan bahwa perubahan rasio fasilitas pelayanan kesehatan per 10.000 sebesar 1 akan meningkatkan 5,09 persen probabilitas kabupaten tersebut untuk mencapai indeks kesehatan berkategori tinggi dan indeks pengeluaran berkategori sedang.

Efek marjinal tingkat pengangguran terbuka (X_5) di Kabupaten Solok terhadap \hat{P}_{32} adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \hat{P}_{32}}{\partial X_5} &= \frac{\partial(\Phi(z_{13i}z_{22i})-\Phi(z_{12i}z_{22i})-\Phi(z_{13i}z_{21i})+\Phi(z_{12i}z_{21i}))}{\partial X_5} \\
&= -\hat{\beta}_{1.5}\varphi_{1(32)} - \hat{\beta}_{2.5}\varphi_{2(32)} + \hat{\beta}_{1.5}\varphi_{1(22)} + \hat{\beta}_{2.5}\varphi_{2(22)} + \hat{\beta}_{1.5}\varphi_{1(31)} \\
&\quad + \hat{\beta}_{2.5}\varphi_{2(31)} - \hat{\beta}_{1.5}\varphi_{1(21)} - \hat{\beta}_{2.5}\varphi_{2(21)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -(-0,0406)(0,1445) -(-0,0260)(0,2885) +(-0,0406) (0,1356) + \\
&\quad (-0,0260) (0,0568) +(-0,0406) (0,0374) +(-0,0260) (0,1428) - \\
&\quad (-0,0406) (0,0352) -(-0,0260) (0,0349) \\
&= 0,0035.
\end{aligned}$$

Efek marjinal tingkat pengangguran terbuka (X_5) terhadap \hat{P}_{32} di Kabupaten Solok sebesar 0,0035, hal tersebut dapat diartikan bahwa perubahan tingkat pengangguran terbuka sebesar 1 persen akan meningkatkan 0,35 persen probabilitas kabupaten tersebut untuk mencapai indeks kesehatan berkategori tinggi dan indeks pengeluaran berkategori sedang.

Berdasarkan model probit bivariat yang terbaik tersebut di atas maka dapat diperoleh hasil prediksi kategori indeks kesehatan dan indeks pengeluaran di setiap kabupaten/kota berdasarkan variabel prediktor yang signifikan dalam model. Sebagai contoh, kabupaten/kota dengan indeks kesehatan rendah dan indeks pengeluaran rendah atau Y_{11} dan diprediksi berdasarkan juga memiliki indeks kesehatan rendah dan indeks pengeluaran rendah (\hat{Y}_{11}) adalah kabupaten Tambrauw dan Membramo Raya. Kelompok ini mempunyai rata-rata lama sekolah (X_1) sebesar 4,49 tahun, rata-rata rasio tenaga kesehatan per 10.000 penduduk (X_3) sebesar 19,56, rata-rata rasio fasilitas pelayanan kesehatan per 10.000 penduduk (X_4) sebesar 6,39, dan memiliki rata-rata tingkat pengangguran (X_5) sebesar 2,16 persen. Tabulasi lengkap tentang nilai aktual (Y_{cd}) dan hasil prediksi (\hat{Y}_{cd}) indeks kesehatan dan indeks pengeluaran kabupaten/kota serta identifikasi rata-rata variabel prediktor berdasarkan kelompoknya seperti pada Tabel 4.9.

Tabel 4.9. Nilai Aktual dan Nilai Prediksi Indeks Kesehatan dan Indeks Pengeluaran Kabupaten/Kota menurut Model Probit Bivariat Y_1 Y_2 X_1 X_3 X_4 X_5 beserta Identifikasi Rata-rata Variabel Prediktornya

No	Kategori Indeks Kesehatan dan Indeks Pengeluaran			Identifikasi Rata-rata Variabel Prediktor			
	Aktual (Y_{cd})	Prediksi (\hat{Y}_{cd})	Kabupaten/Kota	X_1	X_3	X_4	X_5
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
1.	Y_{11}	\hat{Y}_{11}	Tambrauw	4,49	19,56	6,39	2,16

Tabel 4.9. (Lanjutan)

No	Kategori Indeks Kesehatan dan Indeks Pengeluaran			Identifikasi Rata-rata Variabel Prediktor			
	Aktual (Y_{cd})	Prediksi (\hat{Y}_{cd})	Kabupaten/Kota	X_1	X_3	X_4	X_5
	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
			Membramo Raya				
		\hat{Y}_{21}	Asmat Nduga	2,49	9,8	1,29	2,8
		\hat{Y}_{31}	Jayawijaya	4,39	10,39	0,69	0,3
		\hat{Y}_{32}	Sabu Raijua	5,54	8,26	0,84	3,75
2.	Y_{12}	\hat{Y}_{21}	Teluk Wondama Teluk Bintuni	6,97	17,14	3,19	4,62
		\hat{Y}_{32}	Seram Bagian Timur Boven Digoel	7,24	15,46	2,2	11,6
3.	Y_{21}	\hat{Y}_{11}	Pegunungan Bintang	1,97	11,03	2,55	2,3
		\hat{Y}_{21}	Buru Selatan Sorong Selatan Raja Ampat Maybrat Puncak Jaya Mappi Yahukimo Tolikara Supiori Lanny Jaya Mamberamo Tengah Yalimo Puncak Dogiyai Intan Jaya Deiyai	4,34	11,21	2,14	3,5
		\hat{Y}_{31}	Paniai	3,74	2,65	0,49	0
		\hat{Y}_{32}	Simeulue Aceh Selatan Aceh Barat Daya Kota Subulussalam Kepulauan Mentawai Pesisir Barat Kupang Timor Tengah Selatan Belu Alor Lembata Flores Timur	7,39	15,46	1,33	4,48

Tabel 4.9. (Lanjutan)

No	Kategori Indeks Kesehatan dan Indeks Pengeluaran			Identifikasi Rata-rata Variabel Prediktor			
	Aktual (Y_{cd})	Prediksi (\hat{Y}_{cd})	Kabupaten/Kota	X_1	X_3	X_4	X_5
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
			Manggarai Rote Nda Malaka Banggai Kepulauan Toli-Toli Tojo Una-Una Maluku Tenggara Barat Maluku Tenggara Kepulauan Aru Maluku Barat Daya Halmahera Barat Halmahera Tengah Kepulauan Sula Halmahera Selatan Pulau Taliabu Sorong Sarmi				
		\hat{Y}_{33}	Kota Tual	9,65	10,02	1,97	10,8
4.	Y_{22}	\hat{Y}_{11}	Pokuwato Gorontalo Utara	6,57	46,14	5,8	3,11
		\hat{Y}_{21}	Gayo Lues	7,04	29,1	3,13	0,37
		\hat{Y}_{31}	Lombok Utara	4,97	5,04	0,48	3,39
		\hat{Y}_{32}	Mandailing Natal Pakpak Barat Sawah Lunto/Sijunjung Tanjung Jabung Timur Lahat Ogan Ilir Empat Lawang Musi Rawas Utara Kaur Bondowoso Pandeglang Serang Lombok Tengah Lombok Timur Dompu Bima Sumba Timur	7,02	11,47	0,85	4,57

Tabel 4.9. (Lanjutan)

No	Kategori Indeks Kesehatan dan Indeks Pengeluaran			Identifikasi Rata-rata Variabel Prediktor			
	Aktual (Y_{cd})	Prediksi (\hat{Y}_{cd})	Kabupaten/Kota	X_1	X_3	X_4	X_5
	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
			Ende Katingan Barito Kuala Hulu Sungai Utara Bolaang Mongondow Selatan Parigi Moutong Banggai Laut Jeneponto Majene Polewali Mamasa Seram Bagian Barat Kaimana				
5.	Y_{23}	\hat{Y}_{21}	Lingga	5,53	22,43	1,13	4,14
		\hat{Y}_{32}	Tapanuli Selatan Lebong Natuna Lombok Barat Banjar Hulu Sungai Selatan Hulu Sungai Tengah Pangkajene Kepulauan Mamuju Utara	7,27	12,31	0,96	4,42
		\hat{Y}_{33}	Kota Tanjung Balai	9,03	11,9	0,61	8,05
6.	Y_{31}	\hat{Y}_{21}	Nias Selatan Kapuas Hulu Kayong Utara Mahakam Ulu Muna Barat Waropen	6,4	17,28	2,89	3,95
		\hat{Y}_{31}	Nias Sumenep Pegunungan Arfak	4,79	4,98	0,69	0,83
		\hat{Y}_{32}	Aceh Tenggara Aceh Utara Nagan Raya Nias Utara Nias Barat Kota Gunung Sitoli	6,96	13,36	1,03	4,38

Tabel 4.9. (Lanjutan)

No	Kategori Indeks Kesehatan dan Indeks Pengeluaran			Identifikasi Rata-rata Variabel Prediktor			
	Aktual (Y_{cd})	Prediksi (\hat{Y}_{cd})	Kabupaten/Kota	X ₁	X ₃	X ₄	X ₅
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
			Pasaman Kepulauan Meranti Penukal Abab Lematang Seluma Pesawaran Mesuji Tulang Bawang Barat Cianjur Garut Tasikmalaya Sumba Barat Timor Tengah Utara Manggarai Barat Sumba Barat Daya Sumba Tengah Manggarai Timur Landak Pontianak Sekadau Tana Tidung Nunukan Buton Buton Utara Kolaka Timur Konawe Kepulauan Buton Tengah Buton Selatan Mamasa Halmahera Utara Pulau Morotai Fak-Fak Manokwari Selatan				
		\hat{Y}_{33}	Humbang Hasundutan	8,88	19,22	0,72	0,36
7.	Y_{32}	\hat{Y}_{11}	Bone Bolango	7,7	49,66	5,81	4,84
		\hat{Y}_{21}	Boalemo Gorontalo	6,34	36,61	3,04	2,99
		\hat{Y}_{31}	Sampang Sambas	4,65	8,96	0,74	2,96
		\hat{Y}_{32}	Aceh Singkil	7,31	13,02	0,82	4,86

Tabel 4.9. (Lanjutan)

No	Kategori Indeks Kesehatan dan Indeks Pengeluaran			Identifikasi Rata-rata Variabel Prediktor			
	Aktual (Y_{cd})	Prediksi (\hat{Y}_{cd})	Kabupaten/Kota	X ₁	X ₃	X ₄	X ₅
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
			Aceh Timur				
			Aceh Barat				
			Pidie				
			Bireuen				
			Aceh Tamiang				
			Aceh Jaya				
			Bener Meriah				
			Pidie Jaya				
			Kota Sabang				
			Tapanuli Tengah				
			Samosir				
			Batu Bara				
			Padang Lawas Utara				
			Padang Lawas				
			Pesisir Selatan				
			Solok				
			Agam				
			Limapuluh Koto				
			Solok Selatan				
			Pasaman Barat				
			Kuantan Singingi				
			Indragiri Hulu				
			Indragiri Hilir				
			Rokan Hulu				
			Rokan Hilir				
			Kerinci				
			Merangin				
			Batanghari				
			Muara Jambi				
			Tanjung Jabung Barat				
			Tebo				
			Ogan Komering Ulu				
			Ogan Komering Ilir				
			Muara Enim (Liot)				
			Musi Rawas				
			Musi Banyuasin				
			Banyuasin				
			Ogan Komering Ulu Selatan				
			Bengkulu Selatan				

Tabel 4.9. (Lanjutan)

No	Kategori Indeks Kesehatan dan Indeks Pengeluaran			Identifikasi Rata-rata Variabel Prediktor			
	Aktual (Y_{cd})	Prediksi (\hat{Y}_{cd})	Kabupaten/Kota	X_1	X_3	X_4	X_5
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
			Rejang Lebong Bengkulu Utara Mukomuko Kepahiang Bengkulu Tengah Lampung Barat Tanggamus Lampung Selatan Lampung Timur Lampung Tengah Lampung Utara Way Kanan Tulang Bawang Pringsewu Bogor Sukabumi Ciamis Cirebon Majalengka Sumedang Indramayu Subang Karawang Bandung Barat Pangandaran Kota Banjar Wonosobo Tegal Brebes Pacitan Ponorogo Malang Lumajang Jember Situbondo Probolinggo Pasuruan Jombang Bojonegoro Tuban				

Tabel 4.9. (Lanjutan)

No	Kategori Indeks Kesehatan dan Indeks Pengeluaran			Identifikasi Rata-rata Variabel Prediktor			
	Aktual (Y_{cd})	Prediksi (\hat{Y}_{cd})	Kabupaten/Kota	X ₁	X ₃	X ₄	X ₅
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
			Lamongan				
			Bangkalan				
			Pamekasan				
			Lebak				
			Karangasem				
			Sumbawa				
			Sumbawa Barat				
			Sikka				
			Ngada				
			Nageko				
			Sanggau				
			Ketapang				
			Sintang				
			Kubu Raya				
			Kapuas				
			Barito Utara				
			Sukamara				
			Lamandau				
			Seruyan				
			Pulang Pisau				
			Murung Raya				
			Pasir				
			Malinau				
			Bolaang Mongondow				
			Kepulauan Talaud				
			Bolaang Mongondow				
			Utara				
			Kep. Siau Tagulandang				
			Biaro				
			Minahasa Tenggara				
			Bolaang Mongondow				
			Timur				
			Banggai				
			Poso				
			Donggala				
			Buol				
			Sigi				
			Morowali Utara				
			Selayar				
			Bulukumba				

Tabel 4.9. (Lanjutan)

No	Kategori Indeks Kesehatan dan Indeks Pengeluaran			Identifikasi Rata-rata Variabel Prediktor			
	Aktual (Y_{cd})	Prediksi (\hat{Y}_{cd})	Kabupaten/Kota	X_1	X_3	X_4	X_5
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
			Takalar Gowa Sinjai Maros Barru Bone Soppeng Enrekang Luwu Muna Konawe/Kab Kendari Konawe Selatan Bombana Wakatobi Kolaka Utara Konawe Utara Mamuju Mamuju Tengah Buru Halmahera Timur Kota Tidore Kepulauan Merauke Jayapura Yapen Waropen Keerom				
		\hat{Y}_{33}	Aceh Tengah Aceh Besar Kota Lhokseumawe Dairi Kota Padang Sidempuan Kota Sawah Lunto Kota Sungai Penuh Kota Pagar Alam Kota Sukabumi Kota Tasikmalaya Kota Bima Kota Kotamobago Kota Bau-Bau Maluku Tengah	9,33	14,81	0,97	7,6

Tabel 4.9. (Lanjutan)

No	Kategori Indeks Kesehatan dan Indeks Pengeluaran			Identifikasi Rata-rata Variabel Prediktor			
	Aktual (Y_{cd})	Prediksi (\hat{Y}_{cd})	Kabupaten/Kota	X ₁	X ₃	X ₄	X ₅
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
			Nabire Biak Namfor				
8.	Y_{33}	\hat{Y}_{21}	Kepulauan Anambas	6,16	39,86	2,51	7,6
		\hat{Y}_{32}	Asahan Langkat Serdang Bedegai Labuhan Batu Utara Tanah Datar Padang Pariaman Dharmas Raya Pelalawan Sarolangun Bungo Ogan Komering Ulu Timur Bangka Belitung Bangka Barat Bangka Tengah Bangka Selatan Belitung Timur Karimun Bintan Kep. Seribu Purwakarta Banyuwangi Mojokerto Nganjuk Madiun Magetan Ngawi Jembrana Klungkung Bangli Buleleng Kota Singkawang Kotawaringin Barat Kotawaringin Timur Barito Selatan	7,5	11,62	0,78	4,66

Tabel 4.9. (Lanjutan)

No	Kategori Indeks Kesehatan dan Indeks Pengeluaran			Identifikasi Rata-rata Variabel Prediktor			
	Aktual (Y_{cd})	Prediksi (\hat{Y}_{cd})	Kabupaten/Kota	X_1	X_3	X_4	X_5
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
			Gunung Mas Tanah Laut Kota Baru Tapin Tabalong Tanah Bumbu Balangan Berau Penajam Paser Utara Kep.Sangihe Talaud Minahasa Selatan Morowali Bantaeng Wajo Sidenreng Rappang Pinrang Luwu Utara Luwu Timur Kolaka Kota Gorontalo Manokwari				
		\hat{Y}_{33}	Kota Langsa Tapanuli Utara Toba Samosir Labuhan Batu Simalungun Karo Deli Serdang Labuhan Batu Selatan Kota Sibolga Kota Pematang Siantar Kota Tebing Tinggi Kota Binjai Kota Pariaman Siak Kampar Bengkalis Kota Dumai Kota Palembang	9,53	11,87	0,71	7,74

Tabel 4.9. (Lanjutan)

No	Kategori Indeks Kesehatan dan Indeks Pengeluaran			Identifikasi Rata-rata Variabel Prediktor			
	Aktual (Y_{cd})	Prediksi (\hat{Y}_{cd})	Kabupaten/Kota	X_1	X_3	X_4	X_5
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
			Kota Prabumulih Kota Lubuk Linggau Kota Metro Kota Cirebon Kota Probolinggo Kota Pasuruan Tangerang Kota Cilegon Kota Serang Kota Mataram Barito Timur Kota Banjarmasin Kutai Minahasa Minahasa Utara Kota Manado Kota Bitung Kota Tomohon Kota Pare Pare Kota Palopo Kota Ambon Kota Sorong Mimika				
		\hat{Y}_{43}	Kota Tangerang Kota Banjar Baru Kota Ternate	10,68	9,75	0,55	5,62
		\hat{Y}_{44}	Kota Bengkulu Kota Bandar Lampung Kota Kupang	11,23	9,32	0,57	8,35
9.	Y_{34}	\hat{Y}_{33}	Kota Banda Aceh Kota Tanjung Pinang	11,16	21,77	0,91	8,59
		\hat{Y}_{43}	Kota Pekanbaru Kota Palu Kota Makasar Kota Jayapura	10,96	9,39	0,54	9,51
10.	Y_{41}	\hat{Y}_{32}	Pemalang Tana Toraja Toraja Utara	7,13	11,83	0,88	4,81
11.	Y_{42}	\hat{Y}_{21}	Bengkayang	5,99	17,94	1,71	3,1

Tabel 4.9. (Lanjutan)

No	Kategori Indeks Kesehatan dan Indeks Pengeluaran			Identifikasi Rata-rata Variabel Prediktor			
	Aktual (Y_{cd})	Prediksi (\hat{Y}_{cd})	Kabupaten/Kota	X_1	X_3	X_4	X_5
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
			Melawai				
		\hat{Y}_{32}	Kuningan Cilacap Banyumas Purbalingga Banjarnegara Kebumen Purworejo Magelang Wonogiri Grobogan Blora Rembang Pati Jepara Demak Temanggung Batang Pekalongan Gunung Kidul Trenggalek Tulungagung Blitar Kediri Kutai Barat Kutai Timur Bulongan	6,93	7,12	0,48	5,13
		\hat{Y}_{33}	Kota Padang Panjang Bandung Kulon Progo	9,11	8,66	0,71	6,76
12.	Y_{43}	\hat{Y}_{32}	Boyolali Klaten Sragen Kudus Semarang Kendal Kota Pekalongan Tabanan	7,4	8,13	0,46	4,87
		\hat{Y}_{33}	Kota Padang	9,56	11,41	0,63	6,24

Tabel 4.9. (Lanjutan)

No	Kategori Indeks Kesehatan dan Indeks Pengeluaran			Identifikasi Rata-rata Variabel Prediktor				
	Aktual (Y_{cd})	Prediksi (\hat{Y}_{cd})	Kabupaten/Kota	X_1	X_3	X_4	X_5	
	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	
			Kota Solok Kota Bukit Tinggi Kota Payakumbuh Kota Jambi Bekasi Kota Bogor Sukoharjo Karanganyar Kota Magelang Kota Tegal Gresik Kota Kediri Kota Blitar Kota Mojokerto Kota Batu Gianyar Kota Pontianak Kota Palangka Raya					
			\hat{Y}_{43}	Kota Cimahi Kota Surakarta Kota Semarang Sidoarjo Kota Balikpapan Kota Samarinda Kota Tarakan	10,28	6,94	0,44	6,37
			\hat{Y}_{44}	Kota Kendari	11,65	10,6	0,68	9,27
13.	Y_{44}	\hat{Y}_{33}	Kota Pangkal Pinang Kota Jakarta Utara Kota Bandung Kota Salatiga Bantul Kota Bontang	9,74	6,95	0,58	7,97	
		\hat{Y}_{43}	Kota Medan Kota Batam Kota Jakarta Pusat Kota Jakarta Barat Kota Bekasi Kota Depok Sleman	10,39	7,87	0,44	6,88	

Tabel 4.9. (Lanjutan)

No	Kategori Indeks Kesehatan dan Indeks Pengeluaran			Identifikasi Rata-rata Variabel Prediktor			
	Aktual (Y_{cd})	Prediksi (\hat{Y}_{cd})	Kabupaten/Kota	X_1	X_3	X_4	X_5
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
			Kota Malang Kota Madiun Kota Surabaya Badung				
		\hat{Y}_{44}	Kota Jakarta Selatan Kota Jakarta Timur Kota Yogyakarta Kota Tangerang Selatan Kota Denpasar	11,22	7,58	0,49	6,37

Sumber: Hasil Olahan

BAB 5

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1. Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisa dan pembahasan terdapat beberapa kesimpulan yang diperoleh yaitu sebagai berikut:

1. Metode estimasi yang digunakan untuk mendapatkan parameter regresi probit bivariat pada penelitian ini adalah *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Metode tersebut menghasilkan hasil yang tidak *closed form*, sehingga untuk menyelesaikannya diperlukan metode iterasi numerik. Metode iterasi numerik yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode iterasi BFGS.
2. Model terbaik dengan menggunakan regresi probit bivariat menunjukkan bahwa rata-rata lama sekolah (X_1), rasio tenaga kesehatan per 10.000 penduduk (X_3), rasio fasilitas pelayanan kesehatan per 10.000 penduduk (X_4), dan tingkat pengangguran terbuka (X_5) secara signifikan mempengaruhi probabilitas indeks kesehatan (Y_1) dan indeks pengeluaran (Y_2), dengan model sebagai berikut:

$$P_{cdi} = \Phi(z_{1ci}, z_{2di}) - \Phi(z_{1,c-1i}, z_{2di}) - \Phi(z_{1ci}, z_{2,d-1i}) + \Phi(z_{1,c-1i}, z_{2,d-1i})$$

dengan,

$$c = 1,2,3,4;$$

$$d = 1,2,3,4;$$

$$z_{1ci} = \gamma_c - \beta_1^T x_i;$$

$$z_{1,c-1i} = \gamma_{c-1} - \beta_1^T x_i;$$

$$z_{2di} = \delta_d - \beta_2^T x_i;$$

$$z_{2,d-1i} = \delta_{d-1} - \beta_2^T x_i;$$

$$\beta_1^T x_i = 0,3813X_1 - 0,0274X_3 - 0,4039X_4 - 0,0406X_5;$$

$$\beta_2^T x_i = 0,6232X_1 - 0,0253X_3 - 0,3893X_4 - 0,0260X_5;$$

$$\gamma_1 = -0,7062, \gamma_2 = 0,9512, \gamma_3 = 3,1359;$$

$$\delta_1 = 2,8019, \delta_2 = 4,4873, \delta_3 = 6,4470, \text{ serta}$$

$$\rho = 0,2662.$$

Model tersebut memiliki AIC sebesar 1.759,97 dan memiliki ketepatan klasifikasi (akurasi) sebesar 42,02 persen.

5.2. Saran

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan, saran yang dapat diberikan adalah sebagai berikut:

1. Berdasarkan model probit bivariat terdapat 4 variabel prediktor yang signifikan dalam penghitungan probabilitas indeks kesehatan dan indeks pengeluaran, yaitu rata-rata lama sekolah, rasio tenaga kesehatan per 10.000 penduduk, rasio fasilitas pelayanan kesehatan per 10.000 penduduk, dan tingkat pengangguran terbuka. Dari 4 variabel prediktor tersebut terdapat 2 variabel yang sesuai pola hubungannya dengan kajian teori yaitu rata-rata lama sekolah dan tingkat pengangguran terbuka, sedangkan 2 variabel lainnya rasio tenaga kesehatan per 10.000 penduduk dan rasio fasilitas pelayanan kesehatan per 10.000 penduduk pola hubungannya tidak sesuai dengan kajian teori sehingga tidak diikutkan dalam pengambilan kebijakan. Semakin tinggi rata-rata lama sekolah suatu daerah maka probabilitas memiliki indeks kesehatan dan indeks pengeluaran makin tinggi juga, serta semakin tinggi tingkat pengangguran suatu daerah maka probabilitas memiliki indeks kesehatan dan indeks pengeluaran akan semakin rendah. Sehingga terkait dengan peningkatan indeks kesehatan dan indeks pengeluaran diperlukan peningkatan rata-rata lama sekolah dan pengurangan tingkat pengangguran terbuka.
2. Berdasarkan hasil penelitian ini terdapat 2 variabel yang tidak sesuai pola hubungannya dengan kajian teori, yaitu rasio tenaga kesehatan per 10.000 penduduk dan rasio fasilitas pelayanan kesehatan per 10.000 penduduk. Pola hubungan kedua variabel tersebut menunjukkan hubungan yang negatif, yaitu semakin tinggi rasio tenaga kesehatan per 10.000 penduduk dan rasio fasilitas pelayanan kesehatan per 10.000 penduduk menunjukkan peluang memiliki indeks kesehatan dan indeks pengeluaran yang semakin rendah. Dalam kasus ini diduga bahwa pada kabupaten/kota dengan penduduk yang padat dan wilayah yang relatif tidak luas akan mempunyai kemudahan akses walaupun

dengan jumlah tenaga kesehatan dan fasilitas pelayanan kesehatan yang relatif sedikit, sedangkan pada kabupaten/kota dengan penduduk yang relatif sedikit tetapi dengan wilayah yang lebih luas akan lebih sulit untuk mengakses fasilitas tersebut, sehingga pemerintah kabupaten/kota cenderung akan memperbanyak jumlah fasilitas agar penduduk lebih mudah mengakses kedua fasilitas tersebut. Untuk itu pada penelitian selanjutnya disarankan untuk melibatkan variabel kemudahan akses terhadap tenaga kesehatan serta fasilitas pelayanan kesehatan.

3. Pada penelitian ini nilai koefisien korelasi yang dihasilkan antar variabel respon cukup rendah, meskipun asumsi dependensi antar variabel respon terpenuhi. Diharapkan untuk penelitian selanjutnya dalam model probit bivariat, selain memenuhi asumsi dependensi juga disarankan memiliki nilai koefisien korelasi yang cukup tinggi.

Halaman ini sengaja dikosongkan

DAFTAR PUSTAKA

- Ardianti, A.V., Wibisono, S., Jumiati, A. (2015), *Faktor-faktor yang Mempengaruhi Angka Harapan Hidup di Kabupaten Jember*. Artikel Ilmiah Mahasiswa 2015. Universitas Jember.
- Badan Pusat Statistik, (2015). *Indeks Pembangunan Manusia 2014 Metode Baru*. Jakarta.
- Bertsekas, D.P. and Tsitsiklis, J.N. (2002) *Introduction to Probability*. Athena Scientific, 1st edition.
- Case, A. (2004). *Does Money Protect Health Status? Evidence from South African Pensions*. <http://www.nber.org/chapters/c10346.pdf>. University of Chicago Press. Diakses tanggal 5 September 2016.
- Casella, G. dan Berger, R.L. (2002). *Statistical Inference Second Edition*. Duxbury, California.
- Chen, G., and Hamori, S. (2010). Bivariate Probit Analysis of Differences Between Male and Female Formal Employment in Urban China. *Journal of Asian Economics*. Vol. 21. 494-50.
- Chong, E.K.P., dan Zak, S.H. (2001). *An Introduction to Optimization Second Edition*. John Wiley & Sons, Inc. New York.
- Cochran, W. G., and Finney, D.J. (1979). Chester Ittner Bliss 1899-1979. *Journal Biometrics*, Vol. 35 No. 4, pp 715-717. International Biometrics Society
- County Health Ranking and Roadmaps (2016). *Health Factors*. <http://www.countyhealthrankings.org/our-approach/health-factors>. Diakses tanggal 7 September 2016.
- Fitriani, R.N. (2015). *Analisis Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Daya Beli Masyarakat di Jawa Barat*. Tugas Akhir. Universitas Pasundan. <http://digilib.unpas.ac.id/gdl.php?mod=browse&op=read&id=jbptunpasp-p-gdl-rizsanurfi-5601&q=Daya>. Diakses tanggal 7 Agustus 2016.
- Greene, W.H. (2008). *Econometrics Analysis, Sixth Edition*. Prentice Hall, New Jersey.

- Greene, W.H., and Hensher, D.A. (2009). *Modelling Ordered Choices*. Department of Economics, Stern School of Business, New York University, New York dan Institute of Transport and Logistics Studies, Faculty of Economics and Business, University of Sydney, New South Wales.
- Gujarati, D.N. (2004). *Basic Econometric, Fourth Edition*. The MacGraw-Hill Company, New Jersey.
- Hahn, E, and Soyer, R. (2009). *Probit and Logit Models: Differences in the Multivariate Realm*. <http://home.gwu.edu/~soyer/mv1h.pdf>. Diakses tanggal 3 April 2016.
- Kutner, M.H., Nachtesheim, C.J., Neter, J., Li, J. (2005). *Applied Linear Statistical Models Fifth Edition*. McGraw-Hill, New York.
- Mauliy, A.V. (2014). *Faktor-faktor yang Mempengaruhi Indeks Kesehatan Kabupaten dan Kota di Provinsi Jawa Timur*. Tugas Akhir. Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.
- O'Donnell, C.J. and Connor, D.H. (1996). Predicting The Severity of Motor Vehicle Accident Injuries Using Models of Ordered Multiple Choice. *Journal Elsevier: Accident Analysis & Prevention*. Volume 28, Issue 6, November 1996, Pages 739–753.
- Pertiwi, R. (2012). *Permodelan Pengeluaran Per kapita per Kabupaten/Kota di Kalimantan Barat Menggunakan Metode Hirarki Bayesian*. Thesis. Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya <http://digilib.its.ac.id/public/ITS-Master-19022-Paper-2749457.pdf>. Diakses tanggal 7 Agustus 2016.
- Plackett, R.L. (1954). A reduction formula for normal multivariate integrals. *Journal Biometrika*,41:351–360.
- Ratnasari, V. (2011). Estimation and Test Statistic in Bivariat Probit Model (rxc). *Journal of Basic and Applied Statistic Research*. 1(3) 178-188.
- Ratnasari, V. (2012). *Estimasi Parameter dan Uji Signifikansi Model Probit Bivariat*. Disertasi. Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.
- Sukirno, S. (2004). *Makroekonomi Teori Pengantar Edisi ke 3*, Raja Grafindo Persada: Jakarta.

- Scott, D.M. and Axhausen, K.W. (2006). Household Mobility Tool Ownership: Modeling Interactions Between Cars and Season Tickets. *Journal Transportation*. Vol. 33: 311-328.
- Septadianti, A. T. (2016). *Pendekatan Model Probit Biner Bivariat untuk Penolong Kelahiran dan Partisipasi Kerja di Papua Barat*. Tesis. Institut Teknologi Sepuluh Nopember. Surabaya.
- Siegel, S. (1956). *Non Parametric Statistics for the Behavioral Sciences*. McGraw-Hill Book Company, Inc. New York.
- Todaro, M.P. and Smith, S.C. (2012). *Economic Development Eleventh Edition*. Pearson. United States of America.
- United Nation Development Programme, (2016). *Sustainable Development Goals*. <http://www.undp.org/content/undp/en/home/sdgoverview/post-2015-development-agenda/goal-3.html>. Diakses tanggal 5 Agustus 2016.
- Venkataraman, P. (2002). *Applied Optimization with Matlab Programming*. Jhon Wiley & Sons, New York.
- Wahyudi, C. D. (2014). *Model Kemiskinan Perdesaan dan Perkotaan dengan Pendekatan Garis Kemiskinan menggunakan Regresi Probit Biner Bivariat di Provinsi Bengkulu*. Tesis. Institut Teknologi Sepuluh Nopember. Surabaya.
- Walck, C. (2007). *Hand Book on Statistical Distributions for Experimentalists*. Particle Physics Group. Fysikum. University of Stockholm.
- World Health Organization. (2016). *The Determinants of Health* <http://www.who.int/hia/evidence/doh/en/>. Diakses tanggal 17 Agustus 2016.
- Yamamoto, T. and Shankar, V.N. (2004). Bivariate Ordered-Response Probit Model of Driver's and Passenger's Injury Severities in Collisions with Fixed Objects. *Journal Accident and Prevention*. Vol 36. 869-876.

Halaman ini sengaja dikosongkan

Lampiran 1.

Data Variabel Penelitian

No	Y ₁	Y ₂	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
1	2	1	8,89	4,57	25,11	1,26	5,57
2	3	2	7,48	1,96	22,29	1,07	6,08
3	2	1	7,60	2,04	13,80	1,18	9,49
4	3	1	8,77	2,14	24,92	1,02	9,51
5	3	2	7,38	1,19	24,28	0,76	10,61
6	3	2	9,31	1,82	29,97	0,78	3,32
7	3	2	8,17	2,10	19,24	1,05	5,86
8	3	2	9,61	1,66	21,16	1,07	10,53
9	3	2	8,25	1,17	24,92	0,83	11,73
10	3	2	8,85	1,51	23,95	0,57	9,02
11	3	1	8,06	1,71	17,31	0,63	13,58
12	2	1	7,89	1,66	27,36	1,01	6,79
13	2	2	7,04	2,20	29,10	3,13	0,37
14	3	2	7,71	1,62	21,20	0,55	9,75
15	3	1	7,93	1,97	23,96	1,12	3,69
.
.
.
201	4	3	6,85	0,91	9,38	0,41	6,04
202	4	2	6,32	0,98	6,41	0,28	4,25
203	4	2	6,02	0,97	6,64	0,38	4,30
204	4	2	6,90	0,94	7,39	0,29	5,23
205	4	2	6,35	1,05	7,73	0,34	6,37
206	4	3	7,83	0,96	7,90	0,33	5,03
207	4	2	7,29	1,05	5,33	0,23	5,09
208	4	2	7,44	1,44	6,54	0,26	5,17
209	4	3	7,31	0,72	6,21	0,30	4,38
210	4	2	6,18	0,72	6,86	0,38	3,19
.
.
.
511	2	1	4,87	0,22	4,07	2,09	3,60
512	2	1	2,32	0,22	10,04	1,12	0,00
513	2	1	2,95	0,88	3,09	0,59	5,64
514	3	4	11,09	1,45	8,56	0,65	9,60

Lampiran 2.

Tabel Frekuensi dan Tabulasi Silang Variabel Respon dengan Variabel Prediktor

Tabel Jumlah dan Persentase Kabupaten/Kota Menurut Kategori Indeks Kesehatan

Kategori	Jumlah	Persentase
(1)	(2)	(3)
Rendah	10	1,95
Sedang	92	17,90
Tinggi	321	62,45
Sangat Tinggi	91	17,70
Total	514	100,00

Sumber: Hasil Olahan

Tabel Jumlah dan Persentase Kabupaten/Kota Menurut Kategori Indeks Pengeluaran

Kategori	Jumlah	Persentase
(1)	(2)	(3)
Rendah	105	20,43
Sedang	231	44,94
Tinggi	150	29,18
Sangat Tinggi	28	5,45
Total	514	100,00

Sumber: Hasil Olahan

Lampiran 2. (Lanjutan)

Tabel Karakteristik Kategori Indeks Kesehatan dan Indeks Pengeluaran Menurut Rata-rata Lama Sekolah

Indeks	Kategori	Rata-rata Lama Sekolah		
		Mean	Minimum	Maximum
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
Indeks Kesehatan	Rendah	5,23	0,63	7,50
	Sedang	6,60	1,43	9,65
	Tinggi	7,77	3,49	12,37
	Sangat Tinggi	8,73	5,87	11,65
Indeks Pengeluaran	Rendah	6,39	0,63	9,65
	Sedang	7,33	3,49	10,79
	Tinggi	8,58	5,53	11,65
	Sangat Tinggi	10,54	8,74	12,37

Sumber: Hasil Olahan

Tabel Karakteristik Kategori Indeks Kesehatan dan Indeks Pengeluaran menurut Rasio SMA per 10.000 penduduk

Indeks	Kategori	Rasio SMA per 10.000 penduduk		
		Mean	Minimum	Maximum
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
Indeks Kesehatan	Rendah	1,62	0,11	3,94
	Sedang	1,96	0,20	8,98
	Tinggi	1,64	0,69	5,69
	Sangat Tinggi	1,25	0,57	3,78
Indeks Pengeluaran	Rendah	1,93	0,11	4,96
	Sedang	1,65	0,57	8,98
	Tinggi	1,46	0,59	4,22
	Sangat Tinggi	1,24	0,75	2,47

Sumber: Hasil Olahan

Lampiran 2. (Lanjutan)

Tabel Karakteristik Kategori Indeks Kesehatan dan Indeks Pengeluaran menurut Rasio Tenaga Kesehatan per 10.000 penduduk

Indeks	Kategori	Rasio Tenaga Kesehatan per 10.000 penduduk		
		Mean	Minimum	Maximum
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
Indeks Kesehatan	Rendah	14,26	1,95	27,41
	Sedang	13,65	1,67	51,17
	Tinggi	13,04	1,81	49,66
	Sangat Tinggi	8,68	3,24	23,72
Indeks Pengeluaran	Rendah	13,43	1,67	37,31
	Sedang	12,97	3,02	51,17
	Tinggi	11,47	4,23	39,86
	Sangat Tinggi	8,83	4,11	31,22

Sumber: Hasil Olahan

Tabel Karakteristik Kategori Indeks Kesehatan dan Indeks Pengeluaran menurut Rasio Fasilitas Kesehatan per 10.000 penduduk

Indeks	Kategori	Rasio Fasilitas Kesehatan per 10.000 penduduk		
		Mean	Minimum	Maximum
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
Indeks Kesehatan	Rendah	2,76	0,69	7,41
	Sedang	1,39	0,22	6,40
	Tinggi	0,89	0,20	5,81
	Sangat Tinggi	0,56	0,21	1,84
Indeks Pengeluaran	Rendah	1,49	0,21	7,41
	Sedang	0,93	0,22	5,92
	Tinggi	0,72	0,20	3,04
	Sangat Tinggi	0,53	0,27	1,36

Sumber: Hasil Olahan

Lampiran 2. (Lanjutan)

Tabel Karakteristik Kategori Indeks Kesehatan dan Indeks Pengeluaran menurut Tingkat Pengangguran Terbuka

Indeks	Kategori	Tingkat Pengangguran Terbuka		
		Mean	Minimum	Maximum
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
Indeks Kesehatan	Rendah	4,64	0,20	15,79
	Sedang	4,28	0,00	19,20
	Tinggi	5,31	0,31	17,26
	Sangat Tinggi	5,95	0,48	12,07
Indeks Pengeluaran	Rendah	4,00	0,00	19,20
	Sedang	5,04	0,37	15,79
	Tinggi	5,94	0,59	17,26
	Sangat Tinggi	7,52	0,48	12,07

Sumber: Hasil Olahan

Lampiran 3.

Uji Kendall's Tau antara Dua Variabel Respon Y_1 dan Y_2 .

Correlations

			Indeks Kesehatan	Indeks Pengeluaran
Kendall's tau_b	Indeks Kesehatan	Correlation Coefficient	1,000	,412**
		Sig. (2-tailed)	.	,000
		N	514	514
	Indeks Pengeluaran	Correlation Coefficient	,412**	1,000
		Sig. (2-tailed)	,000	.
		N	514	514

** . Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

Lampiran 4.

Uji Multikolinieritas dengan *Variance Inflation Factor* (VIF)

Coefficients^a

Model		Collinearity Statistics	
		Tolerance	VIF
1	Rata-rata Lama Sekolah	,706	1,417
	Rasio SMA per 10.000 penduduk	,547	1,828
	Rasio Tenaga Kesehatan per 10.000 penduduk	,511	1,958
	Rasio Fasilitas Kesehatan per 10.000 penduduk	,522	1,917
	Tingkat Pengangguran Terbuka	,765	1,308

a. Dependent Variable: Indeks Kesehatan

Lampiran 5.

Syntax STATA Module bioprobit.ado

```
program define bioprobit;
    version 9;
    if replay() {;
        if (`e(cmd)'" ~= "bioprobit") error 301;
        bioprobit_replay `0';
    }; // end if
    else bioprobit_mx `0';
end; // end program bioprobit

program define bioprobit_replay;
    syntax [,Level(cilevel)];
    local rho diparm(athrho , tanh label("rho"));
    _coef_table_header;
    display;
    _coef_table, level(`level') `rho' notest;
    display in green e(chi2_ct) " test of indep. eqns. :";
    _col(38) "chi2(" in yellow "1" in green ") = " in
yellow %8.2f e(chi2_c)
    _col(59) in green "Prob > chi2 = " in yellow %6.4f
e(p_c);
    if strpos("`e(title)'" , "Simultaneous") display
in smc1 in green "{hline 78}";

end; // end program bioprobit_replay

program define bioprobit_mx, eclass;

    gettoken first : 0, match(paren);
    if missing("`paren'") {; // syntax 1,

        syntax varlist [if] [in] [pweight iweight fweight]
        [,
offset1(varname) offset2(varname) COLlinear
Robust
Ccluster(varname) Level(cilevel) end *];
        gettoken y1 varlist : varlist;
        gettoken y2 varlist : varlist;
        local x1 `varlist';
        local x2 `varlist';
        local pref "B";
    };
    else {; // syntax 2,

        syntax anything(id="equation id" equalok) [if] [in]
[pweight iweight fweight]
        [, offset1(varname)
offset2(varname) COLlinear
Robust
Ccluster(varname) Level(cilevel) end *];
        gettoken eq1 eq2_ : anything, match(parns) bind;
        tokenize "`eq1'", parse("=");
        if ("`2'"!="=") {;
```

Lampiran 5. (Lanjutan)

```
tokenize "`eq1'";
    local y1 `1';
    macro shift;
    local x1 `*';
};
else {;
    local y1 `1';
    local x1 `3';
};
gettoken eq2 : eq2_ , match(parns) bind;
if("`parns'"!="(") local eq2 "`eq2_';
tokenize "`eq2'", parse("=");
if("`2'"!="=") {;
    tokenize "`eq2'";
    local y2 `1';
    macro shift;
    local x2 `*';
};
else {;
    local y2 `1';
    local x2 `3';
};
local pref "Seemingly unrelated b";
}; // if
global END =~missing("`end'");

quietly {;

// define standard dep vars
tempvar sy1 sy2;
egen `sy1' = group(`y1');
egen `sy2' = group(`y2');

marksample touse;
markout `touse' `sy1' `sy2' `x1' `x2' `cluster' `offset1'
`offset2', strok;

mlopts mlopts, `options';

if (~missing("`offset1'")) local offol "offset(`offset1)";
if (~missing("`offset2'")) local offo2 "offset(`offset2)";
if (~missing("`weight'")) local weight "[`weight'`exp]";
if (~missing("`cluster'")) local clopt cluster(`cluster');
if "`weight'" == "pweight" | (~missing("`cluster'")) local
robust "robust";

// Remove collinear variables
noisily _rmdcoll `sy1' `x1' `weight' if `touse',
`collinear';
local x1 "`r(varlist)";
noi tabulate `sy2' if `touse';

noisily _rmdcoll `sy2' `x2' `weight' if `touse',
`collinear';
```

Lampiran 5. (Lanjutan)

```
local x2 "`r(varlist)'"

summarize `sy1'; global NC1 = r(max);
summarize `sy2'; global NC2 = r(max); // number of
categories
if ($NC1==1) {;
    noisily display as error "`y1' does not vary";
    exit 2000;
};
if ($NC2==1) {;
    noisily display as error "`y2' does not vary";
    exit 2000;
};
local NC1_1 = $NC1-1;
local NC2_1 = $NC2-1;

// define initial values
tempname Ib_op1 Ib_op2 Ic_op Ic_op1 Ic_op2 I_rho TMP ll_0;
scalar `ll_0' = 0;

oprobit `sy1' `x1' `weight' if `touse', `offol';
matrix `TMP' = e(b);
matrix `Ib_op1' = `TMP'[1, "`sy1'"];
matrix coleq `Ib_op1' = `y1';
matrix `Ic_op1' =
`TMP'[1, "cut1:_cons".."cut`NC1_1':_cons"];
scalar `ll_0'=`ll_0'+e(ll);
if $END {;
    tempvar xbl;
    matrix score `xbl' = `Ib_op1';
};
oprobit `sy2' `xbl' `x2' `weight' if `touse', `offo2';
matrix `TMP' = e(b);
matrix `Ib_op2' = `TMP'[1, "`sy2'"];
matrix coleq `Ib_op2' = `y2';
matrix `Ic_op2' =
`TMP'[1, "cut1:_cons".."cut`NC2_1':_cons"];
scalar `ll_0'=`ll_0'+e(ll);

matrix `Ic_op' = `Ic_op1'[1,1];
forvalues i = 2/`NC1_1' {; matrix `Ic_op'
=`Ic_op',sqrt(`Ic_op1'[1,`i']-`Ic_op1'[1,`i'-1]); };
matrix `Ic_op' = `Ic_op', `Ic_op2'[1,1];
forvalues i = 2/`NC2_1' {; matrix `Ic_op'
=`Ic_op',sqrt(`Ic_op2'[1,`i']-`Ic_op2'[1,`i'-1]); };

correlate `sy1' `sy2' if `touse';
matrix `I_rho' = .5;//atanh(r(rho));
matrix colnames `I_rho' = athrho:_cons;

local cuts;
forvalues k = 1/`NC1_1' {; local cuts "`cuts' /cut1`k'";
local ceqs "`ceqs' cut1`k'"; };
```

Lampiran 5. (Lanjutan)

```
forvalues k = 1/\NC2_1' {; local cuts "`cuts' /cut2`k'";
local ceqs "`ceqs' cut2`k'"; };
matrix coleq `Ic_op' = `ceqs';
matrix colnames `Ic_op' = _cons;
}; // end quietly

// maximization
if $END {;
matrix `I_rho' = `I_rho', `Ib_op2'[1,1];
matrix colnames `I_rho' = athrho:_cons gamma:_cons;

matrix `Ib_op2' = `Ib_op2'[1,2...];
local gamma "/gamma";

ml model d2 bioprobit_d2
(`y1' : `sy1' = `x1', noconstant)
(`y2' : `sy2' = `x2', noconstant)
/athrho
`gamma'
`cuts'
`weight'
if `touse'
'
`title'
difficult
collinear
missing
search(on)
init(`Ib_op1' `Ib_op2' `I_rho' `Ic_op')
maximize
`clopt'
`robust'
`mlopts'
;

tempname b D D1 V;
matrix `b' =e(b);
matrix `V' =e(V);
local f = colnumb(`b',"cut11:_cons") -1;
matrix `D' = I(`f'), J(`f', `NC1_1'+`NC2_1',0);
// matrix of derivatives
matrix `D1' = (J(1,`f',0), 1, J(1,`NC1_1'+`NC2_1'-1, 0));
matrix `D' = `D' \ `D1';
forvalues k = 2/\NC1_1' {;
matrix `D1'[1,`f'+`k'] = 2*`b'[1,`f'+`k'];
matrix `D' = `D' \ `D1';
matrix `b'[1,`f'+`k'] = `b'[1,`f'+`k'-
1]+`b'[1,`f'+`k']^2;
};
local f = colnumb(`b',"cut21:_cons") -1;
if (`NC2_1' > 1) matrix `D1' = (J(1,`f', 0), 1, J(1,`NC2_1'-
1, 0));
else matrix `D1' = (J(1,`f', 0), 1);
matrix `D' = `D' \ `D1';
```

Lampiran 5. (Lanjutan)

```
forvalues k = 2/\NC2_1' {;
    matrix `D1'[1,`f'+`k'] = 2*`b'[1,`f'+`k'];
    matrix `D' = `D' \ `D1';
    matrix `b'[1,`f'+`k'] = `b'[1,`f'+`k'-
1]+`b'[1,`f'+`k']^2;
};
matrix `V' = `D'*`V'*`D'';
ereturn repost b=`b' V=`V';

ereturn scalar ll_0 = `ll_0'; // loglikelihood
for non-correlated case
ereturn scalar k_aux= `NC1_1'+`NC2_1'; // identify
ancillary parameters

ereturn local cmd "bioprobit";
ereturn local predict "bioprobit_p";
ereturn local depvar "`y1' `y2'";
ereturn local offset1 `offset1';
ereturn local offset2 `offset2';

if missing("`robust'") {;
    ereturn local chi2_ct "LR";
    ereturn scalar chi2_c = 2 * (e(ll) - `ll_0');
};
else {;
    ereturn local chi2_ct "Wald";
    quietly test [athrho]_b[_cons];
    ereturn scalar chi2_c = r(chi2);
    if $END {;
        ereturn local
        quietly test
[athrho]_b[_cons]+[gamma]_b[_cons]==0;
        ereturn scalar chi2_c2 = r(chi2);
        ereturn scalar p_c2 = chiprob(2, e(chi2_c2));
    };
};
ereturn scalar p_c = chiprob(1, e(chi2_c));
global END;
bioprobit_replay, level(`level');
end; // end program bioprobit_mx
```

Lampiran 6.

Instalasi *Module* bioprobit.ado pada STATA11

```
.ssc install bioprobit
```

Lampiran 7.

Perintah Pemrograman Model Probit Bivariat menggunakan STATA11

Pemodelan Probit Bivariat Y_1 Y_2 X_1 X_2 X_3 X_4 X_5

```
.bioprobit y1 y2 x1 x2 x3 x4 x5, technique(bfgs)  
.estat ic
```

Pemodelan Probit Bivariat Y_1 Y_2 X_1 X_3 X_4 X_5

```
.bioprobit y1 y2 x1 x3 x4 x5, technique(bfgs)  
.estat ic
```

Lampiran 8.

Output Model Probit Bivariat Y_1 Y_2 X_1 X_2 X_3 X_4 X_5

```
. bioprobit y1 y2 x1 x2 x3 x4 x5, level(90) technique(bfgs)
```

group(y2)	Freq.	Percent	Cum.
1	105	20.43	20.43
2	231	44.94	65.37
3	150	29.18	94.55
4	28	5.45	100.00
Total	514	100.00	

```
initial:      log likelihood = -870.86972
rescale:     log likelihood = -870.86972
rescale eq:  log likelihood = -863.02422
Iteration 0: log likelihood = -863.02422
Iteration 1: log likelihood = -863.02112 (backed up)
Iteration 2: log likelihood = -863.01465 (backed up)
Iteration 3: log likelihood = -863.01368 (backed up)
Iteration 4: log likelihood = -862.99561 (backed up)
Iteration 5: log likelihood = -862.99457 (backed up)
Iteration 6: log likelihood = -862.98136 (backed up)
Iteration 7: log likelihood = -862.98114 (backed up)
Iteration 8: log likelihood = -862.98047 (backed up)
Iteration 9: log likelihood = -862.97895 (backed up)
Iteration 10: log likelihood = -862.97606 (backed up)
Iteration 11: log likelihood = -862.97588 (backed up)
Iteration 12: log likelihood = -862.96976 (backed up)
Iteration 13: log likelihood = -862.96646 (backed up)
Iteration 14: log likelihood = -862.96581 (backed up)
Iteration 15: log likelihood = -862.96393
Iteration 16: log likelihood = -862.96283
Iteration 17: log likelihood = -862.94751
Iteration 18: log likelihood = -862.94492
Iteration 19: log likelihood = -862.94267
Iteration 20: log likelihood = -862.94265
```

```
Bivariate ordered probit regression      Number of obs   =      514
Log likelihood = -862.94265              Wald chi2(5)    =     160.70
                                          Prob > chi2     =      0.0000
```

	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[90% Conf. Interval]	
y1						
x1	.3843027	.0398855	9.64	0.000	.3186969	.4499084
x2	-.0852703	.0786932	-1.08	0.279	-.2147091	.0441685
x3	-.0235284	.0104852	-2.24	0.025	-.040775	-.0062819
x4	-.36893	.0872873	-4.23	0.000	-.5125049	-.2253551
x5	-.039544	.0188057	-2.10	0.035	-.0704766	-.0086115
y2						
x1	.6227431	.0464911	13.39	0.000	.546272	.6992141
x2	-.1538042	.081673	-1.88	0.060	-.2881443	-.0194641
x3	-.0193821	.0103985	-1.86	0.062	-.0364861	-.002278
x4	-.3121448	.0979147	-3.19	0.001	-.4732002	-.1510895
x5	-.0240713	.0183152	-1.31	0.189	-.0541972	.0060546
athrho						
_cons	.2667048	.0606109	4.40	0.000	.1670087	.3664009
/cut11	-.7308656	.288305			-1.205085	-.2566461
/cut12	.9176061	.2632457			.4846054	1.350607
/cut13	3.110284	.2874688			2.63744	3.583128
/cut21	2.691578	.3122886			2.177909	3.205247
/cut22	4.392636	.3318433			3.846803	4.93847
/cut23	6.35166	.4118194			5.674277	7.029042
rho	.260556	.0564961			.1654731	.3508396

```
LR test of indep. eqns. :          chi2(1) =    19.57    Prob > chi2 = 0.0000
```


Lampiran 9.

Output Model Probit Bivariat Y₁ Y₂ X₁ X₃ X₄ X₅

```
. bioprobit y1 y2 x1 x3 x4 x5, level(90) technique(bfgs)
```

group(y2)	Freq.	Percent	Cum.
1	105	20.43	20.43
2	231	44.94	65.37
3	150	29.18	94.55
4	28	5.45	100.00
Total	514	100.00	

```
initial:      log likelihood = -872.50473
rescale:     log likelihood = -872.50473
rescale eq:  log likelihood = -865.09483
Iteration 0:  log likelihood = -865.09483
Iteration 1:  log likelihood = -865.09235 (backed up)
Iteration 2:  log likelihood = -865.08361 (backed up)
Iteration 3:  log likelihood = -865.08186 (backed up)
Iteration 4:  log likelihood = -865.0479 (backed up)
Iteration 5:  log likelihood = -865.02214 (backed up)
Iteration 6:  log likelihood = -865.0081 (backed up)
Iteration 7:  log likelihood = -865.00408 (backed up)
Iteration 8:  log likelihood = -865.00289 (backed up)
Iteration 9:  log likelihood = -865.00185 (backed up)
Iteration 10: log likelihood = -865.00025 (backed up)
Iteration 11: log likelihood = -864.99957 (backed up)
Iteration 12: log likelihood = -864.99619 (backed up)
Iteration 13: log likelihood = -864.9949 (backed up)
Iteration 14: log likelihood = -864.99468 (backed up)
Iteration 15: log likelihood = -864.99015
Iteration 16: log likelihood = -864.98847
Iteration 17: log likelihood = -864.98681
Iteration 18: log likelihood = -864.98681
```

```
Bivariate ordered probit regression      Number of obs   =      514
Log likelihood = -864.98681              Wald chi2(4)    =     159.09
                                          Prob > chi2     =      0.0000
```

		Coef.	Std. Err.	z	P> z	[90% Conf. Interval]	
y1	x1	.3812701	.0397654	9.59	0.000	.3158618	.4466783
	x3	-.027397	.0098509	-2.78	0.005	-.0436003	-.0111938
	x4	-.4039098	.0816719	-4.95	0.000	-.5382482	-.2695714
	x5	-.0405718	.0187664	-2.16	0.031	-.0714397	-.0097038
	y2	x1	.6232192	.0467113	13.34	0.000	.546386
x3		-.0253061	.0099575	-2.54	0.011	-.0416847	-.0089275
x4		-.3892768	.0897671	-4.34	0.000	-.5369305	-.2416231
x5		-.0260468	.018262	-1.43	0.154	-.0560852	.0039916
athrho		_cons	.2727546	.0605494	4.50	0.000	.1731598
	/cut11	-.7062347	.2875535			-1.179218	-.2332512
	/cut12	.9511914	.2617254			.5206915	1.381691
	/cut13	3.135877	.2863974			2.664796	3.606959
	/cut21	2.801904	.3088426			2.293903	3.309905
	/cut22	4.487373	.3296659			3.945121	5.029626
	/cut23	6.447042	.4113091			5.770499	7.123586
	rho	.2661862	.0562591			.1714496	.3560451

```
LR test of indep. eqns. :                chi2(1) =    20.51   Prob > chi2 = 0.0000
```

```
. estat ic
```

Model	Obs	ll(nu11)	ll(model)	df	AIC	BIC
.	514	-875.2443	-864.9868	15	1759.974	1823.607

Note: N=Obs used in calculating BIC; see [R] BIC note

Lampiran 10.

Syntax Program Hitung Prediksi Probabilitas Model Probit Bivariat Y_1 Y_2 X_1 X_3 X_4 X_5 dengan MATLAB R2011b

```
%Deklarasikan dulu parameter yang sudah diestimasi
B1=[0.3813 -0.0274 -0.4039 -0.0406];
B2=[0.6232 -0.0253 -0.3893 -0.0260];
[n,q]=size(B1);
gam1=-0.7063;
gam2=0.9512;
gam3=3.1359;
eta1=2.8019;
eta2=4.4874;
eta3=6.4470;
mu=[0 0];
ro=0.2662;
sigm=[1 ro;ro 1];

%Masukkan variabel X
load('datatesis.mat')
xi=[x1      x3      x4      x5];

%Hitung Z
z11=gam1-(B1*xi)';
z12=gam2-(B1*xi)';
z13=gam3-(B1*xi)';
z21=eta1-(B2*xi)';
z22=eta2-(B2*xi)';
z23=eta3-(B2*xi)';

z11z21=[z11 z21];
z11z22=[z11 z22];
z11z23=[z11 z23];
z12z21=[z12 z21];
z12z22=[z12 z22];
z12z23=[z12 z23];
z13z21=[z13 z21];
z13z22=[z13 z22];
z13z23=[z13 z23];

%Hitung CDF normal dan bivariate normal
ncz11=normcdf(z11,0,1);
ncz12=normcdf(z12,0,1);
ncz13=normcdf(z13,0,1);
ncz21=normcdf(z21,0,1);
ncz22=normcdf(z22,0,1);
ncz23=normcdf(z23,0,1);

ncz11z21=mvncdf(z11z21,mu,sigm);
ncz11z22=mvncdf(z11z22,mu,sigm);
ncz11z23=mvncdf(z11z23,mu,sigm);
ncz12z21=mvncdf(z12z21,mu,sigm);
ncz12z22=mvncdf(z12z22,mu,sigm);
```

Lampiran 10. (Lanjutan)

```
ncz12z23=mvncdf(z12z23,mu,sigm);
ncz13z21=mvncdf(z13z21,mu,sigm);
ncz13z22=mvncdf(z13z22,mu,sigm);
ncz13z23=mvncdf(z13z23,mu,sigm);

%Hitung prediksi probabilitas
p11=ncz11z21;
p12=ncz11z22-ncz11z21;
p13=ncz11z23-ncz11z22;
p14=ncz11-ncz11z23;
p21=ncz12z21-ncz11z21;
p22=ncz12z22-ncz11z22-ncz12z21+ncz11z21;
p23=ncz12z23-ncz12z22-ncz11z23+ncz11z22;
p24=ncz12-ncz11-ncz12z23+ncz11z23;
p31=ncz13z21-ncz12z21;
p32=ncz13z22-ncz13z21-ncz12z22+ncz12z21;
p33=ncz13z23-ncz13z22-ncz12z23+ncz12z22;
p34=ncz13-ncz13z23-ncz12+ncz12z23;
p41=ncz21-ncz13z21;
p42=ncz22-ncz13z22-ncz21+ncz13z21;
p43=ncz23-ncz13z23-ncz22+ncz13z22;
p44=1-ncz13-ncz23+ncz13z23;

Total_p=p11+p12+p13+p14+p21+p22+p23+p24+p31+p32+p33+p34+p41+p42+p43+p44;

%Cetak Nilai Prediksi Probabilitas
Nilai_probabilita=[p11 p12 p13 p14 p21 p22 p23 p24 p31 p32 p33 p34
p41 p42 p43 p44]
```

Lampiran 11.

Output Program Hitung Prediksi Probabilitas Model Probit Bivariat $Y_1 Y_2 X_1 X_3 X_4 X_5$ dengan MATLAB R2011b

```
>> Hitung_Probabilita_Model_y1y2_x1x3x4x5
```

```
Nilai_probabilita =
```

```
Columns 1 through 9
```

```
0.0009 0.0023 0.0006 0.0000 0.0205 0.0911 0.0390 0.0006 0.0468
0.0057 0.0054 0.0005 0.0000 0.0868 0.1476 0.0244 0.0001 0.1372
0.0039 0.0046 0.0005 0.0000 0.0659 0.1371 0.0277 0.0002 0.1145
0.0013 0.0031 0.0007 0.0000 0.0261 0.1069 0.0423 0.0006 0.0522
0.0089 0.0076 0.0006 0.0000 0.1115 0.1692 0.0250 0.0001 0.1454
0.0002 0.0009 0.0003 0.0000 0.0070 0.0496 0.0333 0.0009 0.0227
0.0013 0.0025 0.0004 0.0000 0.0305 0.0988 0.0310 0.0003 0.0707
0.0002 0.0010 0.0005 0.0000 0.0060 0.0513 0.0411 0.0013 0.0173
```

```
.
.
.
```

```
0.2151 0.0012 0.0000 0.0000 0.5829 0.0093 0.0000 0.0000 0.1830
0.3842 0.0005 0.0000 0.0000 0.5268 0.0023 0.0000 0.0000 0.0850
0.2004 0.0006 0.0000 0.0000 0.5873 0.0054 0.0000 0.0000 0.2001
0.0653 0.0066 0.0001 0.0000 0.4177 0.0862 0.0019 0.0000 0.2940
0.1927 0.0012 0.0000 0.0000 0.5822 0.0102 0.0000 0.0000 0.2034
0.0978 0.0026 0.0000 0.0000 0.5144 0.0324 0.0003 0.0000 0.3058
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0013 0.0058 0.0013 0.0002
```

```
Columns 10 through 16
```

```
0.3752 0.2923 0.0097 0.0030 0.0465 0.0672 0.0045
0.4110 0.1222 0.0012 0.0057 0.0332 0.0186 0.0004
0.4207 0.1532 0.0020 0.0053 0.0379 0.0258 0.0007
0.3833 0.2739 0.0081 0.0028 0.0409 0.0545 0.0033
0.3865 0.1021 0.0009 0.0047 0.0248 0.0125 0.0002
0.2971 0.3709 0.0214 0.0021 0.0543 0.1251 0.0142
0.4113 0.2347 0.0053 0.0046 0.0517 0.0544 0.0025
```

```
.
.
.
```

```
0.0193 0.0002 0.0000 0.0025 0.0005 0.0000 0.0000
0.0072 0.0000 0.0000 0.0010 0.0001 0.0000 0.0000
0.0011 0.0000 0.0000 0.0002 0.0000 0.0000 0.0000
0.0048 0.0000 0.0000 0.0012 0.0001 0.0000 0.0000
0.1151 0.0046 0.0000 0.0045 0.0038 0.0003 0.0000
0.0087 0.0001 0.0000 0.0013 0.0002 0.0000 0.0000
0.0409 0.0006 0.0000 0.0039 0.0013 0.0000 0.0000
0.0268 0.2574 0.1255 0.0001 0.0156 0.2933 0.2726
```

Lampiran 12.

Syntax Program Hitung Prediksi Probabilitas dan Efek Marjinal untuk Kabupaten Solok, Provinsi Sumatera Barat dengan Model Probit Bivariat $Y_1 Y_2 X_1 X_3 X_4 X_5$ dengan MATLAB R2011b

```
disp (' ')
disp ('Program Hitung Prediksi Probabilitas dan Efek Marjinal pada
BIOPROBIT')

%Deklarasikan dulu parameter yang sudah diestimasi
disp (' ')
disp ('=====')
disp ('Nilai Parameter yang digunakan')
disp ('-----')
B1=[0.3813 -0.0274 -0.4039 -0.0406]
B2=[0.6232 -0.0253 -0.3893 -0.0260]
[n,q]=size(B1)
gam1=-0.7063
gam2=0.9512
gam3=3.1359
eta1=2.8019
eta2=4.4874
eta3=6.4470
mu=[0 0]
ro=0.2662
sigm=[1 ro;ro 1]
disp ('-----')

%Masukkan variabel X
disp (' ')
disp ('=====')
disp ('Nilai x1 x3 x4 x5')
disp ('-----')
xi=[7.56 13.15 0.55 2.17]
disp ('-----')

%Hitung Z
disp (' ')
disp ('=====')
disp ('Nilai Z')
disp ('-----')
z11=gam1-(B1*xi)'
z12=gam2-(B1*xi)'
z13=gam3-(B1*xi)'
z21=eta1-(B2*xi)'
z22=eta2-(B2*xi)'
z23=eta3-(B2*xi)'

z11z21=[z11 z21]
z11z22=[z11 z22]
z11z23=[z11 z23]
z12z21=[z12 z21]
z12z22=[z12 z22]
```

Lampiran 12. (Lanjutan)

```
z12z23=[z12 z23]
z13z21=[z13 z21]
z13z22=[z13 z22]
z13z23=[z13 z23]
disp ('-----')

%Hitung CDF normal dan bivariate normal
disp (' ')
disp ('=====')
disp ('Nilai CDF normal dan bivariate normal')
disp ('-----')
ncz11=normcdf(z11,0,1)
ncz12=normcdf(z12,0,1)
ncz13=normcdf(z13,0,1)
ncz21=normcdf(z21,0,1)
ncz22=normcdf(z22,0,1)
ncz23=normcdf(z23,0,1)

ncz11z21=mvncdf(z11z21,mu,sign)
ncz11z22=mvncdf(z11z22,mu,sign)
ncz11z23=mvncdf(z11z23,mu,sign)
ncz12z21=mvncdf(z12z21,mu,sign)
ncz12z22=mvncdf(z12z22,mu,sign)
ncz12z23=mvncdf(z12z23,mu,sign)
ncz13z21=mvncdf(z13z21,mu,sign)
ncz13z22=mvncdf(z13z22,mu,sign)
ncz13z23=mvncdf(z13z23,mu,sign)

disp ('-----')

%Hitung PDF normal dan bivariate normal
disp (' ')
disp ('=====')
disp ('Nilai PDF normal dan bivariate normal')
disp ('-----')
npz11=normpdf(z11,0,1)
npz12=normpdf(z12,0,1)
npz13=normpdf(z13,0,1)
npz21=normpdf(z21,0,1)
npz22=normpdf(z22,0,1)
npz23=normpdf(z23,0,1)
npz11z21=mvnpdf(z11z21,mu,sign)
npz11z22=mvnpdf(z11z22,mu,sign)
npz11z23=mvnpdf(z11z23,mu,sign)
npz12z21=mvnpdf(z12z21,mu,sign)
npz12z22=mvnpdf(z12z22,mu,sign)
npz12z23=mvnpdf(z12z23,mu,sign)
npz13z21=mvnpdf(z13z21,mu,sign)
npz13z22=mvnpdf(z13z22,mu,sign)
npz13z23=mvnpdf(z13z23,mu,sign)
disp ('-----')

%Hitung prediksi probabilitas
```

Lampiran 12. (Lanjutan)

```

disp ( ' ')
disp ( '=====')
disp ( 'Nilai probabilitas')
disp ( '-----')
p11=ncz11z21
p12=ncz11z22-ncz11z21
p13=ncz11z23-ncz11z22
p14=ncz11-ncz11z23
p21=ncz12z21-ncz11z21
p22=ncz12z22-ncz11z22-ncz12z21+ncz11z21
p23=ncz12z23-ncz12z22-ncz11z23+ncz11z22
p24=ncz12-ncz11-ncz12z23+ncz11z23
p31=ncz13z21-ncz12z21
p32=ncz13z22-ncz13z21-ncz12z22+ncz12z21
p33=ncz13z23-ncz13z22-ncz12z23+ncz12z22
p34=ncz13-ncz13z23-ncz12+ncz12z23
p41=ncz21-ncz13z21
p42=ncz22-ncz13z22-ncz21+ncz13z21
p43=ncz23-ncz13z23-ncz22+ncz13z22
p44=1-ncz13-ncz23+ncz13z23
disp ( '-----+')
Total_p=p11+p12+p13+p14+p21+p22+p23+p24+p31+p32+p33+p34+p41+p42+p4
3+p44
disp ( '-----')

%Hitung efek marjinal
disp ( ' ')
disp ( '=====')
disp ( 'Efek Marjinal')
disp ( '-----')

dPHI1_11=1/2*npz11*(1+erf(z21-(z11*ro))/(sqrt((2*(1-(ro^2))))))
dPHI1_12=1/2*npz11*(1+erf(z22-(z11*ro))/(sqrt((2*(1-(ro^2))))))
dPHI1_13=1/2*npz11*(1+erf(z23-(z11*ro))/(sqrt((2*(1-(ro^2))))))
dPHI1_21=1/2*npz12*(1+erf(z21-(z12*ro))/(sqrt((2*(1-(ro^2))))))
dPHI1_22=1/2*npz12*(1+erf(z22-(z12*ro))/(sqrt((2*(1-(ro^2))))))
dPHI1_23=1/2*npz12*(1+erf(z23-(z12*ro))/(sqrt((2*(1-(ro^2))))))
dPHI1_31=1/2*npz13*(1+erf(z21-(z13*ro))/(sqrt((2*(1-(ro^2))))))
dPHI1_32=1/2*npz13*(1+erf(z22-(z13*ro))/(sqrt((2*(1-(ro^2))))))
dPHI1_33=1/2*npz13*(1+erf(z23-(z13*ro))/(sqrt((2*(1-(ro^2))))))

dPHI2_11=1/2*npz21*(1+erf(z11-(z21*ro))/(sqrt((2*(1-(ro^2))))))
dPHI2_12=1/2*npz22*(1+erf(z11-(z22*ro))/(sqrt((2*(1-(ro^2))))))
dPHI2_13=1/2*npz23*(1+erf(z11-(z23*ro))/(sqrt((2*(1-(ro^2))))))
dPHI2_21=1/2*npz21*(1+erf(z12-(z21*ro))/(sqrt((2*(1-(ro^2))))))
dPHI2_22=1/2*npz22*(1+erf(z12-(z22*ro))/(sqrt((2*(1-(ro^2))))))
dPHI2_23=1/2*npz23*(1+erf(z12-(z23*ro))/(sqrt((2*(1-(ro^2))))))
dPHI2_31=1/2*npz21*(1+erf(z13-(z21*ro))/(sqrt((2*(1-(ro^2))))))
dPHI2_32=1/2*npz22*(1+erf(z13-(z22*ro))/(sqrt((2*(1-(ro^2))))))
dPHI2_33=1/2*npz23*(1+erf(z13-(z23*ro))/(sqrt((2*(1-(ro^2))))))

for i=1:1:q
dp11x(i,1)=-B1(i)*dPHI1_11-B2(i)*dPHI2_11;

```

Lampiran 12. (Lanjutan)

```
dp12x(i,1)=-B1(i)*dPHI1_12-  
B2(i)*dPHI2_12+B1(i)*dPHI1_11+B2(i)*dPHI2_11;  
dp13x(i,1)=-B1(i)*dPHI1_13-  
B2(i)*dPHI2_13+B1(i)*dPHI1_12+B2(i)*dPHI2_12;  
dp14x(i,1)=-B1(i)*npz11+B1(i)*dPHI1_13+B2(i)*dPHI2_13;  
  
dp21x(i,1)=-B1(i)*dPHI1_21-  
B2(i)*dPHI2_21+B1(i)*dPHI1_11+B2(i)*dPHI2_11;  
dp22x(i,1)=-B1(i)*dPHI1_22-  
B2(i)*dPHI2_22+B1(i)*dPHI1_12+B2(i)*dPHI2_12+B1(i)*dPHI1_21+B2(i)*  
dPHI2_21-B1(i)*dPHI1_11-B2(i)*dPHI2_11;  
dp23x(i,1)=-B1(i)*dPHI1_23-  
B2(i)*dPHI2_23+B1(i)*dPHI1_13+B2(i)*dPHI2_13+B1(i)*dPHI1_22+B2(i)*  
dPHI2_22-B1(i)*dPHI1_12-B2(i)*dPHI2_12;  
dp24x(i,1)=-B1(i)*npz12+B1(i)*npz11+B2(i)*dPHI1_23+B2(i)*dPHI2_23-  
B1(i)*dPHI1_13-B2(i)*dPHI2_13;  
  
dp31x(i,1)=-B1(i)*dPHI1_31-  
B2(i)*dPHI2_31+B1(i)*dPHI1_11+B2(i)*dPHI2_11;  
dp32x(i,1)=-B1(i)*dPHI1_32-  
B2(i)*dPHI2_32+B1(i)*dPHI1_22+B2(i)*dPHI2_22+B1(i)*dPHI1_31+B2(i)*  
dPHI2_31-B1(i)*dPHI1_21-B2(i)*dPHI2_21;  
dp33x(i,1)=-B1(i)*dPHI1_33-  
B2(i)*dPHI2_33+B1(i)*dPHI1_23+B2(i)*dPHI2_23+B1(i)*dPHI1_32+B2(i)*  
dPHI2_32-B1(i)*dPHI1_22-B2(i)*dPHI2_22;  
dp34x(i,1)=-B1(i)*npz13+B1(i)*npz12+B2(i)*dPHI1_33+B2(i)*dPHI2_33-  
B1(i)*dPHI1_23-B2(i)*dPHI2_23;  
  
dp41x(i,1)=-B2(i)*npz21+B1(i)*dPHI1_31+B2(i)*dPHI2_31;  
dp42x(i,1)=-B2(i)*npz22+B1(i)*dPHI1_32+B2(i)*dPHI2_32+B2(i)*npz21-  
B1(i)*dPHI1_31-B2(i)*dPHI2_31;  
dp43x(i,1)=-B2(i)*npz23+B1(i)*dPHI1_33+B2(i)*dPHI2_33+B2(i)*npz22-  
B1(i)*dPHI1_32-B2(i)*dPHI2_32;  
dp44x(i,1)= B1(i)*npz13+B2(i)*npz23-B1(i)*dPHI1_33-B2(i)*dPHI2_33;  
end  
disp ('-----')  
dp11x=dp11x'  
dp12x=dp12x'  
dp13x=dp13x'  
dp14x=dp14x'  
dp21x=dp21x'  
dp22x=dp22x'  
dp23x=dp23x'  
dp24x=dp24x'  
dp31x=dp31x'  
dp32x=dp32x'  
dp33x=dp33x'  
dp34x=dp34x'  
dp41x=dp41x'  
dp42x=dp42x'  
dp43x=dp43x'  
dp44x=dp44x'  
disp ('-----')
```


Lampiran 13.

Output Hasil Hitung Prediksi Probabilitas dan Efek Marjinal untuk Kabupaten Solok, Provinsi Sumatera Barat dengan Model Probit Bivariat $Y_1 Y_2 X_1 X_3 X_4 X_5$

```
>> probabilitas_dan_efekmarjinal_yly2x1x3x4x5
```

```
Program Hitung Prediksi Probabilitas dan Efek Marjinal pada  
BIOPROBIT
```

```
=====
```

```
Nilai Parameter yang digunakan
```

```
-----
```

```
B1 =  
  0.3813   -0.0274   -0.4039   -0.0406  
  
B2 =  
  0.6232   -0.0253   -0.3893   -0.0260  
  
n =  
  1  
  
q =  
  4  
  
gam1 =  
 -0.7063  
  
gam2 =  
  0.9512  
  
gam3 =  
  3.1359  
  
eta1 =  
  2.8019  
  
eta2 =  
  4.4874  
  
eta3 =  
  6.4470  
  
mu =  
  0      0  
  
ro =  
  0.2662  
  
sigm =  
  1.0000   0.2662  
  0.2662   1.0000
```

```
-----
```

Lampiran 13. (Lanjutan)

```
=====
Nilai x1 x3 x4 x5
-----
xi =
    7.5600    13.1500    0.5500    2.1700
-----

=====
Nilai Z
-----
z11 =
    -2.9184

z12 =
    -1.2609

z13 =
    0.9238

z21 =
    -1.3063

z22 =
    0.3792

z23 =
    2.3388

z11z21 =
    -2.9184    -1.3063

z11z22 =
    -2.9184    0.3792

z11z23 =
    -2.9184    2.3388

z12z21 =
    -1.2609    -1.3063

z12z22 =
    -1.2609    0.3792

z12z23 =
    -1.2609    2.3388

z13z21 =
    0.9238    -1.3063

z13z22 =
    0.9238    0.3792

z13z23 =
    0.9238    2.3388
```

Lampiran 13. (Lanjutan)

=====
Nilai CDF normal dan bivariante normal

ncz11 =
0.0018

ncz12 =
0.1037

ncz13 =
0.8222

ncz21 =
0.0957

ncz22 =
0.6477

ncz23 =
0.9903

ncz11z21 =
5.6267e-004

ncz11z22 =
0.0016

ncz11z23 =
0.0018

ncz12z21 =
0.0199

ncz12z22 =
0.0837

ncz12z23 =
0.1035

ncz13z21 =
0.0886

ncz13z22 =
0.5596

ncz13z23 =
0.8165

Lampiran 13. (Lanjutan)

=====
Nilai PDF normal dan bivariante normal

npz11 =
0.0056

npz12 =
0.1802

npz13 =
0.2604

npz21 =
0.1700

npz22 =
0.3713

npz23 =
0.0259

npz11z21 =
0.0020

npz11z22 =
0.0011

npz11z23 =
1.2578e-005

npz12z21 =
0.0449

npz12z22 =
0.0566

npz12z23 =
0.0016

npz13z21 =
0.0295

npz13z22 =
0.1067

npz13z23 =
0.0102

=====
Nilai probabilitas

p11 =
5.6267e-004

Lampiran 13. (Lanjutan)

p12 =
0.0010

p13 =
1.7690e-004

p14 =
8.3858e-007

p21 =
0.0194

p22 =
0.0627

p23 =
0.0196

p24 =
1.9901e-004

p31 =
0.0686

p32 =
0.4073

p33 =
0.2372

p34 =
0.0055

p41 =
0.0072

p42 =
0.0810

p43 =
0.0856

p44 =
0.0040

----- +
Total_p =
1

=====
Efek Marjinal

dPHI1_11 =
0.0017

Lampiran 13. (Lanjutan)

dPHI1_12 =
0.0047

dPHI1_13 =
0.0049

dPHI1_21 =
0.0352

dPHI1_22 =
0.1356

dPHI1_23 =
0.1562

dPHI1_31 =
0.0374

dPHI1_32 =
0.1445

dPHI1_33 =
0.2254

dPHI2_11 =
0.0227

dPHI2_12 =
0.0495

dPHI2_13 =
0.0034

dPHI2_21 =
0.0349

dPHI2_22 =
0.0568

dPHI2_23 =
0.0035

dPHI2_31 =
0.1428

dPHI2_32 =
0.2885

dPHI2_33 =
0.0161

Lampiran 13. (Lanjutan)

dp11x =				
	-0.0148	0.0006	0.0095	0.0007
dp12x =				
	-0.0178	0.0008	0.0116	0.0008
dp13x =				
	0.0286	-0.0012	-0.0178	-0.0012
dp14x =				
	0.0019	-0.0001	-0.0010	-0.0001
dp21x =				
	-0.0204	0.0012	0.0183	0.0017
dp22x =				
	-0.0341	0.0025	0.0374	0.0038
dp23x =				
	-0.0032	0.0004	0.0054	0.0006
dp24x =				
	0.0290	0.0010	0.0116	0.0032
dp31x =				
	-0.0885	0.0040	0.0612	0.0046
dp32x =				
	-0.0797	0.0033	0.0509	0.0035
dp33x =				
	0.1136	-0.0039	-0.0609	-0.0032
dp34x =				
	0.0582	0.0005	0.0028	0.0034
dp41x =				
	-0.0027	-0.0003	-0.0045	-0.0008
dp42x =				
	0.0062	-0.0015	-0.0216	-0.0029
dp43x =				
	0.0763	-0.0041	-0.0611	-0.0052
dp44x =				
	0.0195	-0.0012	-0.0179	-0.0017

>>

BIODATA PENULIS

Nama : Panular Dinu Satomo
NRP : 1315 201 715
Tempat/Tanggal Lahir : Kulon Progo, 10 Juni 1982
Email : dinu7206@gmail.com
Alamat Rumah : Gelatik Residence No. 4A,
Jl Gelatik, RT 003, RW 001,
Birobuli Utara, Palu Selatan, Palu, Sulawesi Tengah

Nama Ayah : Widiyanto
Nama Ibu : Kaminah
Pekerjaan : PNS
Instansi : Badan Pusat Statistik Provinsi Sulawesi Tengah
Alamat Kantor : Jl. Moh. Yamin No 48, Palu, Sulawesi Tengah
Riwayat Pendidikan : 1. SDN Sermo II, Kulon Progo (1988-1994)
2. SMPN I Kokap, Kulon Progo (1994-1997)
3. SMUN I Wates, Kulon Progo (1997-2000)
4. Sekolah Tinggi Ilmu Statistik, Jakarta (2000-2004)



