

# Pemodelan Instalasi Pengolahan Air Bersih Menggunakan *Hybrid Petri Net*

Deny Murdianto<sup>1</sup>, Dieky Adzkiya<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>Program Studi Pascasarjana Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Jl. Arief Rahman Hakim, Surabaya 60111

<sup>1</sup>denymurdianto@gmail.com, <sup>2</sup>dieky@matematika.its.ac.id

**Abstrak** – Pada penelitian ini, dikonstruksi model instalasi pengolahan air dengan menggunakan *hybrid Petri net*. Model *hybrid Petri net* dari instalasi pengolahan air terdiri dari empat belas *place* dan tiga belas transisi. *Hybrid Petri net* selanjutnya direpresentasikan dalam bentuk yang lebih sederhana, yaitu dengan enam *place* dan lima transisi. Kemudian dilakukan analisis makro *marking* untuk mengetahui kemungkinan keadaan yang dapat terjadi. Pada bagian akhir, dilakukan simulasi dengan menggunakan *hybrid Petri net* berwaktu.

**Kata Kunci** – instalasi pengolahan air; *hybrid petri net*

## 1. PENDAHULUAN

Pengolahan air yang dilakukan oleh PDAM terdiri dari beberapa proses, seperti pengolahan air pada umumnya. Setiap proses pengolahan dilakukan pada bak penampungan yang berbeda. Secara umum terdapat enam bak dalam sistem pengolahan air bersih, yaitu bak air baku, bak koagulasi, bak flokulasi, bak sedimentasi, bak filtrasi, dan bak air bersih/*reservoir*. Masing-masing bak pengolahan memiliki kapasitas dan lamanya waktu pengolahan yang berbeda. Pompa-pompa yang digunakan dalam instalasi pengolahan air juga memiliki keterbatasan waktu dalam pengoperasiannya. Setiap komponen yang saling berkaitan tersebut harus didesain sedemikian rupa sehingga dapat mengolah air baku dan menghasilkan air bersih sesuai dengan kebutuhan konsumen.

Beberapa peneliti telah melakukan penelitian tentang instalasi pengolahan air di beberapa tempat berbeda. Penelitian yang dilakukan biasanya mengevaluasi performa dari instalasi pengolahan air, diantaranya (Arifiani dan Hadiwidodo) yang melakukan uji kualitas air berdasarkan parameter tertentu. Wu dan Mostafa menggunakan teori optimasi dalam penelitian mereka mengenai instalasi pengolahan air dalam hal yang berbeda. Wu menggunakan teori optimasi untuk desain bangunan instalasi pengolahan air yang optimal, sedangkan Mostafa menggunakan teori optimasi untuk meminimumkan biaya operasional tahunan dari suatu instalasi pengolahan air. Sepengetahuan kami belum ada peneliti yang melakukan pemodelan instalasi pengolahan air yang dimaksud dengan menggunakan *hybrid Petri net* (HPN).

Pemodelan dan analisis menggunakan HPN telah dilakukan oleh (Ghomri) dengan menyajikan model *Petri net* kontinu yang diperoleh dari *Petri net* diskrit melalui proses *fluidification* pada *marking*. Kemudian disajikan dua model HPN untuk persoalan *hybrid dynamic systems*, yaitu model deterministik dan non deterministik. HPN juga telah digunakan oleh (Gudino) untuk memodelkan dan mensimulasikan sistem distribusi air. Metodologi yang diusulkan untuk membangun HPN adalah dengan menurunkan himpunan persamaan massa dan persamaan energi yang menentukan perilaku distribusi air. Sebuah teknik simulasi untuk menentukan *firing speed* suatu transisi ditetapkan dari konservasi pelinearan persamaan energi.

Berdasarkan latar belakang tersebut, pada penelitian ini akan dikonstruksi model HPN dari instalasi pengolahan air (IPA). HPN yang mengandung bagian diskrit dan kontinu dipilih karena kedinamisannya yang dirasa mampu untuk memodelkan permasalahan ini. Token pada bagian diskrit yang berupa bilangan bulat positif akan digunakan untuk menggambarkan keadaan beroperasi atau tidak beroperasinya pompa, sedangkan *marking* pada bagian kontinu yang berupa bilangan rasional positif akan digunakan untuk menggambarkan kapasitas air di bak-bak pengolahan dan kapasitas bak pengolahan. Model HPN dari IPA yang diperoleh akan dianalisis menggunakan makro *marking* untuk mengetahui keadaan yang dapat dicapai/*reachable*. Selanjutnya diberikan contoh kasus dengan menggunakan HPN berwaktu.

## 2. DASAR TEORI DAN TINJAUAN PUSTAKA

### 2.1 Sistem Pengolahan Air Bersih

PDAM biasanya melakukan pengolahan secara fisika dan kimiawi dalam proses penyediaan air bersih. Secara umum, terdapat 3 bagian penting dalam sistem pengolahannya (Kania).

#### 2.1.1 Intake

Bangunan *intake* berfungsi sebagai bangunan pertama untuk masuknya air dari sumber air. Pada umumnya, sumber air untuk pengolahan air bersih, diambil dari sungai. Pada bangunan *intake* terdapat *bar screen* yang berfungsi untuk menyaring benda-benda yang ikut tergenang dalam air. Selanjutnya,



air akan masuk ke dalam sebuah bak yang nantinya akan dipompa ke bangunan selanjutnya, yaitu *Water Treatment Plant (WTP)*.

### 2.1.2 Water Treatment Plant

*Water Treatment Plant (WTP)* adalah bangunan utama pengolahan air bersih. Biasanya bangunan ini terdiri dari empat bagian, yaitu: bak koagulasi, bak flokulasi, bak sedimentasi, dan bak filtrasi.

### 2.1.3 Reservoir

Setelah dari WTP dan berupa *clear water*, sebelum didistribusikan, air masuk ke dalam *reservoir*. *Reservoir* ini berfungsi sebagai tempat penampungan sementara air bersih sebelum didistribusikan melalui pipa-pipa secara gravitasi. Karena kebanyakan distribusi menggunakan gravitasi, maka *reservoir* biasanya diletakkan di tempat dengan elevasi lebih tinggi daripada tempat-tempat yang menjadi sasaran distribusi.

Gabungan dari unit-unit pengolahan air ini disebut Instalasi Pengolahan Air (IPA). Untuk menghemat biaya pembangunan, biasanya *intake*, WTP, dan *reservoir* dibangun dalam satu kawasan dengan ketinggian yang cukup tinggi, sehingga tidak diperlukan *pumping station* dengan kapasitas pompa dorong yang besar untuk menyalurkan air dari WTP ke *reservoir*. Dari *reservoir* air bersih siap untuk didistribusikan melalui pipa-pipa dengan berbagai ukuran ke tiap daerah distribusi.

## 2.2 Hybrid Petri Net

Sebuah *Hybrid Petri Net (HPN)* bertanda adalah *sextuple*  $R = \langle P, T, Pre, Post, m_0, h \rangle$  dimana,  $P$  adalah himpunan *place* yang berhingga dan merupakan himpunan tak kosong,  $T$  adalah himpunan transisi yang berhingga dan merupakan himpunan tak kosong,  $Pre: P \times T \rightarrow Q^+$  atau  $N$  adalah fungsi *input incidence*,  $Post: P \times T \rightarrow Q^+$  atau  $N$  adalah fungsi *output incidence*,  $m_0: P \rightarrow R^+$  atau  $N$ , adalah fungsi *marking awal*,  $h = P \cup T \rightarrow \{D, C\}$ , disebut fungsi *hybrid* yang menggambarkan sebuah *node* adalah kontinu (himpunan  $P^C$  dan  $T^C$  atau C-

*place* dan C-transisi) atau diskrit (himpunan  $P^D$  dan  $T^D$  atau D-*place* dan D-transisi).

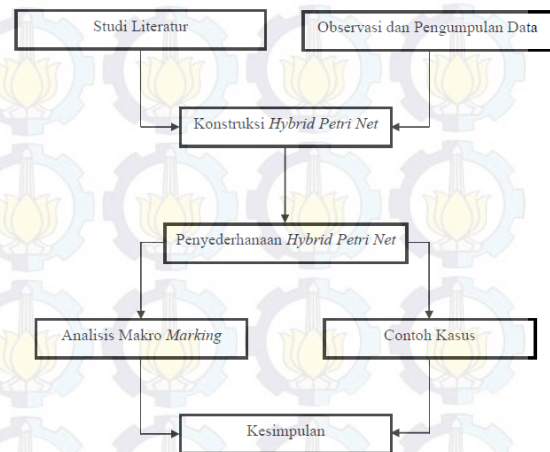
## 2.3 Hybrid Petri Net Berwaktu

Sebuah *hybrid Petri net (HPN)* berwaktu adalah pasangan  $\langle R, Tempo \rangle$ , dimana:  $R$  merupakan HPN bertanda dan  $Tempo$  adalah fungsi yang memetakan himpunan transisi  $T$  ke himpunan bilangan rasional positif atau nol:

- Jika  $T_j \in T^D$ ,  $d_j = tempo(T_j) =$  waktu yang terkait dengan transisi  $T_j$ .
- Jika  $T_j \in T^C$ ,  $U_j = \frac{1}{tempo(T_j)} =$  laju alir yang terkait dengan transisi  $T_j$ .

## 3. METODE PENELITIAN

Tahapan-tahapan yang dilakukan dalam penelitian ini digambarkan dalam diagram alir sebagai berikut.

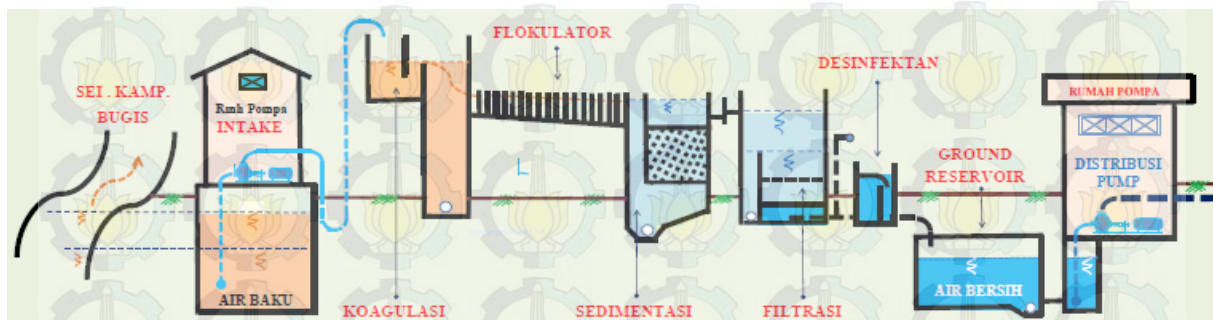


Gambar 1. Diagram Alir Penelitian

## 4. HASIL DAN PEMBAHASAN

### 4.1 Pemodelan Instalasi Pengolahan Air Menggunakan Hybrid Petri Net

Pada penelitian ini IPA yang akan dimodelkan adalah IPA konvensional yang terdapat di Kampung Bugis, seperti gambar berikut.



Gambar 2. Instalasi Pengolahan Air Kampung Bugis (PDAM Kota Tarakan, 2015)



Pada Gambar 2 terdapat pompa yang terletak di bak *intake* dan bak *reservoir*. Pompa ini hanya dapat digunakan jika terdapat air pada masing-masing bak tersebut, sebaliknya jika tidak terdapat air maka pompa tidak dioperasikan. Kemudian terdapat tujuh bak yang digunakan untuk mengambil air baku, mengolah air baku dan menyimpan air bersih, yaitu bak *intake*, bak koagulasi, bak flokulasi, bak sedimentasi, bak filtrasi, bak desinfektan, dan bak *ground reservoir*. Masing-masing bak tersebut mempunyai ukuran dan fungsi yang berbeda.

Bak *intake* merupakan bak pertama yang harus dilalui air baku yang akan diolah menjadi air bersih, ukuran bak ini sekitar 64 m<sup>3</sup>. Setelah terdapat air di bak *intake*, maka pompa dapat dioperasikan. Kemudian air dari bak *intake* ini dipompa ke bak koagulasi. Di bak koagulasi air baku dicampur dengan bahan kimia yang telah ditentukan konsentrasinya terlebih dahulu sebelum proses pengolahan air berlangsung. Penambahan bahan kimia ini menggunakan pipa kecil yang terletak di bagian atas bak koagulasi. Volume bak koagulasi ini adalah 24 m<sup>3</sup>. Dengan menggunakan beda tinggi air selanjutnya menuju ke bak flokulasi. Di dalam bak ini terdapat sekat-sekat berjarak sekitar 10 cm sehingga air akan mengalir secara *zig-zag* dan perlahan sehingga membentuk flok. Volume air yang mampu tertampung dalam bak flokulasi ini sekitar 44.5 m<sup>3</sup>.

Selanjutnya air akan masuk ke bak sedimentasi, di IPA ini bak sedimentasi dibagi menjadi tiga bak dengan ukuran yang sama, yaitu sebesar 33 m<sup>3</sup>. Namun di dalam bak sedimentasi ini terdapat *tube settler* yang digunakan untuk memisahkan kotoran flok yang telah terbentuk di bak sebelumnya dengan air bersih, sehingga volume air yang dapat tertampung di bak ini hanya sekitar 25 m<sup>3</sup>.

Kemudian air akan mengalir ke bak filtrasi dengan menggunakan beda tinggi dari bak sebelumnya. Terdapat empat bak filtrasi dengan ukuran yang sama yaitu sebesar 37.5 m<sup>3</sup>. Di bak ini terjadi proses penyaringan air dengan menggunakan batu koral, pasir silika, dan karbon aktif. Selanjutnya air dari bak filtrasi akan mengalir ke bak desinfektan yang mempunyai volume relatif lebih kecil dibandingkan dengan bak-bak pengolahan lainnya yaitu sebesar 18 m<sup>3</sup>. Di bak desinfektan air hasil pengolahan ditambahkan lagi dengan bahan kimia untuk menjamin kualitas air hasil pengolahan. Air bersih hasil pengolahan selanjutnya disimpan di bak *ground reservoir*. Bak *ground reservoir* ini terbagi menjadi dua bagian dengan volume total 675 m<sup>3</sup>.

Pada bak *ground reservoir* terdapat pompa distribusi yang digunakan untuk mendistribusikan air bersih ke konsumen. Ada dua cara yang digunakan PDAM Kota Tarakan untuk mendistribusikan air bersih,

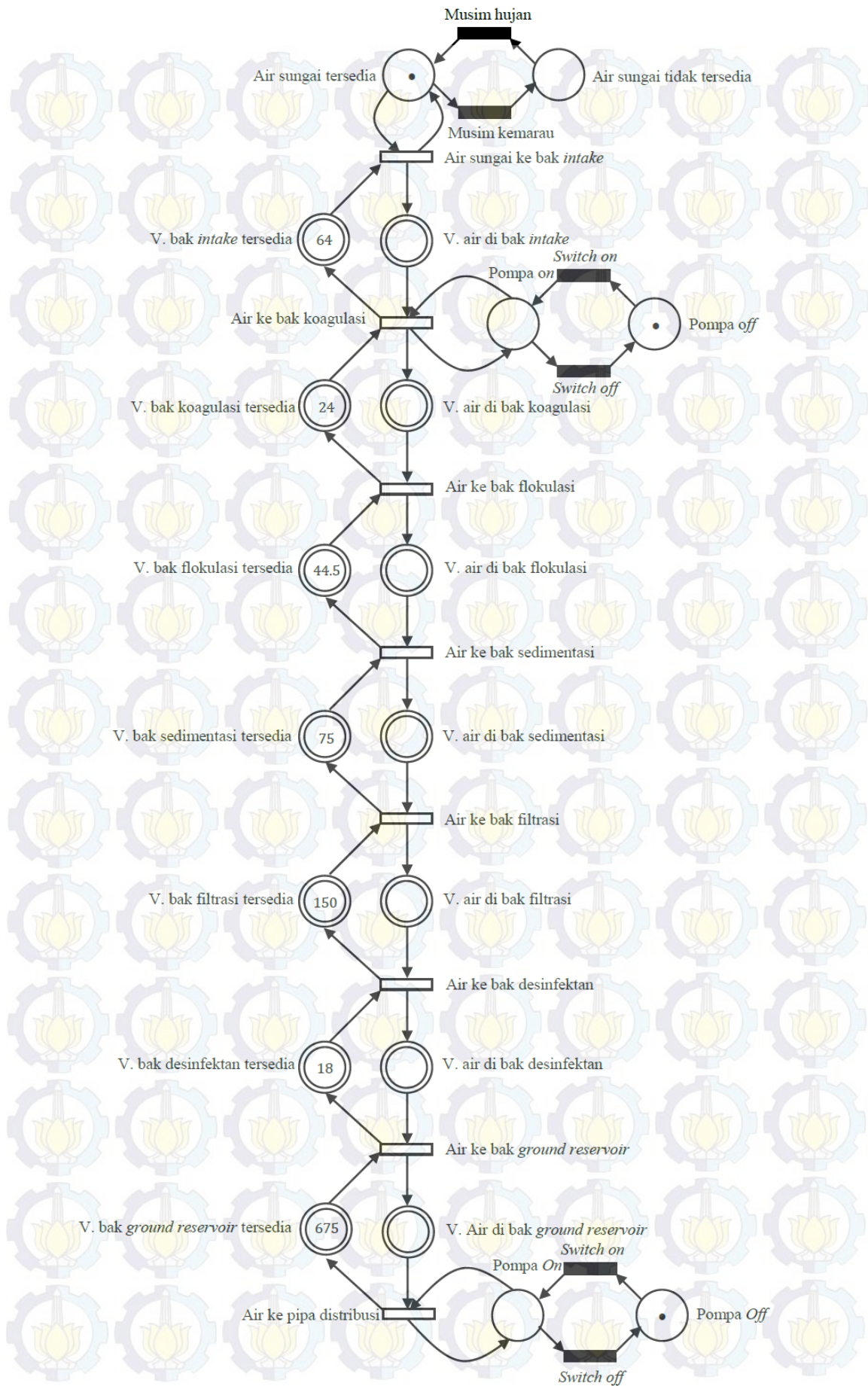
yaitu dengan metode langsung dan metode tidak langsung. Metode langsung dilakukan dengan cara mengalirkan langsung air bersih dari *ground reservoir* ke pipa konsumen. Metode tidak langsung dilakukan dengan cara memompa terlebih dahulu air bersih dari bak *ground reservoir* ke bak *elevated reservoir* yang terletak di Gunung Karang Anyar agar memiliki gaya tekan yang lebih besar untuk selanjutnya dialirkan ke rumah konsumen.

Berdasarkan Gambar 2 dan prosedur pengolahan air yang telah dijelaskan, akan dikonstruksi HPN dengan enam *place* diskrit, enam transisi diskrit, empat belas *place* kontinu, dan delapan transisi kontinu. Bagian diskrit dari *Petri net* akan digunakan untuk menggambarkan ketersediaan air di sungai dan keadaan pompa. *Place* menggambarkan ketersediaan air sungai dan keadaan *on/off* dari pompa, sedangkan transisi menggambarkan *event* yang dapat membuat air sungai tersedia atau tidak tersedia dan *switch* yang dapat merubah keadaan pompa dari *on* menjadi *off* dan sebaliknya. Bagian kontinu dari *Petri net* akan digunakan untuk menggambarkan keadaan bak-bak pengolahan air. *Place* digunakan untuk menggambarkan volume air dalam bak pengolahan dan volume yang masih tersedia dalam bak pengolahan. Sedangkan transisi digunakan untuk menggambarkan perpindahan air dari satu bak pengolahan ke bak pengolahan lainnya.

Berdasarkan Gambar 3, himpunan *place* dapat dibagi menjadi dua, yaitu himpunan *place* yang bernilai nol dan himpunan *place* yang bernilai lebih besar dari nol. Himpunan *place* diskrit yang bernilai (token) nol adalah *place place* yang menyatakan air sungai dalam keadaan tidak tersedia (kering) dan pompa dalam keadaan *on*, sedangkan himpunan *place* diskrit yang bernilai (token) lebih besar dari nol adalah *place-place* yang menyatakan air sungai dalam keadaan tersedia dan pompa dalam keadaan *off*. Berdasarkan gambar, token yang terdapat di *place* "Air sungai tersedia" berarti bahwa terdapat air sungai yang dapat digunakan sebagai air baku. Kemudian, token yang terdapat di *place* "Pompa *off*" adalah satu. Hal ini mempunyai arti bahwa terdapat masing-masing satu pompa di bak *intake* dan bak *ground reservoir* yang sedang dalam kondisi *off* atau dapat diartikan bahwa instalasi pengolahan air sedang dalam keadaan tidak beroperasi.

Selanjutnya untuk bagian kontinu, himpunan *place* yang bernilai (*marking*) nol adalah *place-place* yang menyatakan volume air di bak *intake*, bak pengolahan, dan bak *ground reservoir*. *Marking* yang bernilai nol pada *place-place* ini menyatakan bahwa tidak terdapat air di semua bak instalasi pengolahan air pada keadaan awal. Kemudian himpunan *place* yang bernilai (*marking*) lebih besar dari nol adalah *place-place* yang menyatakan





Gambar 3. Hybrid Petri Net Dari Instalasi Pengolahan Air



volume yang tersedia dari masing-masing bak. Artinya masing-masing bak dapat diisi air sebanyak volume tersedia tersebut. *Marking* awal pada masing-masing *place* tersebut juga merepresentasikan besarnya kapasitas/*volume* setiap bak pada instalasi pengolahan air.

Himpunan *place* kontinu yang menyatakan volume tersedia pada bak pengolahan digunakan untuk membatasi volume air yang dapat terisi di masing-masing bak pengolahan, sehingga jumlah masing-masing pasangan *place* haruslah sama dengan nilai *marking* awal. Pada bak *sedimentasi* misalnya, volume bak *sedimentasi* yang tersedia pada keadaan awal adalah 75 m<sup>3</sup>. Maka jumlah *marking* dari *place* "V. bak *sedimentasi* tersedia" dan *place* "V. air di bak *sedimentasi*" haruslah selalu sama dengan 75.

Himpunan transisi diskrit pada Gambar 3 menyatakan perubahan keadaan sungai dan *switch* yang dapat mengubah keadaan pompa dari keadaan *off* menjadi *on* dan sebaliknya. Pada keadaan awal, transisi *enable* adalah transisi "Musim kemarau" yang apabila *difire* akan mengubah keadaan air di sungai dari keadaan tersedia menjadi tidak tersedia. Selain itu, transisi yang *enable* pada keadaan awal adalah transisi *switch on* yang apabila *difire* akan mengubah pompa dari keadaan *off* menjadi *on*. Jika pompa dalam keadaan *on* maka transisi selanjutnya yang *enable* adalah transisi *switch off*. Kemudian apabila transisi ini *difire* akan mengubah pompa dari keadaan *on* menjadi *off*.

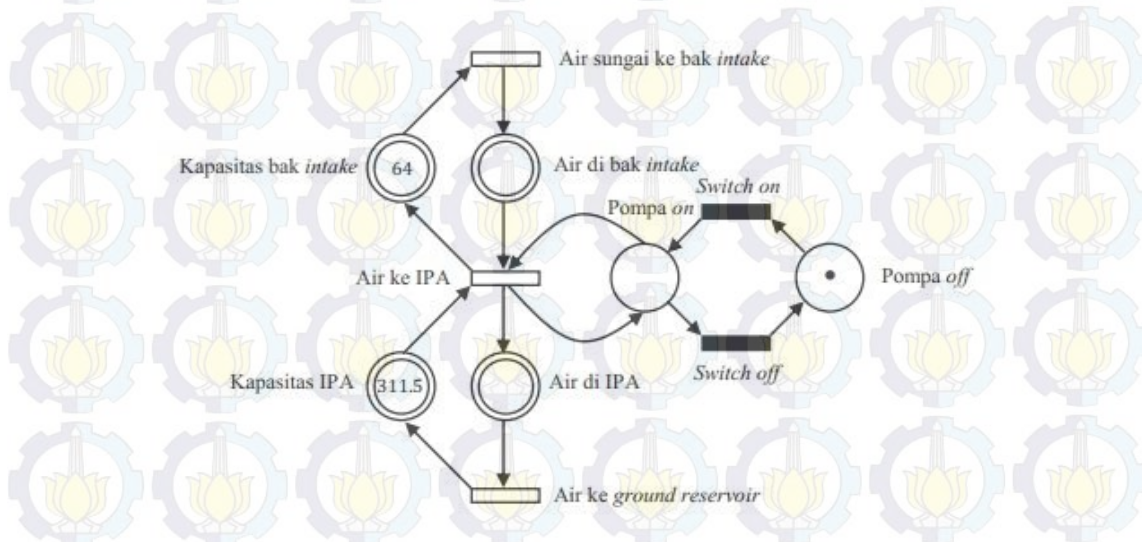
Himpunan transisi kontinu pada Gambar 4.4 menyatakan perpindahan air dari satu bak ke bak lainnya pada instalasi pengolahan air. Pada keadaan awal transisi *enable* adalah transisi pertama yang memindahkan/mengalirkan air sungai ke bak *intake*. Pada keadaan awal transisi lainnya tidak *enable*

karena belum ada *marking* pada *place input* dari masing-masing transisi tersebut. Transisi akan *enable* jika semua *place input* dari transisi itu mempunyai nilai (*marking*). Transisi "Air ke bak *filtrasi*" misalnya, akan *enable* jika terdapat *marking* di *place* "V. air di bak *sedimentasi*" dan *place* "V. bak *filtrasi* tersedia". Pada kondisi nyata hal ini menjelaskan bahwa air dapat berpindah ke bak *filtrasi* apabila terdapat air di bak sebelumnya atau bak *sedimentasi* dan masih ada volume tersedia di bak *filtrasi* itu sendiri.

## 4.2 Penyederhanaan Model Instalasi Pengolahan Air Bersih

Analisis dari HPN yang telah diperoleh akan sulit dilakukan karena memuat banyak *place* dan transisi. Oleh karena itu akan dilakukan penyederhanaan model untuk memudahkan analisis makro *marking*. Bagian pengolahan akan dijadikan satu *place* karena memiliki perilaku yang sama, yaitu bak koagulasi, bak flokulasi, bak *sedimentasi*, bak *filtrasi*, dan bak *desinfektan*. Bak-bak pengolahan tersebut akan dijadikan satu *place* dengan nama *place* instalasi pengolahan air (IPA). Kemudian bak penampungan air bersih *ground reservoir* tidak diperhatikan lagi sehingga HPN dari IPA menjadi seperti berikut.

HPN ini terdiri dari dua transisi diskrit, tiga transisi kontinu, dua *place* diskrit, dan empat *place* kontinu. Pada keadaan awal diasumsikan bahwa IPA sedang dalam keadaan *off* atau belum beroperasi sehingga dari *marking* dapat dilihat bahwa keadaan pompa di bak *intake* dalam keadaan *off*. Begitu juga bak *intake* dan di bak IPA yang masih dalam keadaan nol, yang berarti belum ada air yang diolah. Kapasitas bak *intake* adalah sama dengan HPN sebelumnya yaitu 64 m<sup>3</sup> dan kapasitas bak IPA adalah gabungan dari kapasitas bak-bak pengolahan, yaitu 311.5 m<sup>3</sup>.



Gambar 4. Penyederhanaan Model Hybrid Petri Net Dari Instalasi Pengolahan Air



### 4.3 Analisis Model Hybrid Petri Net Dari Instalasi Pengolahan Air Bersih

Pada bagian ini akan digunakan makro *marking* untuk menganalisa HPN yang telah disederhanakan. Dengan menggunakan makro *marking* kita dapat melihat kemungkinan yang dapat terjadi pada IPA. Untuk memudahkan analisis maka akan digunakan simbol-simbol sebagai berikut.

- $P_1$  = Pompa on
- $P_2$  = Pompa off
- $P_3$  = Kapasitas air dalam bak *intake*
- $P_4$  = Volume air dalam bak *intake*
- $P_5$  = Kapasitas air di IPA
- $P_6$  = Volume air di IPA
- $T_1$  = Switch on pompa
- $T_2$  = Switch off pompa
- $T_3$  = Air baku dari sungai mengalir ke bak *intake*
- $T_4$  = Air dari bak *intake* menuju ke IPA
- $T_5$  = Air dari IPA menuju ke bak *ground reservoir*

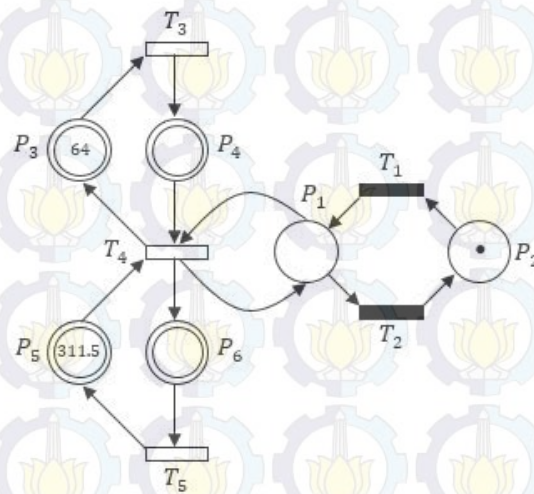
Himpunan *place*  $P = \{P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6\}$ , dapat dibagi menjadi himpunan *place* diskrit  $P^D = \{P_1, P_2\}$  dan himpunan *place* kontinu  $P^C = \{P_3, P_4, P_5, P_6\}$ . Himpunan transisi  $T = \{T_1, T_2, T_3, T_4, T_5\}$  dapat dibagi menjadi himpunan transisi diskrit  $T^D = \{T_1, T_2\}$  dan himpunan transisi kontinu  $T^C = \{T_3, T_4, T_5\}$ . Makro *marking* awal  $m_0 = (0 \ 1 \ 64 \ 0 \ 311.5 \ 0)^T$ . Matriks bobot  $W$  diperoleh dari *Post - Pre* sebagai berikut.

$$W = Post - Pre$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

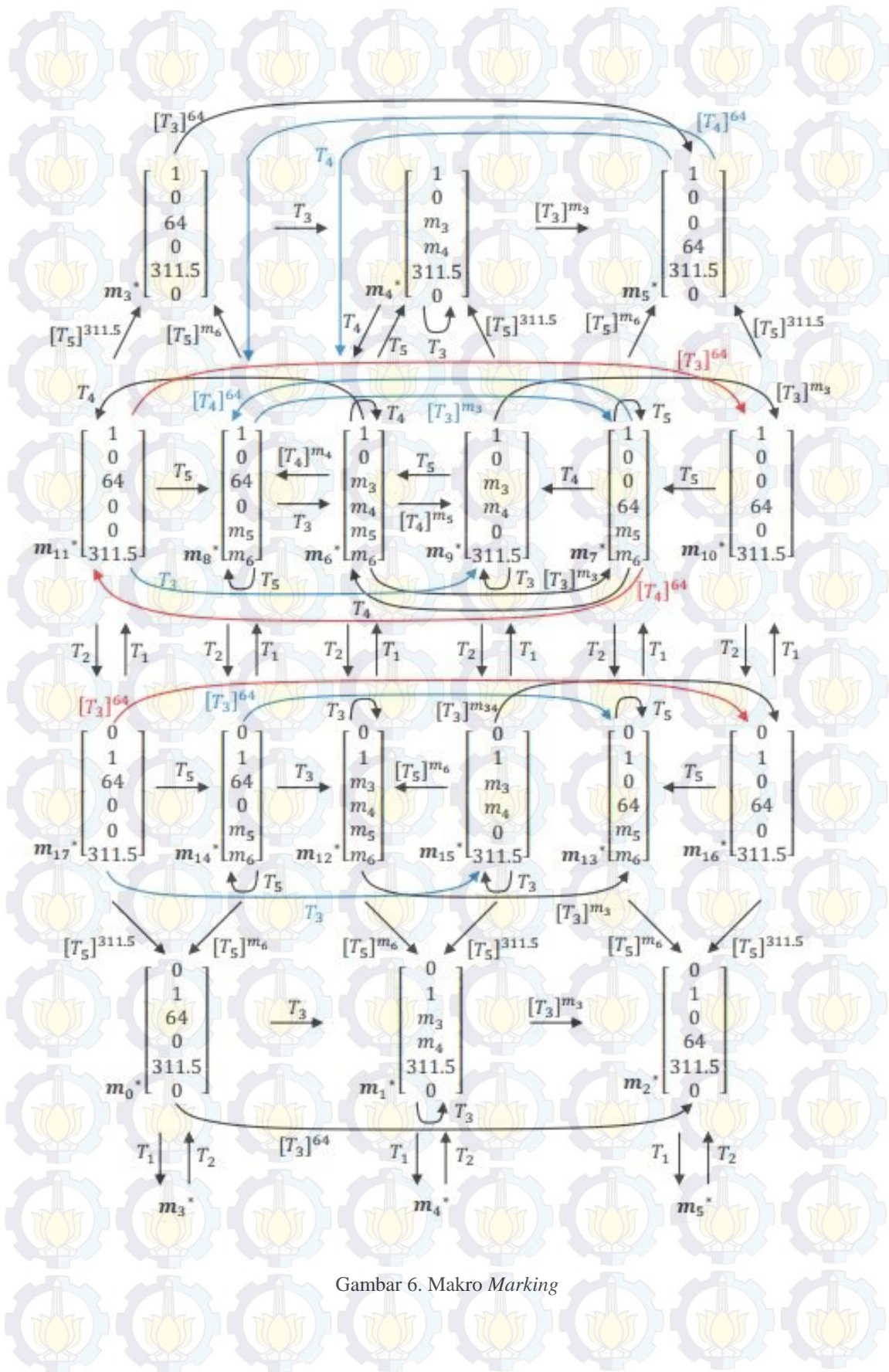
Pada keadaan awal transisi *enable* yang dapat *difire* adalah transisi diskrit  $T_1$  dan transisi kontinu  $T_3$ . Apabila transisi diskrit *difire* maka akan terjadi perpindahan token dari *place*  $P_2$  ke *place*  $P_1$ , sehingga terjadi perubahan keadaan dari  $m_0 = (0 \ 1 \ 64 \ 0 \ 311.5 \ 0)^T$  ke  $m_3 = (1 \ 0 \ 64 \ 0 \ 311.5 \ 0)^T$ . Dengan menggunakan rumus perubahan *marking*,  $m_3$  diperoleh dari  $m_0 + W \cdot s$ , dimana  $s = (1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)$  merupakan matriks yang menyatakan pemfirean transisi  $T_1$ .

Sedangkan jika dari keadaan awal transisi yang *difire* adalah transisi kontinu  $T_3$  maka terdapat dua kemungkinan, yaitu  $m_1 = (0 \ 1 \ m_3 \ m_4 \ 311.5 \ 0)^T$  yang berarti terdapat air di bak *intake* namun tidak sampai melebihi kapasitas sehingga masih dapat dilakukan pemfirean atau pengisian bak dan  $m_2 = (0 \ 1 \ 0 \ 64 \ 311.5 \ 0)^T$  yang berarti bak *intake* dalam keadaan penuh dan tidak dapat diisi lagi atau transisi  $T_3$  menjadi tidak *enable*. Berikut ini adalah graf *reachability* yang mungkin terjadi.



Gambar 5. Model Hybrid Petri Net Dari Instalasi Pengolahan Air





Gambar 6. Makro Marking



Berikut adalah tabel makro *marking* beserta transisi *enable* saat makro *marking* tersebut dicapai dan representasi keadaan IPA sebenarnya.

Tabel 1. Makro *Marking* dan Representasi Keadaan IPA

No.	Makro <i>Marking</i>	Transisi <i>Enable</i>	Keadaan		
			Pompa	Bak <i>Intake</i>	Bak IPA
1.	$m_0^* = (0 \ 1 \ 64 \ 0 \ 311.5 \ 0)$	$T_1, T_3$	Off	Kosong	Kosong
2.	$m_1^* = (0 \ 1 \ m_3 \ m_4 \ 311.5 \ 0)$	$T_1, T_3$	Off	Sebagian	Kosong
3.	$m_2^* = (0 \ 1 \ 0 \ 64 \ 311.5 \ 0)$	$T_1$	Off	Penuh	Kosong
4.	$m_3^* = (1 \ 0 \ 64 \ 0 \ 311.5 \ 0)$	$T_2, T_3$	On	Kosong	Kosong
5.	$m_4^* = (1 \ 0 \ m_3 \ m_4 \ 311.5 \ 0)$	$T_2, T_3, T_4$	On	Sebagian	Kosong
6.	$m_5^* = (1 \ 0 \ 0 \ 64 \ 311.5 \ 0)$	$T_2, T_4$	On	Penuh	Kosong
7.	$m_6^* = (1 \ 0 \ m_3 \ m_4 \ m_5 \ m_6)$	$T_2, T_3, T_4, T_5$	On	Sebagian	Sebagian
8.	$m_7^* = (1 \ 0 \ 0 \ 64 \ m_5 \ m_6)$	$T_2, T_4, T_5$	On	Penuh	Sebagian
9.	$m_8^* = (1 \ 0 \ 64 \ 0 \ m_5 \ m_6)$	$T_2, T_3, T_5$	On	Kosong	Sebagian
10.	$m_9^* = (1 \ 0 \ m_3 \ m_4 \ 0 \ 311.5)$	$T_2, T_3, T_5$	On	Sebagian	Penuh
11.	$m_{10}^* = (1 \ 0 \ 0 \ 64 \ 0 \ 311.5)$	$T_2, T_5$	On	Penuh	Penuh
12.	$m_{11}^* = (1 \ 0 \ 64 \ 0 \ 0 \ 311.5)$	$T_2, T_3, T_5$	On	Kosong	Penuh
13.	$m_{12}^* = (0 \ 1 \ m_3 \ m_4 \ m_5 \ m_6)$	$T_1, T_3, T_5$	Off	Sebagian	Sebagian
14.	$m_{13}^* = (0 \ 1 \ 0 \ 64 \ m_5 \ m_6)$	$T_1, T_5$	Off	Penuh	Sebagian
15.	$m_{14}^* = (0 \ 1 \ 64 \ 0 \ m_5 \ m_6)$	$T_1, T_3, T_5$	Off	Kosong	Sebagian
16.	$m_{15}^* = (0 \ 1 \ m_3 \ m_4 \ 0 \ 311.5)$	$T_1, T_3, T_5$	Off	Sebagian	Penuh
17.	$m_{16}^* = (0 \ 1 \ 0 \ 64 \ 0 \ 311.5)$	$T_1, T_5$	Off	Penuh	Penuh
18.	$m_{17}^* = (0 \ 1 \ 64 \ 0 \ 0 \ 311.5)$	$T_1, T_3, T_5$	Of	Kosong	Penuh

#### 4.4 Contoh Kasus Model Instalasi Pengolahan Air Bersih Dengan Hybrid Petri Net Berwaktu

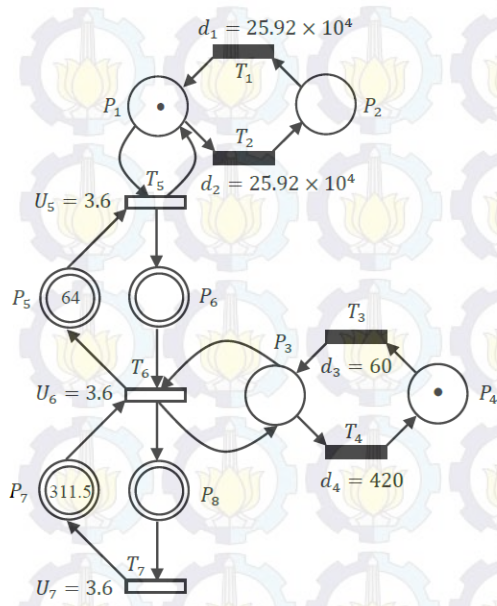
Pada bagian ini akan diberikan contoh kasus dengan debit air 30 liter/detik dan 60 liter/detik. Debit 30 liter/detik merupakan debit minimal yang dapat digunakan untuk dapat mengolah air baku menjadi air bersih. Sedangkan debit 60 liter/detik merupakan debit air yang memang telah diperhitungkan dan sesuai dengan kapasitas IPA. Berdasarkan data yang diperoleh dari PDAM Kota Tarakan, rata-rata air bersih yang dihasilkan setiap hari di IPA Kampung Bugis adalah sebesar 91.17 liter/detik. Air bersih yang dihasilkan tersebut berasal dari dua IPA, yaitu IPA konvensional dan IPA paket fiber yang masing-masing memiliki kapasitas produksi sebesar 60 liter/detik. Oleh karena itu, karena IPA memiliki kapasitas produksi

yang sama maka diasumsikan masing-masing IPA menghasilkan air bersih sebanyak 45.585 liter/detik atau 3938.544 m<sup>3</sup>/hari.

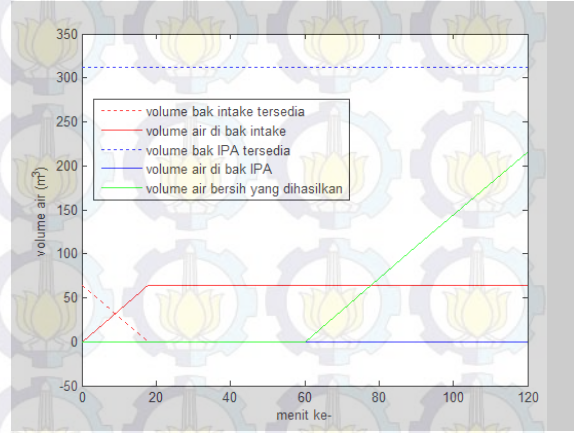
##### 4.4.1 Debit Sungai 60 Liter/Detik

Dalam kondisi pompa *off* maka air di bak *intake* akan terisi penuh sebelum pompa menjadi *on* karena untuk mengisi penuh bak *intake* hanya dibutuhkan waktu sekitar 17-18 menit, sedangkan pompa baru akan *on* setelah menit ke 60. Setelah menit ke 60 pompa menjadi *on* sehingga transisi  $T_4$  menjadi *enable*. Kemudian transisi  $T_3$ ,  $T_4$ , dan  $T_5$  dapat di*fire* bersamaan selama 420 menit. Air yang dapat dihasilkan saat menit ke 480 adalah sebanyak 1512 m<sup>3</sup>. Pada menit ke 480 pompa menjadi *off* dan di bak *intake* masih terdapat air sebanyak 64 m<sup>3</sup>. Kejadian ini berulang terus menerus selama 24 jam. Total air bersih yang dihasilkan selama 24 jam adalah 4536 m<sup>3</sup>.





Gambar 7. HPN Berwaktu IPA dengan Debit Sungai 60 liter/detik

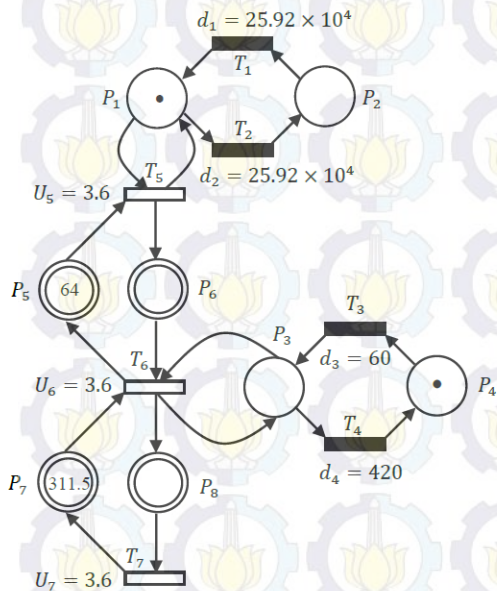


Gambar 8. Grafik Simulasi IPA dengan Debit Sungai 60 liter/detik

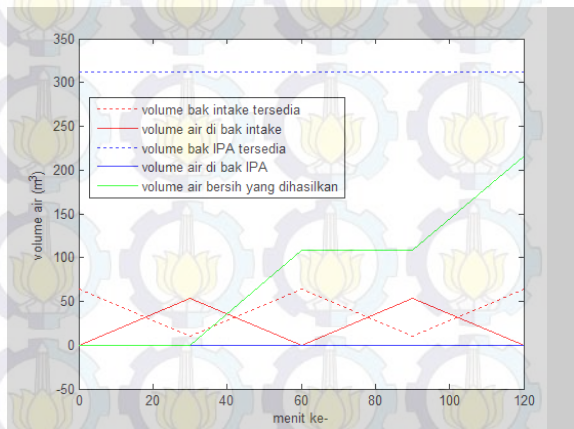
#### 4.4.2 Debit Sungai 30 Liter/Detik

Pada keadaan awal pompa dalam keadaan *off*, sehingga terjadi pengisian bak *intake* sebanyak 54

$m^3$  selama 30 menit. Kemudian lamanya pompa di bak *intake* bekerja adalah 30 menit. Diperoleh 108  $m^3$  selama total waktu 60 menit, sehingga dalam 24 jam diperoleh air sebanyak 2592  $m^3$ .



Gambar 9. HPN Berwaktu IPA dengan Debit Sungai 30 liter/detik



Gambar 10. Grafik Simulasi IPA dengan Debit Sungai 30 liter/detik



## 5. KESIMPULAN DAN SARAN

### 5.1 Kesimpulan

Berikut ini merupakan kesimpulan yang diperoleh berdasarkan penelitian yang telah dilakukan.

1. Model *hybrid Petri net* dari instalasi pengolahan air terdiri dari 20 *place* yang terdiri dari 14 transisi. Himpunan *place* terdiri dari 6 *place* diskrit dan 14 *place* kontinu. Himpunan transisi terdiri dari 6 transisi diskrit dan 8 transisi kontinu.
2. Penyederhanaan model *hybrid Petri net* dari instalasi pengolahan air terdiri dari 6 *place* dan 5 transisi. Himpunan *place* terdiri dari 2 *place* diskrit dan 4 *place* kontinu. Himpunan transisi terdiri dari 2 transisi diskrit dan 3 transisi kontinu.
3. Berdasarkan analisis makro *marking* terdapat delapan belas keadaan yang mungkin terjadi. Namun, keadaan yang mungkin terjadi sebenarnya masih banyak karena analisis makro *marking* dilakukan pada model yang telah disederhanakan.
4. Pada contoh kasus dengan debit sungai 60 liter/detik dihasilkan air bersih sebanyak 4536 m<sup>3</sup> selama 24 jam, dengan 21 jam waktu instalasi pengolahan air beroperasi dan 3 jam waktu instalasi pengolahan air berhenti beroperasi.
5. Pada contoh kasus dengan debit sungai 30 liter/detik dihasilkan air bersih sebanyak 2592 m<sup>3</sup> selama 24 jam, dengan 12 jam waktu instalasi pengolahan air beroperasi dan 12 jam waktu instalasi pengolahan air berhenti beroperasi.

### 5.2 Saran

Berikut ini merupakan saran yang dapat digunakan sebagai bahan penyempurnaan penelitian ini dan untuk penelitian selanjutnya.

1. Pada penelitian ini dilakukan penyederhanaan model, sehingga untuk analisis makro *marking* belum dapat menjelaskan secara keseluruhan kondisi yang mungkin terjadi di lapangan. Pada penelitian selanjutnya dapat dibuat suatu program yang dapat menganalisis makro *marking* untuk *hybrid Petri net* yang memuat banyak *place* dan transisi.
2. Debit air sungai dan debit air di bak pengolahan yang digunakan pada contoh kasus bernilai konstan. Pada keadaan sebenarnya, debit air tidaklah konstan. Debit air sungai selalu berubah-ubah, begitu juga debit air di bak pengolahan. Debit air di bak flokulator misalnya, akan terjadi perlambatan jika kualitas air baku kurang baik dan menghasilkan banyak flok air.

3. Pada penelitian selanjutnya dapat dipertimbangkan penggunaan *inhibitor arc* yang dapat membuat suatu transisi menjadi *enable* justru ketika tidak terdapat *marking* di *place input* dari transisi tersebut. *Inhibitor arc* ini dapat digunakan pada bak *intake* dan bak *ground reservoir* yang terdapat pompa di dalamnya. Sehingga jika ditambahkan *inhibitor arc*, pompa akan otomatis *off* jika tidak terdapat air pada bak-bak tersebut.

## 6. DAFTAR PUSTAKA

- Arifiani, N. F., Hadiwidodo, M. (2007), "Evaluasi Desain Instalasi Pengolahan Air Pdam Ibu Kota Kecamatan Prambanan Kabupaten Klaten", *Jurnal Presipitasi*, Vol. 3.2, No. 2, Hal. 78-85.
- David, R., Alla, H., (2010), *Discrete, Continuous, And Hybrid Petri Nets*, 2<sup>nd</sup> edition, Springer, Berlin.
- Ghomri, L., Alla, H. (2007), "Modeling And Analysis Using Hybrid Petri Nets", *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*, Vol. 1, No. 2, Hal. 141-153.
- Gudino-Mendoza, B., Lopez-Mellado, E., Alla, H. (2011), "Modeling And Simulation Of Water Distribution Systems Using Timed Hybrid Petri Nets", *Simulation-Transactions of the Society Modeling and Simulation International*, Vol. 1.00, Hal 1-19.
- Kania, D. (2009), *Pengantar Pengolahan Air*, Bahan Kuliah: Rekayasa Lingkungan, ITB, Bandung.
- Mostafa, K. S., Bahareh, G., Elahe, D., Pegah, D. (2015), "Optimization Of Conventional Water Treatment Plant Using Dynamic Programming", *Toxicology And Industrial Health*, Vol. 31, No. 12, Hal. 1078-1086.
- Subiono, (2015), *Aljabar Min-Max Plus dan Terapannya*, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.
- Vipriyanti, Y., Suprpto, H., (2013), "Perencanaan Bangunan Pengolahan Air Pejompongan II Dengan Metode Konvensional", *Prosiding PESAT*, Vol. 5, Hal. 26-33.
- Wu, E. M. Y., (2013), *Optimal Design Of The Water Treatment Plants*, Intech Open Access Publisher.



# Modeling Water Treatment Plant Using Continuous Petri Nets

Deny Murdianto<sup>1\*</sup>, Dieky Adzkiya<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Magister Student of Department of Mathematics, Faculty of Mathematics and Natural Science, Sepuluh Nopember Institute of Technology, Surabaya, Indonesia

<sup>2</sup> Department of Mathematics, Faculty of Mathematics and Natural Science, Sepuluh Nopember Institute of Technology, Surabaya, Indonesia

\* Corresponding authors: [denymurdianto@gmail.com]

**Abstract** – This article constructs a model of a water treatment plant using continuous Petri net. Then the obtained continuous Petri net is simulated according its semantics. Finally, by using the previous simulation, we can calculate the time needed to meet the capacity of the water in the reservoir unit.

## 1. INTRODUCTION

Research on the water treatment plant has been done by several researchers in different place, including [7] in PDAM district of Prambanan, Klaten and [2] in PDAM Ngagel II, Surabaya which evaluates the performance of the water treatment plant. Performance evaluation of the building unit at the water treatment plant is done by comparing the field conditions with water quality parameters and performance parameters of water treatment plant [2]. The considered parameters are odor, turbidity, color, iron, and manganese [7]. Optimization theory is used for research in water treatment plants by [6] and [3]. The authors of [6] minimize the annual cost of water treatment plant using dynamic programming. On the other hand, [3] applies system analysis to the design of water treatment systems based on the concept and practice of optimization theory.

To the best of our knowledge, no one has modeled the water treatment plant using continuous Petri nets. Continuous Petri nets are effectively used to model discrete event systems with continuous state space. Some researchers have compared several modeling frame works of discrete and continuous Petri nets, for example, [4] models the irrigation canal networks. Another studies using continuous Petri nets approach are manufacturing systems [8], metabolic systems [10], traffic urban networks [1], and traffic systems [5]. This article constructs a model of a water treatment plant using continuous Petri nets. In the next study, we will analyze the obtained model.

## 2. METHODS

### 2.1 Water Treatment

In general, water treatment consists of three processes, namely the processing of physics, chemistry, and biology. Physical and chemical processing in water supply processes consisting of several buildings as follows.

➤ Intake structure

The intake structure serves as the first building for entry of water from the water source (usually taken from the river).

➤ Main building

These buildings usually consist of four parts: coagulation unit, flocculation unit, sedimentation unit, and filtration unit.

- Coagulation

The coagulation process is carried out via the destabilization process of colloidal particles with rapid mixing.

- Flocculation

This unit is intended to form and enlarge floc. Technically this is done by stirring slowly (slow mixing)

- Sedimentation

This unit serves to precipitate colloidal particles having triplets as results obtained from the previous unit. This unit uses the principle of specific gravity.

- Filtration



Filtration unit is used to filter using a granular media. An additional process is usually carried out in the form of the addition of chlorine disinfection, ozonation, UV, and others before entering into the reservoir.

➤ Reservoir

From the main buildings the clear water is obtained. The reservoir serves as a temporary shelter for clean water before it is distributed through pipes by gravity.

A combination units of water treatment is called water treatment plant.

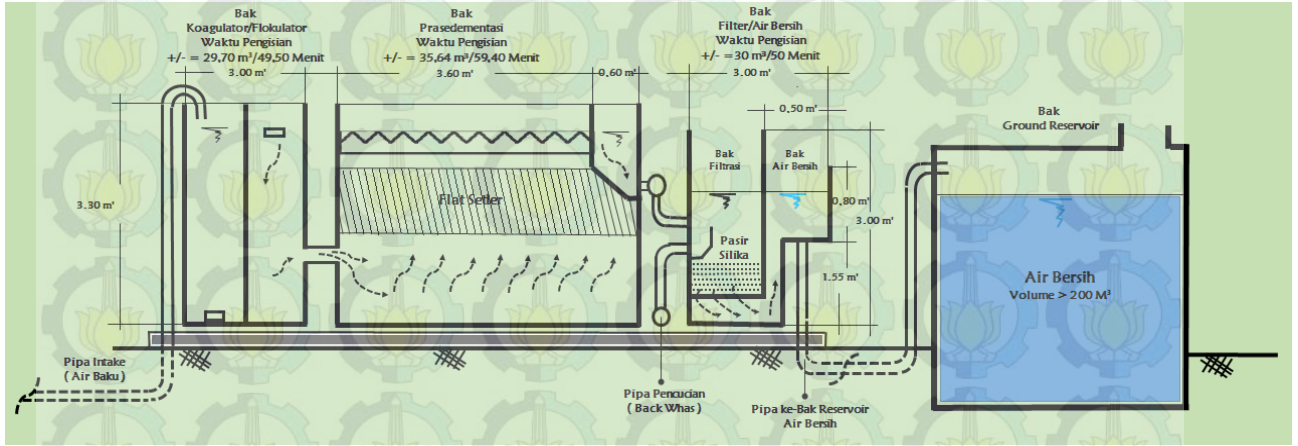


Figure 1 (Chart hydrolysis of water treatment plant)

## 2.2 Continuous Petri Nets

A marked autonomous continuous Petri net is a 5-uple  $R = \langle P, T, Pre, Post, \mathbf{m}_0 \rangle$  such that:

$P = \{P_1, P_2, \dots, P_n\}$  is a finite, non empty, set of places ;

$T = \{T_1, T_2, \dots, T_n\}$  is a finite, non empty, set of transitions;

$P \cap T = \emptyset$ , i.e. the sets  $P$  and  $T$  are disjointed;

$Pre: P \times T \rightarrow Q_+$  is the input incidence application;

$Post: P \times T \rightarrow Q_+$  is the output incidence application;

$\mathbf{m}_0: P \rightarrow R_+$  is the initial marking.

$Pre(P_i, T_j)$  is the weight of the arc  $P_i \rightarrow T_j$ : positive rational number if the arc exists and 0 if not. Similarly,  $Post(P_i, T_j)$  is the weight of the arc  $T_j \rightarrow P_i$ . A place is defined as a real number since it may change continuously. As for a discrete PN,  $R = \langle Q, \mathbf{m}_0 \rangle$  where  $Q = \langle P, T, Pre, Post \rangle$  represents the unmarked PN. In order to differentiate with the discrete PN, in a continuous PN, places and transitions are represented by a double line.

In a continuous Petri net, the **enabling degree** of transition  $T_j$  for making  $\mathbf{m}$ , denoted by  $q$  or  $q(T_j, \mathbf{m})$  is the real number  $q$  such that

$$q = \min_{i: P_i \in {}^c T_j} \left( \frac{m(P_i)}{Pre(P_i, T_j)} \right)$$

If  $q > 0$ , transition  $T_j$  is enabled; it is said to be **q-enabled**.

## 3. RESULTS AND DISCUSSION

Based on figure 1, we construct a continuous Petri net as follows.

$T_1$ : the source water is pumped into the intake structure

$T_2$ : the water goes into the coagulation and flocculation unit

$T_3$ : the water goes into the sedimentation unit

$T_4$ : the water goes into the filtration unit

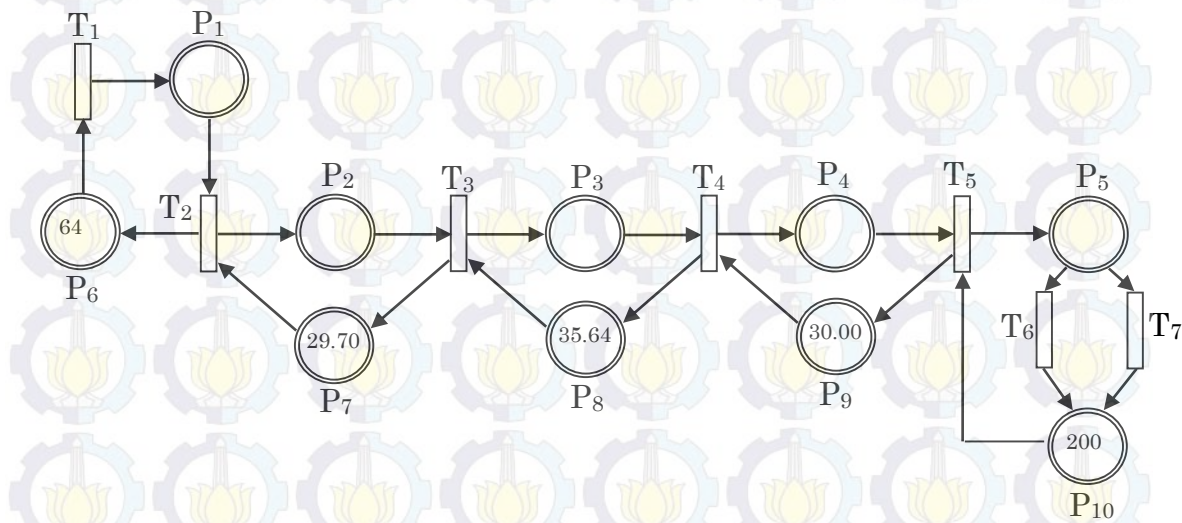
$T_5$ : the water goes into the ground reservoir

$T_6$ : the water goes into the elevated reservoir

$T_7$ : the water distributed using gravity



- $P_1$ : the amount of water in the intake structure
- $P_2$ : the amount of water in the coagulation and flocculation unit
- $P_3$ : the amount of water in the sedimentation unit
- $P_4$ : the amount of water in the filtration unit
- $P_5$ : the amount of water in the ground reservoir
- $P_6$ : the maximum volume of intake structure
- $P_7$ : the maximum volume of coagulation and flocculation unit
- $P_8$ : the maximum volume of sedimentation unit
- $P_9$ : the maximum volume of filtration unit
- $P_{10}$ : the maximum volume of ground reservoir



**Figure 2 (Continuous Petri net of water treatment plant)**

➤ Enable

$T_1$  is always enabled because any water available in the river can be pumped into the intake structure, but there are certain limits for the capacity of the intake structure ( $P_6$ ). So that when the water in the intake structure ( $P_1$ ) is full, characterized by the loss of marking on  $P_6$ , then  $T_1$  becomes disabled (not enabled).

$T_2$  enabled if the available water in the intake and the available capacity in units of coagulation and flocculation, i.e.  $P_1$  and  $P_7$  are marked.  $T_2$  is not enabled when there is no water in the intake or the maximum volume of coagulation and flocculation units is fulfilled, i.e.  $P_1$  or  $P_7$  is unmarked. A similar argument can be applied for  $T_3$ ,  $T_4$  and  $T_5$ .

$T_6$  and  $T_7$  is enabled if there is available water in the ground reservoir, i.e.  $P_5$  is marked.  $T_6$  and  $T_7$  is not enabled, if there is no water in the ground water reservoir, i.e.  $P_5$  is unmarked.

➤ State evolution

In the initial state, we assume all units of the water treatment plant are empty, so the only enabled transition is  $T_1$ . If  $T_1$  fired at the maximum, then the intake unit will be filled as much as  $64 \text{ m}^3$ . In this case,  $T_1$  becomes disabled and only  $T_2$  is enabled. If  $T_2$  is fired at the maximum, then as many as  $29.7 \text{ m}^3$  of water is being processed in the unit of coagulation and flocculation. Simultaneously reduced intake unit of  $29.7 \text{ m}^3$ , which means that the intake unit can be filled again as much as  $29.7 \text{ m}^3$ . If  $T_1$  and  $T_3$  simultaneously fire in a maximum, the unit will be fully charged intake  $64 \text{ m}^3$  and the sedimentation unit will be filled as much as  $29.7 \text{ m}^3$ . And so on so that the evolution of the situation if the firing is done at maximum is as follows.

**Table 1 (Marking of continuous Petri net)**

	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$P_5$	$P_6$	$P_7$	$P_8$	$P_9$	$P_{10}$	Enable
$\mathbf{m}_0$	0	0	0	0	0	64	29.7	35.64	30	200	$T_1$
$\mathbf{m}_1$	64	0	0	0	0	0	29.7	35.64	30	200	$T_2$



$m_2$	34.3	29.7	0	0	0	29.7	0	35.64	30	200	$T_1, T_3$
$m_3$	64	0	29.7	0	0	0	29.7	5.94	30	200	$T_2, T_4$
$m_4$	34.3	29.7	0	29.7	0	29.7	0	35.64	0.3	200	$T_1, T_3, T_5$
$m_5$	64	0	29.7	0	29.7	0	29.7	5.94	30	170.3	$T_2, T_4, T_6, T_7$
$m_6$	34.3	29.7	0	29.7	29.7	29.7	0	35.64	0.3	170.3	$T_1, T_3, T_5, T_6, T_7$
$m_7$	64	0	29.7	0	59.4	0	29.7	5.94	30	140.6	$T_2, T_4, T_6, T_7$
$m_8$	34.3	29.7	0	29.7	59.4	29.7	0	35.64	0.3	140.6	$T_1, T_3, T_5, T_6, T_7$
$m_9$	64	0	29.7	0	89.1	0	29.7	5.94	30	110.9	$T_2, T_4, T_6, T_7$
$m_{10}$	34.3	29.7	0	29.7	89.1	29.7	0	35.64	0.3	110.9	$T_1, T_3, T_5, T_6, T_7$
$m_{11}$	64	0	29.7	0	118.8	0	29.7	5.94	30	81.2	$T_2, T_4, T_6, T_7$
$m_{12}$	34.3	29.7	0	29.7	118.8	29.7	0	35.64	0.3	81.2	$T_1, T_3, T_5, T_6, T_7$
$m_{13}$	64	0	29.7	0	148.5	0	29.7	5.94	30	51.5	$T_2, T_4, T_6, T_7$
$m_{14}$	34.3	29.7	0	29.7	148.5	29.7	0	35.64	0.3	51.5	$T_1, T_3, T_5, T_6, T_7$
$m_{15}$	64	0	29.7	0	178.2	0	29.7	5.94	30	21.8	$T_2, T_4, T_6, T_7$
$m_{16}$	34.3	29.7	0	29.7	178.2	29.7	0	35.64	0.3	21.8	$T_1, T_3, T_5, T_6, T_7$
$m_{17}$	64	0	29.7	7.9	200	0	29.7	5.94	22.1	0	$T_2, T_4, T_6, T_7$

#### 4. CONCLUSIONS

After the firing  $T_1, T_2, T_3, T_4$ , dan  $T_5$  at maximum enabling degree according to the table 1, it can be concluded that the reservoir available for a maximum of 200 m<sup>3</sup> when the  $m_{17}$ , which is in the process of processing to seventeen times and assuming that  $T_6$  and  $T_7$  are not fired until  $m_{17}$  reached.  $T_6$  and  $T_7$  are not fired, meaning water that has been obtained and is available on the ground reservoir is not pumped into elevated reservoir and pipes are not directly distributed to customers.

#### 5. REFERENCES

1. C. Tolba, D. Lefebvre, P. Thomas, A. El Moudni, 2001, **Continuous Petri Nets Models For The Analysis Of Traffic Urban Networks**, *IEEE International Conference on Systems Man and Cybernetics*, **2**.
2. D. K. Herlambang, 2010, **Evaluasi Kinerja Instalasi Pengolahan Air Minum PDAM Surabaya (Studi Kasus: PDAM Ngagel II Surabaya)**, *Tugas Akhir, Jurusan Teknik Lingkungan FTSP-ITS*.
3. E. Ming-Yang Wu, 2013, **Optimal Design of The Water Treatment Plants**, INTECH Open Access Publisher.
4. G. Corrigan, A. Giua, G. Usai, 1997, **Petri Net Modeling of Irrigation Canal Networks**, Proc. Int. Work. On Regulation of Irrigation Canals.
5. J. Julvez, R. K. Boel, 2010, *IEEE Transactions on System, Man and Cybernetics, Part A: Systems and Humans*, **40.4**, 686-697.
6. K. S. Mostafa, G. Bahareh, D. Elahe, D. Pegah, 2013, *Toxicology and Industrial Health*, 1-9.
7. N. F. Arifiani, M. Hadiwidodo, 2007, *Jurnal Presipitasi*, **3.2**, 78-85.
8. N. Zerhouni, H. Alla, 1990, **Dynamic Analysis of Manufacturing Systems using Continuous Petri Net**, Proceedings of The IEEE International Conference on Robotics and Automation, IEEE.
9. R. David, H. Alla, 2005, **Discrete, Continuous, and Hybrid Petri Nets**, Springer, Berlin.
10. R. Ross-Leon, A. Ramirez-Trevino, J. A. Morales, J. Ruiz-Leon, 2010, **Control of Metabolic Systems Modeled with Timed Continuous Petri Nets**, ACSD/Petri Nets Workshop, **827**.