



THESIS - SS142501

**FORECASTING THE AMOUNT OF FOREIGN  
TOURIST TRAVELERS TO INDONESIA BY  
ENTRANCE GUIDE USING *SINGULAR SPECTRUM  
ANALYSIS* AND ARIMA**

AGUSTINUS ANGELAUS ETE  
NRP. 1315 201 007

SUPERVISOR :  
Dr. Agus Suharsono, M.S.  
Dr. Suhartono, M.Sc.

MAGISTER PROGRAM  
DEPARTMENT OF STATISTICS  
FACULTY OF MATHEMATICS AND SCIENCE  
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER  
SURABAYA  
2017



THESIS - SS142501

**FORECASTING THE AMOUNT OF FOREIGN  
TOURIST TRAVELERS TO INDONESIA BY  
ENTRANCE GUIDE USING *SINGULAR SPECTRUM  
ANALYSIS* AND ARIMA**

AGUSTINUS ANGELAUS ETE  
NRP. 1315 201 007

SUPERVISOR :  
Dr. Agus Suharsono, M.S.  
Dr. Suhartono, M.Sc.

MAGISTER PROGRAM  
DEPARTMENT OF STATISTICS  
FACULTY OF MATHEMATICS AND SCIENCE  
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER  
SURABAYA  
2017

**PERAMALAN JUMLAH KEDATANGAN WISATAWAN  
MANCANEgara KE INDONESIA MENURUT PINTU  
MASUK MENGGUNAKAN *SINGULAR SPECTRUM ANALYSIS*  
DAN ARIMA**

Tesis ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar  
Magister Sains (M.Si.)

di

Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Oleh:

**AGUSTINUS ANGELAUS ETE**

**NRP. 1315 201 007**

Tanggal Ujian : 22 Februari 2017

Periode Wisuda : September 2017

Disetujui Oleh :



1. Dr. Agus Suharsono, M.S.  
NIP. 19580823 198403 1 003

(Pembimbing I)



2. Dr. Suhartono, M.Sc.  
NIP. 19710929 199512 1 001

(Pembimbing II)



3. Dr. Muhammad Mashuri, M.T.  
NIP. 19620408 198701 1 001

(Penguji)



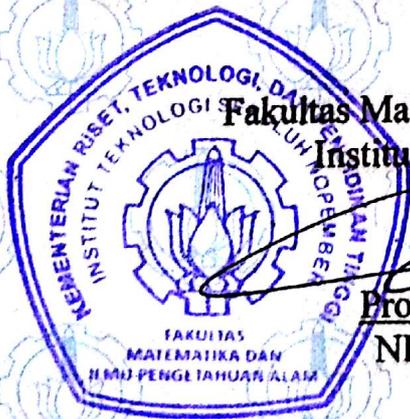
4. R. Mohamad Atok, S.Si., M.Si., Ph.D.  
NIP. 19710915 199702 1 001

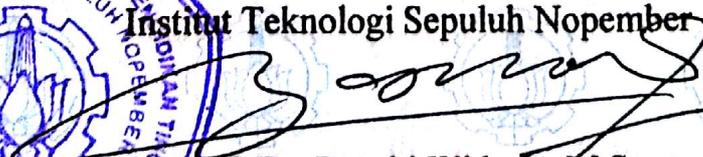
(Penguji)

Dekan

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Institut Teknologi Sepuluh Nopember



  
Prof. Dr. Basuki Widodo, M.Sc  
NIP. 19650605 198903 1 002

# PERAMALAN JUMLAH KEDATANGAN WISATAWAN ASING MANCANEGERA KE INDONESIA MENURUT PINTU MASUK MENGGUNAKAN *SINGULAR SPECTRUM ANALYSIS* DAN ARIMA

Nama Mahasiswa : Agustinus Angelus Ete  
NRP : 1315 201 007  
Pembimbing : Dr. Agus Suharsono, M.S.  
Co-Pembimbing : Dr. Suhartono, M.Sc.

## ABSTRAK

*Singular Spectrum Analysis* (SSA) adalah teknik analisis deret waktu nonparametrik yang digunakan untuk peramalan. SSA bertujuan untuk mendekomposisi deret waktu asli menjadi suatu penjumlahan dari sejumlah kecil komponen yang dapat diinterpretasikan seperti *trend* yang bervariasi dengan lambat, komponen *oscillatory*, dan *noise*. Tujuan dari penelitian ini adalah memahami cara kerja metode SSA pada peramalan jumlah kedatangan wisatawan mancanegara ke Indonesia melalui lima pintu masuk. Hasil peramalan yang diperoleh dengan menggunakan metode SSA akan dibandingkan dengan metode ARIMA untuk menilai keunggulannya. Data jumlah kedatangan wisatawan mancanegara mengandung karakteristik musiman sehingga baik metode SSA maupun ARIMA dapat digunakan untuk melakukan peramalan pada data tersebut. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data jumlah kedatangan wisatawan mancanegara ke Indonesia melalui lima pintu masuk pada periode Januari 1996 sampai Agustus 2016. Tingkat akurasi peramalan yang dihasilkan oleh setiap metode peramalan diukur dengan kriteria *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE). Hasil penelitian menunjukkan bahwa metode SSA merupakan metode peramalan terbaik pada peramalan jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Bandar Udara Ngurah Rai dengan rata-rata nilai MAPE sebesar 9,6%. Pada peramalan jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Bandar Udara Kualanam, metode ARIMA merupakan metode peramalan terbaik dengan rata-rata nilai MAPE sebesar 22,4%. Pada peramalan jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Bandar Udara Batam, metode ARIMA merupakan metode peramalan terbaik dengan rata-rata nilai MAPE sebesar 12,7%. Pada peramalan jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Bandar Udara Soekarno-Hatta, metode ARIMA merupakan metode peramalan terbaik dengan rata-rata nilai MAPE sebesar 10,5%. Pada peramalan jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Bandar Udara Juanda, metode ARIMA merupakan metode peramalan terbaik dengan rata-rata nilai MAPE sebesar 9,9%.

**Kata Kunci:** *Singular Spectrum Analysis, Trend, Oscillatory, Noise, ARIMA*

*(Halaman ini sengaja dikosongkan)*

# FORECASTING THE AMOUNT OF FOREIGN TOURIST TRAVELERS TO INDONESIA BY ENTRANCE GUIDE USING SINGULAR SPECTRUM ANALYSIS AND ARIMA

By : Agustinus Angelaus Ete  
Student Identity Number : 1315 201 007  
Supervisor : Dr. Agus Suharsono, M.S.  
Co-Supervisor : Dr. Suhartono, M.Sc.

## ABSTRACT

Singular Spectrum Analysis (SSA) is a nonparametric time series analysis technique used for forecasting. SSA aims to decompose the original time series into a summation of a small number of components that can be interpreted as varied trends with slow, oscillatory, and noise components. The purpose of this research is to understand how the SSA method of forecasting the number of foreign tourist arrivals to Indonesia through five entrances. The result of forecasting obtained by using SSA method will be compared with ARIMA method to assess its superiority. Data about the number of monthly foreign tourist arrivals contains seasonal characteristics so that both SSA and ARIMA methods can be used to forecast these data. The data used in this study is the data of the number of foreign tourist arrivals to Indonesia through five entrances in the period January 1996 to August 2016. The level of forecasting accuracy produced by each forecasting method is measured by the Mean Absolute Percentage Error (MAPE) criterion. The results showed that SSA method is the best forecasting method in forecasting the number of foreign tourist arrivals through Ngurah Rai Airport with an average MAPE value of 9.6%. In forecasting the number of foreign tourist arrivals through Kualanamu Airport, ARIMA method is the best forecasting method with an average MAPE value of 22.4%. In forecasting the number of foreign tourist arrivals through Batam Airport, ARIMA method is the best forecasting method with an average MAPE value of 12.7%. In forecasting the number of foreign tourist arrivals through Soekarno-Hatta Airport, ARIMA method is the best forecasting method with an average MAPE value of 10.5%. In forecasting the number of foreign tourist arrivals through Juanda Airport, ARIMA method is the best forecasting method with an average MAPE value of 9.9%.

**Keywords:** *Singular Spectrum Analysis, Trend, Oscillatory, Noise, ARIMA*

*(Halaman ini sengaja dikosongkan)*

## KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan kehadapan Tuhan Yang Maha Esa atas berkat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan Tesis yang berjudul **“PERAMALAN JUMLAH KEDATANGAN WISATAWAN MANCANEGARA KE INDONESIA MENURUT PINTU MASUK MENGGUNAKAN *SINGULAR SPECTRUM ANALYSIS* DAN ARIMA”**.

Penulis menyadari bahwa Tesis ini tidak akan terselesaikan dengan baik tanpa bimbingan, arahan serta bantuan dari berbagai pihak yang telah meluangkan waktu dalam penyusunan Tesis ini baik secara langsung maupun secara tidak langsung. Dalam kesempatan ini, penulis menyampaikan terima kasih kepada:

1. Bapak Dr. Suhartono, M.Sc. selaku Ketua Jurusan Statistika FMIPA Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
2. Bapak Dr. Agus Suharsono, M.S. selaku dosen pembimbing I, yang telah bersedia memberikan bimbingan serta saran dalam menyempurnakan Tesis ini.
3. Bapak Dr. Suhartono, M.Sc. selaku dosen pembimbing II, yang telah bersedia memberikan bimbingan serta saran dalam menyempurnakan Tesis ini.
4. Bapak Dr. Muhammad Mashuri, M.T. dan Bapak R. Mohamad Atok, S.Si., M.Si., Ph.D. selaku dosen penguji yang telah banyak memberikan saran dan masukan bagi penulis.
5. Kedua Orang Tua yang senantiasa memberikan dukungan, semangat, doa, dan selalu memfasilitasi segala kebutuhan penulis.
6. Keempat Adik tersayang yang selalu menghibur dan memberikan dukungan serta doa.
7. Teman-teman mahasiswa Pasca Sarjana Statistika yang telah memberikan dukungan, semangat, dan doa.
8. Serta semua pihak yang turut membantu penyelesaian Tesis ini, yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Penulis menyadari sepenuhnya bahwa dalam penulisan Tesis ini masih banyak terdapat kesalahan dan kekurangan yang disebabkan karena keterbatasan

kemampuan dan pengalaman penulis. Semoga Tesis ini dapat bermanfaat bagi pihak-pihak yang berkepentingan.

Surabaya, Juli 2017

Penulis

## DAFTAR ISI

	Halaman
<b>HALAMAN JUDUL</b> .....	i
<b>ABSTRAK</b> .....	iii
<b>ABSTRACT</b> .....	v
<b>KATA PENGANTAR</b> .....	vii
<b>DAFTAR ISI</b> .....	ix
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	xiii
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	xvii
<b>DAFTAR LAMPIRAN</b> .....	xxiii
<b>DAFTAR NOTASI</b> .....	xxvii
<b>BAB 1 PENDAHULUAN</b> .....	1
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Perumusan Masalah .....	6
1.3 Tujuan Penelitian .....	7
1.4 Manfaat Penelitian .....	7
1.5 Batasan Masalah Penelitian .....	7
<b>BAB 2 TINJAUAN PUSTAKA</b> .....	9
2.1 Peramalan.....	9
2.2 <i>Singular Spectrum Analysis</i> .....	11
2.3 Periodogram.....	14
2.4 Deret yang Stasioner.....	15
2.5 <i>Amplitude- Modulated Periodicities</i> .....	17
2.6 <i>Trends</i> .....	17
2.7 Kemampuan Metode Dasar SSA .....	18
2.8 Keterpisahan .....	19
2.9 Pemilihan Parameter SSA.....	23

2.10 Teknik Tambahan SSA .....	34
2.11 Algoritma Peramalan SSA .....	39
2.12 <i>LRF</i> , Deret Waktu dengan <i>Rank</i> Berhingga dan Akar.....	44
2.13 Interval Kepercayaan Bootstrap.....	46
2.14 Metode ESPRIT .....	46
2.15 Model ARIMA .....	47
2.16 Wisatawan Mancanegara .....	56
<b>BAB 3 METODE PENELITIAN</b> .....	59
3.1 Sumber Data dan Variabel Penelitian .....	59
3.2 Tahapan Penelitian.....	59
<b>BAB 4 ANALISIS DAN PEMBAHASAN</b> .....	65
4.1 Permodelan Data Simulasi Menggunakan SSA .....	65
4.2 Gambaran Umum Kedatangan Wisatawan Mancanegara ke Indonesia.....	76
4.3 Peramalan Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Ngurah Rai Menggunakan Metode SSA .....	82
4.4 Peramalan Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Ngurah Rai Menggunakan Metode ARIMA .....	93
4.5 Peramalan Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Kualanamu Menggunakan Metode SSA .....	103
4.6 Peramalan Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Kualanamu Menggunakan Metode ARIMA .....	112
4.7 Peramalan Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Batam Menggunakan Metode SSA .....	122
4.8 Peramalan Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Batam Menggunakan Metode ARIMA .....	132
4.9 Peramalan Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Soekarno-Hatta Menggunakan Metode SSA.....	142
4.10 Peramalan Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Soekarno-Hatta Menggunakan Metode ARIMA...	152

4.11 Peramalan Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Juanda Menggunakan Metode SSA.....	160
4.12 Peramalan Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Juanda Menggunakan Metode ARIMA.....	170
4.13 Perbandingan Hasil Ramalan Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Ngurah Rai .....	178
4.14 Perbandingan Hasil Ramalan Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Kualanamu.....	181
4.15 Perbandingan Hasil Ramalan Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Batam.....	184
4.16 Perbandingan Hasil Ramalan Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Soekarno-Hatta.....	186
4.17 Perbandingan Hasil Ramalan Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Juanda.....	189
<b>BAB 5 KESIMPULAN DAN SARAN</b> .....	193
5.1 Kesimpulan .....	193
5.2 Saran .....	194
<b>DAFTAR PUSTAKA</b> .....	195
<b>LAMPIRAN</b> .....	199

*(Halaman ini sengaja dikosongkan)*

## DAFTAR TABEL

		Halaman
Tabel 1.1	<i>Simple Methods</i> .....	2
Tabel 2.1	Struktur ACF dan PACF pada Model ARIMA ( $p,d,q$ ) .....	51
Tabel 2.2	Struktur ACF dan PACF pada Model ARIMA ( $P,D,Q$ ) <sup>s</sup> ....	52
Tabel 4.1	<i>Eigentriple</i> yang Berhubungan dengan <i>Seasonality</i> .....	69
Tabel 4.2	Hasil Peramalan Berulang SSA untuk Komponen <i>Trend</i> dan <i>Seasonality</i> .....	75
Tabel 4.3	Gambaran Umum Kedatangan Wisatawan Mancanegara ke Indonesia.....	76
Tabel 4.4	<i>Eigentriple</i> yang Berhubungan dengan <i>Seasonality</i> .....	86
Tabel 4.5	<i>Eigentriple</i> dan Komponen yang Terkait .....	87
Tabel 4.6	Hasil Peramalan Berulang SSA untuk Komponen <i>Trend</i> dan <i>Seasonality</i> .....	92
Tabel 4.7	Hasil Estimasi Parameter dari Model ARIMA Sementara..	97
Tabel 4.8	Hasil Pengujian Signifikansi Parameter dari Model ARIMA Sementara .....	98
Tabel 4.9	Hasil Pengujian Asumsi <i>White Noise</i> dari Model ARIMA Sementara .....	98
Tabel 4.10	Hasil Pengujian Asumsi Normalitas dari Model ARIMA Sementara .....	98
Tabel 4.11	Hasil Deteksi <i>Outlier</i> pada Data Hasil Transformasi .....	99
Tabel 4.12	Hasil Estimasi Parameter dari Model ARIMA Sementara dengan Melibatkan 2 <i>Outlier</i> .....	100
Tabel 4.13	Hasil Pengujian Asumsi <i>White Noise</i> dan Asumsi Normalitas dari Model ARIMA Sementara dengan Melibatkan 2 <i>Outlier</i> .....	100

Tabel 4.14	Hasil Peramalan Data <i>Out-Sample</i> Menggunakan Model ARIMA (0,1,1)(0,1,1) <sup>12</sup> .....	102
Tabel 4.15	<i>Eigentriple</i> yang Berhubungan dengan <i>Seasonality</i> .....	106
Tabel 4.16	Hasil Peramalan Berulang SSA untuk Komponen <i>Trend</i> dan <i>Seasonality</i> .....	111
Tabel 4.17	Hasil Estimasi Parameter dari Model ARIMA (0,1,1)(0,1,1) <sup>12</sup> .....	117
Tabel 4.18	Hasil Pengujian Signifikansi Parameter dari Model ARIMA (0,1,1)(0,1,1) <sup>12</sup> .....	117
Tabel 4.19	Hasil Pengujian Asumsi <i>White Noise</i> dari Model ARIMA (0,1,1)(0,1,1) <sup>12</sup> .....	117
Tabel 4.20	Hasil Pengujian Asumsi Normalitas dari Model ARIMA (0,1,1)(0,1,1) <sup>12</sup> .....	118
Tabel 4.21	Hasil Deteksi <i>Outlier</i> pada Data Hasil Transformasi .....	118
Tabel 4.22	Hasil Estimasi Parameter dari Model ARIMA (0,1,1)(0,1,1) <sup>12</sup> dengan Melibatkan 2 <i>Outlier</i> .....	119
Tabel 4.23	Hasil Pengujian Asumsi <i>White Noise</i> dan Asumsi Normalitas dari Model ARIMA (0,1,1)(0,1,1) <sup>12</sup> dengan Melibatkan 2 <i>Outlier</i> .....	119
Tabel 4.24	Hasil Peramalan Data <i>Out-Sample</i> Menggunakan model ARIMA (0,1,1)(0,1,1) <sup>12</sup> .....	121
Tabel 4.25	<i>Eigentriple</i> yang Berhubungan dengan <i>Seasonality</i> .....	126
Tabel 4.26	<i>Eigentriple</i> dan Komponen yang Terkait .....	126
Tabel 4.27	Hasil Peramalan Berulang SSA untuk Komponen <i>Trend</i> dan <i>Seasonality</i> .....	131
Tabel 4.28	Hasil Estimasi Parameter dari Model ARIMA (0,1,1)(1,1,1) <sup>12</sup> .....	137
Tabel 4.29	Hasil Pengujian Signifikansi Parameter dari Model ARIMA (0,1,1)(1,1,1) <sup>12</sup> .....	137
Tabel 4.30	Hasil Pengujian Asumsi <i>White Noise</i> dari Model ARIMA (0,1,1)(1,1,1) <sup>12</sup> .....	138

Tabel 4.31	Hasil Pengujian Asumsi Normalitas dari Model ARIMA (0,1,1)(1,1,1) <sup>12</sup> .....	138
Tabel 4.32	Hasil Deteksi <i>Outlier</i> pada Data Hasil Transformasi .....	138
Tabel 4.33	Hasil Estimasi Parameter Model ARIMA (0,1,1)(1,1,1) <sup>12</sup> dengan Melibatkan 3 <i>Outlier</i> .....	139
Tabel 4.34	Hasil Pengujian Asumsi <i>White Noise</i> dan Asumsi Normalitas dari Model ARIMA (0,1,1)(1,1,1) <sup>12</sup> dengan Melibatkan 3 <i>Outlier</i> .....	140
Tabel 4.35	Hasil Peramalan Data <i>Out-Sample</i> Menggunakan model ARIMA (0,1,1)(1,1,1) <sup>12</sup> .....	141
Tabel 4.36	<i>Eigentriple</i> yang Berhubungan dengan <i>Seasonality</i> .....	146
Tabel 4.37	<i>Eigentriple</i> dan Komponen yang Terkait .....	146
Tabel 4.38	Hasil Peramalan Berulang SSA untuk Komponen <i>Trend</i> dan <i>Seasonality</i> .....	151
Tabel 4.39	Hasil Estimasi Parameter dari Model ARIMA (0,1,[1,35])(1,1,1) <sup>12</sup> .....	157
Tabel 4.40	Hasil Pengujian Signifikansi Parameter dari Model ARIMA (0,1,[1,35])(1,1,1) <sup>12</sup> .....	157
Tabel 4.41	Hasil Pengujian Asumsi <i>White Noise</i> dari Model ARIMA (0,1,[1,35])(1,1,1) <sup>12</sup> .....	158
Tabel 4.42	Hasil Pengujian Asumsi Normalitas dari Model ARIMA (0,1,[1,35])(1,1,1) <sup>12</sup> .....	158
Tabel 4.43	Hasil Peramalan Data <i>Out-Sample</i> Menggunakan model ARIMA (0,1,[1,35])(1,1,1) <sup>12</sup> .....	159
Tabel 4.44	<i>Eigentriple</i> dan Komponen yang Terkait .....	164
Tabel 4.45	Hasil Peramalan Berulang SSA untuk Komponen <i>Trend</i> dan <i>Seasonality</i> .....	169
Tabel 4.46	Hasil Estimasi Parameter dari Model ARIMA ([1,2,35],1,0)(0,1,1) <sup>12</sup> .....	175

Tabel 4.47	Hasil Pengujian Signifikansi Parameter dari Model ARIMA $([1,2,35],1,0)(0,1,1)^{12}$ .....	175
Tabel 4.48	Hasil Pengujian Asumsi <i>White Noise</i> dari Model ARIMA $([1,2,35],1,0)(0,1,1)^{12}$ .....	176
Tabel 4.49	Hasil Pengujian Asumsi Normalitas dari Model ARIMA $([1,2,35],1,0)(0,1,1)^{12}$ .....	176
Tabel 4.50	Hasil Peramalan Data <i>Out-Sample</i> Menggunakan model ARIMA $([1,2,35],1,0)(0,1,1)^{12}$ .....	177
Tabel 4.51	Akurasi Ramalan Metode SSA dan Model ARIMA $(0,1,1)(0,1,1)^{12}$ pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Ngurah Rai .....	179
Tabel 4.52	Akurasi Ramalan Metode SSA dan Model ARIMA $(0,1,1)(0,1,1)^{12}$ pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Kualanamu .....	182
Tabel 4.53	Akurasi Ramalan Metode SSA dan Model ARIMA $(0,1,1)(1,1,1)^{12}$ pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Batam .....	184
Tabel 4.54	Akurasi Ramalan Metode SSA dan Model ARIMA $(0,1,[1,35])(1,1,1)^{12}$ pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Batam.....	187
Tabel 4.55	Akurasi Ramalan Metode SSA dan Model ARIMA $([1,2,35],1,0)(0,1,1)^{12}$ pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Batam.....	188

## DAFTAR GAMBAR

		Halaman
Gambar 4.1	Plot <i>Time Series</i> dari Data Simulasi .....	65
Gambar 4.2	Plot dari 50 Nilai <i>Singular</i> .....	67
Gambar 4.3	Plot dari Deret yang Direkonstruksi .....	68
Gambar 4.4	<i>Trend</i> yang Direkonstruksi .....	70
Gambar 4.5	<i>Seasonal</i> yang Direkonstruksi .....	71
Gambar 4.6	<i>Noise</i> yang Direkonstruksi .....	71
Gambar 4.7	Perbandingan Hasil Peramalan Menggunakan Metode SSA dengan Data Aktual pada Data Simulasi .....	75
Gambar 4.8	Boxplot Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Ngurah Rai.....	77
Gambar 4.9	Boxplot Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Kualanamu .....	77
Gambar 4.10	Boxplot Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Batam.....	78
Gambar 4.11	Boxplot Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Soekarno-Hatta .....	78
Gambar 4.12	Boxplot Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Juanda .....	78
Gambar 4.13	Diagram Deret Waktu Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Ngurah Rai .....	80
Gambar 4.14	Diagram Deret Waktu Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Kualanamu .....	80
Gambar 4.15	Diagram Deret Waktu Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Batam .....	80
Gambar 4.16	Diagram Deret Waktu Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Soekarno-Hatta.....	81

Gambar 4.17	Diagram Deret Waktu Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Juanda .....	81
Gambar 4.18	Plot dari 50 nilai <i>Singular</i> .....	84
Gambar 4.19	Plot dari Deret yang Direkonstruksi .....	85
Gambar 4.20	<i>Trend</i> yang Direkonstruksi .....	87
Gambar 4.21	<i>Seasonality</i> yang Direkonstruksi.....	88
Gambar 4.22	<i>Noise</i> yang Direkonstruksi.....	88
Gambar 4.23	Perbandingan Hasil Peramalan Menggunakan Metode SSA dengan Data Aktual pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Ngurah Rai.....	92
Gambar 4.24	Box-Cox Plot dari Data Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Ngurah Rai.....	93
Gambar 4.25	Box-Cox Plot dari Data Hasil Transformasi Akar pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Ngurah Rai .....	94
Gambar 4.26	Diagram ACF dari Data Hasil Transformasi .....	95
Gambar 4.27	Diagram ACF dari Data Hasil Transformasi dan <i>Differencing</i> Satu Non-musiman .....	95
Gambar 4.28	Diagram ACF dari Data Hasil Transformasi, <i>Differencing</i> Satu Non-musiman, dan <i>Differencing</i> Satu Musiman 12 ....	96
Gambar 4.29	Diagram PACF dari Data Hasil Transformasi, <i>Differencing</i> Satu Non-musiman, dan <i>Differencing</i> Satu Musiman 12 ....	96
Gambar 4.30	Perbandingan Hasil Peramalan Menggunakan Model ARIMA (0,1,1)(0,1,1) <sup>12</sup> dengan Data Aktual pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Ngurah Rai .....	102
Gambar 4.31	Plot dari 50 nilai <i>Singular</i> .....	104
Gambar 4.32	Plot dari Deret yang Direkonstruksi .....	105
Gambar 4.33	<i>Trend</i> yang Direkonstruksi .....	107

Gambar 4.34	<i>Seasonality</i> yang Direkonstruksi .....	107
Gambar 4.35	<i>Noise</i> yang Direkonstruksi .....	108
Gambar 4.36	Perbandingan Hasil Peramalan Menggunakan Metode SSA dengan Data Aktual pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Kualanamu .....	112
Gambar 4.37	Box-Cox Plot dari Data Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Kualanamu .....	113
Gambar 4.38	Box-Cox Plot dari Data Hasil Transformasi Logaritma Natural .....	113
Gambar 4.39	Diagram ACF dari Data Hasil Transformasi.....	114
Gambar 4.40	Diagram ACF dari Data Hasil Transformasi dan <i>Differencing</i> Satu Non-musiman.....	115
Gambar 4.41	Diagram ACF dari Data Hasil Transformasi, <i>Differencing</i> Satu Non-musiman, dan <i>Differencing</i> Satu Musiman 12....	115
Gambar 4.42	Diagram PACF dari Data Hasil Transformasi, <i>Differencing</i> Satu Non-musiman, dan <i>Differencing</i> Satu Musiman 12....	116
Gambar 4.43	Perbandingan Hasil Peramalan Menggunakan Model ARIMA (0,1,1)(0,1,1) <sup>12</sup> dengan Data Aktual pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Kualanamu .....	121
Gambar 4.44	Plot dari 50 nilai <i>Singular</i> .....	123
Gambar 4.45	Plot dari Deret yang Direkonstruksi.....	124
Gambar 4.46	<i>Trend</i> yang Direkonstruksi.....	127
Gambar 4.47	<i>Seasonality</i> yang Direkonstruksi .....	127
Gambar 4.48	<i>Noise</i> yang Direkonstruksi .....	128
Gambar 4.49	Perbandingan Hasil Peramalan Menggunakan Metode SSA dengan Data Aktual pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Batam ....	132
Gambar 4.50	Box-Cox Plot dari Data Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Batam .....	133

Gambar 4.51	Box-Cox Plot dari Data Hasil Transformasi Kebalikan .....	133
Gambar 4.52	Diagram ACF dari Data Hasil Transformasi .....	134
Gambar 4.53	Diagram ACF dari Data Hasil Transformasi dan <i>Differencing</i> Satu Non-musiman .....	135
Gambar 4.54	Diagram ACF dari Data Hasil Transformasi, <i>Differencing</i> Satu Non-musiman, dan <i>Differencing</i> Satu Musiman 12 ....	135
Gambar 4.55	Diagram PACF dari Data Hasil Transformasi, <i>Differencing</i> Satu Non-musiman, dan <i>Differencing</i> Satu Musiman 12 ....	136
Gambar 4.56	Perbandingan Hasil Peramalan Menggunakan Model ARIMA (0,1,1)(1,1,1) <sup>12</sup> dengan Data Aktual pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Batam .....	142
Gambar 4.57	Plot dari 50 nilai <i>Singular</i> .....	144
Gambar 4.58	Plot dari Deret yang Direkonstruksi .....	145
Gambar 4.59	<i>Trend</i> yang Direkonstruksi .....	147
Gambar 4.60	<i>Seasonality</i> yang Direkonstruksi.....	147
Gambar 4.61	<i>Noise</i> yang Direkonstruksi.....	148
Gambar 4.62	Perbandingan Hasil Peramalan Menggunakan Metode SSA dengan Data Aktual pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Soekarno-Hatta .....	152
Gambar 4.63	Box-Cox Plot dari Data Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Soekarno-Hatta .....	153
Gambar 4.64	Box-Cox Plot dari Data Hasil Transformasi Akar pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Soekarno-Hatta.....	153
Gambar 4.65	Diagram ACF dari Data Hasil Transformasi .....	154
Gambar 4.66	Diagram ACF dari Data Hasil Transformasi dan <i>Differencing</i> Satu Non-musiman .....	155

Gambar 4.67	Diagram ACF dari Data Hasil Transformasi, <i>Differencing</i> Satu Non-musiman, dan <i>Differencing</i> Satu Musiman 12....	155
Gambar 4.68	Diagram PACF dari Data Hasil Transformasi, <i>Differencing</i> Satu Non-musiman, dan <i>Differencing</i> Satu Musiman 12....	156
Gambar 4.69	Perbandingan Hasil Peramalan Menggunakan Model ARIMA (0,1,[1,35])(1,1,1) <sup>12</sup> dengan Data Aktual pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Soekarno-Hatta .....	160
Gambar 4.70	Plot dari 50 nilai <i>Singular</i> .....	162
Gambar 4.71	Plot dari Deret yang Direkonstruksi .....	163
Gambar 4.72	<i>Trend</i> yang Direkonstruksi .....	165
Gambar 4.73	<i>Seasonality</i> yang Direkonstruksi .....	165
Gambar 4.74	<i>Noise</i> yang Direkonstruksi .....	166
Gambar 4.75	Perbandingan Hasil Peramalan Menggunakan Metode SSA dengan Data Aktual pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Juanda ...	170
Gambar 4.76	Box-Cox Plot dari Data Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Juanda.....	171
Gambar 4.77	Box-Cox Plot dari Data Hasil Transformasi Akar pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Juanda .....	171
Gambar 4.78	Diagram ACF dari Data Hasil Transformasi.....	172
Gambar 4.79	Diagram ACF dari Data Hasil Transformasi dan <i>Differencing</i> Satu Non-musiman.....	173
Gambar 4.80	Diagram ACF dari Data Hasil Transformasi, <i>Differencing</i> Satu Non-musiman, dan <i>Differencing</i> Satu Musiman 12....	173
Gambar 4.81	Diagram PACF dari Data Hasil Transformasi, <i>Differencing</i> Satu Non-musiman, dan <i>Differencing</i> Satu Musiman 12....	174
Gambar 4.82	Perbandingan Hasil Peramalan Menggunakan Model ARIMA ([1,2,35],1,0)(0,1,1) <sup>12</sup> dengan Data Aktual pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Juanda .....	178

Gambar 4.83	Perbandingan Nilai MAPE yang Diperoleh dari Hasil Peramalan pada Data <i>Testing</i> Menggunakan Metode SSA dan Model ARIMA (0,1,1)(0,1,1) <sup>12</sup> .....	179
Gambar 4.84	Perbandingan Hasil Peramalan Data <i>Out-Sample</i> Menggunakan Metode SSA dan Model ARIMA (0,1,1)(0,1,1) <sup>12</sup> pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Ngurah Rai.....	181
Gambar 4.85	Perbandingan Nilai MAPE yang Diperoleh dari Hasil Peramalan pada Data <i>Testing</i> Menggunakan Metode SSA dan Model ARIMA (0,1,1)(0,1,1) <sup>12</sup> .....	182
Gambar 4.86	Perbandingan Hasil Peramalan Data <i>Out-Sample</i> Menggunakan Metode SSA dan Model ARIMA (0,1,1)(0,1,1) <sup>12</sup> pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Kualanamu.....	183
Gambar 4.87	Perbandingan Nilai MAPE yang Diperoleh dari Hasil Peramalan pada Data <i>Testing</i> Menggunakan Metode SSA dan Model ARIMA (0,1,1)(1,1,1) <sup>12</sup> .....	185
Gambar 4.88	Perbandingan Hasil Peramalan Data <i>Out-Sample</i> Menggunakan Metode SSA dan Model ARIMA (0,1,1)(1,1,1) <sup>12</sup> pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Batam.....	186
Gambar 4.89	Perbandingan Nilai MAPE yang Diperoleh dari Hasil Peramalan pada Data <i>Testing</i> untuk Setiap Jangka Waktu Peramalan Menggunakan Metode SSA dan Model ARIMA (0,1,[1,35])(1,1,1) <sup>12</sup> .....	187
Gambar 4.90	Perbandingan Hasil Peramalan Data <i>Out-Sample</i> Menggunakan Metode SSA dan Model ARIMA (0,1,[1,35])(1,1,1) <sup>12</sup> pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Soekarno-Hatta.....	188
Gambar 4.91	Perbandingan Nilai MAPE yang Diperoleh dari Hasil Peramalan pada Data <i>Testing</i> Menggunakan Metode SSA dan Model ARIMA ([1,2,35],1,0)(0,1,1) <sup>12</sup> .....	190
Gambar 4.92	Perbandingan Hasil Peramalan Data <i>Out-Sample</i> pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Soekarno-Hatta.....	191

## DAFTAR LAMPIRAN

		Halaman
Lampiran 1	<i>Syntax</i> Program R untuk Metode SSA pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Ngurah Rai.....	199
Lampiran 2	<i>Syntax</i> Program R untuk Metode SSA pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Kualanamu.....	200
Lampiran 3	<i>Syntax</i> Program R untuk Metode SSA pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Batam.....	201
Lampiran 4	<i>Syntax</i> Program R untuk Metode SSA pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Soekarno-Hatta .....	202
Lampiran 5	<i>Syntax</i> Program R untuk Metode SSA pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Juanda .....	203
Lampiran 6	<i>Syntax</i> Program SAS untuk Model ARIMA (0,1,1)(0,1,1) <sup>12</sup> pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Ngurah Rai.....	204
Lampiran 7	<i>Syntax</i> Program SAS untuk Model ARIMA (0,1,1)(0,1,1) <sup>12</sup> pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Kualanamu.....	205
Lampiran 8	<i>Syntax</i> Program SAS untuk Model ARIMA (0,1,1)(1,1,1) <sup>12</sup> pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Batam.....	206
Lampiran 9	<i>Syntax</i> Program SAS untuk Model ARIMA (0,1,[1,35])(1,1,1) <sup>12</sup> pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Soekarno-Hatta .....	207
Lampiran 10	<i>Syntax</i> Program SAS untuk Model ARIMA ([1,2,35],1,0)(0,1,1) <sup>12</sup> pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Juanda....	208
Lampiran 11	Koefisien Model SSA untuk <i>Trend</i> dan <i>Seasonal</i> pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Ngurah Rai.....	209

Lampiran 12	Koefisien Model SSA untuk <i>Trend</i> dan <i>Seasonal</i> pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Kualanamu .....	210
Lampiran 13	Koefisien Model SSA untuk <i>Trend</i> dan <i>Seasonal</i> pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Batam .....	211
Lampiran 14	Koefisien Model SSA untuk <i>Trend</i> dan <i>Seasonal</i> pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Soekarno-Hatta.....	212
Lampiran 15	Koefisien Model SSA untuk <i>Trend</i> dan <i>Seasonal</i> pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Juanda.....	213
Lampiran 16	<i>Trend</i> yang Direkonstruksi pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Ngurah Rai.....	214
Lampiran 17	<i>Seasonality</i> yang Direkonstruksi pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Ngurah Rai .....	215
Lampiran 18	<i>Noise</i> yang Direkonstruksi pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Ngurah Rai.....	216
Lampiran 19	<i>Trend</i> yang Direkonstruksi pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Kualanamu .....	217
Lampiran 20	<i>Seasonality</i> yang Direkonstruksi pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Kualanamu .....	218
Lampiran 21	<i>Noise</i> yang Direkonstruksi pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Kualanamu .....	219
Lampiran 22	<i>Trend</i> yang Direkonstruksi pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Batam.....	220
Lampiran 23	<i>Seasonality</i> yang Direkonstruksi pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Batam .....	221

Lampiran 24	<i>Noise</i> yang Direkonstruksi pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Batam.....	222
Lampiran 25	<i>Trend</i> yang Direkonstruksi pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Soekarno-Hatta .....	223
Lampiran 26	<i>Seasonality</i> yang Direkonstruksi pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Soekarno-Hatta .....	224
Lampiran 27	<i>Noise</i> yang Direkonstruksi pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Soekarno-Hatta .....	225
Lampiran 28	<i>Trend</i> yang Direkonstruksi pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Juanda....	226
Lampiran 29	<i>Seasonality</i> yang Direkonstruksi pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Juanda .....	227
Lampiran 30	<i>Noise</i> yang Direkonstruksi pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Juanda....	228
Lampiran 31	Data Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Ngurah Rai.....	229
Lampiran 32	Data Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Kualanamu .....	230
Lampiran 33	Data Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Batam .....	231
Lampiran 34	Data Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Soekarno-Hatta .....	232
Lampiran 35	Data Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Juanda.....	233

*(Halaman ini sengaja dikosongkan)*

## DAFTAR NOTASI

### ARIMA

$a_t$	Error model yang bersifat <i>white noise</i>
$B$	<i>Backshift</i> operator
$Z_t$	Data time series dengan indeks $t$
$\Delta Z_t$	Selisih amatan data ke- $t$ dengan data sebelumnya
$\phi_{kk}$	Fungsi autokorelasi parsial
$\phi_p$	Koefisien parameter <i>autoregressive</i>
$\theta_q$	Koefisien parameter <i>moving average</i>
$\rho_k$	Fungsi autokorelasi
$\Phi_p$	Koefisien parameter <i>autoregressive</i> musiman
$\Theta_p$	Koefisien parameter <i>moving average</i> musiman

### *Singular Spectrum Analysis*

$F$	Deret waktu
$N$	Panjang deret waktu
$F_N$	Deret waktu dengan panjang $N$
$F_{i,j}$	Subderet dari suatu deret waktu $F_N$
$L$	<i>Window length</i>
$K$	Jumlah $L$ -lagged vectors dari $F_N$
$X_i$	$L$ -lagged vectors ke- $i$ dari deret waktu
$X$	Matriks lintasan dengan kolom $X_i$

$X^T$	Matriks $X$ yang ditranspos
$\mathcal{M}_{L,K}$	Ruang linier dari matriks berukuran $L \times K$
$\langle X, Y \rangle_{\mathcal{M}}$	Perkalian dalam ( <i>inner product</i> ) dari matriks di $\mathcal{M}_{L,K}$
$\ X\ _{\mu}$	Norma matriks Frobenius di $\mathcal{M}_{L,K}$
$\text{rank}(X)$	<i>Rank</i> dari matriks $X$
$\mathfrak{H}$	Operator Hankelisasi
$\lambda_i$	Nilai eigen ke- $i$ dari matriks $XX^T$
$E_M$	Matriks identitas berukuran $M \times M$
$0_{L,K}$	Matriks nol berukuran $L \times K$
$0_M$	Vektor nol berdimensi $M$
$1_M$	Vektor $(1, \dots, 1)^T$ berdimensi $M$
$\mathbb{R}^M$	Ruang euclidean berdimensi $M$
$\mathcal{L}$	Subruang linier dari ruang euclidean
$\dim \mathcal{L}$	Dimensi dari suatu ruang linier $\mathcal{L}$
$\mathcal{L}_r$	Ruang linier berdimensi $r$
$\text{span}(P_1, \dots, P_n)$	Ruang linier yang direntang oleh vektor $P_1, \dots, P_n$
$\text{span}(X)$	Ruang linier yang direntang oleh kolom dari $X$
$\mathcal{L}^{(L)}$	<i>L-trajectory space</i> dari suatu deret waktu $F_N$
$\text{dist}(X, \mathcal{L})$	Jarak dari suatu vektor $X$ ke suatu ruang linier $\mathcal{L}$
$\text{fdim}(F_N)$	Perbedaan dimensi dari suatu deret waktu $F_N$

$\text{rank}_L(F_N)$	<i>L-rank</i> dari suatu deret waktu $F_N$
$\text{rank}(F_N)$	<i>Rank</i> dari suatu deret waktu $F_N$
$U_i$	Vektor eigen ke- $i$ dari SVD matriks $X$
$V_i$	Vektor faktor ke- $i$ dari SVD matriks $X$
$\rho^{(L,M)}$	<i>Maximal cross-correlation</i> dari dua deret
$\rho_{12}^{(\omega)}$	<i>Weighted cross-correlation</i> dari dua deret
$\rho_{12}^{(\Pi)}$	<i>Spectral cross-correlation</i> dari dua deret
$R_f$	Fungsi kovarians dari suatu deret stasioner $F$
$m_f$	Ukuran spektral dari suatu deret stasioner $F$
$p_f$	Kerapatan spektral dari suatu deret stasioner $F$
$\Phi_f$	Fungsi spektral dari suatu deret stasioner $F$
$\Pi_f^N$	Periodogram dari suatu deret waktu $F_N$
$g(F_1, F_2)$	Indeks heterogenitas dari deret waktu $F_1, F_2$

*(Halaman ini sengaja dikosongkan)*

# **BAB 1**

## **PENDAHULUAN**

### **1.1 Latar Belakang**

Peramalan merupakan suatu proses pendugaan terhadap kejadian yang akan terjadi pada masa depan dengan memerhatikan data masa lalu maupun data saat ini. Peramalan diperlukan untuk mengetahui kapan dan bagaimana suatu peristiwa akan terjadi sehingga tindakan yang tepat dapat dilakukan (Makridakis, Wheelwright, dan McGee, 1998). Peramalan menjadi semakin penting bagi seseorang yang menghadapi situasi tidak menentu karena tepat tidaknya hasil ramalan akan menentukan ke arah mana kebijakan tertentu yang disusun dan akan diambil. Ketika hasil ramalan mendekati data aktualnya, maka ramalan yang dihasilkan akan memberikan manfaat nyata bagi perencanaan dan penyusunan kebijakan-kebijakan. Oleh karena itu perlu dilakukan upaya-upaya untuk memperoleh angka ramalan yang valid dan akurat. Salah satu cara dalam menghasilkan angka ramalan yang valid dan akurat adalah dengan memilih metode peramalan yang tepat.

Metode peramalan dapat dibagi dalam dua kategori utama, yaitu metode kualitatif dan metode kuantitatif. Metode kualitatif lebih banyak menuntut analisis yang didasarkan pada pemikiran intuitif, perkiraan logis, dan informasi atau pengetahuan yang telah diperoleh peneliti sebelumnya. Berbeda dengan metode kualitatif, metode peramalan kuantitatif mendasarkan ramalannya pada metode statistika dan matematika. Metode peramalan kuantitatif dibagi menjadi dua kelompok utama, yaitu metode deret waktu dan metode kausal. Langkah penting dalam memilih suatu metode deret waktu yang tepat adalah dengan mempertimbangkan jenis pola data. Pola data dapat dibedakan menjadi empat, yaitu pola stasioner, *trend*, musiman (*seasonal*), dan siklus (*cyclic*). Dengan memahami pola data, dapat ditentukan metode yang secara efektif mampu mengekstrapolasikan pola-pola tersebut (Hanke dan Wichern, 2005). Menurut Hanke dan Reitsch (1999), metode yang menggunakan model yang kompleks tidak selalu memberikan ramalan yang lebih akurat

dibandingkan dengan metode yang menggunakan model yang lebih sederhana atau lebih dikenal dengan *simple methods*. Tabel 1.1 berikut menyajikan beberapa *simple method* yang bisa digunakan ketika data deret waktu mengandung komponen *trend* dan komponen *seasonal*.

Tabel 1.1 *Simple Methods*

Trend Component	Seasonal Component		
	None	Additive	Multiplicative
None	Naïve (N1)	Naïve (N3)	Naïve (N3)
	Average	Exponential Smoothing (Winters)	Winters
	Exponential Smoothing (SES)	Time Series Regression	Time Series Regression
	Nonlinear Model	Decomposition	Decomposition
	ARIMA (Linear)		
Additive	Naïve (N2)	Naïve (N2 dan N3)	Naïve (N2 dan N3)
	Double Moving Average	Winters (A)	Winters (M)
	Double Exponential Smoothing	Time Series Regression	Time Series Regression
	Regresi Trend	Decomposition (A)	Decomposition (M)

Sumber: Hyndman dan Khandakar, 2008

Berdasarkan Tabel 1.1, terdapat beberapa metode yang bisa digunakan untuk meramalkan data deret waktu yang mengandung komponen *trend* dan komponen *seasonal* tipe *additive*, yaitu *Naïve* (N2 dan N3), *Winters* (A), *Time Series Regression*, dan *Decomposition* (A). Metode *Naïve* (N2 dan N3), *Winters* (A), dan *Time Series Regression* tidak berusaha untuk membedakan masing-masing komponen dari pola dasar yang ada. Pola tersebut sebenarnya dapat didekomposisi menjadi sub-pola yang menunjukkan tiap-tiap komponen deret waktu secara terpisah. Pemisahan seperti itu dapat membantu meningkatkan ketepatan peramalan atas perilaku deret data secara lebih baik (Makridakis *et al.*, 1998). Metode dekomposisi dapat memisahkan tiga komponen dari pola dasar yaitu faktor *trend*, siklus, dan *seasonal*. *Trend* menggambarkan perilaku data dalam jangka panjang, dapat meningkat, menurun, atau tidak berubah. Faktor siklus terjadi bilamana datanya dipengaruhi oleh fluktuasi ekonomi jangka panjang. Faktor musiman berkaitan dengan fluktuasi periodik dengan panjang konstan. Di samping komponen pola, terdapat juga unsur galat atau keacakan.

Residual yang ada dianggap unsur acak, yang walaupun tidak dapat ditaksir tetapi dapat diidentifikasi (Makridakis *et al.*, 1998).

Metode dekomposisi yang bisa digunakan untuk memisahkan tiga komponen dari pola dasar adalah *Singular Spectrum Analysis* (SSA). SSA adalah teknik analisis deret waktu nonparametrik yang digunakan untuk peramalan. SSA mendekomposisi deret waktu asli menjadi suatu penjumlahan dari sejumlah kecil komponen yang independen dan dapat diinterpretasikan seperti *trend* yang bervariasi dengan lambat, komponen *oscillatory*, dan *noise* (Golyandina, Nekrutkin, dan Zhigljavsky, 2001). Metode SSA tidak menggunakan asumsi statistik seperti stasioneritas dari deret atau normalitas residual. SSA menggunakan *bootstrap* untuk mendapatkan interval kepercayaan untuk ramalan.

Algoritma dari SSA terdiri dari dua tahap yang saling melengkapi, yaitu tahap dekomposisi dan tahap rekonstruksi. Pada tahap dekomposisi, langkah pertama yang harus dilakukan adalah *embedding*. Pada langkah *embedding*, deret satu dimensi digambarkan sebagai sebuah deret multidimensi yang dimensinya disebut *window length*. Deret waktu multidimensi yang merupakan suatu urutan vektor membentuk matriks lintasan. Satu-satunya parameter dari langkah ini adalah *window length*. *Window length* adalah parameter utama dari SSA. Pilihan *window length* yang tidak tepat akan menyiratkan bahwa tidak ada kegiatan pengelompokan yang akan membantu untuk mendapatkan dekomposisi SSA yang baik. Langkah kedua disebut langkah *singular value decomposition* (SVD), adalah dekomposisi nilai singular dari matriks lintasan menjadi suatu penjumlahan dari matriks ortogonal *rank* satu atau dua.

Dua langkah selanjutnya merupakan tahap rekonstruksi. Pada tahap rekonstruksi, langkah pertama yang harus dilakukan adalah pengelompokan. *Effect grouping* ( $r$ ) adalah parameter yang digunakan pada tahap pengelompokan. *Effect grouping* ( $r$ ) digunakan untuk membatasi jumlah *eigen triple* yang akan digunakan untuk mengidentifikasi komponen *trend* dan *seasonality*. Besarnya nilai untuk parameter *effect grouping* ( $r$ ) ditentukan berdasarkan jumlah *eigen triple* yang tidak mencerminkan *noise*. Langkah pengelompokan berhubungan dengan pemecahan

matriks hasil dekomposisi menjadi beberapa kelompok dan menjumlahkan matriks masing-masing kelompok. Hasil dari langkah ini merupakan suatu representasi dari matriks lintasan sebagai jumlah dari beberapa matriks yang dihasilkan. Langkah terakhir adalah memindahkan setiap matriks yang dihasilkan ke dalam suatu deret waktu, yang merupakan komponen aditif dari deret awal. Operasi yang sesuai disebut *diagonal averaging*. Jadi, hasil dari *diagonal averaging* adalah suatu dekomposisi dari deret awal menjadi beberapa komponen aditif.

Beberapa penelitian empiris dengan menggunakan SSA diantaranya yang dilakukan Hassani, Heravi, dan Zhigljavsky (2009) mengenai peramalan produksi industri eropa menggunakan SSA, ARIMA, dan Holt-Winters. Hasil penelitian menunjukkan bahwa ketiga metode menghasilkan ramalan yang mirip pada peramalan jangka pendek. Vile, Gillard, Harper, dan Knight (2012) mengenai peramalan permintaan ambulans menggunakan SSA, ARIMA, dan Holt-Winters dimana parameter yang digunakan di dalam metode SSA adalah *window length*. Hasil penelitian menunjukkan bahwa SSA menghasilkan ramalan yang lebih baik daripada ARIMA dan Holt-Winters pada peramalan jangka panjang. Darmawan, Hendrawati, dan Arisanti (2015) menggunakan *Auto SSA* untuk meramalkan kejadian banjir di Bandung dan sekitarnya dimana parameter yang digunakan di dalam metode *Auto SSA* adalah *window length* dan *effect grouping*. Darmawan *et al.* (2015), menggunakan nilai parameter *window length* yang sama untuk meramalkan kejadian banjir di Bandung dan sekitarnya. Salah satu bidang terapan yang banyak dikaji berkaitan dengan penelitian peramalan adalah peramalan jumlah wisatawan mancanegara. Ada banyak metode penelitian yang telah digunakan untuk meramalkan jumlah kedatangan wisatawan mancanegara antara lain Lim dan Aleer (2002) meramalkan wisatawan mancanegara dari Hongkong, Malaysia, dan Singapura di Australia dengan menggunakan metode ARIMA. Wong, Song, dan Chon (2006) menerapkan model *Bayesian Vector Autoregressive* untuk peramalan permintaan wisatawan mancanegara di Hongkong. Wutsqa dan Suhartono (2010) melakukan peramalan deret waktu *multivariate seasonal* pada data pariwisata dengan model VAR-GSTAR. Hassani,

Webster, Silva, dan Heravi (2015) meramalkan jumlah kedatangan wisatawan Amerika Serikat di 29 negara dengan perbandingan empat metode, yaitu ARIMA, *exponential smoothing*, *Neural Network*, dan *Singular Spectrum Analysis*. Hassani *et al.* (2015) menggunakan *w-correlations* pada tahap rekonstruksi di dalam metode SSA sebagai dasar untuk melakukan pemisahan antara komponen sinyal dan *noise*. Sinyal adalah jumlah dari semua komponen aditif (*trend* dan *seasonal*) kecuali *noise*. Jika nilai mutlak *w-correlation* antara dua komponen yang direkonstruksi kecil atau mendekati nol, maka kedua komponen tersebut dapat dipisahkan dengan baik. Dengan demikian kedua komponen tersebut dikelompokkan ke dalam sinyal. Jika nilai mutlak *w-correlation* besar, maka kedua komponen tersebut dapat dipisahkan dengan buruk. Dengan demikian kedua komponen tersebut dikelompokkan ke dalam *noise*. Pada tahap peramalan, Hassani *et al.* (2015) menggunakan algoritma peramalan vektor SSA untuk mendapatkan nilai ramalan dari masing-masing komponen kecuali *noise*. Pada metode SSA, terdapat dua algoritma peramalan yang dapat digunakan untuk mendapatkan nilai ramalan dari masing-masing komponen, yaitu algoritma peramalan berulang dan algoritma peramalan vektor. Pada algoritma peramalan berulang, *diagonal averaging* dilakukan terlebih dahulu untuk mendapatkan deret yang direkonstruksi sehingga rumus berulang yang linier (*linear recurent formula*) dapat diterapkan untuk mendapatkan nilai ramalan. Pada algoritma peramalan vektor, langkah ini dipertukarkan. Algoritma peramalan vektor sedikit lebih stabil tetapi memiliki biaya komputasi yang jauh lebih besar dari algoritma peramalan berulang (Golyandina, Nekrutkin, dan Zhigljavsky, 2001).

Mengacu pada penelitian yang telah dilakukan oleh Hassani *et al.* (2015), maka pada penelitian ini, metode SSA akan digunakan untuk meramalkan jumlah kedatangan wisatawan mancanegara per bulan ke Indonesia menurut pintu masuk. Parameter yang akan digunakan di dalam metode SSA adalah *window length* dan *effect grouping*. Nilai parameter *window length* yang digunakan untuk peramalan jumlah kedatangan wisatawan mancanegara di setiap pintu masuk berbeda. Pada tahap rekonstruksi, plot dari nilai *singular* dan plot dari deret yang direkonstruksi dapat

digunakan sebagai alat untuk melakukan pemisahan masing-masing komponen, yaitu *trend*, *seasonal*, dan *noise*. Pada tahap peramalan, peneliti menggunakan algoritma peramalan berulang SSA untuk mendapatkan nilai ramalan dari masing-masing komponen kecuali *noise*.

Mengamati pertumbuhan pariwisata khususnya kedatangan wisatawan mancanegara ke Indonesia adalah hal yang menarik. Hal ini dikarenakan karena pariwisata merupakan salah satu sektor yang memiliki peranan penting terhadap Produk Domestik Bruto (PDB) nasional. Menurut Utama (2006), perkembangan pariwisata dengan indikator pertumbuhan kunjungan wisatawan asing mengakibatkan peningkatan pertumbuhan PDB dan pertumbuhan total penyerapan tenaga kerja yang berimbas pada semakin meningkatnya kesejahteraan masyarakat. Peramalan jumlah kedatangan wisatawan mancanegara juga bermanfaat bagi dinas pariwisata baik pusat maupun daerah untuk mempersiapkan program kepariwisataan terkait dengan program pariwisata yang baru yaitu *Wonderful Indonesia*. Metode SSA akan dibandingkan dengan metode lain untuk menilai keunggulannya. Metode yang digunakan sebagai pembanding dalam penelitian ini adalah ARIMA. Data jumlah kedatangan wisatawan mancanegara mengandung karakteristik musiman sehingga baik metode SSA maupun ARIMA dapat digunakan untuk melakukan peramalan pada data yang mengandung karakteristik musiman. Metode ARIMA pada dasarnya terdiri dari empat model yaitu *Autoregressive (AR)*, *Moving Average (MA)*, *Autoregressive Moving Average (ARMA)*, dan *Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA)*.

## **1.2 Perumusan Masalah**

Berdasarkan latar belakang yang telah dipaparkan sebelumnya, maka permasalahan utama yang ingin dibahas dalam penelitian ini adalah mengimplementasikan metode peramalan SSA dan ARIMA untuk meramalkan jumlah kedatangan wisatawan mancanegara per bulan ke Indonesia menurut pintu masuk.

### **1.3 Tujuan Penelitian**

Berdasarkan perumusan masalah yang telah dipaparkan sebelumnya, maka tujuan dari penelitian ini yaitu:

1. Mengkaji cara kerja model SSA pada peramalan jumlah kedatangan wisatawan mancanegara per bulan ke Indonesia menurut pintu masuk.
2. Mendapatkan model SSA yang sesuai untuk peramalan jumlah kedatangan wisatawan mancanegara per bulan ke Indonesia menurut pintu masuk.
3. Mendapatkan model ARIMA yang sesuai untuk peramalan jumlah kedatangan wisatawan mancanegara per bulan ke Indonesia menurut pintu masuk.
4. Membandingkan akurasi ramalan dari metode SSA dan ARIMA untuk data jumlah kedatangan wisatawan mancanegara per bulan ke Indonesia menurut pintu masuk.

### **1.4 Manfaat Penelitian**

Adapun manfaat yang dapat diperoleh dari penelitian ini adalah:

1. Mendapatkan metode peramalan dengan pendekatan SSA yang dapat diterapkan untuk meramalkan jumlah kedatangan wisatawan mancanegara per bulan ke Indonesia menurut pintu masuk.
2. Menambah wawasan keilmuan dan pengetahuan statistik tentang metode peramalan klasik maupun modern.

### **1.5 Batasan Masalah Penelitian**

Ruang lingkup permasalahan pada penelitian ini adalah penelitian ini menggunakan data jumlah kedatangan wisatawan mancanegara per bulan ke Indonesia melalui lima pintu masuk, 1996-2016. Ada sebanyak lima pintu masuk yang digunakan untuk peramalan jumlah kedatangan wisatawan mancanegara per bulan ke Indonesia. Lima pintu masuk yang digunakan dalam penelitian ini adalah Bandar Udara Ngurah Rai, Bandar Udara Kualanamu, Bandar Udara Soekarno-Hatta, Bandar Udara Juanda, dan Batam.

*(Halaman ini sengaja dikosongkan)*

## **BAB 2**

### **TINJAUAN PUSTAKA**

#### **2.1 Peramalan**

Metode peramalan dapat dibagi dalam dua kategori utama, yaitu metode kualitatif dan metode kuantitatif. Metode peramalan kuantitatif dapat diterapkan bila terdapat tiga kondisi berikut, yaitu (Aswi dan Sukarna, 2006):

1. Tersedia informasi tentang masa lalu.
2. Informasi tersebut dapat dikuantitatifkan dalam bentuk data numerik.
3. Diasumsikan bahwa beberapa aspek pola masa lalu akan berlanjut di masa mendatang.

Metode peramalan kuantitatif dibagi menjadi dua kelompok utama, yaitu:

##### **a. Metode Deret Waktu (*Time Series*)**

Metode *time series* diperkenalkan pada tahun 1970 oleh George E.P. Box dan Gwilym M. Jenkins melalui bukunya yang berjudul *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. Data deret waktu merupakan serangkaian data yang berupa nilai pengamatan yang diukur selama kurun waktu tertentu, berdasarkan interval waktu yang tetap (Wei, 2006). Metode *time series* berupaya untuk meramalkan kondisi yang akan datang dengan menggunakan data historis dan mengekstrapolasikan pola tersebut ke masa depan. Dengan demikian tujuan analisis deret waktu antara lain sebagai berikut (Aswi dan Sukarna, 2006):

1. Meramalkan kondisi di masa yang akan datang.
2. Mengetahui hubungan antarpeubah.
3. Kepentingan kontrol.

Suatu urutan pengamatan memiliki model deret waktu jika memenuhi asumsi berikut (Aswi dan Sukarna, 2006):

1. Interval waktu dapat dinyatakan dalam satuan waktu yang sama (identik).

2. Adanya ketergantungan atau hubungan antara kejadian masa mendatang terhadap masa sebelumnya atau lebih dikenal dengan istilah adanya autokorelasi antara suatu variabel pada waktu tertentu dengan variabel itu sendiri pada waktu-waktu sebelumnya.
3. Data masa depan mengikuti pola data yang terjadi di masa lalu dan hubungan atau keterkaitan di masa lalu dapat ditentukan dengan pengamatan atau penelitian Akurasi yang dihasilkan dari peramalan deret waktu, sangat ditentukan oleh seberapa jauh asumsi-asumsi di atas dipenuhi.

Langkah penting dalam memilih suatu metode deret waktu yang tepat adalah dengan memertimbangkan jenis pola data. Pola data dapat dibedakan menjadi empat, yaitu:

1. *Stasioner*

Terjadi ketika nilai data berfluktuasi di sekitar nilai rata-rata yang konstan.

2. *Trend*

Terjadi ketika terdapat kenaikan/penurunan sekuler jangka panjang dalam data.

3. *Seasonal*

Terjadi ketika suatu deret dipengaruhi oleh faktor musiman.

4. *Cyclic*

Terjadi ketika datanya dipengaruhi oleh fluktuasi ekonomi jangka panjang.

Dengan memahami pola data, dapat ditentukan metode yang secara efektif mampu mengekstrapolasi pola-pola tersebut (Hanke dan Wichern, 2005).

## **b. Metode Kausal**

Metode kausal yang digunakan dalam peramalan ditujukan untuk menemukan hubungan sebab-akibat antara variabel yang akan diramalkan dengan satu atau lebih variabel lain (prediktor) dan menggunakan hubungan tersebut untuk meramalkan nilai mendatang dari variabel yang dimaksud dengan variabel-variabel lain. Asumsi yang harus dipenuhi dari metode ini salah satunya adalah variabel yang akan diramalkan memiliki hubungan kausal dengan prediktornya.

## 2.2 Singular Spectrum Analysis (SSA)

*Singular Spectrum Analysis* (SSA) adalah teknik analisis deret waktu nonparametrik yang digunakan untuk peramalan. SSA terdiri dari dua tahap yang saling melengkapi, yaitu tahap dekomposisi dan tahap rekonstruksi. Pada tahap dekomposisi, dua langkah utama yang harus dilakukan untuk memperoleh *eigentriple*, yaitu *embedding* dan *singular value decomposition*. Pada tahap rekonstruksi, dua langkah yang harus dilakukan untuk memperoleh deret yang direkonstruksi, yaitu pengelompokan dan *diagonal averaging*.

### 2.2.1 Embedding

Pertimbangkan suatu deret waktu bernilai *real*,  $F = (f_0, \dots, f_{N-1})$  dengan panjang  $N$ . Asumsikan bahwa  $N > 2$  dan  $F$  adalah suatu deret waktu tidak nol, yaitu terdapat setidaknya satu  $i$  sehingga  $f_i \neq 0$ . Prosedur *embedding* memetakan deret waktu asli ke serangkaian *lagged vector* multidimensi. Diberikan  $L$  berupa suatu bilangan bulat yang disebut *window length*,  $1 < L < N$ . Prosedur *embedding* membentuk  $K = N - L + 1$  *lagged vectors*

$$\mathbf{X}_i = (f_{i-1}, \dots, f_{i+L-2})^T, \quad (1 \leq i \leq K),$$

yang mempunyai dimensi  $L$ . Jika dimensi dari  $\mathbf{X}_i$  yang ditekankan, maka  $\mathbf{X}_i$  disebut sebagai *L-lagged vectors*. Matriks lintasan dari deret  $F$  digambarkan sebagai berikut:

$$\mathbf{X} = [\mathbf{X}_1 : \dots : \mathbf{X}_K] = (x_{ij})_{i,j=1}^{L,K} = \begin{pmatrix} f_0 & f_1 & f_2 & \dots & f_{K-1} \\ f_1 & f_2 & f_3 & \dots & f_K \\ f_2 & f_3 & f_4 & \dots & f_{K+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{L-1} & f_L & f_{L+1} & \dots & f_{N-1} \end{pmatrix}. \quad (2.1)$$

*Lagged vectors*  $\mathbf{X}_i$  adalah kolom dari matriks lintasan  $\mathbf{X}$ . Baris dan kolom dari  $\mathbf{X}$  adalah subderet dari deret asli. Unsur ke- $(i, j)$  dari matriks  $\mathbf{X}$  adalah  $x_{ij} = f_{i+j-2}$ .

Matriks lintasan  $\mathbf{X}$  merupakan sebuah matriks Hankel. Jika  $N$  dan  $L$  ditetapkan, maka ada korespondensi satu-satu antara matriks lintasan dan deret waktu.

### 2.2.2 Dekomposisi Nilai Singular (SVD)

Diberikan  $\mathbf{S} = \mathbf{X}\mathbf{X}^T$ . Misalkan  $\lambda_1, \dots, \lambda_L$  adalah nilai eigen dari matriks  $\mathbf{S}$  dimana  $\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_L \geq 0$  dan  $\mathbf{U}_1, \dots, \mathbf{U}_L$  adalah vektor eigen dari matriks  $\mathbf{S}$  yang bersesuaian dengan nilai eigen.  $d = \max\{i, \text{sehingga } \lambda_i > 0\}$  merupakan *rank* dari matriks  $\mathbf{X}$ . Jika  $\mathbf{V}_i = \mathbf{X}^T \mathbf{U}_i / \sqrt{\lambda_i}$ , untuk  $i = 1, \dots, d$ , maka SVD dari matriks lintasan  $\mathbf{X}$  dapat ditulis sebagai

$$\mathbf{X} = \mathbf{X}_1 + \dots + \mathbf{X}_d, \quad (2.2)$$

dimana  $\mathbf{X}_i = \sqrt{\lambda_i} \mathbf{U}_i \mathbf{V}_i^T$ . Matriks  $\mathbf{X}_i$  mempunyai *rank* 1, oleh karena itu matriks  $\mathbf{X}_i$  adalah matriks elementer. Kumpulan  $(\sqrt{\lambda_i}, \mathbf{U}_i, \mathbf{V}_i)$  disebut *eigentriple* ke- $i$  dari SVD (2.2).

### 2.2.3 Pengelompokan

Setelah ekspansi (2.2) diperoleh, prosedur pengelompokan akan memartisi himpunan indeks  $\{1, \dots, d\}$  menjadi  $m$  himpunan bagian yang saling lepas,  $I_1, \dots, I_m$ . Diberikan  $I = \{i_1, \dots, i_p\}$ , maka matriks  $\mathbf{X}_I$  yang dihasilkan sesuai dengan kelompok  $I$  yang didefinisikan sebagai  $\mathbf{X}_I = \mathbf{X}_{i_1} + \dots + \mathbf{X}_{i_p}$ . Matriks ini dihitung untuk  $I = I_1, \dots, I_m$  dan ekspansi (2.2) menyebabkan dekomposisi

$$\mathbf{X} = \mathbf{X}_{I_1} + \dots + \mathbf{X}_{I_m}. \quad (2.3)$$

Prosedur pemilihan himpunan  $I_1, \dots, I_m$  disebut sebagai pengelompokan *eigentriple*. Jika  $m = d$  dan  $I_j = \{j\}$ ,  $j = 1, \dots, d$ , maka pengelompokan yang sesuai disebut elementer (Golyandina dan Zhigljavsky, 2013).

### 2.2.4 Diagonal Averaging

Langkah terakhir dalam SSA adalah mengubah setiap matriks  $\mathbf{X}_{I_j}$  dari dekomposisi yang dikelompokan (2.3) menjadi suatu deret baru dengan panjang  $N$ . Misalkan  $\mathbf{Y}$  adalah sebuah matriks berukuran  $L \times K$  dengan unsur-unsur  $y_{ij}$ ,  $1 \leq i \leq L$ ,  $1 \leq j \leq K$ , untuk  $L \leq K$ . Diberikan  $L^* = \min(L, K)$ ,  $K^* = \max(L, K)$ ,  $N = L + K - 1$ ,  $y_{ij}^* = y_{ij}$  jika  $L < K$ , dan  $y_{ij}^* = y_{ji}$  jika  $L > K$ .

*Diagonal averaging* memindahkan matriks  $\mathbf{Y}$  ke deret  $g_0, \dots, g_{N-1}$  dengan rumus

$$g_k \begin{cases} \frac{1}{k+1} \sum_{m=1}^{k+1} y_{m, k-m+2}^* & \text{untuk } 0 \leq k < L^* - 1, \\ \frac{1}{L^*} \sum_{m=1}^{L^*} y_{m, k-m+2}^* & \text{untuk } L^* - 1 \leq k < K^*, \\ \frac{1}{N-k} \sum_{m=k-K^*+2}^{N-K^*+1} y_{m, k-m+2}^* & \text{untuk } K^* \leq k < N. \end{cases} \quad (2.4)$$

Pernyataan (2.4) berhubungan dengan rata-rata elemen matriks atas *antidiagonals*  $i + j = k + 2$ . Untuk pilihan  $k = 0$  memberikan  $g_0 = y_{1,1}$ , pilihan  $k = 1$  memberikan  $g_1 = (y_{1,2} + y_{2,1})/2$ , dan seterusnya. Perhatikan bahwa jika matriks  $\mathbf{Y}$  adalah matriks lintasan dari beberapa deret  $(h_0, \dots, h_{N-1})$ , maka  $g_i = h_i$  untuk semua  $i$ .

Jika *diagonal averaging* (2.4) diterapkan pada matriks  $\mathbf{X}_{I_k}$  yang dihasilkan, maka akan diperoleh suatu deret yang direkonstruksi  $F^{(k)} = (f_0^{(k)}, \dots, f_{N-1}^{(k)})$ . Oleh karena itu, deret awal  $f_0, \dots, f_{N-1}$  didekomposisi menjadi jumlah dari  $m$  deret yang direkonstruksi:

$$f_n = \sum_{k=1}^m f_n^{(k)}, \quad (n = 0, 1, \dots, N-1). \quad (2.5)$$

### 2.3 Periodogram

Untuk penjelasan dari deret waktu  $F_N = (f_0, \dots, f_{N-1})$  dalam hal frekuensi, akan lebih mudah menggunakan ekspansi *Fourier* dari deret awal. Ekspansi *Fourier* dirumuskan sebagai berikut:

$$f_n = c_0 + \sum_{k=1}^{\lfloor N/2 \rfloor} (c_k \cos(2\pi n k/N) + s_k (2\pi n k/N)), \quad (2.6)$$

dimana  $N$  adalah panjang deret,  $0 \leq n < N$ , dan  $s_{N/2} = 0$  untuk  $N$  genap. Istilah nol  $c_0$  sama dengan rata-rata dari deret, sehingga jika deret dipusatkan, maka  $c_0 = 0$ .

Untuk suatu deret dengan panjang berhingga, periodogram dari deret adalah suatu analog dari ukuran spektral. Periodogram  $\Pi_f^N(\omega)$  dari deret  $F = (f_0, \dots, f_{N-1})$  adalah

$$\Pi_f^N(\omega) = \frac{1}{N} \left| \sum_{n=0}^{N-1} e^{-i2\pi\omega n} f_n \right|^2, \quad \omega \in (-1/2, 1/2]. \quad (2.7)$$

Karena unsur-unsur dari deret  $F$  adalah bilangan real,  $\Pi_f^N(-\omega) = \Pi_f^N(\omega)$  untuk  $|\omega| < 1/2$ , dan oleh karena itu hanya interval  $[0, 1/2]$  yang dapat dipertimbangkan untuk  $\omega$ . Jika deret  $F$  direpresentasikan dalam bentuk (2.6), maka periodogram  $\Pi_f^N(k/N)$  dari deret  $F$  adalah

$$\Pi_f^N(k/N) = \frac{N}{2} \begin{cases} 2c_0^2 & \text{untuk } k = 0 \\ c_k^2 + s_k^2 & \text{untuk } 0 < k < N/2, \\ 2c_{N/2}^2 & \text{untuk } k = N/2. \end{cases} \quad (2.8)$$

Kasus terakhir hanya mungkin jika  $N$  genap. Pertimbangkan ekspansi *Fourier* (2.6) dari dua deret  $F^{(1)}$  dan  $F^{(2)}$  dengan panjang  $N$  dan koefisien yang sesuai dinotasikan dengan  $c_k^{(j)}$  dan  $s_k^{(j)}$ , untuk  $j = 1, 2$ . Dengan menggunakan notasi

$$d_k = \begin{cases} c_k^{(1)} + c_k^{(2)} + s_k^{(1)} s_k^{(2)} & \text{untuk } k \neq 0 \text{ dan } N/2, \\ 2c_k^{(1)} c_k^{(2)} & \text{untuk } k = 0 \text{ atau } N/2, \end{cases} \quad (2.9)$$

maka *inner product* dari dua deret adalah

$$\begin{aligned}
(F^{(1)}, F^{(2)}) &\stackrel{\text{def}}{=} \sum_{k=0}^{N-1} f_n^{(1)} f_n^{(2)} \\
&= \frac{N}{2} \left( 2d_0 + \sum_{0 < k < N/2} d_k + 2d_{N/2} \right), \tag{2.10}
\end{aligned}$$

dimana  $d_{N/2} = 0$  untuk  $N$  ganjil.

Dengan demikian *norm*  $\|F\| = \sqrt{(F, F)}$  dari deret (2.6) dapat dinyatakan melalui periodogramnya sebagai berikut:

$$\|F\|^2 = \sum_{k=0}^{[N/2]} \Pi_f^N(k/N). \tag{2.11}$$

Kesetaraan (2.11) menunjukkan bahwa nilai (2.8) dari periodogram pada titik  $k/N$  menggambarkan pengaruh dari komponen harmonik dengan frekuensi  $\omega = k/N$  ke penjumlahan (2.6). Selain itu, (2.11) juga menjelaskan normalisasi koefisien  $N^{-1}$  dalam definisi (2.7) dari periodogram.

Kumpulan dari frekuensi  $\omega_k = k/N$  dengan kekuatan positif disebut dukungan dari periodogram. Jika dukungan dari suatu periodogram tertentu milik beberapa interval  $[a, b]$ , maka interval ini disebut rentang frekuensi dari deret. Secara asimtotik, untuk deret stasioner, periodogram mendekati ukuran spektral.

## 2.4 Deret yang Stasioner

Suatu deret tidak berhingga  $F = (f_0, f_1, \dots, f_n, \dots)$ , disebut stasioner jika untuk semua bilangan bulat tidak negatif  $k, m$  konvergensi berikut terjadi

$$\frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} f_{j+k} f_{j+m} \xrightarrow{N \rightarrow \infty} R_f(k-m) \tag{2.12}$$

dimana fungsi  $R_f(n)$  disebut fungsi kovarians dari deret  $F$ . Fungsi kovarians dapat direpresentasikan sebagai

$$R_f(n) = \int_{(-1/2, 1/2]} e^{i2\pi n\omega} m_f(d\omega),$$

dimana  $m_f$  adalah suatu ukuran spektral dari deret  $F$ .

Suatu deret yang stasioner  $F$  dengan ukuran spektral  $m_f$  adalah diskrit dapat ditulis sebagai

$$f_n \sim \sum_k a_k \cos(2\pi\omega_k n) + \sum_k b_k \sin(2\pi\omega_k n), \quad \omega_k \in (0, 1/2], \quad (2.13)$$

dimana  $a_k = a(\omega_k)$ ,  $b_k = b(\omega_k)$ ,  $b(1/2) = 0$ , dan jumlah  $\sum_k (a_k^2 + b_k^2)$  konvergen.  $a(1/2) \neq 0$  jika salah satu dari  $\omega_k$  tepat  $1/2$ . Bentuk (2.13) untuk deret  $F$  menunjukkan ukuran  $m_f$  dikonsentrasikan pada titik-titik  $\pm\omega_k, \omega_k \in (0, 1/2)$ , dengan bobot  $(a_k^2 + b_k^2)/4$ . Bobot dari titik  $1/2$  sama dengan  $a^2(1/2)$ .

Deret dari bentuk (2.13) disebut hampir periodik. Deret periodik berhubungan dengan suatu ukuran spektral  $m_f$  yang dikonsentrasikan pada titik-titik  $\pm j/T (j = 1, \dots, [T/2])$  untuk beberapa bilangan bulat  $T$ . Dalam hal representasi (2.13), ini berarti bahwa jumlah istilah dalam representasi ini adalah berhingga dan semua frekuensi  $\omega_k$  rasional. Deret hampir periodik yang tidak periodik disebut *quasi-periodic*. Untuk deret ini ukuran spektral adalah diskrit, tetapi ukuran spektral tidak dipusatkan pada *nodes* dari setiap *grid* dari bentuk  $\pm j/T$ . Harmonik  $f_n = \cos(2\pi\omega n)$  dengan suatu  $\omega$  irasional memberikan contoh dari sebuah deret *quasi-periodic*.

Deret aperiodik dicirikan dengan suatu ukuran spektral yang tidak memiliki atom. Pada kasus ini seseorang biasanya mengasumsikan keberadaan densitas spektral:  $m_f(d\omega) = p_f(\omega)d\omega$ . Deret aperiodik sering digunakan sebagai model untuk *noise*. Jika densitas spektral dari deret aperiodik yang stasioner adalah konstan, maka deret aperiodik disebut *white noise*. Deret aperiodik dicirikan oleh fungsi kovarians yang cenderung nol, tetapi deret hampir periodik umumnya dicirikan oleh fungsi kovarians yang hampir periodik. Deret yang stasioner memiliki kedua komponen, komponen periodik (atau *quasi-periodic*) dan komponen *noise* (aperiodik).

## 2.5 Amplitude-Modulated Periodicities

Menurut Golyandina *et al.* (2001), metode SSA dapat digunakan untuk dua kelas dari deret waktu yang tidak stasioner yaitu *amplitude-modulated periodic series* dan deret dengan *trends*. *Amplitude-modulated periodic signals* yaitu deret dengan bentuk  $f_n = A(n)g_n$ , dimana  $g_n$  adalah suatu urutan periodik dan  $A(n) \geq 0$ , untuk  $0 \leq n \leq N-1$ . Fungsi  $A(n)$  bervariasi jauh lebih lambat dibandingkan *low-frequency harmonic component* dari deret  $g_n$ . Misalkan  $g_n = \cos(2\pi\omega + \theta)$ , maka diperoleh *amplitude-modulated harmonic series* yang dirumuskan sebagai berikut

$$f_n = A(n)\cos(2\pi\omega + \theta), \quad n = 0, \dots, N-1.$$

Periodogram dari *amplitude-modulated harmonic series* didukung pada interval frekuensi pendek yang mengandung  $\omega$ . Hal ini tidak mengejutkan karena, misalnya, untuk  $\omega_1 \approx \omega_2$  yang besar, penjumlahan

$$\cos(2\pi\omega_1 n) + \cos(2\pi\omega_2 n) = 2\cos(\pi(\omega_1 - \omega_2)n)\cos(\pi(\omega_1 + \omega_2)n)$$

merupakan hasil kali dari suatu urutan yang bervariasi lambat

$$A(n) = 2\cos(\pi(\omega_1 - \omega_2)n)$$

dan harmonik dengan frekuensi tinggi  $(\omega_1 + \omega_2)/2$ . Untuk  $n \leq 1/2(\omega_1 - \omega_2)$ , urutan  $A(n)$  adalah positif dan sifat *oscillatory*-nya yang tidak dapat dilihat untuk  $n$  yang kecil.

## 2.6 Trends

Di dalam metode SSA, *trend* didefinisikan sebagai suatu komponen aditif dari deret yang tidak stasioner dan bervariasi dengan lambat selama keseluruhan periode waktu ketika deret sedang diamati. Untuk suatu deret waktu berhingga, suatu komponen harmonik dengan frekuensi rendah praktis sulit dibedakan dari suatu *trend*. Suatu model deskriptif umum dari deret yang dipertimbangkan dalam metode SSA adalah model aditif dimana komponen dari deret adalah komponen *trends*, *oscillations*,

dan *noise*. Sebagai tambahan, komponen *osilatory* dibagi lagi menjadi periodik dan *quasi-periodic*, sedangkan komponen *noise* adalah deret aperiodik. Stasioneritas dan modulasi amplitudo dari komponen *oscillatory* dan *noise* diperbolehkan. Jumlah dari semua komponen aditif kecuali untuk *noise* disebut sinyal.

## 2.7 Kemampuan Metode SSA

Golyandina *et al.* (2001) menyebutkan bahwa ada beberapa kemampuan dari metode SSA, yaitu *trend* dari resolusi yang berbeda, *smoothing*, ekstraksi komponen musiman, ekstraksi siklus dengan periode kecil dan besar, ekstraksi periodisitas dengan berbagai amplitudo, *trend* dan periodisitas yang kompleks, dan menemukan struktur dalam deret waktu pendek. Menurut Alexandrov (2009), cara untuk memilih komponen SVD *trend* adalah memilih komponen dengan *smooth* dan fungsi ortogonal empiris (EOF) yang bervariasi lambat. Fungsi ortogonal empiris (EOF) ke- $j$  didefinisikan sebagai urutan unsur-unsur dari vektor eigen ke- $j$ ,  $U_j$ . Alexandrov (2009) mengusulkan suatu metode untuk ekstraksi *trend* dimana dalam aplikasinya menggunakan transformasi *Fourier*. Representasi Fourier dari unsur-unsur suatu deret waktu  $X$  dengan panjang  $N$ ,  $X = (x_0, \dots, x_{N-1})$  adalah:

$$x_n = c_0 + \sum_{1 \ll k \ll \frac{N-1}{2}} (c_k \cos(2\pi n k/N) + s_k (2\pi n k/N)) + (-1)^n c_{N/2},$$

dimana  $k \in \mathbb{N}$ ,  $0 \ll n \ll N-1$ , dan  $c_{N/2} = 0$  jika  $N$  adalah bilangan ganjil. Maka periodogram dari  $X$  pada frekuensi  $\omega \in \{k/N\}_{k=0}^{\lfloor N/2 \rfloor}$  didefinisikan sebagai:

$$I_X^N(k/N) = \frac{N}{2} \begin{cases} 2c_0^2 & \text{untuk } k = 0 \\ c_k^2 + s_k^2 & \text{untuk } 0 < k < N/2, \\ 2c_{N/2}^2 & \text{untuk } k = N/2, \text{ untuk } N \text{ genap.} \end{cases}$$

Periodogram  $I_X^N(\omega)$  pada frekuensi  $\omega \in \{k/N\}_{k=0}^{\lfloor N/2 \rfloor}$  dirumuskan sebagai berikut:

$$I_X^N(\omega) = \frac{1}{N} \begin{cases} 2|\mathcal{F}_k(X)|^2, & \text{jika } 0 < k < N/2 \\ |\mathcal{F}_k(X)|^2, & \text{jika } k = 0 \text{ atau } N \text{ genap dan } k = N/2. \end{cases}$$

Kontribusi kumulatif dari frekuensi  $[0, \omega]$  didefinisikan sebagai berikut:

$$\pi_X^N(\omega) = \sum_{k:0 \leq k/N \leq \omega} I_X^N(k/N), \quad \omega \in [0, 0.5].$$

Kemudian untuk  $\omega_0 \in (0, 0.5)$ , maka kontribusi frekuensi yang rendah dari interval  $[0, \omega_0]$  untuk  $X \in \mathbb{R}^N$  didefinisikan sebagai berikut:

$$C(X, \omega_0) = \frac{\pi_X^N(\omega_0)}{\pi_X^N(0.5)}.$$

Untuk memilih komponen SVD *trend*, vektor eigennya harus memenuhi kriteria sebagai berikut:

$$C(U_j, \omega_0) \geq C_0,$$

dimana parameter  $\omega_0 \in (0, 0.5)$ ,  $C_0 \in [0, 1]$ , dan  $U_j$  merupakan vektor eigen ke- $j$ .

$\omega_0 \in (0, 0.5)$  ditentukan berdasarkan aturan berikut:

$$\omega_0 = \max_{k/N, 0 \leq k \leq N/2} \{k/N : I_X^N(0), \dots, I_X^N(k/N) < M_X^N\},$$

dimana  $M_X^N$  adalah median dari nilai periodogram  $X$ .

Hal ini dapat diinterpretasikan sebagai sebagai pemilihan komponen SVD dengan sebagian besar EOF ditandai dengan fluktuasi frekuensi rendah.

## 2.8 Keterpisahan

Tujuan utama dari SSA adalah suatu dekomposisi dari deret asli menjadi suatu penjumlahan dari deret. Setiap komponen dalam penjumlahan dapat diidentifikasi baik sebagai *trend*, komponen periodik atau *quasi-periodic*, atau *noise* (Golyandina, 2001). Dekomposisi SSA dari deret  $F$  dapat berguna dan informatif jika komponen aditif yang dihasilkan dari deret kurang lebih dapat dipisahkan satu sama lain. Ada dua jenis keterpisahan yang dapat dipertimbangkan jika ada kelipatan nilai *singular* yang

mengakibatkan SVD tidak terdefiniskan, yaitu keterpisahan lemah dan keterpisahan kuat (Golyandina dan Zhigljavsky, 2013).

### 2.8.1 Keterpisahan Lemah

Diberikan *window length*  $L$ , pertimbangkan SVD tertentu dari matriks lintasan  $\mathbf{X}$  dari deret awal  $F$  dengan panjang  $N$ , dan asumsikan bahwa deret  $F$  merupakan jumlah dari dua deret  $F^{(1)}$  dan  $F^{(2)}$ , yaitu  $F = F^{(1)} + F^{(2)}$ . Keterpisahan dari deret  $F^{(1)}$  dan  $F^{(2)}$  memiliki arti bahwa matriks SVD dari matriks lintasan  $\mathbf{X}$  bisa dibagi menjadi dua kelompok yang berbeda, sehingga jumlah dari matriks dalam masing-masing kelompok menghasilkan matriks lintasan  $\mathbf{X}^{(1)}$  dan  $\mathbf{X}^{(2)}$  dari deret  $F^{(1)}$  dan  $F^{(2)}$ , masing-masing.

Keterpisahan menyiratkan bahwa setiap baris matriks lintasan  $\mathbf{X}^{(1)}$  dari deret  $F^{(1)}$  ortogonal ke setiap baris matriks lintasan  $\mathbf{X}^{(2)}$  dari deret  $F^{(2)}$ , dan hal yang sama juga berlaku untuk kolom. Karena baris dan kolom matriks lintasan merupakan subderet dari deret yang sesuai, kondisi ortogonalitas untuk baris dan kolom dari matriks lintasan  $\mathbf{X}^{(1)}$  dan  $\mathbf{X}^{(2)}$  hanyalah kondisi ortogonalitas setiap subderet untuk panjang  $L$  dan  $K = N - L + 1$  dari deret  $F^{(1)}$  ke setiap subderet dengan panjang yang sama dari deret  $F^{(2)}$  (subderet dari deret waktu harus dipertimbangkan sebagai vektor). Jika ortogonalitas ini berlaku, maka bisa dikatakan bahwa deret  $F^{(1)}$  dan  $F^{(2)}$  dapat dipisahkan dengan lemah. Dalam hal matriks lintasan,  $\mathbf{X}^{(1)}(\mathbf{X}^{(2)})^T = \mathbf{0}_{LL}$  dan  $(\mathbf{X}^{(1)})^T \mathbf{X}^{(2)} = \mathbf{0}_{KK}$ .

Kondisi keterpisahan lemah juga dapat dinyatakan dalam hal ortogonalitas dari subruang. deret  $F^{(1)}$  dan  $F^{(2)}$  dapat dipisahkan jika dan hanya jika subruang  $\mathcal{L}^{(L,1)}$  yang direntang oleh kolom matriks lintasan  $\mathbf{X}^{(1)}$ , ortogonal terhadap subruang  $\mathcal{L}^{(L,2)}$  yang direntang oleh kolom matriks lintasan  $\mathbf{X}^{(2)}$ , dan ortogonalitas yang serupa juga

harus berlaku untuk subruang  $\mathcal{Q}^{(K,1)}$  dan  $\mathcal{Q}^{(K,2)}$  yang direntang oleh baris matriks lintasan.

- **Karakteristik Keterpisahan Lemah**

Diberikan  $L^* = \min(L, K)$ ,  $K^* = \max(L, K)$ , dan bobot

$$w_i = \begin{cases} i+1 & \text{untuk } 0 \leq i \leq L^* - 1, \\ L^* & \text{untuk } L^* \leq i < K^*, \\ N-i & \text{untuk } K^* \leq i \leq N-1. \end{cases} \quad (2.14)$$

Bobot  $w_i$  di (2.14) sama dengan banyaknya unsur  $x_i$  muncul di matriks lintasan  $\mathbf{X}$  dari deret  $F = (f_0, \dots, f_{N-1})$ . *Inner product* dari dua deret  $F^{(1)}$  dan  $F^{(2)}$  dengan panjang  $N$  didefinisikan sebagai

$$\left( F^{(1)}, F^{(2)} \right)_w \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{i=0}^{N-1} w_i f_i^{(1)} f_i^{(2)}. \quad (2.15)$$

Deret  $F^{(1)}$  dan  $F^{(2)}$  dikatakan *w-orthogonal* jika  $\left( F^{(1)}, F^{(2)} \right)_w = 0$ .

### 2.8.2 Perkiraan dan Keterpisahan Asimptotik

Pada kasus keterpisahan yang tepat, ortogonalitas baris dan kolom dari matriks lintasan  $\mathbf{X}^{(1)}$  dan  $\mathbf{X}^{(2)}$  memiliki arti bahwa semua *inner product* yang berpasangan dari baris dan kolom matriks lintasan  $\mathbf{X}^{(1)}$  dan  $\mathbf{X}^{(2)}$  adalah nol. Dalam bahasa statistik, ini memiliki arti bahwa *noncentral covariances* (dan oleh karena *noncentral correlations* merupakan cosinus sudut antara vektor-vektor yang sesuai) adalah nol. Ini dapat dipertimbangkan sebagai suatu karakteristik keterpisahan dari dua deret  $F^{(1)}$  dan  $F^{(2)}$ . Koefisien korelasi maksimum  $\rho^{(L,K)}$ , yaitu nilai mutlak maksimum dari korelasi di antara baris dan di antara kolom dari matriks lintasan dua deret tersebut ( $K = N - L + 1$ ). Dengan demikian, dua deret  $F^{(1)}$  dan  $F^{(2)}$  kira-kira dapat dipisahkan jika semua korelasi di antara baris dan di antara kolom dari matriks lintasan  $\mathbf{X}^{(1)}$  dan  $\mathbf{X}^{(2)}$  mendekati nol.

Pertimbangkan karakteristik lain dari kualitas keterpisahan. Untuk mengukur tingkat perkiraan keterpisahan antara dua deret  $F^{(1)}$  dan  $F^{(2)}$ , digunakan kuantitas berikut yang disebut sebagai korelasi terboboti atau  $w$ -*correlation*:

$$\rho^{(w)}(F^{(1)}, F^{(2)}) = \frac{(F^{(1)}, F^{(2)})_w}{\|F^{(1)}\|_w \|F^{(2)}\|_w}, \quad (2.16)$$

dimana  $\|F^{(i)}\|_w = \sqrt{(F^{(i)}, F^{(i)})_w}$ ,  $i = 1, 2$ . Dua deret  $F^{(1)}$  dan  $F^{(2)}$  kira-kira dapat dipisahkan jika  $\rho^{(w)}(F^{(1)}, F^{(2)}) \approx 0$ . Jika nilai mutlak  $w$ -*correlation* kecil, maka dua deret hampir  $w$ -*orthogonal*, tetapi jika nilai mutlak  $w$ -*correlation* besar, maka dua deret tersebut jauh dari  $w$ -*orthogonal*. Dengan demikian dapat dikatakan bahwa dua deret dapat dipisahkan dengan buruk jika nilai mutlak  $w$ -*correlation* besar.

Untuk deret yang panjangnya tidak berhingga, akan lebih mudah untuk memperkenalkan gagasan keterpisahan asimtotik. Pertimbangkan dua deret tidak berhingga  $F^{(1)}$  dan  $F^{(2)}$  dan dinotasikan dengan  $F_N^{(1)}$  dan  $F_N^{(2)}$  adalah deret berhingga yang terdiri dari  $N$  elemen pertama dari deret  $F^{(1)}$  dan  $F^{(2)}$ . Asumsikan juga bahwa *window length*  $L$  adalah suatu fungsi dari deret dengan panjang  $N$ . Deret  $F^{(1)}$  dan  $F^{(2)}$  dapat dipisahkan secara asimtotik jika nilai mutlak maksimum koefisien korelasi di antara baris atau kolom  $\rho^{(L,K)}$  dari matriks lintasan deret  $F_N^{(1)}$  dan  $F_N^{(2)}$  cenderung nol, ketika  $N \rightarrow \infty$ . Perilaku standar dari *window length*  $L = L(N)$  dalam definisi keterpisahan asimtotik adalah sedemikian rupa sehingga  $L, K \rightarrow \infty$ . Dari sudut pandang yang praktis, efek dari keterpisahan asimtotik menjadi jelas dalam analisis untuk deret yang panjang dan memiliki arti bahwa dua deret dapat dipisahkan secara asimtotik kira-kira untuk  $N$  yang besar.

### 2.8.3 Keterpisahan Kuat

Keterpisahan kuat dari dua deret  $F^{(1)}$  dan  $F^{(2)}$  ekuivalen dengan pemenuhan dua kondisi berikut:

- Deret  $F^{(1)}$  dan  $F^{(2)}$  dapat dipisahkan dengan lemah.
- Kumpulan nilai *singular* dari matriks lintasan  $\mathbf{X}^{(1)}$  dan  $\mathbf{X}^{(2)}$  saling lepas.

Asumsikan bahwa

$$\mathbf{X}^{(1)} = \sum_k \mathbf{X}_k^{(1)}, \quad \mathbf{X}^{(2)} = \sum_m \mathbf{X}_m^{(2)},$$

adalah SVD matriks lintasan  $\mathbf{X}^{(1)}$  dan  $\mathbf{X}^{(2)}$  dari deret  $F^{(1)}$  dan  $F^{(2)}$ , masing-masing. Jika deret dapat dipisahkan dengan lemah, maka

$$\mathbf{X} = \sum_k \mathbf{X}_k^{(1)} + \sum_m \mathbf{X}_m^{(2)}$$

adalah SVD matriks lintasan  $\mathbf{X}$  dari deret  $F = F^{(1)} + F^{(2)}$ .

Asumsikan bahwa nilai-nilai *singular* berhubungan dengan matriks elementer  $\mathbf{X}_1^{(1)}$  dan  $\mathbf{X}_1^{(2)}$  serupa. Ini berarti bahwa dengan menggunakan SVD matriks  $\mathbf{X}$ , istilah  $\mathbf{X}_1^{(1)}$  dan  $\mathbf{X}_1^{(2)}$  tidak bisa diidentifikasi dalam penjumlahan  $\mathbf{X}_1^{(1)} + \mathbf{X}_1^{(2)}$ , karena dua matriks ini berhubungan dengan nilai eigen yang sama dari matriks  $\mathbf{X}\mathbf{X}^T$ .

## 2.9 Pemilihan Parameter SSA

Ada dua parameter di dalam metode SSA, yaitu *window length* ( $L$ ) dan *effect grouping* ( $r$ ).

### 2.9.1 Pengaruh Pengelompokan

Asumsikan bahwa *window length*  $L$  ditetapkan dan SVD matriks lintasan telah dibuat dari deret waktu asli. Langkah selanjutnya adalah mengelompokan istilah SVD guna menyelesaikan salah satu masalah terkait ekstrasi *trend* dan *smoothing*, ekstrasi dari komponen *oscillatory*, dan mendapatkan struktur yang halus dari sebuah deret. Hasil pengelompokan yang tepat akan mengarah pada pemisahan komponen deret

waktu. Dengan demikian harus diputuskan apa pengelompokan yang tepat dan bagaimana menemukan kelompok yang tepat dari *eigen triples*. Dengan kata lain, *eigen triple* yang sesuai dengan komponen deret waktu yang terkait perlu diidentifikasi. Setiap *eigen triple* terdiri dari suatu vektor eigen (vektor *singular* kiri), suatu vektor faktor (vektor *singular* kanan) dan suatu nilai *singular*. Dengan demikian identifikasi *eigen triple* yang sesuai dengan komponen deret waktu yang terkait akan dicapai hanya dengan menggunakan informasi yang terdapat dalam vektor ini (dianggap sebagai deret waktu) dan nilai *singular*.

### a. Masalah Umum

Terdapat beberapa hasil teoretis murni tentang *eigen triples* dari beberapa deret waktu sederhana.

- ***Exponential-Cosine Sequences***

Pertimbangkan deret

$$f(n) = Ae^{\alpha n} \cos(2\pi\omega n + \phi), \quad (2.17)$$

$\omega \in [0, 1/2]$ ,  $\phi \in (0, 2\pi]$  dan menyatakan  $T = 1/\omega$ .

Tergantung pada parameter, *exponential-cosine sequence* menghasilkan *eigen triples* berikut:

1. *Exponentially modulated harmonic time series* dengan frekuensi  $\omega \in (0, 1/2)$

Jika  $\omega \in (0, 1/2)$ , maka untuk setiap  $L$  dan  $N$ , SVD dari matriks lintasan mempunyai dua hal. Vektor eigen dan vektor faktor memiliki bentuk yang sama (2.17) dengan frekuensi  $\omega$  yang sama dan tingkat eksponensial  $\alpha$ . Jika  $\alpha \leq 0$  maka untuk  $N$ ,  $L$ , dan  $K = N - L + 1$  besar, kedua nilai *singular* berdekatan (secara asimtotik kedua nilai *singular* bertepatan untuk  $L, K \rightarrow \infty$ ). Praktis, kedua nilai *singular* cukup dekat ketika  $L$  dan  $K$  beberapa kali lebih besar dari  $T = 1/\omega$ .

2. *Exponentially modulated saw-tooth curve* dengan frekuensi  $\omega = 1/2$

Jika  $\omega = 1/2$  dan  $\sin(\phi) \neq 0$ , maka  $f_n$  sebanding dengan  $(-e^\alpha)^n$ . Pada kasus ini, untuk setiap  $L$ , SVD yang sesuai hanya memiliki satu hal. Kedua vektor *singular* memiliki bentuk yang sama seperti deret awal.

### 3. Exponential sequence dengan frekuensi $\omega = 0$

Jika  $\omega = 0$  dan  $\cos(\phi) \neq 0$ , maka  $f_n$  sebanding dengan  $e^{\alpha n}$  dan diperoleh suatu deret eksponensial. Untuk setiap  $N$  dan *window length*  $L$ , matriks lintasan dari deret eksponensial hanya memiliki satu *eigen triple*. Kedua vektor *singular* dari *eigen triple* ini adalah eksponensial dengan parameter  $\alpha$  yang sama.

### 4. Deret harmonik dengan $\alpha = 0$

Jika  $\alpha = 0$  dan  $\omega \neq 0$ , maka deret tersebut adalah suatu harmonik murni (*a pure harmonic one*). Vektor eigen dan vektor faktor merupakan deret harmonik dengan  $\omega$  yang sama. Jika  $\omega \neq 1/2$  dan  $T = 1/\omega$  adalah pembagi dari  $K$  dan  $L$ , maka kedua nilai *singular* bertepatan.

## • Deret Polinomial

Pertimbangkan suatu deret polinomial dari bentuk

$$f_n = \sum_{k=0}^m a_k n^k, \quad a_m \neq 0.$$

### 1. Kasus Umum

Jika  $f_n$  adalah suatu polinomial derajat  $m$ , maka orde SVD yang sesuai tidak melebihi  $m+1$  dan semua vektor *singular* adalah polinomial serta derajat dari  $f_n$  tidak melebihi  $m$ .

### 2. Deret linier

Untuk suatu deret linier

$$f_n = an + b, \quad a \neq 0,$$

dengan sebarang  $N$  dan  $L$ , SVD dari matriks lintasan terdiri dari dua hal. Semua vektor *singular* juga merupakan deret linier dengan  $|a|$  yang sama.

Ada beberapa aturan umum terkait dengan berbagai masalah pengelompokan yang berbeda dan prinsip-prinsip pengelompokan yang sesuai, yaitu:

1. Jika suatu komponen deret waktu direkonstruksi dengan bantuan hanya satu *eigen triple* dan kedua vektor singular dari *eigen triple* ini memiliki bentuk yang mirip, maka komponen yang direkonstruksi kira-kira akan memiliki bentuk yang sama.
2. Jika  $L \ll K$  maka vektor faktor dalam suatu *eigen triple* memiliki kemiripan yang lebih besar dengan komponen, yang direkonstruksi dari *eigen triple* ini, dibandingkan vektor eigen. Akibatnya, hasil rekonstruksi dari suatu *eigen triple* tunggal kira-kira bisa diprediksi dengan bantuan vektor faktor tersebut.
3. Jika sebuah deret direkonstruksi dengan bantuan beberapa *eigen triple*, dan periodograms dari vektor *singular* deret tersebut didukung pada interval frekuensi yang sama  $[a, b]$ , maka kekuatan frekuensi dari deret yang direkonstruksi akan didukung terutama pada  $[a, b]$ .
4. Semakin besar nilai *singular* dari *eigen triple* tersebut, semakin besar bobot komponen yang sesuai dari deret. Bobot ini mungkin dianggap sebanding dengan nilai *singular*.

## **b. Pengelompokan untuk Ekstraksi dari *Trends* dan *Smoothing***

### **• *Trends***

*Trend* merupakan komponen yang bervariasi dengan lambat dari suatu deret waktu yang tidak mengandung komponen *osillatory*. Untuk suatu deret umum  $F$ , biasanya diasumsikan bahwa komponen *trend*-nya  $F^{(1)}$  dapat dipisahkan dengan kuat dari semua komponen lainnya. Ini berarti bahwa di antara *eigen triples* deret  $F$ , ada *eigen triples* yang kira-kira sesuai dengan komponen SVD dari deret  $F^{(1)}$ . Dengan demikian untuk mengekstrak *trend* dari suatu deret, semua matriks elementer yang berhubungan dengan vektor *singular* yang bervariasi dengan lambat harus dikumpulkan.

*Ordinal number* dari *eigen triples* ini tidak hanya bergantung pada *trend*  $F^{(1)}$  itu sendiri, tetapi juga pada deret residual  $F^{(2)} = F - F^{(1)}$ . Pertimbangkan dua ekstrem yang berbeda. Pertama, biarkan deret  $F$  memiliki kecenderungan *trend* yang kuat,  $F^{(1)}$  dengan suatu komponen *oscillatory* yang relatif kecil dan komponen *noise* yang relatif kecil  $F^{(2)}$ . Maka sebagian besar *eigen triples trend* memiliki posisi terkemuka dalam SVD dari seluruh deret  $F$ . Tentu saja, beberapa *eigen triples* ini dapat memiliki nilai *singular* kecil, terutama jika *trend* yang lebih halus atau kurang halus sedang dicari. Ekstrem yang lain berkaitan dengan *oscillation* tinggi pada background kecenderungan umum kecil dan lambat. Disini, matriks elementer terkemuka menggambarkan *oscillation*, sedangkan *eigen triples trend* dapat memiliki nilai *singular* kecil.

- **Smoothing**

Masalah dari *smoothing* mungkin tampak mirip dengan ekstraksi *trend* tapi masalah *smoothing* memiliki hal spesifik tersendiri. Secara khusus, deret waktu apapun dapat dimuluskan, bahkan jika deret waktu tersebut tidak memiliki komponen *trend* yang jelas. Itu berarti bahwa untuk ekstraksi dari suatu *trend*, semua *eigen triples* yang berhubungan dengan bagian dari deret yang bervariasi secara lambat (tetapi bukan *oscillatory*) harus dikumpulkan. Pada saat yang sama suatu komponen yang dimuluskan dari suatu deret tersusun dari sekumpulan *eigen triples* yang vektor *singular*-nya tidak beresilasi dengan cepat.

### c. Pengelompokan untuk *Oscillation*

- **Deret Harmonik**

Terdapat suatu harmonik murni dengan frekuensi  $\omega$ , fase, dan amplitudo tertentu. Sejak diasumsikan bahwa suatu komponen semacam  $F^{(1)}$  dalam deret asli kira-kira dapat dipisahkan dengan kuat dari  $F^{(2)} = F - F^{(1)}$ , diharapkan terdapat dua (atau satu jika  $\omega = 1/2$ ) *eigen triples* SVD dari matriks lintasan yang dihasilkan oleh  $F$  sesuai dengan  $F^{(1)}$ . Masalahnya adalah untuk mengidentifikasi *eigen triples* ini di antara semua *eigen triples* lainnya yang dihasilkan oleh  $F$ .

Ditetapkan  $\omega \neq 1/2$ , maka seperti yang dinyatakan dalam contoh dari *exponential-cosine function*, harmonik murni sesuai dengan (2.17) dengan  $\alpha = 0$  menghasilkan suatu SVD orde dua dengan vektor *singular* memiliki bentuk harmonik yang sama. Pertimbangkan situasi ideal dimana  $T = 1/\omega$  adalah suatu pembagi dari *window length*  $L$  dan  $K = N - L + 1$ . Karena  $T$  adalah bilangan bulat,  $T$  merupakan suatu periode dari harmonik.

Dalam situasi ideal yang dijelaskan di atas, vektor eigen memiliki bentuk dari *sine sequence* dan *cosine sequence* dengan  $T$  yang sama dan fase yang sama. Vektor faktor juga dari bentuk yang sama. Jika  $T = 1/\omega$  adalah bilangan bulat, maka titik-titik ini adalah simpul-simpul dari *T-vertex polygon*. Untuk frekuensi rasional  $\omega = q/p < 1/2$  dengan bilangan bulat yang relatif prima  $p$  dan  $q$ , titik-titik ini adalah simpul-simpul dari *p-vertex polygon* yang teratur. Analisis plot pencar berpasangan atau *the pairwise scatterplots* dari vektor *singular* memungkinkan identifikasi secara visual *eigen triples* yang sesuai dengan komponen harmonik dari deret, komponen yang disediakan ini dapat dipisahkan dari komponen residual.

Dalam praktek, nilai *singular* dari dua *eigen triples* suatu deret harmonik sering dekat satu sama lain, dan fakta ini mempermudah identifikasi visual dari komponen harmonik. Situasi seperti ini biasanya terjadi ketika  $L$  dan  $K$  beberapa kali lebih besar dari  $1/\omega$ . Jika periode dari harmonik sebanding dengan  $N$ , maka nilai *singular* yang sesuai mungkin tidak dekat dan oleh karena itu dua *eigen triples* mungkin tidak berturutan. Efek yang sama sering terjadi ketika dua nilai *singular* dari komponen harmonik adalah kecil dan sebanding dengan nilai *singular* dari komponen *noise*. Deret  $F$  mungkin berisi beberapa komponen harmonik, dan frekuensi masing-masing harus diidentifikasi menggunakan sepasang *eigen triples* yang sesuai.

- **Pengelompokan untuk Identifikasi Komponen Periodik Umum**

Pertimbangkan sekarang kasus yang lebih luas dari ekstraksi suatu komponen periodik yang umum  $F^{(1)}$  dari deret  $F$ . Jika bilangan bulat  $T$  adalah periode dari komponen periodik maka

$$f_n^{(1)} = \sum_{k=1}^{\lfloor T/2 \rfloor} a_k \cos(2\pi kn/T) + \sum_{k=1}^{\lfloor T/2 \rfloor} b_k \sin(2\pi kn/T). \quad (2.18)$$

Terdapat paling banyak  $T-1$  komponen matriks di SVD matriks lintasan dari deret  $F^{(1)}$ , untuk setiap *window length*  $L \geq T-1$ . Untuk  $L$  yang besar, komponen harmonik di penjumlahan (2.18) kira-kira dapat dipisahkan dengan kuat. Asumsikan kekuatan masing-masing komponen  $a_k^2 + b_k^2$  semua berbeda.

Pada kasus ini, setiap komponen menghasilkan dua *eigen triple* (untuk  $k \neq T/2$ ) atau satu *eigen triple* (untuk  $k = T/2$ ) dengan vektor *singular* dari jenis harmonik yang sama. Oleh karena itu, menurut asumsi:

- Deret  $F^{(1)}$  kira-kira dapat dipisahkan dengan kuat dari  $F^{(2)}$  dalam penjumlahan  $F = F^{(1)} + F^{(2)}$  untuk *window length*  $L$ .
- Semua kekuatan tidak nol (*nonzero powers*)  $a_k^2 + b_k^2$  dalam ekspansi (2.18) berbeda.
- $L$  cukup besar.

semua *eigen triples* kira-kira harus mampu dipisahkan, yang bersesuaian dengan deret periodik  $F^{(1)}$  di SVD dari matriks lintasan dari seluruh deret  $F$ . Pemisahan dapat dilakukan dengan mengidentifikasi *eigen triples* yang sesuai dengan semua harmonik dengan frekuensi  $k/T$  dan kemudian melakukan pengelompokan *eigen triples*.

#### • Periodisitas Termodulasi

Kasus *amplitude-modulated periodicity* jauh lebih kompleks karena bentuk yang tepat dari modulasi tidak diasumsikan. Namun, contoh *exponentially modulated harmonic* (2.17) dengan  $\alpha \neq 0$  menunjukkan bahwa terkadang identifikasi komponen sinyal semacam itu dapat dilakukan. *Exponentially modulated harmonic* dapat dianggap sebagai suatu komponen aditif dari beberapa deret ekonometrik yang menggambarkan pertumbuhan eksponensial terkait dengan *exponentially modulated seasonal oscillation*.

Secara keseluruhan, situasi ini analog dengan kasus deret harmonik murni. Jika frekuensi tidak sama dengan  $1/2$  dan *window length*  $L$  besar, maka diperoleh dua *eigen triples* dengan nilai *singular* kira-kira sama, keduanya ditandai dengan vektor *singular* dari bentuk *exponential-cosine* yang sama. Oleh karena itu, plot pencar dari pasangan vektor eigen atau vektor faktor ini memiliki bentuk spiral dan secara visual mudah dibedakan.

Jika deret yang memodulasi harmonik murni tidak eksponensial, maka ekstraksi dari komponen yang sesuai jauh lebih sulit. Jika amplitudo dari harmonik yang termodulasi  $F^{(1)}$  bervariasi dengan lambat, maka rentang frekuensi dikonsentrasikan di sekitar frekuensi utama, yang dapat terlihat dengan jelas dalam periodogram dari harmonik termodulasi ini. Jika *window length*  $L$  dan  $K = N - L + 1$  besar, maka semua vektor *singular* dari deret ini akan mempunyai sifat yang sama.

Oleh karena itu, jika deret  $F^{(1)}$  dapat dipisahkan dengan kuat dari deret  $F^{(2)}$  dalam penjumlahan  $F = F^{(1)} + F^{(2)}$ , maka orang bisa berharap bahwa interval frekuensi dari  $F^{(2)}$  memiliki irisan yang kecil (dalam hal kekuatan) dengan interval frekuensi dari harmonik yang termodulasi  $F^{(1)}$ . Jadi dengan menganalisis periodogram dari vektor *singular* di semua *eigen triple* dari deret  $F$ , orang berharap dapat mengidentifikasi mayoritas *eigen triples* yang kira-kira menggambarkan  $F^{(1)}$ .

#### **d. Pengelompokan untuk Menemukan Dekomposisi Halus dari Suatu Deret**

Masalah penemuan struktur halus dari suatu deret oleh SSA setara dengan pengidentifikasian *eigen triples* dari SVD untuk matriks lintasan dari deret yang sesuai dengan *trend*, berbagai komponen *oscillatory*, dan *noise*. Dari sudut pandang praktis, cara alami untuk ekstraksi *noise* adalah pengelompokan *eigen triples*, yang tampaknya tidak mengandung unsur dari *trend* dan *oscillation*. Untuk ekstraksi *noise*, seseorang harus memerhatikan hal-hal berikut:

1. Jika rentang frekuensi dari *noise* mengandung frekuensi komponen harmonik dari sinyal, maka komponen harmonik yang direkonstruksi dari *eigen triples* SVD yang

- terkait, juga akan mencakup bagian dari *noise* yang bersesuaian dengan frekuensi ini.
2. Jika amplitudo suatu komponen harmonik dari sinyal adalah kecil dan *noise* adalah besar, maka nilai *singular* yang bersesuaian dengan harmonik dan *noise* mungkin dekat.
  3. SVD matriks lintasan dari *noise* murni (yaitu, dari suatu urutan aperiodik yang stasioner) untuk  $N$ ,  $L$ , dan  $K$  yang besar diharapkan mengandung setidaknya beberapa *eigen triples* terkemuka yang tampak seperti harmonik.

### 2.9.2 Efek *Window Length*

*Window length* adalah parameter utama dari SSA, dalam artian bahwa pemilihan *window length* yang tidak tepat akan menyiratkan bahwa tidak ada kegiatan pengelompokan yang akan membantu untuk mendapatkan dekomposisi SSA yang baik. Selain itu, *window length* merupakan parameter tunggal dari dekomposisi. Pada kasus yang umum tidak ada aturan universal dan rekomendasi yang jelas untuk pemilihan *window length*.

Namun menurut Golyandina dan Korobeynikov (2013), kondisi dari perkiraan keterpisahan menghasilkan rekomendasi untuk pilihan *window length*  $L$ . *Window length*  $L$  harus cukup besar  $L \sim (N/2)$  dan jika suatu komponen periodik ingin diekstrak dengan periode yang diketahui, maka *window length* yang dibagi dengan periode memberikan keterpisahan yang lebih baik. Jika deret waktu memiliki struktur yang kompleks, maka *sequential* SSA direkomendasikan (Golyandina *et al.*, 2001). *Sequential* SSA terdiri dari dua tahap, pada tahap pertama *trend* diekstrak dengan *window length* kecil dan kemudian komponen periodik dideteksi dan diekstrak dari residual dengan  $L \sim N/2$ .

Variasi dalam *window length* memengaruhi kedua fitur dari keterpisahan lemah dan keterpisahan kuat dari SSA, yaitu ortogonalitas dari interval deret waktu yang sesuai dan kedekatan nilai-nilai *singular*. Ada beberapa prinsip umum untuk pemilihan *window length*  $L$  yang memiliki alasan teoritis dan praktis tertentu.

### a. Efek Umum

Menurut Golyandina *et al.* (2001), efek umum dari *window length* sebagai berikut:

1. Lebih dari satu SVD dari matriks lintasan yang bersesuaian dengan *window length*  $L$  dan  $K = N - L + 1$  ekuivalen (hingga simetri: vektor *singular* kiri  $\leftrightarrow$  vektor *singular* kanan). Oleh karena itu, untuk analisis struktur deret waktu menggunakan SSA disarankan untuk mengambil *window length* yang lebih besar dari setengah panjang deret waktu.
2. Dekomposisi yang lebih terperinci dicapai ketika *window length* kira-kira sama dengan setengah dari panjang deret waktu, yaitu ketika  $L \sim N/2$ . Pengecualian adalah deret dengan pangkat berhingga, dimana untuk setiap  $L$  lebih besar dari  $d$  dan  $N > 2d - 1$  ( $d$  merupakan pangkat dari deret) jumlah komponen tidak nol dalam SVD dari deret sama dengan  $d$  dan tidak bergantung pada *window length*.
3. Pengaruh dari keterpisahan lemah.
  - Karena hasil mengenai keterpisahan lemah dari komponen deret waktu umumnya asimtotik (ketika  $L, K \rightarrow \infty$ ), untuk mencapai suatu pemisahan yang lebih baik, seseorang harus memilih *window length* yang besar. Dengan kata lain, *window length* kecil bisa mengacaukan komponen yang diinterpretasi.
  - Jika *window length*  $L$  relatif besar, maka hasil pemisahan bersifat stabil.
4. Efek dari kedekatan nilai-nilai *singular*.

Efek negatif yang disebabkan oleh kedekatan nilai-nilai *singular* terkait dengan komponen yang berbeda dari deret asli (yaitu, tidak adanya keterpisahan kuat dalam situasi dimana keterpisahan lemah berlaku), tidak mudah diformalkan dalam hal *window length*. Efek ini seringkali sulit untuk diatasi dengan cara pemilihan  $L$  saja.

### b. *Window Length* untuk Ekstraksi *Trends*

Sejak *trend* merupakan suatu kurva yang relatif mulus, keterpisahannya dari *noise* dan *oscillations* memerlukan nilai yang besar dari  $L$ . Di sisi lain, jika *trend* memiliki struktur yang kompleks, maka *trend* tersebut dapat dijelaskan hanya dengan

sejumlah besar *eigen triple* dengan nilai-nilai *singular* relatif kecil. Beberapa nilai *singular* yang dihasilkan oleh komponen deret waktu *trend* bisa dekat dengan nilai-nilai *singular* yang yang dihasilkan oleh komponen deret waktu *oscillation* dan/atau komponen deret waktu *noise*.

Diberikan  $F = F^{(1)} + F^{(2)}$  dimana  $F^{(1)}$  adalah sebuah *trend* dan  $F^{(2)}$  adalah residual. Terdapat beberapa asumsi sebagai berikut:

1. Deret  $F^{(1)}$  sederhana. Gagasan mengenai kesederhanaan dapat dipahami sebagai berikut:

- Dari sudut pandang teoritis, deret  $F^{(1)}$  sangat baik didekati oleh suatu deret dengan *rank*  $d$  yang berhingga dan kecil.
- Dalam hal frekuensi, periodogram dari deret  $F^{(1)}$  dikonsentrasikan dalam domain dari frekuensi yang agak kecil.
- Dalam hal dekomposisi SSA, beberapa *eigen triple* pertama dari dekomposisi matriks lintasan deret  $F^{(1)}$  cukup untuk aproksimasi yang agak baik dari dekomposisi SSA, bahkan untuk  $L$  yang besar.

2. Asumsikan juga bahwa deret  $F^{(1)}$  jauh lebih besar dari deret  $F^{(2)}$ .

Misalkan asumsi ini berlaku dan *window length*  $L$  menyediakan pemisahan tertentu (lemah) dari deret waktu  $F^{(1)}$  dan  $F^{(2)}$ . Dengan demikian diharapkan bahwa dalam SVD matriks lintasan dari deret  $F$ , *eigen triples* terkemuka akan bersesuaian dengan *trend*  $F^{(1)}$ , yaitu *eigen triples* yang bersesuaian dengan  $F^{(1)}$  akan memiliki nilai *singular* yang lebih besar daripada *eigen triples* yang bersesuaian dengan  $F^{(2)}$ . Dengan kata lain, pemisahan yang kuat terjadi.

### c. *Window Length* untuk Periodisitas

Masalah pemilihan *window length*  $L$  untuk ekstraksi suatu komponen periodik  $F^{(1)}$  dari pejumlahan  $F = F^{(1)} + F^{(2)}$  memiliki kekhasan tertentu terkait dengan korespondensi antara *window length* dan periode. Pada umumnya, kekhasan ini sama untuk harmonik murni dan untuk periodisitas yang kompleks, dan juga untuk

periodisitas termodulasi. Berikut ini terdapat beberapa rekomendasi terkait pemilihan *window length*  $L$  untuk periodisitas:

- Untuk masalah ekstraksi suatu komponen periodik dengan periode  $T$ , wajar untuk mengukur panjang deret dalam hal jumlah periode. Secara spesifik, jika  $F^{(1)}$  dapat dipisahkan secara asimtotik dari  $F^{(2)}$ , maka untuk mencapai pemisahan panjang deret  $N$  harus dimiliki sehingga rasio  $N/T$  setidaknya beberapa unit.
- Untuk deret waktu yang relatif pendek, jika deret waktu tersebut memiliki komponen periodik dengan periode  $T$  berupa bilangan bulat, maka lebih baik mengambil *window length*  $L$  yang sebanding dengan periode tersebut. Perhatikan bahwa dari sudut pandang teoritis,  $N-1$  juga harus sebanding dengan  $T$ .
- Untuk deret waktu panjang, tuntutan bahwa  $L/T$  dan  $(N-1)/T$  berupa bilangan bulat tidak begitu penting. Untuk kasus deret yang panjang, dianjurkan bahwa *window length* harus dipilih sebesar mungkin (misalnya, dekat dengan  $N/2$ , jika fasilitas komputer memungkinkan seseorang untuk melakukan ini). Meskipun demikian, bahkan dalam kasus deret yang panjang dianjurkan bahwa  $L$  dipilih sehingga  $L/T$  adalah suatu bilangan bulat.
- Untuk deret  $F^{(2)}$  yang mengandung suatu komponen periodik dengan periode  $T_1 \approx T$ , *window length* yang besar dibutuhkan untuk mengekstrak  $F^{(1)}$ .
- Sejak dua komponen harmonik dengan amplitudo yang sama menghasilkan nilai-nilai *singular* yang sama, secara asimtotik, ketika  $L$  dan  $K$  cenderung tidak berhingga, *window length* yang besar dapat menyebabkan kurangnya keterpisahan yang kuat.

## 2.10 Teknik Tambahan SSA

Ada beberapa teknik tambahan SSA, yaitu *centring* di SSA, Toeplitz SSA, dan *sequential SSA*. *Centring* di SSA dibagi lagi menjadi dua, yaitu *centring* tunggal dan *centring* ganda.

### 2.10.1 Centring Tunggal dan Centring Ganda

Asumsikan bahwa *window length*  $L$  telah ditetapkan. Untuk  $K = N - L + 1$ , pertimbangkan matriks  $\mathbf{A}$  dengan dimensi  $L \times K$  dan  $\mathbf{X}^* = \mathbf{X} - \mathbf{A}$  yang diperoleh dari matriks  $\mathbf{X}$  dari deret  $F$ . Diberikan  $\mathbf{S}^* = \mathbf{X}^* (\mathbf{X}^*)^T$ , dan dinotasikan dengan  $\lambda_i$  adalah nilai eigen tidak nol dan  $\mathbf{U}_i$  ( $i = 1, \dots, d$ ) adalah vektor eigen ortonormal dari matriks  $\mathbf{S}^*$ . Jika  $\mathbf{V}_i = (\mathbf{X}^*)^T \mathbf{U}_i / \sqrt{\lambda_i}$ , maka dekomposisi yang diperoleh adalah:

$$\mathbf{X} = \mathbf{A} + \sum_{i=1}^d \mathbf{X}_i^* \quad (2.19)$$

dengan  $\mathbf{X}_i^* = \sqrt{\lambda_i} \mathbf{U}_i \mathbf{V}_i^T$ . Jika matriks  $\mathbf{A}$  ortogonal ke semua  $\mathbf{X}_i^*$ , maka matriks dekomposisi (2.19) menghasilkan dekomposisi norm kuadrat dari matriks yang sesuai, yang dirumuskan sebagai berikut:

$$\|\mathbf{X}\|_{\mathcal{M}}^2 = \|\mathbf{A}\|_{\mathcal{M}}^2 + \sum_{i=1}^d \|\mathbf{X}_i^*\|_{\mathcal{M}}^2.$$

*Centring* tunggal adalah *centring* baris dari matriks lintasan. Diberikan

$$\mathbf{A} = \mathcal{A}(\mathbf{X}) = [\varepsilon_1(\mathbf{X}) : \dots : \varepsilon_L(\mathbf{X})],$$

dimana setiap komponen ke- $i$  dari vektor  $\varepsilon_i(\mathbf{X})$  untuk  $i = 1, \dots, L$ , sama dengan rata-rata dari komponen ke- $i$  dari *lagged vectors*  $\mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_K$ . Jadi, dalam *centring* tunggal rentang ruang  $(\mathbf{X}_1^{(c)}, \dots, \mathbf{X}_K^{(c)})$  dipertimbangkan daripada rentang  $(\mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_K)$  dengan  $\mathbf{X}_i^{(c)} = \mathbf{X}_i - \varepsilon_i(\mathbf{X})$ . *Centring* tunggal merupakan prosedur standar dalam analisis komponen utama untuk data multidimensi.

Untuk *centring* ganda, SVD diterapkan ke matriks, dihitung dari matriks lintasan dengan mengurangkan dari setiap elemennya terhadap rata-rata baris dan kolom yang sesuai dan dengan menambahkan total matriks rata-rata. Dengan kata lain, dalam hal ini diperoleh

$$\mathbf{A} = \mathcal{A}(\mathbf{X}) + \mathcal{B}(\mathbf{X}) \quad (2.20)$$

dengan  $\mathcal{B}(\mathbf{X}) = [\varepsilon_{12}(\mathbf{X}) : \dots : \varepsilon_{12}(\mathbf{X})]^T$ , dimana komponen ke- $j$  dari vektor  $\varepsilon_{12}(\mathbf{X})$  ( $j = 1, \dots, K$ ) sama dengan rata-rata semua komponen dari vektor  $\mathbf{X}_j^{(c)}$ . Berdasarkan *centring* tunggal,  $\mathbf{A}$  yang ditambahkan mempunyai bentuk yang sama seperti komponen lain dari dekomposisi (2.19).  $\mathbf{A} = \mathbf{U}_{0(1)} \mathbf{Z}_{0(1)}^T$ , dengan  $\mathbf{U}_{0(1)} = \varepsilon_1(\mathbf{X}) / \|\varepsilon_1(\mathbf{X})\|$  dan  $\mathbf{Z}_{0(1)} = \|\varepsilon_1(\mathbf{X})\| \mathbf{1}_K$  (setiap komponen dari vektor  $\mathbf{1}_K \in \mathbb{R}^K$  sama dengan 1).

Pada kasus *centring* ganda, ada satu lagi vektor yang ditambahkan ke daftar vektor eigen, yaitu vektor  $\mathbf{U}_{0(2)} = \mathbf{1}_L / \sqrt{L}$ . Dengan demikian diperoleh:

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}_{0(1)} \mathbf{Z}_{0(1)}^T + \mathbf{U}_{0(2)} \mathbf{Z}_{0(2)}^T,$$

dengan  $\mathbf{Z}_{0(2)} = \sqrt{L} \varepsilon_{12}(\mathbf{X})$ . Diberikan

$$\lambda_{0(1)} = \|\mathbf{Z}_{0(1)}\| = \|\varepsilon_1(\mathbf{X})\| \sqrt{K}, \quad \lambda_{0(2)} = \|\mathbf{Z}_{0(2)}\| = \|\varepsilon_{12}(\mathbf{X})\| \sqrt{L}.$$

Selain itu, diberikan juga  $\mathbf{V}_{0(1)} = \mathbf{Z}_{0(1)} / \sqrt{\lambda_{0(1)}}$  dan  $\mathbf{V}_{0(2)} = \mathbf{Z}_{0(2)} / \sqrt{\lambda_{0(2)}}$ .  $(\mathbf{U}_{0(i)}, \mathbf{V}_{0(i)}, \lambda_{0(i)})$  untuk  $i = 1, 2$  disebut sebagai rata-rata *triple* pertama dan *triple* kedua.

Karena  $\mathcal{A}(\mathbf{X})$  dan  $\mathcal{B}(\mathbf{X})$  ortogonal satu sama lain dan untuk semua komponen dekomposisi yang lain, maka untuk *centring* ganda diperoleh

$$\|\mathbf{X}\|_{\mathcal{M}}^2 = \lambda_{0(1)} + \lambda_{0(2)} + \sum_{i=1}^d \lambda_i,$$

(untuk *centring* tunggal istilah  $\lambda_{0(2)}$  dihilangkan). Oleh karena itu, perbandingan rata-rata *triples* dan *eigen triples* sama dengan

$$\lambda_{0(1)} / \|\mathbf{X}\|_{\mathcal{M}}^2, \quad \lambda_{0(2)} / \|\mathbf{X}\|_{\mathcal{M}}^2, \quad \lambda_i / \|\mathbf{X}\|_{\mathcal{M}}^2.$$

SSA tidak menggunakan *centring* apapun. Walaupun demikian, *centring* tunggal dapat memiliki beberapa keuntungan jika deret  $F$  dapat dinyatakan dalam bentuk  $F = F^{(1)} + F^{(2)}$ , dimana  $F^{(1)}$  merupakan deret konstan dan  $F^{(2)}$  berosilasi di sekitar nol. Jika panjang deret  $N$  cukup besar, komponen konstan aditif akan diekstraksi oleh

SSA (dan juga dengan rata-rata dari semua komponen deret), tetapi untuk deret pendek, *centring* tunggal SSA dapat bekerja lebih baik.

### 2.10.2 Deret Stationer dan Toeplitz SSA

Jika panjang  $N$  dari deret  $F$  tidak cukup besar dan deret diasumsikan stasioner, maka rekomendasi biasa adalah menggantikan matriks  $\mathbf{S} = \mathbf{X}\mathbf{X}^T$  dengan beberapa matriks lain yang memperhitungkan stasioneritas dari deret. *Lag-covariance matrix*  $\mathbf{C} = \mathbf{S}/K$  dapat digunakan untuk memperoleh SVD dari matriks lintasan  $\mathbf{X}$  daripada  $\mathbf{S}$ . Perbedaan antara SVD dari matriks  $\mathbf{S}$  dan  $\mathbf{C}$  hanya terletak pada besarnya nilai eigen yang sesuai (besarnya nilai eigen untuk  $\mathbf{S}$  adalah  $K$  kali lebih besar), sedangkan vektor *singular* dari kedua matriks sama. Oleh karena itu,  $\mathbf{S}$  dan  $\mathbf{C}$  dapat digunakan di SSA dengan pengaruh yang sama.

Dinotasikan dengan  $c_{ij} = c_{ij}(N)$  merupakan unsur-unsur dari *lag-covariance matrix*  $\mathbf{C}$ . Jika deret waktu stasioner, dan  $K \rightarrow \infty$ , maka  $\lim c_{ij} = R_f(|i-j|)$  ketika  $N \rightarrow \infty$ , dimana  $R_f(k)$  digunakan untuk istilah *lag*  $k$  dari fungsi kovarian deret waktu. Oleh karena itu, ide pokok adalah mengambil versi Toeplitz dari *lag-covariance matrix*, yaitu dengan menempatkan nilai-nilai yang sama  $\tilde{c}_{ij}$  di setiap matriks diagonal  $|i-j|=k$ . Tentu saja, konvergensi  $\tilde{c}_{ij} \rightarrow R_f(|i-j|)$  harus dijaga. Ada beberapa cara untuk mendapatkan Toeplitz *lag-covariance matrices* dari deret. Satu cara yang utama adalah dengan menggunakan estimasi standar dari fungsi kovarians dari deret dan mengubahnya menjadi suatu matriks  $L \times L$ . Lebih tepatnya, untuk deret waktu  $F = (f_0, \dots, f_{N-1})$  dan *window length*  $L$  tertentu, matriks  $\mathbf{C}$  diambil dengan unsur-unsur

$$\tilde{c}_{ij} = \frac{1}{N-|i-j|} \sum_{m=0}^{N-|i-j|-1} f_m f_{m+|i-j|}, \quad 1 \leq i, j \leq L, \quad (2.21)$$

daripada SSA *lag-covariance matrix*  $\mathbf{C} = \mathbf{S}/K$  dengan unsur-unsur

$$c_{ij} = \frac{1}{K} \sum_{m=0}^{K-1} f_m f_{m+j-1}, \quad 1 \leq i, j \leq L. \quad (2.22)$$

Setelah diperoleh Toeplitz *lag-covariance matrix*  $\mathbf{C}$ , vektor eigen ortonormalnya  $H_1, \dots, H_L$  dihitung dan matriks lintasan didekomposisi menjadi suatu matriks dekomposisi ortogonal

$$\mathbf{X} = \sum_{i=1}^L \mathbf{H}_i \mathbf{Z}_i^T, \quad (2.23)$$

dimana  $\mathbf{Z}_i = \mathbf{X}^T \mathbf{H}_i$ . Diberikan  $\lambda_i = \|\mathbf{Z}_i\|^2$  dan  $\mathbf{Q}_i = \mathbf{Z}_i / \sqrt{\lambda_i}$  (diasumsikan bahwa  $\mathbf{C}$  memiliki rank penuh), maka dekomposisi matriks lintasan  $\mathbf{X}$  menjadi suatu penjumlahan yang mirip dengan SVD biasa bisa diperoleh. Pengelompokan dan *diagonal averaging* kemudian dapat dibuat dengan cara standar. Angka-angka  $\lambda_i$  yang disebut kuadrat nilai *singular* Toeplitz umumnya tidak bertepatan dengan nilai eigen dari matriks  $\mathbf{C}$ . Menurut Golyandina *et al.* (2001), Toeplitz SSA tidak digunakan untuk deret yang nonstasioner. Jika deret memiliki suatu komponen nonstasioner yang kuat, maka SSA tampaknya lebih baik.

### 2.10.3 Sequential SSA

*Sequential SSA* digunakan untuk mengatasi masalah kedekatan nilai *singular* untuk komponen deret yang dipisahkan secara lemah. Dua tahap *Sequential SSA* dapat dideskripsikan sebagai berikut. Pertama, beberapa komponen deret waktu diekstrak dengan SSA dengan *window length*  $L_1$  tertentu. Kemudian SSA diterapkan pada residual dan beberapa komponen deret diekstrak sekali lagi. *Window length*  $L_2$  dari tahap kedua umumnya berbeda dari  $L_1$ . Setelah dua set komponen deret waktu diekstrak, kedua set komponen deret waktu dapat dikelompokkan dengan cara yang berbeda. *Sequential SSA* juga dapat digunakan jika deret waktu memiliki struktur yang kompleks. *Sequential SSA* terdiri dari dua tahap, pada tahap pertama *trend* diekstrak

dengan *window length* kecil dan kemudian komponen periodik dideteksi dan diekstrak dari residual dengan  $L \sim N/2$ .

## 2.11 Algoritma Peramalan SSA

Suatu ramalan yang layak dari deret waktu dapat dilakukan hanya jika kondisi berikut terpenuhi:

1. Deret memiliki struktur.
2. Sebuah mekanisme (metode, algoritma) yang mengidentifikasi struktur ini ditemukan.
3. Sebuah metode kelanjutan deret waktu (*time series continuation*) berdasarkan pada struktur yang diidentifikasi, tersedia.
4. Struktur dari deret waktu dipertahankan untuk periode waktu mendatang, yang mana kita akan meramalkan (melanjutkan) deret.

### 2.11.1 Algoritma Peramalan Berulang SSA

Input algoritma:

- a. Deret waktu  $F_N = (f_0, \dots, f_{N-1})$ ,  $N > 2$ .
- b. *Window length*  $L$ ,  $1 < L < N$ .
- c. Ruang linier  $\mathcal{L}_r \subset \mathbb{R}^L$  untuk dimensi  $r < L$ . Asumsikan bahwa  $e_L \notin \mathcal{L}_r$ , dimana  $e_L = (0, 0, \dots, 0, 1)^T \in \mathbb{R}^L$ . Dalam prakteknya, ruang  $\mathcal{L}_r$  didefinisikan oleh basis ortonormalnya yang tertentu, tetapi hasil peramalan tidak bergantung pada basis yang konkrit ini.
- d. Jumlah  $M$  titik untuk meramalkan untuk.

Notasi yang digunakan di dalam algoritma antara lain sebagai berikut:

- a.  $\mathbf{X} = [\mathbf{X}_1 : \dots : \mathbf{X}_K]$  (dimana  $K = N - L + 1$ ) adalah matriks lintasan dari deret waktu  $F_N$ .
- b.  $\mathbf{P}_1, \dots, \mathbf{P}_r$  merupakan suatu basis ortonormal di  $\mathcal{L}_r$ .

- c.  $\mathbf{X} \stackrel{def}{=} [\mathbf{X}_1 : \dots : \mathbf{X}_K] = \sum_{i=1}^r \mathbf{P}_i \mathbf{P}_i^T \mathbf{X}$ . Vektor  $\mathbf{X}_i$  merupakan proyeksi ortogonal dari  $\mathbf{X}_i$  ke ruang  $\mathcal{L}_r$ .
- d.  $\mathbf{X} = \mathfrak{H}\mathbf{X} = [\mathbf{X}_1 : \dots : \mathbf{X}_K]$  merupakan hasil Hankelisasi dari matriks  $\mathbf{X}$ . Matriks  $\mathbf{X}$  merupakan matriks lintasan dari beberapa deret waktu  $F_N = (f_0, \dots, f_{N-1})$ .
- e. Untuk setiap vektor  $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^L$ , dinotasikan dengan  $\mathbf{Y}_\Delta \in \mathbb{R}^{L-1}$  adalah vektor yang terdiri dari  $L-1$  komponen terakhir dari vektor  $\mathbf{Y}$ , sedangkan  $\mathbf{Y}^\nabla \in \mathbb{R}^{L-1}$  merupakan vektor yang terdiri dari  $L-1$  komponen pertama dari vektor  $\mathbf{Y}$ .
- f. Ditetapkan  $v^2 = \pi_1^2 + \dots + \pi_r^2$ , dimana  $\pi_i$  merupakan komponen terakhir dari vektor  $\mathbf{P}_i$ , untuk  $i = 1, \dots, L$ . Sejak  $v^2$  merupakan cosinus kuadrat dari sudut antara vektor  $e_L$  dan ruang linier  $\mathcal{L}_r$ , maka  $v^2$  dapat disebut sebagai vertikalitas koefisien dari  $\mathcal{L}_r$ .
- g. Misalkan  $e_L \notin \mathcal{L}_r$ , dimana  $\mathcal{L}_r$  diasumsikan bukan merupakan suatu ruang vertikal, maka  $v^2 < 1$ . Hal ini dapat dibuktikan bahwa komponen terakhir  $y_L$  dari setiap vektor  $\mathbf{Y} = (y_1, \dots, y_L)^T \in \mathcal{L}_r$  merupakan suatu kombinasi linier dari komponen pertama  $y_1, \dots, y_{L-1}$ :

$$y_L = a_1 y_{L-1} + a_2 y_{L-2} + \dots + a_{L-1} y_1 .$$

Vektor  $\mathcal{R} = (a_{L-1}, \dots, a_1)^T$  dapat dinyatakan sebagai

$$\mathcal{R} = \frac{1}{1-v^2} \sum_{i=1}^r \pi_i \mathbf{P}_i^\nabla, \quad (2.24)$$

dan tidak bergantung pada pilihan dari suatu basis  $\mathbf{P}_1, \dots, \mathbf{P}_r$  dalam ruang linier  $\mathcal{L}_r$ .

Berikut adalah langkah-langkah di dalam algoritma peramalan berulang SSA:

Definisikan deret waktu  $G_{N+M} = (g_0, \dots, g_{N+M-1})$  dengan rumus:

$$g_i = \begin{cases} f_i & \text{untuk } i = 0, \dots, N-1, \\ \sum_{j=1}^{L-1} a_j g_{i-j} & \text{untuk } i = N, \dots, N+M-1. \end{cases} \quad (2.25)$$

Angka-angka  $g_0, \dots, g_{N+M-1}$  membentuk  $M$  hal dari peramalan berulang SSA. Jadi, peramalan berulang dapat dilakukan dengan penggunaan secara langsung dari rumus berulang yang linier (*LRF*) dengan koefisien  $\{a_j, j = 1, \dots, L-1\}$ . Algoritma peramalan berulang SSA disebut sebagai *R-forecasting algorithm SSA*.

**Pernyataan 2.1** Definisikan operator linier  $\mathcal{P}^{(r)} : \mathcal{L}_r \mapsto \mathbb{R}^L$  dengan rumus

$$\mathcal{P}^r \mathbf{Y} = \begin{pmatrix} \mathbf{Y}_\nabla \\ \mathcal{R}^T \mathbf{Y}_\Delta \end{pmatrix}, \quad \mathbf{Y} \in \mathcal{L}_r. \quad (2.26)$$

Diberikan

$$\mathbf{Z}_i = \begin{cases} \mathbf{X}_i & \text{untuk } i = 1, \dots, K, \\ \mathcal{P}^{(r)} \mathbf{Z}_{i-1} & \text{untuk } i = K+1, \dots, K+M, \end{cases} \quad (2.27)$$

matriks  $\mathbf{Z} = [\mathbf{Z}_1 : \dots : \mathbf{Z}_{K+M}]$  merupakan matriks lintasan dari deret  $G_{N+M}$ . Oleh karena itu, (2.27) dapat dianggap sebagai bentuk vektor dari (2.25).

Jika  $\mathcal{L}_r$  direntang oleh vektor eigen tertentu yang sesuai dengan SVD dari matriks lintasan deret  $F_N$ , maka *R-forecasting algorithm SSA* yang bersesuaian akan disebut *R-forecasting algorithm dasar SSA*.

**Pernyataan 2.2** Dinotasikan dengan  $\mathcal{L}^{(L)} = \text{span}(\mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_K)$  ruang lintasan dari deret  $F_N$ . Misalkan  $\dim \mathcal{L}^{(L)} = r < L$  dan  $e_L \notin \mathcal{L}^{(L)}$ . Jika *R-forecasting algorithm dasar SSA* digunakan dengan  $\mathcal{L}_r = \mathcal{L}^{(L)}$ , maka  $\mathbf{X} = \mathbf{X} = \mathbf{X}$  dan maka dari itu  $F_N = F_N$ . Ini berarti bahwa titik-titik awal  $g_{N-L+1}, \dots, g_{N-1}$  dari rumus peramalan berulang (2.25) bertepatan dengan  $L-1$  hal terakhir dari deret  $F_N$ .

### 2.11.2 Peramalan Vektor SSA

Asumsikan tujuan yang ingin dicapai dengan menggunakan SSA adalah suatu komponen aditif tertentu  $F_N^{(1)}$  dapat diekstrak dari suatu deret  $F_N$ . Dalam algoritma ini, untuk suatu *window length*  $L$  yang sesuai, SVD matriks lintasan diperoleh dari deret  $F_N$  dan *eigen triples*  $(\sqrt{\lambda_i}, \mathbf{U}_i, \mathbf{V}_i)$ ,  $i \in I = (j_1, \dots, j_r)$  dipilih yang sesuai dengan  $F_N^{(1)}$ . SVD matriks lintasan dari deret  $F_N$  dirumuskan sebagai berikut:

$$\mathbf{X}_I = \sum_{i \in I} \sqrt{\lambda_i} \mathbf{U}_i \mathbf{V}_i^T.$$

Pada langkah *diagonal averaging*, deret yang direkonstruksi  $F_N^{(1)}$  yang mengestimasi  $F_N^{(1)}$  akan diperoleh.

Kolom  $\mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_K$  dari matriks  $\mathbf{X}_I$  milik ruang linier  $\mathcal{L}_r = \text{span}(\mathbf{U}_i, i \in I)$ .

Jika  $F_N^{(1)}$  dapat dipisahkan dengan kuat dari  $F_N^{(2)} \stackrel{\text{def}}{=} F_N - F_N^{(1)}$ , maka  $\mathcal{L}_r$  bertepatan dengan  $\mathcal{L}^{(L,1)}$  (ruang lintasan dari deret  $F_N^{(1)}$ ) dan  $\mathbf{X}_I$  merupakan suatu matriks Hankel (dalam kasus ini  $\mathbf{X}_I$  merupakan matriks lintasan dari deret  $F_N^{(1)}$ ). Jika  $F_N^{(1)}$  dan  $F_N^{(2)}$  kira-kira dapat dipisahkan dengan kuat, maka  $\mathcal{L}_r$  dekat dengan  $\mathcal{L}^{(L,1)}$  dan  $\mathbf{X}_I$  kira-kira merupakan suatu matriks Hankel.

Ide peramalan vektor dapat dinyatakan sebagai berikut: misalkan urutan atau rentetan vektor  $\mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_K$  dapat dilanjutkan untuk  $M$  langkah sedemikian rupa sehingga:

1. Vektor kelanjutan (*continuation vectors*)  $\mathbf{Z}_m$  ( $K < m \leq K + M$ ) milik ruang linier yang sama  $\mathcal{L}_r$ .
2. Matriks  $\mathbf{X}_M = [\mathbf{X}_1 : \dots : \mathbf{X}_K : \mathbf{Z}_{K+1} : \dots : \mathbf{Z}_{K+M}]$  kira-kira suatu matriks Hankel.

Setelah diperoleh matriks  $\mathbf{X}_M$ , maka deret  $G_{N+M}$  bisa didapatkan dengan *diagonal averaging*.

Berikut adalah gambaran formal dari algoritma peramalan vektor SSA:

1. Algoritma peramalan vektor SSA mempunyai input dan kondisi yang sama seperti *R-Forecasting Algorithm SSA*.
2. Pertimbangkan matriks

$$\Pi = \mathbf{V}^\nabla (\mathbf{V}^\nabla)^T + (1 - v^2) \mathcal{R} \mathcal{R}^T, \quad (2.28)$$

dimana  $\mathbf{V}^\nabla = [\mathbf{P}_1^\nabla : \dots : \mathbf{P}_r^\nabla]$ . Matriks  $\Pi$  merupakan matriks dari operator linier yang melakukan proyeksi ortogonal  $\mathbb{R}^{L-1} \mapsto \mathcal{L}_r^\nabla$ , dimana  $\mathcal{L}_r^\nabla = \text{span}(\mathbf{P}_1^\nabla, \dots, \mathbf{P}_r^\nabla)$ .

Operator linier  $\mathcal{P}^{(v)} : \mathcal{L}_r \mapsto \mathbb{R}^L$  didefinisikan dengan rumus

$$\mathcal{P}^{(v)} \mathbf{Y} = \begin{pmatrix} \Pi \mathbf{Y}_\Delta \\ \mathcal{R}^T \mathbf{Y}_\Delta \end{pmatrix}, Y \in \mathcal{L}_r. \quad (2.29)$$

Berikut adalah langkah-langkah di dalam algoritma peramalan vektor SSA:

1. Dalam notasi di atas vektor  $\mathbf{Z}_i$  didefinisikan sebagai berikut:

$$\mathbf{Z}_i = \begin{cases} \mathbf{X}_i & \text{untuk } i = 1, \dots, K \\ \mathcal{P}^{(v)} \mathbf{Z}_{i-1} & \text{untuk } i = K + 1, \dots, K + M + L - 1. \end{cases} \quad (2.30)$$

2. Dengan mengonstruksi matriks  $\mathbf{Z} = [\mathbf{Z}_1 : \dots : \mathbf{Z}_{K+M+L-1}]$  dan membuat *diagonal averaging*-nya, deret  $g_0, \dots, g_{N+M+L-1}$  bisa didapatkan.
3. Angka-angka  $g_0, \dots, g_{N+M+L-1}$  membentuk  $M$  hal dari peramalan vektor SSA.

Jika  $\mathcal{L}_r$  direntang oleh vektor eigen tertentu yang diperoleh dengan SSA, algoritma yang sesuai akan disebut dengan algoritma peramalan vektor dasar SSA.

Dalam peramalan berulang, *diagonal averaging* dilakukan untuk mendapatkan deret yang direkonstruksi dan kemudian rumus berulang yang linier (*LRF*) diterapkan. Dalam peramalan vektor langkah ini dipertukarkan. Peramalan vektor biasanya sedikit lebih stabil tetapi memiliki biaya komputasi yang jauh lebih besar dari peramalan berulang. Jika komponen deret waktu dipisahkan dari residual dan diatur oleh suatu *LRF* maka baik peramalan berulang dan peramalan vektor bertepatan dan memberikan kelanjutan tepat.

## 2.12 Rumus Berulang yang Linier, Deret Waktu dengan *Rank* Berhingga dan Akar

Karena lebih dari satu rumus berulang yang linier (*LRF*) menyediakan dasar untuk peramalan berulang, pertimbangkan deret waktu yang diatur oleh lebih dari satu *LRF* secara lebih rinci. Hal ini dapat berguna seperti dari sudut pandang pemilihan parameter, adapun untuk memahami perilaku ramalan.

### a. Deret yang Diatur Berdasarkan Rumus Berulang yang Linier

Suatu deret tidak nol  $F_N = (f_0, \dots, f_{N-1})$  diatur oleh rumus berulang yang linier (*LRF*) untuk dimensi yang tidak melebihi  $d$ , dimana  $1 \leq d < N-1$  jika

$$f_{i+d} = \sum_{k=1}^d a_k f_{i+d-k}. \quad (2.31)$$

dimana  $a_d \neq 0$  dan  $0 \leq i \leq N-d+1$ . Bilangan  $t$  disebut orde dari *LRF*,  $a_1, \dots, a_d$  adalah koefisien dari *LRF*. Rumus (2.31) disebut sebagai *LRF*. Jika  $d = \min(k : \text{fdim}(F_N) \leq k)$ , maka  $\text{fdim}(F_N) = d$ .  $d = \min(k : \text{fdim}(F_N) \leq k)$ , disebut sebagai *finite-difference dimension* dari deret  $F_N$ . Untuk deret nol  $F_N$  dengan  $f_n \equiv 0$ , maka  $\text{fdim}(F_N) = 0$ .  $\text{fdim}(F_N)$  diasumsikan lebih besar dari nol ( $\text{fdim}(F_N) > 0$ ). Jika  $F_N$  diatur oleh *LRF* (2.31) dan  $d = \text{fdim}(F_N)$ , maka *LRF* (2.31) adalah *LRF* minimum. Jika (2.31) berlaku tanpa pembatasan apapun di  $a_d$ , maka deret waktu  $F_N$  memenuhi *LRF* (2.31).

Untuk memahami apakah *LRF* (2.31) minimum untuk deret  $F_N$  dengan  $N$  yang cukup besar, seseorang bisa menerapkan prosedur berikut: pertimbangkan *window length*  $L$ , untuk  $1 < L < N$  dan misalkan  $d < \min(L, K)$ . Dalam pandangan (2.31), *L-lagged vector*  $\mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_K$  memenuhi persamaan vektor yang berulang

$$\mathbf{X}_{i+d} = \sum_{k=1}^d a_k \mathbf{X}_{i+d-k}, \quad 1 \leq i \leq K-d.$$

Oleh karena itu, setiap  $\mathbf{X}_i$  merupakan suatu kombinasi linier dari  $\mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_d$ . Jika vektor-vektor ini bebas linier, maka *LRF* (2.31) minimum dan sebaliknya.

Deret waktu disebut deret waktu dengan *rank* berhingga  $r$  jika matriks lintasannya mempunyai *rank*  $r$  untuk setiap  $L \geq r$ . Jika *LRF* minimum yang mengatur sinyal  $F_N$  mempunyai orde  $r$  dengan  $r < N/2$ , maka  $F_N$  mempunyai *rank*  $r$ . Di antara semua *LRF* tidak minimum dari orde  $L-1$ , *LRF* yang digunakan dalam peramalan berulang SSA adalah yang terbaik.

## b. Karakteristik Polinomial dan Akarnya

Diberikan deret  $F_N = (f_0, \dots, f_{N-1})$  mempunyai *finite-difference dimension*  $d$  dan diatur oleh *LRF*

$$f_{d+i} = a_1 f_{d+i-1} + a_2 f_{d+i-2} + \dots + a_d f_i, \quad (2.32)$$

untuk  $a_d \neq 0$  dan  $0 \leq i \leq N-d$ . Karakteristik polinomial dari *LRF* (2.32) dirumuskan sebagai berikut:

$$P_d(\lambda) = \lambda^d - \sum_{k=1}^d a_k \lambda^{d-k},$$

$\lambda_1, \dots, \lambda_p$  adalah akar-akar yang kompleks dari polinomial  $P_d(\lambda)$ , dimana  $p \leq d$ . Karena  $a_d \neq 0$ , akar-akar ini tidak sama dengan nol. Diberikan juga  $k_1 + \dots + k_p = d$ , dimana  $k_m$  merupakan keserbaragaman dari akar  $\lambda_m$  untuk  $m = 1, \dots, p$ .

Jika  $f_n(m, j) = n^j \lambda_m^n$  untuk  $1 \leq m \leq p$  dan  $0 \leq j \leq k_m - 1$ . Solusi umum dari persamaan (2.32) adalah:

$$f_n = \sum_{m=1}^p \sum_{j=0}^{k_m-1} c_{mj} f_n(m, j), \quad (2.33)$$

dengan koefisien kompleks tertentu  $c_{mj}$ . Nilai-nilai yang spesifik dari  $c_{mj}$  didefinisikan oleh  $d$  elemen pertama dari deret  $F_N : f_0, \dots, f_{d-1}$ . Jadi, setiap akar  $\lambda_m$  menghasilkan suatu komponen:

$$f_n^{(m)} = \sum_{j=0}^{k_m-1} c_{mj} f_n(m, j) \quad (2.34)$$

dari deret  $f_n$ . Jika deret  $F_N$  memiliki *finite-difference dimension*  $d$ , maka karakteristik polinomial dari *LRF* minimumnya (2.32) mempunyai  $d$  akar.

### 2.13 Interval Kepercayaan Bootstrap

Asumsikan lagi  $X_N = S_N + R_N$ , dimana  $S_N$  adalah sinyal dan  $R_N$  adalah model yang sebenarnya dari *noise*. Algoritma berikut ini akan mendeskripsikan konstruksi interval kepercayaan bootstrap untuk sinyal  $S_N$  dan ramalannya yang mengasumsikan bahwa sinyal memiliki *rank*  $r$  dan residual yang *white noise*:

1. Tetapkan  $L$ ,  $I = \{1, \dots, r\}$ , terapkan SSA, rekonstruksi kembali sinyal dan dapatkan dekomposisi  $X_N = S_N + R_N$ .
2. Tetapkan  $S_N$ , hitung distribusi empiris dari residual  $R_N$ .
3. Simulasikan  $Q$  salinan independen  $R_{N,i}$ ,  $i = 1, \dots, Q$ , dengan menggunakan distribusi empiris, susun  $X_{N,i} = S_N + R_{N,i}$ .
4. Terapkan SSA dengan  $L$  dan  $I$  yang sama ke  $X_{N,i}$ , rekonstruksi sinyal, kemudian lakukan  $M$  langkah peramalan ke depan dan dapatkan  $S_{N+M,i}$ ,  $i = 1, \dots, Q$ .
5. Untuk setiap titik waktu  $j$ , pertimbangkan sampel  $\tilde{s}_{j,i}$ ,  $i = 1, \dots, Q$ , dan konstruksi interval kepercayaan bootstrap  $\gamma$  sebagai interval antara  $(1-\gamma)/2$  sampel *quantiles* bawah dan atas. Suatu rata-rata sampel disebut sebagai rata-rata ramalan bootstrap.

### 2.14 Metode ESPRIT

Pertimbangkan deret waktu  $X_N = \{x_i\}_{i=1}^N$  dengan  $x_i = s_i + p_i$ , dimana  $S_N = \{s_i\}_{i=1}^N$  adalah suatu deret waktu yang diatur oleh sebuah LRR orde  $r$  ( $S_N$  adalah sinyal) dan  $P_N = \{p_i\}_{i=1}^N$  adalah suatu residual (*noise*).  $\mathbf{X}$  adalah matriks lintasan dari

deret  $X_N$ . Dalam kasus perkiraan keterpisahan sinyal dan residual, ada satu himpunan  $I$  dari banyaknya vektor eigen yang sesuai dengan sinyal. Jika sinyal mendominasi, maka  $I = \{1, \dots, r\}$  dan subruang  $\mathcal{L}_r = \text{span}\{\mathbf{U}_1, \dots, \mathbf{U}_r\}$  dapat dianggap sebagai suatu estimasi dari subruang sinyal yang sebenarnya  $\mathcal{S}$ .

Oleh karena itu,  $\mathbf{Y} = \mathbf{U}_r = [\mathbf{U}_1, \dots, \mathbf{U}_r]$  dapat digunakan sebagai suatu estimasi dari  $\mathbf{Y}$ . Metode ESPRIT terjadi dalam estimasi akar sinyal sebagai nilai eigen dari suatu matriks  $\mathbf{D}$ , dimana  $\underline{\mathbf{D}} \approx \overline{\mathbf{U}}_r$ . Dengan mengestimasi akar sinyal, ESPRIT menyediakan estimasi dari parameter sinyal. ESPRIT mampu mengestimasi parameter dari komponen deret waktu yang dapat dipisahkan jika matriks  $\mathbf{U}_r$  terdiri dari vektor eigen yang sesuai. Terdapat dua jenis metode ESPRIT yaitu *least squares* (LS-ESPRIT) dan *total least squares* (TLS-ESPRIT). Estimasi LS-ESPRIT dari matriks  $\mathbf{D}$  adalah  $\mathbf{D} = \underline{\mathbf{U}}_r^\dagger \overline{\mathbf{U}}_r = (\underline{\mathbf{U}}_r^T \underline{\mathbf{U}}_r)^{-1} \underline{\mathbf{U}}_r^T \overline{\mathbf{U}}_r$ . Nilai eigen dari  $\mathbf{D}$  tidak bergantung pada pilihan basis subruang  $\mathcal{L}_r = \text{span}\{\mathbf{U}_1, \dots, \mathbf{U}_r\}$ .

## 2.15 Model ARIMA

Analisis deret waktu satu variabel (*univariate*) merupakan analisis deret waktu yang menggunakan satu variabel dalam pemodelan dan peramalan dengan melihat historis data yang ada, tanpa perlu mempertimbangkan variabel lain yang memengaruhinya. Dalam model *univariate*, metode klasik yang banyak digunakan diantaranya adalah *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA) dan *Exponential Smoothing* (Hyndman, Koehler, Ord, dan Snyder, 2009). Model ARIMA dapat digunakan pada data yang memiliki pola non-musiman dan musiman. Model ARIMA non-musiman dengan *differencing* orde  $d$  dinotasikan sebagai ARIMA  $(p, d, q)$ . Secara matematis model ARIMA  $(p, d, q)$  dapat ditulis sebagai berikut (Wei, 2006):

$$\phi_p(B)(1-B)^d Y_t = \theta_0 + \theta_q(B) a_t, \quad (2.35)$$

dimana

$$\begin{aligned} \phi_p(B) &= 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p, \\ \theta_q(B) &= 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q, \\ \phi_p(B) &= \text{Koefisien komponen AR tanpa periode musiman dengan orde } p, \\ \theta_q(B) &= \text{Koefisien komponen MA tanpa periode musiman dengan orde } q, \\ (1-B)^d &= \text{Differencing non-musiman pada orde ke-}d, \\ B &= \text{Backshift operator,} \\ a_t &= \text{Suatu proses } white\ noise \text{ atau galat pada waktu ke-}t \text{ yang} \\ &\quad \text{diasumsikan mempunyai rata-rata nol dan variansi } \sigma_a^2. \end{aligned}$$

Apabila data yang digunakan mengandung pola musiman, maka model ARIMA yang digunakan adalah model ARIMA musiman. Secara matematis, model ARIMA  $(P, D, Q)^s$  untuk pola data musiman dirumuskan sebagai berikut:

$$\phi_p(B) \Phi_P(B^s) Y_t^* = \theta_0 + \theta_q(B) \Theta_Q(B^s) a_t, \quad (2.36)$$

dimana

$$\begin{aligned} \Phi_P(B^s) &= 1 - \Phi_1 B^{1s} - \Phi_1 B^{2s} - \dots - \Phi_P B^{Ps}, \\ \Theta_Q(B^s) &= 1 - \Theta_1 B^{1s} - \Theta_1 B^{2s} - \dots - \Theta_Q B^{Qs}, \\ \Phi_P(B^s) &= \text{Koefisien komponen AR periode musiman dengan orde } P, \\ \Theta_Q(B^s) &= \text{Koefisien komponen MA periode musiman dengan orde } Q, \\ (1-B^s)^D &= \text{Differencing musiman pada orde ke-}D, \\ D &= \text{Orde } differencing \text{ faktor musiman,} \\ S &= \text{Jumlah periode waktu per-musim.} \end{aligned}$$

Prosedur Box-Jenkins untuk mendapatkan model ARIMA terbaik terdiri dari empat tahap, yaitu identifikasi model, penaksiran parameter, pemeriksaan diagnostik, dan penerapan model untuk peramalan.

### 2.15.1 Identifikasi Model

Tahap awal untuk melakukan identifikasi model sementara adalah menentukan apakah data deret waktu yang akan digunakan untuk peramalan sudah stasioner atau tidak, baik dalam rata-rata maupun dalam varians. Data deret waktu dikatakan stasioner jika tidak ada perubahan kecenderungan dalam rata-rata dan perubahan varians. Dengan kata lain, deret waktu yang stasioner adalah relatif tidak terjadi kenaikan atau pun penurunan nilai secara tajam pada data (fluktuasi data berada pada sekitar nilai rata-rata yang konstan). Proses stasioner mempunyai nilai *mean* dan varians yang konstan serta autokovarians yang merupakan fungsi yang bergantung pada selisih waktu (Chatfield, 2004). Nilai *mean*, varians dan autokovarians secara matematis ditunjukkan sebagai berikut:

$$E(Z_t) = \mu, \quad (2.37)$$

$$\text{var}(Z_t) = E(Z_t - \mu)^2 = \sigma^2, \quad (2.38)$$

$$\gamma_k = \text{cov}(Z_t, Z_{t+k}) = E(Z_t - \mu)(Z_{t+k} - \mu), \quad (2.39)$$

dimana

$\mu$  = nilai *mean*,

$\sigma^2$  = nilai varians,

$\gamma_k$  = nilai kovarians dari  $Z_t$  dan  $Z_{t+k}$  (autokovarians).

Karena model deret waktu umumnya menggunakan asumsi stasioner baik dalam rata-rata maupun varians, diperlukan cara untuk menghilangkan ketidakstasioneran data baik dalam rata-rata maupun varians sebelum melangkah lebih lanjut pada pembentukan model. Jika data tidak stasioner pada variansnya, maka dapat dilakukan transformasi Box-Cox. Secara umum, transformasi Box-Cox dirumuskan sebagai berikut (Wei, 2006):

$$T(Z_t) = \frac{Z_t^\lambda - 1}{\lambda}, \quad (2.40)$$

dimana  $\lambda$  disebut sebagai parameter transformasi.

Jika data tidak stasioner pada rata-ratanya, maka dapat dilakukan proses *differencing*. Orde  $d$  pada ARIMA  $(p, d, q)$  digunakan untuk memodelkan kejadian yang tidak stasioner dalam rata-rata, dimana  $d$  menyatakan *differencing*. Menurut Wei (2006), secara umum operasi *differencing* yang menghasilkan suatu kejadian baru yang stasioner, misal  $W_t$  adalah

$$W_t = (1 - B)^d Z_t. \quad (2.41)$$

Apabila kondisi stasioner baik dalam rata-rata maupun dalam varians sudah dipenuhi, langkah selanjutnya adalah mengidentifikasi pola data untuk menentukan model yang sesuai. Identifikasi pola data untuk menentukan model yang sesuai dilakukan dengan melihat pola *autocorrelation function* (ACF) dan *partial autocorrelation function* (PACF). Plot *autocorrelation function* (ACF) juga dapat digunakan sebagai alat untuk mengidentifikasi kestasioneran data. Data disebut stasioner jika nilai-nilai autokorelasi akan turun secara drastis sampai nol setelah *time-lag* dua atau tiga. Jika diagram autokorelasi cenderung turun lambat atau turun secara linier maka dapat disimpulkan data belum stasioner dalam rata-rata. Secara matematis, *autocorrelation function* (ACF) dirumuskan sebagai berikut:

$$\rho_k = \frac{\text{cov}(Z_t, Z_{t+k})}{\sqrt{\text{var}(Z_t)}\sqrt{\text{var}(Z_{t+k})}} = \frac{\gamma_k}{\gamma_0}, \quad (2.42)$$

dimana

$\rho_k$  = nilai korelasi dari  $Z_t$  dan  $Z_{t+k}$ ,

$\gamma_k$  = nilai kovarians dari  $Z_t$  dan  $Z_{t+k}$ ,

$\gamma_0$  =  $\text{var}(Z_t) = \text{var}(Z_{t+k})$ .

Untuk proses yang stasioner, fungsi autokorelasi ( $\rho_k$ ) dan fungsi autokovarians ( $\gamma$ ) mempunyai sifat-sifat sebagai berikut (Wei, 2006):

a.  $\gamma_0 = \text{var}(Z_t)$  ;  $\rho_0 = 1$ ,

- b.  $|\gamma_k| \leq \gamma_0$  ;  $|\rho_k| \leq 1$ ,
- c.  $\gamma_k = \gamma_{-k}$  ;  $\rho_k = \rho_{-k}$  untuk semua  $k$  .

Autokorelasi parsial digunakan untuk mengetahui tingkat keeratan hubungan antara  $Z_t$  dan  $Z_{t+k}$  setelah dependensi linier pada variabel  $Z_{t+1}$ ,  $Z_{t+2}$ , ..., dan  $Z_{t+k-1}$  dihilangkan (Wei, 2006). Secara matematis, *partial autocorrelation function* (PACF) dirumuskan sebagai berikut:

$$\phi_{k+1,k+1} = \frac{\rho_{k+1} - \sum_{j=1}^k \phi_{kj} \rho_{k+1-j}}{1 - \sum_{j=1}^k \phi_{kj} \rho_j} \quad (2.43)$$

$$\phi_{k+1j} = \phi_{kj} - \phi_{k+1,k+1} \phi_{k,k+1-j} \quad j = 1, 2, \dots, k \quad (2.44)$$

Penentuan model ARIMA dilihat dari pola ACF dan PACF baik pada model ARIMA non-musiman atau pada model ARIMA musiman. Petunjuk pemilihan model disajikan pada tabel 2.1 untuk model ARIMA non-musiman dan Tabel 2.2 untuk model ARIMA musiman.

Tabel 2.1 Struktur ACF dan PACF pada Model ARIMA  $(p,d,q)$

Model ARIMA	Pola ACF	Pola PACF
MA $(q)$	ACF signifikan pada lag $1, 2, \dots, q$ dan <i>cuts off</i> setelah lag $q$	PACF <i>dies down</i>
AR $(p)$	ACF <i>dies down</i>	PACF signifikan pada lag $1, 2, \dots, p$ dan <i>cuts off</i> setelah lag $p$
AR $(p)$ atau MA $(q)$	ACF signifikan pada lag $1, 2, \dots, q$ dan <i>cuts off</i> setelah lag $q$	PACF signifikan pada lag $1, 2, \dots, p$ dan <i>cuts off</i> setelah lag $p$
ARMA $(p,q)$	ACF <i>dies down</i>	PACF <i>dies down</i>

Sumber: Bowerman dan O'Connell (1993)

Tabel 2.2 Struktur ACF dan PACF pada Model ARIMA ( $P,D,Q$ )<sup>s</sup>

Model ARIMA	Pola ACF	Pola PACF
MA ( $Q$ )	ACF signifikan pada lag $s, 2s, \dots, Qs$ dan <i>cuts off</i> setelah lag $Qs$	PACF <i>dies down</i>
AR ( $P$ )	ACF <i>dies down</i>	PACF signifikan pada lag $s, 2s, \dots, Ps$ dan <i>cuts off</i> setelah lag $Ps$
AR ( $P$ ) atau MA ( $Q$ )	ACF signifikan pada lag $s, 2s, \dots, Qs$ dan <i>cuts off</i> setelah lag $Qs$	PACF signifikan pada lag $s, 2s, \dots, Ps$ dan <i>cuts off</i> setelah lag $Ps$
ARMA ( $P,Q$ )	ACF <i>dies down</i>	PACF <i>dies down</i>

Sumber: Bowerman dan O'Connell (1993)

### 2.15.2 Penaksiran Parameter

Setelah diperoleh dugaan model awal ARIMA ( $p,d,q$ ), selanjutnya parameter dari model tersebut ditaksir sehingga didapatkan besaran koefisien model. Penaksiran parameter model ARIMA dapat dilakukan dengan menggunakan beberapa metode seperti metode *moment*, metode *least square*, metode *maximum likelihood*, metode *unconditional least square*, dan metode *nonlinear estimation*.

Pada bagian ini hanya akan dibahas mengenai metode *least square estimation*.

Misalkan akan dilakukan penaksiran parameter pada model AR(1)

$$Z_t - \mu = \phi_1 (Z_{t-1} - \mu) + a_t. \quad (2.45)$$

Metode *least square estimation* merupakan suatu metode yang dilakukan dengan cara mencari nilai parameter yang meminimumkan jumlah kuadrat residual

$$S(\phi_1, \mu) = \sum_{t=2}^n [(Z_t - \mu) - \phi_1 (Z_{t-1} - \mu)]^2. \quad (2.46)$$

Berdasarkan prinsip dari metode *least square*, penaksiran  $\phi_1$  dan  $\mu$  dilakukan dengan melakukan penurunan fungsi  $S(\phi_1, \mu)$  terhadap  $\mu$  dan  $\phi_1$  kemudian disamakan dengan nol. Penurunan fungsi  $S(\phi_1, \mu)$  terhadap  $\mu$  kemudian disamakan dengan nol menghasilkan

$$\frac{\partial S}{\partial \mu} = \sum_{t=2}^n 2[(Z_t - \mu) - \phi_1(Z_{t-1} - \mu)](-1 + \phi_1) = 0, \quad (2.47)$$

sehingga diperoleh nilai penaksiran parameter untuk  $\mu$  dari model AR(1) sebagai berikut:

$$\mu = \frac{1}{(n-1)(1-\phi_1)} \left[ \sum_{t=2}^n Z_t - \phi_1 \sum_{t=2}^n Z_{t-1} \right], \quad (2.48)$$

untuk  $n$  yang besar nilai penaksiran dapat ditulis sebagai berikut:

$$\frac{1}{(n-1)} \sum_{t=2}^n Z_t \approx \frac{1}{(n-1)} \sum_{t=2}^n Z_{t-1} \approx \bar{Y}. \quad (2.49)$$

Persamaan (2.49) dapat disederhanakan menjadi:

$$\mu \approx \frac{1}{(1-\phi_1)} (\bar{Z} - \phi_1 \bar{Z}) = \bar{Z}. \quad (2.50)$$

Dengan cara yang sama, penurunan fungsi  $S(\phi_1, \mu)$  terhadap  $\phi_1$  kemudian disamakan dengan nol menghasilkan

$$\frac{\partial S}{\partial \phi_1} = - \sum_{t=2}^n 2[(Z_t - \bar{Z}) - \phi_1(Z_{t-1} - \bar{Z})](Z_{t-1} - \bar{Z}) = 0,$$

sehingga nilai penaksiran  $\phi_1$  yang diperoleh adalah sebagai berikut:

$$\phi_1 = \frac{\sum_{t=2}^n (Z_t - \bar{Z})(Z_{t-1} - \bar{Z})}{\sum_{t=2}^n (Z_{t-1} - \bar{Z})^2}. \quad (2.51)$$

### 2.15.3 Pemeriksaan Diagnostik

Pemeriksaan diagnostik dapat dibagi ke dalam dua bagian, yaitu uji kesignifikanan parameter dan uji kesesuaian model. Uji kesesuaian model meliputi uji asumsi *white noise* dan uji asumsi normalitas.

### a. Uji Signifikansi Parameter

Uji kesignifikanan parameter dilakukan untuk mengetahui layak tidaknya parameter tersebut digunakan dalam model. Secara umum, misalkan  $\beta$  adalah suatu parameter pada model ARIMA,  $\hat{\beta}$  adalah nilai taksiran dari  $\beta$ , dan  $SE(\hat{\beta})$  adalah *standar error* dari nilai taksiran  $\hat{\beta}$ . Hipotesis untuk uji kesignifikanan parameter adalah sebagai berikut (Wei, 2006):

$$H_0 : \beta_i = 0$$

$$H_1 : \beta_i \neq 0, i = 1, \dots, n_p.$$

Statistik uji yang digunakan adalah statistik uji  $t$ :

$$t = \frac{\hat{\beta}_i}{SE(\hat{\beta}_i)}. \quad (2.52)$$

Tolak  $H_0$  jika  $|t| > t_{\frac{\alpha}{2}, n-n_p}$  dimana  $n_p$  adalah banyaknya parameter yang ditaksir dan  $n$  merupakan banyaknya observasi.

### b. Uji Asumsi *White Noise*

Uji yang digunakan untuk asumsi *white noise* adalah uji *Ljung-Box-Pierce* (LBQ). Uji *Ljung-Box-Pierce* digunakan untuk mengetahui apakah residual sudah memenuhi asumsi *white noise*. Hipotesis untuk pengujian ini adalah sebagai berikut:

$$H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_K = 0$$

$$H_1 : \text{minimal terdapat satu nilai } \rho_k \neq 0 ; k = 1, 2, \dots, K.$$

Statistik uji *Ljung-Box-Pearce* sebagai berikut:

$$Q = n(n+2) \sum_{k=1}^K \frac{\rho_k^2}{n-k}, \quad (2.53)$$

dimana

$\rho_k$  = ACF dari residual pada *lag* ke- $k$ ,

$n$  = banyaknya observasi.

Tolak  $H_0$  jika  $Q > \chi_{\alpha, K-m}^2$ , dimana  $K$  adalah maksimum lag dan  $m = p + q$ .  $m$  merupakan jumlah parameter yang ditaksir dalam model.

### c. Uji Asumsi Normalitas

Uji yang digunakan untuk kenormalan pada residual adalah uji Kolmogorov-Smirnov. Hipotesis untuk pengujian ini adalah sebagai berikut:

$H_0$  : Residual berdistribusi normal

$H_1$  : Residual tidak berdistribusi normal.

Statistik uji yang digunakan adalah:

$$D = \max(D^+, D^-), \quad (2.54)$$

dimana

$$D^+ = \max_i (i/n - Z_{(i)}),$$

$$D^- = \max_i (Z_{(i)} - (i-1)/n),$$

$$Z_{(i)} = F(x_{(i)}),$$

$F(x)$  = nilai distribusi kumulatif distribusi normal.

Tolak  $H_0$  jika  $D \geq K_{(1-\alpha, n)}$ . Dalam hal ini  $K_{(1-\alpha)}$  adalah nilai tabel Kolmogorov-Smirnov pada kuantil  $(1-\alpha)$ , sedangkan  $n$  adalah ukuran sampel.

#### 2.15.4 Peramalan

Jika model terbaik telah ditetapkan, maka model bisa digunakan untuk peramalan. Misalkan akan dilakukan peramalan  $l$ -tahap kedepan pada model AR(1)

$$(1 - \phi B)(Z_t - \mu) = a_t. \quad (2.55)$$

Untuk melakukan peramalan  $l$ -tahap kedepan, dimana  $t = n + l$ , maka model pada persamaan (2.55) dapat ditulis sebagai berikut:

$$Z_{n+l} = \mu + \phi(Z_{n+l-1} - \mu) + a_{n+l}, \quad (2.56)$$

sehingga peramalan untuk 1 tahap kedepan adalah:

$$Z_n(1) = \mu + \phi(Z_n - \mu), \quad (2.57)$$

dan peramalan untuk  $l$ -tahap kedepan adalah:

$$\begin{aligned} Z_n(l) &= \mu + \phi(Z_n(l-1) - \mu) \\ &= \mu + \phi^l(Z_n - \mu); \quad l \geq 2. \end{aligned} \quad (2.58)$$

### 2.15.5 Kriteria Model Terbaik

Jika diperoleh model ARIMA yang baik dan layak untuk digunakan lebih dari satu model, maka model terbaik dapat ditentukan dengan menggunakan kriteria *in-sample* dan kriteria *out-sample*. Pemilihan model terbaik berdasarkan kriteria *in-sample* dapat menggunakan *Akaike's Information Criterion (AIC)* (Akaike, 1974).

$$AIC = n \ln \sigma_a^2 + 2M, \quad (2.59)$$

dimana  $M$  merupakan jumlah parameter yang ditaksir,  $n$  merupakan banyaknya observasi, dan  $\sigma_a^2$  merupakan nilai varians residual dengan estimasi *maximum likelihood*.

Pada kriteria *out-sample*, pemilihan model terbaik dapat menggunakan *Mean Absolute Percentage Error (MAPE)* yang dirumuskan sebagai berikut:

$$MAPE = \left( \frac{1}{M} \sum_{l=1}^M (Z_{n+l} - Z_n(l))^2 \right) 100\% \quad (2.60)$$

dimana  $n$  merupakan banyak sampel yang diramalkan. Model terbaik adalah model yang yang mempunyai nilai MAPE terkecil.

### 2.16 Wisatawan Mancanegara

Jumlah wisatawan mancanegara adalah banyaknya wisatawan tiap tahun yang berkunjung ke suatu negara didorong oleh satu atau beberapa keperluan tanpa bermaksud memperoleh pekerjaan dan penghasilan di tempat yang dikunjungi, pada periode tertentu yang diukur dalam satuan orang. Menurut *United Nation World*

*Tourism Organization* dan *International Union of Office Travel Organization*, wisatawan mancanegara adalah setiap orang yang mengunjungi suatu negara di luar tempat tinggalnya, didorong oleh satu atau beberapa keperluan tanpa bermaksud memperoleh penghasilan di tempat yang dikunjungi (BPS, 2010). Definisi ini mencakup dua kategori tamu mancanegara, yaitu:

1. Wisatawan

Setiap pengunjung seperti definisi di atas yang tinggal paling sedikit dua puluh empat jam, akan tetapi tidak lebih dari dua belas bulan di tempat yang dikunjungi dengan maksud kunjungan antara lain:

- a. Berlibur, rekreasi, dan olahraga
- b. Bisnis, mengunjungi teman dan keluarga, misionaris, menghadiri pertemuan, konferensi, kunjungan dengan alasan kesehatan, belajar, dan keagamaan.

2. Pelancong

Setiap pengunjung seperti definisi di atas yang tinggal kurang dari dua puluh empat jam di tempat yang dikunjungi (termasuk *cruise passenger* yaitu setiap pengunjung yang tiba di suatu negara dengan kapal atau kereta api, dimana mereka tidak menginap di akomodasi yang tersedia di negara tersebut).

Data jumlah wisatawan mancanegara yang berkunjung ke Indonesia diamati berdasarkan pintu masuk yang digunakan. Pintu masuk wisatawan mancanegara di Indonesia sampai saat ini sudah ada 19 pintu masuk. Namun dalam penelitian ini hanya dibatasi pada lima pintu masuk, yaitu Bandar Udara Ngurah Rai, Bandar Udara Kuala Namu, Bandar Udara Soekarno-Hatta, Bandar Udara Juanda, dan Batam.

*(Halaman ini sengaja dikosongkan)*

## **BAB 3**

### **METODE PENELITIAN**

#### **3.1 Sumber Data dan Variabel Penelitian**

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang diperoleh dari Badan Pusat Statistik tentang jumlah kedatangan wisatawan mancanegara per bulan ke Indonesia menurut pintu masuk periode Januari 1996 sampai Agustus 2016. Data tersebut dibagi menjadi dua yaitu data *in-sample* (sebanyak 236 data yaitu data pada bulan Januari 1996 sampai bulan Agustus 2015) dan data *out-sample* (sebanyak 12 data yaitu data pada bulan September 2015 sampai bulan Agustus 2016).

Pada metode peramalan dengan hanya melibatkan satu variabel (*univariate*) yaitu SSA dan ARIMA, variabel-variabel yang digunakan sebagai berikut:

- a.  $Y_{1,t}$  = Jumlah kedatangan wisatawan mancanegara per bulan melalui Bandar Udara Ngurah Rai
- b.  $Y_{2,t}$  = Jumlah kedatangan wisatawan mancanegara per bulan melalui Bandar Udara Kualanamu
- c.  $Y_{3,t}$  = Jumlah kedatangan wisatawan mancanegara per bulan melalui Batam
- d.  $Y_{4,t}$  = Jumlah kedatangan wisatawan mancanegara per bulan melalui Bandar Udara Soekarno-Hatta
- e.  $Y_{5,t}$  = Jumlah kedatangan wisatawan mancanegara per bulan melalui Bandar Udara Juanda

#### **3.2 Tahapan Penelitian**

Dalam tahapan penelitian ini, disusun langkah-langkah yang sesuai dengan tujuan penelitian yang akan dicapai. Tahapan penelitian yang dilakukan dalam penelitian ini meliputi kajian simulasi dan terapan. Kajian simulasi meliputi data musiman. Kemudian dilanjutkan dengan kajian terapan dengan menggunakan metode SSA dan ARIMA.

### 3.2.1 Kajian Simulasi

Langkah-langkah yang perlu dilakukan dalam tahap peramalan dengan metode SSA pada data simulasi diketahui sebagai berikut:

1. Membangkitkan *residual* data dengan jumlah sampel ( $n = 236$ ) yang berdistribusi normal dengan rata-rata 0,9 dan standar deviasi 0,8.

2. *Embedding*

Pada langkah ini, deret satu dimensi digambarkan sebagai sebuah deret multidimensi yang dimensinya disebut *window length*. Deret waktu multidimensi yang merupakan suatu urutan vektor membentuk matriks lintasan  $X$ . *Window length* merupakan parameter tunggal dari dekomposisi. Pemilihan *window length* yang tidak tepat akan menyiratkan bahwa tidak ada kegiatan pengelompokan yang akan membantu untuk mendapatkan dekomposisi SSA yang baik. Dekomposisi yang lebih terperinci dicapai ketika *window length* kira-kira sama dengan setengah dari panjang deret waktu, yaitu ketika  $L \sim N/2$ . Untuk mencapai suatu pemisahan yang lebih baik, maka *window length* yang dipilih harus besar. Jika *window length*  $L$  relatif besar, maka hasil pemisahan bersifat stabil.

3. Dekomposisi Nilai *Singular* (SVD)

Pada langkah ini, dilakukan dekomposisi nilai *singular* dari matriks lintasan menjadi suatu penjumlahan dari matriks ortogonal *rank* satu-dua. Jadi SVD dari matriks lintasan  $X$  dapat ditulis sebagai:

$$X = X_1 + \dots + X_d,$$

dimana  $X_i = \sqrt{\lambda_i} U_i V_i^T$ .

4. Pengelompokan

Langkah pengelompokan berhubungan dengan pemecahan matriks hasil dekomposisi menjadi beberapa kelompok dan menjumlahkan matriks masing-masing kelompok. Ada beberapa cara yang bisa digunakan untuk mengelompokkan komponen dari deret, yaitu:

- a. Memeriksa grafik satu dimensi dari deret yang direkonstruksi untuk mengidentifikasi komponen *trend* dan komponen *seasonality*. Semua komponen yang bervariasi secara lambat pada grafik harus dikelompokkan ke

dalam kelompok *trend*. Jika dua deret yang direkonstruksi oleh dua *eigen triple* yang berurutan menghasilkan pola musiman dan periode musiman yang sama maka dua *eigen triple* tersebut dikelompokkan ke dalam kelompok *seasonality*.

- b. Menggunakan grafik dari nilai *singular*. Suatu urutan yang menurun secara perlahan atau lambat dari nilai *singular* biasanya terkait dengan komponen *noise* dari deret.

### 5. Diagonal Averaging

Langkah terakhir adalah memindahkan setiap matriks yang dihasilkan ke dalam suatu deret waktu, yang merupakan komponen aditif dari deret awal. Deret waktu yang direkonstruksi dirumuskan sebagai berikut:

$$F^{(k)} = (f_0^{(k)}, \dots, f_{N-1}^{(k)}),$$

dimana  $f_n = \sum_{k=1}^m f_n^{(k)}$ , untuk  $n = 0, 1, \dots, 223$ .

6. Melakukan algoritma dari peramalan berulang SSA.

Pada algoritma peramalan berulang SSA, deret waktu  $G_{N+M} = (g_0, \dots, g_{N+M-1})$  didefinisikan sebagai berikut:

- a.  $g_i = f_i$ , untuk  $i = 0, 1, \dots, 223$ .
- b.  $g_i = \sum_{j=1}^{L-1} a_j g_{i-j}$  untuk  $i = 224, \dots, 235$ .

7. Menghitung nilai MAPE dari data *training* dan data *testing*.

### 3.2.2 Kajian Terapan

Pada kajian terapan, tahapan penelitian dibagi menjadi empat bagian, yaitu tahap awal, peramalan dengan metode SSA, peramalan dengan metode ARIMA, dan analisis kinerja peramalan.

### 3.2.2.1 Tahap Awal

Langkah-langkah yang perlu dilakukan pada tahap awal dalam penelitian ini dapat diketahui sebagai berikut:

1. Mempersiapkan data jumlah kedatangan wisatawan mancanegara per bulan ke Indonesia menurut pintu masuk, 1996-2016.
2. Melakukan analisis deskriptif, yaitu mencari nilai rata-rata (*mean*), standar deviasi, minimum, dan maksimum terhadap data jumlah kedatangan jumlah kedatangan wisatawan mancanegara per bulan ke Indonesia menurut pintu masuk.

### 3.2.2.2 Peramalan dengan Metode SSA

Langkah-langkah yang perlu dilakukan dalam tahap peramalan dengan metode SSA diketahui sebagai berikut:

#### 1. *Embedding*

Pada langkah ini, deret satu dimensi digambarkan sebagai sebuah deret multidimensi yang dimensinya disebut *window length*. Deret waktu multidimensi yang merupakan suatu urutan vektor membentuk matriks lintasan  $X$ . *Window length* merupakan parameter tunggal dari dekomposisi. Pemilihan *window length* yang tidak tepat akan menyiratkan bahwa tidak ada kegiatan pengelompokan yang akan membantu untuk mendapatkan dekomposisi SSA yang baik. Dekomposisi yang lebih terperinci dicapai ketika *window length* kira-kira sama dengan setengah dari panjang deret waktu, yaitu ketika  $L \sim N/2$ . Untuk mencapai suatu pemisahan yang lebih baik, maka *window length* yang dipilih harus besar. Jika *window length*  $L$  relatif besar, maka hasil pemisahan bersifat stabil.

#### 2. Dekomposisi Nilai *Singular* (SVD)

Pada langkah ini, dilakukan dekomposisi nilai *singular* dari matriks lintasan menjadi suatu penjumlahan dari matriks ortogonal *rank* satu-dua. Jadi SVD dari matriks lintasan  $X$  dapat ditulis sebagai:

$$X = X_1 + \dots + X_d,$$

dimana  $X_i = \sqrt{\lambda_i} U_i V_i^T$ .

### 3. Pengelompokan

Langkah pengelompokan berhubungan dengan pemecahan matriks hasil dekomposisi menjadi beberapa kelompok dan menjumlahkan matriks masing-masing kelompok. Ada beberapa cara yang bisa digunakan untuk mengelompokkan komponen dari deret, yaitu:

- a. Memeriksa grafik satu dimensi dari deret yang direkonstruksi untuk mengidentifikasi komponen *trend* dan komponen *seasonality*. Semua komponen yang bervariasi secara lambat pada grafik harus dikelompokkan ke dalam kelompok *trend*. Jika dua deret yang direkonstruksi oleh dua *eigen triple* yang berurutan menghasilkan pola musiman dan periode musiman yang sama maka dua *eigen triple* tersebut dikelompokkan ke dalam kelompok *seasonality*.
- b. Menggunakan grafik dari nilai *singular*. Suatu urutan yang menurun secara perlahan atau lambat dari nilai *singular* biasanya terkait dengan komponen *noise* dari deret.

### 4. Diagonal Averaging

Langkah terakhir adalah memindahkan setiap matriks yang dihasilkan ke dalam suatu deret waktu, yang merupakan komponen aditif dari deret awal. Deret waktu yang direkonstruksi dirumuskan sebagai berikut:

$$F^{(k)} = \left( f_0^{(k)}, \dots, f_{N-1}^{(k)} \right),$$

dimana  $f_n = \sum_{k=1}^m f_n^{(k)}$ , untuk  $n = 0, 1, \dots, 235$ .

### 5. Melakukan algoritma dari peramalan berulang SSA.

Pada algoritma peramalan berulang SSA, deret waktu  $G_{N+M} = (g_0, \dots, g_{N+M-1})$  didefinisikan sebagai berikut:

- a.  $g_i = f_i$ , untuk  $i = 0, 1, \dots, 235$ .
- b.  $g_i = \sum_{j=1}^{L-1} a_j g_{i-j}$  untuk  $i = 236, \dots, 247$ .

### 6. Menghitung nilai MAPE dari data *training* dan data *testing*.

### 3.2.2.3 Peramalan dengan Metode ARIMA

Langkah-langkah yang perlu dilakukan dalam tahap peramalan dengan metode ARIMA diketahui sebagai berikut:

1. Memeriksa kestasioneran data baik dalam varians maupun dalam rata-rata. Pemeriksaan kestasioneran data dalam varians dapat dilakukan dengan menggunakan Box-Cox plot. Pemeriksaan kestasioneran data dalam rata-rata dapat dilakukan dengan menggunakan diagram ACF. Jika data belum stasioner pada variansnya maka perlu dilakukan transformasi Box-Cox dan jika data belum stasioner pada rata-rata maka perlu dilakukan *differencing*.
2. Jika data telah stasioner, dilihat pola ACF dan PACF nya untuk identifikasi bentuk model ARIMA  $(p,d,q)(P,D,Q)^s$  nya .
3. Estimasi parameter, untuk melihat bagaimana hasil uji signifikansi parameter berdasarkan model terpilih.
4. Melakukan *diagnotis check* untuk *white noise* dan normalitas residual melalui uji Ljung-Box dan Kolmogorov-Smirnov.
5. Jika diperoleh model ARIMA yang baik lebih dari satu, maka dilakukan pemilihan model ARIMA terbaik dengan menggunakan kriteria AIC.
6. Melakukan peramalan terhadap jumlah kedatangan wisatawan mancanegara.
7. Menghitung nilai MAPE dari data *training* dan data *testing*.

### 3.2.2.4 Analisis Kinerja Peramalan

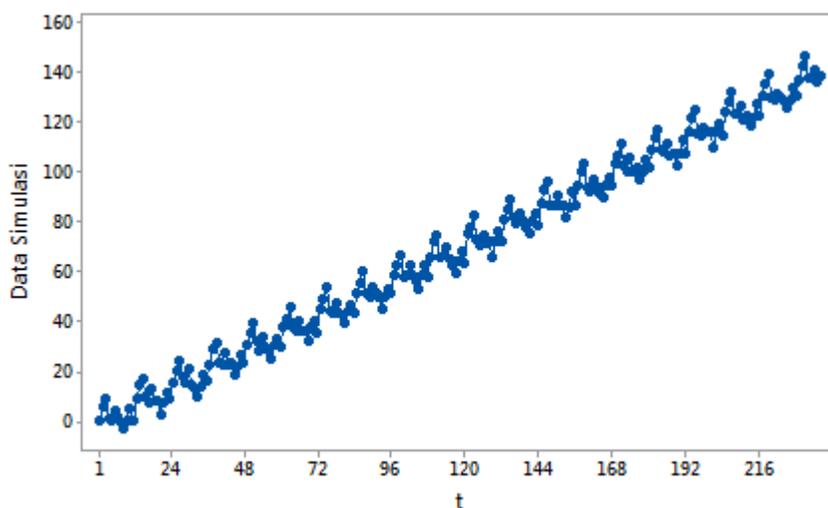
Analisis kinerja peramalan dilakukan dengan membandingkan nilai MAPE dari pemodelan dengan metode SSA dan metode ARIMA. Perbandingan nilai MAPE ini dilakukan pada data *testing*.

## BAB 4

### ANALISIS DAN PEMBAHASAN

#### 4.1 Pemodelan Data Simulasi Menggunakan SSA

Pada bagian ini akan diberikan hasil kajian simulasi berkaitan dengan penerapan metode SSA pada data deret waktu yang bersifat musiman. Ukuran sampel yang digunakan dalam penelitian ini sebesar 236 ( $n = 236$ ) dengan  $t = 1, 2, \dots, 236$ . Data simulasi yang dibangkitkan pada penelitian ini mengandung komponen *trend* dan komponen *seasonal*. Data tersebut dibagi menjadi dua bagian yaitu data *in-sample* (sebanyak 224 data dengan  $t = 1, 2, \dots, 224$ ) dan data *out-sample* (sebanyak 12 data dengan  $t = 225, 226, \dots, 236$ ). Plot *time series* dari data simulasi ditunjukkan pada Gambar 4.1.



Gambar 4.1 Plot *Time Series* dari Data Simulasi

Berdasarkan Gambar 4.1, diketahui bahwa data simulasi yang dibangkitkan menunjukkan pola musiman dengan periode musiman 12. Hal ini dapat dilihat dari plot *time series* yang memiliki pola pergerakan yang sama setiap periode 12. Di dalam metode SSA, terdapat dua tahap yang digunakan untuk memisahkan komponen *trend*,

komponen *seasonality*, dan komponen *noise* dari deret waktu awal, yaitu tahap dekomposisi dan tahap rekonstruksi.

#### 4.1.1 Tahap Dekomposisi

Pada tahap dekomposisi, langkah pertama yang harus dilakukan adalah *embedding*. Definisikan suatu deret waktu bernilai *real* yang memuat data simulasi untuk  $t = 1, 2, \dots, 224$ , yaitu  $F = (0,13603, 5,62419, \dots, 129,21677)$  dengan panjang  $N = 224$ . *Window length*  $L$  adalah parameter tunggal dalam tahap dekomposisi. Nilai parameter *window length* ( $L$ ) yang diambil adalah  $L = 96$ . Dengan demikian matriks lintasan  $\mathbf{X}$  yang dibangun dari deret  $F$  dapat digambarkan sebagai berikut:

$$\mathbf{X} = [\mathbf{X}_1 : \dots : \mathbf{X}_{129}] = \left( x_{ij} \right)_{i,j=1}^{96,129} = \begin{pmatrix} 0,13603 & 5,62419 & 8,73822 & \dots & 66,33487 \\ 5,62419 & 8,73822 & 1,31497 & \dots & 72,74935 \\ 8,73822 & 1,31497 & -0,0491 & \dots & 76,78613 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 51,2287 & 58,8985 & 62,9503 & \dots & 129,2168 \end{pmatrix}.$$

Langkah selanjutnya dalam tahap dekomposisi adalah *singular value decomposition* (SVD). Pada langkah SVD, matriks lintasan  $\mathbf{X}$  didekomposisi menjadi 50 *eigentriple*, yang terdiri dari 50 nilai eigen, 50 vektor eigen, dan 0 vektor faktor.

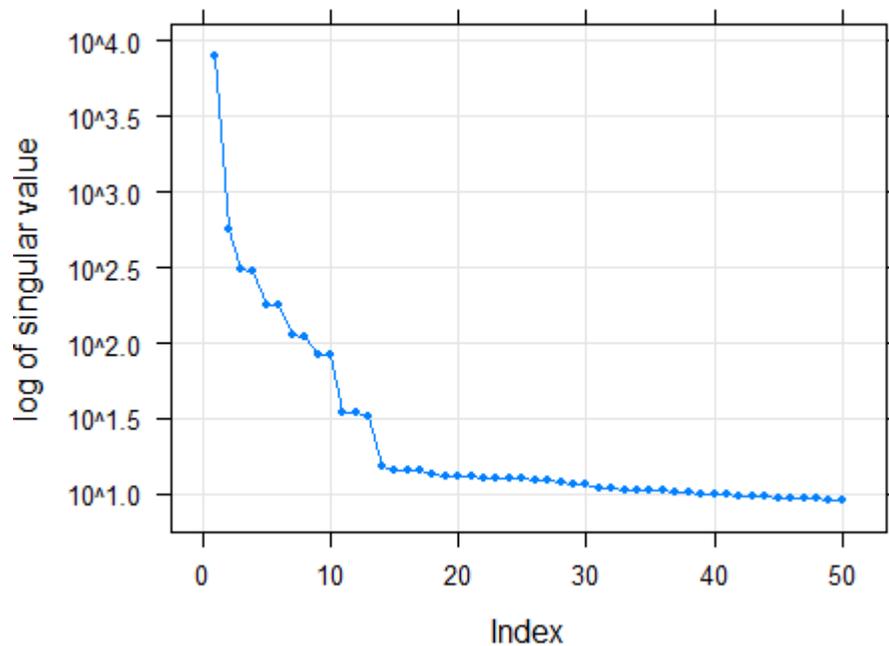
#### 4.1.2 Tahap Rekonstruksi

Pada tahap rekonstruksi, terdapat dua langkah yang digunakan untuk mendapatkan komponen *trend*, komponen *seasonality*, dan komponen *noise* dari *eigentriple* yang dihasilkan pada tahap dekomposisi, yaitu pengelompokan dan *diagonal averaging*.

##### 4.1.2.1 Pengelompokan Komponen Noise

Langkah awal dalam tahap rekonstruksi adalah melakukan pengelompokan terhadap *eigentriple* yang berhubungan dengan *trend*, *seasonality*, dan *noise*. *Effect grouping* ( $r$ ) adalah parameter yang digunakan pada tahap pengelompokan. *Effect*

*grouping (r)* digunakan untuk membatasi jumlah *eigen triple* yang akan digunakan untuk mengidentifikasi komponen *trend* dan *seasonality*. Nilai parameter *effect grouping (r)* ditentukan berdasarkan jumlah *eigen triple* yang tidak mencerminkan *noise* pada plot dari nilai *singular*. Pada plot dari nilai *singular*, urutan nilai *singular* yang menurun secara lambat mencerminkan komponen *noise*.

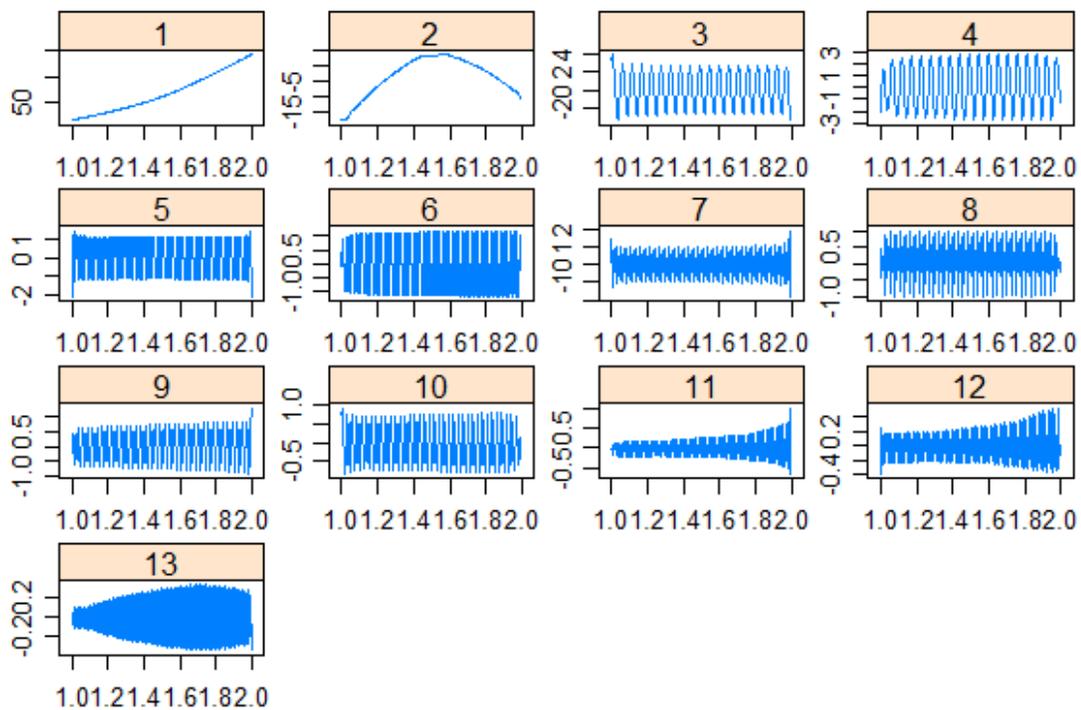


Gambar 4.2 Plot dari 50 Nilai *Singular*

Berdasarkan Gambar 4.2, diketahui bahwa nilai *singular* mulai menurun secara lambat pada *eigen triple* 14 sampai *eigen triple* 50 sehingga *eigen triple* 14 sampai *eigen triple* 50 diidentifikasi sebagai komponen *noise*. Dengan demikian nilai parameter *effect grouping (r)* adalah  $r = 13$  karena jumlah *eigen triple* yang tidak mencerminkan *noise* pada plot dari nilai *singular* adalah 13. Meskipun *eigen triple* yang mencerminkan *noise* sudah diidentifikasi, namun ada kemungkinan jumlah *eigen triple* yang mencerminkan *noise* bisa bertambah. Sisa *eigen triple* yang tidak berhubungan dengan *trend* dan *seasonality* dari 13 *eigen triple* pertama akan dikelompokkan ke dalam kelompok *noise*.

#### 4.1.2.2 Pengelompokan Komponen *Trend* dan Komponen *Seasonality*

Sesudah komponen *noise* berhasil dikelompokkan, langkah selanjutnya adalah melakukan pengelompokan terhadap *eigen tripe* yang berhubungan dengan *trend* dan *seasonality*. Jumlah *eigen tripe* yang digunakan untuk mengidentifikasi komponen *trend* dan komponen *seasonality* adalah 13 *eigen tripe*. 13 *eigen tripe* yang digunakan untuk mengidentifikasi komponen *trend* dan komponen *seasonality* terdiri dari *eigen tripe* 1, *eigen tripe* 2, *eigen tripe* 3, ..., *eigen tripe* 13. Plot dari deret yang direkonstruksi dapat digunakan untuk mengidentifikasi *eigen tripe* yang berhubungan dengan *trend* dan *seasonality*.



Gambar 4.3 Plot dari Deret yang Direkonstruksi

*Trend* adalah suatu komponen yang bervariasi secara lambat dari suatu deret waktu yang tidak mengandung komponen *oscillatory*. Semua komponen yang bervariasi secara lambat pada plot dari deret yang direkonstruksi diidentifikasi sebagai komponen *trend*. Berdasarkan Gambar 4.3, diketahui bahwa deret yang direkonstruksi

oleh *eigen triple* 1 dan *eigen triple* 2 memuat komponen yang bervariasi secara lambat, sehingga kedua *eigen triple* tersebut dikelompokkan ke dalam kelompok *trend*.

Sesudah *eigen triple* yang berhubungan dengan *trend* berhasil dikelompokkan, langkah selanjutnya adalah melakukan pengelompokan terhadap *eigen triple* yang berhubungan dengan *seasonality*. Pengelompokan terhadap *eigen triple* yang berhubungan dengan *seasonality* dilakukan berdasarkan kemiripan nilai *singular* dari dua *eigen triple* yang berurutan. Pada plot dari deret yang direkonstruksi, kemiripan nilai *singular* mengakibatkan deret yang direkonstruksi oleh suatu *eigen triple* memiliki pola musiman yang sama dan periode musiman yang sama dengan deret yang direkonstruksi oleh *eigen triple* yang lainnya.

Berdasarkan Gambar 4.3, diketahui bahwa *eigen triple* 3 memiliki kemiripan nilai *singular* dengan *eigen triple* 4 karena deret yang direkonstruksi oleh *eigen triple* 3 memiliki pola musiman yang sama dengan deret yang direkonstruksi oleh *eigen triple* 4. Deret yang direkonstruksi oleh *eigen triple* 3 memiliki periode musiman yang sama dengan deret yang direkonstruksi oleh *eigen triple* 4, yaitu 12 bulan. Dengan demikian *eigen triple* 3 dan *eigen triple* 4 dikelompokkan ke dalam kelompok *seasonality*. Tabel 4.1 menyajikan secara lengkap *eigen triple* yang dikelompokkan ke dalam kelompok *seasonality*.

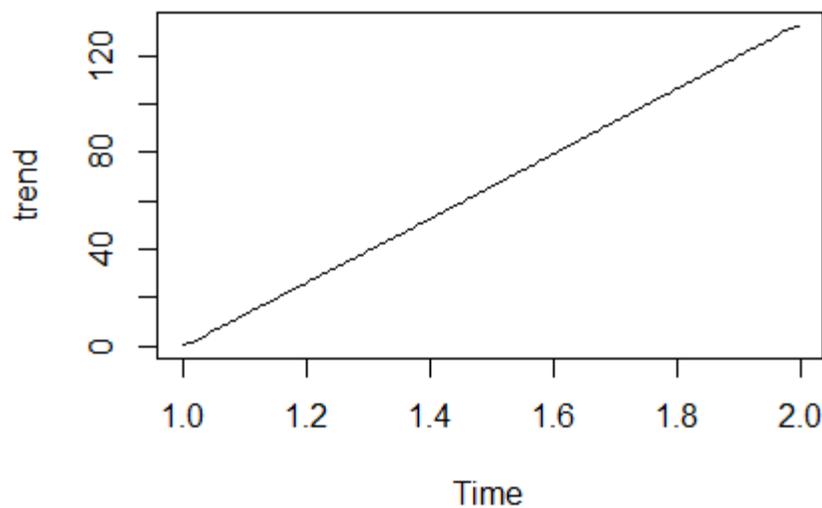
Tabel 4.1 *Eigen triple* yang Berhubungan dengan *Seasonality*

<i>Eigen triple</i>	Periode (Bulan)
3	12
4	12
5	4
6	4
7	2,4
8	2,4
9	6
10	6
11	3
12	3

Dengan demikian sisa *eigen triple* yang tidak dikelompokkan ke dalam kelompok *trend* dan *seasonality* dari 13 *eigen triple* pertama akan dikelompokkan ke dalam kelompok *noise*. Sisa *eigen triple* yang tidak dikelompokkan ke dalam kelompok *trend* dan *seasonality* dari 13 *eigen triple* pertama terdiri dari *eigen triple* 13.

#### 4.1.2.3 Diagonal Averaging

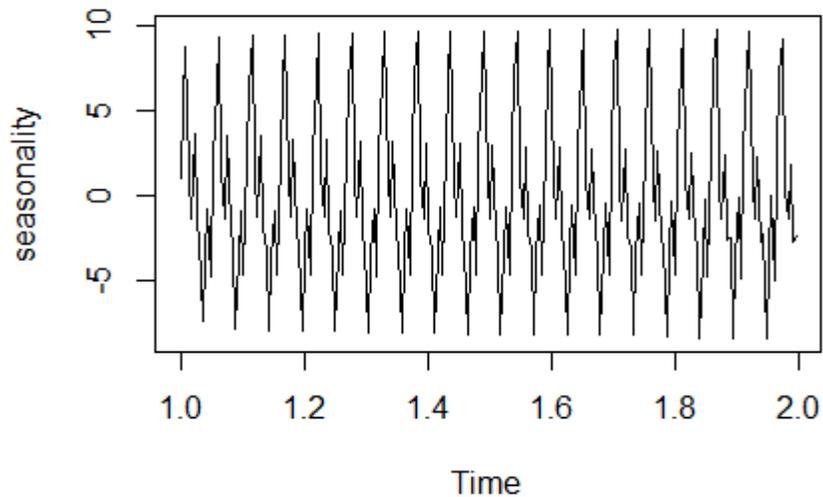
Pada langkah terakhir dalam tahap rekonstruksi yaitu *diagonal averaging*, masing-masing komponen dapat direkonstruksi dengan menggunakan masing-masing *eigen triple* yang terkait. Pada langkah *diagonal averaging*, komponen *trend* direkonstruksi oleh *eigen triple* 1 dan *eigen triple* 2. Gambar 4.4 menampilkan hasil dari komponen *trend* yang direkonstruksi oleh kedua *eigen triple* tersebut.



Gambar 4.4 *Trend* yang Direkonstruksi

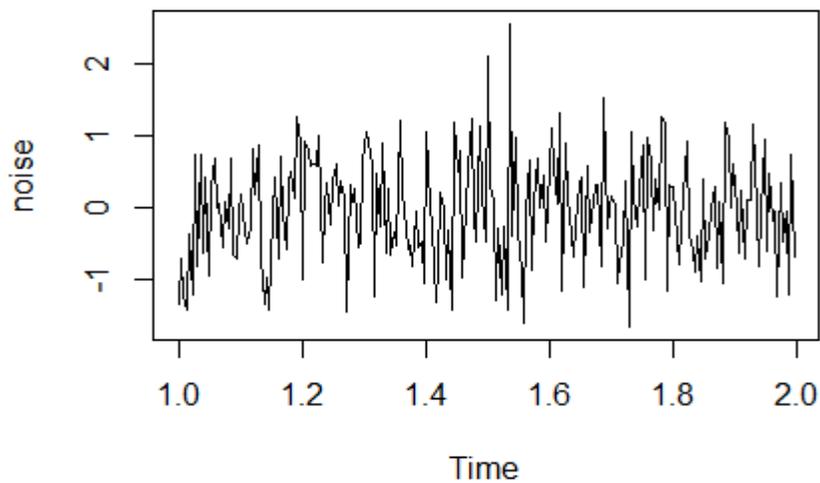
Pada langkah *diagonal averaging*, komponen *seasonality* direkonstruksi oleh *eigen triple* 3, *eigen triple* 4, *eigen triple* 5, *eigen triple* 6, *eigen triple* 7, *eigen triple* 8, *eigen triple* 9, *eigen triple* 10, *eigen triple* 11, dan *eigen triple* 12. Gambar 4.5 menampilkan hasil dari komponen *seasonality* yang direkonstruksi oleh *eigen triple* 3,

*eigentriple 4, eigentriple 5, eigentriple 6, eigentriple 7, eigentriple 8, eigentriple 9, eigentriple 10, eigentriple 11, dan eigentriple 12.*



Gambar 4.5 *Seasonality* yang Direkonstruksi

Pada langkah *diagonal averaging*, komponen *noise* direkonstruksi oleh *eigentriple 13, eigentriple 14, eigentriple 15, eigentriple 16, ..., eigentriple 50*. Gambar 4.6 menampilkan hasil dari komponen *noise* yang direkonstruksi oleh *eigentriple 13, eigentriple 14, eigentriple 15, eigentriple 16, ..., eigentriple 50*.



Gambar 4.6 *Noise* yang Direkonstruksi

### 4.1.3 Peramalan

Ketika komponen *trend*, *seasonality*, dan *noise* berhasil dipisahkan, langkah selanjutnya adalah melakukan peramalan pada masing-masing komponen kecuali komponen *noise*. Jenis peramalan yang digunakan untuk meramalkan komponen *trend* dan komponen *seasonality* adalah peramalan berulang SSA. Nilai ramalan yang dihasilkan oleh model SSA dari masing-masing komponen terdiri dari nilai ramalan untuk data *in-sample* dan nilai ramalan untuk data *out-sample*. Secara matematis, model SSA yang digunakan untuk meramalkan komponen *trend* dapat ditulis sebagai berikut:

#### 1. Data *in-sample*

a. SSA menghasilkan *trend* yang direkonstruksi, yaitu  $y_0^T, y_1^T, \dots, y_{223}^T$ .

b.  $y_i^T = y_i^T$ ,

untuk  $i = 0, 1, 2, \dots, 94$ .

c.  $y_i^T = 0,044532y_{i-1}^T + 0,043508y_{i-2}^T + \dots - 0,02202y_{i-95}^T$ ,

untuk  $i = 95, 96, 97, \dots, 223$ .

#### 2. Data *out-sample*

a. SSA menghasilkan *trend* yang direkonstruksi, yaitu  $y_0^T, y_1^T, \dots, y_{223}^T$ .

b.  $y_{224}^T = 0,044532y_{223}^T + 0,043508y_{222}^T + \dots - 0,02202y_{129}^T$

$y_{225}^T = 0,044532y_{224}^T + 0,043508y_{223}^T + \dots - 0,02202y_{130}^T$

$y_{226}^T = 0,044532y_{225}^T + 0,043508y_{224}^T + \dots - 0,02202y_{131}^T$

$y_{227}^T = 0,044532y_{226}^T + 0,043508y_{225}^T + \dots - 0,02202y_{132}^T$

$y_{228}^T = 0,044532y_{227}^T + 0,043508y_{226}^T + \dots - 0,02202y_{133}^T$

$y_{229}^T = 0,044532y_{228}^T + 0,043508y_{227}^T + \dots - 0,02202y_{134}^T$

$y_{230}^T = 0,044532y_{229}^T + 0,043508y_{228}^T + \dots - 0,02202y_{135}^T$

$y_{231}^T = 0,044532y_{230}^T + 0,043508y_{229}^T + \dots - 0,02202y_{136}^T$

$$\begin{aligned}
y_{232}^T &= 0,044532y_{231}^T + 0,043508y_{230}^T + \dots - 0,02202y_{137}^T \\
y_{233}^T &= 0,044532y_{232}^T + 0,043508y_{231}^T + \dots - 0,02202y_{138}^T \\
y_{234}^T &= 0,044532y_{233}^T + 0,043508y_{232}^T + \dots - 0,02202y_{139}^T \\
y_{235}^T &= 0,044532y_{234}^T + 0,043508y_{233}^T + \dots - 0,02202y_{140}^T
\end{aligned}$$

Secara matematis, model SSA yang digunakan untuk meramalkan komponen *seasonal* dapat ditulis sebagai berikut:

1. Data *in-sample*

- a. SSA menghasilkan *seasonal* yang direkonstruksi, yaitu  $y_0^S, y_1^S, y_2^S, \dots, y_{223}^S$ .
- b.  $y_i^S = y_i^S$ ,  
untuk  $i = 0, 1, 2, \dots, 94$ .
- c.  $y_i^S = -0,01929y_{i-1}^S - 0,03257y_{i-2}^S + \dots + 0,013061y_{i-95}^S$ ,  
untuk  $95, 96, 97, \dots, 223$ .

2. Data *out-sample*

- a. SSA menghasilkan *seasonal* yang direkonstruksi, yaitu  $y_0^S, y_1^S, y_2^S, \dots, y_{223}^S$ .
- b.  $y_{224}^S = -0,01929y_{223}^S - 0,03257y_{222}^S + \dots + 0,013061y_{129}^S$   
 $y_{225}^S = -0,01929y_{224}^S - 0,03257y_{223}^S + \dots + 0,013061y_{130}^S$   
 $y_{226}^S = -0,01929y_{225}^S - 0,03257y_{224}^S + \dots + 0,013061y_{131}^S$   
 $y_{227}^S = -0,01929y_{226}^S - 0,03257y_{225}^S + \dots + 0,013061y_{132}^S$   
 $y_{228}^S = -0,01929y_{227}^S - 0,03257y_{226}^S + \dots + 0,013061y_{133}^S$   
 $y_{229}^S = -0,01929y_{228}^S - 0,03257y_{227}^S + \dots + 0,013061y_{134}^S$   
 $y_{230}^S = -0,01929y_{229}^S - 0,03257y_{228}^S + \dots + 0,013061y_{135}^S$   
 $y_{231}^S = -0,01929y_{230}^S - 0,03257y_{229}^S + \dots + 0,013061y_{136}^S$   
 $y_{232}^S = -0,01929y_{231}^S - 0,03257y_{230}^S + \dots + 0,013061y_{137}^S$   
 $y_{233}^S = -0,01929y_{232}^S - 0,03257y_{231}^S + \dots + 0,013061y_{138}^S$

$$y_{234}^S = -0,01929y_{233}^S - 0,03257y_{232}^S + \dots + 0,013061y_{139}^S$$

$$y_{235}^S = -0,01929y_{234}^S - 0,03257y_{233}^S + \dots + 0,013061y_{140}^S$$

Nilai ramalan untuk data *in-sample* secara keseluruhan diperoleh dari hasil penjumlahan nilai ramalan untuk data *in-sample* dari komponen *trend* terhadap nilai ramalan untuk data *in-sample* dari komponen *seasonality*. Sedangkan nilai ramalan untuk data *out-sample* secara keseluruhan diperoleh dari hasil penjumlahan nilai ramalan untuk data *out-sample* dari komponen *trend* terhadap nilai ramalan untuk data *out-sample* dari komponen *seasonality*. Secara matematis, model SSA yang digunakan untuk mendapatkan nilai ramalan untuk data *in-sample* dan data *out-sample* secara keseluruhan dapat ditulis sebagai berikut:

1. Data *in-sample*

$$y_i = y_i^T + y_i^S,$$

untuk  $0, 1, 2, \dots, 223$ .

2. Data *out-sample*

$$y_i = y_i^T + y_i^S,$$

untuk  $224 \leq i \leq 235$ .

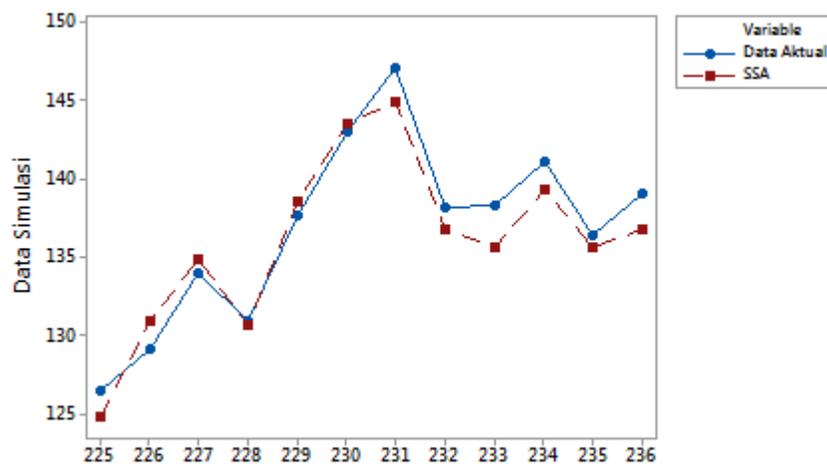
Setelah model SSA yang digunakan untuk melakukan peramalan sudah dibentuk, langkah selanjutnya adalah melakukan peramalan pada data *in-sample* dan data *out-sample* berdasarkan model yang diperoleh. Akurasi hasil ramalan pada data *in-sample* dan data *out-sample* diukur dengan nilai MAPE. Semakin kecil nilai MAPE pada data *in-sample*, maka semakin baik model digunakan untuk peramalan. Semakin kecil nilai MAPE pada data *out-sample*, maka semakin akurat hasil ramalan yang diperoleh dari suatu model. Nilai MAPE yang diperoleh dari hasil ramalan pada data *in-sample* adalah 1,07%. Sedangkan nilai MAPE yang diperoleh dari hasil ramalan pada data *out-sample* adalah 1,04%. Hal ini menunjukkan bahwa akurasi hasil ramalan yang diperoleh pada data *out-sample* lebih baik jika dibandingkan dengan akurasi

ramalan yang diperoleh pada data *in-sample*. Tabel 4.2 menyajikan hasil peramalan berulang SSA untuk data *out-sample* dari komponen *trend* dan komponen *seasonality*.

Tabel 4.2 Hasil Peramalan Berulang SSA untuk Data *Out-Sample* dari Komponen *Trend* dan Komponen *Seasonality*

$t$	<i>Trend</i>	<i>Seasonality</i>	Ramalan Data <i>Out-Sample</i>	Data Aktual
225	132,93	-8,17	124,76	126,46
226	133,51	-2,59	130,92	129,10
227	134,08	0,86	134,94	134,03
228	134,66	-4,02	130,63	130,93
229	135,23	3,41	138,64	137,70
230	135,81	7,79	143,60	143,03
231	136,38	8,65	145,03	147,17
232	136,95	-0,09	136,86	138,15
233	137,52	-1,85	135,67	138,33
234	138,09	1,31	139,40	141,11
235	138,65	-2,98	135,68	136,36
236	139,22	-2,45	136,77	139,16

Secara visual, plot hasil ramalan untuk data *out-sample* menggunakan metode SSA dan data aktual ditampilkan pada Gambar 4.7.



Gambar 4.7 Perbandingan Hasil Peramalan Menggunakan Metode SSA dengan Data Aktual pada Data Simulasi

Berdasarkan Gambar 4.7, diketahui bahwa hasil ramalan data *out-sample* dengan menggunakan metode SSA lebih mendekati data aktualnya untuk setiap jangka waktu

peramalan. Metode SSA menghasilkan akurasi ramalan yang bersifat stabil untuk setiap jangka waktu peramalan.

#### 4.2 Gambaran Umum Kedatangan Wisatawan Mancanegara ke Indonesia

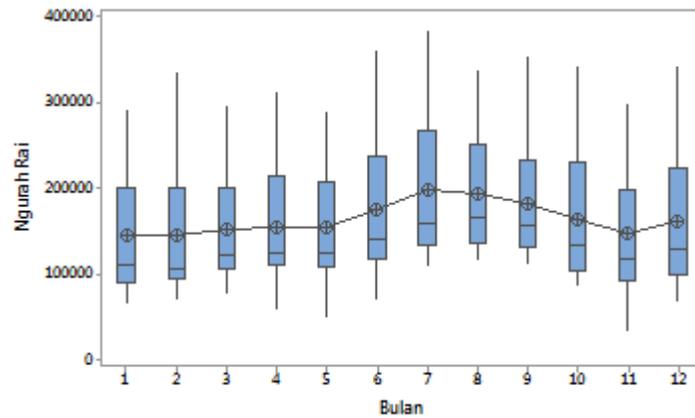
Gambaran umum mengenai kedatangan wisatawan mancanegara ke Indonesia melalui lima pintu masuk dijelaskan dengan menggunakan statistika deskriptif, boxplot, dan diagram deret waktu.

Tabel 4.3 Statistik Deskriptif Kedatangan Wisatawan Mancanegara ke Indonesia Melalui Lima Pintu Masuk Periode Januari 1996 Sampai Agustus 2015

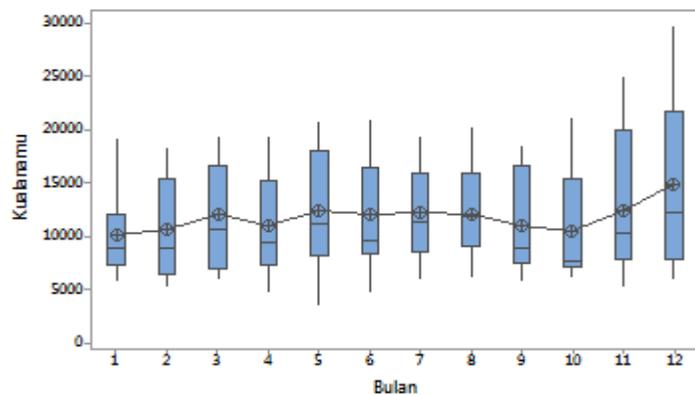
Nama Pintu Masuk	Rata-rata	Standar Deviasi	Minimum	Maksimum
Bandar Udara Ngurah Rai	164030	73532	35107	381890
Bandar Udara Kualanamu	11712	5111	3496	29619
Batam	97879	18300	64421	171907
Bandar Udara Soekarno-Hatta	118120	41964	50370	252914
Bandar Udara Juanda	11012	4478	2960	22986

Berdasarkan Tabel 4.3, diketahui bahwa Bandar Udara Ngurah Rai Bali memiliki rata-rata jumlah kedatangan wisatawan mancanegara tertinggi dibandingkan dengan rata-rata jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui pintu masuk yang lainnya. Bali merupakan salah satu provinsi di Indonesia yang memiliki berbagai keindahan dan keunikan alam serta kekayaan tradisi kesenian dan religi sehingga Bali menjadi salah satu daerah tujuan wisata favorit bagi wisatawan mancanegara untuk berlibur. Bali juga sering menjadi tempat penyelenggaraan *event* bertaraf internasional, seperti *Miss World*, APEC, WTO, dan *World Hindu Forum* (Simanjuntak, Aulia, Wicaksono, Anwar, Putri, dan Dwiriastya, 2016). Rata-rata jumlah kedatangan wisatawan mancanegara ke Indonesia melalui Bandar Udara Ngurah Rai pada periode Januari 1996 sampai Agustus 2015 mencapai 164030 jiwa dengan standar deviasi sebesar 73532. Jumlah minimum kedatangan wisatawan mancanegara melalui Bandar Udara Ngurah Rai mencapai 35107 jiwa. Jumlah maksimum kedatangan wisatawan mancanegara melalui Bandar Udara Ngurah Rai mencapai 381890 jiwa.

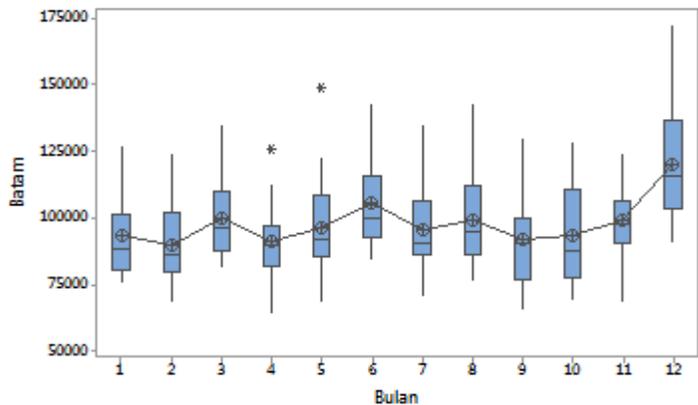
Berdasarkan Tabel 4.3, diketahui bahwa Bandar Udara Juanda memiliki rata-rata jumlah kedatangan wisatawan mancanegara terendah dibandingkan dengan rata-rata jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui pintu masuk yang lainnya. Rata-rata jumlah kedatangan wisatawan mancanegara ke Indonesia melalui Bandar Udara Juanda pada periode Januari 1996 sampai Agustus 2015 mencapai 11012 jiwa dengan standar deviasi sebesar 4478. Jumlah minimum kedatangan wisatawan mancanegara melalui Bandar Udara Juanda mencapai 2960 jiwa. Jumlah maksimum kedatangan wisatawan mancanegara melalui Bandar Udara Juanda mencapai 22986 jiwa.



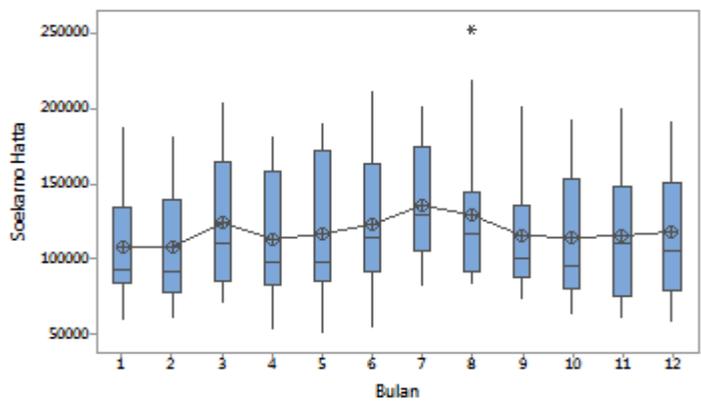
Gambar 4.8 Boxplot Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara melalui Bandar Udara Ngurah Rai



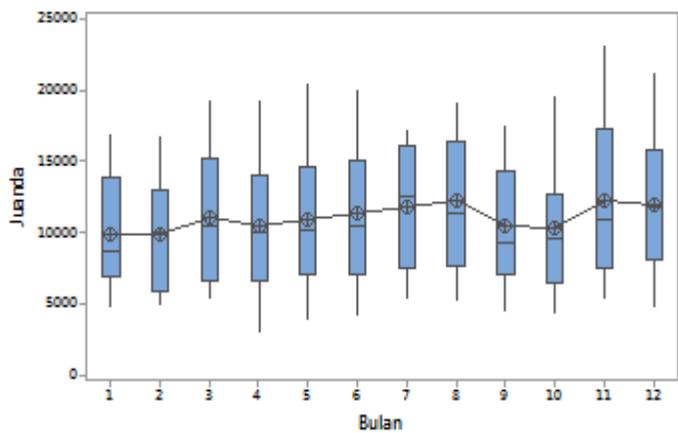
Gambar 4.9 Boxplot Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara melalui Bandar Udara Kualanamu



Gambar 4.10 Boxplot Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara melalui Batam



Gambar 4.11 Boxplot Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara melalui Bandar Udara Soekarno-Hatta

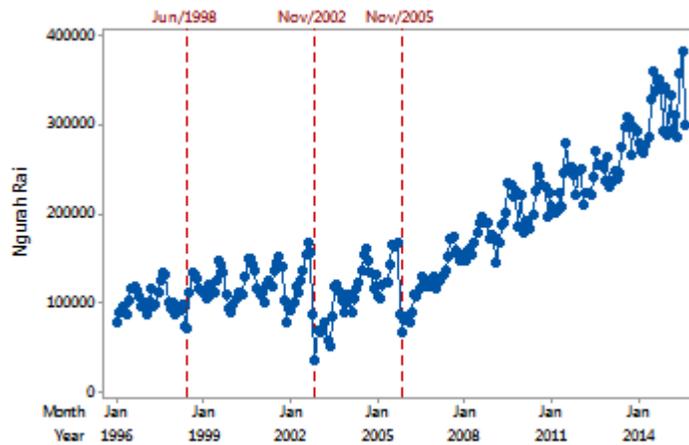


Gambar 4.12 Boxplot Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara melalui Bandar Udara Juanda

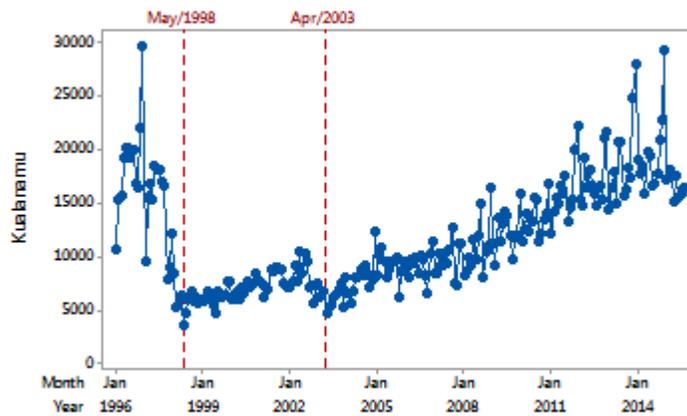
Berdasarkan boxplot jumlah kedatangan wisatawan mancanegara dari setiap pintu masuk, diketahui bahwa data jumlah kedatangan wisatawan mancanegara dari masing-masing pintu masuk bersifat tidak simetris karena garis median pada masing-masing boxplot untuk setiap pintu masuk tidak terletak di tengah *box*. *Whiskers* bagian atas dan *whiskers* bagian bawah pada masing-masing boxplot untuk setiap pintu masuk memiliki panjang yang tidak sama sehingga data jumlah kedatangan wisatawan mancanegara dari masing-masing pintu masuk tidak berdistribusi normal.

Berdasarkan Gambar 4.10, diketahui bahwa data jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Batam mengandung *outlier* yang teridentifikasi sebagai data observasi pada bulan April dan Mei 2015. Peningkatan jumlah kunjungan wisatawan mancanegara pada bulan April dan Mei 2015 melalui Batam disebabkan oleh pemberlakuan bebas visa yang ditetapkan oleh Kementerian Pariwisata Indonesia kepada sejumlah negara. Kebijakan bebas visa merupakan salah satu upaya dari Kementerian Pariwisata Indonesia untuk mendongkrak kunjungan wisatawan mancanegara ke Indonesia.

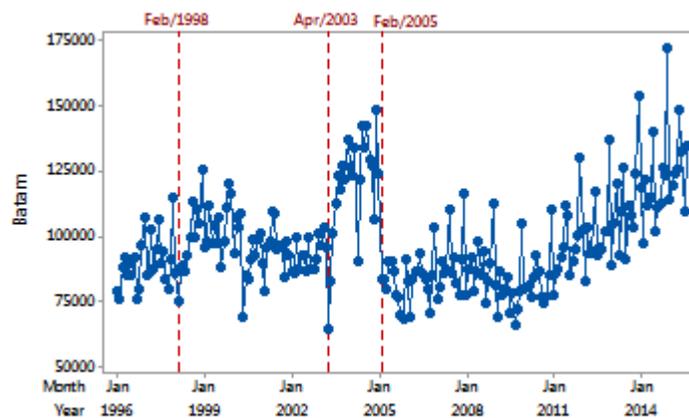
Berdasarkan Gambar 4.11, diketahui bahwa data jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Bandar Udara Soekarno-Hatta mengandung *outlier* yang teridentifikasi sebagai data observasi pada bulan Agustus 2015. Peningkatan jumlah kunjungan wisatawan mancanegara pada bulan Agustus 2015 melalui Bandar Udara Soekarno-Hatta disebabkan oleh aktivitas Gunung Raung di Bondowoso yang semakin meningkat sehingga sejumlah penerbangan dengan tujuan Bandar Udara Ngurah Rai Bali dialihkan ke Bandar Udara Soekarno-Hatta. Beberapa peristiwa penting yang terjadi pada periode Januari 1996 sampai Agustus 2015 yang memengaruhi jumlah kunjungan wisatawan ke Indonesia ditampilkan secara grafik melalui diagram deret waktu.



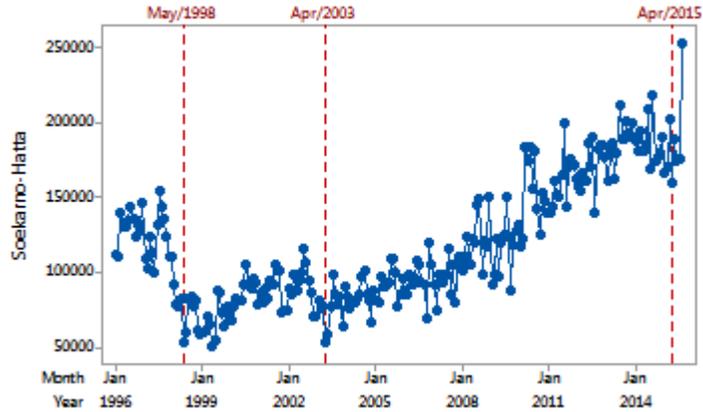
Gambar 4.13 Diagram Deret Waktu Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara melalui Bandar Udara Ngurah Rai



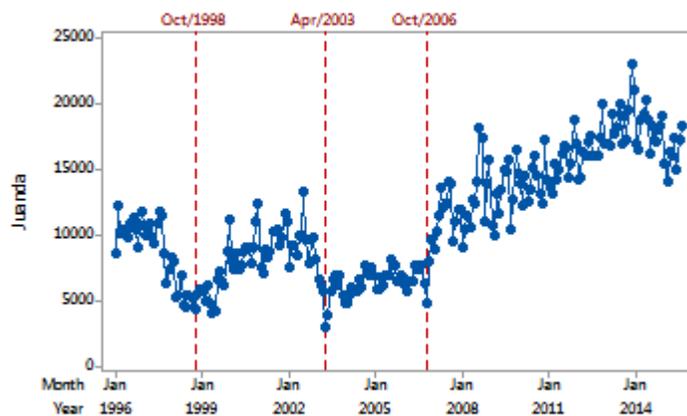
Gambar 4.14 Diagram Deret Waktu Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara melalui Bandar Udara Kualanamu



Gambar 4.15 Diagram Deret Waktu Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara melalui Batam



Gambar 4.16 Diagram Deret Waktu Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara melalui Bandar Udara Soekarno-Hatta



Gambar 4.17 Diagram Deret Waktu Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara melalui Bandar Udara Juanda

Berdasarkan diagram deret waktu jumlah kedatangan wisatawan mancanegara dari masing-masing pintu masuk, pada tahun 1997-1998 jumlah kedatangan wisatawan mancanegara ke Indonesia melalui lima pintu masuk mengalami penurunan. Penurunan jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui lima pintu masuk pada tahun 1997-1998 disebabkan oleh krisis moneter dan ekonomi yang terjadi di Indonesia. Pada bulan Nopember 2002 dan Nopember 2005, jumlah kedatangan wisatawan mancanegara ke Indonesia melalui Bandar Udara Ngurah Rai mengalami penurunan akibat peristiwa bom Bali I dan bom Bali II. Peristiwa bom Bali I dan bom Bali II merupakan pukulan besar bagi sektor pariwisata di Bali karena kegiatan

pariwisata merupakan tulang punggung perekonomian Bali. Peristiwa bom Bali II pada tahun 2005 ikut memengaruhi jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Bandar Udara Juanda. Berdasarkan Gambar 4.17, pada bulan Oktober 2006 jumlah kedatangan wisatawan mancanegara ke Indonesia melalui Bandar Udara Juanda mengalami penurunan. Pada tahun 2003, jumlah kedatangan wisatawan mancanegara ke Indonesia melalui Bandar Udara Kualanamu, Batam, Bandar Udara Soekarno-Hatta, dan Bandar Udara Juanda mengalami penurunan secara bersamaan akibat wabah SARS yang melanda dunia. Pada bulan Februari 2005, jumlah kedatangan wisatawan mancanegara ke Indonesia melalui Batam mengalami penurunan yang disebabkan oleh undang-undang tentang pelarangan perjudian di Batam. Pada bulan April 2015, jumlah kedatangan wisatawan mancanegara ke Indonesia melalui Bandar Udara Soekarno-Hatta mengalami penurunan yang disebabkan oleh penutupan dua rute penerbangan internasional, yaitu rute Jakarta-Taipei dan Jakarta-Haneda sejak Januari 2015.

### **4.3 Peramalan Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Ngurah Rai Menggunakan Metode SSA**

Di dalam metode SSA, terdapat dua tahap yang digunakan untuk memisahkan komponen *trend*, komponen *seasonality*, dan komponen *noise* dari deret waktu awal, yaitu tahap dekomposisi dan tahap rekonstruksi.

#### **4.3.1 Tahap Dekomposisi**

Pada tahap dekomposisi, langkah pertama yang harus dilakukan adalah *embedding*. Definisikan suatu deret waktu bernilai *real* yang memuat jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Bandar Udara Ngurah Rai untuk periode Januari 1996 sampai Agustus 2015, yaitu  $F = (78630, 88249, \dots, 298638)$  dengan panjang  $N = 236$ . *Window length*  $L$  adalah parameter tunggal dalam tahap dekomposisi. Pada kasus jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Bandar Udara Ngurah Rai, nilai parameter *window length* ( $L$ ) yang diambil adalah  $L = 96$ .

Dengan demikian matriks lintasan  $\mathbf{X}$  yang dibangun dari deret  $F$  dapat digambarkan sebagai berikut:

$$\mathbf{X} = [\mathbf{X}_1 : \dots : \mathbf{X}_{141}] = (x_{ij})_{i,j=1}^{96,141} = \begin{pmatrix} 78630 & 88249 & 96828 & \dots & 159610 \\ 88249 & 96828 & 89623 & \dots & 153037 \\ 96828 & 89623 & 85990 & \dots & 148386 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 99435 & 109613 & 89309 & \dots & 298638 \end{pmatrix}.$$

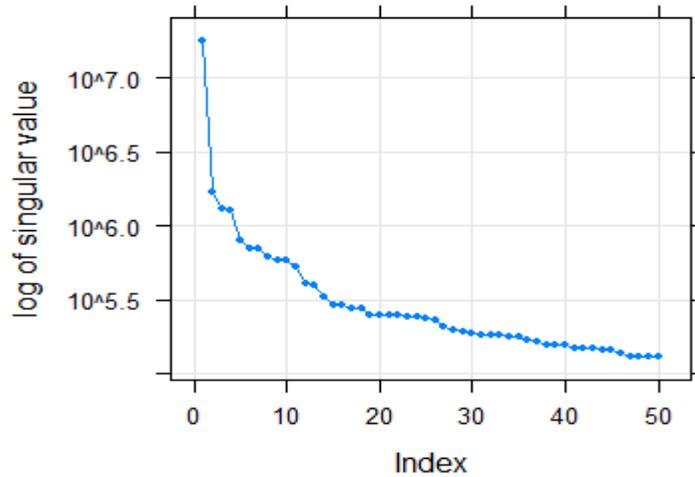
Langkah selanjutnya dalam tahap dekomposisi adalah *singular value decomposition* (SVD). Pada langkah SVD, matriks lintasan  $\mathbf{X}$  didekomposisi menjadi 50 *eigen triple*, yang terdiri dari 50 nilai eigen, 50 vektor eigen, dan 0 vektor faktor.

#### 4.3.2 Tahap Rekonstruksi

Pada tahap rekonstruksi, terdapat dua langkah yang digunakan untuk mendapatkan komponen *trend*, komponen *seasonality*, dan komponen *noise* dari *eigen triple* yang dihasilkan pada tahap dekomposisi, yaitu pengelompokan dan *diagonal averaging*.

##### 4.3.2.1 Pengelompokan Komponen *Noise*

Langkah awal dalam tahap rekonstruksi adalah melakukan pengelompokan terhadap *eigen triple* yang berhubungan dengan *trend*, *seasonality*, dan *noise*. *Effect grouping* ( $r$ ) adalah parameter yang digunakan pada tahap pengelompokan. *Effect grouping* ( $r$ ) digunakan untuk membatasi jumlah *eigen triple* yang akan digunakan untuk mengidentifikasi komponen *trend* dan *seasonality*. Nilai parameter *effect grouping* ( $r$ ) ditentukan berdasarkan jumlah *eigen triple* yang tidak mencerminkan *noise* pada plot dari nilai *singular*. Pada plot dari nilai *singular*, urutan nilai *singular* yang menurun secara lambat mencerminkan komponen *noise*.

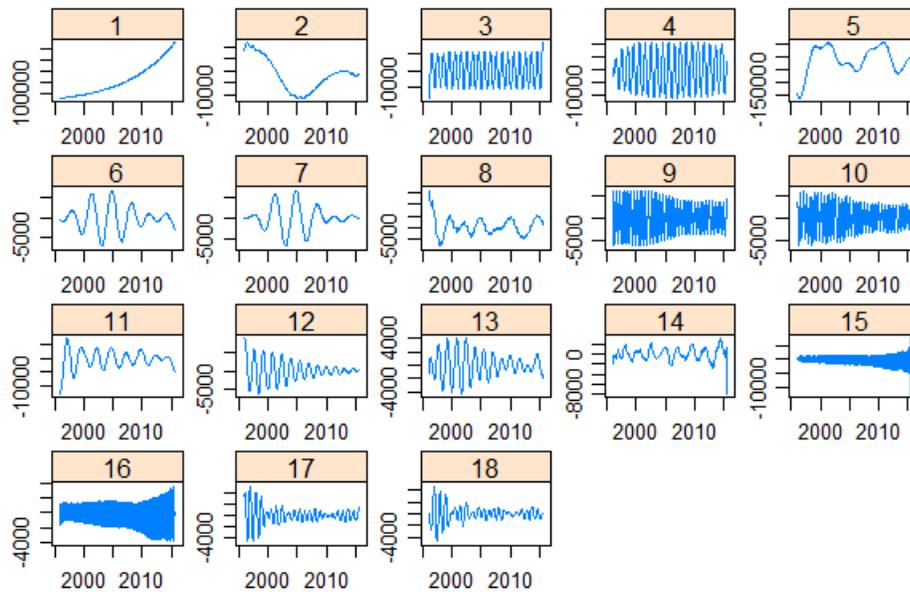


Gambar 4.18 Plot dari 50 Nilai *Singular*

Berdasarkan Gambar 4.18, diketahui bahwa nilai *singular* mulai menurun secara lambat pada *eigen triple* 19 sampai *eigen triple* 50 sehingga *eigen triple* 19 sampai *eigen triple* 50 diidentifikasi sebagai komponen *noise*. Dengan demikian nilai parameter *effect grouping* ( $r$ ) adalah  $r = 18$  karena jumlah *eigen triple* yang tidak mencerminkan *noise* pada plot dari nilai singular adalah 18. Meskipun *eigen triple* yang mencerminkan *noise* sudah diidentifikasi, namun ada kemungkinan jumlah *eigen triple* yang mencerminkan *noise* bisa bertambah. Sisa *eigen triple* yang tidak berhubungan dengan *trend* dan *seasonality* dari 18 *eigen triple* pertama akan dikelompokkan ke dalam kelompok *noise*.

#### 4.3.2.2 Pengelompokan Komponen *Trend* dan Komponen *Seasonality*

Sesudah komponen *noise* berhasil dikelompokkan, langkah selanjutnya adalah melakukan pengelompokan terhadap *eigen triple* yang berhubungan dengan *trend* dan *seasonality*. Jumlah *eigen triple* yang digunakan untuk mengidentifikasi komponen *trend* dan komponen *seasonality* adalah 18 *eigen triple*. 18 *eigen triple* yang digunakan untuk mengidentifikasi komponen *trend* dan komponen *seasonality* terdiri dari *eigen triple* 1, *eigen triple* 2, *eigen triple* 3, ..., *eigen triple* 18. Plot dari deret yang direkonstruksi dapat digunakan untuk mengidentifikasi *eigen triple* yang berhubungan dengan *trend* dan *seasonality*.



Gambar 4.19 Plot dari Deret yang Direkonstruksi

*Trend* adalah suatu komponen yang bervariasi secara lambat dari suatu deret waktu yang tidak mengandung komponen *oscillatory*. Semua komponen yang bervariasi secara lambat pada plot dari deret yang direkonstruksi diidentifikasi sebagai komponen *trend*. Berdasarkan Gambar 4.19, diketahui bahwa deret yang direkonstruksi oleh *eigen triple* 1, *eigen triple* 2, dan *eigen triple* 5 memuat komponen yang bervariasi secara lambat, sehingga ketiga *eigen triple* tersebut dikelompokkan ke dalam kelompok *trend*.

Sesudah *eigen triple* yang berhubungan dengan *trend* berhasil dikelompokkan, langkah selanjutnya adalah melakukan pengelompokan terhadap *eigen triple* yang berhubungan dengan *seasonality*. Pengelompokan terhadap *eigen triple* yang berhubungan dengan *seasonality* dilakukan berdasarkan kemiripan nilai *singular* dari dua *eigen triple* yang berurutan. Pada plot dari deret yang direkonstruksi, kemiripan nilai *singular* mengakibatkan deret yang direkonstruksi oleh suatu *eigen triple* memiliki pola musiman yang sama dan periode musiman yang sama dengan deret yang direkonstruksi oleh *eigen triple* yang lainnya. Menurut Golyandina *et al.* (2013), dua

*eigentruple* yang memiliki kemiripan nilai *singular* dapat dikelompokkan ke dalam kelompok *seasonality* jika periode musiman dari deret yang direkonstruksi oleh kedua *eigentruple* tersebut adalah 12 bulan, 6 bulan, 4 bulan, 3 bulan, 2,4 bulan, dan 2 bulan. Metode ESPRIT dapat digunakan untuk mencari periode musiman dari deret yang direkonstruksi oleh dua *eigentruple* yang memiliki kemiripan nilai *singular*.

Berdasarkan Gambar 4.19, diketahui bahwa *eigentruple* 3 memiliki kemiripan nilai *singular* dengan *eigentruple* 4 karena deret yang direkonstruksi oleh *eigentruple* 3 memiliki pola musiman yang sama dengan deret yang direkonstruksi oleh *eigentruple* 4. Deret yang direkonstruksi oleh *eigentruple* 3 memiliki periode musiman yang sama dengan deret yang direkonstruksi oleh *eigentruple* 4, yaitu 12 bulan. Dengan demikian *eigentruple* 3 dan *eigentruple* 4 dikelompokkan ke dalam kelompok *seasonality*. Berdasarkan Gambar 4.19, diketahui bahwa *eigentruple* 6 memiliki kemiripan nilai *singular* dengan *eigentruple* 7 karena deret yang direkonstruksi oleh *eigentruple* 6 memiliki pola musiman yang sama dengan deret yang direkonstruksi oleh *eigentruple* 7. Deret yang direkonstruksi oleh *eigentruple* 6 memiliki periode musiman yang sama dengan deret yang direkonstruksi oleh *eigentruple* 7, yaitu 44 bulan. Meskipun *eigentruple* 6 memiliki kemiripan nilai *singular* dengan *eigentruple* 7, namun kedua *eigentruple* tersebut tidak dapat dikelompokkan ke dalam kelompok *seasonality* karena periode musiman dari deret yang direkonstruksi oleh kedua *eigentruple* tersebut tidak dapat diinterpretasikan untuk data bulanan. Tabel 4.4 menyajikan secara lengkap *eigentruple* yang dikelompokkan ke dalam kelompok *seasonality*.

Tabel 4.4 *Eigentruple* yang Berhubungan dengan *Seasonality*

<i>Eigentruple</i>	Periode (Bulan)
3	12
4	12
9	6
10	6
15	3
16	3
17	12
18	12

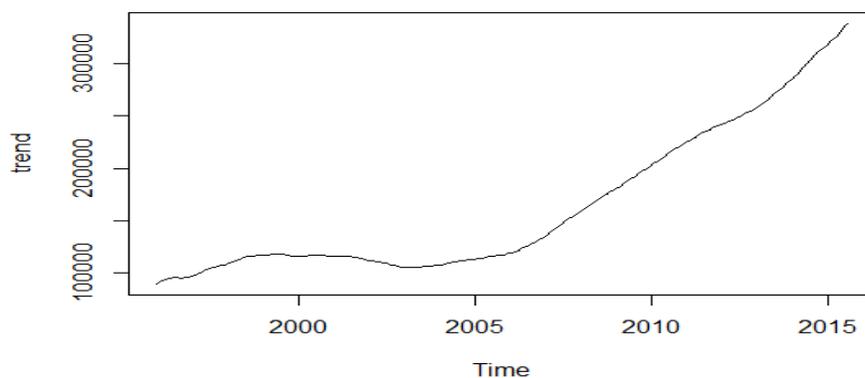
Dengan demikian sisa *eigen triple* yang tidak dikelompokkan ke dalam kelompok *trend* dan *seasonality* dari 18 *eigen triple* pertama akan dikelompokkan ke dalam kelompok *noise*. Sisa *eigen triple* yang tidak dikelompokkan ke dalam kelompok *trend* dan *seasonality* dari 18 *eigen triple* pertama terdiri dari *eigen triple* 6, *eigen triple* 7, *eigen triple* 8, *eigen triple* 12, *eigen triple* 13, dan *eigen triple* 14. Tabel 4.5 menyajikan secara lengkap 50 *eigen triple* dan komponen yang terkait.

Tabel 4.5 *Eigen triple* dan Komponen yang Terkait

Jenis Komponen	<i>Eigen triple</i>
<i>Seasonality</i>	3, 4, 9, 10, 15, 16, 17, 18
<i>Trend</i>	1, 2, 5
<i>Noise</i>	6, 7, 8, 11, 12, 13, 14, 19, 20, ..., 50

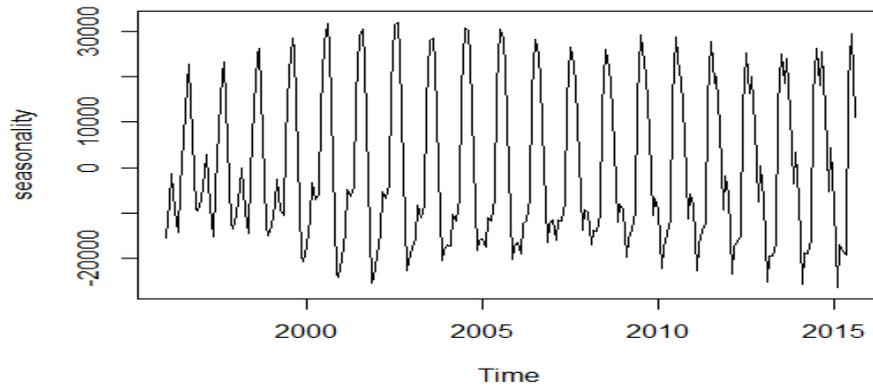
#### 4.3.2.3 *Diagonal Averaging*

Pada langkah terakhir dalam tahap rekonstruksi yaitu *diagonal averaging*, masing-masing komponen dapat direkonstruksi dengan menggunakan masing-masing *eigen triple* yang terkait. Pada langkah *diagonal averaging*, komponen *trend* direkonstruksi oleh *eigen triple* 1, *eigen triple* 2, dan *eigen triple* 5. Gambar 4.20 menampilkan hasil dari komponen *trend* yang direkonstruksi oleh ketiga *eigen triple* tersebut.



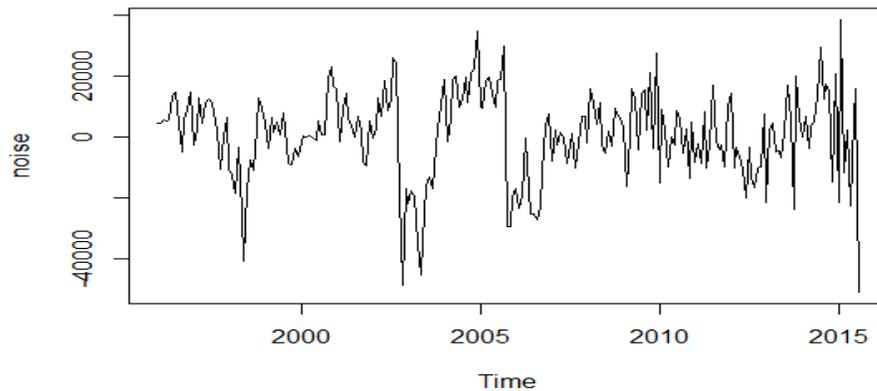
Gambar 4.20 *Trend* yang Direkonstruksi

Pada langkah *diagonal averaging*, komponen *seasonality* direkonstruksi oleh *eigen triple 3, eigen triple 4, eigen triple 9, eigen triple 10, eigen triple 15, eigen triple 16, eigen triple 17, dan eigen triple 18*. Gambar 4.21 menampilkan hasil dari komponen *seasonality* yang direkonstruksi oleh kedelapan *eigen triple* tersebut.



Gambar 4.21 *Seasonality* yang Direkonstruksi

Pada langkah *diagonal averaging*, komponen *noise* direkonstruksi oleh *eigen triple 6, eigen triple 7, eigen triple 8, eigen triple 11, eigen triple 12, eigen triple 13, eigen triple 14, eigen triple 19, eigen triple 20, ..., eigen triple 50*. Gambar 4.22 menampilkan hasil dari komponen *noise* yang direkonstruksi.



Gambar 4.22 *Noise* yang Direkonstruksi

### 4.3.3 Peramalan

Ketika komponen *trend*, *seasonality*, dan *noise* berhasil dipisahkan, langkah selanjutnya adalah melakukan peramalan pada masing-masing komponen kecuali komponen *noise*. Jenis peramalan yang digunakan untuk meramalkan komponen *trend* dan komponen *seasonality* adalah peramalan berulang SSA. Nilai ramalan yang dihasilkan oleh model SSA dari masing-masing komponen terdiri dari nilai ramalan untuk data *in-sample* dan nilai ramalan untuk data *out-sample*. Secara matematis, model SSA yang digunakan untuk meramalkan komponen *trend* dapat ditulis sebagai berikut:

#### 1. Data *in-sample*

a. SSA menghasilkan *trend* yang direkonstruksi, yaitu  $y_0^T, y_1^T, \dots, y_{235}^T$ .

b.  $y_i^T = y_i^T$ ,

untuk  $i = 0, 1, 2, \dots, 94$ .

c.  $y_i^T = 0,04196y_{i-1}^T + 0,042331y_{i-2}^T + \dots + 0,00364y_{i-95}^T$ ,

untuk  $i = 95, 96, 97, \dots, 235$ .

#### 2. Data *out-sample*

a. SSA menghasilkan *trend* yang direkonstruksi, yaitu  $y_0^T, y_1^T, \dots, y_{235}^T$ .

b.  $y_{236}^T = 0,04196y_{235}^T + 0,042331y_{234}^T + \dots + 0,00364y_{141}^T$

$y_{237}^T = 0,04196y_{236}^T + 0,042331y_{235}^T + \dots + 0,00364y_{142}^T$

$y_{238}^T = 0,04196y_{237}^T + 0,042331y_{236}^T + \dots + 0,00364y_{143}^T$

$y_{239}^T = 0,04196y_{238}^T + 0,042331y_{237}^T + \dots + 0,00364y_{144}^T$

$y_{240}^T = 0,04196y_{239}^T + 0,042331y_{238}^T + \dots + 0,00364y_{145}^T$

$y_{241}^T = 0,04196y_{240}^T + 0,042331y_{239}^T + \dots + 0,00364y_{146}^T$

$y_{242}^T = 0,04196y_{241}^T + 0,042331y_{240}^T + \dots + 0,00364y_{147}^T$

$y_{243}^T = 0,04196y_{242}^T + 0,042331y_{241}^T + \dots + 0,00364y_{148}^T$

$$\begin{aligned}
y_{244}^T &= 0,04196y_{243}^T + 0,042331y_{242}^T + \dots + 0,00364y_{149}^T \\
y_{245}^T &= 0,04196y_{244}^T + 0,042331y_{243}^T + \dots + 0,00364y_{150}^T \\
y_{246}^T &= 0,04196y_{245}^T + 0,042331y_{244}^T + \dots + 0,00364y_{151}^T \\
y_{247}^T &= 0,04196y_{246}^T + 0,042331y_{245}^T + \dots + 0,00364y_{152}^T
\end{aligned}$$

Secara matematis, model SSA yang digunakan untuk meramalkan komponen *seasonal* dapat ditulis sebagai berikut:

1. Data *in-sample*

- a. SSA menghasilkan *seasonal* yang direkonstruksi, yaitu  $y_0^S, y_1^S, y_2^S, \dots, y_{235}^S$ .
- b.  $y_i^S = y_i^S$ ,  
untuk  $i = 0, 1, 2, \dots, 94$ .
- c.  $y_i^S = -0,00667y_{i-1}^S - 0,02489y_{i-2}^S + \dots + 0,022311y_{i-95}^S$ ,  
untuk  $95, 96, 97, \dots, 235$ .

2. Data *out-sample*

- a. SSA menghasilkan *seasonal* yang direkonstruksi, yaitu  $y_0^S, y_1^S, y_2^S, \dots, y_{235}^S$ .
- b.  $y_{236}^S = -0,00667y_{235}^S - 0,02489y_{234}^S + \dots + 0,022311y_{141}^S$   
 $y_{237}^S = -0,00667y_{236}^S - 0,02489y_{235}^S + \dots + 0,022311y_{142}^S$   
 $y_{238}^S = -0,00667y_{237}^S - 0,02489y_{236}^S + \dots + 0,022311y_{143}^S$   
 $y_{239}^S = -0,00667y_{238}^S - 0,02489y_{237}^S + \dots + 0,022311y_{144}^S$   
 $y_{240}^S = -0,00667y_{239}^S - 0,02489y_{238}^S + \dots + 0,022311y_{145}^S$   
 $y_{241}^S = -0,00667y_{240}^S - 0,02489y_{239}^S + \dots + 0,022311y_{146}^S$   
 $y_{242}^S = -0,00667y_{241}^S - 0,02489y_{240}^S + \dots + 0,022311y_{147}^S$   
 $y_{243}^S = -0,00667y_{242}^S - 0,02489y_{241}^S + \dots + 0,022311y_{148}^S$   
 $y_{244}^S = -0,00667y_{243}^S - 0,02489y_{242}^S + \dots + 0,022311y_{149}^S$   
 $y_{245}^S = -0,00667y_{244}^S - 0,02489y_{243}^S + \dots + 0,022311y_{150}^S$

$$y_{246}^S = -0,00667y_{245}^S - 0,02489y_{244}^S + \dots + 0,022311y_{151}^S$$

$$y_{247}^S = -0,00667y_{246}^S - 0,02489y_{245}^S + \dots + 0,022311y_{152}^S$$

Nilai ramalan untuk data *in-sample* secara keseluruhan diperoleh dari hasil penjumlahan nilai ramalan untuk data *in-sample* dari komponen *trend* terhadap nilai ramalan untuk data *in-sample* dari komponen *seasonality*. Sedangkan nilai ramalan untuk data *out-sample* secara keseluruhan diperoleh dari hasil penjumlahan nilai ramalan untuk data *out-sample* dari komponen *trend* terhadap nilai ramalan untuk data *out-sample* dari komponen *seasonality*. Secara matematis, model SSA yang digunakan untuk mendapatkan nilai ramalan untuk data *in-sample* dan data *out-sample* secara keseluruhan dapat ditulis sebagai berikut:

1. Data *in-sample*

$$y_i = y_i^T + y_i^S,$$

untuk  $i = 0, 1, 2, \dots, 235$ .

2. Data *out-sample*

$$y_i = y_i^T + y_i^S,$$

untuk  $i = 236, 237, 238, \dots, 247$ .

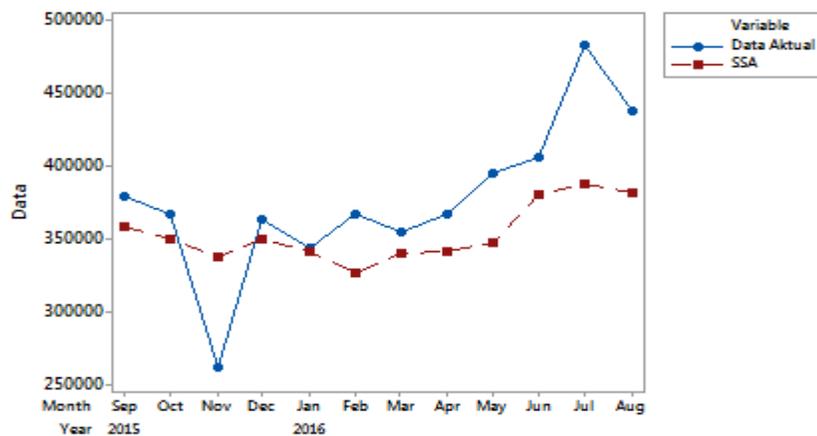
Setelah model SSA yang digunakan untuk melakukan peramalan sudah dibentuk, langkah selanjutnya adalah melakukan peramalan pada data *in-sample* dan data *out-sample* berdasarkan model yang diperoleh. Akurasi hasil ramalan pada data *in-sample* dan data *out-sample* diukur dengan nilai MAPE. Semakin kecil nilai MAPE pada data *in-sample*, maka semakin baik model digunakan untuk peramalan. Semakin kecil nilai MAPE pada data *out-sample*, maka semakin akurat hasil ramalan yang diperoleh dari suatu model. Nilai MAPE yang diperoleh dari hasil ramalan pada data *in-sample* adalah 8,02%. Sedangkan nilai MAPE yang diperoleh dari hasil ramalan pada data *out-sample* untuk 12 bulan ke depan adalah 9,62%. Hal ini menunjukkan bahwa akurasi hasil ramalan yang diperoleh pada data *in-sample* lebih baik jika dibandingkan dengan akurasi ramalan yang diperoleh pada data *out-sample*. Nilai

MAPE yang diperoleh dari hasil ramalan baik pada data *in-sample* maupun pada data *out-sample* kurang dari 10%. Tabel 4.6 menyajikan hasil peramalan berulang SSA untuk data *out-sample* dari komponen *trend* dan komponen *seasonality* untuk 12 bulan ke depan.

Tabel 4.6 Hasil Peramalan Berulang SSA untuk Data *Out-Sample* dari Komponen *Trend* dan Komponen *Seasonality*

Tahun	Bulan	<i>Trend</i>	<i>Seasonality</i>	Ramalan Data <i>Out-Sample</i>	Data Aktual
2015	September	338478,0	20561,08	359039	379397
2015	Oktober	341238,9	8961,33	350200	366759
2015	Nopember	344011,1	-6447,75	337563	262180
2015	Desember	346797,5	3296,10	350094	363780
2016	Januari	349604,0	-7433,13	342171	343663
2016	Februari	352437,2	-25384,60	327053	367024
2016	Maret	355301,4	-15410,90	339890	354778
2016	April	358200,2	-16028,40	342172	367370
2016	Mei	361137,5	-13632,60	347505	394443
2016	Juni	364114,9	16169,96	380285	405686
2016	Juli	367129,0	20777,13	387906	482201
2016	Agustus	370174,4	10993,51	381168	437929

Secara visual, plot hasil ramalan jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Bandar Udara Ngurah Rai menggunakan metode SSA dan data aktual ditampilkan pada Gambar 4.23.



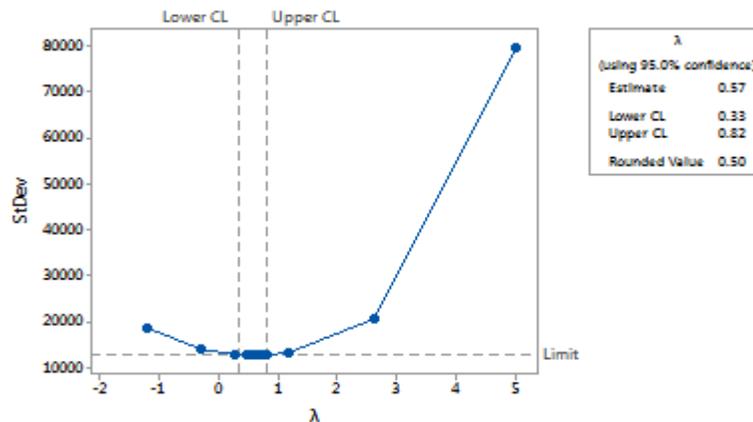
Gambar 4.23 Perbandingan Hasil Peramalan Menggunakan Metode SSA dengan Data Aktual pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Ngurah Rai

#### 4.4 Peramalan Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Ngurah Rai Menggunakan Metode ARIMA

Prosedur Box-Jenkins untuk mendapatkan model ARIMA terbaik pada kasus jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Bandar Udara Ngurah Rai terdiri dari empat tahap, yaitu identifikasi model, penaksiran parameter, pemeriksaan diagnostik, dan penerapan model untuk peramalan.

##### 4.4.1 Identifikasi Model

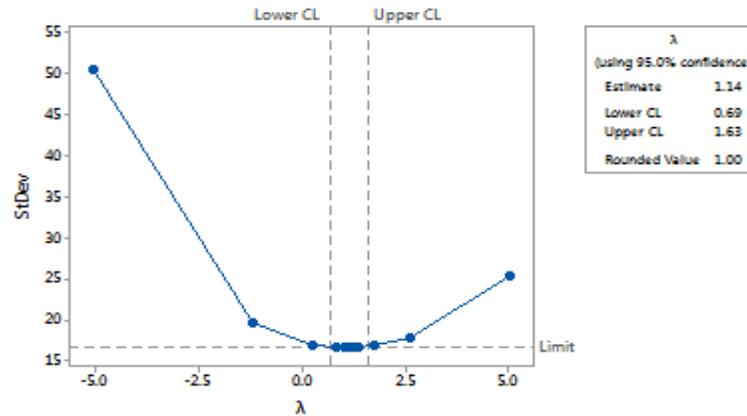
Langkah pertama yang dilakukan dalam pemodelan deret waktu pada tahap identifikasi adalah memeriksa kestasioneran data baik dalam varians maupun dalam rata-rata. Pemeriksaan kestasioneran data dalam varians dapat dilakukan dengan menggunakan Box-Cox plot. Gambar 4.24 berikut menampilkan Box-Cox plot dari data jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Bandar Udara Ngurah Rai pada periode Januari 1996 sampai Agustus 2015.



Gambar 4.24 Box-Cox Plot dari Data Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Ngurah Rai

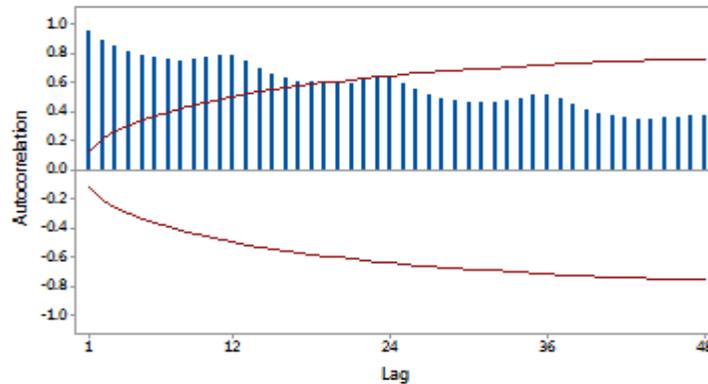
Berdasarkan Gambar 4.24, diketahui bahwa nilai taksiran  $\lambda$  adalah 0,57. Nilai taksiran  $\lambda$  berada dalam batas interval kepercayaan 95% dengan batas bawah kepercayaan (*lower CL*) sebesar 0,33 dan batas atas kepercayaan (*upper CL*) sebesar 0,82. Data belum stasioner dalam varians karena interval kepercayaan dari nilai taksiran  $\lambda$  tidak memuat nilai satu sehingga perlu dilakukan transformasi.

Transformasi yang sesuai dengan untuk data ini adalah transformasi akar karena nilai taksiran  $\lambda$  mendekati 0,50. Gambar 4.25 menunjukkan Box-Cox plot dari hasil transformasi akar pada data jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Bandar Udara Ngurah Rai.



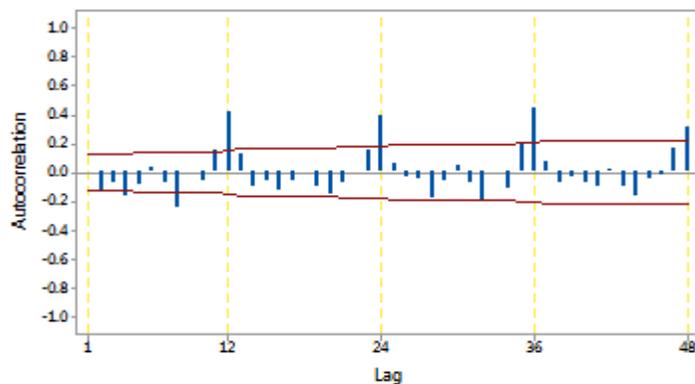
Gambar 4.25 Box-Cox Plot dari Data Hasil Transformasi Akar pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Ngurah Rai

Berdasarkan Gambar 4.25, diketahui bahwa data sudah stasioner dalam varians karena interval kepercayaan dari nilai taksiran  $\lambda$  sudah memuat nilai satu. Langkah selanjutnya adalah memeriksa kestasioneran data dalam rata-rata. Pemeriksaan kestasioneran data dalam rata-rata dapat dilakukan dengan menggunakan diagram ACF. Pemeriksaan kestasioneran data dalam rata-rata dengan menggunakan diagram ACF dilakukan berdasarkan nilai autokorelasi pada semua *lag*. Jika nilai autokorelasi mendekati satu dan cenderung turun secara lambat maka data yang digunakan belum stasioner dalam rata-rata. Gambar 4.26 menampilkan diagram ACF dari data hasil transformasi pada kasus jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Bandar Udara Ngurah Rai.



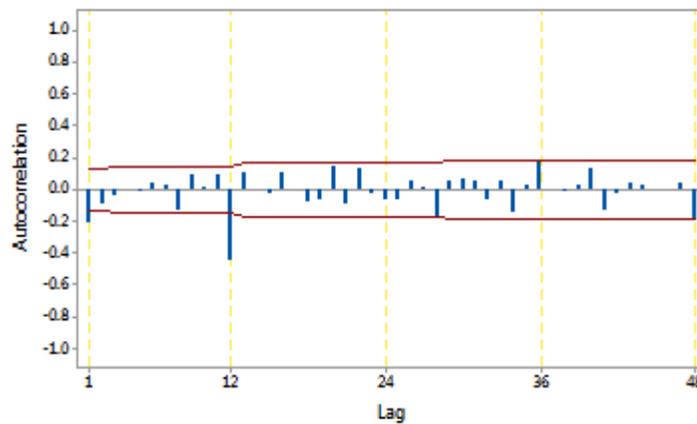
Gambar 4.26 Diagram ACF dari Data Hasil Transformasi

Berdasarkan Gambar 4.26, diketahui bahwa data belum stasioner dalam rata-rata karena nilai autokorelasinya mendekati satu dan cenderung turun secara lambat. Nilai autokorelasi pada suatu *lag* relatif tidak jauh berbeda dengan *lag* sebelumnya. Karena model deret waktu umumnya menggunakan asumsi stasioner baik dalam varians maupun rata-rata, diperlukan cara untuk menghilangkan ketidakstasioneran data dalam rata-rata sebelum melangkah lebih lanjut pada pembentukan model. Salah satu cara yang dapat digunakan untuk menstasionerkan data dalam rata-rata adalah dengan menggunakan operasi *differencing*. Karena nilai autokorelasi pada *lag* non-musiman cenderung turun secara lambat, maka operasi *differencing* satu non-musiman ( $d = 1$ ) perlu dilakukan terhadap data hasil transformasi.

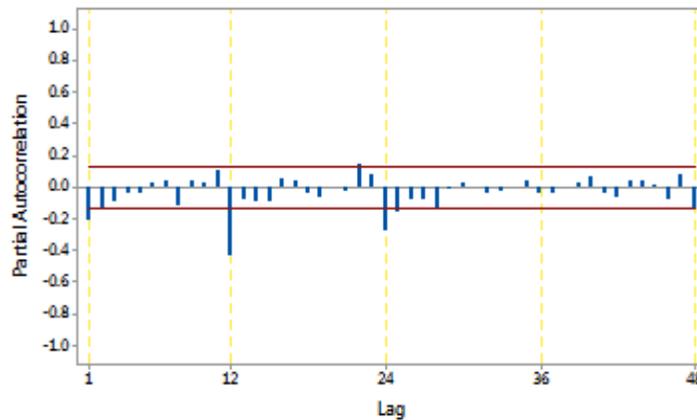


Gambar 4.27 Diagram ACF dari Data Hasil Transformasi dan *Differencing* Satu Non-musiman

Berdasarkan Gambar 4.27, diketahui bahwa data belum stasioner dalam rata-rata musiman 12 karena nilai autokorelasi pada *lag* musiman 12, 24, 36, dan 48 cenderung turun secara lambat. Dengan demikian, operasi *differencing* satu musiman 12 ( $D = 1$ ) perlu dilakukan terhadap data hasil operasi *differencing* satu non-musiman ( $d = 1$ ).



Gambar 4.28 Diagram ACF dari Data Hasil Transformasi, *Differencing* Satu Non-musiman, dan *Differencing* Satu Musiman 12



Gambar 4.29 Diagram PACF dari Data Hasil Transformasi, *Differencing* Satu Non-musiman, dan *Differencing* Satu Musiman 12

Setelah data hasil transformasi sudah stasioner baik dalam varians maupun dalam rata-rata, langkah selanjutnya adalah menentukan model ARIMA sementara

berdasarkan *lag-lag* yang signifikan pada diagram ACF dan PACF. Berdasarkan Gambar 4.28, diketahui bahwa *lag* yang signifikan pada diagram ACF adalah *lag* 1 dan *lag* 12. Berdasarkan Gambar 4.29, diketahui bahwa *lag* yang signifikan pada diagram PACF adalah *lag* 1, *lag* 12, dan *lag* 24. Berdasarkan hasil identifikasi dari *lag* yang signifikan pada diagram ACF dan PACF, maka model ARIMA sementara pada kasus jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Bandar Udara Ngurah Rai, yaitu ARIMA (1,1,0)(0,1,1)<sup>12</sup> dan (0,1,1)(0,1,1)<sup>12</sup>.

#### 4.4.2 Penaksiran Parameter

Setelah model ARIMA sementara diperoleh, langkah selanjutnya adalah melakukan penaksiran parameter dari setiap model untuk mendapatkan besaran koefisien model. Metode estimasi yang digunakan untuk menaksir parameter dari model ARIMA (1,1,0)(0,1,1)<sup>12</sup> dan (0,1,1)(0,1,1)<sup>12</sup> adalah *conditional least square*. Hasil estimasi parameter dari model ARIMA sementara pada kasus jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Bandar Udara Ngurah Rai dapat dilihat pada Tabel 4.7.

Tabel 4.7 Hasil Estimasi Parameter dari Model ARIMA Sementara

Model ARIMA	Parameter	Estimasi	<i>Standard Error</i>
(1,1,0)(0,1,1) <sup>12</sup>	$\phi_1$	-0,18286	0,06833
	$\Theta_1$	0,81784	0,04432
(0,1,1)(0,1,1) <sup>12</sup>	$\theta_1$	0,28196	0,06642
	$\Theta_1$	0,81323	0,04441

#### 4.4.3 Pemeriksaan Diagnostik

Pemeriksaan diagnostik dapat dibagi ke dalam dua bagian, yaitu uji signifikansi parameter dan uji kesesuaian model. Uji kesesuaian model meliputi uji asumsi *white noise* dan uji asumsi normalitas. Taraf signifikansi yang digunakan adalah  $\alpha = 0,05$ . Hasil pengujian signifikansi parameter dari model ARIMA (1,1,0)(0,1,1)<sup>12</sup> dan (0,1,1)(0,1,1)<sup>12</sup> disajikan Tabel 4.8.

Tabel 4.8 Hasil Pengujian Signifikansi Parameter dari Model ARIMA Sementara

Model ARIMA	Parameter	<i>P-value</i>	Kesimpulan
$(1,1,0)(0,1,1)^{12}$	$\phi_1$	0,0080	Signifikan
	$\Theta_1$	<0,0001	
$(0,1,1)(0,1,1)^{12}$	$\theta_1$	<0,0001	Signifikan
	$\Theta_1$	<0,0001	

Berdasarkan Tabel 4.8, diketahui bahwa semua parameter pada model ARIMA  $(1,1,0)(0,1,1)^{12}$  dan  $(0,1,1)(0,1,1)^{12}$  signifikan secara statistik pada taraf signifikansi  $\alpha = 0,05$  karena nilai *p-value* dari masing-masing parameter pada kedua model lebih kecil dari  $\alpha = 0,05$ . Langkah selanjutnya adalah melakukan pengujian asumsi *white noise* dan normalitas pada residual dari kedua model ARIMA sementara.

Tabel 4.9 Hasil Pengujian Asumsi *White Noise* dari Model ARIMA Sementara

Model ARIMA	Uji <i>White Noise</i>				Kesimpulan
	<i>Lag</i>	<i>Chi-Square</i>	DF	Pr > ChiSq	
$(1,1,0)(0,1,1)^{12}$	6	8,77	4	0,0672	<i>White noise</i>
	12	12,82	10	0,2338	
	18	15,57	16	0,4834	
	24	20,18	22	0,5719	
	30	24,23	28	0,6692	
	36	38,65	34	0,2675	
	42	41,35	40	0,4116	
$(0,1,1)(0,1,1)^{12}$	6	6,84	4	0,1448	<i>White noise</i>
	12	11,02	10	0,3556	
	18	13,57	16	0,6310	
	24	17,62	22	0,7284	
	30	21,72	28	0,7942	
	36	36,15	34	0,3686	
	42	38,91	40	0,5191	

Tabel 4.10 Hasil Pengujian Asumsi Normalitas dari Model ARIMA Sementara

Model ARIMA	Uji Normalitas		Kesimpulan	AIC
	KS	<i>P-value</i>		
$(1,1,0)(0,1,1)^{12}$	0,0831	<0,0100	Tidak normal	1980,98
$(0,1,1)(0,1,1)^{12}$	0,0784	<0,0100	Tidak normal	1977,30

Berdasarkan Tabel 4.9, diketahui bahwa nilai *p-value* dari setiap *lag* pada kedua model untuk uji *Chi-Square* lebih besar dari  $\alpha = 0,05$  sehingga residual dari kedua model ARIMA sementara sudah memenuhi asumsi *white noise*. Residual dari model ARIMA sementara  $(1,1,0)(0,1,1)^{12}$  dan  $(0,1,1)(0,1,1)^{12}$  tidak berdistribusi normal karena nilai *p-value* dari kedua model untuk uji Kolmogorov-Smirnov lebih kecil dari  $\alpha = 0,05$ .

Meskipun model ARIMA  $(0,1,1)(0,1,1)^{12}$  tidak berdistribusi normal, model ARIMA  $(0,1,1)(0,1,1)^{12}$  dianggap sebagai model yang terbaik karena model ini mempunyai nilai AIC paling kecil dibandingkan dengan nilai AIC dari model ARIMA  $(0,1,1)(0,1,1)^{12}$ . Nilai AIC yang diperoleh dari model ARIMA  $(0,1,1)(0,1,1)^{12}$  adalah 1980,98. Residual dari model ARIMA  $(0,1,1)(0,1,1)^{12}$  yang tidak berdistribusi normal dapat disebabkan oleh *outlier* yang terdapat pada data sehingga deteksi *outlier* pada data dapat dilakukan untuk menyelesaikan permasalahan tersebut. Hasil deteksi *outlier* pada data hasil transformasi disajikan pada Tabel 4.11.

Tabel 4.11 Hasil Deteksi *Outlier* pada Data Hasil Transformasi

Model ARIMA	Observasi	Tipe	Estimasi	<i>Chi-Square</i>	<i>P-value</i>
$(0,1,1)(0,1,1)^{12}$	83	<i>Additive</i>	-84,5482	44,98	<0,0001
	118	<i>Shift</i>	-94,3441	40,67	<0,0001
	82	<i>Shift</i>	-84,2480	32,95	<0,0001
	236	<i>Additive</i>	-64,9009	18,42	<0,0001
	30	<i>Additive</i>	-44,6478	14,41	0,0001

Berdasarkan Tabel 4.11, diketahui bahwa model ARIMA  $(0,1,1)(0,1,1)^{12}$  mengandung *outlier* yang teridentifikasi pada data observasi ke-83, ke-118, ke-82, ke-236, dan ke-30. Ada jenis tipe *outlier* yang diperoleh yaitu tipe *additive outlier* dan *shift outlier*. Kelima data observasi yang diidentifikasi sebagai *outlier* yang menyebabkan residual dari model ARIMA  $(0,1,1)(0,1,1)^{12}$  tidak berdistribusi normal. Untuk mendapatkan residual yang berdistribusi normal, maka uji signifikansi parameter dan uji kesesuaian model perlu dilakukan dengan memperhitungkan adanya *outlier* pada model. Tidak semua *outlier* dimasukan ke dalam model pada saat

pengujian. Pada model ARIMA  $(0,1,1)(0,1,1)^{12}$ , jumlah *outlier* yang dimasukan ke dalam model pada saat pengujian adalah 2 *oulier*. Kedua *oulier* teridentifikasi sebagai data observasi ke-83 dan ke-118. Pengujian yang dilakukan pada model dengan melibatkan 2 *outlier* dapat menghasilkan parameter yang signifikan, residual yang memenuhi asumsi *white noise*, dan residual yang berdistribusi normal. Hasil pengujian signifikansi parameter dari model ARIMA  $(0,1,1)(0,1,1)^{12}$  setelah memperhitungkan adanya *outlier* dapat dilihat pada Tabel 4.12.

Tabel 4.12 Hasil Estimasi Parameter dari Model ARIMA Sementara dengan Melibatkan 2 *Outlier*

Model ARIMA	Parameter	Estimasi	<i>Standard Error</i>	<i>P-value</i>	Kesimpulan
$(0,1,1)(0,1,1)^{12}$	$\theta_1$	0,3510	0,0657	<0,0001	Signifikan
	$\Theta_1$	0,7916	0,0481	<0,0001	
	$\omega_{AO83}$	-88,6021	13,7194	<0,0001	
	$\omega_{AO118}$	-94,6500	15,7992	<0,0001	

Berdasarkan Tabel 4.12, diketahui bahwa semua parameter pada model ARIMA  $(0,1,1)(0,1,1)^{12}$  signifikan secara statistik pada taraf signifikansi  $\alpha = 0,05$  karena nilai *p-value* dari masing-masing parameter lebih kecil dari  $\alpha = 0,05$ . Hasil pengujian asumsi *white noise* dan asumsi normalitas pada residual dari model ARIMA  $(0,1,1)(0,1,1)^{12}$  setelah memperhitungkan adanya *outlier* dapat dilihat pada Tabel 4.13.

Tabel 4.13 Hasil Pengujian Asumsi *White Noise* dan Asumsi Normalitas dari Model ARIMA Sementara dengan Melibatkan 2 *Outlier*

Model ARIMA	Uji Normalitas		Uji <i>White Noise</i>			
	KS	<i>P-value</i>	<i>Lag</i>	<i>Chi-Square</i>	DF	Pr > ChiSq
$(0,1,1)(0,1,1)^{12}$	0,05932	0,0542	6	0,99	4	0,9115
			12	9,59	10	0,4772
			18	13,32	16	0,6491
			24	19,37	22	0,6226
			30	20,02	28	0,8637
			36	22,84	34	0,9272
			42	26,58	40	0,9490

Berdasarkan Tabel 4.13, diketahui bahwa bahwa nilai  $p$ -value dari setiap lag pada model ARIMA (0,1,1)(0,1,1)<sup>12</sup> untuk uji  $Chi$ -Square lebih besar dari  $\alpha = 0,05$  sehingga residual dari model ARIMA (0,1,1)(0,1,1)<sup>12</sup> sudah memenuhi asumsi *white noise*. Residual dari model ARIMA (0,1,1)(0,1,1)<sup>12</sup> sudah berdistribusi normal karena nilai  $p$ -value dari model tersebut untuk uji Kolmogorov-Smirnov lebih besar dari  $\alpha = 0,05$ . Nilai AIC yang diperoleh dari model ARIMA (0,1,1)(0,1,1)<sup>12</sup> setelah memperhitungkan adanya *outlier* adalah 1913,97.

Karena model ARIMA (0,1,1)(0,1,1)<sup>12</sup> sudah memenuhi semua uji baik uji signifikansi parameter maupun uji kesesuaian model, model (0,1,1)(0,1,1)<sup>12</sup> dapat digunakan untuk peramalan data *in-sample* dan data *out-sample*. Secara matematis, model ARIMA (0,1,1)(0,1,1)<sup>12</sup> dengan melibatkan 2 *outlier* untuk peramalan data *in-sample* dapat ditulis sebagai berikut:

$$Y_t^* = Y_{t-1}^* + Y_{t-12}^* - Y_{t-13}^* - 88,6I_t^{(83)} - 94,65I_t^{(118)} - 0,35a_{t-1} - 0,79a_{t-12} + 0,28a_{t-13} + a_t,$$

untuk  $14 \leq t \leq 236$ . Model ARIMA (0,1,1)(0,1,1)<sup>12</sup> dengan melibatkan 2 *outlier* untuk peramalan data *out-sample* 12 bulan ke depan dapat ditulis sebagai berikut:

$$Y_t^* = Y_{t-1}^* + Y_{t-12}^* - Y_{t-13}^* - 88,6I_t^{(83)} - 94,65I_t^{(118)} - 0,35a_{t-1} - 0,79a_{t-12} + 0,28a_{t-13} + a_t$$

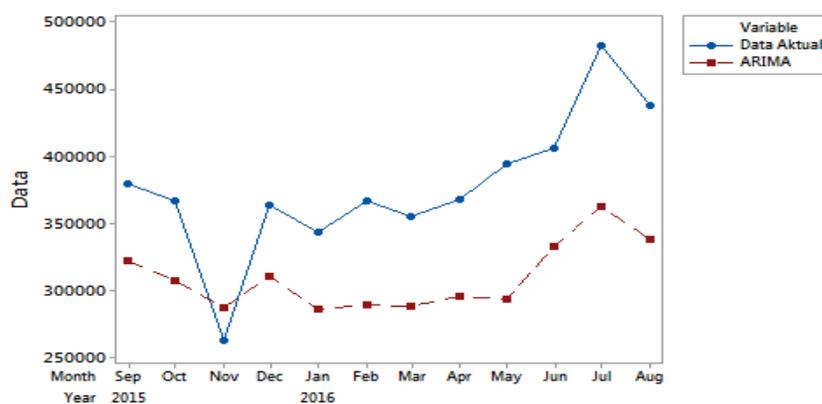
untuk  $237 \leq t \leq 248$ . Setelah model ARIMA yang digunakan untuk melakukan peramalan sudah dibentuk, langkah selanjutnya adalah melakukan peramalan pada data *in-sample* dan data *out-sample* berdasarkan model yang diperoleh. Akurasi hasil ramalan pada data *in-sample* dan data *out-sample* diukur dengan nilai MAPE. Semakin kecil nilai MAPE pada data *in-sample*, maka semakin baik model digunakan untuk peramalan. Semakin kecil nilai MAPE pada data *out-sample*, maka semakin akurat hasil ramalan yang diperoleh dari suatu model. Nilai MAPE yang diperoleh dari hasil ramalan pada data *in-sample* adalah 7,15%. Sedangkan nilai MAPE yang diperoleh dari hasil ramalan pada data *out-sample* adalah 18,64%. Hal ini menunjukkan bahwa akurasi hasil ramalan yang diperoleh pada data *in-sample* lebih baik jika dibandingkan dengan akurasi ramalan yang diperoleh pada data *out-sample*. Nilai MAPE yang

diperoleh dari hasil ramalan pada data *in-sample* kurang dari 10%. Hasil peramalan data *out-sample* untuk 12 bulan ke depan menggunakan model ARIMA (0,1,1)(0,1,1)<sup>12</sup> disajikan pada Tabel 4.14.

Tabel 4.14 Hasil Peramalan Data *Out-Sample* Menggunakan Model ARIMA (0,1,1)(0,1,1)<sup>12</sup>

Tahun	Bulan	Ramalan data <i>Out-Sample</i>	Data Aktual
2015	September	365686	379397
2015	Oktober	357895	366759
2015	Nopember	345893	262180
2015	Desember	359883	363780
2016	Januari	353467	343663
2016	Februari	339556	367024
2016	Maret	354108	354778
2016	April	357943	367370
2016	Mei	363938	394443
2016	Juni	397988	405686
2016	Juli	406548	482201
2016	Agustus	400002	437929

Secara visual, perbandingan hasil peramalan data *out-sample* menggunakan model ARIMA (0,1,1)(0,1,1)<sup>12</sup> dengan melibatkan 2 *outlier* dan data aktual dapat dilihat pada Gambar 4.30.



Gambar 4.30 Perbandingan Hasil Peramalan Menggunakan Model ARIMA (0,1,1)(0,1,1)<sup>12</sup> dengan Data Aktual pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Ngurah Rai

## 4.5 Peramalan Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Kualanamu Menggunakan Metode SSA

Di dalam metode SSA, terdapat dua tahap yang digunakan untuk memisahkan komponen *trend*, komponen *seasonality*, dan komponen *noise* dari deret waktu awal, yaitu tahap dekomposisi dan tahap rekonstruksi.

### 4.5.1 Tahap Dekomposisi

Pada tahap dekomposisi, langkah pertama yang harus dilakukan adalah *embedding*. Definisikan suatu deret waktu bernilai *real* yang memuat jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Bandar Udara Kualanamu untuk periode Januari 1996 sampai Agustus 2015, yaitu  $F = (10683, 15393, \dots, 16490)$  dengan panjang  $N = 236$ . *Window length*  $L$  adalah parameter tunggal dalam tahap dekomposisi. Pada kasus jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Bandar Udara Kualanamu, nilai parameter *window length* ( $L$ ) yang diambil adalah  $L = 60$ . Dengan demikian matriks lintasan  $\mathbf{X}$  yang dibangun dari deret  $F$  dapat digambarkan sebagai berikut:

$$\mathbf{X} = [\mathbf{X}_1 : \dots : \mathbf{X}_{177}] = (x_{ij})_{i,j=1}^{60,177} = \begin{pmatrix} 10683 & 15393 & 15737 & \dots & 12127 \\ 15393 & 15737 & 19176 & \dots & 13520 \\ 15737 & 19176 & 20094 & \dots & 14102 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 7749 & 7553 & 6274 & \dots & 16490 \end{pmatrix}.$$

Langkah selanjutnya dalam tahap dekomposisi adalah *singular value decomposition* (SVD). Pada langkah SVD, matriks lintasan  $\mathbf{X}$  didekomposisi menjadi 50 *eigentriple*, yang terdiri dari 50 nilai eigen, 50 vektor eigen, dan 0 vektor faktor.

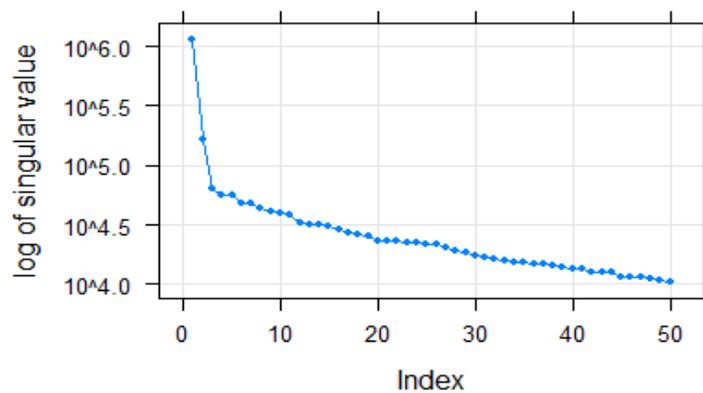
### 4.5.2 Tahap Rekonstruksi

Pada tahap rekonstruksi, terdapat dua langkah yang digunakan untuk mendapatkan komponen *trend*, komponen *seasonality*, dan komponen *noise* dari

*eigen triple* yang dihasilkan pada tahap dekomposisi, yaitu pengelompokan dan *diagonal averaging*.

#### 4.5.2.1 Pengelompokan Komponen *Noise*

Langkah awal dalam tahap rekonstruksi adalah melakukan pengelompokan terhadap *eigen triple* yang berhubungan dengan *trend*, *seasonality*, dan *noise*. *Effect grouping* ( $r$ ) adalah parameter yang digunakan pada tahap pengelompokan. *Effect grouping* ( $r$ ) digunakan untuk membatasi jumlah *eigen triple* yang akan digunakan untuk mengidentifikasi komponen *trend* dan *seasonality*. Nilai parameter *effect grouping* ( $r$ ) ditentukan berdasarkan jumlah *eigen triple* yang tidak mencerminkan *noise* pada plot dari nilai *singular*. Pada plot dari nilai *singular*, urutan nilai *singular* yang menurun secara lambat mencerminkan komponen *noise*.

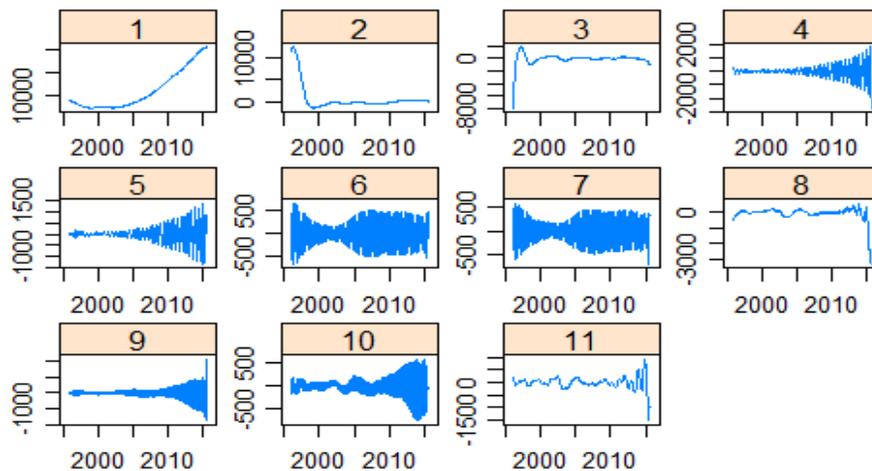


Gambar 4.31 Plot dari 50 Nilai *Singular*

Berdasarkan Gambar 4.31, diketahui bahwa nilai *singular* mulai menurun secara lambat pada *eigen triple* 12 sampai *eigen triple* 50 sehingga *eigen triple* 12 sampai *eigen triple* 50 diidentifikasi sebagai komponen *noise*. Nilai parameter *effect grouping* ( $r$ ) adalah  $r = 11$  karena jumlah *eigen triple* yang tidak mencerminkan *noise* pada plot dari nilai *singular* adalah 11. Meskipun *eigen triple* yang mencerminkan *noise* sudah diidentifikasi, namun ada kemungkinan jumlah *eigen triple* yang mencerminkan *noise* bisa bertambah. Sisa *eigen triple* yang tidak berhubungan dengan *trend* dan *seasonality* dari 11 *eigen triple* pertama akan dikelompokkan ke dalam kelompok *noise*.

#### 4.5.2.2 Pengelompokan Komponen *Trend* dan Komponen *Seasonality*

Sesudah komponen *noise* berhasil dikelompokkan, langkah selanjutnya adalah melakukan pengelompokan terhadap *eigen tripe* yang berhubungan dengan *trend* dan *seasonality*. Jumlah *eigen tripe* yang digunakan untuk mengidentifikasi komponen *trend* dan komponen *seasonality* adalah 11 *eigen tripe*. 11 *eigen tripe* yang digunakan untuk mengidentifikasi komponen *trend* dan komponen *seasonality* terdiri dari *eigen tripe* 1, *eigen tripe* 2, *eigen tripe* 3, ..., *eigen tripe* 11. Plot dari deret yang direkonstruksi dapat digunakan untuk mengidentifikasi *eigen tripe* yang berhubungan dengan *trend* dan *seasonality*.



Gambar 4.32 Plot dari Deret yang Direkonstruksi

*Trend* adalah suatu komponen yang bervariasi secara lambat dari suatu deret waktu yang tidak mengandung komponen *oscillatory*. Semua komponen yang bervariasi secara lambat pada plot dari deret yang direkonstruksi diidentifikasi sebagai komponen *trend*. Berdasarkan Gambar 4.32, diketahui bahwa deret yang direkonstruksi oleh *eigen tripe* 1, *eigen tripe* 2, *eigen tripe* 3, *eigen tripe* 8, dan *eigen tripe* 11 memuat komponen yang bervariasi secara lambat, sehingga kelima *eigen tripe* tersebut dikelompokkan ke dalam kelompok *trend*.

Sesudah *eigen triple* yang berhubungan dengan *trend* berhasil dikelompokkan, langkah selanjutnya adalah melakukan pengelompokan terhadap *eigen triple* yang berhubungan dengan *seasonality*. Pengelompokan terhadap *eigen triple* yang berhubungan dengan *seasonality* dilakukan berdasarkan kemiripan nilai *singular* dari dua *eigen triple* yang berurutan. Pada plot dari deret yang direkonstruksi, kemiripan nilai *singular* mengakibatkan deret yang direkonstruksi oleh suatu *eigen triple* memiliki pola musiman yang sama dan periode musiman yang sama dengan deret yang direkonstruksi oleh *eigen triple* yang lainnya. Menurut Golyandina *et al.* (2013), dua *eigen triple* yang memiliki kemiripan nilai *singular* dapat dikelompokkan ke dalam kelompok *seasonality* jika periode musiman dari deret yang direkonstruksi oleh kedua *eigen triple* tersebut adalah 12 bulan, 6 bulan, 4 bulan, 3 bulan, 2,4 bulan, dan 2 bulan. Metode ESPRIT dapat digunakan untuk mencari periode musiman dari deret yang direkonstruksi oleh dua *eigen triple* yang memiliki kemiripan nilai *singular*.

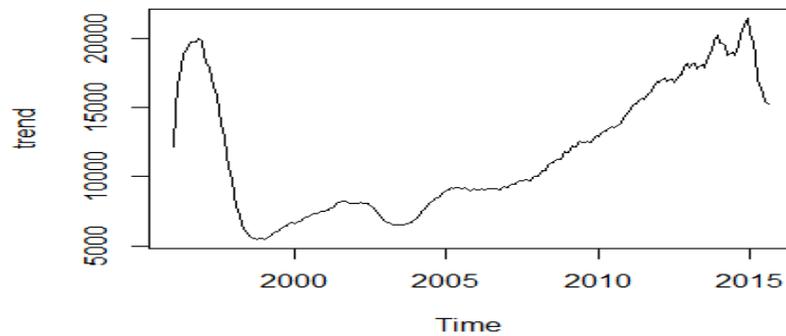
Berdasarkan Gambar 4.32, diketahui bahwa *eigen triple* 4 memiliki kemiripan nilai *singular* dengan *eigen triple* 5 karena deret yang direkonstruksi oleh *eigen triple* 4 memiliki pola musiman yang sama dengan deret yang direkonstruksi oleh *eigen triple* 5. Deret yang direkonstruksi oleh *eigen triple* 4 memiliki periode musiman yang sama dengan deret yang direkonstruksi oleh *eigen triple* 5, yaitu 6 bulan. Dengan demikian *eigen triple* 4 dan *eigen triple* 5 dikelompokkan ke dalam kelompok *seasonality*. Tabel 4.15 menyajikan secara lengkap *eigen triple* yang dikelompokkan ke dalam kelompok *seasonality*.

Tabel 4.15 *Eigen triple* yang Berhubungan dengan *Seasonality*

<i>Eigen triple</i>	Periode (Bulan)
4	6
5	6
6	4
7	4
9	3
10	3

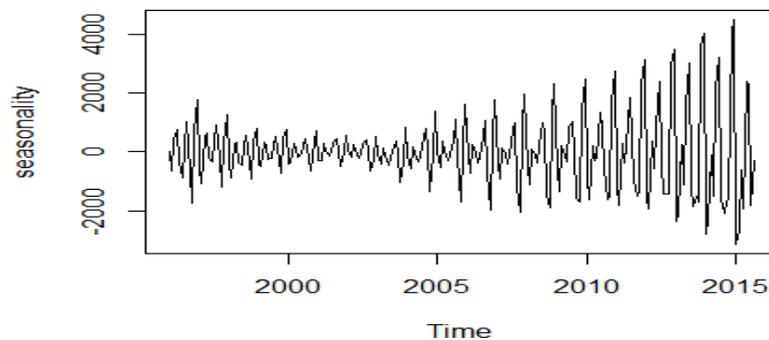
### 4.5.2.3 Diagonal Averaging

Pada langkah terakhir dalam tahap rekonstruksi yaitu *diagonal averaging*, masing-masing komponen dapat direkonstruksi dengan menggunakan masing-masing *eigen triple* yang terkait. Pada langkah *diagonal averaging*, komponen *trend* direkonstruksi oleh *eigen triple* 1, *eigen triple* 2, *eigen triple* 3, *eigen triple* 8, dan *eigen triple* 11. Gambar 4.33 menampilkan hasil dari komponen *trend* yang direkonstruksi oleh kelima *eigen triple* tersebut.



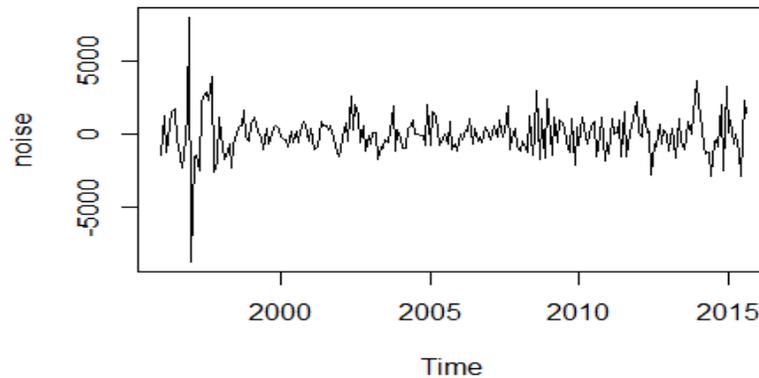
Gambar 4.33 *Trend* yang Direkonstruksi

Pada langkah *diagonal averaging*, komponen *seasonality* direkonstruksi oleh *eigen triple* 4, *eigen triple* 5, *eigen triple* 6, *eigen triple* 7, *eigen triple* 9, dan *eigen triple* 10. Gambar 4.34 menampilkan hasil dari komponen *seasonality* yang direkonstruksi oleh keenam *eigen triple* tersebut.



Gambar 4.34 *Seasonality* yang Direkonstruksi

Pada langkah *diagonal averaging*, komponen *noise* direkonstruksi oleh *eigen triple 12*, *eigen triple 13*, *eigen triple 14*, ..., *eigen triple 50*. Gambar 4.35 menampilkan hasil dari komponen *noise* yang direkonstruksi.



Gambar 4.35 *Noise* yang Direkonstruksi

### 4.5.3 Peramalan

Ketika komponen *trend*, *seasonality*, dan *noise* berhasil dipisahkan, langkah selanjutnya adalah melakukan peramalan pada masing-masing komponen kecuali komponen *noise*. Jenis peramalan yang digunakan untuk meramalkan komponen *trend* dan komponen *seasonality* adalah peramalan berulang SSA. Nilai ramalan yang dihasilkan oleh model SSA dari masing-masing komponen terdiri dari nilai ramalan untuk data *in-sample* dan nilai ramalan untuk data *out-sample*. Secara matematis, model SSA yang digunakan untuk meramalkan komponen *trend* dapat ditulis sebagai berikut:

#### 1. Data *in-sample*

a. SSA menghasilkan *trend* yang direkonstruksi, yaitu  $y_0^T, y_1^T, \dots, y_{235}^T$ .

b.  $y_i^T = y_i^T$ ,

untuk  $i = 0, 1, 2, \dots, 58$ .

c.  $y_i^T = 0,186104y_{i-1}^T + 0,183775y_{i-2}^T + \dots + 0,033577y_{i-59}^T$ ,

untuk 59, 60, 61, ..., 235 .

## 2. Data out-sample

a. SSA menghasilkan *trend* yang direkonstruksi, yaitu  $y_0^T, y_1^T, \dots, y_{235}^T$  .

b.  $y_{236}^T = 0,186104y_{235}^T + 0,183775y_{234}^T + \dots + 0,033577y_{177}^T$

$$y_{237}^T = 0,186104y_{236}^T + 0,183775y_{235}^T + \dots + 0,033577y_{178}^T$$

$$y_{238}^T = 0,186104y_{237}^T + 0,183775y_{236}^T + \dots + 0,033577y_{179}^T$$

$$y_{239}^T = 0,186104y_{238}^T + 0,183775y_{237}^T + \dots + 0,033577y_{180}^T$$

$$y_{240}^T = 0,186104y_{239}^T + 0,183775y_{238}^T + \dots + 0,033577y_{181}^T$$

$$y_{241}^T = 0,186104y_{240}^T + 0,183775y_{239}^T + \dots + 0,033577y_{182}^T$$

$$y_{242}^T = 0,186104y_{241}^T + 0,183775y_{240}^T + \dots + 0,033577y_{183}^T$$

$$y_{243}^T = 0,186104y_{242}^T + 0,183775y_{241}^T + \dots + 0,033577y_{184}^T$$

$$y_{244}^T = 0,186104y_{243}^T + 0,183775y_{242}^T + \dots + 0,033577y_{185}^T$$

$$y_{245}^T = 0,186104y_{244}^T + 0,183775y_{243}^T + \dots + 0,033577y_{186}^T$$

$$y_{246}^T = 0,186104y_{245}^T + 0,183775y_{244}^T + \dots + 0,033577y_{187}^T$$

$$y_{247}^T = 0,186104y_{246}^T + 0,183775y_{245}^T + \dots + 0,033577y_{188}^T$$

Secara matematis, model SSA yang digunakan untuk meramalkan komponen *seasonal* dapat ditulis sebagai berikut:

## 1. Data in-sample

a. SSA menghasilkan *seasonal* yang direkonstruksi, yaitu  $y_0^S, y_1^S, y_2^S, \dots, y_{235}^S$  .

b.  $y_i^S = y_i^S$  ,

untuk  $i = 0, 1, 2, \dots, 58$  .

c.  $y_i^S = 0,011502y_{i-1}^S - 0,08198y_{i-2}^S + \dots + 0,032616y_{i-59}^S$  ,

untuk 59, 60, 61, ..., 235 .

## 2. Data out-sample

a. SSA menghasilkan *seasonal* yang direkonstruksi, yaitu  $y_0^S, y_1^S, y_2^S, \dots, y_{235}^S$  .

$$\begin{aligned}
\text{b. } y_{236}^S &= 0,011502y_{235}^S - 0,08198y_{234}^S + \dots + 0,032616y_{177}^S \\
y_{237}^S &= 0,011502y_{236}^S - 0,08198y_{235}^S + \dots + 0,032616y_{178}^S \\
y_{238}^S &= 0,011502y_{237}^S - 0,08198y_{236}^S + \dots + 0,032616y_{179}^S \\
y_{239}^S &= 0,011502y_{238}^S - 0,08198y_{237}^S + \dots + 0,032616y_{180}^S \\
y_{240}^S &= 0,011502y_{239}^S - 0,08198y_{238}^S + \dots + 0,032616y_{181}^S \\
y_{241}^S &= 0,011502y_{240}^S - 0,08198y_{239}^S + \dots + 0,032616y_{182}^S \\
y_{242}^S &= 0,011502y_{241}^S - 0,08198y_{240}^S + \dots + 0,032616y_{183}^S \\
y_{243}^S &= 0,011502y_{242}^S - 0,08198y_{241}^S + \dots + 0,032616y_{184}^S \\
y_{244}^S &= 0,011502y_{243}^S - 0,08198y_{242}^S + \dots + 0,032616y_{185}^S \\
y_{245}^S &= 0,011502y_{244}^S - 0,08198y_{243}^S + \dots + 0,032616y_{186}^S \\
y_{246}^S &= 0,011502y_{245}^S - 0,08198y_{244}^S + \dots + 0,032616y_{187}^S \\
y_{247}^S &= 0,011502y_{245}^S - 0,08198y_{244}^S + \dots + 0,032616y_{188}^S
\end{aligned}$$

Nilai ramalan untuk data *in-sample* secara keseluruhan diperoleh dari hasil penjumlahan nilai ramalan untuk data *in-sample* dari komponen *trend* terhadap nilai ramalan untuk data *in-sample* dari komponen *seasonality*. Sedangkan nilai ramalan untuk data *out-sample* secara keseluruhan diperoleh dari hasil penjumlahan nilai ramalan untuk data *out-sample* dari komponen *trend* terhadap nilai ramalan untuk data *out-sample* dari komponen *seasonality*. Secara matematis, model SSA yang digunakan untuk mendapatkan nilai ramalan untuk data *in-sample* dan data *out-sample* secara keseluruhan dapat ditulis sebagai berikut:

1. Data *in-sample*

$$y_i = y_i^T + y_i^S,$$

untuk  $i = 0, 1, 2, \dots, 235$ .

2. Data *out-sample*

$$y_i = y_i^T + y_i^S,$$

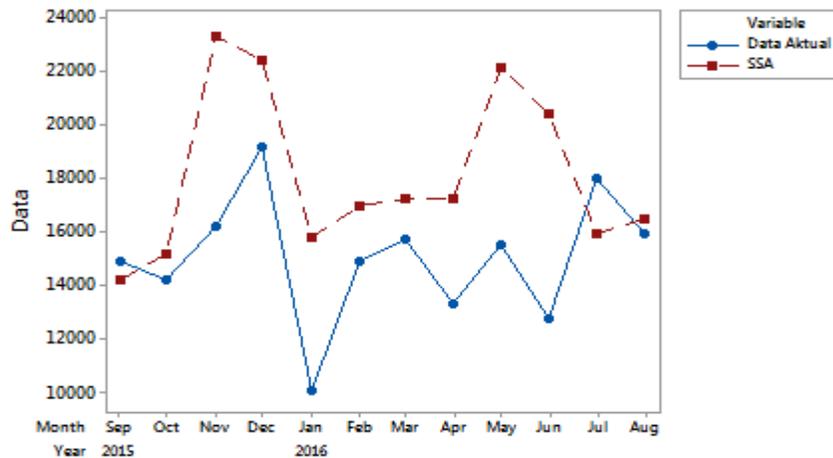
untuk  $i = 236, 237, 238, \dots, 247$ .

Setelah model SSA yang digunakan untuk melakukan peramalan sudah dibentuk, langkah selanjutnya adalah melakukan peramalan pada data *in-sample* dan data *out-sample* berdasarkan model yang diperoleh. Akurasi hasil ramalan pada data *in-sample* dan data *out-sample* diukur dengan nilai MAPE. Semakin kecil nilai MAPE pada data *in-sample*, maka semakin baik model digunakan untuk peramalan. Semakin kecil nilai MAPE pada data *out-sample*, maka semakin akurat hasil ramalan yang diperoleh dari suatu model. Nilai MAPE yang diperoleh dari hasil ramalan pada data *in-sample* adalah 11,01%. Sedangkan nilai MAPE yang diperoleh dari hasil ramalan pada data *out-sample* untuk 12 bulan ke depan adalah 24,96%. Hal ini menunjukkan bahwa akurasi hasil ramalan yang diperoleh pada data *in-sample* lebih baik jika dibandingkan dengan akurasi ramalan yang diperoleh pada data *out-sample*. Tabel 4.16 menyajikan hasil peramalan berulang SSA untuk data *out-sample* dari komponen *trend* dan komponen *seasonality* untuk 12 bulan ke depan.

Tabel 4.16 Hasil Peramalan Berulang SSA untuk Komponen *Trend* dan *Seasonality*

Tahun	Bulan	<i>Trend</i>	<i>Seasonality</i>	Ramalan Data <i>Out-Sample</i>	Data Aktual
2015	September	17158,79	-2971,78	14187	14857
2015	Oktober	17454,99	-2289,28	15166	14160
2015	Nopember	17937,23	5367,47	23305	16203
2015	Desember	18587,96	3810,13	22398	19166
2016	Januari	18878,37	-3106,24	15772	10080
2016	Februari	18962,32	-2037,60	16925	14851
2016	Maret	18933,05	-1725,81	17207	15730
2016	April	18510,91	-1290,71	17220	13280
2016	Mei	17983,07	4143,35	22126	15515
2016	Juni	17649,49	2752,20	20402	12746
2016	Juli	17320,83	-1401,28	15920	17999
2016	Agustus	17307,70	-868,91	16439	15890

Secara visual, plot hasil ramalan jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Bandar Udara Kualanamu menggunakan metode SSA dan data aktual ditampilkan pada Gambar 4.36.



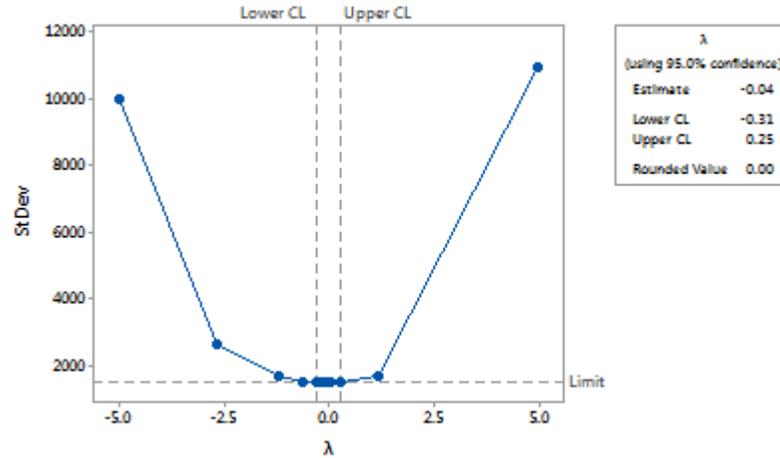
Gambar 4.36 Perbandingan Hasil Peramalan Menggunakan Metode SSA dengan Data Aktual pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Kualanamu

#### 4.6 Peramalan Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Kualanamu Menggunakan Metode ARIMA

Prosedur Box-Jenkins untuk mendapatkan model ARIMA terbaik pada kasus jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Bandar Udara Kualanamu terdiri dari empat tahap, yaitu identifikasi model, penaksiran parameter, pemeriksaan diagnostik, dan penerapan model untuk peramalan.

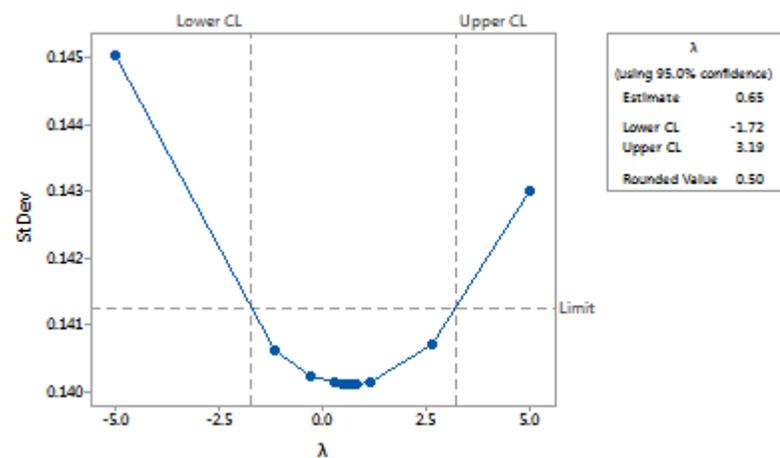
##### 4.6.1 Identifikasi Model

Langkah pertama yang dilakukan dalam pemodelan deret waktu pada tahap identifikasi adalah memeriksa kestasioneran data baik dalam varians maupun dalam rata-rata. Pemeriksaan kestasioneran data dalam varians dapat dilakukan dengan menggunakan Box-Cox plot. Gambar 4.37 berikut menampilkan Box-Cox plot dari data jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Bandar Udara Kualanamu pada periode Januari 1996 sampai Agustus 2015.



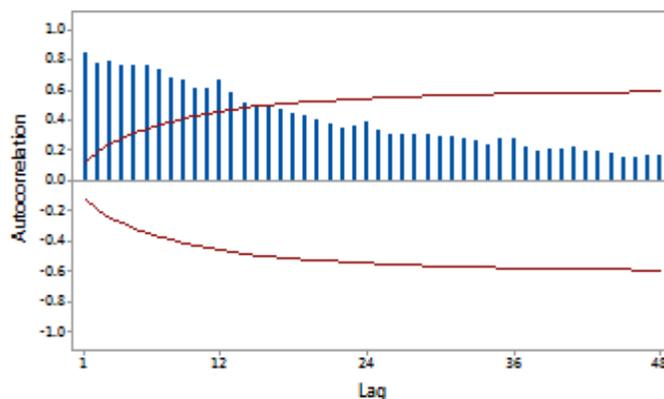
Gambar 4.37 Box-Cox Plot dari Data Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Kualanamu

Berdasarkan Gambar 4.37, diketahui bahwa nilai taksiran  $\lambda$  adalah -0,04. Nilai taksiran  $\lambda$  berada dalam batas interval kepercayaan 95% dengan batas bawah kepercayaan (*lower CL*) sebesar -0,31 dan batas atas kepercayaan (*upper CL*) sebesar 0,25. Data belum stasioner dalam varians karena interval kepercayaan dari nilai taksiran  $\lambda$  tidak memuat nilai satu sehingga perlu dilakukan transformasi. Transformasi yang sesuai dengan untuk data ini adalah transformasi logaritma natural karena nilai taksiran  $\lambda$  mendekati 0.



Gambar 4.38 Box-Cox Plot dari Data Hasil Transformasi Logaritma Natural

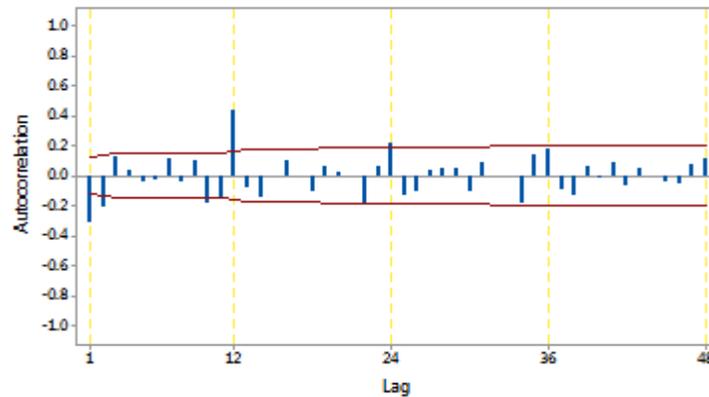
Berdasarkan Gambar 4.38, diketahui bahwa data sudah stasioner dalam varians karena interval kepercayaan dari nilai taksiran  $\lambda$  sudah memuat nilai satu. Langkah selanjutnya adalah memeriksa kestasioneran data dalam rata-rata. Pemeriksaan kestasioneran data dalam rata-rata dapat dilakukan dengan menggunakan diagram ACF. Pemeriksaan kestasioneran data dalam rata-rata dengan menggunakan diagram ACF dilakukan berdasarkan nilai autokorelasi pada semua *lag*. Jika nilai autokorelasi mendekati satu dan cenderung turun secara lambat maka data yang digunakan belum stasioner dalam rata-rata. Gambar 4.39 menampilkan diagram ACF dari data hasil transformasi pada kasus jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Bandar Udara Kualanamu.



Gambar 4.39 Diagram ACF dari Data Hasil Transformasi

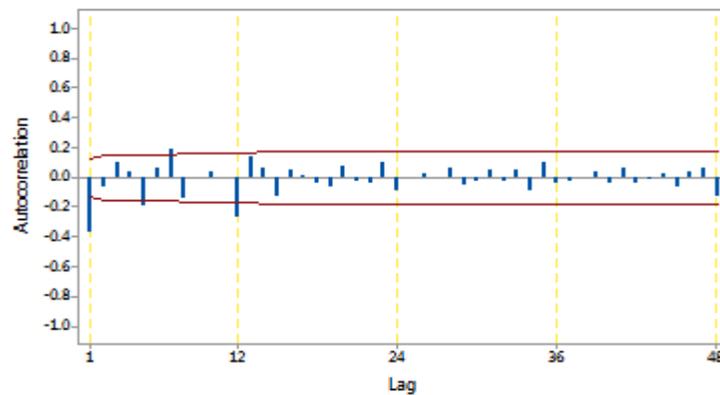
Berdasarkan Gambar 4.39, diketahui bahwa data belum stasioner dalam rata-rata karena nilai autokorelasinya mendekati satu dan cenderung turun secara lambat. Nilai autokorelasi pada suatu *lag* relatif tidak jauh berbeda dengan *lag* sebelumnya. Karena model deret waktu umumnya menggunakan asumsi stasioner baik dalam varians maupun rata-rata, diperlukan cara untuk menghilangkan ketidakstasioneran data dalam rata-rata sebelum melangkah lebih lanjut pada pembentukan model. Salah satu cara yang dapat digunakan untuk menstasionerkan data dalam rata-rata adalah dengan menggunakan operasi *differencing*. Karena nilai autokorelasi pada *lag* non-

musiman cenderung turun secara lambat, maka operasi *differencing* satu non-musiman ( $d = 1$ ) perlu dilakukan terhadap data hasil transformasi.

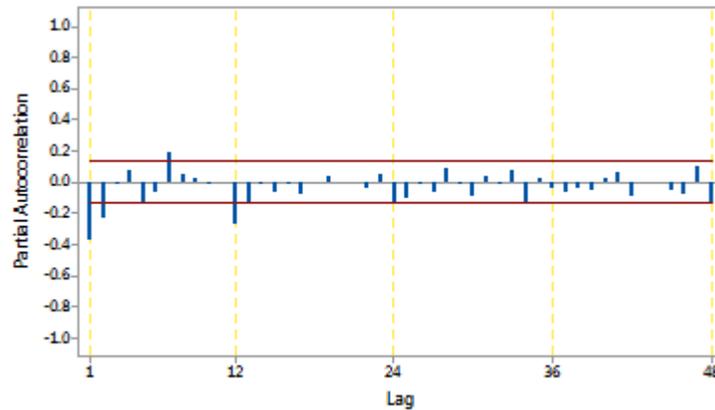


Gambar 4.40 Diagram ACF dari Data Hasil Transformasi dan *Differencing* Satu Non-musiman

Berdasarkan Gambar 4.40, diketahui bahwa data belum stasioner dalam rata-rata musiman 12 karena nilai autokorelasi pada *lag* musiman 12, 24, 36, dan 48 cenderung turun secara lambat. Dengan demikian, operasi *differencing* satu musiman 12 ( $D = 1$ ) perlu dilakukan terhadap data hasil operasi *differencing* satu non-musiman ( $d = 1$ ).



Gambar 4.41 Diagram ACF dari Data Hasil Transformasi, *Differencing* Satu Non-musiman, dan *Differencing* Satu Musiman 12



Gambar 4.42 Diagram PACF dari Data Hasil Transformasi, *Differencing* Satu Non-musiman, dan *Differencing* Satu Musiman 12

Setelah data hasil transformasi sudah stasioner baik dalam varians maupun dalam rata-rata, langkah selanjutnya adalah menentukan model ARIMA sementara berdasarkan *lag-lag* yang signifikan pada diagram ACF dan PACF. Berdasarkan Gambar 4.41, diketahui bahwa *lag* yang signifikan pada diagram ACF adalah *lag* 1, *lag* 5, *lag* 7, dan *lag* 12. Berdasarkan Gambar 4.42, diketahui bahwa *lag* yang signifikan pada diagram PACF adalah *lag* 1, *lag* 2, *lag* 5, *lag* 7, *lag* 12, *lag* 13, *lag* 24, dan *lag* 48. Berdasarkan hasil identifikasi dari *lag* yang signifikan pada diagram ACF dan PACF, maka model ARIMA terbaik pada kasus jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Bandar Udara Kualanamu, yaitu  $(0,1,1)(0,1,1)^{12}$ .

#### 4.6.2 Penaksiran Parameter

Setelah diperoleh model ARIMA terbaik, langkah selanjutnya adalah melakukan penaksiran parameter dari model ARIMA  $(0,1,1)(0,1,1)^{12}$  untuk mendapatkan besaran koefisien model. Metode estimasi yang digunakan untuk menaksir parameter dari model ARIMA  $(0,1,1)(0,1,1)^{12}$  adalah *conditional least square*. Hasil estimasi parameter dari model ARIMA  $(0,1,1)(0,1,1)^{12}$  pada kasus jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Bandar Udara Kualanamu disajikan pada Tabel 4.17.

Tabel 4.17 Hasil Estimasi Parameter dari Model ARIMA (0,1,1)(0,1,1)<sup>12</sup>

Model ARIMA	Parameter	Estimasi	Standard Error
(0,1,1)(0,1,1) <sup>12</sup>	$\theta_1$	0,52189	0,05756
	$\Theta_1$	0,53327	0,05799

#### 4.6.3 Pemeriksaan Diagnostik

Pemeriksaan diagnostik dapat dibagi ke dalam dua bagian, yaitu uji signifikansi parameter dan uji kesesuaian model. Uji kesesuaian model meliputi uji asumsi *white noise* dan uji asumsi normalitas. Taraf signifikansi yang digunakan adalah  $\alpha = 0,05$ . Hasil pengujian signifikansi parameter dari model ARIMA (0,1,1)(0,1,1)<sup>12</sup> disajikan pada Tabel 4.18.

Tabel 4.18 Hasil Pengujian Signifikansi Parameter dari Model ARIMA (0,1,1)(0,1,1)<sup>12</sup>

Model ARIMA	Parameter	P-value	Kesimpulan
(0,1,1)(0,1,1) <sup>12</sup>	$\theta_1$	<0,0001	Signifikan
	$\Theta_1$	<0,0001	

Berdasarkan Tabel 4.18, diketahui bahwa semua parameter pada model ARIMA (0,1,1)(0,1,1)<sup>12</sup> signifikan secara statistik pada taraf signifikansi  $\alpha = 0,05$  karena nilai *p-value* dari masing-masing parameter pada model tersebut lebih kecil dari  $\alpha = 0,05$ . Langkah selanjutnya adalah melakukan pengujian asumsi *white noise* dan normalitas pada residual dari model ARIMA (0,1,1)(0,1,1)<sup>12</sup>.

Tabel 4.19 Hasil Pengujian Asumsi *White Noise* dari Model ARIMA (0,1,1)(0,1,1)<sup>12</sup>

Model ARIMA	Uji <i>White Noise</i>				Kesimpulan
	Lag	Chi-Square	DF	P-value	
(0,1,1)(0,1,1) <sup>12</sup>	6	6,22	4	0,1832	<i>White noise</i>
	12	18,27	10	0,0506	
	18	22,91	16	0,1162	
	24	27,53	22	0,1917	
	30	30,54	28	0,3379	
	36	39,54	34	0,2362	
	42	40,91	40	0,4303	

Tabel 4.20 Hasil Pengujian *Asumsi Normalitas* dari Model ARIMA (0,1,1)(0,1,1)<sup>12</sup>

Model ARIMA	Uji Normalitas		Kesimpulan	AIC
	Kolmogorov-Smirnov	<i>P-value</i>		
(0,1,1)(0,1,1) <sup>12</sup>	0,080204	<0,0100	Tidak normal	-130,37

Berdasarkan Tabel 4.19, diketahui bahwa residual dari model ARIMA (0,1,1)(0,1,1)<sup>12</sup> sudah memenuhi asumsi *white noise* karena nilai *p-value* dari setiap *lag* pada model ARIMA (0,1,1)(0,1,1)<sup>12</sup> untuk uji *Chi-Square* lebih besar dari  $\alpha = 0,05$ . Residual dari model ARIMA (0,1,1)(0,1,1)<sup>12</sup> tidak berdistribusi normal karena nilai *p-value* dari model ARIMA (0,1,1)(0,1,1)<sup>12</sup> untuk uji Kolmogorov-Smirnov lebih kecil dari  $\alpha = 0,05$ . Nilai AIC yang diperoleh dari model ARIMA (0,1,1)(0,1,1)<sup>12</sup> adalah -130,37. Residual yang tidak berdistribusi normal dapat disebabkan oleh *outlier* yang terdapat pada data sehingga deteksi *outlier* pada data dapat dilakukan untuk menyelesaikan permasalahan tersebut. Hasil deteksi *outlier* pada data hasil transformasi disajikan pada Tabel 4.21.

Tabel 4.21 Hasil Deteksi *Outlier* pada Data Hasil Transformasi

Model ARIMA	Observasi	Tipe	Estimasi	<i>Chi-Square</i>	<i>P-value</i>
(0,1,1)(0,1,1) <sup>12</sup>	22	<i>Shift</i>	-0,72850	46,67	<0,0001
	26	<i>Shift</i>	-0,58776	34,52	<0,0001
	29	<i>Additive</i>	-0,52593	28,85	<0,0001
	13	<i>Shift</i>	-0,57046	25,52	<0,0001
	88	<i>Shift</i>	-0,33341	10,44	0,0012

Berdasarkan Tabel 4.21, diketahui bahwa model ARIMA (0,1,1)(0,1,1)<sup>12</sup> mengandung *outlier* yang teridentifikasi pada data observasi ke-22, ke-26, ke-29, ke-13, dan ke-88. Ada jenis tipe *outlier* yang diperoleh yaitu tipe *additive outlier* dan *shift outlier*. Kelima data observasi yang diidentifikasi sebagai *outlier* yang menyebabkan residual dari model ARIMA (0,1,1)(0,1,1)<sup>12</sup> tidak berdistribusi normal. Untuk mendapatkan residual yang berdistribusi normal, maka uji signifikansi parameter dan uji kesesuaian model perlu dilakukan dengan memperhitungkan adanya *outlier* pada model. Tidak semua *outlier* dimasukan ke dalam model pada saat pengujian.

Pada model ARIMA (0,1,1)(0,1,1)<sup>12</sup>, jumlah *outlier* yang dimasukkan ke dalam model pada saat pengujian adalah 2 *oulier*. Kedua *oulier* teridentifikasi sebagai data observasi ke-22 dan ke-26. Pengujian yang dilakukan pada model ARIMA (0,1,1)(0,1,1)<sup>12</sup> dengan melibatkan 2 *outlier* dapat menghasilkan parameter yang signifikan, residual yang memenuhi asumsi *white noise*, dan residual yang berdistribusi normal. Hasil pengujian signifikansi parameter dari model ARIMA (0,1,1)(0,1,1)<sup>12</sup> setelah memperhitungkan adanya *outlier* dapat dilihat pada Tabel 4.22.

Tabel 4.22 Hasil Estimasi Parameter Model ARIMA (0,1,1)(0,1,1)<sup>12</sup> dengan Melibatkan 2 *Outlier*

Model ARIMA	Parameter	Estimasi	Standard Error	P-value	Kesimpulan
(0,1,1)(0,1,1) <sup>12</sup>	$\theta_1$	0,69032	0,04953	<0,0001	Signifikan
	$\Theta_1$	0,42324	0,06235	<0,0001	
	$\omega_{SO22}$	-0,66026	0,09881	<0,0001	
	$\omega_{SO26}$	-0,52719	0,09983	<0,0001	

Berdasarkan Tabel 4.22, diketahui bahwa semua parameter pada model ARIMA (0,1,1)(0,1,1)<sup>12</sup> signifikan secara statistik pada taraf signifikansi  $\alpha = 0,05$  karena nilai *p-value* dari masing-masing parameter lebih kecil dari  $\alpha = 0,05$ . Hasil pengujian asumsi *white noise* dan asumsi normalitas pada residual dari model ARIMA (0,1,1)(0,1,1)<sup>12</sup> setelah memperhitungkan adanya *outlier* dapat dilihat pada Tabel 4.23.

Tabel 4.23 Hasil Pengujian Asumsi *White Noise* dan Asumsi Normalitas dari Model ARIMA (0,1,1)(0,1,1)<sup>12</sup> dengan Melibatkan 2 *Outlier*

Model ARIMA	Uji Normalitas		Uji <i>White Noise</i>			
	KS	P-value	Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq
(0,1,1)(0,1,1) <sup>12</sup>	0,059112	0,0562	6	7,89	4	0,0958
			12	13,26	10	0,2097
			18	19,08	16	0,2646
			24	25,23	22	0,2860
			30	28,22	28	0,4527
			36	41,83	34	0,1673
			42	43,60	40	0,3209

Berdasarkan Tabel 4.23, diketahui bahwa bahwa nilai  $p$ -value dari setiap  $lag$  pada model ARIMA (0,1,1)(0,1,1)<sup>12</sup> untuk uji  $Chi$ -Square lebih besar dari  $\alpha = 0,05$  sehingga residual dari model ARIMA (0,1,1)(0,1,1)<sup>12</sup> sudah memenuhi asumsi *white noise*. Residual dari model ARIMA (0,1,1)(0,1,1)<sup>12</sup> sudah berdistribusi normal karena nilai  $p$ -value dari model tersebut untuk uji Kolmogorov-Smirnov lebih besar dari  $\alpha = 0,05$ . Nilai AIC yang diperoleh dari model ARIMA (0,1,1)(0,1,1)<sup>12</sup> setelah memperhitungkan adanya *outlier* adalah -188.294.

Karena model ARIMA (0,1,1)(0,1,1)<sup>12</sup> sudah memenuhi semua uji baik uji signifikansi parameter maupun uji kesesuaian model, model (0,1,1)(0,1,1)<sup>12</sup> dapat digunakan untuk peramalan data *in-sample* dan data *out-sample*. Secara matematis, model ARIMA (0,1,1)(0,1,1)<sup>12</sup> dengan melibatkan 2 *outlier* untuk peramalan data *in-sample* dapat ditulis sebagai berikut:

$$Y_t^* = Y_{t-1}^* + Y_{t-12}^* - Y_{t-13}^* - 0,66I_t^{(83)} - 0,53I_t^{(118)} - 0,69a_{t-1} - 0,42a_{t-12} + 0,29a_{t-13} + a_t ,$$

untuk  $14 \leq t \leq 236$ . Model ARIMA (0,1,1)(0,1,1)<sup>12</sup> dengan melibatkan 2 *outlier* untuk peramalan data *out-sample* 12 bulan ke depan dapat ditulis sebagai berikut:

$$Y_t^* = Y_{t-1}^* + Y_{t-12}^* - Y_{t-13}^* - 0,66I_t^{(83)} - 0,53I_t^{(118)} - 0,69a_{t-1} - 0,42a_{t-12} + 0,29a_{t-13} + a_t ,$$

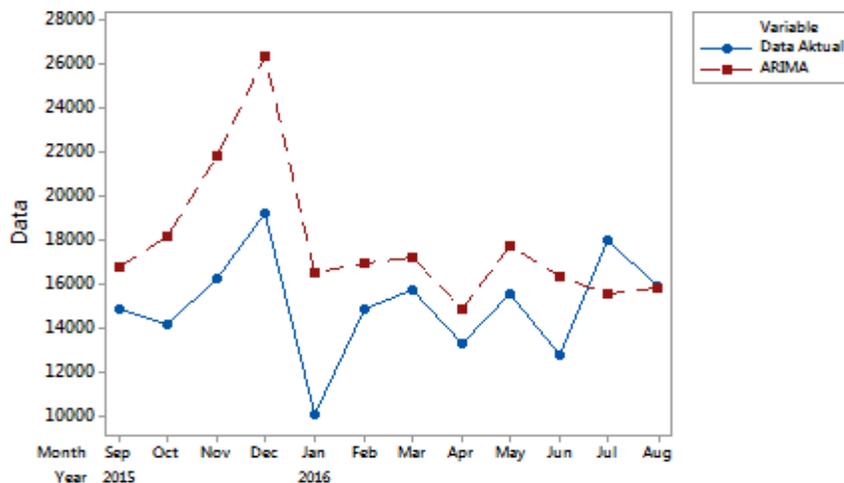
untuk  $237 \leq t \leq 248$ . Setelah model ARIMA yang digunakan untuk melakukan peramalan sudah dibentuk, langkah selanjutnya adalah melakukan peramalan pada data *in-sample* dan data *out-sample* berdasarkan model yang diperoleh. Akurasi hasil ramalan pada data *in-sample* dan data *out-sample* diukur dengan nilai MAPE. Semakin kecil nilai MAPE pada data *in-sample*, maka semakin baik model digunakan untuk peramalan. Semakin kecil nilai MAPE pada data *out-sample*, maka semakin akurat hasil ramalan yang diperoleh dari suatu model. Nilai MAPE yang diperoleh dari hasil ramalan pada data *in-sample* adalah 11,79%. Sedangkan nilai MAPE yang diperoleh dari hasil ramalan pada data *out-sample* adalah 22,40%. Hal ini menunjukkan bahwa akurasi hasil ramalan yang diperoleh pada data *in-sample* lebih baik jika dibandingkan dengan akurasi ramalan yang diperoleh pada data *out-sample*. Hasil peramalan data

*out-sample* untuk 12 bulan ke depan menggunakan model ARIMA  $(0,1,1)(0,1,1)^{12}$  disajikan pada Tabel 4.24.

Tabel 4.24 Hasil Peramalan Data *Out-Sample* menggunakan model ARIMA  $(0,1,1)(0,1,1)^{12}$

Tahun	Bulan	Ramalan data <i>Out-Sample</i>	Data Aktual
2015	September	16787	14857
2015	Oktober	18187	14160
2015	Nopember	21840	16203
2015	Desember	26316	19166
2016	Januari	16510	10080
2016	Februari	16918	14851
2016	Maret	1717	15730
2016	April	14840	13280
2016	Mei	17723	15515
2016	Juni	16349	12746
2016	Juli	15518	17999
2016	Agustus	15824	15890

Secara visual, perbandingan hasil peramalan data *out-sample* menggunakan model ARIMA  $(0,1,1)(0,1,1)^{12}$  dengan melibatkan 2 *outlier* dan data aktual dapat dilihat pada Gambar 4.43.



Gambar 4.43 Perbandingan Hasil Peramalan Menggunakan Model ARIMA  $(0,1,1)(0,1,1)^{12}$  dengan Data Aktual pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Kualanamu

## 4.7 Peramalan Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Batam Menggunakan Metode SSA

Di dalam metode SSA, terdapat dua tahap yang digunakan untuk memisahkan komponen *trend*, komponen *seasonality*, dan komponen *noise* dari deret waktu awal, yaitu tahap dekomposisi dan tahap rekonstruksi.

### 4.7.1 Tahap Dekomposisi

Pada tahap dekomposisi, langkah pertama yang harus dilakukan adalah *embedding*. Definisikan suatu deret waktu bernilai *real* yang memuat jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Batam untuk periode Januari 1996 sampai Agustus 2015, yaitu  $F = (79106, 76262, \dots, 134540)$  dengan panjang  $N = 236$ . *Window length*  $L$  adalah parameter tunggal dalam tahap dekomposisi. Pada kasus jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Batam, nilai parameter *window length* ( $L$ ) yang diambil adalah  $L = 84$ . Dengan demikian matriks lintasan  $\mathbf{X}$  yang dibangun dari deret  $F$  dapat digambarkan sebagai berikut:

$$\mathbf{X} = [\mathbf{X}_1 : \dots : \mathbf{X}_{153}] = (x_{ij})_{i,j=1}^{84,153} = \begin{pmatrix} 79106 & 76262 & 87946 & \dots & 74690 \\ 76262 & 87946 & 92457 & \dots & 82630 \\ 87946 & 92457 & 85313 & \dots & 90102 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 101246 & 96521 & 103614 & \dots & 134540 \end{pmatrix}.$$

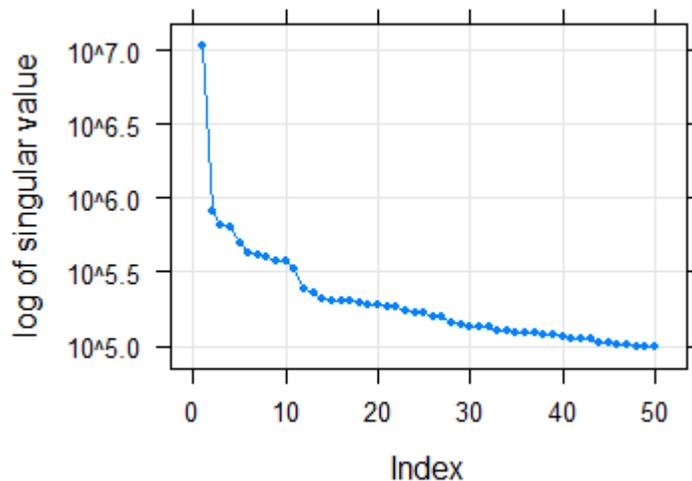
Langkah selanjutnya dalam tahap dekomposisi adalah *singular value decomposition* (SVD). Pada langkah SVD, matriks lintasan  $\mathbf{X}$  didekomposisi menjadi 50 *eigentriple*, yang terdiri dari 50 nilai eigen, 50 vektor eigen, dan 0 vektor faktor.

### 4.7.2 Tahap Rekonstruksi

Pada tahap rekonstruksi, terdapat dua langkah yang digunakan untuk mendapatkan komponen *trend*, komponen *seasonality*, dan komponen *noise* dari *eigentriple* yang dihasilkan pada tahap dekomposisi, yaitu pengelompokan dan *diagonal averaging*.

#### 4.7.2.1 Pengelompokan Komponen *Noise*

Langkah awal dalam tahap rekonstruksi adalah melakukan pengelompokan terhadap *eigen triple* yang berhubungan dengan *trend*, *seasonality*, dan *noise*. *Effect grouping* ( $r$ ) adalah parameter yang digunakan pada tahap pengelompokan. *Effect grouping* ( $r$ ) digunakan untuk membatasi jumlah *eigen triple* yang akan digunakan untuk mengidentifikasi komponen *trend* dan *seasonality*. Nilai parameter *effect grouping* ( $r$ ) ditentukan berdasarkan jumlah *eigen triple* yang tidak mencerminkan *noise* pada plot dari nilai *singular*. Pada plot dari nilai *singular*, urutan nilai *singular* yang menurun secara lambat mencerminkan komponen *noise*.



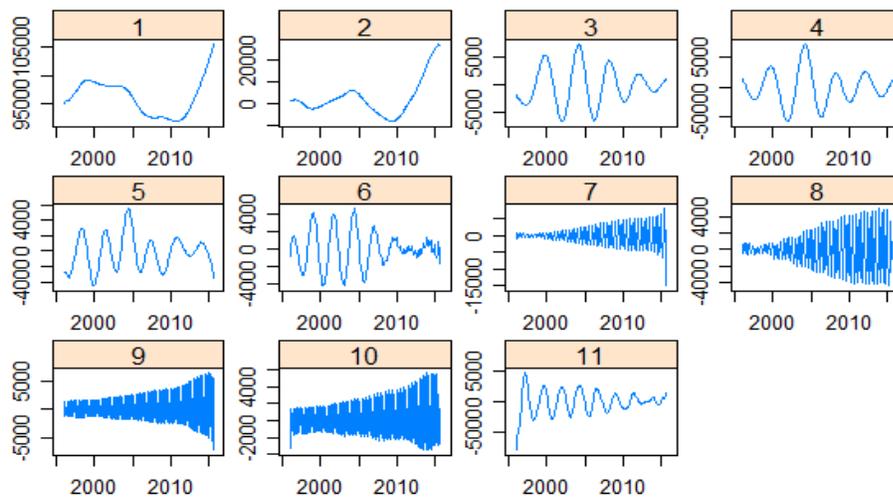
Gambar 4.44 Plot dari 50 Nilai *Singular*

Berdasarkan Gambar 4.44, diketahui bahwa nilai *singular* mulai menurun secara lambat pada *eigen triple* 12 sampai *eigen triple* 50 sehingga *eigen triple* 12 sampai *eigen triple* 50 diidentifikasi sebagai komponen *noise*. Dengan demikian nilai parameter *effect grouping* ( $r$ ) adalah  $r=11$  karena jumlah *eigen triple* yang tidak mencerminkan *noise* pada plot dari nilai singular adalah 11. Meskipun *eigen triple* yang mencerminkan *noise* sudah diidentifikasi, namun ada kemungkinan jumlah *eigen triple* yang mencerminkan *noise* bisa bertambah. Sisa *eigen triple* yang tidak berhubungan

dengan *trend* dan *seasonality* dari 11 *eigen triple* pertama akan dikelompokkan ke dalam kelompok *noise*.

#### 4.7.2.2 Pengelompokan Komponen *Trend* dan Komponen *Seasonality*

Sesudah komponen *noise* berhasil dikelompokkan, langkah selanjutnya adalah melakukan pengelompokan terhadap *eigen triple* yang berhubungan dengan *trend* dan *seasonality*. Jumlah *eigen triple* yang digunakan untuk mengidentifikasi komponen *trend* dan komponen *seasonality* adalah 11 *eigen triple*. 11 *eigen triple* yang digunakan untuk mengidentifikasi komponen *trend* dan komponen *seasonality* terdiri dari *eigen triple* 1, *eigen triple* 2, *eigen triple* 3, ..., *eigen triple* 11. Plot dari deret yang direkonstruksi dapat digunakan untuk mengidentifikasi *eigen triple* yang berhubungan dengan *trend* dan *seasonality*..



Gambar 4.45 Plot dari Deret yang Direkonstruksi

*Trend* adalah suatu komponen yang bervariasi secara lambat dari suatu deret waktu yang tidak mengandung komponen *oscillatory*. Semua komponen yang bervariasi secara lambat pada plot dari deret yang direkonstruksi diidentifikasi sebagai komponen *trend*. Berdasarkan Gambar 4.45, diketahui bahwa deret yang direkonstruksi oleh *eigen triple* 1 dan *eigen triple* 2 memuat komponen yang bervariasi

secara lambat, sehingga *eigen triple* 1 dan *eigen triple* 2 dikelompokkan ke dalam kelompok *trend*.

Sesudah *eigen triple* yang berhubungan dengan *trend* berhasil dikelompokkan, langkah selanjutnya adalah melakukan pengelompokan terhadap *eigen triple* yang berhubungan dengan *seasonality*. Pengelompokan terhadap *eigen triple* yang berhubungan dengan *seasonality* dilakukan berdasarkan kemiripan nilai *singular* dari dua *eigen triple* yang berurutan. Pada plot dari deret yang direkonstruksi, kemiripan nilai *singular* mengakibatkan deret yang direkonstruksi oleh suatu *eigen triple* memiliki pola musiman yang sama dan periode musiman yang sama dengan deret yang direkonstruksi oleh *eigen triple* yang lainnya. Menurut Golyandina *et al.* (2013), dua *eigen triple* yang memiliki kemiripan nilai *singular* dapat dikelompokkan ke dalam kelompok *seasonality* jika periode musiman dari deret yang direkonstruksi oleh kedua *eigen triple* tersebut adalah 12 bulan, 6 bulan, 4 bulan, 3 bulan, 2,4 bulan, dan 2 bulan. Metode ESPRIT dapat digunakan untuk mencari periode musiman dari deret yang direkonstruksi oleh dua *eigen triple* yang memiliki kemiripan nilai *singular*.

Berdasarkan Gambar 4.45, diketahui bahwa *eigen triple* 7 memiliki kemiripan nilai *singular* dengan *eigen triple* 8 karena deret yang direkonstruksi oleh *eigen triple* 7 memiliki pola musiman yang sama dengan deret yang direkonstruksi oleh *eigen triple* 8. Deret yang direkonstruksi oleh *eigen triple* 7 memiliki periode musiman yang sama dengan deret yang direkonstruksi oleh *eigen triple* 8, yaitu 6 bulan. Dengan demikian *eigen triple* 7 dan *eigen triple* 8 dikelompokkan ke dalam kelompok *seasonality*. Berdasarkan Gambar 4.45, diketahui bahwa *eigen triple* 3 memiliki kemiripan nilai *singular* dengan *eigen triple* 4 karena deret yang direkonstruksi oleh *eigen triple* 3 memiliki pola musiman yang sama dengan deret yang direkonstruksi oleh *eigen triple* 4. Deret yang direkonstruksi oleh *eigen triple* 3 memiliki periode musiman yang sama dengan deret yang direkonstruksi oleh *eigen triple* 4, yaitu 55 bulan. Meskipun *eigen triple* 3 memiliki kemiripan nilai *singular* dengan *eigen triple* 4, namun kedua *eigen triple* tersebut tidak dapat dikelompokkan ke dalam kelompok *seasonality* karena periode musiman dari deret yang direkonstruksi oleh kedua *eigen triple* tersebut tidak

dapat diinterpretasikan untuk data bulanan. Tabel 4.25 menyajikan secara lengkap *eigentruple* yang dikelompokkan ke dalam kelompok *seasonality*.

Tabel 4.25 *Eigentruple* yang Berhubungan dengan *Seasonality*

<i>Eigentruple</i>	Periode (Bulan)
7	6
8	6
9	3
10	3

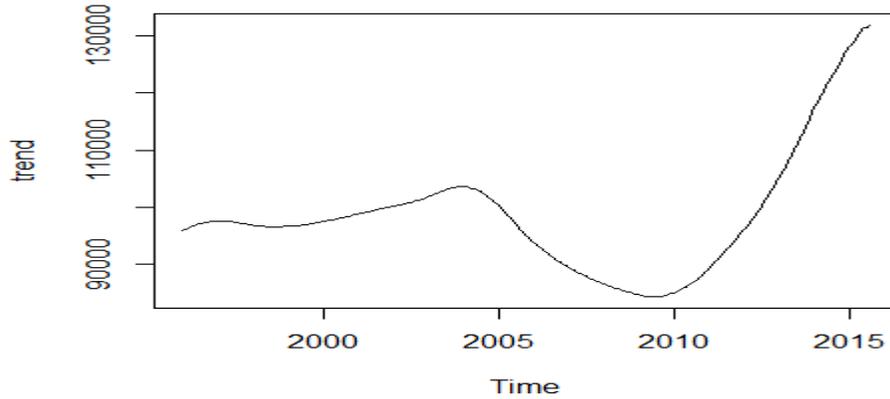
Dengan demikian sisa *eigentruple* yang tidak dikelompokkan ke dalam kelompok *trend* dan *seasonality* dari 11 *eigentruple* pertama akan dikelompokkan ke dalam kelompok *noise*. Sisa *eigentruple* yang tidak dikelompokkan ke dalam kelompok *trend* dan *seasonality* dari 11 *eigentruple* pertama terdiri dari *eigentruple* 3, *eigentruple* 4, *eigentruple* 5, *eigentruple* 6, dan *eigentruple* 11. Tabel 4.26 menyajikan secara lengkap 50 *eigentruple* dan komponen yang terkait.

Tabel 4.26 *Eigentruple* dan Komponen yang Terkait

Jenis Komponen	<i>Eigentruple</i>
<i>Seasonality</i>	7, 8, 9, 10
<i>Trend</i>	1, 2
<i>Noise</i>	3, 4, 5, 6, 11, 12, 13, 14, ..., 50

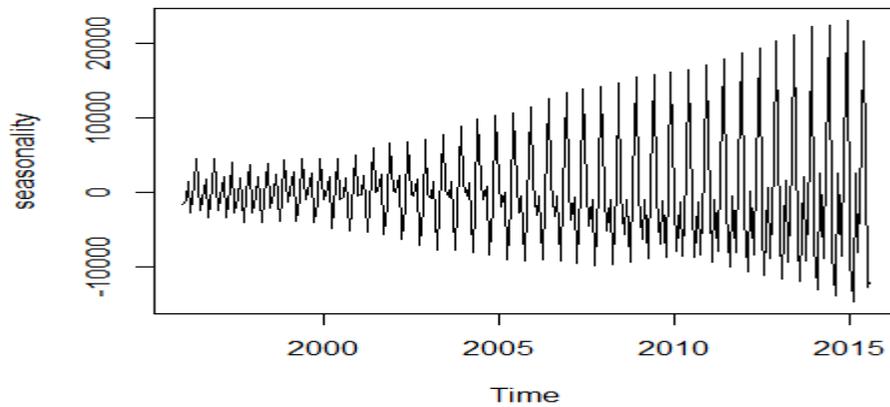
#### 4.7.2.3 *Diagonal Averaging*

Pada langkah terakhir dalam tahap rekonstruksi, yaitu *diagonal averaging*, masing-masing komponen dapat direkonstruksi dengan menggunakan masing-masing *eigentruple* yang terkait. Pada langkah *diagonal averaging*, komponen *trend* direkonstruksi oleh *eigentruple* 1 dan *eigentruple* 2. Gambar 4.46 menampilkan hasil dari komponen *trend* yang direkonstruksi oleh kedua *eigentruple* tersebut.



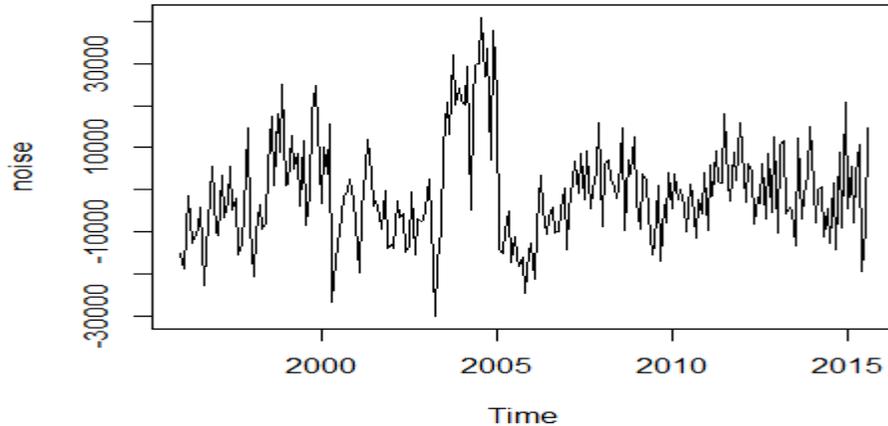
Gambar 4.46 *Trend* yang Direkonstruksi

Pada langkah *diagonal averaging*, komponen *seasonality* direkonstruksi oleh *eigentriple 7*, *eigentriple 8*, *eigentriple 9*, dan *eigentriple 10*. Gambar 4.47 menampilkan hasil dari komponen *seasonality* yang direkonstruksi oleh keempat *eigentriple* tersebut.



Gambar 4.47 *Seasonality* yang Direkonstruksi

Pada langkah *diagonal averaging*, komponen *noise* direkonstruksi oleh *eigentriple 3*, *eigentriple 4*, *eigentriple 5*, *eigentriple 6*, *eigentriple 11*, *eigentriple 12*, *eigentriple 13*, *eigentriple 14*, ..., *eigentriple 50*. Gambar 4.48 menampilkan hasil dari komponen *noise* yang direkonstruksi oleh *eigentriple 3*, *eigentriple 4*, *eigentriple 5*, *eigentriple 6*, *eigentriple 11*, *eigentriple 12*, *eigentriple 13*, *eigentriple 14*, ..., *eigentriple 50*.



Gambar 4.48 *Noise* yang Direkonstruksi

### 4.7.3 Peramalan

Ketika komponen *trend*, *seasonality*, dan *noise* berhasil dipisahkan, langkah selanjutnya adalah melakukan peramalan pada masing-masing komponen kecuali komponen *noise*. Jenis peramalan yang digunakan untuk meramalkan komponen *trend* dan komponen *seasonality* adalah peramalan berulang SSA. Nilai ramalan yang dihasilkan oleh model SSA dari masing-masing komponen terdiri dari nilai ramalan untuk data *in-sample* dan nilai ramalan untuk data *out-sample*. Secara matematis, model SSA yang digunakan untuk meramalkan komponen *trend* dapat ditulis sebagai berikut:

#### 1. Data *in-sample*

a. SSA menghasilkan *trend* yang direkonstruksi, yaitu  $y_0^T, y_1^T, \dots, y_{235}^T$ .

b.  $y_i^T = y_i^T$ ,

untuk  $i = 0, 1, 2, \dots, 82$ .

c.  $y_i^T = 0,052502y_{i-1}^T + 0,053454y_{i-2}^T + \dots - 0,00435y_{i-83}^T$ ,

untuk  $i = 83, 84, 85, \dots, 235$

#### 2. Data *out-sample*

a. SSA menghasilkan *trend* yang direkonstruksi, yaitu  $y_0^T, y_1^T, \dots, y_{235}^T$ .

b.  $y_{236}^T = 0,052502y_{235}^T + 0,053454y_{234}^T + \dots - 0,00435y_{153}^T$

$$\begin{aligned}
\text{c. } y_{237}^T &= 0,052502 y_{236}^T + 0,053454 y_{235}^T + \dots - 0,00435 y_{154}^T \\
y_{238}^T &= 0,052502 y_{237}^T + 0,053454 y_{236}^T + \dots - 0,00435 y_{155}^T \\
y_{239}^T &= 0,052502 y_{238}^T + 0,053454 y_{237}^T + \dots - 0,00435 y_{156}^T \\
y_{240}^T &= 0,052502 y_{239}^T + 0,053454 y_{238}^T + \dots - 0,00435 y_{157}^T \\
y_{241}^T &= 0,052502 y_{240}^T + 0,053454 y_{239}^T + \dots - 0,00435 y_{158}^T \\
y_{242}^T &= 0,052502 y_{241}^T + 0,053454 y_{240}^T + \dots - 0,00435 y_{159}^T \\
y_{243}^T &= 0,052502 y_{242}^T + 0,053454 y_{241}^T + \dots - 0,00435 y_{160}^T \\
y_{244}^T &= 0,052502 y_{243}^T + 0,053454 y_{242}^T + \dots - 0,00435 y_{161}^T \\
y_{245}^T &= 0,052502 y_{244}^T + 0,053454 y_{243}^T + \dots - 0,00435 y_{162}^T \\
y_{246}^T &= 0,052502 y_{245}^T + 0,053454 y_{244}^T + \dots - 0,00435 y_{163}^T \\
y_{247}^T &= 0,052502 y_{246}^T + 0,053454 y_{245}^T + \dots - 0,00435 y_{164}^T
\end{aligned}$$

Secara matematis, model SSA yang digunakan untuk meramalkan komponen *seasonal* dapat ditulis sebagai berikut:

1. Data *in-sample*

- a. SSA menghasilkan *seasonal* yang direkonstruksi, yaitu  $y_0^S, y_1^S, \dots, y_{235}^S$ .
- b.  $y_i^S = y_i^S$ ,  
untuk  $0, 1, 2, \dots, 82$ .
- c.  $y_i^S = -0,02048 y_{i-1}^S - 0,04435 y_{i-2}^S + \dots + 0,011372 y_{i-83}^S$ ,  
Untuk  $83, 84, 85, \dots, 235$ .

2. Data *out-sample*

- a. SSA menghasilkan *seasonal* yang direkonstruksi, yaitu  $y_0^S, y_1^S, \dots, y_{235}^S$ .
- b.  $y_{236}^S = -0,02048 y_{235}^S - 0,04435 y_{234}^S + \dots + 0,011372 y_{153}^S$   
 $y_{237}^S = -0,02048 y_{236}^S - 0,04435 y_{235}^S + \dots + 0,011372 y_{154}^S$   
 $y_{238}^S = -0,02048 y_{237}^S - 0,04435 y_{236}^S + \dots + 0,011372 y_{155}^S$   
 $y_{239}^S = -0,02048 y_{238}^S - 0,04435 y_{237}^S + \dots + 0,011372 y_{156}^S$

$$\begin{aligned}
y_{240}^S &= -0,02048y_{239}^S - 0,04435y_{238}^S + \dots + 0,011372y_{157}^S \\
y_{241}^S &= -0,02048y_{240}^S - 0,04435y_{239}^S + \dots + 0,011372y_{158}^S \\
y_{242}^S &= -0,02048y_{241}^S - 0,04435y_{240}^S + \dots + 0,011372y_{159}^S \\
y_{243}^S &= -0,02048y_{242}^S - 0,04435y_{241}^S + \dots + 0,011372y_{160}^S \\
y_{244}^S &= -0,02048y_{243}^S - 0,04435y_{242}^S + \dots + 0,011372y_{161}^S \\
y_{245}^S &= -0,02048y_{244}^S - 0,04435y_{243}^S + \dots + 0,011372y_{162}^S \\
y_{246}^S &= -0,02048y_{245}^S - 0,04435y_{244}^S + \dots + 0,011372y_{163}^S \\
y_{247}^S &= -0,02048y_{246}^S - 0,04435y_{245}^S + \dots + 0,011372y_{164}^S
\end{aligned}$$

Nilai ramalan untuk data *in-sample* secara keseluruhan diperoleh dari hasil penjumlahan nilai ramalan untuk data *in-sample* dari komponen *trend* terhadap nilai ramalan untuk data *in-sample* dari komponen *seasonality*. Sedangkan nilai ramalan untuk data *out-sample* secara keseluruhan diperoleh dari hasil penjumlahan nilai ramalan untuk data *out-sample* dari komponen *trend* terhadap nilai ramalan untuk data *out-sample* dari komponen *seasonality*. Secara matematis, model SSA yang digunakan untuk mendapatkan nilai ramalan untuk data *in-sample* dan data *out-sample* secara keseluruhan dapat ditulis sebagai berikut:

1. Data *in-sample*

$$y_i = y_i^T + y_i^S,$$

untuk  $i = 0, 1, 2, \dots, 235$ .

2. Data *out-sample*

$$y_i = y_i^T + y_i^S,$$

untuk  $i = 236, 237, 238, \dots, 247$ .

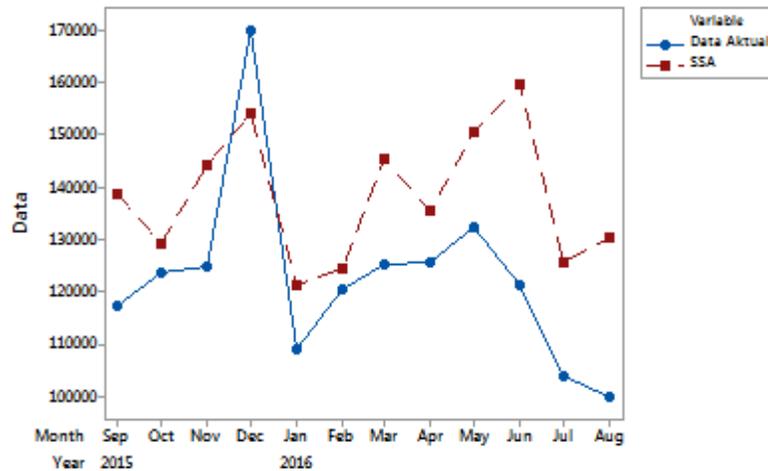
Setelah model SSA yang digunakan untuk melakukan peramalan sudah dibentuk, langkah selanjutnya adalah melakukan peramalan pada data *in-sample* dan data *out-sample* berdasarkan model yang diperoleh. Akurasi hasil ramalan pada data *in-sample* dan data *out-sample* diukur dengan nilai MAPE. Semakin kecil nilai MAPE pada data *in-sample*, maka semakin baik model digunakan untuk peramalan. Semakin

kecil nilai MAPE pada data *out-sample*, maka semakin akurat hasil ramalan yang diperoleh dari suatu model. Nilai MAPE yang diperoleh dari hasil ramalan pada data *in-sample* adalah 12,77%. Sedangkan nilai MAPE yang diperoleh dari hasil ramalan pada data *out-sample* untuk 12 bulan ke depan adalah 15,33%. Hal ini menunjukkan bahwa akurasi hasil ramalan yang diperoleh pada data *in-sample* lebih baik jika dibandingkan dengan akurasi ramalan yang diperoleh pada data *out-sample*. Tabel 4.27 menyajikan hasil peramalan berulang SSA untuk data *out-sample* dari komponen *trend* dan *seasonality* untuk 12 bulan ke depan.

Tabel 4.27 Hasil Peramalan Berulang SSA untuk Komponen *Trend* dan *Seasonality*

Tahun	Bulan	<i>Trend</i>	<i>Seasonality</i>	Ramalan Data <i>Out-Sample</i>	Data Aktual
2015	September	5581,88	133094,7	138677	117089
2015	Oktober	-4906,36	134068,4	129162	123750
2015	Nopember	9231,26	135044,4	144276	124983
2015	Desember	18156,11	136020,4	154177	170081
2016	Januari	-15581,70	136992,5	121411	108888
2016	Februari	-13360,20	137960,1	124600	120351
2016	Maret	6581,31	138926,2	145508	125324
2016	April	-4495,10	139895,2	135400	125573
2016	Mei	9617,55	140868,0	150486	132410
2016	Juni	17687,48	141841,5	159529	121253
2016	Juli	-17065,90	142812,9	125747	103647
2016	Agustus	-13300,00	143782,0	130482	99724

Secara visual, plot hasil ramalan jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Batam menggunakan metode SSA dan data aktual ditampilkan pada Gambar 4.49.



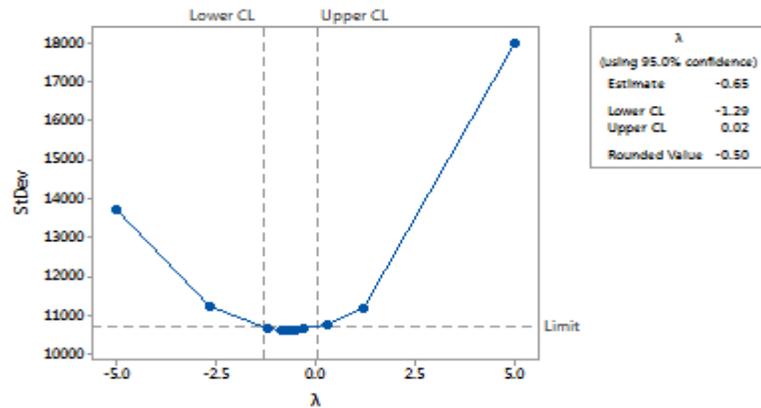
Gambar 4.49 Perbandingan Hasil Peramalan Menggunakan Metode SSA dengan Data Aktual pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Batam

#### 4.8 Peramalan Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Batam Menggunakan Metode ARIMA

Prosedur Box-Jenkins untuk mendapatkan model ARIMA terbaik pada kasus jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Batam terdiri dari empat tahap, yaitu identifikasi model, penaksiran parameter, pemeriksaan diagnostik, dan penerapan model untuk peramalan.

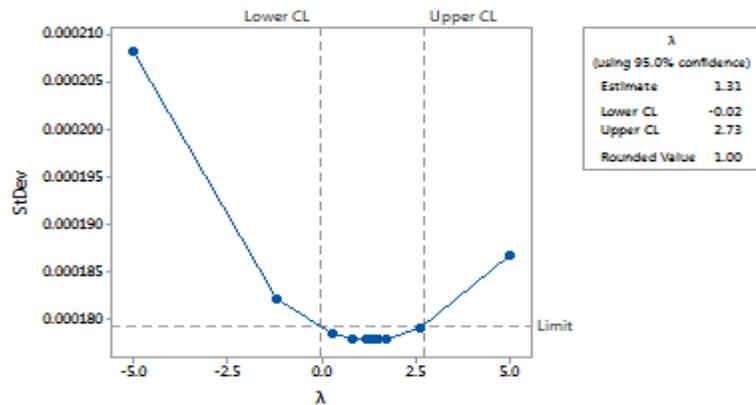
##### 4.8.1 Identifikasi Model

Langkah pertama yang dilakukan dalam pemodelan deret waktu pada tahap identifikasi adalah memeriksa kestasioneran data baik dalam varians maupun dalam rata-rata. Pemeriksaan kestasioneran data dalam varians dapat dilakukan dengan menggunakan Box-Cox plot. Gambar 4.50 berikut menampilkan Box-Cox plot dari data jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Batam pada periode Januari 1996 sampai Agustus 2015.



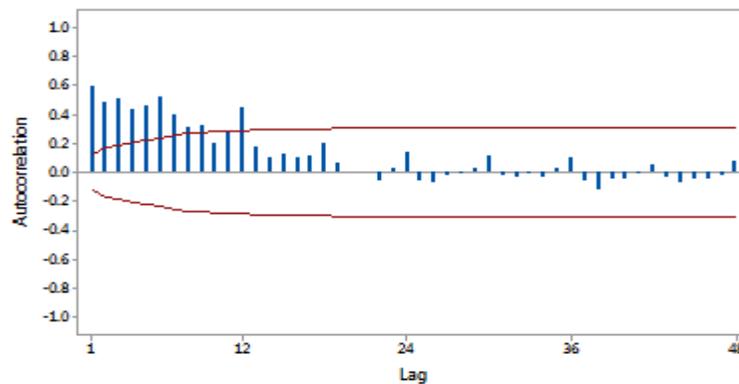
Gambar 4.50 Box-Cox Plot dari Data Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Batam

Berdasarkan Gambar 4.50, diketahui bahwa nilai taksiran  $\lambda$  adalah -0,65. Nilai taksiran  $\lambda$  berada dalam batas interval kepercayaan 95% dengan batas bawah kepercayaan (*lower CL*) sebesar -1,29 dan batas atas kepercayaan (*upper CL*) sebesar 0,02. Data belum stasioner dalam varians karena interval kepercayaan dari nilai taksiran  $\lambda$  tidak memuat nilai satu sehingga perlu dilakukan transformasi. Transformasi yang sesuai dengan untuk data ini adalah transformasi kebalikan akar (*inverse square root*) karena nilai taksiran  $\lambda$  mendekati -0,50. Gambar 4.51 menunjukkan Box-Cox plot dari hasil transformasi kebalikan akar pada data jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Batam.



Gambar 4.51 Box-Cox Plot dari Data Hasil Transformasi Kebalikan

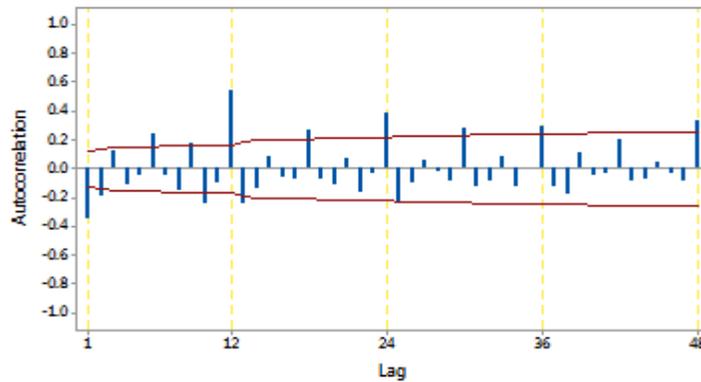
Berdasarkan Gambar 4.51, diketahui bahwa data sudah stasioner dalam varians karena interval kepercayaan dari nilai taksiran  $\lambda$  sudah memuat nilai satu. Langkah selanjutnya adalah memeriksa kestasioneran data dalam rata-rata. Pemeriksaan kestasioneran data dalam rata-rata dapat dilakukan dengan menggunakan diagram ACF. Pemeriksaan kestasioneran data dalam rata-rata dengan menggunakan diagram ACF dilakukan berdasarkan nilai autokorelasi pada semua *lag*. Jika nilai autokorelasi mendekati satu dan cenderung turun secara lambat maka data yang digunakan belum stasioner dalam rata-rata. Gambar 4.52 menampilkan diagram ACF dari data hasil transformasi pada kasus jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Batam.



Gambar 4.52 Diagram ACF dari Data Hasil Transformasi

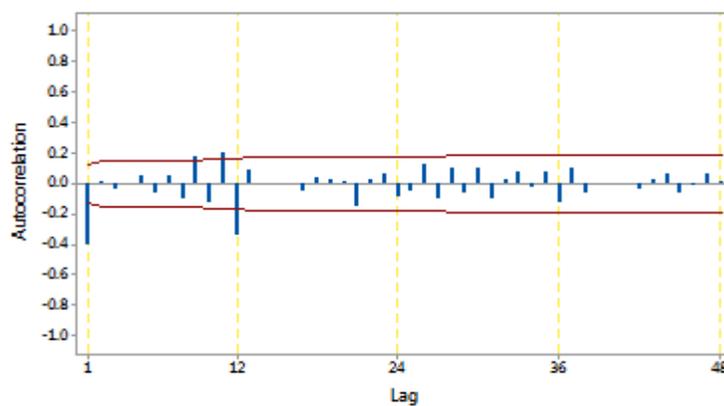
Berdasarkan Gambar 4.52, diketahui bahwa data belum stasioner dalam rata-rata karena nilai autokorelasinya mendekati satu dan cenderung turun secara lambat. Nilai autokorelasi pada suatu *lag* relatif tidak jauh berbeda dengan *lag* sebelumnya. Karena model deret waktu umumnya menggunakan asumsi stasioner baik dalam varians maupun rata-rata, diperlukan cara untuk menghilangkan ketidakstasioneran data dalam rata-rata sebelum melangkah lebih lanjut pada pembentukan model. Salah satu cara yang dapat digunakan untuk menstasionerkan data dalam rata-rata adalah dengan menggunakan operasi *differencing*. Karena nilai autokorelasi pada *lag* non-

musiman cenderung turun secara lambat, maka operasi *differencing* satu non-musiman ( $d = 1$ ) perlu dilakukan terhadap data hasil transformasi.

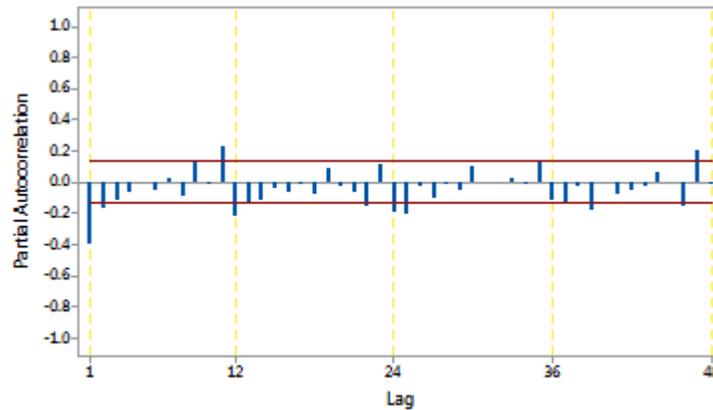


Gambar 4.53 Diagram ACF dari Data Hasil Transformasi dan *Differencing* Satu Non-musiman

Berdasarkan Gambar 4.53, diketahui bahwa data belum stasioner dalam rata-rata musiman 12 karena nilai autokorelasi pada *lag* musiman 12, 24, 36, dan 48 cenderung turun secara lambat. Dengan demikian, operasi *differencing* satu musiman 12 ( $D = 1$ ) perlu dilakukan terhadap data hasil operasi *differencing* satu non-musiman ( $d = 1$ ).



Gambar 4.54 Diagram ACF dari Data Hasil Transformasi, *Differencing* Satu Non-musiman, dan *Differencing* Satu Musiman 12



Gambar 4.55 Diagram PACF dari Data Hasil Transformasi, *Differencing* Satu Non-musiman, dan *Differencing* Satu Musiman 12

Setelah data hasil transformasi sudah stasioner baik dalam varians maupun dalam rata-rata, langkah selanjutnya adalah menentukan model ARIMA sementara berdasarkan *lag-lag* yang signifikan pada diagram ACF dan PACF. Berdasarkan Gambar 4.54, diketahui bahwa *lag* yang signifikan pada diagram ACF adalah *lag* 1, *lag* 9, *lag* 11, dan *lag* 12. Berdasarkan Gambar 4.55, diketahui bahwa *lag* yang signifikan pada diagram PACF adalah *lag* 1, *lag* 2, *lag* 11, *lag* 12, *lag* 24, *lag* 25, *lag* 39, *lag* 46, dan *lag* 47. Berdasarkan hasil identifikasi dari *lag* yang signifikan pada diagram ACF dan PACF, maka model ARIMA terbaik pada kasus jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Batam, yaitu ARIMA  $(0,1,1)(1,1,1)^{12}$ .

#### 4.8.2 Penaksiran Parameter

Setelah diperoleh model ARIMA terbaik, langkah selanjutnya adalah melakukan penaksiran parameter dari model ARIMA  $(0,1,1)(1,1,1)^{12}$  untuk mendapatkan besaran koefisien model. Metode estimasi yang digunakan untuk menaksir parameter dari model ARIMA  $(0,1,1)(1,1,1)^{12}$  adalah *conditional least square*. Hasil estimasi parameter dari model ARIMA  $(0,1,1)(1,1,1)^{12}$  pada kasus jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Batam disajikan pada Tabel 4.28.

Tabel 4.28 Hasil Estimasi Parameter dari Model ARIMA (0,1,1)(1,1,1)<sup>12</sup>

Model ARIMA	Parameter	Estimasi	Standard Error
(0,1,1)(1,1,1) <sup>12</sup>	$\theta_1$	0,54715	0,05683
	$\Theta_1$	0,87668	0,04473
	$\Phi_1$	0,22836	0,08505

#### 4.8.3 Pemeriksaan Diagnostik

Pemeriksaan diagnostik dapat dibagi ke dalam dua bagian, yaitu uji signifikansi parameter dan uji kesesuaian model. Uji kesesuaian model meliputi uji asumsi *white noise* dan uji asumsi normalitas. Taraf signifikansi yang digunakan adalah  $\alpha = 0,05$ . Hasil pengujian signifikansi parameter dari model ARIMA (0,1,1)(1,1,1)<sup>12</sup> disajikan pada Tabel 4.29.

Tabel 4.29 Hasil Pengujian Signifikansi Parameter dari Model ARIMA (0,1,1)(1,1,1)<sup>12</sup>

Model ARIMA	Parameter	<i>P-value</i>	Kesimpulan
(0,1,1)(0,1,1) <sup>12</sup>	$\theta_1$	<0,0001	Signifikan
	$\Theta_1$	<0,0001	
	$\Phi_1$	0,0078	

Berdasarkan Tabel 4.29, diketahui bahwa semua parameter pada model ARIMA (0,1,1)(1,1,1)<sup>12</sup> signifikan secara statistik pada taraf signifikansi  $\alpha = 0,05$  karena nilai *p-value* dari masing-masing parameter pada model tersebut lebih kecil dari  $\alpha = 0,05$ . Langkah selanjutnya adalah melakukan pengujian asumsi *white noise* dan normalitas pada residual dari model ARIMA (0,1,1)(1,1,1)<sup>12</sup>. Uji *Chi-Square* adalah uji yang digunakan untuk mengetahui apakah residual dari model ARIMA (0,1,1)(1,1,1)<sup>12</sup> sudah memenuhi asumsi *white noise*. Uji Kolmogorov-Smirnov digunakan untuk mengetahui apakah residual dari model ARIMA (0,1,1)(1,1,1)<sup>12</sup> berdistribusi normal.

Tabel 4.30 Hasil Pengujian Asumsi *White Noise* dari Model ARIMA (0,1,1)(1,1,1)<sup>12</sup>

Model ARIMA	Uji <i>White Noise</i>				Kesimpulan
	<i>Lag</i>	<i>Chi-Square</i>	DF	<i>P-value</i>	
(0,1,1)(1,1,1) <sup>12</sup>	6	2,21	3	0,5296	<i>White noise</i>
	12	7,75	9	0,5591	
	18	13,42	15	0,5698	
	24	26,98	21	0,1716	
	30	36,12	27	0,1127	
	36	43,59	33	0,1027	
	42	49,01	39	0,1307	

Tabel 4.31 Hasil Pengujian Asumsi Normalitas dari Model ARIMA (0,1,1)(0,1,1)<sup>12</sup>

Model ARIMA	Uji Normalitas		Kesimpulan	AIC
	Kolmogorov-Smirnov	<i>P-value</i>		
(0,1,1)(1,1,1) <sup>12</sup>	0,072103	<0,0100	Tidak normal	-3212,57

Berdasarkan Tabel 4.30, diketahui bahwa residual dari model ARIMA (0,1,1)(1,1,1)<sup>12</sup> sudah memenuhi asumsi *white noise* karena nilai *p-value* dari setiap *lag* pada model ARIMA (0,1,1)(1,1,1)<sup>12</sup> untuk uji *Chi-Square* lebih besar dari  $\alpha = 0,05$ . Berdasarkan Tabel 4.31, residual dari model ARIMA (0,1,1)(1,1,1)<sup>12</sup> tidak berdistribusi normal karena nilai *p-value* dari model ARIMA (0,1,1)(1,1,1)<sup>12</sup> untuk uji Kolmogorov-Smirnov lebih kecil dari  $\alpha = 0,05$ . Nilai AIC yang diperoleh dari model ARIMA (0,1,1)(1,1,1)<sup>12</sup> adalah -3212,57. Residual yang tidak berdistribusi normal dapat disebabkan oleh *outlier* yang terdapat pada data sehingga deteksi *outlier* pada data dapat dilakukan untuk menyelesaikan permasalahan tersebut. Hasil deteksi *outlier* pada data hasil transformasi disajikan pada Tabel 4.32.

Tabel 4.32 Hasil Deteksi *Outlier* pada Data Hasil Transformasi

Model ARIMA	Observasi	Tippe	Estimasi	<i>Chi-Square</i>	<i>P-value</i>
(0,1,1)(1,1,1) <sup>12</sup>	53	<i>Additive</i>	0,0006372	23,40	<0,0001
	110	<i>Shift</i>	0,0005930	21,98	<0,0001
	88	<i>Additive</i>	0,0005379	17,39	<0,0001
	100	<i>Additive</i>	0,0004418	11,74	0,0006
	91	<i>Shift</i>	-0,0004061	11,42	0,0007

Berdasarkan Tabel 4.32, diketahui bahwa model ARIMA (0,1,1)(1,1,1)<sup>12</sup> mengandung *outlier* yang teridentifikasi pada data observasi ke-53, ke-110, ke-88, ke-100, dan ke-91. Ada jenis tipe *outlier* yang diperoleh yaitu tipe *additive outlier* dan *shift outlier*. Kelima data observasi yang diidentifikasi sebagai *outlier* yang menyebabkan residual dari model ARIMA (0,1,1)(1,1,1)<sup>12</sup> tidak berdistribusi normal. Untuk mendapatkan residual yang berdistribusi normal, maka uji signifikansi parameter dan uji kesesuaian model perlu dilakukan dengan memperhitungkan adanya *outlier* pada model. Tidak semua *outlier* dimasukan ke dalam model pada saat pengujian. Pada model ARIMA (0,1,1)(1,1,1)<sup>12</sup>, jumlah *outlier* yang dimasukan ke dalam model pada saat pengujian adalah 3 *oulier*. Ketiga *oulier* teridentifikasi sebagai data observasi ke-53, ke-110 dan ke-88. Pengujian yang dilakukan pada model ARIMA (0,1,1)(1,1,1)<sup>12</sup> dengan melibatkan 3 *outlier* dapat menghasilkan parameter yang signifikan, residual yang memenuhi asumsi *white noise*, dan residual yang berdistribusi normal. Hasil pengujian signifikansi parameter dari model ARIMA (0,1,1)(1,1,1)<sup>12</sup> setelah memperhitungkan adanya *outlier* dapat dilihat pada Tabel 4.33.

Tabel 4.33 Hasil Estimasi Parameter Model ARIMA (0,1,1)(1,1,1)<sup>12</sup> dengan Melibatkan 3 *Outlier*

Model ARIMA	Parameter	Estimasi	Standard Error	P-value	Kesimpulan
(0,1,1)(1,1,1) <sup>12</sup>	$\theta_1$	0,683360	0,0500300	<0,0001	Signifikan
	$\Theta_1$	0,875970	0,0464500	<0,0001	
	$\Phi_1$	0,255950	0,0872300	0,0037	
	$\omega_{AO53}$	0,000653	0,0001331	<0,0001	
	$\omega_{SO110}$	0,000641	0,0001061	<0,0001	
	$\omega_{AO88}$	0,000592	0,0001325	<0,0001	

Berdasarkan Tabel 4.33, diketahui bahwa semua parameter pada model ARIMA (0,1,1)(1,1,1)<sup>12</sup> signifikan secara statistik pada taraf signifikansi  $\alpha = 0,05$  karena nilai *p-value* dari masing-masing parameter lebih kecil dari  $\alpha = 0,05$ . Hasil pengujian

asumsi *white noise* dan asumsi normalitas pada residual dari model ARIMA (0,1,1)(1,1,1)<sup>12</sup> setelah memperhitungkan adanya *outlier* dapat dilihat pada Tabel 4.34.

Tabel 4.34 Hasil Pengujian Asumsi *White Noise* dan Asumsi Normalitas dari Model ARIMA (0,1,1)(1,1,1)<sup>12</sup> dengan Melibatkan 3 *Outlier*

Model ARIMA	Uji Normalitas		Uji <i>White Noise</i>			
	KS	<i>P-value</i>	<i>Lag</i>	<i>Chi-Square</i>	DF	Pr > ChiSq
(0,1,1)(1,1,1) <sup>12</sup>	0,059042	0,0569	6	1,39	3	0,7089
			12	11,10	9	0,2686
			18	16,07	15	0,3775
			24	27,85	21	0,1443
			30	39,07	27	0,0624
			36	46,86	33	0,0556
			42	54,29	39	0,0527

Berdasarkan Tabel 4.34, diketahui bahwa bahwa nilai *p-value* dari setiap *lag* pada model ARIMA (0,1,1)(1,1,1)<sup>12</sup> untuk uji *Chi-Square* lebih besar dari  $\alpha = 0,05$  sehingga residual dari model ARIMA (0,1,1)(1,1,1)<sup>12</sup> sudah memenuhi asumsi *white noise*. Residual dari model ARIMA (0,1,1)(1,1,1)<sup>12</sup> sudah berdistribusi normal karena nilai *p-value* dari model tersebut untuk uji Kolmogorov-Smirnov lebih besar dari  $\alpha = 0,05$ . Nilai AIC yang diperoleh dari model ARIMA (0,1,1)(1,1,1)<sup>12</sup> setelah memperhitungkan adanya *outlier* adalah -3270.3.

Karena model ARIMA (0,1,1)(1,1,1)<sup>12</sup> sudah memenuhi semua uji baik uji signifikansi parameter maupun uji kesesuaian model, model (0,1,1)(1,1,1)<sup>12</sup> dapat digunakan untuk peramalan data *in-sample* dan data *out-sample*. Secara matematis, model ARIMA (0,1,1)(1,1,1)<sup>12</sup> dengan melibatkan 3 *outlier* untuk peramalan data *in-sample* dapat ditulis sebagai berikut:

$$Y_t^* = Y_{t-1}^* + Y_{t-12}^* - Y_{t-13}^* + 0,00065I_t^{(53)} + 0,00064I_t^{(110)} + 0,00059I_t^{(88)} + 0,256Y_{t-12}^* - 0,256Y_{t-13}^* - 0,256Y_{t-24}^* + 0,256Y_{t-25}^* - 0,683a_{t-1} - 0,876a_{t-12} + 0,598a_{t-13} + a_t,$$

untuk  $14 \leq t \leq 236$ . Model ARIMA (0,1,1)(1,1,1)<sup>12</sup> dengan melibatkan 3 *outlier* untuk peramalan data *out-sample* 12 bulan ke depan dapat ditulis sebagai berikut:

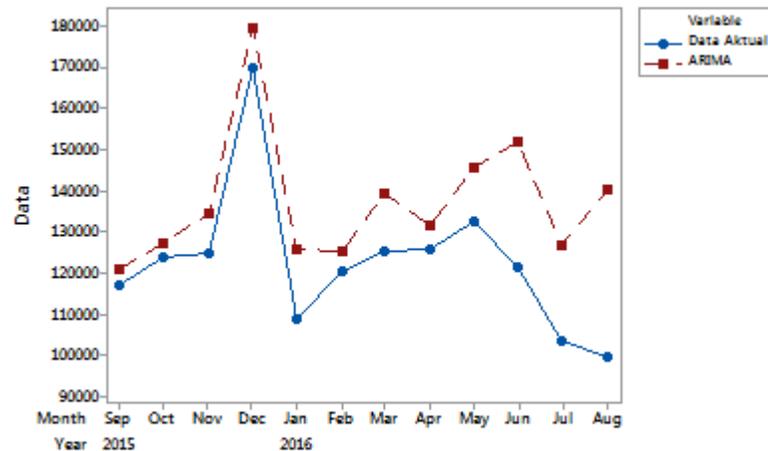
$$Y_t^* = Y_{t-1}^* + Y_{t-12}^* - Y_{t-13}^* + 0,00065I_t^{(53)} + 0,00064I_t^{(110)} + 0,00059I_t^{(88)} + 0,256Y_{t-12}^* - 0,256Y_{t-13}^* - 0,256Y_{t-24}^* + 0,256Y_{t-25}^* - 0,683a_{t-1} - 0,876a_{t-12} + 0,598a_{t-13} + a_t,$$

untuk  $237 \leq t \leq 248$ . Setelah model ARIMA yang digunakan untuk melakukan peramalan sudah dibentuk, langkah selanjutnya adalah melakukan peramalan pada data *in-sample* dan data *out-sample* berdasarkan model yang diperoleh. Akurasi hasil ramalan pada data *in-sample* dan data *out-sample* diukur dengan nilai MAPE. Semakin kecil nilai MAPE pada data *in-sample*, maka semakin baik model digunakan untuk peramalan. Semakin kecil nilai MAPE pada data *out-sample*, maka semakin akurat hasil ramalan yang diperoleh dari suatu model. Nilai MAPE yang diperoleh dari hasil ramalan pada data *in-sample* adalah 7,74%. Sedangkan nilai MAPE yang diperoleh dari hasil ramalan pada data *out-sample* adalah 12,75%. Hal ini menunjukkan bahwa akurasi hasil ramalan yang diperoleh pada data *in-sample* lebih baik jika dibandingkan dengan akurasi ramalan yang diperoleh pada data *out-sample*. Nilai MAPE yang diperoleh dari hasil ramalan pada data *in-sample* kurang dari 10%. Hasil peramalan data *out-sample* untuk 12 bulan ke depan menggunakan model ARIMA (0,1,1)(1,1,1)<sup>12</sup> disajikan pada Tabel 4.35.

Tabel 4.35 Hasil Peramalan Data *Out-Sample* menggunakan model ARIMA (0,1,1)(1,1,1)<sup>12</sup>

Tahun	Bulan	Ramalan data <i>Out-Sample</i>	Data Aktual
2015	September	120728	117089
2015	Oktober	127295	123750
2015	Nopember	134717	124983
2015	Desember	179648	170081
2016	Januari	125561	108888
2016	Februari	125057	120351
2016	Maret	139166	125324
2016	April	131769	125573
2016	Mei	145836	132410
2016	Juni	151997	121253
2016	Juli	126508	103647
2016	Agustus	140414	99724

Secara visual, perbandingan hasil peramalan data *out-sample* menggunakan model ARIMA (0,1,1)(1,1,1)<sup>12</sup> dengan melibatkan 3 *outlier* dan data aktual dapat dilihat pada Gambar 4.56.



Gambar 4.56 Perbandingan Hasil Peramalan Menggunakan Model ARIMA (0,1,1)(1,1,1)<sup>12</sup> dengan Data Aktual pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Batam

#### 4.9 Peramalan Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Soekarno-Hatta Menggunakan Metode SSA

Di dalam metode SSA, terdapat dua tahap yang digunakan untuk memisahkan komponen *trend*, komponen *seasonality*, dan komponen *noise* dari deret waktu awal, yaitu tahap dekomposisi dan tahap rekonstruksi.

##### 4.9.1 Tahap Dekomposisi

Pada tahap dekomposisi, langkah pertama yang harus dilakukan adalah *embedding*. Definisikan suatu deret waktu bernilai *real* yang memuat jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Bandar Udara Soekarno-Hatta untuk periode Januari 1996 sampai Agustus 2015, yaitu  $F = (111106, 110934, \dots, 252914)$  dengan panjang  $N = 236$ . *Window length*  $L$  adalah parameter tunggal dalam tahap dekomposisi. Pada kasus jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Bandar

Udara Ngurah Rai, nilai parameter *window length* ( $L$ ) yang diambil adalah  $L = 72$ . Dengan demikian matriks lintasan  $\mathbf{X}$  yang dibangun dari deret  $F$  dapat digambarkan sebagai berikut:

$$\mathbf{X} = [\mathbf{X}_1 : \dots : \mathbf{X}_{165}] = (x_{ij})_{i,j=1}^{72,165} = \begin{pmatrix} 111106 & 110934 & 139633 & \dots & 123405 \\ 110934 & 139633 & 130120 & \dots & 87047 \\ 139633 & 130120 & 130620 & \dots & 117911 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 73657 & 89540 & 84896 & \dots & 252914 \end{pmatrix}.$$

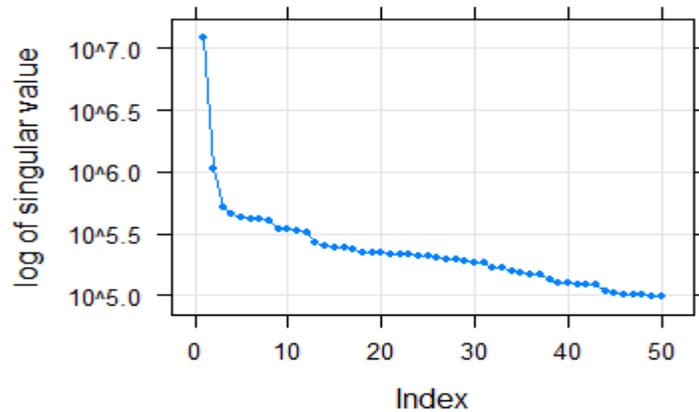
Langkah selanjutnya dalam tahap dekomposisi adalah *singular value decomposition* (SVD). Pada langkah SVD, matriks lintasan  $\mathbf{X}$  didekomposisi menjadi 50 *eigen triple*, yang terdiri dari 50 nilai eigen, 50 vektor eigen, dan 0 vektor faktor.

#### 4.9.2 Tahap Rekonstruksi

Pada tahap rekonstruksi, terdapat dua langkah yang digunakan untuk mendapatkan komponen *trend*, komponen *seasonality*, dan komponen *noise* dari *eigen triple* yang dihasilkan pada tahap dekomposisi, yaitu pengelompokan dan *diagonal averaging*.

##### 4.9.2.1 Pengelompokan Komponen *Noise*

Langkah awal dalam tahap rekonstruksi adalah melakukan pengelompokan terhadap *eigen triple* yang berhubungan dengan *trend*, *seasonality*, dan *noise*. *Effect grouping* ( $r$ ) adalah parameter yang digunakan pada tahap pengelompokan. *Effect grouping* ( $r$ ) digunakan untuk membatasi jumlah *eigen triple* yang akan digunakan untuk mengidentifikasi komponen *trend* dan *seasonality*. Nilai parameter *effect grouping* ( $r$ ) ditentukan berdasarkan jumlah *eigen triple* yang tidak mencerminkan *noise* pada plot dari nilai *singular*. Pada plot dari nilai *singular*, urutan nilai *singular* yang menurun secara lambat mencerminkan komponen *noise*.

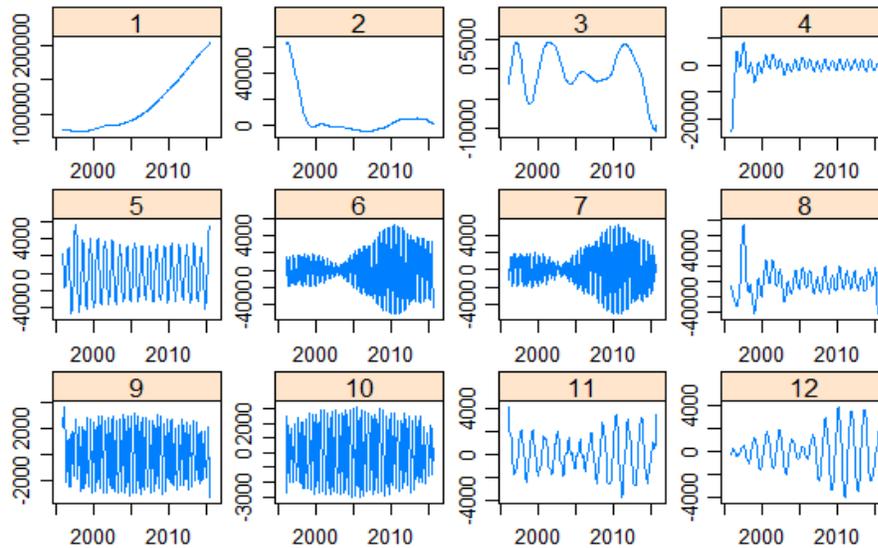


Gambar 4.57 Plot dari 50 Nilai *Singular*

Berdasarkan Gambar 4.57, diketahui bahwa nilai *singular* mulai menurun secara lambat pada *eigen triple* 13 sampai *eigen triple* 50 sehingga *eigen triple* 13 sampai *eigen triple* 50 diidentifikasi sebagai komponen *noise*. Dengan demikian nilai parameter *effect grouping* ( $r$ ) adalah  $r = 12$  karena jumlah *eigen triple* yang tidak mencerminkan *noise* pada plot dari nilai *singular* adalah 12. Meskipun *eigen triple* yang mencerminkan *noise* sudah diidentifikasi, namun ada kemungkinan jumlah *eigen triple* yang mencerminkan *noise* bisa bertambah. Sisa *eigen triple* yang tidak berhubungan dengan *trend* dan *seasonality* dari 12 *eigen triple* pertama akan dikelompokkan ke dalam kelompok *noise*.

#### 4.9.2.2 Pengelompokan Komponen *Trend* dan Komponen *Seasonality*

Sesudah komponen *noise* berhasil dikelompokkan, langkah selanjutnya adalah melakukan pengelompokan *eigen triple* yang berhubungan dengan *trend* dan *seasonality*. Jumlah *eigen triple* yang digunakan untuk mengidentifikasi komponen *trend* dan komponen *seasonality* adalah 12 *eigen triple*. 12 *eigen triple* yang digunakan untuk mengidentifikasi komponen *trend* dan komponen *seasonality* terdiri dari *eigen triple* 1, *eigen triple* 2, *eigen triple* 3, ..., *eigen triple* 12. Plot dari deret yang direkonstruksi dapat digunakan untuk mengidentifikasi *eigen triple* yang berhubungan dengan *trend* dan *seasonality*.



Gambar 4.58 Plot dari Deret yang Direkonstruksi

*Trend* adalah suatu komponen yang bervariasi secara lambat dari suatu deret waktu yang tidak mengandung komponen *oscillatory*. Semua komponen yang bervariasi secara lambat pada plot dari deret yang direkonstruksi diidentifikasi sebagai komponen *trend*. Berdasarkan Gambar 4.58, diketahui bahwa deret yang direkonstruksi oleh *eigen triple* 1, *eigen triple* 2, dan *eigen triple* 3 memuat komponen yang bervariasi secara lambat, sehingga ketiga *eigen triple* tersebut dikelompokkan ke dalam kelompok *trend*.

Sesudah *eigen triple* yang berhubungan dengan *trend* berhasil dikelompokkan, langkah selanjutnya adalah melakukan pengelompokan terhadap *eigen triple* yang berhubungan dengan *seasonality*. Pengelompokan terhadap *eigen triple* yang berhubungan dengan *seasonality* dilakukan berdasarkan kemiripan nilai *singular* dari dua *eigen triple* yang berurutan. Pada plot dari deret yang direkonstruksi, kemiripan nilai *singular* mengakibatkan deret yang direkonstruksi oleh suatu *eigen triple* memiliki pola musiman yang sama dan periode musiman yang sama dengan deret yang direkonstruksi oleh *eigen triple* yang lainnya. Menurut Golyandina *et al.* (2013), dua *eigen triple* yang memiliki kemiripan nilai *singular* dapat dikelompokkan ke dalam kelompok *seasonality* jika periode musiman dari deret yang direkonstruksi oleh kedua

*eigentruple* tersebut adalah 12 bulan, 6 bulan, 4 bulan, 3 bulan, 2,4 bulan, dan 2 bulan. Metode ESPRIT dapat digunakan untuk mencari periode musiman dari deret yang direkonstruksi oleh kedua *eigentruple* yang memiliki kemiripan nilai *singular*.

Berdasarkan Gambar 4.58, diketahui bahwa *eigentruple* 6 memiliki kemiripan nilai singular dengan *eigentruple* 7 karena deret yang direkonstruksi oleh *eigentruple* 6 memiliki pola musiman yang sama dengan deret yang direkonstruksi oleh *eigentruple* 7. Deret yang direkonstruksi oleh *eigentruple* 6 memiliki periode musiman yang sama dengan deret yang direkonstruksi oleh *eigentruple* 7, yaitu 4 bulan. Dengan demikian *eigentruple* 6 dan *eigentruple* 7 dikelompokkan ke dalam kelompok *seasonality*. Tabel 4.36 menyajikan secara lengkap *eigentruple* yang dikelompokkan ke dalam kelompok *seasonality*.

Tabel 4.36 *Eigentruple* yang Berhubungan dengan *Seasonality*

<i>Eigentruple</i>	Periode (Bulan)
6	4
7	4
9	6
10	6

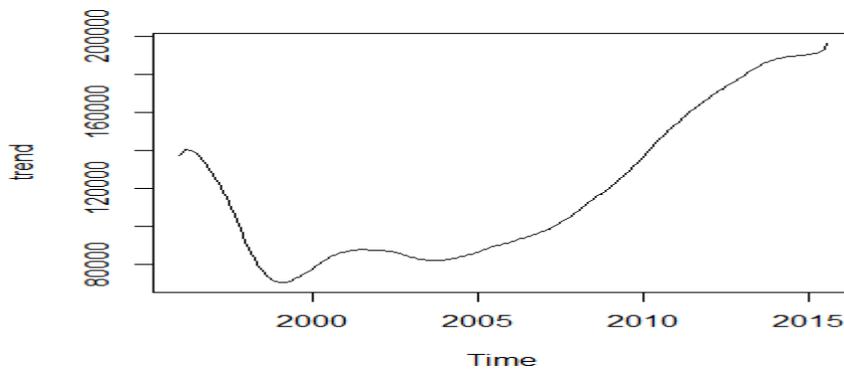
Dengan demikian sisa *eigentruple* yang tidak dikelompokkan ke dalam kelompok *trend* dan *seasonality* dari 12 *eigentruple* pertama akan dikelompokkan ke dalam kelompok *noise*. Sisa *eigentruple* yang tidak dikelompokkan ke dalam kelompok *trend* dan *seasonality* dari 12 *eigentruple* pertama terdiri dari *eigentruple* 4, *eigentruple* 5, *eigentruple* 8, *eigentruple* 11, dan *eigentruple* 12. Tabel 4.37 menyajikan secara lengkap 50 *eigentruple* dan komponen yang terkait.

Tabel 4.37 *Eigentruple* dan Komponen yang Terkait

Jenis Komponen	<i>Eigentruple</i>
<i>Seasonality</i>	6, 7, 9, 10
<i>Trend</i>	1, 2, 3
<i>Noise</i>	4, 5, 8, 11, 12, 13, 14, 15, ..., 50

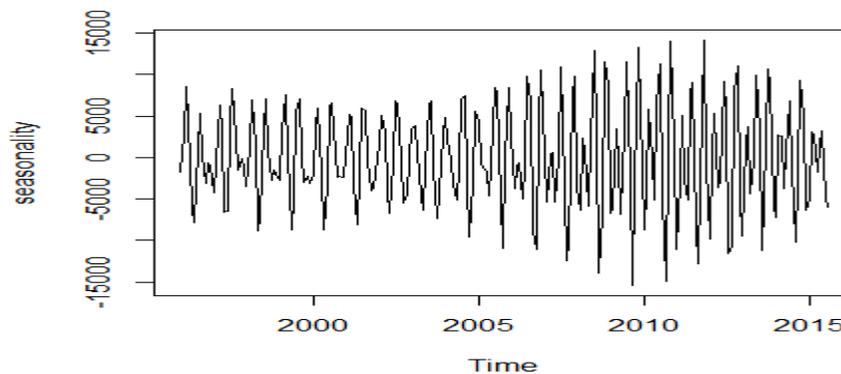
### 4.9.2.3 Diagonal Averaging

Pada langkah terakhir dalam tahap rekonstruksi, yaitu *diagonal averaging*, masing-masing komponen dapat direkonstruksi dengan menggunakan masing-masing *eigen triple* yang terkait. Pada langkah *diagonal averaging*, komponen *trend* direkonstruksi oleh *eigen triple* 1, *eigen triple* 2, dan *eigen triple* 3. Gambar 4.59 menampilkan hasil dari komponen *trend* yang direkonstruksi oleh ketiga *eigen triple* tersebut.



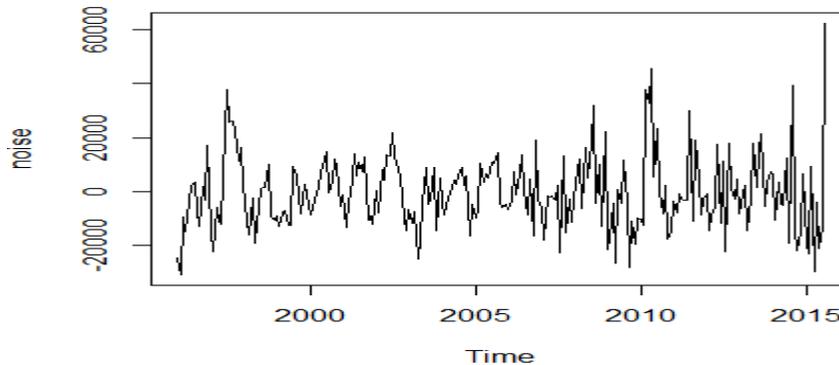
Gambar 4.59 Trend yang Direkonstruksi

Pada langkah *diagonal averaging*, komponen *seasonality* direkonstruksi oleh *eigen triple* 6, *eigen triple* 7, *eigen triple* 9, dan *eigen triple* 10. Gambar 4.60 menampilkan hasil dari komponen *seasonality* yang direkonstruksi oleh keempat *eigen triple* tersebut.



Gambar 4.60 Seasonality yang Direkonstruksi

Pada langkah *diagonal averaging*, komponen *noise* direkonstruksi oleh *eigentriple* 4, *eigentriple* 5, *eigentriple* 8, *eigentriple* 11, *eigentriple* 12, *eigentriple* 13, *eigentriple* 14, *eigentriple* 15, ..., *eigentriple* 50. Gambar 4.61 menampilkan hasil dari komponen *noise* yang direkonstruksi.



Gambar 4.61 *Noise* yang Direkonstruksi

### 4.9.3 Peramalan

Ketika komponen *trend*, *seasonality*, dan *noise* berhasil dipisahkan, langkah selanjutnya adalah melakukan peramalan pada masing-masing komponen kecuali komponen *noise*. Jenis peramalan yang digunakan untuk meramalkan komponen *trend* dan komponen *seasonality* adalah peramalan berulang SSA. Nilai ramalan yang dihasilkan oleh model SSA dari masing-masing komponen terdiri dari nilai ramalan untuk data *in-sample* dan nilai ramalan untuk data *out-sample*. Secara matematis, model SSA yang digunakan untuk meramalkan komponen *trend* dapat ditulis sebagai berikut:

#### 1. Data *in-sample*

a. SSA menghasilkan *trend* yang direkonstruksi, yaitu  $y_0^T, y_1^T, \dots, y_{235}^T$ .

b.  $y_i^T = y_i^T$ ,

untuk  $i = 0, \dots, 70$ .

$$c. y_i^T = 0,065025 y_{i-1}^T + 0,063867 y_{i-2}^T + \dots + 0,00298 y_{i-71}^T,$$

untuk  $i = 71, 72, 73, \dots, 235$ .

## 2. Data *out-sample*

a. SSA menghasilkan *trend* yang direkonstruksi, yaitu  $y_0^T, y_1^T, \dots, y_{235}^T$ .

$$b. y_{236}^T = 0,065025 y_{235}^T + 0,063867 y_{234}^T + \dots + 0,00298 y_{165}^T$$

$$y_{237}^T = 0,065025 y_{236}^T + 0,063867 y_{235}^T + \dots + 0,00298 y_{166}^T$$

$$y_{238}^T = 0,065025 y_{237}^T + 0,063867 y_{236}^T + \dots + 0,00298 y_{167}^T$$

$$y_{239}^T = 0,065025 y_{238}^T + 0,063867 y_{237}^T + \dots + 0,00298 y_{168}^T$$

$$y_{240}^T = 0,065025 y_{239}^T + 0,063867 y_{238}^T + \dots + 0,00298 y_{169}^T$$

$$y_{241}^T = 0,065025 y_{240}^T + 0,063867 y_{239}^T + \dots + 0,00298 y_{170}^T$$

$$y_{242}^T = 0,065025 y_{241}^T + 0,063867 y_{240}^T + \dots + 0,00298 y_{171}^T$$

$$y_{243}^T = 0,065025 y_{242}^T + 0,063867 y_{241}^T + \dots + 0,00298 y_{172}^T$$

$$y_{244}^T = 0,065025 y_{243}^T + 0,063867 y_{242}^T + \dots + 0,00298 y_{173}^T$$

$$y_{245}^T = 0,065025 y_{244}^T + 0,063867 y_{243}^T + \dots + 0,00298 y_{174}^T$$

$$y_{246}^T = 0,065025 y_{245}^T + 0,063867 y_{244}^T + \dots + 0,00298 y_{175}^T$$

$$y_{247}^T = 0,065025 y_{246}^T + 0,063867 y_{245}^T + \dots + 0,00298 y_{176}^T$$

Secara matematis, model SSA yang digunakan untuk meramalkan komponen *seasonal* dapat ditulis sebagai berikut:

### 1. Data *in-sample*

a. SSA menghasilkan *seasonal* yang direkonstruksi, yaitu  $y_0^S, y_1^S, y_2^S, \dots, y_{235}^S$ .

$$b. y_i^S = y_i^S,$$

untuk  $i = 0, 1, 2, \dots, 70$ .

$$c. y_i^S = 0,005071 y_{i-1}^S - 0,03435 y_{i-2}^S + \dots + 0,028249 y_{i-71}^S,$$

untuk  $i = 71, 72, 73, \dots, 235$ .

### 2. Data *out-sample*

a. SSA menghasilkan *seasonal* yang direkonstruksi, yaitu  $y_0^S, y_1^S, y_2^S, \dots, y_{235}^S$ .

$$b. y_{236}^S = 0,005071y_{235}^S - 0,03435y_{234}^S + \dots + 0,028249y_{165}^S$$

$$y_{237}^S = 0,005071y_{236}^S - 0,03435y_{235}^S + \dots + 0,028249y_{166}^S$$

$$y_{238}^S = 0,005071y_{237}^S - 0,03435y_{236}^S + \dots + 0,028249y_{167}^S$$

$$y_{239}^S = 0,005071y_{238}^S - 0,03435y_{237}^S + \dots + 0,028249y_{168}^S$$

$$y_{240}^S = 0,005071y_{239}^S - 0,03435y_{238}^S + \dots + 0,028249y_{169}^S$$

$$y_{241}^S = 0,005071y_{240}^S - 0,03435y_{239}^S + \dots + 0,028249y_{170}^S$$

$$y_{242}^S = 0,005071y_{241}^S - 0,03435y_{240}^S + \dots + 0,028249y_{171}^S$$

$$y_{243}^S = 0,005071y_{242}^S - 0,03435y_{241}^S + \dots + 0,028249y_{172}^S$$

$$y_{244}^S = 0,005071y_{243}^S - 0,03435y_{242}^S + \dots + 0,028249y_{173}^S$$

$$y_{245}^S = 0,005071y_{244}^S - 0,03435y_{243}^S + \dots + 0,028249y_{174}^S$$

$$y_{246}^S = 0,005071y_{245}^S - 0,03435y_{244}^S + \dots + 0,028249y_{175}^S$$

$$y_{247}^S = 0,005071y_{246}^S - 0,03435y_{245}^S + \dots + 0,028249y_{176}^S$$

Nilai ramalan untuk data *in-sample* secara keseluruhan diperoleh dari hasil penjumlahan nilai ramalan untuk data *in-sample* dari komponen *trend* terhadap nilai ramalan untuk data *in-sample* dari komponen *seasonality*. Sedangkan nilai ramalan untuk data *out-sample* secara keseluruhan diperoleh dari hasil penjumlahan nilai ramalan untuk data *out-sample* dari komponen *trend* terhadap nilai ramalan untuk data *out-sample* dari komponen *seasonality*. Secara matematis, model SSA yang digunakan untuk mendapatkan nilai ramalan untuk data *in-sample* dan data *out-sample* secara keseluruhan dapat ditulis sebagai berikut:

1. Data *in-sample*

$$y_i = y_i^T + y_i^S,$$

untuk  $i = 0, 1, 2, \dots, 235$ .

2. Data *out-sample*

$$y_i = y_i^T + y_i^S,$$

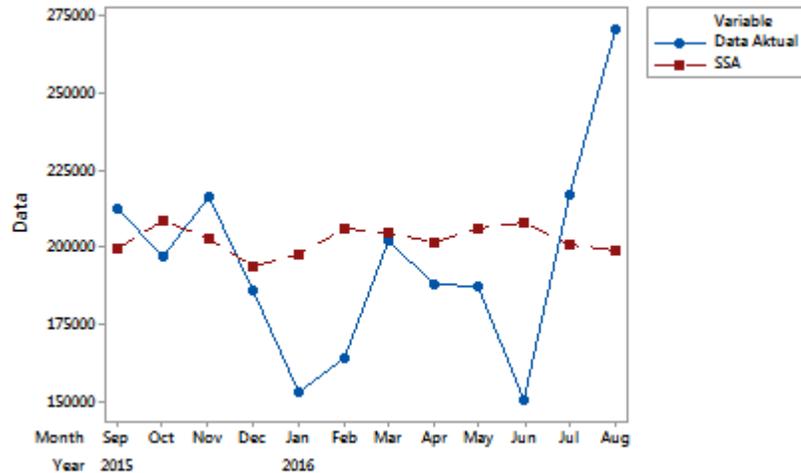
untuk  $i = 236, 237, 238, \dots, 247$ .

Setelah model SSA yang digunakan untuk melakukan peramalan sudah dibentuk, langkah selanjutnya adalah melakukan peramalan pada data *in-sample* dan data *out-sample* berdasarkan model yang diperoleh. Akurasi hasil ramalan pada data *in-sample* dan data *out-sample* diukur dengan nilai MAPE. Semakin kecil nilai MAPE pada data *in-sample*, maka semakin baik model digunakan untuk peramalan. Semakin kecil nilai MAPE pada data *out-sample*, maka semakin akurat hasil ramalan yang diperoleh dari suatu model. Nilai MAPE yang diperoleh dari hasil ramalan pada data *in-sample* adalah 10,15%. Sedangkan nilai MAPE yang diperoleh dari hasil ramalan pada data *out-sample* untuk 12 bulan ke depan adalah 13,83%. Hal ini menunjukkan bahwa akurasi hasil ramalan yang diperoleh pada data *in-sample* lebih baik jika dibandingkan dengan akurasi ramalan yang diperoleh pada data *out-sample*. Tabel 4.38 menyajikan hasil peramalan berulang SSA untuk data *out-sample* dari komponen *trend* dan komponen *seasonality* untuk 12 bulan ke depan.

Tabel 4.38 Hasil Peramalan Berulang SSA untuk Komponen *Trend* dan *Seasonality*

Tahun	Bulan	<i>Trend</i>	<i>Seasonality</i>	Ramalan Data <i>Out-Sample</i>	Data Aktual
2015	September	199339,2	465,032	199804	212706
2015	Oktober	199917,2	9111,996	209029	197487
2015	Nopember	200496,5	2657,652	203154	216517
2015	Desember	201080,8	-6941,860	194139	186299
2016	Januari	201666,6	-3679,850	197987	153503
2016	Februari	202250,1	3673,444	205924	164317
2016	Maret	202834,3	1841,625	204676	202669
2016	April	203420,9	-1725,410	201696	188369
2016	Mei	204006,6	1968,080	205975	187545
2016	Juni	204587,8	3400,006	207988	150956
2016	Juli	205169,2	-3831,980	201337	217452
2016	Agustus	205759,2	-6433,040	199326	270496

Secara visual, plot hasil ramalan jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Bandar Udara Soekarno-Hatta menggunakan metode SSA dan data aktual ditampilkan pada Gambar 4.62.



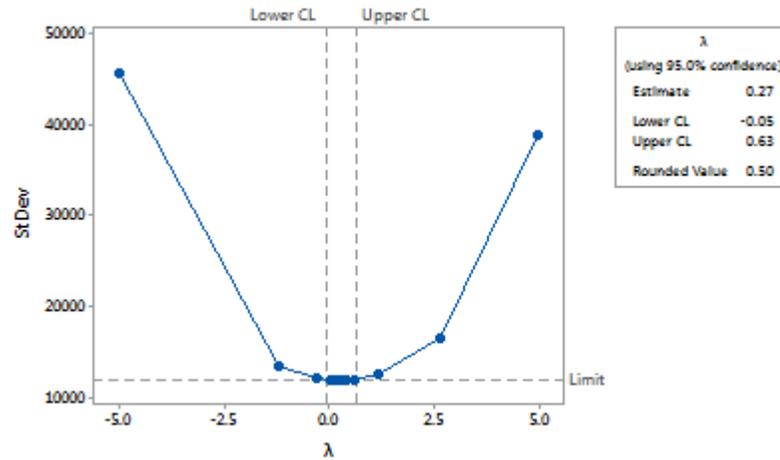
Gambar 4.62 Perbandingan Hasil Peramalan Menggunakan Metode SSA dengan Data Aktual pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Soekarno-Hatta

#### 4.10 Peramalan Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Soekarno-Hatta Menggunakan Metode ARIMA

Prosedur Box-Jenkins untuk mendapatkan model ARIMA terbaik pada kasus jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Bandar Udara Soekarno-Hatta terdiri dari empat tahap, yaitu identifikasi model, penaksiran parameter, pemeriksaan diagnostik, dan penerapan model untuk peramalan.

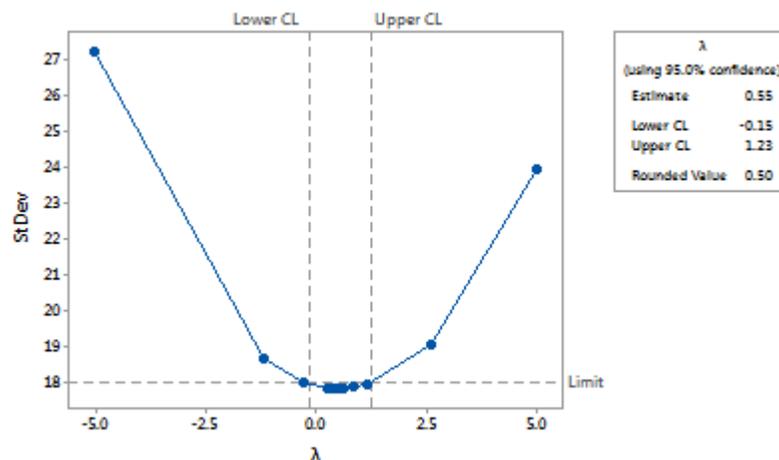
##### 4.10.1 Identifikasi Model

Langkah pertama yang dilakukan dalam pemodelan deret waktu pada tahap identifikasi adalah memeriksa kestasioneran data baik dalam varians maupun dalam rata-rata. Pemeriksaan kestasioneran data dalam varians dapat dilakukan dengan menggunakan Box-Cox plot. Gambar 4.63 berikut menampilkan Box-Cox plot dari data jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Bandar Udara Soekarno-Hatta pada periode Januari 1996 sampai Agustus 2015.



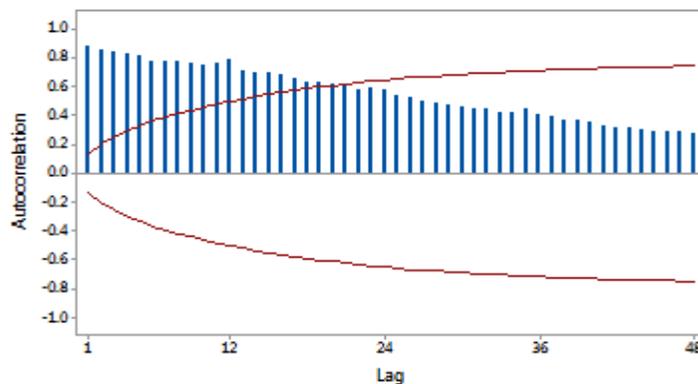
Gambar 4.63 Box-Cox Plot dari Data Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Soekarno-Hatta

Berdasarkan Gambar 4.63, diketahui bahwa nilai taksiran  $\lambda$  adalah 0,27. Nilai taksiran  $\lambda$  berada dalam batas interval kepercayaan 95% dengan batas bawah kepercayaan (*lower CL*) sebesar -0,05 dan batas atas kepercayaan (*upper CL*) sebesar 0,63. Data belum stasioner dalam varians karena interval kepercayaan tidak memuat nilai satu sehingga perlu dilakukan transformasi. Transformasi yang sesuai dengan untuk data ini adalah transformasi akar karena nilai taksiran  $\lambda$  mendekati 0,50.



Gambar 4.64 Box-Cox Plot dari Data Hasil Transformasi Akar pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Soekarno-Hatta

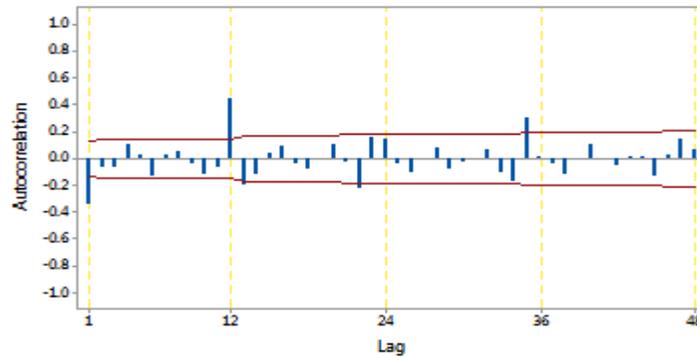
Berdasarkan Gambar 4.64, diketahui bahwa data sudah stasioner dalam varians karena interval kepercayaan dari nilai taksiran  $\lambda$  sudah memuat nilai satu. Langkah selanjutnya adalah memeriksa kestasioneran data dalam rata-rata. Pemeriksaan kestasioneran data dalam rata-rata dapat dilakukan dengan menggunakan diagram ACF. Pemeriksaan kestasioneran data dalam rata-rata dengan menggunakan diagram ACF dilakukan berdasarkan nilai autokorelasi pada semua *lag*. Jika nilai autokorelasi mendekati satu dan cenderung turun secara lambat maka data yang digunakan belum stasioner dalam rata-rata. Gambar 4.65 menampilkan diagram ACF dari data hasil transformasi pada kasus jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Bandar Udara Soekarno-Hatta.



Gambar 4.65 Diagram ACF dari Data Hasil Transformasi

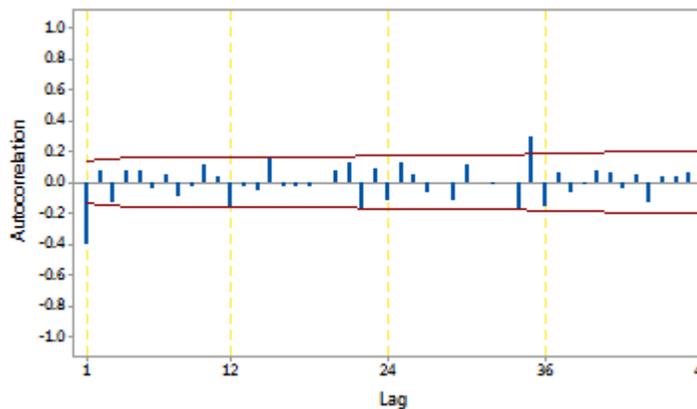
Berdasarkan Gambar 4.65, diketahui bahwa data belum stasioner dalam rata-rata karena nilai autokorelasinya mendekati satu dan cenderung turun secara lambat. Nilai autokorelasi pada suatu *lag* relatif tidak jauh berbeda dengan *lag* sebelumnya. Karena model deret waktu umumnya menggunakan asumsi stasioner baik dalam varians maupun rata-rata, diperlukan cara untuk menghilangkan ketidakstasioneran data dalam rata-rata sebelum melangkah lebih lanjut pada pembentukan model. Salah satu cara yang dapat digunakan untuk menstasionerkan data dalam rata-rata adalah dengan menggunakan operasi *differencing*. Karena nilai autokorelasi pada *lag* non-

musiman cenderung turun secara lambat, maka operasi *differencing* satu non-musiman ( $d = 1$ ) perlu dilakukan terhadap data hasil transformasi.

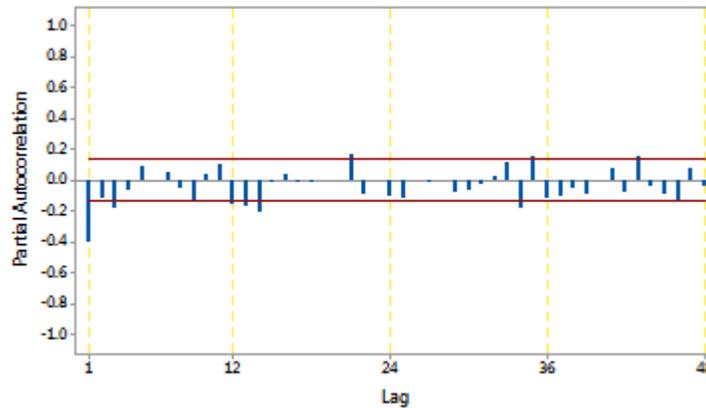


Gambar 4.66 Diagram ACF dari Data Hasil Transformasi dan *Differencing* Satu Non-musiman

Berdasarkan Gambar 4.66, diketahui bahwa data belum stasioner dalam rata-rata musiman 12 karena nilai autokorelasi pada *lag* musiman 12, 24, 36, dan 48 cenderung turun secara lambat. Dengan demikian, operasi *differencing* satu musiman 12 ( $D = 1$ ) perlu dilakukan terhadap data hasil operasi *differencing* satu non-musiman ( $d = 1$ ).



Gambar 4.67 Diagram ACF dari Data Hasil Transformasi, *Differencing* Satu Non-musiman, dan *Differencing* Satu Musiman 12



Gambar 4.68 Diagram PACF dari Data Hasil Transformasi, *Differencing* Satu Non-musiman, dan *Differencing* Satu Musiman 12

Setelah data hasil transformasi sudah stasioner baik dalam varians maupun dalam rata-rata, langkah selanjutnya adalah menentukan model ARIMA sementara berdasarkan *lag-lag* yang signifikan pada diagram ACF dan PACF. Berdasarkan Gambar 4.67, diketahui bahwa *lag* yang signifikan pada diagram ACF adalah *lag* 1, *lag* 12, *lag* 15, *lag* 22, dan *lag* 35. Berdasarkan Gambar 4.68, diketahui bahwa *lag* yang signifikan pada diagram PACF adalah *lag* 1, *lag* 3, *lag* 9, *lag* 12, *lag* 13, *lag* 14, *lag* 21, *lag* 34, *lag* 35, *lag* 43, dan *lag* 46. Berdasarkan hasil identifikasi dari *lag* yang signifikan pada diagram ACF dan PACF, maka model ARIMA terbaik pada kasus jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Bandar Udara Soekarno-Hatta, yaitu ARIMA (0,1,[1,35])(1,1,1)<sup>12</sup>.

#### 4.10.2 Penaksiran Parameter

Setelah diperoleh model ARIMA terbaik, langkah selanjutnya adalah melakukan penaksiran parameter dari model ARIMA (0,1,[1,35])(1,1,1)<sup>12</sup> untuk mendapatkan besaran koefisien model. Metode estimasi yang digunakan untuk menaksir parameter dari model ARIMA (0,1,[1,35])(1,1,1)<sup>12</sup> adalah *conditional least square*. Hasil estimasi parameter dari model ARIMA (0,1,[1,35])(1,1,1)<sup>12</sup> pada kasus jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Bandar Udara Soekarno-Hatta disajikan pada Tabel 4.39.

Tabel 4.39 Hasil Estimasi Parameter dari Model ARIMA (0,1,[1,35])(1,1,1)<sup>12</sup>

Model ARIMA	Parameter	Estimasi	Standard Error
(0,1,[1,35])(1,1,1) <sup>12</sup>	$\theta_1$	0,48567	0,05972
	$\theta_{35}$	-0,15353	0,06344
	$\Theta_1$	0,95079	0,03277
	$\Phi_1$	0,42289	0,07920

#### 4.10.3 Pemeriksaan Diagnostik

Pemeriksaan diagnostik dapat dibagi ke dalam dua bagian, yaitu uji signifikansi parameter dan uji kesesuaian model. Uji kesesuaian model meliputi uji asumsi *white noise* dan uji asumsi normalitas. Taraf signifikansi yang digunakan adalah  $\alpha = 0,05$ . Hasil pengujian signifikansi parameter dari model ARIMA (0,1,[1,35])(1,1,1)<sup>12</sup> disajikan pada Tabel 4.40.

Tabel 4.40 Hasil Pengujian Signifikansi Parameter dari Model ARIMA (0,1,[1,35])(1,1,1)<sup>12</sup>

Model ARIMA	Parameter	P-value	Kesimpulan
(0,1,[1,35])(1,1,1) <sup>12</sup>	$\theta_1$	<0,0001	Signifikan
	$\theta_{35}$	0,0163	
	$\Theta_1$	<0,0001	
	$\Phi_1$	<0,0001	

Berdasarkan Tabel 4.40, diketahui bahwa semua parameter pada model ARIMA (0,1,[1,35])(1,1,1)<sup>12</sup> signifikan secara statistik pada taraf signifikansi  $\alpha = 0,05$  karena nilai *p-value* dari masing-masing parameter pada model tersebut lebih kecil dari  $\alpha = 0,05$ . Langkah selanjutnya adalah melakukan pengujian asumsi *white noise* dan normalitas pada residual dari model ARIMA (0,1,[1,35])(1,1,1)<sup>12</sup>.

Tabel 4.41 Hasil Pengujian Asumsi *White Noise* dari Model ARIMA (0,1,[1,35])(1,1,1)<sup>12</sup>

Model ARIMA	Uji <i>White Noise</i>				Kesimpulan
	Lag	Chi-Square	DF	P-value	
(0,1,[1,35])(1,1,1) <sup>12</sup>	6	2,60	2	0,2724	<i>White noise</i>
	12	6,22	8	0,6229	
	18	14,93	14	0,3830	
	24	23,05	20	0,2862	
	30	29,35	26	0,2956	
	36	40,52	32	0,1434	
	42	48,34	38	0,1213	

Tabel 4.42 Hasil Pengujian Asumsi Normalitas dari Model ARIMA (0,1,[1,35])(1,1,1)<sup>12</sup>

Model ARIMA	Uji Normalitas		Kesimpulan	AIC
	Kolmogorov-Smirnov	P-value		
(0,1,[1,35])(1,1,1) <sup>12</sup>	0,04885	>0,1500	Normal	1997,02

Berdasarkan Tabel 4.41, diketahui bahwa residual dari model ARIMA (0,1,[1,35])(1,1,1)<sup>12</sup> sudah memenuhi asumsi *white noise* karena nilai *p-value* dari setiap *lag* pada model ARIMA (0,1,[1,35])(1,1,1)<sup>12</sup> untuk uji *Chi-Square* lebih besar dari  $\alpha = 0,05$ . Berdasarkan Tabel 4.42, residual dari model ARIMA (0,1,[1,35])(1,1,1)<sup>12</sup> berdistribusi normal karena nilai *p-value* dari model ARIMA (0,1,[1,35])(1,1,1)<sup>12</sup> untuk uji Kolmogorov-Smirnov lebih besar dari  $\alpha = 0,05$ . Nilai AIC yang diperoleh dari model ARIMA (0,1,[1,35])(1,1,1)<sup>12</sup> adalah 1997,02. Karena model ARIMA (0,1,[1,35])(1,1,1)<sup>12</sup> sudah memenuhi semua uji baik uji signifikansi parameter maupun uji kesesuaian model, model (0,1,[1,35])(1,1,1)<sup>12</sup> dapat digunakan untuk untuk peramalan data *in-sample* dan data *out-sample*. Secara matematis, model ARIMA (0,1,[1,35])(1,1,1)<sup>12</sup> untuk peramalan data *in-sample* dapat ditulis sebagai berikut:

$$Y_t^* = Y_{t-1}^* + Y_{t-12}^* - Y_{t-13}^* + 0,42Y_{t-12}^* - 0,42Y_{t-13}^* - 0,42Y_{t-24}^* + 0,42Y_{t-25}^* - 0,49a_{t-1} + 0,15a_{t-35} - 0,95a_{t-12} + 0,47a_{t-13} - 0,14a_{t-47} + a_t$$

untuk  $14 \leq t \leq 236$ . Model ARIMA  $(0,1,[1,35])(1,1,1)^{12}$  untuk peramalan data *out-sample* 12 bulan ke depan dapat ditulis sebagai berikut:

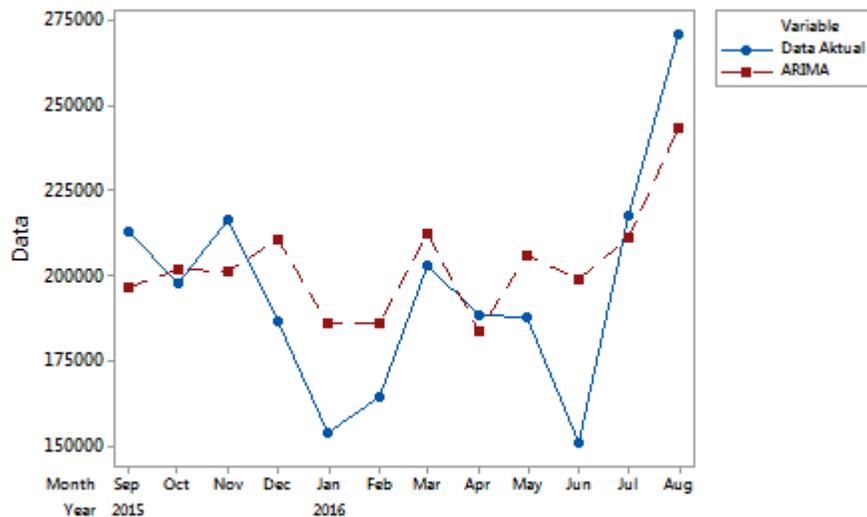
$$Y_t^* = Y_{t-1}^* + Y_{t-12}^* - Y_{t-13}^* + 0,42Y_{t-12}^* - 0,42Y_{t-13}^* - 0,42Y_{t-24}^* + 0,42Y_{t-25}^* - 0,49a_{t-1} + 0,15a_{t-35} - 0,95a_{t-12} + 0,47a_{t-13} - 0,14a_{t-47} + a_t$$

untuk  $237 \leq t \leq 248$ . Setelah model ARIMA yang digunakan untuk melakukan peramalan sudah dibentuk, langkah selanjutnya adalah melakukan peramalan pada data *in-sample* dan data *out-sample* berdasarkan model yang diperoleh. Akurasi hasil ramalan pada data *in-sample* dan data *out-sample* diukur dengan nilai MAPE. Semakin kecil nilai MAPE pada data *in-sample*, maka semakin baik model digunakan untuk peramalan. Semakin kecil nilai MAPE pada data *out-sample*, maka semakin akurat hasil ramalan yang diperoleh dari suatu model. Nilai MAPE yang diperoleh dari hasil ramalan pada data *in-sample* adalah 9,99%. Sedangkan nilai MAPE yang diperoleh dari hasil ramalan pada data *out-sample* adalah 10,50%. Hal ini menunjukkan bahwa akurasi hasil ramalan yang diperoleh pada data *in-sample* lebih baik jika dibandingkan dengan akurasi ramalan yang diperoleh pada data *out-sample*. Hasil peramalan data *out-sample* untuk 12 bulan ke depan menggunakan model  $(0,1,[1,35])(1,1,1)^{12}$  disajikan pada Tabel 4.43.

Tabel 4.43 Hasil Peramalan Data *Out-Sample* menggunakan model  $(0,1,[1,35])(1,1,1)^{12}$

Tahun	Bulan	Ramalan data <i>Out-Sample</i>	Data Aktual
2015	September	196584	212706
2015	Oktober	201552	197487
2015	Nopember	200933	216517
2015	Desember	210279	186299
2016	Januari	186131	153503
2016	Februari	186095	164317
2016	Maret	211948	202669
2016	April	183512	188369
2016	Mei	205742	187545
2016	Juni	198957	150956
2016	Juli	210957	217452
2016	Agustus	242997	270496

Secara visual, perbandingan hasil peramalan data *out-sample* menggunakan model ARIMA  $(0,1,[1,35])(1,1,1)^{12}$  dan data aktual dapat dilihat pada Gambar 4.69.



Gambar 4.69 Perbandingan Hasil Peramalan Menggunakan Model ARIMA  $(0,1,[1,35])(1,1,1)^{12}$  dengan Data Aktual pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Soekarno-Hatta

#### 4.11 Peramalan Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Juanda Menggunakan Metode SSA

Di dalam metode SSA, terdapat dua tahap yang digunakan untuk memisahkan komponen *trend*, komponen *seasonality*, dan komponen *noise* dari deret waktu awal, yaitu tahap dekomposisi dan tahap rekonstruksi.

##### 4.11.1 Tahap Dekomposisi

Pada tahap dekomposisi, langkah pertama yang harus dilakukan adalah *embedding*. Definisikan suatu deret waktu bernilai *real* yang memuat jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Bandar Udara Juanda untuk periode Januari 1996 sampai Agustus 2015, yaitu  $F = (8484, 12158, \dots, 18311)$  dengan panjang  $N = 236$ . *Window length*  $L$  adalah parameter tunggal dalam tahap dekomposisi. Pada kasus jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Bandar Udara Juanda, nilai

parameter *window length* ( $L$ ) yang diambil adalah  $L = 108$ . Dengan demikian matriks lintasan  $\mathbf{X}$  yang dibangun dari deret  $F$  dapat digambarkan sebagai berikut:

$$\mathbf{X} = [\mathbf{X}_1 : \dots : \mathbf{X}_{129}] = (x_{ij})_{i,j=1}^{108,129} = \begin{pmatrix} 8484 & 12158 & 10035 & \dots & 6259 \\ 12158 & 10035 & 10390 & \dots & 4762 \\ 10035 & 10390 & 10252 & \dots & 8021 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 6864 & 5828 & 5762 & \dots & 18311 \end{pmatrix}.$$

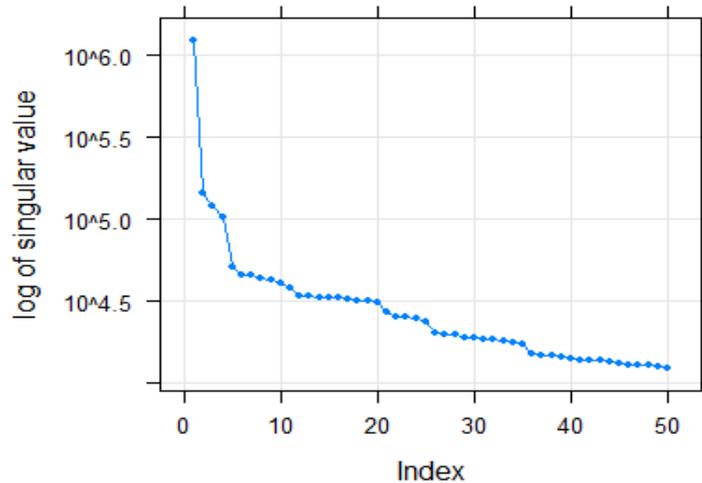
Langkah selanjutnya dalam tahap dekomposisi adalah *singular value decomposition* (SVD). Pada langkah SVD, matriks lintasan  $\mathbf{X}$  didekomposisi menjadi 50 *eigen triple*, yang terdiri dari 50 nilai eigen, 50 vektor eigen, dan 0 vektor faktor.

#### 4.11.2 Tahap Rekonstruksi

Pada tahap rekonstruksi, terdapat dua langkah yang digunakan untuk mendapatkan komponen *trend*, komponen *seasonality*, dan komponen *noise* dari *eigen triple* yang dihasilkan pada tahap dekomposisi, yaitu pengelompokan dan *diagonal averaging*.

##### 4.11.2.1 Pengelompokan Komponen *Noise*

Langkah awal dalam tahap rekonstruksi adalah melakukan pengelompokan terhadap *eigen triple* yang berhubungan dengan *trend*, *seasonality*, dan *noise*. *Effect grouping* ( $r$ ) adalah parameter yang digunakan pada tahap pengelompokan. *Effect grouping* ( $r$ ) digunakan untuk membatasi jumlah *eigen triple* yang akan digunakan untuk mengidentifikasi komponen *trend* dan *seasonality*. Nilai parameter *effect grouping* ( $r$ ) ditentukan berdasarkan jumlah *eigen triple* yang tidak mencerminkan *noise* pada plot dari nilai *singular*. Pada plot dari nilai *singular*, urutan nilai *singular* yang menurun secara lambat mencerminkan komponen *noise*.

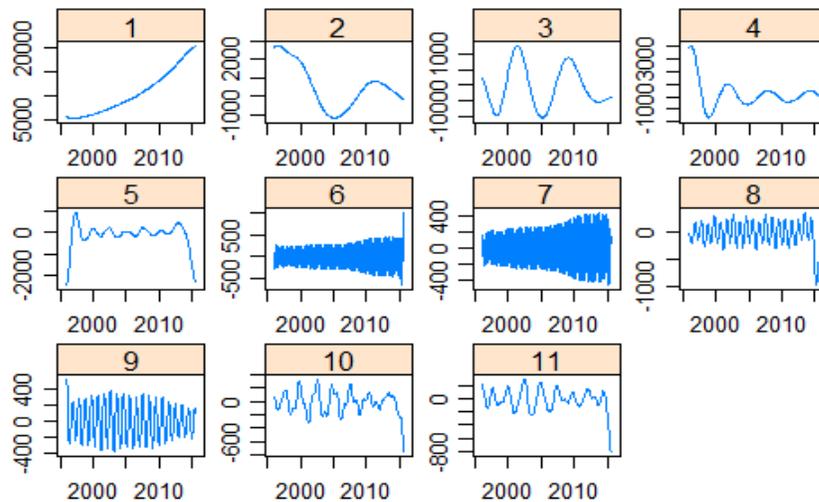


Gambar 4.70 Plot dari 50 Nilai *Singular*

Berdasarkan Gambar 4.70, diketahui bahwa nilai *singular* mulai menurun secara lambat pada *eigen triple* 12 sampai *eigen triple* 50 sehingga *eigen triple* 12 sampai *eigen triple* 50 diidentifikasi sebagai komponen *noise*. Dengan demikian nilai parameter *effect grouping* ( $r$ ) adalah  $r=11$  karena jumlah *eigen triple* yang tidak mencerminkan *noise* pada plot dari nilai singular adalah 11. Meskipun *eigen triple* yang mencerminkan *noise* sudah diidentifikasi, namun ada kemungkinan jumlah *eigen triple* yang mencerminkan *noise* bisa bertambah. Sisa *eigen triple* yang tidak berhubungan dengan *trend* dan *seasonality* dari 11 *eigen triple* pertama akan dikelompokkan ke dalam kelompok *noise*.

#### 4.11.2.2 Pengelompokan Komponen *Trend* dan Komponen *Seasonality*

Sesudah komponen *noise* berhasil dikelompokkan, langkah selanjutnya adalah melakukan pengelompokan terhadap *eigen triple* yang berhubungan dengan *trend* dan *seasonality*. Jumlah *eigen triple* yang digunakan untuk mengidentifikasi komponen *trend* dan komponen *seasonality* adalah 11 *eigen triple*. 11 *eigen triple* yang digunakan untuk mengidentifikasi komponen *trend* dan komponen *seasonality* terdiri dari *eigen triple* 1, *eigen triple* 2, *eigen triple* 3, ..., *eigen triple* 11. Plot dari deret yang direkonstruksi dapat digunakan untuk mengidentifikasi *eigen triple* yang berhubungan dengan *trend* dan *seasonality*.



Gambar 4.71 Plot dari Deret yang Direkonstruksi

*Trend* adalah suatu komponen yang bervariasi secara lambat dari suatu deret waktu yang tidak mengandung komponen *oscillatory*. Semua komponen yang bervariasi secara lambat pada plot dari deret yang direkonstruksi diidentifikasi sebagai komponen *trend*. Berdasarkan Gambar 4.71, diketahui bahwa deret yang direkonstruksi oleh *eigen triple* 1, *eigen triple* 2, *eigen triple* 3, *eigen triple* 4, dan *eigen triple* 5 memuat komponen yang bervariasi secara lambat, sehingga kelima *eigen triple* tersebut dikelompokkan ke dalam kelompok *trend*.

Sesudah *eigen triple* yang berhubungan dengan *trend* berhasil dikelompokkan, langkah selanjutnya adalah melakukan pengelompokan terhadap *eigen triple* yang berhubungan dengan *seasonality*. Pengelompokan terhadap *eigen triple* yang berhubungan dengan *seasonality* dilakukan berdasarkan kemiripan nilai *singular* dari dua *eigen triple* yang berurutan. Pada plot dari deret yang direkonstruksi, kemiripan nilai *singular* mengakibatkan deret yang direkonstruksi oleh suatu *eigen triple* memiliki pola musiman yang sama dan periode musiman yang sama dengan deret yang direkonstruksi oleh *eigen triple* yang lainnya. Menurut Golyandina *et al.* (2013), dua *eigen triple* yang memiliki kemiripan nilai *singular* dapat dikelompokkan ke dalam kelompok *seasonality* jika periode musiman dari deret yang direkonstruksi oleh kedua *eigen triple* tersebut adalah 12 bulan, 6 bulan, 4 bulan, 3 bulan, 2,4 bulan, dan 2 bulan.

Metode *pairs* dapat digunakan untuk mencari periode musiman dari deret yang direkonstruksi oleh kedua *eigen triple* yang memiliki kemiripan nilai *singular*.

Berdasarkan Gambar 4.71, diketahui bahwa *eigen triple* 6 memiliki kemiripan nilai *singular* dengan *eigen triple* 7 karena deret yang direkonstruksi oleh *eigen triple* 6 memiliki pola musiman yang sama dengan deret yang direkonstruksi oleh *eigen triple* 7. Deret yang direkonstruksi oleh *eigen triple* 6 memiliki periode musiman yang sama dengan deret yang direkonstruksi oleh *eigen triple* 7, yaitu 4 bulan. Dengan demikian *eigen triple* 6 dan *eigen triple* 7 dikelompokkan ke dalam kelompok *seasonality*. Berdasarkan Gambar 4.71, diketahui bahwa *eigen triple* 8 memiliki kemiripan nilai *singular* dengan *eigen triple* 9 karena deret yang direkonstruksi oleh *eigen triple* 8 memiliki pola musiman yang sama dengan deret yang direkonstruksi oleh *eigen triple* 9. Deret yang direkonstruksi oleh *eigen triple* 8 memiliki periode musiman yang sama dengan deret yang direkonstruksi oleh *eigen triple* 9, yaitu 13 bulan. Meskipun *eigen triple* 8 memiliki kemiripan nilai *singular* dengan *eigen triple* 9, namun kedua *eigen triple* tersebut tidak dapat dikelompokkan ke dalam kelompok *seasonality* karena periode musiman dari deret yang direkonstruksi oleh kedua *eigen triple* tersebut tidak dapat diinterpretasikan untuk data bulanan.

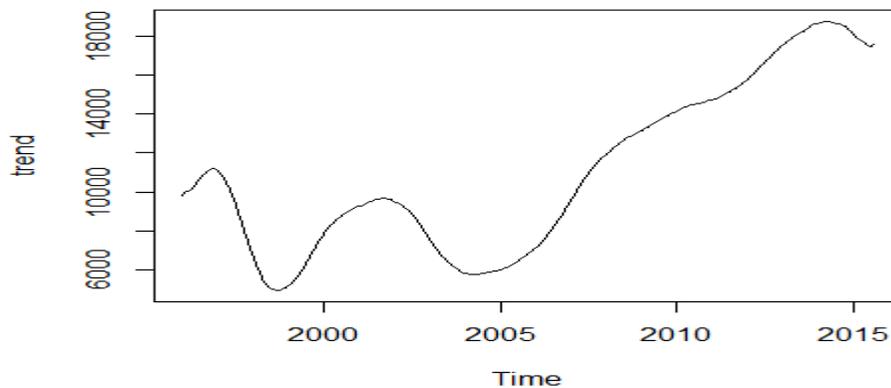
Dengan demikian sisa *eigen triple* yang tidak berhubungan dengan *trend* dan *seasonality* dari 11 *eigen triple* pertama akan dikelompokkan ke dalam kelompok *noise*. Sisa *eigen triple* yang tidak berhubungan dengan *trend* dan *seasonality* dari 11 *eigen triple* pertama terdiri dari *eigen triple* 8, *eigen triple* 9, *eigen triple* 10, dan *eigen triple* 11. Tabel 4.44 menyajikan secara lengkap 50 *eigen triple* dan komponen yang terkait.

Tabel 4.44 *Eigen triple* dan Komponen yang Terkait

Jenis Komponen	<i>Eigen triple</i>
<i>Seasonality</i>	6, 7
<i>Trend</i>	1, 2, 3, 4, 5
<i>Noise</i>	8, 9, 10, 11, 12, ..., 50

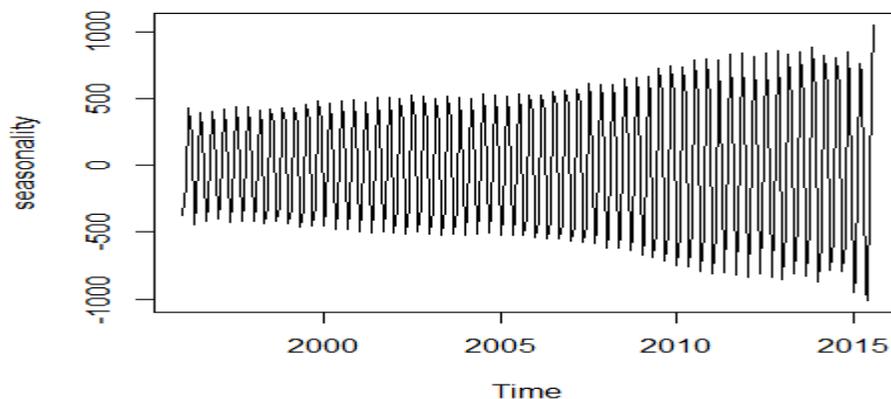
#### 4.10.2.3 Diagonal Averaging

Pada langkah terakhir dalam tahap rekonstruksi, yaitu *diagonal averaging*, masing-masing komponen dapat direkonstruksi dengan menggunakan masing-masing *eigen triple* yang terkait. Pada langkah *diagonal averaging*, komponen *trend* direkonstruksi oleh *eigen triple* 1, *eigen triple* 2, *eigen triple* 3, *eigen triple* 4, dan *eigen triple* 5. Gambar 4.72 menampilkan hasil dari komponen *trend* yang direkonstruksi oleh kelima *eigen triple* tersebut.



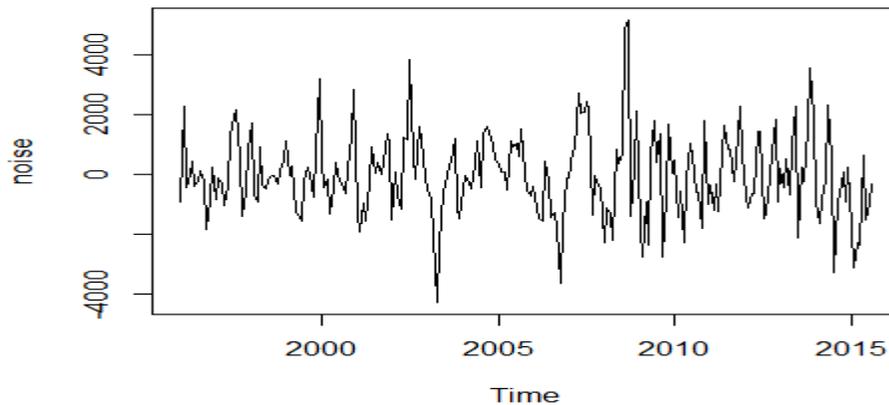
Gambar 4.72 *Trend* yang Direkonstruksi

Pada langkah *diagonal averaging*, komponen *seasonality* direkonstruksi oleh *eigen triple* 6 dan *eigen triple* 7. Gambar 4.73 menampilkan hasil dari komponen *seasonality* yang direkonstruksi oleh kedua *eigen triple* tersebut.



Gambar 4.73 *Seasonality* yang Direkonstruksi

Pada langkah *diagonal averaging*, komponen *noise* direkonstruksi oleh *eigen triple* 8, *eigen triple* 9, *eigen triple* 10, *eigen triple* 11, *eigen triple* 12, ..., *eigen triple* 50. Gambar 4.74 menampilkan hasil dari komponen *noise* yang direkonstruksi.



Gambar 4.74 *Noise* yang Direkonstruksi

### 4.11.3 Peramalan

Ketika komponen *trend*, *seasonality*, dan *noise* berhasil dipisahkan, langkah selanjutnya adalah melakukan peramalan pada masing-masing komponen kecuali komponen *noise*. Jenis peramalan yang digunakan untuk meramalkan komponen *trend* dan komponen *seasonality* adalah peramalan berulang SSA. Nilai ramalan yang dihasilkan oleh model SSA dari masing-masing komponen terdiri dari nilai ramalan untuk data *in-sample* dan nilai ramalan untuk data *out-sample*. Secara matematis, model SSA yang digunakan untuk meramalkan komponen *trend* dapat ditulis sebagai berikut:

#### 1. Data *in-sample*

a. SSA menghasilkan *trend* yang direkonstruksi, yaitu  $y_0^T, y_1^T, \dots, y_{235}^T$ .

b.  $y_i^T = y_i^T$ ,

untuk  $i = 0, 1, 2, \dots, 106$ .

c.  $y_i^T = 0,08485y_{i-1}^T + 0,082533y_{i-2}^T + \dots + 0,037337y_{i-107}^T$ ,

untuk  $i = 107, 108, 109, \dots, 235$ .

## 2. Data *out-sample*

a. SSA menghasilkan *trend* yang direkonstruksi, yaitu  $y_0^T, y_1^T, \dots, y_{235}^T$ .

b.  $y_{236}^T = 0,08485 y_{235}^T + 0,082533 y_{234}^T + \dots + 0,037337 y_{129}^T$

$$y_{237}^T = 0,08485 y_{236}^T + 0,082533 y_{235}^T + \dots + 0,037337 y_{130}^T$$

$$y_{238}^T = 0,08485 y_{237}^T + 0,082533 y_{236}^T + \dots + 0,037337 y_{131}^T$$

$$y_{239}^T = 0,08485 y_{238}^T + 0,082533 y_{237}^T + \dots + 0,037337 y_{132}^T$$

$$y_{240}^T = 0,08485 y_{239}^T + 0,082533 y_{238}^T + \dots + 0,037337 y_{133}^T$$

$$y_{241}^T = 0,08485 y_{240}^T + 0,082533 y_{239}^T + \dots + 0,037337 y_{134}^T$$

$$y_{242}^T = 0,08485 y_{241}^T + 0,082533 y_{240}^T + \dots + 0,037337 y_{135}^T$$

$$y_{243}^T = 0,08485 y_{242}^T + 0,082533 y_{241}^T + \dots + 0,037337 y_{136}^T$$

$$y_{244}^T = 0,08485 y_{243}^T + 0,082533 y_{242}^T + \dots + 0,037337 y_{137}^T$$

$$y_{245}^T = 0,08485 y_{244}^T + 0,082533 y_{243}^T + \dots + 0,037337 y_{138}^T$$

$$y_{246}^T = 0,08485 y_{245}^T + 0,082533 y_{244}^T + \dots + 0,037337 y_{139}^T$$

$$y_{247}^T = 0,08485 y_{246}^T + 0,082533 y_{245}^T + \dots + 0,037337 y_{140}^T$$

Secara matematis, model SSA yang digunakan untuk meramalkan komponen *seasonal* dapat ditulis sebagai berikut:

### 1. Data *in-sample*

a. SSA menghasilkan *seasonal* yang direkonstruksi, yaitu  $y_0^S, y_1^S, y_2^S, \dots, y_{235}^S$ .

b.  $y_i^S = y_i^S$ ,

untuk  $i = 0, 1, 2, \dots, 106$ .

c.  $y_i^S = 0,008869 y_{i-1}^S - 0,02072 y_{i-2}^S + \dots - 0,00416 y_{i-107}^S$ ,

untuk  $i = 107, 108, 109, \dots, 235$ .

### 2. Data *out-sample*

a. SSA menghasilkan *seasonal* yang direkonstruksi, yaitu  $y_0^S, y_1^S, y_2^S, \dots, y_{235}^S$ .

$$\begin{aligned}
\text{b. } y_{236}^s &= 0,008869 y_{235}^s - 0,02072 y_{234}^s + \dots - 0,00416 y_{129}^s \\
y_{237}^s &= 0,008869 y_{236}^s - 0,02072 y_{235}^s + \dots - 0,00416 y_{130}^s \\
y_{238}^s &= 0,008869 y_{237}^s - 0,02072 y_{236}^s + \dots - 0,00416 y_{131}^s \\
y_{239}^s &= 0,008869 y_{238}^s - 0,02072 y_{237}^s + \dots - 0,00416 y_{132}^s \\
y_{240}^s &= 0,008869 y_{239}^s - 0,02072 y_{238}^s + \dots - 0,00416 y_{133}^s \\
y_{241}^s &= 0,008869 y_{240}^s - 0,02072 y_{239}^s + \dots - 0,00416 y_{134}^s \\
y_{242}^s &= 0,008869 y_{241}^s - 0,02072 y_{240}^s + \dots - 0,00416 y_{135}^s \\
y_{243}^s &= 0,008869 y_{242}^s - 0,02072 y_{241}^s + \dots - 0,00416 y_{136}^s \\
y_{244}^s &= 0,008869 y_{243}^s - 0,02072 y_{242}^s + \dots - 0,00416 y_{137}^s \\
y_{245}^s &= 0,008869 y_{244}^s - 0,02072 y_{243}^s + \dots - 0,00416 y_{138}^s \\
y_{246}^s &= 0,008869 y_{245}^s - 0,02072 y_{244}^s + \dots - 0,00416 y_{139}^s \\
y_{247}^s &= 0,008869 y_{246}^s - 0,02072 y_{245}^s + \dots - 0,00416 y_{140}^s
\end{aligned}$$

Nilai ramalan untuk data *in-sample* secara keseluruhan diperoleh dari hasil penjumlahan nilai ramalan untuk data *in-sample* dari komponen *trend* terhadap nilai ramalan untuk data *in-sample* dari komponen *seasonality*. Sedangkan nilai ramalan untuk data *out-sample* secara keseluruhan diperoleh dari hasil penjumlahan nilai ramalan untuk data *out-sample* dari komponen *trend* terhadap nilai ramalan untuk data *out-sample* dari komponen *seasonality*. Secara matematis, model SSA yang digunakan untuk mendapatkan nilai ramalan untuk data *in-sample* dan data *out-sample* secara keseluruhan dapat ditulis sebagai berikut:

1. Data *in-sample*

$$y_i = y_i^T + y_i^s,$$

untuk  $i = 0, 1, 2, \dots, 235$ .

2. Data *out-sample*

$$y_i = y_i^T + y_i^s,$$

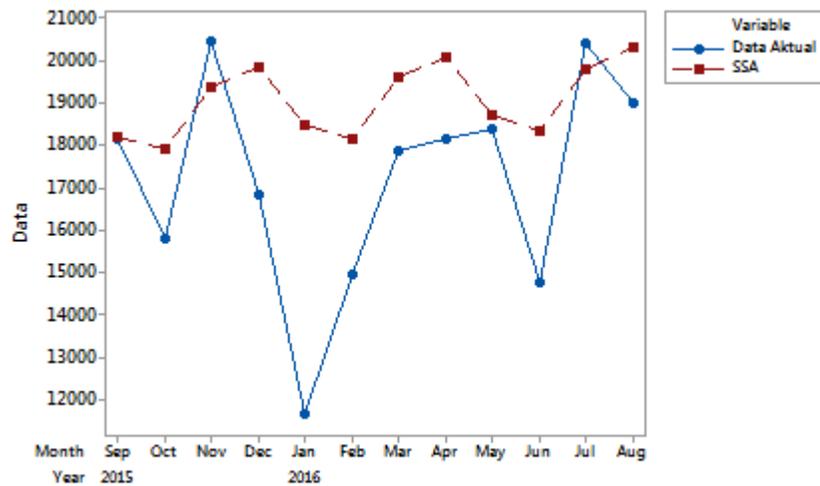
untuk  $i = 236, 237, 238, \dots, 247$ .

Setelah model SSA yang digunakan untuk melakukan peramalan sudah dibentuk, langkah selanjutnya adalah melakukan peramalan pada data *in-sample* dan data *out-sample* berdasarkan model yang diperoleh. Akurasi hasil ramalan pada data *in-sample* dan data *out-sample* diukur dengan nilai MAPE. Semakin kecil nilai MAPE pada data *in-sample*, maka semakin baik model digunakan untuk peramalan. Semakin kecil nilai MAPE pada data *out-sample*, maka semakin akurat hasil ramalan yang diperoleh dari suatu model. Nilai MAPE yang diperoleh dari hasil ramalan pada data *in-sample* adalah 11,46%. Sedangkan nilai MAPE yang diperoleh dari hasil ramalan pada data *out-sample* untuk 12 bulan ke depan adalah 14,34%. Hal ini menunjukkan bahwa akurasi hasil ramalan yang diperoleh pada data *in-sample* lebih baik jika dibandingkan dengan akurasi ramalan yang diperoleh pada data *out-sample*. Tabel 4.45 menyajikan hasil peramalan berulang SSA untuk data *out-sample* dari komponen *trend* dan komponen *seasonality* untuk 12 bulan ke depan.

Tabel 4.45 Hasil Peramalan Berulang SSA untuk Komponen *Trend* dan *Seasonality*

Tahun	Bulan	<i>Trend</i>	<i>Seasonality</i>	Ramalan Data <i>Out-Sample</i>	Data Aktual
2015	September	18738,65	-510,263	18228	18167
2015	Oktober	18802,39	-896,972	17905	15798
2015	Nopember	18868,31	507,232	19376	20449
2015	Desember	18930,98	903,172	19834	16863
2016	Januari	18991,39	-503,130	18488	11674
2016	Februari	19052,33	-911,255	18141	14955
2016	Maret	19112,52	495,080	19608	17894
2016	April	19166,69	914,606	20081	18186
2016	Mei	19214,80	-491,607	18723	18386
2016	Juni	19263,83	-922,351	18342	14755
2016	Juli	19318,11	485,297	19803	20424
2016	Agustus	19378,77	931,460	20310	19029

Secara visual, plot hasil ramalan jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Bandar Udara Ngurah Rai menggunakan metode SSA dan data aktual ditampilkan pada Gambar 4.75.



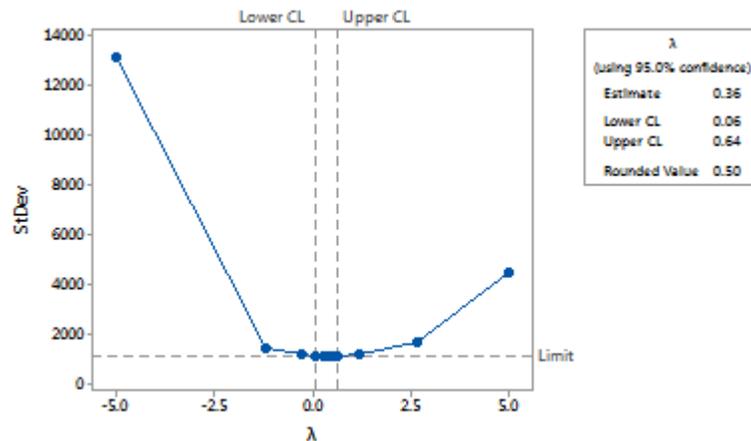
Gambar 4.75 Perbandingan Hasil Peramalan Menggunakan Metode SSA dengan Data Aktual pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Juanda

#### 4.12 Peramalan Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Juanda Menggunakan Metode ARIMA

Prosedur Box-Jenkins untuk mendapatkan model ARIMA terbaik pada kasus jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Bandar Udara Juanda terdiri dari empat tahap, yaitu identifikasi model, penaksiran parameter, pemeriksaan diagnostik, dan penerapan model untuk peramalan.

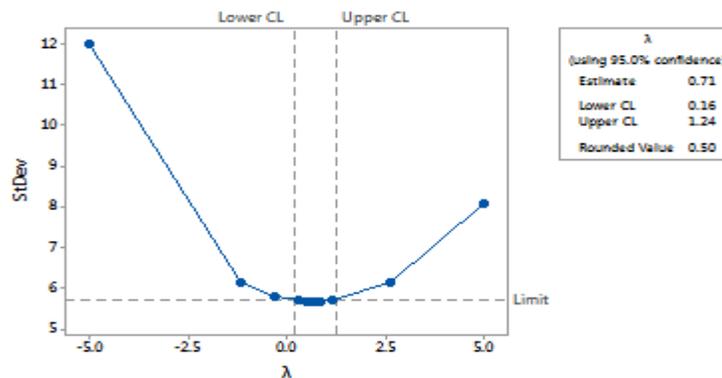
##### 4.12.1 Identifikasi Model

Langkah pertama yang dilakukan dalam pemodelan deret waktu pada tahap identifikasi adalah memeriksa kestasioneran data baik dalam varians maupun dalam rata-rata. Pemeriksaan kestasioneran data dalam varians dapat dilakukan dengan menggunakan Box-Cox plot. Gambar 4.76 berikut menampilkan Box-Cox plot dari data jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Bandar Udara Juanda pada periode Januari 1996 sampai Agustus 2015.



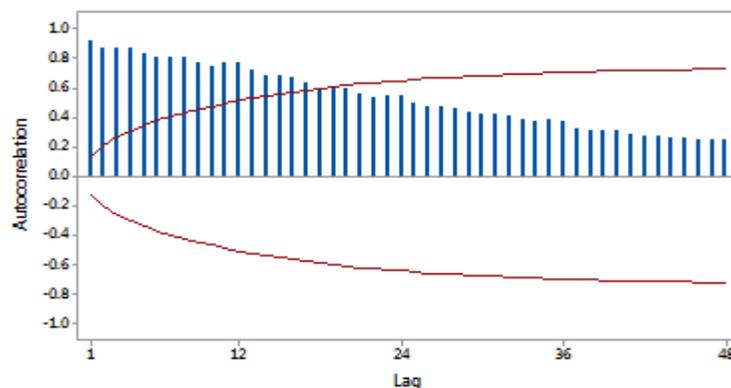
Gambar 4.76 Box-Cox Plot dari Data Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Juanda

Berdasarkan Gambar 4.76, diketahui bahwa nilai taksiran  $\lambda$  adalah 0,36. Nilai taksiran  $\lambda$  berada dalam batas interval kepercayaan 95% dengan batas bawah kepercayaan (*lower CL*) sebesar 0,06 dan batas atas kepercayaan (*upper CL*) sebesar 0,64. Data belum stasioner dalam varians karena interval kepercayaan dari nilai taksiran  $\lambda$  tidak memuat nilai satu sehingga perlu dilakukan transformasi. Transformasi yang sesuai dengan untuk data ini adalah transformasi akar karena nilai taksiran  $\lambda$  mendekati 0,50. Gambar 4.77 menunjukkan Box-Cox plot dari hasil transformasi akar pada data jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Bandar Udara Juanda.



Gambar 4.77 Box-Cox Plot dari Data Hasil Transformasi Akar pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Juanda

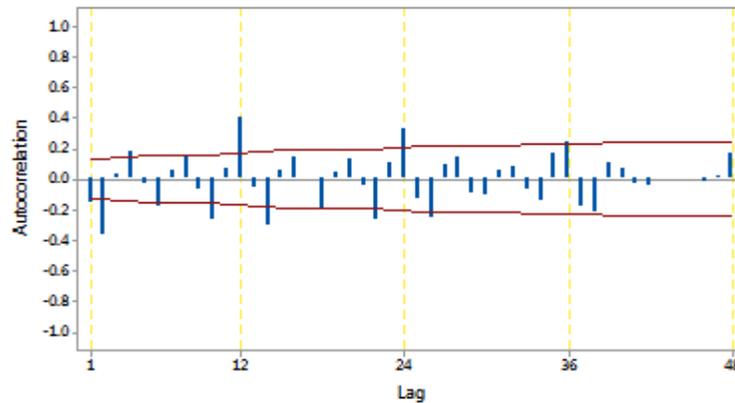
Berdasarkan Gambar 4.77, diketahui bahwa data sudah stasioner dalam varians karena interval kepercayaan dari nilai taksiran  $\lambda$  sudah memuat nilai satu. Langkah selanjutnya adalah memeriksa kestasioneran data dalam rata-rata. Pemeriksaan kestasioneran data dalam rata-rata dapat dilakukan dengan menggunakan diagram ACF. Pemeriksaan kestasioneran data dalam rata-rata dengan menggunakan diagram ACF dilakukan berdasarkan nilai autokorelasi pada semua *lag*. Jika nilai autokorelasi mendekati satu dan cenderung turun secara lambat maka data yang digunakan belum stasioner dalam rata-rata. Gambar 4.78 menampilkan diagram ACF dari data hasil transformasi pada kasus jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Bandar Udara Juanda.



Gambar 4.78 Diagram ACF dari Data Hasil Transformasi

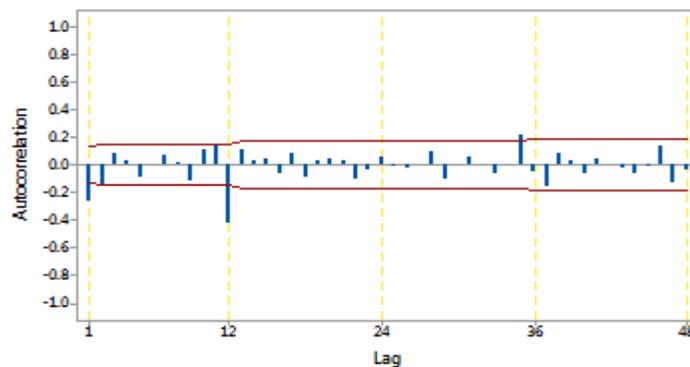
Berdasarkan Gambar 4.78, diketahui bahwa data belum stasioner dalam rata-rata karena nilai autokorelasinya mendekati satu dan cenderung turun secara lambat. Nilai autokorelasi pada suatu *lag* relatif tidak jauh berbeda dengan *lag* sebelumnya. Karena model deret waktu umumnya menggunakan asumsi stasioner baik dalam varians maupun rata-rata, diperlukan cara untuk menghilangkan ketidakstasioneran data dalam rata-rata sebelum melangkah lebih lanjut pada pembentukan model. Salah satu cara yang dapat digunakan untuk menstasionerkan data dalam rata-rata adalah dengan menggunakan operasi *differencing*. Karena nilai autokorelasi pada *lag* non-

musiman cenderung turun secara lambat, maka operasi *differencing* satu non-musiman ( $d = 1$ ) perlu dilakukan terhadap data hasil transformasi.

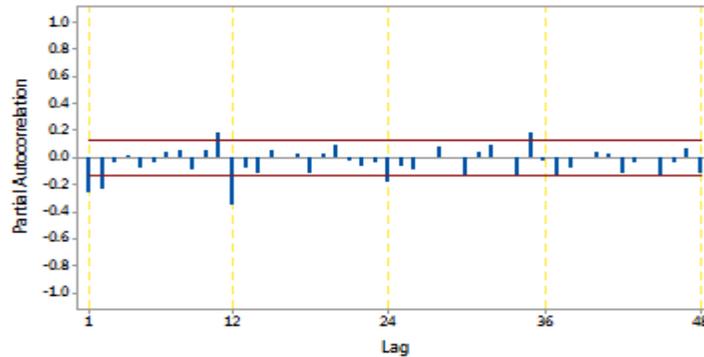


Gambar 4.79 Diagram ACF dari Data Hasil Transformasi dan *Differencing* Satu Non-musiman

Berdasarkan Gambar 4.79, diketahui bahwa data belum stasioner dalam rata-rata musiman 12 karena nilai autokorelasi pada *lag* musiman 12, 24, 36, dan 48 cenderung turun secara lambat. Dengan demikian, operasi *differencing* satu musiman 12 ( $D = 1$ ) perlu dilakukan terhadap data hasil operasi *differencing* satu non-musiman ( $d = 1$ ).



Gambar 4.80 Diagram ACF dari Data Hasil Transformasi, *Differencing* Satu Non-musiman, dan *Differencing* Satu Musiman 12



Gambar 4.81 Diagram PACF dari Data Hasil Transformasi, *Differencing* Satu Non-musiman, dan *Differencing* Satu Musiman 12

Setelah data hasil transformasi sudah stasioner baik dalam varians maupun dalam rata-rata, langkah selanjutnya adalah menentukan model ARIMA sementara berdasarkan *lag-lag* yang signifikan pada diagram ACF dan PACF. Berdasarkan Gambar 4.80, diketahui bahwa *lag* yang signifikan pada diagram ACF adalah *lag* 1, *lag* 12, dan *lag* 35. Berdasarkan Gambar 4.81, diketahui bahwa *lag* yang signifikan pada diagram PACF adalah *lag* 1, *lag* 2, *lag* 11, *lag* 12, *lag* 24, dan *lag* 35. Berdasarkan hasil identifikasi dari *lag* yang signifikan pada diagram ACF dan PACF, maka model ARIMA terbaik pada kasus jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Bandar Udara Juanda, yaitu ARIMA  $([1,2,35],1,0)(0,1,1)^{12}$ .

#### 4.12.2 Penaksiran Parameter

Setelah diperoleh model ARIMA terbaik, langkah selanjutnya adalah melakukan penaksiran parameter dari model ARIMA  $([1,2,35],1,0)(0,1,1)^{12}$  untuk mendapatkan besaran koefisien model. Metode estimasi yang digunakan untuk menaksir parameter dari model ARIMA  $([1,2,35],1,0)(0,1,1)^{12}$  adalah *conditional least square*. Hasil estimasi parameter dari model ARIMA  $([1,2,35],1,0)(0,1,1)^{12}$  pada kasus jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Bandar Udara Juanda disajikan pada Tabel 4.46.

Tabel 4.46 Hasil Estimasi Parameter dari Model ARIMA  $([1,2,35],1,0)(0,1,1)^{12}$

Model ARIMA	Parameter	Estimasi	Standard Error
$([1,2,35],1,0)(0,1,1)^{12}$	$\phi_1$	-0,30911	0,06388
	$\phi_2$	-0,21630	0,06446
	$\phi_{35}$	0,25730	0,06538
	$\Theta_1$	0,69080	0,05055

#### 4.12.3 Pemeriksaan Diagnostik

Pemeriksaan diagnostik dapat dibagi ke dalam dua bagian, yaitu uji signifikansi parameter dan uji kesesuaian model. Uji kesesuaian model meliputi uji asumsi *white noise* dan uji asumsi normalitas. Taraf signifikansi yang digunakan adalah  $\alpha = 0,05$ . Hasil pengujian signifikansi parameter dari model ARIMA  $([1,2,35],1,0)(0,1,1)^{12}$  disajikan pada Tabel 4.47.

Tabel 4.47 Hasil Pengujian Signifikansi Parameter dari Model ARIMA  $([1,2,35],1,0)(0,1,1)^{12}$

Model ARIMA	Parameter	<i>P-value</i>	Kesimpulan
$([1,2,35],1,0)(0,1,1)^{12}$	$\phi_1$	<0,0001	Signifikan
	$\phi_2$	0,0009	
	$\phi_{35}$	0,0001	
	$\Theta_1$	<0,0001	

Berdasarkan Tabel 4.47, diketahui bahwa semua parameter pada model ARIMA  $([1,2,35],1,0)(0,1,1)^{12}$  signifikan secara statistik pada taraf signifikansi  $\alpha = 0,05$  karena nilai *p-value* dari masing-masing parameter pada model tersebut lebih kecil dari  $\alpha = 0,05$ . Langkah selanjutnya adalah melakukan pengujian asumsi *white noise* dan normalitas pada residual dari model ARIMA  $([1,2,35],1,0)(0,1,1)^{12}$ . Uji *Chi-Square* adalah uji yang digunakan untuk mengetahui apakah residual dari model ARIMA  $([1,2,35],1,0)(0,1,1)^{12}$  sudah memenuhi asumsi *white noise*. Uji Kolmogorov-Smirnov digunakan untuk mengetahui apakah residual dari model ARIMA  $([1,2,35],1,0)(0,1,1)^{12}$  berdistribusi normal.

Tabel 4.48 Hasil Pengujian Asumsi *White Noise* dari Model ARIMA  $([1,2,35],1,0)(0,1,1)^{12}$

Model ARIMA	Uji <i>White Noise</i>				Kesimpulan
	Lag	Chi-Square	DF	P-value	
$([1,2,35],1,0)(0,1,1)^{12}$	6	1,33	2	0,5134	<i>White noise</i>
	12	4,37	8	0,8224	
	18	9,39	14	0,8051	
	24	15,35	20	0,7563	
	30	19,48	26	0,8157	
	36	23,00	32	0,8782	
	42	31,49	38	0,7633	

Tabel 4.49 Hasil Pengujian Asumsi Normalitas dari Model ARIMA  $([1,2,35],1,0)(0,1,1)^{12}$

Model ARIMA	Uji Normalitas		Kesimpulan	AIC
	Kolmogorov-Smirnov	P-value		
$([1,2,35],1,0)(0,1,1)^{12}$	0,056551	0,0815	Normal	1500,99

Berdasarkan Tabel 4.48, diketahui bahwa residual dari model ARIMA  $([1,2,35],1,0)(0,1,1)^{12}$  sudah memenuhi asumsi *white noise* karena nilai *p-value* dari setiap *lag* pada model ARIMA  $([1,2,35],1,0)(0,1,1)^{12}$  untuk uji *Chi-Square* lebih besar dari  $\alpha = 0,05$ . Berdasarkan Tabel 4.49, residual dari model ARIMA  $([1,2,35],1,0)(0,1,1)^{12}$  berdistribusi normal karena nilai *p-value* dari model ARIMA  $([1,2,35],1,0)(0,1,1)^{12}$  untuk uji Kolmogorov-Smirnov lebih besar dari  $\alpha = 0,05$ . Nilai AIC yang diperoleh dari model ARIMA  $([1,2,35],1,0)(0,1,1)^{12}$  adalah 1500,99.

Karena model ARIMA  $([1,2,35],1,0)(0,1,1)^{12}$  sudah memenuhi semua uji baik uji signifikansi parameter maupun uji kesesuaian model, model  $([1,2,35],1,0)(0,1,1)^{12}$  dapat digunakan untuk peramalan data *in-sample* dan data *out-sample*. Secara matematis, model ARIMA  $([1,2,35],1,0)(0,1,1)^{12}$  untuk peramalan data *in-sample* dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 Y_t^* = & Y_{t-1}^* + Y_{t-12}^* - Y_{t-13}^* - 0,31Y_{t-1}^* - 0,22Y_{t-2}^* + 0,26Y_{t-35}^* + 0,31Y_{t-2}^* + 0,22Y_{t-3}^* - \\
 & 0,26Y_{t-36}^* + 0,31Y_{t-13}^* + 0,22Y_{t-14}^* - 0,26Y_{t-47}^* - 0,31Y_{t-14}^* - 0,22Y_{t-15}^* + 0,26Y_{t-48}^* - \\
 & 0,69a_{t-12} + a_t
 \end{aligned}$$

untuk  $14 \leq t \leq 236$ . Model ARIMA  $([1,2,35],1,0)(0,1,1)^{12}$  untuk peramalan data *out-sample* 12 bulan ke depan dapat ditulis sebagai berikut:

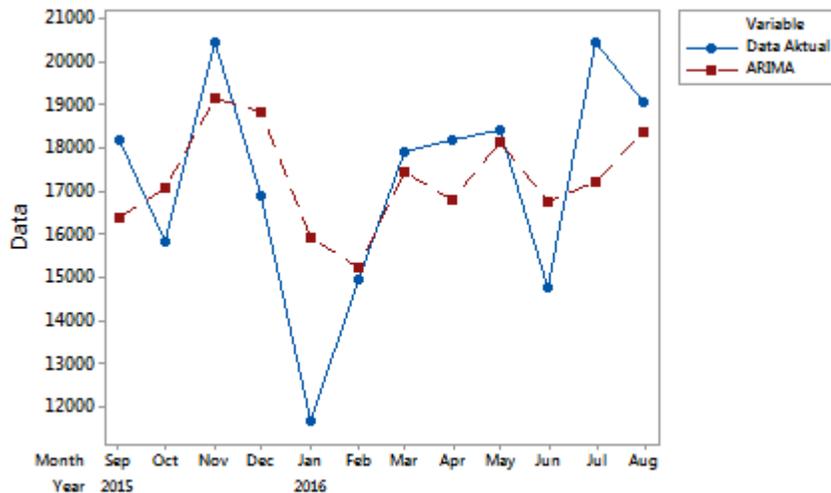
$$Y_t^* = Y_{t-1}^* + Y_{t-12}^* - Y_{t-13}^* - 0,31Y_{t-1}^* - 0,22Y_{t-2}^* + 0,26Y_{t-35}^* + 0,31Y_{t-2}^* + 0,22Y_{t-3}^* - 0,26Y_{t-36}^* + 0,31Y_{t-13}^* + 0,22Y_{t-14}^* - 0,26Y_{t-47}^* - 0,31Y_{t-14}^* - 0,22Y_{t-15}^* + 0,26Y_{t-48}^* - 0,69a_{t-12} + a_t$$

untuk  $237 \leq t \leq 248$ . Setelah model ARIMA yang digunakan untuk melakukan peramalan sudah dibentuk, langkah selanjutnya adalah melakukan peramalan pada data *in-sample* dan data *out-sample* berdasarkan model yang diperoleh. Akurasi hasil ramalan pada data *in-sample* dan data *out-sample* diukur dengan nilai MAPE. Semakin kecil nilai MAPE pada data *in-sample*, maka semakin baik model digunakan untuk peramalan. Semakin kecil nilai MAPE pada data *out-sample*, maka semakin akurat hasil ramalan yang diperoleh dari suatu model. Nilai MAPE yang diperoleh dari hasil ramalan pada data *in-sample* adalah 11,36%. Sedangkan nilai MAPE yang diperoleh dari hasil ramalan pada data *out-sample* adalah 9,9%. Hal ini menunjukkan bahwa akurasi hasil ramalan yang diperoleh pada data *out-sample* lebih baik jika dibandingkan dengan akurasi ramalan yang diperoleh pada data *in-sample*. Hasil peramalan data *out-sample* untuk 12 bulan ke depan menggunakan model ARIMA  $([1,2,35],1,0)(0,1,1)^{12}$  disajikan pada Tabel 4.50.

Tabel 4.50 Hasil Peramalan Data *Out-Sample* menggunakan Model ARIMA  $([1,2,35],1,0)(0,1,1)^{12}$

Tahun	Bulan	Ramalan data <i>Out-Sample</i>	Data Aktual
2015	September	16360	18167
2015	Oktober	17079	15798
2015	Nopember	19122	20449
2015	Desember	18801	16863
2016	Januari	15927	11674
2016	Februari	15237	14955
2016	Maret	17431	17894
2016	April	16800	18186
2016	Mei	18108	18386
2016	Juni	16753	14755
2016	Juli	17206	20424
2016	Agustus	18349	19029

Secara visual, perbandingan hasil peramalan data *out-sample* menggunakan model ARIMA  $([1,2,35],1,0)(0,1,1)^{12}$  dan data aktual dapat dilihat pada Gambar 4.82.



Gambar 4.82 Perbandingan Hasil Peramalan Menggunakan Model ARIMA  $([1,2,35],1,0)(0,1,1)^{12}$  dengan Data Aktual pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Juanda

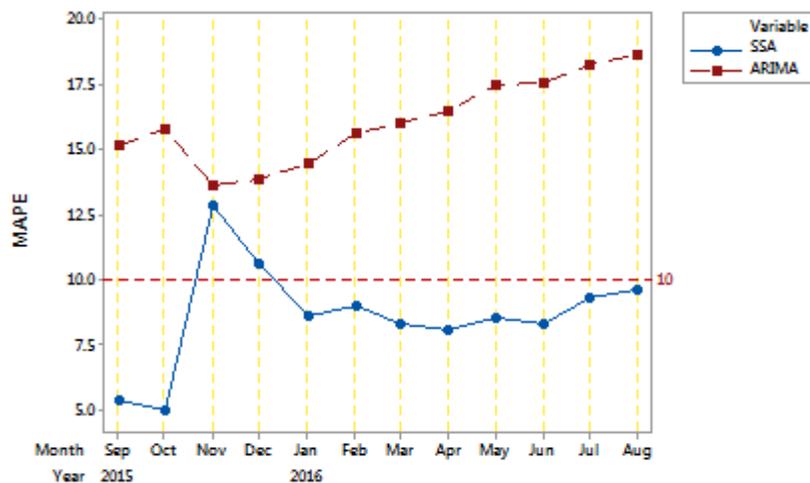
#### 4.13 Perbandingan Hasil Ramalan Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Ke Indonesia Melalui Bandar Udara Ngurah Rai

Setelah hasil ramalan data *out sample* dari metode SSA dan ARIMA diperoleh, langkah selanjutnya adalah menentukan metode peramalan terbaik berdasarkan nilai MAPE yang diperoleh dari masing-masing metode. Metode peramalan terbaik merupakan metode yang menghasilkan nilai MAPE paling kecil dibandingkan dengan nilai MAPE yang dihasilkan dari metode peramalan yang lainnya. Semakin kecil nilai MAPE yang diperoleh dari hasil peramalan pada data *testing*, maka semakin akurat hasil peramalan yang dihasilkan oleh metode tersebut. Tabel 4.51 menyajikan nilai MAPE yang diperoleh dari hasil peramalan pada data *testing* untuk setiap jangka waktu peramalan dengan menggunakan metode SSA dan model ARIMA  $(0,1,1)(0,1,1)^{12}$ .

Tabel 4.51 Akurasi Ramalan Metode SSA dan Model ARIMA (0,1,1)(0,1,1)<sup>12</sup> pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Ngurah Rai

Tahun	Bulan	Iterative MAPE SSA	Iterative MAPE ARIMA
2015	September	5,3659	15,1788
2015	Oktober	4,9404	15,7729
2015	Nopember	12,8778	13,6306
2015	Desember	10,5989	13,8761
2016	Januari	8,5659	14,4577
2016	Februari	8,9534	15,6034
2016	Maret	8,2738	16,0498
2016	April	8,0970	16,5009
2016	Mei	8,5195	17,5274
2016	Juni	8,2937	17,5826
2016	Juli	9,3175	18,2511
2016	Agustus	9,6211	18,6372

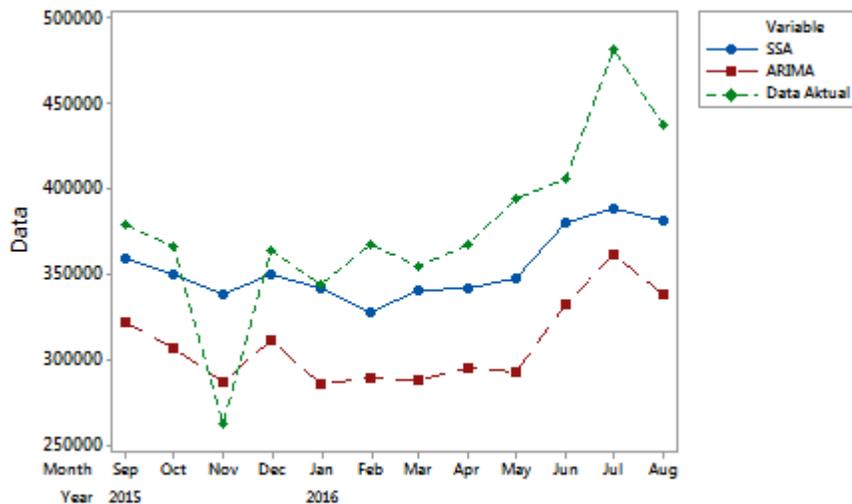
Secara visual, perbandingan nilai MAPE yang diperoleh dari hasil peramalan pada data *testing* untuk setiap jangka waktu peramalan dengan menggunakan metode SSA dan model ARIMA (0,1,1)(0,1,1)<sup>12</sup> ditampilkan pada Gambar 4.83.



Gambar 4.83 Perbandingan Nilai MAPE yang Diperoleh dari Hasil Peramalan pada Data *Testing* Menggunakan Metode SSA dan Model ARIMA (0,1,1)(0,1,1)<sup>12</sup>

Berdasarkan Gambar 4.83, diketahui bahwa metode SSA menghasilkan akurasi ramalan yang lebih baik dibandingkan dengan metode ARIMA untuk setiap jangka waktu peramalan. Nilai MAPE yang diperoleh dari hasil peramalan data *out-sample* menggunakan metode SSA lebih kecil jika dibandingkan dengan nilai MAPE yang diperoleh dari hasil peramalan data *out-sample* menggunakan metode ARIMA untuk setiap jangka waktu peramalan. Pada bulan Nopember, nilai MAPE yang diperoleh dari metode SSA mengalami kenaikan secara tajam sedangkan nilai MAPE yang diperoleh dari metode ARIMA mengalami penurunan. Hal ini mengindikasikan bahwa hasil ramalan data *out-sample* pada bulan Nopember menggunakan metode ARIMA lebih mendekati data aktualnya jika dibandingkan dengan hasil ramalan data *out-sample* menggunakan metode SSA.

Berdasarkan Gambar 4.83, diketahui bahwa metode SSA menghasilkan akurasi ramalan yang bersifat stabil untuk jangka waktu peramalan 4 bulan sampai 12 bulan ke depan dengan nilai MAPE kurang dari 10%. Nilai MAPE yang diperoleh dari hasil peramalan data *out-sample* untuk jangka waktu 12 bulan ke depan menggunakan metode SSA adalah 9,6%. Sedangkan nilai MAPE yang diperoleh dari hasil peramalan data *out-sample* menggunakan metode ARIMA untuk jangka waktu 12 bulan ke depan adalah 18,64%. Dengan demikian metode SSA merupakan metode terbaik pada peramalan jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Bandar Udara Ngurah Rai untuk jangka waktu 12 bulan ke depan karena metode SSA menghasilkan nilai MAPE yang lebih kecil jika dibandingkan dengan nilai MAPE yang dihasilkan dari metode ARIMA. Hasil ramalan data *out sample* untuk jangka waktu peramalan 12 bulan ke depan menggunakan metode SSA lebih mendekati data aktualnya jika dibandingkan dengan metode ARIMA. Secara visual, perbandingan hasil peramalan data *out-sample* untuk jangka waktu 12 bulan ke depan menggunakan metode SSA dan ARIMA ditampilkan pada Gambar 4.84.



Gambar 4.84 Perbandingan Hasil Peramalan Data *Out-Sample* Menggunakan Metode SSA dan Model ARIMA  $(0,1,1)(0,1,1)^{12}$  pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Ngurah Rai

#### 4.14 Perbandingan Hasil Ramalan Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Ke Indonesia Melalui Bandar Udara Kualanamu

Setelah hasil ramalan data *out sample* dari metode SSA dan ARIMA diperoleh, langkah selanjutnya adalah menentukan metode peramalan terbaik berdasarkan nilai MAPE yang diperoleh dari masing-masing metode. Metode peramalan terbaik merupakan metode yang menghasilkan nilai MAPE paling kecil dibandingkan dengan nilai MAPE yang dihasilkan dari metode peramalan yang lainnya. Semakin kecil nilai MAPE yang diperoleh dari hasil peramalan pada data *testing*, maka semakin akurat hasil peramalan yang dihasilkan oleh metode tersebut. Tabel 4.52 menyajikan nilai MAPE yang diperoleh dari hasil peramalan pada data *testing* untuk setiap jangka waktu peramalan dengan menggunakan metode SSA dan model ARIMA  $(0,1,1)(0,1,1)^{12}$ .

Tabel 4.52 Akurasi Ramalan Metode SSA dan Model ARIMA (0,1,1)(0,1,1)<sup>12</sup> pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Kualanamu

Tahun	Bulan	Iterative MAPE SSA	Iterative MAPE ARIMA
2015	September	4,5096	12,9910
2015	Oktober	5,8060	20,7143
2015	Nopember	18,4805	25,4062
2015	Desember	18,0763	28,3813
2016	Januari	25,7549	35,4628
2016	Februari	23,7897	31,8725
2016	Maret	21,7328	28,6302
2016	April	22,7250	26,5197
2016	Mei	24,9347	25,1543
2016	Juni	28,4476	25,4657
2016	Juli	26,9118	24,4040
2016	Agustus	24,9569	22,4048

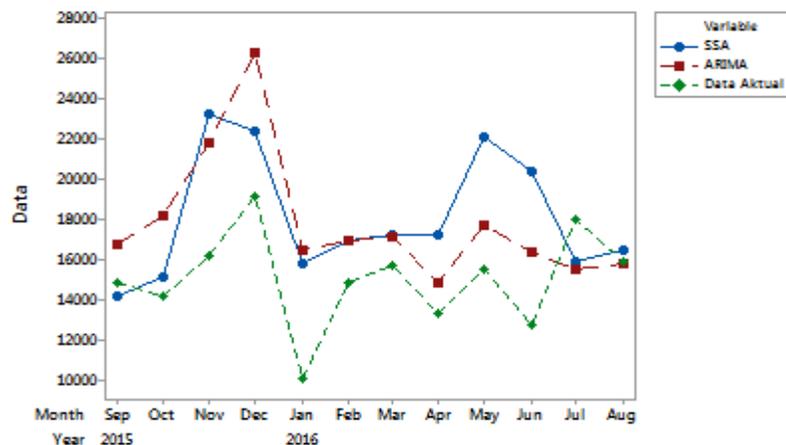
Secara visual, perbandingan nilai MAPE yang diperoleh dari hasil peramalan pada data *testing* untuk setiap jangka waktu peramalan dengan menggunakan metode SSA dan model ARIMA (0,1,1)(0,1,1)<sup>12</sup> ditampilkan pada Gambar 4.85.



Gambar 4.85 Perbandingan Nilai MAPE yang Diperoleh dari Hasil Peramalan pada Data *Testing* Menggunakan Metode SSA dan Model ARIMA (0,1,1)(0,1,1)<sup>12</sup>

Berdasarkan Gambar 4.85, diketahui bahwa metode SSA menghasilkan akurasi ramalan yang lebih baik dibandingkan dengan ARIMA untuk jangka waktu

peramalan 1 bulan sampai 8 bulan ke depan. Nilai MAPE yang diperoleh dari hasil peramalan data *out-sample* menggunakan metode SSA kurang dari 10% untuk jangka waktu peramalan 1 bulan sampai 2 bulan ke depan. Hal ini mengindikasikan bahwa, hasil ramalan data *out-sample* pada bulan Januari dan Februari menggunakan metode SSA lebih mendekati data aktualnya jika dibandingkan dengan hasil ramalan data *out-sample* menggunakan metode ARIMA. Metode ARIMA menghasilkan akurasi ramalan yang lebih baik dibandingkan dengan metode SSA untuk jangka waktu peramalan 10 bulan sampai 12 bulan ke depan. Nilai MAPE yang diperoleh dari hasil peramalan data *out-sample* untuk jangka waktu peramalan 12 bulan ke depan menggunakan metode ARIMA adalah 22,4%. Sedangkan nilai MAPE yang diperoleh dari hasil ramalan data *out-sample* menggunakan metode SSA untuk jangka waktu peramalan 12 bulan ke depan adalah 24,96%. Dengan demikian metode ARIMA merupakan metode terbaik pada peramalan jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Bandar Udara Kualanamu untuk jangka waktu peramalan 12 bulan ke depan berdasarkan nilai MAPE yang diperoleh. Secara visual, perbandingan hasil peramalan data *out-sample* untuk jangka waktu peramalan 12 bulan ke depan menggunakan metode SSA dan metode ARIMA ditampilkan pada Gambar 4.86.



Gambar 4.86 Perbandingan Hasil Peramalan Data *Out-Sample* Menggunakan Metode SSA dan Model ARIMA  $(0,1,1)(0,1,1)^{12}$  pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Kualanamu

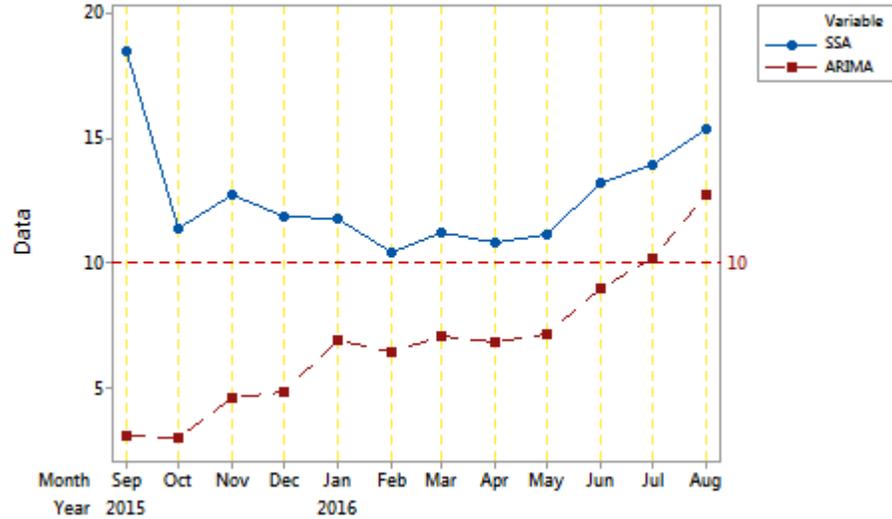
#### 4.15 Perbandingan Hasil Ramalan Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Ke Indonesia Melalui Batam

Metode peramalan terbaik merupakan metode yang menghasilkan nilai MAPE paling kecil dibandingkan dengan nilai MAPE yang dihasilkan dari metode peramalan yang lainnya. Semakin kecil nilai MAPE yang diperoleh dari hasil peramalan pada data *testing*, maka semakin akurat hasil peramalan yang dihasilkan oleh metode tersebut. Tabel 4.53 menyajikan nilai MAPE yang diperoleh dari hasil peramalan pada data *testing* untuk setiap jangka waktu peramalan dengan menggunakan metode SSA dan model ARIMA (0,1,1)(1,1,1)<sup>12</sup>.

Tabel 4.53 Akurasi Ramalan Metode SSA dan Model ARIMA (0,1,1)(1,1,1)<sup>12</sup> pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Batam

Tahun	Bulan	<i>Iterative</i> MAPE SSA	<i>Iterative</i> MAPE ARIMA
2015	September	18,4369	3,1078
2015	Oktober	11,4051	2,9864
2015	Nopember	12,7488	4,5870
2015	Desember	11,8994	4,8465
2016	Januari	11,8197	6,9396
2016	Februari	10,4381	6,4347
2016	Maret	11,2477	7,0933
2016	April	10,8199	6,8234
2016	Mei	11,1345	7,1918
2016	Juni	13,1778	9,0082
2016	Juli	13,9182	10,1944
2016	Agustus	15,3286	12,7451

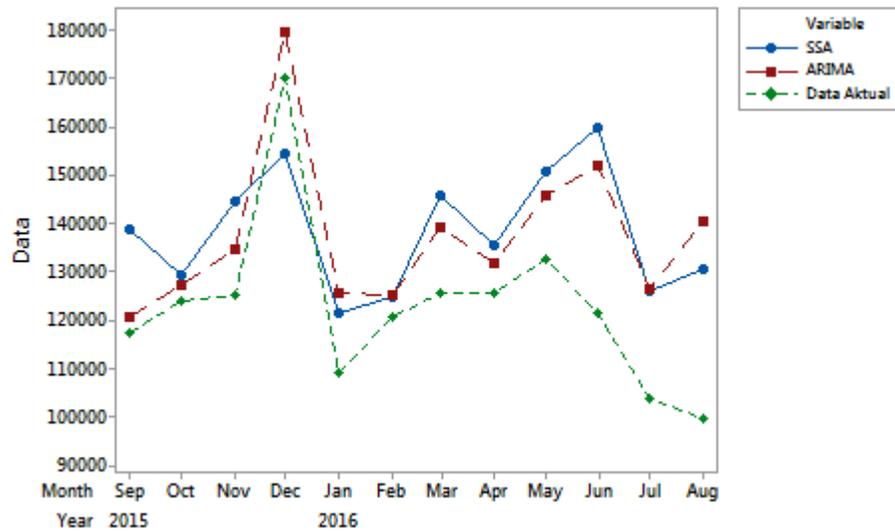
Secara visual, perbandingan nilai MAPE yang diperoleh dari hasil peramalan pada data *testing* untuk setiap jangka waktu peramalan dengan menggunakan metode SSA dan model ARIMA (0,1,1)(1,1,1)<sup>12</sup> ditampilkan pada Gambar 4.87.



Gambar 4.87 Perbandingan Nilai MAPE yang Diperoleh dari Hasil Peramalan pada Data *Testing* untuk Setiap Jangka Waktu Peramalan Menggunakan Metode SSA dan Model ARIMA (0,1,1)(1,1,1)<sup>12</sup>

Berdasarkan Gambar 4.87, diketahui bahwa metode ARIMA menghasilkan akurasi ramalan yang lebih baik dibandingkan dengan metode SSA untuk setiap jangka waktu peramalan. Nilai MAPE yang diperoleh dari hasil peramalan data *out-sample* menggunakan metode ARIMA lebih kecil jika dibandingkan dengan nilai MAPE yang diperoleh dari hasil peramalan data *out-sample* menggunakan metode SSA untuk setiap jangka waktu peramalan. Nilai MAPE yang diperoleh dari hasil peramalan data *out-sample* menggunakan metode ARIMA kurang dari 10% untuk jangka waktu peramalan 1 bulan sampai 10 bulan ke depan. Nilai MAPE yang diperoleh dari hasil peramalan data *out-sample* untuk jangka waktu 12 bulan ke depan menggunakan metode ARIMA adalah 12,75%. Sedangkan nilai MAPE yang diperoleh dari hasil peramalan data *out-sample* menggunakan metode SSA untuk jangka waktu 12 bulan ke depan adalah 15,3%. Dengan demikian metode ARIMA merupakan metode terbaik pada peramalan jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Batam untuk jangka waktu 12 bulan ke depan karena metode ARIMA menghasilkan nilai MAPE yang lebih kecil jika dibandingkan dengan nilai MAPE yang dihasilkan dari metode SSA. Hasil ramalan data *out sample* untuk jangka waktu peramalan 12 bulan ke depan menggunakan metode ARIMA lebih mendekati data aktualnya jika dibandingkan dengan metode

SSA. Secara visual, perbandingan hasil peramalan data *out-sample* untuk jangka waktu 12 bulan ke depan menggunakan metode SSA dan ARIMA ditampilkan pada Gambar 4.88.



Gambar 4.88 Perbandingan Hasil Peramalan Data *Out-Sample* Menggunakan Metode SSA dan Model ARIMA  $(0,1,1)(1,1,1)^{12}$  pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Batam

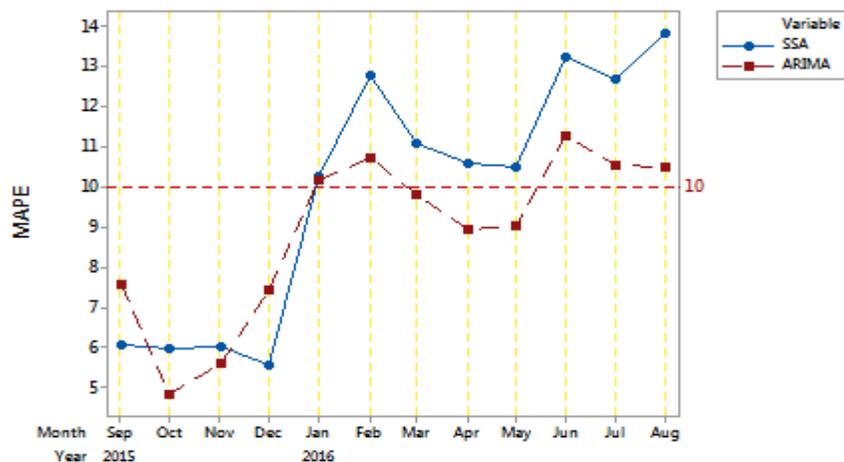
#### 4.16 Perbandingan Hasil Ramalan Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Ke Indonesia Melalui Bandar Udara Soekarno-Hatta

Metode peramalan terbaik merupakan metode yang menghasilkan nilai MAPE paling kecil dibandingkan dengan nilai MAPE yang dihasilkan dari metode peramalan yang lainnya. Semakin kecil nilai MAPE yang diperoleh dari hasil peramalan pada data *testing*, maka semakin akurat hasil peramalan yang dihasilkan oleh metode tersebut. Tabel 4.54 menyajikan nilai MAPE yang diperoleh dari hasil peramalan pada data *testing* untuk setiap jangka waktu peramalan dengan menggunakan metode SSA dan model ARIMA  $(0,1,[1,35])(1,1,1)^{12}$ .

Tabel 4.54 Akurasi Ramalan Metode SSA dan Model ARIMA  $(0,1,[1,35])(1,1,1)^{12}$  pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Soekarno-Hatta

Tahun	Bulan	<i>Iterative</i> MAPE SSA	<i>Iterative</i> MAPE ARIMA
2015	September	6,0655	7,5795
2015	Oktober	5,9550	4,8189
2015	Nopember	6,0273	5,6118
2015	Desember	5,5725	7,4268
2016	Januari	10,2538	10,1925
2016	Februari	12,7650	10,7027
2016	Maret	11,0829	9,8278
2016	April	10,5819	8,9216
2016	Mei	10,4980	9,0084
2016	Juni	13,2262	11,2874
2016	Juli	12,6975	10,5328
2016	Agustus	13,8320	10,5022

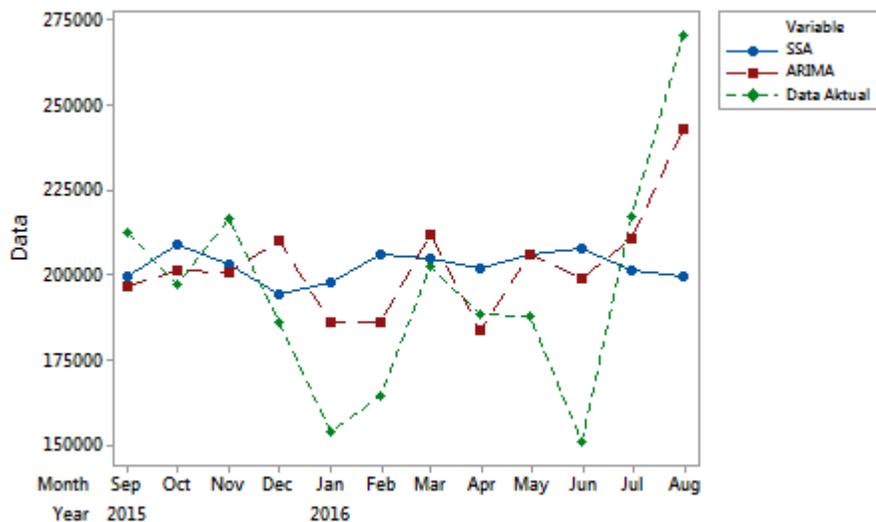
Secara visual, perbandingan nilai MAPE yang diperoleh dari hasil peramalan pada data *testing* untuk setiap jangka waktu peramalan dengan menggunakan metode SSA dan model ARIMA  $(0,1,[1,35])(1,1,1)^{12}$  ditampilkan pada Gambar 4.89.



Gambar 4.89 Perbandingan Nilai MAPE yang Diperoleh dari Hasil Peramalan pada Data *Testing* untuk Setiap Jangka Waktu Peramalan Menggunakan Metode SSA dan Model ARIMA  $(0,1,[1,35])(1,1,1)^{12}$

Berdasarkan Gambar 4.89, diketahui bahwa nilai MAPE yang diperoleh dari hasil peramalan data *out-sample* menggunakan metode SSA dan ARIMA kurang dari

10% untuk jangka waktu peramalan 1 bulan sampai 4 bulan ke depan. Metode ARIMA menghasilkan akurasi ramalan yang lebih baik dibandingkan dengan SSA untuk jangka waktu peramalan 5 bulan sampai 12 bulan ke depan. Nilai MAPE yang diperoleh dari hasil peramalan data *out-sample* untuk jangka waktu 12 bulan ke depan menggunakan metode ARIMA adalah 10,5%. Sedangkan nilai MAPE yang diperoleh dari hasil peramalan data *out-sample* menggunakan metode SSA untuk jangka waktu 12 bulan ke depan adalah 13,8%. Dengan demikian model ARIMA merupakan metode terbaik pada peramalan jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Bandar Udara Soekarno-Hatta untuk jangka waktu 12 bulan ke depan karena metode ARIMA menghasilkan nilai MAPE yang lebih kecil jika dibandingkan dengan nilai MAPE yang dihasilkan dari metode SSA. Hasil ramalan data *out sample* untuk jangka waktu peramalan 12 bulan ke depan menggunakan metode ARIMA lebih mendekati data aktualnya jika dibandingkan dengan metode SSA. Secara visual, perbandingan hasil peramalan data *out-sample* untuk jangka waktu 12 bulan ke depan menggunakan metode SSA dan ARIMA ditampilkan pada Gambar 4.90.



Gambar 4.90 Perbandingan Hasil Peramalan Data *Out-Sample* Menggunakan Metode SSA dan Model ARIMA  $(0,1,[1,35])(1,1,1)^{12}$  pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Soekarno-Hatta

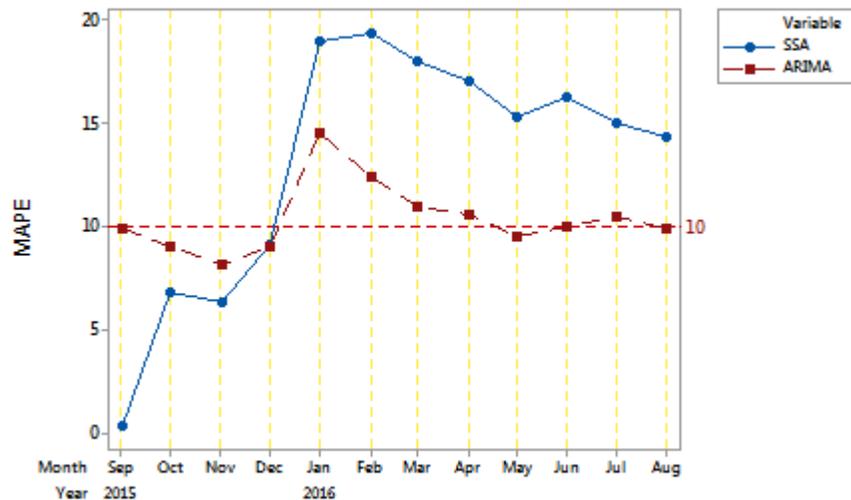
#### 4.17 Perbandingan Hasil Ramalan Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Ke Indonesia Melalui Bandar Udara Juanda

Metode peramalan terbaik merupakan metode yang menghasilkan nilai MAPE paling kecil dibandingkan dengan nilai MAPE yang dihasilkan dari metode peramalan yang lainnya. Semakin kecil nilai MAPE yang diperoleh dari hasil peramalan pada data *testing*, maka semakin akurat hasil peramalan yang dihasilkan oleh metode tersebut. Tabel 4.55 menyajikan nilai MAPE yang diperoleh dari hasil peramalan pada data *testing* untuk setiap jangka waktu peramalan dengan menggunakan metode SSA dan model ARIMA  $([1,2,35],1,0)(0,1,1)^{12}$ .

Tabel 4.55 Akurasi Ramalan Metode SSA dan Model ARIMA  $([1,2,35],1,0)(0,1,1)^{12}$  pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Juanda

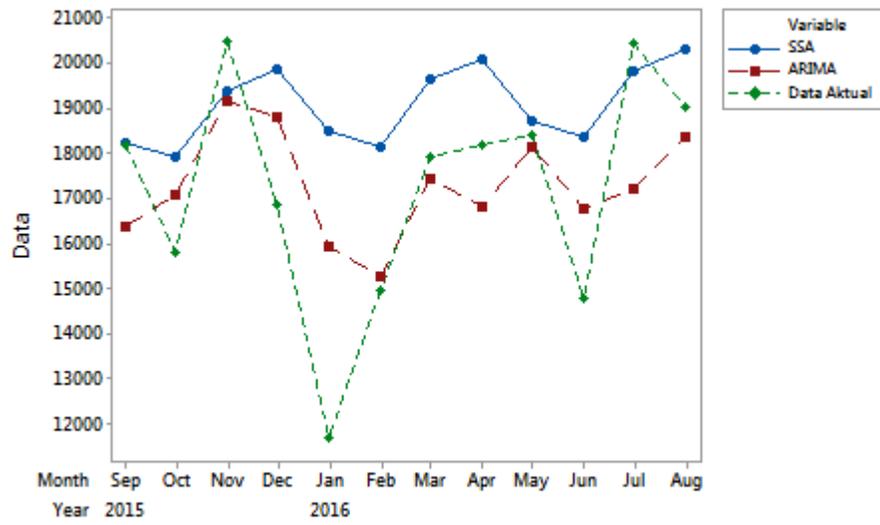
Tahun	Bulan	<i>Iterative</i> MAPE SSA	<i>Iterative</i> MAPE ARIMA
2015	September	0,3379	9,9442
2015	Oktober	6,8388	9,0278
2015	Nopember	6,3090	8,1813
2015	Desember	9,1366	9,0088
2016	Januari	18,9835	14,4930
2016	Februari	19,3704	12,3915
2016	Maret	17,9712	10,9909
2016	April	17,0275	10,5698
2016	Mei	15,3394	9,5633
2016	Juni	16,2361	9,9613
2016	Juli	15,0363	10,4879
2016	Agustus	14,3444	9,9119

Secara visual, perbandingan nilai MAPE yang diperoleh dari hasil peramalan pada data *testing* untuk setiap jangka waktu peramalan dengan menggunakan metode SSA dan model ARIMA  $([1,2,35],1,0)(0,1,1)^{12}$  ditampilkan pada Gambar 4.91.



Gambar 4.91 Perbandingan Nilai MAPE yang Diperoleh dari Hasil Peramalan pada Data *Testing* untuk Setiap Jangka Waktu Peramalan Menggunakan Metode SSA dan Model ARIMA  $([1,2,35],1,0)(0,1,1)^{12}$

Berdasarkan Gambar 4.91, diketahui bahwa nilai MAPE yang diperoleh dari hasil peramalan data *out-sample* menggunakan metode SSA dan ARIMA kurang dari 10% untuk jangka waktu peramalan 1 bulan sampai 4 bulan ke depan. Model ARIMA menghasilkan akurasi ramalan yang lebih baik dibandingkan dengan SSA untuk jangka waktu peramalan 5 bulan sampai 12 bulan ke depan. Nilai MAPE yang diperoleh dari hasil peramalan data *out-sample* untuk jangka waktu 12 bulan ke depan menggunakan metode ARIMA adalah 9,9%. Sedangkan nilai MAPE yang diperoleh dari hasil peramalan data *out-sample* menggunakan metode SSA untuk jangka waktu 12 bulan ke depan adalah 14,3%. Dengan demikian metode ARIMA merupakan metode terbaik pada peramalan jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Bandar Udara Juanda untuk jangka waktu 12 bulan ke depan karena metode ARIMA menghasilkan nilai MAPE yang lebih kecil jika dibandingkan dengan nilai MAPE yang dihasilkan dari metode SSA. Hasil ramalan data *out sample* untuk jangka waktu peramalan 12 bulan ke depan menggunakan metode ARIMA lebih mendekati data aktualnya jika dibandingkan dengan metode SSA. Secara visual, perbandingan hasil peramalan data *out-sample* untuk jangka waktu 12 bulan ke depan menggunakan metode SSA dan ARIMA ditampilkan pada Gambar 4.92.



Gambar 4.92 Perbandingan Hasil Peramalan Data *Out-Sample* Menggunakan Metode SSA dan Model ARIMA  $([1,2,35],1,0)(0,1,1)^{12}$  pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Juanda

*(Halaman ini sengaja dikosongkan)*

## **BAB 5**

### **KESIMPULAN DAN SARAN**

#### **5.1 Kesimpulan**

Beberapa kesimpulan yang dapat diambil dari analisis dan pembahasan adalah sebagai berikut:

1. Meskipun nilai parameter *window length* yang diambil untuk setiap pintu masuk berbeda, jumlah *eigentriple* yang dihasilkan pada tahap dekomposisi tetap sama yaitu 50 *eigentriple*.
2. Pada peramalan jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Bandar Udara Ngurah Rai, metode SSA menunjukkan kinerja yang lebih baik dibandingkan dengan metode ARIMA. Nilai MAPE yang dihasilkan dari peramalan data *out-sample* menggunakan metode SSA adalah 7,4%. Hasil ramalan data *out sample* menggunakan Metode SSA lebih mendekati data aktualnya jika dibandingkan dengan metode ARIMA.
3. Pada peramalan jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Bandar Udara Kualanamu, metode ARIMA menunjukkan kinerja yang lebih terbaik dibandingkan dengan metode ARIMA. Nilai MAPE yang dihasilkan dari peramalan data *out-sample* menggunakan metode SSA adalah 22,4%. Hasil ramalan data *out sample* menggunakan Metode ARIMA lebih mendekati data aktualnya jika dibandingkan dengan metode SSA.
4. Pada peramalan jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Bandar Udara Batam, metode ARIMA menunjukkan kinerja yang lebih baik dibandingkan dengan metode ARIMA. Nilai MAPE yang dihasilkan dari peramalan data *out-sample* menggunakan metode SSA adalah 12,75%. Hasil ramalan data *out sample* menggunakan Metode ARIMA lebih mendekati data aktualnya jika dibandingkan dengan metode SSA.

5. Pada peramalan jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Bandar Udara Soekarno-Hatta, metode ARIMA menunjukkan kinerja yang lebih baik dibandingkan dengan metode ARIMA. Nilai MAPE yang dihasilkan dari peramalan data *out-sample* menggunakan metode SSA adalah 10,5%. Hasil ramalan data *out sample* menggunakan Metode ARIMA lebih mendekati data aktualnya jika dibandingkan dengan metode SSA.
6. Pada peramalan jumlah kedatangan wisatawan mancanegara melalui Bandar Udara Juanda, metode ARIMA menunjukkan kinerja yang lebih baik dibandingkan dengan metode ARIMA. Nilai MAPE yang dihasilkan dari peramalan data *out-sample* menggunakan metode SSA adalah 9,9%. Hasil ramalan data *out sample* menggunakan Metode ARIMA lebih mendekati data aktualnya jika dibandingkan dengan metode SSA.
7. Secara umum, metode SSA memberikan tingkat akurasi ramalan yang tinggi dibandingkan dengan metode ARIMA ketika data yang digunakan mengandung komponen musiman yang kompleks.

## **5.2 Saran**

Saran yang dapat diberikan berdasarkan hasil analisis dan pembahasan pada penelitian ini adalah sebaiknya metode SSA digunakan untuk melakukan peramalan pada data deret waktu yang mengandung komponen musiman yang kompleks. Metode SSA memberikan tingkat akurasi ramalan yang tinggi ketika data yang digunakan mengandung komponen musiman yang kompleks.

## DAFTAR PUSTAKA

- Akaike, H. (1974). *A New Look at the Statistical Model Identification*, *IEEE Transaction on Automatic Control*, AC-19, 716-723.
- Aswi dan Sukarna. (2006). *Analisis Deret*. Makasar : Andira Publisher.
- Badan Pusat Statistik [BPS]. (2016). *Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara per bulan ke Indonesia Menurut Pintu Masuk*. Jakarta : Badan Pusat Statistik.
- Bowerman, B. L., dan O'Connell. (1993). *Forecasting and Time Series: An Applied Approach*. California: Duxbury Press.
- Darmawan, G., Hendrawati, T., dan Arisanti, R. (2015). *Model Auto Singular Spectrum untuk Meramalkan Kejadian Banjir di Bandung dan Sekitarnya*. Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika UNY.
- Golyandina, N., dan Korobeynikov, A. (2013). *Basic Singular Spectrum Analysis and Forecasting with R*. St. Petersburg : Department of Statistical, Faculty of Mathematics and Mechanics, St. Petersburg State University.
- Golyandina, N., Nekrutkin, V., Zhigljavsky, A. (2001). *Analysis of Time Series Structure: SSA and Related Techniques*. Chapman&Hall/CRC.
- Golyandina, N., dan Zhigljavsky, A. (2013). *Singular Spectrum Analysis for Time Series*. New York: Springer.
- Hanke, J. E., dan Reitsch, A. G. (1999). *Business Forecasting*. Boston: Allyn & Bacon.
- Hanke, J. E., dan Wichern, D. W. (2005). *Business Forecasting*, 8<sup>th</sup> Edition. New Jersey: Prentice Hall.
- Hassani, H., Webster, A., Silva, E. S., dan Heravi, S. (2015). *Forecasting U.S. Tourist Arrivals Using Optimal Singular Spectrum Analysis*. *Tourism Management*, 46, 322-335.

- Hassani, H., Heravi, S., dan Zhigljavsky, A. (2009). *Forecasting European Industrial production with Singular Spectrum Analysis*. International Journal of Forecasting, 25, 103-118.
- Hyndman, R. J., dan Khandakar, Y. (2008). *Automatic Time Series Forecasting: The Forecast Package for R*. Journal of Statistical Software, 27, 1-22.
- Hyndman, R. J., Koehler, A. B., Ord, J. K., dan Snyder, R. D. (2009). *Monitoring Processes with Changing Variances*. International Journal of Forecasting 25(3), 518-525.
- Lim, C. dan McAleer, M. (2002). *Time Series Forecasts of International Travel Demand for Australia*. Journal Tourism Management, 23, 389-396.
- Makridakis, S., Wheelwright, S. C., dan McGee, V. E. (1998). *Metode dan Aplikasi Peramalan*, Edisi Kedua. Jakarta: Binarupa Aksara.
- Schwarz, G. (1978). *Estimating the Dimension of a Model*, *Analysis of Statistics*, 6, 461-464.
- Simanjuntak, E., Aulia, M., Wicaksono, A. B., Anwar, B. A., Putri, Z. H., dan Dwiriastya, C. (2016). *Konsep dan Arah Kebijakan Daerah Provinsi Dalam Pengembangan Infrastruktur Wilayah Pulau Jawa-Bali*. Pusat Perencanaan Infrastruktur Pekerjaan Umum Dan Perumahan Rakyat.
- Utama, M. S. (2006). *Pengaruh Perkembangan Pariwisata Terhadap Kinerja Perekonomian dan Perubahan Struktur Ekonomi serta Kesejahteraan Masyarakat di Provinsi Bali*. Universitas Udayana.
- Vile, J. L., Gillard, J. W., Harper, P. R., and Knight, V. A. (2012). *Predicting Ambulance Demand Using Singular Spectrum Analysis*. Palgrave Macmillan UK, volume 63, pp 1556-1565.
- Wei, W. W. S. (2006). *Time Series Analysis Univariate and Multivariate Methods*. Pearson Education.

Wong, K. K. F., Song, H., dan Chon, K. S. (2006). *Bayesian Models for Tourism Demand Forecastin*. *Journal Tourism Management*, 27, 773-780.

Wutsqa, D. U., Suhartono, dan Sutijo, B. (2010). *Generalized Space-Time Autoregressive Modeling*. *Proceedings of the 6<sup>th</sup> IMT-GT Conference on Mathematics, Statistics and its Application (ICMSA2010)*, Universiti Tuanku Abdul Rahman, Kuala Lumpur, Malaysia, 752-761.

*(Halaman ini sengaja dikosongkan)*

**Lampiran 1.** *Syntax* Program R untuk Metode SSA pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Ngurah Rai

```
library (Rssa)
data <- read.csv('Book1.csv', header=TRUE, sep=",")
data
Yt <- ts(data[,3], start=c(1996, 1), frequency=12)
Yt
s1 <- ssa(Yt, L=96)
s1
plot(s1)
plot(s1, type = "series", groups = as.list(1:14))
parestimate(s1, groups=list(3:4), method = "esprit-ls")
parestimate(s1, groups=list(15:16), method = "esprit-ls")
parestimate(s1, groups=list(17:18), method = "esprit-ls")
r <- reconstruct(s1, groups = list(Trend = c(1, 2, 5, 8, 14), Seasonality = c(3:4, 9:10)))
trend <- r$Trend
trend
plot(trend)
seasonality <- r$Seasonality
seasonality
plot(seasonality)
noise <- residuals(r)
noise
plot(noise)
frec1 <- rforecast(s1, groups = list(Seasonality = c(3:4, 9:10)), len = 12)
frec2 <- rforecast(s1, groups = list(Trend = c(1, 2, 5, 8, 14)), len = 12)
```

**Lampiran 2.** *Syntax* Program R untuk Metode SSA pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Kualanamu

```
library (Rssa)
data <- read.csv('Book1.csv', header=TRUE, sep=",")
data
Yt <- ts(data[,3], start=c(1996, 1), frequency=12)
Yt
s1 <- ssa(Yt, L=60)
s1
plot(s1)
plot(s1, type = "series", groups = as.list(1:11))
parestimate(s1, groups=list(4:5), method = "esprit-ls")
parestimate(s1, groups=list(6:7), method = "esprit-ls")
parestimate(s1, groups=list(9:10), method = "esprit-ls")
r <- reconstruct(s1, groups = list(Trend = c(1, 2, 3, 8, 11), Seasonality = c(4:5, 6:7, 9:10)))
trend <- r$Trend
trend
plot(trend)
seasonality <- r$Seasonality
seasonality
plot(seasonality)
noise <- residuals(r)
noise
plot(noise)
frec1 <- rforecast(s1, groups = list(Seasonality = c(4:5, 6:7, 9:10)), len = 12)
frec2 <- rforecast(s1, groups = list(Trend = c(1, 2, 3, 8, 11)), len = 12)
```

**Lampiran 3.** *Syntax* Program R untuk Metode SSA pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Batam

```
library (Rssa)
data <- read.csv('Book1.csv', header=TRUE, sep=",")
data
Yt <- ts(data[,3], start=c(1996, 1), frequency=12)
Yt
s1 <- ssa(Yt, L=84)
s1
plot(s1)
plot(s1, type = "series", groups = as.list(1:11))
parestimate(s1, groups=list(7:8), method = "esprit-ls")
parestimate(s1, groups=list(9:10), method = "esprit-ls")
r <- reconstruct(s1, groups = list(Trend = c(1, 2), Seasonality = c(7:8, 9:10)))
trend <- r$Trend
trend
plot(trend)
seasonality <- r$Seasonality
seasonality
plot(seasonality)
noise <- residuals(r)
noise
plot(noise)
frec1 <- rforecast(s1, groups = list(Seasonality = c(7:8, 9:10)), len = 12)
frec2 <- rforecast(s1, groups = list(Trend = c(1, 2)), len = 12)
```

**Lampiran 4.** *Syntax* Program R untuk Metode SSA pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Soekarno-Hatta

```
library (Rssa)
data <- read.csv('Book1.csv', header=TRUE, sep=",")
data
Yt <- ts(data[,3], start=c(1996, 1), frequency=12)
Yt
s1 <- ssa(Yt, L=72)
s1
plot(s1)
plot(s1, type = "series", groups = as.list(1:12))
parestimate(s1, groups=list(6:7), method = "esprit-ls")
parestimate(s1, groups=list(9:10), method = "esprit-ls")
r <- reconstruct(s1, groups = list(Trend = c(1, 2,3), Seasonality = c(6:7, 9:10)))
trend <- r$Trend
trend
plot(trend)
seasonality <- r$Seasonality
seasonality
plot(seasonality)
noise <- residuals(r)
noise
plot(noise)
frec1 <- rforecast(s1, groups = list(Seasonality = c(6:7, 9:10)), len = 12)
frec2 <- rforecast(s1, groups = list(Trend = c(1, 2, 3)), len = 12)
```

**Lampiran 5.** *Syntax* Program R untuk Metode SSA pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Juanda

```
library (Rssa)
data <- read.csv('Book1.csv', header=TRUE, sep=",")
data
Yt <- ts(data[,3], start=c(1996, 1), frequency=12)
Yt
s1 <- ssa(Yt, L=108)
s1
plot(s1)
plot(s1, type = "series", groups = as.list(1:11))
parestimate(s1, groups=list(6:7), method = "esprit-ls")
parestimate(s1, groups=list(9:10), method = "esprit-ls")
r <- reconstruct(s1, groups = list(Trend = c(1, 2, 3, 4, 5), Seasonality = c(6:7)))
trend <- r$Trend
trend
plot(trend)
seasonality <- r$Seasonality
seasonality
plot(seasonality)
noise <- residuals(r)
noise
plot(noise)
frec1 <- rforecast(s1, groups = list(Seasonality = c(6:7)), len = 12)
frec2 <- rforecast(s1, groups = list(Trend = c(1, 2, 3, 4, 5)), len = 12)
```

**Lampiran 6.** *Syntax* Program SAS untuk Model ARIMA (0,1,1)(0,1,1)<sup>12</sup> pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Ngurah Rai

```
data wisman_nr;
input x;
datalines;
280.410
.
.
.
546.478
;
proc arima data=wisman_nr;
identify var=x(1,12) noprint;
run;
estimate q=(1)(12) noconstant;
run;
forecast lead=12 out=ramalan;
run;
outlier maxnum=5 alpha=0.05;
run;
proc univariate data=ramalan normal;
var residual;
run;
data wisman_nr;
set wisman_nr;
if _n_=83 then a83=1;
else a83=0;
if _n_>=118 then s118=1;
else s118=0;
run;
proc arima data=wisman_nr;
identify var=x(1,12) crosscorr=(a83(1,12) s118(1,12)) nlag=12 noprint;
run;
estimate q=(1)(12) noconstant method=CLS input=(a83 s118) plot;
run;
forecast lead=12 out=ramalan;
run;
outlier maxnum=5 alpha=0.05;
run;
proc univariate data=ramalan normal;
var residual;
run;
```

**Lampiran 7.** *Syntax* Program SAS untuk Model ARIMA (0,1,1)(0,1,1)<sup>12</sup> pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Kualanamu

```
data wisman_nr;
input x;
datalines;
9.2764
.
.
.
9.7105
;
proc arima data=wisman_nr;
identify var=x(1,12) noprint;
run;
estimate q=(1)(12) noconstant;
run;
forecast lead=12 out=ramalan;
run;
outlier maxnum=5 alpha=0.05;
run;
proc univariate data=ramalan normal;
var residual;
run;
data wisman_nr;
set wisman_nr;
if _n_>=22 then s22=1;
else s22=0;
if _n_>=26 then s26=1;
else s26=0;
run;
proc arima data=wisman_nr;
identify var=x(1,12) crosscorr=(s22(1,12) s26(1,12)) nlag=12 noprint;
run;
estimate q=(1)(12) noconstant input=(s22 s26) plot;
run;
forecast lead=12 out=ramalan;
run;
outlier maxnum=5 alpha=0.05;
run;
proc univariate data=ramalan normal;
var residual;
run;
```

**Lampiran 8.** *Syntax* Program SAS untuk Model ARIMA (0,1,1)(1,1,1)<sup>12</sup> pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Batam

```
data wisman_nr;
input x;
datalines;
0.0035555
:
0.0027263
;
proc arima data=wisman_nr;
identify var=x(1,12) noprint;
run;
estimate p=(12) q=(1)(12) noconstant;
run;
forecast lead=12 out=ramalan;
run;
outlier maxnum=5 alpha=0.05;
run;
proc univariate data=ramalan normal;
var residual;
run;
data wisman_nr;
set wisman_nr;
if _n_=53 then a53=1;
else a53=0;
if _n_>=110 then s110=1;
else s110=0;
if _n_=88 then a88=1;
else a88=0;
run;
proc arima data=wisman_nr;
identify var=x(1,12) crosscorr=(a53(1,12) s110(1,12) a88(1,12)) nlag=12 noprint;
run;
estimate p=(12) q=(1)(12) noconstant input=(a53 s110 a88) plot;
run;
forecast lead=12 out=ramalan;
run;
outlier maxnum=5 alpha=0.05;
run;
proc univariate data=ramalan normal;
var residual;
run;
```

**Lampiran 9.** *Syntax* Program SAS untuk Model ARIMA (0,1,[1,35])(1,1,1)<sup>12</sup> pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Soekarno-Hatta

```
data wisman_nr;
input x;
datalines;
333.326
.
.
.
502.906
;
proc arima data=wisman_nr;
identify var=x(1,12) noprint;
run;
estimate p=(12) q=(1,35)(12) noconstant;
run;
forecast lead=12 out=ramalan;
run;
outlier maxnum=5 alpha=0.05;
run;
proc univariate data=ramalan normal;
var residual;
run;
```

**Lampiran 10.** *Syntax* Program SAS untuk Model ARIMA  $([1,2,35],1,0)(0,1,1)^{12}$  pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Juanda

```
data wisman_nr;
input x;
datalines;
92.109
.
.
.
135.318
;
proc arima data=wisman_nr;
identify var=x(1,12) noprint;
run;
estimate p=(1,2,35) q=(12) noconstant;
run;
forecast lead=12 out=ramalan;
run;
outlier maxnum=5 alpha=0.05;
run;
proc univariate data=ramalan normal;
var residual;
run;
```

**Lampiran 11.** Koefisien Model SSA untuk *Trend* dan *Seasonal* pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Ngurah Rai

<b>A</b>	<b>Trend</b>	<b>Seasonal</b>	<b>A</b>	<b>Trend</b>	<b>Seasonal</b>	<b>A</b>	<b>Trend</b>	<b>Seasonal</b>
a1	0.0036397	0.0223114	a33	-0.0070441	0.0110995	a65	0.0135918	-0.046888
a2	0.0030909	0.0028748	a34	-0.0061379	-0.005093	a66	0.0152751	0.0130724
a3	0.0029107	0.00348	a35	-0.0055848	0.0093754	a67	0.0175589	-0.028639
a4	0.003197	-0.0263544	a36	-0.0054169	0.0647474	a68	0.0200344	-0.042375
a5	0.0035382	-7.275E-06	a37	-0.0054646	0.0307638	a69	0.022469	0.0158081
a6	0.0038745	0.037879	a38	-0.0053156	-0.009379	a70	0.0244458	-0.012567
a7	0.0044881	0.011875	a39	-0.004961	-0.011639	a71	0.0254173	-0.001424
a8	0.0050843	0.005552	a40	-0.0037176	-0.053623	a72	0.0256901	0.0745221
a9	0.0053967	0.0056139	a41	-0.0023263	-0.051681	a73	0.0261183	0.0279233
a10	0.0052475	-0.0365536	a42	-0.0007583	-0.006687	a74	0.0265538	-0.00558
a11	0.0045953	-0.0191056	a43	0.00109959	-0.031295	a75	0.0275968	0.0125111
a12	0.0033656	0.0232125	a44	0.00328413	-0.038	a76	0.029446	-0.032234
a13	0.0020276	-0.000719	a45	0.0049096	0.0093283	a77	0.0314178	-0.024275
a14	0.0004956	-0.0116802	a46	0.00595621	-0.005502	a78	0.0338001	0.0239998
a15	-0.0006312	-0.006279	a47	0.00613307	0.0066283	a79	0.0365122	-0.025297
a16	-0.0010946	-0.0287842	a48	0.00546086	0.0791932	a80	0.0394643	-0.033714
a17	-0.0016163	-0.0068129	a49	0.00452197	0.0456806	a81	0.0423028	0.0219177
a18	-0.0020508	0.0336505	a50	0.00388073	-0.00213	a82	0.0445102	-0.009311
a19	-0.0020761	0.0045106	a51	0.00364578	0.0163748	a83	0.0448996	0.004698
a20	-0.0018199	-0.0076441	a52	0.00412082	-0.027157	a84	0.0436755	0.076284
a21	-0.0016616	0.0102304	a53	0.0049454	-0.037087	a85	0.0428312	0.029212
a22	-0.0018793	-0.0164327	a54	0.00587055	0.0255733	a86	0.0418862	-0.005151
a23	-0.0028806	-0.0130469	a55	0.00726437	-0.010943	a87	0.0410319	0.0296744
a24	-0.0042887	0.0387882	a56	0.0090002	-0.030532	a88	0.040754	-0.027304
a25	-0.0057329	0.026827	a57	0.01039945	0.0307833	a89	0.040308	-0.036206
a26	-0.0072068	-0.0051389	a58	0.01132762	0.0066327	a90	0.0401153	0.0014645
a27	-0.0083323	0.008865	a59	0.01183861	0.0021386	a91	0.0405431	-0.047715
a28	-0.0088583	-0.014149	a60	0.01158968	0.0753575	a92	0.0415255	-0.052855
a29	-0.0089098	-0.0089037	a61	0.01110229	0.0248197	a93	0.0421083	0.0056077
a30	-0.0090774	0.0257592	a62	0.01095605	-0.035935	a94	0.0423309	-0.024895
a31	-0.0090245	-0.004133	a63	0.01104626	-0.00953	a95	0.0419597	-0.006666
a32	-0.0081729	-0.0159358	a64	0.01211983	-0.049875			

**Lampiran 12.** Koefisien Model SSA untuk *Trend* dan *Seasonal* pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Kualanamu

<b>A</b>	<b>Trend</b>	<b>Seasonal</b>	<b>A</b>	<b>Trend</b>	<b>Seasonal</b>
a1	0.033577	0.032616	a31	-0.02269	0.030947
a2	0.047385	-0.07103	a32	0.003176	-0.03054
a3	0.027416	-0.02793	a33	0.02248	-0.01718
a4	-0.00948	0.032601	a34	-0.00458	-0.06824
a5	0.009243	-0.01221	a35	-0.00852	-0.01224
a6	-0.00211	0.009015	a36	0.020598	0.138097
a7	-0.04057	0.046303	a37	0.0054	0.007786
a8	-0.0334	0.014679	a38	0.002893	-0.11194
a9	-0.00795	-0.00713	a39	-0.03171	0.007584
a10	-0.01423	-0.06569	a40	-0.09336	0.020621
a11	-0.03387	-0.02952	a41	-0.06756	-0.025
a12	-0.00185	0.098585	a42	-0.05415	0.062108
a13	0.013644	0.042835	a43	-0.05207	0.020628
a14	0.024844	-0.06181	a44	0.007089	-0.06895
a15	0.009078	-0.02614	a45	0.056564	-0.0269
a16	-0.02792	0.029818	a46	0.04339	-0.08877
a17	-0.00962	-0.00806	a47	0.054789	-0.01099
a18	-0.00083	0.010732	a48	0.088581	0.167544
a19	-0.02443	0.0449	a49	0.062331	0.00251
a20	-0.01404	-0.00331	a50	0.054337	-0.11732
a21	0.01906	-0.01654	a51	0.026595	0.003499
a22	0.020076	-0.06617	a52	-0.03604	0.013547
a23	0.015198	-0.02422	a53	0.005543	-0.02248
a24	0.052222	0.103181	a54	0.035367	0.077985
a25	0.057539	0.030405	a55	0.05711	0.017355
a26	0.05315	-0.08711	a56	0.133411	-0.0863
a27	0.025729	-0.00915	a57	0.193345	-0.03274
a28	-0.01855	0.033395	a58	0.183775	-0.08198
a29	-8.8E-05	-0.01292	a59	0.186104	0.011502
a30	-0.00441	0.031174	a60		

**Lampiran 13.** Koefisien Model SSA untuk *Trend* dan *Seasonal* pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Batam

<i>A</i>	<i>Trend</i>	<i>Seasonal</i>	<i>A</i>	<i>Trend</i>	<i>Seasonal</i>
a1	-0.00435	0.011372	a43	0.004047	0.018306
a2	-0.00529	-0.00023	a44	0.004328	-0.01992
a3	-0.00549	0.021144	a45	0.005051	-0.00245
a4	-0.0048	-0.02668	a46	0.006833	-0.03899
a5	-0.00511	-0.01933	a47	0.00764	-0.02862
a6	-0.00618	0.043835	a48	0.008327	0.046744
a7	-0.00695	0.012794	a49	0.008123	0.014497
a8	-0.00771	-0.00607	a50	0.008868	-0.02233
a9	-0.00786	0.01604	a51	0.010262	-0.00259
a10	-0.00786	-0.02971	a52	0.013086	-0.03741
a11	-0.00822	-0.02519	a53	0.01389	-0.02488
a12	-0.00833	0.038021	a54	0.015074	0.056682
a13	-0.00981	0.005315	a55	0.016255	0.017142
a14	-0.01016	-0.01147	a56	0.016923	-0.02052
a15	-0.00991	0.007606	a57	0.018903	0.007823
a16	-0.00857	-0.03922	a58	0.021593	-0.03421
a17	-0.00814	-0.02989	a59	0.022782	-0.01806
a18	-0.00791	0.035339	a60	0.024812	0.06545
a19	-0.00821	0.005989	a61	0.02559	0.017171
a20	-0.00832	-0.01315	a62	0.027048	-0.01772
a21	-0.00766	0.006943	a63	0.029838	0.011181
a22	-0.00688	-0.03592	a64	0.033823	-0.03645
a23	-0.00621	-0.0253	a65	0.036385	-0.01694
a24	-0.00625	0.040595	a66	0.03756	0.070782
a25	-0.00721	0.014164	a67	0.038937	0.01746
a26	-0.00733	-0.00438	a68	0.040386	-0.02362
a27	-0.00699	0.009211	a69	0.042458	0.010739
a28	-0.00547	-0.03099	a70	0.045297	-0.03806
a29	-0.00527	-0.0186	a71	0.046359	-0.02154
a30	-0.00493	0.046995	a72	0.047359	0.069922
a31	-0.00506	0.01812	a73	0.046944	0.010524
a32	-0.00459	-0.00635	a74	0.048032	-0.03259
a33	-0.00362	0.009038	a75	0.049391	0.004155
a34	-0.00207	-0.03093	a76	0.052482	-0.04434
a35	-0.00049	-0.01902	a77	0.052929	-0.02735
a36	-0.00034	0.049176	a78	0.052962	0.06816
a37	-0.00074	0.020878	a79	0.052153	0.007033
a38	-0.00039	-0.0085	a80	0.051996	-0.03911
a39	0.000571	0.002634	a81	0.053341	0.001977
a40	0.002836	-0.03442	a82	0.053454	-0.04435
a41	0.003853	-0.02272	a83	0.052502	-0.02048
a42	0.003811	0.047318	a84		

**Lampiran 14.** Koefisien Model SSA untuk *Trend* dan *Seasonal* pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Soekarno-Hatta

<b>A</b>	<b>Trend</b>	<b>Seasonal</b>	<b>A</b>	<b>Trend</b>	<b>Seasonal</b>
a1	0.00298	0.028249	a37	0.007382	0.032649
a2	0.003469	0.015806	a38	0.006533	-0.00929
a3	0.001923	-0.01298	a39	0.008068	-0.02342
a4	0.003218	-0.01311	a40	0.012284	0.000198
a5	0.004617	-0.00241	a41	0.01586	0.011674
a6	0.004902	-0.0015	a42	0.016763	0.005294
a7	0.002173	0.001959	a43	0.01787	0.014188
a8	0.000596	0.015098	a44	0.022431	0.023883
a9	-0.0013	0.003583	a45	0.025152	-0.00784
a10	-0.00423	-0.03774	a46	0.02529	-0.04418
a11	-0.00718	-0.04857	a47	0.026936	-0.02169
a12	-0.00807	-0.00795	a48	0.030007	0.024795
a13	-0.00798	0.024302	a49	0.030006	0.01597
a14	-0.01193	0.004443	a50	0.028361	-0.02802
a15	-0.01691	-0.02386	a51	0.029549	-0.03198
a16	-0.01744	-0.01009	a52	0.032011	-0.00681
a17	-0.01826	0.011157	a53	0.033027	0.000173
a18	-0.02057	0.015784	a54	0.033598	-0.00142
a19	-0.02189	0.024053	a55	0.035381	0.015641
a20	-0.02024	0.039515	a56	0.038908	0.020745
a21	-0.01837	0.023847	a57	0.040751	-0.01278
a22	-0.01789	-0.01889	a58	0.041281	-0.03747
a23	-0.018	-0.02465	a59	0.045653	-0.00072
a24	-0.01453	0.019796	a60	0.048787	0.040187
a25	-0.01222	0.038526	a61	0.049134	0.019864
a26	-0.01304	0.000511	a62	0.050166	-0.01693
a27	-0.01345	-0.02798	a63	0.052383	-0.01607
a28	-0.01078	-0.01248	a64	0.055159	0.005265
a29	-0.00777	0.001398	a65	0.056896	0.009134
a30	-0.00739	-0.00358	a66	0.058383	0.007996
a31	-0.00681	0.004757	a67	0.059643	0.018895
a32	-0.00409	0.020445	a68	0.062214	0.011132
a33	-0.00255	-0.00142	a69	0.062912	-0.02209
a34	-0.00138	-0.03921	a70	0.063867	-0.03435
a35	0.000683	-0.02869	a71	0.065025	0.005071
a36	0.005451	0.02293	a72		

**Lampiran 15.** Koefisien Model SSA untuk *Trend* dan *Seasonal* pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Juanda

A	<i>Trend</i>	<i>Seasonal</i>	A	<i>Trend</i>	<i>Seasonal</i>
a1	0.037337	-0.00416	a55	-0.01405	0.007908
a2	0.039423	-0.00887	a56	-0.01104	0.021409
a3	0.038674	0.009232	a57	-0.00443	-0.01071
a4	0.031901	0.017948	a58	-0.00264	-0.02106
a5	0.027551	-0.00138	a59	-0.00284	0.012359
a6	0.021709	-0.01184	a60	0.001534	0.023526
a7	0.011366	0.00594	a61	0.010758	-0.00909
a8	0.001057	0.015779	a62	0.007899	-0.01717
a9	-0.00365	-0.00335	a63	-0.00361	0.015333
a10	-0.00918	-0.01454	a64	-0.00854	0.020607
a11	-0.01916	0.004726	a65	-0.00714	-0.01602
a12	-0.02563	0.014882	a66	-0.00773	-0.0254
a13	-0.02302	-0.00637	a67	-0.01134	0.010695
a14	-0.02407	-0.01624	a68	-0.011	0.021286
a15	-0.02826	0.00472	a69	-0.00783	-0.01272
a16	-0.03116	0.014202	a70	-0.00957	-0.02084
a17	-0.02783	-0.0095	a71	-0.01057	0.012592
a18	-0.02438	-0.02189	a72	-0.00696	0.020152
a19	-0.02287	0.000576	a73	-0.00377	-0.01105
a20	-0.01643	0.01326	a74	-0.01003	-0.01599
a21	-0.0068	-0.00733	a75	-0.01854	0.01392
a22	0.000222	-0.01788	a76	-0.01998	0.015441
a23	0.00132	0.004843	a77	-0.01743	-0.01816
a24	0.001017	0.018922	a78	-0.01436	-0.02281
a25	0.004885	-0.00071	a79	-0.01523	0.011822
a26	0.01339	-0.01608	a80	-0.00637	0.016849
a27	0.011499	0.004238	a81	0.001439	-0.01402
a28	0.00799	0.019946	a82	0.004393	-0.01724
a29	0.015396	-0.00477	a83	0.012326	0.011969
a30	0.021245	-0.02381	a84	0.020399	0.016906
a31	0.020018	-0.0002	a85	0.027654	-0.00982
a32	0.022793	0.018078	a86	0.028757	-0.01282
a33	0.028423	-0.00396	a87	0.024091	0.014459
a34	0.030384	-0.01905	a88	0.023726	0.015119
a35	0.027892	0.005569	a89	0.027573	-0.01664
a36	0.026052	0.022991	a90	0.030455	-0.02149
a37	0.031472	-0.00164	a91	0.030056	0.011432
a38	0.031049	-0.01726	a92	0.032055	0.019238
a39	0.018835	0.010596	a93	0.037081	-0.01078
a40	0.010218	0.024623	a94	0.04128	-0.01834
a41	0.00626	-0.00659	a95	0.046784	0.009685
a42	0.002264	-0.02604	a96	0.048826	0.01951
a43	-0.00734	0.00278	a97	0.051102	-0.00667
a44	-0.00941	0.020018	a98	0.050524	-0.01547
a45	-0.00636	-0.0081	a99	0.048088	0.009149
a46	-0.00746	-0.02269	a100	0.048399	0.015844
a47	-0.01262	0.007477	a101	0.055611	-0.01262
a48	-0.01106	0.021588	a102	0.062581	-0.02266
a49	-0.00343	-0.00778	a103	0.06461	0.007195
a50	-0.003	-0.01897	a104	0.067424	0.020066
a51	-0.01302	0.012057	a105	0.074705	-0.00833
a52	-0.01579	0.02097	a106	0.082533	-0.02072
a53	-0.01323	-0.01323	a107	0.08485	0.008869
a54	-0.01162	-0.02595	a108		

**Lampiran 16. Trend yang Direkonstruksi pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Ngurah Rai**

	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Jul	Aug	Sep	Oct	Nov	Dec
1996	89522.45	91295.56	92709.65	93729.16	94548.66	95220.39	95557.27	95578.2	95455.19	95385.37	95535.09	96041.58
1997	96866.24	98028.15	99366.37	100713.31	102069.22	103346.48	104452.24	105338.41	106012.45	106561.01	107157.94	107880.36
1998	108735.04	109749.76	110855.45	111997.07	113081.05	114112.54	115043.75	115760.19	116236.22	116532.87	116733.64	116915.07
1999	117125.88	117376.99	117655.73	117898.86	118085.57	118174.64	118119.1	117883.48	117503.52	117051.51	116635.03	116336.66
2000	116198.42	116212.9	116349.19	116558.84	116797.23	117012.69	117141.65	117135.58	117003.49	116786.9	116542.7	116337.97
2001	116210.05	116158.06	116173.83	116199.98	116186.17	116093.75	115865.59	115474.44	114920.6	114252.5	113561.03	112917.82
2002	112342.99	111848.26	111421.99	111019.98	110616.01	110161.04	109616.19	108956.55	108184.41	107351.15	106576.95	105959.96
2003	105511.49	105250.93	105167.25	105233.03	105423.29	105700.8	105995.95	106259.53	106486.04	106707.3	106968.42	107315.08
2004	107649.1	108091.89	108654.04	109299.61	109980.18	110645.09	111241.04	111725.9	112087.08	112357.3	112587.79	112837.57
2005	113132.65	113514.64	113990.43	114532.42	115110.25	115688.35	116216.84	116657.21	117014.63	117313.23	117669.13	118152.26
2006	118793.42	119615.16	120631.62	121818.63	123128.99	124525.03	125961.5	127401.21	128841.08	130299.44	131815.62	133426.76
2007	135158.56	137037.02	139054.15	141184.57	143384.72	145601.62	147776.56	149858.68	151831.8	153602.58	155348.27	157101.87
2008	158887.85	160728.26	162620.03	164554.12	166511.27	168451.78	170336.09	172134.59	173839.95	175474.95	177073.22	178684.47
2009	180342.12	182073.74	183910.96	185835.19	187811.78	189808.73	191786.61	193693.09	195522.75	197300.53	199046.53	200824.91
2010	202636.8	204538.19	206523.05	208581.76	210693.04	212805.49	214853.64	216780.15	218578.99	220270.41	221877.74	223458.85
2011	225022.39	226604.24	228223.71	229878.29	231526.11	233151.46	234681.01	236052.71	237290.98	238414.52	239467.41	240519.15
2012	241578.79	242677.57	243887.46	245199.77	246604.38	248078.95	249565.05	250994.82	252389.32	253767.78	255168.46	256653.96
2013	258228.35	259983.71	261931.16	264063.88	266382.31	268842.24	271343.25	273800.72	276166.55	278469.87	280822.61	283179.99
2014	285594.75	288138.11	290868.12	293813.32	296948.98	300224.62	303438.81	306409.33	309174.92	311671.98	313955.36	316320.54
2015	318545.9	321002.47	323396.28	326109.87	329101.96	332922.56	336666.18	338720.14				

**Lampiran 17. Seasonality yang Direkonstruksi pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Ngurah Rai**

	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Jul	Aug	Sep	Oct	Nov	Dec
1996	-15311.288	-7591.7465	-1347.1318	-9142.8923	-14236.954	-4632.0351	6562.2428	18277.177	22681.615	6720.504	-8925.1331	-9524.7809
1997	-6973.203	-766.7927	2843.1482	-8521.4299	-15095.48	-4459.7397	8653.0777	20559.211	23341.407	5373.875	-12254.095	-13420.952
1998	-10249.243	-4290.5234	-142.5464	-9423.4776	-14516.419	-1493.1152	13569.2	24767.408	26314.889	6886.6517	-12742.2	-14900.866
1999	-12755.525	-7940.6162	-2568.8708	-9170.3816	-10519.604	6051.4432	20941.545	28368.862	25638.637	2294.2452	-19480.129	-20727.941
2000	-17124.604	-11246.408	-3334.7218	-6932.3399	-6022.6237	12799.044	27558.765	31769.928	26199.459	580.2877	-23011.066	-24001.914
2001	-19936.424	-14146.308	-4703.3086	-6355.0763	-4184.5927	15612.564	29060.17	30342.744	23091.491	-2899.8214	-25377.195	-24033.102
2002	-19371.588	-14465.794	-5214.5262	-6848.1898	-3715.3285	17846.947	31485.729	32022.966	24879.916	-853.8626	-22702.088	-20724.036
2003	-17557.761	-15475.714	-8278.2163	-10995.703	-8124.7254	14064.676	27881.555	28429.861	22867.03	-299.4068	-20453.448	-18266.888
2004	-16814.398	-17087.382	-10316.555	-11597.9	-6819.9067	16847.048	30671.786	30168.557	24273.543	1524.062	-18226.894	-15991.167
2005	-15582.551	-17413.13	-11038.111	-11731.708	-6434.2563	17474.3	30452.7	28095.275	21487.791	-849.6355	-20198.071	-17304.063
2006	-16436.485	-18792.543	-12095.084	-11576.21	-6497.0261	16308.155	28235.807	24670.521	18940.447	225.4024	-16293.14	-12193.885
2007	-11455.129	-16036.579	-11429.395	-11605.869	-7410.4158	14734.52	26573.337	22786.85	18208.169	1653.753	-13754.904	-9289.4559
2008	-9604.7859	-16819.822	-13562.315	-13855.051	-10296.408	12750.698	25875.218	21744.576	18770.432	4513.3078	-11824.351	-7990.341
2009	-9147.937	-19512.449	-15715.889	-13383.498	-9691.4887	14961.257	29177.366	23029.832	20607.766	7375.1804	-10540.378	-6784.6323
2010	-9187.9032	-21995.047	-17592.806	-14487.4	-11096.373	14869.639	28591.148	20687.463	19464.598	6958.6131	-11222.861	-5705.5653
2011	-8105.911	-22593.948	-16787.905	-13711.581	-12226.634	14761.354	27803.389	18424.922	20045.05	8935.8839	-9185.6772	-1752.1224
2012	-5868.5917	-23331.303	-17522.294	-16068.407	-15291.366	13024.431	25258.796	16307.107	20046.787	9136.8358	-7479.6293	355.9578
2013	-7036.5166	-24971.741	-19338.421	-19480.368	-16640.461	13478.007	25044.214	18579.674	23938.452	12026.131	-3618.8153	3429.6695
2014	-6883.125	-25553.603	-18586.071	-19000.292	-15992.671	15922.9	26327.388	18106.356	25548.048	12781.012	-5191.3532	4333.4278
2015	-8210.5832	-26364.445	-16864.231	-18365.997	-19117.629	18610.039	29538.772	11073.486				

**Lampiran 18.** *Noise* yang Direkonstruksi pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Ngurah Rai

	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Jul	Aug	Sep	Oct	Nov	Dec
1996	4418.8409	4545.1882	5465.4783	5036.7349	5678.2952	13102.646	14432.49	4297.6214	-4892.8014	5380.1309	8785.0469	14435.203
1997	-2871.0337	2289.641	12787.482	4470.1204	11219.263	12413.259	11031.687	8115.3823	1871.1472	-10727.882	-145.84877	6132.5901
1998	-10830.801	-12595.232	-18539.903	-3490.5878	-25546.631	-41019.426	-17661.953	-7539.5953	-11070.108	2907.4751	12808.561	9334.7982
1999	4255.6448	-3763.3722	6427.139	1459.5229	4675.0347	614.91595	7798.3505	-2946.339	-8989.162	-9138.7537	-4125.9049	-6674.7172
2000	-1822.8185	101.50775	-298.46731	133.49929	-411.60736	-1351.7302	5114.5882	611.48715	424.04841	19133.808	22666.364	16594.943
2001	15504.37	-1543.7566	9410.4749	14203.096	6010.4262	3503.687	-80.75757	6634.8174	1728.913	-8654.6832	-9734.8349	5247.2778
2002	-652.40162	2640.5378	12749.536	6504.2073	18472.318	8408.012	12410.077	25938.482	23858.67	-19596.287	-48767.866	-17184.924
2003	-21908.728	-17808.218	-19349.035	-35289.33	-45609.564	-34090.473	-16254.509	-13453.394	-17115.073	-3485.8888	2310.028	10386.808
2004	18778.298	-1695.5111	6082.5187	18608.295	19885.729	9792.8586	12295.177	19454.544	11313.381	20486.643	22540.103	34664.597
2005	10177.906	9300.4913	18504.679	19538.287	14045.005	9496.3484	18474.456	18853.515	29667.578	-29665.597	-29784.06	-19755.194
2006	-17302.935	-23438.622	-19592.538	-541.41623	-8953.967	-25331.182	-25577.309	-27274.729	-23250.525	-11746.846	3757.5229	7427.1255
2007	-8146.433	2219.5617	-2715.7578	1455.2989	-711.30531	-9002.1436	-2652.893	995.47438	-10429.971	-2219.334	6792.6359	6434.582
2008	-1964.0613	15772.565	10828.29	4077.9274	11127.137	-2944.4772	-5549.3042	1878.8318	-3363.3843	9153.7388	7564.1318	6206.8725
2009	2724.8178	-16369.286	-159.07072	15737.312	12576.714	-4266.9841	14078.021	15441.075	2114.4836	20930.287	-3884.1552	27563.723
2010	-15090.901	8818.8533	2194.7527	-9864.3606	-195.66897	-2980.1273	8665.2137	5754.3826	-5527.5922	2421.9775	-13798.874	4743.7125
2011	-8579.4818	-2553.2909	-8896.8073	8256.2919	-10467.472	-2664.8089	16734.602	-1779.6313	-4481.032	-2929.4042	-9940.7355	9568.9728
2012	14017.798	-10186.266	-3415.1647	-6474.3593	-10805.01	-19995.379	-3452.8459	-13331.929	-16719.104	-10188.612	-9814.827	7356.0839
2013	-21630.838	1959.0321	4431.2601	-5183.5143	-4867.8473	-6868.2501	1335.5375	16670.609	5324.0019	-24043	19786.202	6351.3455
2014	-26.62107	6782.4921	-3864.0508	3111.9737	5008.6871	13506.479	29140.802	12112.317	17294.037	14747.006	-14906.007	20457.036
2015	-21580.313	38433.977	-11774.048	2144.1293	-22843.334	6179.4041	15685.05	-51155.621				

**Lampiran 19. Trend yang Direkonstruksi pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Kualanamu**

	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Jul	Aug	Sep	Oct	Nov	Dec
1996	12121.833	14748.629	16535.514	17850.022	18834.748	19261.833	19407.172	19705.092	19741.227	19696.143	19960.788	19820.098
1997	18801.425	18284.504	17826.583	17153.06	16545.156	15799.972	14826.324	13868.498	12824.281	11603.84	10671.588	9777.752
1998	8698.289	7856.342	7237.742	6644.05	6211.862	5934.538	5709.073	5625.599	5566.778	5487.457	5537.516	5555.504
1999	5489.732	5579.513	5713.642	5777.606	5916.934	6042.823	6136.854	6304.385	6425.958	6485.089	6619.598	6649.953
2000	6581.065	6667.004	6778.575	6830.671	6988.26	7102.494	7147.567	7275.797	7364.342	7377.775	7474.687	7511.143
2001	7477.974	7582.454	7711.608	7778.28	7958.424	8117.548	8147.793	8202.192	8232.551	8146.492	8108.121	8112.332
2002	8064.837	8080.486	8130.493	8088.758	8089.193	8067.55	7925.146	7761.582	7583.936	7316.923	7092.9	6955.093
2003	6764.698	6662.008	6619.401	6518.242	6518.389	6553.37	6515.205	6552.836	6622.772	6601.061	6690.375	6870.438
2004	6956.779	7155.346	7402.483	7555.423	7806.623	8044.017	8143.223	8337.965	8503.554	8523.277	8701.029	8915.84
2005	8936.418	9066.525	9189.277	9144.829	9208.325	9251.933	9155.273	9176.536	9152.337	8991.469	9043.205	9120.362
2006	9028.292	9071.778	9134.443	9063.64	9132.973	9174.037	9112.42	9174.919	9166.009	9074.308	9203.583	9311.031
2007	9254.831	9356.423	9462.141	9452.634	9597.445	9690.328	9676.885	9776.113	9771.129	9720.965	9900.215	10042.82
2008	10027.244	10203.63	10402.535	10478.593	10732.448	10931.756	10994.135	11165.204	11252.948	11281.298	11537.873	11786.226
2009	11776.546	11962.796	12193.028	12191.315	12371.168	12530.62	12441.08	12464.879	12530.167	12487.427	12693.612	12957.757
2010	12915.789	13089.995	13328.194	13276.333	13436.985	13627.145	13519.233	13586.17	13794.77	13876.231	14204.806	14603.769
2011	14662.34	14956.955	15282.064	15258.398	15455.28	15673.033	15587.156	15730.664	16026.247	16122.753	16509.027	16869.779
2012	16770.666	16972.981	17133.638	16861.773	16953.13	17032.266	16779.267	16989.589	17345.804	17384.124	17858.995	18185.874
2013	17895.728	18095.803	18173.066	17747.136	17955.977	18131.023	17860.632	18317.392	18949.603	19098.528	19794.563	20194.741
2014	19682.332	19679.169	19493.912	18746.678	18831.404	18999.039	18764.268	19401.123	20268.349	20509.182	21180.35	21441.02
2015	20355.483	19713.177	18769.505	17080.83	16349.041	16035.399	15376.324	15269.727				

**Lampiran 20. Seasonality yang Direkonstruksi pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Kualanamu**

	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Jul	Aug	Sep	Oct	Nov	Dec
1996	29.556692	-663.09602	400.6149	761.05931	-348.49334	-892.88495	165.08323	1023.7517	-636.52965	-1740.4594	699.80756	1788.9319
1997	-585.86773	-1091.2459	492.47144	628.4457	-223.94861	-350.72553	368.79666	912.06608	-157.73079	-1180.794	305.42257	1261.6611
1998	-330.45662	-891.39971	247.01914	341.5586	-385.80451	-438.23283	213.45668	561.56194	-342.10229	-902.29612	355.21151	821.83397
1999	-428.25676	-505.40187	351.23762	196.27639	-249.16613	-207.5466	247.50578	512.4925	-291.81226	-717.94165	464.33812	756.39885
2000	-401.51114	-374.89685	304.9524	77.89663	-175.16597	-63.969178	233.34454	443.71288	-227.52941	-657.84457	373.71275	723.32219
2001	-291.18314	-309.58449	276.02731	61.164996	-151.27812	26.372182	288.62314	448.85518	17.617518	-507.02029	13.048875	581.38259
2002	62.310427	-160.16098	270.03513	90.520285	-227.87826	-42.992763	250.38386	410.24069	47.001707	-648.00973	-249.37996	531.51627
2003	-42.808529	-394.90445	119.46168	-89.471655	-436.96893	-227.69408	33.856637	388.72583	-3.483119	-1035.2514	-324.54948	828.77745
2004	-79.072672	-559.79064	172.79167	-7.712854	-322.13706	-139.44059	171.63432	809.18903	84.311275	-1359.9624	-77.288391	1389.9217
2005	6.088653	-529.08657	369.48101	71.603844	-291.98476	-111.87968	366.76908	1096.9189	-133.4608	-1720.3966	144.14864	1634.7039
2006	-142.53714	-712.44485	256.93217	-13.78114	-380.15391	-194.09447	522.56898	1089.34	-680.5083	-1973.7489	497.14475	1780.6495
2007	-367.70212	-909.87187	135.42118	-72.847514	-408.76756	-105.5317	782.28609	988.02463	-1190.0265	-2044.8849	900.64609	1983.7213
2008	-529.51729	-1126.4154	103.56239	-63.988148	-370.3887	226.08263	1016.4089	671.25902	-1473.7603	-1903.6374	1235.4092	2317.4388
2009	-621.99852	-1363.2264	201.46153	-125.56093	-325.44883	832.53433	1055.0813	20.281069	-1604.4601	-1695.0811	1407.8649	2489.0346
2010	-834.77548	-1623.4721	204.73869	-294.98073	-207.85397	1357.1042	846.0295	-584.2961	-1629.5821	-1541.0574	1684.3266	2766.014
2011	-1124.1514	-1805.422	285.23292	-382.27412	200.27113	1854.8135	488.60192	-978.78887	-1522.0777	-1337.0038	2275.9661	3140.1948
2012	-1605.6515	-1955.3671	386.05508	-571.0206	863.54477	2396.5681	-315.47061	-1413.5194	-1418.9505	-1438.6243	2938.9523	3495.0612
2013	-2378.3632	-2116.3199	251.02784	-1126.8759	1605.5667	3036.3249	-1162.3143	-1873.9103	-1509.1594	-1698.9393	3608.3495	4045.5563
2014	-2808.8243	-2323.2115	-114.85143	-1505.2777	2154.3402	3250.6388	-1607.2723	-2105.2472	-1653.1427	-1627.6054	4113.7093	4523.7464
2015	-3145.4911	-2628.6663	-608.80591	-1931.1865	2402.8668	2340.2503	-1813.5718	-295.79509				

**Lampiran 21.** *Noise* yang Direkonstruksi pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Kualanamu

	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Jul	Aug	Sep	Oct	Nov	Dec
1996	-1468.3902	1307.4674	-1199.1289	564.91889	1607.7458	1781.052	-369.25544	-714.8433	-2283.6975	-1545.6837	1407.4044	8009.9703
1997	-8715.5572	-1640.2582	-1429.054	-2464.5062	2116.7929	2624.7532	2931.8797	2316.4359	3994.4497	-2621.0463	-1931.0109	1179.5865
1998	53.167875	-1754.9418	-1478.7615	-652.60904	-2330.0571	-792.3052	3.470393	471.83935	633.32389	1626.8393	-212.7271	-441.33779
1999	710.52466	1175.8894	757.12022	189.11736	-201.7677	-1064.2762	377.64067	-630.87778	-14.145376	541.85248	616.06417	369.64798
2000	-205.55381	-352.10732	-365.52727	-828.56811	239.90549	-552.52506	256.08882	-517.50943	250.1876	849.06914	657.60001	-485.46536
2001	366.20939	-998.86926	-901.63507	-874.44524	916.85456	562.07961	625.58342	283.95272	596.83171	-131.47185	-748.16962	-1515.7144
2002	-1062.1473	-202.32455	834.4715	-474.27869	2605.6855	334.44313	2089.4699	1417.1774	-558.93742	566.08721	-1121.5204	-48.609185
2003	-605.88909	136.8969	97.137251	-1742.7702	-866.41965	-923.67627	-336.06137	-595.5623	246.71146	1943.1899	-1150.8257	268.78408
2004	-238.70592	-983.55498	-907.27439	420.28944	575.51426	943.42345	-18.856849	6.846197	-86.865711	-104.31482	-714.74018	2067.2384
2005	-746.50696	1596.5614	1247.2417	287.56741	-772.34011	-338.05376	4.957449	-632.45464	890.12339	-1038.0723	-656.35383	-1148.0657
2006	63.244868	-355.33362	286.62532	231.14154	1102.1807	-610.94263	387.01102	-497.25862	-178.50058	-539.55878	504.27184	315.31975
2007	-374.12885	17.448426	627.4379	-192.78643	1019.3228	-217.79581	249.8293	1906.8623	-1047.1026	-294.07997	391.13931	-864.54086
2008	-1175.7267	-496.21481	-663.0974	-1234.6049	1292.9403	-1459.8386	-112.54374	3053.5369	-1758.1874	1099.3396	-1639.2827	2408.3357
2009	93.452376	-1466.5699	1222.5106	-584.75367	985.28099	802.84533	389.83893	-442.16021	-1223.7065	1068.6545	-2059.4765	536.20826
2010	-716.01371	1158.4775	467.06757	-655.35177	68.868494	514.75098	878.73714	-1554.8737	-38.188126	1184.8268	-1787.1328	-512.78265
2011	-1366.1885	1118.4673	32.703261	121.87594	992.44873	-1548.8463	1570.2416	-1526.8753	12.830548	606.25082	1122.0067	2286.0259
2012	218.98506	-174.61388	1708.3073	92.247303	257.32545	-2794.8339	-612.79607	-809.06996	658.14676	-660.4999	314.05308	18.064936
2013	-1112.3651	439.51669	-492.09407	-1609.2597	1097.4565	-438.34808	-1021.3173	-168.48176	866.55641	4.411413	1381.0872	3707.7031
2014	2155.4924	424.04238	-886.0602	-1285.3999	-1204.7446	-2873.6783	-577.99536	-394.87588	-823.20636	2064.4231	-2446.0592	3278.2333
2015	76.008027	997.48882	-669.69909	17.35697	-1193.908	-2896.6498	2316.2483	1516.0683				

**Lampiran 22. Trend yang Direkonstruksi pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Batam**

	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Jul	Aug	Sep	Oct	Nov	Dec
1996	95787.52	96030.05	96295.14	96522.86	96696.53	96854.63	96989.6	97108.21	97189.22	97296.9	97400.12	97464.99
1997	97470.49	97468.58	97463.04	97433.67	97411.88	97378.79	97314.76	97239.22	97148.01	97068.71	97001.03	96934.27
1998	96835.27	96738.3	96664.01	96609.88	96575.09	96557.02	96547.64	96538.69	96526	96530.74	96543.76	96566.06
1999	96575.35	96593.6	96623.76	96666.07	96726.9	96793.65	96868.67	96940.73	97024.84	97123.24	97225.47	97321.97
2000	97407.94	97497.27	97584.94	97681.63	97779.26	97892.86	98010.16	98126.93	98244.15	98366.78	98493.42	98618.12
2001	98732.39	98842.38	98958.62	99081.53	99206.1	99321.94	99426.71	99524.59	99619.21	99721.8	99831.54	99941.47
2002	100047.31	100153.26	100266.69	100390.43	100522.92	100657.87	100791.36	100924.96	101058.94	101205.08	101357.54	101512.15
2003	101711.7	101907.59	102099.8	102297.8	102522.21	102749.37	102958.56	103139.25	103286.61	103414.21	103505.99	103559.77
2004	103554.23	103501.72	103410.96	103278.5	103136.27	102951.39	102702.87	102397.76	102037.73	101643.53	101211.19	100752.9
2005	100226.7	99659.26	99093.12	98535.86	97989.36	97440.16	96883.76	96325.53	95782.29	95265.82	94775.61	94307.94
2006	93835.42	93372.01	92936.77	92525.66	92133.27	91751.31	91367.72	90991.6	90632.66	90303.45	90003.12	89711.74
2007	89405.03	89110.69	88834.35	88575.68	88333.09	88096.57	87839.13	87586.03	87339.89	87119.51	86920.45	86722.63
2008	86495.8	86280.09	86079.24	85898.45	85742.29	85591.95	85433.69	85285.16	85148.52	84989.1	84852.22	84720.85
2009	84565.77	84422.66	84318.02	84247.72	84213.35	84199.05	84194.17	84217.34	84272.16	84396.64	84563.82	84754.97
2010	84931.32	85126.81	85354.59	85632.43	85952	86286.83	86621.1	86964.72	87346.54	87795.31	88281.59	88783.3
2011	89252.9	89745.9	90267.37	90832.26	91419.08	92004.82	92557.54	93086.67	93651.83	94273.87	94915.77	95558.94
2012	96135.55	96708.57	97341.51	98014.74	98728.85	99465.03	100167.46	100901.57	101686.64	102556.15	103462.65	104389.05
2013	105231.71	106132.32	107069.16	108028.79	109059.94	110086.63	111046.99	112072.08	113113.54	114240	115415.73	116531.06
2014	117446.5	118312.54	119258.77	120226.55	121219.83	122179.02	122945.75	123764.46	124640.44	125699.41	126766.92	127803.4
2015	128309.44	128827.44	129395.79	130165.43	131112.3	131548.07	131523.82	131983.73				

**Lampiran 23. Seasonality yang Direkonstruksi pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Batam**

	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Jul	Aug	Sep	Oct	Nov	Dec
1996	-1595.3849	-1061.8024	1490.2283	-2732.301	1229.2385	4489.7165	-2463.2789	-886.05785	1812.9733	-3383.722	910.41671	4480.5404
1997	-2409.0457	-580.03943	2133.9027	-3353.1472	446.66337	4045.9063	-2666.3727	-711.28608	1986.9687	-3949.359	-117.1104	3753.7596
1998	-2667.2618	-537.73888	2174.8627	-4011.1807	-565.86666	3854.6536	-2059.1598	-158.00428	2497.8176	-3847.8103	-578.38123	4366.1123
1999	-1342.6519	161.53364	2764.8262	-3792.8944	-844.2507	4576.5838	-875.98574	33.80481	2596.8645	-4076.1949	-1398.9934	4523.3357
2000	-876.63838	-330.6611	2174.4082	-4770.3949	-2089.8837	4480.764	-891.55551	-566.02441	2017.0271	-5209.666	-2153.2849	5076.7709
2001	-508.00983	-258.92179	2270.9262	-5351.0667	-1789.7289	5971.7476	-33.81759	119.53314	2508.275	-5622.1581	-1607.0257	6600.525
2002	103.56989	84.07817	2302.0138	-6274.2393	-1841.3192	6843.8937	-134.40417	-421.43087	1765.3214	-7073.6872	-2147.0162	7059.5916
2003	-262.47283	-716.81317	1415.6662	-7740.5224	-2318.7548	7799.8038	406.2055	-566.37036	1423.6922	-7788.6479	-1980.4501	8948.6735
2004	1226.1903	-510.93899	1349.3033	-8047.2824	-1752.4568	9873.913	1658.3254	-923.50429	830.27665	-8411.2764	-1837.2327	10386.554
2005	1610.0785	-1903.2514	-58.60503	-9015.4394	-1881.423	10744.814	1362.6499	-2659.7839	-533.01006	-9269.5932	-1575.0701	11516.806
2006	1431.2004	-3008.4873	-539.54778	-9100.0741	-773.98106	12590.658	1487.0827	-3180.4344	-444.20648	-9175.2984	-145.24122	13392.065
2007	1074.4583	-3754.2982	-610.55408	-9438.9993	203.38822	13851.141	483.89281	-4477.6358	-935.52281	-9771.2213	381.03228	14219.831
2008	-45.45182	-5152.4462	-998.03511	-9722.9264	722.03713	14747.674	-219.78017	-5601.589	-930.19405	-9323.7034	1372.3847	15491.618
2009	-306.9216	-6211.0952	-905.30251	-8911.8441	1815.7518	15867.666	-552.57233	-6902.7832	-1155.9903	-8730.3345	2053.5251	16225.462
2010	-947.26941	-7823.5829	-1310.0775	-8519.4225	2281.8292	16549.923	-1343.9817	-8631.9706	-1327.9544	-8335.2705	2611.8482	17233.688
2011	-1791.9813	-9340.0328	-954.65889	-7966.3707	3027.3844	17958.148	-2171.8923	-9969.649	-536.16354	-8041.5256	3283.7825	18772.996
2012	-3160.1222	-10677.491	122.19349	-8416.6897	3444.1319	19443.829	-4369.9804	-11196.32	725.80326	-8836.2173	3943.7378	20432.872
2013	-5638.7752	-11558.796	1618.4154	-9296.6928	4447.8595	21187.072	-6622.7801	-12018.144	2044.0576	-9260.7493	4945.1323	22316.593
2014	-7078.0985	-13102.375	2594.1514	-8892.3423	5154.7775	22568.702	-8150.0293	-13918.419	2673.8972	-8498.2688	5663.2783	23201.599
2015	-9243.0126	-14720.513	2576.6554	-8111.5641	7211.1742	20416.784	-12681.675	-12052.885				

**Lampiran 24.** *Noise yang Direkonstruksi pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Batam*

	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Jul	Aug	Sep	Oct	Nov	Dec
1996	-15086.131	-18706.245	-9839.3636	-1333.5586	-12612.767	-11575.347	-9284.3214	-4330.1552	-22681.193	-14379.179	-1495.5347	5516.4666
1997	-9850.4476	-10884.536	3475.0557	-6562.5181	-2682.54	5563.3051	-4880.3887	-2001.9303	-15334.978	-12961.347	-5245.9165	14690.969
1998	-8434.0093	-20554.563	-10222.876	-3639.6952	-9439.2223	-7825.6769	5564.5225	17343.317	1065.1832	17905.067	8899.6236	25029.827
1999	999.30297	1375.8685	12752.418	4836.8233	8508.3473	-3787.2329	11554.316	-8458.5351	-1145.7092	17925.951	24781.523	14637.697
2000	-3153.2973	10141.389	3606.6552	15647.766	-26650.38	-16986.619	-13030.6	-6204.9046	-1450.1814	-548.10909	2382.8636	-2267.8888
2001	-8076.382	-19575.454	-5129.5499	4799.5391	11969.634	3740.3081	-3981.8957	-2662.1231	-6144.4866	-9461.6431	-372.51045	-14035.995
2002	-13102.884	-13971.339	-2527.7007	-6470.1889	-5744.5965	-14895.76	-13702.956	-457.52899	-15423.264	-6905.3955	-7579.5248	-7325.7432
2003	-4928.2309	2423.2268	-7259.4636	-30136.276	-17335.452	-9304.1694	9734.2324	20901.116	13179.695	31926.443	20158.462	24261.559
2004	21388.576	20272.221	29358.738	-4822.2144	20757.192	29731.693	29871.801	41015.74	26793.994	33635.746	7003.0384	37704.542
2005	22332.221	-14079.005	-15223.512	-9553.4249	-5183.9386	-17356.975	-11224.41	-15672.751	-18307.282	-16203.228	-24661.54	-14731.745
2006	-12682.616	-21109.525	-8672.2238	3379.4111	-4406.2915	-10474.973	-6529.7994	-4040.1631	-10354.45	-10112.149	-4807.8837	423.19714
2007	-14380.493	-4793.3878	2209.2009	6814.3192	-808.48189	8620.2861	-2412.0202	9287.603	-4482.3722	105.71505	4192.5161	15844.539
2008	-8794.345	6078.3516	7092.7915	2662.4722	614.67077	-1935.626	346.08849	14573.425	-9528.3291	6964.604	3877.3921	12581.53
2009	-2657.8465	-9247.5681	3741.2792	2452.1193	-6060.1044	-15545.72	-12777.596	1107.4417	-17011.173	-3471.3069	-7853.3421	4056.5716
2010	-4424.0491	3662.7757	-2312.5166	64.99682	-3616.8274	-10117.749	1438.8827	-1523.75	-11507.585	-2277.0383	-5586.4361	4131.0132
2011	-9535.9198	5912.1312	-1536.7068	9189.1072	1759.5333	1656.03	17997.356	1800.9838	-2546.6621	9017.6531	2204.4445	15826.06
2012	9654.5689	-2942.0757	6162.2963	4214.9524	-8055.986	-1859.8633	-3161.4822	6019.7483	-6989.4391	8531.0698	-5525.3909	12546.078
2013	-10342.939	10806.476	11583.424	-5569.0948	-4172.8006	-4996.6986	-13368.21	12286.069	-6942.5981	-1468.2522	3474.1387	14949.344
2014	8685.5943	-7765.1651	166.0762	594.79525	-11051.604	-4529.7242	-12799.718	1608.9633	-14224.333	8967.8559	-8925.1965	20901.999
2015	-4588.4323	5535.0768	-7953.4409	3762.1302	10596.53	-19395.855	-8911.1451	14609.154				

**Lampiran 25. Trend yang Direkonstruksi pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Soekarno-Hatta**

	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Jul	Aug	Sep	Oct	Nov	Dec
1996	137334.04	139009.11	140569.85	140647.3	140276.7	139604.79	138705.19	137324.38	135648.08	133894	131952.84	129851.97
1997	127457.66	125207.23	123064.26	120695.35	118201.48	115709.45	112963.19	109782.33	106300.82	102660.28	98995.74	95382.91
1998	91889.21	88676.88	85765.74	83108.21	80681.94	78646.49	76945.18	75430.91	74092.04	72961.04	72016.17	71316.58
1999	70893.64	70748.05	70803.49	70985.73	71329.23	71886.88	72609.91	73343.87	74094.24	74915.88	75821.45	76762.66
2000	77764.47	78824.11	79868.44	80863.19	81827.68	82755.56	83598.86	84305.79	84924.51	85470.88	85927.94	86317.71
2001	86699.99	87037.66	87329.65	87557.34	87750.99	87887.69	87965.05	87947.32	87860.36	87710.37	87569.09	87455.95
2002	87480.58	87462.48	87404.42	87290.64	87149.71	86957.64	86696.18	86335.94	85901.08	85418.4	84922.26	84467.86
2003	84060.26	83664.96	83300.93	82991.73	82781.02	82647.51	82552.92	82455.55	82378.74	82335.75	82335.86	82431.7
2004	82548.69	82692.69	82890.5	83148.82	83455.97	83792.52	84158.14	84523.61	84868.72	85230.17	85639.43	86125.78
2005	86612.22	87106.08	87631.87	88152.18	88660.09	89148.35	89622.31	90040.39	90385.99	90701.46	91076.53	91480.01
2006	91863.29	92255.4	92695.69	93144.31	93598.85	94062.01	94519.59	94956.6	95389.57	95858.74	96444.63	97003.68
2007	97548.86	98137.06	98830.65	99558.58	100303.3	101093.54	101928.93	102743.65	103598.71	104500.95	105515.53	106533.54
2008	107561.64	108644.88	109767.91	110869.07	111980.95	113095.34	114210.63	115237.32	116184.72	117217.43	118277.21	119331.98
2009	120331.16	121437.87	122635.33	123849.91	125142.61	126493.43	127871.01	129197.26	130564.4	131981.04	133449.48	134920.47
2010	136431.65	138024.04	139661.34	141231.37	142763.69	144259.26	145703.69	147055.38	148412.58	149816.16	151165.88	152445.28
2011	153734.66	155041.45	156318.64	157541.9	158773.02	160017.5	161199.16	162269.25	163391.52	164508.33	165543.99	166507.92
2012	167486.74	168489.27	169465.84	170412.03	171386.48	172317.17	173196.85	174031.22	175003.11	175966.9	176849.09	177700.98
2013	178608.43	179577.57	180504.03	181400.37	182389.74	183358.72	184170.81	184953.22	185751.84	186428.55	186954.33	187398.24
2014	187833.15	188203.86	188510.23	188771.19	189093.59	189362.52	189432.94	189692.89	189844.73	189967.64	190054.76	190201.27
2015	190357.81	190611.92	190961.77	191125.63	191749.46	192226.51	193092.2	196377.75				

**Lampiran 26.** *Seasonality yang Direkonstruksi pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Soekarno-Hatta*

	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Jul	Aug	Sep	Oct	Nov	Dec
1996	-1691.1995	2741.8862	8569.8005	4480.3495	-6079.8048	-7792.2712	1050.4849	5323.8561	184.29403	-3085.5	-655.44731	-953.15847
1997	-4226.7361	-666.18031	6387.0767	3346.4519	-6528.9932	-6416.2364	4043.816	8362.3486	2502.5875	-1536.2429	-121.24744	-1097.2653
1998	-3425.589	1178.9052	6957.5474	1522.7679	-8860.838	-7360.7292	3615.8802	7034.7426	834.12211	-2767.1157	-1532.7614	-2332.7785
1999	-2697.6347	3286.1047	7547.9942	407.86547	-8651.3427	-5030.6169	5445.781	7018.7409	377.53568	-2981.3644	-2264.5297	-3049.0132
2000	-2095.5109	3867.5912	5973.6749	-1883.5058	-8659.0467	-3343.7649	6064.7441	6568.5644	595.98673	-2390.0324	-2233.8428	-2303.8356
2001	176.20884	5264.0317	4868.2573	-3252.2901	-8055.281	-2137.7633	5985.3217	5738.2518	-357.54746	-4033.3596	-3776.112	-1847.4717
2002	1791.9562	5136.7257	2979.1066	-3923.4684	-6665.3297	-657.07549	6817.4265	6574.0373	-265.38849	-5416.321	-4512.8632	-84.83928
2003	3500.6616	3879.4488	558.75384	-4571.2124	-6375.7226	-1164.0983	6449.3579	6836.6451	-1202.0017	-7380.1441	-4196.1765	2863.1369
2004	4868.3236	2291.3585	-346.67405	-3078.1898	-5105.167	-1155.8867	7079.3132	7508.8098	-2904.3788	-9593.9895	-3026.8849	5611.1271
2005	4321.4225	-713.52887	-1133.0719	-1611.4952	-4549.7665	-1040.7357	8491.5888	7949.2731	-5289.4546	-10921.062	-98.48895	8456.2533
2006	2690.4259	-3668.3339	-1166.7677	-595.71402	-4992.558	-905.19734	9776.6212	6776.1463	-8778.8257	-11027.177	4144.3772	10560.073
2007	254.63106	-5404.5941	371.83218	590.34344	-5397.0942	-34.64125	10975.201	4432.4083	-12385.126	-10212.871	7440.6756	9838.7426
2008	-3622.5793	-6321.9919	2306.8919	878.89942	-5805.0657	2120.9339	12955.143	2598.8938	-13959.744	-6659.6238	11543.905	8694.7989
2009	-6744.6116	-6109.1573	3493.3952	-462.46593	-6855.8023	3054.7724	11541.488	-2062.0091	-15409.839	-3178.4666	13334.233	5829.4034
2010	-8680.07	-3916.1585	5798.4417	-79.69588	-5044.008	6282.2998	11352.117	-5110.7297	-14895.652	1101.2164	14019.232	1635.9795
2011	-11046.093	-2857.5589	5099.962	-2772.7665	-5072.3771	7664.996	9009.3205	-8515.755	-12790.861	5848.4355	14185.318	-958.05136
2012	-9873.4702	539.01633	5350.0967	-3585.2427	-2874.1966	9159.943	5721.1714	-11571.325	-10688.283	7930.2351	10997.413	-4845.1156
2013	-9399.9901	1786.5679	3722.5968	-4314.2378	-386.45067	9904.9976	3067.3713	-11202.49	-5747.8147	10652.834	8990.067	-5836.3647
2014	-7153.1654	2726.796	2658.2583	-3702.5258	699.26466	6834.6006	-1360.7477	-10220.015	-2571.3587	9284.9491	4930.4924	-6315.7003
2015	-5025.6524	3148.109	2878.8188	-1759.3006	1515.0111	3244.1403	-4668.1801	-5923.0826				

**Lampiran 27. Noise yang Direkonstruksi pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Soekarno-Hatta**

	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Jul	Aug	Sep	Oct	Nov	Dec
1996	-24536.839	-30816.997	-9506.6548	-15007.65	-3576.8909	2442.4795	3505.3217	-7008.2374	-12705.372	2100.5045	-3111.3882	17016.192
1997	-14518.924	-22111.052	-5951.3384	-10788.797	-12065.482	22195.783	37909.996	25709.326	26229.595	22429.958	11357.504	16473.356
1998	2586.375	-11038.788	-16181.291	-2278.9784	-19152.098	-11945.761	1148.9394	1440.3489	1434.8337	10316.071	-9320.4052	-10387.806
1999	-8949.0054	-12789.152	-7739.4809	-7025.5954	-12307.883	-12512.265	9172.3095	5801.3847	-1498.7726	-8340.5154	2818.0805	-915.6472
2000	-8421.9575	-6106.7056	-3258.119	1476.3197	7404.3689	11695.202	14768.393	-237.3592	4039.5067	11967.149	9279.9019	-5328.8736
2001	-1145.2017	-13189.694	-2613.9106	-2109.0482	14135.29	5950.0737	10775.625	7223.4311	12879.187	-10718.011	-9108.9786	-11951.473
2002	267.466	-7703.2097	8340.4685	4095.8285	13829.618	13062.432	21842.393	13295.022	8280.3049	5735.9226	-10171.393	-14629.016
2003	-6495.9237	-11635.408	-7409.688	-25009.517	-17764.302	-4115.4163	9102.7249	-4720.1911	-3066.7374	9002.3948	-14455.682	5169.1609
2004	-3997.0087	-8759.0453	-2032.8264	-847.6258	4167.1984	2839.3714	6304.5495	9037.5837	2420.658	5911.8174	-16391.541	-4803.9079
2005	-9706.6466	-6678.5513	10399.198	3390.3129	6575.675	4889.385	10781.098	10502.334	14397.463	-3430.3988	-5839.0368	-4557.2594
2006	-6750.7175	-3675.0631	7275.0747	-1082.5914	6427.7102	13830.188	639.7878	-8673.7507	4711.2538	-16361.567	19259.993	-2955.7491
2007	-5686.4911	-17936.466	-1506.4777	-2047.9237	-1462.2024	-3126.8969	2286.8653	-22430.055	13424.417	-15051.08	-2722.2048	-11498.285
2008	-2749.0622	8154.1146	11906.202	-6409.9692	16451.116	5053.7256	18369.225	31798.791	-4460.9756	10125.195	-12813.111	22182.218
2009	-21450.553	-17343.714	-4429.7252	-26678.446	944.1931	-4437.1986	11511.507	-3730.2498	-28107.565	-10891.577	-19484.712	-9766.8779
2010	-10329.581	-12380.877	37989.214	32754.328	45498.321	5409.4419	23297.189	105.351	-8077.9316	2382.6187	-17606.112	-14839.26
2011	-3701.5658	-7884.8894	-768.602	-2780.1305	-3293.6458	-2993.496	29971.519	-10779.499	19176.345	4711.2351	-8514.3095	-2762.8694
2012	-959.2738	-14330.29	-8888.9407	-5821.785	17419.721	-11795.117	11401.98	-22382.898	17899.173	996.8698	-2734.4993	4479.1307
2013	-8210.4389	-911.1387	2321.369	-14404.134	-2266.2845	17854.283	1561.8234	15103.268	21331.974	-5621.3853	3566.6021	7443.122
2014	6443.0192	-10568.655	3551.5071	-4281.6593	-5258.8564	12426.882	-18937.194	39430.124	-13104.369	-21978.59	-14777.252	6712.4285
2015	-19586.155	-23019.027	9178.4147	-29493.331	-3957.467	-21151.653	-13077.018	62459.329				

**Lampiran 28.** *Trend yang Direkonstruksi pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Juanda*

	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Jul	Aug	Sep	Oct	Nov	Dec
1996	9790.577	10014.642	10047.407	10155.872	10274.223	10448.962	10672.369	10864.964	10990.163	11096.084	11198.086	11218.505
1997	11115.437	10959.663	10751.071	10475.368	10142.016	9785.11	9397.822	8948.406	8452.182	7962.405	7504.557	7065.202
1998	6640.641	6241.096	5905.797	5626.025	5380.171	5195.649	5079.056	5000.12	4955.01	4957.878	5008.481	5083.734
1999	5172.248	5290.649	5453.981	5638.426	5844.929	6086.011	6359.206	6628.32	6888.14	7154.515	7420.513	7655.728
2000	7849.596	8030.866	8209.605	8365.756	8504.523	8641.727	8775.09	8886.28	8978.64	9069.716	9155.166	9218.114
2001	9257.134	9308.245	9375.165	9438.233	9496.537	9559.238	9617.847	9654.409	9666.89	9670.572	9657.226	9611.23
2002	9538.813	9465.571	9384.83	9284.687	9168.122	9040.474	8898.726	8719.14	8515.717	8305.901	8080.898	7837.602
2003	7588.897	7352.839	7133.512	6925.844	6738.703	6579.555	6441.71	6310.875	6188.632	6084.697	5993.52	5913.672
2004	5849.262	5809.512	5790.933	5784.151	5787.056	5804.708	5832.356	5858.512	5880.164	5905.284	5935.456	5966.045
2005	6006.124	6059.539	6127.157	6201.487	6283.899	6377.174	6478.05	6575.625	6671.536	6772.653	6883.111	6999.021
2006	7123.978	7265.021	7424.113	7594.581	7776.322	7972.739	8181.956	8395.866	8613.429	8843.421	9086.668	9335.006
2007	9582.801	9835.677	10089.587	10333.473	10562.521	10782.966	10992.41	11178.727	11341.764	11498.763	11650.485	11790.603
2008	11919.264	12049.82	12182.17	12307.328	12426.951	12545.469	12661.285	12761.462	12840.944	12914.338	12996.127	13072.609
2009	13141.873	13223.192	13316.244	13406.836	13498.334	13594.485	13688.291	13768.914	13838.598	13920.395	14008.701	14083.62
2010	14150.794	14219.081	14288.603	14345.873	14399.448	14455.477	14504.491	14536.225	14565.131	14607.928	14660.335	14699.568
2011	14738.903	14789.959	14852.392	14913.258	14980.492	15059.502	15139.681	15219.159	15308.424	15423.563	15549.647	15666.328
2012	15785.547	15923.643	16074.273	16225.758	16379.039	16532.584	16677.018	16819.904	16973.432	17135.488	17286.24	17411.27
2013	17530.127	17649.274	17767.547	17870.249	17973.735	18070.039	18149.034	18238.863	18338.171	18447.405	18545.622	18607.754
2014	18648.94	18692.471	18735.476	18758.795	18752.438	18709.854	18647.161	18607.95	18560.655	18493.541	18388.507	18253.184
2015	18084.173	17937.193	17834.249	17739.456	17644.011	17513.427	17469.031	17565.888				

**Lampiran 29. Seasonality yang Direkonstruksi pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Juanda**

	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Jul	Aug	Sep	Oct	Nov	Dec
1996	-372.2915	-146.8181	424.2592	218.324	-446.7075	-290.5969	390.4864	262.0055	-419.6238	-294.6364	400.3627	288.978
1997	-397.447	-268.7036	421.8952	280.5416	-422.8754	-276.4533	440.5908	299.5501	-416.567	-276.2545	434.3682	292.7423
1998	-420.2968	-294.7779	407.9647	279.5257	-435.9168	-313.3684	418.2095	309.5113	-421.2602	-309.5959	428.9754	316.1456
1999	-432.1852	-322.1967	428.351	303.6208	-462.1726	-329.4385	457.6738	334.1526	-449.3725	-315.3482	477.2779	342.551
2000	-455.1529	-323.544	467.6184	321.0927	-480.5826	-328.9471	483.7334	335.2385	-478.5069	-327.7767	486.7646	328.7314
2001	-496.247	-342.6145	476.2334	313.2928	-507.5615	-332.4626	504.4624	336.727	-496.9492	-323.1233	509.8321	328.5153
2002	-509.4985	-331.1998	498.9421	315.2844	-510.0898	-313.0099	526.1867	336.2148	-498.2805	-308.4443	517.9798	320.2034
2003	-514.504	-328.9699	495.2982	304.8999	-520.1999	-323.1411	517.6065	331.8382	-510.0213	-329.5446	511.1988	329.5963
2004	-521.3504	-350.2174	500.4283	334.002	-515.4126	-340.8527	529.3752	368.6099	-505.2693	-350.4153	525.5437	368.3284
2005	-523.3282	-378.4126	513.3563	369.6128	-525.26	-376.658	535.4497	396.7733	-522.2464	-392.5535	526.555	391.9096
2006	-543.0997	-418.6602	521.4933	399.1249	-547.4401	-417.4561	553.3734	433.482	-549.4942	-437.1594	558.4461	445.2427
2007	-568.8313	-459.3008	568.3232	462.4065	-572.9251	-454.3354	608.7675	495.267	-587.1506	-482.7435	602.9269	490.1063
2008	-618.3516	-514.4829	599.8855	496.3213	-621.6272	-502.7115	645.6983	533.9094	-632.2442	-522.6896	652.7901	524.937
2009	-672.5388	-539.662	660.8753	511.2049	-689.8199	-507.6879	722.3314	531.7669	-716.62	-516.3024	738.5791	520.7487
2010	-746.1551	-525.8454	735.0498	494.5667	-761.0352	-488.3675	785.7645	498.5672	-792.035	-501.3778	796.7325	495.1571
2011	-813.8648	-518.4903	783.9488	482.8714	-801.2245	-469.7036	827.4207	487.0121	-821.0821	-475.3138	839.0477	486.2663
2012	-840.1544	-501.1092	808.5933	468.8265	-811.907	-444.3718	837.0507	456.578	-832.9995	-445.1235	857.3968	465.4455
2013	-856.006	-488.5076	826.5539	475.7685	-810.0519	-446.1967	849.7762	491.6698	-829.9384	-472.4275	885.4766	537.7133
2014	-870.2267	-580.4056	824.3845	583.3136	-783.6208	-554.7017	806.6071	590.9778	-792.398	-573.4133	847.7757	610.4964
2015	-953.9702	-826.8574	760.1784	688.2257	-933.6237	-1012.8204	639.2842	1050.9604				

**Lampiran 30. Noise yang Direkonstruksi pada Kasus Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Juanda**

	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Jul	Aug	Sep	Oct	Nov	Dec
1996	-934.28527	2290.176	-436.66638	15.80415	424.48491	-390.36482	-255.85533	99.03016	-202.53947	-1823.4478	-887.44882	232.51673
1997	-845.99045	-136.95988	-292.96606	-1052.9097	-384.14088	1257.3433	1919.5875	2150.0437	538.38502	-1392.1501	-596.92476	854.0561
1998	1717.6563	-660.318	-933.76171	926.44947	-303.25393	-469.28088	-187.26522	-58.63129	-39.75025	-325.28227	111.54338	493.12037
1999	1096.9376	-39.45213	272.66823	-1255.0465	-1315.756	-1559.5728	-257.87953	225.5276	-12.76771	-773.16657	749.20915	3174.7209
2000	484.55654	-439.32181	-145.22387	-1310.8485	-441.94045	383.22044	-253.82332	-274.51883	-646.13268	207.06102	1284.0697	2810.1551
2001	-1272.8874	-1914.63	-947.3989	-1562.5258	-271.97562	934.22448	54.69091	388.86396	16.05904	405.55077	1353.9414	1046.255
2002	-1534.3148	86.62881	-715.77188	-1145.9715	1229.9679	1139.5362	3817.0876	586.6448	-148.43624	1582.543	1182.1222	-123.80536
2003	-472.39278	-849.86911	-2022.8103	-4270.7438	-2337.5029	-583.41413	-326.31669	268.28675	452.38903	1179.848	-1132.719	-1494.2686
2004	-518.9115	-50.29427	-296.36127	-485.15272	346.35694	1127.1452	-443.73106	1357.8781	1603.1058	1400.1315	986.00022	529.62608
2005	345.20399	80.87359	72.4871	-508.09974	1114.361	899.48386	1031.5007	597.60218	1517.7106	24.90084	-511.66617	-705.93066
2006	-403.87787	-1105.3612	-1471.6059	-1560.7054	419.11802	-181.28323	-1425.3295	-1260.3479	-1804.9344	-3644.2615	-1624.1145	-109.24879
2007	-135.97019	806.62408	821.0902	2706.1206	2029.4045	2058.3693	2426.823	2199.0064	-1347.613	-27.0191	-384.41216	-456.70882
2008	-2257.9123	-1132.337	-1297.055	-2206.6494	840.67619	373.2422	699.0165	4875.6284	5154.2999	-1380.6481	209.08294	2129.4543
2009	-1804.3338	-2767.5303	-916.11917	-2336.041	639.48563	1792.2032	399.3775	1360.3194	-2740.9784	-774.09236	1665.7202	25.63145
2010	484.36113	-1452.2359	-568.65257	-2279.4397	-179.41266	1040.89	650.74471	-614.79188	-602.09582	-1809.5498	1797.932	-1003.7246
2011	-345.03836	-1185.4688	-319.34108	-1217.1292	714.73224	1625.2019	820.89777	846.82841	-223.34189	457.75111	2261.3049	730.4062
2012	-745.39282	-1132.5339	-625.8664	-633.58471	1449.868	1414.7877	-1478.0691	-1273.4825	-75.43284	703.6352	1851.3631	-921.71556
2013	194.87858	-442.76602	518.89948	-672.01788	964.3172	2274.1573	-2101.8106	243.4672	-258.23253	1512.0226	3554.9013	1901.5331
2014	-908.71367	-1636.0658	-783.86023	-197.10832	2330.1829	529.84786	-3279.7682	-959.92805	-644.25673	76.87199	-912.28266	220.31973
2015	-1764.2026	-3107.3352	-2256.4272	-2364.6819	644.61267	-1496.6067	-974.31538	-305.8482				

**Lampiran 31. Data Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Ngurah Rai**

	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Jul	Aug	Sep	Oct	Nov	Dec
1996	78630	88249	96828	89623	85990	103691	116552	118153	113244	107486	95395	100952
1997	87022	99551	114997	96662	98193	111300	124137	134013	131225	101207	94758	100592
1998	87655	92864	92173	99083	73018	71600	110951	132988	131481	126327	116800	111349
1999	108626	105673	121514	110188	112241	124841	146859	143306	134153	110207	93029	88934
2000	97251	105068	112716	109760	110363	128460	149815	149517	143627	136501	116198	108931
2001	111778	100468	120881	124048	118012	135210	144845	152452	139741	102698	78449	94132
2002	92319	100023	118957	110676	125373	136416	153512	166918	156923	86901	35107	68051
2003	66045	71967	77540	58948	51689	85675	117623	121236	112238	102922	88825	99435
2004	109613	89309	104420	116310	123046	137285	154208	161349	147674	134368	116901	131511
2005	107728	105402	121457	122339	122721	142659	165144	163606	168170	86798	67687	81093
2006	85054	77384	88944	109701	107678	115502	128620	124797	124531	118778	119280	128660
2007	115557	123220	124909	131034	135263	151334	171697	173641	159610	153037	148386	154247
2008	147319	159681	159886	154777	167342	178258	190662	195758	189247	189142	172813	176901
2009	173919	146192	168036	188189	190697	200503	235042	232164	218245	225606	184622	221604
2010	178358	191362	191125	184230	199401	224695	252110	243222	232516	229651	196856	222497
2011	208337	201457	202539	224423	208832	245248	279219	252698	252855	244421	220341	248336
2012	249728	209160	222950	222657	220508	241108	271371	253970	255717	252716	237874	264366
2013	229561	236971	247024	239400	244874	275452	297723	309051	305429	266453	296990	292961
2014	278685	269367	268418	277925	285965	329654	358907	336628	352017	339200	293858	341111
2015	288755	333072	294758	309888	287141	357712	381890	298638	379397	366759	262180	363780
2016	343663	367024	354778	367370	394443	405686	482201	437929				

**Lampiran 32. Data Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Kualanamu**

	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Jul	Aug	Sep	Oct	Nov	Dec
1996	10683	15393	15737	19176	20094	20150	19203	20014	16821	16410	22068	29619
1997	9500	15553	16890	15317	18438	18074	18127	17097	16661	7802	9046	12219
1998	8421	5210	6006	6333	3496	4704	5926	6659	5858	6212	5680	5936
1999	5772	6250	6822	6163	5466	4771	6762	6186	6120	6309	7700	7776
2000	5974	5940	6718	6080	7053	6486	7637	7202	7387	7569	8506	7749
2001	7553	6274	7086	6965	8724	8706	9062	8935	8847	7508	7373	7178
2002	7065	7718	9235	7705	10467	8359	10265	9589	7072	7235	5722	7438
2003	6116	6404	6836	4686	5215	5402	6213	6346	6866	7509	5215	7968
2004	6639	5612	6668	7968	8060	8848	8296	9154	8501	7059	7909	12373
2005	8196	10134	10806	9504	8144	8802	9527	9641	9909	6233	8531	9607
2006	8949	8004	9678	9281	9855	8369	10022	9767	8307	6561	10205	11407
2007	8513	8464	10225	9187	10208	9367	10709	12671	7534	7382	11192	11162
2008	8322	8581	9843	9180	11655	9698	11898	14890	8021	10477	11134	16512
2009	11248	9133	13617	11481	13031	14166	13886	12043	9702	11861	12042	15983
2010	11365	12625	14000	12326	13298	15499	15244	11447	12127	13520	14102	16857
2011	12172	14270	15600	14998	16648	15979	17646	13225	14517	15392	19907	22296
2012	15384	14843	19228	16383	18074	16634	15851	14767	16585	15285	21112	21699
2013	14405	16419	17932	15011	20659	20729	15677	16275	18307	17404	24784	27948
2014	19029	17780	18493	15956	19781	19376	16579	16901	17792	20946	22848	29243
2015	17286	18082	17491	15167	17558	15479	15879	16490	14857	14160	16203	19166
2016	10080	14851	15730	13280	15515	12746	17999	15890				

**Lampiran 33. Data Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Batam**

	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Jul	Aug	Sep	Oct	Nov	Dec
1996	79106	76262	87946	92457	85313	89769	85242	91892	76321	79534	96815	107462
1997	85211	86004	103072	87518	95176	106988	89768	94526	83800	80158	91638	115379
1998	85734	75646	88616	88959	86570	92586	100053	113724	100089	110588	104865	125962
1999	96232	98131	112141	97710	104391	97583	107547	88516	98476	110973	120608	116483
2000	93378	107308	103366	108559	69039	85387	84088	91356	98811	92609	98723	101427
2001	90148	79008	96100	98530	109386	109034	95411	96982	95983	84638	97852	92506
2002	87048	86266	100041	87646	92937	92606	86954	100046	87401	87226	91631	101246
2003	96521	103614	96256	64421	82868	101245	113099	123474	117890	127552	121684	136770
2004	126169	123263	134119	90409	122141	142557	134233	142490	129662	126868	106377	148844
2005	124169	83677	83811	79967	90924	90828	87022	77993	76942	69793	68539	91093
2006	82584	69254	83725	86805	86953	93867	86325	83771	79834	71016	85050	103527
2007	76099	80563	90433	85951	87728	110568	85911	92396	81922	77454	91494	116787
2008	77656	87206	92174	78838	87079	98404	85560	94257	74690	82630	90102	112794
2009	81601	68964	87154	77788	79969	84521	70864	78422	66105	72195	78764	105037
2010	79560	80966	81732	77178	84617	92719	86716	76809	74511	77183	85307	110148
2011	77925	86318	87776	92055	96206	111619	108383	84918	90569	95250	100404	130158
2012	102630	83089	103626	93813	94117	117049	92636	95725	95423	102251	101881	137368
2013	89250	105380	120271	93163	109335	126277	91056	112340	108215	103511	123835	153797
2014	119054	97445	122019	111929	115323	140218	101996	111455	113090	126169	123505	171907
2015	114478	119642	124019	125816	148920	132569	109931	134540	117089	123750	124983	170081
2016	108888	120351	125324	125573	132410	121253	103647	99724				

**Lampiran 34. Data Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Soekarno-Hatta**

	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Jul	Aug	Sep	Oct	Nov	Dec
1996	111106	110934	139633	130120	130620	134255	143261	135640	123127	132909	128186	145915
1997	108712	102430	123500	113253	99607	131489	154917	143854	135033	123554	110232	110759
1998	91050	78817	76542	82352	52669	59340	81710	83906	76361	80510	61163	58596
1999	59247	61245	70612	64368	50370	54344	87228	86164	72973	63594	76375	72798
2000	67247	76585	82584	80456	80573	91107	104432	90637	89560	95048	92974	78685
2001	85731	79112	89584	82196	93831	91700	104726	100909	100382	72959	74684	73657
2002	89540	84896	98724	87463	94314	99363	115356	106205	93916	85738	70238	69754
2003	81065	75909	76450	53411	58641	77368	98105	84572	78110	83958	63684	90464
2004	83420	76225	80511	79223	82518	85476	97542	101070	84385	81548	66221	86933
2005	81227	79714	96898	89931	90686	92997	108895	108492	99494	76350	85139	95379
2006	87803	84912	98804	91466	95034	106987	104936	93059	91322	68470	119849	104608
2007	92117	74796	97696	98101	93444	97932	115191	84746	104638	79237	110234	104874
2008	101190	110477	123981	105338	122627	120270	145535	149635	97764	120683	117008	150209
2009	92136	97985	121699	96709	119231	125111	150924	123405	87047	117911	127299	130983
2010	117422	121727	183449	173906	183218	155951	180353	142050	125439	153300	147579	139242
2011	138987	144299	160650	151989	150407	164689	200180	142974	169777	175068	171215	162787
2012	156654	154698	165927	161005	185932	169682	190320	140077	182214	184894	185112	177335
2013	160998	180453	186548	162682	179737	211118	188800	188854	201336	191460	199511	189005
2014	187123	180362	194720	180787	184534	208624	169135	218903	174169	177274	180208	190598
2015	165746	170741	203019	159873	189307	174319	175347	252914	212706	197487	216517	186299
2016	153503	164317	202669	188369	187545	150956	217452	270496				

**Lampiran 35. Data Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara Melalui Bandar Udara Juanda**

	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Jul	Aug	Sep	Oct	Nov	Dec
1996	8484	12158	10035	10390	10252	9768	10807	11226	10368	8978	10711	11740
1997	9872	10554	10880	9703	9335	10766	11758	11398	8574	6294	7342	8212
1998	7938	5286	5380	6832	4641	4413	5310	5251	4494	4323	5549	5893
1999	5837	4929	6155	4687	4067	4197	6559	7188	6426	6066	8647	11173
2000	7879	7268	8532	7376	7582	8696	9005	8947	7854	8949	10926	12357
2001	7488	7051	8904	8189	8717	10161	10177	10380	9186	9753	11521	10986
2002	7495	9221	9168	8454	9888	9867	13242	9642	7869	9580	9781	8034
2003	6602	6174	5606	2960	3881	5673	6633	6911	6131	6935	5372	4749
2004	4809	5409	5995	5633	5618	6591	5918	7585	6978	6955	7447	6864
2005	5828	5762	6713	6063	6873	6900	8045	7570	7667	6405	6898	6685
2006	6177	5741	6474	6433	7648	7374	7310	7569	6259	4762	8021	9671
2007	8878	10183	11479	13502	12019	12387	14028	13873	9407	10989	11869	11824
2008	9043	10403	11485	10597	12646	12416	14006	18171	17363	11011	13858	15727
2009	10665	9916	13061	11582	13448	14879	14810	15661	10381	12630	16413	14630
2010	13889	12241	14455	12561	13459	15008	15941	14420	13171	12297	17255	14191
2011	13580	13086	15317	14179	14894	16215	16788	16553	14264	15406	18650	16883
2012	14200	14290	16257	16061	17017	17503	16036	16003	16065	17394	19995	16955
2013	16869	16718	19113	17674	18128	19898	16897	18974	17250	19487	22986	21047
2014	16870	16476	18776	19145	20299	18685	16174	18239	17124	17997	18324	19084
2015	15366	14003	16338	16063	17355	15004	17134	18311				

## BIODATA PENULIS



Penulis, Agustinus Angelaus Ete, lahir pada tanggal 8 Juli 1991 di Kota Maumere, Kabupaten Sikka, Flores, Nusa Tenggara Timur. Penulis adalah anak pertama dari lima bersaudara. Pendidikan formal yang ditempuh penulis dimulai pada tahun 1995 di TK Bina Wirawan Maumere dan dilanjutkan ke jenjang SD tepatnya di SDK Diakui 143 Bhaktyarsa pada tahun 1997 dan lulus pada tahun 2003.

Kemudian penulis melanjutkan ke SMPK Frater Maumere dan pada tahun 2006 melanjutkan ke SMAN 1 Maumere. Dengan tekad tidak mengikuti PMDK, melalui jalur SNMPTN penulis diterima di jurusan Matematika Universitas Udayana Bali . Setelah menyelesaikan studi sarjana, penulis melanjutkan studi ke jenjang Master di Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya. Dengan kerja keras dan dukungan dari semua pihak, penulis dapat menyelesaikan tesis ini dengan baik guna menyelesaikan studi. Sangat besar harapan penulis agar kiranya buku ini bisa memberikan tambahan ilmu dan pengetahuan pada pembaca.