



TESIS - SS142501

SMALL AREA ESTIMATION TERHADAP
PENGELUARAN PER KAPITA DI KABUPATEN
BANYUWANGI DENGAN METODE
HIERARCHICAL BAYES DAN ***EMPIRICAL***
BAYES

WIRAJAYA KUSUMA
NRP. 1315 2012 10

DOSEN PEMBIMBING :
Prof. Drs. Nur Iriawan, M.Ikom., Ph.D
Irhamah, M.Si., Ph.D

PROGRAM MAGISTER
DEPARTEMEN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
2017



THESIS - SS142501

**SMALL AREA ESTIMATION OF
EXPENDITURE PER-CAPITA IN
BANYUWANGI WITH HIERARCHICAL
BAYESIAN AND EMPIRICAL BAYES
METHODS**

WIRAJAYA KUSUMA
NRP. 1315 2012 10

SUPERVISOR :
Prof. Drs. Nur Iriawan, M.Ikom., Ph.D
Irhamah, M.Si., Ph.D

PROGRAM OF MAGISTER
DEPARTMENT OF STATISTICS
FACULTY OF MATHEMATICS AND NATURAL SCIENCES
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
2017


**SMALL AREA ESTIMATION TERHADAP PENGELUARAN PER KAPITA
DI KABUPATEN BANYUWANGI DENGAN METODE HIERARCHICAL
BAYES DAN EMPIRICAL BAYES**

Disusun untuk memenuhi syarat memperoleh gelar Magister Sains (M.Si)
di
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Oleh :
WIRAJAYA KUSUMA
NRP. 1315 2012 10

Tanggal Ujian : 21 Juni 2017
Periode Wisuda : September 2017


Disetujui Oleh :


1. Prof. Drs. Nur Iriawan, M.Ikom., Ph.D
NIP. 19621015 198803 1 002

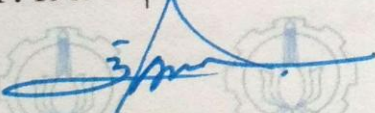
(Pembimbing I)


2. Irhamah, M.Si., Ph.D
NIP. 19780406 200112 2 002

(Pembimbing II)


3. Dr. Dra. Kartika Fitriasari, M.Si
NIP. 19691212199303 2 002

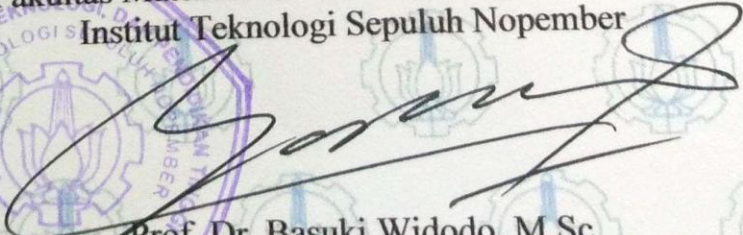
(Penguji I)

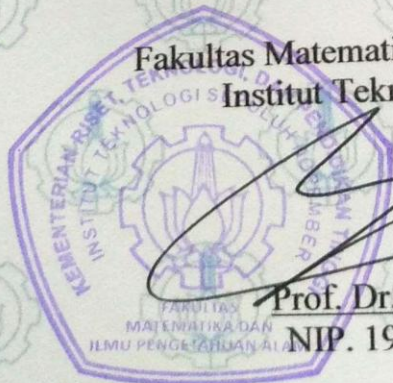

4. Dr. Dra. Ismaini Zain, M.Si
NIP. 19600525 198803 2 001

(Penguji II)

Dekan

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember


Prof. Dr. Basuki Widodo, M.Sc
NIP. 19650605 198903 1 002



SMALL AREA ESTIMATION TERHADAP PENGELUARAN PER KAPITA DI KABUPATEN BANYUWANGI DENGAN METODE HIERARCHICAL BAYES DAN EMPIRICAL BAYES

Nama Mahasiswa : Wirajaya Kusuma
NRP : 1315 2012 10
Pembimbing : Prof. Drs. Nur Iriawan, M.Ikom., Ph.D
Irhamah, M.Si., Ph.D

ABSTRAK

Salah satu indikator ekonomi yang banyak digunakan untuk mengukur tingkat kemakmuran dan kesejahteraan adalah pendapatan per kapita. Namun data pendapatan yang akurat sulit diperoleh. Dalam kegiatan Susenas data pendapatan didekati melalui data pengeluaran rumah tangga. Penelitian ini menggunakan metode *Hierarchical Bayes* (HB) dan *Empirical Bayes* (EB) yang diaplikasikan pada *Small Area Estimation* (SAE) untuk menduga pengeluaran per kapita di Kabupaten Banyuwangi. Hasil penelitian menunjukkan bahwa estimasi tidak langsung menggunakan pendekatan *Hierarchical Bayes* dan *Empirical Bayes* menghasilkan nilai RMSE yang lebih kecil dari pada estimasi langsung. Disisi lain, Metode HB menghasilkan nilai RMSE yang lebih kecil daripada metode EB, sehingga penelitian ini menyarankan untuk menggunakan metode HB untuk memperkirakan pengeluaran per kapita di Kabupaten Banyuwangi daripada perkiraan langsung yang digunakan saat ini.

Kata kunci : *Hierarchical Bayes* (HB), *Empirical Bayes* (EB), Pengeluaran Per Kapita, *Small Area Estimation* (SAE), *Root Means Square Error* (RMSE).

(halaman ini sengaja dikosongkan)

SMALL AREA ESTIMATION OF EXPENDITURE PER-CAPITA IN BANYUWANGI WITH HIERARCHICAL BAYESIAN AND EMPIRICAL BAYES METHODS

Name : Wirajaya Kusuma
NRP : 1315 2012 10
Supervisor : Prof. Drs. Nur Iriawan, M.Ikom., Ph.D
Irhamah, M.Si., Ph.D

ABSTRACT

One of the economic indicators that are widely used to measure the level of prosperity and welfare is per capita income. However, an accurate income data is difficult to be obtained. In Susenas this data is approached by using data on expenditures per capita. This study employ Hierarchical Bayes (HB) and Empirical Bayes (EB) methods to be applied to Small Area Estimation (SAE) to estimate the expenditure per-capita in Banyuwangi. The results showed indirect estimation using hierarchical Bayes and Empirical Bayes produce RMSE values smaller than the direct estimation. The HB method, on the other hand, produces smaller RMSE value than the EB method. Finally, this research suggests to use HB method to estimate the expenditure per-capita in Banyuwangi rather than direct estimation which is used nowadays.

Keywords : Hierarchical Bayes, Empirical Bayes, Expenditure Per-capita, Small Area Estimation, Root Means Square Error.

(halaman ini sengaja dikosongkan)

KATA PENGANTAR

Segala puja dan puji syukur penulis hadiratkan kepada Allah SWT, karena atas segala rahmat dan ridho-Nya sehingga tesis yang diberi judul “*Small Area Estimation Terhadap Pengeluaran Per Kapita Di Kabupaten Banyuwangi Dengan Menggunakan Metode Hierarchical Bayes Dan Empirical Bayes*” ini bisa terselesaikan. Tesis ini merupakan salah satu syarat untuk menyelesaikan pendidikan di Program Magister S2 Statistika ITS. Ada banyak pihak yang telah membantu dalam penulisan tesis ini, sehingga penulis ingin menyampaikan ucapan terima kasih kepada

1. Bapak Prof. Drs. Nur Iriawan, M.Ikom., Ph.D dan Ibu Irhamah, M.Si., Ph.D selaku dosen pembimbing, yang telah bersedia meluangkan waktu untuk memberikan bimbingan, saran, dan ilmu yang sangat bermanfaat dalam penyelesaian tesis ini.
2. Ibu Dr. Kartika Fithriasari, M.Si dan Ibu Dr. Ismaini Zain, M.Si selaku dosen penguji yang telah memberikan banyak saran dan masukan agar tesis ini menjadi lebih baik.
3. Bapak Dr. Suhartono, M.Sc. selaku Ketua Jurusan Statistika ITS dan Bapak Dr. rer. pol. Heri Kuswanto, M.Si. selaku Kaprodi Pascasarjana Statistika FMIPA ITS.
4. Bapak /Ibu dosen pengajar di Jurusan Statistika ITS, terima kasih atas semua ilmu berharga yang telah diberikan.
5. Bapak/Ibu staf dan karyawan di Jurusan Statistika ITS, terima kasih atas segala bantuan selama masa perkuliahan penulis
6. Kedua orang tua yang sangat penulis sayangi dan hormati, Ibu Alemah dan Bapak Mahsun yang tidak pernah lelah mendoakan yang terbaik untuk penulis serta selalu memberi motivasi untuk tidak pernah menyerah. Terimakasih juga untuk Adik (Dian Mustika Permata Sari dan Muhammad Soleh Hambali) yang selalu menjadi penyemangat penulis.

7. Semua teman-teman seperjuangan S2 Statistika ITS, terima kasih atas bantuan dan kebersamaan selama ini, khususnya Pencari Ilmu (Rifani, Rama, Samsul dan Alm. Ismail).
8. Serta, semua pihak yang telah membantu penulis, namun tidak dapat penulis sebutkan satu per satu.

Penulis menyadari bahwa tesis ini masih jauh dari sempurna, sehingga kritik dan saran sangat diharapkan. Semoga tesis ini dapat memberikan manfaat guna memperluas wawasan keilmuan pembacanya.

Surabaya, Juli 2017

Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	iii
ABSTRAK	v
ABSTRACT.....	vii
KATA PENGANTAR.....	ix
DAFTAR ISI.....	xi
DAFTAR TABEL	xiii
DAFTAR GAMBAR.....	xv
DAFTAR LAMPIRAN	xvii
BAB 1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	4
1.3 Tujuan Penelitian.....	4
1.4 Manfaat Penelitian.....	5
1.5 Batasan Penelitian	5
BAB 2 TINJAUAN PUSTAKA	7
2.1 <i>Small Area Estimation</i>	7
2.1.1 Model Level Area	8
2.1.2 Model Level Unit.....	9
2.2 Ujia Anderson-Darling	10
2.3 Metode <i>Hierarchical Bayes</i> (HB)	11
2.3.1 Model Level Area untuk HB.....	11
2.3.2 <i>Markov Chain Monte Carlo</i> (MCMC).....	14
2.3.3 <i>Gibbs Sampler</i>	14
2.4 Metode <i>Empirical Bayes</i> (EB)	16
2.5 <i>Estimasi Mean Square Error (MSE) Jackknife</i>	17
2.6 Pengeluaran Per Kapita	19
2.7 Variabel Penyerta Yang Mempengaruhi Pengeluaran Per Kapita .	21

BAB 3 METODOLOGI PENELITIAN.....	23
3.1 Sumber Data.....	23
3.2 Variabel Penelitian.....	23
3.3 Struktur Data.....	24
3.4 Langkah Penelitian.....	24
3.5 Diagram Alir Penelitian.....	27
BAB 4 HASIL DAN PEMBAHASAN.....	29
4.1 Karakteristik Pengeluaran Per Kapita Kabupaten Banyuwangi...	29
4.1.1 Gambaran Umum Lokasi Studi.....	29
4.1.2 Eksplorasi Data Pengeluaran Per Kapita Tahun 2015	30
4.1.3 Eksplorasi Data Variabel Penyerta.....	32
4.2 Model <i>Small Area Estimation</i> Terhadap Pengeluaran Per Kapita Dengan Metode HB.....	35
4.3 Model <i>Small Area Estimation</i> Terhadap Pengeluaran Per Kapita Dengan Metode EB.....	39
4.4 Perbandingan Hasil Pendugaan Metode HB Dan Pendugaan EB Terhadap Pengeluaran Per Kapita.....	41
BAB 5 KESIMPULAN DAN SARAN.....	47
5.1 Kesimpulan.....	47
5.2 Saran.....	47
DAFTAR PUSTAKA.....	49
LAMPIRAN.....	51
BIODATA PENULIS.....	75

DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 3.1 Variabel Penelitian.....	24
Tabel 3.2 Struktur Data.....	24
Tabel 4.1 Statistika Deskriptif Pengeluaran Per kapita.....	31
Tabel 4.2 Statistika Deskriptif Variabel Penyerta.....	32
Tabel 4.3 Korelasi Antara variabel Penyerta dan Pengeluaran Per Kapita.....	34
Tabel 4.4 Parameter Model SAE Metode HB Terhadap Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Banyuwangi.....	38
Tabel 4.5 Nilai Statistik Pengeluaran Per Kapita Hasil SAE metode HB	38
Tabel 4.6 Nilai estimasi parameter β	39
Tabel 4.7 Nilai Statistik Pengeluaran Per Kapita Hasil SAE metode EB	40
Tabel 4.8 Perbandingan Nilai Statistik RMSE Antara Penduga Langsung dan Penduga HB	43
Tabel 4.9 Perbandingan Nilai Statistik RMSE Antara Penduga Langsung dan Penduga EB	44

(halaman ini sengaja dikosongkan)

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 2.1 Contoh Model HB Menggunakan WinBUGS	12
Gambar 3.1 DAG Model HB SAE	25
Gambar 3.2 Bagan Langkah-Langkah Penelitian	27
Gambar 4.1 Peta Kabupaten Banyuwangi	29
Gambar 4.2 Diagram Batang Pengeluaran Per Kapita Masing-Masing Kecamatan.....	30
Gambar 4.3 Histogram Pengeluaran Per Kapita	32
Gambar 4.4 Beberapa contoh <i>trace Plot</i> Parameter β dan σ_v^2	36
Gambar 4.5 Beberapa contoh <i>Density Plot</i> Parameter β dan σ_v^2	37
Gambar 4.6 Beberapa Contoh Plot Autokorelasi Parameter β dan σ_v^2	37
Gambar 4.7 Perbandingan Nilai MSE Penduga Langsung dengan Nilai MSE <i>Jackknife</i> Penduga Tidak Langsung (Metode HB dan Metode EB)	41
Gambar 4.8 <i>Boxplot</i> Nilai MSE Penduga Langsung dengan Nilai MSE <i>Jackknife</i> Penduga Tidak Langsung (Metode HB dan Metode EB)	42
Gambar 4.9 Perbandingan Nilai RMSE Antara Penduga Langsung dengan Pendugaan HB.....	42
Gambar 4.10 Perbandingan Nilai RMSE Antara Penduga Langsung dengan Pendugaan EB.....	43
Gambar 4.11 Perbandingan Nilai RMSE Antara Penduga HB dan Penduga EB.....	44

(halaman ini sengaja dikosongkan)

DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 3.1 Variabel Penelitian.....	24
Tabel 3.2 Struktur Data.....	24
Tabel 4.1 Statistika Deskriptif Pengeluaran Per kapita.....	31
Tabel 4.2 Statistika Deskriptif Variabel Penyerta.....	32
Tabel 4.3 Korelasi Antara variabel Penyerta dan Pengeluaran Per Kapita.....	34
Tabel 4.4 Parameter Model SAE Metode HB Terhadap Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Banyuwangi.....	38
Tabel 4.5 Nilai Statistik Pengeluaran Per Kapita Hasil SAE metode HB	38
Tabel 4.6 Nilai estimasi parameter β	39
Tabel 4.7 Nilai Statistik Pengeluaran Per Kapita Hasil SAE metode EB	40
Tabel 4.8 Perbandingan Nilai Statistik RMSE Antara Penduga Langsung dan Penduga HB	43
Tabel 4.9 Perbandingan Nilai Statistik RMSE Antara Penduga Langsung dan Penduga EB	44

(halaman ini sengaja dikosongkan)

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Pembangunan suatu daerah dikatakan berhasil jika tingkat kemakmuran dan kesejahteraan suatu daerah menyeluruh meliputi tingkat kemakmuran dan kesejahteraan wilayah maupun ketingkat yang lebih kecil yaitu individu atau rumah tangga. Salah satu indikator ekonomi yang banyak digunakan untuk mengukur tingkat kemakmuran dan kesejahteraan adalah pendapatan perkapita. Dalam kaitan itu, analisis tingkat pendapatan perkapita rumah tangga sangat diperlukan oleh pemerintah dalam rangka perumusan, pelaksanaan dan evaluasi kebijakan untuk pencapaian tujuan pembangunan.

Besarnya pendapatan yang diterima rumah tangga dapat menggambarkan kesejahteraan suatu masyarakat. Namun data pendapatan yang akurat sulit diperoleh, sehingga dalam kegiatan Susenas data ini didekati melalui data pengeluaran rumah tangga. Pengeluaran rumah tangga yang terdiri dari pengeluaran makanan dan bukan makanan dapat menggambarkan bagaimana penduduk mengalokasikan kebutuhan rumah tangganya. Walaupun harga antar daerah berbeda, namun nilai pengeluaran rumah tangga masih dapat menunjukkan perbedaan tingkat kesejahteraan penduduk antar kecamatan khususnya dilihat dari segi ekonomi.

Badan Pusat Statistik (BPS) biasanya melakukan Survei Sosial Ekonomi Nasional (Susenas) mengenai pengeluaran per kapita, survei ini dirancang untuk mengumpulkan data sosial kependudukan pada lingkup yang relatif luas yaitu tingkat kabupaten/kota. Jika hasil survei ini digunakan untuk melakukan pendugaan pada tingkat yang lebih kecil, misalnya kecamatan atau desa/kelurahan maka kemungkinan akan menghasilkan pendugaan yang bias dan varians yang besar yang disebabkan oleh jumlah sampel yang kurang representatif untuk mewakili populasi. Sumber data pada suatu penelitian biasanya terkendala pada jumlah sampel yang relatif sedikit, salah satu upaya yang dilakukan adalah dengan menambah jumlah sampel, namun seringkali biaya cukup mahal. Upaya lain yang

bisa dilakukan adalah pengoptimalan data yang tersedia dengan metode penduga area kecil atau *Small Area Estimation* (SAE).

Small Area Estimation (SAE) adalah suatu teknik statistika untuk menduga parameter-parameter subpopulasi yang ukuran sampelnya kecil (Rao 2003). Metode pendugaan ini memanfaatkan data dari skala besar untuk menduga parameter pada skala yang lebih kecil. Pendugaan sederhana area kecil yang didasarkan pada penerapan model desain penarikan sampel (*design-based*) disebut sebagai pendugaan langsung (*direct estimation*). Pada pendugaan langsung tidak cukup memberikan ketelitian bila ukuran sampel dalam small area berukuran kecil, sehingga statistik yang didapat akan memiliki varian yang besar. Tidak menutup kemungkinan pendugaan tidak dapat dilakukan karena tidak terwakili dalam survei (Prasad dan Rao, 1990).

Metode SAE telah diterapkan di beberapa negara seperti yang dilakukan di Polandia SAE digunakan oleh Kordos dan Kubacki pada tahun 1999 dalam Kordos dan Paradysz (2005) untuk menghitung estimasi kemiskinan dan menyarankan penggunaan data Household Budget Survey (HBS) dan daftar pajak POLTAX dengan menggunakan model Estimasi Bayes. Pada tahun 2005 Ndeng'e dari Kenya membangun peta kemiskinan di Kenya berdasarkan kombinasi informasi dari survei rumah tangga *Welfare Monitoring Survey* pada tahun 1997 dengan Sensus Penduduk 1999. Di Indonesia, Kurnia dan Notodiputro pada tahun 2006 melakukan simulasi data untuk mengevaluasi beberapa teknik standar SAE dan menerapkan teknik SAE dengan metode tidak langsung pada data kemiskinan Jawa Barat. Anwar (2007) menggunakan teknik SAE untuk mengonstruksi peta kemiskinan daerah perkotaan dan pedesaan di Kabupaten Kutai Kertanegara dengan menerapkan metode *Kernel Learning*. Kemudian Nuraeni pada tahun 2008 menggunakan Feed-Forward Neural Network untuk SAE pada kasus kemiskinan di Kota Surabaya. Wardani (2008) dalam studi kasus pendugaan pengeluaran per kapita di Kota Bogor, dari hasil penelitiannya disimpulkan bahwa metode pendugaan *Emperical Bayes* dengan pendekatan *Jackknife* menghasilkan *Relative Root Mean Square Error* (RRMSE) lebih kecil dibandingkan dengan metode EBLUP. Penelitian lain yang menggunakan SAE yaitu Rumiati (2012) yang meneliti tentang SAE dengan penarikan sampel berpeluang tidak sama untuk

respon binomial dan multinomial menggunakan *Empirical Bayes* (EB). Penelitian tersebut menduga indeks pendidikan pada level kecamatan.

Pendugaan secara langsung (*direct estimation*) pada area kecil akan menghasilkan nilai ragam yang besar jika sampel yang diambil berasal dari survei yang dirancang untuk skala besar/nasional. Hal ini disebabkan oleh ukuran sampel yang terambil pada area tersebut kecil. Salah satu solusi yang digunakan adalah melakukan pendugaan tidak langsung dengan cara menambahkan variabel variabel pendukung dalam menduga parameter. Variabel pendukung tersebut berupa informasi dari area lain yang serupa, survei terdahulu pada area yang sama, atau variabel lain yang berhubungan dengan variabel yang ingin diduga. Hal ini didukung oleh penelitian yang telah dilakukan oleh Fausi (2011) yang melakukan estimasi terhadap pengeluaran perkapita di Kabupaten Sumenep untuk setiap kecamatan dengan membedakan menjadi kelompok daratan dan kepulauan dengan menggunakan metode EB. Penelitian dengan data yang sama juga dilakukan oleh Yamin (2013) dengan metode estimasi menggunakan pendekatan *Kernel-Bootstrap*. Dari dua penelitian dengan pendekatan berbeda, dihasilkan dugaan yang lebih presisi menggunakan pendugaan tidak langsung (*indirect estimation*) dibandingkan dengan pendugaan langsung (*direct estimation*) yang di tunjukkan oleh MSE masing-masing.

Berbagai metode SAE telah dikembangkan khususnya menyangkut metode yang berbasis model (*model-based area estimation*) sebagai alternatif dari pendugaan langsung. Metode tersebut adalah *Empirical Best Linear Unbiased Prediction* (EBLUP), *Empirical Bayes* (EB), dan *Hierarchical Bayes* (HB). Metode EBLUP merupakan pendugaan parameter yang meminimumkan Mean Square Error dengan mensubstitusikan komponen varian yang tidak diketahui dengan penduga varian melalui data sampel. Pada metode EB, parameter model diestimasi dari distribusi marginal data kemudian inferensi didasarkan pada distribusi posterior yang diestimasi. Dalam metode HB, pendugaan parameter didasarkan pada distribusi posterior dimana parameter diestimasi dengan rata-rata posterior dan presisinya diukur dengan varian posteriornya (Ghosh dan Rao, 1994).

Metode EB dan HB merupakan metode yang lebih umum yang mampu menangani data kontinu, biner maupun cacahan. Dalam metode HB terdapat dua pokok utama yang menjadi dasar pengembangan metode ini, yaitu hirarki kasus dan hirarki model. Hirarki kasus bisa dipastikan berhirarki model, tapi hirarki model belum tentu berhirarki kasus. Alasan utama menggunakan HB karena terjadi hirarki pada parameter model yang diteliti. Oleh karena itu dalam penelitian ini akan dibandingkan dua model SAE yaitu model SAE metode HB dengan Model SAE metode EB pada pengeluaran per Kapita per Kecamatan di Kabupaten Banyuwangi.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang sudah diuraikan sebelumnya, maka yang kemudian menjadi permasalahan pada penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Bagaimana penduga parameter model SAE dengan pendekatan HB untuk data Pengeluaran per Kapita Penduduk per Kecamatan di Kabupaten Banyuwangi?
2. Bagaimana penduga parameter model SAE dengan pendekatan EB untuk data Pengeluaran per Kapita Penduduk per Kecamatan di Kabupaten Banyuwangi?
3. Apakah model SAE metode HB memberikan estimasi yang lebih baik dibandingkan dengan model SAE metode EB pada kasus Pengeluaran per Kapita Penduduk per Kecamatan di Kabupaten Banyuwangi?

1.3 Tujuan penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang telah diuraikan di atas, maka tujuan yang ingin dicapai adalah sebagai berikut :

1. Memperoleh model SAE dengan pendekatan HB untuk data pengeluaran per kapita penduduk per kecamatan di Kabupaten Banyuwangi.
2. Memperoleh model SAE dengan pendekatan EB untuk data pengeluaran per kapita penduduk per kecamatan di Kabupaten Banyuwangi
3. Mengetahui perbandingan model SAE metode HB dengan model SAE metode EB menggunakan nilai RMSE.

1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat yang ingin dicapai dari hasil penelitian ini antara lain :

1. Meningkatkan wawasan keilmuan dalam penerapan dan pengembangan tentang model SAE metode HB dan model SAE metode EB.
2. Memberikan rujukan untuk pemerintah setempat dalam membuat kebijakan terkait kesejahteraan masyarakat dan membantu pemerintah menjelaskan berbagai tujuan kebijakan serta penentuan sasaran kebijakan program yang berkaitan dengan Pengeluaran per Kapita Penduduk per Kecamatan di Kabupaten Banyuwangi.

1.5 Batasan Masalah

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka ditentukan batasan masalah dalam penelitian ini dan dijelaskan sebagai berikut :

1. Penelitian ini menggunakan model SAE yang berbasis area.
2. Hirarki bayes pada penelitian ini terjadi pada hirarki modelnya.
3. Variabel respon berdistribusi normal.

(halaman ini sengaja dikosongkan)

BAB 2

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 *Small Area Estimation*

Small area merupakan istilah yang digunakan untuk menunjukkan suatu bagian dari domain populasi. Suatu wilayah dikategorikan sebagai *small area* jika ukuran sampel pada wilayah bersangkutan tidak mencukupi untuk mendukung estimasi langsung dengan ketelitian yang masih baik (Rao, 2003). Istilah lain yang sering digunakan untuk merujuk *small area* antara lain *local area*, *subdomain*, *small group* dan *minor domain*.

Metode *Small Area Estimation* (SAE) merupakan topik yang sangat penting. Masalah SAE ada dua, pertama adalah pertanyaan mendasar tentang bagaimana menghasilkan suatu dugaan parameter yang cukup baik untuk area kecil atau domain berdasarkan sampel yang sangat kecil yang diambil dari area tersebut. Pertanyaan terkait kedua adalah bagaimana menduga *Mean Square Error* (MSE). Solusi untuk masalah tersebut adalah dengan meminjam informasi dari dalam area, luar area, maupun luar survei (Pfeffermann, 2002).

Metode SAE merupakan metode estimasi tidak langsung (*indirect estimation*) yang bersifat meminjam kekuatan (*borrowing strength*) dari pengamatan sampel area yang berdekatan dengan memanfaatkan informasi tambahan. Terdapat dua ide utama (asumsi) yang mendasari adanya pendugaan area kecil. Pertama asumsi bahwa keragaman di dalam area kecil variabel respon dapat diterangkan seluruhnya oleh hubungan keragaman yang bersesuaian pada informasi tambahan yang disebut model pengaruh tetap (*fixed effect model*). Kedua, asumsi keragaman spesifik area kecil tidak dapat diterangkan oleh informasi tambahan yang disebut pengaruh acak area (*random effect*). Gabungan antara kedua model tersebut membentuk model campuran (Rao, 2003).

Informasi tambahan yang dikumpulkan dari luar sampel bertujuan untuk meningkatkan efisiensi. Metode SAE sebenarnya sudah cukup lama digunakan tetapi baru diperkenalkan oleh Fay dan Herriot pada tahun 1979. Metode SAE memiliki beberapa keuntungan yaitu :

1. Diagnostik model dapat digunakan untuk menentukan model yang tepat.

2. Pengukuran presisi setiap area tertentu dapat diasosiasikan dengan setiap pendugaan setiap area kecil.
3. Model linier campuran sebagaimana model non linier, seperti model regresi *logistic* atau GLMs dengan pengaruh acak area tetap dapat dilakukan, demikian juga untuk struktur data yang cukup kompleks seperti dilibatkannya pengaruh spasial atau struktur *time series* tetap bisa ditangani dengan SAE.
4. Pengembangan metode SAE terbaru untuk model pengaruh acak dapat dimanfaatkan untuk meningkatkan akurasi dalam pendugaan area kecil.

2.1.1 Model Level Area

Model berbasis level area merupakan model yang didasarkan pada ketersediaan data pendukung yang hanya ada untuk level area tertentu. Misalkan $x_i = (x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{pi})^T$ dengan parameter yang akan diduga θ_i untuk area ke- i dimana $i = 1, 2, \dots, m$ dan m menyatakan menyatakan total jumlah area yang diasumsikan mempunyai hubungan dengan x_i . Model linear yang menjelaskan hubungan tersebut dijelaskan pada persamaan (2.1).

$$\theta_i = \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta} + b_i v_i \quad (2.1)$$

dimana :

b_i = konstanta positif yang diketahui

$\boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p)^T$ = vektor koefisien regresi berukuran $p \times 1$

v_i = efek random (*random effect*) area

v_i diasumsikan independen, identik dan berdistribusi normal (iidn) dengan $E_m(v_i) = 0, V_m(v_i) = \sigma_v^2$ dengan E_m merupakan ekpektasi dari model dan V_m adalah varians model. Parameter σ_v^2 menunjukkan ukuran homogenitas area setelah perhitungan untuk covariat x_i .

Dalam beberapa kasus, tidak semua area terpilih sebagai sampel. Misalkan terdapat M area dalam populasi, dan dipilih m area sebagai sampel, maka diasumsikan bahwa persamaan (2.1) dengan $i = 1, 2, \dots, M$. Diasumsikan bahwa sampel area mengikuti model populasi bahwa bias pada sampel terpilih tidak ada,

sehingga persamaan (2.1) dapat digunakan untuk area terpilih, bukan hanya untuk populasi.

Model umum level area juga mengasumsikan bahwa estimasi survei langsung dari variabel θ_i diamati dinotasikan sebagai $\hat{\theta}_i$ diasumsikan bahwa

$$\hat{\theta}_i = \theta_i + e_i, i = 1, 2, \dots, m \quad (2.2)$$

dimana sampling error e_i adalah variabel random yang independen dan berdistribusi normal dengan rata-rata $E_p(e_i|\theta_i) = 0$ dan varians sampling $V_p(e_i|\theta_i) = \sigma_i^2$. Kombinasi antara dua model (2.1) dan (2.2) akan membentuk persamaan (2.3) yang merupakan model *mixed* linear level area yang dikenal dengan model Fay-Herriot (Fay dan Herriot, 1979).

$$\theta_i = \mathbf{X}_i^T \boldsymbol{\beta} + b_i v_i + e_i, i = 1, 2, \dots, m \quad (2.3)$$

Varians sampling σ_i^2 dalam model umum Fay-Herriot biasanya diasumsikan diketahui, asumsi ini sangat kuat namun tidak praktis untuk beberapa kasus. Secara umum, varians sampling dapat diestimasi secara langsung dari data survei. Akan tetapi, estimasi langsung tidak stabil jika ukuran sampel adalah kecil. You dan Chapman (2006) mengusulkan pendekatan *Hierarchical Bayes* untuk mengatasi estimasi dari σ_i^2 .

Berbagai survei umumnya dirancang untuk menduga parameter populasi untuk area yang besar, seperti level nasional, provinsi atau kabupaten/kota dimana pendugaan parameternya didasarkan pada desain sampling. Sehingga jika ingin digunakan untuk pendugaan area kecil, umumnya jumlah sampel kurang/tidak mencukupi. Oleh karena itu dikembangkan metode pendugaan area kecil atau *Small Area Estimation* (SAE) untuk menduga parameter di suatu area dimana jumlah sampelnya berukuran kecil (Rumiati, 2012).

2.1.2 Model Level Unit

Model berbasis level unit merupakan suatu model dimana data-data pendukung yang tersedia bersesuaian secara individu dengan data respon, misal $x_{ij} = (x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{pj})^T$ untuk setiap elemen ke- j pada area ke- i . Variabel respon y_i diasumsikan memiliki hubungan dengan x_{ij} melalui model persamaan (2.4).

$$\theta_{ij} = \mathbf{X}_{ij}^T \boldsymbol{\beta} + b_i v_i + e_{ij}, i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n_i \quad (2.4)$$

Dengan $\boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p)^T$, p adalah banyaknya variabel prediktor, n_i merupakan banyaknya anggota rumah tangga/individu di area ke- i , m banyaknya area serta v_i adalah pengaruh acak area yang diasumsikan merupakan variabel acak bersifat independen, identik dan berdistribusi normal (iidn).

$$e_{ij} = k_{ij} \times \tilde{e}_{ij} \quad (2.5)$$

Dengan k_{ij} adalah konstanta \tilde{e}_{ij} merupakan variabel acak yang bersifat independen, identik dan berdistribusi normal (iidn) dan bebas terhadap v_i dimana $E_m(\tilde{e}_{ij}) = 0$ dan $V_\varepsilon(\tilde{e}_{ij}) = \sigma_\varepsilon^2$. v_i dan e_{ij} seringkali diasumsikan memiliki distribusi normal.

Perbedaan mendasar pada kedua model tersebut yaitu pada penggunaan data pendukung yang tersedia. Pada model SAE berbasis level area, data pendukung yang tersedia hanya untuk level area tertentu. Model ini menghubungkan estimator langsung dengan variabel penyerta dari domain lain untuk setiap area, sedangkan model berbasis level unit mengasumsikan bahwa variabel penyerta yang tersedia bersesuaian secara individu dengan variabel respon.

2.2 Uji Anderson-Darling

Pengujian asumsi kenormalan pada residual, penelitian ini menggunakan uji Anderson-Darling. Formula hipotesis pada uji Anderson-Darling adalah sebagai berikut :

H_0 : Data mengikuti distribusi normal.

H_1 : Data tidak mengikuti distribusi normal.

Menurut Anderson-Darling (1954), misalnya $x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \dots \leq x_{(m)}$ dengan m adalah banyaknya pengamatan, maka statistik uji yang digunakan adalah

$$AD_m^2 = -m - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (2i - 1) [\log u_i + \log(1 - u_{m-i+1})], \quad (2.6)$$

Dimana $u_i = F(x_i)$ adalah fungsi distribusi kumulatif. Nilai kritis dari uji Anderson-Darling dirumuskan sebagai berikut:

$$CV = \frac{0,75}{1 + \frac{0,75}{m} + \frac{0,25}{m^2}} \quad (2.7)$$

Dimana CV adalah nilai kritis. Tolak H_0 jika nilai $AD_m^2 > CV$. Selain itu bisa juga dilihat dari nilai p -value, jika p -value kurang dari α maka keputusannya adalah tolak H_0 .

2.3 Metode *hierarchical Bayes* (HB)

Pada pendekatan *Hierarchical Bayes* (HB), subjektif distribusi prior $f(\lambda)$ dengan parameter model λ ditentukan sehingga distribusi posterior $f(\mu|y)$ diperoleh untuk parameter small area (random) μ , dengan data y yang diberikan. *Two-stage* model, $f(y|\mu, \lambda_1)$ dan $f(\mu|\lambda_2)$ dikombinasikan dengan subjektif prior pada $\lambda = (\lambda^T, \lambda^T)^T$, menggunakan teorema bayes untuk mencapai posterior $f(\mu|y)$. Inferensi didasarkan pada $f(\mu|y)$, pada kondisi tertentu parameter dikatakan $\phi = h(\mu)$ diestimasi oleh posterior mean $\hat{\phi}^{HB} = E[h(\mu)|y]$ dan posterior varians $V[h(\mu)|y]$ digunakan sebagai ukuran *precision* dari estimator yang ditentukan.

Dengan menggunakan Teorema Bayes, didapatkan

$$f(\mu, \lambda | y) = \frac{f(y, \mu | \lambda) f(\lambda)}{f_1(y)} \quad (2.8)$$

dimana $f_1(y)$ adalah densitas marginal dari y :

$$f_1(y) = \int f(y, \mu | \lambda) f(\lambda) d\mu d\lambda \quad (2.9)$$

Densitas posterior yang diinginkan $f(\mu|y)$ terbentuk dari

$$\begin{aligned} f(\mu|y) &= \int f(\mu, \lambda | y) d\lambda \\ &= \int f(\mu|y, \lambda) f(\lambda|y) d\lambda \end{aligned} \quad (2.10)$$

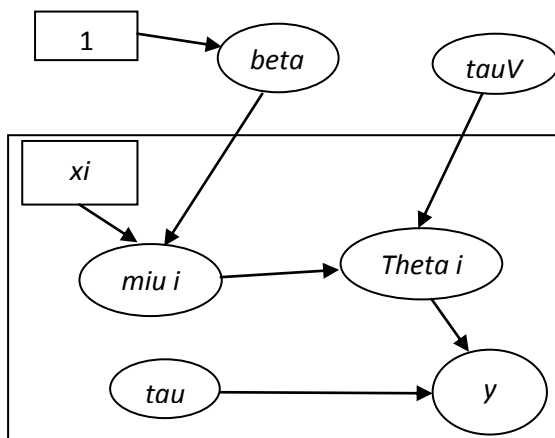
Persamaan (2.10) menunjukkan bahwa $f(\mu|y)$ merupakan *mixture* dari densitas bersyarat $f(\mu|y, \lambda)$. Perhatikan bahwa $f(\mu|y, \lambda)$ digunakan untuk inferensia EB. Karena persamaan *mixture* (2.10), HB juga disebut bayes EB atau *Fully Bayes*.

2.3.1 Model Level Area Untuk HB

Pendekatan HB pada model level area pada persamaan (2.1) diasumsikan bahwa prior distribusi pada parameter model (β, σ_v^2) . Untuk kasus dengan σ_v^2

diketahui dan diasumsikan ‘flat’ prior untuk β melalui $f(\beta) \propto 1$, dan dituliskan kembali sesuai persamaan (2.1) untuk model HB.

- i. $\hat{\theta}_i | \theta_i, \beta, \sigma_v^2 \sim N(\theta_i, \tau)$; $i = 1, 2, \dots, m$
 - ii. $\theta_i | \beta, \sigma_v^2 \sim N(x_i^T \beta, b_i^2 \sigma_v^2)$; $i = 1, 2, \dots, m$
 - iii. $f(\beta) \propto 1$
- (2.11)



Gambar 2.1 Contoh Model HB menggunakan WinBUGS

Untuk kasus σ_v^2 tidak diketahui, persamaan (2.11) menjadi

- i. $\hat{\theta}_i | \theta_i, \beta, \sigma_v^2 \sim N(\theta_i, \tau)$; $i = 1, 2, \dots, m$
 - ii. $\theta_i | \beta, \sigma_v^2 \sim N(x_i^T \beta, b_i^2 \sigma_v^2)$; $i = 1, 2, \dots, m$
 - iii. $f(\beta, \sigma_v^2) = f(\beta)f(\sigma_v^2) \propto f(\sigma_v^2)$
- (2.12)

Dimana $f(\sigma_v^2)$ merupakan prior untuk σ_v^2 .

A. Untuk σ_v^2 Diketahui

Perhitungan yang mudah menunjukkan bahwa posterior distribusi dari θ_i dengan $\hat{\theta} = (\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots, \hat{\theta}_m)^T$ dan σ_v^2 dibawah model HB pada persamaan (2.11) adalah normal dengan mean yang sama dengan pada estimator BLUP $\tilde{\theta}_i^H$ dan varians yang sama dengan $M_{1i}(\sigma_v^2)$ pada persamaan berikut.

$$MSE(\tilde{\theta}_i^H) = E(\tilde{\theta}_i^H - \theta_i)^2 = g_{1i}(\sigma_v^2) + g_{2i}(\sigma_v^2)$$

sedangkan estimator HB untuk y_i

$$\tilde{\theta}_i^{HB}(\sigma_v^2) = E(\theta_i | \hat{\theta}, \sigma_v^2) = \tilde{\theta}_i^H$$

dan posterior varians untuk θ_i

$$V(\theta_i | \hat{\theta}, \sigma_v^2) = M_{1i}(\sigma_v^2) = MSE(\tilde{\theta}_i^H)$$

Ketika σ_v^2 diasumsikan diketahui dan $f(\beta) \propto 1$, pendekatan HB dan BLUP dibawah normalitas, menyebabkan identik titik estimasi dan ukuran dari variabilitas.

B. Untuk σ_v^2 Tidak Diketahui

Pada kasus dimana σ_v^2 tidak diketahui, digunakan Gibbs sampling untuk model level area untuk (i) dan (ii) dari persamaan (2.11), asumsikan prior β dan σ_v^2 pada persamaan (2.12) dengan distribusi Gamma dengan *shape* parameter a dan *scale* parameter b .

$$\sigma_v^{-2} \sim G(a, b), a > 0, b > 0$$

σ_v^2 didistribusikan invers gamma $IG(a, b)$ dengan

$$f(\sigma_v^2) \propto \exp\left(\frac{-b}{\sigma_v^2}\right) \left(\frac{1}{\sigma_v^2}\right)^{a+1}$$

Konstanta positif a dan b dibuat sangat kecil. *Gibbs conditional* dibuktikan melalui

$$i. \quad [\beta | \theta, \sigma_v^2, \hat{\theta}] \sim N_p[\beta^*, \sigma_v^2 (\sum_i \tilde{x}_i \tilde{x}_i^T)^{-1}] \quad (2.13)$$

$$ii. \quad [\theta_i | \beta, \sigma_v^2, \hat{\theta}] \sim N[\hat{\theta}_i^B(\beta, \sigma_v^2), \gamma_i \gamma_i]; \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (2.14)$$

$$iii. \quad [\sigma_v^{-2} | \beta, \theta, \hat{\theta}] \sim G\left[\frac{m}{2} + a, \frac{1}{2} \sum_i (\tilde{\theta}_i - \tilde{x}_i^T \beta)^2 + b\right] \quad (2.15)$$

dimana

$$\tilde{\theta}_i = \frac{\theta_i}{b_i}, \tilde{x}_i = \frac{x_i}{b_i}, \beta^* = \left(\sum_i \tilde{x}_i \tilde{x}_i^T \right)^{-1} \left(\sum_i \tilde{x}_i \tilde{\theta}_i \right)$$

Semua *Gibbs conditional* memiliki *closed form* sehingga sampel MCMC dapat dihasilkan langsung dari *conditional* (i)-(iii).

Mean posterior $(\theta_i | \theta)$ dalam pendekatan HB digunakan sebagai estimasi titik dan varians posterior $V(\theta_i | \theta)$ sebagai ukuran keragaman. Metode Gibbs sampler (Gelfand dan Smith, 1990) dengan algoritma Metropolis Hasting (Chip dan Greenberg, 1995) dapat digunakan untuk mencari posterior mean dan varians. Definisikan sampel MCMC sebagai $\left\{ \left(\beta^{(k)}, \theta^{(k)}, \sigma_v^{2(k)} \right), k = d + 1, \dots, d + D \right\}$ dengan posterior mean dan varians.

$$\hat{\theta}_i^{HB} = \frac{1}{D} \sum_{k=d+1}^{d+D} \hat{\theta}_i^B(\beta^{(k)}, \sigma_v^{2(k)}) = \hat{\theta}_i^B(.,.)$$

dan

$$\hat{V}(\theta_i|\hat{\theta}) = \frac{1}{D} \sum_{k=d+1}^{d+D} g_{1i}(\sigma_v^{2(k)}) + \frac{1}{D-1} \sum_{k=d+1}^{d+D} [\hat{\theta}_i^B(\beta^{(k)}, \sigma_v^{2(k)}) - \hat{\theta}_i^B(.,.)]^2$$

Untuk estimator yang lebih efisien dapat diperoleh dari hasil eksplorasi *closed form* dari persamaan (2.13) untuk σ_v^2 diketahui.

$$\hat{\theta}_i^{HB} = \frac{1}{D} \sum_{k=d+1}^{d+D} \hat{\theta}_i^H(\sigma_v^{2(k)}) = \hat{\theta}_i^H(.)$$

Dan

$$\begin{aligned} \hat{V}(\theta_i|\hat{\theta}) &= \frac{1}{D} \sum_{k=d+1}^{d+D} [g_{1i}(\sigma_v^{2(k)}) + g_{2i}(\sigma_v^{2(k)})] \\ &\quad + \frac{1}{D-1} \sum_{k=d+1}^{d+D} [\hat{\theta}_i^H(\sigma_v^{2(k)}) - \hat{\theta}_i^H(.)]^2 \end{aligned}$$

2.3.2 Markov Chain Monte Carlo (MCMC)

Pendekatan numerik *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC) digunakan untuk mendapatkan distribusi posterior dari suatu Bayesian yang sangat rumit yang memerlukan suatu proses integrasi yang sulit dalam menentukan marjinal posterior suatu parameter. MCMC adalah suatu metode simulasi yang merupakan perpaduan antara *Monte Carlo* dengan sifat *Markov Chain* untuk mendapatkan data sampel berdasarkan skenario sampling tertentu. Rantai Markov pada *state space* S didefinisikan sebagai suatu deret variabel random $\{\eta^{(k)}\}_{k \geq 0}$, dimana nilai untuk masing-masing variabel random tersebut berada di dalam *state space* S dan distribusi dari $\eta^{(k)}$ dengan diberikan semua nilai sebelumnya dari proses, yaitu $\eta^{(0)}, \eta^{(1)}, \dots, \eta^{(k-1)}$, yang hanya tergantung pada $\eta^{(k-1)}$ (Casella dan George, 1992).

2.3.3 Gibbs Sampler

Skenario yang digunakan dalam pengambilan data sampel pada umumnya adalah dengan metode *Gibbs Sampler* (Casella dan George, 1992). *Gibbs Sampler*

merupakan generator yang sangat efisien, sehingga sering digunakan sebagai generator variabel random pada analisis data yang menggunakan metode MCMC (Iriawan, 2000a). Casella dan George (1992) mendefinisikan *Gibbs Sampler* sebagai suatu teknik simulasi untuk membangkitkan variabel random dari suatu distribusi tertentu secara tidak langsung, tanpa harus menghitung fungsi densitas dari suatu distribusi data.

Casella dan George (1992), Gamerman (1997) serta Walsh (2002) dalam Wati (2006) menjelaskan cara kerja dari metode ini dengan dimisalkan y adalah sampel random yang mempunyai distribusi stasioner $f(\eta|y)$ dimana y dan η bisa dipartisi menjadi komponen-komponen $(y_1, y_2, \dots, y_r) \in S_1 \times S_2 \times \dots \times S_r$ dan $\eta = (\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_r)$.

Proses sampling secara langsung dari $f(\eta|y) = f(\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_r|y)$ tidak dapat dilakukan karena distribusi tersebut sangat kompleks disebabkan banyaknya parameter dalam model. Untuk mempermudah estimasi terhadap setiap parameter dapat dilakukan dengan cara membangkitkan sampel dari distribusi bersyarat penuh setiap parameter η_j ; $j = 1, 2, \dots, r$ terhadap komplemennya (η_{-j}) dan data y yaitu $f(\eta_1|y, \eta_2, \dots, \eta_r), \dots, f(\eta_r|y, \eta_2, \dots, \eta_{r-1})$.

Stephens (1997) menunjukkan pengambilan sampel dari suatu distribusi yang *full conditional* dengan algoritma berikut.

1. Diberikan state: η^k pada waktu $k = 0$, sehingga

$$\eta^{(0)} = (\eta_1^{(0)}, \eta_2^{(0)}, \dots, \eta_r^{(0)})$$

2. Simulasi nilai untuk $\eta^{(k+1)}$ dalam r step sebagai berikut:

Step 1: sampling $\eta_1^{(k+1)}$ dari $p(\eta_1|y, \eta_2^{(t)}, \dots, \eta_r^{(t)})$

⋮

Step r : sampling $\eta_r^{(k+1)}$ dari $p(\eta_r|y, \eta_1^{(k+1)}, \eta_2^{(k+1)}, \dots, \eta_{r-1}^{(k+1)})$

3. Ulangi langkah 2 di atas hingga M kali, dimana $M \rightarrow \infty$.

Data yang dibangkitkan dengan menggunakan algoritma di atas akan membangkitkan pola data yang konvergen dan stasioner.

2.4 Metode *Empirical Bayes*

Metode *Empirical Bayes* (EB) merupakan salah satu pendekatan yang dapat digunakan pada SAE yang didasarkan pada metode bayes. Langkah awal yang dilakukan pada metode bayes adalah mendapatkan distribusi posterior untuk parameter yang diamati yang dinotasikan $f(\theta_i|y_i, \beta, \sigma_v^2)$, dengan asumsi β dan σ_v^2 diketahui. Namun pada metode EB, inferensia yang diperoleh berdasar pada estimasi distribusi posterior dari θ_i dengan memasukkan nilai estimasi β dan σ_v^2 , yaitu $f(\theta_i|y_i, \beta, \sigma_v^2)$.

Data dari variabel pendukung (*auxiliary variables*) diikutsertakan dalam model. Data pendukung yang tersedia hanya sampai pada level area yaitu $\mathbf{X}_i = (x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{pi})^T$, maka model untuk pendekatan *Empirical Bayes* dengan menggunakan model pada persamaan (2.3) yang dikenal pula sebagai model fay-Herriot dimana $\mathbf{v}_i \sim N(0, \sigma_v^2)$ dan $e_i \sim N(0, \psi_i)$, \mathbf{v}_i dan e_i saling bebas. β dan σ_v^2 tidak diketahui sedangkan ψ_i diasumsikan diketahui.

Misal σ_v^2 dan ψ_i disimbolkan dengan A dan D_i , selanjutnya merupakan estimator bayes untuk θ_i dengan mengikuti model bayes berikut :

- i. $y_i|\theta_i \sim N(\theta_i, D_i)$.
- ii. $\theta_i \sim N(\mathbf{X}_i^T \beta, A)$ adalah sebaran prior untuk $\theta_i, i = 1, 2, \dots, m$.

Penjelasan model bayes diberikan sebagai berikut :

$$f(y_i|\theta_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D_i}} \exp \left[-\frac{1}{2D_i} (y_i - \theta_i)^2 \right] \quad (2.16)$$

dan

$$\pi(\theta_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi A}} \exp \left[-\frac{1}{2A} (\theta_i - \mathbf{x}_i^T \beta)^2 \right] \quad (2.17)$$

Sehingga

$$f(y_i, \theta_i|\beta, A) = \prod_{i=1}^m \frac{1}{\sqrt{2\pi D_i}} \exp \left[-\frac{1}{2D_i} (y_i - \theta_i)^2 \right] \frac{1}{\sqrt{2\pi A}} \exp \left[-\frac{1}{2A} (\theta_i - \mathbf{x}_i^T \beta)^2 \right]$$

Untuk $\mathbf{x}_i = (x_1, x_2, \dots, x_m)^T$ dan $\theta_i = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m)^T$, perhatikan dua fungsi eksponensial tanpa memperhatikan faktor (-1/2) pada $f(y_i, \theta_i|\beta, A)$,

$$\begin{aligned} & \frac{1}{D_i} (y_i - \theta_i)^2 + \frac{1}{A} (\theta_i - \mathbf{x}_i^T \beta)^2 \\ &= \frac{1}{D_i} (y_i^2 - 2y_i\theta_i - \theta_i^2) + \frac{1}{A} (\theta_i^2 - 2\theta_i(\mathbf{x}_i^T \beta) + (\mathbf{x}_i^T \beta)^2) \end{aligned}$$

$$= \left(\frac{1}{D_i} + \frac{1}{A}\right) \left[\theta_i - \frac{\left(\frac{y_i + x_i^T \beta}{D_i + \frac{1}{A}}\right)}{\left(\frac{1}{D_i} + \frac{1}{A}\right)} \right]^2 + a_1^*$$

Dengan a_1^* adalah konstan dan tidak memuat θ_i sehingga

$$\begin{aligned} (\theta_i | y_i, \beta, A) &\sim N \left[\left(\frac{y_i + x_i^T \beta}{D_i + \frac{1}{A}} \right) \left(\frac{1}{D_i} + \frac{1}{A} \right)^{-1}, \left(\frac{1}{D_i} + \frac{1}{A} \right)^{-1} \right] \\ (\theta_i | y_i, \beta, A) &\sim N \left[x_i^T \beta + \frac{A}{A+D_i} (y_i - x_i^T \beta), \left(\frac{AD_i}{A+D_i} \right) \right] \end{aligned} \quad (2.18)$$

Berdasarkan formula tersebut diperoleh suatu estimator bayes untuk θ_i :

$$\hat{\theta}_i^B = E(\theta_i | y_i, \beta, A) = \mathbf{X}_i^T \beta + (1 - B_i)(y_i - \mathbf{X}_i^T \beta) \quad (2.19)$$

dengan $B_i = D_i / (A + D_i)$

$$MSE(\hat{\theta}_i^B) = Var(\theta_i | y_i, \beta, A) = AD_i / (A + D_i) \quad (2.20)$$

Ketika parameter A diketahui, maka β pada formula diatas dapat di estimasi dengan metode *Maximum Likelihood*. Namun pada kenyataannya A tidak diketahui, untuk mengestimasi parameter A juga menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) atau *Restricted/Residual Maximum Likelihood* (REML). Estimator A menggunakan REML konsisten meskipun terdapat pelanggaran asumsi kenormalan (Jiang, 2007). Oleh karena A dan β diestimasi maka, diperoleh suatu penduga *Empirical Bayes* :

$$\hat{\theta}_i^{EB} = \mathbf{X}_i^T \hat{\beta} + (1 - \hat{B}_i)(y_i - \mathbf{X}_i^T \hat{\beta}) \quad (2.21)$$

dengan $\hat{B}_i = D_i / (\hat{A} + D_i)$

Berdasarkan metode bayes, diperoleh :

$$MSE(\hat{\theta}_i^{EB}) = Var(\theta_i | y_i, \hat{\beta}, \hat{A}) = \hat{A}D_i / (\hat{A} + D_i) \quad (2.22)$$

Estimator MSE tersebut menjadi sifat *underestimate* karena adanya estimasi pada nilai A dan β . Hal tersebut dapat dikoreksi dengan menggunakan pendekatan *jackknife*. Metode *jackknife* merupakan salah satu metode yang sering digunakan dalam survei karena konsepnya yang sederhana (Jiang, Lahiri, dan Wan, 2002).

2.5 Estimasi Mean Square Error (MSE) Jackknife

Menurut Baíllo dan Molina (2009), tujuan dari prosedur dan teknik yang digunakan dalam SAE adalah untuk memperoleh estimasi dengan tingkat presisi

yang tinggi pada area kecil tersebut. Tingkat presisi estimator ini dapat digambarkan oleh *Mean Square Error* (MSE).

Rao (2007) menyatakan bahwa untuk SAE dengan pendekatan Empirical Bayes (EB) pada model Fay-Herriot, MSE dari θ_i^B dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} MSE(\hat{\theta}_i^E) &= E(\hat{\theta}_i^E - \theta_i)^2 \\ &= E(\hat{\theta}_i^B - \theta_i)^2 + E(\hat{\theta}_i^E - \theta_i)^2 \\ &= \hat{M}_{1i}(\sigma_v^2) + \hat{M}_{2i}(\sigma_v^2) \end{aligned} \quad (2.23)$$

Dimana $i = 1, 2, \dots, m$, $\hat{\theta}_i^B$ merupakan estimator terbaik dari θ_i . $\hat{\theta}_i^E$ diperoleh dari substitusi $\hat{\beta}$ dan $\hat{\sigma}_v^2$ pada $\hat{\theta}_i^B$.

Rao (2007) menjelaskan bahwa ketepatan model dalam SAE dengan kriteria bias sangat sulit dilakukan karena nilai parameter populasi pada wilayah kecil tidak diketahui, sehingga parameter populasi juga diestimasi melalui estimasi dari sampel yang tersedia. Pada model Fay-Herriot, $\hat{M}_{1i}(\sigma_v^2)$ pada persamaan (2.23) sama dengan $g_{1i}(\hat{\sigma}_v^2)$ yang menunjukkan efisiensi dari estimator $\hat{\theta}_i$. Prasad dan Rao (1990), Datta dan Lahiri (2000) serta Datta, Rao, dan Smith (2005) dalam Rao (2007) menggunakan *Taylor linearization* untuk mengestimasi MSE yaitu untuk mengoreksi ketidakpastian akibat menduga parameter populasi menggunakan data sampel. *Taylor linearization* digunakan dengan pendekatan pada $\hat{M}_{2i}(\sigma_v^2)$ pada persamaan (2.23) untuk m besar yaitu $\hat{M}_{2i}(\sigma_v^2) \approx g_{2i}(\hat{\sigma}_v^2) + g_{3i}(\hat{\sigma}_v^2)$. Namun, Rao juga menyebutkan bahwa menduga MSE menggunakan *Taylor linearization* merupakan sesuatu yang kompleks dan sulit. Estimator MSE menggunakan *Taylor linearization* dapat dituliskan seperti persamaan (2.24)

$$MSE(\hat{\theta}_i^E) = g_{1i}(\hat{\sigma}_v^2) + g_{2i}(\hat{\sigma}_v^2) + g_{3i}(\hat{\sigma}_v^2) \quad (2.24)$$

Rao menyatakan bahwa Jiang, Lahiri, dan Wan (2002) mengusulkan metode *Jackknife* untuk mengoreksi $g_{2i}(\cdot)$ dan $g_{3i}(\cdot)$ pada persamaan (2.24). Jiang, Lahiri, dan Wan mengaplikasikan *Jackknife* yang dikembangkan oleh Turkey (1958). Metode *Jackknife* merupakan metode untuk mengoreksi bias dari suatu penduga. Metode ini merupakan metode resampling yang dilakukan dengan

membangkitkan data yang berasal dari sampel sehingga akan mendekati parameter populasinya. Penerapan *Jackknife* pada SAE dilakukan untuk mengoreksi pendugaan MSE. Estimator MSE *Jackknife* tak berbobot Jiang, Lahiri dan Wan (JLW) dari $\widehat{M}_{2i}(\sigma_v^2)$ dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\widehat{M}_{2i} = \frac{m-1}{m} \sum_l^m \left((\widehat{\theta}_{i(l)}) - (\widehat{\theta}_i) \right)^2$$

$(\widehat{\theta}_{i(l)})$ diperoleh dengan menghapus pengamatan ke- l pada himpunan data $(\widehat{\theta}_i)$.

Reduksi bias diaplikasikan ke $\widehat{M}_{1i}(\sigma_v^2)$

$$\widehat{M}_{1i} = g_{1i}(\widehat{\sigma}_v^2) - \left(\frac{m-1}{m} \right) \sum_{l=1}^m [g_{1i}(\widehat{\sigma}_{v(l)}^2) - g_{1i}(\widehat{\sigma}_v^2)]$$

dimana $g_{1i}(\widehat{\sigma}_{v(l)}^2)$ diperoleh dengan menghapus pengamatan ke- l pada himpunan data $g_{1i}(\widehat{\sigma}_v^2)$.

Rao (2003) menyatakan bahwa metode *Jackknife* yang dikembangkan oleh Jiang, Lahiri, dan Wan dapat digunakan untuk semua model untuk SAE termasuk juga *mismatched model* dan untuk kasus yang tidak berdistribusi normal (data binari atau cacahan).

2.6 Pengeluaran Per Kapita

Pengeluaran rata-rata per kapita sebulan menunjukkan besarnya pengeluaran setiap anggota rumah tangga dalam kurun waktu satu bulan. Sedangkan definisi rumah tangga adalah sekelompok orang yang mendiami sebagian atau seluruh bangunan fisik dan biasanya tinggal bersama serta makan dari satu dapur (BPS 2003). Dalam hal ini pengeluaran seseorang sangat tergantung dari pendapatan, asumsi ini menjelaskan pada saat pendapatan seseorang semakin tinggi maka semakin tinggi pula pengeluarannya, dimana pada dasarnya pendapatan seseorang akan berbanding lurus dengan pengeluarannya. Dalam satu rumah tangga bisa terdiri atas satu, dua, atau lebih kepala keluarga. Pengeluaran per kapita biasa dirumuskan sebagai berikut:

$$y = \frac{p}{q} \tag{2.25}$$

dimana

y = pengeluaran per kapita.

p = pengeluaran rumah tangga sebulan.

q = jumlah anggota rumah tangga

Anggota rumah tangga adalah semua orang yang biasanya bertempat tinggal di suatu rumah tangga, baik yang berada di rumah pada saat pencacahan maupun sementara tidak ada. Anggota rumah tangga yang telah bepergian 6 bulan atau lebih, dan anggota rumah tangga yang bepergian kurang dari 6 bulan tetapi bertujuan pindah/akan meninggalkan rumah, tidak dianggap sebagai anggota rumah tangga. Orang yang telah tinggal di suatu rumah tangga 6 bulan atau lebih atau yang telah tinggal di suatu rumah tangga kurang dari 6 bulan tetapi berniat menetap di rumah tangga tersebut dianggap sebagai anggota rumah tangga.

Berdasarkan pedoman pencacah modul konsumsi Susenas 2015, dalam sensus, pengeluaran per kapita merupakan pengeluaran untuk rumah tangga/anggota rumah tangga saja, tidak termasuk pengeluaran untuk keperluan usaha rumah tangga, atau yang diberikan kepada orang lain. Untuk konsumsi makanan, baik banyaknya (kuantitas) maupun nilainya yang dicatat adalah yang betul-betul telah dikonsumsi selama refrensi waktu survei (*consumption approach*), sedangkan untuk bukan makanan konsep yang dipakai pada umumnya adalah konsep pembelian (*delivery approach*), yaitu dicatat sebagai pengeluaran pada waktu barang tersebut dibeli/diperoleh, asalkan tujuannya untuk kebutuhan rumah tangga. Pengeluaran untuk konsumsi makanan dihitung selama seminggu terakhir, sedangkan konsumsi bukan makanan sebulan dan setahun terakhir. Baik konsumsi makanan maupun bukan makanan selanjutnya dikonversikan ke dalam pengeluaran rata-rata sebulan. Angka-angka konsumsi/pengeluaran rata-rata per kapita diperoleh dari hasil bagi jumlah konsumsi seluruh rumah tangga (baik mengkonsumsi makanan maupun tidak) terhadap jumlah penduduk.

Kemajuan suatu negara salah satunya bisa dilihat dari pendapatan per kapita, pendapatan per kapita Indonesia masih rendah bila dibandingkan dengan negara-negara lain. Di kawasan ASEAN, Indonesia masih tertinggal jauh dengan Singapore, Brunei Darussalam, dan Malaysia. Tentu hal ini menjadi perhatian khusus oleh pemerintah dan para pelaku dunia usaha agar bekerja keras untuk mendorong dan memperbaiki pertumbuhan perekonomian negara. Suatu negara demokrasi dikatakan bisa mandiri secara finansial apabila pendapatan per kapita

nya minimal USD 5000 sedangkan negara Indonesia tidak lebih dari USD 3000 ini tentu saja masih jauh dari ideal, padahal kesejahteraan masyarakat bisa dilihat dari daya beli masyarakat dimana pengeluaran untuk konsumsi masyarakat tergantung dari pendapatan.

2.7 Variabel Penyerta Yang Mempengaruhi Pengeluaran Per Kapita

Menurut Rao (2003), adanya variabel penyerta yang memiliki pengaruh terhadap estimasi tidak langsung memiliki peran yang cukup penting dalam menghasilkan estimasi yang lebih akurat. Kriteria dari variabel penyerta ini berasal dari literatur maupun dari penelitian tentang pengeluaran per kapita yang pernah dilakukan sebelumnya.

Data pengeluaran dapat mengungkap tentang pola konsumsi rumah tangga secara umum menggunakan indikator proporsi pengeluaran untuk makanan dan non makanan. Komposisi pengeluaran rumah tangga dapat dijadikan ukuran untuk menilai tingkat kesejahteraan ekonomi penduduk, makin rendah persentase pengeluaran untuk makanan terhadap total pengeluaran makin membaik tingkat kesejahteraan. Pengeluaran rumah tangga dibedakan menurut kelompok makanan dan bukan makanan. Perubahan pendapatan seseorang akan berpengaruh pada pergeseran pola pengeluaran. Semakin tinggi pendapatan, semakin tinggi pengeluaran bukan makanan. Dengan demikian, pola pengeluaran dapat dipakai sebagai salah satu alat untuk mengukur tingkat kesejahteraan penduduk, dimana perubahan komposisinya digunakan sebagai petunjuk perubahan tingkat kesejahteraan.

Beberapa penelitian yang membahas mengenai pengeluaran per kapita adalah Fausi (2011) meneliti tentang *Small Area Estimation* terhadap pengeluaran per kapita di Kabupaten Sumenep dengan pendekatan *Empirical Bayes* untuk setiap kecamatan dengan membedakan menjadi kelompok daratan dan kepulauan, dari hasil penelitiannya menyimpulkan bahwa faktor-faktor yang mempengaruhi pengeluaran per kapita suatu area antara lain pendapatan rumah tangga, tingkat pendidikan, persentase penduduk miskin, dan kepadatan penduduk (Fausi, 2011).

Besarnya pengeluaran perkapita suatu daerah akan sangat ditentukan oleh besarnya jumlah penduduk yang mendiami suatu daerah. Daerah perkotaan

dikenal sebagai pusat pertumbuhan ekonomi dan identik dengan padat penduduk. Darsyah (2013) meneliti tentang pengeluaran per kapita pada level Kecamatan di Kabupaten Sumenep dengan pendekatan *Kernel-Bootstrap* dan menyimpulkan bahwa kepadatan penduduk berpengaruh secara signifikan terhadap pengeluaran per kapita. Kepadatan penduduk dengan pengeluaran per kapita berkorelasi positif yang berarti bahwa semakin tinggi kepadatan penduduk suatu wilayah/daerah maka semakin tinggi pengeluarannya.

Berdasarkan beberapa penelitian terkait pengeluaran per kapita, selanjutnya kriteria pemilihan variabel penyerta tahap selanjutnya peneliti menggunakan uji korelasi *pearson* dengan taraf signifikansi 5% untuk mengetahui keeratan hubungan antar setiap variabel penyerta (x) dengan variabel respon (y), dengan rumus sebagai berikut :

$$\rho = \frac{n \sum_i^n x_i y_i - \sum_i^n x_i \sum_i^n y_i}{\sqrt{n \sum_i^n x_i^2 - (\sum_i^n x_i)^2} \sqrt{n \sum_i^n y_i^2 - (\sum_i^n y_i)^2}} \quad (2.26)$$

ρ adalah nilai korelasi antar variabel penyerta (x) dengan variabel respon (y).

Dari nilai ρ tersebut dilakukan uji korelasi Pearson untuk menguji apakah ρ tersebut signifikan atau tidak. Jika r dianggap signifikan, disimpulkan bahwa antar variabel berkorelasi. Jika hasil uji menunjukkan hasil yang tidak signifikan, maka antar variabel dianggap tidak berkorelasi. Dalam uji ini digunakan hipotesis sebagai berikut :

$$H_0: \rho_{xy} = 0$$

$$H_1: \rho_{xy} \neq 0$$

Statistik uji yang digunakan adalah :

$$t_0 = \frac{\rho \sqrt{n-2}}{(1-\rho^2)}$$

H_0 ditolak jika $t_0 > t_{tabel}$ dengan derajat bebas $v = n$ atau nilai p (p -value) yang diperoleh kurang dari $\alpha = 0,05$. Jika H_0 ditolak berarti terdapat korelasi antara dua variabel yang dibandingkan.

BAB 3

METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Sumber Data

Penelitian ini menggunakan data sekunder yang bersumber dari Badan Pusat Statistik (BPS) berupa data mentah dari hasil survei, yaitu Survei Sosial Ekonomi nasional (Susenas). Susenas merupakan survei tahunan yang dilakukan oleh BPS dalam rangka mengumpulkan data. Susenas menyediakan data yang berkaitan dengan kondisi sosial ekonomi masyarakat meliputi kondisi kesehatan, pendidikan, fertilitas, keluarga berencana, perumahan dan kondisi sosial ekonomi lainnya. Data dan indikator dari Susenas telah dipergunakan secara luas dan dipandang sebagai salah satu bukti penting yang dapat berguna untuk perencanaan, monitoring dan evaluasi program pembangunan pemerintah.

Variabel respon yang digunakan dalam penelitian ini adalah data pengeluaran rata-rata per kapita sebulan penduduk per kecamatan di Kabupaten Banyuwangi yang diperoleh dari Susenas 2015 dan untuk variabel penyerta diperoleh dari Kabupaten Banyuwangi Dalam Angka 2015.

Dalam model area kecil dibentuk oleh *fix effect* dan *random effect*, dimana *fix effect* untuk area yang tersampel dan *random effect* untuk area yang tidak tersampel. Dalam data Susenas tahun 2015, jumlah sampel (rumah tangga) yang tersurvei di Kabupaten Banyuwangi sebanyak 970 rumah tangga yang tersebar di 23 Kecamatan di Kabupaten Banyuwangi (Lampiran 1), sedangkan jumlah Kecamatan di Kabupaten Banyuwangi sebanyak 24 Kecamatan sehingga data pengeluaran per kapita yang tersedia untuk masing-masing Kecamatan di Kabupaten Banyuwangi adalah hanya untuk 23 Kecamatan sedangkan untuk satu Kecamatan yaitu kecamatan Siliragung tidak tersampel.

3.2 Variabel Penelitian

Variabel yang digunakan dalam penelitian ini terdiri dari dua yaitu, variabel respon dan variabel penyerta pada Tabel 3.1. Tipe data untuk variabel respon dan variabel penyerta yaitu kontinyu.

Tabel 3.1 Variabel Penelitian

Variabel	Nama Variabel	Definisi Operasional
Y	Pengeluaran per kapita	Jumlah pengeluaran rumah tangga sebulan dibagi dengan jumlah anggota rumah tangga.
X ₁	Kepadatan penduduk	Banyaknya penduduk per km persegi
X ₂	Persentase penduduk miskin	Banyaknya penduduk yang hidup dibawah garis kemiskinan dibagi dengan jumlah penduduk.
X ₃	Jumlah penduduk yang sedang sekolah	banyaknya penduduk yang sedang sekolah di tingkat SD, SMP dan SMA.
X ₄	Jumlah penduduk pelanggan listrik PLN	Banyaknya penduduk yang berlangganan listrik PLN
X ₅	Rata-rata jumlah anggota rumah tangga	Jumlah anggota rumah tangga dibagi dengan jumlah rumah tangga.

3.3 Struktur Data

Selanjutnya struktur data yang digunakan dalam penelitian disajikan pada Tabel 3.2.

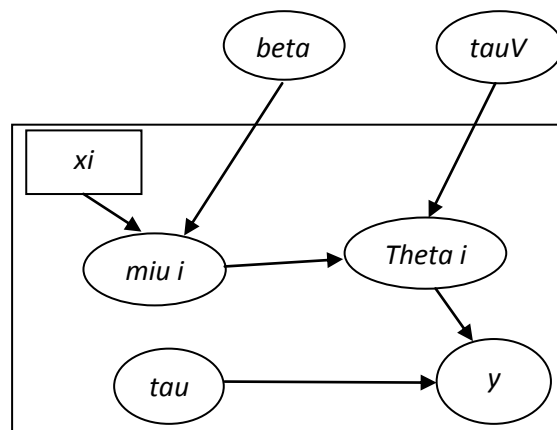
Tabel 3.2 Struktur Data

Kecamatan	Y	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅
1	Y ₁	X _{1,1}	X _{2,1}	X _{3,1}	X _{4,1}	X _{5,1}
2	Y ₂	X _{1,2}	X _{2,2}	X _{3,2}	X _{4,2}	X _{5,2}
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
23	Y ₂₃	X _{1,23}	X _{2,23}	X _{3,23}	X _{4,23}	X _{5,23}

3.4 Langkah Analisis

Untuk mencapai tujuan dari penelitian, maka disusun langkah-langkah sebagai berikut.

1. Mengeksplorasi data Pengeluaran per Kapita di Kabupaten Banyuwangi menggunakan statistika deskriptif.
2. Membentuk model SAE metode *Hierarchical Bayes* (HB) dengan langkah-langkah sebagai berikut :
 - a. Membentuk kerangka *Hierarchical Bayes* (HB) model *Small Area Estimation* (SAE) dengan model umum level area yaitu model Fay-Herriot pada persamaan (2.3).
 - b. Melakukan perhitungan menggunakan metode HB sesuai hasil dari langkah 2.a dengan bantuan software WinBUGS. Menjelaskan kerangka HB dalam model grafik atau *Directed Acyclic Graph* (DAG) yang bertujuan untuk memudahkan hubungan antara komponen dalam model.



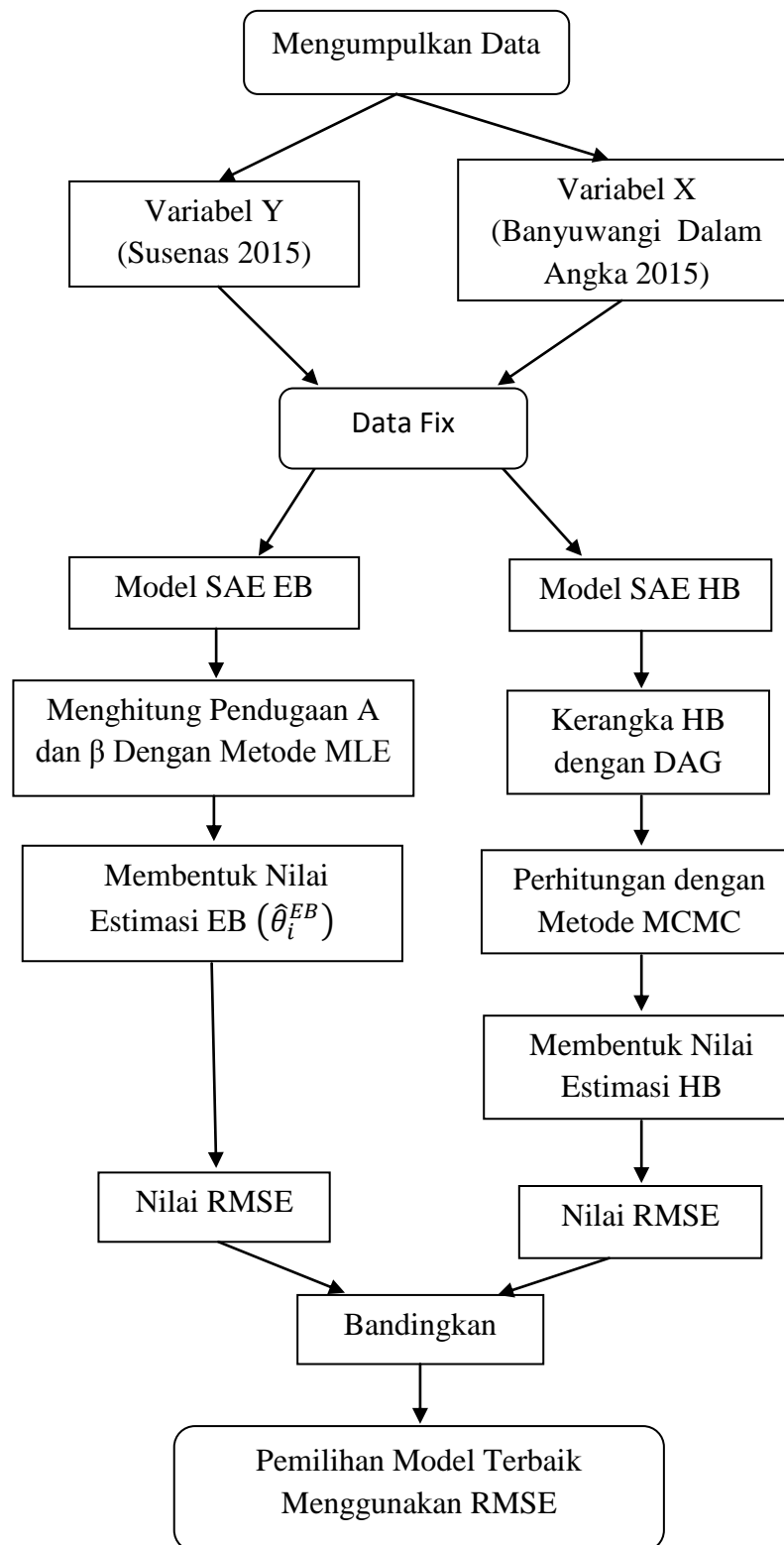
Gambar 3.1 DAG Model HB SAE

- c. Membentuk model SAE untuk Pengeluaran per Kapita di Kabupaten Banyuwangi dengan menggunakan pendekatan HB serta hasil estimasinya.
- d. Melakukan perhitungan dengan menggunakan metode MCMC (Markov Chain Monte Carlo) sesuai hasil dari langkah 2.a dan 2.b dengan bantuan software WinBUGS.
- e. Membentuk nilai estimasi dari variabel amatan Pengeluaran per Kapita di Kabupaten Banyuwangi. Mean dari posterior merupakan hasil estimasi dari variabel amatan dan varians dari posterior merupakan ukuran keragamannya.

- f. Menghitung nilai MSE model SAE metode *Hirarchical Bayes* dengan pendekatan *Jackknife*.
3. Membentuk model SAE metode *Empirical Bayes* berbasis area level untuk data Pengeluaran per Kapita di Kabupaten Banyuwangi dengan langkah-langkah sebagai berikut.
 - a. Mengasumsikan variabel respon $y_i | \theta_i \sim N(\theta_i, D_i)$.
 - b. Mengasumsikan bahwa $\theta_i \sim N(\mathbf{X}_i^T \beta, A)$ adalah sebaran prior untuk θ_i , $i = 1, 2, \dots, m$.
 - c. Melakukan estimasi terhadap varians efek random (A), seperti disajikan pada persamaan (2.3). Estimasi ini menggunakan metode *Restricted/Residual Maximum Likelihood (REML)*.
 - d. Setelah diperoleh nilai \hat{A} maka dilakukan estimasi terhadap nilai $\hat{\beta}$ menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation (MLE)*.
 - e. Mengestimasi pengeluaran per kapita di kabupaten Banyuwangi untuk masing-masing kecamatan dengan metode EB sesuai model pada persamaan (2.21).
 - f. Menghitung nilai MSE model SAE metode *Empirical Bayes* dengan pendekatan *Jackknife*.
4. Membandingkan hasil estimasi dari model SAE metode *Hirarchical Bayes* (HB) dengan model SAE metode *Empirical Bayes* (EB) menggunakan nilai RMSE, dimana perhitungan RMSE sebagai berikut:

$$RMSE(\hat{\theta}) = \sqrt{MSE(\hat{\theta})}$$

3.5 Diagram Alir Penelitian



Gambar 3.2 Bagan Langkah-Langkah Penelitian

(halaman ini sengaja dikosongkan)

BAB 4 HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Karakteristik Pengeluaran Per Kapita Kabupaten Banyuwangi

4.1.1 Gambaran Umum Lokasi Studi

Luas Wilayah Kabupaten Banyuwangi adalah 5.782,50 km², yang merupakan daerah kawasan hutan mencapai 183.396,34 ha atau sekitar 31,72%, persawahan sekitar 66.152 ha atau 11,44%, perkebunan dengan luas sekitar 82.143,63 ha atau 14,21%, permukiman dengan luas sekitar 127.454,22 ha atau 22,04%. Adapun sisanya seluas 119.103,81 ha atau 20,63 persen dipergunakan untuk berbagai manfaat fasilitas umum dan fasilitas sosial seperti jalan, ruang terbuka hijau, ladang, tambak dan lain-lainnya. Selain penggunaan luas daerah yang demikian itu, Kabupaten Banyuwangi memiliki panjang garis pantai sekitar 175,8 km, serta pulau-pulau kecil sebanyak 10 buah. Seluruh wilayah tersebut telah memberikan manfaat besar bagi kemajuan ekonomi.



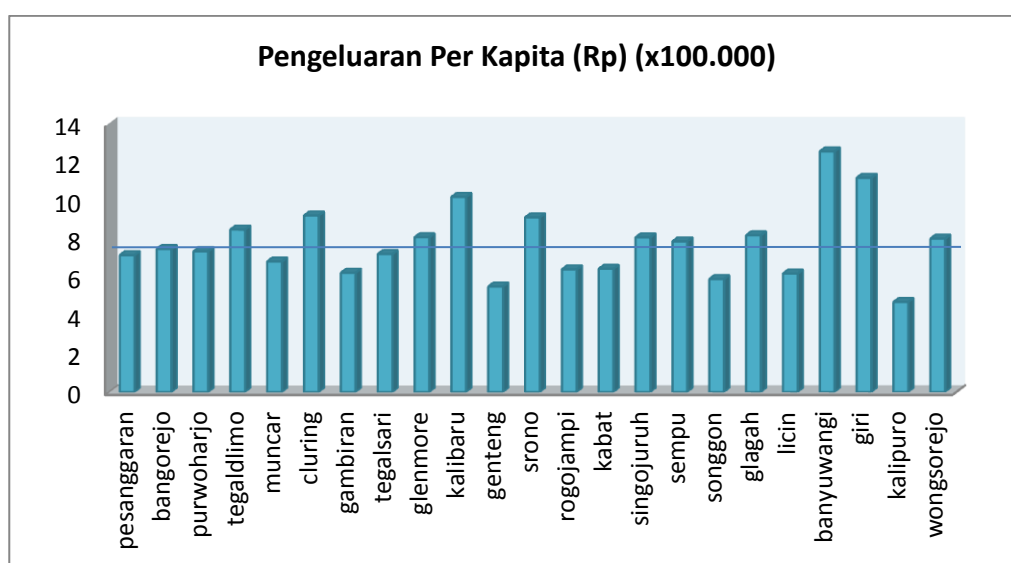
Gambar 4.1 Peta Kabupaten Banyuwangi (sumber : <http://photobucket.com>)

Secara geografis Kabupaten Banyuwangi terletak di ujung timur Pulau Jawa. Daerahnya terbagi atas dataran tinggi yang berupa daerah pegunungan, merupakan daerah penghasil berbagai produksi perkebunan. Daratan yang datar

dengan berbagai potensi yang berupa produksi tanaman pertanian, serta daerah sekitar garis pantai yang membujur dari arah Utara ke Selatan yang merupakan daerah penghasil berbagai biota laut. Berdasarkan garis batas koordinatnya, posisi Kabupaten Banyuwangi terletak diantara 7 43' - 8 46' Lintang Selatan dan 113 53' - 114 38' Bujur Timur. Secara administratif sebelah utara berbatasan dengan Kabupaten Situbondo, sebelah timur Selat Bali, sebelah selatan Samudera Indonesia serta sebelah Barat berbatasan dengan Kabupaten Jember dan Bondowoso. Kabupaten Banyuwangi mempunyai 24 (dua puluh empat) Kecamatan. Setiap Kecamatan mempunyai luas wilayah yang berberda-beda Secara geografis, letak masing-masing Kecamatan dapat di lihat pada Gambar 4.1.

4.1.2 Eksplorasi Data Pengeluaran Per Kapita Tahun 2015

Eksplorasi data dilakukan terhadap data pengeluaran per Kapita dari tiap Kecamatan di Kabupaten Banyuwangi.



Gambar 4.2 Diagram Batang Pengeluaran Per Kapita Masing-Masing Kecamatan

Berdasarkan Gambar 4.2 terlihat bahwa Kecamatan dengan pengeluaran per kapita di atas rata-rata pengeluaran per kapita Kabupaten Banyuwangi sebanyak 11 Kecamatan yaitu Kecamatan Tegaldlimo, Cluring, Glenmore, Kalibaru, Srono, Singorujuh, Sempu, Glagah, Banyuwangi, Giri dan Wongsorejo. Sedangkan Kecamatan dengan pengeluaran per kapita di bawah rata-rata pengeluaran per kapita Kabupaten Banyuwangi sebanyak 12 Kecamatan yaitu Kecamatan Pesanggaran, Bangorejo, Purwoharjo, Muncar, Gambiran, Tegalsari,

Genteng, Rogojampi, Kabat, Songgon, Licin dan Kalipuro. Kecamatan dengan pengeluaran per kapita tertinggi adalah Kecamatan Banyuwangi dan terendah adalah Kecamatan Kalipuro. Deskriptif pengeluaran per kapita di Kabupaten Banyuwangi disajikan pada Tabel 4.1

Tabel 4.1 Statistika Deskriptif Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Banyuwangi

Statistik	Pengeluaran Per Kapita (Rp) (x100.000)
Jumlah Kecamatan	23
Minimum	4,6992
Maksimum	12,5531
Rata-rata	7,7463
Variansi	3,346
Standar deviasi	1,8292

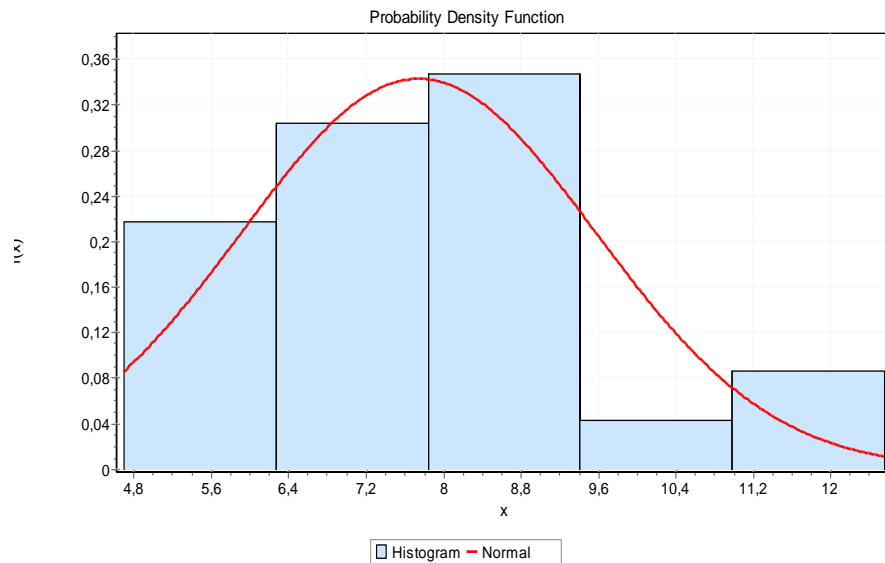
Berdasarkan Tabel 4.1 diketahui bahwa rata-rata pengeluaran per kapita penduduk di 23 Kecamatan tersurvei di Kabupaten Banyuwangi sebesar Rp 774.630. Pengeluaran terbesar terjadi di Kecamatan Banyuwangi dengan jumlah pengeluaran per kapita sebesar Rp 1.255.310 dan Kecamatan dengan jumlah pengeluaran terendah sebesar Rp 469.920 adalah Kecamatan Kalipuro.

Pada Gambar 4.3 menunjukkan pola persebaran pengeluaran per kapita di Kabupaten Banyuwangi yang membentuk pola distribusi normal. Untuk mengetahui apakah data pengeluaran per kapita di Kabupaten Banyuwangi berdistribusi normal, maka dilakukan uji normalitas (uji Anderson-Darling).

H_0 : Data mengikuti distribusi normal.

H_1 : Data tidak mengikuti distribusi normal.

Dengan menggunakan *EasyFit* v5.5 hasil uji kenormalan dengan menggunakan metode Anderson-Darling diperoleh nilai AD sebesar 0,4389 lebih besar dari 2,5018 dengan ($\alpha = 5\%$) yang artinya bahwa gagal tolak H_0 . Hal ini berarti bahwa variabel rata-rata pengeluaran per kapita berdistribusi normal dengan $\mu = 7,7464$ dan $\sigma = 1,8292$. Rata-rata pengeluaran per kapita penduduk per Kecamatan di Kabupaten Banyuwangi dijamin tidak akan pernah bernilai negatif. Hal ini mengingat nilai standar deviasi yang sangat kecil dibandingkan dengan nilai mean nya.



Gambar 4.3 Histogram Pengeluaran Per Kapita

4.1.3 Eksplorasi Data Variabel Penyerta

Pendugaan pengeluaran per kapita dilakukan dengan bantuan lima variabel penyerta yaitu kepadatan penduduk (X_1), persentase penduduk miskin (X_2), jumlah penduduk yang sedang sekolah (X_3), jumlah penduduk pelanggan listrik PLN (X_4), rata-rata jumlah anggota keluarga (X_5). Deskriptif variabel penyerta disajikan pada Tabel 4.2.

Tabel 4.2 Statistik Deskriptif Variabel Penyerta

Variabel	Mean	Minimum	Maximum	Std. Deviation
X_1	665	46	3594	735
X_2	16,06	7,38	30,27	7,06
X_3	12194	3395	25040	5468
X_4	18980	6519	36646	7463
X_5	3,02	2	3,75	0,34

Berdasarkan Tabel 4.2 kepadatan penduduk (X_1) yaitu banyaknya penduduk setiap 1 km², rata-rata kepadatan penduduk di Kabupaten Banyuwangi sebesar 665 artinya rata-rata daerah dengan luasan 1 km² dihuni oleh 665 penduduk dimana Kecamatan yang paling padat penduduknya adalah Kecamatan Banyuwangi sebesar 3594 orang/km² dan terkecil di Kecamatan Tegaldlimo sebesar 46 orang/km². Banyaknya Kecamatan yang berada di bawah rata-rata kepadatan penduduk adalah 13 Kecamatan, dan 10 Kecamatan lainnya berada di atas rata-rata kepadatan penduduk Kabupaten Banyuwangi.

Variabel persentase penduduk miskin (X_2), penduduk miskin adalah penduduk yang memiliki rata-rata pengeluaran perkapita perbulan dibawah garis kemiskinan. Didapatkan nilai rata-rata sebesar 16,06%, hal ini menunjukkan rata-rata dari 100 penduduk terdapat 16 penduduk miskin di Kabupaten Banyuwangi yaitu penduduk yang memiliki rata-rata pengeluaran per kapita serbulan dibawah garis kemiskinan. Dimana persentase penduduk miskin terbesar di Kecamatan Licin dengan persentase 30,27% dan terkecil di Kecamatan Gambiran dengan persentase 7,38%. Kecamatan dengan penduduk miskin di atas rata-rata penduduk miskin Kabupaten Banyuwangi sebanyak 10 Kecamatan.

Untuk masalah pendidikan, pendidikan umum merupakan pendidikan dasar dan menengah yang mengutamakan perluasan pengetahuan yang diperlukan oleh peserta didik untuk melanjutkan pendidikan ke jenjang yang lebih tinggi. Bentuknya [sekolah dasar](#) (SD), [sekolah menengah pertama](#) (SMP), dan [sekolah menengah atas](#) (SMA). Di Kabupaten Banyuwangi, rata-rata jumlah penduduk yang sedang sekolah (X_3) setingkat SD/MI, SMP/MTs, SMA/MA/SMK sebesar 12194 orang. Jumlah penduduk terbanyak yang sedang menempuh jenjang pendidikan berada di Kecamatan Genteng sebesar 25040 orang, sedangkan yang terendah adalah Kecamatan Licin sebesar 335 orang. Sedangkan untuk masalah kesejahteraan ditinjau dari ada tidaknya layanan listrik dari PLN (X_4), penduduk Kabupaten Banyuwangi sudah berlangganan listrik PLN dengan rata-rata 18980 pelanggan di setiap Kecamatan. Kecamatan dengan jumlah pelanggan tertinggi adalah Kecamatan Banyuwangi sebesar 36646 pelanggan, sedangkan Kecamatan dengan jumlah pelanggan terendah adalah Kecamatan Licin sebesar 6519 pelanggan.

Untuk variabel rata-rata anggota keluarga (X_5), didapatkan nilai rata-rata sebesar 3,02. Hal ini menunjukkan per satu rumah tangga terdapat 3 anggota rumah tangga. Dimana rata-rata anggota keluarga terbesar di Kecamatan Genteng sebesar 3,75 anggota rumah tangga dan terkecil di Kecamatan Licin sebesar 2 anggota rumah tangga. Banyaknya Kecamatan yang memiliki jumlah anggota rumah tangga di bawah rata-rata adalah 11 Kecamatan, dan 12 Kecamatan lainnya berada di atas rata-rata jumlah anggota keluarga di Kabupaten Banyuwangi.

Untuk mengetahui apakah terdapat hubungan linier antara masing-masing variabel penyerta terhadap pengeluaran per kapita di Kabupaten Banyuwangi, maka dilakukan pengujian korelasi.

$$H_0: \rho_{xy} = 0$$

$$H_1: \rho_{xy} \neq 0$$

dengan signifikansi sebesar 5% ($\alpha = 0,05$), hasil yang diperoleh dari pengujian korelasi ini disajikan dalam Tabel 4.3.

Tabel 4.3 Korelasi Antara Variabel Penyerta Dan Pengeluaran Per Kapita

Variabel	Korelasi Pearson	P-Value
X_1	0,561	0,005
X_2	-0,145	0,510
X_3	0,138	0,529
X_4	0,120	0,585
X_5	0,114	0,606

Berdasarkan Tabel 4.3 terlihat bahwa *p-value* yang bernilai kurang dari ($\alpha = 0,05$) adalah kepadatan penduduk (X_1). Hal ini menunjukkan bahwa kepadatan penduduk memiliki hubungan linier yang signifikan terhadap pengeluaran per kapita di Kabupaten Banyuwangi. Jika dilihat dari korelasi pearson yang dihasilkan, variabel persentase penduduk miskin (X_2) memiliki nilai negatif yaitu -0,145 yang berarti bahwa hubungan antara persentase penduduk miskin dengan pengeluaran per kapita di Kabupaten Banyuwangi berbanding terbalik yang artinya ketika persentase penduduk miskin bernilai rendah, maka pengeluaran per kapita di Kabupaten Banyuwangi justru bernilai tinggi. Sebaliknya jika persentase penduduk miskin bernilai tinggi, maka pengeluaran per kapita di Kabupaten Banyuwangi justru bernilai rendah. Sedangkan hubungan antara variabel kepadatan penduduk (X_1), jumlah penduduk yang sedang sekolah (X_3), jumlah penduduk pelanggan listrik PLN (X_4) dan variabel rata-rata anggota keluarga (X_5) terhadap pengeluaran per kapita di Kabupaten Banyuwangi berbanding lurus yang berarti jika masing-masing dari keempat variabel tersebut rendah, maka pengeluaran per kapita di Kabupaten Banyuwangi juga rendah. Begitu pula jika masing-masing dari keempat variabel tersebut tinggi, maka pengeluaran per kapita di Kabupaten Banyuwangi juga bernilai tinggi.

4.2 Model *Small Area Estimation* Terhadap Pengeluaran Per Kapita Dengan Metode HB

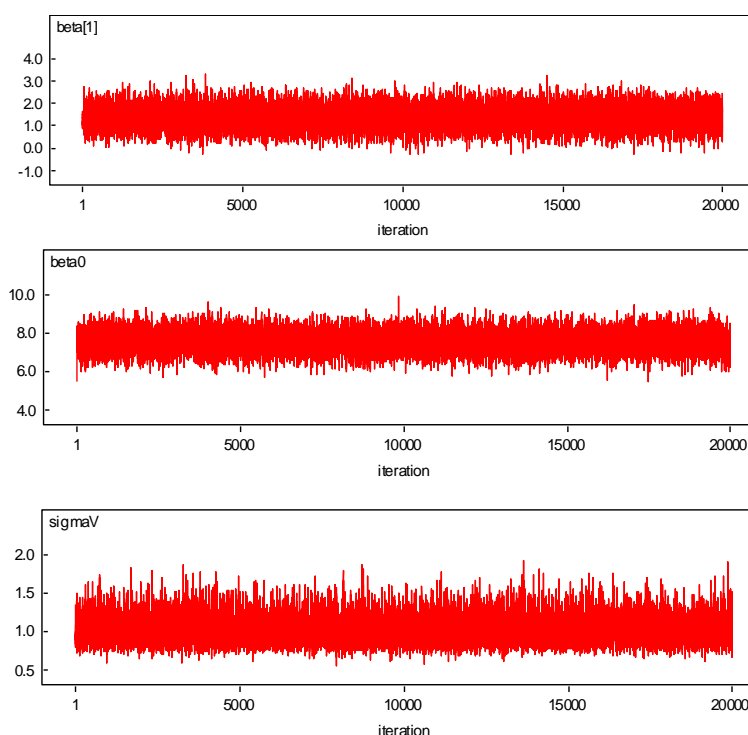
Metode *Small Area estimation* dengan pendekatan HB digunakan untuk mengestimasi pengeluaran per kapita pada level Kecamatan di Kabupaten banyuwangi. Pendugaan dilakukan dengan menggunakan bantuan WinBUGS. Dalam melakukan estimasi terhadap $\hat{\theta}_i$ terlebih dahulu dilakukan estimasi terhadap β dan σ_v^2 melalui metode MCMC dengan algoritma *Gibbs sampling*. Prior yang digunakan dalam penelitian ini yaitu menggunakan pseudo prior yaitu penentuan prior β dilakukan dengan mengambil parameter β yang didapatkan melalui cara frekuentis. Sedangkan untuk parameter σ_v^2 menggunakan distribusi prior konjugat yaitu $\sigma_v^2 \sim \text{Gamma}(a, b)$ dengan $a \geq 0$ dan $b \geq 0$. Parameter distribusi Gamma ditetapkan sebesar $a = b = 10$. Penentuan ini dilakukan karena ketiadaan informasi awal. Langkah selanjutnya yang dapat dilakukan adalah dengan memasukkan variabel respon dan variabel penyerta ke dalam model serta melakukan estimasi parameter model. Pendugaan parameter untuk HB dilakukan dengan MCMC, yakni proses membangun suatu peluang rantai Markov hingga menuju distribusi prior tertentu dan dari distribusi prior tersebut dapat diperoleh karakteristik distribusi, sehingga diperoleh estimasi parameter model.

Proses MCMC dilakukan dengan cara iterasi. Setiap iterasi, masing-masing parameter akan menghasilkan nilai yang baru. Nilai estimasi parameter diperoleh dari rata-rata nilai setelah rantai Markov konvergen. Semakin kompleks suatu model akan membutuhkan banyaknya iterasi yang diperlukan dan dapat mengakibatkan semakin panjang lag autokorelasi dalam sampel rantai Markov yang dibangkitkan. Panjangnya lag autokorelasi merupakan identifikasi bahwa pergerakan nilai parameter tidak mengikuti sifat rantai Markov yang *irreducible*, *aperiodic*, dan *reccurent*. Perbesaran nilai *thin* diperlukan untuk memperoleh sampel rantai Markov yang independen. Sebagai ilustrasi, *thin* sebesar 10 maka hanya sampel urutan iterasi ke 10, 20, dan seterusnya yang akan menjadi sampel. Proses *burn-in* juga dilakukan jika pada nilai-nilai awal pada rantai Markov belum konvergen. Proses *burn-in* adalah proses menghilangkan bagian awal dari rantai Markov karena belum menunjukkan perkiraan sampel yang akan menuju pada

distribusi tertentu. Nilai estimasi parameter diperoleh dari rata-rata setelah suatu rantai Markov konvergen (Ayuningtyas, 2017).

Pada penelitian ini, dalam melakukan perhitungan menggunakan metode MCMC dengan banyaknya iterasi sampel yang dilakukan sebanyak 20000 iterasi dengan jumlah *thin* sebesar 10 kekonvergenan rantai Markov diperoleh setelah proses *burn-in* sebanyak 50 iterasi. Kekonvergenan pada rantai Markov dapat dilakukan dengan pemeriksaan *trace plot*, *density plot*, dan *plot autokorelasi*. Kekonvergenan rantai Markov dilihat dari *density plot* jika sudah menunjukkan pola distribusi yang mulus, dan dari plot autokorelasi yang sudah menunjukkan sampel yang dihasilkan pada rantai Markov telah independen, atau tidak tergantung pada keadaan sebelumnya.

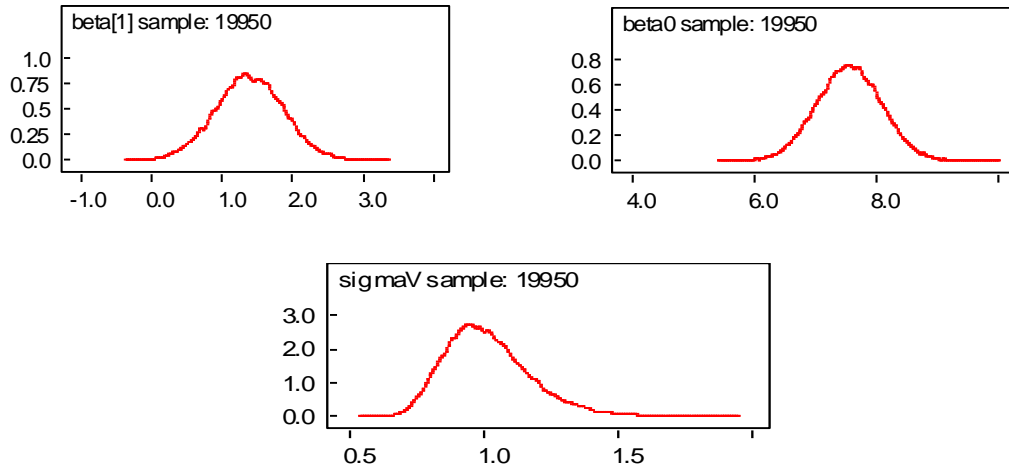
Berdasarkan Gambar 4.4, Hasil *trace plot* parameter β dan σ_v^2 menunjukkan rantai Markov telah konvergen karena nilai estimasi parameter sudah tidak membentuk pola naik turun.



Gambar 4.4 Beberapa *Trace Plot* Parameter β Dan σ_v^2

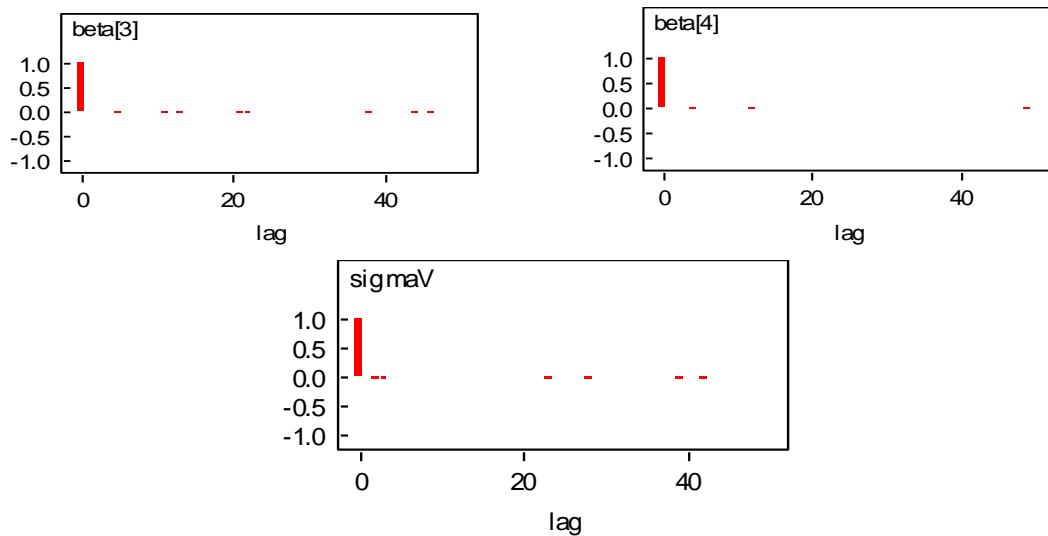
Hasil *density plot* untuk parameter β menggambarkan pola distribusi normal sesuai dengan fungsi *full conditional*-nya yang berarti bahwakonvergenensi

dari algoritma telah tercapai. Demikian pula untuk parameter σ_v^2 sudah menunjukkan bentuk *density plot* yang mulus.



Gambar 4.5 Beberapa *Density Plot* Parameter β Dan σ_v^2

Untuk plot autokorelasi terlihat bahwa nilai-nilai autokorelasi pada lag pertama mendekati satu dan selanjutnya nilainya terus berkurang menuju nol (*cut off* sejak lag 0) yang menunjukkan antar sampel MCMC sudah independen.



Gambar 4.6 Beberapa Plot Autokorelasi Parameter β Dan σ_v^2

Seluruh hasil dugaan, posterior, parameter yang lain dan plot-plot yang digunakan untuk mengecek konvergensi dapat dilihat pada Lampiran 11. Plot yang dilihat adalah plot mean posterior, plot density dan plot autokorelasi.

Dari hasil iterasi pada proses MCMC dapat diperoleh estimasi parameter untuk parameter β dan σ_v^2 yang ditunjukkan pada Tabel 4.4.

Tabel 4.4 Parameter Model SAE metode HB Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Banyuwangi

Parameter	Mean	Standar Deviasi	MCMC	Credible Interval	
				2,50%	97,50%
$\hat{\beta}_0$	7,5530	0,5283	0,0043	6,5230	8,5880
$\hat{\beta}_1$	1,3850	0,4780	0,0038	0,4413	2,3240
$\hat{\beta}_2$	-0,4099	0,4509	0,0039	-1,2980	0,4692
$\hat{\beta}_3$	-0,5055	0,2632	0,0019	-1,0230	0,0100
$\hat{\beta}_4$	-0,3234	0,3000	0,0023	-0,9124	0,2584
$\hat{\beta}_5$	0,1009	0,3907	0,0031	-0,6541	0,8680
SigmaV	1,0170	0,1621	0,0011	0,7580	1,3910

Berdasarkan Tabel 4.4. terlihat bahwa semua parameter untuk menduga pengeluaran per kapita sudah diestimasi dengan akurat dilihat dari nilai *MC error* yang sangat kecil yaitu di bawah 0,1% (Ntzoufras, 2009). Hasil estimasi menunjukkan bahwa parameter $\hat{\beta}_0$ dan $\hat{\beta}_1$ yang mampu memberikan pengaruh signifikan. Hal ini ditunjukkan dari nilai *credible Interval* 95% yang dihasilkan untuk parameter $\hat{\beta}_0$ dan $\hat{\beta}_1$ tidak mengandung nilai nol. Nilai rata-rata untuk $\hat{\beta}_0$ adalah 7,5530 yang berarti bahwa jumlah pengeluaran per kapita di Kabupaten Banyuwangi sebesar Rp. 755.300 ketika semua variabel sama dengan nol, dan nilai rata-rata $\hat{\beta}_1$ adalah 1,3850 yang berarti bahwa jika .

Tabel 4.5 Nilai Statistik Pengeluaran Per Kapita Hasil *Small Area Estimation* Metode HB

Statistik	Pengeluaran Per Kapita (Rp) (x100.000)
Jumlah Kecamatan	23
Minimum	5,981
Maximum	11,540
Rata-rata	7,527
Varians	1,365
Standar deviasi	1,168

Berdasarkan Tabel 4.5 diketahui bahwa rata-rata pengeluaran per kapita penduduk per Kecamatan di Kabupaten Banyuwangi pada tahun 2015 hasil estimasi tidak langsung metode *Hirarcichal Bayes* sebesar Rp 752.700. Berdasarkan nilai standar deviasi sebesar 1,168 dan nilai koefisien varians sebesar 1,36% menunjukkan bahwa nilai estimasi pengeluaran per kapita setiap Kecamatan di Kabupaten Banyuwangi tidak terlalu beragam. Nilai estimasi pengeluaran perkapita terkecil sebesar Rp 598.100 dan nilai estimasi pengeluaran

per kapita terbesar sebesar Rp 1.154.000. Kecamatan yang memiliki nilai estimasi pengeluaran per kapita terkecil adalah Kecamatan Kalipuro dan Kecamatan yang memiliki nilai estimasi pengeluaran per kapita terbesar adalah Kecamatan Banyuwangi.

4.3 Model *Small Area Estimation* Terhadap Pengeluaran Per Kapita Dengan Metode EB

Pada subbab ini, estimasi tidak langsung pengeluaran per kapita di Kabupaten Banyuwangi dilakukan dengan menggunakan model SAE metode *Empirical Bayes* (EB). Penelitian ini menggunakan bantuan *software* SAS 9.0 dalam menduga parameter. Pembentukan model SAE untuk mengestimasi pengeluaran per kapita per Kecamatan di Kabupaten Banyuwangi menggunakan variabel penyerta yang mempunyai hubungan (korelasi) yang kuat dengan pengeluaran per kapita yaitu variabel kepadatan penduduk (X_1) sebagaimana yang telah ditentukan pada subbab sebelumnya. Untuk membentuk model *Empirical Bayes* terlebih dahulu dilakukan pendugaan terhadap varians efek random (A). Pendugaan ini menggunakan metode *Restricted Estimation Maximum Likelihood* (REML) dan diperoleh nilai A sebesar 1,6975. Setelah diperoleh nilai \hat{A} maka dilakukan estimasi terhadap nilai $\hat{\beta}$ menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* berdasarkan persamaan (2.21). Nilai $\hat{\beta}$ yang diperoleh dengan variabel kepadatan penduduk (X_1) disajikan pada tabel 4.6.

Tabel 4.6 Nilai Estimasi Parameter β

X_i	Beta Dugaan ($\hat{\beta}_i$)
X_0	7,7352
X_1	1,0044

Nilai estimasi yang diperoleh tidak bertentangan dengan hasil uji korelasi menggunakan korelasi Pearson. Tanda positif pada estimasi koefisien regresi sama dengan tanda pada nilai korelasi Pearson. Adapun model *Small Area Estimation* menggunakan metode *Empirical Bayes* berdasarkan persamaan (2.21) adalah sebagai berikut.

$$\hat{\theta}_i = 7,7352 + 1,0044X_1 + (1 - B_i)(y_i - (7,7352 + 1,0044X_1))$$

dimana nilai $B_i = D_i / (1,6975 + D_i)$ dan indeks i melambangkan Kecamatan yang digunakan untuk membangun model.

D_i adalah nilai varians sampling error yang diasumsikan diketahui. Adapun nilai D_i diestimasi dengan nilai s_i^2/n_i yang merupakan rasio antara varians nilai pengeluaran per kapita dengan banyaknya sampel pada tiap Kecamatan.

Langkah selanjutnya setelah diperoleh model *Small Area Estimation* dengan metode Empirical Bayes adalah melakukan estimasi terhadap pengeluaran per kapita dari Kecamatan tersurvei. Berikut gambaran umum dari hasil estimasi pengeluaran per kapita hasil estimasi tidak langsung menggunakan metode *Empirical Bayes*.

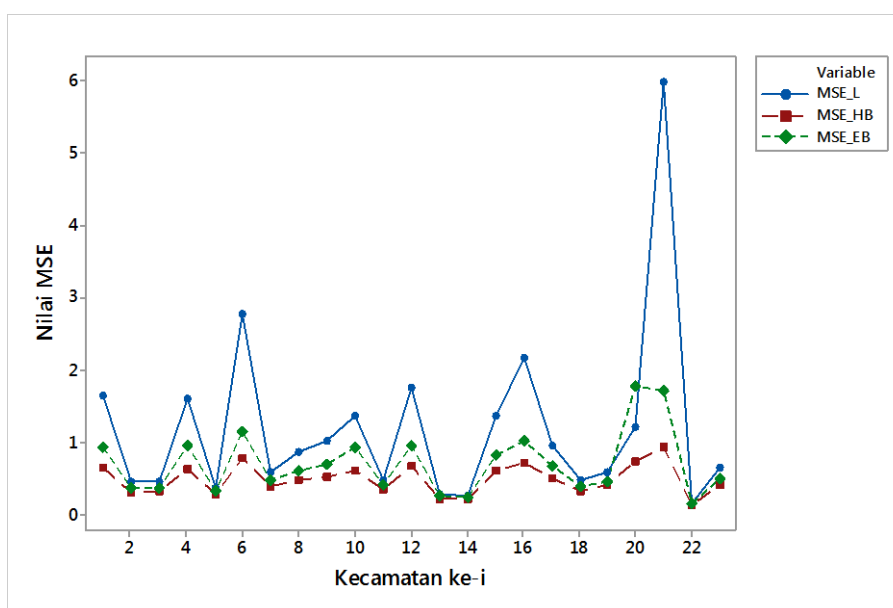
Tabel 4.7 Nilai Statistik Pengeluaran Per Kapita Hasil *Small Area Estimation* Metode EB

Statistik	Pengeluaran Per Kapita (Rp) (x100.000)
Jumlah Kecamatan	23
Minimum	4,8980
Maksimum	11,9616
Rata-Rata	7,5110
Varians	1,8390
Standar Deviasi	1,3560

Berdasarkan Tabel 4.7 diketahui bahwa rata-rata pengeluaran per kapita penduduk per Kecamatan di Kabupaten Banyuwangi pada tahun 2015 hasil estimasi tidak langsung metode *Empirical Bayes* sebesar Rp 751.100. Berdasarkan nilai standar deviasi sebesar 1,356 dan nilai koefisien varians sebesar 1,84% menunjukkan bahwa nilai estimasi pengeluaran per kapita setiap Kecamatan di Kabupaten Banyuwangi tidak terlalu beragam. Nilai estimasi pengeluaran perkapita terkecil sebesar Rp 489.800 dan nilai estimasi pengeluaran per kapita terbesar sebesar Rp 1.196.160. Kecamatan yang memiliki nilai estimasi pengeluaran per kapita terkecil adalah Kecamatan Kalipuro dan Kecamatan yang memiliki nilai estimasi pengeluaran per kapita terbesar adalah Kecamatan Banyuwangi.

4.4 Perbandingan Hasil Pendugaan Metode HB Dan Pendugaan Metode EB

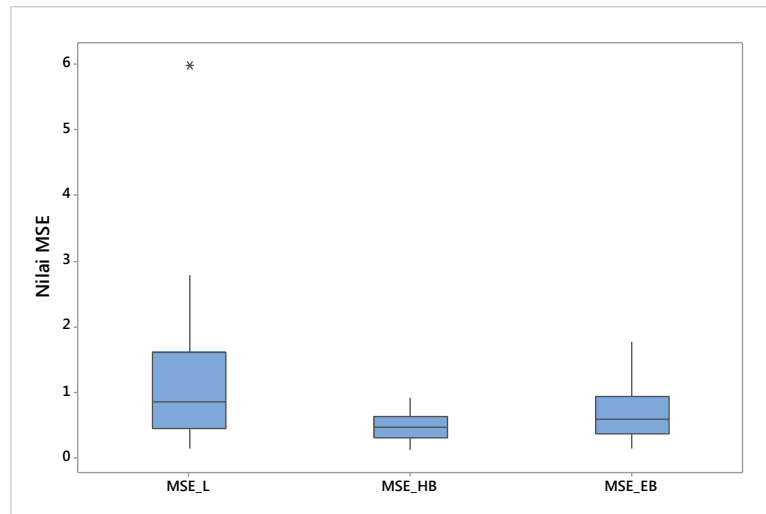
Tujuan dari SAE yaitu memperoleh estimasi rata-rata pengeluaran perkapita per kapita dengan tingkat presisi yang tinggi pada setiap Kecamatan yang digambarkan melalui *Mean Square Error* (MSE). Setelah dilakukan estimasi terhadap pengeluaran perkapita baik menggunakan estimasi langsung maupun estimasi tidak langsung dengan menggunakan metode HB dan metode EB, langkah berikutnya ialah menduga nilai MSE hasil kedua estimasi tersebut. Pada penelitian ini mengaplikasikan metode resampling *Jackknife* untuk mengoreksi bias dari estimator. Besarnya nilai MSE akan sangat dipengaruhi oleh variasi dari nilai respon pada tiap Kecamatan di Kabupaten banyuwangi. Gambar 4.7 menggambarkan nilai MSE dari estimasi langsung dan estimasi tidak langsung menggunakan metode HB dan EB.



Gambar 4.7 Perbandingan Nilai MSE Pendugaan Langsung dengan Nilai MSE *Jackknife* Pendugaan Tidak Langsung (Metode HB dan Metode EB)

Berdasarkan Gambar 4.7 terlihat bahwa MSE dari estimasi langsung cenderung lebih tinggi dibandingkan MSE dari estimasi tidak langsung. Nilai MSE metode estimasi tidak langsung metode HB (MSE_HB) dan metode EB (MSE_EB) lebih presisi daripada metode estimasi langsung (MSE_L).

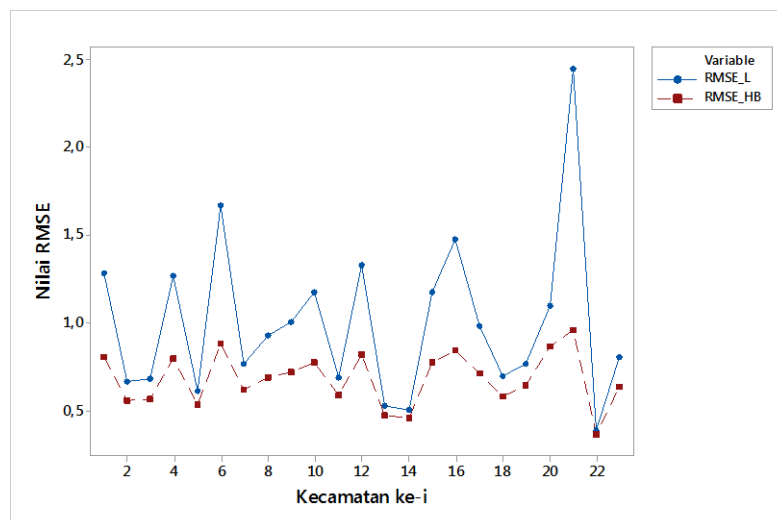
Dapat dilihat juga *boxplot* perbandingan nilai MSE dari hasil penduga langsung dan MSE penduga tidak langsung metode HB dan metode EB pada Gambar 4.8.



Gambar 4.8 *Boxplot* Nilai MSE Estimasi Langsung Dan MSE *Jackknife* Estimasi Tidak Langsung (Metode HB dan Metode EB)

Berdasarkan Gambar 4.8 MSE jackknife estimasi tidak langsung secara umum lebih kecil daripada nilai MSE pada estimasi langsung, hal ini dapat dilihat pada *boxplot* nilai MSE estimasi langsung, terdapat pencilan yang nilainya besar. Nilai MSE yang menjadi pencilan tersebut adalah nilai MSE dari estimasi pengeluaran per kapita Kecamatan Giri. Sedangkan pada *boxplot* nilai MSE estimasi tidak langsung tidak terdapat pencilan. Hal ini menunjukkan bahwa nilai MSE estimasi tidak langsung lebih presisi daripada nilai MSE estimasi langsung.

Evaluasi kebaikan hasil estimasi langsung dan estimasi tidak langsung dapat diketahui dengan membandingkan nilai RMSE keduanya. Berikut gambaran umum mengenai RMSE dari kedua metode estimasi.



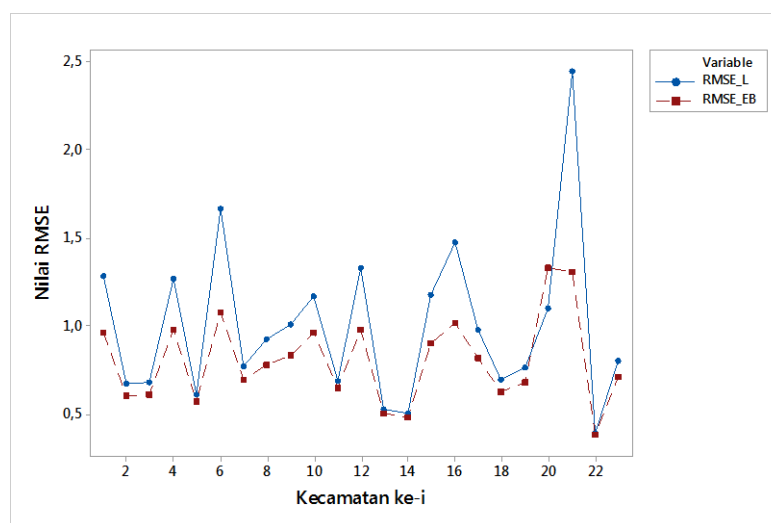
Gambar 4.9 Perbandingan Nilai RMSE Antara Pendugaan Langsung dan Pendugaan HB.

Gambar 4.9 menunjukkan bahwa metode HB menghasilkan nilai RMSE yang lebih kecil dibandingkan dengan hasil pendugaan langsung di seluruh Kecamatan yang tersampel. Menggunakan metode HB menghasilkan dugaan dengan tingkat akurasi dan presisi yang lebih baik dibandingkan dengan hasil pendugaan langsung. Hasil dugaan pengeluaran per kapita dan nilai RMSE metode HB tersaji pada Lampiran 4. Berikut disajikan tabel nilai statistik RMSE antara penduga langsung dengan metode HB.

Tabel 4.8. Perbandingan Nilai Statistik RMSE Antara Penduga Langsung dan Penduga HB.

Statistik	RMSE_L	RMSE_HB
Rataan	0,9960	0,6793
SE rataan	0,0959	0,0319
Minimum	0,3879	0,3652
Q1	0,6770	0,5649
Median	0,9264	0,6881
Q3	1,2690	0,8008
Maksimum	2,4453	0,9601

Berdasarkan Tabel 4.8 memperlihatkan bahwa nilai RMSE metode HB lebih kecil jika dibandingkan dengan RMSE langsung.



Gambar 4.10 Perbandingan Nilai RMSE Antara Penduga Langsung Dengan Penduga EB.

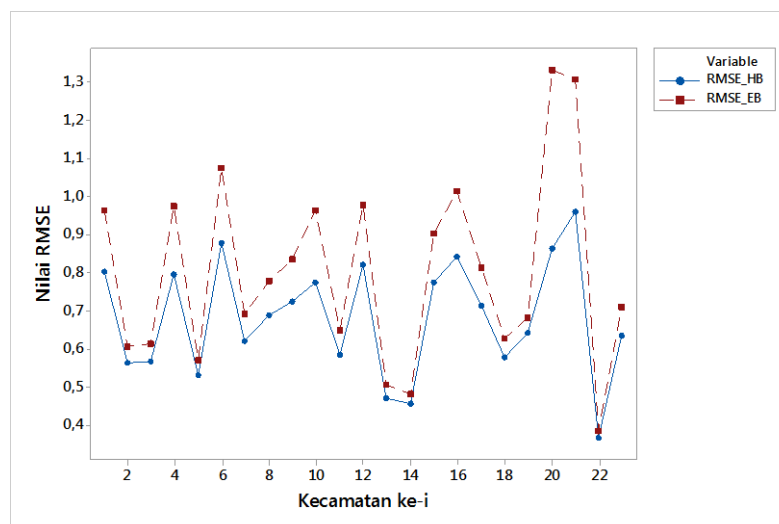
Gambar 4.10 menunjukkan bahwa metode EB menghasilkan nilai RMSE yang lebih kecil dibandingkan dengan hasil penduga langsung. Namun terdapat satu nilai RMSE metode EB yang lebih besar dibandingkan hasil penduga langsung yaitu Kecamatan Banyuwangi. Secara umum pendugaan pengeluaran per kapita pada area kecil dengan menggunakan metode EB menghasilkan dugaan

dengan tingkat akurasi dan presisi yang lebih baik dibandingkan dengan hasil pendugaan langsung. Oleh karena itu dapat dikatakan bahwa hasil pendugaan metode EB dapat memperbaiki hasil pendugaan langsung. Hasil dugaan pengeluaran per kapita dan nilai RMSE metode EB tersaji pada Lampiran 5. Berikut disajikan tabel nilai statistik RMSE antara penduga langsung dengan metode EB.

Tabel 4.9 Perbandingan Nilai Statistik RMSE Antara Penduga Langsung Dan Penduga EB.

Statistik	RMSE_L	RMSE_EB
Rataan	0,9960	0,8014
SE rataan	0,0959	0,0520
Minimum	0,3879	0,3812
Q1	0,6770	0,6131
Median	0,9264	0,7776
Q3	1,2690	0,9734
Maksimum	2,4453	1,3313

Keakuratan pendugaan tidak langsung menggunakan metode HB dan metode EB dapat dilihat dari nilai RMSE yang dihasilkan. Nilai RMSE yang kecil menunjukkan bahwa suatu penduga memiliki akurasi yang baik. Perbandingan nilai RMSE metode HB dan metode EB dapat dilihat pada Lampiran 6.



Gambar 4.11 Perbandingan Nilai RMSE Antara Penduga HB dan Penduga EB

Gambar 4.11 menunjukkan bahwa titik-titik RMSE metode HB menunjukkan nilai yang lebih kecil dibandingkan dengan metode EB di semua Kecamatan yang tersampel. Berdasarkan hal tersebut maka dapat diketahui bahwa metode HB menghasilkan nilai dugaan yang lebih akurat dalam menduga pengeluaran per kapita dibandingkan dengan metode EB.

Setelah dilakukan pemilihan model estimasi yang terbaik antara estimasi langsung dan estimasi tidak langsung dengan metode HB dan metode EB, diperoleh model HB lebih baik daripada model EB. Pada data Susenas tahun 2015 terdapat 1 Kecamatan yang tidak tersampel yaitu Kecamatan Siliragung yang akan diestimasi dengan menggunakan model yang terbaik yaitu model HB. Menurut Rao (2003), konsep estimasi sintetik dapat digunakan untuk mengestimasi pengeluaran per kapita Kecamatan yang tidak tersurvei, dengan asumsi perilaku antar Kecamatan di Kabupaten Banyuwangi sama (nilai sama). Nilai harapan dari model Small Area Estimation adalah $x_i^T \beta$, sehingga pengeluaran per kapita dihitung dengan rumus :

$$\hat{\theta}_i = x_i^T \hat{\beta}$$

Indeks i merupakan indeks untuk melambangkan Kecamatan yang diestimasi nilai pengeluaran per kapita. Untuk mengestimasi nilai Pengeluaran Per Kapita Kecamatan yang tidak tersampel yaitu Kecamatan Siliragung, diperoleh dengan memasukkan nilai parameter dan variabel penyerta dari Kecamatan Siliragung.

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_i &= 7,5530 + 1,3850x_1 - 0,4099x_2 - 0,5055x_3 - 0,3234x_4 + 0,1009x_5 \\ \hat{\theta}_{\text{Siliragung}} &= 7,5530 + 1,3850(-0,25604) - 0,4099(-0,72002) \\ &\quad - 0,5055(-0,62344) - 0,3234(-0,76826) + 0,1099(-0,00337) \\ &= 8,05675,7 \end{aligned}$$

Pengeluaran per kapita Kecamatan yang tidak tersampel yaitu Kecamatan Siliragung sebesar Rp 805.675,7. Pengeluaran per kapita kecamatan siliragung diduga dengan menggunakan model *Small Area Estimation* metode HB karena dalam kasus ini, metode HB memberikan hasil yang lebih baik dalam menduga pengeluaran per kapita di Kabupaten Banyuwangi berdasarkan nilai RMSE. Hasil tersebut juga memperlihatkan bahwa *Small Area Estimation* baik digunakan untuk pendugaan parameter pada level Kecamatan yang memiliki ukuran sampel kecil dengan nilai keragaman antar Kecamatan yang besar.

(halaman ini sengaja dikosongkan)

BAB 5

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang telah diuraikan pada bab sebelumnya, maka kesimpulan yang dapat diperoleh sebagai berikut.

1. Hasil estimasi metode HB menunjukkan bahwa rata-rata pengeluaran per kapita di Kabupaten Banyuwangi adalah Rp 752.700. Kecamatan dengan pengeluaran per kapita tertinggi yaitu kecamatan Banyuwangi sebesar Rp. 1.124.000 dan kecamatan dengan pengeluaran per kapita terendah yaitu kecamatan kalipuro sebesar Rp. 598.100. berikut adalah model dari metode HB.

$$\hat{\theta}_i = 7,5530 + 1,3850x_1 - 0,4099x_2 - 0,5055x_3 - 0,3234x_4 + 0,1009x_5$$

2. Pada penduga *Empirical Bayes*, rata-rata pengeluaran per kapita di Kabupaten Banyuwangi adalah Rp 751.100. Kecamatan dengan pengeluaran per kapita tertinggi yaitu Kecamatan Banyuwangi sebesar Rp. 1.196.160 dan Kecamatan dengan pengeluaran per kapita terendah yaitu Kecamatan Kalipuro sebesar Rp. 489.800. berikut adalah model dari metode EB.

$$\hat{\theta}_i = 7,7352 + 1,0044X_1 + (1 - B_i)(y_i - (7,7352 + 1,0044X_1))$$

dimana nilai $B_i = D_i / (1,6975 + D_i)$.

3. Metode pendugaan HB menghasilkan nilai RMSE yang lebih kecil dengan nilai rata-rata RMSE sebesar 0,6793 dibandingkan dengan metode pendugaan EB dengan nilai rata-rata RMSE 0,8014 dalam menduga pengeluaran per kapita penduduk per Kecamatan di Kabupaten Banyuwangi.

5.2 Saran

Kajian lebih lanjut diperlukan dalam menyelesaikan masalah pendugaan pada area kecil dengan menggunakan metode pendugaan area kecil yang lain, Pemilihan variabel bantu pada model *Small Area Estimation* sangat penting untuk mendapatkan model yang sesuai. Variabel bantu yang dipilih sebaiknya sangat berkaitan dengan variabel respon. Hal ini dimaksudkan agar terdapat informasi yang masuk pada pembentukan model. Jumlah variabel penyerta yang signifikan mempengaruhi nilai pendugaan dan kebaikan dari model yang dihasilkan.

(halaman ini sengaja dikosongkan)

DAFTAR PUSTAKA

- Anwar, K., (2007), *Small Area Estimation dengan Metode Kernel Learning untuk Peta Kemiskinan di Kabupaten Kutai Kertanegara*, Tesis, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.
- Casella, G. dan George, E.I. (1992), Explaining the Gibbs Sampler. *Journal of the American Statistical Association* **46**(3): 167-174.
- Carlin, B.P. dan Chib, S. (1995), Bayesian model choice via Markov Chain Monte Carlo methods, *Journal of the Royal Statistical Society, Ser. B*, **57**(3): 473-484.
- Chip, S., dan Greenberg, E. (1995). Understanding the Metropolis-Hasting Algorithm. *The American Statistician*, 94, 327-335.
- Fausi, H., (2011), *Small Area Estimation Terhadap Pengeluaran per Kapita di Kabupaten Sumenep dengan Metode Empirical Bayes*, Tesis, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.
- Fay, R., dan Herriot, R. A. (1979). Estimation of Income for Small Places : An Application of James-Stein Procedures to Census Data. *Journal of the American Statistical Association*, 74, 268-277.
- Gelfand, A., dan Smith, A. (1990). Sampling based Approaches to Calculating Marginal Densities. *Journal of the American Statistical Association* 85, 398- 409.
- Gosh, M. dan Rao, J.N.K., (1994), “Small Area Estimation : An Appraisal”, *Statistical Sciences*, Vol. 9, No. 1, hal. 56-93.
- Iriawan, N. (2000), *Computationally Intensive Approaches to Inference in Neo-Normal Linear Models*, Ph.D. Dissertation, CUT, Australia.
- Iriawan, N. (2012), *Pemodelan dan Analisis Data-Driven*, ITS PRESS, Surabaya, ISBN: 978-602-9494-47-1.
- Jiang, J., (2007), *Linier and Generalized Linear Mixed Model and Their Application*. New York : Springer.
- Jiang, J., Lahiri, P., dan Wan, S. M., (2002), “A Unified Jackknife Theory”, *Annals of Statistics*, 30.

- Kurnia, A., dan Notodiputro, KA., (2006), “Penerapan Metode Jackknife Dalam Pendugaan Area Kecil”, *Forum Statistika dan Komputasi*, Vol.11, hal. 12-16.
- Ni'mah, R., (2013), *Hierarchical Bayesian Small Area Estimation untuk Indeks Paritas Gender dalam Pendidikan Studi Kasus Propinsi Jawa Timur*, Tesis, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.
- Ntzoufras, I. (2009), *Bayesian Modeling Using WinBUGS*. Wiley, New Jersey, USA.
- Prasad, NGN dan Rao, JNK., (1990), “The Estimation of Mean Squared Errors of Small Area Estimation”, *Journal of American Statistical Association* 85, pp.163-171.
- Pfefferman D., (2002), “Small Area Estimation - New developments and directions”, *International Statistical Review*, Vol 70, 1, hal.125-143.
- Rao, J.N.K. (2003), *Small Area Estimation*, John Wiley and Sons, Inc., New York.
- Rumiati, A.T., (2012), Model Bayes untuk Pendugaan Area Kecil dengan Penarikan Contoh Berpeluang Tidak Sama pada Kasus Respon Binomial dan Multinomial, Disertasi, Institut Pertanian Bogor, Bogor.
- Spiegelhalter, D.J., Best, N.G., Carlin, B.P., and Linde, A., (2002), Bayesian measures of model complexity and fit. *Journal of The Royal Statistical Society*, **64**(1): 583-639.
- Trevisani, M dan Torelli, N. *Small area models for count data: Alternative Hierarchical Bayesian Specifications*. Department of Economic and Statistical Science, University of Trieste, Italy.
- Wardani, A. D., (2008), *Perbandingan Metode Empirical Bayes (EB) dan Empirical Best Linear Unbiased Prediction (EBLUP) Pada Pendugaan Area Kecil (Studi kasus Pendugaan pengeluaran Per Kapita di Kota Bogor)*, Skripsi, Institut Pertanian Bogor, Bogor.
- You, Y., and Zhou, Q.M., (2011), “Hierarchical Bayes Small Area Estimation Under A Spatial Model With Application To Health Survey Data”. *Survey Methodology*, Vol. 37, No. 1, hal. 25-37.

LAMPIRAN 1. Data Pengeluaran Per Kapita Per Kecamatan di Kabupaten Banyuwangi Tahun 2015

No	Kecamatan	Y	Sampel	D _i
1	Pesanggaran	714139,9	40	1,65193
2	Bangorejo	746290,8	50	0,446163
3	Purwoharjo	734416,1	49	0,458391
4	Tegaldlimo	847590,1	39	1,61037
5	Muncar	681011,9	85	0,371592
6	Cluring	920783,6	40	2,782009
7	Gambiran	622310,9	29	0,587832
8	Tegalsari	719522,6	37	0,858179
9	Glenmore	807479,7	49	1,010732
10	Kalibaru	1017561	50	1,373795
11	Genteng	550349,3	20	0,468457
12	Srono	910798,4	54	1,760502
13	Rogojampi	639950	49	0,278524
14	Kabat	642955,4	67	0,253147
15	Singojuruh	807198,7	17	1,374311
16	Sempu	785918,6	59	2,17747
17	Songgon	589729,6	20	0,957202
18	Glagah	817758,6	39	0,4809
19	Licin	618025,3	9	0,584823
20	Banyuwangi	1255319	68	1,209317
21	Giri	1117562	20	5,979629
22	Kalipuro	469924,5	40	0,150485
23	Wongsorejo	800038,9	40	0,640076

Keterangan:

Y = Rata-Rata Pengeluaran Per Kapita

LAMPIRAN 2. Data Variabel Penyerta

No	Kecamatan	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅
1	Pesanggaran	61	11,58	8141	14835	3,10
2	Bangorejo	439	7,81	9848	18974	3,04
3	Purwoharjo	328	7,56	11296	19137	2,76
4	Tegaldlimo	46	10,92	10413	17063	2,90
5	Muncar	908	11,48	23518	34653	3,35
6	Cluring	731	11,44	14024	20732	3,15
7	Gambiran	894	7,38	9595	18881	3,21
8	Tegalsari	723	8,50	11901	11834	2,81
9	Glenmore	168	12,68	13078	18846	3,49
10	Kalibaru	155	17,46	9764	14999	2,86
11	Genteng	1031	8,78	25040	24658	3,75
12	Srono	882	13,57	16424	25967	3,25
13	Rogojampi	921	19,59	17535	27008	2,88
14	Kabat	643	25,33	8652	19305	2,93
15	Singojuruh	761	20,98	7836	12516	2,94
16	Sempu	413	12,91	10746	21493	3,00
17	Songgon	167	20,48	8044	14144	2,60
18	Glagah	455	22,55	6810	9095	2,74
19	Licin	169	30,27	3395	6519	2,00
20	Banyuwangi	3594	14,33	22366	36646	3,19
21	Giri	1382	20,76	9212	8831	3,25
22	Kalipuro	268	29,92	9935	20764	3,25
23	Wongsorejo	166	23,05	12884	19646	3,05
24	Siliragung	473	10,81	8684	13049	3,02

Keterangan :

X₁ = Kepadatan Penduduk

X₂ = Persentase Penduduk Miskin

X₃ = Jumlah Penduduk Yang Sedang Sekolah

X₄ = Jumlah Penduduk Pelanggan PLN

X₅ = Rata-Rata Jumlah Anggota Keluarga

LAMPIRAN 3. Data Transformasi Variabel Penyerta

No	Kecamatan	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅
1	Pesanggaran	-0,82805	-0,60970	-0,72409	-0,52686	0,23488
2	Bangorejo	-0,30324	-1,14950	-0,40769	0,03256	0,05619
3	Purwoharjo	-0,45735	-1,18498	-0,13930	0,05459	-0,79224
4	Tegaldimo	-0,84887	-0,70461	-0,30297	-0,22573	-0,36836
5	Muncar	0,34790	-0,62418	2,12608	2,15170	0,98814
6	Cluring	0,10216	-0,62916	0,36634	0,27016	0,38377
7	Gambiran	0,32846	-1,20996	-0,45458	0,01999	0,55321
8	Tegalsari	0,09105	-1,05060	-0,02716	-0,93247	-0,62634
9	Glenmore	-0,67949	-0,45216	0,19099	0,01526	1,39569
10	Kalibaru	-0,69754	0,23162	-0,42326	-0,50470	-0,47985
11	Genteng	0,51867	-1,01007	2,40818	0,80079	2,17058
12	Srono	0,31181	-0,32444	0,81119	0,97772	0,66753
13	Rogojampi	0,36595	0,53644	1,01711	1,11842	-0,42758
14	Kabat	-0,02002	1,35931	-0,62937	0,07729	-0,28517
15	Singojuruh	0,14381	0,73549	-0,78062	-0,84029	-0,23810
16	Sempu	-0,33934	-0,41857	-0,24124	0,37302	-0,06293
17	Songgon	-0,68088	0,66375	-0,74207	-0,62026	-1,25413
18	Glagah	-0,28103	0,96018	-0,97079	-1,30267	-0,82652
19	Licin	-0,67810	2,06568	-1,60377	-1,65084	-3,04094
20	Banyuwangi	4,07707	-0,21641	1,91255	2,42107	0,50640
21	Giri	1,00599	0,70450	-0,52557	-1,33835	0,68158
22	Kalipuro	-0,54066	2,01530	-0,39156	0,27449	0,68158
23	Wongsorejo	-0,68227	1,03209	0,15504	0,12338	0,08597
24	Siliragung	-0,25604	-0,72002	-0,62344	-0,76826	-0,00337

Keterangan :

X₁ = Kepadatan Penduduk

X₂ = Persentase Penduduk Miskin

X₃ = Jumlah Penduduk Yang Sedang Sekolah

X₄ = Jumlah Penduduk Pelanggan PLN

X₅ = Rata-Rata Jumlah Anggota Keluarga

LAMPIRAN 4. Penduga Langsung dan Penduga HB

No	Kecamatan	Penduga Langsung	RMSE_L	Penduga HB	RMSE_HB
1	Pesanggaran	7,1413986	1,285274	7,2450	0,8008
2	Bangorejo	7,4629079	0,667954	7,8090	0,5599
3	Purwoharjo	7,3441613	0,677046	7,4030	0,5649
4	Tegaldlimo	8,4759005	1,269004	6,9190	0,7959
5	Muncar	6,8101185	0,609584	6,6550	0,5306
6	Cluring	9,2078362	1,667935	7,7590	0,8781
7	Gambiran	6,2231087	0,766702	8,6380	0,6179
8	Tegalsari	7,1952257	0,926379	8,3250	0,6881
9	Glenmore	8,0747967	1,005352	6,8930	0,7221
10	Kalibaru	10,1756103	1,172090	6,9060	0,7728
11	Genteng	5,5034926	0,684439	7,2520	0,5843
12	Srono	9,1079840	1,326839	7,4930	0,8205
13	Rogojampi	6,3995004	0,527754	6,8990	0,4701
14	Kabat	6,4295537	0,503137	7,2110	0,4534
15	Singojuruh	8,0719871	1,172310	8,1060	0,7743
16	Sempu	7,8591859	1,475625	7,2860	0,8399
17	Songgon	5,8972964	0,978367	6,7760	0,7132
18	Glagah	8,1775861	0,693469	7,6630	0,5776
19	Licin	6,1802527	0,764737	6,7330	0,6387
20	Banyuwangi	12,5531911	1,099690	11,540	0,8620
21	Giri	11,1756227	2,445328	9,4180	0,9601
22	Kalipuro	4,6992447	0,387924	5,9810	0,3652
23	Wongsorejo	8,0003891	0,800047	6,2010	0,6345

LAMPIRAN 5. Penduga Langsung dan Penduga EB

No	Kecamatan	Penduga Langsung	RMSE_L	Penduga HB	RMSE_EB
1	Pesanggaran	7,1413986	1,285274	7,0240716	0,9632
2	Bangorejo	7,4629079	0,667954	7,4561882	0,6056
3	Purwoharjo	7,3441613	0,677046	7,3296335	0,6131
4	Tegaldlimo	8,4759005	1,269004	7,7002296	0,9734
5	Muncar	6,8101185	0,609584	7,0390111	0,5681
6	Cluring	9,2078362	1,667935	8,3569788	1,0746
7	Gambiran	6,2231087	0,766702	6,6969076	0,6918
8	Tegalsari	7,1952257	0,926379	7,4072550	0,7776
9	Glenmore	8,0747967	1,005352	7,6933492	0,8329
10	Kalibaru	10,1756103	1,172090	8,7706269	0,9625
11	Genteng	5,5034926	0,684439	6,0988428	0,6489
12	Srono	9,1079840	1,326839	8,5685281	0,9759
13	Rogojampi	6,3995004	0,527754	6,6395783	0,5038
14	Kabat	6,4295537	0,503137	6,5963863	0,4781
15	Singojuruh	8,0719871	1,172310	7,9859343	0,9023
16	Sempu	7,8591859	1,475625	7,5979884	1,0127
17	Songgon	5,8972964	0,978367	6,3134020	0,8136
18	Glagah	8,1775861	0,693469	8,0176131	0,6269
19	Licin	6,1802527	0,764737	6,4041706	0,6791
20	Banyuwangi	12,5531911	1,099690	12,2524111	1,3313
21	Giri	11,1756227	2,445328	9,2829195	1,3078
22	Kalipuro	4,6992447	0,387924	4,9022482	0,3812
23	Wongsorejo	8,0003891	0,800047	7,7401337	0,7076

LAMPIRAN 6. Perbandingan Nilai RMSE HB dan RMSE EB

No	Kecamatan	RMSE_HB	RMSE_EB
1	Pesanggaran	0,981405	0,9632
2	Bangorejo	0,778186	0,6056
3	Purwoharjo	0,783022	0,6131
4	Tegaldlimo	0,986623	0,9734
5	Muncar	0,753721	0,5681
6	Cluring	1,036645	1,0746
7	Gambiran	0,831757	0,6918
8	Tegalsari	0,88181	0,7776
9	Glenmore	0,912651	0,8329
10	Kalibaru	0,981059	0,9625
11	Genteng	0,805517	0,6489
12	Srono	0,987884	0,9759
13	Rogojampi	0,709761	0,5038
14	Kabat	0,691445	0,4781
15	Singojuruh	0,949916	0,9023
16	Sempu	1,006348	1,0127
17	Songgon	0,902016	0,8136
18	Glagah	0,791747	0,6269
19	Licin	0,824074	0,6791
20	Banyuwangi	1,153826	1,3313
21	Giri	1,143595	1,3078
22	Kalipuro	0,617454	0,3812
23	Wongsorejo	0,841214	0,7076

LAMPIRAN 7. Uji Normalitas

Output Easy Fit

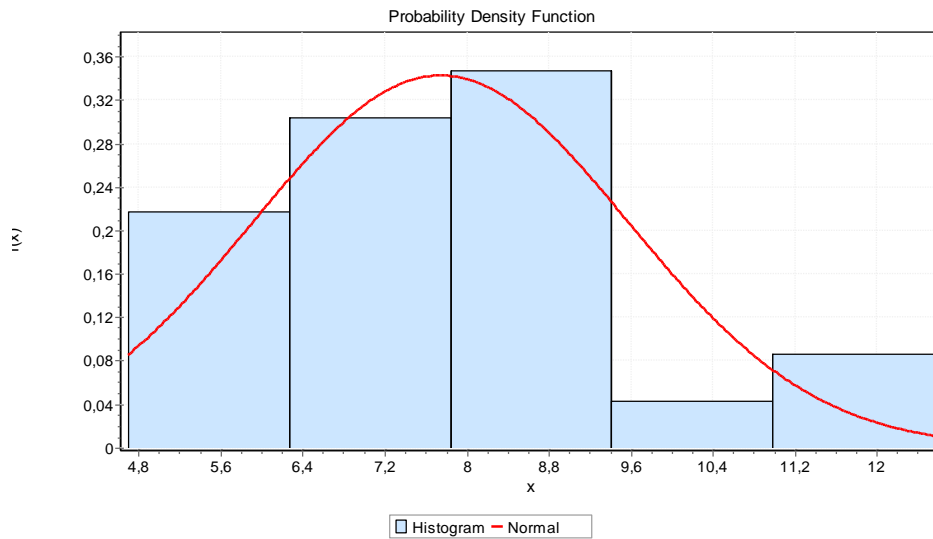
Goodness of Fit – Summary

#	Distribution	Kolmogorov Smirnov		Anderson Darling		Chi-Squared	
		Statistic	Rank	Statistic	Rank	Statistic	Rank
1	Normal	0,14594	1	0,43894	1	1,5226	1

Normal [#44]						
Kolmogorov-Smirnov						
Sample Size	23					
Statistic	0,14594					
P-Value	0,65853					
Rank	41					
α	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01	
Critical Value	0,21645	0,24746	0,2749	0,30728	0,32954	
Reject?	No	No	No	No	No	
Anderson-Darling						
Sample Size	23					
Statistic	0,43894					
Rank	38					
α	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01	
Critical Value	1,3749	1,9286	2,5018	3,2892	3,9074	
Reject?	No	No	No	No	No	
Chi-Squared						
Deg. of freedom	2					
Statistic	1,5226					
P-Value	0,46706					
Rank	37					
α	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01	
Critical Value	3,2189	4,6052	5,9915	7,824	9,2103	
Reject?	No	No	No	No	No	

LAMPIRAN 7. Uji Normalitas (Lanjutan)

Output Easy Fit



Fitting Results

#	Distribution	Parameters
1	Normal	$\sigma=1,8292$ $\mu=7,7464$

LAMPIRAN 8. Uji Korelasi Pearson dan Statistika Deskriptif Variabel

Correlation: y; X1; X2; X3; X4; X5

	y	X1	X2	X3	X4
X1	0,561 0,005				
X2	-0,145 0,510	-0,130 0,556			
X3	0,138 0,529	0,568 0,005	-0,423 0,044		
X4	0,120 0,585	0,561 0,005	-0,329 0,125	0,859 0,000	
X5	0,114 0,606	0,305 0,157	-0,434 0,038	0,666 0,001	0,549 0,007

Cell Contents: Pearson correlation
P-Value

Descriptive Statistics: y; X1; X2; X3; X4; X5

Variable	Total Count	Mean	SE Mean	StDev	Minimum	Median	Maximum
y	23	7,746	0,381	1,829	4,699	7,463	12,553
X1	23	665	153	735	46	455	3594
X2	23	16,06	1,47	7,06	7,38	13,57	30,27
X3	23	12194	1140	5468	3395	10413	25040
X4	23	18980	1556	7463	6519	18974	36646
X5	23	3,0212	0,0716	0,3433	2,0000	3,0400	3,7500

LAMPIRAN 9. Hasil Regresi Berganda

Welcome to Minitab, press F1 for help.

Regression Analysis: y versus x1; x2; x3; x4; x5

Analysis of Variance

Source	DF	Adj SS	Adj MS	F-Value	P-Value
Regression	5	30,0181	6,0036	2,34	0,086
x1	1	27,9290	27,9290	10,89	0,004
x2	1	1,9530	1,9530	0,76	0,395
x3	1	1,0844	1,0844	0,42	0,524
x4	1	0,5972	0,5972	0,23	0,636
x5	1	0,2567	0,2567	0,10	0,756
Error	17	43,5917	2,5642		
Total	22	73,6098			

Model Summary

S	R-sq	R-sq(adj)	R-sq(pred)
1,60132	40,78%	23,36%	0,00%

Coefficients

Term	Coef	SE Coef	T-Value	P-Value	VIF
Constant	7,766	0,335	23,21	0,000	
x1	1,379	0,418	3,30	0,004	1,56
x2	-0,337	0,386	-0,87	0,395	1,31
x3	-0,502	0,773	-0,65	0,524	5,26
x4	-0,324	0,671	-0,48	0,636	3,94
x5	0,146	0,462	0,32	0,756	1,91

Regression Equation

$$y = 7,766 + 1,379 x1 - 0,337 x2 - 0,502 x3 - 0,324 x4 + 0,146 x5$$

Fits and Diagnostics for Unusual Observations

Obs	y	Fit	Resid	Std Resid	
10	10,176	7,032	3,144	2,04	R
11	5,503	7,669	-2,166	-2,15	R
20	12,553	11,791	0,762	1,14	X

R Large residual

X Unusual X

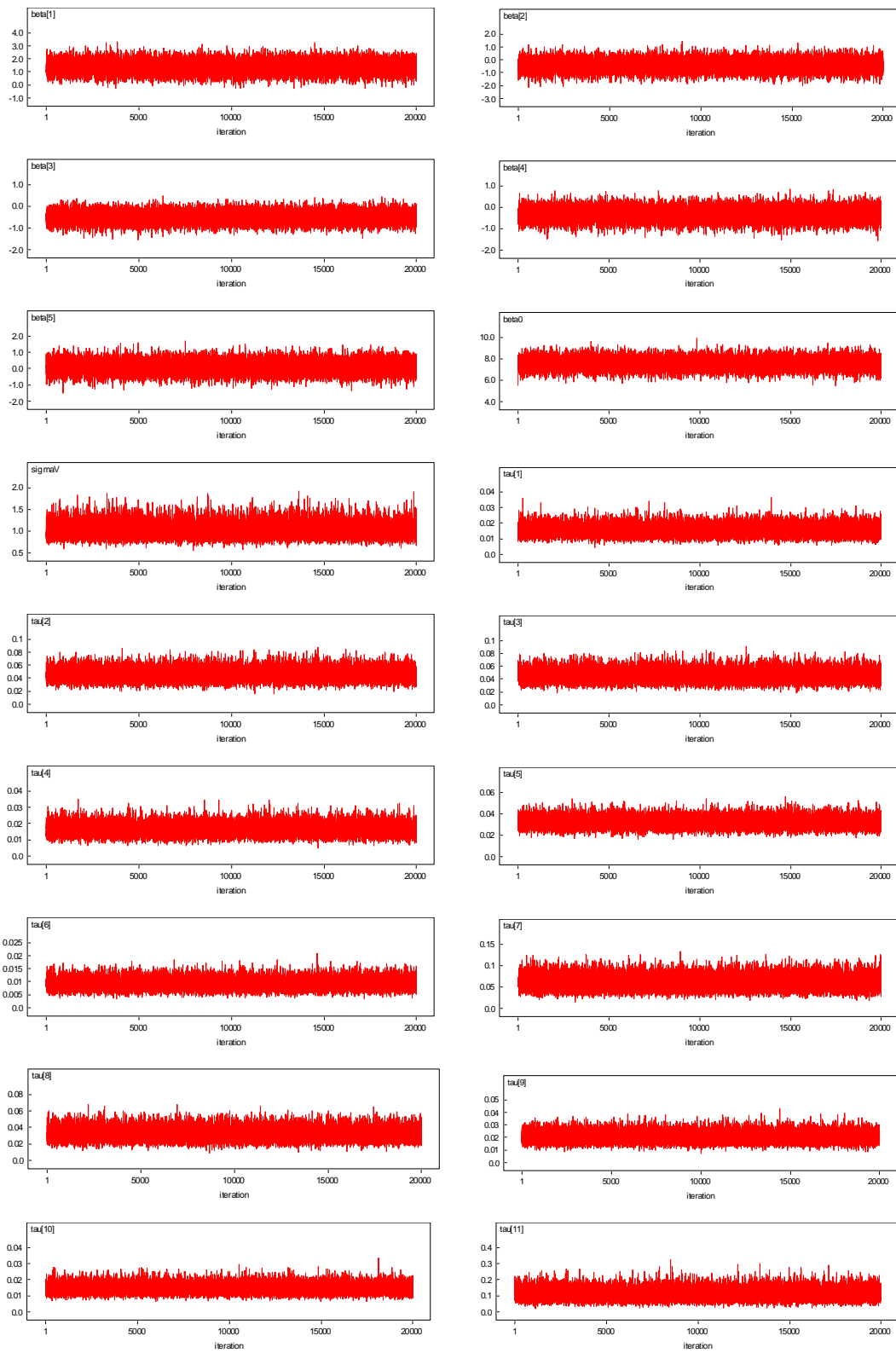
LAMPIRAN 10. Output Parameter dan Hasil SAE HB

Node	mean	sd	MC error	2.5%	median	97.5%	start	sample
beta[1]	1.385	0.478	0.003799	0.4413	1.382	2.324	51	19950
beta[2]	-0.4099	0.4509	0.003894	-1.298	-0.4114	0.4692	51	19950
beta[3]	-0.5055	0.2632	0.001851	-1.023	-0.5055	0.01002	51	19950
beta[4]	-0.3234	0.3	0.002346	-0.9124	-0.3227	0.2584	51	19950
beta[5]	0.1009	0.3907	0.003048	-0.6541	0.1029	0.868	51	19950
beta0	7.553	0.5283	0.004287	6.523	7.554	8.588	51	19950
sigmaV	1.017	0.1621	0.001118	0.758	0.9965	1.391	51	19950
tau[1]	0.01551	0.003474	0	0.009451	0.01524	0.02301	51	19950
tau[2]	0.04573	0.009185	0	0.02938	0.0451	0.06545	51	19950
tau[3]	0.04537	0.009131	0	0.02946	0.04471	0.06528	51	19950
tau[4]	0.01635	0.003703	0	0.009968	0.01607	0.0244	51	19950
tau[5]	0.03202	0.004938	4,23E-02	0.02314	0.03177	0.04228	51	19950
tau[6]	0.009226	0.002067	0	0.005623	0.009074	0.01376	51	19950
tau[7]	0.05994	0.01571	1,23E-01	0.03307	0.05869	0.09473	51	19950
tau[8]	0.03221	0.007429	0	0.01928	0.03173	0.0484	51	19950
tau[9]	0.02059	0.004177	0	0.01323	0.02032	0.02954	51	19950
tau[10]	0.0148	0.002972	0	0.009519	0.01459	0.02111	51	19950
tau[11]	0.1094	0.03488	2.32E-4	0.05219	0.1057	0.1875	51	19950
tau[12]	0.01071	0.002063	0	0.007076	0.01056	0.01512	51	19950
tau[13]	0.07447	0.0151	9,60E-02	0.04778	0.07345	0.1069	51	19950
tau[14]	0.05979	0.01035	0	0.04151	0.05903	0.08184	51	19950
tau[15]	0.04529	0.01547	1,04E-01	0.02046	0.04362	0.08053	51	19950
tau[16]	0.007928	0.001458	0	0.00533	0.007846	0.01102	51	19950
tau[17]	0.05453	0.01707	0	0.02612	0.05274	0.09312	51	19950
tau[18]	0.05461	0.0124	0	0.03314	0.05363	0.08122	51	19950
tau[19]	0.2031	0.09693	6,84E-01	0.05948	0.1884	0.4333	51	19950
tau[20]	0.01234	0.002104	0	0.008536	0.01221	0.01676	51	19950
tau[21]	0.008771	0.002761	1,77E-02	0.004241	0.008481	0.01492	51	19950
tau[22]	0.1679	0.03774	0	0.1023	0.1652	0.2503	51	19950
tau[23]	0.03987	0.008915	0	0.02451	0.03919	0.05931	51	19950
tauV	1.039	0.3155	0.002205	0.5172	1.007	1.74	51	19950
theta[1]	7.245	1.293	0.009004	4.699	7.251	9.782	51	19950
theta[2]	7.809	1.269	0.00977	5.293	7.809	10.29	51	19950
theta[3]	7.403	1.323	0.01085	4.775	7.406	9.984	51	19950
theta[4]	6.919	1.278	0.009643	4.396	6.92	9.437	51	19950
theta[5]	6.655	1.414	0.009887	3.871	6.654	9.445	51	19950
theta[6]	7.759	1.211	0.008595	5.362	7.77	10.14	51	19950
theta[7]	8.638	1.279	0.009699	6.112	8.647	11.13	51	19950
theta[8]	8.325	1.313	0.009451	5.727	8.321	10.9	51	19950
theta[9]	6.893	1.317	0.01005	4.303	6.896	9.485	51	19950
theta[10]	6.906	1.201	0.008765	4.539	6.9	9.313	51	19950
theta[11]	7.252	1.44	0.01122	4.412	7.249	10.1	51	19950
theta[12]	7.493	1.22	0.008751	5.107	7.49	9.9	51	19950
theta[13]	6.899	1.207	0.0086	4.511	6.904	9.264	51	19950

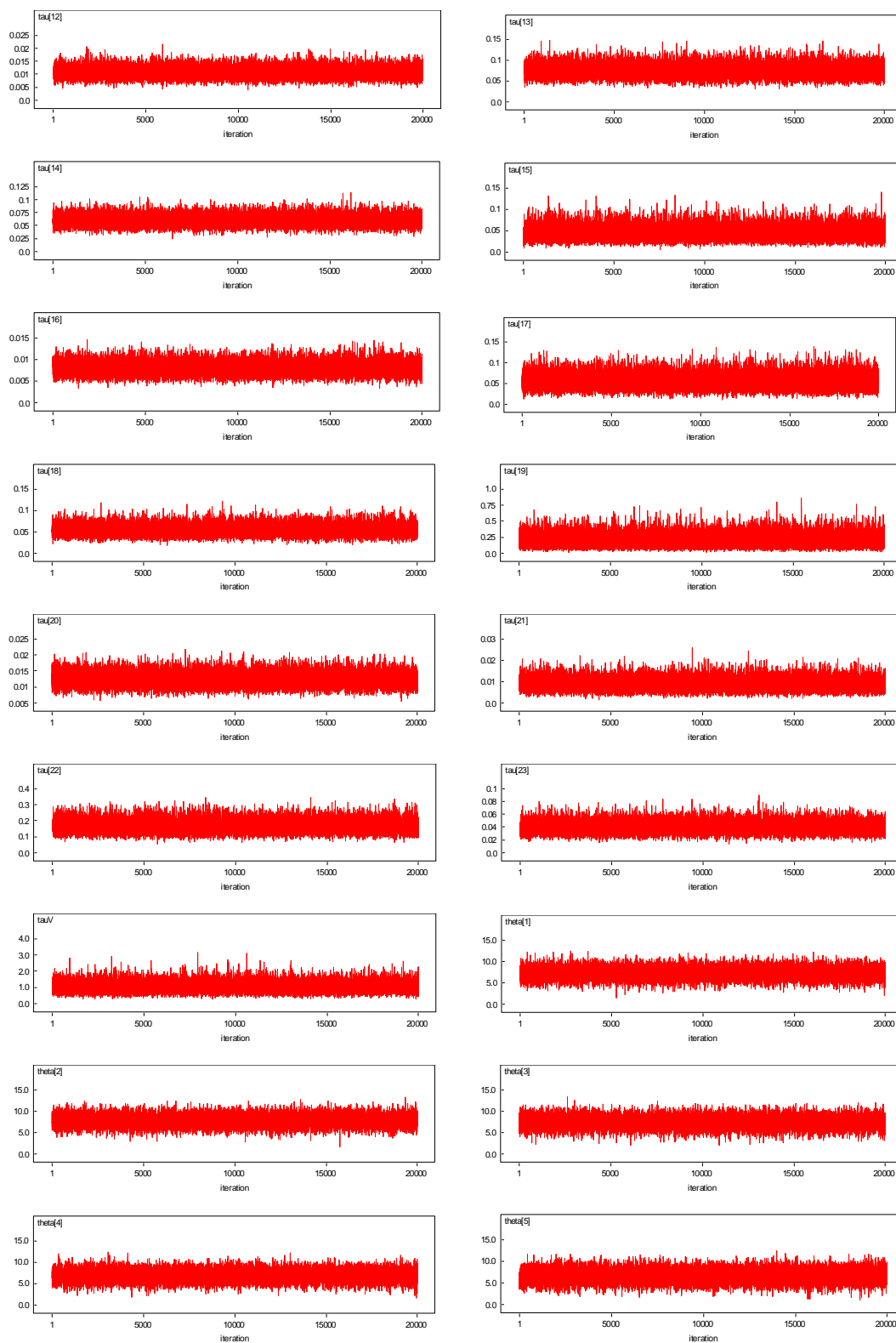
LAMPIRAN 10. Output Parameter dan Hasil SAE HB (Lanjutan)

theta[14]	7.211	1.214	0.009438	4.816	7.22	9.588	51	19950
theta[15]	8.106	1.176	0.008248	5.799	8.105	10.4	51	19950
theta[16]	7.286	1.202	0.009348	4.933	7.293	9.664	51	19950
theta[17]	6.776	1.234	0.009388	4.321	6.775	9.159	51	19950
theta[18]	7.663	1.233	0.00943	5.243	7.66	10.08	51	19950
theta[19]	6.733	1.53	0.01218	3.727	6.716	9.754	51	19950
theta[20]	11.54	2.318	0.01823	6.994	11.55	16.1	51	19950
theta[21]	9.418	1.388	0.009548	6.718	9.408	12.16	51	19950
theta[22]	5.981	1.311	0.009694	3.401	5.984	8.558	51	19950
theta[23]	6.201	1.206	0.008867	3.847	6.199	8.551	51	19950
v[1]	-0.008005	1.031	0.006754	-2.032	-0.01257	2.017	51	19950
v[2]	-0.01936	1.001	0.007017	-1.996	-0.02662	1.952	51	19950
v[3]	-0.007865	1.006	0.00753	-2.007	4,95E-01	1.965	51	19950
v[4]	0.02134	1.021	0.007046	-1.987	0.02218	2.043	51	19950
v[5]	0.008526	1.009	0.006648	-1.969	0.01235	1.999	51	19950
v[6]	0.02127	1.028	0.007219	-2.039	0.01976	2.045	51	19950
v[7]	-0.1492	1.005	0.007415	-2.171	-0.1297	1.806	51	19950
v[8]	-0.05004	1.012	0.006933	-2.061	-0.04653	1.957	51	19950
v[9]	0.01867	1.014	0.0073	-1.987	0.01931	2.015	51	19950
v[10]	0.04571	1.027	0.007401	-1.98	0.04289	2.11	51	19950
v[11]	-0.1922	0.9854	0.007095	-2.157	-0.1857	1.726	51	19950
v[12]	0.01426	1.019	0.007145	-2.004	0.01674	2.047	51	19950
v[13]	-0.04735	0.9922	0.007113	-2.013	-0.05022	1.929	51	19950
v[14]	-0.04763	0.9876	0.007107	-1.994	-0.04368	1.889	51	19950
v[15]	-5,17E-01	0.9974	0.007029	-1.993	0.003555	1.964	51	19950
v[16]	0.006655	1.023	0.007191	-2.002	-0.008445	2.043	51	19950
v[17]	-0.05117	1.008	0.00749	-2.065	-0.0413	1.925	51	19950
v[18]	0.03937	0.9971	0.007043	-1.931	0.03416	2.01	51	19950
v[19]	-0.1138	0.9635	0.006512	-2.039	-0.1146	1.802	51	19950
v[20]	0.02539	1.03	0.007031	-2.007	0.02874	2.064	51	19950
v[21]	0.00552	1.026	0.006043	-2.011	0.001021	2.045	51	19950
v[22]	-0.2179	0.9591	0.005784	-2.142	-0.204	1.646	51	19950
v[23]	0.07816	1.0	0.006939	-1.922	0.08446	2.057	51	19950

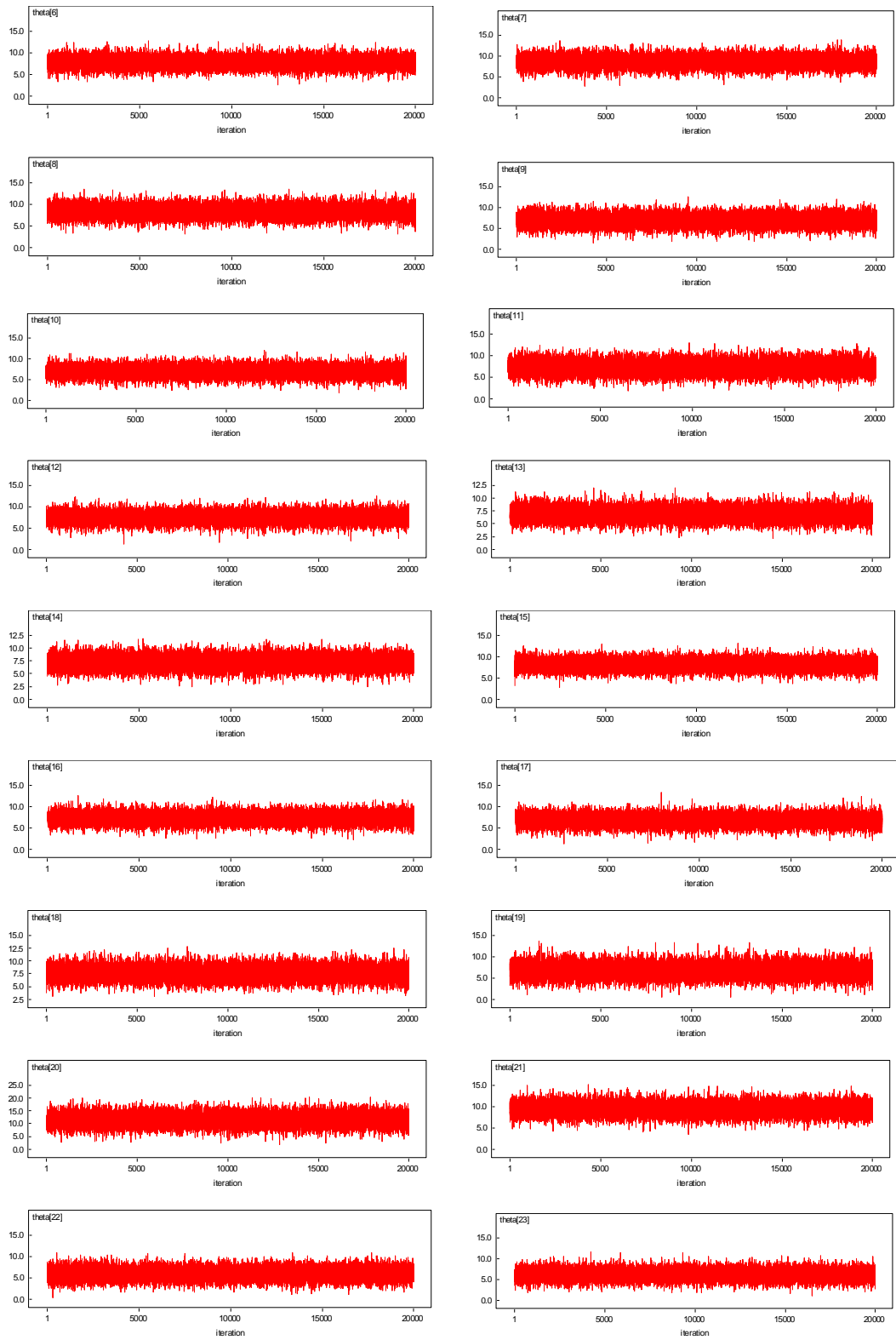
LAMPIRAN 11. Output History Data MCMC



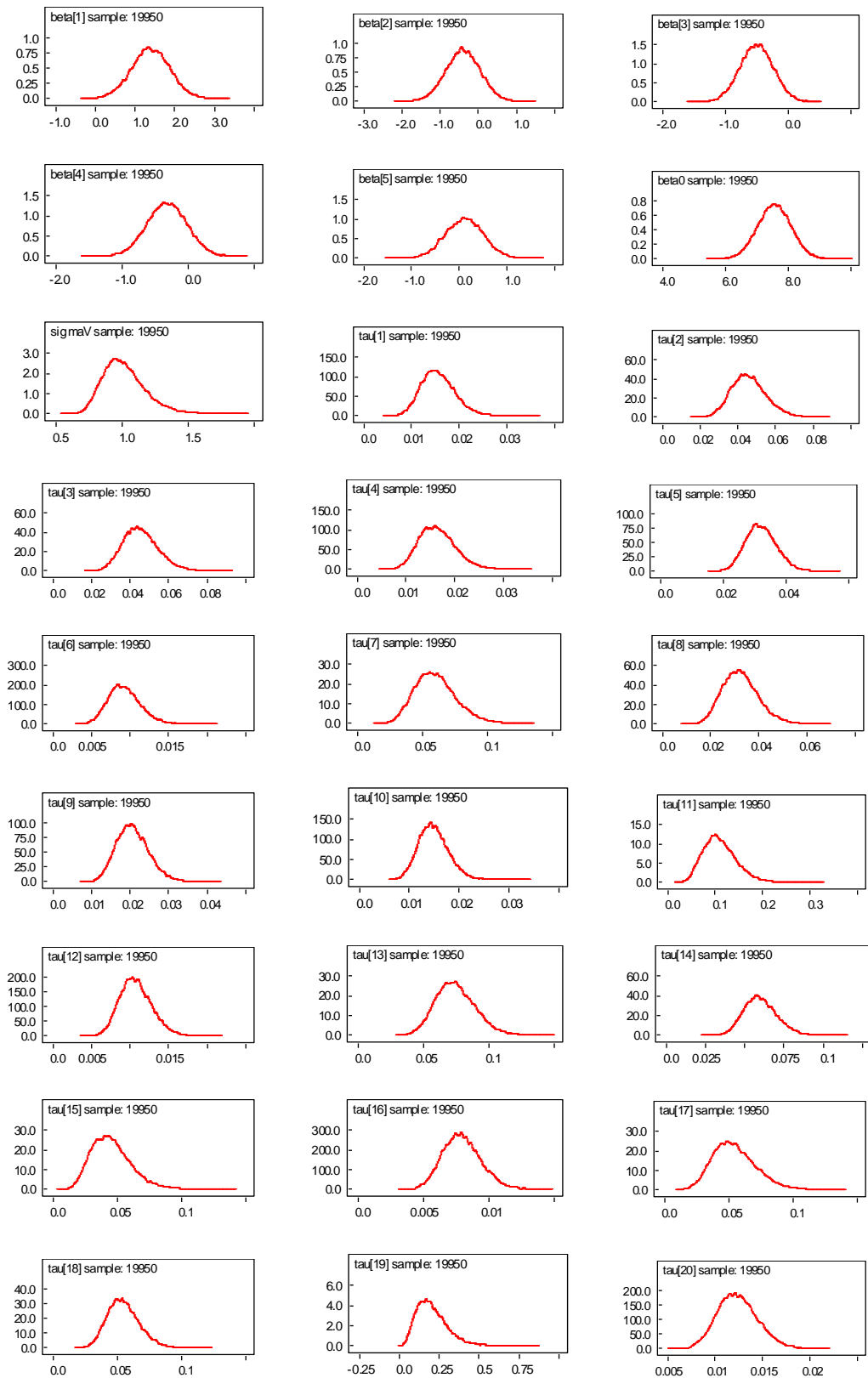
LAMPIRAN 11. Output History Data MCMC (Lanjutan)



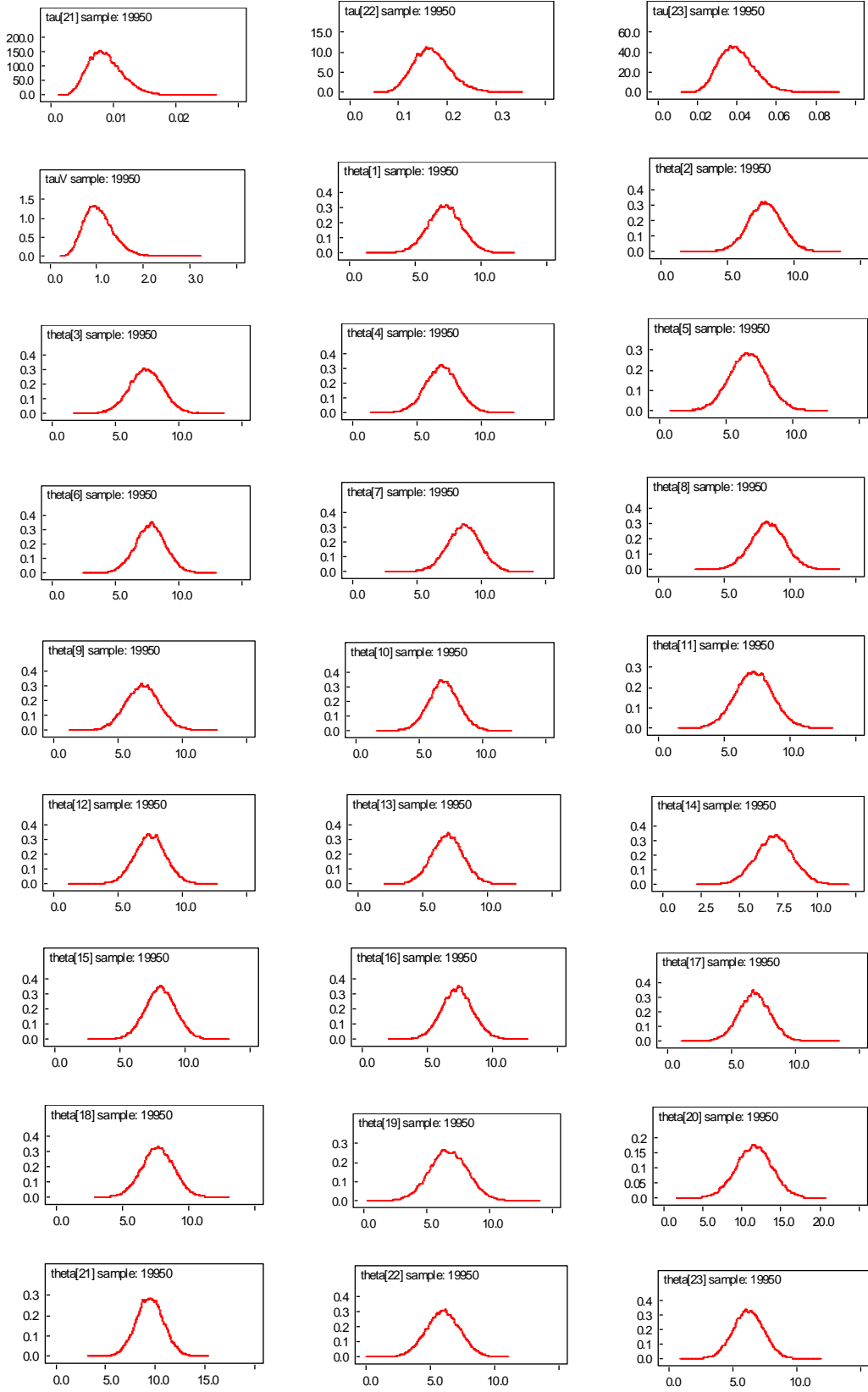
LAMPIRAN 11. Output History Data MCMC (Lanjutan)



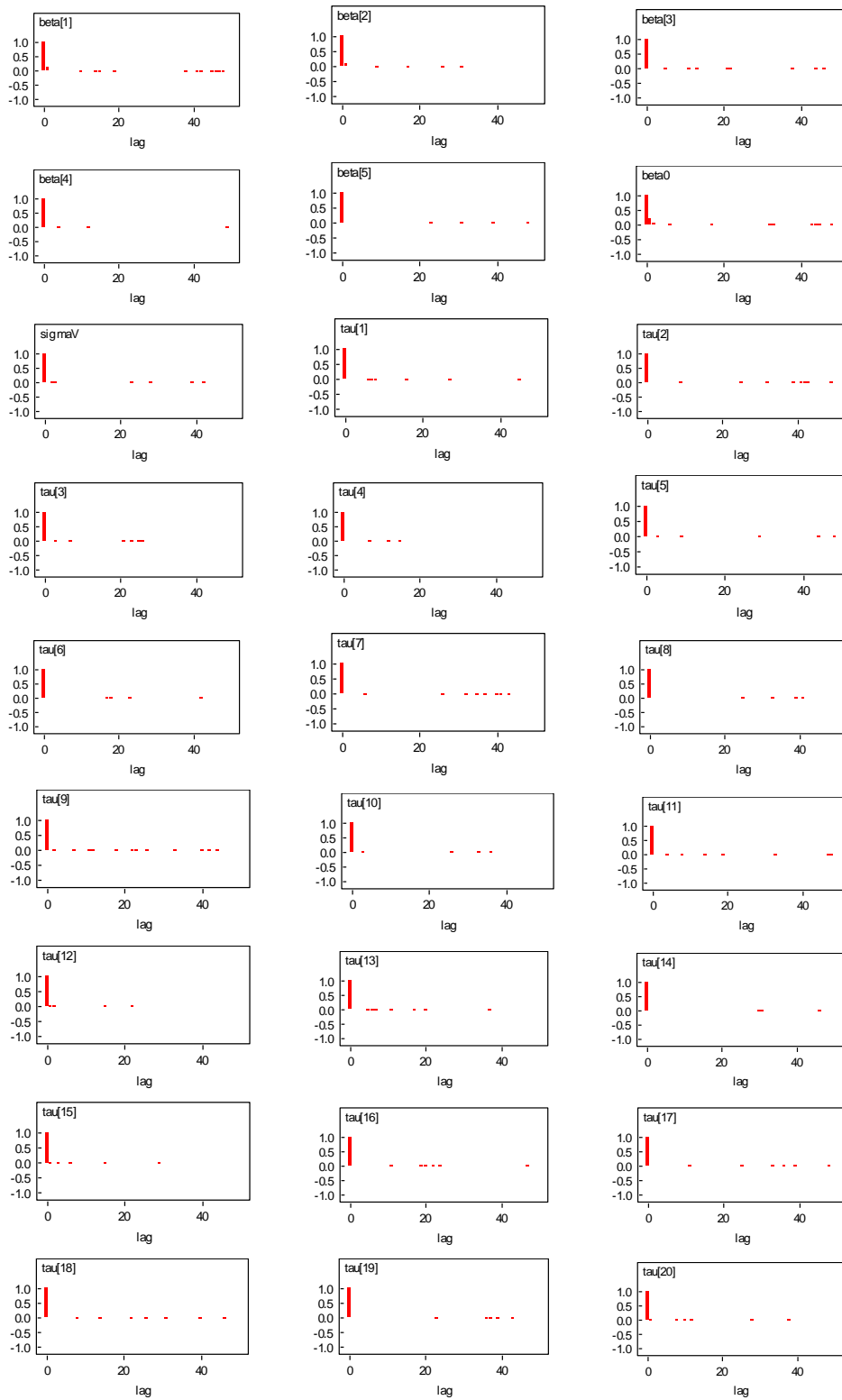
LAMPIRAN 12. Output Kernel Density



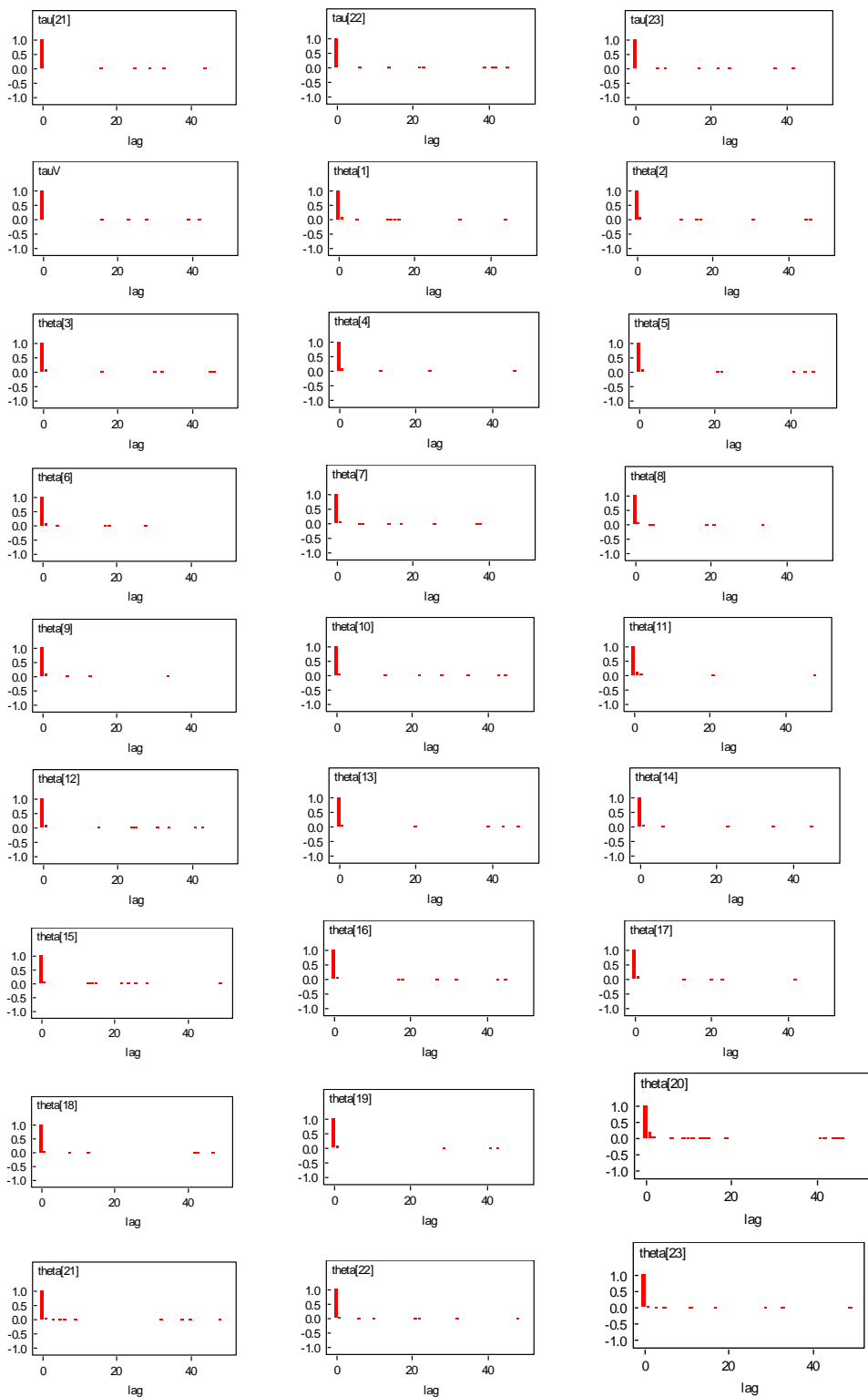
LAMPIRAN 12. Output Kernel Density (Lanjutan)



LAMPIRAN 13. Output Plot Autokorelasi



LAMPIRAN 13. Output Plot Autokorelasi (Lanjutan)



LAMPIRAN 14. Output Hasil Estimasi Parameter Model SAE EB

The SAS System 05:34 Friday, May 21, 2017

The Mixed Procedure

Model Information

Data Set	WORK.SAE
Dependent Variable	y
Covariance Structure	Variance Components
Subject Effect	A
Estimation Method	REML
Residual Variance Method	Profile
Fixed Effects SE Method	Prasad-Rao-Jeske-Kackar-Harville
Degrees of Freedom Method	Kenward-Roger

Dimensions	
Covariance Parameters	2
Columns in X	2
Columns in Z Per Subject	1
Subjects	23
Max Obs Per Subject	1
Observations Used	23
Observations Not Used	0
Total Observations	23

Iteration History

Iteration	Evaluations	-2 Res Log Like	Criterion
0	1	84.28054041	
1	1	84.28054041	0.00000000

Convergence criteria met but final hessian is not positive definite.

Covariance Parameter Estimates

Cov Parm	Subject	Standard	Z	Value	Pr Z
		Estimate	Error		
Intercept	A	1.6975	0.7418	2.29	0.0111
Residual		0.7062	0	.	.

Fit Statistics

-2 Res Log Likelihood	84.3
AIC (smaller is better)	88.3
AICC (smaller is better)	88.9
BIC (smaller is better)	90.6

LAMPIRAN 14. Output Hasil Estimasi Parameter Model SAE EB (Lanjutan)

The SAS System 05:34 Friday, May 21, 2017

The Mixed Procedure
Solution for Fixed Effects

Effect	Standard Estimate	Error	DF	t Value	Pr > t
Intercept	7.7352	0.3233	21	23.93	<.0001
x1	1.0044	0.3238	21	3.10	0.0054

Type 3 Tests of Fixed Effects

Effect	Num DF	Den DF	F Value	Pr > F
x1	1	21	9.62	0.0054

LAMPIRAN 15. *Syntax* Program SAS 9.0

```
data SAE;
input A y x1;
datalines;
1      7.1413986      -0.82804854
2      7.4629079      -0.303243709
:      :              :
23     8.0003891      -0.68226942
;
proc mixed data=SAE noclprint covtest scoring;
class A;
model y = x1 / s outpm=d ddfm=kenwardroger;
random intercept /sub=A;
run;
```


(halaman ini sengaja dikosongkan)

BIOGRAFI PENULIS



Penulis lahir di Kabupaten Lombok Tengah, Provinsi Nusa Tenggara Barat pada tanggal 27 Januari 1992 dengan nama lengkap Wirajaya Kusuma, sebagai anak pertama dari tiga bersaudara dari pasangan Mahsun dan Alemah. Penulis menempuh pendidikan formal di SD Negeri Landah (1998-2004), MTs.N Model Praya (2004-2007) dan MAN 2 Mataram (2007-2010). Penulis kemudian melanjutkan jenjang S1 di Prodi Matematika FMIPA Universitas Mataram (2010-2014). Penulis melanjutkan studi ke jenjang S2 di Program Pascasarjana Statistika FMIPA Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya (2015-2017).

Saran, kritik, dan pertanyaan seputar tesis ini dapat disampaikan ke alamat email wirajaya_kusuma@yahoo.co.id

(halaman ini sengaja dikosongkan)