



TUGAS AKHIR– SM141501

**OPTIMASI BIAYA PERSEDIAAN BAHAN BAKU DENGAN
BIAYA PEMESANAN BERDASARKAN *LEAD TIME* DAN
QUANTITY DISCOUNT
(STUDI KASUS: PT. KREASI MUSTIKA)**

**DANTI ARDIANTI SOESANTO
NRP 0611144000095**

**Dosen Pembimbing :
Valeriana Lukitosari, S.Si, MT**

**DEPARTEMEN MATEMATIKA
Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2018**



FINAL PROJECT– SM141501

***OPTIMIZING THE COST OF RAW MATERIAL INVENTORY
WITH ORDERING COST BASED ON LEAD TIME AND
QUANTITY DISCOUNT
(CASE STUDY: PT. KREASI MUSTIKA)***

**DANTI ARDIANTI SOESANTO
NRP 0611144000026**

**Supervisor :
Valeriana Lukitosari, S.Si, MT**

**DEPARTMENT OF MATHEMATICS
Faculty of Mathematics, Computing and Data Sciences
Sepuluh Nopember Institute of Technology
Surabaya 2018**

LEMBAR PENGESAHAN

**OPTIMASI BIAYA PERSEDIAAN BAHAN BAKU DENGAN
BIAYA PEMESANAN BERDASARKAN *LEAD TIME* DAN
QUANTITY DISCOUNT
(STUDI KASUS: PT. KREASI MUSTIKA)**

***OPTIMIZING THE COST OF RAW MATERIAL INVENTORY WITH
ORDERING COST BASED ON LEAD TIME AND QUANTITY
DISCOUNT
(CASE STUDY: PT. KREASI MUSTIKA)***

TUGAS AKHIR

Diajukan untuk Memenuhi Salah Satu Syarat
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika
Pada Bidang Studi Matematika Terapan
Program Studi S-1 Departemen Matematika
Fakultas Matematika, Komputasi, Dan Sains Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

Oleh:

DANTI ARDIANTO SOESANTO
NRP. 0611144000095

Menyetujui,
Dosen Pembimbing



Valeriana Lukitosari, S.Si, MT.
NIP. 19710928 199802 2 001

Mengetahui,
Ketua Departemen Matematika



Dr. Imam Mukhlash, S.Si, MT.
NIP. 19700831 199403 1 003

**OPTIMASI BIAYA PERSEDIAAN BAHAN BAKU DENGAN
BIAYA PEMESANAN BERDASARKAN *LEAD TIME* DAN
QUANTITY DISCOUNT
(STUDI KASUS: PT. KREASI MUSTIKA)**

Nama : Danti Ardianti Soesanto
NRP : 06111440000095
Jurusan : Matematika FMKSD-ITS
Pembimbing : Valeriana Lukitosari, S.Si, MT

ABSTRAK

Model persediaan probabilistik adalah model persediaan atas permintaan yang tidak menentu. Hal tersebut seringkali membuat permintaan untuk sementara waktu tidak dapat terpenuhi karena barang yang diminta tidak tersedia. Sehingga timbul kondisi *backorder* dan *lost sale* yang mengakibatkan bertambahnya biaya yang dikeluarkan oleh perusahaan. Karena itu tidak sedikit perusahaan memanfaatkan penawaran dari *supplier* berupa pengurangan biaya pemesanan berdasarkan *lead time*. Terkadang *supplier* juga menawarkan *quantity discount* kepada perusahaan agar perusahaan tertarik untuk membeli barang dalam jumlah yang lebih banyak. Dalam Tugas Akhir ini dikembangkan model persediaan probabilistik untuk biaya total persediaan per tahun dengan menambahkan biaya pemesanan berdasarkan *lead time* dan *quantity discount* pada kasus *backorder* dan *lost sale*. Dari pengembangan ini diperoleh rumus untuk menentukan kuantitas pemesanan dan titik pemesanan kembali yang optimal untuk kasus *backorder* dan *lost sale*. Perhitungan numerik dilakukan dengan menggunakan data pemakaian bahan baku *steel sheet* 0,5 di PT. Kreasi Mustika pada tahun 2017. Dihadirkan kuantitas pemesanan yang optimal adalah 201 lembar untuk kasus *backorder* maupun *lost sale*. Sedangkan

untuk titik pemesanan kembali yang optimal adalah 39 lembar untuk kasus *backorder* dan 41 lembar untuk kasus *lost sale*. Perhitungan biaya total persediaan per tahun menggunakan pengembangan model probabilistik ini dapat mengurangi biaya total persediaan per tahun untuk bahan baku *steel sheet* 0,5 pada tahun 2017 sebesar 7,5% pada kasus *backorder* maupun *lost sale*.

Kata kunci: Model Persediaan Probabilistik, Biaya Pemesanan Berdasarkan *Lead Time*, *Quantity Discount*.

**OPTIMIZING THE COST OF RAW MATERIAL INVENTORY
WITH ORDERING COST BASED ON LEAD TIME AND
QUANTITY DISCOUNT
(CASE STUDY: PT. KREASI MUSTIKA)**

Name : Danti Ardianti Soesanto
NRP : 06111440000095
Department : Mathematics
Supervisor : Valeriana Lukitosari, S.Si, MT

ABSTRACT

Probabilistic inventory model is an inventory model for uncertain demand. This often makes the demand temporary unfulfilled because the requested item is unavailable. Thus arise in backorder and lost sale conditions resulting in increased costs incurred by the company. Therefore, not a few companies take advantage of offer from suppliers in the form of reduction ordering costs based on lead time. Sometimes suppliers also propose quantity discounts to company so that the company interested in purchasing items in larger quantities. In this final project, we develop of probabilistic model with ordering cost based on lead time and the existence of quantity discount situation in case of backorder and lost sale to plan supply. From this development, we obtained the formulas to determine the optimal quantity order and the optimal reorder point for backorder case and lost sale case. The simulation is done by using the data of raw material, steel sheet 0.5 usage in PT. Kreasi Mustika in 2017. Generated the optimal quantity order are 201 sheets for the backorder and lost sale case. As for the optimal reorder point are 39 sheets for the case of backorder and 41 sheets

for the case of lost sale. The calculations of the total cost of inventory per year using this probabilistic inventory development model can reduce the total cost of inventory per year for raw material, steel sheet 0,5 in 2017 by 7.5% for backorder cases and lost sale.

Keywords: Probabilistic Inventory Model, Ordering Cost Based On Lead Time, Quantity Discount.

KATA PENGANTAR

Alhamdulillahirobbil'aalamiin, segala puji dan syukur penulis panjatkan ke hadirat Allah SWT yang telah memberikan limpahan rahmat, taufik serta hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir yang berjudul

**“OPTIMASI BIAYA PERSEDIAAN BAHAN BAKU
DENGAN BIAYA PEMESANAN BERDASARKAN *LEAD
TIME* DAN *QUANTITY DISCOUNT*
(STUDI KASUS: PT. KREASI MUSTIKA)”**

sebagai salah satu syarat kelulusan Program Sarjana Departemen Matematika FMKSD Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya.

Tugas Akhir ini dapat diselesaikan dengan baik berkat bantuan dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan ucapan terima kasih dan penghargaan kepada:

1. Kedua orang tua saya, Daddy Irdiyantoro Soesanto dan Mommy Oki Adelina, serta adik saya, Ardi atas dukungan dan semangat yang telah diberikan.
2. Ketua Departemen Matematika ITS yang telah memberikan dukungan dan motivasi selama perkuliahan hingga terselesaikannya Tugas Akhir ini.
3. Kaprodi S1 Departemen Matematika dan Sekretaris Prodi S1 yang telah memberikan arahan akademik selama penulis kuliah di Departemen Matematika FMKSD-ITS.
4. Ibu Valeriana Lukitosari, S.Si, MT selaku dosen pembimbing yang telah memberikan motivasi dan pengarahan dalam penyelesaian Tugas Akhir ini.

5. Bapak Drs. Sentot Didik Surjanto, M.Si, Ibu Dra. Farida Agustini Widjajati, MS, Bapak Dr. Soehardjoepri, M.Si, dan Bapak Dr. Budi Setiyono, S.Si, MT selaku dosen penguji yang telah memberikan masukan untuk kesempurnakan Tugas Akhir penulis.
6. Ibu Endah Rohmati Merdika Putri, Ph.D selaku dosen wali yang telah memberikan arahan akademik selama penulis kuliah di Departemen Matematika FMKSD-ITS.
7. Bapak dan Ibu dosen serta para staf Departemen Matematika ITS yang tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu.
8. Teman-teman saya Adzra, Hani, Fisa, Itsna, Irda, Hana, Kiki dan seluruh teman-teman AKSIOM14 serta teman-teman yang lainnya yang saya sayangi yang telah membantu dan memotivasi saya.

Penulis menyadari bahwa dalam penyusunan Tugas Akhir ini masih mempunyai banyak kekurangan. Kritik dan saran dari berbagai pihak yang bersifat membangun juga sangat diharapkan sebagai bahan perbaikan di masa yang akan datang.

Surabaya, Agustus 2018

Penulis

DAFTAR ISI

	Hal
TUGAS AKHIR– SM141501.....	i
LEMBAR PENGESAHAN.....	v
ABSTRAK.....	vii
ABSTRACT	ix
KATA PENGANTAR	xi
DAFTAR ISI.....	xiii
DAFTAR GAMBAR.....	xv
DAFTAR TABEL.....	xvii
DAFTAR LAMPIRAN	xix
DAFTAR SIMBOL	xxi
PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Batasan Masalah.....	3
1.4 Tujuan.....	4
1.5 Manfaat.....	4
1.6 Sistematika Penulisan.....	4
TINJAUAN PUSTAKA	7
2.1 Penelitian Terdahulu.....	7
2.2 Gambaran Umum Perusahaan	7
2.3 Persediaan.....	10
2.3.1 Jenis-jenis Persediaan.....	10
2.3.2 Biaya Persediaan	11
2.3.3 Model Persediaan	12
2.4 <i>Quantity Discount</i>	17
2.5 Minimum dan Maksimum untuk Fungsi Multi Variabel Tanpa Kendala.....	19
METODE PENELITIAN	21

ANALISIS DAN PEMBAHASAN.....	25
4.1 Biaya Total per Tahun untuk Persediaan Probabilistik pada Kasus <i>Backorder</i>	25
4.2 Biaya Total per Tahun untuk Persediaan Probabilistik Pada Kasus <i>Lost Sales</i>	28
4.3 Menentukan Kuantitas Pemesanan dan Titik Pemesanan Kembali Optimal pada Kasus <i>Backorder</i>	29
4.3.1 Dengan Biaya Pemesanan Berdasarkan <i>Lead Time</i> dan <i>Quantity Discount</i> Kasus <i>Backorder</i>	31
4.4 Menentukan Kuantitas Pemesanan dan Titik Pemesanan Kembali Optimal pada Kasus <i>Lost Sale</i>	38
4.4.1 Dengan Biaya Pemesanan Berdasarkan <i>Lead Time</i> dan <i>Quantity Discount</i> Kasus <i>Lost Sale</i>	41
4.5 Perhitungan Numerik.....	46
4.5.1 Kasus <i>Backorder</i>	47
4.5.2 Kasus <i>Lost Sale</i>	48
4.5.3 Perbandingan Biaya Total Persediaan per Tahun.	49
KESIMPULAN DAN SARAN	53
5.1 Kesimpulan.....	53
5.2 Saran.....	53
DAFTAR PUSTAKA	55
LAMPIRAN.....	57
BIODATA PENULIS.....	61

DAFTAR GAMBAR

	Hal
Gambar 2.1 Produk PT. Kreasi Mustika.....	8
Gambar 2.2 Model Persediaan Probabilistik	14
Gambar 3.1 Diagram Alur Metodologi.....	22

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

DAFTAR TABEL

	Hal
Tabel 2.1 Syarat untuk Maksimum Lokal	20
Tabel 2.2 Syarat untuk Minimum Lokal.....	20
Tabel 4.1 Komponen <i>lead time</i>	47
Tabel 4.2 <i>Lead time</i> , biaya pengurangan <i>lead time</i> dan biaya pemesanan	47
Tabel 4.3 Harga <i>Steel Sheet</i>	47
Tabel 4.4 Hasil iterasi pada kasus <i>backorder</i>	50
Tabel 4.5 Hasil perhitungan TC^m dan R pada kasus <i>backorder</i> dengan biaya pemesanan berdasarkan <i>lead time</i> dan <i>quantity discount</i>	50
Tabel 4.6 Hasil iterasi pada kasus <i>lost sale</i>	51
Tabel 4.7 Hasil perhitungan TC^m dan R pada kasus <i>lost sale</i> dengan biaya pemesanan berdasarkan <i>lead time</i> dan <i>quantity discount</i>	51

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

DAFTAR LAMPIRAN

	Hal
LAMPIRAN A	
Hasil iterasi dan perhitungan untuk persediaan probabilistik dengan biaya permintaan berdasarkan <i>lead time</i> dan <i>quantity discount</i> kasus <i>backorder</i>	557
LAMPIRAN B	
Hasil iterasi dan perhitungan untuk persediaan probabilistik dengan biaya permintaan berdasarkan <i>lead time</i> dan <i>quantity discount</i> kasus <i>lost sale</i>	579

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

DAFTAR SIMBOL

P	:	Biaya pembelian barang per unit
D	:	Permintaan per tahun dalam unit
C	:	Biaya pemesanan per sekali pesan
Q	:	Kuantitas pemesanan barang dalam unit
H	:	Biaya penyimpanan barang per unit per tahun
S	:	Persediaan pengaman dalam unit
R	:	Titik pemesanan kembali
M	:	Permintaan selama <i>lead time</i> dalam unit
\bar{M}	:	Rata-rata permintaan selama <i>lead time</i> dalam unit
σ	:	Standar deviasi permintaan dalam unit per unit waktu
A	:	Biaya <i>backorder/ lost sale</i> per unit
$E(M > R)$:	Ekspektasi jumlah <i>backorder/ lost sale</i> per <i>lead time</i>
$f(M)$:	Fungsi kepadatan probabilitas dari permintaan selama <i>lead time</i>
$P(M > R)$:	Probabilitas kekurangan persediaan
k	:	<i>Safety factor</i>
L	:	<i>Lead time/ waktu tunggu</i>
a_i	:	Durasi minimum
b_i	:	Durasi normal
c_i	:	Biaya pengurangan <i>lead time</i> tiap unit waktu
$B(L)$:	Biaya pengurangan <i>lead time</i> per siklus
ω	:	<i>Scaling parameter</i>
h	:	Fraksi biaya simpan per unit
TC	:	Biaya total persediaan per tahun
TC^m	:	Nilai minimum dari TC

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

BAB I

PENDAHULUAN

Pada bab ini dijelaskan mengenai latar belakang dari permasalahan yang dibahas pada Tugas Akhir ini, rumusan masalah yang muncul akibat latar belakang, batasan masalah, tujuan, manfaat dan sistematika penulisan yang diuraikan pada bagian akhir bab ini.

1.1 Latar Belakang

Proses produksi sangat dipengaruhi oleh persediaan. Sehingga itu pada suatu perusahaan masalah persediaan sangatlah penting dan erat kaitannya dengan keuntungan perusahaan. Apabila jumlah persediaan terlalu besar dapat mengakibatkan timbulnya dana menganggur yang besar (yang tertanam dalam persediaan), meningkatnya biaya penyimpanan, dan risiko kerusakan barang yang lebih besar. Namun, jika persediaan terlalu sedikit dapat mengakibatkan risiko terjadinya kekurangan persediaan (*stockout*) karena seringkali bahan/ barang tidak dapat didatangkan secara mendadak dan sebesar yang dibutuhkan, sehingga menyebabkan terhentinya proses produksi, tertundanya penjualan, bahkan hilangnya pelanggan.

Model persediaan dibagi menjadi dua, yaitu bersifat deterministik dan probabilistik. Model persediaan probabilistik adalah pengembangan dari model persediaan deterministik dengan kondisi yang lebih realistis yaitu persediaan atas permintaan yang tidak menentu [1]. Dengan kondisi permintaan yang tidak menentu diharapkan permintaan tersebut tetap dapat dipenuhi oleh suatu perusahaan. Namun pada praktiknya seringkali permintaan untuk sementara waktu tidak dapat terpenuhi karena barang atau produk yang diminta tidak tersedia. Permintaan tak tersedia bisa dikarenakan

proses produksi yang tidak berjalan akibat tidak mencukupinya bahan baku produksi. Hal tersebut menimbulkan kondisi *backorder* dan *lost sale*.

Kondisi *backorder* dan *lost sale* mengakibatkan bertambahnya biaya yang dikeluarkan oleh perusahaan. Karena itu tidak sedikit perusahaan memanfaatkan penawaran yang *supplier* berikan. Penawaran tersebut berupa pengurangan biaya pemesanan berdasarkan *lead time*. Untuk menghindari terlalu besarnya biaya akibat *backorder* dan *lost sale*, perusahaan akan mengurangi *lead time* pemesanan bahan baku produksi dengan mempertimbangkan penawaran yang ditawarkan. Namun pengurangan *lead time* juga menimbulkan biaya tambahan yaitu biaya pengurangan *lead time*, sehingga harus adanya perhitungan yang tepat.

Terkadang *supplier* juga menawarkan *quantity discount* kepada perusahaan. Tujuannya adalah agar perusahaan tertarik untuk membeli barang dalam jumlah yang lebih banyak sehingga *supplier* mendapat keuntungan yang lebih besar. Kondisi ini dapat menguntungkan perusahaan jika diperhitungkan dengan baik. Bila tidak, perusahaan juga dapat merugi.

Pada penelitian sebelumnya, oleh Khoiroh (2007), telah mengkaji model persediaan probabilistik untuk menentukan kuantitas pemesanan dan titik pemesanan kembali yang optimal, dengan batasan kapasitas gudang dan modal pada kasus *backorder* dan *lost sale* [2]. Namun dalam penelitiannya tidak membahas mengenai adanya penawaran dari pihak *supplier*. Hermaprita (2016) dalam penelitiannya membahas mengenai biaya pemesanan berdasarkan *lead time* pada model persediaan *single-vendor single-buyer* yang terintegrasi [3].

PT. Kreasi Mustika merupakan perusahaan yang bergerak di bidang manufaktur khususnya produk armatur lampu. Perusahaan ini menggunakan kebijakan *customer order* atau CO dalam melakukan

kegiatan produksi untuk memenuhi permintaan pelanggan. Ini artinya perusahaan tidak melayani retail yang cenderung terus menerus melakukan kegiatan produksi, namun berbasis proyek sehingga kegiatan produksi akan berjalan ketika ada order dari *customer*. Hal tersebut mengakibatkan pemakaian bahan baku produksi yang tidak menentu karena permintaan *customer* yang juga tidak menentu.

Dalam Tugas Akhir ini dikembangkan model persediaan probabilistik dengan biaya pemesanan berdasarkan *lead time* dan *quantity discount* pada kasus *backorder* dan *lost sale* untuk mengoptimalkan biaya persediaan bahan baku dengan studi kasus di PT. Kreasi Mustika.

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah pada Tugas Akhir ini adalah:

1. Berapa kuantitas pemesanan (Q) bahan baku produksi yang optimal?
2. Kapan akan dilakukan pemesanan kembali (R) bahan baku produksi yang optimal?
3. Bagaimana perbandingan antara biaya total persediaan dari perusahaan dan biaya total persediaan menggunakan model persediaan probabilistik dengan biaya pemesanan berdasarkan *lead time* dan *quantity discount*?

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah pada Tugas Akhir ini adalah:

1. Data yang digunakan merupakan data volume pemakaian bahan baku utama, yaitu steel sheet 0,5 pada kegiatan produksi di PT. Kreasi Mustika dari Januari hingga Desember 2017.
2. Jenis diskon yang ditawarkan adalah *increment discount*.

3. Pembelian yang dilakukan adalah untuk satu jenis bahan baku.

1.4 Tujuan

Tujuan dari Tugas Akhir ini adalah sebagai berikut :

1. Menentukan besarnya kuantitas pemesanan bahan baku (Q) yang optimal dalam perencanaan persediaan bahan baku produksi.
2. Menentukan titik pemesanan kembali (R) bahan baku yang optimal dalam perencanaan persediaan bahan baku produksi.
3. Membandingkan biaya total persediaan bahan baku dari perusahaan dengan biaya total persediaan bahan baku menggunakan model persediaan probabilitik dengan biaya pemesanan berdasarkan *lead time* dan *quantity discount*.

1.5 Manfaat

Adapun manfaat dari penulisan Tugas Akhir ini adalah:

Dapat menentukan besarnya nilai kuantitas pemesanan bahan baku (Q) dan titik pemesanan kembali (R) optimal yang dapat mengoptimalkan biaya persediaan bahan baku menggunakan pengembangan model persediaan probabilistik dengan biaya pemesanan berdasarkan *lead time* dan *quantity discount*.

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan pada Tugas Akhir ini adalah:

1. BAB I PENDAHULUAN
Bab ini menjelaskan tentang latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan, manfaat dan sistematika penulisan hasil Tugas Akhir.

2. **BAB II TINJAUAN PUSTAKA**
Pada bab ini dijelaskan tentang penelitian terdahulu, gambaran umum perusahaan, persediaan, *quantity discount*, minimum maksimum.
3. **BAB III METODE PENELITIAN**
Bab ini menjelaskan tentang tahapan-tahapan dalam proses menyelesaikan masalah dan mencapai tujuan Tugas Akhir.
4. **BAB IV PEMBAHASAN**
Bab ini menjelaskan mengenai pengembangan model persediaan probabilistik dengan biaya pemesanan berdasarkan *lead time* dan *quantity discount* pada pada kasus *backorder* dan *lost sale*. Dihasilkan rumus untuk menentukan kuantitas pemesanan dan titik pemesanan kembali yang optimal sehingga biaya total perediaan dapat dioptimumkan. Pada bagian akhir diberikan contoh perhitungan numerik.
5. **BAB V PENUTUP**
Bab ini menjelaskan kesimpulan yang diperoleh dari pembahasan dan saran untuk pengembangan penelitian selanjutnya.

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Penelitian Terdahulu

Ada beberapa penelitian terdahulu terkait dengan Tugas Akhir ini. Seperti penelitian oleh Indrianti (2006), mengenai adanya situasi *quantity discount* pada sistem inventori (Q,R) dengan mempertimbangkan ketergantungan ukuran *lot size* dengan *lead time* [4]. Penelitian ini menunjukkan pembelian *lot size* yang lebih besar tidak selalu menghasilkan biaya persediaan yang minimum.

Penelitian oleh Lukitosari (2006), membahas tentang perbedaan antara model persediaan probabilistik pada kasus *back-order* dengan kasus *lost sale* [1]. Hasilnya perpedaan antara keduanya terdapat pada persediaan pengamannya.

Lalu penelitian oleh Jauhari (2014) menyajikan model persediaan produksi untuk sistem dua eselon yang terdiri dari *single vendor – single buyer* serta adanya *quantity discount* untuk semua item [5].

Selanjutnya penelitian yang dilakukan oleh Vijayashree (2017) yang membuat suatu formula untuk meminimumkan biaya pemesanan berdasarkan *lead time* pada situasi *single vendor – single buyer* [6].

2.2 Gambaran Umum Perusahaan

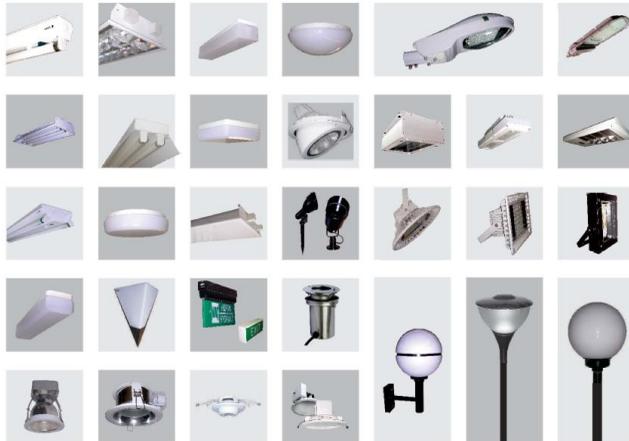
PT. Kreasi Mustika adalah perusahaan produsen armatur lampu yang didirikan pada tahun 1999, sebagai pemilik tunggal dari armatur dengan merk Cration yang sudah beredar sejak tahun 1992 [7].

PT. Kreasi Mustika mampu memproduksi sekitar 250.000 armatur dalam berbagai jenis dalam setiap tahunnya, yang

didukung oleh lebih dari 200 mesin/ alat produksi dan didukung oleh 100 karyawan. Hasil produksi dipasarkan ke seluruh Indonesia serta ekspor ke beberapa negara di Asia, Australia dan Amerika [7].

Produk di PT. Kreasi Mustika terbagi menjadi yaitu [7]:

1. Aplikasi *Indoor*: *office lighting, shop lighting, decorative lighting, down lighting, home lighting, dan industrial lighting.*
2. Aplikasi *Outdoor*: *street lighting, tunnel lighting, flood lighting, garden lighting, dan in ground lighting.*



Gambar 2.1 Produk PT. Kreasi Mustika

Ada beberapa jenis bahan baku yang paling banyak digunakan dalam kegiatan produksi, diantaranya [7]:

- a. Steel sheet 0,5

Bahan baku ini merupakan bahan yang digunakan dalam pembuatan *body* beberapa jenis rumah lampu. Dari jumlah total bahan baku yang digunakan dalam kegiatan produksi, sekitar 43% menggunakan bahan ini.

- b. Alumunium Mirror Kilap 0,4
Biasa digunakan dalam pembuatan tutup *mirror* pada rumah lampu. Penggunaan bahan ini kurang lebih 14% dari jumlah total bahan baku yang digunakan dalam kegiatan produksi.
- c. Zink Lokfom 0,4
Bahan ini juga digunakan dalam pembuatan *body* beberapa jenis rumah lampu. Prosentase penggunaannya adalah 13% dari jumlah total bahan baku yang digunakan.

Untuk proses manufacturing sendiri terdiri dari beberapa tahapan sebagai berikut

- 1. Amatur
 - a. Proses Potong/ *Cutting*
Proses pemotongan plat besi/ baja/ alumunium sesuai dengan ukuran yang ditetapkan.
 - b. Proses *Punch*
Proses pelubangan hasil potong sesuai *design* produk yang diminta.
 - c. Proses Tekuk
Proses pembentukan sesuai dengan *design* produk yang diminta.
 - d. Proses Las
Proses merangkai tutup samping dengan *body* dan *sadel-sadel bracket* sesuai.
- 2. Cat
 - a. Cat basah.
 - b. Cat kering.
- 3. *Assembling*
 - a. Pemotongan kabel.
 - b. Pemasangan komponen pada armatur.
 - c. Pemasangan kabel/ proses penyetelan.

- d. Pengetesan hasil produksi.
- e. Pengepakan hasil produksi dan pemasangan sticker carton sesuai standar pengepakan.
- f. Identifikasi (nomor produksi, tgl. produksi, type produk) komponen pada carton.

2.3 Persediaan

Persediaan adalah *stock on hand* dari bahan baku atau aset *tangible* lain yang dapat dilihat, diukur, dan di hitung pada waktu tertentu [8]. Terdapat tiga alasan yang mendasari perusahaan memiliki persediaan yaitu alasan transaksi, pencegahan dan spekulatif. Alasan transaksi terjadi ketika dibutuhkan adanya *stock* untuk memenuhi kebutuhan produksi dan penjualan. Alasan pencegahan terjadi karena adanya ketidakpastian *demand* pada masa mendatang. Perusahaan memutuskan untuk menyimpan sejumlah *stock* tambah untuk menutupi kemungkinan terjadinya kesalahan dalam memprediksi kebutuhan produksi dan penjualan di masa mendatang. Alasan spekulatif terjadi ketika perusahaan untuk membeli bahan baku dalam jumlah yang lebih besar saat terjadinya inflasi. Hal tersebut dilakukan untuk mendapat profit yang sangat besar.

2.3.1 Jenis-jenis Persediaan

Berikut ini merupakan berbagai jenis persediaan [8]:

1. *Supplies*

Item persediaan yang dikonsumsi dalam fungsi normal dari sebuah organisasi yang bukan merupakan bagian dari produk akhir, misalnya pensil, kertas, dan *cutting tools*.

2. *Raw material*

Item persediaan yang dibeli dari *supplier* yang akan digunakan sebagai *input* dalam proses produksi.

3. *In-process goods*

Produk setengah jadi yang masih berada dalam proses produksi, baik yang berada pada tahap penyelesaian maupun *material* yang menunggu untuk masuk pada proses selanjutnya.

4. *Finished goods*

Produk akhir yang siap dijual didistribusikan, atau disimpan.

2.3.2 Biaya Persediaan

Tujuan dari manajemen persediaan adalah untuk meletakkan barang pada tempat dan waktu yang tepat dengan biaya minimal. Biaya persediaan ini meliputi [8]:

1. Biaya pembelian (*purchase cost*)

Biaya pembelian adalah biaya yang dikeluarkan untuk membeli unit produk jika unit ini diperoleh dari sumber eksternal, atau biaya yang dikeluarkan untuk memproduksi suatu unit produk jika unit barang ini diproduksi oleh perusahaan sendiri (sumber internal). Untuk produksi yang diproduksi sendiri, biaya pembelian meliputi:

- a. Biaya tenaga kerja langsung, yaitu semua biaya yang dikeluarkan untuk membayar gaji para karyawan yang terlihat langsung secara fisik dalam proses produksi.
- b. Biaya material langsung, yaitu semua biaya yang dikeluarkan untuk memenuhi bahan baku yang tidak terpisahkan dari produk yang akan diproduksi.

2. Biaya pengadaan (*procurement cost*)

Biaya pengadaan adalah biaya yang dikeluarkan pada saat melakukan pemesanan produk yang terbagi menjadi 2, yaitu:

a. Biaya pemesanan (*order cost*)

Biaya pemesanan adalah biaya yang dikeluarkan apabila dilakukan pemesanan produk dari pihak luar. Biaya ini

meliputi biaya pembuatan daftar permintaan, penentuan pemasok produksi, dan biaya pengangkutan produk.

- b. Biaya pembuatan (*set up cost*)
Set up cost adalah semua biaya yang dikeluarkan untuk pengadaan produk yang dipenuhi oleh perusahaan sendiri, meliputi semua biaya yang dibutuhkan selama proses produksi, seperti biaya mempersiapkan pemasok bahan baku, penjadwalan produksi, dan biaya peralatan.
3. Biaya penyimpanan (*holding cost/ carrying cost*)
Biaya ini timbul apabila terdapat sejumlah persediaan yang tidak digunakan serta harus disimpan. Biaya ini meliputi biaya modal, biaya gudang, biaya asuransi, pajak, biaya penyusutan, dan kerusakan produk.
4. Biaya kekurangan persediaan (*shortage cost/ stockout cost*)
Biaya kekurangan ini timbul sebagai akibat konsekuensi ekonomi dari kekurangan internal dan eksternal. Kekurangan eksternal terjadi jika pemesanan *customer* tidak terpenuhi, kekurangan eksternal ini dapat mengakibatkan *backorder cost* dan hilangnya keuntungan sekarang. Sedangkan kekurangan internal terjadi jika pemesanan dari suatu bagian produksi dalam perusahaan sendiri tidak terpenuhi. Kekurangan internal mengakibatkan produksi hilang (*idle resource*), hal ini dikarenakan tidak tersedianya produk untuk diletakkan dalam proses selanjutnya.

2.3.3 Model Persediaan

Berdasarkan permintaan yang akan datang, model persediaan dibedakan menjadi [8]:

1. Model persediaan deterministik

Pada model ini semua variabel dan parameter yang berhubungan dengan permasalahan persediaan diketahui atau

dapat ditentukan dengan pasti. Beberapa asumsi yang digunakan dalam model persediaan deterministik ini antara lain:

- a. Tingkat permintaan diketahui, konstan dan kontinu.
- b. *Lead time* diketahui dan konstan.
- c. Keseluruhan produk yang dipesan diketahui dalam satu waktu.
- d. Tidak terjadi kekurangan barang (*stockout*), hal ini dikarenakan permintaan dan *lead time* diketahui sehingga *stockout* dapat dihindari.
- e. Biaya pengadaan produk selalu sama tanpa melihat seberapa banyak ukurannya.
- f. Tidak terdapat batasan sumber daya yang menghambat persediaan, dalam arti terdapat ruang gudang (*space*) dan modal yang cukup untuk mendapat kuantitas persediaan yang diinginkan.

Total biaya persediaan per tahun untuk model persediaan deterministik adalah sebagai berikut:

$$Total\ annual\ cost = purchase\ cost + order\ cost + holding\ cost$$

2. Model persediaan probabilistik

Model ini memiliki tingkat permintaan dan *lead time* berupa variable random, artinya antara siklus persediaan yang satu dengan yang lain memiliki jumlah permintaan dan panjang *lead time* yang berbeda-beda. Model persediaan probabilistik ini lebih mendekati keadaan realita, hal ini dikarenakan pada kenyataan tingkat permintaan suatu produk tidaklah dapat ditentukan dengan pasti, namun dapat dilakukan pendekatan dengan menggunakan distribusi yang sesuai dengan pola permintaan pada siklus permintaan sebelumnya.

Oc = biaya pemesanan

Hc = biaya penyimpanan

Sc = biaya kekurangan persediaan

Beberapa hal yang perlu diperhatikan dalam model persediaan probabilistik pada kasus *backorder* dan *lost sales* adalah sebagai berikut [1]:

1. Permintaan selama *lead time* berdistribusi kontinu

Dengan permintaan selama *lead time* berdistribusi kontinu maka rata-rata permintaan selama *lead time* dari fungsi kepadatan peluang $f(M)$ yang kontinu adalah:

$$\bar{M} = \int_{-\infty}^{\infty} Mf(M)dM$$

dan fungsi kepadatan peluang $f(M)$ adalah:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(M)dM = 1$$

Karena M menyatakan variabel acak dari besarnya permintaan selama *lead time* yang mendefinisikan $M \geq 0$, maka rata-rata permintaan selama *lead time* dari fungsi kepadatan peluang serta fungsi kepadatan peluang dapat ditulis menjadi:

$$\bar{M} = \int_0^{\infty} Mf(M)dM$$

$$\int_0^{\infty} f(M)dM = 1$$

Probabilitas kekurangan selama *lead time* serta ekspektasi kekurangan persediaan selama *lead time* dalam unit berturut-turut adalah:

$$P(M > R) = \int_R^{\infty} f(M)dM$$

$$E(M > R) = \int_R^{\infty} (M - R)f(M)dM$$

dengan

- M : unit permintaan selama *lead time*,
- \bar{M} : rata-rata permintaan selama *lead time*,
- $f(M)$: fungsi kepadatan probabilitas dari permintaan selama *lead time*,
- R : titik pemesanan kembali.

2. *Safety stock* / persediaan pengaman

Persediaan pengaman adalah suatu persediaan yang diadakan untuk menjaga kemungkinan terjadinya tingkat kebutuhan yang lebih tinggi dari pada perhitungan dan kemungkinan terjadinya keterlambatan pengiriman barang. Semakin besar tingkat *safety stock* suatu perusahaan maka mengurangi resiko kehabisan persediaan semakin kecil, tetapi biaya penyimpanan semakin besar karena jumlah total persediaan meningkat. Oleh karena itu perlu ditentukan besarnya persediaan pengaman yang dapat meminimasi biaya total persediaan.

Dalam kasus *backorder* tidak terjadi kehilangan penjualan, tetapi konsumen menunggu pesanan mendatang karena persediaan tidak tersedia. Sehingga ekspektasi persediaan pengaman didefinisikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} S &= \int_0^{\infty} (R - M)f(M)dM \\ &= \int_0^{\infty} (R - M)f(M)dM \\ &= \int_0^{\infty} Rf(M)dM - \int_0^{\infty} Mf(M)dM \\ &= R - \bar{M} \end{aligned} \tag{2.2}$$

dan ekspektasi jumlah *backorder* per waktu tunggu didefinisikan:

$$E(M > R) = \int_R^{\infty} (M - R)f(M)dM \quad (2.3)$$

Sedangkan dalam kasus *lost sales*, semua kekurangan persediaan hilang dan tidak terpenuhi. Sehingga ekspektasi persediaan pengaman dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} S &= \int_0^R (R - M)f(M)dM \\ &= \int_0^{\infty} (R - M)f(M)dM - \int_R^{\infty} (R - M)f(M)dM \\ &= \int_0^{\infty} Rf(M)dM - \int_0^{\infty} Mf(M)dM \\ &\quad - \int_R^{\infty} (R - M)f(M)dM \\ &= R - \bar{M} - \int_R^{\infty} (R - M)f(M)dM \end{aligned} \quad (2.4)$$

dan ekspektasi jumlah *lost sales* per waktu tunggu didefinisikan:

$$E(M > R) = \int_R^{\infty} (M - R)f(M)dM \quad (2.5)$$

2.4 *Quantity Discount*

Usaha untuk meminimasi biaya pemesanan dapat ditempuh dengan berbagai cara, salah satunya dengan meminimasi biaya pembelian. Untuk mendapatkan biaya pembelian seefisien mungkin, maka perusahaan perlu memperhatikan faktor potongan harga yang ditawarkan *supplier* agar dapat dicapai keuntungan yang maksimal.

Diskon sendiri didefinisikan sebagai potongan harga yang diberikan penjual kepada pembeli, sehingga harga per unit suatu

barang setelah mendapat diskon akan lebih rendah dari harga aslinya.

Terkadang *supplier* menawarkan harga yang lebih rendah pada pemesanan produk dengan kuantitas yang besar, hal ini sering disebut sebagai *quantity discount*. Keuntungan bagi perusahaan adalah pengeluaran untuk biaya pembelian akan menjadi lebih rendah, namun disisi lain akan menimbulkan biaya penyimpanan produk yang lebih besar akan pembelian produk dalam kuantitas yang besar tersebut. Oleh karena itu perusahaan perlu mengidentifikasi berapa kuantitas optimal pemesanan yang dapat meminimasi total biaya persediaan namun dengan mengoptimalkan diskon yang diberikan *supplier*.

Terdapat 2(dua) jenis *quantity discount*, yaitu [8]:

1. *All unit discount*

All unit discount adalah diskon yang diberikan pada pembeli dengan kuantitas yang besar sehingga mengakibatkan harga satuan yang lebih rendah untuk keseluruhan unit produk. Misal untuk pembelian suatu A akan mendapat diskon 10% dari harga pembelian bila membeli produk tersebut minimal sebanyak 100 unit. Namun bila membeli kurang dari 100 unit, maka diskon tersebut tidak didapat, dan diskon tersebut tidak berlaku kelipatannya.

2. *Incremental quantity discount*

Dalam *incremental quantity discount*, pembeli akan mendapat penambahan diskon seiring dengan kuantitas barang yang dibeli. Misalnya dalam pembelian suatu produk B antara 100-500 unit akan mendapat diskon 5% namun bila membeli produk tersebut diantara range 501-1.000 unit maka akan mendapat diskon 10%.

2.5 Minimum dan Maksimum untuk Fungsi Multi Variabel Tanpa Kendala

Didefinisikan beberapa simbol yang akan digunakan sebagai berikut:

- (i) $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ akan ditulis sebagai $f(X)$ dengan $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^t$
- (ii) $f(X^*) = f(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$
- (iii) $\nabla f(X) = \frac{\partial}{\partial x_j} f(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ untuk $j = 1, 2, \dots, n$
- (iv) $\nabla f(X^*) = C$ setara dengan $\left\{ \frac{\partial f}{\partial x_1}, \frac{\partial f}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_n} \right\} = \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$

Teorema:

Jika $f(X)$ mempunyai sebuah titik ekstrem (minimum maupun maksimum) pada $X = X^*$ dan jika turunan pertama dari $f(X)$ mempunyai nilai pada titik X^* , maka $\nabla f(X^*) = 0$.

Teorema:

Titik X^* disebut titik maksimum lokal dari $f(X)$ jika dan hanya jika:

- (i) $\nabla f(X^*) = 0$
- (ii) $H(X^*) < 0$ definit negatif dengan H adalah matriks Hessian yang didefinisikan sebagai:

$$H = \begin{bmatrix} h_{11} & \cdots & h_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{n1} & \cdots & h_{nn} \end{bmatrix} \text{ dengan } h_{ij} = \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j}$$

H adalah definit negatif jika dan hanya jika $(-1)^j |H|^j > 0$ untuk $j = 1, 2, \dots, n$ dengan

$$|H|^j = \det \begin{vmatrix} h_{11} & \cdots & h_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{n1} & \cdots & h_{nn} \end{vmatrix}$$

sehingga

$$h_{11} < 0, \begin{vmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{vmatrix} > 0, \begin{vmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{vmatrix} < 0,$$

$$\begin{vmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} & h_{14} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} & h_{24} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} & h_{34} \\ h_{41} & h_{42} & h_{43} & h_{44} \end{vmatrix} > 0, \dots, \text{dst}, (-1)^j |H|^j > 0$$

Teorema:

Titik X^* disebut titik maksimum lokal dari $f(X)$ jika dan hanya jika:

- (i) $\nabla f(X^*) = 0$
- (ii) $H(X^*) > 0$ definit positif atau $|H|^j > 0$ untuk $j = 1, 2, \dots, n$, sehingga

$$h_{11} > 0, \begin{vmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{vmatrix} > 0, \dots, \text{dst}, |H|^j > 0$$

Tabel 2.1 Syarat untuk Maksimum Lokal

Keadaan yang dipenuhi	X^* adalah maksimum lokal
1. $\nabla f(X^*) = 0$ 2. $H(X^*) < 0$ (definit negatif)	PASTI
1. $\nabla f(X^*) = 0$ 2. $H(X^*) \leq 0$	MUNGKIN
1. $\nabla f(X^*) = 0$ 2. $H(X^*)$ tak tentu	MUSTAHIL

Tabel 2.2 Syarat untuk Minimum Lokal

Keadaan yang dipenuhi	X^* adalah minimum lokal
1. $\nabla f(X^*) = 0$ 2. $H(X^*) > 0$ (definit positif)	PASTI
1. $\nabla f(X^*) = 0$ 2. $H(X^*) \geq 0$	MUNGKIN
1. $\nabla f(X^*) = 0$ 2. $H(X^*)$ tak tentu	MUSTAHIL

BAB III

METODE PENELITIAN

Metode penelitian yang digunakan dalam Tugas Akhir ini dibagi menjadi beberapa tahapan-tahapan penelitian dan diberikan diagram alur untuk mempermudah memahami tahapan-tahapan pengerjaan Tugas Akhir. Tahap-tahap penelitian yang dilakukan pada pengerjaan Tugas Akhir adalah sebagai berikut:

1. Studi Literatur.

Pada tahap ini dilakukan studi untuk mendapatkan pemahaman mengenai model persediaan probabilistik pada kasus *backorder* dan kasus *lost sale*, biaya persediaan berdasarkan *lead time* dan *quantity discount*. Oleh karena itu dibutuhkan teori pendukung yang dapat dirangkum dalam tinjauan pustaka.

2. Mengkaji Model Persediaan Probabilistik.

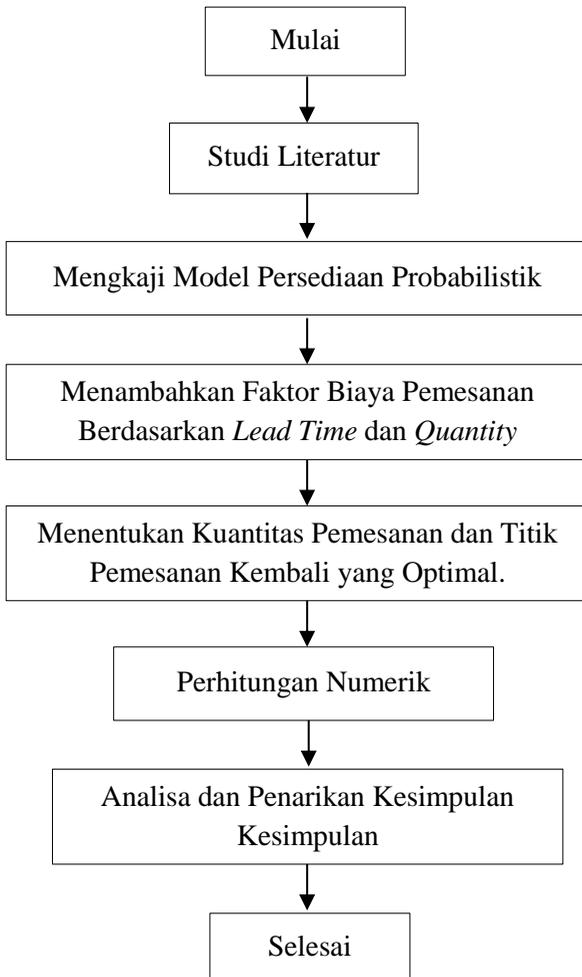
Untuk mengkaji model persediaan probabilistik akan dimulai dengan mengkaji rumusan biaya total persediaan per tahun untuk persediaan probabilistik berdasarkan biaya pembelian, biaya pemesanan, biaya penyimpanan dan biaya kekurangan persediaan pada kasus *backorder* dan kasus *lost sales*.

3. Menambahkan Faktor Biaya Pemesanan Berdasarkan *Lead Time* dan *Quantity Discount*.

Rumusan biaya total persediaan per tahun untuk persediaan probabilistik pada kasus *backorder* dan *lost sales* yang sudah dikaji masing-masing ditambahkan faktor biaya pemesanan berdasarkan *lead time* dan *quantity discount*.

4. Menentukan Kuantitas Pemesanan dan Titik Pemesanan Kembali yang Optimal.

Pada model persediaan probabilistik dengan biaya pemesanan berdasarkan *lead time* dan *quantity discount*, kuantitas



Gambar 3.1 Diagram Alur Metodologi

pemesanan optimal diperoleh dengan mendiferensialkan biaya total persediaan terhadap variabel Q dan diberi harga nol. Titik pemesanan kembali optimal diperoleh dengan menentukan *safety factor* terlebih dahulu. Dengan mendiferensialkan

biaya total persediaan terhadap variabel k dan diberi harga nol maka diperoleh *safety factor*.

5. Perhitungan Numerik

Melakukan perhitungan numerik dengan menggunakan data pemakaian bahan baku produksi pada PT. Kreasi Mustika.

6. Analisa dan Penarikan Kesimpulan.

Dari hasil perhitungan numerik, dilakukan analisa untuk menentukan biaya total persediaan optimal yang dapat meminimumkan biaya total persediaan pada PT. Kreasi Mustika. Kesimpulan yang dihasilkan berupa kuantitas pemesanan dan titik pemesanan kembali optimal yang mengoptimalkan biaya total persediaan serta prosentase perbandingan biaya total persediaan antara hasil perhitungan numerik dengan milik PT. Kreasi Mustika.

Diagram alir pengerjaan Tugas Akhir ini ditunjukkan pada Gambar 3.1.

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

BAB IV

ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Bab ini menjelaskan mengenai penentuan kuantitas pemesanan dan titik pemesanan kembali yang dapat mengoptimalkan biaya total persediaan dari hasil pengembangan model persediaan probabilistik dengan biaya pemesanan berdasarkan *lead time* dan *quantity discount* pada kasus *backorder* dan *lost sale*.

4.1 Biaya Total per Tahun untuk Persediaan Probabilistik pada Kasus *Backorder*

Pada model persediaan probabilistik yaitu pada persamaan (2.1) diketahui bahwa biaya total persediaan per tahun adalah sebagai berikut:

Total annual cost = *purchase cost* + *order cost* + *holding cost* + *stockout cost*

$$TC = Pc + Oc + Hc + Sc$$

dimana :

Pc = biaya pembelian

Oc = biaya pemesanan

Hc = biaya penyimpanan

Sc = biaya kekurangan persediaan

1. Biaya pembelian barang:

Pada model persediaan probabilistik, biaya pembelian sama dengan pada model persediaan deterministik yaitu biaya pembelian per unit dikalikan dengan rata-rata permintaan per tahun dalam unit, sehingga dapat dituliskan sebagai berikut [1]:

$$Pc = P \times D \quad (4.1)$$

dimana:

P : biaya pembelian barang per unit

D : permintaan per tahun dalam unit

2. Biaya pemesanan barang:

Biaya pemesanan pada model persediaan probabilistik sama dengan biaya pemesanan pada model persediaan deterministik yaitu diperoleh dari biaya pemesanan per sekali pesan dikalikan dengan jumlah pemesanan per tahun (D/Q), dan dituliskan sebagai berikut [1]:

$$O_c = C \times \frac{D}{Q} \quad (4.2)$$

dimana:

C : biaya pemesanan persekali pesan

Q : kuantitas pemesanan barang dalam unit

D/Q : jumlah pemesanan per tahun

3. Biaya penyimpanan barang:

Biaya penyimpanan pada model persediaan probabilistik diperlukan untuk barang persediaan dan untuk persediaan pengaman (*safety stock*), sehingga biaya penyimpanan barang adalah sebagai berikut [1]:

$$H_c = \left(H \times \frac{Q}{2} \right) + (H \times S) \quad (4.3)$$

dimana:

H : biaya penyimpanan barang per unit per tahun

$Q/2$: rata-rata barang persediaan per tahun

S : persediaan pengaman dalam unit

Dengan mensubstitusikan persamaan (2.2) ke persamaan (4.3) maka didapatkan biaya total penyimpanan barang per tahun untuk kasus *backorder* sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 Hc &= \left(H \times \frac{Q}{2} \right) + (H \times (R - \bar{M})) \\
 &= H \left(\frac{Q}{2} + (R - \bar{M}) \right)
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

dimana:

R : titik pemesanan kembali

M : permintaan selama *lead time* dalam unit

\bar{M} : rata-rata permintaan selama *lead time* dalam unit

4. Biaya kekurangan persediaan:

Biaya kekurangan persediaan pada model persediaan probabilistik dapat diperoleh dari hasil perkalian antara biaya *backorder* per unit, jumlah pemesanan per tahun dan ekspektasi jumlah *backorder* per *lead time* yang dapat dituliskan sebagai berikut [1]:

$$Sc = A \times \frac{D}{Q} \times E(M > R) \tag{4.5}$$

dimana:

A : biaya *backorder/ lost sale* per unit

D/Q : jumlah pemesanan per tahun

M : permintaan selama *lead time* dalam unit

R : titik pemesanan kembali

$E(M > R)$: ekspektasi jumlah *backorder* per *lead time*

Dengan mensubstitusikan persamaan (4.1), (4.2), (4.4) dan (4.5) ke persamaan (2.1), maka akan diperoleh biaya total persediaan pada kasus *backorder* untuk satu jenis barang, yaitu sebagai berikut:

$$TC(Q, R) = P \times D + C \frac{D}{Q} + H \left(\frac{Q}{2} + (R - \bar{M}) \right) + A \frac{D}{Q} E(M > R)$$

$$= P \times D + \frac{D}{Q}(C + AE(M > R)) + H\left(\frac{Q}{2} + (R - \bar{M})\right) \quad (4.6)$$

4.2 Biaya Total per Tahun untuk Persediaan Probabilistik Pada Kasus *Lost Sales*

Pada kasus *lost sales*, biaya total persediaan hampir sama dengan biaya total persediaan pada kasus *backorder*, yang membedakan adalah perhitungan untuk persediaan pengamannya pada persamaan (2.4), sehingga biaya penyimpanan barang adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} Hc &= \left(H \times \frac{Q}{2}\right) + H\left(R - \bar{M} - \int_R^{\infty} (R - M)f(M)dM\right) \\ &= H\left(\frac{Q}{2} + R - \bar{M} - \int_R^{\infty} (R - M)f(M)dM\right) \\ &= H\left(\frac{Q}{2} + R - \bar{M} + \int_R^{\infty} (M - R)f(M)dM\right) \\ &= H\left(\frac{Q}{2} + R - \bar{M} + E(M > R)\right) \end{aligned} \quad (4.7)$$

dimana:

- H : biaya penyimpanan barang per unit per tahun
- $Q/2$: rata-rata barang persediaan per tahun
- R : titik pemesanan kembali
- M : permintaan selama *lead time* dalam unit
- \bar{M} : rata-rata permintaan selama *lead time* dalam unit
- $E(M > R)$: ekspektasi jumlah *backorder/ lost sale* per *lead time*

Jadi biaya total persediaan pada kasus *lost sales* untuk satu jenis barang adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
TC(Q, R) &= P \times D + C \frac{D}{Q} + H \left(\frac{Q}{2} + R - \bar{M} + E(M > R) \right) \\
&\quad + A \frac{D}{Q} E(M > R) \\
&= P \times D + \frac{D}{Q} (C + AE(M > R)) \\
&\quad + H \left(\frac{Q}{2} + R - \bar{M} + E(M > R) \right) \tag{4.8}
\end{aligned}$$

4.3 Menentukan Kuantitas Pemesanan dan Titik Pemesanan Kembali Optimal pada Kasus *Backorder*

Dalam kasus *backorder*, penentuan kuantitas pemesanan optimal dan titik pemesanan kembali dilakukan pada 2 kondisi, yaitu pada rumus umum dan dengan biaya pemesanan berdasarkan *lead time* dan *quantity discount*.

Kuantitas pemesanan optimal pada kasus *backorder* pada rumus umum dapat diperoleh dengan mendiferensialkan persamaan (4.6) terhadap variable Q dan diberi harga nol, yaitu sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial TC(Q, R)}{\partial Q} &= \frac{\partial}{\partial Q} \left[P \times D + \frac{D}{Q} (C + AE(M > R)) + H \left(\frac{Q}{2} + (R - \bar{M}) \right) \right] \\
&= -\frac{D}{Q^2} (C + AE(M > R)) + \frac{H}{2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial TC(Q, R)}{\partial Q} = 0 &\rightarrow 0 = -\frac{D}{Q^2} (C + AE(M > R)) + \frac{H}{2} \\
\frac{D}{Q^2} (C + AE(M > R)) &= \frac{H}{2} \\
Q^2 &= \frac{2D(C + AE(M > R))}{H}
\end{aligned}$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2D(C + AE(M > R))}{H}} \quad (4.9)$$

Untuk mendapatkan titik pemesanan kembali yang optimal, maka persamaan (4.6) didiferensialkan terhadap variabel R diberi harga nol, yaitu sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{\partial TC(Q, R)}{\partial R} &= \frac{\partial}{\partial R} \left[P \times D + \frac{D}{Q} (C + AE(M > R)) + H \left(\frac{Q}{2} + (R - \bar{M}) \right) \right] \\ &= \frac{DA}{Q} \frac{\partial}{\partial R} [E(M > R)] + H \end{aligned}$$

Karena

$$\frac{\partial}{\partial R} [E(M > R)] = \frac{\partial}{\partial R} \left[\int_R^{\infty} (M - R) f(M) dM \right] = - \int_R^{\infty} f(M) dM$$

Akibatnya

$$\frac{\partial TC(Q, R)}{\partial R} = \frac{D \times A}{Q} \left[- \int_R^{\infty} f(M) dM \right] + H$$

$$\frac{\partial TC(Q, R)}{\partial R} = 0 \rightarrow 0 = \frac{D \times A}{Q} \left[- \int_R^{\infty} f(M) dM \right] + H$$

$$\frac{D \times A}{Q} \left[\int_R^{\infty} f(M) dM \right] = H$$

$$\int_R^{\infty} f(M) dM = \frac{H \times Q}{D \times A}$$

$$P(M > R) = \frac{H \times Q}{D \times A} \quad (4.10)$$

$P(M > R)$ merupakan probabilitas kekurangan persediaan yang optimal. Jika permintaan selama *lead time* berdistribusi normal dengan rata-rata \bar{M} dan standar deviasi $\sigma\sqrt{L}$, nilai probabilitas kekurangan persediaan ini digunakan untuk mencari nilai *safety factor* (Z) pada tabel Z. Diketahui

$$R = \bar{M} + S$$

maka

$$\begin{aligned} z &= \frac{R - \bar{M}}{\sigma\sqrt{L}} \\ &= \frac{\bar{M} + S - \bar{M}}{\sigma\sqrt{L}} \\ &= \frac{S}{\sigma\sqrt{L}} \\ S &= z\sigma\sqrt{L} \end{aligned}$$

Dengan begitu, didapat titik pemesanan kembali yang optimal adalah:

$$R = \bar{M} + z\sigma\sqrt{L}$$

4.3.1 Dengan Biaya Pemesanan Berdasarkan *Lead Time* dan *Quantity Discount Kasus Backorder*

Untuk kondisi biaya pemesanan berdasarkan *lead time*, asumsi yang digunakan adalah sebagai berikut [6]:

1. Titik pemesanan kembali merupakan penjumlahan dari rata-rata jumlah permintaan selama *lead time* L dan *safety stock*, ditulis sebagai berikut:

$$R = \bar{M} + k\sigma\sqrt{L} \quad (4.11)$$

dimana k merupakan *safety factor* dan $\bar{M} = \frac{D \times L}{52}$ untuk L dalam minggu atau $\bar{M} = \frac{D \times L}{365}$ untuk L dalam hari.

2. *Lead time* L terdiri dari n komponen yang saling bebas (*independent*). Pada setiap komponen ke- i terdapat durasi

minimum a_i , durasi normal b_i dan biaya pengurangan tiap unit waktu c_i . Biaya pengurangan tiap unit waktu dapat disusun sebagai $c_1 \leq c_2 \leq \dots \leq c_n$, sehingga jelas bahwa biaya pengurangan pada komponen ke-1 lebih kecil dari biaya pengurangan pada ke-2 dan seterusnya.

3. Diberikan *lead time* awal sebagai berikut:

$$L_0 = \sum_{i=1}^n b_i, \quad (4.12)$$

lama *lead time* L_i dengan komponen $1, 2, 3, \dots, i$ yang menurun hingga waktu minimum sebagai berikut:

$$L_i = L_0 - \sum_{i=1}^n (b_i - a_i); i = 1, 2, 3, \dots, n, \quad (4.13)$$

serta biaya pengurangan *lead time* $B(L)$ tiap siklus sebagai berikut:

$$B(L) = c_i(L_{i-1} - L) + \sum_{j=1}^{i-1} c_j(b_j - a_j); L \in [L_i, L_{i-1}] \quad (4.14)$$

4. *Lead time* dan pengurangan biaya pemesanan per sekali pesan yang saling bebas (*independent*) mengikuti hubungan sebagai berikut:

$$\frac{L_0 - L}{L_0} = \omega \frac{C_0 - C}{C_0}$$

sehingga diperoleh

$$C(L) = u + vL \quad (4.15)$$

dengan $u = \left(1 - \frac{1}{\omega}\right) C_0$, $v = \frac{C_0}{\omega L_0}$, dan $\omega > 0$ merupakan *scaling parameter*.

Dengan biaya pemesanan berdasarkan *lead time*, maka terdapat biaya tambahan pada biaya total persediaan per tahun. Biaya tambahan tersebut berupa biaya pengurangan *lead time* sebagai berikut:

$$CC = \frac{D}{Q} B(L) \quad (4.16)$$

dengan:

CC = biaya pengurangan *lead time*,

$B(L)$ = biaya pengurangan *lead time* per siklus.

Sehingga dengan biaya pengurangan *lead time* dan asumsi yang ada maka biaya total persediaan per tahun menjadi:

$$\begin{aligned} TC(Q, k, L) &= P \times D + \frac{D}{Q} (C(L) + A \times E(M > R)) \\ &\quad + H \left(\frac{Q}{2} + (R - \bar{M}) \right) + \frac{D}{Q} B(L) \\ &= P \times D + \frac{D}{Q} (B(L) + (u + vL) + A \times E(M > R)) \\ &\quad + H \left(\frac{Q}{2} + k\sigma\sqrt{L} \right) \end{aligned} \quad (4.17)$$

Selanjutnya ditambahkan *quantity discount*. Dengan adanya *quantity discount* maka harga pembelian per unit dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$P_i = \begin{cases} P_0 \text{ untuk } U_0 < Q < U_1 \\ P_1 \text{ untuk } U_1 < Q < U_2 \\ \dots \\ P_j \text{ untuk } U_j < Q < U_{j+1} \end{cases}$$

dengan $P_j > P_{j+1}, j = 0, 1, 2, \dots$ untuk tiap unit barang. Dari hal tersebut maka biaya pembelian barang pada persamaan (4.1) menjadi:

$$Pc = P_i \times D \quad (4.18)$$

Selain itu, besarnya biaya penyimpanan per unit barang dinyatakan dalam fraksi dari harga beli barang per unitnya yaitu

sebesar $P_i \times h$, maka besarnya biaya penyimpanan barang pada persamaan (4.3) menjadi:

$$Hc = P_i \times h \left(\frac{Q}{2} + S \right) \quad (4.19)$$

Sehingga biaya total persediaan per tahun dengan biaya pemesanan berdasarkan *lead time* dan *quantity discount* untuk kasus *backorder* menjadi:

$$\begin{aligned} TC(Q, k, L) = P_i \times D + \frac{D}{Q} (B(L) + (u + vL) + A \times E(M > R)) \\ + P_i \times h \left(\frac{Q}{2} + k\sigma\sqrt{L} \right) \end{aligned} \quad (4.20)$$

Pada kondisi rata-rata permintaan selama *lead time* \bar{M} dan deviasi standar permintaan selama *lead time* $\sigma\sqrt{L}$ diketahui namun distribusi dari permintaan selama *lead time* yang tidak diketahui, tidak dapat ditemukan nilai dari $E(M > R)$ secara pasti karena permintaannya pada periode saat ini tidak diketahui distribusinya. Masalah ini akan diselesaikan dengan menyelesaikan permasalahan berikut [3]:

$$\underset{(Q,k,L)}{\text{Min}} \underset{f(M) \in \Omega}{\text{Max}} TC(Q, k, L) \quad (4.21)$$

Untuk meminimalkan biaya total persediaan per tahun dengan memaksimalkan jumlah permintaan dibutuhkan Dalil I.

Dalil I. Untuk setiap $f(M) \in \Omega$, selalu berlaku pertidaksamaan berikut [3]:

$$E(M > R) \leq \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 L + (R - \bar{M})^2} - (R - \bar{M}) \quad (4.22)$$

Dengan mensubstitusi persamaan (4.11) ke persamaan (4.22), didapat pertidaksamaan berikut:

$$\begin{aligned}
 E(M > R) &\leq \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 L + (k\sigma\sqrt{L})^2} - (k\sigma\sqrt{L}) \\
 &\leq \frac{1}{2} \sigma\sqrt{L} (\sqrt{1+k^2} - k)
 \end{aligned} \tag{4.23}$$

Dengan pertidaksamaan pada (4.23), tujuan permasalahan (4.21) menjadi meminimalkan TC . TC^m adalah nilai minimum dari TC , sehingga TC^m dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 TC^m(Q, k, L) &= \frac{D}{Q} \left(B(L) + (u + vL) + A \frac{1}{2} \sigma\sqrt{L} (\sqrt{1+k^2} - k) \right) \\
 &\quad + P_i \times h \left(\frac{Q}{2} + k\sigma\sqrt{L} \right) + P_i \times D
 \end{aligned} \tag{4.24}$$

Untuk meminimumkan persamaan (4.24), perlu diketahui titik ekstrimnya terlebih dahulu. $TC^m(Q, k, L)$ diturunkan terhadap Q dan k dengan L adalah variabel yang diberikan.

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial TC^m(Q, k, L)}{\partial Q} &= -\frac{D}{Q^2} \left[B(L) + (u + vL) \right. \\
 &\quad \left. + A \frac{1}{2} \sigma\sqrt{L} (\sqrt{1+k^2} - k) \right] + \frac{P_i \times h}{2}
 \end{aligned} \tag{4.25}$$

$$\frac{\partial TC^m(Q, k, L)}{\partial k} = \frac{D}{Q} \left[A \frac{1}{2} \sigma\sqrt{L} \left(\frac{k}{\sqrt{1+k^2}} - 1 \right) \right] + P_i \times h\sigma\sqrt{L} \tag{4.26}$$

Hasil turunan pada persamaan (4.25) dan persamaan (4.26) masing-masing disamadengankan 0 sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial TC^m(Q, k, L)}{\partial Q} &= 0 \\
 \rightarrow 0 &= -\frac{D}{Q^2} \left[B(L) + (u + vL) + A \frac{1}{2} \sigma\sqrt{L} (\sqrt{1+k^2} - k) \right] + \frac{P_i \times h}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{D}{Q^2} \left[B(L) + (u + vL) + A \frac{1}{2} \sigma \sqrt{L} (\sqrt{1 + k^2} - k) \right] &= \frac{P_i \times h}{2} \\ Q^2 &= \frac{2D \left[B(L) + (u + vL) + A \frac{1}{2} \sigma \sqrt{L} (\sqrt{1 + k^2} - k) \right]}{P_i \times h} \\ Q^* &= \sqrt{\frac{2D \left[B(L) + (u + vL) + A \frac{1}{2} \sigma \sqrt{L} (\sqrt{1 + k^2} - k) \right]}{P_i \times h}} \end{aligned} \quad (4.27)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial TC^m(Q, k, L)}{\partial k} &= 0 \\ \rightarrow 0 &= \frac{D}{Q} \left[A \frac{1}{2} \sigma \sqrt{L} \left(\frac{k}{\sqrt{1 + k^2}} - 1 \right) \right] + P_i \times h \sigma \sqrt{L} \\ \frac{D}{Q} \left[A \frac{1}{2} \sigma \sqrt{L} \left(\frac{k}{\sqrt{1 + k^2}} - 1 \right) \right] &= -P_i \times h \sigma \sqrt{L} \\ \left(\frac{k}{\sqrt{1 + k^2}} - 1 \right) &= -\frac{2Q \times P_i \times h}{D \times A} \\ \frac{k}{\sqrt{1 + k^2}} &= 1 - \frac{2Q \times P_i \times h}{D \times A} \end{aligned} \quad (4.28)$$

Dari persamaan (4.27) dan persamaan (4.28) diperoleh titik ekstrim yaitu (Q^*, k^*) dengan $Q^* > 0$ dan $k^* > 0$. Karena tujuan awal adalah meminimumkan $TC^m(Q, k, L)$ maka titik ekstrim tersebut haruslah titik minimum. Untuk mengetahui titik ekstrim tersebut merupakan titik minimum, maka perlu dilakukan penyelidikan terhadap matriks Hessiannya.

Matriks Hessian dari $TC^m(Q, k, L)$ adalah:

$$H = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 TC^m(Q, k, L)}{\partial Q^2} & \frac{\partial^2 TC^m(Q, k, L)}{\partial Qk} \\ \frac{\partial^2 TC^m(Q, k, L)}{\partial Qk} & \frac{\partial^2 TC^m(Q, k, L)}{\partial k^2} \end{vmatrix} \quad (4.29)$$

dengan

$$\frac{\partial^2 TC^m(Q, k, L)}{\partial Q^2} = \frac{D}{Q^3} \left[B(L) + (u + vL) + A \frac{1}{2} \sigma \sqrt{L} (\sqrt{1 + k^2} - k) \right]$$

$$\frac{\partial^2 TC^m(Q, k, L)}{\partial k^2} = \frac{D}{Q} \left[A \frac{1}{2} \sigma \sqrt{L} \left(\frac{1}{(1 + k^2)\sqrt{1 + k^2}} \right) \right]$$

$$\frac{\partial^2 TC^m(Q, k, L)}{\partial Qk} = -\frac{D}{Q^2} \left[A \frac{1}{2} \sigma \sqrt{L} \left(\frac{k}{\sqrt{1 + k^2}} - 1 \right) \right]$$

serta H_1 dan H_2 sebagai berikut:

$$H_1 = \frac{D}{Q^3} \left[B(L) + (u + vL) + A \frac{1}{2} \sigma \sqrt{L} (\sqrt{1 + k^2} - k) \right]$$

$$H_2 = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 TC^m(Q, k, L)}{\partial Q^2} & \frac{\partial^2 TC^m(Q, k, L)}{\partial Qk} \\ \frac{\partial^2 TC^m(Q, k, L)}{\partial Qk} & \frac{\partial^2 TC^m(Q, k, L)}{\partial k^2} \end{vmatrix}$$

Penyelidikan dilakukan dengan mensubstitusi titik ekstrim (Q^*, k^*) ke matriks Hessian pada persamaan (4.29). Hasilnya diperoleh $H_1 > 0$ dan $H_2 > 0$ sehingga H definit positif pada titik ekstrim (Q^*, k^*) . Karena H definit positif pada titik ekstrim (Q^*, k^*) maka titik ekstrim (Q^*, k^*) merupakan titik minimum yang dapat meminimumkan $TC^m(Q, k, L)$.

Berikut ini adalah algoritma untuk memperoleh penyelesaian optimum dari $TC^m(Q, k, L)$:

1. Untuk P_j ($j = 1, 2, \dots, n$)
2. Menghitung nilai k_i dan Q_i untuk setiap $L \in [L_i, L_{i-1}]$ dengan mengikuti langkah (1.1) sampai (1.5)
 - 1.1 Substitusi $k_{i_1} = 0$ pada persamaan (4.27) untuk mendapatkan Q_{i_1} .
 - 1.2 Substitusi Q_{i_1} ke persamaan (4.28) untuk mendapatkan k_{i_2} .
 - 1.3 Substitusi k_{i_2} ke persamaan (4.27) untuk mendapatkan Q_{i_2} .
 - 1.4 Lakukan kembali langkah (1.2) dan (1.3) hingga nilai k_i dan Q_i tidak mengalami perubahan.
 - 1.5 Substitusi Q_i^* dan k_i^* ke persamaan (4.24) sehingga diperoleh $TC^{m}_{ji}(Q_i^*, k_i^*, L_i)$.
3. Untuk P_{j+1} ($j = 0, 1, 2, \dots, n$) ulangi langkah (2) untuk memperoleh $TC^{m}_{ji}(Q_i^*, k_i^*, L_i)$.
4. Evaluasi setiap $TC^{m}_{ji}(Q_i^*, k_i^*, L_i)$.
 Jika $TC^{m}_{ji}(Q_i^*, k_i^*, L_i) = \min TC^m(Q_i^*, k_i^*, L_i)$,
 maka $TC^{m}_{ji}(Q_i^*, k_i^*, L_i)$ merupakan solusi optimal dengan kuantitas pemesanan barang optimal Q_i^* dan titik pemesanan kembali optimal R^* yang diperoleh dengan mensubstitusikan k_i^* ke persamaan (4.11).

4.4 Menentukan Kuantitas Pemesanan dan Titik Pemesanan Kembali Optimal pada Kasus *Lost Sale*

Dalam kasus *lost sale*, penentuan kuantitas pemesanan optimal dan titik pemesanan kembali dilakukan pada 2 kondisi, yaitu pada rumus umum dan dengan biaya pemesanan berdasarkan *lead time* dan *quantity discount*.

Kuantitas pemesanan optimal pada kasus *lost sale* pada rumus umum dapat diperoleh dengan mendiferensialkan persamaan (4.8) terhadap variable Q dan diberi harga nol, yaitu sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{\partial TC(Q, R)}{\partial Q} &= \frac{\partial}{\partial Q} \left[P \times D + \frac{D}{Q} (C + A \times E(M > R)) \right. \\ &\quad \left. + H \left(\frac{Q}{2} + R - \bar{M} + E(M > R) \right) \right] \\ &= -\frac{D}{Q^2} (C + A \times E(M > R)) + \frac{H}{2} \\ \frac{\partial TC(Q, R)}{\partial Q} = 0 &\rightarrow 0 = -\frac{D}{Q^2} (C + A \times E(M > R)) + \frac{H}{2} \\ \frac{D}{Q^2} (C + A \times E(M > R)) &= \frac{H}{2} \\ Q^2 &= \frac{2D(C + A \times E(M > R))}{H} \\ Q^* &= \sqrt{\frac{2D(C + A \times E(M > R))}{H}} \end{aligned} \quad (4.30)$$

Untuk mendapatkan titik pemesanan kembali yang optimal, maka persamaan (4.8) didiferensialkan terhadap variabel R , dan kemudian persamaan diferensial tersebut diberi harga nol, yaitu sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{\partial TC(Q, R)}{\partial R} &= \frac{\partial}{\partial R} \left[P \times D + \frac{D}{Q} (C + A \times E(M > R)) \right. \\ &\quad \left. + H \left(\frac{Q}{2} + R - \bar{M} + E(M > R) \right) \right] \\ &= \frac{D \times A}{Q} \frac{\partial}{\partial R} [E(M > R)] + H + H \frac{\partial}{\partial R} [E(M > R)] \end{aligned}$$

Karena

$$\frac{\partial}{\partial R} [E(M > R)] = \frac{\partial}{\partial R} \left[\int_R^{\infty} (M - R) f(M) dM \right]$$

$$\frac{\partial}{\partial R} [E(M > R)] = - \int_R^{\infty} f(M) dM$$

Akibatnya

$$\frac{\partial TC(Q, R)}{\partial R} = \frac{DA}{Q} \left[- \int_R^{\infty} f(M) dM \right] + H + H \left[- \int_R^{\infty} f(M) dM \right]$$

$$\frac{\partial TC(Q, R)}{\partial R} = 0$$

$$\rightarrow 0 = \frac{DA}{Q} \left[- \int_R^{\infty} f(M) dM \right] + H + H \left[- \int_R^{\infty} f(M) dM \right]$$

$$\frac{DA}{Q} \left[\int_R^{\infty} f(M) dM \right] + H \left[\int_R^{\infty} f(M) dM \right] = H$$

$$\int_R^{\infty} f(M) dM = \frac{H \times Q}{D \times A + H \times Q}$$

$$P(M > R) = \frac{H \times Q}{D \times A + H \times Q} \quad (4.31)$$

$P(M > R)$ merupakan probabilitas kekurangan persediaan yang optimal. Jika permintaan selama *lead time* berdistribusi normal dengan rata-rata \bar{M} dan standar deviasi $\sigma\sqrt{L}$, nilai probabilitas kekurangan persediaan ini digunakan untuk mencari nilai *safety factor* (Z) pada tabel Z. Diketahui

$$R = \bar{M} + S$$

maka

$$\begin{aligned}
 z &= \frac{R - \bar{M}}{\sigma\sqrt{L}} \\
 &= \frac{\bar{M} + S - \bar{M}}{\sigma\sqrt{L}} \\
 &= \frac{S}{\sigma\sqrt{L}} \\
 S &= z\sigma\sqrt{L}
 \end{aligned}$$

Dengan begitu, didapat titik pemesanan kembali yang optimal adalah:

$$R = \bar{M} + z\sigma\sqrt{L}$$

4.4.1 Dengan Biaya Pemesanan Berdasarkan *Lead Time* dan *Quantity Discount Kasus Lost Sale*

Pada kasus *lost sale* dengan biaya pemesanan berdasarkan *lead time*, digunakan asumsi-asumsi yang sama dengan asumsi-asumsi pada kasus *backorder* (sub bab 4.3.1) dan pada biaya total persediaan per tahunnya juga terdapat biaya tambahan berupa biaya pengurangan *lead time* seperti pada persamaan (4.16). Sehingga biaya total persediaan per tahun menjadi:

$$\begin{aligned}
 TC(Q, k, L) &= P \times D + \frac{D}{Q} (C(L) + A \times E(M > R)) \\
 &\quad + H \left(\frac{Q}{2} + (R - \bar{M}) + E(M > R) \right) + \frac{D}{Q} B(L) \\
 &= P \times D + \frac{D}{Q} (B(L) + (u + vL) + A \times E(M > R)) \\
 &\quad + H \left(\frac{Q}{2} + (R - \bar{M}) + E(M > R) \right)
 \end{aligned} \tag{4.32}$$

Selanjutnya ditambahkan *quantity discount*. Dengan mengubah persamaan (4.1) menjadi persamaan (4.18) dan besarnya biaya penyimpanan per unit barang dinyatakan dalam fraksi dari

harga beli barang per unitnya yaitu sebesar $P_i \times h$ sehingga besarnya biaya penyimpanan barang pada persamaan (4.3) menjadi persamaan (4.19), maka biaya total persediaan per tahun dengan biaya pemesanan berdasarkan *lead time* dan *quantity discount* untuk kasus *lost sale* menjadi:

$$\begin{aligned}
 TC(Q, k, L) = & P_i \times D + \frac{D}{Q} (B(L) + (u + vL) + A \times E(M > R)) \\
 & + P_i \times h \left(\frac{Q}{2} + (R - \bar{M}) + E(M > R) \right)
 \end{aligned}
 \tag{4.33}$$

Pada kondisi rata-rata permintaan selama *lead time* \bar{M} dan deviasi standar permintaan selama *lead time* $\sigma\sqrt{L}$ diketahui namun distribusi dari permintaan selama *lead time* yang tidak diketahui, tidak dapat ditemukan nilai dari $E(M > R)$ secara pasti karena permintaannya pada periode saat ini tidak diketahui distribusinya. Masalah ini akan diselesaikan dengan menyelesaikan permasalahan (4.21) menggunakan pertidaksamaan (4.23), sehingga tujuan permasalahan (4.21) menjadi meminimalkan TC . TC^m adalah nilai minimum dari TC , sehingga TC^m dapat ditulis sebagai berikut

$$\begin{aligned}
 TC^m(Q, k, L) = & \frac{D}{Q} \left[B(L) + (u + vL) + A \frac{1}{2} \sigma\sqrt{L} (\sqrt{1 + k^2} - k) \right] \\
 & + P_i \times h \left[\frac{Q}{2} + k\sigma\sqrt{L} + \frac{1}{2} \sigma\sqrt{L} (\sqrt{1 + k^2} - k) \right] \\
 & + P_i \times D \\
 = & \frac{D}{Q} \left[B(L) + (u + vL) + A \frac{1}{2} \sigma\sqrt{L} (\sqrt{1 + k^2} - k) \right] \\
 & + P_i \times h \left[\frac{Q}{2} + \frac{1}{2} \sigma\sqrt{L} (\sqrt{1 + k^2} + k) \right] + P_i \times D
 \end{aligned}
 \tag{4.34}$$

Untuk meminimumkan persamaan (4.34), perlu diketahui titik ekstrimnya terlebih dahulu. $TC^m(Q, k, L)$ diturunkan terhadap Q dan k dengan L adalah variabel yang diberikan..

$$\begin{aligned} \frac{\partial TC^m(Q, k, L)}{\partial Q} &= -\frac{D}{Q^2} \left[B(L) + (u + vL) \right. \\ &\quad \left. + A \frac{1}{2} \sigma \sqrt{L} (\sqrt{1 + k^2} - k) \right] + \frac{P_i \times D}{2} \end{aligned} \quad (4.35)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial TC^m(Q, k, L)}{\partial k} &= \frac{D}{Q} \left[A \frac{1}{2} \sigma \sqrt{L} \left(\frac{k}{\sqrt{1 + k^2}} - 1 \right) \right] \\ &\quad + \frac{P_i \times h}{2} \sigma \sqrt{L} \left(\frac{k}{\sqrt{1 + k^2}} + 1 \right) \end{aligned} \quad (4.36)$$

Hasil turunan pada persamaan (4.35) dan persamaan (4.36) masing-masing disamadengankan 0 sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{\partial TC(Q, k, L)}{\partial Q} &= 0 \\ \rightarrow 0 &= -\frac{D}{Q^2} \left[B(L) + (u + vL) + A \frac{1}{2} \sigma \sqrt{L} (\sqrt{1 + k^2} - k) \right] + \frac{P_i \times h}{2} \\ \frac{D}{Q^2} \left[B(L) + (u + vL) + A \frac{1}{2} \sigma \sqrt{L} (\sqrt{1 + k^2} - k) \right] &= +\frac{P_i \times h}{2} \\ Q^2 &= \frac{2D \left[B(L) + (u + vL) + A \frac{1}{2} \sigma \sqrt{L} (\sqrt{1 + k^2} - k) \right]}{P_i \times h} \\ Q^* &= \sqrt{\frac{2D \left[B(L) + (u + vL) + A \frac{1}{2} \sigma \sqrt{L} (\sqrt{1 + k^2} - k) \right]}{P_i \times h}} \end{aligned} \quad (4.37)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial TC(Q, k, L)}{\partial k} &= 0 \\ \rightarrow 0 &= \frac{D}{Q} \left[A \frac{1}{2} \sigma \sqrt{L} \left(\frac{k}{\sqrt{1 + k^2}} - 1 \right) \right] + \frac{P_i \times h}{2} \sigma \sqrt{L} \left(\frac{k}{\sqrt{1 + k^2}} + 1 \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{D}{Q} \left[A \frac{1}{2} \sigma \sqrt{L} \left(\frac{k}{\sqrt{1+k^2}} - 1 \right) \right] &= - \frac{P_i \times h}{2} \sigma \sqrt{L} \left(\frac{k}{\sqrt{1+k^2}} + 1 \right) \\
\left(\frac{k}{\sqrt{1+k^2}} - 1 \right) &= - \frac{P_i \times h \times Q}{D \times A} \left(\frac{k}{\sqrt{1+k^2}} + 1 \right) \\
\frac{k}{\sqrt{1+k^2}} &= 1 - \frac{P_i \times h \times Q}{D \times A} \left(\frac{k}{\sqrt{1+k^2}} \right) - \frac{P_i \times h \times Q}{D \times A} \\
\left(1 + \frac{P_i \times h \times Q}{D \times A} \right) \frac{k}{\sqrt{1+k^2}} &= 1 - \frac{P_i \times h \times Q}{D \times A} \\
\frac{k}{\sqrt{1+k^2}} &= \frac{1 - \frac{P_i \times h \times Q}{D \times A}}{1 + \frac{P_i \times h \times Q}{D \times A}} \\
\frac{k}{\sqrt{1+k^2}} &= \frac{D \times A - P_i \times h \times Q}{D \times A + P_i \times h \times Q} \tag{4.38}
\end{aligned}$$

Dari persamaan (4.37) dan persamaan (4.38) diperoleh titik ekstrim yaitu (Q^*, k^*) dengan $Q^* > 0$ dan $k^* > 0$. Karena tujuan awal adalah meminimumkan $TC^m(Q, k, L)$ maka titik ekstrim tersebut haruslah titik minimum. Untuk mengetahui titik ekstrim tersebut merupakan titik minimum, maka perlu dilakukan penyelidikan terhadap matriks Hessiannya.

Matriks Hessian dari $TC^m(Q, k, L)$ adalah:

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 TC^m(Q, k, L)}{\partial Q^2} & \frac{\partial^2 TC^m(Q, k, L)}{\partial Qk} \\ \frac{\partial^2 TC^m(Q, k, L)}{\partial Qk} & \frac{\partial^2 TC^m(Q, k, L)}{\partial k^2} \end{bmatrix} \tag{4.39}$$

dengan

$$\frac{\partial^2 TC^m(Q, k, L)}{\partial Q^2} = \frac{D}{Q^3} \left[B(L) + (u + vL) + A \frac{1}{2} \sigma \sqrt{L} (\sqrt{1+k^2} - k) \right]$$

$$\frac{\partial^2 TC^m(Q, k, L)}{\partial k^2} = \frac{D}{Q} \left[A \frac{1}{2} \sigma \sqrt{L} \left(\frac{1}{(1+k^2)\sqrt{1+k^2}} \right) \right] \\ + \frac{P_i \times h}{2} \sigma \sqrt{L} \left(\frac{1}{(1+k^2)\sqrt{1+k^2}} \right)$$

$$\frac{\partial^2 TC^m(Q, k, L)}{\partial Qk} = -\frac{D}{Q^2} \left[A \frac{1}{2} \sigma \sqrt{L} \left(\frac{k}{\sqrt{1+k^2}} - 1 \right) \right]$$

serta H_1 dan H_2 sebagai berikut:

$$H_1 = \frac{D}{Q^3} \left[B(L) + (u + vL) + A \frac{1}{2} \sigma \sqrt{L} \left(\sqrt{1+k^2} - k \right) \right]$$

$$H_2 = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 TC^m(Q, k, L)}{\partial Q^2} & \frac{\partial^2 TC^m(Q, k, L)}{\partial Qk} \\ \frac{\partial^2 TC^m(Q, k, L)}{\partial Qk} & \frac{\partial^2 TC^m(Q, k, L)}{\partial k^2} \end{vmatrix}$$

Penyelidikan dilakukan dengan mensubstitusi titik ekstrim (Q^*, k^*) ke matriks Hessian pada persamaan (4.29). Hasilnya diperoleh $H_1 > 0$ dan $H_2 > 0$ sehingga H definit positif pada titik ekstrim (Q^*, k^*) . Karena H definit positif pada titik ekstrim (Q^*, k^*) maka titik ekstrim (Q^*, k^*) merupakan titik minimum yang dapat meminimumkan $TC^m(Q, k, L)$.

Berikut ini adalah algoritma untuk memperoleh penyelesaian optimum dari $TC^m(Q, k, L)$: Untuk P_j ($j = 1, 2, \dots, n$)

1. Menghitung nilai k_i dan Q_i untuk setiap $L \in [L_i, L_{i-1}]$ dengan mengikuti langkah (1.1) sampai (1.5)

1.1 Substitusi $k_{i_1} = 0$ pada persamaan (4.37) untuk mendapatkan Q_{i_1} .

- 1.2 Substitusi Q_{i_1} ke persamaan (4.38) untuk mendapatkan k_{i_2} .
- 1.3 Substitusi k_{i_2} ke persamaan (4.37) untuk mendapatkan Q_{i_2} .
- 1.4 Lakukan kembali langkah (1.2) dan (1.3) hingga nilai k_i dan Q_i tidak mengalami perubahan.
- 1.5 Substitusi Q_i^* dan k_i^* ke persamaan (4.34) sehingga diperoleh $TC^m_{ji}(Q_i^*, k_i^*, L_i)$.
2. Untuk P_{j+1} ($j = 0, 1, 2, \dots, n$) ulangi langkah (2) untuk memperoleh $TC^m_{ji}(Q_i^*, k_i^*, L_i)$.
3. Evaluasi setiap $TC^m_{ji}(Q_i^*, k_i^*, L_i)$.
Jika $TC^m_{ji}(Q_i^*, k_i^*, L_i) = \min TC^m(Q_i^*, k_i^*, L_i)$,
maka $TC^m_{ji}(Q_i^*, k_i^*, L_i)$ merupakan solusi optimal dengan kuantitas pemesanan barang optimal Q_i^* dan titik pemesanan kembali optimal R^* yang diperoleh dengan mensubstitusikan k_i^* ke persamaan (4.11).

4.5 Perhitungan Numerik

Data yang digunakan adalah data pemakaian bahan baku *steel sheet* 0,5 di PT. Kreasi Mustika pada tahun 2017 sebagai berikut:

PT. Kreasi Mustika pada tahun 2017 membutuhkan *steel sheet* 0,5 sebanyak 1907 lembar per tahun (D) dengan biaya pesan Rp 150.000,- per sekali pesan (C) dan biaya penyimpanan per unit barang dinyatakan dalam fraksi dari harga beli barang per unitnya yaitu sebesar $0,2P_i$. Standar deviasi permintaan adalah 2,5 (σ). Biaya *backorder/ lost sale* per lembarnya adalah Rp 7.350,- (A). *Scalling parameter* (ω) adalah 5.0 dan *lead time* yang memiliki 2 komponen sebagai berikut:

Tabel 4.1 Komponen *lead time*

Komponen waktu tunggu (i)	Durasi normal b_i (hari)	Durasi minimal a_i (hari)	Biaya pengurangan tiap unit waktu c_i (Rp/hari)
1	5	3	Rp15.000
2	2	1	Rp 20.000

Dari data pada Tabel 4.1 dengan perhitungan menggunakan persamaan (4.12) hingga persamaan (4.15) diperoleh ringkasan dari *lead time*, biaya pengurangan *lead time* dan biaya pemesanan yang disajikan dalam Tabel 4.2.

Tabel 4.2 *Lead time*, biaya pengurangan *lead time* dan biaya pemesanan

<i>Lead time</i> L_i (hari)		Biaya pengurangan <i>lead time</i> $B(L_i)$	Biaya pemesanan $C(L_i)$
L_0	7	0	Rp 150.000,-
L_1	5	Rp 30.000,-	Rp 141.429,-
L_2	4	Rp 50.000,-	Rp 137.143,-

Pihak pemasok juga memberikan potongan harga dengan penawaran sebagai berikut:

Tabel 4.3 Harga *Steel Sheet*

i	Kuantitas Pembelian	Harga per lembar (P_i)
1	< 151	Rp 147.000,-
2	151 - 200	Rp 146.500,-
3	> 200	Rp 146.000,-

Selanjutnya dilakukan perhitungan numerik sehingga didapat biaya total persediaan bahan baku yang optimal.

4.5.1 Kasus *Backorder*

Dengan mengikuti algoritma pada kasus *backorder*, dilakukan iterasi untuk mencari Q_i^* dan k_i^* optimal pada masing-masing

P_j dan L_i . Iterasi dihentikan ketika nilai dari variabel k sudah tidak terjadi perubahan hingga 6 angka desimal. Hasil iterasi disajikan dalam Tabel 4.4.

Dari hasil iterasi pada Tabel 4.4, ada beberapa hasil yang tidak memenuhi syarat penawaran. Seperti kuantitas pemesanan untuk P_1 dengan L_1 dan L_2 tidak memenuhi syarat penawaran sehingga dipilih Q^* adalah 150 lembar agar memenuhi syarat penawaran. Kemudian kuantitas pemesanan untuk P_2 dengan L_1 tidak memenuhi syarat penawaran juga sehingga dipilih Q^* adalah 151 lembar agar memenuhi syarat penawaran. Serta kuantitas pemesanan untuk P_3 tidak ada yang memenuhi syarat penawaran sehingga dipilih Q^* adalah 201 lembar agar memenuhi syarat penawaran. Kemudian dicari biaya total per tahun dan titik pemesanan kembali pada masing-masing P_j dan L_i . Hasil perhitungan ditunjukkan pada Tabel 4.5.

Dari Tabel 4.5, perencanaan persediaan bahan baku dengan biaya total persediaan per tahun optimal sebesar Rp 282.973.484 diperoleh ketika *lead time* 7 hari dengan kuantitas pemesanan dan titik pemesanan kembali adalah 201 lembar dan 39 lembar.

4.5.2 Kasus *Lost Sale*

Dengan mengikuti algoritma pada kasus *lost sale*, dilakukan iterasi untuk mencari Q_i^* dan k_i^* optimal pada masing-masing P_j dan L_i . Iterasi dihentikan ketika nilai dari variabel k sudah tidak terjadi perubahan hingga 6 angka desimal. Hasil iterasi disajikan dalam Tabel 4.6.

Dari hasil iterasi pada Tabel 4.6, ada beberapa hasil yang tidak memenuhi syarat penawaran. Seperti kuantitas pemesanan untuk P_1 dengan L_1 dan L_2 tidak memenuhi syarat penawaran sehingga dipilih Q^* adalah 150 lembar agar memenuhi syarat penawaran. Kemudian kuantitas pemesanan untuk P_2 dengan L_1 tidak

memenuhi syarat penawaran juga sehingga dipilih Q^* adalah 201 lembar agar memenuhi syarat penawaran. Serta kuantitas pemesanan untuk P_3 tidak ada yang memenuhi syarat penawaran sehingga dipilih Q^* adalah 201 lembar agar memenuhi syarat penawaran. Kemudian dicari biaya total per tahun dan titik pemesanan kembali pada masing-masing P_j dan L_i . Hasil perhitungan ditunjukkan pada Tabel 4.7.

Dari Tabel 4.7, perencanaan persediaan bahan baku dengan biaya total persediaan per tahun optimal sebesar Rp 282.949.574 diperoleh ketika *lead time* 7 hari dengan kuantitas pemesanan dan titik pemesanan kembali adalah 201 lembar dan 41 lembar.

4.5.3 Perbandingan Biaya Total Persediaan per Tahun

Perbandingan antara biaya total persediaan per tahun PT. Kreasi Mustika pada tahun 2017 sebesar Rp 305.914.623 dengan biaya total persediaan per tahun optimal hasil perhitungan numerik menggunakan model persediaan probabilistik dengan biaya persediaan berdasarkan *lead time* dan *quantity discount* menunjukkan selisih sebesar Rp 22.941.139 untuk kasus *backorder* dan sebesar Rp 22.965.049 untuk kasus *lost sale* dengan biaya total persediaan per tahun perusahaan memilikinya nilai yang lebih besar. Dari prosentase perbandingan antara selisih biaya total persediaan per tahun dengan biaya total persediaan per tahun PT. Kreasi Mustika pada tahun 2017 baik pada kasus *backorder* maupun *lost sale* menunjukkan terjadi penurunan pada biaya total persediaan per tahun PT. Kreasi Mustika pada tahun 2017 sebesar 7.5%.

Tabel 4.4 Hasil iterasi pada kasus *backorder*

P_j	L_i	Q_i^*	k_i^*
P_1	L_0	147	0,415861
	L_1	155	0,372264
	L_2	161	0,342247
P_2	L_0	147	0,417243
	L_1	155	0,373651
	L_2	161	0,343642
P_3	L_0	147	0,418628
	L_1	156	0,375042
	L_2	162	0,345040

Tabel 4.5 Hasil perhitungan TC^m dan R pada kasus *backorder* dengan biaya pemesanan berdasarkan *lead time* dan *quantity discount*

P_j	L_i	Q_i^*	TC^m	R
P_1	L_0	147	Rp 284.672.330	39
	L_1	150	Rp 284.919.797	28
	L_2	150	Rp 285.103.070	23
P_2	L_0	151	Rp 283.713.794	39
	L_1	155	Rp 283.956.587	28
	L_2	161	Rp 284.130.750	23
P_3	L_0	201	Rp 282.973.484	39
	L_1	201	Rp 283.151.847	28
	L_2	201	Rp 283.285.982	23

Tabel 4.6 Hasil iterasi pada kasus *lost sale*

P_j	L_i	Q_i^*	k_i^*
P_1	L_0	146	0,628412
	L_1	154	0,595096
	L_2	160	0,583993
P_2	L_0	146	0,629439
	L_1	154	0,596103
	L_2	160	0,585009
P_3	L_0	146	0,629506
	L_1	155	0,596127
	L_2	161	0,585004

Tabel 4.7 Hasil perhitungan TC^m dan R pada kasus *lost sale* dengan biaya pemesanan berdasarkan *lead time* dan *quantity discount*

P_j	L_i	Q_i^*	TC^m	R
P_1	L_0	146	Rp 284.604.106	41
	L_1	150	Rp 284.865.710	29
	L_2	150	Rp 285.052.266	24
P_2	L_0	151	Rp 283.671.640	40
	L_1	154	Rp 283.812.652	29
	L_2	160	Rp 284.101.770	24
P_3	L_0	201	Rp 282.949.574	41
	L_1	201	Rp 283.043.444	29
	L_2	201	Rp 283.273.445	24

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Dari hasil analisis dan pembahasan menggunakan data pemakaian bahan baku *steel sheet* 0,5 dari bulan Januari hingga Desember 2017 di PT. Kreasi Mustika, diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Untuk memenuhi kebutuhan bahan baku *steel sheet* 0,5 pada tahun 2017 sebanyak 1097 lembar, kuantitas pemesanan optimal adalah 201 lembar baik pada kasus *backorder* maupun kasus *lost sale*.
2. Pemesanan kembali optimal untuk bahan baku *steel sheet* 0,5 pada kasus *backorder* dilakukan ketika tersisa 39 lembar dan pada kasus *lost sale* dilakukan ketika tersisa 41 lembar.
3. Dari hasil perhitungan numerik menggunakan model persediaan probabilistik dengan biaya pemesanan berdasarkan *lead time* dan *quantity discount* terjadi penurunan biaya total persediaan per tahun untuk bahan baku *steel sheet* 0,5 di PT. Kreasi Mustika pada tahun 2017 sebesar 7.5%.

5.2 Saran

Untuk penelitian selanjutnya dapat dikembangkan model persediaan probabilistik dengan biaya pemesanan berdasarkan *lead time* dan *quantity discount* untuk bahan baku yang memiliki waktu kadaluwarsa dan adanya batasan kapasitas gudang dan modal tertentu.

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Lukitosari, V. 2006. Studi Perbandingan Ekpektasi Biaya Total Antara Kasus *Bakcorder* dan *Lost Sales* pada Model Persediaan Probabilistik. *Journal of Mathematics and Its Applications*, 3, 109-117.
- [2] Khoiroh, N. 2007. Sistem Pengendalian Persediaan Probabilistik dengan Batasan Kapasitas dan Modal pada Kasus *Backorder* dan *Lost Sale*. Institut Teknologi Sepuluh Nopember: Surabaya.
- [3] Hemapriya ,S. dan Uthayakumar, R. 2016. *Ordering Cost Dependent Lead Time in Integrated Inventory Model*. *An International Journal for Theory and Applications*, 20, 411-440.
- [4] Indrianti, N., Prajoko, S., dan Ristyowati, T. 2006. Pengaruh Potongan Harga pada Sistem Inventori (Q,R) yang Memper-timbangkan Ketergantungan antara Lot Size dan Lead Time. Jurusan Teknik Industri, UPN "Veteran" Yogyakarta: Yogyakarta.
- [5] Januari, W.A. 2014. *Lot Size Decisions for Vendor-Buyer System with Quantity Discount, Partial Backorder, and Stochastic Demand*. Hindawi Publishing Corporation *Advances in Operations Research*.
- [6] Vijayashree, M. dan Uthayakuma, R. 2017. *A Single-Vendor And A Single-Buyer Integrated Inventory Model With Ordering Cost Reduction Dependent On Lead Time*. *Journal of Industrial Engineering International*, 13, 393-416.
- [7] PT. Kreasi Mustika. 2008. *Company Profile* PT. Kreasi Mustika.

- [8] Tersine, R, J. 1994. *Principles of Inventory and Material Management, 4th Edition*. Prentice Hall International, Inc.

LAMPIRAN A

Hasil iterasi dan perhitungan untuk persediaan probabilistik dengan biaya pemesanan berdasar *lead time* dan *quantity discount* kasus *backorder*.

Perhitungan dilakukan dengan bantuan MATLAB. Berikut ini adalah program pada MATLAB untuk kasus *backorder*.

```
clc
clear all
format long
for j=1:3
    for i=1:3
        D = 1907;
        B(1) = 0;
        B(2) = 30000;
        B(3) = 50000;
        C(1) = 150000;
        C(2) = 141429;
        C(3) = 137143;
        L(1) = 7;
        L(2) = 5;
        L(3) = 4;
        A = 7350;
        sigma = 2.5;
        Pi(1) = 147000;
        Pi(2) = 146500;
        Pi(3) = 146000;
        h = 0.2;
        k = 0;
        Q = sqrt((2*D*(B(i)+C(i)+A*(1/2)*sigma*
            sqrt(L(i))*(sqrt(1+k^2)-k))/(Pi(j)*h)));
        Val = true;
        while Val
            Q0=Q;
```

```

K = sqrt((1-(2*Q*Pi(j)*h/(D*A)))^2/(1-(1-2*
    Q*Pi(j)*h/(D*A))^2));
Q = sqrt((2*D*(B(i)+C(i)+A*(1/2)*sigma*
    sqrt(L(i))*(sqrt(1+k^2)-k))/(Pi(j)*h)));
if abs(Q-Q0)<10^(-6)
    Val = false;
end
end
QQ(i,j)=Q;
KK(i,j)=k;
end
end
display('Backorder')
QQ
KK

```

Hasil simulasi untuk kasus *backorder*

Backorder

QQ =

1.0e+02 *

1.468435179856982	1.470847446824909	1.473272128406889
1.552120723245529	1.554689544261636	1.557271585045736
1.611872442211469	1.614550958371106	1.617243258402556

KK =

0.415860506892287	0.417242084347485	0.418627880368696
0.372263894658899	0.373650739291025	0.375041698969401
0.342247436636436	0.343641777070518	0.345040162615469

LAMPIRAN B

Hasil iterasi dan perhitungan untuk persediaan probabilistik dengan biaya pemesanan berdasar *lead time* dan *quantity discount* kasus *lost sale*.

Perhitungan dilakukan dengan bantuan MATLAB. Berikut ini adalah program pada MATLAB untuk kasus *lost sale*.

```

clc
clear all
format long
for j=1:3
    for i=1:3
        D = 1907;
        B(1) = 0;
        B(2) = 30000;
        B(3) = 50000;
        C(1) = 150000;
        C(2) = 141429;
        C(3) = 137143;
        L(1) = 7;
        L(2) = 5;
        L(3) = 4;
        A = 7350;
        sigma = 2.5;
        Pi(1) = 147000;
        Pi(2) = 146500;
        Pi(3) = 146000;
        h = 0.2;
        k = 0;
        Q = sqrt((2*D*(B(i)+C(i)+A*(1/2)*sigma*
            sqrt(L(i))*(sqrt(1+k^2)-k))/(Pi(j)*h)));
        Val = true;
        while Val
            Q0=Q;

```

```

K = (D*A-Pi(j)*h*Q)/(2*sqrt(D*A*Pi(j)*h*Q));
Q = sqrt((2*D*(B(i)+C(i)+A*(1/2)*sigma*
      sqrt(L(i))*(sqrt(1+k^2)-k))/(Pi(j)*h)));
if abs(Q-Q0)<10^(-6)
    Val = false;
end
end
QQ(i,j)=Q;
KK(i,j)=k;
end
end
display('LostSale');
QQ
KK

```

Hasil simulasi untuk kasus *lost sale*

LostSale

QQ =

1.0e+02 *

1.456087416290929	1.458517981257075	1.460960976644531
1.541247887828949	1.543833157117965	1.546431659033234
1.601855452932776	1.604549380125374	1.607257102209329

KK =

0.628411641188565	0.629438990830304	0.630470313981738
0.595095556550910	0.596103042721948	0.597114408918969
0.572763243689778	0.573758461036207	0.574757499610877

BIODATA PENULIS



Danti Ardianti Soesanto lahir di Jakarta, 2 Oktober 1995. Jenjang pendidikan formal yang ditempuh oleh penulis dimulai dari TK Al-Falah, SD Al-Falah, SMP Al-Ahzar 19 Cibubur, dan SMA Labschool Cibubur. Setelah itu penulis melanjutkan studi ke jenjang S1 di departemen Matematika ITS pada tahun 2014. Di departemen Matematika ITS penulis mengambil bidang minat Matematika Terapan. Selama perkuliahan, penulis mengikuti beberapa kegiatan dan organisasi baik di dalam maupun di diluar kampus ITS. Penulis bergabung dalam HIMATIKA ITS sebagai staff Social Development (2014-2015, 2015-2016) dan organisasi Young on Top Surabaya sebagai anggota divisi event (2014-2015) dan head of personal general affair (2015-2016). Selain itu penulis juga mengikuti Kumamoto University Short-Term Exchange Program 2017 di Jepang dan the 5th batch of SEA Teacher Exchange Program 2018 di Philippine.

Untuk memberikan kritik, saran, tanggapan dan diskusi mengenai Laporan Tugas Akhir ini, bisa melalui email danti2okt@gmail.com

Semoga bermanfaat.

