TUGAS AKHIR - SM 141501

EFEKTIVITAS WAKTU PENUNJANG MENGGUNAKAN MODEL RANTAI MARKOV DISTRIBUSI *DELAY* DALAM JADWAL PESAWAT TERBANG

EVA SETIA NINGSIH
NRP 06111440000039

Dosen Pembimbing
Dra. Farida Agustini Widjajati, MS
Dr.Drs. Soehardjoepri, M.Si

DEPARTEMEN MATEMATIKA
Fakultas Matematika, Komputasi dan Sains Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2018

TUGAS AKHIR – SM141501

EFEKTIVITAS WAKTU PENUNJANG MENGGUNAKAN MODEL RANTAI MARKOV DISTRIBUSI *DELAY* DALAM JADWAL PESAWAT TERBANG

EVA SETIA NINGSIH
NRP 06111440000039

Dosen Pembimbing
Dra. Farida Agustini Widjajati, MS
Dr. Drs. Soehardjoepri, M.Si

DEPARTEMEN MATEMATIKA
Fakultas Matematika, Komputasi dan Sains Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2018

FINAL PROJECT – SM141501

THE EFFECTIVENESS OF TIME ALLOWANCE USING MARKOV CHAIN MODEL OF DELAY DISTRIBUTION IN AIRPLANE SCHEDULE

EVA SETIA NINGSIH
NRP 06111440000039

Supervisors
Dra. Farida Agustini Widjajati, MS
Dr. Drs. Soehardjoepri, M.Si

DEPARTMEN OF MATHEMATICS
Faculty of Mathematics, Computation and Data Science
Sepuluh Nopember Institute of Technology
Surabaya 2018

LEMBAR PENGESAHAN

EFEKTIVITAS WAKTU PENUNJANG MENGGUNAKAN MODEL RANTAI MARKOV DISTRIBUSI *DELAY* DALAM JADWAL PESAWAT TERBANG

THE EFFECTIVENESS OF TIME ALLOWWANCE USING MARKOV CHAIN MODEL OF DELAY DISTRIBUTION IN AIRPLANE SCHEDULE

TUGAS AKHIR

Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat
Untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
Pada bidang studi Matematika Terapan
Program Studi S-1 Departemen Matematika
Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

Oleh :
EVA SETIA NINGSIH
NRP. 06111440000039

Menyetujui,

Dosen Pembimbing II,	Dosen Pembimbing I,
Dr. Drs. Soehardjoepri, M.Si	Dra. Farida Agustini Widjajati, MS
NIP. 19620504 198701 1 001	NIP. 19540817 198103 2 003

Mengetahui,

Kepala Departemen Matematika
FMKSD ITS

Dr. Imam Mukhlash, S.Si, MT
NIP. 19700831 199403 1 003
Surabaya, Agustus 2018

EFEKTIVITAS WAKTU PENUNJANG MENGGUNAKAN MODEL RANTAI MARKOV DISTRIBUSI *DELAY* DALAM JADWAL PESAWAT TERBANG

Nama	**: Eva Setia Ningsih**
NRP	**: 06111440000039**
Jurusan	**: Matematika**
Dosen Pembimbing	**: Dra.Farida Agustini Widjajati, MS**
	Dr. Drs. Soehardjoepri, M.Si

ABSTRAK

On Time Performance (OTP) atau ketepatan waktu penerbangan merupakan aspek yang sangat penting bagi pengguna jasa angkutan udara dan penyedia jasa penerbangan. Sebagian besar gangguan dalam operasi penerbangan dan stokastik di alam tidak dapat diperkirakan. Gangguan tersebut menunda operasi maskapai di bandar udara dan hanya bisa dikelola dengan mengatur waktu penyisihan jadwal dengan menambahkan waktu penunjang (*Buffer Time*). Sehingga untuk memodelkan sistem jadwal penerbangan yang kompleks dan stokastik, digunakan model Rantai Markov. Hasil penelitian menunjukkan bahwa hasil prediksi *delay* pesawat terbang menggunakan Rantai Markov untuk 7 hari kedepan berada pada *state* $j = 2$ atau *delay* berada pada interval 1 hingga 20 menit dengan keakuratan hasil prediksi sebesar 71%. Waktu penunjang (*buffer time*) yang ditambahkan pada jadwal pesawat terbang Lion Air rute penerbangan Surabaya-Balikpapan memiliki pengaruh sebesar 60% terhadap penyebaran *delay* dengan nilai rata-rata *delay* yaitu 20 menit.

***Kata Kunci* :** *Delay*, Penjadwalan Pesawat Terbang, Rantai Markov, Waktu Penunjang

THE EFFECTIVENESS OF TIME ALLOWANCE USING MARKOV CHAIN MODEL OF DELAY DISTRIBUTION IN AIRPLANE SCHEDULE

Name of Student : Eva Setia Ningsih
NRP : 06111440000039
Department : Mathematics
Supervisor : Dra. Farida Agustini Widjajati, MS
Dr. Drs. Soehardjoepri, M.Si

ABSTRACT
On Time Performance (OTP) or flight timeliness is a very important aspect for users of air transport services and airline service providers. Much of the disturbance in aviation and stochastic operations in the wild is unpredictable. The interruption delayed airline operations at the airport could only be managed by setting time allowance with adding Buffer Time. So, to model a complex and stochastic flight schedule system, a Markov Chain model is used. The results showed that the prediction result of aircraft delay using markov chain for 7 days ahead was at state $j = 2$ *or delay was in the interval 1 to 20 minutes with the accuracy of the predicted result is 71%. The buffer time added to the Lion Air flight schedule of the Surabaya-Balikpapan flight route has an effect of 60% on the spread of delay with an average delay value is 20 minutes.*

Keyword : *Aircraft Scheduling, Delay, Markov Chain, Time Allowance*

KATA PENGANTAR

Assalamualaikum Wr. Wb

Alhamdulillahhirobbilaalamin, segala puji dan syukur penulis panjatkan ke hadirat Allah SWT yang telah memberikan limpahan rahmat, taufik serta hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir yang berjudul "Efektivitas Waktu Penunjang Menggunakan Model Rantai Markov Distribusi *Delay* dalam Jadwal Pesawat Terbang" yang merupakan salah satu persyaratan akademis dalam menyelesaikan Program Sarjana Departemen Matematika, Fakultas Matematika, Komputasi dan Sains Data, Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya.

Tugas Akhir ini dapat diselesaikan dengan baik berkat kerja sama, bantuan, dan dukungan dari banyak pihak. Sehubungan dengan hal itu, penulis ingin mengucapkan terima kasih dan penghargaan kepada:

1. Dr. Imam Mukhlash, S.Si., M.Si selaku Kepala Departemen Matematika ITS yang telah memberikan dukungan dan motivasi selama perkuliahan hingga selesainya Tugas Akhir ini.
2. Dra. Farida Agustini Widjajati, MS dan Dr. Drs. Soehardjoepri, M.Si selaku Dosen Pembimbing yang telah memberikan bimbingan, arahan, dan motivasi kepada penulis dalam mengerjakan Tugas Akhir ini sehingga dapat selesai dengan baik.
3. Drs. Lukman Hanafi, M.Sc, Dra. Nuri Wahyuningsih, M.Kes dan Valeriana Lukitosari, S.Si, MT. selaku Dosen Penguji yang telah memberikan saran demi perbaikan Tugas Akhir.
4. Drs. Sentot Didik Surjanto, M.Si. selaku Dosen Wali yang telah memberikan dukungan dan motivasi selama perkuliahan hingga selesainya Tugas Akhir ini.
5. Seluruh jajaran dosen dan staf jurusan Matematika ITS yang tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu.

6. Bapak, Ibu, Yunita dan seluruh keluarga penulis yang tidak hentinya memberikan dukungan secara moral dan materiil serta doa untuk kesuksesan penulis
7. Sahabat penulis, Juli, Dinah, Ekik, Dian, dan Binuri, terima kasih karena selalu memberikan semangat, dukungan, dan memberikan doa-doa terbaik untuk penulis serta teman-teman lainnya yang tidak dapat disebutkan satu per satu oleh penulis, terima kasih atas dukungan dan doa yang diberikan.
8. Teman-teman Matematika ITS 2014 yang telah memberikan banyak cerita selama kuliah.
9. Banyak pihak yang tidak dapat ditulis satu persatu oleh penulis yang telah membantu selama penulisan Tugas Akhir ini.

Penulis menyadari bahwa Tugas Akhir ini masih jauh dari kesempurnaan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan saran dan kritik dari pembaca. Akhir kata, semoga Tugas Akhir ini bermanfaat bagi semua pihak yang berkepentingan.

Wassalamualaikum Wr. Wb.

Surabaya, Agustus 2018

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

Halaman

DAFTAR GAMBAR

Halaman

DAFTAR LAMPIRAN

Halaman

BAB I
PENDAHULUAN

Bab ini dibahas latar belakang penulisan Tugas Akhir. Di dalamnya mencakup indentifikasi rumusan permasalahan dan diberikan batasan-batasan untuk membatasi pembahasan pada Tugas Akhir ini.

1.1 Latar Belakang

On Time Performance (OTP) atau ketepatan waktu penerbangan, baik saat keberangkatan maupun kedatangan pesawat merupakan aspek yang sangat penting bagi pengguna dan penyedia jasa penerbangan. Bagi pengguna jasa penerbangan, hal tersebut merupakan salah satu aspek utama selain aspek keselamatan dan kenyamanan. Sedangkan bagi penyedia jasa penerbangan, ketepatan waktu dalam penyelenggaraan jadwal penerbangan menjadi pertimbangan utama dan juga sebagai tolak ukur kepercayaan para pengguna jasa angkutan udara. Bila terjadi keterlambatan penerbangan maka kerugian tidak hanya akan dialami oleh pengguna jasa penerbangan karena kehilangan nilai waktu, tetapi juga bagi perusahaan penerbangan yang bersangkutan. Hal ini dikarenakan di era yang serba cepat dan modern ini waktu menjadi prioritas utama, dimana setiap orang menjadi sangat menghargai waktu.

Penjadwalan pesawat terbang membutuhkan desain jadwal, pembagian tugas armada, penentuan rute pesawat terbang dan penjadwalan awak pesawat. Tujuan umum dari perencanaan jadwal dapat mencakup meminimalkan biaya operasi, memaksimalkan keuntungan dan memaksimalkan pemanfaatan armada dan awak. Waktu penunjang (*buffer time*) biasanya ditambahkan pada jadwal penerbangan untuk menangani masalah perutean pesawat terbang. Fungsi *buffer time* yang ditambahkan pada jadwal penerbangan adalah untuk mengendalikan penundaan skala kecil, sambil mempertahankan *On Time Performance (OTP)* penerbangan [1].

Sebagian besar gangguan dalam operasi penerbangan dan stokastik di alam tidak dapat diperkirakan misalnya faktor cuaca, kehilangan penumpang check-in di terminal, terlambat masuk pesawat. Gangguan tersebut menunda operasi maskapai di bandar udara dan hanya bisa dikelola dengan mengatur waktu penyisihan jadwal. Sehingga untuk memodelkan sistem jadwal penerbangan yang kompleks dan stokastik, digunakan model Rantai Markov [2]. Karena Rantai Markov banyak digunakan untuk analisis dan pemodelan sistem yang memiliki proses stokastik [3].

Penelitian mengenai penjadwalan moda transportasi (macam-macam alat transportasi) banyak dilakukan beberapa tahun terakhir. Misalnya yang dilakukan oleh Sahin [3] yang melakukan penelitian mengenai model Rantai Markov untuk distribusi *delay* jadwal kereta api yang selanjutnya dinilai efektivitas waktu penunjang dengan menggunakan studi kasus kereta api jalur tunggal antara Istanbul dan Ankara. Selanjutnya penelitian oleh Wang dkk. [4] dengan judul analisis peringatan penundaan penerbangan pada bandar udara berbasis Markov. Pada penelitian ini dilakukan peramalan pada *delay* penerbangan menggunakan Rantai Markov dan didapatkan hasil ramalan yang ideal setelah dibandingkan dengan data aktual yang ada. Namun di penelitian ini tidak dinilai efektivitas waktu penunjang yang ditambahkan pada jadwal pesawat terbang. Sehingga penulis melakukan pengerjaan Tugas Akhir efektivitas waktu penunjang menggunakan model Rantai Markov distribusi *delay* dalam jadwal pesawat terbang.

Pada Tugas Akhir ini *delay* pesawat terbang diprediksi dalam persyaratan probabilistik dengan mempertimbangkan keadaan awal atau kondisi saat ini. Skema prediksi menggunakan matriks transisi satu langkah yang dikembangkan menggunakan data historis pesawat terbang.

Selain itu pendekatan ini juga memberikan pendekatan baru untuk menilai efektivitas waktu penunjang dalam penjadwalan untuk menjaga ketepatan waktu. Data yang digunakan adalah data historis waktu kedatangan dan keberangkatan aktual pesawat terbang serta jadwal perjalanan pesawat terbang dari website www.flightradar24.com pada maskapai Lion Air.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang tersebut, didapatkan rumusan masalah sebagai berikut:

1. Bagaimana model distribusi *delay* pada jadwal pesawat terbang dengan pendekatan Rantai Markov?
2. Bagaimana prediksi *delay* pesawat terbang menggunakan Rantai Markov untuk penjadwalan ulang pesawat terbang?
3. Bagaimana efektivitas waktu penunjang dalam jadwal pesawat terbang?

1.3 Batasan Masalah

Permasalahan yang dibahas dalam Tugas Akhir ini dibatasi sebagai berikut:

1. Data yang digunakan adalah data historis aktual dan jadwal pesawat terbang maskapai Lion Air rute Surabaya-Balikpapan kedatangan pukul 08.25 WIB dan keberangkatan pukul 08.30 WIB Bulan Agustus 2017 hingga Januari 2018 dari website www.flightradar24.com
2. Studi Kasus yang digunakan adalah penjadwalan pesawat terbang maskapai Lion Air di Bandar Udara Juanda Surabaya.
3. Tugas Akhir ini dibatasi pada penggunaan Rantai Markov homogen.
4. Tugas Akhir ini dibatasi pada penggunaan interval 20 menit untuk *state.*
5. Menggunakan Aplikasi MATLAB R2013a.

1.4 Tujuan

Tujuan Tugas Akhir ini adalah:

1. Menentukan model distribusi *delay* pada jadwal pesawat terbang dengan pendekatan Rantai Markov.
2. Mendapatkan prediksi *delay* pesawat terbang menggunakan Rantai Markov untuk penjadwalan ulang pesawat terbang.
3. Mendapatkan efektivitas waktu penunjang dalam jadwal pesawat terbang.

1.5 Manfaat

Manfaat Tugas Akhir ini adalah:

1. Dapat diketahui prediksi waktu kedatangan atau keberangkatan pesawat terbang setelah mengalami *delay*.
2. Dapat menjadi bahan pertimbangan dalam keputusan penjadwalan ulang pesawat terbang.
3. Penjadwalan ulang menjadi lebih efektif sehingga dihasilkan operasi pesawat terbang yang tepat waktu dan dapat diandalkan.

1.6 Sistematika Penulisan Tugas Akhir

Sistematika penulisan dalam Tugas Akhir ini adalah sebagai berikut:

1. BAB I : PENDAHULUAN
   Bab ini dijelaskan latar belakang penyusunan Tugas Akhir, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan, manfaat dan sistematika penulisan laporan Tugas Akhir.
2. BAB II : TINJAUAN PUSTAKA
   Bab ini dijelaskan tentang penelitian terdahulu, *Delay*, Penjadwalan Pesawat Terbang, Proses Stokatik, Rantai Markov, Probabilitas *Steady State* dan Klasifikasi *state* pada Rantai Markov.
3. BAB III : METODOLOGI
   Bab ini dijelaskan tentang tahap-tahap yang dilakukan dalam penyusunan Tugas Akhir ini.

4. BAB IV : ANALISIS DAN PEMBAHASAN
   Bab ini dijelaskan tentang analisis dan pembahasan model distribusi *delay* pada jadwal pesawat terbang dengan pendekatan Rantai Markov, prediksi *delay* pada jadwal pesawat terbang dan dinilai efektivitas waktu penunjang dalam penjadwalan pesawat terbang.
5. BAB V : PENUTUP
   Bab ini dijelaskan kesimpulan yang diperoleh dari pembahasan masalah pada bab sebelumnya serta saran yang diberikan untuk pengembangan penelitian selanjutnya.

BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

Bab ini dibahas mengenai penelitian terdahulu, *Delay*, Penjadwalan Pesawat Terbang, Proses Stokastik, Rantai Markov dan Probabilitas *Steady State*.

2.1 Penelitian Terdahulu

Masalah manajemen lalu lintas dan penjadwalan moda transportasi (macam-macam alat transportasi) telah dipelajari secara luas selama beberapa tahun terakhir. Beberapa penelitian yang pernah dilakukan dan relevan dengan permasalahan yang dibahas dalam Tugas Akhir dikutip di bagian ini. Penelitian oleh Wang dkk. [4] yaitu analisis peringatan penundaan penerbangan pada bandar udara berbasis markov. Pada penelitian ini dilakukan peramalan pada *delay* penerbangan menggunakan Rantai Markov dan didapatkan hasil ramalan yang sesuai setelah dibandingkan dengan data aktual yang ada. Puspadewi [5] melakukan penelitian mengenai pendekatan Rantai Markov Waktu Diskrit (DTMC) untuk perencanaan kebutuhan tempat tidur rumah sakit dengan membandingkan hasil prediksi dengan metode ARIMA dan diperoleh hasil bahwa metode Rantai Markov Waktu Diskrit (DTMC) memiliki hasil prediksi yang lebih baik dari pada metode ARIMA. Selanjutnya Sahin [3] melakukan penelitian mengenai model Rantai Markov untuk distribusi *delay* pada jadwal kereta api jalur tunggal di Turki selanjutnya dinilai efektivitas waktu penunjang yang ditambahkan pada jadwal kereta api yang meliputi waktu suplemen dan waktu penyangga menggunakan studi kasus kereta api jalur tunggal antara Istanbul dan Ankara.

2.2 *Delay*

Delay atau penundaan penerbangan adalah keterlambatan keberangkatan atau kedatangan pesawat dari jadwal yang telah ditetapkan. Menurut PM 89 Tahun 2015 keterlambatan penerbangan adalah terjadinya perbedaan antara waktu keberangakatan atau kedatangan yang dijadwalkan dengan realisasi waktu keberangkatan atau kedatangan. Terdapat 2 faktor yang dapat menyebabkan keterlambatan yaitu :

1. Faktor eksternal adalah faktor yang tidak dapat dikendalikan oleh perusahaan.
   Meliputi faktor cuaca dan faktor fasilitas bandara. Faktor cuaca adalah keterlambatan pesawat karena keadaan cuaca dari bandara keberangkatan, dalam perjalanan maupun di bandara tujuan yang kurang mendukung untuk keselamatan penerbangan. Cuaca tersebut seperti, kabut dan asap yang menyebabkan gangguan keselamatan operasional penerbangan sehingga operator penerbangan sengaja menunda penerbangan demi alasan keselamatan. Faktor fasilitas bandara antara lain lalu lintas udara/*traffic movement* yang disebabkan pesawat yang akan mendarat maupun tinggal landas harus antri karena lalu lintas yang sangat padat dan jumlah keterbatasan tempat parkir pesawat udara. *VVIP movement*, yang mengharuskan operasional bandara ditutup untuk sementara waktu bagi pesawat lain untuk memberi kesempatan pada pesawat VVIP.
2. Faktor internal yaitu faktor yang dapat dikendalikan oleh perusahaan.
   Faktor internal meliputi faktor teknis/*maintenance* yaitu keterlambatan yang disebabkan pesawat yang digunakan mengalami gangguan teknis sehingga membutuhkan waktu perbaikan. Kemudian faktor crew, keterlambatan ini misalnya dalam kesiapan di station keberangkatan serta faktor penggunaan pesawat seperti adanya beberapa rute penerbangan pararel yang dilayani oleh satu pesawat. Apabila terjadi keterlambatan pada penerbangan

sebelumnya dipastikan terjadi juga pada penerbangan selanjutnya [6].

2.3 Penjadwalan Pesawat Terbang

Penjadwalan penerbangan merupakan elemen perencanaan utama setiap maskapai penerbangan. Penjadwalan penerbangan mencakup penerbangan maskapai termasuk bandara keberangkatan dan kedatangan, masa operasi, dan jenis armada yang ditugaskan. Selain itu, dari sudut pandang produksi, penjadwalan penerbangan mencakup penugasan pesawat terbang tertentu, jadwal perawatan terkait dan penugasan awak kokpit dan kabin. Setiap keputusan operasional tergantung pada jadwal penerbangan, sehingga setelah jadwal penerbangan dibangun, sebagian besar biaya penerbangan ditentukan. Selain itu, karena jadwal mempengaruhi jumlah penumpang yang akan diangkut maskapai penerbangan, hal itu juga mempengaruhi pendapatan yang akan didapat suatu maskapai.

Tujuan penjadwalan maskapai adalah membuat jadwal penerbangan yang optimal. Masalah ini biasanya diselesaikan dalam proses terstruktur dimana semua bagian maskapai berpartisipasi. Ada dua perspektif pada proses ini, yaitu perspektif berfokus pada sumbu waktu dimana proses perencanaan dibagi menjadi perencanaan strategis, taktis dan operasional. Selama tahap perencanaan strategis, keputusan jangka panjang dibuat dan kerangka untuk keputusan selanjutnya dibuat. Keputusan taktis berfokus pada penerbangan tertentu dan membuat rencana tindakan untuk operasi maskapai. Pada tahap ini, sebagian besar elemen jadwal penerbangan dipilih. Tahap operasional mencakup penyesuaian jadwal karena adanya perubahan permintaan atau penawaran atau gangguan yang tak terduga. Kemudian perspektif mengenai penjadwalan maskapai yang berfokus pada pendekatan perencanaan internal di sebuah perusahaan penerbangan dan departemen perencanaannya. Ini menggambarkan penjadwalan maskapai sebagai siklus iterasi dari konstruksi dan evaluasi jadwal.

Jadwal penerbangan atau elemennya terus dimodifikasi dan dioptimalkan sampai jadwal yang memuaskan ditemukan atau waktu perencanaan selesai. Kedua perspektif tersebut menggambarkan proses perencanaan yang sama, keduanya tidak eksklusif namun digunakan bersamaan oleh perusahaan penerbangan. Misalnya, untuk membuat jadwal dalam tahap taktis, departemen perencanaan sebuah maskapai penerbangan biasanya mengusulkan draf jadwal yang berbeda dan secara bertahap memperbaiki varian dan elemen mereka melalui evaluasi dan modifikasi. Kemudian, begitu jadwal terbit, penyempurnaan dan modifikasi dilakukan terus menerus sampai hari beroperasi pesawat untuk menghadapi gangguan atau untuk memasukkan perubahan, informasi permintaan dan penawaran baru yang lebih rinci [7].

2.4 Proses Stokastik

Proses stokastik merupakan himpunan variabel acak dalam bentuk $X(n): n \epsilon T$ dimana untuk setiap $n \epsilon T$, $X(n)$ adalah variabel acak. Variabel n adalah indeks yang merepresentasikan waktu dan $X(n)$ adalah *state* dari proses pada saat n. Proses stokastik dibagi menjadi dua, yaitu kontinu dan diskrit. Proses stokastik dikatakan proses diskrit jika T bisa dihiting, atau $T = \{0,1,2, \ldots n\}$. Proses stokastik diskrit dapat ditulis $\{X_n,\ n \geq 0\}$. Proses stokastik dikatakan proses kontinu jika T tidak dapat dihitung, atau $T = [0, \infty)$. Proses stokastik kontinu dapat ditulis $\{X(t),\ t \geq 0\}$.

Berdasarkan sistem yang dimodelkan dengan proses stokastik waktu diskrit $\{X_n,\ n \geq 0\}$ dengan S ruang *state* yang berhingga, katakanlah $\{0,1,2, \ldots\}$ dengan mempertimbangkan n yang dapat disebut "waktu sekarang" atau "*present*". Maka X_n disebut sebagai masa sekarang *(state)* dari sistem, $\{X_0, X_1, ..., X_{n-1}\}$ disebut masa lampau *(state)* dari sistem dan $\{X_{n+1}, X_{n+2}, ...\}$ disebut masa depan *(state)* dari sistem. Jika $X_n = i$ dan $X_{n+1} = j$ maka dapat dikatakan bahwa sistem telah membuat suatu perpindahan (transisi) dari *state* i ke *state* j dari waktu n ke waktu $n+1$ [8].

2.5 Rantai Markov

Sifat Markov (*Markov property*) berbunyi: jika *state* saat ini dari sistem diketahui, maka masa depan sistem bebas dari masa lalu. Suatu sistem yang memiliki sifat markov, keadaan masa lalu sistem mempengaruhi masa depan sistem hanya sampai masa sekarang, dengan kata lain *state* saat ini dari sistem mengandung semua informasi relevan yang dibutuhkan untuk memprediksi keadaaan masa depan dari sistem dalam pengertian probabilistik. Proses stokastik $\{X_n,\ n \geq 0\}$ dengan ruang *state* S yang digunakan untuk mendeskripsikan suatu sistem dengan sifat Markov disebut Rantai Markov Waktu Diskrit [8].

Definisi 2.5.1

Suatu proses stokastik $\{X_n, n \geq 0\}$ dengan ruang *state* S berhingga disebut Rantai Markov Waktu Diskrit jika

(i) Untuk semua $n \geq 0$, $X_n \in S$,

(ii) Untuk semua $n \geq 0$, dan $i, j \in S$

P($X_{n+1} = j \mid X_n = i, X_{n-1}, X_{n-2,} \ldots, X_0$) = P ($X_{n+1} = j \mid X_n = i$) (2.1)

Persamaan (2.1) menunjukkan bahwa probabilitas bersyarat disisi kiri adalah sama tidak peduli nilai $X_0, X_1 \ldots, X_{n-1}$ yang diambil. Dengan kata lain, jika diberikan keadaan sekarang sistem (X_n), keadaan masa depan Rantai Markov waktu diskrit tidak bergantung pada keadaan masa lalunya ($X_0, X_1 \ldots, X_{n-1}$). Selanjutnya akan diberikan definisi dari sub-kelas penting dari Rantai Markov Waktu Diskrit yang disebut Waktu Homogen Rantai Markov Waktu Diskrit.

Definisi 2.5.2

Suatu Rantai Markov Waktu Diskrit $\{X_n, n \geq 0\}$ dengan ruang *state* S berhingga dikatakan waktu homogen (*time homogeneous*) jika untuk semua $n \geq 0$, dan $i, j \in S$ berlaku

$$P(X_{n+1} = j \mid X_n = i) = p_{i,j} \quad (2.2)$$

Selanjutnya jika Waktu Homogen Rantai Markov Waktu Diskrit pada *state* i saat waktu n, maka akan ke *state* j saat waktu $n + 1$ dengan probabilitas $p_{i,j}$ untuk semua nilai n. Diberikan $P = [p_{i,j}]$ menunjukkan matriks probabilitas bersyarat $p_{i,j}$. Matriks P disebut *matriks probabilitas transisi satu langkah* atau disingkat matriks probabilitas transisi. Saat S terbatas, katakanlah $S = \{1,2, \dots, m\}$ dapat direpresentasikan matriks P sebagai berikut:

$$P = \begin{bmatrix} p_{1.1} & p_{1.2} & p_{1.3} & \cdots & p_{1.m} \\ p_{2.1} & p_{2.2} & p_{2.3} & \cdots & p_{2.m} \\ p_{3.1} & p_{3.2} & p_{3.3} & \cdots & p_{3.m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{m.1} & p_{m.2} & p_{m.3} & \dots & p_{m.m} \end{bmatrix} .$$

Selanjutnya didefinisikan sifat-sifat penting dari matriks probabilitas transisi.

Definisi 2.5.3

Sebuah matriks $P = [p_{i,j}]$ dengan $S = \{1,2, \dots, m\}$ dikatakan stokastik jika

(i) $p_{i,j} \geq 0$ untuk semua $i, j \in S$

(ii) $\sum_{j \in S} p_{i,j} = 1$ untuk semua $i \in S$

Elemen setiap baris dari matriks stokastik adalah non negatif dan jumlahannya sama dengan satu. Matriks probabilitas transisi satu langkah merupakan matriks stokastik [9]. Selanjutnya untuk Rantai Markov Waktu Diskrit $\{X_n, n \geq 0\}$ dideskripsikan sebagai *initial distribution* $d = [d_i]_{i \in S}$ dan matriks probabilitas transisi P.

Dari matriks probabilitas transisi satu langkah dibentuk matriks probabilitas transisi n langkah sebagai berikut:

$$P^{(n)} = \left[{p_{i,j}}^{(n)}\right]$$

$$= \begin{bmatrix} {p_{1,1}}^{(n)} & {p_{1,2}}^{(n)} & {p_{1,3}}^{(n)} & \cdots & {p_{1,m}}^{(n)} \\ {p_{2,1}}^{(n)} & {p_{2,2}}^{(n)} & {p_{2,3}}^{(n)} & \cdots & {p_{2,m}}^{(n)} \\ {p_{3,1}}^{(n)} & {p_{3,2}}^{(n)} & {p_{3,3}}^{(n)} & \cdots & {p_{3,m}}^{(n)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ {p_{m,1}}^{(n)} & {p_{m,2}}^{(n)} & {p_{m,3}}^{(n)} & \cdots & {p_{m,m}}^{(n)} \end{bmatrix}$$

$P^{(n)} = P^{(n-1)} * P = P^n$. Dengan P^n adalah pangkat ke-n pada matriks P [8].

Teorema 2.5.1

Matriks probabilitas transisi n langkah memenuhi persamaan dibawah ini:

$$ {p_{i,j}}^{(m+l)} = \sum_{r \in S} {p_{i,r}}^{(m)} {p_{r,j}}^{(l)} \ , \ i,j \in S$$

Persamaan tersebut disebut persamaan Chapman-Kolmogorov dan dapat ditulis dengan ringkas pada notasi matriks. Diberikan $P^{(n)} = \left[{p_{i,j}}^{(n)}\right]$ disebut matriks probabilitas transisi n langkah. Persamaan Chapman-Kolmogorov dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai

$$P^{(m+l)} = P^{(m)} * P^{(l)}$$

Ketika *initial state* diketahui, matriks probabilitas transisi n langkah P^n dapat diperoleh dengan menghitung pangkat ke n dari matriks transisi satu langkah (P). Dengan menggunakan persamaan Chapman-Kolmogorov dalam bentuk matriks diperoleh:

$$P^{(n+1)} = P^{(n)} * P$$

Selanjutnya diperoleh formula rekursif sebagai berikut:

$$\begin{aligned} P^{(1)} &= P^{(0)} * P \\ P^{(2)} &= P^{(1)} * P \\ &= P^{(0)} * P * P \\ &= P^{(0)} * P^2 \end{aligned}$$

$$P^{(n)} = P^{(0)} * P^n$$

Sehingga,

$$P^{(n+1)} = P^{(0)} * P^{n+1}$$

Bedasarkan formula rekursif tersebut, dicapai prediksi berdasarkan interpretasi sistem. Prediksi yang dihasilkan dari Rantai Markov merupakan prediksi probabilitas. Hasil prediksi hanya menyatakan probabilitas *state* tertentu di masa yang akan datang. Untuk menentukan hasil prediksi dari data sebenarnya terletak pada *state* dengan probabilitas tertinggi, apabila data sebenarnya tidak berada pada *state* dengan probabilitas tertinggi maka dinyatakan hasil prediksi tidak sesuai.

2.6 Probabilitas *Steady-State*

Diberikan $\{X_n,\ n \geq 0\}$ Rantai Markov waktu diskrit dengan ruang *state* S dan matriks probabilitas transisi P. Maka Probabilitas *Steady-State* (*limiting distributions*) dari X_n dengan n cenderung tak terhingga dinotasikan sebagai $\pi = [\pi_1, \pi_2, \dots, , \pi_m]$ dimana $\pi_j = \lim_{n\to\infty} P(X_n = j)$, $j \in S$. Jika limit distribusi π eksis maka memenuhi

$$\pi_j = \sum_{i=1}^{m} \pi_i p_{i,j}\ , j \in S \qquad (2.3)$$

dan

$$\sum_{j=1}^{m} \pi_j = 1 \qquad (2.4)$$

Probabilitas *Steady-State* bisa diperoleh setelah perhitungan yang sangat panjang. Persamaan *Steady-state* dapat ditulis dengan

$$\pi = \pi * P \qquad (2.5).$$

Jika sebuah Probabilitas *Steady-State (limiting distributions)* ada, maka dia juga merupakan distribusi stasioner [8]. Probabilitas *Steady-State* dapat menunjukkan sifat dari distribusi dan membantu dalam mendeskripsikan hasil analisis sistem [3].

2.7 Klasifikasi *State* dalam Rantai Markov

Para ahli matematika mengklarifikasikan *state-state* dalam Rantai Markov berdasarkan sifat dan perilakunya. Pengklarifikasian ini berguna untuk megetahui sifat Rantai Markov. Klasifikasi *state* dalam Rantai Markov antara lain [9]:

1. *Reachable*

   Suatu *state* j disebut *reachable* dari *state* i jika $p_{i,j}{}^{(n)} > 0$ untuk sebarang $n \geq 0$ atau ada lintasan dari *state* i ke *state* j.
2. *Communicate*

   Dua *state* i dan j dikatakan *communicate* jika i *reachable* dari j dan j *reachable* dari i.
3. *Closed Set*

   Sekelompok *state* dalam Rantai Markov yang dilambangkan oleh C dikatakan sebagai *closed set* diluar C yang *reachable* dari sebarang *state* dalam C. Jika Rantai Markov hanya memiliki satu set *closed set* maka Rantai Markov dikatakan *irreducible.*

   Definisi 2.7.1

   Sebuah Rantai Markov Waktu Diskrit $\{X_n, n \geq 0\}$ dengan ruang *state* $S = \{1,2, \dots, m\}$ dikatakan *irreducible* jika untuk setiap i dan j pada S, terdapat sebuah bilangan $k > 0$ sehingga memenuhi

   $$P(X_k = j | X_0 = i) > 0 \tag{2.6}$$

   Sebuah Rantai Markov Waktu Diskrit yang tidak *irreducible* disebut *reducible.* Persamaan (2.6) berlaku jika dan hanya jika memungkinkan untuk pergi dari *state* i ke *state* j dalam satu atau lebih langkah, atau terdapat hubungan langsung dari node i ke node j dalam diagram transisi Rantai Markov Waktu Diskrit [8].
4. Absorbing *State*

   Suatu *state* i disebut *absorbing state* jika $p_{i,j} = 1$, yaitu apabila Rantai Markov telah memasuki *state* i maka Rantai Markov itu tetap berada dalam *state* i untuk selamanya. Absorbing *state* adalah sebuah *closed set* yang beranggotakan satu *state*.

5. Transien *State*

   State i disebut transien jika ada *state* j yang reachable dari *state* i tetapi tidak reachable dari *state* j. Jika saat ini Rantai Markov berada dalam *state* i maka ada peluang positif bahwa Rantai Markov tidak akan pernah kembali ke *state* i. Setelah melewati periode panjang, probabilitas Rantai Markov berada dalam transien *state* adalah nol [11].

6. *Recurrent State*

   Suatu *state* yang tidak bersifat transien disebut *recurrent state*. Ketika Rantai Markov keluar dari *state* yang bersifat *recurrent*, maka suatu saat nanti Rantai Markov akan kembali ke *state* tersebut [9].

7. *Periodicity State*

   Kemudian dijelaskan konsep, hal ini akan membantu dalam menentukan keberadaan *limiting distribution.*

   Definisi 2.7.2

   Diberikan $\{X_n, n \geq 0\}$ adalah *irreducible* Rantai Markov Waktu Diskrit dengan ruang *state* $S = \{1,2, \dots, m\}$ dan d bilangan integer terbesar sehingga memenuhi

   $$P(X_n = i | X_n = i) > 0$$

   dimana n adalah sebuah bilangan integer multiple dari d untuk setiap $i \in S$. Sebuah Rantai Markov Waktu Diskrit dikatakan *periodic* dengan periode d jika $d > 1$ dan dikatakan *aperiodic* jika $d = 1$. Jika $p_{i,i} > 0$, $i \in S$ untuk setiap Rantai Markov Waktu Diskrit yang *irreducible*, maka d pasti 1 dan Rantai Markov Waktu Diskrit pasti *aperiodic* [8].

8. Ergodic

   Sebuah model memiliki sifat *ergodic* jika ada bilangan terbatas n sehingga setiap *state* dapat dicapai dari *state* lainnya persis n langkah. Sistem dalam *state* probabilitas *j* harus stabil pada π_j, $j = 1,2, \dots, m$. Hubungan ini dapat diekspresikan : $\pi_j = \lim_{n\to\infty} p_{i,j}{}^{(n)}$, $j \in S$. Dari pandangan lain untuk mengerti persamaan tersebut, sistem proses stokastik dimulai dari *state* manapun, ketika perpindahan bilangan n cukup besar, probabilitas transfer ke *state* j mendekati π_j konstan. Menurut sifat ini, diperoleh penyelesaian khusus *state* probabilitas transisi π_j ketika kumpulan persamaan memenuhi kondisi :

$$\pi_j \geq 0 \quad \text{dan} \quad \sum_{j=1}^{m} \pi_j$$

dalam proses stokastik $\{X_n, n \in S\}$ dengan sifat – sifat Markov [10]. Suatu Rantai Markov disebut *ergodic* jika memenuhi sifat *recurrent, communicate* dan *aperiodic*[11].

Jika suatu Rantai Markov adalah *ergodic*, maka terdapat limit peluang $\lim_{n\to\infty} p_{i,j}^{n} = \pi_{j\,,} i, j = 1,2, \dots, m$ yang tidak tergantung pada keadaan awal i, dimana $\pi_{j\,,}$ j = 1, 2, …,m adalah distribusi stasioner dari Rantai Markov solusi unik dan positif dari $\pi_j = \sum_{i=1}^{\infty} \pi_i \; p_{ij} \quad j = 1,2, \dots$ dengan $\sum_{j=1}^{\infty} \pi_j \; = 1$ [12].

BAB III
METODOLOGI PENELITIAN

Bab ini dijelaskan langkah-langkah dan data yang digunakan pada Tugas Akhir. Disamping itu, dijelaskan pula prosedur dan proses pelaksanaan tiap-tiap langkah yang dilakukan dalam menyelesaikan Tugas Akhir.

3.1 Sumber Data

Pada tahap ini dilakukan pengumpulan data antara lain data historis kedatangan dan keberangkatan aktual pesawat terbang serta jadwal kedatangan dan keberangkatan pesawat terbang maskapai Lion Air pada Bandar Udara Juanda Surabaya dari Agustus 2017 sampai dengan Januari 2018 dari website www.Flightradar24.com.

3.2 Studi Literatur

Pada tahap ini dilakukan identifikasi permasalahan dan pemahaman teori melalui pencarian dan pengumpulan referensi pendukung penulisan Tugas Akhir mengenai penjadwalan pesawat terbang dan Rantai Markov. Referensi yang digunakan adalah buku-buku literatur, jurnal ilmiah, tugas akhir, dan tesis yang berkaitan dengan permasalahan yang dibahas serta artikel dari internet yang relefan.

3.3 Aplikasi Model Disribusi *Delay* Dengan Pendekatan Rantai Markov

Pada tahap ini diaplikasikan model distribusi *delay* dengan pendekatan Rantai Markov dan dilakukan proses peramalan pada data yang telah diperoleh melalui tahap-tahap berikut ini:

1. Menentukan interval dan *state*

   Penentuan interval dilakukan dengan mengacu pada literatur yang ada dan disesuaikan dengan kondisi penjadwalan pesawat terbang yang sedang dibahas. Dari interval yang sudah didapatkan dibentuk *state.*

2. Menentukan Probabilitas Transisi
   Probabilitas transisi didapatkan dari perhitungan frekuensi transisi masing-masing data harian ke dalam *state* yang sudah dibentuk.
3. Membentuk Matriks Probabilitas Transisi.
   Pada tahap ini dibentuk matriks probabilitas transisi dari probabilitas transisi yang telah didapatkan sebelumnya.

3.4 Simulasi

Pada tahap ini dibuat simulasi dari matriks probabilitas transisi yang telah didapatkan dengan menggunakan *software* MATLAB R2013a. Simulasi dilakukan untuk memprediksi *delay* dari penjadwalan pesawat terbang. Selain itu, simulasi juga digunakan untuk mendapatkan matriks probabilitas transisi yang *steady state.*

3.5 Menilai Efektivitas Waktu Penunjang

Setelah didapatkan matriks probabilitas yang *steady state* selanjutnya dilakukan penilaian efektivitas waktu penunjang yang ditambahkan pada proses penjadwalan pesawat terbang menggunakan ukuran statistika deskriptif antara lain ekspektasi, varians dan standar deviasi.

3.6 Analisis dan Interpretasi Data

Pada tahap ini dilakukan analisis dan interpretasi dari hasil peramalan. Analisis yang dilakukan yaitu menganalisa keakuratan hasil peramalan dengan membandingkan hasil peramalan dengan data sebenarnya dari website www.flightradar.com. Kemudian dilanjutkan dengan analisa dan interpretasi terhadap hasil penilaian efektivitas waktu penunjang yang ditambahkan pada jadwal pesawat terbang.

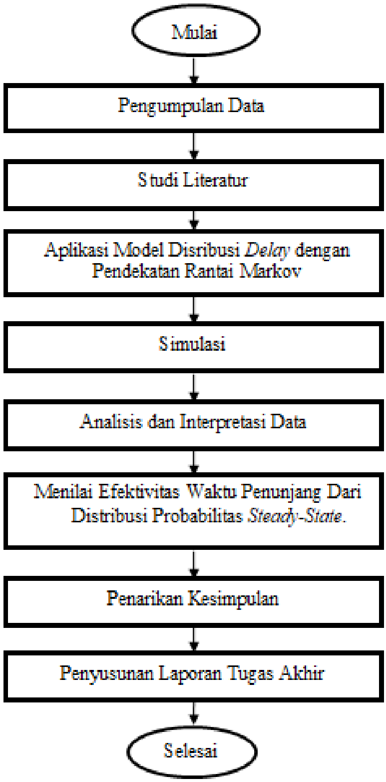
3.7. Penarikan kesimpulan

Pada tahap ini, dilakukan penarikan kesimpulan dari hasil pembahasan sebelumnya. Sedangkan saran adalah mengenai hal-hal yang dapat dikembangkan lebih baik.

3.8. Penyusunan Laporan Tugas Akhir

Penulisan laporan Tugas akhir dilakukan mulai awal mengerjakan penelitian sampai batas waktu yang telah ditentukan.

Langkah-langkah dalam penulisan Tugas Akhir ini ditunjukkan dengan diagram alir pada Gambar 3.1.



Gambar 3.1 Diagram Alir Penelitian

BAB IV
ANALISIS DAN PEMBAHASAN

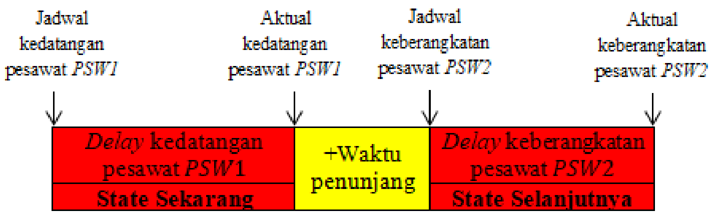
Bab ini dijelaskan tentang pembentukan model Rantai Markov untuk distribusi *delay* pada jadwal pesawat terbang, prediksi *delay* dalam jadwal pesawat terbang dari model yang telah didapatkan dan dilakukan penilaian terhadap waktu penunjang yang ditambahkan pada jadwal pesawat terbang menggunakan ukuran statistika deskriptif antara lain ekspektasi, varian, standar deviasi dan covarian.

4.1 Model Rantai Markov untuk Distribusi *Delay* pada Jadwal Pesawat Terbang

Pada subbab ini dibentuk model Rantai Markov untuk distribusi *delay* pada jadwal pesawat terbang.

4.1.1 Model Distribusi *Delay* pada Jadwal Pesawat Terbang dengan Pendekatan Rantai Markov

Rantai Markov banyak digunakan untuk analisis dan pemodelan sistem yang memiliki proses stokastik. *Delay* pada jadwal pesawat terbang bersifat stokastik, maka digunakan Rantai Markov untuk memodelkan permasalahan *delay* pada penjadwalan pesawat terbang.



Gambar 4.1 Penentuan *State* Sekarang dan *State* Selanjutnya

Berdasarkan Gambar 4.1 ditentukan *state* sebagai berikut:

1. ***State* sekarang ($\boldsymbol{i}$)** didasarkan pada *delay* kedatangan pesawat $PSW1$ dengan jadwal penerbangan sebelumnya pada Bandar Udara Juanda dengan rute R.

2. ***State* Selanjutnya (*j*)** didasarkan pada *delay* keberangkatan pesawat $PSW2$ dengan jadwal penerbangan selanjutnya pada Bandar Udara Juanda dengan rute R.

Permasalahan *delay* pesawat terbang ini dimodelkan kedalam barisan stokastik $\{X_n, n \geq 0\}$ dengan:

X_n : variabel acak yang mendeskripsikan *state* dari *delay* keberangkatan pesawat PSW
$n+1$: waktu selanjutnya
n : waktu sekarang
S : $\{1,2,\dots,m\}$ adalah ruang *state* berhingga
i : $\{1,2,\dots,m\}$ adalah *state delay* waktu n
j : $\{1,2,\dots,m\}$ adalah *state delay* waktu $n+1$
δ : data *delay* pesawat terbang.

Setelah ditentukan *state* sekarang dan *state* selanjutnya, dibentuk kelas *delay* untuk menghitung transisi *state* melalui pembagian interval dari data yang sudah ada.

Pada kasus ini, apabila terjadi keterlambatan (*delay*) penerbangan pada jadwal sebelumnya dihari yang sama dan rute yang sama maka berakibat pada jadwal penerbangan berikutnya di hari yang sama dengan rute yang sama. penerbangan selanjutnya ini tidak tergantung pada *delay* pada penerbangan hari hari sebelumnya. Sehingga *state delay* pada waktu selanjutnya $(n+1)$ hanya bergantung pada *state delay* pada waktu sekarang n dan tidak bergantung pada *state delay* sebelumnya. Sehingga model ini bersifat *memoryless property*, sehingga barisan stokastik $\{X_n, n \geq 0\}$ permasalahan *delay* pada jadwal pesawat terbang dapat diklasifikasikan kedalam *Discrete Time Markov Chain (DTMC)*.

Didefinisikan probabilitas transisi dari *delay state* i waktu n ke *delay state* j waktu $n+1$ menggunakan persamaan (2.2). Persamaan (2.2) dapat dituliskan dalam bentuk

$$p_{i,j} = \frac{b_{i,j}}{b_i} \quad (4.1)$$

dengan :

b_i : banyaknya data *delay* pesawat di *state* i

$b_{i,j}$: banyaknya total transisi dari *state* i ke *state* j

$p_{i,j}$: probabilitas transisi dari *delay state* i waktu n ke *delay state* j waktu $n+1$

Pada pendekatan ini, diramalkan probabilitas transisi dari data historis *delay* pesawat terbang dengan menghitung berapa kali *delay state* i pada pesawat $PSW1$ diikuti oleh *delay state* j pada pesawat $PSW2$. Kemudian disusun matriks probabilitas transisi $P = [p_{i,j}]$ yang berfokus pada perambatan *delay* dari barisan pesawat $\{PSW1, PSW2\}$ dengan rute yang sama. Karena pesawat terbang dengan rute atau jalur yang sama memiliki pola *delay* yang sama.

4.1.2 Model Prediksi Probabilitas *Delay*

Diberikan sebuah distribusi *delay* $d(n)$ pada waktu n dari Rantai Markov $\{X_n, n \geq 0\}$ maka prediksi probabilitas *delay* $d(n+1)$ pada waktu selanjutnya dapat dihitung sebagai berikut

$$d(n+1) = P^T d(n) \quad (4.2)$$

dengan :

$d(n+1)$: Prediksi probabilitas *delay* pada periode waktu selanjutnya $n+1$

P^T : Matriks transisi pangkat periode peramalan

$d(n)$: Distribusi probabilitas *delay* pada waktu n.

Perlu diperhatikan bahwa setiap komponen $d(n)$ didefinisikan sebagai $d_i(n) = P(X_n = i)$ yang merepresentasikan probabilitas bahwa pada waktu n *state delay* adalah i. Untuk setiap waktu n, komponen $d_i(n)$ jika dijumlahkan sama dengan 1 atau dapat ditulis $\sum_{i=0}^{m} d_i(n) = 1$. Pada aplikasi ini *initial delay* $d(0)$

didapatkan melalui data historis *delay* δ_0. Sehingga dapat di inisialisasi distribusi *delay* $d(0)$ sebagai berikut:

$$d_i(0) = \begin{cases} 1, & \text{jika } \delta_0 \in i \\ 0, & \text{yang lainnya} \end{cases}$$

Dimana 1 untuk *state delay* yang berhubungan dengan δ_0 dan 0 untuk yang lainnya.

4.2 Prediksi *Delay* pada Jadwal Pesawat Terbang

Pada subbab ini dilakukan perhitungan untuk mendapatkan prediksi *delay* pada jadwal pesawat terbang pada hari selanjutnya dengan langkah-langkah pembentukan interval dan penentuan probabilitas *state*, pembentukan matriks probabilitas transisi, vektor probabilitas *state*, matriks probabilitas transisi n-langkah, simulasi dan validasi hasil prediksi.

4.2.1 Pembentukan Interval dan Penentuan Probabilitas *State*

Berdasarkan pembahasan sebelumnya mengenai hubungan model Rantai Markov dengan permasalahan *delay* pada jadwal pesawat terbang, dapat ditentukan bahwa *state* sekarang adalah *delay* kedatangan pesawat terbang Maskapai Lion Air. Maskapai Lion Air dipilih karena berdasarkan laporan Direktorat Angkutan Udara Ditjen Perhubungan Udara mengenai ketepatan waktu operasional maskapai penerbangan (OTP) pada tahun 2017, maskapai Lion Air berada pada urutan 11 dengan persentase OTP 71,32% dari 14 maskapai penerbangan. Rute penerbangan yang dipilih adalah Surabaya-Balikpapan dengan jadwal kedatangan pukul 08.25 WIB. Sedangkan untuk *state* selanjutnya adalah *delay* keberangkatan pesawat terbang terbang Maskapai Lion Air rute Surabaya-Balikpapan dengan jadwal keberangkatan pukul 08.30 WIB. Jadwal penerbangan tersebut dipilih karena kedua jam tersebut masuk kedalam jam padat penerbangan (*peak hours*) yaitu pada pagi hari antara pukul 06.00-09.00 dan sore hari antara pukul 16.00-17.00 .

Sebelumnya dilakukan perhitungan untuk menentukan *delay* dari data jadwal kedatangan dan keberangkatan pesawat serta data aktual kedatangan dan keberangkatan Lion Air rute penerbangan Surabaya-Balikpapan dengan mengurangkan data aktual dengan data jadwal pesawat sehingga diperoleh data *delay* kedatangan yang dapat dilihat pada Lampiran A dan data *delay* keberangkatan yang dapat dilihat pada Lampiran B.

Kemudian dibentuk interval untuk menentukan kelas *delay* yang digunakan sebagai *state* transisi untuk menyusun matriks probabilitas transisi. Pembentukan interval didasarkan pada nilai maksimum masing-masing data yang banyaknya masing-masing data adalah 160 data. Berdasarkan hasil perhitungan menggunakan bantuan software Ms. Excel diperoleh nilai maksimum untuk data pada *state* sekarang adalah 512 menit sedangkan untuk data *state* selanjutnya adalah 65 menit. Karena nilai maksimum pada data *state* selanjutnya bernilai lebih kecil dari *state* sebelumnya maka data pada *state* selanjutnya digunakan untuk pembentukan interval. Dipilih 20 menit sebagai range interval waktu berdasarkan penelitian sebelumnya yang telah dilakukan oleh Wang dkk. [4] dan disesuaikan dengan data yang digunakan sehingga diperoleh pembagian *State* untuk transisi dan interval yang dapat dilihat pada Tabel 4.1.

Tabel 4.1 *State* dan Interval (menit)

***State* (i) dan (j)**	**Interval (menit)**
1	$\delta = 0$
2	$1 \leq \delta < 21$
3	$21 \leq \delta < 41$
4	$41 \leq \delta < 61$
5	$\delta \geq 61$

Berdasarkan Tabel 4.1 dijelaskan *state* yang digunakan untuk membentuk matriks probabilitas transisi sebagai berikut:

$i = 1$: pesawat datang tepat waktu

$i = 2$: *delay* kedatangan pesawat mulai 1 menit hingga 20 menit

$i = 3$: *delay* kedatangan pesawat mulai 21 menit hingga 40 menit

$i = 4$: *delay* kedatangan pesawat mulai 41 menit hingga 60 menit

$i = 5$: *delay* kedatangan pesawat lebih dari 60 menit

$j = 1$: pesawat berangkat tepat waktu

$j = 2$: *delay* keberangkatan pesawat mulai 1 menit hingga 20 menit

$j = 3$: *delay* keberangkatan pesawat mulai 21 menit hingga 40 menit

$j = 4$: *delay* keberangkatan pesawat mulai 41 menit hingga 60 menit

$j = 5$: *delay* keberangkatan pesawat lebih dari 60 menit

Selanjutnya dilakukan pengelompokan data *delay* keberangkatan dan kedatangan kedalam *state*-*state* yang telah ditentukan. Kemudian dihitung nilai probabilitas *state* $p_i, i = 1,2, \dots, m$ yaitu ukuran probabilitas kemunculan pada beragam *state*, dimana probabilitas *state* dapat dihitung menggunakan persamaan berikut ini

$$p_i = \frac{b_i}{banyak\ data}.$$

Sehingga diperoleh hasil yang ditunjukkan pada Tabel 4.2.

4.2.2 Pembentukan Matriks Transisi

Pada bagian ini dihitung transisi dari masing masing *state*. Transisi dari *state* i ke *state* j dengan $i = 1,2, \dots, 5$ dan $j = 1,2, \dots, 5$ dihitung nilai probabilitas transisi antar *state* sehingga dapat dibentuk matriks probabilitas transisi.

Transisi yang dilakukan adalah transisi dari *delay* kedatangan dengan jadwal 08.25 WIB ke *delay* keberangkatan pada jadwal 08.30 WIB. Setelah data dikelompokkan kedalam masing-masing *state* seperti yang telah ditampilkan pada Tabel 4.2 selanjutnya akan dihitung banyaknya transisi antar *state* yang hasilnya dapat dilihat pada Tabel 4.3.

Tabel 4.2 Pengelompokan *State* dan Probabilitas *State*

Interval (menit)	***State***	$\boldsymbol{i}$	$\boldsymbol{p_i}$	$\boldsymbol{j}$	$\boldsymbol{p_j}$
$\boldsymbol{\delta = 0}$	1	65	0,4063	2	0,0125
$\boldsymbol{1 \leq \delta < 21}$	2	57	0,3563	92	0,5750
$\boldsymbol{21 \leq \delta < 41}$	3	14	0,0875	50	0,3125
$\boldsymbol{41 \leq \delta < 61}$	4	10	0,0625	14	0,0875
$\boldsymbol{\delta \geq 61}$	5	14	0,0875	2	0,0125
Jumlah		**160**	**1**	**160**	**1**

Setelah didapatkan transisi antar *state,* dihitung probabilitas transisi antar *state* menggunakan persamaan (2.2) sebagai berikut

$$p_{1,1} = P[X_{n+1} = 1 | X_n = 1]$$
$$= \frac{P\{X_{n+1} = 1, X_n = 1\}}{P\{X_n = 1\}}$$
$$= \frac{{}^{0}/_{160}}{{}^{65}/_{160}}$$
$$= \frac{0}{65}$$
$$= 0$$

$$p_{1,2} = P[X_{n+1} = 2 | X_n = 1]$$

$$= \frac{P\{X_{n+1} = 2, X_n = 1\}}{P\{X_n = 1\}}$$
$$= \frac{{}^{43}/_{160}}{{}^{65}/_{160}}$$
$$= \frac{43}{65}$$
$$= 0{,}6615$$

$$p_{1,3} = P[X_{n+1} = 3|X_n = 1]$$
$$= \frac{P\{X_{n+1} = 3, X_n = 1\}}{P\{X_n = 1\}}$$
$$= \frac{{}^{14}/_{160}}{{}^{65}/_{160}}$$
$$= \frac{14}{65}$$
$$= 0{,}2154$$
...
Perhitungan selanjutnya untuk menentukan probabilitas transisi dapat dilihat pada Lampiran E. Setelah dilakukan perhitungan hasilnya dapat diperoleh matriks probabilitas transisi *state* berukuran 5× 5 (4.3).

Tabel 4.3 Transisi Antar *State*

i \ *j*	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**Jumlah**
1	0	43	14	7	1	65
2	2	30	21	4	0	57
3	0	9	5	0	0	14
4	0	3	6	1	0	10
5	0	7	4	2	1	14
jumlah	2	92	50	14	2	160

$$P = \begin{bmatrix} 0,0000 & 0,6615 & 0,2154 & 0,1077 & 0,0154 \\ 0,0351 & 0,5263 & 0,3684 & 0,0702 & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,6429 & 0,3571 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,3000 & 0,6000 & 0,1000 & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,5000 & 0,2857 & 0,1429 & 0,0714 \end{bmatrix}$$

(4.3)

4.2.3 Vektor Probabilitas *State* Hari Berikutnya dan Matriks Probabilitas Transisi n-Langkah

Pada bagian ini dilakukan perhitungan probabilitas *state* pada hari berikutnya dan matriks probabilitas transisi n-langkah dengan simulasi software Matlab. Menurut proses Rantai Markov, $d(n+1)$ merupakan probabilitas *state* pada hari yang berbeda, untuk mendapatkan probabilitas pada hari ke $(n+1)$ digunakan persamaan (4.2) dimana P adalah matriks probabilitas transisi yang telah diperoleh dari perhitungan (4.3).

Banyaknya masing-masing data *delay* kedatangan dan *delay* keberangkatan pada jadwal pesawat terbang adalah 160 data. Data ke 160 berada pada *state* $i = 2$ tetapi tidak terdapat informasi berikutnya sehingga vektor initial *state* yang digunakan adalah $d(0) = [0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$. Vektor *initial state* dan matriks probabilitas transisi digunakan untuk mendapatkan hasil simulasi vektor probabilitas *state* pada hari yang akan datang. Perhitungan prediksi *delay* pada hari kedepan adalah sebagai berikut:

$$d(1) = \begin{bmatrix} 0,0000 & 0,6615 & 0,2154 & 0,1077 & 0,0154 \\ 0,0351 & 0,5263 & 0,3684 & 0,0702 & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,6429 & 0,3571 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,3000 & 0,6000 & 0,1000 & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,5000 & 0,2857 & 0,1429 & 0,0714 \end{bmatrix} * [0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$= [0,0351 \quad 0,5263 \quad 0,3684 \quad 0,0702 \quad 0,0000]$$

$$d(2)=\begin{bmatrix}0{,}0000 & 0{,}6615 & 0{,}2154 & 0{,}1077 & 0{,}0154\\ 0{,}0351 & 0{,}5263 & 0{,}3684 & 0{,}0702 & 0{,}0000\\ 0{,}0000 & 0{,}6429 & 0{,}3571 & 0{,}0000 & 0{,}0000\\ 0{,}0000 & 0{,}3000 & 0{,}6000 & 0{,}1000 & 0{,}0000\\ 0{,}0000 & 0{,}5000 & 0{,}2857 & 0{,}1429 & 0{,}0714\end{bmatrix}^2 * \begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}0{,}0185 & 0{,}5581 & 0{,}3751 & 0{,}0477 & 0{,}0005\end{bmatrix}$$

$$d(3)=\begin{bmatrix}0{,}0000 & 0{,}6615 & 0{,}2154 & 0{,}1077 & 0{,}0154\\ 0{,}0351 & 0{,}5263 & 0{,}3684 & 0{,}0702 & 0{,}0000\\ 0{,}0000 & 0{,}6429 & 0{,}3571 & 0{,}0000 & 0{,}0000\\ 0{,}0000 & 0{,}3000 & 0{,}6000 & 0{,}1000 & 0{,}0000\\ 0{,}0000 & 0{,}5000 & 0{,}2857 & 0{,}1429 & 0{,}0714\end{bmatrix}^3 * \begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}0{,}0196 & 0{,}5617 & 0{,}3724 & 0{,}0460 & 0{,}0003\end{bmatrix}$$

$$d(4)=\begin{bmatrix}0{,}0000 & 0{,}6615 & 0{,}2154 & 0{,}1077 & 0{,}0154\\ 0{,}0351 & 0{,}5263 & 0{,}3684 & 0{,}0702 & 0{,}0000\\ 0{,}0000 & 0{,}6429 & 0{,}3571 & 0{,}0000 & 0{,}0000\\ 0{,}0000 & 0{,}3000 & 0{,}6000 & 0{,}1000 & 0{,}0000\\ 0{,}0000 & 0{,}5000 & 0{,}2857 & 0{,}1429 & 0{,}0714\end{bmatrix}^4 * \begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}0{,}0197 & 0{,}5619 & 0{,}3719 & 0{,}0462 & 0{,}0003\end{bmatrix}$$

$$d(5)=\begin{bmatrix}0{,}0000 & 0{,}6615 & 0{,}2154 & 0{,}1077 & 0{,}0154\\ 0{,}0351 & 0{,}5263 & 0{,}3684 & 0{,}0702 & 0{,}0000\\ 0{,}0000 & 0{,}6429 & 0{,}3571 & 0{,}0000 & 0{,}0000\\ 0{,}0000 & 0{,}3000 & 0{,}6000 & 0{,}1000 & 0{,}0000\\ 0{,}0000 & 0{,}5000 & 0{,}2857 & 0{,}1429 & 0{,}0714\end{bmatrix}^5 * \begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}0{,}0197 & 0{,}5619 & 0{,}3719 & 0{,}0462 & 0{,}0003\end{bmatrix}$$

$$d(6)=\begin{bmatrix}0{,}0000 & 0{,}6615 & 0{,}2154 & 0{,}1077 & 0{,}0154\\ 0{,}0351 & 0{,}5263 & 0{,}3684 & 0{,}0702 & 0{,}0000\\ 0{,}0000 & 0{,}6429 & 0{,}3571 & 0{,}0000 & 0{,}0000\\ 0{,}0000 & 0{,}3000 & 0{,}6000 & 0{,}1000 & 0{,}0000\\ 0{,}0000 & 0{,}5000 & 0{,}2857 & 0{,}1429 & 0{,}0714\end{bmatrix}^6 * \begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}0{,}0197 & 0{,}5619 & 0{,}3719 & 0{,}0462 & 0{,}0003\end{bmatrix}$$

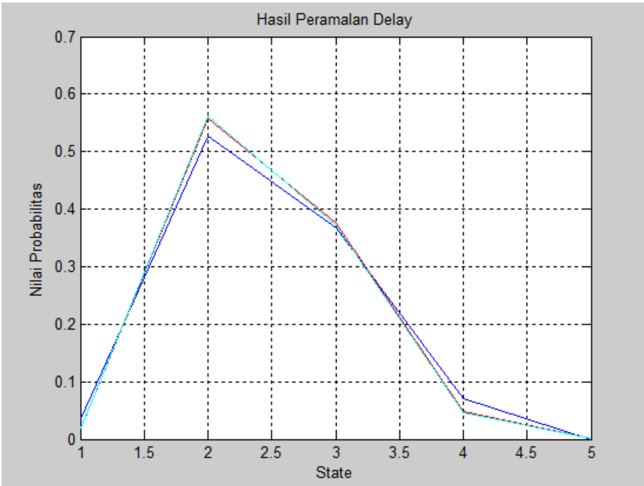
$$d(7) = \begin{bmatrix} 0,0000 & 0,6615 & 0,2154 & 0,1077 & 0,0154 \\ 0,0351 & 0,5263 & 0,3684 & 0,0702 & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,6429 & 0,3571 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,3000 & 0,6000 & 0,1000 & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,5000 & 0,2857 & 0,1429 & 0,0714 \end{bmatrix}^7 * \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
$$= [0,0197 \quad 0,5619 \quad 0,3719 \quad 0,0462 \quad 0,0003].$$

Sehingga diperoleh $d(1)$ hingga $d(7)$ sebagai berikut:

$d(1) = [0,0351 \quad 0,5263 \quad 0,3684 \quad 0,0702 \quad 0,0000]$
$d(2) = [0,0185 \quad 0,5581 \quad 0,3751 \quad 0,0477 \quad 0,0005]$
$d(3) = [0,0196 \quad 0,5617 \quad 0,3724 \quad 0,0460 \quad 0,0003]$
$d(4) = [0,0197 \quad 0,5619 \quad 0,3719 \quad 0,0462 \quad 0,0003]$
$d(5) = [0,0197 \quad 0,5619 \quad 0,3719 \quad 0,0462 \quad 0,0003]$
$d(6) = [0,0197 \quad 0,5619 \quad 0,3719 \quad 0,0462 \quad 0,0003]$
$d(7) = [0,0197 \quad 0,5619 \quad 0,3719 \quad 0,0462 \quad 0,0003]$

Prediksi *delay* keberangkatan pesawat terbang hari berikutnya dapat dilihat dari vektor probabilitas *state*. Berdasarkan hasil simulasi diperoleh prediksi probabilitas *delay* keberangkatan pesawat terbang pada hari selanjutnya (hari ke-161) akan berada pada *state* $j = 1$ dengan peluang sebesar 3,5%, akan berada pada *state* $j = 2$ dengan peluang sebesar 52,6%, kemudian akan berada pada *state* $j = 3$ dengan peluang sebesar 36,8%, akan berada pada *state* $j = 4$ dengan peluang sebesar 7% dan akan berada pada *state* $j = 5$ dengan peluang sebesar 0%. Begitu pula pada hari ke-162 hingga hari ke-167 memiliki probabilitas paling besar pada *state* $i = 2$ seperti yang dapat dilihat pada Gambar 4.2.

Selanjutnya dicari eror atau kesalahan hasil prediksi dengan dibandingkan menggunakan data aktual 7 hari kedepan yang dapat dilihat pada Tabel 4.4. Terlihat pada Tabel 4.4 bahwa pada periode 2 Februari 2018, 4 Februari 2018, 5 Februari 2018, 6 Februari 2018 dan 7 Februari 2018 data *delay* keberangkatan pesawat sesuai dengan hasil prediksi yaitu berada pada *state* $j = 2$ atau berada pada interval $1 \leq \delta < 21$. Pada periode 1 Februari 2018 dan 3 Februari 2018 hasil prediksi tidak sesuai dengan kondisi aktual karena prediksi berada pada *state* $j = 2$ atau berada pada interval $1 \leq \delta < 21$ sedangkan data aktual berada pada *state* $j = 3$ atau berada pada interval $21 \leq \delta < 41$. Sehingga dapat dikatakan prediksi *delay* keberangkatan pesawat memiliki kecocokan terhadap data aktual sebesar 71%.



Gambar 4.2 Hasil Peramalan *delay* 7 periode kedepan.

Tabel 4.4 Prediksi *Delay* Keberangkatan Pesawat Terbang

No.	Periode	Prediksi	*Delay* (menit)
1.	1 Februari 2018	$1 \leq \delta < 21$	39
2.	2 Februari 2018	$1 \leq \delta < 21$	17
3.	3 Februari 2018	$1 \leq \delta < 21$	25
4.	4 Februari 2018	$1 \leq \delta < 21$	13
5.	5 Februari 2018	$1 \leq \delta < 21$	19
6.	6 Februari 2018	$1 \leq \delta < 21$	12
7.	7 Februari 2018	$1 \leq \delta < 21$	7

4.3 Efektivitas Waktu Penunjang pada Jadwal Pesawat Terbang

Pada bagian ini dilakukan perhitungan untuk mendapatkan probabilitas *Steady-State* dari matriks probabilitas transisi dan dinilai efektivitas waktu penunjang yang telah ditambahkan pada jadwal pesawat terbang.

Matriks probabilitas n-langkah dapat dilihat pada Lampiran F, untuk $n = 2$, $n = 3$, hingga $n = 6$ nilai probabilitasnya belum setimbang, namun untuk $n = 7$ nilai probabilitasnya sudah setimbang. Sehingga untuk $n = 8$ dan seterusnya nilai probabilitasnya sama dengan $n = 7$. Probabilitas *Steady-state* didapatkan dengan melakukan perhitungan menggunakan persamaan (2.5) dan harus memenuhi persamaan (2.3) dan persamaan (2.4).

$$P^7 = \begin{bmatrix} 0{,}0197 & 0{,}5619 & 0{,}3719 & 0{,}0462 & 0{,}0003 \\ 0{,}0197 & 0{,}5619 & 0{,}3719 & 0{,}0462 & 0{,}0003 \\ 0{,}0197 & 0{,}5619 & 0{,}3719 & 0{,}0462 & 0{,}0003 \\ 0{,}0197 & 0{,}5619 & 0{,}3719 & 0{,}0462 & 0{,}0003 \\ 0{,}0197 & 0{,}5619 & 0{,}3719 & 0{,}0462 & 0{,}0003 \end{bmatrix}$$

Elemen-elemen dari matriks probabilitas S*teady-state* menunjukkan nilai probabilitas dari *state* $i = 1,2, \ldots 5$ ke *state* $j = 1$ adalah $0{,}0197$, nilai probabilitas dari *state* $i = 1,2, \ldots ,5$ ke *state* $j = 2$ adalah $0{,}5619$ begitu seterusnya sampai nilai probabilitas dari *state* $i = 1,2, \ldots ,5$ ke *state* $j = 5$ adalah $0{,}0003$. Probabilitas *Steady-State* harus memenuhi persamaan (2.3) dan persamaan (2.4) yang dapat dituliskan sebagai berikut:

$$[\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4, \pi_5] = [\pi_1 \quad \pi_2 \quad \pi_3 \quad \pi_4 \quad \pi_5] *$$
$$\begin{bmatrix} 0{,}0000 & 0{,}6615 & 0{,}2154 & 0{,}1077 & 0{,}0154 \\ 0{,}0351 & 0{,}5263 & 0{,}3684 & 0{,}0702 & 0{,}0000 \\ 0{,}0000 & 0{,}6429 & 0{,}3571 & 0{,}0000 & 0{,}0000 \\ 0{,}0000 & 0{,}3000 & 0{,}6000 & 0{,}1000 & 0{,}0000 \\ 0{,}0000 & 0{,}5000 & 0{,}2857 & 0{,}1429 & 0{,}0714 \end{bmatrix}$$

$$\pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \pi_4 + \pi_5 = 1$$

Sehingga diperoleh

$\pi_1 = 0{,}0351\pi_2$ (4.4)

$\pi_2 = 0{,}6615\pi_1 + 0{,}5263\pi_2 + 0{,}6429\pi_3 + 0{,}3\pi_4 + 0{,}5\pi_5$ (4.5)

$\pi_3 = 0{,}2154\pi_1 + 0{,}3684\pi_2 + 0{,}3571\pi_3 + 0{,}6\pi_4 + 0{,}2857\pi_5$ (4.6)

$\pi_4 = 0{,}1077\pi_1 + 0{,}0702\pi_2 + 0{,}1\pi_4 + 0{,}1429\pi_5$ (4.7)

$\pi_5 = 0{,}0154\pi_1 + 0{,}0714\pi_5$ (4.8)

$\pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \pi_4 + \pi_5 = 1$ (4.9)

Persamaan (4.8)

$\pi_5 = 0{,}0154\pi_1 + 0{,}0714\pi_5$

$\pi_5 = 0{,}0166\pi_1$ (4.10)

Substitusi persamaan (4.4) dan (4.10) ke persamaan (4.7) sehingga diperoleh

$\pi_4 = 0{,}0823\pi_2$ (4.11)

Substitusi persamaan (4.4),(4.10) dan (4.11) ke persamaan (4.6) sehingga diperoleh

$\pi_3 = 0{,}6620\pi_2$ (4.12)

Substitusi persamaan (4.4),(4.10),(4.11) dan (4.12) ke persamaan (4.9) sehingga diperoleh

$\pi_2 = 0{,}5619$ (4.13)

Substitusi persamaan (4.13) ke persamaan (4.4) sehingga diperoleh

$\pi_1 = 0{,}0197$ (4.14)

Substitusi persamaan (4.14) ke persamaan (4.10) sehingga diperoleh

$\pi_5 = 0{,}0003$ (4.15)

Sunstitusi persamaan (4.13) ke persamaan (4.11) sehingga diperoleh

$\pi_4 = 0{,}0462$ (4.16)

Substitusi persamaan (4.13) ke persamaan (4.12) sehingga diperoleh

$\pi_3 = 0{,}3719.$

Diperoleh nilai $\pi_1 = 0{,}0197, \pi_2 = 0{,}5619, \pi_3 = 0{,}3719$, $\pi_4 = 0{,}0462$, $\pi_5 = 0{,}0003$ sehingga distribusi stasioner terpenuhi dan didapatkan Probabilitas *Steady-State*

$$\pi = [0{,}0197 \;\; 0{,}5619 \;\; 0{,}3719 \;\; 0{,}0462 \;\; 0{,}0003]$$

Melalui simulasi menggunkan software Matlab diperoleh Probabilitas *Steady-State* dari *delay* seperti yang terlihat pada Gambar 4.3 dimana sistem mengalami *Steady-State* saat $n = 7$ atau setelah dilakukan 7 kali iterasi.

Setelah diperoleh Probabilitas *Steady-State* dinilai efektivitas waktu penunjang yang ditambahkan pada jadwal pesawat terbang menggunakan ekspektasi, varians, standar deviasi dan covarian. Dipilih perwakilan *delay* untuk masing-masing *state* $\delta = (0, 11, 31, 51, 81)$ [3]. Nilai ekspektasi dihitung sebagai berikut:

$$E[\delta] = \mu_\delta = \sum_{j=0}^{m} \delta_j \pi_j$$

$$\begin{aligned}
&= 0(0{,}0197) + 11(0{,}5619) + 31(0{,}3719) + 51(0{,}0462) \\
&\quad +81(0{,}0003) \\
&= 0 + 6{,}1809 + 11{,}5289 + 2{,}3562 + 0{,}0243 \\
&= 20{,}0903 \text{ menit.}
\end{aligned}$$

Nilai Varians dihitung sebagai berikut:

$$Var[\delta] = \sum_{j=0}^{m} (\delta_j - \mu_\delta)^2 \pi_j$$

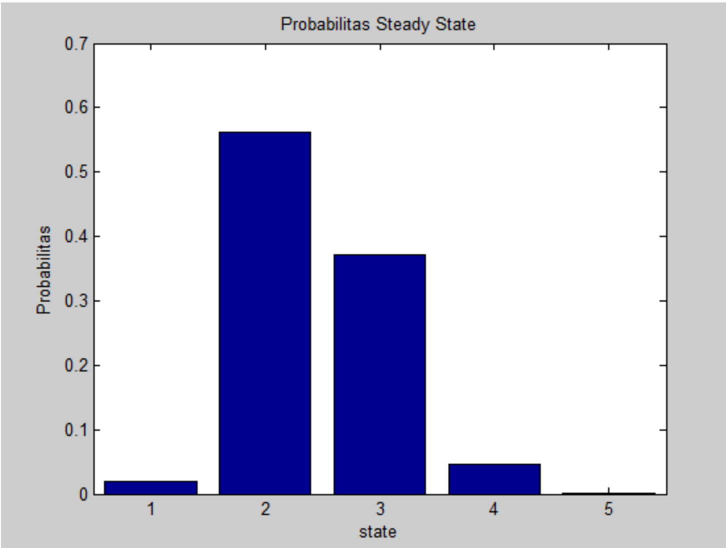
$$\begin{aligned}
&= (0 - 20{,}0903)^2(0{,}0197) + (11 - 20{,}0903)^2(0{,}5619) \\
&\quad +(31 - 20{,}0903)^2(0{,}3719) \\
&\quad +(51 - 20{,}0903)^2(0{,}0462) \\
&\quad +(81 - 20{,}0903)^2(0{,}0003) \\
&\quad = 143{,}9001 \text{ menit}^2
\end{aligned}$$

Nilai Standar Deviasi dihitung sebagai berikut:

$$\sigma_\delta = \sqrt{Var[\delta]}$$

$=\sqrt{143,9001}$

$= 11,9958$ menit



Gambar 4.3 Probabilitas *Steady-State*

Nilai Kovarian dihitung sebagai berikut:

$$CV[\delta] = \frac{\sigma_\delta}{\mu_\delta}$$

$$= \frac{11,9958}{20,0903} = 0,5971$$

Berdasarkan perhitungan ekapektasi, varian, standart deviasi dan kovarian yang telah diperoleh dapat diperoleh informasi bahwa rata-rata *delay* pesawat yang terjadi yaitu 20 menit (dari nilai espektasi) dan penyebaran *delay* cukup besar yaitu 60% (dari nilai covarian) sehingga apabila terjadi *delay* pada jadwal sebelumnya yaitu pada jadwal kedatangan pesawat 08.25 WIB maka dampak dari *delay* tersebut memiliki pengaruh sebesar 60% terhadap *delay* pada jadwal penerbangan selanjutnya, dimana pada kasus ini adalah jadwal keberangkatan pesawat Lion Air dengan rute penerbangan Surabaya-Balikpapan dengan jadwal keberangkatan pukul 08.30 WIB.

4.4 Sifat-Sifat Rantai Markov

Perhitungan yang telah dilakukan telah memenuhi sifat-sifat Rantai Markov antara lain:

1. *Ergodic*

   Terdapat bilangan terbatas n = 6 sehingga setiap *state* dapat dicapai dari *state* lainnya persis n-langkah.

$$\pi_j = \lim_{n\to\infty} p_{i,j}{}^{(n)}$$

$$P^6 = \begin{bmatrix} 0{,}0197 & 0{,}5619 & 0{,}3719 & 0{,}0462 & 0{,}0003 \\ 0{,}0197 & 0{,}5619 & 0{,}3719 & 0{,}0462 & 0{,}0003 \\ 0{,}0197 & 0{,}5619 & 0{,}3719 & 0{,}0462 & 0{,}0003 \\ 0{,}0197 & 0{,}5619 & 0{,}3719 & 0{,}0462 & 0{,}0003 \\ 0{,}0197 & 0{,}5619 & 0{,}3719 & 0{,}0462 & 0{,}0003 \end{bmatrix}$$

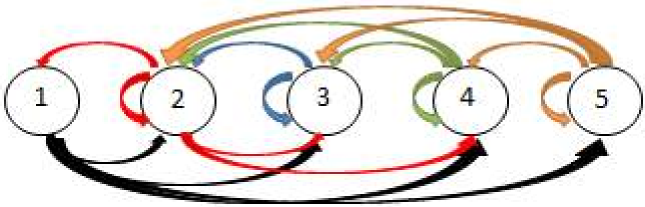
   Serta Rantai Markov memenuhi sifat *recurrent*, *communicate* dan *aperiodic* sehingga sifat *Ergodic* terpenuhi.

2. *Irreducible*

   Dibuat diagram transisi untuk mempermudah dalam menentukan sifat *Irreducible*. Dari diagram transisi pada Gambar 4.4 dapat dilihat bahwa setiap *state* i dapat pergi ke setiap *state* j dalam satu atau lebih langkah atau hanya memiliki satu *closed set* yaitu $\{1,2,3,4,5\}$ sehinggat sifat *Irreducible* terpenuhi.

3. *Reachable*

   Dari diagram transisi dapat diketahui bahwa *state* 1, 2, 3, 4, 5 dan 6 bersifat *reachable* atau *state* j dapat dicapai oleh semua *state* i karena $\mathrm{p}_{\mathrm{i,j}}{}^{n} > 0$ untuk sebarang $n \geq 0$ sehingga ada lintasan dari *state* i ke *state* j.



Gambar 4.4 Diagram Transisi

4. *Communicate*
   Dari diagram transisi dapat diketahui bahwa semua *state communicate* satu dengan yang lain karena *state* i =1,2,3,4,5 *Reachable* dari *state* i dan *state* j. Sehingga Rantai Markov tersebut bersifat *communicate.*
5. *Absorbing State*
   Tidak ada *state* yang bersifat *absorbing* karena tidak ada $\mathrm{p}_{\mathrm{i,j}} = 1$ dalam matriks probabilitas transisi tersebut.
6. *Transien State*
   Tidak ada *state* yang bersifat *transien state,* karena semua *state* dapat kembali ke dirinya lagi.
7. *Recurrent State*
   Suatu *state* yang tidak bersifat *transien* maka bersifat *recurrrent*. Sehingga *state* 1, 2, 3, 4 dan 5 bersifat *reccurrent.*
8. *Aperiodic*
   Rantai Markov pada permasalahan *delay* pada jadwal pesawat terbang adalah *aperiodic* karena memenuhi sifat *Irreducible* terdapat paling sedikit 1 *state* i dengan $p_{i,i} > 0$.

Rantai Markov pada permasalahan permasalahan *delay* pada jadwal pesawat terbang memenuhi sifat *Ergodic, Irreducible, Recurrent* dan *Aperiodic* sehingga *limiting distribution* dan distribusi stasioner terpenuhi.

BAB V
PENUTUP

Bab ini berisi tentang kesimpulan yang dihasilkan berdasarkan penelitian yang telah dilaksanakan serta saran untuk penelitian selanjutnya.

5.1 Kesimpulan

Dari hasil pembahasan yang telah diperoleh pada bab sebelumnya, dapat disimpulkan bahwa:

1. Model Distribusi *Delay* pada Jadwal Pesawat Terbang dengan Pendekatan Rantai Markov adalah Distribusi Stasioner $\pi = [0{,}0197 \;\; 0{,}5619 \;\; 0{,}3719 \;\; 0{,}0462 \;\; 0{,}0003]$
2. Hasil prediksi *delay* pesawat terbang menggunakan rantai markov untuk 7 hari kedepan dengan keakuratan hasil prediksi sebesar 71% berada pada *state* $j = 2$ dengan probabilitas terbesar 0,5619.
3. Efektivitas waktu penunjang (*buffer time*) yang ditambahkan pada jadwal pesawat terbang Lion Air rute penerbangan Surabaya-Balikpapan berpengaruh terhadap penyebaran *delay* pada penerbangan berikutnya sebesar 60% dengan nilai rata-rata *delay* yaitu 20 menit.

5.2 Saran

Saran yang dapat diberikan untuk pengembangan penelitian selanjutnya adalah:

1. Pada Tugas Akhir ini studi kasus yang digunakan memiliki jumlah sampel yang masih relatif kecil. Oleh karena itu pada penelitian selanjutnya sebaiknya menggunakan sampel yang lebih besar.
2. Untuk selanjutnya, diharapkan terdapat penelitian dari kombinasi Rantai Markov dengan metode lainnya untuk mendapatkan hasil yang lebih baik.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Wu, C.L.(2005). “Inherent Delays And Operational Reliability Of Airline Schedules”. Journal of Air Transport Management 11 273-282.

[2] Wu, C.L., Dunbar, M. and Froyland, G. (2012). “Robust Airline Schedule Planning: Minimizing Propagated Delay in an Integrated Routing and Crewing Framework”. Journal Transportation Science 46(2), pp. 204–216.

[3] Sahin, I. (2017). “Markov Chain Model for Delay Distribution in Train Schedule: Assessing the Effectiveness of Time Allowances”. Jurnal of Rail Transport Planning and Manangement. Science Direct.

[4] Wang, H. and Lv,X. (2009). “Flight Delay Alarming Analysis for an Airport Based on Markov”. First International Workshop on Education Technology and Computer Science.IEEE.

[5] Puspadewi, E.(2010). “Pendekatan Rantai Markov Waktu Diskrit dalamPerencanaan Kebutuhan Tempat Tidur Rumah Sakit”. Tugas Akhir, Matematika. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

[6] Pratama, Y. (2015). “Pengaruh Jumlah Keterbatasan Parkir Stand Area Terhadap Keterlambatan Kedatangan Pesawat Komersial Di Bandar Udara Husein Sastranegara Bandung”. Jurnal *ground handling* dirgantara Vol.2, No.2

[7] Grosche, T. (2009). “Computational Intel. in Integrated Airline Scheduling*”.* SCI 173, pp.7-46.German:Springer-Verlag Berllin Heidelberg

[8] Kulkarni, V.G. (2011). “Introduction to Modeling and Analysis of Stochastic Systems”. United State: Springer Science.

[9] Kulkarni, V.G. (2010). “Modeling and Analysis of Stochastic Systems”. United State: Taylor and Francis Group, LLC

[10] Zhang, D., Zhang, X. (2009). Study on Forecasting the Stock Market Trend Based on Stochastic Analysis Method. International Jurnal of Business and Management Vol. 4, No. 6, Hal.163-170.

[11] Soehardjoepri (2003). “Aplikasi Teorema Rantai Markov pada Perencanaan Persediaan Suku Cadang Mesin Industri”. Laporan Penelitian. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

[12] Firdaniza dkk., (2016). Distribusi Stasioner Rantai Markov Untuk Prediksi Curah Hujan Di Wilayah Jawa Barat. Prosiding Seminar Matematika dan Pendidikan Matematika hal 1035-1050 November 2016

LAMPIRAN A

Data *Delay* Kedatangan Pesawat Terbang Lion Air Rute Penerbangan Surabaya-Balikpapan (08.25 WIB)

Tanggal	**Jadwal**	**Aktual**	**Delay δ (menit)**
01-Agt-17	08.25	08.23	0
02-Agt-17	08.25	10.23	118
03-Agt-17	08.25	08.34	9
04-Agt-17	08.25	08.25	0
06-Agt-17	08.25	08.25	0
11-Agt-17	08.25	08.22	0
13-Agt-17	08.25	08.21	0
18-Agt-17	08.25	08.29	4
20-Agt-17	08.25	08.19	0
25-Agt-17	08.25	08.18	0
27-Agt-17	08.25	08.24	0
01-Sep-17	08.25	09.07	42
02-Sep-17	08.25	08.07	0
03-Sep-17	08.25	08.29	4
04-Sep-17	08.25	16.57	512
05-Sep-17	08.25	16.51	506
06-Sep-17	08.25	08.23	0
07-Sep-17	08.25	08.36	11
08-Sep-17	08.25	08.30	5
09-Sep-17	08.25	08.23	0
10-Sep-17	08.25	09.01	36
11-Sep-17	08.25	08.45	20
12-Sep-17	08.25	08.17	0

Lampiran A. Lanjutan

Tanggal	Jadwal	Aktual	Delay δ (menit)
13-Sep-17	08.25	08.54	29
14-Sep-17	08.25	08.20	0
15-Sep-17	08.25	08.17	0
16-Sep-17	08.25	08.23	0
17-Sep-17	08.25	09.19	54
18-Sep-17	08.25	08.24	0
19-Sep-17	08.25	09.37	72
20-Sep-17	08.25	08.50	25
21-Sep-17	08.25	09.54	89
22-Sep-17	08.25	08.20	0
23-Sep-17	08.25	08.16	0
24-Sep-17	08.25	08.28	3
25-Sep-17	08.25	08.57	32
26-Sep-17	08.25	09.04	39
27-Sep-17	08.25	08.18	0
28-Sep-17	08.25	08.26	1
29-Sep-17	08.25	08.11	0
30-Sep-17	08.25	08.27	2
01-Okt-17	08.25	08.32	7
02-Okt-17	08.25	12.29	244
04-Okt-17	08.25	08.18	0
05-Okt-17	08.25	08.25	0
06-Okt-17	08.25	08.14	0
07-Okt-17	08.25	08.11	0
08-Okt-17	08.25	08.11	0
09-Okt-17	08.25	08.25	0
10-Okt-17	08.25	08.22	0

Lampiran A. Lanjutan

Tanggal	Jadwal	Aktual	Delay δ (menit)
11-Okt-17	08.25	08.08	0
12-Okt-17	08.25	08.27	2
13-Okt-17	08.25	08.24	0
14-Okt-17	08.25	08.21	0
15-Okt-17	08.25	08.25	0
16-Okt-17	08.25	08.49	24
17-Okt-17	08.25	08.16	0
18-Okt-17	08.25	08.25	0
19-Okt-17	08.25	08.13	0
20-Okt-17	08.25	08.18	0
21-Okt-17	08.25	11.02	157
22-Okt-17	08.25	08.24	0
23-Okt-17	08.25	08.48	23
24-Okt-17	08.25	09.21	56
25-Okt-17	08.25	08.24	0
26-Okt-17	08.25	08.17	0
27-Okt-17	08.25	08.26	1
28-Okt-17	08.25	08.12	0
29-Okt-17	08.25	08.31	6
30-Okt-17	08.25	08.07	0
31-Okt-17	08.25	09.34	69
01-Nov-17	08.25	08.40	15
02-Nov-17	08.25	08.10	0
03-Nov-17	08.25	10.15	110
04-Nov-17	08.25	08.22	0
05-Nov-17	08.25	08.39	14
06-Nov-17	08.25	08.28	3

Lampiran A. Lanjutan

Tanggal	Jadwal	Aktual	Delay δ (menit)
08-Nov-17	08.25	09.12	47
09-Nov-17	08.25	08.21	0
10-Nov-17	08.25	08.26	1
11-Nov-17	08.25	08.51	26
12-Nov-17	08.25	08.29	4
13-Nov-17	08.25	08.11	0
14-Nov-17	08.25	08.44	19
15-Nov-17	08.25	08.43	18
17-Nov-17	08.25	08.27	2
18-Nov-17	08.25	08.16	0
19-Nov-17	08.25	08.21	0
20-Nov-17	08.25	09.18	53
21-Nov-17	08.25	09.03	38
22-Nov-17	08.25	08.28	3
23-Nov-17	08.25	08.31	6
24-Nov-17	08.25	09.31	66
25-Nov-17	08.25	08.26	1
26-Nov-17	08.25	08.32	7
27-Nov-17	08.25	09.39	74
28-Nov-17	08.25	09.08	43
29-Nov-17	08.25	08.27	2
01-Des-17	08.25	08.28	3
02-Des-17	08.25	08.16	0
03-Des-17	08.25	08.40	15
04-Des-17	08.25	08.22	0
05-Des-17	08.25	09.11	46
06-Des-17	08.25	08.44	19

Lampiran A. Lanjutan

Tanggal	**Jadwal**	**Aktual**	**Delay δ (menit)**
07-Des-17	08.25	08.33	8
08-Des-17	08.25	08.45	20
09-Des-17	08.25	08.33	8
10-Des-17	08.25	08.45	20
11-Des-17	08.25	08.25	0
12-Des-17	08.25	08.43	18
13-Des-17	08.25	08.46	21
14-Des-17	08.25	08.58	33
15-Des-17	08.25	09.00	35
16-Des-17	08.25	08.24	0
17-Des-17	08.25	08.29	4
18-Des-17	08.25	08.34	9
19-Des-17	08.25	08.22	0
20-Des-17	08.25	09.12	47
21-Des-17	08.25	10.17	112
22-Des-17	08.25	08.11	0
23-Des-17	08.25	09.11	46
24-Des-17	08.25	08.04	0
25-Des-17	08.25	08.24	0
26-Des-17	08.25	08.29	4
27-Des-17	08.25	08.25	0
28-Des-17	08.25	08.36	11
29-Des-17	08.25	08.21	0
30-Des-17	08.25	08.19	0
31-Des-17	08.25	08.25	0
01-Jan-18	08.25	08.32	7
02-Jan-18	08.25	08.45	20

Lampiran A. Lanjutan

Tanggal	Jadwal	Aktual	Delay δ (menit)
03-Jan-18	08.25	08.55	30
04-Jan-18	08.25	08.20	0
05-Jan-18	08.25	08.19	0
06-Jan-18	08.25	08.40	15
07-Jan-18	08.25	08.33	8
08-Jan-18	08.25	10.01	36
09-Jan-18	08.25	09.12	47
10-Jan-18	08.25	08.34	9
11-Jan-18	08.25	08.28	3
12-Jan-18	08.25	08.30	5
13-Jan-18	08.25	08.23	0
14-Jan-18	08.25	08.28	3
15-Jan-18	08.25	08.37	12
16-Jan-18	08.25	08.19	0
17-Jan-18	08.25	08.13	0
18-Jan-18	08.25	10.46	141
19-Jan-18	08.25	08.26	1
20-Jan-18	08.25	08.31	6
21-Jan-18	08.25	08.27	2
22-Jan-18	08.25	09.33	68
23-Jan-18	08.25	08.33	8
24-Jan-18	08.25	08.39	14
25-Jan-18	08.25	08.34	9
26-Jan-18	08.25	08.19	0
27-Jan-18	08.25	08.39	14
28-Jan-18	08.25	08.28	3
29-Jan-18	08.25	08.23	0

Lampiran A. Lanjutan

Tanggal	**Jadwal**	**Aktual**	**Delay δ (menit)**
30-Jan-18	08.25	08.30	5
31-Jan-18	08.25	08.35	10

LAMPIRAN B

Data *Delay* Keberangkatan Pesawat Terbang Lion Air Rute Penerbangan Surabaya-Balikpapan (08.30 WIB)

Tanggal	**Jadwal**	**Aktual**	**Delay δ (menit)**
01-Agt-17	08.30	08.50	20
02-Agt-17	08.30	08.52	22
03-Agt-17	08.30	08.43	13
04-Agt-17	08.30	08.46	16
06-Agt-17	08.30	08.53	23
11-Agt-17	08.30	09.01	31
13-Agt-17	08.30	08.48	18
18-Agt-17	08.30	08.35	5
20-Agt-17	08.30	08.36	6
25-Agt-17	08.30	09.08	38
27-Agt-17	08.30	08.40	10
01-Sep-17	08.30	08.40	10
02-Sep-17	08.30	08.35	5
03-Sep-17	08.30	08.42	12
04-Sep-17	08.30	08.50	20
05-Sep-17	08.30	09.12	42
06-Sep-17	08.30	08.50	20
07-Sep-17	08.30	08.54	24
08-Sep-17	08.30	08.47	17
09-Sep-17	08.30	08.55	25
10-Sep-17	08.30	08.54	24
11-Sep-17	08.30	08.47	17
12-Sep-17	08.30	08.53	23

Lampiran B. Lanjutan

Tanggal	Jadwal	Aktual	Delay δ (menit)
13-Sep-17	08.30	08.40	10
14-Sep-17	08.30	08.47	17
15-Sep-17	08.30	09.02	32
16-Sep-17	08.30	08.48	18
17-Sep-17	08.30	08.53	23
18-Sep-17	08.30	08.42	12
19-Sep-17	08.30	08.47	17
20-Sep-17	08.30	08.51	21
21-Sep-17	08.30	08.35	5
22-Sep-17	08.30	08.35	5
23-Sep-17	08.30	09.26	56
24-Sep-17	08.30	08.50	20
25-Sep-17	08.30	08.43	13
26-Sep-17	08.30	08.36	6
27-Sep-17	08.30	08.40	10
28-Sep-17	08.30	08.46	16
29-Sep-17	08.30	08.42	12
30-Sep-17	08.30	08.49	19
01-Okt-17	08.30	08.42	12
02-Okt-17	08.30	08.45	15
04-Okt-17	08.30	08.35	5
05-Okt-17	08.30	08.38	8
06-Okt-17	08.30	08.49	19
07-Okt-17	08.30	08.43	13
08-Okt-17	08.30	09.23	53
09-Okt-17	08.30	09.18	48
10-Okt-17	08.30	08.45	15

Lampiran B. Lanjutan

Tanggal	Jadwal	Aktual	Delay δ (menit)
11-Okt-17	08.30	08.38	8
12-Okt-17	08.30	08.44	14
13-Okt-17	08.30	08.43	13
14-Okt-17	08.30	08.34	4
15-Okt-17	08.30	08.49	19
16-Okt-17	08.30	08.45	15
17-Okt-17	08.30	08.31	1
18-Okt-17	08.30	08.47	17
19-Okt-17	08.30	08.32	2
20-Okt-17	08.30	08.47	17
21-Okt-17	08.30	08.33	3
22-Okt-17	08.30	08.36	6
23-Okt-17	08.30	08.37	7
24-Okt-17	08.30	08.55	25
25-Okt-17	08.30	08.48	18
26-Okt-17	08.30	08.40	10
27-Okt-17	08.30	08.44	14
28-Okt-17	08.30	08.42	12
29-Okt-17	08.30	08.34	4
30-Okt-17	08.30	08.44	14
31-Okt-17	08.30	09.09	39
01-Nov-17	08.30	09.14	44
02-Nov-17	08.30	09.00	30
03-Nov-17	08.30	08.49	19
04-Nov-17	08.30	09.16	46
05-Nov-17	08.30	08.42	12
06-Nov-17	08.30	08.40	10

Lampiran B. Lanjutan

Tanggal	Jadwal	Aktual	Delay δ (menit)
08-Nov-17	08.30	08.58	28
09-Nov-17	08.30	08.43	13
10-Nov-17	08.30	08.39	9
11-Nov-17	08.30	08.42	12
12-Nov-17	08.30	09.17	47
13-Nov-17	08.30	08.40	10
14-Nov-17	08.30	08.49	19
15-Nov-17	08.30	08.30	0
17-Nov-17	08.30	09.00	30
18-Nov-17	08.30	08.46	16
19-Nov-17	08.30	08.57	27
20-Nov-17	08.30	08.56	26
21-Nov-17	08.30	08.56	26
22-Nov-17	08.30	08.51	21
23-Nov-17	08.30	08.51	21
24-Nov-17	08.30	08.35	5
25-Nov-17	08.30	08.30	0
26-Nov-17	08.30	08.59	29
27-Nov-17	08.30	09.11	41
28-Nov-17	08.30	08.42	12
29-Nov-17	08.30	08.56	26
01-Des-17	08.30	09.29	59
02-Des-17	08.30	08.48	18
03-Des-17	08.30	08.59	29
04-Des-17	08.30	08.45	15
05-Des-17	08.30	08.53	23
06-Des-17	08.30	09.01	31

Lampiran B. Lanjutan

Tanggal	**Jadwal**	**Aktual**	**Delay δ (menit)**
07-Des-17	08.30	09.01	31
08-Des-17	08.30	08.47	17
09-Des-17	08.30	08.59	29
10-Des-17	08.30	08.58	28
11-Des-17	08.30	08.50	20
12-Des-17	08.30	08.54	24
13-Des-17	08.30	08.46	16
14-Des-17	08.30	08.54	24
15-Des-17	08.30	08.59	29
16-Des-17	08.30	08.48	18
17-Des-17	08.30	08.49	19
18-Des-17	08.30	08.53	23
19-Des-17	08.30	09.35	65
20-Des-17	08.30	09.11	41
21-Des-17	08.30	09.33	63
22-Des-17	08.30	09.07	37
23-Des-17	08.30	08.59	29
24-Des-17	08.30	08.46	16
25-Des-17	08.30	09.18	48
26-Des-17	08.30	08.42	12
27-Des-17	08.30	08.50	20
28-Des-17	08.30	08.38	8
29-Des-17	08.30	09.19	49
30-Des-17	08.30	08.51	21
31-Des-17	08.30	08.48	18
01-Jan-18	08.30	08.40	10
02-Jan-18	08.30	08.48	18

Lampiran B. Lanjutan

Tanggal	Jadwal	Aktual	Delay δ (menit)
03-Jan-18	08.30	08.48	18
04-Jan-18	08.30	09.16	46
05-Jan-18	08.30	08.56	26
06-Jan-18	08.30	09.04	34
07-Jan-18	08.30	08.49	19
08-Jan-18	08.30	08.47	17
09-Jan-18	08.30	08.49	19
10-Jan-18	08.30	08.53	23
11-Jan-18	08.30	08.38	8
12-Jan-18	08.30	08.49	19
13-Jan-18	08.30	08.52	22
14-Jan-18	08.30	08.47	17
15-Jan-18	08.30	08.42	12
16-Jan-18	08.30	08.42	12
17-Jan-18	08.30	09.04	34
18-Jan-18	08.30	08.55	25
19-Jan-18	08.30	09.11	41
20-Jan-18	08.30	08.53	23
21-Jan-18	08.30	08.50	20
22-Jan-18	08.30	08.52	22
23-Jan-18	08.30	08.56	26
24-Jan-18	08.30	08.54	24
25-Jan-18	08.30	08.43	13
26-Jan-18	08.30	08.49	19
27-Jan-18	08.30	08.51	21
28-Jan-18	08.30	08.44	14
29-Jan-18	08.30	09.03	33

Lampiran B. Lanjutan

Tanggal	Jadwal	Aktual	Delay δ (menit)
30-Jan-18	08.30	08.51	21
31-Jan-18	08.30	08.53	23

LAMPIRAN C

Data *Delay* Keberangkatan Pesawat Terbang Lion Air Rute Penerbangan Surabaya-Balikpapan (08.30 WIB) pada Hari Berikutnya yang di Prediksi

Tanggal	**Jadwal**	**Aktual**	**Delay δ (menit)**
01-Feb-18	08.30	09.09	39
02-Feb-18	08.30	08.47	17
03-Feb-18	08.30	08.55	25
04-Feb-18	08.30	08.43	13
05-Feb-18	08.30	08.49	19
06-Feb-18	08.30	08.42	12
07-Feb-18	08.30	08.37	7

LAMPIRAN D

Source Code MATLAB untuk Simulasi

```
clear all;
%Current State
filename = 'RMdelay.xlsx';
a = xlsread(filename,'A:A');
banyak_a = 160; %banyak data
max(a);%mencari max
tex1a = sprintf('Max = %f',max(a));
disp(tex1a);
disp('STATE: ')
%pembagian interval
p1=0;
p2=21;
p3=41;
p4=61;
%menampilkan interval untuk state
s1 = sprintf('State 1 = %f',p1);
disp(s1);
s2 = sprintf('State 2 = [%f , %f)',p1+1,p2);
disp(s2);
s3 = sprintf('State 3 = [%f , %f)',p2,p3);
disp(s3);
s4 = sprintf('State 4 = [%f , %f)',p3,p4);
disp(s4);
s5 = sprintf('State 5 >= %f',p4);
disp(s5);
%pengelompokan data kedalam state
disp('Pengelompokan data ke dalam state : ')
state1 =0; state2 = 0; state3 = 0; state4 =
0; state5 = 0;
for i = 1:banyak_a
    x = a(i);
    if x>=p4
    x = state5; state5 = state5+1;
    elseif x>=p3
    x = state4; state4 = state4+1;
    elseif x>=p2
```

Lampiran D. Lanjutan

```
    x = state3; state3 = state3+1;
    elseif x>p1
    x = state2; state2 = state2+1;
    else
    x = state1; state1 = state1+1;
    end
end
%menghitung n tiap state (menampilkan jumlah
data dalam state)
disp('jumlah data tiap state');
fprintf(' p1 = %d |', state1);
fprintf(' p2 = %d |', state2);
fprintf(' p3 = %d |', state3);
fprintf(' p4 = %d |', state4);
pstatelima = sprintf(' p5 = %d ', state5);
disp(pstatelima);


%Next State
filename = 'RMdelay.xlsx';
b = xlsread(filename,'C:C');
banyak_b = 160; %banyak data
max(b);%mencari max
tex1b = sprintf('Max = %f',max(b));
disp(tex1b);
%pembagian interval
pb1=0;
pb2=21;
pb3=41;
pb4=61;
%pengelompokan data kedalam state
disp('Pengelompokan data ke dalam state : ')
stateb1 =0; stateb2 = 0; stateb3 = 0; stateb4
= 0; stateb5 = 0;
for i = 1:banyak_b
    xb = b(i);
    if xb>=pb4
```

Lampiran D. Lanjutan

```
    xb = stateb5; stateb5 = stateb5+1;
    elseif xb>=pb3
    xb = stateb4; stateb4 = stateb4+1;
    elseif xb>=pb2
    xb = stateb3; stateb3 = stateb3+1;
    elseif xb>pb1
    xb = stateb2; stateb2 = stateb2+1;
    else
    xb = stateb1; stateb1 = stateb1+1;
    end
end
%menghitung n tiap state (menampilkan jumlah
data dalam state)
disp('jumlah data tiap state');
fprintf(' p1 = %d |', stateb1);
fprintf(' p2 = %d |', stateb2);
fprintf(' p3 = %d |', stateb3);
fprintf(' p4 = %d |', stateb4);
pstateblima = sprintf(' p5 = %d ', stateb5);
disp(pstateblima);

%Transisi antar State ke-4
state45=0;state44 = 0;state43 = 0;state42 =
0;state41 = 0;
for i = 1:banyak_a
xc = a(i);
xc1 = b(i);
if (xc>=p3&&xc<p4)&&(xc1>=p4)
xc = state45; state45 = state45+1;
elseif (xc>=p3&&xc<p4)&&(xc1>=p3&&xc1<p4)
xc = state44;state44 = state44+1;
elseif (xc>=p3&&xc<p4)&&(xc1>=p2&&xc1<p3)
xc = state43; state43 = state43+1;
elseif (xc>=p3&&xc<p4)&&(xc1>p1&&xc1<p2)
xc = state42; state42 = state42+1;
elseif (xc>=p3&&xc<p4)&&(xc1==p1)
xc = state41; state41 = state41+1;
```

Lampiran D. Lanjutan

```
else fprintf('');
end
end
%Transisi antar State ke-3
state35=0;state34 = 0;state33 = 0;state32 =
0;state31 = 0;
for i = 1:banyak_a
xd = a(i);
xd1 = b(i);
if (xd>=p2&&xd<p3)&&(xd1>=p4)
xd = state35; state35 = state35+1;
elseif (xd>=p2&&xd<p3)&&(xd1>=p3&&xd1<p4)
xd = state34;state34 = state34+1;
elseif (xd>=p2&&xd<p3)&&(xd1>=p2&&xd1<p3)
xd = state33; state33 = state33+1;
elseif (xd>=p2&&xd<p3)&&(xd1>p1&&xd1<p2)
xd = state32; state32 = state32+1;
elseif (xd>=p2&&xd<p3)&&(xd1==p1)
xd = state31; state31 = state31+1;
else fprintf('');
end
end
%Transisi antar State ke-2
state25=0;state24 = 0;state23 = 0;state22 =
0;state21 = 0;
for i = 1:banyak_a
xe = a(i);
xe1 = b(i);
if (xe>p1&&xe<p2)&&(xe1>=p4)
xe = state25; state25 = state25+1;
elseif (xe>p1&&xe<p2)&&(xe1>=p3&&xe1<p4)
xe = state24;state24 = state24+1;
elseif (xe>p1&&xe<p2)&&(xe1>=p2&&xe1<p3)
xe = state23; state23 = state23+1;
elseif (xe>p1&&xe<p2)&&(xe1>p1&&xe1<p2)
xe = state22; state22 = state22+1;
elseif (xe>p1&&xe<p2)&&(xe1==p1)
```

Lampiran D. Lanjutan

```
xe = state21; state21 = state21+1;
else fprintf('');
end
end
%Transisi antar State ke-1
state15=0;state14 = 0;state13 = 0;state12 =
0;state11 = 0;
for i = 1:banyak_a
xf = a(i);
xf1 = b(i);
if (xf==p1)&&(xf1>=p4)
xf = state15; state15 = state15+1;
elseif (xf==p1)&&(xf1>=p3&&xf1<p4)
xf = state14;state14 = state14+1;
elseif (xf==p1)&&(xf1>=p2&&xf1<p3)
xf = state13; state13 = state13+1;
elseif (xf==p1)&&(xf1>p1&&xf1<p2)
xf = state12; state12 = state12+1;
elseif (xf==p1)&&(xf1==p1)
xf = state11; state11 = state11+1;
else fprintf('');
end
end
%Transisi antar State ke-5
state55=0;state54 = 0;state53 = 0;state52 =
0;state51 = 0;
for i = 1:banyak_a
xg = a(i);
xg1 = b(i);
if (xg>=p4)&&(xg1>=p4)
xg = state55; state55 = state55+1;
elseif (xg>=p4)&&(xg1>=p3&&xg1<p4)
xg = state54;state54 = state54+1;
elseif (xg>=p4)&&(xg1>=p2&&xg1<p3)
xg = state53; state53 = state53+1;
elseif (xg>=p4)&&(xg1>p1&&xg1<p2)
xg = state52; state52 = state52+1;
```

Lampiran D. Lanjutan

```
elseif (xg>=p4)&&(xg1==p1)
xg = state51; state51 = state51+1;
else fprintf('');
end
end
%menampilkan banyaknya transisi state
Transisi=[state11 state12 state13 state14
state15 ;state21 state22 state23 state24
state25 ;state31 state32 state33 state34
state35 ; state41 state42 state43 state44
state45 ; state51 state52 state53 state54
state55]
%menghitung nilai p11 - p15
p11 = state11/(state1);
p12 = state12/(state1);
p13 = state13/(state1);
p14 = state14/(state1);
p15 = state15/(state1);
%menghitung nilai p21-p25
p21 = state21/state2;
p22 = state22/state2;
p23 = state23/state2;
p24 = state24/state2;
p25 = state25/state2;
%menghitung nilai p31-p35
p31 = state31/state3;
p32 = state32/state3;
p33 = state33/state3;
p34 = state34/state3;
p35 = state35/state3;
%menghitung nilai p41-45
p41 = state41/state4;
p42 = state42/state4;
p43 = state43/state4;
p44 = state44/state4;
p45 = state45/state4;
%menghitung nilai p51-p55
```

Lampiran D. Lanjutan

```
p51 = state51/state5;
p52 = state52/state5;
p53 = state53/state5;
p54 =state54/state5;
p55 = state55/state5;
%membentuk matriks probabilitas transisi
MatriksTransisi=[p11 p12 p13 p14 p15 ;p21 p22
p23 p24 p25 ;p31 p32 p33 p34 p35 ; p41 p42
p43 p44 p45 ; p51 p52 p53 p54 p55]
%cek jumlah baris=1
sum1=p11+p12+p13+p14+p15;
sum2=p21+p22+p23+p24+p25;
sum3=p31+p32+p33+p34+p35;
sum4=p41+p42+p43+p44+p45;
sum5=p51+p52+p53+p54+p55;
disp(sum1);
disp(sum2);
disp(sum3);
disp(sum4);
disp(sum5);
%menghitung prediksi delay
inisialstate=[0 1 0 0 0 ];
prediksi1 = inisialstate*MatriksTransisi;
prediksi2 = prediksi1*MatriksTransisi;
prediksi3 = prediksi2*MatriksTransisi;
prediksi4 = prediksi3*MatriksTransisi;
prediksi5 = prediksi4*MatriksTransisi;
prediksi6 = prediksi5*MatriksTransisi;
prediksi7 = prediksi6*MatriksTransisi;
disp(prediksi1);
disp(prediksi2);
disp(prediksi3);
disp(prediksi4);
disp(prediksi5);
disp(prediksi6);
disp(prediksi7);
%grafik prediksi
```

Lampiran D. Lanjutan

```
x=[1,2,3,4,5];
y1=prediksi1;
y2=prediksi2;
y3=prediksi3;
y4=prediksi4;
y5=prediksi5;
y6=prediksi6;
y7=prediksi7;
plot(x,y1,'b'); %blue
hold on;
plot(x,y2,'r'); %red
hold on;
plot(x,y3,'g'); %green
hold on;
plot(x,y4,'k'); %black
hold on;
plot(x,y5,'m'); %magenta
hold on;
plot(x,y6,'y'); %yellow
hold on;
plot(x,y7,'c'); %Cyan
hold on;
xlabel('State'),ylabel('Nilai Probabilitas')
title('Hasil Peramalan Delay')
grid on

%matriks n langkah
matrikscek=MatriksTransisi
n=0;
while (matrikscek(1,1)~=matrikscek(5,1))
    n=n+1;

matrikscek=round(10000*MatriksTransisi^n);
end
while (matrikscek(1,2)~=matrikscek(5,2))
    n=n+1;
```

Lampiran D. Lanjutan

```
matrikscek=round(10000*MatriksTransisi^n);
end
while (matrikscek(1,3)~=matrikscek(5,3))
    n=n+1;

matrikscek=round(10000*MatriksTransisi^n);
end
while (matrikscek(1,4)~=matrikscek(5,4))
    n=n+1;

matrikscek=round(10000*MatriksTransisi^n);
end
while (matrikscek(1,5)~=matrikscek(5,5))
    n=n+1;

matrikscek=round(10000*MatriksTransisi^n);
end


n
matriks_n_langkah=matrikscek/10000

%diagram steady state
%Y=matriks_n_langkah(1,:);
%disp(Y)
%bar(X,Y);
%xlabel('state');
%ylabel('Probabilitas');
%title('Probabilitas Steady State');


disp('cek matriks steady state')
bbbbb=MatriksTransisi^6;
disp(bbbbb)
```

LAMPIRAN E

Perhitungan Probabilitas Transisi

$$p_{1,1} = P[X_{n+1} = 1|X_n = 1]$$
$$= \frac{P\{X_{n+1} = 1, X_n = 1\}}{P\{X_n = 1\}}$$
$$= \frac{{}^{0}/_{160}}{{}^{65}/_{160}}$$
$$= \frac{0}{65}$$
$$= 0$$

$$p_{1,2} = P[X_{n+1} = 2|X_n = 1]$$
$$= \frac{P\{X_{n+1} = 2, X_n = 1\}}{P\{X_n = 1\}}$$
$$= \frac{{}^{43}/_{160}}{{}^{65}/_{160}}$$
$$= \frac{43}{65}$$
$$= 0{,}6615$$

$$p_{1,3} = P[X_{n+1} = 3|X_n = 1]$$
$$= \frac{P\{X_{n+1} = 3, X_n = 1\}}{P\{X_n = 1\}}$$
$$= \frac{{}^{14}/_{160}}{{}^{65}/_{160}}$$
$$= \frac{14}{65}$$
$$= 0{,}2154$$

LAMPIRAN E. Lanjutan

$$p_{1,4} = P[X_{n+1} = 4|X_n = 1]$$
$$= \frac{P\{X_{n+1} = 4, X_n = 1\}}{P\{X_n = 1\}}$$
$$= \frac{7/_{160}}{65/_{160}}$$
$$= \frac{7}{65}$$
$$= 0{,}1077$$

$$p_{1,5} = P[X_{n+1} = 5|X_n = 1]$$
$$= \frac{P\{X_{n+1} = 5, X_n = 1\}}{P\{X_n = 1\}}$$
$$= \frac{1/_{160}}{65/_{160}}$$
$$= \frac{1}{65}$$
$$= 0{,}0154$$

$$p_{2,1} = P[X_{n+1} = 1|X_n = 2]$$
$$= \frac{P\{X_{n+1} = 1, X_n = 2\}}{P\{X_n = 2\}}$$
$$= \frac{2/_{160}}{57/_{160}}$$
$$= \frac{2}{57}$$
$$= 0{,}0351$$

LAMPIRAN E. Lanjutan

$$p_{2,2} = P[X_{n+1} = 2|X_n = 2]$$
$$= \frac{P\{X_{n+1} = 2, X_n = 2\}}{P\{X_n = 2\}}$$
$$= \frac{30/_{160}}{57/_{160}}$$
$$= \frac{30}{57}$$
$$= 0{,}5263$$

$$p_{2,3} = P[X_{n+1} = 3|X_n = 2]$$
$$= \frac{P\{X_{n+1} = 3, X_n = 2\}}{P\{X_n = 2\}}$$
$$= \frac{21/_{160}}{57/_{160}}$$
$$= \frac{21}{57}$$
$$= 0{,}3684$$

$$p_{2,4} = P[X_{n+1} = 4|X_n = 2]$$
$$= \frac{P\{X_{n+1} = 4, X_n = 2\}}{P\{X_n = 2\}}$$
$$= \frac{4/_{160}}{57/_{160}}$$
$$= \frac{4}{57}$$
$$= 0{,}0702$$

LAMPIRAN E. Lanjutan

$p_{2,5} = P[X_{n+1} = 5|X_n = 2]$
$= \frac{P\{X_{n+1} = 5, X_n = 2\}}{P\{X_n = 2\}}$
$= \frac{0/_{160}}{57/_{160}}$
$= \frac{0}{57}$
$= 0{,}0000$

$p_{3,1} = P[X_{n+1} = 1|X_n = 3]$
$= \frac{P\{X_{n+1} = 1, X_n = 3\}}{P\{X_n = 3\}}$
$= \frac{0/_{160}}{14/_{160}}$
$= \frac{0}{14}$
$= 0{,}0000$

$p_{3,2} = P[X_{n+1} = 2|X_n = 3]$
$= \frac{P\{X_{n+1} = 1, X_n = 3\}}{P\{X_n = 3\}}$
$= \frac{9/_{160}}{14/_{160}}$
$= \frac{9}{14}$
$= 0{,}6429$

LAMPIRAN E. Lanjutan

$$p_{3,3} = P[X_{n+1} = 3|X_n = 3]$$
$$= \frac{P\{X_{n+1} = 1, X_n = 3\}}{P\{X_n = 3\}}$$
$$= \frac{5/_{160}}{14/_{160}}$$
$$= \frac{5}{14}$$
$$= 0{,}3571$$

$$p_{3,4} = P[X_{n+1} = 4|X_n = 3]$$
$$= \frac{P\{X_{n+1} = 4, X_n = 3\}}{P\{X_n = 3\}}$$
$$= \frac{0/_{160}}{14/_{160}}$$
$$= \frac{0}{14}$$
$$= 0{,}0000$$

$$p_{3,5} = P[X_{n+1} = 5|X_n = 3]$$
$$= \frac{P\{X_{n+1} = 5, X_n = 3\}}{P\{X_n = 3\}}$$
$$= \frac{0/_{160}}{14/_{160}}$$
$$= \frac{0}{14}$$
$$= 0{,}0000$$

LAMPIRAN E. Lanjutan

$$p_{4,1} = P[X_{n+1} = 1|X_n = 4]$$
$$= \frac{P\{X_{n+1} = 1, X_n = 4\}}{P\{X_n = 4\}}$$
$$= \frac{{}^{0}\!/_{160}}{{}^{10}\!/_{160}}$$
$$= \frac{0}{10}$$
$$= 0{,}0000$$

$$p_{4,2} = P[X_{n+1} = 2|X_n = 4]$$
$$= \frac{P\{X_{n+1} = 2, X_n = 4\}}{P\{X_n = 4\}}$$
$$= \frac{{}^{3}\!/_{160}}{{}^{10}\!/_{160}}$$
$$= \frac{3}{10}$$
$$= 0{,}3000$$

$$p_{4,3} = P[X_{n+1} = 3|X_n = 4]$$
$$= \frac{P\{X_{n+1} = 3, X_n = 4\}}{P\{X_n = 4\}}$$
$$= \frac{{}^{6}\!/_{160}}{{}^{10}\!/_{160}}$$
$$= \frac{3}{10}$$
$$= 0{,}6000$$

LAMPIRAN E. Lanjutan

$$p_{4,4} = P[X_{n+1} = 4|X_n = 4]$$
$$= \frac{P\{X_{n+1} = 1, X_n = 4\}}{P\{X_n = 4\}}$$
$$= \frac{3/_{160}}{10/_{160}}$$
$$= \frac{1}{10}$$
$$= 0{,}1000$$

$$p_{4,5} = P[X_{n+1} = 5|X_n = 4]$$
$$= \frac{P\{X_{n+1} = 5, X_n = 4\}}{P\{X_n = 4\}}$$
$$= \frac{0/_{160}}{10/_{160}}$$
$$= \frac{0}{10}$$
$$= 0{,}0000$$

$$p_{5,1} = P[X_{n+1} = 1|X_n = 5]$$
$$= \frac{P\{X_{n+1} = 1, X_n = 5\}}{P\{X_n = 5\}}$$
$$= \frac{0/_{160}}{14/_{160}}$$
$$= \frac{0}{14}$$
$$= 0{,}0000$$

LAMPIRAN E. Lanjutan

$p_{5,2} = P[X_{n+1} = 2|X_n = 5]$
$= \frac{P\{X_{n+1} = 2, X_n = 5\}}{P\{X_n = 5\}}$
$= \frac{7/_{160}}{14/_{160}}$
$= \frac{7}{14}$
$= 0{,}5000$

$p_{5,3} = P[X_{n+1} = 3|X_n = 5]$
$= \frac{P\{X_{n+1} = 3, X_n = 5\}}{P\{X_n = 5\}}$
$= \frac{4/_{160}}{14/_{160}}$
$= \frac{4}{14}$
$= 0{,}2857$

$p_{5,4} = P[X_{n+1} = 4|X_n = 5]$
$= \frac{P\{X_{n+1} = 4, X_n = 5\}}{P\{X_n = 5\}}$
$= \frac{2/_{160}}{14/_{160}}$
$= \frac{2}{14}$
$= 0{,}1429$

LAMPIRAN E. Lanjutan

$$p_{5,5} = P[X_{n+1} = 5 | X_n = 5]$$
$$= \frac{P\{X_{n+1} = 5, X_n = 5\}}{P\{X_n = 5\}}$$
$$= \frac{1/160}{14/160}$$
$$= \frac{1}{14}$$
$$= 0,0714$$

LAMPIRAN F

Matriks Probabilitas Transisi n – Langkah

$$P = \begin{bmatrix} 0,0000 & 0,6615 & 0,2154 & 0,1077 & 0,0154 \\ 0,0351 & 0,5263 & 0,3684 & 0,0702 & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,6429 & 0,3571 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,3000 & 0,6000 & 0,1000 & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,5000 & 0,2857 & 0,1429 & 0,0714 \end{bmatrix}$$

$$P^2 = \begin{bmatrix} 0,0232 & 0,5266 & 0,3897 & 0,0594 & 0,0011 \\ 0,0185 & 0,5581 & 0,3751 & 0,0477 & 0,0005 \\ 0,0226 & 0,5679 & 0,3644 & 0,0451 & 0,0000 \\ 0,0105 & 0,5736 & 0,3848 & 0,0311 & 0,0000 \\ 0,0175 & 0,5254 & 0,3924 & 0,0596 & 0,0051 \end{bmatrix}$$

$$P^3 = \begin{bmatrix} 0,0185 & 0,5614 & 0,3741 & 0,0456 & 0,0004 \\ 0,0196 & 0,5617 & 0,3742 & 0,0460 & 0,0003 \\ 0,0199 & 0,5616 & 0,3713 & 0,0468 & 0,0003 \\ 0,0201 & 0,5656 & 0,3697 & 0,0445 & 0,0002 \\ 0,0184 & 0,5608 & 0,3747 & 0,0454 & 0,0006 \end{bmatrix}$$

$$P^4 = \begin{bmatrix} 0,0197 & 0,5621 & 0,3719 & 0,0460 & 0,0003 \\ 0,0197 & 0,5619 & 0,3719 & 0,0462 & 0,0003 \\ 0,0197 & 0,5617 & 0,3720 & 0,0463 & 0,0003 \\ 0,0198 & 0,5620 & 0,3715 & 0,0463 & 0,0003 \\ 0,0197 & 0,5622 & 0,3718 & 0,0460 & 0,0003 \end{bmatrix}$$

$$P^5 = \begin{bmatrix} 0,0197 & 0,5619 & 0,3718 & 0,0462 & 0,0003 \\ 0,0197 & 0,5619 & 0,3719 & 0,0462 & 0,0003 \\ 0,0197 & 0,5618 & 0,3719 & 0,0462 & 0,0003 \\ 0,0197 & 0,5619 & 0,3719 & 0,0463 & 0,0003 \\ 0,0197 & 0,5619 & 0,3718 & 0,0462 & 0,0003 \end{bmatrix}$$

$$P^6 = \begin{bmatrix} 0,0197 & 0,5619 & 0,3719 & 0,0462 & 0,0003 \\ 0,0197 & 0,5619 & 0,3719 & 0,0462 & 0,0003 \\ 0,0197 & 0,5619 & 0,3719 & 0,0462 & 0,0003 \\ 0,0197 & 0,5618 & 0,3719 & 0,0462 & 0,0003 \\ 0,0197 & 0,5618 & 0,3719 & 0,0462 & 0,0003 \end{bmatrix}$$

$$P^7 = \begin{bmatrix} 0,0197 & 0,5619 & 0,3719 & 0,0462 & 0,0003 \\ 0,0197 & 0,5619 & 0,3719 & 0,0462 & 0,0003 \\ 0,0197 & 0,5619 & 0,3719 & 0,0462 & 0,0003 \\ 0,0197 & 0,5619 & 0,3719 & 0,0462 & 0,0003 \\ 0,0197 & 0,5619 & 0,3719 & 0,0462 & 0,0003 \end{bmatrix}$$

Lampiran F. Lanjutan

$$P^8 = \begin{bmatrix} 0{,}0197 & 0{,}5619 & 0{,}3719 & 0{,}0462 & 0{,}0003 \\ 0{,}0197 & 0{,}5619 & 0{,}3719 & 0{,}0462 & 0{,}0003 \\ 0{,}0197 & 0{,}5619 & 0{,}3719 & 0{,}0462 & 0{,}0003 \\ 0{,}0197 & 0{,}5619 & 0{,}3719 & 0{,}0462 & 0{,}0003 \\ 0{,}0197 & 0{,}5619 & 0{,}3719 & 0{,}0462 & 0{,}0003 \end{bmatrix}$$

$$P^9 = \begin{bmatrix} 0{,}0197 & 0{,}5619 & 0{,}3719 & 0{,}0462 & 0{,}0003 \\ 0{,}0197 & 0{,}5619 & 0{,}3719 & 0{,}0462 & 0{,}0003 \\ 0{,}0197 & 0{,}5619 & 0{,}3719 & 0{,}0462 & 0{,}0003 \\ 0{,}0197 & 0{,}5619 & 0{,}3719 & 0{,}0462 & 0{,}0003 \\ 0{,}0197 & 0{,}5619 & 0{,}3719 & 0{,}0462 & 0{,}0003 \end{bmatrix}$$

BIODATA PENULIS

Penulis memiliki nama lengkap Eva Setia Ningsih dan dilahirkan di Sidoarjo, 19 Februari 1996 dari pasangan Gufron dan Sumila. Penulis merupakan anak pertama dari dua bersaudara. Penulis bertempat tinggal di Dsn. Sambiroto Ds. Sambibulu, Kec. Taman, Kab. Sidoarjo. Penulis telah menempuh pendidikan formal mulai dari TK Muslimat NU Sambiroto, MI Ma'arif Sambiroto, SMPN 2 Taman, dan SMAN 1 Taman. Setelah lulus dari SMA, penulis melanjutkan studinya di S1 Departemen Matematika FMKSD ITS Surabaya tahun 2014. Selama perkuliahan penulis aktif mengikuti kegiatan organisasi di KM ITS, khusunya di Jurusan Matematika ITS. Penulis pernah menjadi Staff Departemen *Community Service* HIMATIKA ITS 2015/2016 dan menjadi Kepala Departemen *Social Development* HIMATIKA ITS 2016/2017. Pada tahun 2017 penulis melakukan kerja praktek di Badan Pusat Statistik (BPS) Provinsi Jawa Timur. Segala saran dan kritik yang membangun untuk Tugas Akhir ini serta bagi yang ingin berdiskusi lebih lanjut dengan penulis dapat menghubungi via email dengan alamat eva.setia.n@gmail.com.