



DISERTASI - SS143506

**PEMODELAN SKEW NORMAL PADA SEEMINGLY
UNRELATED REGRESSION (SUR)
DENGAN PENDEKATAN BAYESIAN**

Agus Budhi Santosa
NRP. 06211060017001

Promotor :
Prof. Drs. H. Nur Iriawan, M.Ikomp., Ph.D.

Co-Promotor :
Dr. Ir. Setiawan, MS.
Mohammad Dokhi, Ph.D.

PROGRAM DOKTOR
DEPARTEMEN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA, KOMPUTASI, DAN SAINS DATA
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
2018

LEMBAR PENGESAHAN DISERTASI

Disertasi disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar

Doktor (Dr.)

di

Departemen Statistika
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Oleh:

Agus Budhi Santosa
NRP.06211060017001

Tanggal Ujian: 8 Agustus 2018
Periode Wisuda: September 2018

Disetujui oleh:

1. Prof. Drs. Nur Iriawan, M.Ikomp., Ph.D. (Pembimbing I)
NIP. 19621015 198803 1 002

2. Dr. Ir. Setiawan, M.S. (Pembimbing II)
NIP. 19601030 198701 1 001

3. Mohammad Dokhi, Ph.D. (Pembimbing III)
NIP. 19670612 199101 1 001

4. Tri Haryanto, S.E., M.P., Ph.D. (Penguji Eksternal)
NIP. 19681113 199303 1 003

5. Dr. Agus Suharsono, M.S. (Penguji)
NIP. 19580823 198403 1 003

6. Dr. Agnes Tuti R, M.Sc. (Penguji)
NIP. 19570724 198503 2 002

7. Santi Puteri Rahayu, M.Si., Ph.D. (Penguji)
NIP. 19750115 199903 2 003

Dekan EMKSD,

Prof. Basuki Widodo, M.Sc., Ph.D.
NIP. 19650605 198903 1 002

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa disertasi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar Doktor di suatu Perguruan Tinggi manapun, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka

Surabaya, Agustus 2018

Yang menyatakan,

Agus Budhi Santosa

PEMODELAN SKEW NORMAL PADA *SEEMINGLY UNRELATED REGRESSION* (SUR) DENGAN PENDEKATAN BAYESIAN

Nama Mahasiswa : Agus Budhi Santosa
NRP : 06211060017001
Promotor : Prof. Drs. H. Nur Iriawan, M.IKomp., Ph.D.
Co-Promotor : 1. Dr. Ir. Setiawan, MS.
2. Mohammad Dokhi, Ph.D.

ABSTRAK

Seemingly unrelated regression (SUR) adalah model ekonometrika yang banyak digunakan dalam menyelesaikan beberapa persamaan regresi dimana masing-masing persamaan memiliki parameter sendiri dan nampak bahwa tiap persamaan tidak berhubungan (*seemingly unrelated*). Namun demikian, antar persamaan-persamaan tersebut terjadi kaitan satu sama lain yaitu dengan adanya korelasi antar *error* dalam persamaan yang berbeda. Namun pembahasan dan penelitian model SUR masih banyak terbatas pada asumsi *error* yang berdistribusi Normal, padahal kenyataannya distribusi *error* bisa tidak simetri atau miring dan bahkan bisa juga berbentuk *fat tails* atau *thin tails* dibandingkan distribusi Normal. Salah satu distribusi yang secara adaptif mampu menangkap pola kemiringan datanya adalah distribusi *Skew Normal*.

Metode Bayesian yang menggunakan teorema Bayes sebagai dasar dalam inferensial statistik, sering digunakan dalam menyelesaikan model-model yang sangat kompleks. Pendekatan metode Bayesian memandang parameter sebagai variabel random yang memiliki distribusi sehingga hasil estimasinya menjadi lebih efisien. Penelitian ini bertujuan untuk melakukan pemodelan SUR dengan asumsi Normal *error* dan *Skew Normal error* menggunakan pendekatan Bayesian yang diterapkan pada data Produk Domestik Regional Bruto (PDRB) Jawa Timur. Untuk menentukan kebaikan diantara dua model tersebut digunakan tiga ukuran kebaikan model yaitu *Root of Mean Square Error* (RMSE), *Mean Absolute Error* (MAE) dan *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE).

Hasil estimasi parameter dengan pendekatan Bayesian menunjukkan bahwa model SUR *Skew Normal* lebih sesuai untuk pemodelan PDRB Jawa Timur daripada menggunakan model Bayesian SUR dengan Normal *error*. Hal ini didasarkan pada nilai RMSE, MAE dan MAPE model Bayesian SUR *Skew Normal* yang lebih kecil.

Kata kunci : *Seemingly Unrelated Regression*, *Skew Normal*, Bayesian, Produk Domestik Regional Bruto.

MODELING SKEW NORMAL ON SEEMINGLY UNRELATED REGRESSION (SUR) BAYESIAN APPROACH

Name of Student : Agus Budhi Santosa
Identity Number : 06211060017001
Promotor : Prof. Drs. H. Nur Iriawan, M.IKomp., Ph.D.
Co-Promotor : 1. Dr. Ir. Setiawan, MS.
2. Mohammad Dokhi, Ph.D.

ABSTRACT

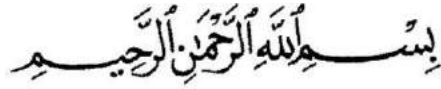
Seemingly unrelated regression (SUR) was an econometric model that was widely used in solving multiple regression equations where each equation has its own parameters and it appears that each equation was seemingly unrelated. However, the inter-equations were related to each other with the correlation between errors in different equations. However, the discussion and research of the SUR model is still limited to the assumption of Normal distributed error, whereas the fact that the error distribution can not be symmetrical or skewed and can even be fat tails or thin tails compared to Normal distribution. One distribution that is adaptively capable of capturing the data skew pattern is the Skew Normal distribution.

Bayesian methods that used Bayes's theorem as a basis for inferential statistics were often used in solving very complex models. The Bayesian method approach looks at the parameter as a random variable that has a distribution so that its estimation results become more efficient. This study aims to SUR model with the assumption of Normal error and Skew Normal error using Bayesian approach applied to Gross Regional Domestic Product (GRDP) of East Java. To determine the goodness between the two models was used three model goodness measure that was Root of Mean Square Error (RMSE), Mean Absolute Error (MAE) and Mean Absolute Percentage Error (MAPE).

The result of parameter estimation with Bayesian approach shows that SUR Skew Normal model was more suitable for East Java GRDP modeling rather than using Normal error model. This was based on the smaller RMSE, MAE and MAPE value.

Keywords : Seemingly Unrelated Regression, Skew Normal, Bayesian, Gross Regional Domestic Product.

KATA PENGANTAR



Alhamdulillah rabbil'alamin segala puji syukur penulis panjatkan kepada Allah SWT, karena atas pertolongan-Nya penulis dapat menyelesaikan disertasi dengan judul **“Pemodelan *Skew Normal* Pada *Seemingly Unrelated Regression* (SUR) Dengan Pendekatan Bayesian** “. Disertasi ini disusun untuk menyelesaikan pendidikan Program Doktor di Departemen Statistika Institut Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya.

Penulis sadar bahwa dalam menyelesaikan disertasi ini tidak terlepas dari banyak bantuan beberapa pihak. Dengan penghargaan dan terima kasih sebesar-besarnya penulis sampaikan kepada :

1. Bapak Kepala BPS RI, Bapak Kepala BPS Provinsi Jawa Timur dan Bapak Kepala BPS Kabupaten Sidoarjo Provinsi Jawa Timur, yang telah memberikan ijin, kesempatan kepada penulis untuk melanjutkan studi S3 di Departemen Statistika ITS Surabaya.
2. Bapak Prof. Drs. Nur Iriawan, M.IKomp., Ph.D, selaku promotor yang telah banyak meluangkan waktu untuk selalu memberikan ilmu, bimbingan, arahan, motivasi, dan inspirasi dengan penuh kesabaran. Suatu kehormatan dan kebanggaan bagi saya bisa mendapat banyak pengalaman yang syarat dengan pengetahuan dan pembelajaran hidup, semoga Allah senantiasa memberikan rahmat-Nya kepada Bapak sekeluarga.
3. Bapak Dr. Ir. Setiawan, M.S dan Bapak Mohammad Dokhi, Ph.D, sebagai Co-Promotor yang telah memberikan bimbingan, motivasi, arahan dan petunjuk yang sangat membantu dalam penulisan disertasi ini.
4. Bapak Dr. Drs.Agus Suharsono, M.S., Ibu Dr. Agnes Tuti Rumiati, M.Sc dan Ibu Santi Puteri rahayu, M.Si, Ph.D selaku tim penguji kelayakan yang banyak memberikan masukan dan saran untuk perbaikan disertasi ini.
5. Bapak Tri Haryanto, S.E., M.P., Ph.D selaku penguji kelayakan eksternal dari Universitas Airlangga yang telah meluangkan waktu untuk memberikan saran perbaikan disertasi ini.
6. Ibu Dr. Vita Ratnasari, S.Si., M.Si dan Bapak Dr.rer.pol., Heri Kuswanto, M.Si selaku tim penguji validasi yang memberikan saran dan masukan dalam penyelesaian disertasi ini.

7. Ibu Dr. Ismaini, M.Si., sebagai dosen wali yang telah memberikan bimbingan kepada penulis selama menempuh studi S3 di ITS Surabaya.
8. Bapak Kepala Departemen Statistika, Staf Pengajar, Tata Usaha, dan Karyawan di Departemen Statistika ITS.
9. Bapak Ketua Program Studi Pascasarjana Statistika ITS beserta jajarannya.
10. Semua teman-teman seperjuangan di Program Doktor Departemen Statistika ITS, yang telah banyak memberikan bantuan dan motivasi dalam diskusi-diskusi yang penuh kekompakan, kebersamaan, dan kekeluargaan. Semoga selalu terjalin silaturahmi dimasa yang akan datang.
11. Ibunda tercinta, Sri Hidayati yang banyak memberikan bantuan moril maupun materiil, do'a dan restu serta motivasi disaat penulis kehilangan harapan dan semangat, hingga disertasi ini dapat terselesaikan.
12. Teristimewa, istriku Amelya Martini dan kedua anakku Gading Putri Rahmalia Agustin dan Mohammad Farrel Arya Santosa yang senantiasa menjadi sumber motivasi dan penyemangat untuk segera menyelesaikan disertasi ini.
13. Terakhir, disertasi ini penulis dedikasikan kepada almarhum ayahanda tercinta, Mochammad Arsam I.M. atas segala kasih sayang yang tak pernah bisa terbalaskan dan harapannya kepada penulis untuk terus melanjutkan pendidikan hingga setinggi-tingginya.

Akhirnya penulis berharap semoga disertasi ini dapat memberikan manfaat dan sumbangan bagi wawasan keilmuan. Amin.

Surabaya, Agustus 2018

Agus Budhi Santosa

DAFTAR ISI

JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	iii
PERNYATAAN.....	v
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	viii
KATA PENGANTAR	ix
DAFTAR ISI.....	xi
DAFTAR TABEL.....	xv
DAFTAR GAMBAR	xvii
DAFTAR LAMPIRAN.....	xix
DAFTAR LAMBANG DAN ARTI	xxiii
BAB 1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Perumusan Masalah.....	5
1.3 Tujuan Penelitian.....	8
1.4 Manfaat Penelitian.....	9
1.5 Urgensi dan Orisinilitas Penelitian	9
1.5.1 Urgensi Penelitian	9
1.5.2 Orisinilitas Penelitian	10
1.6 Batasan Penelitian.....	11
BAB 2 KAJIAN PUSTAKA DAN DASAR TEORI.....	13
2.1 Model Regresi Linier.....	13
2.2 Model Seemingly Unrelated Regression	16
2.3 Elastisitas	22
2.4 Metode Bayesian	24
2.4.1 Teorema Bayes	25
2.4.2 Distribusi <i>Prior</i>	26
2.4.3 Fungsi <i>Likelihood</i>	26
2.4.4 Distribusi <i>Posterior</i>	27

2.4.5	Metode <i>Markov Chain Monte Carlo</i> (MCMC)	27
2.4.6	Metode <i>Direct Monte Carlo</i> (DMC)	28
2.4.7	<i>Gibbs Sampling</i>	29
2.5	Model Bayesian SUR	30
2.6	Ukuran Kesesuaian Model	32
2.6.1	<i>Root of Mean Square Error</i> (RMSE)	33
2.6.2	<i>Mean Absolute Error</i> (MAE)	33
2.6.3	<i>Mean Absolute Percentage Error</i> (MAPE)	33
2.7	Distribusi Normal	34
2.8	Distribusi <i>Skew Normal</i>	35
2.9	Produk Domestik Regional Bruto (PDRB)	38
2.10	Tenaga Kerja	43
2.11	Upah Tenaga Kerja	44
2.12	Investasi	45
2.12.1	Penanaman Modal Dalam Negeri (PMDN)	46
2.12.2	Penanaman Modal Asing (PMA)	46
BAB 3	METODOLOGI PENELITIAN	49
3.1	Sumber Data dan Variabel Penelitian	49
3.2	Kerangka Pemikiran Model	52
3.3	Kajian Teori model Bayesian SUR Normal dan <i>Skew Normal</i>	54
3.3.1	Estimasi Parameter Model Bayesian SUR Normal dengan MCMC	54
3.3.2	Pembuatan Algoritma Penaksir Parameter Model Bayesian SUR Normal dengan MCMC	55
3.3.3	Estimasi Parameter Model Bayesian SUR Normal dengan DMC	56
3.3.4	Pembuatan Algoritma Penaksir Parameter Model Bayesian SUR Normal dengan DMC	57
3.3.5	Estimasi Parameter Model Bayesian SUR <i>Skew Normal</i>	57
3.3.6	Pembuatan Algoritma Penaksir Parameter Model Bayesian SUR <i>Skew Normal</i>	59
3.4	Penerapan Model Bayesian SUR Normal dan <i>Skew Normal</i>	60

BAB 4	KAJIAN TEORI MODEL BAYESIAN <i>SEEMINGLY UNRELATED</i>	
	<i>REGRESSION</i> NORMAL DAN <i>SKEW</i> NORMAL	63
4.1	Model Bayesian SUR Dengan <i>Error</i> Berdistribusi Normal.....	63
4.1.1	Model Bayesian SUR Normal dengan MCMC	63
4.1.2	Model Bayesian SUR Normal dengan DMC	74
4.2	Model Bayesian SUR Dengan <i>Error</i> Berdistribusi <i>Skew</i> Normal.....	86
BAB 5	PENERAPAN MODEL BAYESIAN <i>SEEMINGLY UNRELATED</i>	
	<i>REGRESSION</i> NORMAL DAN <i>SKEW</i> NORMAL	98
5.1	Analisis Deskriptif Data Penelitian	98
5.1.1	Deskripsi Data PDRB Sektor Utama di Jawa Timur.....	98
5.1.2	Kondisi Upah dan Ketenagakerjaan di Jawa Timur	101
5.1.3	Kondisi Investasi Di Jawa Timur	102
5.2	Penerapan Model Bayesian SUR Normal	103
5.2.1	Penerapan Model Bayesian SUR Normal Dengan MCMC	104
5.2.2	Penerapan Model Bayesian SUR Normal dengan DMC.....	108
5.2.3	Evaluasi Keباikan Model Bayesian SUR Normal.....	112
5.3	Penerapan Model Bayesian SUR <i>Skew</i> Normal	113
5.4	Evaluasi Keباikan Model Bayesian SUR <i>Skew</i> Normal.....	116
BAB 6	KESIMPULAN, SARAN DAN KEBERLANJUTAN.....	121
6.1	Kesimpulan.....	121
6.2	Saran	122
6.3	Kebberlanjutan.....	123
	DAFTAR PUSTAKA	125
	LAMPIRAN.....	131
	DAFTAR RIWAYAT HIDUP PENULIS	275

DAFTAR TABEL

Tabel 1.1	Korelasi PDRB Sektor Utama di Jawa Timur Tahun 1991-2010.....	4
Tabel 2.1	Rincian Kegiatan dan Cakupan Komoditi dari Subsektor Pertanian.....	41
Tabel 4.1	Hasil Estimasi Parameter Data Simulasi MCMC Dengan Sampel Kecil	73
Tabel 4.2	Hasil Estimasi Parameter Data Simulasi MCMC Dengan Sampel Besar.....	74
Tabel 4.3	Hasil Estimasi Parameter Data Simulasi DMC Dengan Sampel Kecil	85
Tabel 4.4	Hasil Estimasi Parameter Data Simulasi DMC Dengan Sampel Besar.....	86
Tabel 5.1	Kontribusi PDRB Sektor Utama di Jawa Timur	99
Tabel 5.2	Perkembangan Investasi di Jawa Timur Selama Tahun 1991- 2010.....	103
Tabel 5.3	Hasil Estimasi Parameter Model Bayesian SUR Dengan MCMC ...	107
Tabel 5.4	Korelasi <i>Error</i> Model PDRB Sektor Utama Dengan Metode GLS	108
Tabel 5.5	Korelasi <i>Error</i> Model PDRB Sektor Utama Hasil Transformasi <i>Error</i>	108
Tabel 5.6	Hasil Estimasi Parameter Model Bayes SUR dengan DMC.....	109
Tabel 5.7	Hasil Perbandingan RMSE, MAD dan MAPE Model Bayesian SUR Normal.....	112
Tabel 5.8	Hasil Estimasi Parameter Model Bayesian SUR <i>Skew</i> Normal.....	115
Tabel 5.9	Hasil Perbandingan Standar Deviasi dan Range Posterior Interval 95 %	116
Tabel 5.10	Hasil Perbandingan RMSE, MAD dan MAPE Bayesian SUR <i>Skew</i> Normal	117

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1.1	Kontribusi PDRB Menurut Sektor di Jawa Timur 1991-2010.....	3
Gambar 1.2	Eksplorasi awal residual (<i>error</i>) data penelitian	6
Gambar 1.3	Skema Orisinalitas Penelitian.....	12
Gambar 2.1.	Plot bersama distribusi Normal dengan beberapa nilai μ dan σ^2	35
Gambar 2.2.	Plot Bersama distribusi Skew Normal menurut Azzalini untuk beberapa nilai λ	36
Gambar 2.3.	Plot Bersama distribusi Skew Normal menurut Fernandez untuk beberapa nilai γ	37
Gambar 3.1	Kerangka Pikir Analisis PDRB Jawa Timur	53
Gambar 5.1	Jumlah Pekerja Menurut Sektor Utama di Jawa Timur.....	101
Gambar 5.2	Jumlah Upah per Bulan Menurut Sektor Utama di Jawa Timur	102
Gambar 5.3	<i>Serial plot</i> 10.000 iterasi yang menunjukkan terpenuhinya sifat <i>irreducible</i> , <i>aperiodic</i> dan <i>recurrent</i>	104
Gambar 5.4	<i>Autocorrelation plot</i> yang menunjukkan terpenuhinya sifat <i>irreducible</i> , <i>aperiodic</i> dan <i>recurrent</i>	105
Gambar 5.5	<i>Serial plot</i> 10.000 iterasi yang menunjukkan nilai acak dengan pola stasioner dan bersifat random	110
Gambar 5.6	<i>Autocorrelation plot</i> yang menunjukkan berada dalam 95% <i>confidence interval</i>	111
Gambar 5.7	Hasil Perbandingan RMSE, MAD dan MAPE.....	113
Gambar 5.8	<i>Diagnostic plot</i> model Bayesian SUR berdasarkan distribusi <i>Skew Normal</i>	114
Gambar 5.9	Hasil Perbandingan RMSE, MAD dan MAPE.....	118
Gambar 5.10	Perbandingan Data Observasi Dengan Estimasi Model SUR	118

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1	Data Penelitian.....	131
Lampiran 2	Syntax Program Simulasi GLS korelasi rendah n=30.....	135
Lampiran 3	Hasil simulasi GLS korelasi rendah n=30	137
Lampiran 4	Syntax Program Simulasi GLS korelasi rendah n=50.....	138
Lampiran 5	Hasil simulasi GLS korelasi rendah n=50.....	140
Lampiran 6	Syntax Program Simulasi GLS korelasi rendah n=100.....	141
Lampiran 7	Syntax Program Hasil simulasi GLS korelasi rendah n=100	143
Lampiran 8	Syntax Program Simulasi GLS korelasi rendah n=500.....	144
Lampiran 9	Hasil simulasi GLS korelasi rendah n=500.....	146
Lampiran 10	Syntax Program Simulasi GLS korelasi tinggi n=30	147
Lampiran 11	Hasil simulasi GLS korelasi tinggi n=30	149
Lampiran 12	Syntax Program Simulasi GLS korelasi tinggi n=50	150
Lampiran 13	Hasil simulasi GLS korelasi tinggi n=50	152
Lampiran 14	Syntax Program Simulasi GLS korelasi tinggi n=100	153
Lampiran 15	Hasil simulasi GLS korelasi tinggi n=100.....	155
Lampiran 16	Syntax Program Simulasi GLS korelasi tinggi n=500	156
Lampiran 17	Hasil simulasi GLS korelasi tinggi n=500	158
Lampiran 18	Syntax Program Simulasi MCMC korelasi rendah n=30.....	159
Lampiran 19	Hasil simulasi MCMC korelasi rendah n=30	162
Lampiran 20	Syntax Program Simulasi MCMC korelasi rendah n=50.....	164
Lampiran 21	Hasil simulasi MCMC korelasi rendah n=50	167
Lampiran 22	Syntax Program simulasi MCMC korelasi rendah n=100.....	169
Lampiran 23	Hasil simulasi MCMC korelasi rendah n=100	172
Lampiran 24	Syntax Program simulasi MCMC korelasi rendah n=500.....	174

Lampiran 25	Hasil simulasi MCMC korelasi rendah $n=500$	177
Lampiran 26	Syntax Program simulasi MCMC korelasi tinggi $n=30$	179
Lampiran 27	Hasil simulasi MCMC korelasi tinggi $n=30$	182
Lampiran 28	Syntax Program Simulasi MCMC korelasi tinggi $n=50$	184
Lampiran 29	Hasil simulasi MCMC korelasi tinggi $n=50$	187
Lampiran 30	Syntax Program Simulasi MCMC korelasi tinggi $n=100$	189
Lampiran 31	Hasil simulasi MCMC korelasi tinggi $n=100$	192
Lampiran 32	Syntax Program Simulasi MCMC korelasi tinggi $n=500$	194
Lampiran 33	Hasil simulasi MCMC korelasi tinggi $n=500$	197
Lampiran 34	Syntax Program Simulasi DMC korelasi rendah $n=30$	199
Lampiran 35	Hasil simulasi DMC korelasi rendah $n=30$	202
Lampiran 36	Syntax Program Simulasi DMC korelasi rendah $n=50$	204
Lampiran 37	Hasil simulasi DMC korelasi rendah $n=50$	207
Lampiran 38	Syntax Program Simulasi DMC korelasi rendah $n=100$	209
Lampiran 39	Hasil simulasi MCMC korelasi rendah $n=100$	212
Lampiran 40	Syntax Program Simulasi DMC korelasi rendah $n=500$	214
Lampiran 41	Hasil simulasi MCMC korelasi rendah $n=500$	217
Lampiran 42	Syntax Program Simulasi DMC korelasi tinggi $n=30$	219
Lampiran 43	Hasil Simulasi DMC korelasi tinggi $n=30$	222
Lampiran 44	Syntax Program Simulasi DMC korelasi tinggi $n=50$	224
Lampiran 45	Hasil Simulasi DMC korelasi tinggi $n=50$	227
Lampiran 46	Syntax Program Simulasi DMC korelasi tinggi $n=100$	229
Lampiran 47	Hasil Simulasi DMC korelasi tinggi $n=100$	232
Lampiran 48	Syntax Program Simulasi DMC korelasi tinggi $n=500$	234
Lampiran 49	Hasil Simulasi DMC korelasi tinggi $n=500$	237

Lampiran 50. Syntax Program Model Bayesian SUR Normal Dengan MCMC Untuk Data Riil.....	239
Lampiran 51. Hasil Estimasi Model Bayesian SUR Normal Dengan Metode MCMC Untuk Data Riil	242
Lampiran 52. <i>Serial Plot</i> Parameter Hasil Estimasi Model Bayesian SUR Normal Dengan MCMC	244
Lampiran 53. <i>Autocorrelation Plot</i> Parameter Hasil Estimasi Model Bayesian SUR Normal dengan MCMC	245
Lampiran 54. <i>Density Plot</i> Parameter Hasil Estimasi Model Bayesian SUR Normal dengan MCMC	246
Lampiran 55. Syntax Program Model Bayesian SUR Normal Dengan Metode DMC Untuk Data Riil	247
Lampiran 56. Hasil Estimasi Model Bayesian SUR Normal Dengan Metode DMC Untuk Data Riil	251
Lampiran 57. <i>Serial Plot</i> Parameter Hasil Estimasi Model Bayesian SUR Normal dengan DMC	252
Lampiran 58. <i>Autocorrelation Plot</i> Parameter Hasil Estimasi Model Bayesian SUR Normal dengan DMC.....	253
Lampiran 59. <i>Density Plot</i> Parameter Hasil Estimasi Model Bayesian SUR Normal dengan DMC	254
Lampiran 60. Syntax Program Model Bayesian SUR <i>Skew Normal</i>	255
Lampiran 61 Hasil Estimasi Model Bayesian SUR <i>Skew Normal</i>	259
Lampiran 62. <i>Trace Plot</i> Parameter Estimasi Model Bayesian SUR <i>Skew Normal</i>	260
Lampiran 63. <i>Serial Plot</i> Parameter Hasil Estimasi Model Bayesian SUR <i>Skew Normal</i>	262
Lampiran 64 <i>Autocorrelation Plot</i> Parameter Hasil Estimasi Model Bayesian SUR <i>Skew Normal</i>	264
Lampiran 65 <i>Density Plot</i> Parameter Hasil Estimasi Model Bayesian SUR <i>Skew Normal</i>	266
Lampiran 66. <i>Quantile Plot</i> Parameter Hasil Estimasi Model Bayesian SUR <i>Skew Normal</i>	268

Lampiran 67 Hasil Uji <i>Lagrange multiplier</i>	270
Lampiran 68. Syntaks Program Memperoleh Korelasi <i>Error</i> GLS	271
Lampiran 69. Syntaks Program Untuk Memperoleh Korelasi <i>Error</i> Model Hasil transformasi <i>Error</i>	273

DAFTAR LAMBANG DAN ARTI

\mathbf{y}	:	Vektor variabel respon
\mathbf{X}	:	Matriks variabel prediktor
$\boldsymbol{\beta}$:	Vektor koefisien Model SUR
T	:	Banyaknya pengamatan
M	:	Banyaknya persamaan model
$\boldsymbol{\Omega}$	(Omega)	Matriks varian kovarian error model SUR standar
$\boldsymbol{\Sigma}$	(Sigma)	Matriks varian kovarian error model SUR hasil transformasi
\mathbf{I}	:	Matriks identitas
\mathbf{u}	:	Vektor error di model SUR standar
\mathbf{e}	:	Vektor error di model SUR hasil transformasi
γ	(Gamma)	Parameter kemiringan model SUR <i>Skew Normal</i>
μ_{β}	(Mu)	Parameter lokasi distribusi <i>prior</i> $\boldsymbol{\beta}$
σ_{β}	(Sigma)	Parameter skala distribusi <i>prior</i> $\boldsymbol{\beta}$
τ_{β}	(Tau)	Parameter presisi distribusi <i>prior</i> $\boldsymbol{\beta}$ dengan $\tau_{\beta} = 1/\sigma_{\beta}^2$
\sum_k	:	Penjumlahan yang meliputi indeks k
\prod_m	:	Perkalian yang meliputi indkes m
\mathbf{A}'	:	Transpose matriks \mathbf{A}
\mathbf{A}^{-1}	:	<i>Invers</i> matriks \mathbf{A}
$tr(\mathbf{A})$:	Trace matriks \mathbf{A}
$\boldsymbol{\beta}_{\setminus m}$:	Vektor $\boldsymbol{\beta}$ tanpa elemen β_m
\otimes	:	<i>Kronecker Product</i>
■	:	Akhir bukti

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Fenomena ekonomi merupakan salah satu fenomena yang sering terjadi dalam kehidupan sehari-hari. Dalam upaya memahami fenomena ekonomi tersebut telah banyak dikembangkan teori-teori ekonomi yang mencoba mendefinisikan hubungan antara berbagai variabel ekonomi dalam bentuk matematis. Hubungan kuantitatif antara variabel-variabel ekonomi yang ukuran-ukuran kuantitatifnya diperoleh dari dunia nyata sangat diperlukan sebagai pedoman dalam perumusan kebijakan ekonomi.

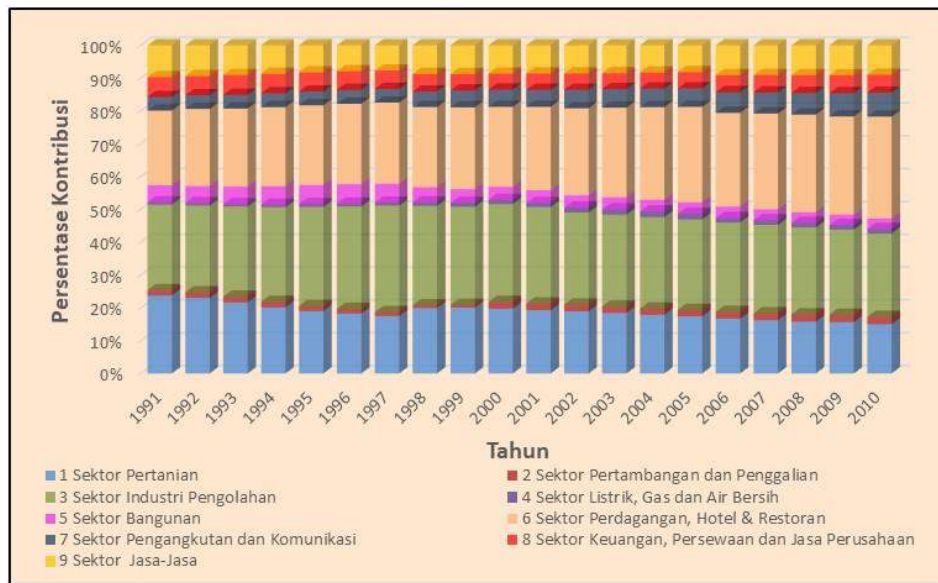
Seemingly unrelated regression (SUR) adalah model ekonometrika yang banyak digunakan dalam menyelesaikan beberapa persamaan regresi dimana masing-masing persamaan memiliki parameter sendiri dan tiap persamaan seperti tidak berhubungan (*seemingly unrelated*). Namun demikian, antar persamaan-persamaan tersebut terjadi kaitan satu sama lainnya yaitu dengan adanya korelasi antar *error* dalam persamaan yang berbeda pada waktu yang sama (*contemporaneous correlation*). Zellner (1962) memperkenalkan model SUR dengan menerapkan pada data investasi perusahaan *General Electric* (GE) dan *Westinghouse*. Zellner menduga bahwa terdapat korelasi yang cukup tinggi antara *error* persamaan data investasi pada kedua perusahaan tersebut, sehingga diperlukan suatu pemodelan khusus dengan memperhatikan matrik varian kovarian antar persamaan.

Penelitian tentang model SUR telah banyak dilakukan oleh para peneliti sejak diperkenalkan *generalized least squares* (GLS) sebagai metode estimasi yang efisien dari model SUR oleh Zellner pada tahun 1962. Selanjutnya berbagai kajian di beberapa dimensi SUR telah dilakukan antara lain: Kakwani (1967) meneliti tentang estimator yang *unbiased* dari model SUR yang telah dilakukan oleh Zellner. Sedangkan Park (1967) menunjukkan efisiensi dari estimator parameter model SUR serta membahas model SUR dengan *error* berautokorelasi yang mengikuti proses *autoregressive*. Guilkey dan Schmidt (1973) meneliti masalah estimasi model SUR dengan asumsi *vector autoregressive errors*. Kemudian Dwivedi dan

Srivastava (1978), menunjukkan optimalisasi dari estimasi parameter pada model SUR.

Melanjutkan kajian Park (1967), Dufour dan Khalaf (2002), mengusulkan suatu teknik untuk pengujian terhadap *contemporaneous correlation* dari *error* pada model SUR. Kemudian Alaba dkk (2010) membandingkan dua metode yaitu *ordinary least squares* (OLS) dan GLS, menyimpulkan bahwa estimator model SUR dengan metode GLS lebih baik dari pada metode OLS karena standar *error* dari metode GLS lebih kecil dibanding dengan *error* metode OLS. Penelitian model SUR juga telah dilakukan dengan pendekatan Bayes antara lain, Swamy dan Mehta (1975) memberikan metode estimasi model SUR dengan pendekatan Bayesian ketika ada data pengamatan yang *missing*. Percy (1992), membahas metode prediksi model SUR dengan pendekatan Bayesian. Pendekatan Bayesian hierarki untuk menyelesaikan estimasi pada model nonparametrik SUR diusulkan oleh Smith dan Kohn (2000). Kemudian Zellner dan Ando (2010) melakukan analisis Bayesian pada model SUR melalui pendekatan metode *Direct Monte Carlo* (DMC). Namun pembahasan dan penelitian model SUR masih selalu dibatasi pada asumsi *error* yang berdistribusi normal, padahal kenyataannya distribusi *error* sangat mungkin untuk tidak simetri atau miring dan bahkan bisa berbentuk *fat tails* atau *thin tails* dari distribusi normal. Pendekatan bentuk distribusi *error* yang secara alami dan adaptif akan dapat mengakomodasi sifat kemiringan (*skewness*) data. Salah satu distribusi yang mampu menangkap dan merepresentasikan secara adaptif pola kemiringan data adalah distribusi *Skew Normal* (Iriawan, 2012).

Salah satu fenomena ekonomi yang sering dijadikan sebagai indikator keberhasilan pembangunan suatu negara atau daerah adalah tingkat pertumbuhan ekonomi. Keberhasilan pembangunan perekonomian di suatu wilayah seringkali diukur melalui tingkat pertumbuhan ekonomi yang dapat dicapai wilayah tersebut. Produk Domestik Regional Bruto (PDRB) merupakan salah satu indikator penting untuk mengetahui kondisi ekonomi suatu wilayah dalam suatu periode tertentu (BPS, 2011). Selain merupakan suatu indikator penting dalam penentuan keberhasilan pertumbuhan ekonomi yang telah dicapai, PDRB dapat pula digunakan sebagai dasar dalam menentukan arah pembangunan di masa yang akan datang.



Gambar 1.1 Kontribusi PDRB Menurut Sektor di Jawa Timur 1991-2010

Jawa Timur merupakan salah satu provinsi yang mempunyai tingkat pertumbuhan ekonomi yang cukup tinggi dibandingkan dengan provinsi lainnya di Indonesia. Perkembangan PDRB seluruh sektor di Jawa Timur secara umum menunjukkan peningkatan, namun apabila dilihat persentase kontribusi masing-masing sektor terlihat bahwa terdapat tiga sektor yang dominan dibandingkan sektor-sektor lainnya. Ketiga sektor tersebut adalah meliputi sektor Pertanian, sektor Industri Pengolahan, dan sektor Perdagangan, Hotel dan Restoran (PHR) yang masing-masing mempunyai kontribusi di atas dua puluh persen dari total PDRB (Gambar 1.1). Kontribusi yang cukup besar dari ketiga sektor tersebut yaitu sekitar 72 persen terhadap total PDRB Jawa Timur, menjadikan ketiga sektor utama tersebut sering digunakan sebagai indikator perkembangan perekonomian di Jawa Timur.

Besaran angka korelasi yang cukup tinggi diantara data PDRB sektor utama di Jawa Timur yang ditunjukkan Tabel 1.1 merupakan dugaan awal adanya korelasi *error* pada ketiga model PDRB tersebut. Pengujian dengan statistik *Lagrange Multiplier* (Breusch dan Pagan, 1980) terhadap ketiga model PDRB di Jawa Timur membuktikan bahwa terdapat korelasi *error* antar persamaan ketiga model PDRB (*contemporaneous correlation*) atau dengan kata lain struktur variansi kovariansi *error* merupakan struktur SUR. Hasil pengujian selengkapnya disajikan pada Lampiran 67.

Tabel 1.1 Korelasi PDRB Sektor Utama di Jawa Timur Tahun 1991-2010

Korelasi	PDRB Sektor Pertanian	PDRB Sektor Industri	PDRB Sektor PHR
PDRB Sektor Pertanian	1	0,885	0,997
PDRB Sektor Industri	0,885	1	0,903
PDRB Sektor PHR	0,997	0,903	1

Beberapa penelitian terhadap PDRB yang mendukung adanya keterkaitan diantara sektor utama PDRB, diantaranya dilakukan oleh Dariah dan Sundaya (2012) meneliti pengaruh perkembangan sektor perdagangan, hotel dan restoran terhadap sektor pertanian di Jawa Barat, yang menghasilkan kesimpulan bahwa peningkatan intensitas aktivitas sektor PHR di Kota Bandung dapat menggerakkan sektor pertanian di beberapa daerah di Jawa Barat. Sedangkan Arifah dan Dewi (2013) melakukan analisis keterkaitan dan dampak sektor perdagangan dan industri terhadap PDRB Jawa Timur. Hasil penelitian menunjukkan bahwa sektor industri dan sektor perdagangan memiliki keterkaitan ke depan dan ke belakang yang tinggi dengan seluruh sektor dalam perekonomian Jawa Timur. Artinya, kedua sektor tersebut memiliki kemampuan yang tinggi untuk meningkatkan produktivitas sektor-sektor penyedia bahan baku atau sektor hulu serta memiliki kemampuan yang kuat untuk mendorong pertumbuhan output industri hilirnya atau dengan kata lain memiliki kemampuan untuk mendorong pertumbuhan produksi sektor lain yang menggunakan input dari sektor industri dan sektor perdagangan.

Penelitian terhadap PDRB Jawa Timur juga dilakukan oleh Setiawan (2013) melakukan penelitian terhadap keterkaitan antar sektor pada industri pengolahan, perdagangan dan jasa angkutan di Jawa Timur, yang memberikan kesimpulan bahwa sektor perdagangan dan jasa angkutan menjadi media pendukung kegiatan pada sektor industri. Selanjutnya Prasetyawan dkk (2015) yang menganalisis keterkaitan sektor industri pengolahan dan sektor pertanian dalam perekonomian Jawa Timur. Hasil analisisnya menunjukkan bahwa sektor industri

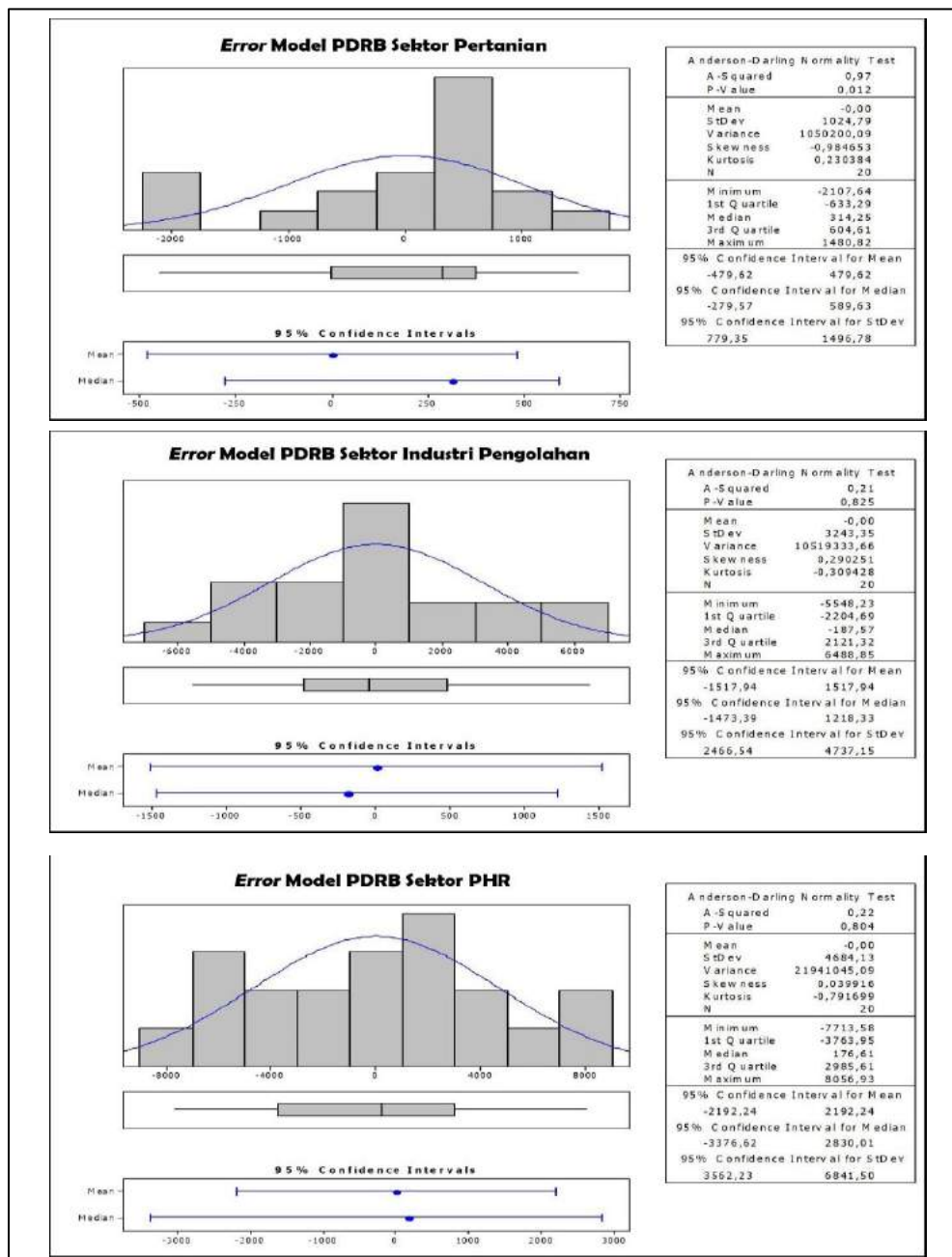
pengolahan mempunyai keterkaitan antar sektor dengan nilai keterkaitan ke depan tertinggi, artinya penggunaan output sektor industri pengolahan yang tinggi sebagai input pada sektor lain. Sedangkan sektor pertanian merupakan sektor dengan pengganda tenaga kerja tertinggi, dengan kemampuan menghasilkan output dan menarik pertumbuhan sektor hulu yang rendah sektor pertanian mampu menyerap tenaga kerja lebih besar dibandingkan sektor industri pengolahan.

Berdasarkan uraian di atas dan mempertimbangkan data PDRB yang mempunyai pola distribusi tidak normal, maka penelitian ini melakukan pemodelan SUR *Skew Normal* terhadap PDRB di Jawa Timur berdasarkan tiga sektor utama yaitu sektor Pertanian, sektor Industri, dan sektor Perdagangan, Hotel dan Restoran (PHR) dengan memperhatikan faktor-faktor ekonomi yang berpengaruh terhadap PDRB tersebut. Dengan adanya kompleksitas hubungan antar sektor ekonomi dalam PDRB serta kecilnya data sampel penelitian, sehingga dalam penelitian ini digunakan pendekatan Bayesian agar hasil estimasinya tetap representatif pada permasalahan kondisi ekonomi di Jawa Timur. Metode Bayesian yang menggunakan teorema Bayes sebagai dasar dalam inferensial statistiknya, sering digunakan dalam menyelesaikan model-model yang sangat kompleks serta pemodelan data dengan sampel kecil (Gelman dkk., 2004).

1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang penelitian di atas, kajian tentang model SUR telah banyak dilakukan para peneliti dengan berbagai variasi dari kovariansinya. Akan tetapi model SUR yang telah dikaji masih banyak dengan *error* yang diasumsikan berdistribusi Normal, padahal dalam aplikasinya terutama untuk data di bidang ekonomi, distribusi *error* datanya seringkali tidak simetri atau miring. Hasil eksplorasi awal terhadap data penelitian menunjukkan bahwa distribusi *error* menunjukkan pola data yang miring seperti pada gambar 1.2. Untuk residual (*error*) model PDRB sektor pertanian yang tampak miring kiri dengan nilai *skewness* lebih kecil dari nol, yaitu sebesar -0,98 dan pola datanya lebih tinggi dari distribusi normal (nilai *kurtosis* = 0,23). Sedangkan untuk model sektor industri dan sektor PHR, pola data residual (*error*) miring ke kanan (nilai *skewness* masing-masing 0,29 dan 0,04) dengan ketinggian dibawah distribusi

Normal (nilai *kurtosis* masing-masing -0,31 dan -0,79). Hal ini juga didukung oleh grafik histogram dan boxplot untuk ketiga model pada Gambar 2.1 bahwa pola data residual (*error*) tidak simetri atau miring. Hasil pengujian Anderson Darling juga menunjukkan ketidaknormalan *error* model sektor pertanian dengan *P-value* sebesar 0,012. Sedangkan *error* model sektor industri pengolahan dan sektor PHR merupakan distribusi " *Neo Normal* ", karena mempunyai besaran *P-value* $> \alpha$ dan *P-value* $< 0,9$ (Iriawan, 1999).



Gambar 1.2. Eksplorasi Awal Residual (*Error*) Data Penelitian

Sektor utama PDRB yang meliputi sektor pertanian, sektor industri pengolahan dan sektor PHR yang mempunyai kontribusi yang cukup besar dapat digunakan sebagai indikator perkembangan perekonomian di Jawa Timur. Adanya keterkaitan antar sektor utama PDRB di Jawa Timur yang ditunjukkan oleh besaran korelasi diantara ketiga sektor utama PDRB tersebut dan telah dibuktikan dengan hasil pengujian *Lagrange Multiplier* serta didukung oleh beberapa penelitian yang telah diuraikan sebelumnya, memberikan alasan yang kuat terhadap penggunaan model SUR dalam penelitian ini. Dengan mempertimbangkan kecilnya data sampel penelitian dan kompleksitas hubungan antar sektor ekonomi dalam PDRB yang didasarkan pada hasil kesimpulan beberapa penelitian terhadap PDRB yang telah diuraikan sebelumnya, maka penggunaan metode Bayesian pada penelitian ini dapat dipertanggungjawabkan secara teoritis maupun empiris.

Sementara itu, Jawa Timur sebagai salah satu provinsi dengan tingkat pertumbuhan ekonomi yang cukup tinggi, perlu dilakukan analisis terhadap faktor faktor dominan yang mempengaruhi tingginya perekonomian di provinsi tersebut. Pemilihan variabel yang digunakan dalam penelitian ini didasarkan pada kajian Bappenas (2006) dalam laporan penyusunan model perencanaan lintas wilayah dan lintas sektor, dimana terdapat beberapa variabel dominan yang digunakan dalam model PDRB yaitu, jumlah tenaga kerja, upah buruh, investasi dalam negeri (PMDN) dan investasi asing (PMA). Hasil kajian Bappenas tersebut memberikan beberapa kesimpulan diantaranya bahwa investasi pemerintah dan swasta akan meningkatkan kinerja ekonomi makro baik di tingkat nasional maupun provinsi. Kenaikan investasi pemerintah dan swasta selain berdampak pada peningkatan output yang terjadi di sebagian besar sektor ekonomi juga mendorong penyerapan tenaga kerja yang lebih tinggi, sehingga perlu adanya dukungan iklim yang kondusif untuk meningkatkan investasi di daerah. Iklim yang kondusif tersebut dapat dicapai antara lain dengan mengurangi berbagai hambatan investasi, menghapuskan pungutan baik resmi maupun tidak resmi yang tidak berkaitan dengan biaya produksi yang dikeluarkan perusahaan, memperbaiki infrastruktur, serta menciptakan ketertiban dan keamanan.

Penelitian terhadap pengaruh investasi PMDN, PMA, APBD dan tenaga kerja terhadap pertumbuhan ekonomi di Jawa Timur yang dilakukan Ganjar dan

Fafurida (2016) dalam *Economics Development Analysis Journal* menunjukkan bahwa PMDN, PMA dan tenaga kerja memberikan pengaruh positif dan signifikan terhadap pertumbuhan ekonomi di Jawa Timur. Sedangkan Achmad Sjafii (2009) dalam penelitiannya yang diterbitkan *Journal of Indonesian Applied Economic*, menyimpulkan bahwa dalam rangka peningkatan kinerja pertumbuhan ekonomi Jawa Timur perlu dilakukan perbaikan iklim investasi dan Strategi ketenagakerjaan. Kegiatan promosi investasi hendaknya diimbangi dengan dengan perbaikan kondisi internal untuk mengimbangi persepsi negatif investor dan Investasi tersebut hendaknya betul-betul diarahkan pada pembukaan peluang kerja.

Perumusan model ekonomi yang tepat sangat dibutuhkan dalam membuat kebijakan-kebijakan strategis yang berkaitan dengan peningkatan perekonomian daerah. Penerapan model SUR terhadap data PDRB di Jawa Timur dengan pendekatan Bayesian diharapkan mampu menghasilkan suatu model yang lebih tepat untuk digunakan sebagai salah satu dasar kebijakan dalam rangka meningkatkan pertumbuhan ekonomi di Jawa Timur. Hal ini sejalan dengan TAP MPR No XV/MPR/1998 tentang penyelenggaraan otonomi daerah dan Undang-undang No 22 tahun 1999 tentang pemerintahan daerah, pemerintahan melakukan perubahan sistem pemerintahan dan pengelolaan keuangan dari sistem sentralisasi menjadi sistem desentralisasi. Dengan sistem desentralisasi tersebut, pemerintah daerah diberi kewenangan penuh untuk merumuskan dan melaksanakan kebijakan daerahnya masing-masing. Akibatnya, keberhasilan suatu daerah sangat ditentukan oleh keaktifan dan inovasi daerah dalam menentukan kebijakan lokalnya.

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah :

1. Mendapatkan penaksir parameter model SUR dengan pendekatan Bayesian berdasarkan *error* berdistribusi Normal dan *Skew Normal*.
2. Membuat algoritma untuk penaksiran parameter model SUR dengan pendekatan Bayesian berdasarkan *error* berdistribusi Normal dan *Skew Normal*.
3. Menerapkan metode penaksiran model SUR dengan pendekatan Bayesian berdasarkan *error* berdistribusi Normal dan *Skew Normal* pada pemodelan

PDRB sektor Pertanian, sektor Industri Pengolahan dan sektor PHR di Jawa Timur.

4. Mengevaluasi kebaikan model SUR dengan pendekatan Bayesian berdasarkan *error* berdistribusi Normal dan *Skew Normal* pada pemodelan PDRB sektor Pertanian, sektor Industri Pengolahan dan sektor PHR di Jawa Timur.

1.4 Manfaat Penelitian

Berbagai manfaat dari penelitian ini dapat diperoleh, yaitu :

1. Sebagai solusi pemodelan statistika khususnya untuk pemodelan SUR yang *error*nya memiliki distribusi *Skew Normal* dengan memanfaatkan informasi *prior* melalui pendekatan Bayesian.
2. Memberikan masukan kepada BPS dalam melakukan analisis terhadap kondisi perekonomian di Indonesia berdasarkan berbagai informasi *prior* dikombinasikan data riil untuk pengambilan keputusan yang tepat.
3. Penerapan model SUR dengan pendekatan Bayesian berdasarkan *error* berdistribusi *Skew Normal* pada model PDRB sektor pertanian, sektor industri pengolahan dan sektor PHR di Jawa Timur, memberikan informasi kepada pemerintah sektor mana saja yang memiliki pengaruh investasi besar terhadap peningkatan PDRB sektor yang bersangkutan.

1.5 Urgensi dan Orisinilitas Penelitian

1.5.1 Urgensi Penelitian

Pada umumnya data PDRB di Indonesia khususnya di Jawa Timur menunjukkan pola distribusi yang tidak normal, hal ini menyebabkan pola residual (*error*) bisa tidak simetri atau miring bahkan bisa juga berekor lebih tebal (*fat tails*) atau berekor lebih tipis (*thin tails*) dari distribusi Normal. Dengan demikian analisis klasik yang mendasarkan asumsi pola residual (*error*) berdistribusi Normal tidak tepat digunakan karena inferensial statistik terhadap parameter model akan memberikan hasil yang kurang baik. Distribusi *Skew Normal* merupakan pendekatan bentuk distribusi residual (*error*) yang secara alami dan adaptif mampu mengakomodasi sifat kemiringan (*skewness*) data.

Selain itu analisis terhadap data PDRB selama ini kurang memperhitungkan adanya informasi *prior*, padahal menurut Gelman (2004) dalam perspektif Bayesian dapat mengatasi masalah kolinieritas antar variabel penjelas melalui informasi *prior* yang digunakan dalam proses estimasi parameternya. Oleh sebab itu sangat diperlukan ketersediaan model statistik untuk melakukan analisis pertumbuhan ekonomi dengan mempertimbangkan kondisi pola data PDRB yang berdistribusi *Skew Normal* melalui pendekatan Bayesian. Model yang diperoleh dari metodologi pemodelan yang adaptif terhadap pola datanya dengan memasukkan informasi *prior* dapat digunakan dalam menentukan kebijakan strategis yang berkaitan dengan peningkatan perekonomian Jawa Timur yang lebih sesuai dengan fakta pola datanya.

1.5.2 Orisinilitas Penelitian

Sebagaimana yang telah disebutkan dalam sub bab sebelumnya bahwa penelitian yang berkaitan dengan model SUR telah banyak dilakukan, mulai dari penggunaan *generalized least squares* (GLS) sebagai metode estimasi parameter model SUR serta pembuktiannya sebagai estimator yang unbiased. Efisiensi dari estimator ini terbukti jika variabel independen dalam persamaan yang berbeda tidak punya korelasi yg tinggi dan jika *error* dari persamaan yang berbeda punya korelasi yg tinggi. Studi simulasi pada model SUR juga membuktikan bahwa metode GLS lebih efisien dibandingkan metode *ordinary least squares* (OLS).

Penggunaan metode Bayesian untuk mengatasi beberapa data *Missing* pada model SUR juga telah dilakukan oleh Swamy dan Metha (1975). Pembahasan dalam penelitian tersebut adalah mengatasi permasalahan estimasi parameter pada dua model SUR, dimana jumlah pengamatan pada persamaan pertama melebihi jumlah pengamatan pada persamaan kedua. Dengan metode Bayesian semua koefisien parameter model dapat diperoleh melalui pendekatan distribusi posteriornya. Sedangkan Percy (1992) melakukan analisis prediksi terhadap model SUR melalui perspektif Bayesian dengan pendekatan metode *Gibbs Sampling*. Analisis ini menggunakan *Jeffreys's invariant prior* untuk memperoleh distribusi *predictive* melalui distribusi *posterior* gabungan. Penerapan *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC) terhadap model nonparametrik SUR dilakukan Smith dan Kohn

(2000) dengan menggunakan metode Bayesian hirarki. Hasil estimasi parameter model nonparametrik SUR dengan simulasi maupun data riil menunjukkan peningkatan efisiensi dibandingkan model tersebut dilakukan estimasi secara terpisah masing masing persamaan.

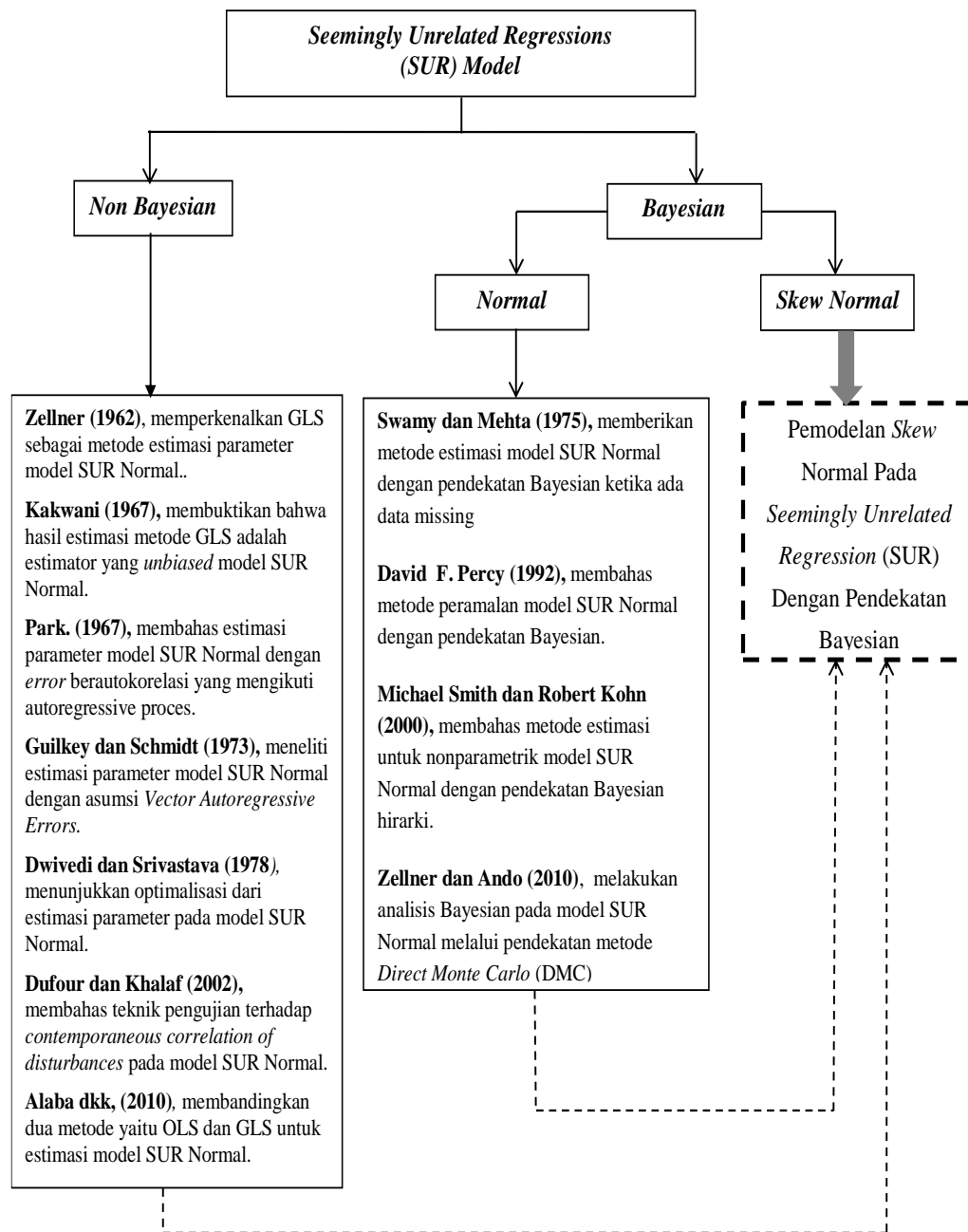
Analisis Bayesian terhadap model SUR dengan pendekatan *Direct Monte Carlo* (DMC) dilakukan Zellner (2010). Penelitian ini menghasilkan estimasi parameter model SUR melalui pendekatan DMC memiliki standar *error* lebih kecil dibanding MCMC. Pendekatan Bayesian yang dilakukan terhadap model SUR selama ini masih dibatasi asumsi *error* model berdistribusi Normal, padahal kenyataanya *error* model itu bisa tidak simetri atau miring. Salah satu distribusi yang adaptif dan mampu mengakomodasi kemiringan data adalah *Skew Normal*. Untuk itu penelitian ini melakukan pemodelan SUR dengan pendekatan Bayesian berdasarkan *error* berdistribusi *Skew Normal*. Dengan demikian bentuk orisinalitas dalam penelitian ini adalah diperolehnya hasil penelitian sebagai berikut :

1. Penaksir parameter model SUR dengan pendekatan Bayesian berdasarkan *error* berdistribusi *Skew Normal*.
2. Algoritma komputasional sebagai alat kalkulasi numerik untuk proses estimasi parameter model SUR dengan pendekatan Bayesian berdasarkan *error* berdistribusi *Skew Normal*.
3. Model untuk pertumbuhan PDRB di Jawa Timur dengan menggunakan model SUR dengan pendekatan Bayesian berdasarkan *error* berdistribusi *Skew Normal*.

Skema orisinalitas penelitian ini secara rinci disajikan dalam Gambar 1.2.

1.6 Batasan Penelitian

Penelitian ini dibatasi pada penggunaan metode estimasi dalam pendugaan parameter yaitu hanya dengan pendekatan Bayesian dan metode komputasinya adalah MCMC dan DMC serta menggunakan teknik *Gibbs sampling*.



Gambar 1.3 Skema Orisinalitas Penelitian

BAB 2

KAJIAN PUSTAKA DAN DASAR TEORI

Bab ini menjelaskan mengenai beberapa konsep yang menjadi kajian pustaka dan dasar teori untuk menunjang penelitian. Kajian diawali dengan kajian teori mengenai beberapa konsep yang dapat dijadikan dasar teori untuk menunjang penelitian ini, yaitu meliputi Model Regresi Linier, Model *Seemingly Unrelated Regression*, Elastisitas, metode Bayesian termasuk distribusi *prior* dan *posterior*, *Markov Chain Monte Carlo*, *Direct Monte Carlo*, *Gibbs Sampling*, model Bayesian SUR, distribusi Normal, dan distribusi *Skew Normal*. Selain itu dibahas pula mengenai variabel penelitian yaitu Produk Domestik Regional Bruto (PDRB), Tenaga Kerja, Upah Tenaga Kerja dan Investasi (Penanaman Modal Dalam Negeri dan Penanaman Modal Asing).

2.1 Model Regresi Linier

Model regresi linier dapat digunakan untuk melakukan analisis terhadap hubungan antara variabel tak bebas (*dependent* atau *response variable*) dan variabel bebas (*independent* atau *predictor variable*). Bentuk model regresi linier sederhana (*simple linear regression model*) untuk T pengamatan (Rencher dan Schaalje, 2007) adalah:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_{t1} + u_t, \quad t = 1, 2, \dots, T, \quad (2.1)$$

dengan y_t adalah variabel tak bebas dan x_t merupakan variabel bebas. Bentuk *error* dalam model dilambangkan dengan u_t , sedangkan β_0 dan β_1 merupakan parameter dalam model regresi.

Model regresi linier berganda (*multiple linear regression model*) merupakan model regresi linier yang melibatkan lebih dari satu variabel bebas yang persamaannya dapat ditulis seperti pada persamaan (2.2):

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_{t1} + \beta_2 x_{t2} + \dots + \beta_k x_{tk} + u_t, \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (2.2)$$

Persamaan (2.2) dapat dijabarkan ke dalam bentuk persamaan (2.3) seperti berikut:

$$\begin{aligned}
y_1 &= \beta_0 + \beta_1 x_{11} + \beta_2 x_{12} + \dots + \beta_k x_{1k} + u_1 \\
y_2 &= \beta_0 + \beta_1 x_{21} + \beta_2 x_{22} + \dots + \beta_k x_{2k} + u_2 \\
&\vdots \\
y_T &= \beta_0 + \beta_1 x_{T1} + \beta_2 x_{T2} + \dots + \beta_k x_{Tk} + u_T
\end{aligned} \tag{2.3}$$

Asumsi-asumsi mengenai galat atau *error* (u) yang harus dipenuhi dalam model regresi linier (Johnson dan Wichern, 2007) adalah :

1. Nilai harapan dari *error* adalah nol, $E(u_t) = 0$ dan variansi galat sama yaitu merupakan nilai konstan sebesar σ^2 atau $Var(u_t) = \sigma^2$.
2. *Error* berdistribusi Normal dengan rata-rata nol dan variansi σ^2 , $u_t \sim N(0, \sigma^2)$.
3. Tidak terjadi korelasi antar *error* sehingga kovariannya adalah nol, $Cov(u_t, u_s) = 0$, $t \neq s$.
4. Tidak terjadi korelasi antara variabel bebas X atau tidak terdapat multikolinearitas antara variabel bebas X .

Selain menggunakan notasi di atas, penggunaan matriks terhadap regresi linear mempunyai banyak keuntungan yaitu menyajikan bentuk yang ringkas untuk menangani model regresi yang memuat banyak variabel. Persamaan (2.3) dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2k} \\ 1 & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{T1} & x_{T2} & \cdots & x_{Tk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_k \end{bmatrix} \tag{2.4}$$

Persamaan (2.4) juga dapat ditulis secara sederhana

$$\mathbf{y}_{(T \times 1)} = \mathbf{X}_{(T \times (k+1))} \boldsymbol{\beta}_{((k+1) \times 1)} + \mathbf{u}_{(T \times 1)} \tag{2.5}$$

Dengan demikian galat atau *error* dalam model regresi pada persamaan (2.5) mengikuti distribusi Normal dengan rata-rata bernilai $\mathbf{0}$ dan nilai variannya adalah $\sigma^2 \mathbf{I}$. Jika model regresi linier pada persamaan (2.5) dinyatakan dalam bentuk persamaan $\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u}$ di mana \mathbf{y} dan \mathbf{u} adalah suatu vektor berdimensi $T \times 1$, \mathbf{X} adalah matriks berukuran $T \times (k+1)$, dan $\boldsymbol{\beta}$ adalah suatu vektor

berdimensi $(k+1) \times 1$. Untuk menduga koefisien model regresi linier digunakan metode *Ordinary Least Square* (OLS) dengan cara meminimumkan jumlah kuadrat galat atau *error*.

Berdasarkan persamaan (2.5) maka diperoleh dugaan *error* sebagai berikut:

$$\hat{\mu} = y - X\hat{\beta} \quad (2.6)$$

Oleh karena itu, perkalian matriks *error* menjadi:

$$\begin{aligned} \hat{\mu}'\hat{\mu} &= (y - X\hat{\beta})'(y - X\hat{\beta}) \\ &= (y' - \hat{\beta}'X')(y - X\hat{\beta}) \\ &= (y'y - y'X\hat{\beta} - \hat{\beta}'X'y + \hat{\beta}'X'X\hat{\beta}) \\ &= y'y - 2y'X\hat{\beta} + \hat{\beta}'X'X\hat{\beta} \end{aligned} \quad (2.7)$$

Untuk mendapatkan nilai penaksir parameter ($\hat{\beta}$), meminimumkan $\hat{\mu}'\hat{\mu}$ yang dilakukan dengan cara menurunkannya terhadap $\hat{\beta}$, yaitu:

$$\frac{d(\hat{\mu}'\hat{\mu})}{d\hat{\beta}} = 0 - 2X'y + X'X\hat{\beta} = 0$$

Sehingga didapat persamaan :

$$\begin{aligned} X'X\hat{\beta} &= X'y \\ (X'X)^{-1}(X'X)\hat{\beta} &= (X'X)^{-1}X'y \\ I\hat{\beta} &= (X'X)^{-1}X'y \\ \hat{\beta} &= (X'X)^{-1}X'y \end{aligned}$$

Dengan demikian diperoleh penaksir parameter untuk β dengan metode OLS yaitu: (Draper dan Smith, 1998)

$$\hat{\beta}_{OLS} = (X'X)^{-1}X'y \quad (2.8)$$

Sebagai penaksir dari parameter dengan metode OLS, $\hat{\beta}_{OLS}$ dapat dibuktikan sebagai estimator yang tidak bias (*unbiased*) sebagai berikut:

$$\begin{aligned} E(\hat{\beta}_{OLS}) &= E[(X'X)^{-1}X'y] = E[(X'X)^{-1}X'(X\beta + u)] \\ &= E[(X'X)^{-1}X'X\beta + (X'X)^{-1}X'u] = E[I\beta + (X'X)^{-1}X'u] \\ &= E[\beta] + (X'X)^{-1}X'E[u] = \beta + 0 = \beta \end{aligned} \quad (2.9)$$

Jadi terbukti bahwa $\hat{\beta}_{OLS}$ merupakan estimator yang tidak bias (*unbiased*) dari parameter β . Sedangkan varians dari $\hat{\beta}_{OLS}$ dapat diperoleh dengan cara : (Draper dan Smith, 1998)

$$\begin{aligned}
Var(\hat{\beta}_{OLS}) &= E[(\hat{\beta} - \beta)^2] \\
&= E[(\beta + (X'X)^{-1}X'u - \beta)^2] \\
&= E[(X'X)^{-1}X'u]^2 \\
&= E[(X'X)^{-1}X'u(X'X)^{-1}X'u'] \\
&= E[(X'X)^{-1}X'uu'X(X'X)^{-1}] \\
&= (X'X)^{-1}X'E(uu')X(X'X)^{-1} \\
&= (X'X)^{-1}X'\sigma^2IX(X'X)^{-1} \\
&= \sigma^2(X'X)^{-1}X'X(X'X)^{-1} \\
&= \sigma^2(X'X)^{-1}
\end{aligned} \tag{2.10}$$

2.2 Model Seemingly Unrelated Regression

Seemingly Unrelated Regression (SUR) adalah suatu model yang terdiri atas beberapa persamaan dan variabel-variabelnya tidak bersifat dua arah seperti pada persamaan simultan, akan tetapi antar persamaan-persamaan tersebut terjadi kaitan satu sama lainnya, sehingga terjadi korelasi antara *error-error* persamaan tersebut. Masing-masing persamaan model SUR memiliki parameter sendiri dan nampak bahwa tiap persamaan tidak berhubungan (*seemingly unrelated*). Zellner (1962) memperkenalkan model SUR dengan menerapkan pada data investasi perusahaan *General Electric* (GE) dan *Westinghouse*. Zellner menduga bahwa terdapat korelasi yang cukup tinggi antara *error* persamaan data investasi pada kedua perusahaan tersebut, sehingga diperlukan suatu pemodelan khusus dengan memperhatikan matrik varian kovarian antar persamaan.

Model SUR dengan M persamaan dan T pengamatan didefinisikan sebagai berikut (Greene, 2008):

$$\begin{aligned}
y_1 &= X_1\beta_1 + u_1 \\
y_2 &= X_2\beta_2 + u_2 \\
&\vdots \\
y_M &= X_M\beta_M + u_M,
\end{aligned} \tag{2.11}$$

dengan asumsi bahwa:

$$\begin{aligned}
1. E(\mathbf{u} | \mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_M) &= \mathbf{0} \\
2. E(\mathbf{u}\mathbf{u}' | \mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_M) &= \mathbf{\Omega} \otimes \mathbf{I} \\
3. E(u_{mt}u_{ns} | \mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_M) &= \begin{cases} \omega_{mn} & , t = s \\ 0 & , t \neq s \end{cases}
\end{aligned} \tag{2.12}$$

Persamaan (2.11) dapat disederhanakan menjadi $\mathbf{y}_m = \mathbf{X}_m\boldsymbol{\beta}_m + \mathbf{u}_m$, $m=1,2,\dots,M$, dengan $t=1,2,\dots,T$ atau ditulis lengkap dalam bentuk persamaan berikut :

$$\begin{aligned}
\underset{(TM \times 1)}{\mathbf{y}} &= \underset{TM \times (K+1)}{\mathbf{X}} \underset{(K+1) \times 1}{\boldsymbol{\beta}} + \underset{(TM) \times 1}{\mathbf{u}}, \tag{2.13} \\
\text{dengan, } \underset{(TM) \times 1}{\mathbf{y}} &= \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{y}_M \end{bmatrix}, \underset{(TM) \times (K+1)}{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{X}_2 & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{X}_M \end{bmatrix}, \\
\underset{(K+1) \times 1}{\boldsymbol{\beta}} &= \begin{bmatrix} \boldsymbol{\beta}_1 \\ \boldsymbol{\beta}_2 \\ \vdots \\ \boldsymbol{\beta}_M \end{bmatrix}, \text{ dan } \underset{(TM) \times 1}{\mathbf{u}} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1 \\ \mathbf{u}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{u}_M \end{bmatrix}, \text{ dengan } K = \sum_{m=1}^M k_m.
\end{aligned}$$

Berdasarkan (2.12) matrik varian kovarian dari model SUR adalah:

$$\begin{aligned}
E(\mathbf{u}\mathbf{u}' | \mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_M) &= \begin{bmatrix} \omega_{11}\mathbf{I} & \omega_{12}\mathbf{I} & \cdots & \omega_{1M}\mathbf{I} \\ \omega_{21}\mathbf{I} & \omega_{22}\mathbf{I} & \cdots & \omega_{2M}\mathbf{I} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \omega_{M1}\mathbf{I} & \omega_{M2}\mathbf{I} & \cdots & \omega_{MM}\mathbf{I} \end{bmatrix} = \mathbf{\Omega} \otimes \mathbf{I}, \\
\text{dengan } \mathbf{\Omega} &= \begin{bmatrix} \omega_{11} & \omega_{12} & \cdots & \omega_{1M} \\ \omega_{21} & \omega_{22} & \cdots & \omega_{2M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \omega_{M1} & \omega_{M2} & \cdots & \omega_{MM} \end{bmatrix} \text{ dan } \mathbf{I} \text{ adalah matriks identitas berukuran } T \times T.
\end{aligned}$$

Berdasarkan asumsi model SUR pada persamaan (2.12), maka metode OLS tidak lagi tepat digunakan untuk mengestimasi parameter pada model SUR karena tidak terpenuhinya asumsi tidak adanya autokorelasi dan homoskedastisitas. Estimasi parameter model SUR dalam persamaan (2.13) dengan menggunakan metode *generalized least square* (GLS). Prinsip penggunaan metode GLS untuk

mengestimasi parameter model adalah dengan meminimumkan jumlah kuadrat *error* tergeneralisasi (Greene, 2008). Penelitian Zellner (1962) membahas metode estimasi parameter model SUR dengan menggunakan GLS. Efisiensi metode GLS ini terbukti jika variabel independen dalam persamaan yang berbeda tidak punya korelasi yg tinggi dan jika *error* dari persamaan yang berbeda punya korelasi yg tinggi. Misalkan jumlah kuadrat *error* tergeneralisasi dari model SUR dilambangkan dengan G dan matrik varian kovarians model SUR pada persamaan (2.12) adalah $(\Omega \otimes I)$ maka jumlah kuadrat *error* tergeneralisasi dapat dijabarkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
G &= \mathbf{u}'(\Omega^{-1} \otimes I)\mathbf{u} \\
&= (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})'(\Omega^{-1} \otimes I)(\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) \\
&= (\mathbf{y}' - \boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}')(\Omega^{-1} \otimes I)(\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) \\
&= (\mathbf{y}' - \boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}')((\Omega^{-1} \otimes I)\mathbf{y} - (\Omega^{-1} \otimes I)\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) \\
&= \mathbf{y}'(\Omega^{-1} \otimes I)\mathbf{y} - \mathbf{y}'(\Omega^{-1} \otimes I)\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}'(\Omega^{-1} \otimes I)\mathbf{y} + \boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}'(\Omega^{-1} \otimes I)\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} \\
&= \mathbf{y}'(\Omega^{-1} \otimes I)\mathbf{y} - \mathbf{y}'(\Omega^{-1} \otimes I)\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} - \mathbf{y}'(\Omega^{-1} \otimes I)\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}'(\Omega^{-1} \otimes I)\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} \\
&= \mathbf{y}'(\Omega^{-1} \otimes I)\mathbf{y} - 2\mathbf{y}'(\Omega^{-1} \otimes I)\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}'(\Omega^{-1} \otimes I)\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}
\end{aligned} \tag{2.14}$$

Kemudian hasil penjabaran jumlah kuadrat *error* tergeneralisasi persamaan (2.14) diturunkan terhadap $\boldsymbol{\beta}$ sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\frac{dG}{d\boldsymbol{\beta}} &= \frac{d\mathbf{u}'(\Omega^{-1} \otimes I)\mathbf{u}}{d\boldsymbol{\beta}} = \frac{d[\mathbf{y}'(\Omega^{-1} \otimes I)\mathbf{y} - 2\mathbf{y}'(\Omega^{-1} \otimes I)\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}'(\Omega^{-1} \otimes I)\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}]}{d\boldsymbol{\beta}} \\
&= -2\mathbf{y}'(\Omega^{-1} \otimes I)\mathbf{X} + \mathbf{X}'(\Omega^{-1} \otimes I)\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}
\end{aligned} \tag{2.15}$$

Persamaan (2.15) akan bernilai maksimum jika disamakan dengan nol, sehingga diperoleh estimasi parameter model SUR dengan GLS dapat diperoleh sebagai berikut: Zellner (1962)

$$\begin{aligned}
-2\mathbf{y}'(\Omega^{-1} \otimes I)\mathbf{X} + \mathbf{X}'(\Omega^{-1} \otimes I)\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} &= 0 \\
\mathbf{X}'(\Omega^{-1} \otimes I)\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} &= \mathbf{X}'(\Omega^{-1} \otimes I)\mathbf{y} \\
\hat{\boldsymbol{\beta}} &= (\mathbf{X}'(\Omega^{-1} \otimes I)\mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}'(\Omega^{-1} \otimes I)\mathbf{y}
\end{aligned} \tag{2.16}$$

Pada umumnya matrik varian-kovarian tidak diketahui sehingga perlu diestimasi terlebih dahulu. Matrik varian-kovarian diperoleh dengan cara

mengestimasi parameter model SUR dengan menggunakan persamaan (2.8). Dengan demikian dapat diperoleh *error* dari masing-masing persamaan model SUR tersebut. Berdasarkan *error* persamaan tersebut dapat dihitung S_{ij} sebagai estimator konsisten dari ω_{ij} , yaitu

$$S_{ij} = \frac{1}{T-k} u_i' u_j, \quad (2.17)$$

dengan $k = \max(k_i, k_j)$.

Dengan demikian dapat diperoleh matriks $\hat{\Omega}$ sebagai berikut:

$$\hat{\Omega} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1M} \\ S_{21} & S_{22} & \cdots & S_{2M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{M1} & S_{M2} & \cdots & S_{MM} \end{bmatrix}, \quad (2.18)$$

Estimator yang baik bersifat tak bias. Estimator dikatakan tak bias jika nilai ekspektasi dari estimator sama dengan nilai parameter, $E(\hat{\beta}) = \beta$. Kakwani (1967) dalam penelitiannya membuktikan bahwa estimator parameter model SUR $\hat{\beta}$ pada persamaan (2.16) adalah estimator tidak bias. Pembuktian bahwa $\hat{\beta}$ tak bias dengan cara mencari nilai $E(\hat{\beta})$ sebagai berikut :

$$\begin{aligned} E(\hat{\beta}) &= E \left[\left(\mathbf{X}' (\Omega^{-1} \otimes \mathbf{I}) \mathbf{X} \right)^{-1} \mathbf{X}' (\Omega^{-1} \otimes \mathbf{I}) \mathbf{y} \right] \\ &= E \left[\left(\mathbf{X}' (\Omega^{-1} \otimes \mathbf{I}) \mathbf{X} \right)^{-1} \mathbf{X}' (\Omega^{-1} \otimes \mathbf{I}) (\mathbf{X}\beta + \mathbf{u}) \right] \\ &= \left(\mathbf{X}' (\Omega^{-1} \otimes \mathbf{I}) \mathbf{X} \right)^{-1} \mathbf{X}' (\Omega^{-1} \otimes \mathbf{I}) E(\mathbf{X}\beta + \mathbf{u}) \\ &= \left(\mathbf{X}' (\Omega^{-1} \otimes \mathbf{I}) \mathbf{X} \right)^{-1} \mathbf{X}' (\Omega^{-1} \otimes \mathbf{I}) \mathbf{X}\beta = \beta \end{aligned} \quad (2.19)$$

Dengan demikian terbukti bahwa $\hat{\beta}$ merupakan estimator parameter model SUR yang tidak bias.

Selanjutnya Park (1967) melakukan penelitian yang menunjukkan efisiensi dari estimator parameter model SUR $\hat{\beta}$ pada persamaan (2.16) dengan membuktikan varian dari $\hat{\beta}$, $\text{Var}(\hat{\beta})$ adalah minimum. Untuk mendapatkan variansi dari $\hat{\beta}$ dapat diperoleh sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
Var(\hat{\beta}) &= E[(\hat{\beta} - \beta)^2] \\
&= E[(\beta + (X'(\Omega^{-1} \otimes I)X)^{-1}X'(\Omega^{-1} \otimes I)u - \beta)^2] \\
&= E[(X'(\Omega^{-1} \otimes I)X)^{-1}X'(\Omega^{-1} \otimes I)u(X'(\Omega^{-1} \otimes I)X)^{-1}X'(\Omega^{-1} \otimes I)u'] \\
&= E\left[(X'(\Omega^{-1} \otimes I)X)^{-1}X'(\Omega^{-1} \otimes I)u\left((X'(\Omega^{-1} \otimes I)X)^{-1}X'(\Omega^{-1} \otimes I)u\right)'\right] \\
&= E\left[(X'(\Omega^{-1} \otimes I)X)^{-1}X'(\Omega^{-1} \otimes I)uu'(\Omega^{-1} \otimes I)X(X'(\Omega^{-1} \otimes I)X)^{-1}\right] \\
&= (X'(\Omega^{-1} \otimes I)X)^{-1}X'(\Omega^{-1} \otimes I)E[uu'](\Omega^{-1} \otimes I)X(X'(\Omega^{-1} \otimes I)X)^{-1} \\
&= (X'(\Omega^{-1} \otimes I)X)^{-1}X'(\Omega \otimes I)^{-1}(\Omega \otimes I)(\Omega^{-1} \otimes I)X(X'(\Omega^{-1} \otimes I)X)^{-1} \\
&= (X'(\Omega^{-1} \otimes I)X)^{-1}X'(\Omega \otimes I)^{-1}X(X'(\Omega^{-1} \otimes I)X)^{-1} \\
&= (X'(\Omega^{-1} \otimes I)X)^{-1}
\end{aligned} \tag{2.20}$$

Misalkan $\hat{\beta}^*$ adalah estimator linear yang lain dari β yang dapat ditulis sebagai:

$$\hat{\beta}^* = \left[(X'(\Omega^{-1} \otimes I)X)^{-1}X'(\Omega^{-1} \otimes I) + c \right] y ,$$

dengan c adalah matriks konstanta, sehingga:

$$\begin{aligned}
E(\hat{\beta}^*) &= E\left[\left((X'(\Omega^{-1} \otimes I)X)^{-1}X'(\Omega^{-1} \otimes I) + c\right)y\right] \\
&= E\left[\left((X'(\Omega^{-1} \otimes I)X)^{-1}X'(\Omega^{-1} \otimes I) + c\right)(X\beta + u)\right] \\
&= \left((X'(\Omega^{-1} \otimes I)X)^{-1}X'(\Omega^{-1} \otimes I)\right)X\beta + cX\beta + \left((X'(\Omega^{-1} \otimes I)X)^{-1}X'(\Omega^{-1} \otimes I)\right)u + cu \\
&= E\left[\beta + cX\beta + \left((X'(\Omega^{-1} \otimes I)X)^{-1}X'(\Omega^{-1} \otimes I)\right)u + cu\right] \\
&= \beta + \beta E[cX] + \left((X'(\Omega^{-1} \otimes I)X)^{-1}X'(\Omega^{-1} \otimes I)\right)E[u] + cE[u] \\
&= \beta + \beta E[cX]
\end{aligned}$$

Karena diasumsikan $\hat{\beta}^*$ sebagai estimator tak bias dari β , maka seharusnya $E(\hat{\beta}^*) = \beta$, dengan kata lain bahwa $cX\beta$ merupakan matriks Nol, atau $cX=0$.

Dengan demikian dapat diperoleh varian dari $\hat{\beta}^*$ sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\text{Var}(\hat{\beta}^*) &= E[(\hat{\beta}^* - \beta)^2] \\
&= E\left[\left((X'(\Omega^{-1} \otimes I)X)^{-1} X'(\Omega^{-1} \otimes I) + c\right)u \left(\left((X'(\Omega^{-1} \otimes I)X)^{-1} X'(\Omega^{-1} \otimes I) + c\right)u\right)'\right] \\
&= E\left[\left((X'(\Omega^{-1} \otimes I)X)^{-1} X'(\Omega^{-1} \otimes I) + c\right)uu'(\Omega^{-1} \otimes I)X(X'(\Omega^{-1} \otimes I)X)^{-1}\right] \\
&= \left((X'(\Omega^{-1} \otimes I)X)^{-1} X'(\Omega^{-1} \otimes I) + c\right)E[uu']\left(c' + (\Omega^{-1} \otimes I)X(X'(\Omega^{-1} \otimes I)X)^{-1}\right) \\
&= \left((X'(\Omega^{-1} \otimes I)X)^{-1} X'(\Omega^{-1} \otimes I) + c\right)(\Omega \otimes I)\left(c' + (\Omega^{-1} \otimes I)X(X'(\Omega^{-1} \otimes I)X)^{-1}\right) \\
&= \left((X'(\Omega^{-1} \otimes I)X)^{-1} X'(\Omega \otimes I)^{-1}(\Omega \otimes I) + c(\Omega \otimes I)\right)\left(c' + (\Omega^{-1} \otimes I)X(X'(\Omega^{-1} \otimes I)X)^{-1}\right) \\
&= \left((X'(\Omega^{-1} \otimes I)X)^{-1} X'\right)c' + c(\Omega \otimes I)c' + (X'(\Omega^{-1} \otimes I)X)^{-1} X'\left((\Omega^{-1} \otimes I)X(X'(\Omega^{-1} \otimes I)X)^{-1}\right) + \\
&\quad c(\Omega \otimes I)(\Omega^{-1} \otimes I)X(X'(\Omega^{-1} \otimes I)X)^{-1} \\
&= (X'(\Omega^{-1} \otimes I)X)^{-1} cX + c(\Omega \otimes I)c' + (X'(\Omega^{-1} \otimes I)X)^{-1} X'\left((\Omega^{-1} \otimes I)X(X'(\Omega^{-1} \otimes I)X)^{-1}\right) + \\
&\quad cX(X'(\Omega^{-1} \otimes I)X)^{-1} \\
&= c(\Omega \otimes I)c' + (X'(\Omega^{-1} \otimes I)X)^{-1}
\end{aligned}$$

Berdasarkan uraian di atas terbukti bahwa $\text{var}(\hat{\beta}^*)$ lebih besar dari $\text{var}(\hat{\beta})$ dengan kelebihan sebesar $c(\Omega \otimes I)c'$.

Dwivedi dan Srivastava (1978) memberikan penjelasan tentang kondisi estimasi parameter model SUR metode OLS akan sama dengan metode GLS ketika variabel independen (*explanatory*) yang digunakan pada masing masing persamaan sama dan atau tidak ada korelasi antar *error* pada persamaan yang berbeda. Sedangkan Dufour dan Khalaf (2002) melakukan uji terhadap *contemporaneous correlation* dari *error* model untuk menentukan apakah mempunyai struktur SUR atau tidak, sehingga estimasi parameter model menggunakan OLS atau GLS. Uji *Lagrange Multiplier* digunakan untuk mengetahui apakah ada korelasi *error* antar persamaan (*contemporaneous correlation*) atau dengan kata lain struktur variansi kovariansi *error* merupakan struktur *SUR*.

Langkah awal yang dilakukan adalah mengestimasi parameter masing masing persamaan dengan metode *Ordinary Least Square*. Selanjutnya *error* dari masing-masing persamaan model tersebut diatas, digunakan untuk menghitung estimasi dari varians-kovariansnya. Langkah berikutnya adalah melakukan Uji *Lagrange Multiplier* untuk mengetahui adanya korelasi *error* antar persamaan (*contemporaneous correlation*) dengan menggunakan rumus:

$$\lambda_{LM} = N \sum_{i=2}^M \sum_{j=1}^{i-1} r_{ij}^2 \quad \text{dengan} \quad r_{ij}^2 = \frac{s_{ij}^2}{s_{ii}s_{jj}},$$

r_{ij}^2 yang merupakan korelasi antara *error* persamaan ke-*i* dan *error* persamaan ke-*j*. Sedangkan s_{ij}^2 merupakan kovarians *error* persamaan ke-*i* dengan persamaan ke-*j* dan s_{ii} merupakan varians *error* persamaan ke-*i* dan s_{jj} adalah varians *error* persamaan ke-*j*.

Untuk menguji terdapat korelasi *error* antar persamaan (*contemporaneous correlation*) atau tidak dengan menggunakan hipotesis sebagai berikut:

H_0 : semua kovarians *error* bernilai nol, artinya tidak ada korelasi *error* antar persamaan (*contemporaneous correlation*).

H_1 : minimal ada satu kovarians *error* tidak sama dengan nol, artinya ada korelasi *error* antar persamaan (*contemporaneous correlation*) atau struktur variansi kovariansi *error* merupakan struktur *SUR*.

Statistik uji yang digunakan dalam uji *Lagrange Multiplier* ini adalah :

$$\lambda_{LM} = N \sum_{i=2}^M \sum_{j=1}^{i-1} r_{ij}^2.$$

Kesimpulan dari uji *Lagrange Multiplier*, apabila $\lambda_{LM} > \chi_{M(M-1)/2; 0,05}^2$ maka H_0 ditolak, sehingga dapat disimpulkan bahwa ada korelasi *error* antar persamaan (*contemporaneous correlation*) atau struktur variansi kovariansi *error* merupakan struktur *SUR*.

2.3 Elastisitas

Elastisitas merupakan salah satu konsep penting untuk memahami beragam permasalahan di bidang ekonomi. Konsep elastisitas sering dipakai sebagai dasar analisis ekonomi, seperti dalam menganalisis permintaan, penawaran, penerimaan pajak, maupun distribusi kemakmuran (Gujarati, 2004). Dalam bidang perekonomian daerah, konsep elastisitas dapat digunakan untuk memahami dampak dari suatu kebijakan. Pemerintah Daerah dapat mengetahui dampak kenaikan pajak atau subsidi terhadap pendapatan daerah, tingkat pelayanan masyarakat, kesejahteraan penduduk, pertumbuhan ekonomi, pertumbuhan

investasi, dan indikator ekonomi lainnya dengan menggunakan pendekatan elastisitas.

Dengan demikian analisis elastisitas dapat membantu pengambil kebijakan dalam memutuskan prioritas dan alternatif kebijakan yang memberikan manfaat terbesar bagi kemajuan daerah. Elastisitas dapat mengukur seberapa besar perubahan suatu variabel terhadap perubahan variabel lain. Sebagai contoh, elastisitas Y terhadap X mengukur berapa persen perubahan variabel Y karena perubahan variabel X (Koutsoyiannis, 1975).

$$E_x = \frac{MP_x}{AP_x} , \quad (2.21)$$

dimana MP_x merupakan produksi marginal (*Marginal Product, MP*) dari variabel X yang didefinisikan sebagai tambahan output sebagai akibat bertambahnya input sebesar satu satuan. Secara matematis, MP_x merupakan turunan pertama dari fungsi produksi linier.

$$MP_x = \frac{\partial Y}{\partial X} = \beta . \quad (2.22)$$

Sedangkan AP_x adalah produk rata rata (*Average Product, AP*) untuk input X yang diperoleh dari persamaan dibawah ini:

$$AP_x = \frac{\bar{Y}}{\bar{X}} . \quad (2.23)$$

Hasil analisis menggunakan konsep elastisitas juga dapat digunakan sebagai dasar atau ukuran dalam perencanaan, utamanya terkait target pembangunan yang ingin dicapai. Dengan mengetahui elastisitas suatu variabel daerah terhadap variabel lainnya, Pemerintah Daerah dapat menentukan target persentase pertumbuhan suatu variabel daerah berdasarkan elastisitas tersebut sekaligus menyusun langkah-langkah dan strategi yang akan dilakukan untuk mencapai target tersebut. Dengan demikian, kebijakan strategi dan prioritas pembiayaan daerah pun menjadi lebih efisien dan efektif.

2.4 Metode Bayesian

Metode Bayesian merupakan metode yang menggunakan teorema Bayes sebagai dasar dalam inferensial statistiknya. Inferensia dengan pendekatan Bayesian berbeda dengan pendekatan klasik meskipun kedua metode tersebut menggunakan fungsi *Likelihood* data. Dalam pendekatan klasik, parameter model yang akan diestimasi diasumsikan bernilai tunggal. Proses estimasi dengan pendekatan klasik, umumnya dilakukan untuk mendapatkan nilai parameter yang dapat memaksimumkan fungsi *Likelihood* yang dianggap sebagai fungsi dari parameter tersebut. Sementara dalam pendekatan Bayesian, seluruh parameter yang tidak diketahui dipandang sebagai variabel *random* yang dikarakteristikkan oleh distribusi *prior* dari parameter tersebut (Ntzoufras, 2009; Gelman dkk., 2004; Congdon, 2006).

Pendekatan Bayesian mengaplikasikan Teorema Bayes yang didasarkan pada distribusi *posterior* gabungan dari seluruh parameter (King dkk., 2010). Selanjutnya metode Bayesian akan melakukan estimasi parameter dengan menggunakan distribusi *marginal posterior* parameter tersebut. Distribusi *marginal posterior* ini diperoleh dengan cara mengintegralkan distribusi *posterior* gabungan. Pada tahap ini, khususnya untuk kasus model yang cukup kompleks umumnya timbul permasalahan yaitu proses integrasi tersebut menjadi sangat rumit dan sulit untuk memperoleh solusinya. Namun, metode Bayesian dapat mengatasi permasalahan tersebut.

Dalam hal ini, cara yang digunakan sebagai pendekatan modern dari analisis Bayesian adalah bukan dengan cara mengintegralkan distribusi *posterior* gabungan secara analitik, melainkan dengan menggunakan prosedur simulasi data yang mengikuti distribusi *posterior* gabungan dengan memanfaatkan bentuk *full conditional* untuk memperoleh distribusi *marginal posterior* setiap parameter yang akan diestimasi tersebut. Dengan demikian, proses optimasi yang dilakukan dalam analisis klasik digantikan dengan proses integrasi dalam pendekatan analisis Bayesian. Integrasi dalam analisis Bayesian ini tidak dilakukan secara analitik terhadap distribusi *posterior* gabungan dari parameter, melainkan dengan pendekatan prosedur simulasi khusus yang menghasilkan sampel dari distribusi

posterior tersebut. Proses ini selanjutnya dikenal sebagai proses *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC) (Koop, 2003; King dkk., 2010).

Pendekatan Bayesian merupakan alternatif yang banyak digunakan dalam menyelesaikan permasalahan estimasi pada suatu model yang cukup kompleks. Ketersediaan paket program untuk menaksir parameter model dalam analisis Bayesian membuat metode ini menjadi lebih berdayaguna dan fleksibel dalam analisis pemodelan secara stokastik yang kompleks. Akibatnya, beberapa keterbatasan dalam pemodelan secara klasik dapat diatasi seperti model yang kompleks, asumsi-asumsi yang tidak sesuai dengan realita, dan simplifikasi dapat dihindari.

2.4.1 Teorema Bayes

Apabila \mathbf{y} adalah vektor dari data hasil pengamatan sebanyak n dan memiliki distribusi tertentu $p(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta})$ dengan parameter $(\boldsymbol{\theta})$ yang memuat sebanyak k komponen $\boldsymbol{\theta}' = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k)$. Jika $p(\boldsymbol{\theta})$ adalah *prior* dari $\boldsymbol{\theta}$, maka distribusi *posterior* gabungan dari $\boldsymbol{\theta}$ dan \mathbf{y} seperti tampak pada persamaan (2.24) (Gelman dkk., 2004):

$$p(\mathbf{y}, \boldsymbol{\theta}) = p(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta})p(\boldsymbol{\theta}) = p(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y})p(\mathbf{y}) . \quad (2.24)$$

Selanjutnya untuk menentukan distribusi *posterior* dari parameter $\boldsymbol{\theta}$, yaitu $p(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y})$ didasarkan pada aturan probabilitas dalam Teorema Bayes sebagai berikut:

$$p(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y}) = \frac{p(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta})p(\boldsymbol{\theta})}{p(\mathbf{y})} , \quad (2.25)$$

$$\text{dengan } p(\mathbf{y}) = \begin{cases} \int p(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta})p(\boldsymbol{\theta})d\boldsymbol{\theta} & \text{jika } \boldsymbol{\theta} \text{ kontinyu} \\ \sum p(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta})p(\boldsymbol{\theta}) & \text{jika } \boldsymbol{\theta} \text{ diskrit} \end{cases}$$

Persamaan (2.25) menunjukkan bahwa *posterior* dari $\boldsymbol{\theta}$ diperoleh dari proses pembaruan informasi *prior* dari $\boldsymbol{\theta}$ dengan menggunakan informasi dari hasil pengamatan. Penyebut $p(\mathbf{y})$ adalah suatu konstanta normalitas yang disebut sebagai

normalized constant (Box dan Tiao, 1973), selanjutnya persamaan (2.25) dapat ditulis menjadi:

$$p(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y}) \propto p(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta})p(\boldsymbol{\theta}) \quad (2.26)$$

Persamaan (2.26) menunjukkan bahwa *posterior* adalah proporsional terhadap *likelihood* dikalikan dengan *prior* dari parameter model.

2.4.2 Distribusi *Prior*

Pembentukan *posterior* dari parameter model memerlukan informasi awal dari parameter yang digunakan sebagai distribusi *prior* dari data hasil observasi yang dinyatakan dalam fungsi *likelihood*. Ketepatan penentuan distribusi *prior* dari parameter akan mempengaruhi ketepatan dari distribusi *posterior* yang akan diperoleh yang selanjutnya akan berimbas pada ketepatan dari pengambilan keputusan. Box dan Tiao (1973) menyatakan bahwa terdapat beberapa distribusi *prior* yang dikenal dalam metode Bayesian, yaitu :

1. *Conjugate prior* VS *non conjugate prior* adalah *prior* yang ditentukan berdasarkan kesamaan pola pembentukan fungsi *likelihood* data.
2. *Proper prior* VS *improper prior* adalah *prior* didasarkan pada pembobotan atau densitas yang sama pada setiap titik di sepanjang domain parameter tersebut sehingga terdistribusi Uniform.
3. *Informative prior* VS *non informative prior* adalah *prior* yang ditentukan berdasarkan informasi data yang diperoleh.
4. *Pseudo prior* adalah *prior* yang nilainya disetarakan dengan hasil elaborasi dari pendapat *frequentist*.

2.4.3 Fungsi *Likelihood*

Dalam metode Bayesian fungsi *likelihood* $l(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y})$ memiliki peran penting, yaitu bertugas untuk memodifikasi pengetahuan tentang *prior* $\boldsymbol{\theta}$ dan dapat dikatakan sebagai perwujudan dari informasi tentang $\boldsymbol{\theta}$ yang berasal dari data. Fungsi *likelihood* merupakan fungsi dari $p(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta})$ yang diakui sebagai fungsi dari $\boldsymbol{\theta}$ untuk \mathbf{y} tetap (Box dan Tiao, 1973). Prinsip *likelihood* adalah dengan sampel yang

diberikan, untuk setiap dua model peluang $p(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta})$ yang memiliki fungsi *likelihood* yang sama, akan menghasilkan inferensia distribusi $\boldsymbol{\theta}$ yang sama.

2.4.4 Distribusi *Posterior*

Distribusi peluang *posterior* berisi semua informasi yang tersedia saat ini mengenai parameter $\boldsymbol{\theta}$. Distribusi *posterior* berpusat pada sebuah titik yang menampilkan gabungan antara informasi *prior* dan data observasi (Gelman dkk., 2004). Secara analitik, densitas *posterior* merupakan produk dari proses kombinasi densitas *prior* dan *likelihood* ($\text{posterior} \propto \text{likelihood} \times \text{prior}$). Distribusi *posterior* akan berlaku menjadi sebuah distribusi *prior* untuk analisis Bayesian di tahap selanjutnya.

2.4.5 Metode *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC)

Metode *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC) banyak digunakan dalam pemodelan dengan pendekatan Bayesian untuk memperoleh penyelesaian dalam proses integrasi suatu distribusi *posterior* untuk dimensi yang besar, sehingga penghitungannya menjadi sangat sulit. Metode *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC) dapat memberikan solusi penyelesaian integral dari suatu model dengan tingkat kompleksitas yang tinggi (Carlin dan Chib, 1995). Implementasi metode MCMC pada analisis Bayesian memerlukan algoritma yang sering digunakan sebagai pembangkit variabel acak dalam MCMC adalah *Gibbs Sampler* (Casella dan George, 1992; Gelman dkk., 2004).

Markov Chain adalah suatu proses stokastik dari $\{\theta^{(1)}, \theta^{(2)}, \dots, \theta^{(T)}\}$ sedemikian sehingga

$$f(\theta^{(t+1)} | \theta^t, \theta^{t-1}, \dots, \theta^1) = f(\theta^{(t+1)} | \theta^t), \quad (2.27)$$

dengan distribusi dari θ pada saat $t+1$ diketahui kondisi semua nilai θ sebelumnya pada saat $t, t-1, \dots, 1$ adalah hanya akan dipengaruhi oleh nilai saat t saja. Pada saat $t \rightarrow \infty$ distribusi dari $\theta^{(t)}$ akan konvergen menuju distribusi tertentu yang independen terhadap nilai awal dari rantai tersebut, $\theta^{(0)}$ (Ntzoufras, 2009). Dengan demikian untuk mendapatkan sampel dari distribusi *posterior*, maka diperlukan

struktur *Markov Chain* yang memiliki sifat $f(\theta^{(t+1)} | \theta^t)$ dan mudah untuk dibangkitkan. Ntzoufras (2009) menyatakan bahwa proses MCMC dilakukan dengan cara membangkitkan *Markov Chain* yang konvergen terhadap distribusi target yaitu distribusi *posterior* dari parameter yang diestimasi. Kondisi ini dinamakan kondisi stasioner atau kondisi *equilibrium*. Selanjutnya, sampel parameter dalam *Markov Chain* diambil setelah kondisi *equilibrium* tercapai. Dengan demikian sampel yang diperoleh dijamin merupakan sampel dari distribusi target yaitu distribusi *posterior* dari parameter tersebut.

Selanjutnya hal penting yang harus dilakukan adalah mengamati apakah proses estimasi parameter telah mencapai kondisi *equilibrium* untuk menjamin bahwa sampel parameter yang diperoleh dari proses MCMC tersebut merupakan sampel dari distribusi *posterior* target parameter. Kondisi *equilibrium* akan tercapai apabila sampel yang diperoleh telah memenuhi sifat dari *Markov Chain* yang *strongly ergodic* (Bolstad, 2010; Tailor dan Carlin, 1998) yaitu:

- a. *Irreducible*, yaitu bahwa selama iterasi estimasi parameter proses MCMC mempunyai pergerakan nilai yang acak sebagai representasi sifat *communicate* antar *state* dalam *Markov Chain*,
- b. *Aperiodic*, yaitu selama iterasi estimasi parameter proses MCMC tidak mempunyai periode tertentu untuk pasti kembali ke *state/kondisi* semula karena nilai *state Markov Chain* yang diperoleh adalah kontinyu sehingga sangat kecil kemungkinannya untuk bisa mendapatkan nilai yang sama antara iterasi satu dengan yang lain, dan
- c. *Recurrent*, bahwa selama proses iterasi MCMC nilai parameter yang dibangkitkan, sebagai *state-i*, akan berkunjung ke berbagai *state-j* dengan probabilitas f_{ij} , sedemikian hingga *state-i* akan dikunjungi kembali dengan

$$\text{probabilitas } f_i = \sum_{j=1}^{\infty} f_{ij} = 1$$

2.4.6 Metode *Direct Monte Carlo* (DMC)

Pendekatan *Direct Monte Carlo* (DMC) adalah prosedur penting dan terkenal lainnya dalam komputasi *posterior* (Geweke, 2005). Dalam metode DMC

distribusi *posterior* gabungan untuk parameter secara analitis diubah menjadi bentuk distribusi bersyarat dan *marginal*. Apabila distribusi *marginal posterior* dari masing-masing parameter dapat diperoleh secara analitis, maka sangat mudah untuk memperoleh sampel *posterior* dengan menggunakan metode simulasi sederhana.

Untuk kesederhanaan penjelasan, mari kita asumsikan bahwa $p(\boldsymbol{\theta} | \mathbf{X}_n)$ adalah *posterior* dari vektor parameter $\boldsymbol{\theta} = (\boldsymbol{\theta}'_1, \boldsymbol{\theta}'_2)'$ dapat didekomposisi sebagai:
 $p(\boldsymbol{\theta} | \mathbf{X}_n) = p(\boldsymbol{\theta}_2 | \mathbf{X}_n, \boldsymbol{\theta}_1) \times p(\boldsymbol{\theta}_1 | \mathbf{X}_n)$. Dalam kasus ini, dapat dengan mudah menghasilkan sampel *posterior* melalui tahapan dalam Algoritma 2.1.

Algoritma 2.1 : Proses iterasi metode DMC.

Langkah 1. Menentukan jumlah sampel L yang akan dihasilkan.

Langkah 2. Mendapatkan nilai $\boldsymbol{\theta}_1^{(j)}$ dari distribusi *marginal posterior* $p(\boldsymbol{\theta}_1 | \mathbf{X}_n)$,
 $j = 1, 2, \dots, L$ kemudian masukkan nilai yang diperoleh tersebut ke dalam distribusi *posterior* bersyarat dari $\boldsymbol{\theta}_2$, $p(\boldsymbol{\theta}_2^{(j)} | \mathbf{X}_n, \boldsymbol{\theta}_1)$,
 $j = 1, 2, \dots, L$.

Langkah 3. Mendapatkan nilai $\boldsymbol{\theta}_2^{(j)}$ dari $p(\boldsymbol{\theta}_2^{(j)} | \mathbf{X}_n, \boldsymbol{\theta}_1)$, $j = 1, 2, \dots, L$.

Mengulangi prosedur ini berkali-kali hingga memberikan sampel besar dari distribusi *posterior* bersama. Oleh karena itu, integrasi *Monte Carlo* dapat dilakukan dengan menggunakan sampel *posterior* yang dihasilkan $\boldsymbol{\theta}^{(1)}, \boldsymbol{\theta}^{(2)}, \dots, \boldsymbol{\theta}^{(L)}$. (Zellner dan Chen, 2001).

2.4.7 Gibbs Sampling

Gibbs sampling adalah sebuah teknik untuk membangkitkan variabel acak dari sebuah distribusi (marjinal) secara tidak langsung, tanpa harus menghitung densitas marjinalnya (Casella dan George, 1992). *Gibbs sampling* adalah algoritma iteratif yang digunakan oleh BUGS (*Bayesian inference using gibbs sampling*) dan program Bayesian model lainnya. Ide dasar dari *Gibbs sampling* adalah untuk mempartisi atau membagi sekumpulan parameter yang tidak diketahui dan melakukan estimasi terhadap satu parameter atau satu kelompok parameter pada satu waktu, dengan masing-masing parameter atau kelompok parameter yang saling bergantung terhadap parameter lainnya. Algoritma ini menjadi efektif karena pada

cakupan masalah yang luas, proses estimasi bagian-bagian dari sebuah model adalah bukan hal yang mudah untuk diselesaikan, apalagi jika estimasi terhadap seluruh parameter secara bersamaan (Gelman dan Hill, 2006).

Jika θ adalah vektor dari sekumpulan parameter yang akan diestimasi, maka dapat dibentuk distribusi *full conditional posterior* untuk setiap elemen parameter dari θ . Distribusi *full conditional posterior* untuk θ_j dibentuk dari distribusi *posterior* gabungan seluruh parameter dalam vektor θ . dengan menetapkan nilai parameter selain θ_j atau $\theta_{\setminus j} = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{j-1}, \theta_{j+1}, \dots, \theta_d]$ bernilai konstan dan $\theta_{\setminus j}$ adalah vektor θ tanpa elemen θ_j serta d adalah banyaknya parameter yang akan diestimasi. Oleh karena nilai parameter selain θ_j ditetapkan konstan, maka distribusi *full conditional posterior* untuk θ_j atau $p(\theta_j | \theta_{\setminus j}, y)$ adalah bentuk proporsional dari distribusi *posterior* gabungan seluruh parameter yang hanya mengandung komponen parameter θ_j , sedangkan komponen yang mengandung parameter selain θ_j diberi nilai tertentu sesuai dengan skenario yang digunakan. Distribusi *full conditional posterior* untuk setiap parameter inilah yang selanjutnya akan digunakan dalam proses iterasi estimasi parameter θ_j menggunakan MCMC dengan *Gibbs Sampling*.

2.5 Model Bayesian SUR

Model Bayesian SUR adalah model SUR dengan menggunakan pendekatan metode Bayesian dalam proses estimasi parameternya. Beberapa peneliti yang telah melakukan analisis Model Bayesian SUR diantaranya, Swamy dan Mehta (1974) melakukan penelitian untuk mengatasi permasalahan estimasi parameter pada dua model SUR dengan jumlah pengamatan pada persamaan pertama melebihi jumlah pengamatan pada persamaan kedua. Dengan metode Bayesian kelebihan pengamatan pada semua variabel pada persamaan pertama dapat digunakan secara mudah dan formal mendapatkan pdf posterior yang tepat atau perkiraan untuk semua koefisien dalam persamaan SUR kedua.

Sedangkan Percy (1992) melakukan analisis prediksi terhadap model SUR melalui perspektif Bayesian dengan pendekatan metode *Gibbs Sampling*. Analisis

ini menggunakan *Jeffreys's invariant prior* untuk memperoleh distribusi *predictive* melalui distribusi *joint posterior*. Smith dan Kohn (2000) membahas penerapan *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC) terhadap model nonparametrik SUR dengan menggunakan metode Bayesian hirarki. Hasil estimasi parameter model nonparametrik SUR dengan simulasi maupun data riil menunjukkan peningkatan efisiensi dibandingkan model tersebut dilakukan estimasi secara terpisah masing masing persamaan. Kemudian Zellner dan Ando (2010) melakukan analisis Bayesian pada model SUR melalui pendekatan metode *Direct Monte Carlo* (DMC). Penelitian ini menghasilkan estimasi parameter model SUR melalui pendekatan DMC memiliki standar *error* lebih kecil dibanding MCMC.

Terdapat beberapa hal penting yang melatarbelakangi penggunaan metode Bayesian dalam model, yaitu:

1. Dalam pemodelan dengan metode klasik baik digunakan untuk data yang cukup besar. Sementara kondisi di lapangan, ukuran sampel untuk unit observasi umumnya kecil. Sedangkan metode Bayesian dapat digunakan untuk kasus dengan ukuran sampel kecil yaitu dengan menguatkan distribusi *prior* setiap parameternya (Gelman dkk., 2004).
2. Metode Bayesian dapat memberikan solusi untuk kasus model yang kompleks dengan bentuk persamaan marjinal parameter yang tidak *closed form*. Dalam Bayesian, solusi estimasi parameter tersebut diatasi dengan menggunakan proses numerik menggunakan MCMC dengan *Gibbs Sampling* (Congdon, 2006).
3. Seltzer, Wong dan Bryk (1996) menyatakan bahwa salah satu potensi kelemahan metode klasik adalah dalam estimasi parameter, tidak secara langsung mempertimbangkan faktor ketidakpastian parameter tersebut. Sedangkan dalam metode Bayesian faktor ketidakpastian parameter diperhatikan yaitu dengan penentuan distribusi *prior* parameter yang digunakan dalam proses estimasi dan parameter diberlakukan sebagai variabel.
4. Permasalahan umum yang timbul dalam model yang kompleks adalah terdapat kolinieritas antar variabel penjelas. Metode Bayesian dapat mengatasi masalah kolinearitas tersebut melalui informasi *prior* yang digunakan dalam proses

estimasi parameter (Box dan Tiao, 1973; Carlin dan Chib, 1995; Gelman dkk., 2004).

Raudenbush dan Bryk (2002) menyatakan bahwa secara umum, proses pembentukan model Bayesian diawali dengan membentuk model persamaan sebagai *likelihood* yang menggambarkan distribusi dari data observasi yang memiliki parameter β dan Ω . Selanjutnya ditentukan *prior* dari parameter-parameter yang tidak diketahui. *Prior* ini selanjutnya akan digunakan untuk mendapatkan *posterior* dari parameter-parameter model Bayesian. Berdasarkan persamaan (2.26), maka bentuk distribusi *posterior* bersama untuk model Bayesian SUR proporsional terhadap perkalian dari fungsi *likelihood* dan *prior* yang secara proporsional dapat dituliskan sebagai berikut:

$$p(\beta, \Omega | y, X) \propto p(y, X | \beta, \Omega) p(\beta) p(\Omega) \quad (2.28)$$

2.6 Ukuran Kebaikan Model

Model yang sesuai terhadap data yang diamati adalah model yang memiliki ukuran yang baik pada tahap evaluasi. Dalam penelitian digunakan beberapa ukuran yaitu *Root of Mean Square Error* (RMSE), *Mean Absolute Error* (MAE) dan *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE). Ketiga ukuran evaluasi model tersebut pada prinsipnya mengukur perbedaan antara estimator dan data observasi (Woschnagg dan Cipan, 2004; Clements dan Hendry, 1998). Perbedaan tersebut terjadi sangat dimungkinkan karena adanya keacakan dalam datanya atau karena estimator yang dibangun tidak memperhitungkan informasi yang bisa menghasilkan perkiraan yang lebih akurat. Semakin kecil nilai-nilai RMSE, MAE dan MAP, semakin kecil nilai kesalahan estimator dalam menaksir setiap datanya. Oleh karenanya, dalam menetapkan model yang paling baik adalah dengan memilih model dengan nilai RMSE, MAE dan MAPE yang paling kecil (Griliches dan M.D. Intriligator, 1986; Chen dan Yang, 2004; Memmedli, 2013).

2.6.1 *Root of Mean Square Error* (RMSE)

RMSE adalah ukuran yang digunakan untuk mengevaluasi model dengan cara menghitung akar dari kuadrat jumlah selisih antara nilai observasi y_{ti} dengan

nilai estimasi dalam model $\hat{f}_{\ell i}$ pada setiap respon ($\ell = 1, 2, \dots, M$), yang besaran nilainya dapat dihitung dengan persamaan (2.29) (Memmedli, 2013):

$$RMSE_{y_{\ell}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_{\ell i} - \hat{f}_{\ell i})^2}{n}}, \quad \ell = 1, 2, \dots, M. \quad (2.29)$$

2.6.2 Mean Absolute Error (MAE)

Mean absolute error (MAE) atau sering juga dikenal dengan *Mean absolute deviance* (MAD) adalah mengukur ketepatan nilai dugaan model yang dinyatakan dalam bentuk rata-rata absolut kesalahan. MAE mengevaluasi model dengan cara menghitung nilai absolut selisih antara nilai observasi $y_{\ell i}$ dengan nilai estimasi $\hat{f}_{\ell i}$ pada setiap respon ($\ell = 1, 2, \dots, M$), dengan persamaan (2.30) (Memmedli, 2013):

$$MAE_{y_{\ell}} = \frac{\sum_{i=1}^n |y_{\ell i} - \hat{f}_{\ell i}|}{n}, \quad \ell = 1, 2, \dots, M. \quad (2.30)$$

2.6.3 Mean Absolute Percentage Error (MAPE)

Mean absolute percentage error (MAPE) atau kesalahan persentase absolut rata-rata, adalah ukuran akurasi prediksi metode peramalan dalam statistik, yang dinyatakan dalam bentuk rata-rata persentase absolut antara nilai observasi $y_{\ell i}$ dengan nilai estimasi $\hat{f}_{\ell i}$ pada setiap respon ($\ell = 1, 2, \dots, M$) dan didefinisikan dengan persamaan (2.31) (Memmedli, 2013):

$$MAPE_{y_{\ell}} = \frac{\sum_{i=1}^n |(y_{\ell i} - \hat{f}_{\ell i}) / y_{\ell i}|}{n} \times 100, \quad \ell = 1, 2, \dots, M. \quad (2.31)$$

2.7 Distribusi Normal

Distribusi Normal adalah suatu distribusi yang sering digunakan dalam berbagai ilmu pengetahuan terutama Statistika. Distribusi ini awalnya

dikembangkan untuk mendapatkan pendekatan dari Distribusi Binomial ketika banyaknya percobaan yang dilakukan sangat besar (Forbes dkk., 2011). Distribusi Normal berupa kurva berbentuk lonceng setangkup yang melebar tak berhingga pada kedua arah positif dan negatifnya. Distribusi Normal adalah distribusi dengan variabel acak kontinu atau sering disebut distribusi *Gauss*. Variabel acak kontinu X mempunyai fungsi densitas pada $X = x$ dengan persamaan (2.32) (Ahsanullah dkk., 2014):

$$f(x|\mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}, \quad (2.32)$$

dengan:

π = bilangan konstan, bila ditulis hingga 4 desimal, $\pi = 3,1416$

e = bilangan konstan, bila ditulis hingga 4 desimal, $e = 2,7183$

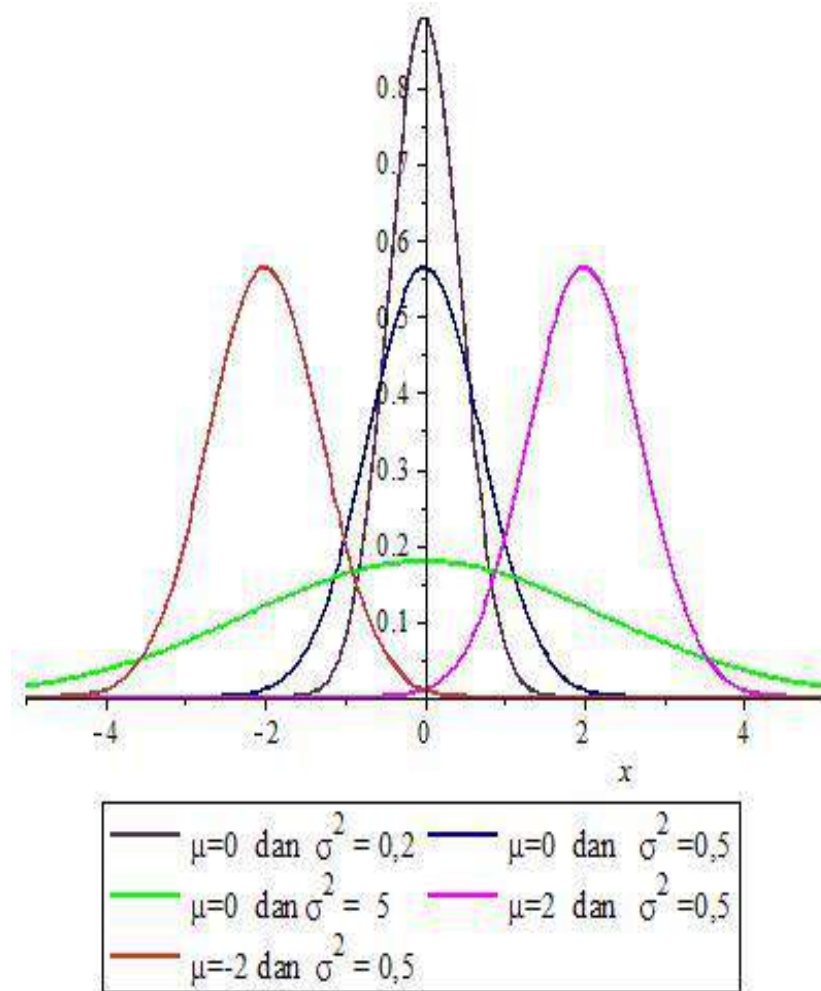
μ = parameter, merupakan rata-rata untuk distribusi, $-\infty < \mu < \infty$

σ^2 = parameter, merupakan simpangan baku untuk distribusi, $\sigma^2 > 0$

Sifat-sifat penting dari distribusi Normal adalah:

- 1) Grafiknya selalu ada di atas sumbu datar X karena nilai $f(x|\mu, \sigma^2)$ adalah sebagai nilai probabilitas.
- 2) Bentuknya simetris berpusat di $X = \mu$.
- 3) Mempunyai satu modus, dimana maksimum kurva tercapai pada $x = \mu$.
- 4) Grafiknya mendekati (berasimtot) sumbu datar x dimulai dari $x = \mu + 3\sigma$ ke kanan dan $x = \mu - 3\sigma$ ke kiri.
- 5) Seluruh luas di bawah kurva di atas sumbu datar sama dengan 1.

Untuk setiap pasang μ dan σ^2 , sifat-sifat di atas akan selalu dipenuhi, hanya bentuk kurvanya saja yang berlainan. Gambar 2.1 memperlihatkan jika σ^2 makin besar, kurvanya makin rendah (*platikurtik*) dan untuk σ^2 makin kecil, kurvanya makin tinggi (*leptokurtik*). Selain itu Gambar 2.1 juga memperlihatkan bahwa perbedaan nilai μ ($\mu = 2; \mu = 0; \mu = -2$) menunjukkan pergeseran lokasi kurva.



Gambar 2.1. Plot bersama distribusi Normal dengan beberapa nilai μ dan σ^2

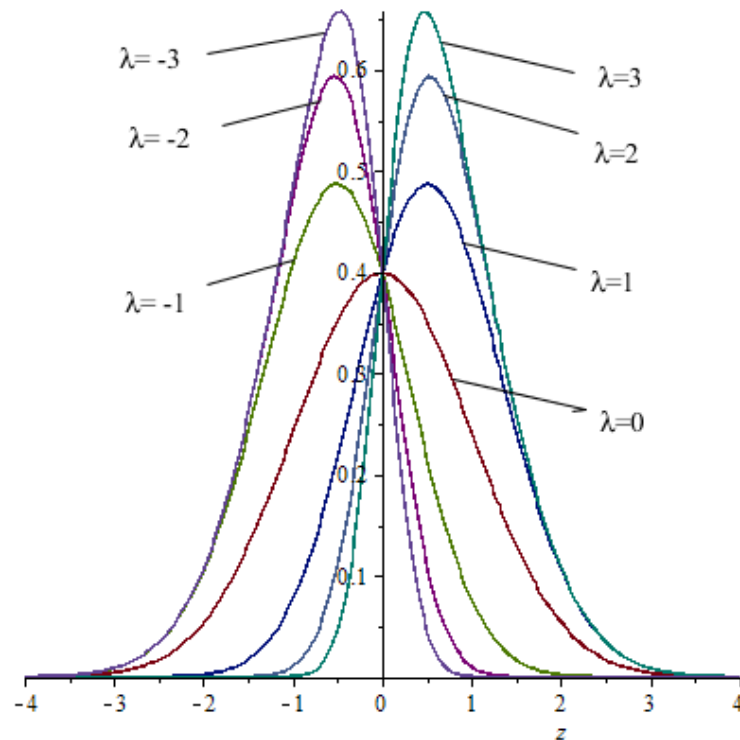
2.8 Distribusi *Skew Normal*

Skew Normal merupakan salah satu distribusi *fat tails* yang banyak dijadikan bahan penelitian karena mempunyai keterkaitan yang erat dengan konsep relaksasi kenormalan data. Terdapat 2 (dua) peneliti distribusi *skew normal* yang teorinya sering dijadikan rujukan, yaitu Azzalini (1985) dan Fernandez (1998). Menurut Azzalini suatu random variable Z dikatakan mempunyai distribusi *skew normal* dengan parameter λ atau $Z \sim SN(\lambda)$, jika memiliki *probability density function* (pdf):

$$\phi(z; \lambda) = 2\phi(z)\Phi(\lambda z), \quad z \in \mathbb{R}, \text{ dan } \lambda \in \mathbb{R}. \quad (2.33)$$

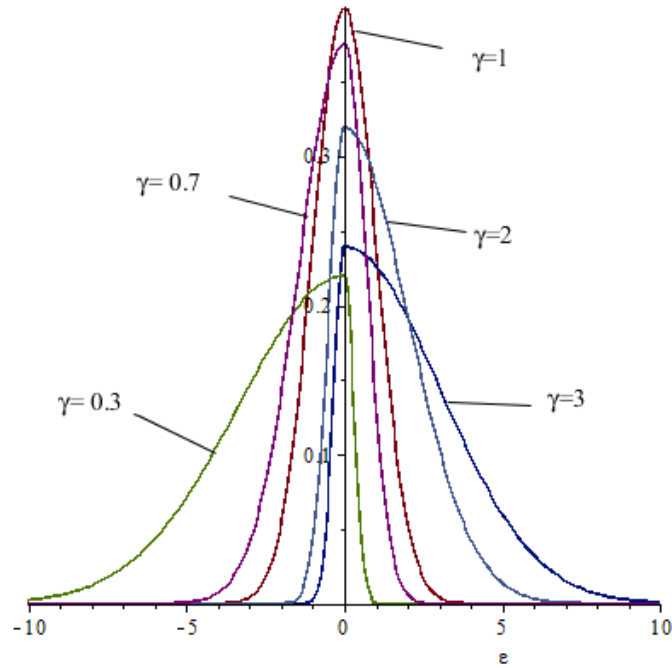
Dengan $\phi(\cdot)$ dan $\Phi(\cdot)$ merupakan fungsi kepadatan probabilitas dan fungsi kumulatif normal standar, serta λ adalah parameter yang bernilai real yang bertugas

sebagai penentu bentuk kemiringan distribusinya. Distribusi *Skew Normal* yang diperkenalkan Azzalini (1985) meskipun mampu memberikan relaksasi normalitas sebagai pola yang miring ke kanan atau miring ke kiri, namun tidak mampu mempertahankan kestabilan dalam lokasinya atau stabil dalam *mean* (Iriawan, 2012). Hal ini berarti bahwa jika pola suatu data residualnya terdeteksi agak miring ke kanan, maka pemodelannya harus menanggung pergeseran pusat residualnya bergeser juga ke kanan yang tidak lagi berpusat di lokasi modulusnya di nol. Demikian sebaliknya untuk kemiringan residual yang miring ke kiri.



Gambar 2.2. Plot Bersama distribusi Skew Normal menurut Azzalini untuk beberapa nilai λ

Gambar 2.2 merupakan plot bersama dari distribusi *Skew Normal* milik Azzalini dengan beberapa nilai λ . Bentuk plot pada Gambar 2.2 terlihat seperti bentuk sayap seimbang kiri dan kanan pada nilai λ yang berlainan tanda. Sedangkan kerangka pemikiran dari Fernandez dan Steel (1998) adalah membelah distribusi Normal menjadi dua, yaitu sisi negatif (sebelah kiri nol) dan sisi positif (sebelah kanan nol) untuk diperlakukan dengan operator yang berbalikan. Berdasarkan pemikiran tersebut, dibuat normal miring yang dapat stabil dalam modulus distribusinya.



Gambar 2.3. Plot Bersama distribusi Skew Normal menurut Fernandez untuk beberapa nilai γ

Fernandez memberikan klasifikasi untuk "*Skew distribution*" dengan suatu fungsi:

$$p(\varepsilon|\gamma) = \frac{2}{\gamma + \frac{1}{\gamma}} \left\{ f\left(\frac{\varepsilon}{\gamma}\right) I_{(0,\infty)}(\varepsilon) + f(\gamma\varepsilon) I_{(-\infty,0)}(\varepsilon) \right\}, \quad (2.34)$$

dengan $f(\cdot)$ adalah pdf normal baku dan γ adalah parameter *skewness*, sedangkan $I_{S(\cdot)}$ adalah indikator dalam \Re . Parameter γ menjadi parameter transformasi pembagi, $\frac{\varepsilon}{\gamma}$, untuk $\varepsilon \geq 0$, dan sebagai parameter pengali, $\varepsilon\gamma$, untuk $\varepsilon < 0$.

Sehingga pada saat $\gamma = 1$, distribusi aslinya akan dapat dipertahankan. Distribusi ini akan miring ke kiri apabila parameter $\gamma < 1$ dan akan miring ke kanan apabila $\gamma > 1$. Gambar 2.3 mengilustrasikan kemampuan distribusi ini menggambarkan pola data yang miring ke kanan maupun ke kiri, namun tetap terjaga modulusnya di nilai nol.

2.9 Produk Domestik Regional Bruto (PDRB)

PDRB merupakan salah satu indikator penting yang dapat digunakan untuk mengetahui kondisi perekonomian suatu wilayah dalam periode tertentu. Definisi dari PDRB itu sendiri dapat ditinjau dari 3 (tiga) pendekatan (BPS, 2011), yaitu dari segi produksi, segi pendapatan dan segi pengeluaran. Apabila ditinjau dari segi produksi, PDRB merupakan jumlah nilai produk akhir atau nilai tambah dari barang dan jasa yang dihasilkan oleh unit-unit produksi yang dimiliki oleh penduduk wilayah itu dalam jangka waktu tertentu. Pendekatan dengan cara ini dilakukan untuk mendapat nilai tambah bruto (*gross value added*) atau disingkat menjadi NTB, dengan cara mengurangi nilai output dengan biaya antara (*intermediate consumption*).

Sedangkan jika ditinjau dari segi pendapatan, PDRB adalah jumlah pendapatan atau balas jasa yang diterima oleh faktor produksi yang dimiliki oleh penduduk wilayah itu yang ikut serta dalam proses produksi dalam jangka waktu tertentu. Pendekatan dengan cara ini dapat dilakukan dengan cara langsung menjumlahkan pendapatan, yaitu jumlah balas jasa faktor produksi berupa upah/gaji, bunga neto, sewa tanah dan keuntungan, sehingga diperoleh produk domestik regional neto atas dasar biaya faktor. Untuk memperoleh produk domestik regional bruto (PDRB) atas dasar harga pasar, harus ditambah dengan penyusutan dan pajak tak langsung neto.

Dari segi pengeluaran, PDRB merupakan pengeluaran konsumsi rumah tangga dan lembaga swasta yang tidak mencari untung, konsumsi pemerintah, pembentukan modal tetap perubahan stok dan ekspor neto. Pendekatan dengan cara ini digunakan untuk menghitung nilai barang dan jasa yang digunakan oleh berbagai golongan dalam masyarakat. Barang dan jasa yang diproduksi oleh unit-unit produksi akan digunakan untuk keperluan konsumsi, pembentukan modal (investasi) dan ekspor. Barang-barang yang digunakan ini ada yang berasal dari produksi dalam daerah (domestik) dan yang berasal dari luar daerah/impor. Karena yang dihitung hanya nilai barang dan jasa yang berasal dari produksi domestik saja, maka dari komponen biaya di atas perlu dikurangi dengan nilai impor sehingga komponen nilai ekspor di atas akan menjadi nilai ekspor neto.

Secara teori ketiga pendekatan tersebut akan menghasilkan angka yang sama yaitu bahwa jumlah pengeluaran tadi harus sama dengan jumlah barang dan jasa akhir yang dihasilkan dan harus sama pula dengan jumlah pendapatan untuk faktor-faktor produksinya. PDRB yang telah diuraikan di atas disebut sebagai Produk Domestik Regional Bruto atas dasar harga pasar, karena mencakup komponen penyusutan dan pajak. Dengan demikian PDRB pada dasarnya merupakan jumlah nilai tambah yang dihasilkan oleh seluruh unit usaha dalam suatu wilayah tertentu (biasanya satu tahun), atau merupakan jumlah nilai barang dan jasa akhir yang diciptakan oleh seluruh unit ekonomi (BPS, 2011).

Nilai tambah merupakan hasil pengurangan input antara (biaya produksi) terhadap nilai produksi barang dan jasa yang dihasilkan oleh berbagai unit produksi. Unit-unit produksi tersebut dikelompokkan menjadi 9 sektor (BPS, 2011), yaitu:

- Sektor 1. Pertanian;
- Sektor 2. Pertambangan dan Penggalian;
- Sektor 3. Industri Pengolahan;
- Sektor 4. Listrik, Gas, dan Air Bersih;
- Sektor 5. Bangunan;
- Sektor 6. Perdagangan, Hotel dan Restoran;
- Sektor 7. Angkutan dan Komunikasi;
- Sektor 8. Keuangan, Real Estate, dan Jasa Perusahaan;
- Sektor 9. Jasa-jasa.

Penyajian PDRB selalu ditampilkan dalam dua bentuk, yaitu atas dasar harga yang berlaku dan atas dasar harga konstan suatu tahun dasar. PDRB atas dasar harga berlaku menggambarkan nilai tambah barang dan jasa yang dihitung menggunakan harga yang berlaku pada setiap tahun berjalan, sehingga perkembangan agregatnya masih dipengaruhi oleh faktor kenaikan harga. PDRB atas dasar harga konstan dapat digunakan untuk melihat pergeseran dan struktur ekonomi suatu wilayah dari tahun ke tahun.

Sedangkan PDRB atas dasar harga konstan menunjukkan nilai tambah barang dan jasa tersebut yang dihitung menggunakan harga yang berlaku pada satu tahun tertentu (tahun dasar), sehingga perkembangan agregat pendapatan regional dari tahun ke tahun semata-mata karena perkembangan riil produksinya dan bukan

pengaruh kenaikan harga. Dengan demikian PDRB atas dasar harga konstan dapat digunakan untuk mengetahui pertumbuhan ekonomi suatu daerah dari tahun ke tahun.

Secara umum (BPS, 2011), manfaat penyusunan PDRB untuk memecahkan dua masalah pokok yaitu:

- a. Sebagai bahan evaluasi pelaksanaan pembangunan ekonomi pada tahun-tahun sebelumnya; dan
- b. Sebagai bahan perencanaan bidang/aspek ekonomi baik jangka pendek maupun jangka panjang baik bagi pemerintah, dunia usaha, maupun masyarakat luas.

Diantara 9 sektor PDRB di Jawa Timur, terdapat tiga sektor utama yang menunjukkan persentase kontribusi terbesar dibandingkan sektor-sektor lainnya. Dengan total kontribusi ketiga sektor tersebut yang hampir mencapai 75 persen, sektor utama yang meliputi sektor Pertanian, sektor Industri Pengolahan, dan sektor Perdagangan, Hotel dan Restoran (PHR) sering digunakan sebagai indikator perkembangan perekonomian di Jawa Timur.

PDRB sektor Pertanian meliputi sub-sektor tanaman bahan pangan, sub-sektor tanaman perkebunan, sub-sektor peternakan dan hasil-hasilnya, sub-sektor kehutanan, dan sub-sektor perikanan (BPS, 2011). Dominasi kontribusi sektor pertanian semakin menurun dan digantikan oleh dominasi sektor industri pengolahan. Selanjutnya pada kurun waktu tahun 2004 – 2010 dominasi kontribusi tersebut diambil oleh dominasi kontribusi sektor PHR. Hal ini menunjukkan adanya perubahan struktur ekonomi di Provinsi Jawa Timur dari sektor primer menuju sektor sekunder dan sektor tersier. Kontribusi sektor pertanian dalam PDRB dan penyerapan tenaga kerja di Provinsi Jawa Timur menunjukkan trend menurun. Trend penurunan kontribusi sektor pertanian dalam PDRB lebih cepat dibandingkan dengan penurunan kontribusi sektor pertanian dalam penyerapan tenaga kerja. Pemberdayaan masyarakat melalui industri rumah tangga di perdesaan yang berbasis pengolahan hasil pertanian merupakan alternatif untuk memberikan perbaikan kesejahteraan bagi masyarakat desa, menjamin pasar bagi hasil pertanian, serta memberikan nilai tambah hasil pertanian. Tabel 2.1 memperlihatkan rincian

kegiatan cakupan dari masing masing subsektor yang merupakan bagian dari sektor pertanian.

Tabel 2.1 Rincian Kegiatan dan Cakupan Komoditi dari Subsektor Pertanian

No.	Sub-sektor	Kegiatan	Cakupan komoditi
1	Tanaman Bahan Makanan	jenis kegiatan tanaman bahan makanan yang diusahakan baik oleh rakyat maupun oleh perusahaan tanaman bahan makanan.	padi, jagung, ketela pohon, ketela rambat, kentang, sagu, kacang tanah, kacang kedelai, kacang hijau, sayursayuran, buah-buahan, serta tanaman bahan makanan lainnya.
2	Tanaman Perkebunan	Jenis kegiatan tanaman perkebunan yang diusahakan baik oleh rakyat maupun oleh perusahaan perkebunan.	coklat, cengkeh, karet, tebu, kelapa, kelapa sawit, kopi, tembakau, teh, jarak, kapas, kapok, kina, lada, pala, panili, rami, serat karung, serta tanaman perkebunan lainnya.
3	Peternakan dan hasil-hasilnya	kegiatan pembibitan dan budidaya segala jenis ternak dan unggas dengan tujuan dikembangkan, dibesarkan, dipotong dan diambil hasilnya, baik yang dilakukan rakyat maupun oleh perusahaan peternakan.	sapi, kerbau, kuda, kambing/domba, babi, ayam, itik, telur ayam, telur itik, susu sapi, serta hewan peliharaan lainnya
4	Kehutanan	kegiatan penebangan, pengambilan daun-daunan, getah-getahan dan akar-akaran.	kayu gelondongan, kayu bakar, rotan, arang, bambu, terpentin, kopal, menjangan, serta hasil hutan lainnya.
5	Perikanan	kegiatan penangkapan, pembenihan dan budidaya segala jenis ikan dan biota air lainnya, baik yang berada di air tawar maupun di air asin.	ikan tuna, ikan mas, ikan bandeng, udang, cumi-cumi dan binatang lunak lainnya.

Sektor Industri Pengolahan mencakup kegiatan untuk mengubah atau mengolah bahan baku menjadi barang yang mempunyai nilai lebih tinggi (BPS, 2011). PDRB sektor Industri pengolahan dibedakan atas dua kelompok besar, yaitu sub-sektor industri pengolahan minyak dan gas bumi (migas); dan sub-sektor industri pengolahan bukan migas. Sub-sektor Industri Pengolahan Minyak dan Gas Bumi mencakup kegiatan pengilangan minyak dan gas bumi serta pengolahan, penampungan, pendistribusian gas alam cair dengan tujuan untuk dijual atau dipasarkan. Pengilangan minyak bumi meliputi produk: avgas, avtur, ado, ido, mogas, minyak tanah, minyak bakar, termasuk LPG yang dihasilkan oleh pengilangan gas alam.

Sub-sektor industri pengolahan bukan migas dibedakan dalam 9 kelompok kegiatan utama, yaitu: industri makanan, minuman dan tembakau; industri tekstil, barang kulit dan alas kaki; industri kayu dan barang dari kayu lainnya; industri kertas dan barang cetakan; industri pupuk, kimia dan barang dari karet; industri semen dan barang galian bukan logam ; industri logam dasar besi dan baja; industri barang dari logam, mesin dan peralatannya; dan industri pengolahan lainnya.

PDRB sektor Perdagangan, Hotel, dan Restoran dibedakan atas tiga kelompok besar, yaitu sub-sektor perdagangan, subsektor hotel dan sub-sektor restoran (BPS, 2011). Kegiatan yang dicakup dalam sub-sektor perdagangan meliputi kegiatan membeli dan menjual barang, baik barang baru maupun bekas, dengan tujuan untuk disalurkan tanpa mengubah sifat barang tersebut. Sub-sektor perdagangan dalam perhitungannya dikelompokkan kedalam dua jenis kegiatan yaitu perdagangan besar dan perdagangan eceran. Perdagangan besar meliputi kegiatan pengumpulan dan penjualan kembali barang baru atau bekas oleh pedagang dari produsen atau importir ke pedagang besar lainnya, pedagang eceran, perusahaan dan lembaga yang tidak mencari untung. Sedangkan perdagangan eceran mencakup kegiatan pedagang yang umumnya melayani konsumen perorangan atau rumah tangga tanpa merubah sifat, baik barang baru atau barang bekas.

Sub-sektor hotel mencakup kegiatan penyediaan akomodasi yang menggunakan sebagian atau seluruh bangunan sebagai tempat penginapan. Yang dimaksud akomodasi di sini adalah hotel berbintang maupun tidak berbintang, serta

tempat tinggal lainnya yang digunakan untuk menginap seperti losmen, motel dan sejenisnya. Termasuk pula kegiatan penyediaan makanan dan minuman serta penyediaan fasilitas lainnya bagi para tamu yang menginap di mana kegiatan tersebut berada dalam satu kesatuan manajemen dengan penginapan, alasan penggabungan ini karena datanya sulit dipisahkan. Kegiatan sub-sektor restoran mencakup usaha penyediaan makanan dan minuman jadi yang pada umumnya dikonsumsi di tempat penjualan, seperti rumah makan semua tipe, warung nasi, warung kopi, tempat minum, katering dan kantin, termasuk pedagang makanan/minuman keliling.

2.10 Tenaga Kerja

Menurut UU no 13 tahun 2003, tenaga kerja adalah setiap orang yang mampu melakukan pekerjaan guna menghasilkan barang dan/atau jasa baik untuk memenuhi kebutuhan sendiri maupun untuk masyarakat. Angkatan kerja adalah penduduk usia kerja (berumur 15 tahun atau lebih) yang selama seminggu sebelum pencacahan bekerja atau punya pekerjaan tetapi sementara tidak bekerja tetapi sedang mencari pekerjaan. Sedangkan yang termasuk bukan angkatan kerja, diantaranya adalah mereka yang selama seminggu yang lalu hanya bersekolah (pelajar dan mahasiswa), mengurus rumah tangga, dan mereka yang tidak melakukan kegiatan yang dapat dikategorikan sebagai pekerja, sementara tidak bekerja atau mencari pekerjaan. Bekerja adalah kegiatan ekonomi yang dilakukan oleh seseorang dengan maksud memperoleh atau membantu memperoleh pendapatan atau keuntungan, paling sedikit 1 jam (tidak terputus) dalam seminggu yang lalu. Kegiatan tersebut termasuk pola kegiatan pekerja tak dibayar yang membantu dalam suatu usaha/kegiatan ekonomi.

Lapangan pekerjaan untuk tenaga kerja didasarkan pada Klasifikasi Baku Lapangan Usaha Indonesia (KBLI), yaitu sektor pertanian, sektor pertambangan, industri, listrik, gas dan air, sektor konstruksi/ bangunan, sektor perdagangan, sektor angkutan, pergudangan dan komunikasi, sektor keuangan, asuransi, usaha persewaan bangunan, tanah dan jasa perusahaan, sektor jasa kemasyarakatan, sosial dan perorangan. Sedangkan jenis kedudukan seseorang dalam melakukan pekerjaan atau status pekerjaan dibedakan menjadi 6 kategori yaitu, berusaha sendiri,

berusaha dibantu buruh tidak tetap/buruh tak dibayar, berusaha dibantu buruh tetap/buruh dibayar, buruh/karyawan/Pegawai, Pekerja bebas dan Pekerja keluarga/tak dibayar.

2.11 Upah Tenaga Kerja

Dalam pedoman SAKERNAS (BPS), Upah/gaji bersih adalah imbalan yang diterima selama sebulan oleh buruh/karyawan baik berupa uang atau barang yang dibayarkan perusahaan/kantor/majikan. Imbalan dalam bentuk barang dinilai dengan harga setempat. Upah/ gaji bersih yang dimaksud tersebut adalah setelah dikurangi dengan potongan-potongan iuran wajib, pajak penghasilan dan sebagainya. Menurut Pasal 1 ayat 30 UU No. 13 Tahun 2003 tentang Ketenagakerjaan, Upah adalah hak pekerja/buruh yang diterima dan dinyatakan dalam bentuk uang sebagai imbalan dari pengusaha atau pemberi kerja kepada pekerja/buruh yang ditetapkan dan dibayarkan menurut suatu perjanjian kerja, kesepakatan, atau peraturan perundang-undangan, termasuk tunjangan bagi pekerja/buruh dan keluarganya atas suatu pekerjaan dan/atau jasa yang telah atau akan dilakukan.

Komponen upah sendiri terdiri dari upah pokok, tunjangan tetap dan tunjangan tidak tetap, maka besarnya upah pokok terendah adalah 75 persen dari jumlah upah pokok dan tunjangan tetap (Pasal 94 UU No. 13/2003). Yang termasuk dalam komponen upah berdasarkan Surat Edaran Menteri Tenaga Kerja Republik Indonesia No. SE-07/MEN/1990 Tahun 1990 tentang Pengelompokan Komponen Upah Dan Pendapatan Non Upah, yaitu:

- 1) Upah Pokok: adalah imbalan dasar yang dibayarkan kepada pekerja menurut tingkat atau jenis pekerjaan yang besarnya ditetapkan berdasarkan kesepakatan.
- 2) Tunjangan Tetap: adalah suatu pembayaran yang teratur berkaitan dengan pekerjaan yang diberikan secara tetap untuk pekerja dan keluarganya serta dibayarkan dalam satuan waktu yang sama dengan pembayaran upah pokok, seperti Tunjangan Istri; Tunjangan Anak; Tunjangan Perumahan; Tunjangan Kematian; Tunjangan Daerah dan lain-lain. Tunjangan Makan dan Tunjangan Transport dapat dimasukan dalam komponen tunjangan

tetap apabila pemberian tunjangan tersebut tidak dikaitkan dengan kehadiran, dan diterima secara tetap oleh pekerja menurut satuan waktu, harian atau bulanan.

- 3) Tunjangan Tidak Tetap adalah suatu pembayaran yang secara langsung atau tidak langsung berkaitan dengan pekerja, yang diberikan secara tidak tetap untuk pekerja dan keluarganya serta dibayarkan menurut satuan waktu yang tidak sama dengan waktu pembayaran upah pokok, seperti Tunjangan Transport yang didasarkan pada kehadiran, Tunjangan makan dapat dimasukan ke dalam tunjangan tidak tetap apabila tunjangan tersebut diberikan atas dasar kehadiran (pemberian tunjangan bisa dalam bentuk uang atau fasilitas makan).

2.12 Investasi

Investasi merupakan salah satu faktor yang menentukan laju pertumbuhan ekonomi, karena selain akan mendorong kenaikan output secara signifikan, investasi juga akan meningkatkan permintaan input yang salah satunya adalah tenaga kerja, sehingga akan mempengaruhi pada penyediaan kesempatan kerja dan penyerapan tenaga kerja pun tinggi, akhirnya kesejahteraan masyarakat tercapai sebagai akibat dari meningkatnya pendapatan yang diterima masyarakat.

Investasi yang lazim disebut juga dengan istilah penanaman modal atau pembentukan modal dapat diartikan sebagai pengeluaran atau perbelanjaan penanam-penanam modal atau perusahaan untuk membeli barang-barang modal dan perlengkapan-perlengkapan produksi untuk menambah kemampuan memproduksi barang-barang dan jasa-jasa yang tersedia dalam perekonomian (Sukirno, 2004). Pola investasi daerah berfungsi sebagai pembentuk modal untuk pembangunan daerah dalam rangka mencapai berbagai tujuan pembangunan, dapat dikelompokkan menjadi 2 yaitu pola investasi swasta dan pola investasi pemerintah.

Pembangunan di suatu daerah tidak terlepas dari perkembangan distribusi dan alokasi investasi daerah. Pemisahan jenis investasi dalam melakukan investasi sangat perlu, yaitu antara investasi yang dilakukan oleh sektor swasta dan

pemerintah, karena faktor yang mempengaruhi atau menentukan lokasi kedua jenis investasi tersebut berbeda.

2.12.1 Penanaman Modal Dalam Negeri (PMDN)

Berdasarkan Undang-undang No 25 tahun 2007, pasal 1 ayat 2 Penanaman modal dalam negeri adalah kegiatan menanam modal untuk melakukan usaha di wilayah negara Republik Indonesia yang dilakukan oleh penanam modal dalam negeri dengan menggunakan modal dalam negeri Berdasarkan Undang-undang No 25 tahun 2007, pasal 3 ayat 2 tentang Penanaman Modal. Adapun tujuan penyelenggaraan penanaman modal antara lain adalah untuk :

- a. Meningkatkan pertumbuhan ekonomi nasional;
- b. Menciptakan lapangan kerja;
- c. Meningkatkan pembangunan ekonomi berkelanjutan;
- d. Meningkatkan kemampuan daya saing dunia usaha nasional;
- e. Meningkatkan kapasitas dan kemampuan teknologi nasional;
- f. Mendorong pengembangan ekonomi kerakyatan;
- g. Mengolah ekonomi potensial menjadi kekuatan ekonomi riil dengan menggunakan dana yang berasal, baik dari dalam negeri maupun dari luar negeri; dan
- h. Meningkatkan kesejahteraan masyarakat

Penanam modal dalam negeri dapat dilakukan oleh perseorangan WNI, badan usaha Negeri, dan/atau pemerintah Negeri yang melakukan penanaman modal di wilayah negara Republik Indonesia.

2.12.2 Penanaman Modal Asing (PMA)

Yang dimaksud dengan Penanaman Modal Asing adalah kegiatan menanam modal untuk melakukan usaha di wilayah Republik Indonesia yang dilakukan oleh penanam modal asing, baik menggunakan modal asing sepenuhnya maupun yang berpatungan dengan penanam modal dalam negeri (Pasal 1 Undang-Undang Nomor 25 tahun 2007 tentang Penanaman Modal).

Penanaman modal asing merupakan suatu usaha yang dilakukan oleh pihak asing dalam rangka menanamkan modalnya disuatu negara dengan tujuan

untuk mendapatkan laba melalui penciptaan suatu produksi atau jasa. Undang – Undang nomor 11 tahun 1970 tentang Penanaman Modal Asing menyebutkan bahwa pengertian penanaman modal dalam undang – undang ini hanyalah meliputi penanaman modal asing secara langsung yang dilakukan menurut atau berdasarkan ketentuan-ketentuan Undang – Undang ini dan yang digunakan untuk menjalankan perusahaan di Indonesia, dalam artian bahwa pemilik modal secara langsung menanggung risiko dari penanaman modal tersebut.

Halaman ini sengaja dikosongkan

BAB 3

METODOLOGI PENELITIAN

Dalam bab ini dibahas kajian teori dan kajian penerapan untuk model Bayesian SUR. Kajian teori dilakukan berkaitan dengan model Bayesian SUR yang berdistribusi Normal dan *Skew Normal* untuk mendapatkan penaksir parameter model dan Algoritma penaksir parameter model. Sedangkan kajian penerapan difokuskan pada penerapan model Bayesian SUR berdasarkan distribusi Normal dan *Skew Normal* yang dilakukan terhadap pemodelan PDRB sektor pertanian, sektor industri pengolahan dan sektor PHR di Jawa Timur.

3.1 Kajian Teori model Bayesian SUR Normal dan *Skew Normal*

Kajian teori dalam subbab ini membahas tahapan yang dilakukan untuk mencapai tujuan pertama dan kedua dari penelitian ini.

Tujuan 1 : Mendapatkan penaksir parameter model SUR dengan pendekatan Bayesian berdasarkan *error* berdistribusi Normal dan *Skew Normal*.

Tujuan 2 : Membuat algoritma untuk penaksiran parameter model SUR dengan pendekatan Bayesian berdasarkan *error* berdistribusi Normal dan *Skew Normal*.

Dalam kajian teori ini diuraikan tahapan estimasi parameter model Bayesian SUR dan tahapan pembuatan Algoritma penaksir parameter model Bayesian SUR untuk *error* yang berdistribusi Normal dan *Skew Normal*. Kajian teori untuk model Bayesian SUR Normal dilakukan dalam dua pendekatan yaitu *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC) dan *Direct Monte Carlo* (DMC).

3.1.1 Estimasi Parameter Model Bayesian SUR Normal dengan MCMC

Dalam mendapatkan estimasi parameter model Bayesian SUR normal dengan MCMC dilakukan langkah-langkah sebagai berikut:

- (i) Menetapkan model Bayesian SUR berdasarkan distribusi Normal
$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u} \text{ , dengan } \mathbf{u} \sim N(\mathbf{0}, \boldsymbol{\Omega} \otimes \mathbf{I}).$$
- (ii) Membentuk fungsi *Likelihood* :
$$p(\mathbf{y}, \mathbf{X} | \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\Omega}) .$$

- (iii) Menentukan distribusi *prior* untuk setiap parameter model, yaitu:
 - a) Distribusi *prior* parameter β : $p(\beta)$.
 - b) Distribusi *prior* parameter Ω : $p(\Omega)$.
- (iv) Membentuk distribusi *posterior* gabungan dari perkalian fungsi *Likelihood*, dan fungsi distribusi *prior* yang diperoleh dari (ii) dan (iii), yaitu :

$$p(\beta, \Omega | y, X) \propto p(y, X | \beta, \Omega) p(\beta, \Omega).$$
- (v) Membentuk *full conditional posterior distribution* untuk setiap parameter yang akan diestimasi berdasarkan distribusi *posterior* gabungan yang diperoleh dari langkah (iv) yaitu :
 - a) *full conditional posterior* dari parameter β : $p(\beta | \Omega, y, X)$.
 - b) *full conditional posterior* dari parameter Ω : $p(\Omega | \beta, y, X)$.

Distribusi *full conditional posterior* untuk setiap parameter adalah bentuk proporsional dari distribusi *posterior* gabungan seluruh parameter yang hanya mengandung komponen parameter yang akan diestimasi, sedangkan komponen yang mengandung parameter lainnya (selain parameter yang diestimasi) diberi nilai tertentu atau dianggap bernilai tetap. Distribusi *full conditional posterior* untuk setiap parameter inilah yang selanjutnya akan digunakan dalam proses iterasi estimasi parameter model menggunakan MCMC dengan *Gibbs Sampling* melalui pembuatan Algoritma yang akan dijelaskan pada sub-bab 3.1.2 dibawah ini.

3.1.2 Pembuatan Algoritma Penaksir Parameter Model Bayesian SUR Normal dengan MCMC

Tahapan untuk membuat Algoritma untuk penaksiran parameter model Bayesian SUR berdasarkan distribusi Normal adalah sebagai berikut:

- (i) Menentukan distribusi *Likelihood* data sesuai langkah (ii) pada sub-bab 3.1.1.
- (ii) Menentukan distribusi *prior* dari setiap parameter yang akan diestimasi.

- (iii) Menentukan distribusi *posterior* gabungan sesuai dengan langkah (iv) pada sub-bab 3.1.1.
- (iv) Menentukan distribusi *full conditional posterior* untuk setiap parameter yang diestimasi sesuai dengan langkah (v) pada sub-bab 3.1.1.
- (v) Menentukan *initial value* untuk setiap parameter yang akan diestimasi.
- (vi) Menentukan besarnya sampel yang dibangkitkan untuk masing-masing parameter.
- (vii) Melakukan proses iterasi estimasi parameter dengan cara membangkitkan sampel untuk setiap parameter berdasarkan distribusi *full conditional posterior* sampai distribusi *equilibrium* tercapai untuk mendapatkan karakteristik parameter yang diestimasi. Apabila iterasi yang dilakukan belum mencapai distribusi *equilibrium*, maka dilakukan penambahan iterasi sampai distribusi *equilibrium* tercapai.
- (viii) Melakukan validasi terhadap prosedur estimasi model Bayesian SUR dengan simulasi data agar dapat diperoleh jaminan tahapan proses MCMC-nya benar dan diperoleh kesimpulan tentang akurasi dari prosedur estimasi parameter model Bayesian SUR tersebut.

3.1.3 Estimasi Parameter Model Bayesian SUR Normal dengan DMC

Dalam mendapatkan estimasi parameter model Bayesian SUR normal dengan MCMC dilakukan langkah-langkah sebagai berikut:

- (i) Menetapkan model Bayesian SUR berdasarkan distribusi Normal $\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u}$, dengan $\mathbf{u} \sim N(\mathbf{0}, \boldsymbol{\Omega} \otimes \mathbf{I})$.
- (ii) Melakukan transformasi model $\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u}$ menjadi $\mathbf{y} = \mathbf{Z}\mathbf{b} + \mathbf{e}$.
- (iii) Membentuk fungsi *Likelihood* :

$$p(\mathbf{y}, \mathbf{X} | \mathbf{b}, \boldsymbol{\Sigma})$$
.
- (iv) Menentukan distribusi *prior* untuk setiap parameter model, yaitu:
 - a) Distribusi *prior* parameter $\mathbf{b} : p(\mathbf{b})$.
 - b) Distribusi *prior* parameter $\boldsymbol{\Sigma} : p(\boldsymbol{\Sigma})$.

- (v) Membentuk distribusi *posterior* gabungan dari perkalian fungsi *Likelihood*, dan fungsi distribusi *prior* yang diperoleh dari (iii) dan (iv) , yaitu :

$$p(\mathbf{b}, \Sigma | \mathbf{y}, \mathbf{X}) \propto p(\mathbf{y}, \mathbf{X} | \mathbf{b}, \Sigma) p(\mathbf{b}, \Sigma) .$$

- (vi) Membentuk *full conditional posterior distribution* untuk setiap parameter yang akan diestimasi berdasarkan distribusi *posterior* gabungan yang diperoleh dari langkah (v) yaitu :

a) *full conditional posterior* dari parameter \mathbf{b} : $p(\mathbf{b} | \Sigma, \mathbf{y}, \mathbf{X})$.

b) *full conditional posterior* dari parameter Σ : $p(\Sigma | \mathbf{b}, \mathbf{y}, \mathbf{X})$.

Distribusi *full conditional posterior* untuk setiap parameter inilah yang selanjutnya akan digunakan dalam proses iterasi estimasi parameter model menggunakan MCMC dengan *Gibbs Sampling* melalui pembuatan Algoritma yang akan dijelaskan pada sub-bab 3.1.4 dibawah ini.

3.1.4 Pembuatan Algoritma Penaksir Parameter Model Bayesian SUR Normal dengan DMC

Tahapan untuk membuat Algoritma untuk penaksiran parameter model Bayesian SUR berdasarkan distribusi Normal adalah sebagai berikut:

- (i) Menentukan distribusi *Likelihood* data sesuai langkah (iii) pada sub-bab 3.1.3.
- (ii) Menentukan distribusi *prior* dari setiap parameter yang akan diestimasi.
- (iii) Menentukan distribusi *posterior* gabungan sesuai dengan langkah (v) pada sub-bab 3.1.3.
- (iv) Menentukan distribusi *full conditional posterior* untuk setiap parameter yang diestimasi sesuai dengan langkah (vi) pada sub-bab 3.1.3.
- (v) Menentukan *initial value* untuk setiap parameter yang akan diestimasi.
- (vi) Menentukan besarnya sampel yang dibangkitkan untuk masing-masing parameter.
- (vii) Melakukan proses iterasi estimasi parameter dengan cara membangkitkan sampel untuk setiap parameter berdasarkan distribusi *full conditional posterior* sampai distribusi *equilibrium* tercapai untuk

mendapatkan karakteristik parameter yang diestimasi. Apabila iterasi yang dilakukan belum mencapai distribusi *equilibrium*, maka dilakukan penambahan iterasi sampai distribusi *equilibrium* tercapai.

- (viii) Melakukan validasi terhadap prosedur estimasi model Bayesian SUR pendekatan DMC dengan simulasi untuk mengukur tingkat akurasi dari prosedur estimasi parameter model Bayesian SUR tersebut.
- (ix) Melakukan transformasi untuk mendapatkan nilai parameter model Bayesian SUR Normal.

3.1.5 Estimasi Parameter Model Bayesian SUR *Skew Normal*

Seperti halnya pembahasan kajian teori tentang Model bayesian SUR Normal pada sub-bab 3.1.1 dan sub-bab 3.1.3, maka dalam sub-bab ini juga akan dijelaskan kajian teori tentang estimasi parameter model Bayesian SUR yang berdistribusi *Skew Normal*.

Untuk mendapatkan penaksir parameter model Bayesian SUR berdasarkan distribusi *Skew Normal*, dilakukan langkah-langkah sebagai berikut:

- (i) Menetapkan model Bayesian SUR berdasarkan distribusi *Skew Normal* $\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u}$, dengan $\mathbf{u} \sim SN(\gamma)$.
- (ii) Membentuk fungsi *Likelihood*, yaitu: $p(\mathbf{y}|\boldsymbol{\beta}, \Sigma, \gamma, \mathbf{X})$.
- (iii) Membentuk log fungsi *likelihood* berdasarkan fungsi *Likelihood* pada langkah (ii).
- (iv) Menentukan distribusi *prior* untuk masing masing parameter, meliputi:
 - a) Untuk parameter γ yaitu $p(\gamma)$, $\gamma \sim \text{Gamma}(p, q)$,

$$\text{sehingga } p(\gamma) = f(\gamma | p, q) = \frac{\gamma^{p-1} e^{-\gamma/q}}{\Gamma(p) q^p}, \quad \gamma \geq 0, p > 0, q > 0.$$

- b) Untuk parameter $\boldsymbol{\beta}$ yaitu $p(\boldsymbol{\beta})$, $p(\boldsymbol{\beta}) = \prod_{m=1}^M p(\boldsymbol{\beta}_m)$ dan

$$\boldsymbol{\beta}_m \sim N(\mu_{\boldsymbol{\beta}_m}, \sigma_{\boldsymbol{\beta}_m}^2), \text{ sehingga } p(\boldsymbol{\beta}_m) \propto \sqrt{\tau_{\boldsymbol{\beta}_m}} \exp\left[-\frac{\tau_{\boldsymbol{\beta}_m}}{2} (\boldsymbol{\beta}_m - \mu_{\boldsymbol{\beta}_m})^2\right].$$

- c) Untuk parameter τ yaitu $p(\tau)$, $\tau \sim \text{Gamma}(m, n)$,

$$\text{sehingga } p(\tau) = f(\tau | m, n) = \frac{\tau^{m-1} e^{-\tau/n}}{\Gamma(m) n^m}.$$

d) Untuk parameter ρ yaitu $p(\rho)$, $\rho \sim \text{Uniform}(a, b)$,

$$\text{sehingga } p(\rho) = f(\rho | a, b) = \frac{1}{b-a}.$$

(v) Membentuk distribusi *posterior* gabungan dari perkalian fungsi *Likelihood*, dan fungsi distribusi *prior* yang diperoleh dari (iii) dan (iv) yaitu :

$$g(\beta, \Sigma, \gamma | y, X) \propto p(y | \beta, \Sigma, \gamma, y, X) \cdot p(\beta_1) p(\beta_2) \dots p(\beta_M) \cdot p(\tau) \cdot p(\rho) \cdot p(\gamma).$$

(vi) Membentuk *full conditional posterior distribution* untuk setiap parameter yang akan diestimasi berdasarkan distribusi *posterior* gabungan yang diperoleh dari langkah (v), yaitu :

a) *full conditional posterior* dari parameter β : $p(\beta_m | \beta_{\setminus m}, \Sigma, \gamma, y)$

b) *full conditional posterior* dari parameter Σ : $p(\Sigma_m | \beta, \Sigma_{\setminus m}, \gamma, y)$

c) *full conditional posterior* dari parameter γ : $p(\gamma | \beta, \Sigma, y)$

Distribusi *full conditional posterior* untuk setiap parameter yang hanya mengandung komponen parameter yang akan diestimasi inilah yang selanjutnya akan digunakan dalam proses iterasi estimasi parameter model menggunakan MCMC dengan *Gibbs Sampling* melalui pembuatan Algoritma yang akan dijelaskan pada sub-bab 3.1.6 dibawah ini.

3.1.6 Pembuatan Algoritma Penaksir Parameter Model Bayesian SUR *Skew Normal*

Tahapan untuk membuat Algoritma untuk penaksiran parameter model Bayesian SUR berdasarkan distribusi *Skew Normal* adalah sebagai berikut:

- (i) Menentukan distribusi *Likelihood* data sesuai langkah (ii) pada sub-bab 3.1.5.
- (ii) Menentukan distribusi log *Likelihood* data sesuai langkah (iii) pada sub-bab 3.1.5.

- (iii) Menentukan distribusi *prior* untuk setiap parameter model.
- (iv) Menentukan distribusi *posterior* gabungan sesuai dengan langkah (v) pada sub-bab 3.1.5.
- (v) Menentukan distribusi *full conditional posterior* untuk setiap parameter yang diestimasi sesuai dengan langkah (vi) pada sub-bab 3.1.5.
- (vi) Menentukan *initial value* untuk setiap parameter model.
- (vii) Menentukan besarnya sampel yang dibangkitkan untuk masing-masing parameter.
- (viii) Melakukan proses iterasi estimasi parameter dengan cara membangkitkan sampel untuk setiap parameter berdasarkan distribusi *full conditional posterior* sampai distribusi *equilibrium* tercapai untuk mendapatkan karakteristik parameter yang diestimasi. Apabila iterasi yang dilakukan belum mencapai distribusi *equilibrium*, maka dilakukan penambahan iterasi sampai distribusi *equilibrium* tercapai.

3.2 Penerapan Model Bayesian SUR Normal dan Skew Normal

Kajian Penerapan ini membahas tahapan yang berkaitan dengan tujuan ketiga dan keempat penelitian ini.

Tujuan 3 : Menerapkan metode penaksiran model SUR dengan pendekatan Bayesian berdasarkan *error* berdistribusi Normal dan *Skew Normal* pada pemodelan PDRB sektor pertanian, sektor industri pengolahan dan sektor PHR di Jawa Timur.

Tujuan 4 : Mengevaluasi kebaikan model SUR dengan pendekatan Bayesian berdasarkan *error* berdistribusi Normal dan *Skew Normal* pada pemodelan PDRB sektor pertanian, sektor industri pengolahan dan sektor PHR di Jawa Timur.

Dalam sub-bab ini dibahas sumber data dan variabel penelitian, kerangka pemikiran model PDRB Jawa Timur serta tahapan tahapan yang dilakukan dalam penerapan model Bayesian SUR. Sumber data dan variabel penelitian yang digunakan didasarkan pada kajian Bappenas dan beberapa penelitian yang telah dijelaskan pada Bab 1. Sedangkan tahapan tahapan penerapan model Bayesian SUR dengan menggunakan data PDRB Jawa Timur berdasarkan kajian teori estimasi parameter dan algoritma yang telah dibentuk pada sub-bab 3.1.

3.2.1 Sumber Data dan Variabel Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang yang diperoleh dari Badan Pusat Statistik (BPS) Provinsi Jawa Timur untuk periode tahun 1991-2010 seperti pada Lampiran 1. Data yang digunakan adalah data PDRB atas dasar harga konstan, tenaga kerja dan upah tenaga kerja serta data investasi yang berupa Penanaman Modal dalam negeri (PMDN) dan Penanaman Modal Asing (PMA) untuk masing-masing sektor utama yaitu sektor Pertanian, sektor Industri Pengolahan dan sektor Perdagangan, Hotel dan Restoran (PHR). Variabel yang digunakan dalam penelitian ini, mengacu pada variabel yang digunakan Bappenas (2006). Terdapat tiga variabel respon (y) yang digunakan dalam penelitian ini yaitu:

1. y_1 adalah PDRB sektor Pertanian (Milyar rupiah)
2. y_2 adalah PDRB sektor Industri Pengolahan (Milyar rupiah)
3. y_3 adalah PDRB sektor PHR (Milyar rupiah)

Sedangkan variabel prediktor (X) dalam penelitian ini terdiri dari jumlah tenaga kerja, upah tenaga kerja dan investasi dari masing masing sektor utama di Jawa Timur, yaitu:

1. $X_{1,1}$: Jumlah tenaga kerja sektor Pertanian (Ribuan jiwa)
2. $X_{2,1}$: Jumlah tenaga kerja sektor Industri Pengolahan (Ribuan jiwa)
3. $X_{3,1}$: Jumlah tenaga kerja sektor PHR (Ribuan jiwa)
4. $X_{1,2}$: Upah tenaga kerja sektor Pertanian (Ribuan rupiah)
5. $X_{2,2}$: Upah tenaga kerja sektor Industri Pengolahan (Ribuan rupiah)
6. $X_{3,2}$: Upah tenaga kerja sektor PHR (Ribuan rupiah)
7. $X_{1,3}$: PMDN sektor Pertanian (Milyar rupiah)
8. $X_{2,3}$: PMDN sektor Industri Pengolahan (Milyar rupiah)
9. $X_{3,3}$: PMDN sektor PHR (Milyar rupiah)
10. $X_{1,4}$: PMA sektor Pertanian (Milyar rupiah)
11. $X_{2,4}$: PMA sektor Industri Pengolahan (Milyar rupiah)
12. $X_{3,4}$: PMA sektor PHR (Milyar rupiah)

Definisi Operasional Variabel Penelitian

1. PDRB Sektor Pertanian

Adalah Nilai Tambah Bruto (NTB) yang diperoleh dari sektor pertanian, yang merupakan penjumlahan Nilai Tambah Bruto (NTB) dari tiga sub-sektor yaitu sub-sektor tanaman bahan pangan, subsektor tanaman perkebunan, subsektor Peternakan dan hasil-hasilnya, sub-sektor kehutanan, dan sub-sektor perikanan.

2. PDRB Sektor Industri Pengolahan

Adalah Nilai Tambah Bruto (NTB) yang diperoleh dari sektor industri pengolahan, yang merupakan penjumlahan Nilai Tambah Bruto (NTB) yang dihasilkan oleh sub-sektor industri pengolahan minyak dan gas bumi (migas) dan sub-sektor industri pengolahan bukan migas

3. PDRB sektor PHR

Adalah Nilai Tambah Bruto (NTB) yang diperoleh dari sektor PHR, yang merupakan penjumlahan Nilai Tambah Bruto (NTB) tiga sub-sektor yaitu sub-sektor perdagangan besar dan eceran, sub-sektor hotel, serta sub-sektor restoran.

4. Jumlah tenaga kerja sektor Pertanian

Adalah banyaknya orang yang bekerja di sektor pertanian, yang merupakan penjumlahan tenaga kerja dari tiga sub-sektor yaitu sub-sektor tanaman bahan pangan, sub-sektor tanaman perkebunan, sub-sektor Peternakan dan hasil-hasilnya, sub-sektor kehutanan, dan sub-sektor perikanan.

5. Jumlah tenaga kerja sektor Industri Pengolahan

Adalah banyaknya orang yang bekerja di sektor industri pengolahan, yang merupakan penjumlahan tenaga kerja dari sub-sektor industri pengolahan minyak dan gas bumi (migas) dan sub-sektor industri pengolahan bukan migas.

6. Jumlah tenaga kerja sektor PHR

Adalah banyaknya orang yang bekerja di sektor PHR, yang merupakan penjumlahan tenaga kerja dari tiga sub-sektor yaitu subsektor perdagangan besar dan eceran, sub-sektor hotel, serta sub-sektor restoran.

7. Upah tenaga kerja sektor Pertanian

Adalah rata rata upah/gaji bersih per bulan yang diperoleh dari sektor pertanian, yang merupakan penjumlahan upah/gaji bersih dari tiga sub-sektor yaitu sub-sektor tanaman bahan pangan, sub-sektor tanaman perkebunan, sub-sektor Peternakan dan hasil-hasilnya, sub-sektor kehutanan, dan sub-sektor perikanan.

8. Upah tenaga kerja sektor Industri Pengolahan

Adalah rata rata upah/gaji bersih per bulan yang diperoleh dari sektor industri pengolahan, yang merupakan penjumlahan upah/gaji bersih yang diperoleh dari sub-sektor industri pengolahan minyak dan gas bumi (migas) dan sub-sektor industri pengolahan bukan migas.

9. Upah tenaga kerja sektor PHR

Adalah rata rata upah/gaji bersih per bulan yang diperoleh dari sektor PHR, yang merupakan penjumlahan upah/gaji bersih yang diperoleh dari tiga sub-sektor yaitu subsektor perdagangan besar dan eceran, sub-sektor hotel, serta sub-sektor restoran.

10. PMDN sektor Pertanian

Adalah PMDN pada sektor pertanian, merupakan investasi bersumber dari pembiayaan dalam negeri yang digunakan pada sektor pertanian, yaitu penjumlahan besarnya PMDN pada tiga sub-sektor yaitu sub-sektor tanaman bahan pangan, sub-sektor tanaman perkebunan, sub-sektor Peternakan dan hasil-hasilnya, sub-sektor kehutanan, dan sub-sektor perikanan.

11. PMDN sektor Industri Pengolahan

Adalah PMDN pada sektor industri pengolahan, merupakan investasi bersumber dari pembiayaan dalam negeri yang digunakan pada sektor industri pengolahan, yaitu penjumlahan besarnya PMDN pada dua sub-sektor industri pengolahan minyak dan gas bumi (migas) dan sub-sektor industri pengolahan bukan migas.

12. PMDN sektor PHR

Adalah PMDN pada sektor PHR, yang merupakan investasi yang bersumber dari pembiayaan dalam negeri yang digunakan pada sektor PHR, yaitu

penjumlahan PMDN pada tiga sub-sektor yaitu subsektor perdagangan besar dan eceran, sub-sektor hotel, serta sub-sektor restoran.

13. PMA sektor Pertanian

Adalah PMA pada sektor pertanian, merupakan investasi bersumber dari pembiayaan luar negeri yang digunakan pada sektor pertanian, yaitu penjumlahan besarnya PMA pada tiga sub-sektor yaitu sub-sektor tanaman bahan pangan, sub-sektor tanaman perkebunan, sub-sektor Peternakan dan hasil-hasilnya, sub-sektor kehutanan, dan sub-sektor perikanan.

14. PMA sektor Industri

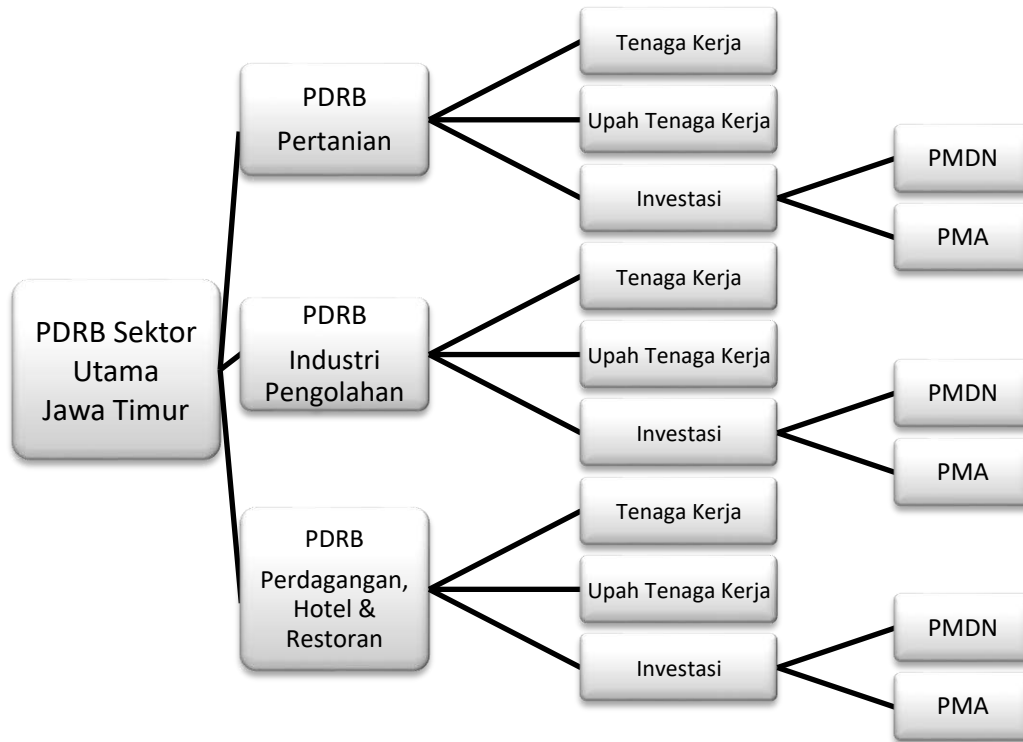
Adalah PMA pada sektor industri pengolahan, merupakan investasi bersumber dari pembiayaan luar negeri yang digunakan pada sektor industri pengolahan, yaitu penjumlahan besarnya PMA pada dua sub-sektor industri pengolahan minyak dan gas bumi (migas) dan sub-sektor industri pengolahan bukan migas.

15. PMA sektor PHR

Adalah PMA pada sektor PHR, merupakan investasi yang bersumber dari pembiayaan luar negeri yang digunakan pada sektor PHR, yaitu penjumlahan PMA pada tiga sub-sektor yaitu sub-sektor perdagangan besar dan eceran, sub-sektor hotel, serta sub-sektor restoran.

3.2.2 Kerangka Pemikiran Model PDRB Sektor Utama di Jawa Timur

Berdasarkan besarnya kontribusi masing masing sektor terhadap total PDRB Jawa Timur, terdapat tiga sektor yang dominan dibandingkan sektor-sektor lainnya. Ketiga sektor tersebut adalah meliputi sektor pertanian, sektor industri pengolahan, dan sektor perdagangan, hotel dan restoran (PHR) yang masing-masing mempunyai kontribusi diatas dua puluh persen dari total PDRB Jawa Timur. Kontribusi yang cukup besar dari ketiga sektor tersebut yaitu sekitar 73 persen terhadap total PDRB Jawa Timur, menjadikan ketiga sektor utama tersebut sering digunakan sebagai indikator perkembangan perekonomian di Jawa Timur.



Gambar 3.1 Kerangka Pikir Analisis PDRB Jawa Timur

Kajian Bappenas dan beberapa penelitian terhadap faktor faktor yang mempengaruhi PDRB di Jawa Timur menunjukkan bahwa jumlah tenaga kerja, upah tenaga kerja, PMDN dan PMA memberikan pengaruh positif dan signifikan terhadap pertumbuhan ekonomi di Jawa Timur. Secara grafis kerangka pikir analisis pertumbuhan ekonomi (PDRB) di Provinsi Jawa Timur disajikan pada Gambar 3.1. Dalam gambar tersebut memperlihatkan bahwa ada pengaruh dari jumlah tenaga kerja, upah tenaga kerja dan investasi terhadap PDRB ketiga sektor utama di Jawa Timur. Model yang digunakan untuk analisis adalah sistem persamaan *seemingly unrelated regression* (SUR) dengan mempertimbangkan adanya keterkaitan *error* dari ketiga model sektor utama PDRB di Jawa Timur. Berdasarkan uraian di atas, maka model persamaan ketiga sektor utama PDRB yang digunakan dalam penelitian ini adalah :

$$y_1 = \beta_{10} + \beta_{11}X_{1,1} + \beta_{12}X_{1,2} + \beta_{13}X_{1,3} + \beta_{14}X_{1,4} + u_1$$

$$y_2 = \beta_{20} + \beta_{21}X_{2,1} + \beta_{22}X_{2,2} + \beta_{23}X_{2,3} + \beta_{24}X_{2,4} + u_2$$

$$y_3 = \beta_{30} + \beta_{31}X_{3,1} + \beta_{32}X_{3,2} + \beta_{33}X_{3,3} + \beta_{34}X_{3,4} + u_3.$$

3.2.3 Tahapan Tahapan Penerapan Model Bayesian SUR Normal dan *Skew Normal*

Untuk mendapatkan model Bayesian SUR Normal dan *Skew Normal* untuk data PDRB sektor utama di Jawa Timur, diperlukan hasil penaksir parameter yang membentuk model tersebut. Tahapan tahapan yang dilakukan untuk memperoleh penaksir parameter model SUR dengan pendekatan Bayesian berdasarkan distribusi Normal dan *Skew Normal* pada pemodelan PDRB sektor pertanian, sektor industri pengolahan dan sektor PHR di Jawa Timur, adalah sebagai berikut:

- (i) Menetapkan vektor variabel respon $(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \mathbf{y}_3)$, yaitu
 - a) \mathbf{y}_1 adalah variabel PDRB sektor pertanian,
 - b) \mathbf{y}_2 adalah variabel PDRB sektor industri pengolahan
 - c) \mathbf{y}_3 adalah variabel PDRB sektor PHR
- (ii) Menetapkan matriks variabel prediktor $(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \mathbf{X}_3)$, yaitu:
 - a) \mathbf{X}_1 merupakan variabel prediktor untuk PDRB sektor pertanian (\mathbf{y}_1) , yaitu yang terdiri dari : $\mathbf{X}_{1,1}, \mathbf{X}_{1,2}, \mathbf{X}_{1,3}, \mathbf{X}_{1,4}$.
 - b) \mathbf{X}_2 merupakan variabel prediktor untuk PDRB sektor industri pengolahan (\mathbf{y}_2) , yaitu yang terdiri dari : $\mathbf{X}_{2,1}, \mathbf{X}_{2,2}, \mathbf{X}_{2,3}, \mathbf{X}_{2,4}$.
 - c) \mathbf{X}_3 merupakan variabel prediktor untuk PDRB sektor PHR (\mathbf{y}_3) , yaitu yang terdiri dari : $\mathbf{X}_{3,1}, \mathbf{X}_{3,2}, \mathbf{X}_{3,3}, \mathbf{X}_{3,4}$.
- (iii) Menerapkan program yang dibuat berdasarkan Algoritma pada sub-bab 3.1.2. dan 3.1.4 untuk model Bayesian SUR Normal dan Algoritma pada sub-bab 3.1.6 untuk model Bayesian SUR *Skew Normal*.
- (iv) Melakukan proses loading data.
- (v) Melakukan kompilasi program untuk mengecek kesesuaian antara model dan data.
- (vi) Menetapkan nilai awal parameter yang akan diestimasi.
- (vii) Menetapkan banyaknya iterasi untuk proses estimasi parameter.

- (viii) Menjalankan proses iterasi estimasi parameter dengan menggunakan MCMC.
- (ix) Melakukan monitoring output yang dihasilkan. Output ini tidak akan diperoleh apabila iterasi dalam langkah (viii) tidak berjalan. Jika iterasi tidak berjalan maka ulangi langkah (iv) sampai (viii) dan perbaiki jika ada kesalahan atau ketidaksesuaian.
- (x) Menghitung nilai RMSE, MAD dan MAPE berdasarkan estimasi parameter model SUR dengan pendekatan Bayesian berdasarkan *error* berdistribusi Normal dan *Skew* Normal pada pemodelan PDRB sektor pertanian, sektor industri pengolahan dan sektor PHR di Jawa Timur.
- (xi) Mengevaluasi kebaikan model SUR dengan pendekatan Bayesian berdasarkan *error* berdistribusi Normal dan *Skew* Normal pada pemodelan PDRB sektor pertanian, sektor industri pengolahan dan sektor PHR di Jawa Timur, berdasarkan nilai RMSE, MAD dan MAPE yang telah dihitung pada langkah (x).

BAB 4

KAJIAN TEORI MODEL BAYESIAN *SEEMINGLY UNRELATED REGRESSION* NORMAL DAN *SKEW* NORMAL

Tujuan utama bab ini adalah membahas kajian teori model Bayesian *Seemingly Unrelated Regression* (SUR). Kajian teoritis terkait dengan estimasi parameter model Bayesian SUR dengan *error* berdistribusi Normal dan *Skew* Normal.

4.1 Model Bayesian SUR Dengan *Error* Berdistribusi Normal

Dalam sub-bab ini model Bayesian *Seemingly Unrelated Regression* (SUR) dengan *error* berdistribusi Normal akan dibahas kajian teori estimasi parameter model dengan menggunakan dua pendekatan, yaitu pendekatan *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC) dan *Direct Monte Carlo* (DMC).

4.1.1 Estimasi Parameter Model Bayesian SUR Normal dengan MCMC

MCMC adalah pendekatan komputasional secara simulasi untuk mengestimasi distribusi *posterior* parameter suatu fungsi kepadatan dari model dengan pendekatan Bayesian. Dengan adanya kemajuan teknologi komputer saat ini, analisis Bayesian terhadap model SUR menggunakan teknik MCMC telah menjadi pilihan dan banyak digunakan dalam berbagai penelitian. Sesuai dengan prosedur pemodelan dengan pendekatan Bayesian, proses ini dimulai dari tahapan pembentukan struktur parameter berdasarkan bentuk fungsi dari serangkaian variabel prediktor. Estimasi parameter tersebut selanjutnya dilakukan menggunakan distribusi *posterior* dari parameter yang dibangun oleh fungsi *likelihood* data dan distribusi *prior* parameter-parameter.

Secara umum persamaan model SUR dengan T pengamatan dan M persamaan dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\mathbf{y}_m = \mathbf{X}_m \boldsymbol{\beta}_m + \mathbf{u}_m, \quad m = 1, 2, \dots, M, \quad (4.1)$$

$$\text{dimana } E[\boldsymbol{\mu}_m \boldsymbol{\mu}_n'] = \begin{cases} \omega_{mm} I(m \neq n) \\ \omega_{mm} I(m = n) \end{cases},$$

untuk $m, n = 1, 2, \dots, M$, dan ω_{mn} adalah varians *error* pada persamaan ke m , merupakan anggota pada diagonal utama dari $\mathbf{\Omega}$. Sedangkan kovarian antara dua *error* pada persamaan yang berbeda (misalkan m dan n) dilambangkan dengan ω_{mn} yang merupakan anggota yang berada di luar diagonal utama dari $\mathbf{\Omega}$.

Seperti yang ditunjukkan pada model (4.1), persamaan dari model tersebut mempunyai variabel independen dan bentuk varian *error* yang berbeda. Model tersebut juga menunjukkan adanya korelasi di antara *error* pada persamaan-persamaan yang berbeda.

Dalam bentuk matriks persamaan (4.1) dapat ditulis sebagai bentuk persamaan (4.2).

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u} \quad , \quad (4.2)$$

dengan $\mathbf{u} \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{\Omega} \otimes \mathbf{I})$.

Sedangkan matrik varian kovarian *error* dari model persamaan (4.2) adalah:

$$E(\mathbf{u}\mathbf{u}' | \mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_M) = \begin{bmatrix} \omega_{11}\mathbf{I} & \omega_{12}\mathbf{I} & \cdots & \omega_{1M}\mathbf{I} \\ \omega_{21}\mathbf{I} & \omega_{22}\mathbf{I} & \cdots & \omega_{2M}\mathbf{I} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \omega_{M1}\mathbf{I} & \omega_{M2}\mathbf{I} & \cdots & \omega_{MM}\mathbf{I} \end{bmatrix} = \mathbf{\Omega} \otimes \mathbf{I} \quad ,$$

$$\text{dengan } \mathbf{\Omega} = \begin{bmatrix} \omega_{11} & \omega_{12} & \cdots & \omega_{1M} \\ \omega_{21} & \omega_{22} & \cdots & \omega_{2M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \omega_{M1} & \omega_{M2} & \cdots & \omega_{MM} \end{bmatrix} \text{ dan } \mathbf{I} \text{ adalah matriks identitas berukuran } T \times T.$$

Fungsi *likelihood* dengan T pengamatan dari model pada persamaan (4.2) dapat ditulis sebagai persamaan (4.3).

$$\begin{aligned} p(\mathbf{y}, \mathbf{X} | \boldsymbol{\beta}, \mathbf{\Omega}) &= (2\pi)^{-MT/2} |\mathbf{\Omega}|^{-T/2} \left\{ \exp \left[-\frac{1}{2} (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})' (\mathbf{\Omega}^{-1} \otimes \mathbf{I}) (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) \right] \right\}, \\ &= (2\pi)^{-MT/2} |\mathbf{\Omega}|^{-T/2} \left\{ \exp \left[-\frac{1}{2} \text{tr}(\mathbf{S} \mathbf{\Omega}^{-1}) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (4.3)$$

dimana komponen ke- mn dari matriks \mathbf{S} adalah $\mathbf{S}_{mn} = (\mathbf{y}_m - \mathbf{X}_m \boldsymbol{\beta}_m)' (\mathbf{y}_n - \mathbf{X}_n \boldsymbol{\beta}_n)$.

Berdasarkan beberapa penelitian tentang *posterior* model yang telah dilakukan Zellner (1971) dan Box dan Tiao (1973), penggunaan *prior* non-informatif sangat umum digunakan dalam analisis Bayesian, ketika tidak ada pengetahuan tentang *prior*. Salah satu *prior* non-informatif yang paling sering digunakan secara luas adalah yang diperkenalkan oleh Jeffreys (1946; 1961) yaitu *Jeffreys' invariant prior* seperti pada persamaan (4.4).

$$p(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\Omega}) = p(\boldsymbol{\beta}) p(\boldsymbol{\Omega}) \propto |\boldsymbol{\Omega}|^{-(M+1)/2}. \quad (4.4)$$

Sesuai dengan uraian dalam sub-bab 2.4, inferensia dalam metode Bayesian didasarkan pada distribusi *posterior* dari parameter. Pembentukan distribusi *posterior* gabungan (*joint posterior distribution*) dari seluruh parameter yang akan diestimasi dilakukan dengan menggunakan kombinasi antara *likelihood* data dan *prior*.

Lemma 4.1.

Jika terdapat model Bayesian SUR yang mengikuti persamaan (4.2) dengan fungsi *likelihood* dari parameter seperti pada persamaan (4.3), serta distribusi *prior* dalam persamaan (4.4), maka distribusi *posterior* gabungan dari parameter $\boldsymbol{\beta}$ dan $\boldsymbol{\Omega}$ tersebut adalah:

$$p(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\Omega} | \mathbf{y}, \mathbf{X}) \propto |\boldsymbol{\Omega}|^{-(T+M+1)/2} \exp \left[-\frac{1}{2} (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})' (\boldsymbol{\Omega}^{-1} \otimes \mathbf{I}) (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) \right]. \quad (4.5)$$

Bukti:

Fungsi *likelihood* dari model SUR adalah

$$p(\mathbf{y}, \mathbf{X} | \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\Omega}) = (2\pi)^{-MT/2} |\boldsymbol{\Omega}|^{-T/2} \left\{ \exp \left[-\frac{1}{2} (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})' (\boldsymbol{\Omega}^{-1} \otimes \mathbf{I}) (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) \right] \right\},$$

sedangkan *prior* yang digunakan adalah *Jeffreys' invariant prior*, yaitu

$$p(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\Omega}) = p(\boldsymbol{\beta}) p(\boldsymbol{\Omega}) \propto |\boldsymbol{\Omega}|^{-(M+1)/2}.$$

Oleh karena bentuk distribusi *posterior* gabungan untuk model Bayesian SUR proporsional terhadap perkalian dari fungsi *likelihood* dan *prior*, sehingga :

$$p(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\Omega} | \mathbf{y}, \mathbf{X}) \propto p(\mathbf{y}, \mathbf{X} | \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\Omega}) p(\boldsymbol{\beta}) p(\boldsymbol{\Omega}).$$

Dengan demikian distribusi *posterior* gabungan dari parameter β dan Ω dapat diperoleh dengan persamaan :

$$\begin{aligned}
p(\beta, \Omega | y, X) &\propto p(y, X | \beta, \Omega) p(\beta, \Omega) \propto p(y, X | \beta, \Omega) p(\beta) p(\Omega) \\
&\propto (2\pi)^{-MT/2} |\Omega|^{-T/2} \left\{ \exp \left[-\frac{1}{2} (y - X\beta)' (\Omega^{-1} \otimes I) (y - X\beta) \right] \right\} \times |\Omega|^{-(M+1)/2} \\
&\propto (2\pi)^{-MT/2} |\Omega|^{-(T+M+1)/2} \left\{ \exp \left[-\frac{1}{2} (y - X\beta)' (\Omega^{-1} \otimes I) (y - X\beta) \right] \right\} \\
&\propto |\Omega|^{-(T+M+1)/2} \exp \left[-\frac{1}{2} (y - X\beta)' (\Omega^{-1} \otimes I) (y - X\beta) \right]. \quad \blacksquare
\end{aligned}$$

Selanjutnya, distribusi *marginal posterior* untuk masing-masing parameter diperoleh dengan mengintegrasikan persamaan (4.5) terhadap parameter selain parameter yang ditentukan *posterior*-nya. Distribusi *marginal posterior* masing-masing parameter β model Bayesian SUR adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
p(\beta_1 | y, X) &\propto \int \dots \int p(y, X | \beta, \Omega) p(\beta_2) p(\beta_3) \dots p(\beta_M) p(\Omega) d\beta_2 d\beta_3 \dots d\beta_M d\Omega \\
&\propto \int \dots \int p(\beta, \Omega | y, X) d\beta_2 d\beta_3 \dots d\beta_M d\Omega
\end{aligned} \tag{4.6}$$

$$\begin{aligned}
p(\beta_2 | y, X) &\propto \int \dots \int p(y, X | \beta, \Omega) p(\beta_1) p(\beta_3) \dots p(\beta_M) p(\Omega) d\beta_1 d\beta_3 \dots d\beta_M d\Omega \\
&\propto \int \dots \int p(\beta, \Omega | y, X) d\beta_1 d\beta_3 \dots d\beta_M d\Omega
\end{aligned} \tag{4.7}$$

⋮

$$\begin{aligned}
p(\beta_m | y, X) &\propto \int \dots \int p(y, X | \beta, \Omega) p(\beta_1) \dots p(\beta_{m-1}) p(\beta_{m+1}) \dots p(\beta_M) p(\Omega) d\beta_1 \dots d\beta_{m-1} d\beta_{m+1} \dots d\beta_M d\Omega \\
&\propto \int \dots \int p(\beta, \Omega | y, X) d\beta_1 \dots d\beta_{m-1} d\beta_{m+1} \dots d\beta_M d\Omega
\end{aligned} \tag{4.8}$$

⋮

$$\begin{aligned}
p(\beta_M | y, X) &\propto \int \dots \int p(y, X | \beta, \Omega) p(\beta_1) p(\beta_2) \dots p(\beta_{M-1}) p(\Omega) d\beta_1 d\beta_2 \dots d\beta_{M-1} d\Omega \\
&\propto \int \dots \int p(\beta, \Omega | y, X) d\beta_1 d\beta_2 \dots d\beta_{M-1} d\Omega
\end{aligned} \tag{4.9}$$

Sedangkan distribusi *marginal posterior* untuk parameter Ω sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
p(\Omega | y, X) &\propto \int \dots \int p(y, X | \beta, \Omega) p(\beta_1) p(\beta_2) \dots p(\beta_M) p(\Omega) d\beta_1 d\beta_2 \dots d\beta_M \\
&\propto \int \dots \int p(\beta, \Omega | y, X) d\beta_1 d\beta_2 \dots d\beta_M
\end{aligned} \tag{4.10}$$

Persamaan (4.6) sampai (4.10) akan sulit diselesaikan, sehingga distribusi *marginal* setiap parameter modelnya akan sulit diperoleh. Dengan menggunakan konsep *full conditional* dan proses iterasi *Gibbs Sampling* dalam sebuah MCMC akan diperoleh estimasi parameter-parameter tersebut.

Sesuai dengan penjelasan dalam sub-bab 2.4.7, distribusi *full conditional posterior* untuk setiap parameter adalah bentuk proporsional dari distribusi *posterior* gabungan seluruh parameter dengan memberikan nilai konstan beberapa komponen lainnya. Sehingga distribusi *posterior* gabungan tersebut tidak mengandung parameter yang akan diestimasi, karena parameter lain selain parameter yang akan diestimasi tersebut dianggap bernilai tetap. Dengan demikian berdasarkan persamaan (4.5), bentuk distribusi *full conditional posterior* untuk setiap parameter model Bayesian SUR yang akan diestimasi adalah sebagai berikut:

Lemma 4.2

Jika terdapat model SUR yang mengikuti persamaan (4.2) dengan distribusi *posterior* gabungan dari parameter β dan Ω pada persamaan (4.5), maka *full conditional posterior* dari parameter β adalah:

$$(\beta | \Omega, y, X) \propto \exp \left[-\frac{1}{2} (\beta - \hat{\beta})' X' (\Omega^{-1} \otimes I) X (\beta - \hat{\beta}) \right], \quad (4.11)$$

sehingga:

$p(\beta | \Omega, y, X)$ mengikuti distribusi *Normal* $(\hat{\beta}, \hat{\Omega}_{\beta})$,

dengan :

$$\hat{\beta} = (X'(\Omega^{-1} \otimes I)X)^{-1} X'(\Omega^{-1} \otimes I)y$$

$$\hat{\Omega}_{\beta} = (X'(\Omega^{-1} \otimes I)X)^{-1}.$$

Bukti:

Menggunakan distribusi *posterior* gabungan dari parameter β dan Ω :

$$p(\beta, \Omega | y, X) \propto |\Omega|^{-(T+M+1)/2} \exp \left[-\frac{1}{2} (y - X\beta)' (\Omega^{-1} \otimes I) (y - X\beta) \right],$$

maka *full conditional posterior* dari parameter β dapat diperoleh dengan memberikan nilai konstan pada komponen parameter selain parameter β pada

distribusi *posterior* gabungan dari parameter β dan Ω . Dengan demikian parameter lain selain parameter β dianggap bernilai tetap, maka :

$$\begin{aligned}
(p(\beta|\Omega, \mathbf{y}, \mathbf{X}) &\propto \exp\left[-\frac{1}{2}(\mathbf{y} - \mathbf{X}\beta)'(\Omega^{-1} \otimes \mathbf{I})(\mathbf{y} - \mathbf{X}\beta)\right] \\
&\propto \exp\left[-\frac{1}{2}\left[(\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\beta}) - (\mathbf{X}\beta - \mathbf{X}\hat{\beta})'(\Omega^{-1} \otimes \mathbf{I})[(\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\beta}) - (\mathbf{X}\beta - \mathbf{X}\hat{\beta})]\right]\right] \\
&\propto \exp\left[-\frac{1}{2}\left[(\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\beta})'(\Omega^{-1} \otimes \mathbf{I})(\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\beta}) + (\mathbf{X}\beta - \mathbf{X}\hat{\beta})'(\Omega^{-1} \otimes \mathbf{I})(\mathbf{X}\beta - \mathbf{X}\hat{\beta})\right]\right] \\
&\propto \exp\left[-\frac{1}{2}(\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\beta})'(\Omega^{-1} \otimes \mathbf{I})(\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\beta})\right] \exp\left[-\frac{1}{2}(\beta - \hat{\beta})' \mathbf{X}'(\Omega^{-1} \otimes \mathbf{I})\mathbf{X}(\beta - \hat{\beta})\right] \\
&\propto \exp\left[-\frac{1}{2}(\beta - \hat{\beta})' \mathbf{X}'(\Omega^{-1} \otimes \mathbf{I})\mathbf{X}(\beta - \hat{\beta})\right]. \quad \blacksquare
\end{aligned}$$

Sedangkan *full conditional posterior* dari parameter Ω juga dapat dilakukan secara analitik melalui *posterior* gabungan pada persamaan (4.5).

Lemma 4.3

Jika terdapat model Bayesian SUR yang mengikuti persamaan (4.2) dengan distribusi *posterior* gabungan dari parameter β dan Ω pada persamaan (4.5), maka *full conditional posterior* dari parameter Ω adalah:

$$p(\Omega|\beta, \mathbf{y}, \mathbf{X}) \propto \frac{1}{|\Omega|^{(T+M+1)/2}} \exp\left[-\frac{1}{2}tr(\mathbf{S} \Omega^{-1})\right], \quad (4.12)$$

sehingga:

$p(\Omega|\beta, \mathbf{y}, \mathbf{X})$ mengikuti distribusi *Invers Wishart* (\mathbf{S}, T) , dengan \mathbf{S} adalah matriks dengan komponen ke- m , $\mathbf{S}_{mm} = (\mathbf{y}_m - \mathbf{X}_m\beta_m)'(\mathbf{y}_n - \mathbf{X}_n\beta_n)$ dan T adalah banyaknya pengamatan.

Bukti:

Berdasarkan distribusi *posterior* gabungan dari parameter β dan Ω :

$$p(\beta, \Omega | \mathbf{y}, \mathbf{X}) \propto |\Omega|^{-(T+M+1)/2} \exp\left[-\frac{1}{2}(\mathbf{y} - \mathbf{X}\beta)'(\Omega^{-1} \otimes \mathbf{I})(\mathbf{y} - \mathbf{X}\beta)\right],$$

dan memberikan nilai konstan pada komponen parameter selain parameter Ω pada distribusi *posterior* gabungan dari parameter β dan Ω tersebut di atas, maka distribusi *full conditional posterior* dari parameter Ω dapat diperoleh :

$$\begin{aligned}
p(\boldsymbol{\Omega}|\mathbf{y}, \mathbf{X}) &\propto \frac{1}{|\boldsymbol{\Omega}|^{(T+M+1)/2}} \exp \left[-\frac{1}{2} (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})' (\boldsymbol{\Omega}^{-1} \otimes \mathbf{I}) (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) \right] \\
&\propto \frac{1}{|\boldsymbol{\Omega}|^{(T+M+1)/2}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left\{ [\text{vec}(\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})]' [\boldsymbol{\Omega}^{-1} \otimes \mathbf{I}] [\text{vec}(\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})] \right\} \right] \\
&\propto \frac{1}{|\boldsymbol{\Omega}|^{(T+M+1)/2}} \exp \left[-\frac{1}{2} \text{tr} \left(\left[(\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})' (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) \right] \boldsymbol{\Omega}^{-1} \right) \right] \\
&\propto \frac{1}{|\boldsymbol{\Omega}|^{(T+M+1)/2}} \exp \left[-\frac{1}{2} \text{tr} (\mathbf{S} \boldsymbol{\Omega}^{-1}) \right], \quad \blacksquare
\end{aligned}$$

Distribusi *full conditional posterior* memberikan solusi bagi distribusi *marginal posterior* yang mengandung bentuk integral dengan dimensi tinggi. Penggunaan paket konsep *Gibbs Sampling* menjadi pembenaran terhadap penggunaan distribusi *full conditional posterior*. Namun, secara analitis hal ini dapat dibuktikan melalui Preposisi 4.1 berikut.

Preposisi 4.1.

Jika diberikan distribusi *marginal posterior* suatu parameter $\boldsymbol{\beta}$ dan $\boldsymbol{\Omega}$ seperti pada persamaan (4.6) sampai dengan persamaan (4.10), maka dapat didekati dengan distribusi *full conditional posterior* untuk parameter $\boldsymbol{\beta}$ dan $\boldsymbol{\Omega}$ seperti pada persamaan (4.11) dan (4.12) .

Bukti:

Bentuk distribusi *marginal posterior* untuk $\boldsymbol{\beta}_1$ seperti pada persamaan (4.6) adalah:

$$p(\boldsymbol{\beta}_1 | \mathbf{y}, \mathbf{X}) \propto \int \dots \int p(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\Omega} | \mathbf{y}, \mathbf{X}) d\boldsymbol{\beta}_2 d\boldsymbol{\beta}_3 \dots d\boldsymbol{\beta}_M d\boldsymbol{\Omega} ,$$

dimana $p(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\Omega} | \mathbf{y}, \mathbf{X})$ adalah distribusi *posterior* gabungan semua parameter model. Apabila dianggap distribusi *posterior* gabungan $p(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\Omega} | \mathbf{y}, \mathbf{X})$ tidak diketahui maka:

$$\begin{aligned}
P(\boldsymbol{\beta}_1 | \mathbf{y}) &\propto \int \dots \int p(\boldsymbol{\beta}_1 | \boldsymbol{\beta}_2, \dots, \boldsymbol{\beta}_M, \boldsymbol{\Omega}, \mathbf{y}, \mathbf{X}) p(\boldsymbol{\beta}_2 | \boldsymbol{\beta}_3, \dots, \boldsymbol{\beta}_M, \boldsymbol{\Omega}, \mathbf{y}, \mathbf{X}) \dots \\
&\quad p(\boldsymbol{\beta}_{M-1} | \boldsymbol{\beta}_M, \boldsymbol{\Omega}, \mathbf{y}, \mathbf{X}) p(\boldsymbol{\beta}_M | \boldsymbol{\Omega}, \mathbf{y}, \mathbf{X}) p(\boldsymbol{\Omega} | \mathbf{y}, \mathbf{X}) d\boldsymbol{\beta}_2 \dots d\boldsymbol{\beta}_M d\boldsymbol{\Omega} .
\end{aligned}$$

Bentuk $p(\boldsymbol{\beta}_M | \boldsymbol{\Omega}, \mathbf{y}, \mathbf{X}) p(\boldsymbol{\Omega} | \mathbf{y}, \mathbf{X}) d\boldsymbol{\Omega}$, dengan $p(\boldsymbol{\Omega} | \mathbf{y}, \mathbf{X})$ merupakan *posterior* dari parameter $\boldsymbol{\Omega}$, adalah sesuai dengan konsep ekspektasi (Casella dan George, 1992), sehingga:

$$\int p(\beta_M | \Omega, y, X) p(\Omega | y, X) d\Omega = E(p(\beta_M | y, X)) \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N p(\beta_M | y_i, X), \text{ dengan } N \rightarrow \infty.$$

Jika konsep BMA (*Bayesian Model Averaging*), $\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N p(\beta_M | y_i, X) = \hat{p}(\beta_M)$, digunakan dalam substitusi fungsi $p(\beta_M | \Omega, y, X) p(\Omega | y, X) d\Omega$ dengan $\hat{p}(\beta_M)$, maka:

$$\begin{aligned} p(\beta_1 | y, X) &\propto \int \dots \int p(\beta_1 | \beta_2, \dots, \beta_M, \Omega, y, X) p(\beta_2 | \beta_3, \dots, \beta_M, \Omega, y, X) \dots p(\beta_{M-1} | \beta_M, \Omega, y, X) \hat{p}(\beta_M) d\beta_2 \dots d\beta_M \\ &\propto \int \dots \int p(\beta_1 | \beta_2, \dots, \beta_M, \Omega, y, X) p(\beta_2 | \beta_3, \dots, \beta_M, \Omega, y, X) \dots p(\beta_{M-2} | \beta_{M-1}, \Omega, y, X) \hat{p}(\beta_{M-1}) d\beta_2 \dots d\beta_{M-1} \\ &\vdots \\ &\propto \int \dots \int p(\beta_1 | \beta_2, \dots, \beta_M, \Omega, y, X) p(\beta_2 | \beta_3, \dots, \beta_M, \Omega, y, X) \hat{p}(\beta_3) d\beta_2 \dots d\beta_3 \\ &\propto \int p(\beta_1 | \beta_2, \dots, \beta_M, \Omega, y, X) \hat{p}(\beta_2) d\beta_2 \\ &\propto E(p(\beta_1 | \beta_2, \dots, \beta_M, \Omega, y, X)) \end{aligned} \quad \blacksquare$$

Dapat dibuktikan bahwa distribusi *full conditional posterior* parameter β_1 , merupakan estimasi dari distribusi *marginal posterior* parameter β_1 , atau $p(\beta_1 | y, X)$. Pembuktian dari Preposisi 4.1 dapat diberlakukan untuk distribusi *posterior* semua parameter model Bayesian SUR.

Proses estimasi parameter model Bayesian SUR dilakukan dengan menggunakan MCMC dengan *Gibbs Sampling*. Proses ini mengikuti proses *Markov Chain* secara iteratif dengan diberikan informasi nilai parameter di tahap iterasi sebelumnya. Proses ini akan berlangsung secara *full conditional* untuk setiap parameter yang selanjutnya disusun bergantian sebagai tahapan iteratif simulasi stokastik (Gelman dkk., 2004). Prosedur iterasi *Gibbs Sampling* pada model SUR dilakukan dengan tahapan dalam Algoritma 4.1.

Algoritma 4.1 : Iterasi Gibbs Sampling pada model Bayesian SUR Normal

Langkah 1: Menentukan nilai awal (*initial value*) untuk setiap parameter yang akan diestimasi ($\beta^{(0)}$ dan $\Omega^{(0)}$).

Langkah 2: Memperbarui koefisien vektor $\beta^{(m)}$ dengan membangkitkan nilai baru melalui iterasi pada distribusi *full conditional posterior* $p(\beta | \Omega^{(m-1)}, y, X)$ pada persamaan (4.11).

Langkah 3 : Memperbarui koefisien vektor $\Omega^{(m)}$ dengan membangkitkan nilai baru melalui iterasi pada distribusi *full conditional posterior* $p(\Omega | \beta^{(m)}, y, X)$ pada persamaan (4.12).

Langkah 4 : Proses pada Langkah 2 sampai Langkah 3 ini dilakukan secara iteratif sampai iterasi menemui konvergen.

Selama proses iterasi berjalan, proses MCMC akan menyimpan outputnya sebagai bahan untuk diagnostik plot seperti *trace plot*, *serial plot*, *quantile plot*, *autocorrelation plot* dan *density plot*. *Diagnostics plot* tersebut digunakan untuk memonitor output proses MCMC, diantaranya untuk mengetahui apakah hasil estimasi yang diperoleh sudah mencapai kondisi *equilibrium*. Indikasi tercapainya kondisi *equilibrium* ini dapat dilihat dari *quantile plot* yang menunjukkan nilai *ergodic mean* yang stabil dan berada dalam *credible interval*. Hasil estimasi *posterior* dari parameter tidak akan diperoleh apabila sampai dengan akhir proses iterasi, distribusi *equilibrium* belum tercapai. Oleh karena itu perlu dilakukan proses ulang dengan menggunakan iterasi yang lebih banyak.

Untuk melakukan validasi terhadap prosedur estimasi model Bayesian SUR berdistribusi normal dengan MCMC, perlu dilakukan simulasi data agar dapat diperoleh jaminan tahapan proses MCMC-nya benar dan diperoleh kesimpulan tentang akurasi dari prosedur estimasi parameter model Bayesian SUR tersebut. Dalam simulasi ini persamaan model Bayesian SUR yang ditetapkan adalah dua persamaan ($m=2$) seperti yang terlihat pada Lampiran 2. Sedangkan variabel independen (prediktor) pada masing masing persamaan ditetapkan dua variabel. Berdasarkan pada persamaan (4.2), maka model simulasi dapat digambarkan dalam bentuk matriks seperti pada persamaan (4.13).

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_1 & 0 \\ 0 & X_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{pmatrix}. \quad (4.13)$$

Untuk sebanyak T pengamatan dimana \mathbf{y}_m dan $\boldsymbol{\mu}_m$ adalah matriks yang berukuran $T \times 1$ dan \mathbf{X}_m adalah matriks yang berukuran $T \times 2$ dan $\boldsymbol{\beta}_m$ adalah vektor dua baris. Matriks kovariat \mathbf{X}_m dengan $m=1,2$ dibangkitkan dari distribusi Uniform dengan interval $(-4, 4)$. Vektor-vektor koefisien parameter ditetapkan bahwa $\boldsymbol{\beta}_1 = (3, -2)$ dan $\boldsymbol{\beta}_2 = (2, 1)$. Sedangkan matriks varian kovarians yang digunakan dalam simulasi ini ditentukan dua bentuk matriks, yaitu pertama untuk menghasilkan korelasi *error* antar kedua persamaan yang rendah (yaitu angka korelasi *error* yang melebihi angka -0,2 tetapi kurang dari nilai 0,2) dengan bentuk matriks varian kovarians seperti pada persamaan (4.14).

$$\boldsymbol{\Omega} = \begin{pmatrix} \omega_1^2 & \omega_{12} \\ \omega_{21} & \omega_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.1 & -0.005 \\ -0.005 & 0.2 \end{pmatrix} \quad (4.14)$$

Sedangkan bentuk matriks varian kovarians yang kedua digunakan untuk mendapatkan korelasi *error* yang tinggi diantara kedua persamaan (yaitu angka korelasi yang kurang dari -0,8 atau angka korelasi yang melebihi nilai 0,8) seperti pada persamaan (4.15).

$$\boldsymbol{\Omega} = \begin{pmatrix} \omega_1^2 & \omega_{12} \\ \omega_{21} & \omega_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.1 & -0.15 \\ -0.15 & 0.2 \end{pmatrix} \quad (4.15)$$

Untuk menghasilkan hasil yang lebih akurat, maka penentuan besarnya korelasi *error* dalam simulasi ini dilakukan perulangan sebanyak 100 kali. Dengan demikian estimasi parameter hasil simulasi dapat dibuat intervalnya dari nilai terkecil dan terbesarnya. Apabila nilai parameter yang ditentukan pada awal simulasi berada pada interval tersebut, maka dapat dikatakan bahwa program simulasi tersebut menghasilkan estimasi parameter yang benar. Pada simulasi ini jumlah pengamatan yang akan digunakan untuk menaksir kepadatan *posterior*, juga ditentukan untuk sampel kecil ($T=30$ dan $T=50$) dan sampel besar ($T=100$ dan $T=500$). Hasil simulasi dengan berbagai kondisi besaran sampel dan tingkat korelasi, diharapkan mampu memberikan hasil yang lebih meyakinkan mengenai validitas prosedur estimasi model Bayesian SUR. Iterasi *Markov Chain Monte Carlo* pada simulasi ini dilakukan sebanyak 6000 iterasi, di mana 1000 iterasi pertama akan diset sebagai *burn-in*. Hal ini diperlukan untuk memeriksa apakah

sampel *posterior* yang dihasilkan diambil dari distribusi yang stasioner, yaitu untuk menjamin distribusi *posterior* sudah tidak terpengaruh oleh kondisi awal.

Tabel 4.1 memperlihatkan hasil estimasi parameter data simulasi metode MCMC dengan sampel kecil menggunakan korelasi *error* rendah maupun korelasi *error* tinggi. Hasil simulasi menunjukkan bahwa semua estimasi parameter model SUR untuk sampel kecil ($n=30$ dan $n=50$), nilainya mendekati nilai parameter yang ditetapkan untuk membangun model SUR pada awal simulasi. Hal ini juga didukung oleh hasil simulasi yang menghasilkan interval dari masing-masing parameter yang menunjukkan bahwa nilai awal semua parameter yang ditentukan berada dalam interval tersebut.

Tabel 4.1 Hasil Estimasi Parameter Data Simulasi MCMC Dengan Sampel Kecil

Parameter		Korelasi <i>Error</i> Rendah $(0 \leq \rho \leq 0,2)$						Korelasi <i>Error</i> Tinggi $(0,8 \leq \rho \leq 1)$					
		estimasi		Interval				estimasi		Interval			
n=30	β_{11}	3,025000	(2,902556	,	3,113083)	2,997000	(2,936102	,	3,041509)
	β_{12}	-1,988000	(-2,06106	,	-1,916397)	-2,004000	(-2,040814	,	-1,96716)
	β_{21}	1,990000	(1,833972	,	2,156747)	2,014000	(1,970797	,	2,061325)
	β_{22}	1,018000	(0,898656	,	1,143433)	1,003000	(0,970373	,	1,039654)
n=50	β_{11}	3,038000	(2,958781	,	3,117357)	2,986000	(2,960808	,	3,012725)
	β_{12}	-1,991000	(-2,076871	,	-1,916043)	-1,995000	(-2,022349	,	-1,969212)
	β_{21}	2,020000	(1,933288	,	2,100995)	2,007000	(1,975722	,	2,035803)
	β_{22}	1,020000	(0,927173	,	1,127134)	0,987000	(0,954551	,	1,028739)

Sedangkan hasil estimasi parameter data simulasi metode MCMC dengan sampel besar menggunakan korelasi *error* rendah maupun korelasi *error* tinggi di perlihatkan oleh Tabel 4.2. Hasil simulasi juga menunjukkan bahwa nilai estimasi seluruh parameter hasil simulasi mendekati nilai parameter yang ditentukan pada awal simulasi. Disamping itu nilai awal semua parameter yang ditentukan tersebut berada dalam interval parameter yang dihasilkan oleh simulasi. Dengan demikian, prosedur algoritma MCMC yang dibangun adalah benar dan dapat digunakan pada

data riil penelitian di Jawa Timur. Hasil simulasi MCMC secara lengkap dapat dilihat pada Lampiran 3 sampai dengan Lampiran 33.

Tabel 4.2 Hasil Estimasi Parameter Data Simulasi MCMC Dengan Sampel Besar

Parameter		Korelasi <i>Error</i> Rendah ($0 \leq \rho \leq 0,2$)					Korelasi <i>Error</i> Tinggi ($0,8 \leq \rho \leq 1$)						
		estimasi	Interval				estimasi	Interval					
n=100	β_{11}	3,001000	(2,949221	,	3,060084)	3,001000	(2,981898	,	3,022738)
	β_{12}	-2,006000	(-2,045767	,	-1,960051)	-1,998300	(-2,012701	,	-1,982244)
	β_{21}	1,996000	(1,931527	,	2,069498)	2,010000	(1,987179	,	2,03605)
	β_{22}	1,038000	(0,958884	,	1,109724)	0,999300	(0,971978	,	1,024984)
n=500	β_{11}	2,995000	(2,972865	,	3,019744)	3,004000	(2,996281	,	3,012554)
	β_{12}	-1,999000	(-2,01933	,	-1,977569)	-2,001000	(-2,007703	,	-1,99319)
	β_{21}	1,987000	(1,959374	,	2,016979)	2,001000	(1,990885	,	2,011414)
	β_{22}	1,010000	(0,980936	,	1,039007)	1,001000	(0,991008	,	1,011559)

4.1.2 Estimasi Parameter Model Bayesian SUR Normal dengan DMC

Penelitian aplikasi metode MCMC terhadap model SUR dalam beberapa macam kondisi asumsi hasil kajian telah dilakukan, diantaranya oleh Carlin dan Chib (1995). Hasil kajian menunjukkan bahwa penggunaan metode MCMC tampak rumit dan harus melibatkan beberapa keputusan dari penggunaanya, seperti menentukan panjang waktu *burn-in* dan melakukan pengecekan konvergen. Untuk mengatasi hal tersebut, maka dikembangkan analisis Bayesian terhadap model SUR dengan pendekatan *Direct Monte Carlo* (DMC).

Penggunaan metode DMC untuk menyelesaikan model ekonomi diperkenalkan pertama kali oleh Zellner dan Chen (2001). Selanjutnya Geweke (2005) mengembangkan metode DMC agar lebih mudah dan efisien untuk melakukan inferensial analitik maupun numerik dalam menentukan distribusi *posterior*.

Untuk menghasilkan suatu prosedur DMC, dilakukan transformasi *error* terhadap model standar SUR dalam persamaan (4.1) yang memberikan hasil seperti persamaan (4.16).

$$\begin{aligned}
\mathbf{y}_1 &= \mathbf{X}_1\boldsymbol{\beta}_1 + \mathbf{e}_1 \text{ dengan memisalkan } \mathbf{u}_1 = \mathbf{e}_1 \\
\mathbf{y}_2 &= \mathbf{X}_2\boldsymbol{\beta}_2 + \rho_{21}\mathbf{u}_1 + \mathbf{e}_2 \\
\mathbf{y}_3 &= \mathbf{X}_3\boldsymbol{\beta}_3 + \rho_{31}\mathbf{u}_1 + \rho_{32}\mathbf{u}_2 + \mathbf{e}_3 \\
&\vdots \\
\mathbf{y}_M &= \mathbf{X}_M\boldsymbol{\beta}_M + \sum_{m=1}^{M-1} \rho_{Mm}\mathbf{u}_m + \mathbf{e}_M
\end{aligned} \tag{4.16}$$

Berdasarkan hasil transformasi pada *error* model yang ditunjukkan dalam persamaan (4.16), menyebabkan *error* model yang baru (\mathbf{e}_m) tidak mempunyai korelasi dengan *error* model persamaan lainnya, sehingga :

$$E[\mathbf{e}_m \mathbf{e}_n'] = \begin{cases} 0 & (m \neq n) \\ \sigma_m^2 \mathbf{I} & (m = n) \end{cases} \text{ dan } \boldsymbol{\Sigma} = \text{diag} \{ \sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_M^2 \} .$$

Selanjutnya tranformasi model dalam persamaan (4.16) dapat dilakukan dengan mensubstitusi \mathbf{u}_m dari persamaan (4.1), yaitu $\mathbf{u}_m = \mathbf{y}_m - \mathbf{X}_m\boldsymbol{\beta}_m$. Berdasarkan hasil substitusi terhadap transformasi model tersebut diperoleh model persamaan (4.17).

$$\begin{aligned}
\mathbf{y}_1 &= \mathbf{X}_1\boldsymbol{\beta}_1 + \mathbf{e}_1 \equiv \mathbf{Z}_1\mathbf{b}_1 + \mathbf{e}_1, \\
\mathbf{y}_m &= \mathbf{X}_m\boldsymbol{\beta}_m + \sum_{k=1}^{M-1} \rho_{mk}(\mathbf{y}_k - \mathbf{X}_k\boldsymbol{\beta}_k) + \mathbf{e}_m \equiv \mathbf{Z}_m\mathbf{b}_m + \mathbf{e}_m,
\end{aligned} \tag{4.17}$$

dengan $m = 2, \dots, M$.

Berdasarkan hasil inferensial model, dapat dilakukan transformasi satu-satu dari parameter model transformasi pada persamaan (4.10) menjadi parameter model standar SUR (4.1). Misalkan untuk $m=2$, maka parameter-parameter pada model SUR (4.1) adalah : $\{\boldsymbol{\beta}_1, \boldsymbol{\beta}_2, \omega_1^2, \omega_2^2, \omega_{12} = (\omega_{21})\}$, sedangkan parameter dari model hasil transformasi (4.10) adalah $\{\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2, \rho\}$. Dengan memanfaatkan hubungan antara ρ pada $\mu_2 = \rho\mu_1 + e_2$ dan ω_{12} adalah $\rho = \omega_{12} / \omega_1^2$, maka parameter ω_2^2 dapat dinyatakan sebagai $\omega_2^2 = \rho\sigma_1^2 + \sigma_2^2$. Akhirnya nilai parameter $\{\omega_1^2, \omega_2^2, \omega_{12} = (\omega_{21})\}$ dalam matriks $\boldsymbol{\Omega}$ dapat diestimasi dengan didasarkan pada sampel-sampel $\{\sigma_1^{2(t)}, \sigma_2^{2(t)}; \text{dimana } t=1, 2, \dots, T\}$ dengan menggunakan prosedur

Direct Monte Carlo. Hubungan diantara parameter-parameter model tersebut dapat dituliskan seperti pada persamaan (4.18).

$$\begin{aligned}\omega_1^{2(t)} &= \sigma_1^{2(t)}, \\ \omega_2^{1(t)} &= \rho^{(t)} \times \sigma_1^{2(t)} + \sigma_2^{2(t)}, \\ \omega_{12}^{(t)} &= \rho^{(t)} \times \sigma_1^{2(t)}.\end{aligned}\tag{4.18}$$

Dengan adanya hubungan diantara parameter-parameter model dalam persamaan (4.18), maka sampel posterior dari matriks $\mathbf{\Omega}^{(t)}, t=1,2,...,T$ dengan mudah diperoleh. Jadi secara umum hubungan antara matriks $\mathbf{\Omega}$ dan $\mathbf{\Sigma}$ dapat dirumuskan dalam bentuk persamaan (4.19).

$$\begin{aligned}\omega_1^2 &= \sigma_1^2, \\ \omega_m^2 &= \sum_{k=1}^{m-1} \rho_{km}^2 \omega_k^2 + \sum_{k,l=1, k < l}^{m-1} \rho_{mk} \rho_{ml} \omega_{kl} + \sigma_m^2 \quad (m \neq 1), \\ \omega_{mn} &= \sum_{k=1, k \neq n}^{m-1} \rho_{mk} \omega_{kn} + \rho_{mn} \omega_n^2 \quad (m \neq 1).\end{aligned}\tag{4.19}$$

Sebagai contoh untuk model SUR (4.1) dengan $m=3$, maka parameter-parameter ω_{31} , ω_{32} dan ω_3^2 dapat dihitung dengan menggunakan persamaan (4.19) sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\omega_{32} &= \rho_{32} \omega_2^2 + \rho_{31} \omega_{21}, \\ \omega_{31} &= \rho_{31} \omega_1^2 + \rho_{32} \omega_{21}, \\ \omega_3^2 &= \rho_{31}^2 \omega_1^2 + \rho_{32}^2 \omega_2^2 + \rho_{31} \rho_{32} \omega_{21} + \sigma_3^2.\end{aligned}$$

Ada beberapa cara untuk mengembalikan hasil sampel yang diperoleh pada model SUR hasil transformasi (4.17) ke dalam bentuk parameter-parameter model SUR standar (4.1). Salah satu pendekatan termudah adalah dengan mengubah bentuk matriks kovarians $\mathbf{\Sigma}^{(t)}$ ke dalam bentuk matriks kovarians $\mathbf{\Omega}^{(t)}$ dengan menggunakan hubungan antara matriks $\mathbf{\Omega}$ dan matriks $\mathbf{\Sigma}$ pada persamaan (4.19). Proses ini akan menghasilkan koefisien vektor $\mathbf{\beta}^{(t)}$, dari distribusi normal dengan rata-rata $\hat{\mathbf{\beta}}^{(t)} = (\mathbf{X}'(\mathbf{\Omega}^{(t)-1} \otimes \mathbf{I})\mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}'(\mathbf{\Omega}^{(t)-1} \otimes \mathbf{I})\mathbf{y}$ dan matrik kovarians $\hat{\mathbf{\Omega}}_{\mathbf{\beta}}^{(t)} = (\mathbf{X}'(\mathbf{\Omega}^{(t)-1} \otimes \mathbf{I})\mathbf{X})^{-1}$.

Dengan adanya transformasi model tersebut, maka bentuk *likelihood* model persamaan (4.17) (Zellner dan Ando, 2010) adalah:

$$p(\mathbf{y}, \mathbf{X} | \mathbf{b}, \Sigma) = \prod_{m=1}^M (2\pi)^{-\frac{T}{2}} (\sigma_m^2)^{-\frac{T}{2}} \left\{ \exp \left[-\frac{1}{2\sigma_m^2} (\mathbf{y}_m - \mathbf{Z}_m \mathbf{b}_m)' (\mathbf{y}_m - \mathbf{Z}_m \mathbf{b}_m) \right] \right\}. \quad (4.20)$$

Dalam kasus umum, dimana jumlah persamaan model SUR adalah m , dengan mempertimbangkan penggunaan asumsi *Jeffrey's prior* pada persamaan (4.4), perlu dilakukan transformasi lebih dulu dari distribusi *prior* dengan parameter $\{\mathbf{b}, \Omega\}$ menjadi distribusi *prior* dalam parameter $\{\mathbf{b}, \Sigma\}$. Akibatnya distribusi *prior*nya menjadi (Santosa dkk., 2017):

$$\begin{aligned} p(\mathbf{b}, \Sigma) &\propto |\Omega(\mathbf{b}, \Sigma)|^{-\frac{M+1}{2}} \cdot |J| \\ &= \prod_{m=1}^M (\sigma_m^2)^{-\frac{(M+1)}{2}} \times \prod_{m'=1}^{M-1} (\sigma_{m'}^2)^{M-m'} \\ &= \prod_{m=1}^M (\sigma_m^2)^{\frac{M-2m-1}{2}}. \end{aligned} \quad (4.21)$$

Inferensia dalam metode Bayesian didasarkan pada distribusi *posterior* dari parameter seperti yang dijelaskan pada sub bab 2.4. Bentuk distribusi *posterior* gabungan (*joint posterior distribution*) dari seluruh parameter yang akan diestimasi proporsional terhadap perkalian antara fungsi *likelihood* data dan *prior*.

Lemma 4.4.

Jika terdapat model SUR (4.17) dengan fungsi *likelihood* dari parameter seperti pada persamaan (4.20), serta distribusi *prior* dalam persamaan (4.21), maka distribusi *posterior* gabungan dari parameter \mathbf{b} dan Σ tersebut adalah:

$$p(\mathbf{b}, \Sigma | \mathbf{y}, \mathbf{X}) \propto \prod_{m=1}^M (\sigma_m^2)^{-(T-M+2m+1)/2} \left\{ \exp \left[-\frac{1}{2\sigma_m^2} (\mathbf{y}_m - \mathbf{Z}_m \mathbf{b}_m)' (\mathbf{y}_m - \mathbf{Z}_m \mathbf{b}_m) \right] \right\}. \quad (4.22)$$

Bukti:

Dengan menggunakan persamaan (2.20) yang menunjukkan bahwa *posterior* adalah proporsional terhadap *likelihood* dikalikan dengan *prior* dari parameter

model yaitu $p(\theta|y) \propto p(y|\theta)p(\theta)$. Sedangkan parameter model pada persamaan tersebut adalah $\theta = (\mathbf{b}, \Sigma)$ yang merupakan parameter model SUR, maka distribusi *posterior* gabungan dari parameter model SUR \mathbf{b} dan Σ adalah :

$$\begin{aligned}
 p(\mathbf{b}, \Sigma | \mathbf{y}, \mathbf{X}) &\propto p(\mathbf{y}, \mathbf{X} | \mathbf{b}, \Sigma) p(\mathbf{b}, \Sigma) \\
 &\propto \prod_{m=1}^M (\sigma_m^2)^{-\frac{T}{2}} \left\{ \exp \left[-\frac{1}{2\sigma_m^2} (\mathbf{y}_m - \mathbf{Z}_m \mathbf{b}_m)' (\mathbf{y}_m - \mathbf{Z}_m \mathbf{b}_m) \right] \right\} \times \prod_{m=1}^M (\sigma_m^2)^{\frac{M-2m-1}{2}} \\
 &\propto \prod_{m=1}^M (\sigma_m^2)^{-\frac{T+M-2m-1}{2}} \left\{ \exp \left[-\frac{1}{2\sigma_m^2} (\mathbf{y}_m - \mathbf{Z}_m \mathbf{b}_m)' (\mathbf{y}_m - \mathbf{Z}_m \mathbf{b}_m) \right] \right\} \\
 &\propto \prod_{m=1}^M (\sigma_m^2)^{-(T+M+2m+1)/2} \left\{ \exp \left[-\frac{1}{2\sigma_m^2} (\mathbf{y}_m - \mathbf{Z}_m \mathbf{b}_m)' (\mathbf{y}_m - \mathbf{Z}_m \mathbf{b}_m) \right] \right\}. \quad \blacksquare
 \end{aligned}$$

Berdasarkan *posterior* gabungan pada persamaan (4.22) di atas, dapat diperoleh distribusi *marginal posterior* masing-masing parameter \mathbf{b} dan Σ model Bayesian SUR adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 p(\mathbf{b}_1 | \mathbf{y}, \mathbf{X}) &\propto \int \dots \int p(\mathbf{y}, \mathbf{X} | \mathbf{b}, \Sigma) p(\mathbf{b}_2) p(\mathbf{b}_3) \dots p(\mathbf{b}_M) p(\Sigma) d\mathbf{b}_2 d\mathbf{b}_3 \dots d\mathbf{b}_M d\Sigma \\
 &\propto \int \dots \int p(\mathbf{b}, \Sigma | \mathbf{y}, \mathbf{X}) d\mathbf{b}_2 d\mathbf{b}_3 \dots d\mathbf{b}_M d\Sigma
 \end{aligned} \tag{4.23}$$

$$\begin{aligned}
 p(\mathbf{b}_2 | \mathbf{y}, \mathbf{X}) &\propto \int \dots \int p(\mathbf{y}, \mathbf{X} | \mathbf{b}, \Sigma) p(\mathbf{b}_1) p(\mathbf{b}_3) \dots p(\mathbf{b}_M) p(\Sigma) d\mathbf{b}_1 d\mathbf{b}_3 \dots d\mathbf{b}_M d\Sigma \\
 &\propto \int \dots \int p(\mathbf{b}, \Sigma | \mathbf{y}, \mathbf{X}) d\mathbf{b}_1 d\mathbf{b}_3 \dots d\mathbf{b}_M d\Sigma
 \end{aligned} \tag{4.24}$$

⋮

$$\begin{aligned}
 p(\mathbf{b}_m | \mathbf{y}, \mathbf{X}) &\propto \int \dots \int p(\mathbf{y}, \mathbf{X} | \mathbf{b}, \Sigma) p(\mathbf{b}_1) \dots p(\mathbf{b}_{m-1}) p(\mathbf{b}_{m+1}) \dots p(\mathbf{b}_M) p(\Sigma) d\mathbf{b}_1 \dots d\mathbf{b}_{m-1} d\mathbf{b}_{m+1} \dots d\mathbf{b}_M d\Sigma \\
 &\propto \int \dots \int p(\mathbf{b}, \Sigma | \mathbf{y}, \mathbf{X}) d\mathbf{b}_1 \dots d\mathbf{b}_{m-1} d\mathbf{b}_{m+1} \dots d\mathbf{b}_M d\Sigma
 \end{aligned} \tag{4.25}$$

⋮

$$\begin{aligned}
 p(\mathbf{b}_M | \mathbf{y}, \mathbf{X}) &\propto \int \dots \int p(\mathbf{y}, \mathbf{X} | \mathbf{b}, \Sigma) p(\mathbf{b}_1) p(\mathbf{b}_2) \dots p(\mathbf{b}_{M-1}) p(\Sigma) d\mathbf{b}_1 d\mathbf{b}_2 \dots d\mathbf{b}_{M-1} d\Sigma \\
 &\propto \int \dots \int p(\mathbf{b}, \Sigma | \mathbf{y}, \mathbf{X}) d\mathbf{b}_1 d\mathbf{b}_2 \dots d\mathbf{b}_{M-1} d\Sigma
 \end{aligned} \tag{4.26}$$

$$\begin{aligned}
 p(\Sigma | \mathbf{y}, \mathbf{X}) &\propto \int \dots \int p(\mathbf{y}, \mathbf{X} | \mathbf{b}, \Sigma) p(\mathbf{b}_1) p(\mathbf{b}_2) \dots p(\mathbf{b}_M) d\mathbf{b}_1 d\mathbf{b}_2 \dots d\mathbf{b}_M \\
 &\propto \int \dots \int p(\mathbf{b}, \Sigma | \mathbf{y}, \mathbf{X}) d\mathbf{b}_1 d\mathbf{b}_2 \dots d\mathbf{b}_M
 \end{aligned} \tag{4.27}$$

Distribusi *marginal posterior* setiap parameter model Bayesian SUR akan sulit diperoleh karena persamaan (4.23) sampai dengan persamaan (4.27) sulit untuk diselesaikan. Penggunaan konsep *full conditional* dan proses iterasi *Gibbs*

Sampling dalam sebuah DMC akan membantu untuk memperoleh estimasi parameter-parameter model tersebut. Bentuk distribusi *full conditional posterior* untuk setiap parameter model Bayesian SUR didasarkan persamaan (4.22).

Lemma 4.5

Jika terdapat model SUR yang mengikuti persamaan (4.17) dengan distribusi *posterior* gabungan dari parameter \mathbf{b} dan Σ pada persamaan (4.22), maka *full conditional posterior* dari parameter \mathbf{b}_m adalah:

$$p(\mathbf{b}_m | \mathbf{b}_{m-1}, \mathbf{b}_{m-2}, \dots, \mathbf{b}_1, \sigma_m^2, \mathbf{y}, \mathbf{X}) \propto \exp \left[-\frac{1}{2\sigma_m^2} (\mathbf{b}_m - \hat{\mathbf{b}}_m)' \mathbf{Z}_m' \mathbf{Z}_m (\mathbf{b}_m - \hat{\mathbf{b}}_m) \right] , \quad (4.28)$$

dengan: $\hat{\mathbf{b}}_m = (\mathbf{Z}_m' \mathbf{Z}_m)^{-1} \mathbf{Z}_m' \mathbf{y}_m$.

Sehingga *full conditional posterior* dari parameter \mathbf{b}_m berdistribusi Normal :

$$\mathbf{b}_m | \mathbf{b}_{m-1}, \mathbf{b}_{m-2}, \dots, \mathbf{b}_1, \sigma_m^2, \mathbf{X}, \mathbf{y} \sim N \left(\hat{\mathbf{b}}_m, \sigma_m^2 (\mathbf{Z}_m' \mathbf{Z}_m)^{-1} \right).$$

Bukti:

Distribusi *full conditional posterior* dari parameter \mathbf{b}_m dapat diperoleh dengan memberikan nilai konstan terhadap komponen parameter selain parameter \mathbf{b}_m pada distribusi *posterior* gabungan dari parameter \mathbf{b} dan Σ . Dengan demikian parameter lain selain parameter \mathbf{b}_m dianggap bernilai tetap, sehingga distribusi *full conditional posterior* dari parameter \mathbf{b}_m adalah:

$$p(\mathbf{b}_m | \mathbf{b}_{m-1}, \dots, \mathbf{b}_1, \sigma_m^2, \mathbf{y}, \mathbf{X}) \propto \exp \left[-\frac{1}{2\sigma_m^2} (\mathbf{y}_m - \mathbf{Z}_m \mathbf{b}_m)' (\mathbf{y}_m - \mathbf{Z}_m \mathbf{b}_m) \right].$$

Bentuk $(\mathbf{y}_m - \mathbf{Z}_m \mathbf{b}_m)$ dapat diubah dengan memasukkan unsur $\mathbf{Z}_m \hat{\mathbf{b}}_m$ menjadi

$$\text{bentuk } (\mathbf{y}_m - \mathbf{Z}_m \mathbf{b}_m) = \mathbf{y}_m - \mathbf{Z}_m \hat{\mathbf{b}}_m + \mathbf{Z}_m \hat{\mathbf{b}}_m - \mathbf{Z}_m \mathbf{b}_m = \mathbf{y}_m - \mathbf{Z}_m \hat{\mathbf{b}}_m + \mathbf{Z}_m (\hat{\mathbf{b}}_m - \mathbf{b}_m).$$

Dengan demikian pada distribusi *posterior* gabungan dari parameter \mathbf{b} dan Σ

bentuk $(\mathbf{y}_m - \mathbf{Z}_m \mathbf{b}_m)' (\mathbf{y}_m - \mathbf{Z}_m \mathbf{b}_m)$ menjadi:

$$\begin{aligned}
(\mathbf{y}_m - \mathbf{Z}_m \mathbf{b}_m)' (\mathbf{y}_m - \mathbf{Z}_m \mathbf{b}_m) &= [(\mathbf{y}_m - \mathbf{Z}_m \hat{\mathbf{b}}_m) + (\mathbf{Z}_m (\hat{\mathbf{b}}_m - \mathbf{b}_m))]' [(\mathbf{y}_m - \mathbf{Z}_m \hat{\mathbf{b}}_m) + (\mathbf{Z}_m (\hat{\mathbf{b}}_m - \mathbf{b}_m))] \\
&= (\mathbf{y}_m - \mathbf{Z}_m \hat{\mathbf{b}}_m)' (\mathbf{y}_m - \mathbf{Z}_m \hat{\mathbf{b}}_m) + (\mathbf{Z}_m (\hat{\mathbf{b}}_m - \mathbf{b}_m))' (\mathbf{Z}_m (\hat{\mathbf{b}}_m - \mathbf{b}_m)) \\
&\quad + 2(\mathbf{y}_m - \mathbf{Z}_m \hat{\mathbf{b}}_m)' \mathbf{Z}_m (\hat{\mathbf{b}}_m - \mathbf{b}_m) \\
&= (\mathbf{y}_m - \mathbf{Z}_m \hat{\mathbf{b}}_m)' (\mathbf{y}_m - \mathbf{Z}_m \hat{\mathbf{b}}_m) + (\hat{\mathbf{b}}_m - \mathbf{b}_m)' \mathbf{Z}_m' \mathbf{Z}_m (\hat{\mathbf{b}}_m - \mathbf{b}_m).
\end{aligned}$$

Karena $\hat{\mathbf{b}}_m = (\mathbf{Z}_m' \mathbf{Z}_m)^{-1} \mathbf{Z}_m' \mathbf{y}_m$ sehingga dapat dituliskan $\hat{\mathbf{y}}_m = \mathbf{Z}_m \hat{\mathbf{b}}_m = \mathbf{H} \mathbf{y}_m$, dimana $\mathbf{H} = \mathbf{Z}_m (\mathbf{Z}_m' \mathbf{Z}_m)^{-1} \mathbf{Z}_m'$. Sedangkan error dari model dari persamaan (4.17) adalah $\hat{\mathbf{e}} = \mathbf{y}_m - \hat{\mathbf{y}}_m = \mathbf{y}_m - \mathbf{H} \mathbf{y}_m = (\mathbf{I} - \mathbf{H}) \mathbf{y}_m = (\mathbf{I} - \mathbf{Z}_m (\mathbf{Z}_m' \mathbf{Z}_m)^{-1} \mathbf{Z}_m') \mathbf{y}_m$. Dengan demikian $(\mathbf{y}_m - \mathbf{Z}_m \hat{\mathbf{b}}_m)' \mathbf{Z}_m = (\mathbf{y}_m - \hat{\mathbf{y}}_m)' \mathbf{Z}_m = \left((\mathbf{I} - \mathbf{Z}_m (\mathbf{Z}_m' \mathbf{Z}_m)^{-1} \mathbf{Z}_m') \mathbf{y}_m \right)' \mathbf{Z}_m = 0$, dan membuat $(\mathbf{y}_m - \mathbf{Z}_m \hat{\mathbf{b}}_m)' \mathbf{Z}_m (\hat{\mathbf{b}}_m - \mathbf{b}_m) = 0$. Berdasarkan uraian di atas distribusi *full conditional posterior* dari parameter \mathbf{b}_m :

$$\begin{aligned}
p(\mathbf{b}_m | \mathbf{b}_{m-1}, \dots, \mathbf{b}_1, \sigma_m^2, \mathbf{y}, \mathbf{X}) &\propto \exp \left[-\frac{1}{2\sigma_m^2} (\mathbf{y}_m - \mathbf{Z}_m \mathbf{b}_m)' (\mathbf{y}_m - \mathbf{Z}_m \mathbf{b}_m) \right] \\
&\propto \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_m^2} \left\{ (\mathbf{y}_m - \mathbf{Z}_m \hat{\mathbf{b}}_m)' (\mathbf{y}_m - \mathbf{Z}_m \hat{\mathbf{b}}_m) + (\hat{\mathbf{b}}_m - \mathbf{b}_m)' \mathbf{Z}_m' \mathbf{Z}_m (\hat{\mathbf{b}}_m - \mathbf{b}_m) \right\} \right\} \\
&\propto \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_m^2} \left\{ (T-p)s^2 + (\mathbf{b}_m - \hat{\mathbf{b}}_m)' \mathbf{Z}_m' \mathbf{Z}_m (\mathbf{b}_m - \hat{\mathbf{b}}_m) \right\} \right\} \\
&\propto \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_m^2} \left\{ (\mathbf{b}_m - \hat{\mathbf{b}}_m)' \mathbf{Z}_m' \mathbf{Z}_m (\mathbf{b}_m - \hat{\mathbf{b}}_m) \right\} \right\},
\end{aligned}$$

dengan

$$s^2 = \frac{(\mathbf{y}_m - \mathbf{Z}_m \hat{\mathbf{b}}_m)' (\mathbf{y}_m - \mathbf{Z}_m \hat{\mathbf{b}}_m)}{(T-p)}.$$



Sedangkan *full conditional posterior* parameter Σ juga dapat dilakukan secara analitik melalui bentuk *posterior* gabungan pada persamaan (4.22).

Lemma 4.6

Jika terdapat model SUR yang mengikuti persamaan (4.17) dengan distribusi *posterior* gabungan dari parameter \mathbf{b} dan Σ pada persamaan (4.22), maka *full conditional posterior* dari parameter σ_m^2 adalah:

$$p(\sigma_m^2 | \sigma_{m-1}^2, \dots, \sigma_2^2, \sigma_1^2, \mathbf{b}, \mathbf{y}, \mathbf{X}) \propto (\sigma_m^2)^{-(A+1)} \left\{ \exp \left[-\frac{B}{\sigma_m^2} \right] \right\}, \quad (4.29)$$

dengan

$$A = \frac{1}{2}(T - M + 2m + 1) \text{ dan}$$

$$B = \frac{1}{2}(\mathbf{y}_m - \mathbf{Z}_m \hat{\mathbf{b}}_m)' (\mathbf{y}_m - \mathbf{Z}_m \hat{\mathbf{b}}_m); \quad m = 2, 3, \dots, M.$$

Bukti:

Seperti halnya pada proses pembentukan distribusi *full conditional posterior* dari parameter \mathbf{b}_m , maka distribusi *full conditional posterior* dari σ_m^2 juga dapat diperoleh dengan menggunakan distribusi *posterior* gabungan dari parameter \mathbf{b} dan Σ sebagai berikut :

$$p(\mathbf{b}, \Sigma | \mathbf{y}, \mathbf{X}) \propto \prod_{m=1}^M (\sigma_m^2)^{-(T-M+2m+1)/2} \left\{ \exp \left[-\frac{1}{2\sigma_m^2} (\mathbf{y}_m - \mathbf{Z}_m \mathbf{b}_m)' (\mathbf{y}_m - \mathbf{Z}_m \mathbf{b}_m) \right] \right\}.$$

Parameter lain selain parameter σ_m^2 pada distribusi *posterior* gabungan dari parameter \mathbf{b} dan Σ di atas dianggap bernilai tetap, yaitu dengan cara memberikan nilai konstan pada komponen parameter selain parameter σ_m^2 . Dengan demikian distribusi *full conditional posterior* dari parameter σ_m^2 adalah:

$$\begin{aligned} p(\sigma_m^2 | \sigma_{m-1}^2, \dots, \sigma_2^2, \sigma_1^2, \mathbf{b}, \mathbf{y}, \mathbf{X}) &\propto (\sigma_m^2)^{-(T-M+2m+1)/2} \exp \left[-\frac{1}{2\sigma_m^2} (\mathbf{y}_m - \mathbf{Z}_m \mathbf{b}_m)' (\mathbf{y}_m - \mathbf{Z}_m \mathbf{b}_m) \right] \\ &\propto (\sigma_m^2)^{-(T-M+2m+1)/2} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_m^2} \left[(\mathbf{y}_m - \mathbf{Z}_m \hat{\mathbf{b}}_m)' (\mathbf{y}_m - \mathbf{Z}_m \hat{\mathbf{b}}_m) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (\hat{\mathbf{b}}_m - \mathbf{b}_m)' \mathbf{Z}_m' \mathbf{Z}_m (\hat{\mathbf{b}}_m - \mathbf{b}_m) \right] \right\} \\ &\propto (\sigma_m^2)^{-(T-M+2m+1)/2} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_m^2} (\mathbf{y}_m - \mathbf{Z}_m \hat{\mathbf{b}}_m)' (\mathbf{y}_m - \mathbf{Z}_m \hat{\mathbf{b}}_m) \right\}. \end{aligned}$$

Dengan memisalkan : $A = \frac{1}{2}(T - M + 2m + 1)$ dan $B = \frac{1}{2}(\mathbf{y}_m - \mathbf{Z}_m \hat{\mathbf{b}}_m)' (\mathbf{y}_m - \mathbf{Z}_m \hat{\mathbf{b}}_m)$,

maka :

$$p(\sigma_m^2 | \sigma_{m-1}^2, \dots, \sigma_2^2, \sigma_1^2, \mathbf{b}, \mathbf{y}, \mathbf{X}) \propto (\sigma_m^2)^{-(A+1)} \left\{ \exp \left[-\frac{B}{\sigma_m^2} \right] \right\}.$$

■

Berdasarkan persamaan di atas, *full conditional* untuk parameter σ_m^2 akan berdistribusi invers Gamma (Zellner dan Ando, 2010), yaitu :

$$\sigma_m^2 | \sigma_m^2 | \sigma_{m-1}^2, \dots, \sigma_2^2, \sigma_1^2, \mathbf{b}, \mathbf{y}, \mathbf{X} \sim \mathbf{IG}(A, B).$$

Penggunaan konsep *Gibbs Sampling* menjadi pembenaran terhadap penggunaan distribusi *full conditional posterior* sebagai solusi bagi distribusi *marginal posterior* yang mengandung bentuk integral dengan dimensi tinggi. Namun, secara analitis hal ini dapat dibuktikan melalui Preposisi 4.2 berikut.

Preposisi 4.2.

Jika diberikan distribusi *marginal posterior* suatu parameter \mathbf{b} dan Σ seperti pada persamaan (4.23) sampai dengan persamaan (4.27), maka dapat didekati dengan distribusi *full conditional posterior* untuk parameter \mathbf{b} dan Σ seperti pada persamaan (4.28) dan (4.29) .

Bukti:

Bentuk distribusi *marginal posterior* untuk \mathbf{b}_1 seperti pada persamaan (4.23) adalah:

$$p(\mathbf{b}_1 | \mathbf{y}, \mathbf{X}) \propto \int \dots \int p(\mathbf{b}, \Sigma | \mathbf{y}, \mathbf{X}) d\mathbf{b}_2 d\mathbf{b}_3 \dots d\mathbf{b}_M d\Sigma .$$

Apabila $p(\mathbf{b}, \Sigma | \mathbf{y}, \mathbf{X})$ sebagai distribusi *posterior* gabungan semua parameter model tidak diketahui, maka:

$$p(\mathbf{b}_1 | \mathbf{y}, \mathbf{X}) \propto \int \dots \int p(\mathbf{b}_1 | \mathbf{b}_2, \dots, \mathbf{b}_M, \Sigma, \mathbf{y}, \mathbf{X}) p(\mathbf{b}_2 | \mathbf{b}_3, \dots, \mathbf{b}_M, \Sigma, \mathbf{y}, \mathbf{X}) \dots p(\mathbf{b}_{M-1} | \mathbf{b}_M, \Sigma, \mathbf{y}, \mathbf{X}) p(\mathbf{b}_M | \Sigma, \mathbf{y}, \mathbf{X}) p(\Sigma | \mathbf{y}, \mathbf{X}) d\mathbf{b}_2 \dots d\mathbf{b}_M d\Sigma .$$

Berdasarkan konsep ekspektasi (Casella dan George, 1992), maka:

$$\int p(\mathbf{b}_M | \Sigma, \mathbf{y}, \mathbf{X}) p(\Sigma | \mathbf{y}, \mathbf{X}) d\Sigma = E(p(\mathbf{b}_M | \mathbf{y}, \mathbf{X})) \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N p(\mathbf{b}_M | \mathbf{y}_i, \mathbf{X}), \text{ dengan } N \rightarrow \infty.$$

Dengan melakukan substitusi konsep BMA (*Bayesian Model Averaging*), yaitu

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N p(\mathbf{b}_M | \mathbf{y}_i, \mathbf{X}) = \hat{p}(\mathbf{b}_M) \text{ ke dalam bentuk } p(\mathbf{b}_M | \Sigma, \mathbf{y}, \mathbf{X}) p(\Sigma | \mathbf{y}, \mathbf{X}) d\Sigma, \text{ maka:}$$

$$\begin{aligned}
p(\mathbf{b}_1 | \mathbf{y}, \mathbf{X}) &\propto \int \dots \int p(\mathbf{b}_1 | \mathbf{b}_2, \dots, \mathbf{b}_M, \boldsymbol{\Sigma}, \mathbf{y}, \mathbf{X}) p(\mathbf{b}_2 | \mathbf{b}_3, \dots, \mathbf{b}_M, \boldsymbol{\Sigma}, \mathbf{y}, \mathbf{X}) \dots p(\mathbf{b}_{M-1} | \mathbf{b}_M, \boldsymbol{\Sigma}, \mathbf{y}, \mathbf{X}) \hat{p}(\mathbf{b}_M) d\mathbf{b}_2 \dots d\mathbf{b}_M \\
&\propto \int \dots \int p(\mathbf{b}_1 | \mathbf{b}_2, \dots, \mathbf{b}_M, \boldsymbol{\Sigma}, \mathbf{y}, \mathbf{X}) p(\mathbf{b}_2 | \mathbf{b}_3, \dots, \mathbf{b}_M, \boldsymbol{\Sigma}, \mathbf{y}, \mathbf{X}) \dots p(\mathbf{b}_{M-2} | \mathbf{b}_{M-1}, \boldsymbol{\Sigma}, \mathbf{y}, \mathbf{X}) \hat{p}(\mathbf{b}_{M-1}) d\mathbf{b}_2 \dots d\mathbf{b}_{M-1} \\
&\vdots \\
&\propto \int \dots \int p(\mathbf{b}_1 | \mathbf{b}_2, \dots, \mathbf{b}_M, \boldsymbol{\Sigma}, \mathbf{y}, \mathbf{X}) p(\mathbf{b}_2 | \mathbf{b}_3, \dots, \mathbf{b}_M, \boldsymbol{\Sigma}, \mathbf{y}, \mathbf{X}) \hat{p}(\mathbf{b}_3) d\mathbf{b}_2 \dots d\mathbf{b}_3 \\
&\propto \int p(\mathbf{b}_1 | \mathbf{b}_2, \dots, \mathbf{b}_M, \boldsymbol{\Sigma}, \mathbf{y}, \mathbf{X}) \hat{p}(\mathbf{b}_2) d\mathbf{b}_2 \\
&\propto E(p(\mathbf{b}_1 | \mathbf{b}_2, \dots, \mathbf{b}_M, \boldsymbol{\Sigma}, \mathbf{y}, \mathbf{X})) \quad \blacksquare
\end{aligned}$$

Dengan demikian terbukti bahwa distribusi *full conditional posterior* parameter \mathbf{b}_1 adalah estimasi distribusi *marginal posterior* parameter \mathbf{b}_1 , atau $p(\mathbf{b}_1 | \mathbf{y}, \mathbf{X})$ dan hal ini dapat diberlakukan untuk distribusi *posterior* semua parameter model Bayesian SUR.

Proses estimasi parameter model Bayesian SUR dengan menggunakan sampling prosedur DMC dilakukan melalui tahapan dalam Algoritma 4.2.

Algoritma 4.2 : Proses DMC pada model SUR.

Langkah 1: Menetapkan M banyaknya persamaan dalam model SUR dan menentukan sampel sebanyak T .

Langkah 2 : Membangkitkan sampel untuk persamaan $m=1$, yaitu sampel parameter $\sigma_1^{2(t)}$, $t=1,2,\dots,T$, dan memasukkan nilainya ke dalam $p(\mathbf{b}_1 | \sigma_1^2, \mathbf{y}, \mathbf{X})$. Kemudian akan dihasilkan nilai $\mathbf{b}_1^{(t)}$ dari $p(\mathbf{b}_1 | \sigma_1^{2(t)}, \mathbf{y}, \mathbf{X})$, $t=1,2,\dots,T$.

Langkah 3 : Melanjutkan iterasi dari $m \rightarrow m+1$, sehingga akan dihasilkan $\sigma_m^{2(t)}$ dari bentuk kondisional distribusi invers gamma $p(\sigma_m^2 | \mathbf{b}_{m-1}^{(t)}, \mathbf{b}_{m-2}^{(t)}, \dots, \mathbf{b}_1^{(t)}, \mathbf{y}, \mathbf{X})$ dan kemudian membangkitkan nilai $\mathbf{b}_m^{(t)}$ dari $p(\mathbf{b}_m | \mathbf{b}_{m-1}^{(t)}, \mathbf{b}_{m-2}^{(t)}, \dots, \mathbf{b}_1^{(t)}, \sigma_m^{2(t)}, \mathbf{y}, \mathbf{X})$ untuk $t=1,2,\dots,T$.

Langkah 4 : Ulangi langkah 3 secara berurutan sampai $m=M$.

Langkah 5 : Melakukan transformasi nilai parameter $\boldsymbol{\Sigma}^{(t)}$ ke dalam parameter $\boldsymbol{\Omega}^{(t)}$ melalui hubungan antara $\boldsymbol{\Sigma}$ dan $\boldsymbol{\Omega}$.

Langkah 6 : Mendapatkan sample koefisien $\beta^{(t)}$ dari distribusi Normal dengan

rata-rata $\hat{\beta}^{(t)} = (\mathbf{X}'(\mathbf{\Omega}^{(t)-1} \otimes \mathbf{I})\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'(\mathbf{\Omega}^{(t)-1} \otimes \mathbf{I})\mathbf{y}$ dan matriks kovarians

$$\hat{\mathbf{\Omega}}_{\beta}^{(t)} = (\mathbf{X}'(\mathbf{\Omega}^{(t)-1} \otimes \mathbf{I})\mathbf{X})^{-1}, \text{ untuk } t=1,2,\dots,T.$$

Simulasi terhadap prosedur estimasi model Bayesian SUR dengan DMC dilakukan untuk melihat apakah hasil estimasi parameter yang dihasilkan sesuai atau mendekati parameter yang ditetapkan dalam simulasi. Penetapan banyaknya variabel prediktor dan jumlah pengamatan dalam simulasi ini sama seperti yang dilakukan pada simulasi model Bayesian SUR dengan MCMC pada sub-bab 4.1.1. Dalam simulasi ini juga dilakukan dengan dua kondisi yaitu pada korelasi *error* rendah ($0 \leq |\rho| \leq 0,2$) maupun korelasi *error* tinggi ($0,8 \leq |\rho| \leq 1$). Dengan demikian model simulasi dan matriks varian kovariansnya dapat digambarkan dalam bentuk matriks yang sama seperti pada persamaan (4.13), (4.14) dan (4.15).

Tabel 4.3 Hasil Estimasi Parameter Data Simulasi DMC Dengan Sampel Kecil

Parameter		Korelasi <i>Error</i> Rendah ($0 \leq \rho \leq 0,2$)					Korelasi <i>Error</i> Tinggi ($0,8 \leq \rho \leq 1$)						
		estimasi	Interval				estimasi	Interval					
n=30	β_{11}	3,025224	(2,931964	,	3,136298)	2,998165	(2,899146	,	3,073569)
	β_{12}	-1,98759	(-2,071404	,	-1,90757)	-2,003668	(-2,09228	,	-1,939524)
	β_{21}	1,991093	(1,813465	,	2,178274)	2,014671	(1,940823	,	2,079067)
	β_{22}	1,017474	(0,90157	,	1,163764)	1,004666	(0,943035	,	1,075175)
n=50	β_{11}	3,03809	(2,94162	,	3,118192)	2,986546	(2,948131	,	3,025022)
	β_{12}	-1,991002	(-2,064625	,	-1,916745)	-1,994207	(-2,030522	,	-1,935595)
	β_{21}	2,019986	(1,912529	,	2,127712)	2,007788	(1,964392	,	2,051269)
	β_{22}	1,020163	(0,918443	,	1,133897)	0,986859	(0,930632	,	1,056047)

Demikian juga dengan matriks kovariat \mathbf{X}_m dibangkitkan dari distribusi yang sama yaitu distribusi Uniform dengan interval (-4,4). Sedangkan vektor-vektor koefisien dari parameter ditetapkan bahwa $\beta_1 = (3,-2)$ dan $\beta_2 = (2,1)$.

Perlakuan sama yang dilakukan pada simulasi dengan metode DMC dan metode MCMC dengan tujuan agar hasil simulasi dapat dibandingkan diantara kedua metode tersebut. Banyaknya iterasi *Markov Chain Monte Carlo* pada simulasi ini adalah 5000 iterasi. Seperti pada simulasi MCMC, simulasi dengan metode DMC ini penentuan besarnya korelasi *error* dalam simulasi ini juga dilakukan perulangan sebanyak 100 kali. Demikian juga jumlah pengamatan dalam simulasi ini ditentukan untuk sampel kecil ($T=30$ dan $T=50$) dan sampel besar ($T=100$ dan $T=500$).

Tabel 4.4 Hasil Estimasi Parameter Data Simulasi DMC Dengan Sampel Besar

Parameter		Korelasi <i>Error</i> Rendah ($0 \leq \rho \leq 0,2$)				Korelasi <i>Error</i> Tinggi ($0,8 \leq \rho \leq 1$)			
		estimasi	Interval			estimasi	Interval		
n=100	β_{11}	3,000842	(2,95313	, 3,060265)		3,000961	(2,977839	, 3,027196)	
	β_{12}	-2,005926	(-2,052479	, -1,957884)		-1,998209	(-2,01652	, -1,979481)	
	β_{21}	1,996362	(1,918331	, 2,072969)		2,0103	(1,982389	, 2,040461)	
	β_{22}	1,037326	(0,946174	, 1,111226)		0,999814	(0,967836	, 1,032991)	
n=500	β_{11}	2,994596	(2,970476	, 3,020827)		3,003849	(2,996221	, 3,012837)	
	β_{12}	-1,9993	(-2,021959	, -1,974644)		-2,000726	(-2,009275	, -1,99278)	
	β_{21}	1,987316	(1,953185	, 2,016297)		2,000772	(1,989641	, 2,010926)	
	β_{22}	1,010303	(0,977981	, 1,040775)		1,001387	(0,989464	, 1,014327)	

Hasil simulasi metode DMC dengan sampel kecil ($T=30$ dan $T=50$) yang terdapat pada Tabel 4.3 serta Tabel 4.4 untuk sampel besar ($T=100$ dan $T=500$). Hasil simulasi DMC dengan kondisi korelasi *error* rendah maupun korelasi *error* tinggi menunjukkan hasil yang baik karena semua estimasinya berada dalam intervalnya. Syntax program simulasi model dan hasilnya yang lengkap dapat dilihat pada Lampiran 55 dan Lampiran 56. Hasil estimasi parameter model pada Tabel 4.3 dan Tabel 4.4 memperlihatkan bahwa nilai rata-rata *posterior* mendekati nilai parameter yang ditetapkan untuk membangun model SUR pada awal simulasi. Begitu juga jika dilihat pada interval hasil simulasi menunjukkan bahwa seluruh nilai estimasi parameter berada dalam nilai intervalnya. Dengan demikian, prosedur

algoritma DMC yang dibangun adalah benar dan dapat digunakan pada data penelitian di Jawa Timur.

4.2 Model Bayesian SUR Dengan *Error* Berdistribusi *Skew Normal*

Sebagai asumsi dalam model SUR, *error* yang berdistribusi normal seringkali tidak sesuai dengan kondisi suatu data yang sebenarnya. Salah satu alternatifnya adalah dengan melakukan transformasi, namun transformasi data dapat membuat sulit dalam penjelasan eksperimental sebagaimana diungkapkan oleh Azzalini dan Capitanio (1999). Salah satu cara untuk mengatasi hal tersebut adalah dengan menggunakan distribusi *Skew Normal*.

Distribusi *Skew Normal* yang diusulkan Fernandez (1998) menganggap bahwa δ adalah suatu residual model yang mempunyai kemungkinan nilai, $-\infty < \delta < \infty$ adalah berdistribusi Normal, $\delta \sim N(0, \sigma^2)$. Misalkan $f(\cdot)$ distribusi univariat yang simetri pada nol, maka distribusi *Skew Normal* dengan parameter γ untuk variable δ didefinisikan seperti pada persamaan (4.30).

$$\begin{aligned} p(\delta | \gamma, f) &= \frac{2}{\gamma + \frac{1}{\gamma}} \left\{ f\left(\frac{\delta}{\gamma}\right) I_{(0, \infty)}(\delta) + f(\gamma\delta) I_{(-\infty, 0)}(\delta) \right\} \\ &= \frac{2}{\gamma + \frac{1}{\gamma}} f\left(\delta \gamma^{-\text{sign}(\delta)}\right), \end{aligned} \quad (4.30)$$

di mana $I_S(\cdot)$ adalah fungsi indikator pada S , dan $\text{sign}(\cdot)$ adalah fungsi tanda pada \mathbb{R} . dengan $-\infty < \delta < \infty$ dan $\gamma = (0, \infty)$. Parameter γ difungsikan sebagai alat transformasi pembagi, $\frac{\delta}{\gamma}$, untuk $\delta \geq 0$, dan memperlakukannya sebagai parameter pengali, $\delta\gamma$, untuk $\delta < 0$. Sehingga distribusi aslinya masih dapat dipertahankan pada saat $\gamma = 1$, $f(\delta | \gamma = 1) = f(\delta)$, dimana $\delta \sim N(0, \sigma^2)$.

Apabila terdapat sebanyak M variabel random δ dan γ , yaitu $\boldsymbol{\delta} = (\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_M)'$ dan $\boldsymbol{\gamma} = (\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_M)'$, maka $\mathbf{f} = (f_1(\cdot), f_2(\cdot), \dots, f_M(\cdot))'$ merupakan vektor dari M univariat yang simetri dengan M unimodal. Dengan menggunakan teori distribusi

multivariat, apabila terdapat vektor $\xi = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_M)'$ dan matriks non-singular $\mathbf{A} \in R^{M \times M}$, sedangkan variabel $\eta = (\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_M)' \in R^M$ yang didefinisikan sebagai:

$$\eta = \mathbf{A}'\delta + \xi, \quad (4.31)$$

maka persamaan multivariat *Skew Normal* dari η dengan parameter $\xi, \mathbf{A}, \gamma, f$ adalah (Ferreira dan Steel, 2007):

$$p(\eta | \xi, \mathbf{A}, \gamma, f) = \|\mathbf{A}\|^{-1} \prod_{m=1}^M p\left[(\eta - \xi)' \mathbf{A}_{.m}^{-1} | \gamma_m, f_m\right], \quad (4.32)$$

dimana $\mathbf{A}_{.j}^{-1}$ merupakan anggota kolom ke- j^{th} dari matriks \mathbf{A}^{-1} , $\|\mathbf{A}\|$ adalah nilai mutlak dari determinan matriks \mathbf{A} , dan $p(\cdot | \gamma, f)$ seperti fungsi *Skew Normal* pada persamaan (4.30). Berdasarkan persamaan (4.30), (4.31) dan (4.32), maka diperoleh bentuk umum multivariat *Skew Normal* untuk δ seperti dalam persamaan (4.33).

$$\begin{aligned} p(\delta | \mathbf{A}, \gamma, f) &= \|\mathbf{A}\|^{-1} \prod_{m=1}^M p[\delta_m | \gamma_m, f_m] \\ &= \|\mathbf{A}\|^{-1} \prod_{m=1}^M \left[\frac{2}{\gamma + \frac{1}{\gamma}} f\left(\delta \gamma^{-\text{sign}(\delta)}\right) \right] \end{aligned} \quad (4.33)$$

Mempertimbangkan persamaan model SUR dengan M persamaan dan T pengamatan pada persamaan (4.1) yaitu:

$$\mathbf{y}_m = \mathbf{X}_m \boldsymbol{\beta}_m + \mathbf{u}_m, \quad m = 1, 2, \dots, M,$$

$$\text{dimana } E[\mathbf{u}_m \mathbf{u}_n'] = \begin{cases} \omega_{mm} \mathbf{I}(m \neq n) \\ \omega_{mm} \mathbf{I}(m = n) \end{cases},$$

dan M adalah banyak persamaan, \mathbf{y}_m dan \mathbf{u}_m adalah vektor berukuran $(T \times 1)$, \mathbf{X}_m adalah matriks berukuran $T \times (K + 1)$ dan $\boldsymbol{\beta}_m$ adalah vektor berukuran $(K + 1) \times 1$.

Persamaan di atas menunjukkan bahwa model SUR mempunyai variabel independen dan bentuk varian *error* yang berbeda serta adanya korelasi di antara *error* pada persamaan yang berbeda. Model SUR dapat ditulis dalam bentuk matriks seperti pada persamaan (4.2), yaitu :

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u}.$$

Apabila pada persamaan model SUR di atas, variabel \mathbf{u} yang merupakan *error* dari model SUR, $\mathbf{u} = \mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}$, mempunyai distribusi *Skew Normal*, maka persamaan untuk variabel \mathbf{u} dapat diperoleh dengan menggunakan (4.33), yaitu :

$$p(\mathbf{u} | \mathbf{A}, \gamma, f) = \|\mathbf{A}\|^{-1} \prod_{m=1}^M \left[\frac{2}{\gamma + \frac{1}{\gamma}} \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \right) \exp \left[\frac{1}{2} \left(\mathbf{A}^{-1} \mathbf{u} \gamma^{-\text{sign}(\mathbf{u} \mathbf{A}^{-1})} \right)^2 \right] \right]. \quad (4.34)$$

Matriks \mathbf{A} merupakan *spectral decomposition* dari matriks varian kovarian $\boldsymbol{\Sigma}$ Ferreira dan Steel (2007), sehingga $\mathbf{A}'\mathbf{A} = \boldsymbol{\Sigma}$ atau $\mathbf{A} = \boldsymbol{\Sigma}^{1/2}$. Oleh sebab itu dengan menggunakan fungsi Jacobian dari variabel \mathbf{u} ke variabel \mathbf{y} , persamaan (4.34) dapat ditulis sebagai berikut (Santosa dkk., 2018) :

$$p(\mathbf{y} | \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\Sigma}, \gamma, \mathbf{X}) = \|\boldsymbol{\Sigma}\|^{-1/2} \prod_{m=1}^M \left[\frac{2}{\gamma + \frac{1}{\gamma}} \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \right) \exp \left[\frac{1}{2} \left((\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})' (\boldsymbol{\Sigma})^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) \gamma^{-2\text{sign}((\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) \boldsymbol{\Sigma}^{-1/2})} \right) \right] \right] \quad (4.35)$$

Persamaan (4.35) merupakan fungsi *likelihood* model Bayesian SUR *Skew Normal* yang akan digunakan untuk mendapatkan estimasi parameter model melalui rata-rata *posterior* model. Distribusi *Skew Normal* bukan merupakan distribusi standar yang disediakan oleh paket program WinBUGS, untuk mengatasi hal tersebut digunakan teknik Zeros Trick. Secara umum kode *syntax* Zeros Trick dalam WinBUGS dengan memanfaatkan log fungsi *likelihood* model dapat ditulis dibawah ini (Ntzoufras, 2009):

```
C<-10000
for(i in 1:n){
  zeros[i]<-0
  zeros[i]~dpois(zeros.mean[i])
  zeros.mean[i]<- -l[i]+ C
  l[i]<- #Log fungsi likelihood
  ...}
```

Log fungsi *likelihood* model Bayesian SUR *Skew Normal* yang digunakan dalam *syntax* di atas seperti dalam persamaan (4.36) (Santosa dkk., 2018).

$$\log p(\mathbf{y} | \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\Sigma}, \gamma, \mathbf{X}) = \log \|\boldsymbol{\Sigma}\|^{-1/2} + \sum_{j=1}^m \log \left[\frac{2}{\gamma + \frac{1}{\gamma}} \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \right) \exp \left[\frac{1}{2} \left((\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})' (\boldsymbol{\Sigma})^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) \gamma^{-\text{sign}((\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) \boldsymbol{\Sigma}^{-1/2})} \right) \right] \right]. \quad (4.36)$$

Sedangkan *prior* dari γ mengikuti distribusi *Gamma* dengan parameter p dan q atau dapat ditulis $\gamma \sim \text{Gamma}(p, q)$ adalah:

$$p(\gamma) = f(\gamma | p, q) = \frac{\gamma^{p-1} e^{-\gamma/q}}{\Gamma(p) q^p}, \quad \gamma \geq 0, p > 0, q > 0. \quad (4.37)$$

Penggunaan distribusi *prior* pada parameter model Bayesian SUR *Skew Normal* menggunakan distribusi *prior* independen untuk menghindari masalah kompleksitas dalam pemodelan (Box dan Tiao, 1973; Carlin dan Chib, 1995). Distribusi *prior* untuk parameter $\boldsymbol{\beta}$ adalah:

$$\begin{aligned} p(\boldsymbol{\beta}) &= p(\boldsymbol{\beta}_1) p(\boldsymbol{\beta}_2) \dots p(\boldsymbol{\beta}_M) \\ p(\boldsymbol{\beta}) &= \prod_{m=1}^M p(\boldsymbol{\beta}_m) \\ \boldsymbol{\beta}_m &\sim N(\mu_{\boldsymbol{\beta}_m}, \sigma_{\boldsymbol{\beta}_m}^2) \\ \sigma_{\boldsymbol{\beta}_m}^2 &= 1 / \tau_{\boldsymbol{\beta}_m} \\ p(\boldsymbol{\beta}_m) &\propto \sqrt{\tau_{\boldsymbol{\beta}_m}} \exp \left[-\frac{\tau_{\boldsymbol{\beta}_m}}{2} (\boldsymbol{\beta}_m - \mu_{\boldsymbol{\beta}_m})^2 \right]. \end{aligned} \quad (4.38)$$

Distribusi *prior* untuk $\boldsymbol{\beta}_m$, $m=1,2,\dots,M$ didefinisikan sebagai $p(\boldsymbol{\beta}_m)$ adalah distribusi Normal yang merupakan *pseudo informative prior*.

Dalam pendekatan Bayesian seringkali distribusi *Invers Wishart* digunakan sebagai prior untuk $\boldsymbol{\Sigma}$, tapi hal ini terjadi jika distribusi *Invers Wishart* merupakan konjuget dari fungsi *likelihood*-nya. Oleh karena distribusi *Invers Whisart* tidak konjuget dengan fungsi *likelihood* dari model Bayesian SUR *Skew Normal*, maka distribusi *prior* untuk parameter $\boldsymbol{\Sigma}$ merupakan gabungan parameter τ dan ρ yang didefinisikan sebagai berikut (Ntzoufras, 2009):

$$\boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} \tau & \tau \times \rho & 0 \\ \tau \times \rho & \tau \times (1 + \rho^2) & \tau \times \rho \\ 0 & \tau \times \rho & \tau \end{bmatrix}. \quad (4.39)$$

Prior τ menggunakan distribusi Gamma (m,n) atau dapat ditulis $\tau \sim \text{Gamma}(m,n)$ adalah:

$$p(\tau) = f(\tau | m, n) = \frac{\tau^{m-1} e^{-\tau/n}}{\Gamma(m) n^m}, \quad (4.40)$$

dan prior ρ mengikuti distribusi Uniform (a,b) atau $\rho \sim \text{Uniform}(a,b)$ adalah:

$$p(\rho) = f(\rho | a, b) = \frac{1}{b-a}. \quad (4.41)$$

Berdasarkan penjelasan pada sub-bab 2.5 bahwa distribusi *posterior* gabungan model Bayesian SUR *Skew Normal* merupakan gabungan informasi dari fungsi *likelihood Skew Normal* dan distribusi *prior* parameter-parameternya. Dengan kata lain distribusi *posterior* gabungan proporsional dengan perkalian fungsi *likelihood* dan *prior* seperti pada persamaan (4.42).

$$g(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\Sigma}, \gamma | \mathbf{y}, \mathbf{X}) \propto p(\mathbf{y} | \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\Sigma}, \gamma, \mathbf{X}) \cdot p(\boldsymbol{\beta}_1) p(\boldsymbol{\beta}_2) \dots p(\boldsymbol{\beta}_M) \cdot p(\tau) \cdot p(\rho) \cdot p(\gamma). \quad (4.42)$$

Selanjutnya, distribusi *marginal posterior* untuk masing-masing parameter diperoleh dengan mengintegrasikan persamaan (4.42) terhadap parameter selain parameter yang diestimasi.

Distribusi *marginal posterior* koefisien model Bayesian SUR *Skew Normal* adalah:

$$\begin{aligned} p(\boldsymbol{\beta}_1 | \mathbf{y}) &\propto \int \dots \int p(\mathbf{y} | \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\Sigma}, \gamma) p(\boldsymbol{\beta}_2) p(\boldsymbol{\beta}_3) \dots p(\boldsymbol{\beta}_M) p(\tau) p(\rho) p(\gamma) \\ &\quad d\boldsymbol{\beta}_2 d\boldsymbol{\beta}_3 \dots d\boldsymbol{\beta}_M d\tau d\rho d\gamma \\ &\propto \int \dots \int p(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\Sigma}, \gamma | \mathbf{y}) d\boldsymbol{\beta}_2 d\boldsymbol{\beta}_3 \dots d\boldsymbol{\beta}_M d\tau d\rho d\gamma \end{aligned} \quad (4.43)$$

$$\begin{aligned} p(\boldsymbol{\beta}_2 | \mathbf{y}) &\propto \int \dots \int p(\mathbf{y} | \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\Sigma}, \gamma) p(\boldsymbol{\beta}_1) p(\boldsymbol{\beta}_3) \dots p(\boldsymbol{\beta}_M) p(\tau) p(\rho) p(\gamma) \\ &\quad d\boldsymbol{\beta}_1 d\boldsymbol{\beta}_3 \dots d\boldsymbol{\beta}_M d\tau d\rho d\gamma \\ &\propto \int \dots \int p(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\Sigma}, \gamma | \mathbf{y}) d\boldsymbol{\beta}_1 d\boldsymbol{\beta}_3 \dots d\boldsymbol{\beta}_M d\tau d\rho d\gamma \end{aligned} \quad (4.44)$$

⋮

$$\begin{aligned} p(\boldsymbol{\beta}_m | \mathbf{y}, \mathbf{X}) &\propto \int \dots \int p(\mathbf{y}, \mathbf{X} | \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\Omega}) p(\boldsymbol{\beta}_1) \dots p(\boldsymbol{\beta}_{m-1}) p(\boldsymbol{\beta}_{m+1}) \dots p(\boldsymbol{\beta}_M) p(\boldsymbol{\Omega}) \\ &\quad d\boldsymbol{\beta}_1 \dots d\boldsymbol{\beta}_{m-1} d\boldsymbol{\beta}_{m+1} \dots d\boldsymbol{\beta}_M d\boldsymbol{\Omega} \\ &\propto \int \dots \int p(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\Omega} | \mathbf{y}, \mathbf{X}) d\boldsymbol{\beta}_1 \dots d\boldsymbol{\beta}_{m-1} d\boldsymbol{\beta}_{m+1} \dots d\boldsymbol{\beta}_M d\boldsymbol{\Omega} \end{aligned} \quad (4.45)$$

⋮

$$\begin{aligned}
p(\boldsymbol{\beta}_M | \mathbf{y}) &\propto \int \dots \int p(\mathbf{y} | \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\Sigma}, \gamma) p(\boldsymbol{\beta}_1) p(\boldsymbol{\beta}_2) \dots p(\boldsymbol{\beta}_{M-1}) p(\tau) p(\rho) p(\gamma) \\
&\quad d\boldsymbol{\beta}_1 d\boldsymbol{\beta}_2 \dots d\boldsymbol{\beta}_{M-1} d\tau d\rho d\gamma \\
&\propto \int \dots \int p(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\Sigma}, \gamma | \mathbf{y}) d\boldsymbol{\beta}_1 d\boldsymbol{\beta}_2 \dots d\boldsymbol{\beta}_{M-1} d\tau d\rho d\gamma
\end{aligned} \tag{4.46}$$

$$\begin{aligned}
p(\tau | \mathbf{y}) &\propto \int \dots \int p(\mathbf{y} | \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\Sigma}, \gamma) p(\boldsymbol{\beta}_1) p(\boldsymbol{\beta}_2) \dots p(\boldsymbol{\beta}_M) p(\rho) p(\gamma) \\
&\quad d\boldsymbol{\beta}_1 d\boldsymbol{\beta}_2 \dots d\boldsymbol{\beta}_M d\rho d\gamma \\
&\propto \int \dots \int p(\boldsymbol{\Sigma}, \boldsymbol{\beta}, \gamma | \mathbf{y}) d\boldsymbol{\beta}_1 d\boldsymbol{\beta}_2 \dots d\boldsymbol{\beta}_M d\rho d\gamma
\end{aligned} \tag{4.47}$$

$$\begin{aligned}
p(\rho | \mathbf{y}) &\propto \int \dots \int p(\mathbf{y} | \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\Sigma}, \gamma) p(\boldsymbol{\beta}_1) p(\boldsymbol{\beta}_2) \dots p(\boldsymbol{\beta}_M) p(\tau) p(\gamma) \\
&\quad d\boldsymbol{\beta}_1 d\boldsymbol{\beta}_2 \dots d\boldsymbol{\beta}_M d\tau d\gamma \\
&\propto \int \dots \int p(\boldsymbol{\Sigma}, \boldsymbol{\beta}, \gamma | \mathbf{y}) d\boldsymbol{\beta}_1 d\boldsymbol{\beta}_2 \dots d\boldsymbol{\beta}_M d\tau d\gamma
\end{aligned} \tag{4.48}$$

$$\begin{aligned}
p(\gamma | \mathbf{y}) &\propto \int \dots \int p(\mathbf{y} | \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\Sigma}, \gamma) p(\boldsymbol{\beta}_1) p(\boldsymbol{\beta}_2) \dots p(\boldsymbol{\beta}_M) p(\tau) p(\rho) \\
&\quad d\boldsymbol{\beta}_1 d\boldsymbol{\beta}_2 \dots d\boldsymbol{\beta}_M d\tau d\rho \\
&\propto \int \dots \int p(\boldsymbol{\Sigma}, \boldsymbol{\beta}, \gamma | \mathbf{y}) d\boldsymbol{\beta}_1 d\boldsymbol{\beta}_2 \dots d\boldsymbol{\beta}_M d\tau d\rho
\end{aligned} \tag{4.49}$$

Terlihat bahwa distribusi *marginal posterior* setiap parameter mengandung integral dengan dimensi yang cukup tinggi sehingga proses penyelesaiannya menjadi sangat kompleks dan rumit. Oleh karena itu, metode Bayesian dengan pendekatan numerik MCMC menjadi salah satu alternatif metode untuk mendapatkan solusinya. Proses estimasi dengan menggunakan MCMC dan *Gibbs Sampling* dilakukan melalui pengambilan sampel secara berulang melalui bentuk distribusi *full conditional posterior*. Dengan metode MCMC ini, dapat diketahui karakteristik untuk setiap parameter dalam distribusi *posterior* gabungan yang kompleks tersebut tanpa harus menghitung atau mengetahui bagaimana bentuk fungsi *marginal* dari parameter itu.

Lemma 4.7.

Jika distribusi *posterior* gabungan dari parameter model Bayesian SUR *Skew Normal* mengikuti persamaan (4.42), dan fungsi *likelihood* mengikuti persamaan (4.35), serta distribusi *prior* untuk masing-masing parameter mengikuti persamaan (4.37), (4.38), (4.40) dan (4.41), maka distribusi *posterior* gabungan model Bayesian SUR *Skew Normal* adalah:

$$g(\boldsymbol{\beta}, \tau, \rho, \gamma | \mathbf{y}, \mathbf{X}) \propto \|\boldsymbol{\Sigma}\|^{-1/2} \prod_{m=1}^M \mathbf{A} \times \prod_{m=1}^M \sqrt{\tau_{\beta_m}} \mathbf{B} \times \frac{\tau^{m-1} e^{-\tau/n}}{\Gamma(m) n^m} \times \frac{1}{b-a} \times \frac{\gamma^{p-1} e^{-\gamma/q}}{\Gamma(p) q^p}, \quad (4.50)$$

dengan

$$\mathbf{A} = \frac{2}{\gamma + \frac{1}{\gamma}} \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \right) \exp \left[\frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \left((\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})' (\boldsymbol{\Sigma})^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) \gamma^{-\text{sign}((\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) \boldsymbol{\Sigma}^{-1/2})} \right) \right] \quad (4.51)$$

$$\mathbf{B} = \exp \left[-\frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \tau_{\beta_m} (\boldsymbol{\beta}_m - \mu_{\beta_m})^2 \right]. \quad (4.52)$$

Bukti :

Persamaan distribusi *posterior* gabungan dari parameter model Bayesian SUR *Skew Normal* adalah:

$$g(\boldsymbol{\beta}, \tau, \rho, \gamma | \mathbf{y}, \mathbf{X}) \propto p(y | \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\Sigma}, \gamma, \mathbf{y}, \mathbf{X}) \cdot p(\boldsymbol{\beta}_1) p(\boldsymbol{\beta}_2) \dots p(\boldsymbol{\beta}_M) \cdot p(\tau) \cdot p(\rho) \cdot p(\gamma)$$

Selanjutnya berdasarkan fungsi *likelihood* dalam persamaan (4.35), dan fungsi distribusi *prior* untuk masing-masing parameter dalam persamaan (4.37), (4.38), (4.40) dan (4.41), maka bentuk proporsional dari distribusi *posterior* gabungan di atas dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} g(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\Sigma}, \gamma | \mathbf{y}, \mathbf{X}) &\propto \|\boldsymbol{\Sigma}\|^{-1/2} \prod_{m=1}^M \mathbf{A} \times B_1 \times B_2 \times \dots \times B_M \times \frac{\tau^{m-1} e^{-\tau/n}}{\Gamma(m) n^m} \times \frac{1}{b-a} \times \frac{\gamma^{p-1} e^{-\gamma/q}}{\Gamma(p) q^p} \\ &\propto \|\boldsymbol{\Sigma}\|^{-1/2} \prod_{m=1}^M \mathbf{A} \times \prod_{m=1}^M \sqrt{\tau_{\beta_m}} \mathbf{B} \times \frac{\tau^{m-1} e^{-\tau/n}}{\Gamma(m) n^m} \times \frac{1}{b-a} \times \frac{\gamma^{p-1} e^{-\gamma/q}}{\Gamma(p) q^p} \end{aligned}$$

dengan

$$B_1 = \sqrt{\tau_{\beta_1}} \exp \left[-\frac{\tau_{\beta_1}}{2} (\boldsymbol{\beta}_1 - \mu_{\beta_1})^2 \right]$$

$$B_2 = \sqrt{\tau_{\beta_2}} \exp \left[-\frac{\tau_{\beta_2}}{2} (\boldsymbol{\beta}_2 - \mu_{\beta_2})^2 \right]$$

$$B_M = \sqrt{\tau_{\beta_M}} \exp \left[-\frac{\tau_{\beta_M}}{2} (\boldsymbol{\beta}_M - \mu_{\beta_M})^2 \right],$$

sedangkan \mathbf{A} dan \mathbf{B} , masing-masing mengikuti persamaan (4.51) dan (4.52) ■

Sesuai dengan penjelasan dalam sub-bab 2.4.7, distribusi *full conditional posterior* untuk setiap parameter adalah bentuk proporsional dari distribusi *posterior* gabungan seluruh parameter dengan memberikan nilai konstan beberapa komponen lainnya. Sehingga distribusi *posterior* gabungan tersebut tidak mengandung parameter yang akan diestimasi, karena parameter lain selain parameter yang akan diestimasi tersebut dianggap bernilai tetap. Dengan demikian berdasarkan persamaan (4.50), bentuk distribusi *full conditional posterior* untuk setiap parameter model Bayesian SUR *Skew Normal* yang akan diestimasi adalah sebagai berikut:

- a. Distribusi *full conditional posterior* untuk β_m dibentuk berdasarkan distribusi *posterior* gabungan parameter model Bayesian SUR *Skew Normal*:

$$g(\beta, \Sigma, \gamma | y, X) \propto p(y | \beta, \Sigma, \gamma, y, X) \cdot p(\beta_1) p(\beta_2) \dots p(\beta_M) \cdot p(\tau) \cdot p(\rho) \cdot p(\gamma)$$

Sehingga diperoleh distribusi *posterior* gabungan seperti dalam persamaan (4.50).

Selanjutnya, distribusi *full conditional posterior* untuk β_m diperoleh dengan cara:

$$p(\beta_m | \beta_{\setminus m}, \Sigma, \gamma | y) \propto \int \dots \int p(\beta, \Sigma, \gamma | y) d\beta_1 d\beta_2 \dots d\beta_{m-1} d\beta_{m+1} \dots d\beta_M d\tau d\rho d\gamma.$$

Oleh karena parameter lain selain parameter β_m ditetapkan bernilai konstan, maka diperoleh distribusi *full conditional posterior* untuk β_m dari distribusi *posterior* gabungan dalam persamaan (4.50) yang hanya terdiri dari komponen yang mengandung parameter β_m saja.

Dalam persamaan (4.50), komponen yang mengandung parameter β_m hanya komponen **A** dan **B**, sehingga bentuk proporsional distribusi *full conditional posterior* untuk β_m adalah:

$$p(\beta_m | \beta_{\setminus m}, \Sigma, \gamma | y) \propto \mathbf{A} \cdot \mathbf{B}, \quad (4.53)$$

dengan **A** mengikuti persamaan (4.51) dan **B** mengikuti persamaan (4.52) serta $\beta_{\setminus m}$ adalah vektor β tanpa elemen m .

Selanjutnya dengan cara yang sama diperoleh distribusi *full conditional posterior* untuk parameter lainnya.

b. Distribusi *full conditional posterior* untuk Σ :

$$p(\Sigma_m | \beta, \Sigma_{\setminus m}, \gamma | \mathbf{y}) \propto \|\Sigma\|^{-1/2} \mathbf{A.B.} \frac{\tau^{m-1} e^{-\tau/n}}{\Gamma(m) n^m} \quad (4.54)$$

c. Distribusi *full conditional posterior* untuk γ :

$$p(\gamma | \beta, \Sigma, \mathbf{y}) \propto \mathbf{A.} \left(\frac{\gamma^{p-1} e^{-\gamma/q}}{\Gamma(p) q^p} \right) \quad (4.55)$$

Dengan demikian distribusi *full conditional posterior* merupakan penyelesaian bagi distribusi *marginal posterior* yang mengandung bentuk integral dengan dimensi tinggi. Secara analitis penggunaan konsep *Gibbs Sampling* sebagai pembenaran terhadap penggunaan distribusi *full conditional posterior* dapat dibuktikan melalui Preposisi 4.3 berikut.

Proposisi 4.3.

Jika diberikan distribusi *marginal posterior* parameter model Bayesian SUR *Skew Normal* seperti pada persamaan (4.49), maka dapat didekati dengan distribusi *full conditional posterior* seperti pada persamaan (4.53), (4.54) dan (4.55) .

Bukti:

Bentuk distribusi *marginal posterior* untuk β_1 seperti pada persamaan (4.49) adalah:

$$p(\beta_1 | \mathbf{y}, \mathbf{X}) \propto \int \dots \int p(\beta, \Sigma, \gamma | \mathbf{y}, \mathbf{X}) d\beta_2 d\beta_3 \dots d\beta_M d\tau d\rho d\gamma ,$$

dimana $p(\beta, \Sigma, \gamma | \mathbf{y}, \mathbf{X})$ adalah distribusi *posterior* gabungan semua parameter model. Apabila distribusi *posterior* gabungan $p(\beta, \Sigma, \gamma | \mathbf{y}, \mathbf{X})$ tidak diketahui maka:

$$P(\beta_1 | \mathbf{y}) \propto \int \dots \int p(\beta_1 | \beta_2, \dots, \beta_M, \Sigma, \gamma, \mathbf{y}, \mathbf{X}) \dots p(\beta_{M-1} | \beta_M, \Sigma, \gamma, \mathbf{y}, \mathbf{X}) \\ p(\beta_M | \Sigma, \gamma, \mathbf{y}, \mathbf{X}) p(\Sigma | \gamma, \mathbf{y}, \mathbf{X}) p(\gamma | \mathbf{y}, \mathbf{X}) d\beta_2 \dots d\beta_M d\Sigma d\gamma .$$

Memperhatikan bentuk fungsi $p(\Sigma | \gamma, \mathbf{y}, \mathbf{X}) p(\gamma | \mathbf{y}, \mathbf{X}) d\gamma$, dengan $p(\gamma | \mathbf{y}, \mathbf{X})$ adalah *posterior* dari parameter γ , sesuai konsep ekspektasi (Casella dan George, 1992), maka:

$$\int p(\Sigma|\gamma, \mathbf{y}, \mathbf{X}) p(\gamma|\mathbf{y}, \mathbf{X}) d\gamma = E(p(\Sigma|\mathbf{y}, \mathbf{X})) \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N p(\Sigma|\mathbf{y}_i, \mathbf{X}), \text{ dengan } N \rightarrow \infty.$$

Sedangkan konsep *Bayesian Model Averaging* adalah $\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N p(\Sigma|\mathbf{y}_i, \mathbf{X}) = \hat{p}(\Sigma).$

Dengan melakukan substitusi fungsi $p(\Sigma|\gamma, \mathbf{y}, \mathbf{X}) p(\gamma|\mathbf{y}, \mathbf{X}) d\gamma$ dengan $\hat{p}(\Sigma)$, maka:

$$\begin{aligned} p(\beta_1|\mathbf{y}, \mathbf{X}) &\propto \int \dots \int p(\beta_1|\beta_2, \dots, \beta_M, \Sigma, \gamma, \mathbf{y}, \mathbf{X}) \dots p(\beta_M|\beta_{M-1}, \Sigma, \gamma, \mathbf{y}, \mathbf{X}) \hat{p}(\Sigma) d\beta_2 \dots d\beta_M d\Sigma \\ &\propto \int \dots \int p(\beta_1|\beta_2, \dots, \beta_M, \Sigma, \gamma, \mathbf{y}, \mathbf{X}) \dots p(\beta_{M-1}|\beta_M, \Sigma, \gamma, \mathbf{y}, \mathbf{X}) \hat{p}(\beta_M) d\beta_2 \dots d\beta_M \\ &\dots \\ &\propto \int \dots \int p(\beta_1|\beta_2, \dots, \beta_M, \Sigma, \gamma, \mathbf{y}, \mathbf{X}) p(\beta_2|\beta_3, \dots, \beta_M, \Sigma, \gamma, \mathbf{y}, \mathbf{X}) \hat{p}(\beta_3) d\beta_2 \dots d\beta_3 \\ &\propto \int p(\beta_1|\beta_2, \dots, \beta_M, \Sigma, \gamma, \mathbf{y}, \mathbf{X}) \hat{p}(\beta_2) d\beta_2 \\ &\propto E(p(\beta_1|\beta_2, \dots, \beta_M, \Sigma, \gamma, \mathbf{y}, \mathbf{X})) \end{aligned} \quad \blacksquare$$

Dengan cara yang sama dengan pembuktian Preposisi 4.3 di atas, maka pembuktian untuk distribusi *posterior* semua parameter model Bayesian SUR *Skew Normal* dapat dilakukan.

Proses estimasi parameter model Bayesian SUR *Skew Normal* ini dilakukan menggunakan MCMC dengan *Gibbs Sampling*. Proses ini adalah proses iterasi yang mengikuti proses *Markov Chain* secara iteratif dengan melakukan estimasi parameter dengan diberikan informasi nilai parameter di tahap iterasi sebelumnya. Proses ini akan berlangsung secara *full conditional* untuk setiap parameter yang selanjutnya disusun bergantian sebagai tahapan iteratif simulasi stokastik (Gelman dkk., 2004). Prosedur iterasi *Gibbs Sampling* pada model SUR *Skew Normal* dilakukan dengan tahapan dalam Algoritma 4.3.

Algoritma 4.3 : Iterasi *Gibbs Sampling* pada model Bayesian SUR *Skew Normal*.

Langkah 1: Menentukan nilai awal (*initial value*) untuk setiap parameter yang akan diestimasi $(\beta^{(0)} \tau^{(0)} \rho^{(0)} \gamma^{(0)})$.

Langkah 2: Memperbarui β_m dengan membangkitkan nilai baru melalui iterasi pada distribusi *full conditional posterior* pada persamaan (4.53).

Langkah 3 : Memperbarui τ_m dan ρ_m dengan membangkitkan nilai baru melalui iterasi pada distribusi *full conditional posterior* pada persamaan (4.54).

Langkah 4: Memperbarui γ dengan membangkitkan nilai baru melalui iterasi pada distribusi *full conditional posterior* pada persamaan (4.55).

Langkah 5 : Proses pada langkah 2 sampai langkah 4 ini dilakukan secara iteratif sampai iterasi menemui konvergen.

Proses MCMC dilakukan untuk menjalankan proses iterasi estimasi parameter dengan *Gibbs Sampling*. Selama proses iterasi berjalan, WinBUGS akan menghasilkan *diagnostics plot* seperti *trace plot*, *serial plot*, *quantile plot*, *autocorrelation plot* dan *density plot*. *Diagnostics plot* tersebut digunakan untuk memonitor output proses MCMC diantaranya untuk mengetahui apakah hasil estimasi yang diperoleh sudah mencapai kondisi *equilibrium*. Hasil estimasi *posterior* parameter tidak akan diperoleh apabila sampai dengan akhir proses iterasi, distribusi *equilibrium* belum tercapai. Oleh karena itu perlu dilakukan proses ulang dengan menggunakan iterasi yang lebih banyak.

BAB 5

PENERAPAN MODEL BAYESIAN *SEEMINGLY UNRELATED* REGRESSION NORMAL DAN SKEW NORMAL

Tujuan utama bab ini adalah membahas penerapan model *Bayesian Seemingly Unrelated Regression* (SUR) dengan *error* berdistribusi Normal dan *Skew Normal*. Pemodelan Bayesian SUR tersebut diterapkan pada data PDRB sektor utama, yaitu sektor Pertanian, sektor Industri Pengolahan, dan sektor Perdagangan, Hotel dan Restoran (PHR) di Jawa Timur. Bab ini diawali dengan analisis deskriptif data penelitian yang digunakan dalam penerapan model Bayesian SUR. Hal ini diharapkan dapat memberikan gambaran secara umum tentang variabel-variabel penelitian yang terlibat dalam penerapan model Bayesian SUR pada sektor utama di Jawa Timur.

5.1 Analisis Deskriptif Data Penelitian

Seperti yang dijelaskan pada sub-bab 3.1, bahwa dalam penelitian ini Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang diperoleh dari Badan Pusat Statistik (BPS) Provinsi Jawa Timur untuk periode tahun 1991-2010. Data PDRB atas dasar harga konstan sektor utama di Jawa Timur yaitu sektor pertanian, sektor industri pengolahan dan sektor perdagangan, hotel dan restoran (PHR) digunakan sebagai variabel respon. Sedangkan variabel prediktor adalah banyaknya tenaga kerja, upah tenaga kerja dan data investasi yang berupa penanaman modal dalam negeri (PMDN) dan penanaman modal asing (PMA) untuk masing-masing sektor utama di Jawa Timur.

5.1.1 Deskripsi Data PDRB Sektor Utama di Jawa Timur

Perkembangan PDRB seluruh sektor di Jawa Timur secara umum menunjukkan peningkatan, namun apabila dilihat persentase kontribusi masing-masing sektor terlihat bahwa terdapat tiga sektor yang dominan dibandingkan sektor-sektor lainnya. Ketiga sektor tersebut adalah meliputi sektor pertanian, sektor industri pengolahan, dan sektor perdagangan, hotel dan restoran (PHR) yang masing-masing mempunyai kontribusi rata rata diatas lima belas persen dari total

PDRB setiap tahunnya selama kurun waktu 20 tahun (1990-2010). Kontribusi yang cukup besar dari ketiga sektor tersebut yaitu sekitar 73 persen terhadap total PDRB Jawa Timur, menjadikan ketiga sektor utama tersebut sering digunakan sebagai indikator perkembangan perekonomian di Jawa Timur.

Tabel 5.1 Kontribusi Sektor Utama di Jawa Timur

Tahun	Sektor Utama PDRB (Milyar Rupiah)			Kontribusi (persen)		
	Pertanian	Industri Pengolahan	PHR	Pertanian	Industri Pengolahan	PHR
1991	36.380,24	39.891,08	34.905,48	23,77	26,07	22,81
1992	37.836,41	43.476,00	38.603,27	23,03	26,46	23,49
1993	38.223,58	48.509,19	42.010,32	21,64	27,46	23,78
1994	38.207,97	54.808,38	45.756,35	20,15	28,90	24,13
1995	38.998,70	61.905,82	49.763,47	19,01	30,18	24,26
1996	40.531,64	69.331,39	54.489,39	18,23	31,19	24,51
1997	40.954,26	76.035,22	57.990,95	17,49	32,47	24,76
1998	38.897,43	59.168,86	47.677,02	19,93	30,31	24,42
1999	39.544,23	59.012,61	49.159,87	20,06	29,94	24,94
2000	40.029,14	60.431,84	49.475,75	19,74	29,79	24,39
2001	40.533,88	61.850,43	53.475,48	19,26	29,39	25,41
2002	41.354,49	61.396,90	57.926,65	18,93	28,11	26,52
2003	42.143,44	64.133,63	62.512,78	18,41	28,02	27,31
2004	43.331,49	67.520,43	68.295,97	17,89	27,87	28,19
2005	44.700,48	70.635,87	74.546,74	17,44	27,55	29,08
2006	45.424,59	74.118,63	77.610,22	16,71	27,27	28,55
2007	46.852,11	77.651,26	84.119,33	16,25	26,92	29,17
2008	48.315,11	81.033,88	90.911,38	15,81	26,52	29,75
2009	50.208,90	83.299,89	95.983,87	15,65	25,96	29,91
2010	51.329,55	86.900,78	106.229,11	15,00	25,39	31,04
rata rata	42.189,88	65.055,60	62.072,17	18,72	28,29	26,32

Pembangunan di Provinsi Jawa Timur mengalami perubahan srtuktur ekonomi, yaitu dari sektor primer menuju sektor sekunder dan tersier. Dominasi kontribusi sektor pertanian menurun setiap tahunnya, sebaliknya kontribusi sektor industri pengolahan dan sektor PHR mengalami peningkatan. Hal ini tidak terlepas dari pertumbuhan sektor pertanian yang rendah, bahkan rata-rata pertumbuhan sektor ini dalam kurun waktu tahun 1991 - 2010 hanya tumbuh 1,85 persen tiap

tahunnya. Meskipun demikian sektor pertanian masih merupakan salah satu sektor utama di Provinsi Jawa Timur dengan besaran kontribusi yang cukup besar yaitu rata rata 18,8 persen per tahun (tahun 1991-2010).

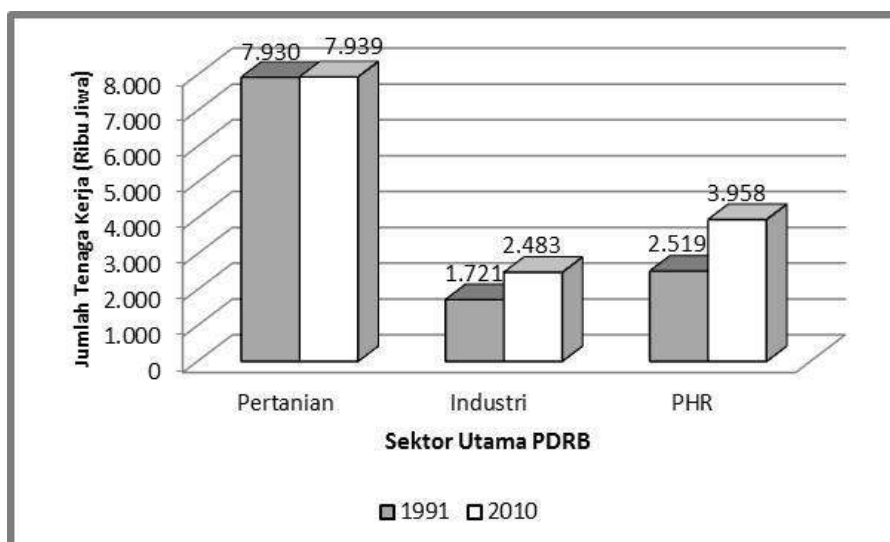
Sektor industri pengolahan merupakan sektor dengan rata rata besaran kontribusi terhadap PDRB Jawa Timur yang terbesar yaitu 28,29 persen per tahun (1990-2010). Hal ini disebabkan Jawa Timur memiliki sejumlah industri besar seperti industri pembuatan kapal, industri rokok, industri kertas, dan sebagainya. Terdapat empat kabupaten/kota yang merupakan penyumbang terbesar untuk sektor industri Pengolahan di Jawa Timur, yaitu Kota Surabaya, Kota Kediri, Kabupaten Sidoarjo, dan Kabupaten Gresik. Di Surabaya terdapat sejumlah industri besar yaitu PT. PAL, pabrik rokok Wismilak dan Sampoerna serta beberapa industri besar hingga industri kecil yang tersebar di seluruh wilayah Kota Surabaya. Pemerintah juga telah menetapkan suatu kawasan sentra industri di kawasan Rungkut yang bernama Surabaya Industrial Estate Rungkut (SIER). Kota Kediri memiliki pabrik rokok yaitu Gudang Garam. Di Kabupaten Sidoarjo memiliki sejumlah industri besar hingga kecil yang tersebar di seluruh wilayah Kabupaten Sidoarjo. Selain itu di Sidoarjo terdapat sentra kerajinan kulit untuk tas dan sepatu yaitu di kawasan Tanggulangin. Kabupaten Gresik mempunyai dua industri besar yaitu Semen Gresik dan Petrokimia.

Sektor PHR di Jawa Timur tumbuh rata rata sebesar 6,24 persen selama tahun 1991-2010. Lebih tinggi dibandingkan kedua sektor utama lainnya (sektor pertanian dan sektor industri pengolahan). Dalam kurun waktu dua puluh tahun (1991-2010), kontribusi sektor PHR rata rata sebesar 26,32 persen. Kontribusi sektor ini terus meningkat dari 22,81 persen di tahun 1991 menjadi 31,04 persen pada tahun 2010. Sedangkan kedua sektor utama lainnya, yaitu sektor pertanian dan sektor industri pengolahan mengalami penurunan kontribusi dalam kurun waktu tersebut. Hal inilah yang menyebabkan kontribusi sektor perdagangan, hotel, dan restoran mengungguli kontribusi sektor pertanian sejak tahun 1992 yang mengalami penurunan kontribusinya sebesar 0,74 persen pada tahun 1991-1992. Sektor industri pengolahan yang mengalami penurunan kontribusi sejak tahun 1997 sampai tahun 2010, diungguli oleh kontribusi sektor PHR pada tahun 2004 (lihat Tabel 5.1).

5.1.2 Kondisi Upah dan Ketenagakerjaan di Jawa Timur

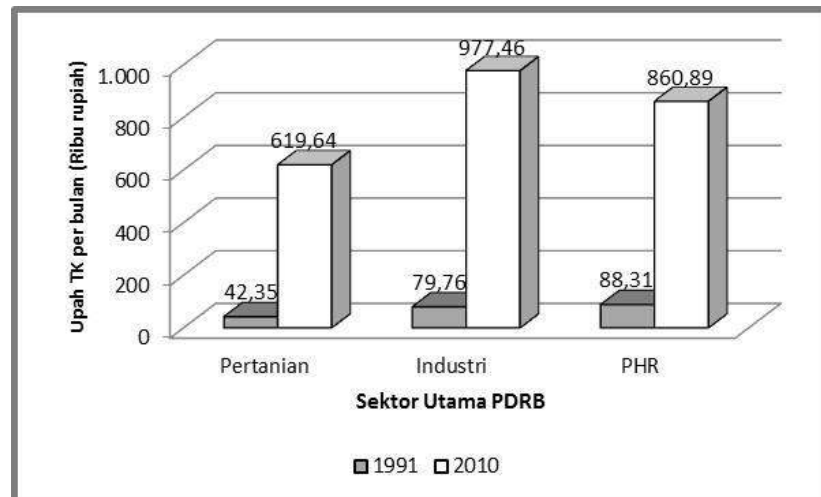
Pertumbuhan penduduk dan hal-hal yang berhubungan dengan kenaikan jumlah angkatan kerja secara tradisional dianggap sebagai faktor yang positif dalam merangsang pertumbuhan ekonomi. Artinya bahwa semakin banyak angkatan kerja yang bekerja berarti semakin produktif tenaga kerja, sedangkan semakin banyak jumlah penduduk akan meningkatkan potensi pasar domestik. Sumber daya manusia yang dilengkapi dengan ketrampilan dan sikap mental terhadap pekerjaan, serta kemampuan untuk berusaha sendiri merupakan modal utama bagi terciptanya pembangunan.

Tenaga kerja merupakan potensi sumberdaya manusia yang sangat dibutuhkan dalam proses pembangunan. Pada Gambar 5.1 terlihat bahwa tahun 2010 angkatan kerja yang bekerja pada ketiga sektor utama mencapai 14,38 juta orang, mengalami peningkatan sebesar 18,16 persen dibandingkan tahun 1991 yang hanya 12,17 juta orang. Berdasarkan banyaknya pekerja pada ketiga sektor utama tahun 2010, sektor pertanian merupakan sektor dengan jumlah tenaga kerja tertinggi (7.939.480 orang), disusul oleh sektor PHR dan sektor industri pengolahan dengan jumlah tenaga kerja masing masing 3.957.780 orang dan 2.482.563 orang. Data jumlah tenaga kerja pada sektor utama PDRB di Jawa Timur tahun 1991 – 2010 secara lengkap dapat dilihat pada Lampiran 1.



Gambar 5.1 Jumlah Pekerja Menurut Sektor Utama di Jawa Timur

Sektor PHR merupakan sektor dengan tingkat pertumbuhan rata rata tertinggi dibanding kedua sektor utama lainnya, yaitu mencapai 2,51 persen selama tahun 1991-2010. Sedangkan sektor industri pengolahan dan pertanian pada kurun waktu tersebut mempunyai tingkat pertumbuhan rata rata per tahunnya masing masing 2,28 persen dan 0,07 persen.



Gambar 5.2 Jumlah Upah per Bulan Menurut Sektor Utama di Jawa Timur

Besarnya upah yang diterima oleh pekerja pada ketiga sektor utama tahun 1991 dan tahun 2010 ditunjukkan Gambar 5.2. Pada tahun 2010 besarnya upah yang diterima pekerja sektor industri pengolahan per bulan mencapai 977.461 rupiah, sedangkan untuk sektor pertanian dan sektor PHR masing masing 619.637 rupiah dan 860.892 rupiah. Namun apabila dilihat persentase kenaikannya per tahun, sektor pertanian adalah yang tertinggi dengan angka persentase mencapai 18,05 persen, kemudian disusul sektor industri pengolahan dan sektor PHR masing masing dengan kenaikan 17,43 persen dan 15,10 persen.

5.1.3 Kondisi Investasi Di Jawa Timur

Perkembangan perekonomian daerah Jawa Timur, tidak lepas dari peranan investasi yang ditanamkan di Jawa Timur, dimana realisasi investasi selama periode tahun 1991-2010 berfluktuatif (lihat Lampiran 1). Tabel 5.2 memperlihatkan total investasi (PMA dan PMDN) untuk ketiga sektor utama di Jawa Timur dalam kurun waktu 10 tahun (tahun 1991 – 2010) mencapai Rp. 183.601,25 miliar dengan rata rata per tahunnya sebesar Rp. 9.180,06 miliar. Sektor industri pengolahan

merupakan sektor yang paling tinggi mendapatkan modal investasi sebesar Rp.176.314,22 miliar dengan rincian investasi PMDN sebesar Rp. 155.762,98 miliar dan investasi PMA sebesar Rp. 20.551,24 miliar. Sedangkan sektor pertanian adalah sektor dengan investasi terendah sebesar Rp. 1.316,76 miliar dengan rata rata per tahunnya hanya Rp. 65,84 miliar.

Tabel 5.2 Perkembangan Investasi di Jawa Timur Selama Tahun 1991-2010

Sektor Utama	Jumlah (Miliar rupiah)		Rata rata (Miliar Rupiah)	
	PMDN	PMA	PMDN	PMA
1 Pertanian	988,68	328,08	49,43	16,40
2 Industri Pengolahan	155.762,98	20.551,24	7.788,15	1.027,56
3 Perdagangan, hotel dan restoran	4.816,45	1.153,83	240,82	57,69
Total	161.568,11	22.033,15	8.078,41	1.101,66

5.2 Penerapan Model Bayesian SUR Dengan *Error* Berdistribusi Normal

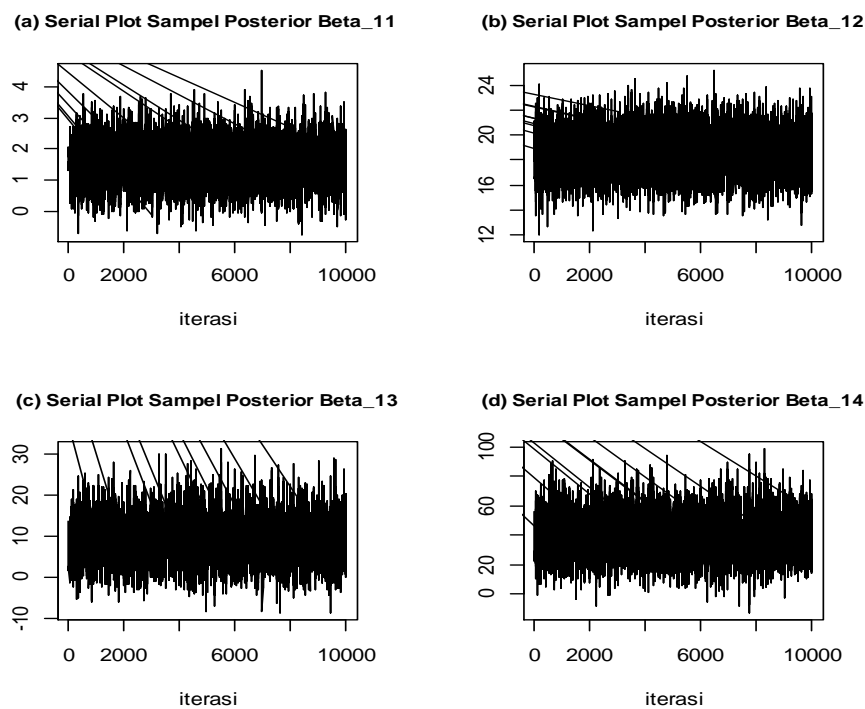
Model Bayesian SUR Normal diimplementasikan untuk pemodelan data PDRB sektor utama di Provinsi Jawa Timur dari tahun 1991 sampai dengan tahun 2010. Sektor utama tersebut meliputi sektor pertanian, sektor industri pengolahan, dan sektor perdagangan, hotel dan restoran (PHR) yang masing-masing memberikan kontribusi diatas dua puluh persen dari total PDRB di Jawa Timur.

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang diperoleh dari Badan Pusat Statistik (BPS) untuk periode tahun 1991-2010 (lihat Lampiran 1). Data tersebut terdiri dari data PDRB, tenaga kerja dan upah tenaga kerja serta data investasi (PMDN dan PMA) untuk masing-masing sektor utama. Variabel yang digunakan dalam penelitian ini, mengacu pada variabel yang digunakan Bappenas (2006). Pemodelan dilakukan dengan menggunakan tiga variabel respon, yaitu PDRB sektor pertanian (Y_1), PDRB sektor industri pengolahan (Y_2) dan PDRB sektor PHR (Y_3). Sedangkan empat variabel prediktor

yang digunakan untuk masing-masing variabel respon, adalah jumlah tenaga kerja, upah tenaga kerja, PMDN, dan PMA.

5.2.1 Penerapan Model Bayesian SUR Normal Dengan MCMC

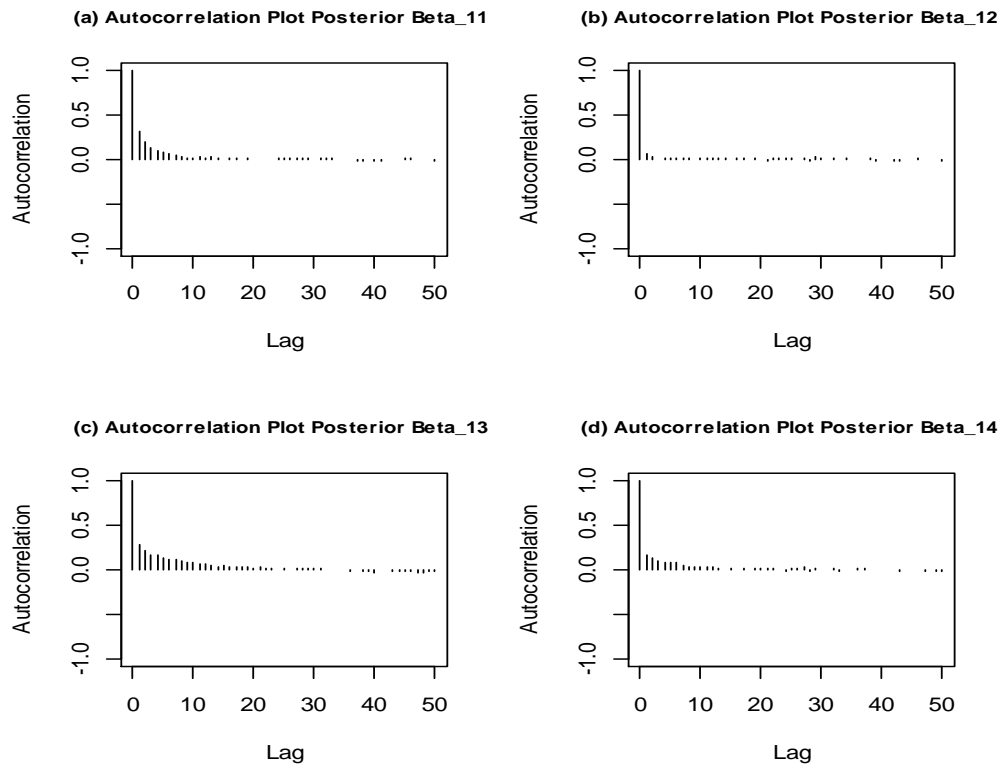
Dalam penerapan model Bayesian SUR normal dengan MCMC, proses estimasi parameter dilakukan dengan menggunakan MCMC dan algoritma *Gibbs Sampling*, dengan iterasi sebanyak 11.000 kali dan *burn-in* sebanyak 1000 iterasi (lihat Lampiran 50). Sehingga sampel yang digunakan untuk mengestimasi karakteristik parameter adalah sebanyak 10.000. Sampel *posterior* setiap parameter yang digunakan adalah data sampel posterior mulai dari iterasi yang ke 1001 sampai 11.000. Dalam proses estimasi tersebut, banyaknya iterasi dan *burn-in* yang diperlukan sangat terkait dengan kompleksitas model yang digunakan (Kery, 2010).



Gambar 5.3. *Serial plot* 10.000 iterasi yang menunjukkan terpenuhinya sifat *irreducible*, *aperiodic* dan *recurrent*

Berdasarkan sampel *posterior* tersebut, hasil estimasi yang diperoleh telah memenuhi sifat MCMC. Hal ini dapat dijelaskan melalui MCMC *diagnostic plot* sebagai berikut :

1. *Serial plot* parameter menunjukkan nilai acak dengan pola yang stasioner dan bersifat random. *Serial plot* untuk estimasi parameter beberapa koefisien model Bayesian SUR ditunjukkan dalam Gambar 5.3 *Serial plot* tersebut memperlihatkan bahwa seluruh sampel yang dihasilkan berada di suatu area/zona nilai tertentu dan tidak ada sampel yang bernilai ekstrim.
2. *Autocorrelation plot* untuk parameter yang diestimasi memperlihatkan nilai autokorelasi yang tidak signifikan karena berada dalam 95% *confidence interval*. Hal ini menunjukkan bahwa sampel yang dibangkitkan dalam proses MCMC memiliki sifat yang random.



Gambar 5.4. *Autocorrelation plot* yang menunjukkan terpenuhinya sifat *irreducible*, *aperiodic* dan *recurrent*

Kedua *plot* dalam Gambar 5.3 dan Gambar 5.4 menunjukkan bahwa proses estimasi yang dilakukan telah memenuhi sifat-sifat *Markov Chain* yang *strongly ergodic* (Bolstad, 2010; Tailor dan Carlin, 1998) yaitu:

- a. *Irreducible*, hal ini ditunjukkan dari *Serial plot* dalam Gambar 5.3. Selain itu, sifat *irreducible* tersebut dapat dibuktikan dari *Autocorrelation plot* dalam Gambar 5.4 yang menunjukkan nilai ACF

tidak ada yang signifikan. Sehingga dapat dinyatakan bahwa sampel parameter yang dibangkitkan melalui proses MCMC bersifat random.

- b. *Aperiodic*, berdasarkan sifat *irreducible* yang menunjukkan bahwa sampel parameter yang dibangkitkan bersifat random, maka hal ini mengindikasikan bahwa sampel parameter tersebut tidak memiliki pola yang periodik.
- c. *Recurrent*, hal ini dapat diilustrasikan melalui *Serial plot* dalam Gambar 5.3 yang menunjukkan bahwa pergerakan sampel parameter stabil dalam domain nilai tertentu. Dengan demikian nilai sampel tertentu akan dapat diperoleh kembali setelah sebanyak iterasi tertentu.

Oleh karena *Serial plot* tidak menunjukkan suatu pola tertentu, maka dapat dinyatakan bahwa algoritma estimasi parameter tersebut sudah mencapai kondisi yang konvergen/*steady state* (Ntzoufras, 2009). *Serial plot*, *autocorrelation plot* dan *density plot* untuk seluruh parameter model Bayesian SUR dengan MCMC terdapat di Lampiran 52 sampai dengan Lampiran 54.

Sedangkan hasil estimasi parameter secara detail dari model Bayesian SUR menggunakan MCMC dengan bantuan program paket R dapat dilihat pada Lampiran 51. Semua estimasi parameternya bertanda positif sesuai dengan teori ekonomi bahwa peningkatan jumlah tenaga kerja, upah tenaga kerja, investasi PMDN dan investasi PMA akan menyebabkan kenaikan besaran nilai PDRB. Namun demikian hasil besaran *Posterior Quantiles* menunjukkan adanya satu variabel prediktor yang tidak signifikan, yaitu variabel investasi PMDN sektor industri pengolahan (X_{23}).

Berdasarkan hasil estimasi parameter model pada Tabel 5.3, diperoleh model SUR untuk ketiga sektor utama PDRB di Jawa Timur sebagai berikut:

PDRB sektor pertanian :

$$\hat{y}_1 = 23.878,24 + 1,58X_{1,1} + 18,59X_{1,2} + 9,38X_{1,3} + 40,51X_{1,4}$$

PDRB sektor industri pengolahan :

$$\hat{y}_2 = 17.927,25 + 12,94X_{2,1} + 25,21X_{2,2} + 0,19X_{2,3} + 4,39X_{2,4}$$

PDRB sektor perdagangan, hotel dan restoran :

$$\hat{y}_3 = -7.793,50 + 15,28X_{3,1} + 39,47X_{3,2} + 6,32X_{3,3} + 55,42X_{3,4}.$$

Tabel 5.3 juga memperlihatkan bahwa tingkat elastisitas tertinggi pada model PDRB sektor pertanian adalah variabel jumlah tenaga kerja dengan angka elastisitas 0,2907. Hal ini berarti kenaikan jumlah tenaga kerja sebesar satu persen dapat meningkatkan nilai PDRB sektor pertanian sebesar 0,2907 persen. Demikian juga pada model PDRB sektor industri pengolahan dan sektor perdagangan, hotel dan restoran, yang mempunyai elastisitas tertinggi adalah variabel jumlah tenaga kerja dengan nilai masing masing 0,4531 dan 0,7824. Sedangkan tingkat elastisitas terendah dari ketiga model PDRB tersebut adalah variabel investasi PMDN dengan angka elastisitas masing masing adalah 0,0109, 0,0225 dan 0,0242. Hal ini berarti perlu ada kebijakan Pemerintah daerah Provinsi Jawa Timur untuk meningkatkan iklim investasi PMDN agar besarnya elastisitas pada tahun mendatang semakin besar pengaruhnya terhadap PDRB di Provinsi Jawa Timur.

Tabel 5.3 Hasil Estimasi Parameter Model Bayesian SUR Dengan MCMC

Estimasi Parameter	Rata rata Posterior	SD	95 % PI		Elastisitas
			2,50%	97,50%	
β_{10}	23.878,24	4.859,00	14.480,00	33.420,00	
β_{11}	1,58	0,63	0,33	2,80	0,2907
β_{12}	18,59	1,61	15,44	21,76	0,1198
β_{13}	9,38	5,03	0,02	19,88	0,0109
β_{14}	40,51	13,37	15,04	67,21	0,0157
β_{20}	17.927,25	11.680,00	-4.766,00	41.230,00	
β_{21}	12,94	6,12	0,69	24,68	0,4531
β_{22}	25,21	5,83	13,96	36,68	0,1781
β_{23}	0,19	0,17	-0,14	0,53	0,0225
β_{24}	4,39	1,13	2,24	6,62	0,0696
β_{30}	-7.793,50	15.660,00	-38.700,00	21.390,00	
β_{31}	15,28	5,67	4,72	26,56	0,7824
β_{32}	39,47	9,32	21,21	57,36	0,2666
β_{33}	6,32	2,84	0,98	12,15	0,0242
β_{34}	55,42	13,29	29,69	81,77	0,0507

5.2.2 Penerapan Model Bayesian SUR Normal dengan DMC

Dalam analisis inferensial model SUR dengan pendekatan DMC terdapat transformasi *error* pada model persamaan (4.1) menjadi model persamaan (4.17). Dengan menggunakan metode GLS pada data riil penelitian dapat diperoleh *error* untuk model persamaan (4.1), $\mathbf{y}_m = \mathbf{X}_m \boldsymbol{\beta}_m + \mathbf{u}_m$ seperti yang nampak pada Tabel 5.4. Sedangkan *error* untuk model persamaan (4.17), $\mathbf{y}_m = \mathbf{Z}_m \mathbf{b}_m + \mathbf{e}_m$ dapat dilihat pada Tabel 5.5 dimana semua nilai korelasi antar *error* model mendekati nol, sesuai dengan inferensial metode DMC yang telah diuraikan pada sub-bab 4.1.2.

Tabel 5.4 Korelasi *Error* Model PDRB Sektor Utama Dengan Metode GLS

Korelasi	<i>Error</i> model PDRB Sektor Pertanian (u_1)	<i>Error</i> model PDRB Sektor Industri Pengolahan (u_2)	<i>Error</i> model PDRB Sektor PHR (u_3)
<i>Error</i> model PDRB Sektor Pertanian (u_1)	1	0,521874	0,9193639
<i>Error</i> model PDRB Sektor Industri Pengolahan (u_2)	0,521874	1	0,7131722
<i>Error</i> model PDRB Sektor PHR (u_3)	0,9193639	0,7131722	1

Tabel 5.5 Korelasi *Error* Model PDRB Sektor Utama Hasil Transformasi *Error*

Korelasi	<i>Error</i> model PDRB Sektor Pertanian (e_1)	<i>Error</i> model PDRB Sektor Industri Pengolahan (e_2)	<i>Error</i> model PDRB Sektor PHR (e_3)
<i>Error</i> model PDRB Sektor Pertanian (e_1)	1	0,04755415	0,06163378
<i>Error</i> model PDRB Sektor Industri Pengolahan (e_2)	0,04755415	1	-0,004470569
<i>Error</i> model PDRB Sektor PHR (e_3)	0,06163378	-0,004470569	1

Hasil estimasi parameter model Bayes SUR pada Tabel 5.6 menunjukkan bahwa semua estimasi parameternya bertanda positif sesuai dengan teori ekonomi bahwa peningkatan jumlah tenaga kerja, upah tenaga kerja, investasi PMDN dan investasi PMA akan menyebabkan kenaikan pada nilai PDRB. Namun hasil besaran *Posterior Quantiles* menunjukkan adanya satu variabel prediktor yang tidak signifikan, yaitu investasi PMDN pada sektor industri pengolahan (X_{23}).

Berdasarkan hasil estimasi parameter model SUR pada Tabel 5.6, diperoleh model untuk ketiga sektor utama PDRB di Jawa Timur sebagai berikut:

PDRB sektor pertanian :

$$\hat{y}_1 = 8.250,50 + 3,58X_{1,1} + 16,98X_{1,2} + 17,03X_{1,3} + 49,00X_{1,4}$$

PDRB sektor industri pengolahan :

$$\hat{y}_2 = 20.863,47 + 11,10X_{2,1} + 25,12X_{2,2} + 0,31X_{2,3} + 4,74X_{2,4}$$

PDRB sektor perdagangan, hotel dan restoran :

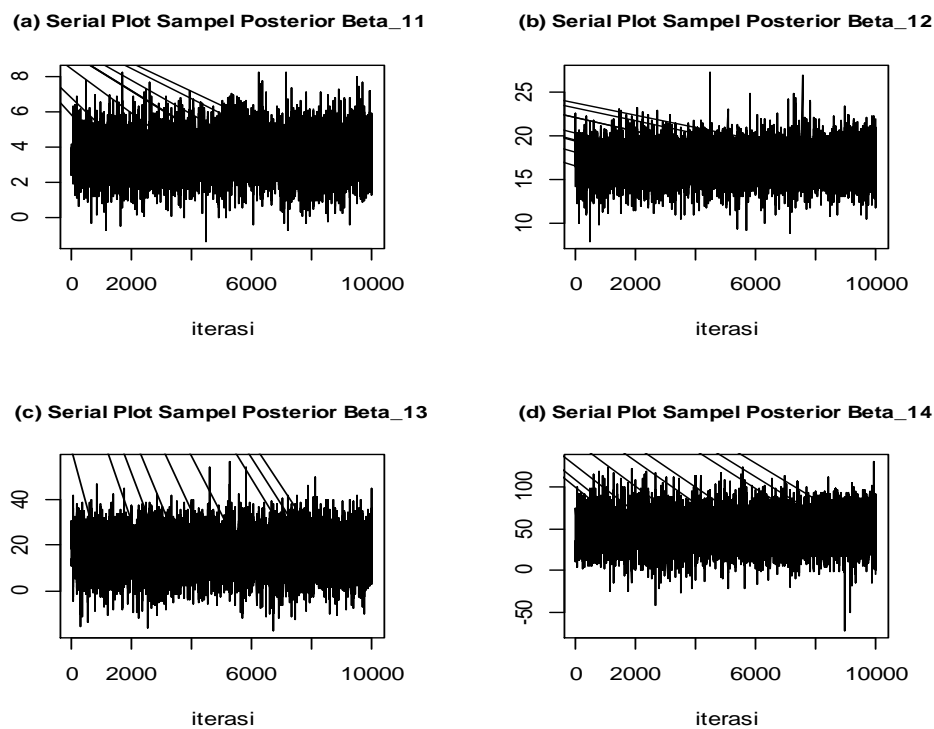
$$\hat{y}_3 = -38.323,93 + 26,27X_{3,1} + 25,12X_{3,2} + 10,85X_{3,3} + 56,49X_{3,4}$$

Tabel 5.6 Hasil Estimasi Parameter Model Bayes SUR dengan DMC

Nama Parameter		Rata-rata	SD	95 % PI		Elastisitas
		<i>Posterior</i>		2,50%	97,50%	
Pertanian_(Intersep)	β_{10}	8.250,50	8.058,93	-8.044,14	24.110,42	
pertanian_x1	β_{11}	3,58	1,07	1,46	5,75	0,6574
pertanian_x2	β_{12}	16,98	1,77	13,47	20,40	0,1094
pertanian_x3	β_{13}	17,03	7,98	0,94	32,61	0,0199
pertanian_x4	β_{14}	49,00	19,40	11,27	87,35	0,0190
industri_(Intersep)	β_{20}	20.863,47	10.681,78	26,34	42.425,40	
industri_x1	β_{21}	11,10	5,51	0,16	21,87	0,3887
industri_x2	β_{22}	25,12	5,60	13,99	36,20	0,1774
industri_x3	β_{23}	0,31	0,20	-0,09	0,69	0,0367
industri_x4	β_{24}	4,74	1,02	2,72	6,77	0,0752
perdagangan(Intersep)	β_{30}	-38.323,93	21.969,58	-79.052,56	10.779,33	
perdagangan_x1	β_{31}	26,27	8,26	7,87	41,59	1,3453
perdagangan_x2	β_{32}	25,12	12,07	2,82	52,52	0,1697
perdagangan_x3	β_{33}	10,85	3,98	2,85	18,64	0,0415
perdagangan_x4	β_{34}	56,49	20,08	15,15	95,63	0,0517

Pada model PDRB sektor pertanian, variabel jumlah tenaga kerja mempunyai tingkat elastisitas yang tertinggi yaitu 0,6574. Hal ini berarti pertumbuhan variabel jumlah tenaga kerja sebesar satu persen dapat mendorong meningkatkan PDRB Jawa Timur sektor pertanian sebesar 0,6574 persen. Demikian juga untuk model PDRB sektor industri pengolahan dan sektor perdagangan, hotel dan restoran, variabel jumlah tenaga kerja mempunyai tingkat elastisitas tertinggi yaitu masing-masing 0,3887 dan 1,3453.

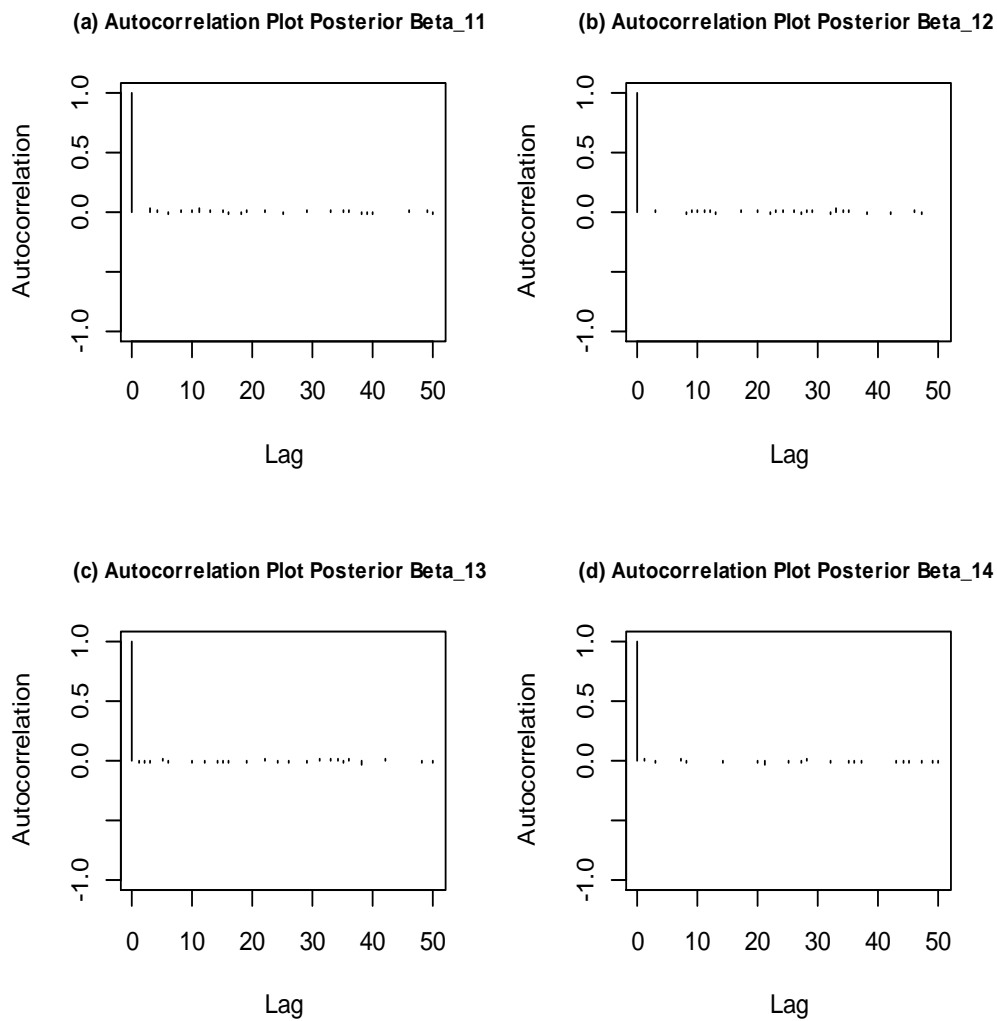
Dalam penerapan model Bayesian SUR, proses estimasi parameter dilakukan dengan menggunakan DMC dan Algoritma *Gibbs Sampling*, dengan iterasi sebanyak 10.000 iterasi. Syntax program model Bayesian SUR berdistribusi Normal dengan metode DMC dan output hasilnya dapat dilihat pada Lampiran 55 dan Lampiran 56.



Gambar 5.5 *Serial plot* 10.000 iterasi yang menunjukkan nilai acak dengan pola stasioner dan bersifat random

Hasil yang diperoleh dari proses estimasi parameter dengan menggunakan DMC dan *Gibbs Sampling* menunjukkan bahwa proses estimasi yang dilakukan tersebut sudah mencapai kondisi yang konvergen. Kesimpulan ini diambil

berdasarkan indikasi yang diperlihatkan oleh *serial plot* nilai setiap parameter yang diestimasi secara iteratif (lihat Lampiran 57). Gambar 5.5 memperlihatkan *serial plot* untuk beberapa parameter model Bayesian SUR yang diestimasi. Berdasarkan *serial plot* dari nilai parameter yang diestimasi ($\beta_{11}, \beta_{12}, \beta_{13}$, dan β_{14}), terlihat bahwa sampel parameter yang dibangkitkan dalam proses iterasi berada di dalam suatu area dan menunjukkan nilai acak dengan pola stasioner dan bersifat random.



Gambar 5.6. *Autocorrelation plot* yang menunjukkan berada dalam 95% *confidence interval confidence interval*

Sedangkan *Autocorrelation plot* pada Gambar 5.6 menyatakan bahwa sampel yang diperoleh memiliki nilai autokorelasi yang sangat kecil mendekati nilai 0. *Autocorrelation plot* tersebut juga menunjukkan bahwa parameter yang diestimasi mempunyai nilai autokorelasi yang tidak signifikan karena berada dalam

95% *confidence interval*. Hal ini mengindikasikan bahwa sampel yang dibangkitkan memiliki sifat yang random. *Autocorrelation plot* untuk semua parameter model Bayesian SUR dengan pendekatan DMC ditunjukkan pada Lampiran 58.

5.2.3 Evaluasi Keباikan Model Bayesian SUR Normal

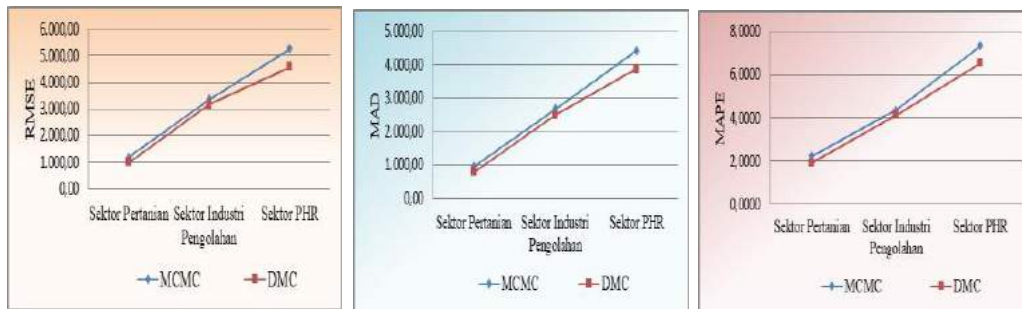
Hasil estimasi parameter model SUR Normal dengan pendekatan MCMC dan pendekatan DMC yang terdapat pada Tabel 5.3 dan Tabel 5.6 menunjukkan semua estimasi parameter dari kedua metode tersebut adalah positif, baik untuk sektor pertanian, sektor industri pengolahan dan sektor perdagangan, hotel dan restoran. Demikian pula hasil besaran *Posterior Quantiles* dari kedua pendekatan juga menunjukkan adanya satu variabel yang tidak signifikan, yaitu investasi PMDN sektor industri pengolahan ($X_{2,3}$).

Tabel 5.7 Hasil Perbandingan RMSE, MAD dan MAPE

Model Bayesian SUR	Bayesian SUR dengan MCMC			Bayesian SUR dengan DMC		
	RMSE	MAD	MAPE	RMSE	MAD	MAPE
PDRB Sektor Pertanian	1.188,04	957,17	0,0228	999,10	797,24	0,0194
PDRB Sektor Industri	3.363,61	2.674,42	0,0441	3.171,80	2.493,14	0,0417
PDRB Sektor PHR	5.275,58	4.425,21	0,0759	4.573,78	3.884,31	0,0660

Model SUR Normal dengan pendekatan MCMC dan DMC, keduanya memperlihatkan bahwa variabel jumlah tenaga kerja mempunyai tingkat elastisitas tertinggi untuk ketiga sektor utama PDRB di Jawa Timur. Sedangkan tingkat elastisitas terendah adalah variabel PMDN untuk sektor pertanian, namun untuk sektor industri pengolahan dan sektor perdagangan, hotel dan restoran variabel PMA merupakan variabel dengan tingkat elastisitas terendah.

Beberapa ukuran kebaikan model seperti RMSE, MAE dan MAPE memperlihatkan bahwa hasil estimasi parameter pendekatan DMC lebih baik dibandingkan dengan pendekatan MCMC. Perbandingan beberapa ukuran kebaikan model antara pendekatan DMC dan MCMC ditunjukkan pada Tabel 5.7 dan Gambar 5.7. Semua nilai ukuran kebaikan model (RMSE, MAE dan MAPE) dari pendekatan DMC lebih kecil dibandingkan nilai hasil pendekatan MCMC. Hasil tersebut menunjukkan bahwa estimasi parameter model SUR dengan pendekatan DMC lebih baik dari pada pendekatan MCMC.



Gambar 5.7. Hasil Perbandingan RMSE, MAD dan MAPE

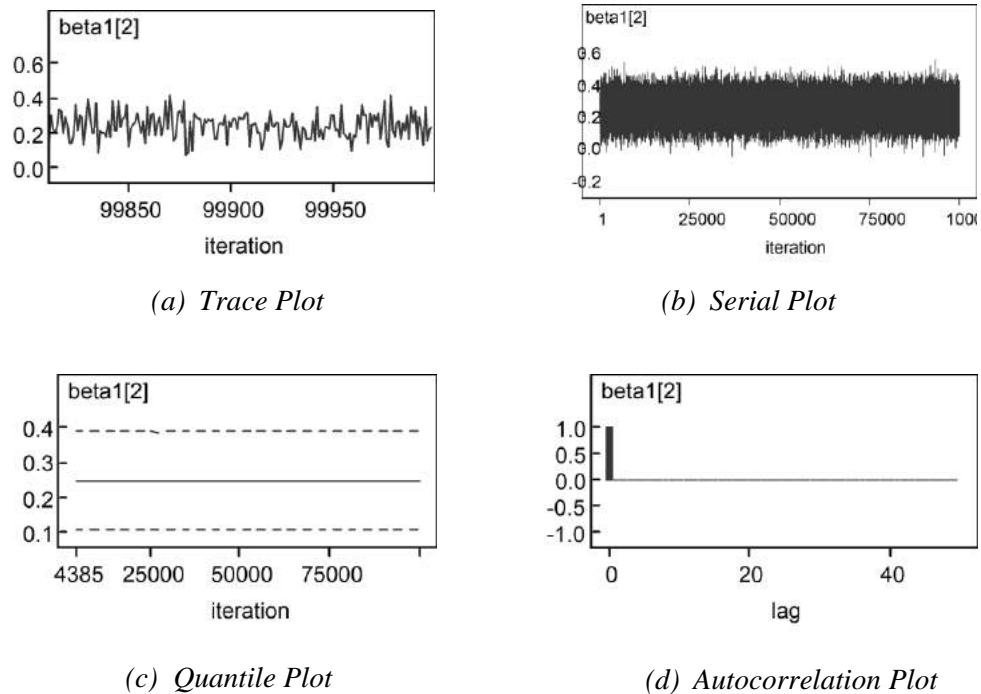
5.3 Penerapan Model Bayesian SUR *Skew Normal*

Penerapan model Bayesian SUR *Skew Normal* juga diimplementasikan untuk pemodelan data PDRB sektor utama di Provinsi Jawa Timur. Model Bayesian SUR untuk data PDRB di Jawa Timur menggunakan tiga variabel respon, yaitu PDRB sektor pertanian (Y_1), PDRB sektor industri pengolahan (Y_2) dan PDRB sektor perdagangan, hotel dan restoran (Y_3). Sedangkan terdapat empat variabel prediktor untuk masing-masing variabel respon, yaitu jumlah tenaga kerja (X_1), upah tenaga kerja (X_2), PMDN (X_3) dan PMA (X_4).

Proses estimasi dilakukan dengan menggunakan paket software WinBUGS dengan iterasi sebanyak 100.000 dengan thin 10. Untuk mengatasi perbedaan selisih antara nilai variabel Y dan nilai variabel X yang terlalu besar, maka seluruh data untuk variabel Y dan variabel X distandarkan dalam proses MCMC dengan paket software WinBUGS (lihat Lampiran 60). Hasil estimasi akan dikembalikan sesuai data aslinya dengan melakukan transformasi seluruh parameter model Bayesian SUR *Skew Normal* seperti yang terdapat pada Tabel 5.8.

Dalam proses estimasi model Bayesian SUR *Skew Normal* ini diperlukan periode *burn-in* sebanyak 400 iterasi pertama. Banyak iterasi yang diperlukan untuk periode *burn-in* ini disebabkan oleh kompleksitas model tersebut. Dengan demikian sampel yang diperoleh untuk mengestimasi karakteristik parameter ada sebanyak 99.600 sampel.

Proses estimasi parameter dengan menggunakan MCMC dan *Gibbs Sampling* menunjukkan telah memenuhi sifat MCMC dan mencapai kondisi yang konvergen. Kesimpulan ini diambil berdasarkan indikasi yang diperlihatkan oleh MCMC *diagnostic plot* yang terdiri atas *trace* dan *serial* nilai setiap parameter yang diestimasi secara iteratif, *autocorrelation* dan *quantile plot* parameter tersebut.



Gambar 5.8. *Diagnostic plot* model Bayesian SUR berdasarkan distribusi *Skew Normal*

Gambar 5.8 menunjukkan contoh *diagnostic plot* untuk salah satu parameter model β_{12} yang diestimasi. Berdasarkan *trace* dan *serial plot* dari nilai parameter β_{12} yang diestimasi, terlihat bahwa sampel parameter yang dibangkitkan dalam proses iterasi berada di dalam suatu area dan menunjukkan nilai acak dengan pola stasioner dan bersifat random. *Quantile plot* menunjukkan nilai *ergodic mean* parameter yang diperoleh sudah mencapai nilai yang stabil dan berada dalam

credible interval. *Autocorrelation plot* yang dihasilkan juga telah menyatakan bahwa sampel yang diperoleh memiliki nilai autokorelasi yang sangat kecil mendekati nilai 0. Hal ini mengindikasikan bahwa sampel yang dibangkitkan melalui proses MCMC memiliki sifat yang random. *Diagnostic plot* (*trace plot*, *serial plot*, *autocorrelation plot*, *density plot* dan *quantile plot*) untuk seluruh parameter model Bayesian SUR *Skew Normal* dapat dilihat pada Lampiran 62 sampai dengan Lampiran 66.

Tabel 5.8 Hasil Estimasi Parameter Model Bayesian SUR *Skew Normal*

Estimasi Parameter	Rata rata Posterior	SD	95 % PI		Elastisitas
			2,50%	97,50%	
β_{10}	7.761,20	4.702,10	8.132,85	26.586,88	
β_{11}	3,643	0,525	0,796	2,855	0,6688
β_{12}	16,921	0,904	6,692	10,240	0,1090
β_{13}	16,902	4,094	0,428	16,470	0,0197
β_{14}	50,337	10,209	5,150	45,240	0,0195
β_{20}	18.507,85	9.088,47	5.360,56	41.019,48	
β_{21}	12,140	2,888	0,436	11,765	0,4250
β_{22}	24,707	2,971	6,506	18,177	0,1745
β_{23}	0,312	0,080	-0,001	0,312	0,0375
β_{24}	4,859	0,546	1,366	3,509	0,0771
β_{30}	-39.221,31	13.280,34	25.032,96	77.181,83	
β_{31}	26,593	3,049	7,305	19,288	1,3621
β_{32}	24,031	5,140	1,931	22,066	0,1623
β_{33}	10,969	2,383	0,807	10,163	0,0419
β_{34}	61,282	11,750	7,623	53,602	0,0561

Hasil estimasi parameter dari model Bayesian SUR *Skew Normal* menggunakan MCMC dengan bantuan program WinBUGS secara detail dapat dilihat pada Lampiran 61. Semua estimasi parameternya bertanda positif sesuai dengan teori ekonomi bahwa peningkatan jumlah tenaga kerja, upah tenaga kerja, investasi PMDN dan investasi PMA akan menyebabkan kenaikan besaran nilai PDRB. Namun hasil besaran *Posterior Quantiles* menunjukkan adanya satu

variabel prediktor yang tidak signifikan, yaitu investasi PMDN sektor industri pengolahan (X_{23}).

Berdasarkan Tabel 5.8, terlihat bahwa tingkat elastisitas tertinggi pada model PDRB sektor pertanian adalah variabel jumlah tenaga kerja dengan angka elastisitas 0,6688. Hal ini berarti kenaikan jumlah tenaga kerja sebesar satu persen dapat meningkatkan nilai PDRB sektor pertanian sebesar 0,6688 persen. Demikian juga dengan model pada PDRB sektor industri pengolahan dan sektor perdagangan, hotel dan restoran (PHR), yang mempunyai elastisitas tertinggi adalah variabel jumlah tenaga kerja dengan nilai masing masing 0,4250 dan 1,3621.

Sedangkan tingkat elastisitas terendah dari ketiga model PDRB tersebut adalah variabel investasi PMDN dengan angka elastisitas masing masing adalah 0,0195, 0,0375 dan 0,0419. Hal ini berarti perlu ada kebijakan Pemerintah daerah Provinsi Jawa Timur untuk meningkatkan iklim investasi PMDN agar besarnya elastisitas pada tahun mendatang semakin besar pengaruhnya terhadap PDRB di Provinsi Jawa Timur. Besaran tingkat elastisitas model PDRB sektor PHR yang lebih tinggi dibanding kedua sektor lainnya, dapat digunakan Pemerintah Daerah Jawa Timur membuat kebijakan memprioritaskan peningkatan sektor PHR untuk mempercepat tingkat pertumbuhan ekonominya.

5.4 Efisiensi dan Evaluasi Kebaikan Model Bayesian SUR *Skew Normal*

Hasil estimasi parameter dari MCMC Normal pada Tabel 5.3 maupun hasil estimasi parameter dari MCMC *Skew Normal* pada Tabel 5.8 memperlihatkan bahwa semua estimasi parameternya adalah positif, baik untuk sektor pertanian, sektor industri pengolahan dan sektor perdagangan, hotel dan restoran (PHR). Hasil estimasi parameter model SUR ini sesuai dengan teori ekonomi bahwa peningkatan jumlah tenaga kerja, upah tenaga kerja, investasi PMDN dan investasi PMA akan menyebabkan kenaikan besarnya PDRB. Model SUR dengan pendekatan MCMC Normal dan *Skew Normal*, keduanya memperlihatkan bahwa variabel jumlah tenaga kerja mempunyai tingkat elastisitas tertinggi untuk ketiga sektor utama PDRB di Jawa Timur. Sedangkan tingkat elastisitas terendah adalah variabel PMDN untuk sektor Pertanian, namun untuk sektor industri pengolahan dan sektor

perdagangan, hotel dan restoran (PHR) variabel PMA merupakan variabel dengan tingkat elastisitas terendah.

Namun hasil estimasi parameter MCMC *Skew Normal* pada Tabel 5.8, memperlihatkan bahwa besaran standar deviasi sampel posterior yang dihasilkan dari pendekatan MCMC *Skew Normal* lebih kecil dibanding besaran standar deviasi sampel posterior yang dihasilkan dari pendekatan MCMC Normal pada Tabel 5.3. Hal ini menunjukkan bahwa model SUR yang dihasilkan pendekatan MCMC *Skew Normal* lebih efisien dibandingkan model SUR yang dihasilkan dari pendekatan MCMC Normal. Fakta ini juga didukung oleh range posterior interval 95% (selisih antara posterior interval 97,5 % dengan posterior interval 2,5 %) yang dihasilkan oleh pendekatan MCMC *Skew Normal* lebih kecil daripada range posterior interval 95% yang dihasilkan dari pendekatan MCMC Normal. Perbandingan efisiensi antara pendekatan MCMC Normal dan MCMC *Skew Normal* dapat dilihat lebih detail pada Tabel 5.9.

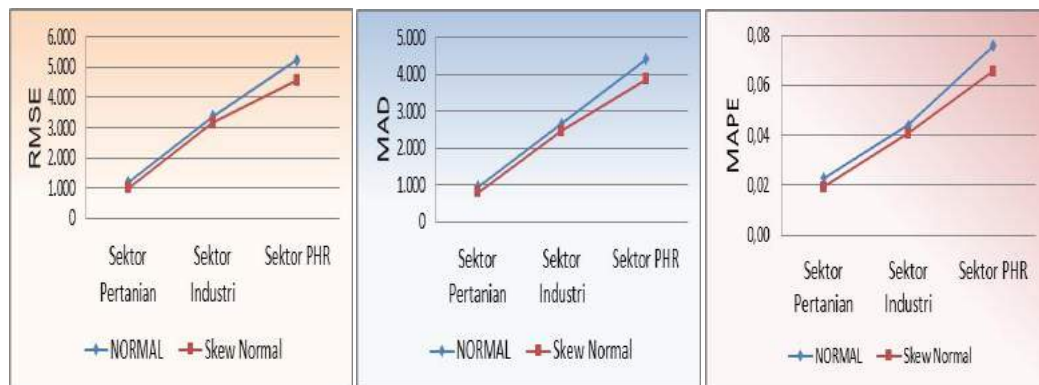
Tabel 5.9 Hasil Perbandingan Standar Deviasi dan Range Posterior Interval 95 %

Nama Parameter		SD		Range Posterior Interval 95%	
		Bayesian SUR Normal	Bayesian SUR Skew Normal	Bayesian SUR Normal	Bayesian SUR Skew Normal
pertanian_(Intercept)	β_{10}	4.859,00	4.702,10	18.940,00	18.454,03
pertanian_x1	β_{11}	0,63	0,52	2,47	2,06
pertanian_x2	β_{12}	1,61	0,90	6,32	3,55
pertanian_x3	β_{13}	5,03	4,09	19,86	16,04
pertanian_x4	β_{14}	13,37	10,21	52,17	40,09
industri_(Intercept)	β_{20}	11.680,00	9.088,47	45.996,00	35.658,92
industri_x1	β_{21}	6,12	2,89	24,00	11,33
industri_x2	β_{22}	5,83	2,97	22,72	11,67
industri_x3	β_{23}	0,17	0,08	0,67	0,31
industri_x4	β_{24}	1,13	0,55	4,38	2,14
perdagangan_(Intercept)	β_{30}	15.660,00	13.280,34	60.090,00	52.148,87
perdagangan_x1	β_{31}	5,67	3,05	21,84	11,98
perdagangan_x2	β_{32}	9,32	5,14	36,15	20,14
perdagangan_x3	β_{33}	2,84	2,38	11,17	9,36
perdagangan_x4	β_{34}	13,29	11,75	52,08	45,98

Perbandingan beberapa ukuran kebaikan model (RMSE, MAE dan MAPE) pada Tabel 5.10 memperlihatkan bahwa hasil estimasi parameter pendekatan dengan MCMC *Skew Normal* lebih baik dibandingkan dengan pendekatan MCMC Normal. Semua nilai ukuran kebaikan model dari pendekatan MCMC *Skew Normal* lebih kecil dibandingkan nilai hasil pendekatan MCMC Normal. Hasil tersebut menunjukkan bahwa estimasi parameter model SUR dengan pendekatan MCMC *Skew Normal* lebih baik dari pada pendekatan MCMC Normal.

Tabel 5.10 Hasil Perbandingan RMSE, MAD dan MAPE

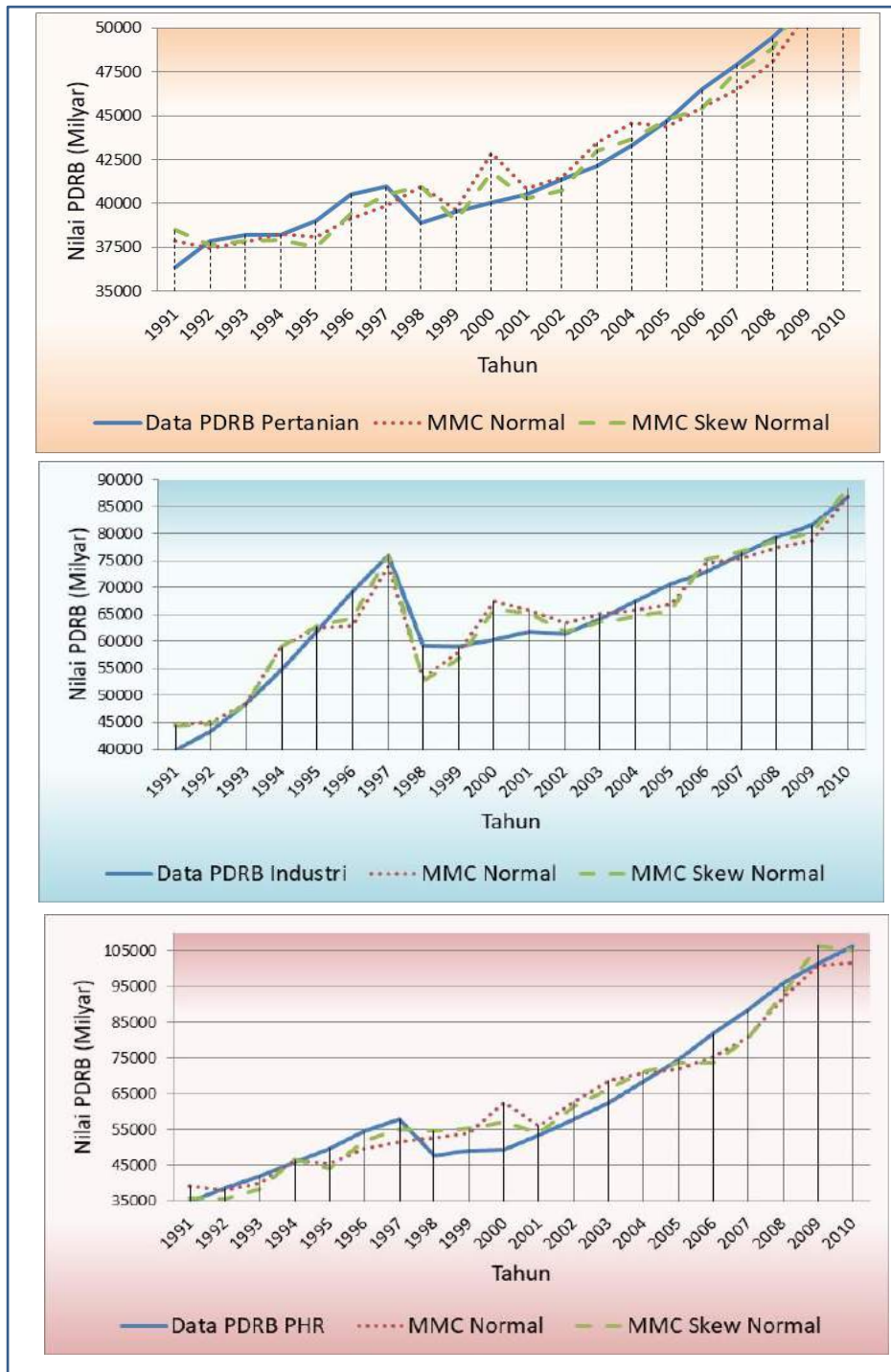
Model Bayesian SUR		PDRB Sektor Pertanian	PDRB Sektor Industri Pengolahan	PDRB Sektor PHR
Bayesian SUR MCMC Normal	RMSE	1.188,04	3.363,61	5.275,58
	MAD	957,17	2.674,42	4.425,21
	MAPE	0,02	0,04	0,08
Bayesian SUR MCMC Skew Normal	RMSE	998,85	3.161,23	4.565,57
	MAD	795,71	2.466,24	3.853,03
	MAPE	0,02	0,04	0,07
Persentase Reduksinya (%)	RMSE	15,92	6,02	13,46
	MAD	16,87	7,78	12,93
	MAPE	15,06	7,34	13,67



Gambar 5.9. Hasil Perbandingan RMSE, MAD dan MAPE

Tabel 5.10 juga memperlihatkan persentase reduksi antara nilai RMSE, MAD dan MAPE yang dihasilkan pendekatan MCMC Normal dan MCMC *Skew Normal*. Nampak bahwa persentase reduksi yang terjadi pada PDRB sektor pertanian merupakan yang terbesar dibandingkan dengan PDRB sektor industri pengolahan dan PDRB sektor PHR. Gambar 5.9 yang menampilkan secara visual

perbandingan RMSE, MAD dan MAPE, lebih memperjelas kebaikan model SUR hasil pendekatan MCMC *Skew Normal*.



Gambar 5.10. Perbandingan Data Observasi Dengan Estimasi Model Bayesian SUR

Kebaikan model SUR hasil pendekatan MCMC *Skew Normal* juga bisa dilihat dari perbandingan data observasi dengan hasil estimasi model SUR pendekatan MCMC *Skew Normal* dan pendekatan MCMC Normal yang ditampilkan Gambar 5.10. Terlihat bahwa grafik data observasi lebih berimpit dengan nilai PDRB ketiga sektor utama hasil estimasi model SUR dengan pendekatan MCMC *Skew Normal* dibandingkan dengan nilai hasil estimasi pendekatan MCMC Normal. Hal ini menunjukkan bahwa estimasi parameter model SUR dengan pendekatan MCMC *Skew Normal* lebih mendekati nilai data yang sebenarnya. Dengan demikian berdasarkan beberapa perbandingan antara dua pendekatan (MCMC Normal dan MCMC *Skew Normal*) yang telah dibahas dari berbagai kriteria, menunjukkan bahwa model SUR hasil estimasi parameter dengan pendekatan MCMC *Skew Normal* lebih efisien dibandingkan model SUR hasil estimasi parameter dengan pendekatan MCMC Normal.

Halaman ini sengaja dikosongkan

BAB 6

KESIMPULAN, SARAN DAN KEBERLANJUTAN

Dalam bab ini disajikan beberapa kesimpulan yang diambil dari uraian dalam bab-bab sebelumnya. Berdasarkan kesimpulan yang diperoleh tersebut, dapat dikemukakan beberapa saran bagi pengguna data dan model yang dikembangkan dalam penelitian ini. Penelitian ini juga memiliki peluang pengkajian lebih lanjut untuk penelitian lain yang terkait dengan topik penelitian ini.

6.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan dengan memperhatikan tujuan penelitian, maka dapat ditarik suatu kesimpulan :

1. Estimasi parameter model SUR Normal dengan MCMC diperoleh secara iteratif menggunakan bentuk distribusi *full conditional posterior* untuk masing-masing parameter, yaitu:
 - a. *full conditional posterior* dari parameter β adalah:

$$(\beta | \Omega, y, X) \propto \exp \left[-\frac{1}{2} (\beta - \hat{\beta})' X' (\Omega^{-1} \otimes I) X (\beta - \hat{\beta}) \right],$$

- b. *full conditional posterior* dari parameter Ω adalah:

$$p(\Omega | \beta, y, X) \propto \frac{1}{|\Omega|^{(T+M+1)/2}} \exp \left[-\frac{1}{2} \text{tr} (S \Omega^{-1}) \right],$$

dengan :

$$\hat{\beta} = (X' (\Omega^{-1} \otimes I) X)^{-1} X' (\Omega^{-1} \otimes I) y$$

$$\hat{\Omega}_{\beta} = (X' (\Omega^{-1} \otimes I) X)^{-1}.$$

2. Estimasi parameter model SUR Normal dengan DMC diperoleh secara iteratif menggunakan bentuk distribusi *full conditional posterior* untuk masing-masing parameter, yaitu:
 - a. *full conditional posterior* dari parameter b adalah:

$$(b | \Sigma, y, X) \propto \exp \left[-\frac{1}{2\sigma_m^2} (b_m - \hat{b}_m)' Z_m' Z_m (b_m - \hat{b}_m) \right],$$

b. *full conditional posterior* dari parameter Σ adalah:

$$p(\Sigma|\mathbf{b}, \mathbf{y}, \mathbf{X}) \propto (\sigma_m^2)^{-(A+1)} \left\{ \exp \left[-\frac{B}{\sigma_m^2} \right] \right\}$$

3. Estimasi parameter model SUR *Skew Normal* dengan MCMC diperoleh secara iteratif menggunakan bentuk distribusi *full conditional posterior* untuk masing-masing parameter, yaitu:

a. *full conditional posterior* dari parameter β adalah:

$$p(\beta_m | \beta_{\setminus m}, \Sigma, \gamma | \mathbf{y}) \propto \mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$$

b. *full conditional posterior* dari parameter Σ adalah:

$$p(\Sigma_m | \beta, \Sigma_{\setminus m}, \gamma | \mathbf{y}) \propto \|\Sigma\|^{-1/2} \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} \cdot \frac{\tau^{m-1} e^{-\tau/n}}{\Gamma(m) n^m}$$

c. *full conditional posterior* dari parameter λ adalah:

$$p(\gamma | \beta, \Sigma, \mathbf{y}) \propto \mathbf{A} \cdot \left(\frac{\gamma^{p-1} e^{-\gamma/q}}{\Gamma(p) q^p} \right)$$

4. Penerapan Model SUR dengan *error* berdistribusi Normal dan *Skew Normal* terhadap data PDRB di Jawa Timur, keduanya memperlihatkan bahwa variabel jumlah tenaga kerja mempunyai tingkat elastisitas tertinggi untuk ketiga sektor utama PDRB di Jawa Timur. Sedangkan tingkat elastisitas terendah adalah variabel PMDN untuk sektor Pertanian, namun untuk sektor industri pengolahan dan sektor perdagangan, hotel dan restoran variabel PMA merupakan variabel dengan tingkat elastisitas terendah. Besaran standar deviasi dan range posterior interval 95% yang lebih kecil serta beberapa ukuran kebaikan model seperti RMSE, MAE dan MAPE memperlihatkan bahwa hasil estimasi parameter pendekatan MCMC *Skew Normal* lebih efisien dan lebih baik dibandingkan dengan pendekatan MCMC Normal.

6.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian ini, maka beberapa saran yang direkomendasikan adalah sebagai berikut:

1. Hasil penelitian ini dapat digunakan sebagai informasi mengenai variabel variabel prediktor yang berpengaruh terhadap besaran PDRB di Jawa Timur.
2. Informasi yang diperoleh dari penelitian ini diharapkan dapat digunakan sebagai salah satu tolok ukur untuk mengetahui tingkat keberhasilan pembangunan ekonomi di Jawa Timur.
3. Hasil penelitian ini dapat digunakan pemerintah sebagai acuan dalam merumuskan kebijakan mengenai target pertumbuhan ekonomi yang ingin dicapai dengan memperhatikan tingkat elastisitas masing masing variabel dalam model.
4. Besaran tingkat elastisitas model PDRB sektor perdagangan yang lebih tinggi dibanding kedua sektor lainnya, dapat digunakan Pemerintah Daerah Jawa Timur membuat kebijakan memprioritaskan peningkatan sektor perdagangan untuk mempercepat tingkat pertumbuhan ekonominya.

6.3 Keberlanjutan

Berdasarkan hasil penelitian ini, maka beberapa hal yang disarankan untuk penelitian selanjutnya, diantaranya:

1. Penggunaan metode Bayes dalam pemodelan data PDRB ini memungkinkan untuk dilakukan penelitian lebih lanjut dengan menggunakan berbagai alternatif distribusi prior yang berbeda dalam rangka memperoleh alternatif model dengan kinerja yang lebih baik.
2. Perlu pengkajian lebih lanjut untuk mengetahui keberlangsungan dari model yang diperoleh dengan menggunakan series data yang lebih panjang untuk mengetahui lamanya model tersebut tetap layak dan valid digunakan untuk kepentingan prediksi dan tidak perlu setiap saat dibutuhkan harus melakukan pemodelan ulang.
3. Pemodelan data PDRB dalam penelitian ini dapat dikembangkan dengan menambahkan spasial untuk wilayah kabupaten/kota di Jawa Timur. Misalkan dengan menggunakan model Bayes SUR Spasial agar dapat mempertajam analisisnya guna pengambilan kebijakan yang lebih berbasis pada ciri daerah yang ada.

Halaman ini sengaja dikosongkan

DAFTAR PUSTAKA

- Ahsanullah, M., Kibria, B.M.G. dan Shakil, M. (2014), *Normal and Student's t Distributions and Their Applications*, 4th ed., Atlantis Press, Paris, France, doi:0.2991/978-94-6239-061-4.
- Alaba, O.O., Olubusoye, E.O. dan Ojo, S.O. (2010), "Efficiency of Seemingly Unrelated Regression Estimator over the Ordinary Least Squares", *European Journal of Scientific Research*, Vol. 39 No.1 , pp. 153-160.
- Amalina, D.H. dan Asmara, A. (2009), "Keterkaitan AntarSektor pertanian dan Industri Pengolahan di Indonesia", *Jurnal Agribisnis dan Ekonomi Pertanian*, Vol. Volume 3. No 2.
- Arifah, Y.S.N. dan Dewi, R.M. (2013), "Analisis Keterkaitan dan Dampak Sektor Perdagangan dan Industri terhadap PDRB Jawa Timur", *Fakultas Ekonomi, Unesa, Kampus Ketintang Surabaya*.
- Azzalini, A. (1985), "A class of distributions which includes the normal ones", *Scandinavian Journal of Statistics*, v. , Vol. 12, no. 2, pp. 171-178.
- Azzalini, A. dan Capitanio (1999), "A. Statistical applications of the multivariate skew-normal distribution", *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, Vol. 61, no. 3, pp. 579-602.
- Bolstad, W.M. (2010), *Understanding Computational Bayesian Statistics*, John Wiley.
- Box, G. dan Tiao, G. (1973), *Bayesian Inference in Statistical Analysis*.
- BPS (2011), *Produk Domestik Regional Bruto Tahun 2006 - 2010*, Jakarta.
- Breusch, T.S. dan Pagan, A.R. (1980), "The Lagrange Multiplier Test and its Applications to Model Specification in Econometrics", *The Review of Economic Studies*, Vol. 47 No. 1, No. Econometrics Issue, pp. 239-253.
- Carlin, B. dan Chib, S. (1995), "Bayesian model choice via Markov Chain Monte Carlo methods", *Journal of the Royal Statistical Society*, Vol. Ser. B, 57(3), pp. 473-484.

- Casella, G. dan George, E.I. (1992), "Explaining the Gibbs Sampler", *The American Statistician*, Vol. 46, No. 3, pp. 167-174.
- Chen, Z. dan Yang, Y. (2004), *Assessing Forecast Accuracy Measures*, Iowa State University.
- Clements, M.P. dan Hendry, D.F. (1998), *Forecasting Economic Time Series*, Cambridge Univ. Press.
- Congdon, P.D. (2006), *Bayesian Statistical Modelling*, 2nd edition, John Wiley & Sons, England.
- Dariah, A.R. dan Sundaya, Y. (2012), "Pengaruh Perkembangan Sektor Perdagangan, Hotel dan Restoran Terhadap Sektor Pertanian di Jawa Barat", *JURNAL EKONOMI KUANTITATIF TERAPAN*, Vol. 5 No. 2, pp. 134 - 140.
- Draper, N.R. dan Smith, H. (1998), *Applied Regression Analysis*, A Wiley - Interscience Publication.
- Dufour, J. dan Khalaf, L. (2002), "Exact tests for contemporaneous correlation of disturbances in seemingly unrelated regressions", *Journal of Econometrics*, Vol. 106, pp. 143–170.
- Dwivedi, T.D. dan Srivastava, V.K. (1978), "Optimality of least squares in the seemingly unrelated regression equation mode", *1. Journal of Econometrics*, Vol. 7, pp. 391-395.
- Fernandez dan Steel, M.F.J. (1998), "On Bayesian modeling of fat tails and skewness", *J. Amer. Stat. Assoc.*, Vol. 93, pp. 359–371.
- Ferreira, J.T.A.S. dan Steel, M.F.J. (2007), "A New class of skewed multivariate distribution with application to regression", *Statistica Sinica*, Vol. 17, pp. 505-529.
- Forbes, C., Evans, M., Hastings, N. dan Peacock, B. (2011), *Statistical Distributions Fourth Edition*, John Wiley & Sons, Inc., Canada.
- Gelman, A., Carlin, J.B., H.S., S. dan Rubin, D.B. (2004), *Bayesian Data Analysis, Second Edition*, Chapman & Hall/CRC.
- Gelman, A. dan Hill, J. (2006), *Data Analysis Using Regression and Multilevel/Hierarchical Models*, Cambridge University Press.

- Geweke, J. (1993), "Bayesian Treatment of the Independent Student-t Linear Model", *Journal of Applied Econometrics*, Vol. 8, pp. 19–40.
- Geweke, J. (2005), *Contemporary Bayesian Econometrics and Statistics*, Wiley, New York.
- Greene, A. (2008), *Ekonometric Analisis, Sixth Edition*, New York University.
- Griliches, Z. dan M.D. Intriligator (1986), *Handbook of Econometrics, Vol. III*, Elsevier Science Publishers BV, California, USA.
- Guilkey, D.K. dan Schmidt, P. (1973), "Estimation of seemingly unrelated regressions with vector autoregressive errors", *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 68(343), pp. 642-647.
- Gujarati, D.N. (2004), *Basic Econometrics, Fourth Edition.*, Mc Graw-Hill, New York.
- Iriawan, N. (2012), *Pemodelan dan Analisis Data - Driven*, ITS Press, Surabaya.
- Jeffreys, H. (1946), "An Invariant Form for the Prior Probability in Estimation Problems", *Mathematical and Physical Sciences*, Vol. 186, No. 1007, pp. 453-461.
- Jeffreys, H. (1961), *Theory of probability*, Clarendon Press-Oxford, Cambridge.
- Johnson, R.A. dan Wichern, D.W. (2007), *Applied Multivariate Statistical Analysis*, Pearson Education, Inc.
- Kakwani, N.C. (1967), "The unbiasedness of Zellner's seemingly unrelated regression equations estimators", *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 62(317), pp. 141-142.
- Kery, M. (2010), *Introduction to WinBUGS for Ecologist*, Elsevier, Burlington, USA.
- King, R., Morgan, B.J.T., Gimenez, O. dan Brooks, S.P. (2010), *Bayesian Analysis for Population Ecology*, Chapman & Hall/CRC, USA.
- Koop, G. (2003), *Bayesian Econometrics*, John Wiley & Sons, Chichester, England.
- Koutsoyiannis, A. (1975), *Modern Microeconomics*, THE MACMILLAN PRESS LTD, London, doi:10.1007/978-1-349-15603-0.

- Memmedli, M. (2013), "A Comparison Study of Performance Measures and Length of Intervals in Fuzzy Time Series by Neural Networks", *Proceedings of the 8th WSEAS International Conference on SYSTEM SCIENCE and SIMULATION in ENGINEERING*, Turkey.
- Ntzoufras, I. (2009), *Bayesian Modeling Using WinBUGS*, Wiley, New Jersey, USA.
- P.Swammy (1975), "On Bayesian Estimation of Seemingly Unrelated Regression When Some Observation are Missing", *Journal of Econometric*, Vol. 3, pp. 157-169.
- Park (1967), "Efficient Estimation of System of Regression Equations When Disturbances Are Both Serially and Contemporaneously Correlated", *Journal of the Amerian Statistical Association*, Vol. 62., pp. 500-509.
- Percy, D.F. (1992), "Prediction for Seemingly Unrelated Regressions", *Journal of the Royal Statistical Society Series B (Methodological)*, Vol. 54, No. 1, pp. 243-252.
- Prasetyawan, E., Hanim, A. dan Qosjim, A. (2015), "Analisis Keterkaitan Sektor Industri Pengolahan Dan Sektor Pertanian Dalam Perekonomian Jawa Timur", *Karya Ilmiah Civitas Akademika Program Studi Ekonomi Pembangunan UNEJ*.
- Raudenbush, S.W. dan Bryk, A.S. (2002), *Hierarchical Linear Models : Applications and Data Analysis Methods 2nd edition*, Sage Publications, California,USA.
- Rencher, A.C. dan Schaalje, G.B. (2007), *Linear Models in Statistics Second edition*, Published by John Wiley & Sons, Inc., Hoboken,New Jersey.
- Santosa, A.B., Iriawan, N., Setiawan dan Dokhi, M. (2017), "Bayesian Seemingly Unrelated Regression Modeling of Gross Regional Domestic Product Using a Direct Monte Carlo", *Far East Journal of Mathematical Sciences*, Vol. 101, pp. 2231-2244, doi:MS101102231, <http://dx.doi.org/10.17654/MS101102231>.

- Santosa, A.B., Iriawan, N., Setiawan dan Dokhi, M. (2018), "Bayesian Skew Normal Seemingly Unrelated Regression Modelling of Gross Regional Domestic Product", *Pakistan Journal of Statistics and Operation Research*
- Setiawan, W. (2013), "Analisis Keterkaitan Antar Sektor Pada Industri, Perdagangan dan Jasa Angkutan di Jawa Timur", *Jurnal Ilmiah, Jurusan Ilmu Ekonomi Fakultas Ekonomi dan Bisnis Universitas Brawijaya Malang*.
- Setiawan dan Kusrini, E. (2010), *Ekonometrika*, ANDI, Jakarta.
- Smith, M. dan Kohn, R. (2000), "Nonparametric seemingly unrelated regression", *Journal of Econometrics* , Vol. 98, pp. 257-281.
- Sukirno, S. (2004), *Pengantar Teori Makro Ekonomi, Edisi Kedua*, Erlangga, Jakarta.
- Taylor, H.M. dan Carlin, S. (1998), *An Introduction to Stochastic Modelling 3rd edition*, Academic Press, San Diego.
- Woschnagg, E. dan Cipan, J. (2004), *EVALUATING FORECAST ACCURACY*, Department of Economics, University of Vienna.
- Zellner, A. (1962), "An Efficient Method of Estimating Seemingly Unrelated Regression Equations and Tests for Aggregation Bias", *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 57., pp. 348-368.
- Zellner, A. (1971), *An introduction to Bayesian inference in econometrics*, Wiley, New York.
- Zellner, A. dan Ando, T. (2010), "A direct Monte Carlo approach for Bayesian analysis of the seemingly unrelated regression model", *Journal of Econometrics*, Vol. 159, pp. 33 – 45, doi:10.1016/j.jeconom.2010.04.005.
- Zellner, A. dan Chen, B. (2001), "Bayesian modeling of economies and data requirements", *Macroeconomic Dynamics*, Vol. 5, pp. 673–700.

Halaman ini sengaja dikosongkan

LAMPIRAN

Lampiran 1 Data Penelitian					
No	y_1	X_{11}	X_{21}	X_{31}	X_{41}
1	36.380,245	7.929,958	42,346	56,500	3,232
2	37.836,411	7.814,746	45,316	24,641	3,844
3	38.223,584	7.655,121	53,495	59,963	5,900
4	38.207,974	7.267,104	64,073	95,531	19,304
5	38.998,704	7.392,565	74,776	40,028	17,440
6	40.531,636	7.827,751	91,747	38,516	19,000
7	40.954,260	7.685,362	106,446	127,728	16,128
8	38.897,426	7.769,034	177,489	15,496	33,017
9	39.544,234	7.473,766	161,277	16,104	19,807
10	40.029,138	7.295,620	328,361	39,759	24,046
11	40.533,877	7.684,654	237,280	9,513	7,195
12	41.354,488	7.647,822	285,834	12,232	1,720
13	42.143,435	7.699,915	367,590	52,605	1,618
14	43.331,493	7.663,299	443,426	20,276	3,053
15	44.700,484	8.136,643	381,028	49,000	1,564
16	45.424,592	7.918,615	446,258	55,420	6,258
17	46.852,112	8.391,655	423,287	54,251	23,767
18	48.315,112	8.242,332	506,449	62,000	28,310
19	50.208,897	8.287,922	608,644	124,117	35,645
20	51.329,549	7.939,480	619,637	35,000	57,230

Lampiran 1 (lanjutan)

No	y ₂	X ₁₂	X ₂₂	X ₃₂	X ₄₂
1	39.891,077	1.721,294	79,762	3.184,634	403,535
2	43.475,999	1.824,430	84,259	2.290,953	254,299
3	48.509,187	1.880,054	117,863	2.741,788	666,482
4	54.808,382	2.301,764	122,520	4.104,243	1.709,527
5	61.905,823	2.306,715	141,767	5.025,037	2.323,763
6	69.331,394	2.140,971	148,966	9.907,258	2.676,592
7	76.035,216	2.338,358	179,660	10.548,175	4.390,848
8	59.168,859	2.066,976	219,197	3.069,860	555,981
9	59.012,607	2.502,038	273,624	916,013	145,688
10	60.431,836	2.454,482	653,368	1.226,796	236,832
11	61.850,432	2.282,963	440,019	1.307,937	1.579,918
12	61.396,902	2.435,244	532,353	573,419	92,500
13	64.133,627	2.352,665	595,422	1.271,698	303,490
14	67.520,435	2.265,182	687,079	1.910,579	188,471
15	70.635,869	2.323,652	667,595	2.376,535	371,208
16	74.118,628	2.404,589	810,666	18.249,979	369,998
17	77.651,261	2.458,401	737,790	20.865,244	730,412
18	81.033,881	2.412,284	809,509	21.344,226	885,670
19	83.299,893	2.385,686	869,071	22.917,631	848,713
20	86.900,779	2.482,563	977,461	21.930,973	1.817,313

Lampiran 1 (lanjutan)					
No	y ₃	X ₁₃	X ₂₃	X ₃₃	X ₄₃
1	34.905,477	2.518,838	88,312	94,210	81,500
2	38.603,270	2.462,094	97,347	549,322	17,552
3	42.010,323	2.550,738	114,709	522,399	21,000
4	45.756,355	2.830,765	155,240	366,093	44,175
5	49.763,466	2.832,879	164,600	40,000	58,530
6	54.489,394	3.188,829	179,282	75,210	20,332
7	57.990,947	3.253,842	191,371	294,840	2,350
8	47.677,023	3.177,252	224,198	168,975	34,433
9	49.159,868	3.212,545	272,684	129,464	19,466
10	49.475,749	3.051,454	577,049	36,038	16,394
11	53.475,478	3.124,022	398,351	41,000	3,566
12	57.926,650	3.304,203	496,306	38,610	8,299
13	62.512,781	3.250,677	546,339	39,793	90,690
14	68.295,968	3.531,652	571,199	35,350	36,682
15	74.546,736	3.374,600	576,852	796,815	7,434
16	77.610,222	3.498,271	679,593	91,050	41,465
17	84.119,330	3.718,384	727,511	53,500	46,021
18	90.911,382	3.775,810	769,516	129,625	191,345
19	95.983,867	3.933,109	821,939	874,628	190,333
20	106.229,113	3.957,780	860,893	439,530	222,261

Lampiran 1 (lanjutan)

Keterangan Variabel Data Penelitian :

Y_1	=	Data PDRB Sektor Pertanian Jawa Timur (Milyar rupiah)
Y_2	=	Data PDRB Sektor Industri Jawa Timur (Milyar rupiah)
Y_3	=	Data PDRB Sektor PHR Jawa Timur (Milyar rupiah)
X_{11}	=	Jumlah tenaga kerja sektor Pertanian Jawa Timur (Ribuan jiwa)
X_{12}	=	Jumlah tenaga kerja sektor Industri Jawa Timur (Ribuan jiwa)
X_{13}	=	Jumlah tenaga kerja sektor PHR Jawa Timur (Ribuan jiwa)
X_{21}	=	Upah tenaga kerja sektor Pertanian Jawa Timur (Ribuan rupiah)
X_{22}	=	Upah tenaga kerja sektor Industri Jawa Timur (Ribuan rupiah)
X_{23}	=	Upah tenaga kerja sektor PHR Jawa Timur (Ribuan rupiah)
X_{31}	=	PMDN sektor Pertanian Jawa Timur (Milyar rupiah)
X_{32}	=	PMDN sektor Industri Jawa Timur (Milyar rupiah)
X_{33}	=	PMDN sektor PHR Jawa Timur (Milyar rupiah)
X_{41}	=	PMA sektor Pertanian Jawa Timur (Milyar rupiah)
X_{42}	=	PMA sektor Industri Jawa Timur (Milyar rupiah)
X_{43}	=	PMA sektor PHR Jawa Timur (Milyar rupiah)

Lampiran 2 Syntax Program Simulasi GLS korelasi rendah n=30

```
set.seed(100)
prnorm <- function(mu,A,n,p) {
  U <- svd(A)$u
  V <- svd(A)$v
  D <- diag(sqrt(svd(A)$d))
  B <- U %%% D %%% t(V)
  w <- matrix(0,n,p)
  for (i in 1:n){w[i,] <- mu + B%%rnorm(p)}
  return(w)
}
library(bayesm)
library(MCMCpack)
n <- 30
p <- 2
q <- 2
X1 <- matrix(runif(n*p,-4,4),ncol=p)
X2 <- matrix(runif(n*p,-4,4),ncol=p)
B1 <- c(3,-2); B2 <- c(2,1)
SS <- matrix(c(0.1,-0.05,-0.05,0.2),2,2)
B_iter <- matrix(0,100,4)
S_iter <- matrix(0,100,4)
for (j in 1:100){
  S <- matrix(0,2,2)
  er <- prnorm(rep(0,len=2),SS,n,2)
  korelasi_error <- cor(er[,1],er[,2])
  y1 <- X1%%B1+er[,1]
  y2 <- X2%%B2+er[,2]
  X <- matrix(0,ncol=p*q,nrow=n*q)
  X[1:n,1:p] <- X1
  X[(n+1):(2*n),(p+1):(2*p)] <- X2
  y <- c(y1,y2)
  B <- solve(t(X)%%X)%%t(X)%%y
  Beta1 <- B[1:p]
  Beta2 <- B[-(1:p)]
  R <- matrix(0,2,2)
  R[1,1] <- sum( (y1-X1%%Beta1)^2 )
  R[1,2] <- R[2,1] <- sum( t(y1-X1%%Beta1)%%(y2-X2%%Beta2) )
  R[2,2] <- sum( (y2-X2%%Beta2)^2 )
  S <- R/n
  O <- kronecker(solve(S),diag(1,n))
}
```

Lampiran 2 (lanjutan)

```
for(i in 1:100){
  Beta1 <- B[1:p]
  Beta2 <- B[-(1:p)]
  B <- solve(t(X)%*%O%*%X)%*%t(X)%*%O%*%y
  R <- matrix(0,2,2)
  R[1,1] <- sum( (y1-X1%*%Beta1)^2 )
  R[1,2] <- R[2,1] <- sum( t(y1-X1%*%Beta1)%*%(y2-X2%*%Beta2) )
  R[2,2] <- sum( (y2-X2%*%Beta2)^2 )
  S <- R/n
  O <- kronecker(solve(S),diag(1,n))
}
B_iter[j,] <- B
S_iter[j,] <- c(S[1,1],S[1,2], S[2,1],S[2,2])
}

#hitung mse_GLS
y_GLS<-X%*%B
e_GLS<-y-y_GLS
mse_GLS<-(sum(e_GLS^2))/n
estimasi_B11<-c(mean(B_iter[,1]))
estimasi_B12<-c(mean(B_iter[,2]))
estimasi_B21<-c(mean(B_iter[,3]))
estimasi_B22<-c(mean(B_iter[,4]))
estimasi_S11<-c(mean(S_iter[,1]))
estimasi_S12<-c(mean(S_iter[,2]))
estimasi_S21<-c(mean(S_iter[,3]))
estimasi_S22<-c(mean(S_iter[,4]))
interval_B11<-c(min(B_iter[,1]),max(B_iter[,1]))
interval_B12<-c(min(B_iter[,2]),max(B_iter[,2]))
interval_B21<-c(min(B_iter[,3]),max(B_iter[,3]))
interval_B22<-c(min(B_iter[,4]),max(B_iter[,4]))
interval_S11<-c(min(S_iter[,1]),max(S_iter[,1]))
interval_S12<-c(min(S_iter[,2]),max(S_iter[,2]))
interval_S21<-c(min(S_iter[,3]),max(S_iter[,3]))
interval_S22<-c(min(S_iter[,4]),max(S_iter[,4]))
korelasi_error
rbind(estimasi_B11,estimasi_B12,estimasi_B21,estimasi_B22)
rbind(estimasi_S11,estimasi_S12,estimasi_S21,estimasi_S22)
rbind(interval_B11,interval_B12,interval_B21,interval_B22)
rbind(interval_S11,interval_S12,interval_S21,interval_S22)
mse_GLS
```


Lampiran 3 Hasil simulasi GLS korelasi rendah n=30

```
korelasi_error
[1] -0.1469151

> rbind(estimasi_B11,estimasi_B12,estimasi_B21,estimasi_B22)
      [,1]
estimasi_B11 3.0011450
estimasi_B12 -1.9964785
estimasi_B21 2.0020857
estimasi_B22 0.9986084

> rbind(estimasi_S11,estimasi_S12,estimasi_S21,estimasi_S22)
      [,1]
estimasi_S11 0.09266631
estimasi_S12 -0.04858512
estimasi_S21 -0.04858512
estimasi_S22 0.18857757

> rbind(interval_B11,interval_B12,interval_B21,interval_B22)
      [,1] [,2]
interval_B11 2.935337 3.077750
interval_B12 -2.066204 -1.934389
interval_B21 1.903481 2.091493
interval_B22 0.931407 1.063314

> rbind(interval_S11,interval_S12,interval_S21,interval_S22)
      [,1] [,2]
interval_S11 0.02721972 0.18497341
interval_S12 -0.11787625 0.02326534
interval_S21 -0.11787625 0.02326534
interval_S22 0.05402600 0.35840531

> mse_GLS
[1] 0.2504329
```

Lampiran 4 Syntax Program Simulasi GLS korelasi rendah n=50

```
set.seed (100)
prnorm <- function(mu,A,n,p) {
  U <- svd(A)$u
  V <- svd(A)$v
  D <- diag(sqrt(svd(A)$d))
  B <- U %*% D %*% t(V)
  w <- matrix(0,n,p)
  for (i in 1:n){w[i,] <- mu + B%*%rnorm(p)}
  return(w)
}
library(bayesm)
library(MCMCpack)

n <-50
p <- 2
q <- 2
X1 <- matrix(runif(n*p,-4,4),ncol=p)
X2 <- matrix(runif(n*p,-4,4),ncol=p)
B1 <- c(3,-2); B2 <- c(2,1)
SS <- matrix(c(0.1,-0.05,-0.05,0.2),2,2)
B_iter <- matrix(0,100,4)
S_iter <- matrix(0,100,4)
for (j in 1:100){
  S <- matrix(0,2,2)
  er <- prnorm(rep(0,len=2),SS,n,2)
  korelasi_error<-cor(er[,1],er[,2])
  y1 <- X1%*%B1+er[,1]
  y2 <- X2%*%B2+er[,2]
  X <- matrix(0,ncol=p*q,nrow=n*q)
  X[1:n,1:p] <- X1
  X[(n+1):(2*n),(p+1):(2*p)] <- X2
  y <- c(y1,y2)
  B <- solve(t(X)%*%X)%*%t(X)%*%y
  Beta1 <- B[1:p]
  Beta2 <- B[-(1:p)]
  R <- matrix(0,2,2)
  R[1,1] <- sum( (y1-X1%*%Beta1)^2 )
  R[1,2] <- R[2,1] <- sum( t(y1-X1%*%Beta1)%*%(y2-X2%*%Beta2) )
  R[2,2] <- sum( (y2-X2%*%Beta2)^2 )
  S <- R/n
  O <- kronecker(solve(S),diag(1,n))
}
```

Lampiran 4 (lanjutan)

```
for(i in 1:100){
  Beta1 <- B[1:p]
  Beta2 <- B[-(1:p)]
  B <- solve(t(X)%*%O%*%X)%*%t(X)%*%O%*%y
  R <- matrix(0,2,2)
  R[1,1] <- sum( (y1-X1%*%Beta1)^2 )
  R[1,2] <- R[2,1] <- sum( t(y1-X1%*%Beta1)%*%(y2-X2%*%Beta2) )
  R[2,2] <- sum( (y2-X2%*%Beta2)^2 )
  S <- R/n
  O <- kronecker(solve(S),diag(1,n))
}
B_iter[j,] <- B
S_iter[j,] <- c(S[1,1],S[1,2], S[2,1],S[2,2])
}

#hitung mse_GLS
y_GLS<-X%*%B
e_GLS<-y-y_GLS
mse_GLS<-(sum(e_GLS^2))/n
estimasi_B11<-c(mean(B_iter[,1]))
estimasi_B12<-c(mean(B_iter[,2]))
estimasi_B21<-c(mean(B_iter[,3]))
estimasi_B22<-c(mean(B_iter[,4]))
estimasi_S11<-c(mean(S_iter[,1]))
estimasi_S12<-c(mean(S_iter[,2]))
estimasi_S21<-c(mean(S_iter[,3]))
estimasi_S22<-c(mean(S_iter[,4]))
interval_B11<-c(min(B_iter[,1]),max(B_iter[,1]))
interval_B12<-c(min(B_iter[,2]),max(B_iter[,2]))
interval_B21<-c(min(B_iter[,3]),max(B_iter[,3]))
interval_B22<-c(min(B_iter[,4]),max(B_iter[,4]))
interval_S11<-c(min(S_iter[,1]),max(S_iter[,1]))
interval_S12<-c(min(S_iter[,2]),max(S_iter[,2]))
interval_S21<-c(min(S_iter[,3]),max(S_iter[,3]))
interval_S22<-c(min(S_iter[,4]),max(S_iter[,4]))
korelasi_error
rbind(estimasi_B11,estimasi_B12,estimasi_B21,estimasi_B22)
rbind(estimasi_S11,estimasi_S12,estimasi_S21,estimasi_S22)
rbind(interval_B11,interval_B12,interval_B21,interval_B22)
rbind(interval_S11,interval_S12,interval_S21,interval_S22)
mse_GLS
```

Lampiran 5 Hasil simulasi GLS korelasi rendah n=50

```
korelasi_error
[1] -0,1245266

>rbind(estimasi_B11,estimasi_B12,estimasi_B21,estimasi_B22)
      [,1]
estimasi_B11 3,0013549
estimasi_B12 -1,9988445
estimasi_B21 2,0001565
estimasi_B22 9,97E-01

>rbind(estimasi_S11,estimasi_S12,estimasi_S21,estimasi_S22)
      [,1]
estimasi_S11 0,095534495
estimasi_S12 -0,006863962
estimasi_S21 -0,006863962
estimasi_S22 0,189477167

>rbind(interval_B11,interval_B12,interval_B21,interval_B22)
      [,1]      [,2]
interval_B11 2,96051      3,079809
interval_B12 -2,058875     -1,923612
interval_B21 1,931669      2,065154
interval_B22 0,935719      1,061954

>rbind(interval_S11,interval_S12,interval_S21,interval_S22)
      [,1]      [,2]
interval_S11 0,0528396      0,16509228
interval_S12 -0,05630066     0,03706003
interval_S21 -0,05630066     0,03706003
interval_S22 0,10104611     0,27979537

> mse_GLS
[1] 0,2468782
```

Lampiran 6 Syntax Program Simulasi GLS korelasi rendah n=100

```
set.seed(100)
prnorm <- function(mu,A,n,p) {
  U <- svd(A)$u
  V <- svd(A)$v
  D <- diag(sqrt(svd(A)$d))
  B <- U %*% D %*% t(V)
  w <- matrix(0,n,p)
  for (i in 1:n){w[i,] <- mu + B%*%rnorm(p)}
  return(w)
}
library(bayesm)
library(MCMCpack)

n <-100
p <- 2
q <- 2
X1 <- matrix(runif(n*p,-4,4),ncol=p)
X2 <- matrix(runif(n*p,-4,4),ncol=p)
B1 <- c(3,-2); B2 <- c(2,1)
SS <- matrix(c(0.1,-0.05,-0.05,0.2),2,2)
B_iter <- matrix(0,100,4)
S_iter <- matrix(0,100,4)
for (j in 1:100){
  S <- matrix(0,2,2)
  er <- prnorm(rep(0,len=2),SS,n,2)
  korelasi_error<-cor(er[,1],er[,2])
  y1 <- X1%*%B1+er[,1]
  y2 <- X2%*%B2+er[,2]
  X <- matrix(0,ncol=p*q,nrow=n*q)
  X[1:n,1:p] <- X1
  X[(n+1):(2*n),(p+1):(2*p)] <- X2
  y <- c(y1,y2)
  B <- solve(t(X)%*%X)%*%t(X)%*%y
  Beta1 <- B[1:p]
  Beta2 <- B[-(1:p)]
  R <- matrix(0,2,2)
  R[1,1] <- sum( (y1-X1%*%Beta1)^2 )
  R[1,2] <- R[2,1] <- sum( t(y1-X1%*%Beta1)%*%(y2-X2%*%Beta2) )
  R[2,2] <- sum( (y2-X2%*%Beta2)^2 )
  S <- R/n
  O <- kronecker(solve(S),diag(1,n))
}
```

Lampiran 6 (lanjutan)

```
for(i in 1:100){
  Beta1 <- B[1:p]
  Beta2 <- B[-(1:p)]
  B <- solve(t(X)%*%O%*%X)%*%t(X)%*%O%*%y
  R <- matrix(0,2,2)
  R[1,1] <- sum( (y1-X1%*%Beta1)^2 )
  R[1,2] <- R[2,1] <- sum( t(y1-X1%*%Beta1)%*%(y2-X2%*%Beta2) )
  R[2,2] <- sum( (y2-X2%*%Beta2)^2 )
  S <- R/n
  O <- kronecker(solve(S),diag(1,n))
}
B_iter[j,] <- B
S_iter[j,] <- c(S[1,1],S[1,2], S[2,1],S[2,2])
}

#hitung mse_GLS
y_GLS<-X%*%B
e_GLS<-y-y_GLS
mse_GLS<-(sum(e_GLS^2))/n
estimasi_B11<-c(mean(B_iter[,1]))
estimasi_B12<-c(mean(B_iter[,2]))
estimasi_B21<-c(mean(B_iter[,3]))
estimasi_B22<-c(mean(B_iter[,4]))
estimasi_S11<-c(mean(S_iter[,1]))
estimasi_S12<-c(mean(S_iter[,2]))
estimasi_S21<-c(mean(S_iter[,3]))
estimasi_S22<-c(mean(S_iter[,4]))
interval_B11<-c(min(B_iter[,1]),max(B_iter[,1]))
interval_B12<-c(min(B_iter[,2]),max(B_iter[,2]))
interval_B21<-c(min(B_iter[,3]),max(B_iter[,3]))
interval_B22<-c(min(B_iter[,4]),max(B_iter[,4]))
interval_S11<-c(min(S_iter[,1]),max(S_iter[,1]))
interval_S12<-c(min(S_iter[,2]),max(S_iter[,2]))
interval_S21<-c(min(S_iter[,3]),max(S_iter[,3]))
interval_S22<-c(min(S_iter[,4]),max(S_iter[,4]))
korelasi_error
rbind(estimasi_B11,estimasi_B12,estimasi_B21,estimasi_B22)
rbind(estimasi_S11,estimasi_S12,estimasi_S21,estimasi_S22)
rbind(interval_B11,interval_B12,interval_B21,interval_B22)
rbind(interval_S11,interval_S12,interval_S21,interval_S22)
mse_GLS
```

Lampiran 7 Syntax Program Hasil simulasi GLS korelasi rendah n=100

```
korelasi_error
[1] -0,0140469

>rbind(estimasi_B11,estimasi_B12,estimasi_B21,estimasi_B22)
      [,1]
estimasi_B11 3,0001033
estimasi_B12 -1,9992125
estimasi_B21 1,9980254
estimasi_B22 9,99E-01

rbind(estimasi_S11,estimasi_S12,estimasi_S21,estimasi_S22)
      [,1]
estimasi_S11 0,097933845
estimasi_S12 -0,004743849
estimasi_S21 -0,004743849
estimasi_S22 0,194020578

>rbind(interval_B11,interval_B12,interval_B21,interval_B22)
      [,1]      [,2]
interval_B11 2,9628011      3,035319
interval_B12 -2,0233092     -1,969197
interval_B21 1,9480784      2,053114
interval_B22 0,9347897      1,053021

>rbind(interval_S11,interval_S12,interval_S21,interval_S22)
      [,1]      [,2]
interval_S11 0,0683925      0,13452447
interval_S12 -0,03404299     0,02916356
interval_S21 -0,03404299     0,02916356
interval_S22 0,12756237      0,25834694

> mse_GLS
[1] 0,25894520
```

Lampiran 8 Syntax Program Simulasi GLS korelasi rendah n=500

```
set.seed (100)
prnorm <- function(mu,A,n,p) {
  U <- svd(A)$u
  V <- svd(A)$v
  D <- diag(sqrt(svd(A)$d))
  B <- U %%% D %%% t(V)
  w <- matrix(0,n,p)
  for (i in 1:n){w[i,] <- mu + B%%rnorm(p)}
  return(w)
}
library(bayesm)
library(MCMCpack)

n <-500
p <- 2
q <- 2
X1 <- matrix(runif(n*p,-4,4),ncol=p)
X2 <- matrix(runif(n*p,-4,4),ncol=p)
B1 <- c(3,-2); B2 <- c(2,1)
SS <- matrix(c(0.1,-0.05,-0.05,0.2),2,2)
B_iter <- matrix(0,100,4)
S_iter <- matrix(0,100,4)
for (j in 1:100){
  S <- matrix(0,2,2)
  er <- prnorm(rep(0,len=2),SS,n,2)
  korelasi_error<-cor(er[,1],er[,2])
  y1 <- X1%%B1+er[,1]
  y2 <- X2%%B2+er[,2]
  X <- matrix(0,ncol=p*q,nrow=n*q)
  X[1:n,1:p] <- X1
  X[(n+1):(2*n),(p+1):(2*p)] <- X2
  y <- c(y1,y2)
  B <- solve(t(X)%%X)%%t(X)%%y
  Beta1 <- B[1:p]
  Beta2 <- B[-(1:p)]
  R <- matrix(0,2,2)
  R[1,1] <- sum( (y1-X1%%Beta1)^2 )
  R[1,2] <- R[2,1] <- sum( t(y1-X1%%Beta1)%%(y2-X2%%Beta2) )
  R[2,2] <- sum( (y2-X2%%Beta2)^2 )
  S <- R/n
  O <- kronecker(solve(S),diag(1,n))
}
```


Lampiran 8 (lanjutan)

```
for(i in 1:100){
  Beta1 <- B[1:p]
  Beta2 <- B[-(1:p)]
  B <- solve(t(X)%*%O%*%X)%*%t(X)%*%O%*%y
  R <- matrix(0,2,2)
  R[1,1] <- sum( (y1-X1%*%Beta1)^2 )
  R[1,2] <- R[2,1] <- sum( t(y1-X1%*%Beta1)%*%(y2-X2%*%Beta2) )
  R[2,2] <- sum( (y2-X2%*%Beta2)^2 )
  S <- R/n
  O <- kronecker(solve(S),diag(1,n))
}
B_iter[j,] <- B
S_iter[j,] <- c(S[1,1],S[1,2], S[2,1],S[2,2])
}

#hitung mse_GLS
y_GLS<-X%*%B
e_GLS<-y-y_GLS
mse_GLS<-(sum(e_GLS^2))/n
estimasi_B11<-c(mean(B_iter[,1]))
estimasi_B12<-c(mean(B_iter[,2]))
estimasi_B21<-c(mean(B_iter[,3]))
estimasi_B22<-c(mean(B_iter[,4]))
estimasi_S11<-c(mean(S_iter[,1]))
estimasi_S12<-c(mean(S_iter[,2]))
estimasi_S21<-c(mean(S_iter[,3]))
estimasi_S22<-c(mean(S_iter[,4]))
interval_B11<-c(min(B_iter[,1]),max(B_iter[,1]))
interval_B12<-c(min(B_iter[,2]),max(B_iter[,2]))
interval_B21<-c(min(B_iter[,3]),max(B_iter[,3]))
interval_B22<-c(min(B_iter[,4]),max(B_iter[,4]))
interval_S11<-c(min(S_iter[,1]),max(S_iter[,1]))
interval_S12<-c(min(S_iter[,2]),max(S_iter[,2]))
interval_S21<-c(min(S_iter[,3]),max(S_iter[,3]))
interval_S22<-c(min(S_iter[,4]),max(S_iter[,4]))
korelasi_error
rbind(estimasi_B11,estimasi_B12,estimasi_B21,estimasi_B22)
rbind(estimasi_S11,estimasi_S12,estimasi_S21,estimasi_S22)
rbind(interval_B11,interval_B12,interval_B21,interval_B22)
rbind(interval_S11,interval_S12,interval_S21,interval_S22)
mse_GLS
```

Lampiran 9 Hasil simulasi GLS korelasi rendah n=500

```
korelasi_error
[1] -0,000456721

>rbind(estimasi_B11,estimasi_B12,estimasi_B21,estimasi_B22)

      [,1]
estimasi_B11 2,999522
estimasi_B12 -1,999524
estimasi_B21 2,000746
estimasi_B22 1,000471

>rbind(estimasi_S11,estimasi_S12,estimasi_S21,estimasi_S22)
      [,1]
estimasi_S11 0,099719322
estimasi_S12 -0,003556121
estimasi_S21 -0,003556121
estimasi_S22 0,197690316

>rbind(interval_B11,interval_B12,interval_B21,interval_B22)
      [,1] [,2]
interval_B11 2,982412 3,016361
interval_B12 -2,015146 -1,984899
interval_B21 1,974708 2,022505
interval_B22 0,981415 1,023617

>rbind(interval_S11,interval_S12,interval_S21,interval_S22)
      [,1] [,2]
interval_S11 0,08190441 0,11581913
interval_S12 -0,02365373 0,01252268
interval_S21 -0,02365373 0,01252268
interval_S22 0,1686142 0,23685566

> mse_GLS
[1] 0,287925
```

Lampiran 10 Syntax Program Simulasi GLS korelasi tinggi n=30

```
set.seed(100)
prnorm <- function(mu,A,n,p) {
  U <- svd(A)$u
  V <- svd(A)$v
  D <- diag(sqrt(svd(A)$d))
  B <- U %%% D %%% t(V)
  w <- matrix(0,n,p)
  for (i in 1:n){w[i,] <- mu + B%%rnorm(p)}
  return(w)
}
library(bayesm)
library(MCMCpack)
n <- 30
p <- 2
q <- 2
X1 <- matrix(runif(n*p,-4,4),ncol=p)
X2 <- matrix(runif(n*p,-4,4),ncol=p)
B1 <- c(3,-2); B2 <- c(2,1)
SS <- matrix(c(0.1,-0.15,-0.15,0.2),2,2)
B_iter <- matrix(0,100,4)
S_iter <- matrix(0,100,4)
for (j in 1:100){
  S <- matrix(0,2,2)
  er <- prnorm(rep(0,len=2),SS,n,2)
  korelasi_error <- cor(er[,1],er[,2])
  y1 <- X1%%B1+er[,1]
  y2 <- X2%%B2+er[,2]
  X <- matrix(0,ncol=p*q,nrow=n*q)
  X[1:n,1:p] <- X1
  X[(n+1):(2*n),(p+1):(2*p)] <- X2
  y <- c(y1,y2)
  B <- solve(t(X)%%X)%%t(X)%%y
  Beta1 <- B[1:p]
  Beta2 <- B[-(1:p)]
  R <- matrix(0,2,2)
  R[1,1] <- sum( (y1-X1%%Beta1)^2 )
  R[1,2] <- R[2,1] <- sum( t(y1-X1%%Beta1)%%(y2-X2%%Beta2) )
  R[2,2] <- sum( (y2-X2%%Beta2)^2 )
  S <- R/n
  O <- kronecker(solve(S),diag(1,n))
}
```

Lampiran 10 (lanjutan)

```
for(i in 1:100){
  Beta1 <- B[1:p]
  Beta2 <- B[-(1:p)]
  B <- solve(t(X)%*%O%*%X)%*%t(X)%*%O%*%y
  R <- matrix(0,2,2)
  R[1,1] <- sum( (y1-X1%*%Beta1)^2 )
  R[1,2] <- R[2,1] <- sum( t(y1-X1%*%Beta1)%*%(y2-X2%*%Beta2) )
  R[2,2] <- sum( (y2-X2%*%Beta2)^2 )
  S <- R/n
  O <- kronecker(solve(S),diag(1,n))
}
B_iter[j,] <- B
S_iter[j,] <- c(S[1,1],S[1,2], S[2,1],S[2,2])
}
#hitung mse_GLS
y_GLS<-X%*%B
e_GLS<-y-y_GLS
mse_GLS<-(sum(e_GLS^2))/n

estimasi_B11<-c(mean(B_iter[,1]))
estimasi_B12<-c(mean(B_iter[,2]))
estimasi_B21<-c(mean(B_iter[,3]))
estimasi_B22<-c(mean(B_iter[,4]))
estimasi_S11<-c(mean(S_iter[,1]))
estimasi_S12<-c(mean(S_iter[,2]))
estimasi_S21<-c(mean(S_iter[,3]))
estimasi_S22<-c(mean(S_iter[,4]))
interval_B11<-c(min(B_iter[,1]),max(B_iter[,1]))
interval_B12<-c(min(B_iter[,2]),max(B_iter[,2]))
interval_B21<-c(min(B_iter[,3]),max(B_iter[,3]))
interval_B22<-c(min(B_iter[,4]),max(B_iter[,4]))
interval_S11<-c(min(S_iter[,1]),max(S_iter[,1]))
interval_S12<-c(min(S_iter[,2]),max(S_iter[,2]))
interval_S21<-c(min(S_iter[,3]),max(S_iter[,3]))
interval_S22<-c(min(S_iter[,4]),max(S_iter[,4]))
korelasi_error
rbind(estimasi_B11,estimasi_B12,estimasi_B21,estimasi_B22)
rbind(estimasi_S11,estimasi_S12,estimasi_S21,estimasi_S22)
rbind(interval_B11,interval_B12,interval_B21,interval_B22)
rbind(interval_S11,interval_S12,interval_S21,interval_S22)
mse_GLS
```

Lampiran 11 Hasil simulasi GLS korelasi tinggi n=30

```
korelasi_error
[1] -0,9424328

rbind(estimasi_B11,estimasi_B12,estimasi_B21,estimasi_B22)
      [,1]
estimasi_B11 3,000593
estimasi_B12 -2,000986
estimasi_B21 2,000208
estimasi_B22 1,000082

>rbind(estimasi_S11,estimasi_S12,estimasi_S21,estimasi_S22)
      [,1]
estimasi_S11 0,1095693
estimasi_S12 -0,1410979
estimasi_S21 -0,1410979
estimasi_S22 0,2014696

>rbind(interval_B11,interval_B12,interval_B21,interval_B22)
      [,1]      [,2]
interval_B11 2,9753534      3,024676
interval_B12 -2,0241038     -1,97489
interval_B21 1,9728769      2,035547
interval_B22 0,9731435      1,032688

>rbind(interval_S11,interval_S12,interval_S21,interval_S22)
      [,1]      [,2]
interval_S11 0,03950991 0,2108572
interval_S12 -0,27385834 -0,05181668
interval_S21 -0,27385834 -0,05181668
interval_S22 0,07165097 0,37823325

> mse_GLS
[1] 0,2283808
```

Lampiran 12 Syntax Program Simulasi GLS korelasi tinggi n=50

```
set.seed (100)
prnorm <- function(mu,A,n,p) {
  U <- svd(A)$u
  V <- svd(A)$v
  D <- diag(sqrt(svd(A)$d))
  B <- U %%% D %%% t(V)
  w <- matrix(0,n,p)
  for (i in 1:n){w[i,] <- mu + B%%rnorm(p)}
  return(w)
}
library(bayesm)
library(MCMCpack)

n <-50
p <- 2
q <- 2
X1 <- matrix(runif(n*p,-4,4),ncol=p)
X2 <- matrix(runif(n*p,-4,4),ncol=p)
B1 <- c(3,-2); B2 <- c(2,1)
SS <- matrix(c(0.1,-0.15,-0.15,0.2),2,2)
B_iter <- matrix(0,100,4)
S_iter <- matrix(0,100,4)
for (j in 1:100){
  S <- matrix(0,2,2)
  er <- prnorm(rep(0,len=2),SS,n,2)
  korelasi_error<-cor(er[,1],er[,2])
  y1 <- X1%%B1+er[,1]
  y2 <- X2%%B2+er[,2]
  X <- matrix(0,ncol=p*q,nrow=n*q)
  X[1:n,1:p] <- X1
  X[(n+1):(2*n),(p+1):(2*p)] <- X2
  y <- c(y1,y2)
  B <- solve(t(X)%%X)%%t(X)%%y
  Beta1 <- B[1:p]
  Beta2 <- B[-(1:p)]
  R <- matrix(0,2,2)
  R[1,1] <- sum( (y1-X1%%Beta1)^2 )
  R[1,2] <- R[2,1] <- sum( t(y1-X1%%Beta1)%%(y2-X2%%Beta2) )
  R[2,2] <- sum( (y2-X2%%Beta2)^2 )
  S <- R/n
  O <- kronecker(solve(S),diag(1,n))
}
```

Lampiran 12 (lanjutan)

```
for(i in 1:100){
  Beta1 <- B[1:p]
  Beta2 <- B[-(1:p)]
  B <- solve(t(X)%*%O%*%X)%*%t(X)%*%O%*%y
  R <- matrix(0,2,2)
  R[1,1] <- sum( (y1-X1%*%Beta1)^2 )
  R[1,2] <- R[2,1] <- sum( t(y1-X1%*%Beta1)%*%(y2-X2%*%Beta2) )
  R[2,2] <- sum( (y2-X2%*%Beta2)^2 )
  S <- R/n
  O <- kronecker(solve(S),diag(1,n))
}
B_iter[j,] <- B
S_iter[j,] <- c(S[1,1],S[1,2], S[2,1],S[2,2])
}

#hitung mse_GLS
y_GLS<-X%*%B
e_GLS<-y-y_GLS
mse_GLS<-(sum(e_GLS^2))/n
estimasi_B11<-c(mean(B_iter[,1]))
estimasi_B12<-c(mean(B_iter[,2]))
estimasi_B21<-c(mean(B_iter[,3]))
estimasi_B22<-c(mean(B_iter[,4]))
estimasi_S11<-c(mean(S_iter[,1]))
estimasi_S12<-c(mean(S_iter[,2]))
estimasi_S21<-c(mean(S_iter[,3]))
estimasi_S22<-c(mean(S_iter[,4]))
interval_B11<-c(min(B_iter[,1]),max(B_iter[,1]))
interval_B12<-c(min(B_iter[,2]),max(B_iter[,2]))
interval_B21<-c(min(B_iter[,3]),max(B_iter[,3]))
interval_B22<-c(min(B_iter[,4]),max(B_iter[,4]))
interval_S11<-c(min(S_iter[,1]),max(S_iter[,1]))
interval_S12<-c(min(S_iter[,2]),max(S_iter[,2]))
interval_S21<-c(min(S_iter[,3]),max(S_iter[,3]))
interval_S22<-c(min(S_iter[,4]),max(S_iter[,4]))
korelasi_error
rbind(estimasi_B11,estimasi_B12,estimasi_B21,estimasi_B22)
rbind(estimasi_S11,estimasi_S12,estimasi_S21,estimasi_S22)
rbind(interval_B11,interval_B12,interval_B21,interval_B22)
rbind(interval_S11,interval_S12,interval_S21,interval_S22)
mse_GLS
```

Lampiran 13 Hasil simulasi GLS korelasi tinggi n=50

```
korelasi_error
[1] -0,9486258

>rbind(estimasi_B11,estimasi_B12,estimasi_B21,estimasi_B22)
      [,1]
estimasi_B11 2,99948
estimasi_B12 -1,999887
estimasi_B21 2,000679
estimasi_B22 1,000593

>rbind(estimasi_S11,estimasi_S12,estimasi_S21,estimasi_S22)
      [,1]
estimasi_S11 0,1094983
estimasi_S12 -0,1420021
estimasi_S21 -0,1420021
estimasi_S22 0,2047835

>rbind(interval_B11,interval_B12,interval_B21,interval_B22)
      [,1]      [,2]
interval_B11 2,97898      3,015615
interval_B12 -2,019939     -1,977093
interval_B21 1,978869      2,02268
interval_B22 0,976078      1,024064

>rbind(interval_S11,interval_S12,interval_S21,interval_S22)
      [,1]      [,2]
interval_S11 0,0609831 0,17550087
interval_S12 -0,2300927 -0,07341632
interval_S21 -0,2300927 -0,07341632
interval_S22 0,1018461 0,33188995

> mse_GLS
[1] 0,2832521
```


Lampiran 14 Syntax Program Simulasi GLS korelasi tinggi n=100

```
set.seed(100)
prnorm <- function(mu,A,n,p) {
  U <- svd(A)$u
  V <- svd(A)$v
  D <- diag(sqrt(svd(A)$d))
  B <- U %*% D %*% t(V)
  w <- matrix(0,n,p)
  for (i in 1:n){w[i,] <- mu + B%*%rnorm(p)}
  return(w)
}
library(bayesm)
library(MCMCpack)

n <-100
p <- 2
q <- 2
X1 <- matrix(runif(n*p,-4,4),ncol=p)
X2 <- matrix(runif(n*p,-4,4),ncol=p)
B1 <- c(3,-2); B2 <- c(2,1)
SS <- matrix(c(0.1,-0.15,-0.15,0.2),2,2)
B_iter <- matrix(0,100,4)
S_iter <- matrix(0,100,4)
for (j in 1:100){
  S <- matrix(0,2,2)
  er <- prnorm(rep(0,len=2),SS,n,2)
  korelasi_error<-cor(er[,1],er[,2])
  y1 <- X1%*%B1+er[,1]
  y2 <- X2%*%B2+er[,2]
  X <- matrix(0,ncol=p*q,nrow=n*q)
  X[1:n,1:p] <- X1
  X[(n+1):(2*n),(p+1):(2*p)] <- X2
  y <- c(y1,y2)
  B <- solve(t(X)%*%X)%*%t(X)%*%y
  Beta1 <- B[1:p]
  Beta2 <- B[-(1:p)]
  R <- matrix(0,2,2)
  R[1,1] <- sum( (y1-X1%*%Beta1)^2 )
  R[1,2] <- R[2,1] <- sum( t(y1-X1%*%Beta1)%*%(y2-X2%*%Beta2) )
  R[2,2] <- sum( (y2-X2%*%Beta2)^2 )
  S <- R/n
  O <- kronecker(solve(S),diag(1,n))
}
```

Lampiran 14 (lanjutan)

```
for(i in 1:100){
  Beta1 <- B[1:p]
  Beta2 <- B[-(1:p)]
  B <- solve(t(X)%*%O%*%X)%*%t(X)%*%O%*%y
  R <- matrix(0,2,2)
  R[1,1] <- sum( (y1-X1%*%Beta1)^2 )
  R[1,2] <- R[2,1] <- sum( t(y1-X1%*%Beta1)%*%(y2-X2%*%Beta2) )
  R[2,2] <- sum( (y2-X2%*%Beta2)^2 )
  S <- R/n
  O <- kronecker(solve(S),diag(1,n))
}
B_iter[j,] <- B
S_iter[j,] <- c(S[1,1],S[1,2], S[2,1],S[2,2])
}

#hitung mse_GLS
y_GLS<-X%*%B
e_GLS<-y-y_GLS
mse_GLS<-(sum(e_GLS^2))/n
estimasi_B11<-c(mean(B_iter[,1]))
estimasi_B12<-c(mean(B_iter[,2]))
estimasi_B21<-c(mean(B_iter[,3]))
estimasi_B22<-c(mean(B_iter[,4]))
estimasi_S11<-c(mean(S_iter[,1]))
estimasi_S12<-c(mean(S_iter[,2]))
estimasi_S21<-c(mean(S_iter[,3]))
estimasi_S22<-c(mean(S_iter[,4]))
interval_B11<-c(min(B_iter[,1]),max(B_iter[,1]))
interval_B12<-c(min(B_iter[,2]),max(B_iter[,2]))
interval_B21<-c(min(B_iter[,3]),max(B_iter[,3]))
interval_B22<-c(min(B_iter[,4]),max(B_iter[,4]))
interval_S11<-c(min(S_iter[,1]),max(S_iter[,1]))
interval_S12<-c(min(S_iter[,2]),max(S_iter[,2]))
interval_S21<-c(min(S_iter[,3]),max(S_iter[,3]))
interval_S22<-c(min(S_iter[,4]),max(S_iter[,4]))
korelasi_error
rbind(estimasi_B11,estimasi_B12,estimasi_B21,estimasi_B22)
rbind(estimasi_S11,estimasi_S12,estimasi_S21,estimasi_S22)
rbind(interval_B11,interval_B12,interval_B21,interval_B22)
rbind(interval_S11,interval_S12,interval_S21,interval_S22)
mse_GLS
```

Lampiran 15 Hasil simulasi GLS korelasi tinggi n=100

```
korelasi_error
[1] -0,9408165

>rbind(estimasi_B11,estimasi_B12,estimasi_B21,estimasi_B22)

      [,1]
estimasi_B11 2,999766
estimasi_B12 -1,999992
estimasi_B21 2,000871
estimasi_B22 1,000282

>rbind(estimasi_S11,estimasi_S12,estimasi_S21,estimasi_S22)

      [,1]
estimasi_S11 0,1089369
estimasi_S12 -0,1405679
estimasi_S21 -0,1405679
estimasi_S22 0,2031542

>rbind(interval_B11,interval_B12,interval_B21,interval_B22)

      [,1]      [,2]
interval_B11 2,985304      3,014899
interval_B12 -2,011767     -1,987559
interval_B21 1,978538      2,019838
interval_B22 0,973872      1,017446

>rbind(interval_S11,interval_S12,interval_S21,interval_S22)

      [,1]      [,2]
interval_S11 0,07703968 0,1452636
interval_S12 -0,18683743 -0,1005951
interval_S21 -0,18683743 -0,1005951
interval_S22 0,15056929 0,2674717

> mse_GLS
[1] 0,2733861
```

Lampiran 16 Syntax Program Simulasi GLS korelasi tinggi n=500

```
set.seed (100)
prnorm <- function(mu,A,n,p) {
  U <- svd(A)$u
  V <- svd(A)$v
  D <- diag(sqrt(svd(A)$d))
  B <- U %%% D %%% t(V)
  w <- matrix(0,n,p)
  for (i in 1:n){w[i,] <- mu + B%%rnorm(p)}
  return(w)
}
library(bayesm)
library(MCMCpack)

n <-500
p <- 2
q <- 2
X1 <- matrix(runif(n*p,-4,4),ncol=p)
X2 <- matrix(runif(n*p,-4,4),ncol=p)
B1 <- c(3,-2); B2 <- c(2,1)
SS <- matrix(c(0.1,-0.15,-0.15,0.2),2,2)
B_iter <- matrix(0,100,4)
S_iter <- matrix(0,100,4)
for (j in 1:100){
  S <- matrix(0,2,2)
  er <- prnorm(rep(0,len=2),SS,n,2)
  korelasi_error<-cor(er[,1],er[,2])
  y1 <- X1%%B1+er[,1]
  y2 <- X2%%B2+er[,2]
  X <- matrix(0,ncol=p*q,nrow=n*q)
  X[1:n,1:p] <- X1
  X[(n+1):(2*n),(p+1):(2*p)] <- X2
  y <- c(y1,y2)
  B <- solve(t(X)%%X)%%t(X)%%y
  Beta1 <- B[1:p]
  Beta2 <- B[-(1:p)]
  R <- matrix(0,2,2)
  R[1,1] <- sum( (y1-X1%%Beta1)^2 )
  R[1,2] <- R[2,1] <- sum( t(y1-X1%%Beta1)%%(y2-X2%%Beta2) )
  R[2,2] <- sum( (y2-X2%%Beta2)^2 )
  S <- R/n
  O <- kronecker(solve(S),diag(1,n))
}
```

Lampiran 16 (lanjutan)

```
for(i in 1:100){
  Beta1 <- B[1:p]
  Beta2 <- B[-(1:p)]
  B <- solve(t(X)%*%O%*%X)%*%t(X)%*%O%*%y
  R <- matrix(0,2,2)
  R[1,1] <- sum( (y1-X1%*%Beta1)^2 )
  R[1,2] <- R[2,1] <- sum( t(y1-X1%*%Beta1)%*%(y2-X2%*%Beta2) )
  R[2,2] <- sum( (y2-X2%*%Beta2)^2 )
  S <- R/n
  O <- kronecker(solve(S),diag(1,n))
}
B_iter[j,] <- B
S_iter[j,] <- c(S[1,1],S[1,2], S[2,1],S[2,2])
}

#hitung mse_GLS
y_GLS<-X%*%B
e_GLS<-y-y_GLS
mse_GLS<-(sum(e_GLS^2))/n
estimasi_B11<-c(mean(B_iter[,1]))
estimasi_B12<-c(mean(B_iter[,2]))
estimasi_B21<-c(mean(B_iter[,3]))
estimasi_B22<-c(mean(B_iter[,4]))
estimasi_S11<-c(mean(S_iter[,1]))
estimasi_S12<-c(mean(S_iter[,2]))
estimasi_S21<-c(mean(S_iter[,3]))
estimasi_S22<-c(mean(S_iter[,4]))
interval_B11<-c(min(B_iter[,1]),max(B_iter[,1]))
interval_B12<-c(min(B_iter[,2]),max(B_iter[,2]))
interval_B21<-c(min(B_iter[,3]),max(B_iter[,3]))
interval_B22<-c(min(B_iter[,4]),max(B_iter[,4]))
interval_S11<-c(min(S_iter[,1]),max(S_iter[,1]))
interval_S12<-c(min(S_iter[,2]),max(S_iter[,2]))
interval_S21<-c(min(S_iter[,3]),max(S_iter[,3]))
interval_S22<-c(min(S_iter[,4]),max(S_iter[,4]))
korelasi_error
rbind(estimasi_B11,estimasi_B12,estimasi_B21,estimasi_B22)
rbind(estimasi_S11,estimasi_S12,estimasi_S21,estimasi_S22)
rbind(interval_B11,interval_B12,interval_B21,interval_B22)
rbind(interval_S11,interval_S12,interval_S21,interval_S22)
mse_GLS
```

Lampiran 17 Hasil simulasi GLS korelasi tinggi n=500

```
korelasi_error
[1] -0,937539

>rbind(estimasi_B11,estimasi_B12,estimasi_B21,estimasi_B22)
      [,1]
estimasi_B11 3,000207
estimasi_B12 -2,000249
estimasi_B21 2,00E+00
estimasi_B22 1,000413

>rbind(estimasi_S11,estimasi_S12,estimasi_S21,estimasi_S22)
      [,1]
estimasi_S11 0,1092293
estimasi_S12 -0,1403217
estimasi_S21 -0,1403217
estimasi_S22 0,2028568

>rbind(interval_B11,interval_B12,interval_B21,interval_B22)
      [,1] [,2]
interval_B11 2,9950722 3,005384
interval_B12 -2,0046868 -1,995334
interval_B21 1,9928583 2,007434
interval_B22 0,9950048 1,007368

>rbind(interval_S11,interval_S12,interval_S21,interval_S22)
      [,1] [,2]
interval_S11 0,09401978 0,1272033
interval_S12 -0,16578141 -0,1186211
interval_S21 -0,16578141 -0,1186211
interval_S22 0,17234279 0,2382894

>mse_GLS
[1] 0,2958083
```

Lampiran 18 Syntax Program Simulasi MCMC korelasi rendah n=30

```
set.seed(100)
prnorm <- function(mu,A,n,p) {
  U <- svd(A)$u
  V <- svd(A)$v
  D <- diag(sqrt(svd(A)$d))
  B <- U %%% D %%% t(V)
  w <- matrix(0,n,p)
  for (i in 1:n){w[i,] <- mu + B%%rnorm(p)}
  return(w)
}
library(bayesm)
library(MCMCpack)
n <- 30
p <- 2
q <- 2
X1 <- matrix(runif(n*p,-4,4),ncol=p)
X2 <- matrix(runif(n*p,-4,4),ncol=p)
B1 <- c(3,-2); B2 <- c(2,1)
SS <- matrix(c(0.1,-0.05,-0.05,0.2),2,2)

B_iter <- matrix(0,100,4)
S_iter <- matrix(0,100,4)

for (j in 1:100){
  S <- matrix(0,2,2)
  er <- prnorm(rep(0,len=2),SS,n,2)
  korelasi_error<-cor(er[,1],er[,2])
  y1 <- X1%%B1+er[,1]
  y2 <- X2%%B2+er[,2]
  X <- matrix(0,ncol=p*q,nrow=n*q)
  X[1:n,1:p] <- X1
  X[(n+1):(2*n),(p+1):(2*p)] <- X2
  y <- c(y1,y2)
  B <- solve(t(X)%%X)%%t(X)%%y
  Beta1 <- B[1:p]
  Beta2 <- B[-(1:p)]
  R <- matrix(0,2,2)
  R[1,1] <- sum( (y1-X1%%Beta1)^2 )
  R[1,2] <- R[2,1] <- sum( t(y1-X1%%Beta1)%%(y2-X2%%Beta2) )
  R[2,2] <- sum( (y2-X2%%Beta2)^2 )
  S <- R/n
  O <- kronecker(solve(S),diag(1,n))
}
```

Lampiran 18 (lanjutan)

```

for(i in 1:100){
  Beta1 <- B[1:p]
  Beta2 <- B[-(1:p)]
  B <- solve(t(X)%*%O%*%X)%*%t(X)%*%O%*%y
  R <- matrix(0,2,2)
  R[1,1] <- sum( (y1-X1%*%Beta1)^2 )
  R[1,2] <- R[2,1] <- sum( t(y1-X1%*%Beta1)%*%(y2-X2%*%Beta2) )
  R[2,2] <- sum( (y2-X2%*%Beta2)^2 )
  S <- R/n
  O <- kronecker(solve(S),diag(1,n))
}
B_iter[j,] <- B
S_iter[j,] <- c(S[1,1],S[1,2], S[2,1],S[2,2])
}
#hitung mse_GLS
y_GLS<-X%*%B
e_GLS<-y-y_GLS
mse_GLS<-(sum(e_GLS^2))/n
mse_GLS

# Gibbs sampling
ITERn<- 6000 # Numb. of iterations
AB<- matrix(0, ITERn,p*q)
AS <- matrix(0, ITERn,q*q)
for(j in 1: ITERn){
  Bold <- B
  Sold <- S
  Rold <- R
  R[1,1] <- sum( (y1-X1%*%Beta1)^2 ); R[2,2] <- sum( (y2-X2%*%Beta2)^2 )
  R[1,2] <- R[2,1] <- sum( t(y1-X1%*%Beta1)%*%(y2-X2%*%Beta2) )
  O <- kronecker(solve(S),diag(1,n))
  B <- solve(t(X)%*%O%*%X)%*%t(X)%*%O%*%y
  Bnew <- prnorm(B,solve(t(X)%*%O%*%X),1,4)
  Beta1 <- Bnew[1:p]; Beta2 <- Bnew[-(1:p)]
  AB[j,] <- Bnew
  R[1,1] <- sum( (y1-X1%*%Beta1)^2 ); R[2,2] <- sum( (y2-X2%*%Beta2)^2 )
  R[1,2] <- R[2,1] <- sum( t(y1-X1%*%Beta1)%*%(y2-X2%*%Beta2) )
  S <- R/n
  Snew <- rwishart(n,solve(S)/n)$IW
  AS[j,] <- as.vector(Snew)
}

```


Lampiran 18 (lanjutan)

#Burn-in period

```
AB <- AB[1001: ITERn,]; AS <- AS[1001: ITERn,]
```

```
interval_AB11<-c(min(AB[,1]),max(AB[,1]))
```

```
interval_AB12<-c(min(AB[,2]),max(AB[,2]))
```

```
interval_AB21<-c(min(AB[,3]),max(AB[,3]))
```

```
interval_AB22<-c(min(AB[,4]),max(AB[,4]))
```

```
interval_AS11<-c(min(AS[,1]),max(AS[,1]))
```

```
interval_AS12<-c(min(AS[,2]),max(AS[,2]))
```

```
interval_AS21<-c(min(AS[,3]),max(AS[,3]))
```

```
interval_AS22<-c(min(AS[,4]),max(AS[,4]))
```

#hitung mse_Bayes

```
b11<-mean(mcmc(AB)[,1])
```

```
b12<-mean(mcmc(AB)[,2])
```

```
b13<-mean(mcmc(AB)[,3])
```

```
b14<-mean(mcmc(AB)[,4])
```

```
b<-c(b11,b12,b13,b14)
```

```
y_bayes<-X%*%b
```

```
e_bayes<-y-y_bayes
```

```
mse_bayes<-(sum(e_bayes^2))/n
```

korelasi_error

```
summary(mcmc(AB))
```

```
summary(mcmc(AS))
```

```
rbind(interval_AB11,interval_AB12,interval_AB21,interval_AB22)
```

```
rbind(interval_AS11,interval_AS12,interval_AS21,interval_AS22)
```

```
mse_bayes
```

Lampiran 19 Hasil simulasi MCMC korelasi rendah n=30

```
orelasi_error  
[1] -0.1469151  
> summary(mcmc(AB))
```

```
Iterations = 1:5000  
Thinning interval = 1  
Number of chains = 1  
Sample size per chain = 5000
```

1. Empirical mean and standard deviation for each variable,
plus standard error of the mean:

	Mean	SD	Naive SE	Time-series SE
[1,]	3.025	0.02449	0.0003464	0.0003589
[2,]	-1.988	0.01949	0.0002756	0.0002944
[3,]	1.990	0.04069	0.0005754	0.0005953
[4,]	1.018	0.03303	0.0004672	0.0004786

2. Quantiles for each variable:

	2.5%	25%	50%	75%	97.5%
var1	2.9763	3.0080	3.025	3.041	3.071
var2	-2.0250	-2.0011	-1.988	-1.975	-1.949
var3	1.9128	1.9623	1.990	2.018	2.070
var4	0.9524	0.9953	1.017	1.040	1.083

```
> summary(mcmc(AS))
```

```
Iterations = 1:5000  
Thinning interval = 1  
Number of chains = 1  
Sample size per chain = 5000
```

1. Empirical mean and standard deviation for each variable,
plus standard error of the mean:

	Mean	SD	Naive SE	Time-series SE
[1,]	0.05864	0.01765	0.0002496	0.0002574
[2,]	-0.01607	0.02436	0.0003445	0.0003445
[3,]	-0.01607	0.02436	0.0003445	0.0003445
[4,]	0.23829	0.06839	0.0009672	0.0009672

Lampiran 19 (lanjutan)

2. Quantiles for each variable:

```
      2.5%   25%   50%   75%  97.5%
var1 0.03388 0.04639 0.05555 0.067093 0.10070
var2 -0.06875 -0.03000 -0.01461 -0.000488 0.02676
var3 -0.06875 -0.03000 -0.01461 -0.000488 0.02676
var4 0.13865 0.19018 0.22797 0.273229 0.40848

> rbind(interval_AB11,interval_AB12,interval_AB21,interval_AB22)
      [,1] [,2]
interval_AB11 2.9025555 3.113083
interval_AB12 -2.0610601 -1.916397
interval_AB21 1.8339718 2.156747
interval_AB22 0.8986558 1.143433

> rbind(interval_AS11,interval_AS12,interval_AS21,interval_AS22)
      [,1] [,2]
interval_AS11 0.02427818 0.18238715
interval_AS12 -0.15931812 0.09843421
interval_AS21 -0.15931812 0.09843421
interval_AS22 0.09666133 0.62135564

> mse_bayes
[1] 0.2504113
```

Lampiran 20 Syntax Program Simulasi MCMC korelasi rendah n=50

```
set.seed (100)
prnorm <- function(mu,A,n,p) {
  U <- svd(A)$u
  V <- svd(A)$v
  D <- diag(sqrt(svd(A)$d))
  B <- U %%% D %%% t(V)
  w <- matrix(0,n,p)
  for (i in 1:n){w[i,] <- mu + B%%rnorm(p)}
  return(w)
}
library(bayesm)
library(MCMCpack)
n <- 50
p <- 2
q <- 2
X1 <- matrix(runif(n*p,-4,4),ncol=p)
X2 <- matrix(runif(n*p,-4,4),ncol=p)
B1 <- c(3,-2); B2 <- c(2,1)
SS <- matrix(c(0.1,-0.05,-0.05,0.2),2,2)

B_iter <- matrix(0,100,4)
S_iter <- matrix(0,100,4)

for (j in 1:100){
  S <- matrix(0,2,2)
  er <- prnorm(rep(0,len=2),SS,n,2)
  korelasi_error<-cor(er[,1],er[,2])
  y1 <- X1%%B1+er[,1]
  y2 <- X2%%B2+er[,2]
  X <- matrix(0,ncol=p*q,nrow=n*q)
  X[1:n,1:p] <- X1
  X[(n+1):(2*n),(p+1):(2*p)] <- X2
  y <- c(y1,y2)
  B <- solve(t(X)%%X)%%t(X)%%y
  Beta1 <- B[1:p]
  Beta2 <- B[-(1:p)]
  R <- matrix(0,2,2)
  R[1,1] <- sum( (y1-X1%%Beta1)^2 )
  R[1,2] <- R[2,1] <- sum( t(y1-X1%%Beta1)%%(y2-X2%%Beta2) )
  R[2,2] <- sum( (y2-X2%%Beta2)^2 )
  S <- R/n
  O <- kronecker(solve(S),diag(1,n))
```

Lampiran 20 (lanjutan)

```

for(i in 1:100){
Beta1 <- B[1:p]
Beta2 <- B[-(1:p)]
B <- solve(t(X)%*%O%*%X)%*%t(X)%*%O%*%y
R <- matrix(0,2,2)
R[1,1] <- sum( (y1-X1%*%Beta1)^2 )
R[1,2] <- R[2,1] <- sum( t(y1-X1%*%Beta1)%*%(y2-X2%*%Beta2) )
R[2,2] <- sum( (y2-X2%*%Beta2)^2 )
S <- R/n
O <- kronecker(solve(S),diag(1,n))
}
B_iter[j,] <- B
S_iter[j,] <- c(S[1,1],S[1,2], S[2,1],S[2,2])
}
#hitung mse_GLS
y_GLS<-X%*%B
e_GLS<-y-y_GLS
mse_GLS<-(sum(e_GLS^2))/n
mse_GLS

# Gibbs sampling
ITERn<- 6000 # Numb. of iterations
AB<- matrix(0, ITERn,p*q)
AS <- matrix(0, ITERn,q*q)
for(j in 1: ITERn){
Bold <- B
Sold <- S
Rold <- R
R[1,1] <- sum( (y1-X1%*%Beta1)^2 ); R[2,2] <- sum( (y2-X2%*%Beta2)^2 )
R[1,2] <- R[2,1] <- sum( t(y1-X1%*%Beta1)%*%(y2-X2%*%Beta2) )
O <- kronecker(solve(S),diag(1,n))
B <- solve(t(X)%*%O%*%X)%*%t(X)%*%O%*%y
Bnew <- prnorm(B,solve(t(X)%*%O%*%X),1,4)
Beta1 <- Bnew[1:p]; Beta2 <- Bnew[-(1:p)]
AB[j,] <- Bnew
R[1,1] <- sum( (y1-X1%*%Beta1)^2 ); R[2,2] <- sum( (y2-X2%*%Beta2)^2 )
R[1,2] <- R[2,1] <- sum( t(y1-X1%*%Beta1)%*%(y2-X2%*%Beta2) )
S <- R/n
Snew <- rwishart(n,solve(S)/n)$IW
AS[j,] <- as.vector(Snew)

}

```

Lampiran 20 (lanjutan)

```
#Burn-in period
AB <- AB[1001: ITERn,]; AS <- AS[1001: ITERn,]

interval_AB11<-c(min(AB[,1]),max(AB[,1]))
interval_AB12<-c(min(AB[,2]),max(AB[,2]))
interval_AB21<-c(min(AB[,3]),max(AB[,3]))
interval_AB22<-c(min(AB[,4]),max(AB[,4]))

interval_AS11<-c(min(AS[,1]),max(AS[,1]))
interval_AS12<-c(min(AS[,2]),max(AS[,2]))
interval_AS21<-c(min(AS[,3]),max(AS[,3]))
interval_AS22<-c(min(AS[,4]),max(AS[,4]))

#hitung mse_Bayes

b11<-mean(mcmc(AB)[,1])
b12<-mean(mcmc(AB)[,2])
b13<-mean(mcmc(AB)[,3])
b14<-mean(mcmc(AB)[,4])
b<-c(b11,b12,b13,b14)
y_bayes<-X%*%b
e_bayes<-y-y_bayes
mse_bayes<-(sum(e_bayes^2))/n

korelasi_error
summary(mcmc(AB))
summary(mcmc(AS))
rbind(interval_AB11,interval_AB12,interval_AB21,interval_AB22)
rbind(interval_AS11,interval_AS12,interval_AS21,interval_AS22)
mse_bayes
```

Lampiran 21 Hasil simulasi MCMC korelasi rendah n=50

```
korelasi_error  
[1] -0.1245266  
> summary(mcmc(AB))
```

```
Iterations = 1:5000  
Thinning interval = 1  
Number of chains = 1  
Sample size per chain = 5000
```

1. Empirical mean and standard deviation for each variable,
plus standard error of the mean:

	Mean	SD	Naive SE	Time-series SE
[1,]	3.038	0.02137	0.0003022	0.0003115
[2,]	-1.991	0.02093	0.0002961	0.0003214
[3,]	2.020	0.02375	0.0003359	0.0003567
[4,]	1.020	0.02616	0.0003699	0.0003699

2. Quantiles for each variable:

	2.5%	25%	50%	75%	97.5%
var1	2.9966	3.024	3.038	3.052	3.080
var2	-2.0320	-2.005	-1.991	-1.977	-1.950
var3	1.9736	2.004	2.020	2.036	2.067
var4	0.9689	1.002	1.020	1.038	1.070

```
> summary(mcmc(AS))
```

```
Iterations = 1:5000  
Thinning interval = 1  
Number of chains = 1  
Sample size per chain = 5000
```

1. Empirical mean and standard deviation for each variable,
plus standard error of the mean:

	Mean	SD	Naive SE	Time-series SE
[1,]	0.10320	0.02227	0.0003149	0.0003135
[2,]	-0.00961	0.02096	0.0002964	0.0002964
[3,]	-0.00961	0.02096	0.0002964	0.0002964
[4,]	0.17057	0.03628	0.0005131	0.0005131

Lampiran 21 (lanjutan)

2. Quantiles for each variable:

```
      2.5%   25%   50%   75%  97.5%
var1 0.06908 0.08756 0.099993 0.11588 0.15420
var2 -0.05260 -0.02244 -0.008801 0.00362 0.02971
var3 -0.05260 -0.02244 -0.008801 0.00362 0.02971
var4 0.11381 0.14453 0.166149 0.19102 0.25566

> rbind(interval_AB11,interval_AB12,interval_AB21,interval_AB22)
      [,1] [,2]
interval_AB11 2.9587811 3.117357
interval_AB12 -2.0768714 -1.916043
interval_AB21 1.9332875 2.100995
interval_AB22 0.9271731 1.127134

> rbind(interval_AS11,interval_AS12,interval_AS21,interval_AS22)
      [,1] [,2]
interval_AS11 0.05384606 0.23024105
interval_AS12 -0.12420610 0.06929235
interval_AS21 -0.12420610 0.06929235
interval_AS22 0.08603830 0.40754210

> mse_bayes
[1] 0.2468726
```


Lampiran 22 Syntax Program simulasi MCMC korelasi rendah n=100

```
set.seed(100)
prnorm <- function(mu,A,n,p) {
  U <- svd(A)$u
  V <- svd(A)$v
  D <- diag(sqrt(svd(A)$d))
  B <- U %%% D %%% t(V)
  w <- matrix(0,n,p)
  for (i in 1:n){w[i,] <- mu + B%%rnorm(p)}
  return(w)
}
library(bayesm)
library(MCMCpack)
n <- 100
p <- 2
q <- 2
X1 <- matrix(runif(n*p,-4,4),ncol=p)
X2 <- matrix(runif(n*p,-4,4),ncol=p)
B1 <- c(3,-2); B2 <- c(2,1)
SS <- matrix(c(0.1,-0.05,-0.05,0.2),2,2)

B_iter <- matrix(0,100,4)
S_iter <- matrix(0,100,4)

for (j in 1:100){
  S <- matrix(0,2,2)
  er <- prnorm(rep(0,len=2),SS,n,2)
  korelasi_error<-cor(er[,1],er[,2])
  y1 <- X1%%B1+er[,1]
  y2 <- X2%%B2+er[,2]
  X <- matrix(0,ncol=p*q,nrow=n*q)
  X[1:n,1:p] <- X1
  X[(n+1):(2*n),(p+1):(2*p)] <- X2
  y <- c(y1,y2)
  B <- solve(t(X)%%X)%%t(X)%%y
  Beta1 <- B[1:p]
  Beta2 <- B[-(1:p)]
  R <- matrix(0,2,2)
  R[1,1] <- sum( (y1-X1%%Beta1)^2 )
  R[1,2] <- R[2,1] <- sum( t(y1-X1%%Beta1)%%(y2-X2%%Beta2) )
  R[2,2] <- sum( (y2-X2%%Beta2)^2 )
  S <- R/n
  O <- kronecker(solve(S),diag(1,n))
```

Lampiran 22 (lanjutan)

```

for(i in 1:100){
  Beta1 <- B[1:p]
  Beta2 <- B[-(1:p)]
  B <- solve(t(X)%*%O%*%X)%*%t(X)%*%O%*%y
  R <- matrix(0,2,2)
  R[1,1] <- sum( (y1-X1%*%Beta1)^2 )
  R[1,2] <- R[2,1] <- sum( t(y1-X1%*%Beta1)%*%(y2-X2%*%Beta2) )
  R[2,2] <- sum( (y2-X2%*%Beta2)^2 )
  S <- R/n
  O <- kronecker(solve(S),diag(1,n))
}
B_iter[j,] <- B
S_iter[j,] <- c(S[1,1],S[1,2], S[2,1],S[2,2])
}
#hitung mse_GLS
y_GLS<-X%*%B
e_GLS<-y-y_GLS
mse_GLS<-(sum(e_GLS^2))/n
mse_GLS

# Gibbs sampling
ITERn<- 6000 # Numb. of iterations
AB<- matrix(0, ITERn,p*q)
AS <- matrix(0, ITERn,q*q)
for(j in 1: ITERn){
  Bold <- B
  Sold <- S
  Rold <- R
  R[1,1] <- sum( (y1-X1%*%Beta1)^2 ); R[2,2] <- sum( (y2-X2%*%Beta2)^2 )
  R[1,2] <- R[2,1] <- sum( t(y1-X1%*%Beta1)%*%(y2-X2%*%Beta2) )
  O <- kronecker(solve(S),diag(1,n))
  B <- solve(t(X)%*%O%*%X)%*%t(X)%*%O%*%y
  Bnew <- prnorm(B,solve(t(X)%*%O%*%X),1,4)
  Beta1 <- Bnew[1:p]; Beta2 <- Bnew[-(1:p)]
  AB[j,] <- Bnew
  R[1,1] <- sum( (y1-X1%*%Beta1)^2 ); R[2,2] <- sum( (y2-X2%*%Beta2)^2 )
  R[1,2] <- R[2,1] <- sum( t(y1-X1%*%Beta1)%*%(y2-X2%*%Beta2) )
  S <- R/n
  Snew <- rwishart(n,solve(S)/n)$IW
  AS[j,] <- as.vector(Snew)
}

```

Lampiran 22 (lanjutan)

#Burn-in period

```
AB <- AB[1001: ITERn,]; AS <- AS[1001: ITERn,]
```

```
interval_AB11<-c(min(AB[,1]),max(AB[,1]))
```

```
interval_AB12<-c(min(AB[,2]),max(AB[,2]))
```

```
interval_AB21<-c(min(AB[,3]),max(AB[,3]))
```

```
interval_AB22<-c(min(AB[,4]),max(AB[,4]))
```

```
interval_AS11<-c(min(AS[,1]),max(AS[,1]))
```

```
interval_AS12<-c(min(AS[,2]),max(AS[,2]))
```

```
interval_AS21<-c(min(AS[,3]),max(AS[,3]))
```

```
interval_AS22<-c(min(AS[,4]),max(AS[,4]))
```

#hitung mse_Bayes

```
b11<-mean(mcmc(AB)[,1])
```

```
b12<-mean(mcmc(AB)[,2])
```

```
b13<-mean(mcmc(AB)[,3])
```

```
b14<-mean(mcmc(AB)[,4])
```

```
b<-c(b11,b12,b13,b14)
```

```
y_bayes<-X%*%b
```

```
e_bayes<-y-y_bayes
```

```
mse_bayes<-(sum(e_bayes^2))/n
```

korelasi_error

```
summary(mcmc(AB))
```

```
summary(mcmc(AS))
```

```
rbind(interval_AB11,interval_AB12,interval_AB21,interval_AB22)
```

```
rbind(interval_AS11,interval_AS12,interval_AS21,interval_AS22)
```

```
mse_bayes
```

Lampiran 23 Hasil simulasi MCMC korelasi rendah n=100

```
> korelasi_error  
[1] -0.0140469  
> summary(mcmc(AB))
```

Iterations = 1:5000
Thinning interval = 1
Number of chains = 1
Sample size per chain = 5000

1. Empirical mean and standard deviation for each variable,
plus standard error of the mean:

	Mean	SD	Naive SE	Time-series SE
[1,]	3.001	0.01499	0.0002119	0.0002165
[2,]	-2.006	0.01275	0.0001804	0.0001804
[3,]	1.996	0.01891	0.0002674	0.0002765
[4,]	1.038	0.02037	0.0002881	0.0002881

2. Quantiles for each variable:

	2.5%	25%	50%	75%	97.5%
var1	2.9722	2.991	3.001	3.011	3.031
var2	-2.0310	-2.014	-2.006	-1.997	-1.981
var3	1.9585	1.983	1.996	2.009	2.032
var4	0.9983	1.024	1.037	1.052	1.077

```
> summary(mcmc(AS))
```

Iterations = 1:5000
Thinning interval = 1
Number of chains = 1
Sample size per chain = 5000

1. Empirical mean and standard deviation for each variable,
plus standard error of the mean:

	Mean	SD	Naive SE	Time-series SE
[1,]	0.0941727	0.01386	0.0001960	0.0001960
[2,]	-0.0009325	0.01354	0.0001915	0.0001915
[3,]	-0.0009325	0.01354	0.0001915	0.0001915
[4,]	0.1779399	0.02612	0.0003693	0.0003866

Lampiran 23 (lanjutan)

2. Quantiles for each variable:

```
      2.5%   25%   50%   75%  97.5%
var1 0.07107 0.084523 0.09287 0.102641 0.12455
var2 -0.02772 -0.009805 -0.00067 0.008209 0.02497
var3 -0.02772 -0.009805 -0.00067 0.008209 0.02497
var4 0.13369 0.159704 0.17553 0.193688 0.23763

> rbind(interval_AB11,interval_AB12,interval_AB21,interval_AB22)
      [,1] [,2]
interval_AB11 2.9492210 3.060084
interval_AB12 -2.0457671 -1.960051
interval_AB21 1.9315274 2.069498
interval_AB22 0.9588837 1.109724

> rbind(interval_AS11,interval_AS12,interval_AS21,interval_AS22)
      [,1] [,2]
interval_AS11 0.05500189 0.15967393
interval_AS12 -0.05098453 0.05560327
interval_AS21 -0.05098453 0.05560327
interval_AS22 0.10859013 0.31509091

> mse_bayes
[1] 0.2589453
```

Lampiran 24 Syntax Program simulasi MCMC korelasi rendah n=500

```
set.seed (100)
prnorm <- function(mu,A,n,p) {
  U <- svd(A)$u
  V <- svd(A)$v
  D <- diag(sqrt(svd(A)$d))
  B <- U %%% D %%% t(V)
  w <- matrix(0,n,p)
  for (i in 1:n){w[i,] <- mu + B%%rnorm(p)}
  return(w)
}
library(bayesm)
library(MCMCpack)
n <- 500
p <- 2
q <- 2
X1 <- matrix(runif(n*p,-4,4),ncol=p)
X2 <- matrix(runif(n*p,-4,4),ncol=p)
B1 <- c(3,-2); B2 <- c(2,1)
SS <- matrix(c(0.1,-0.05,-0.05,0.2),2,2)

B_iter <- matrix(0,100,4)
S_iter <- matrix(0,100,4)

for (j in 1:100){
  S <- matrix(0,2,2)
  er <- prnorm(rep(0,len=2),SS,n,2)
  korelasi_error<-cor(er[,1],er[,2])
  y1 <- X1%%B1+er[,1]
  y2 <- X2%%B2+er[,2]
  X <- matrix(0,ncol=p*q,nrow=n*q)
  X[1:n,1:p] <- X1
  X[(n+1):(2*n),(p+1):(2*p)] <- X2
  y <- c(y1,y2)
  B <- solve(t(X)%%X)%%t(X)%%y
  Beta1 <- B[1:p]
  Beta2 <- B[-(1:p)]
  R <- matrix(0,2,2)
  R[1,1] <- sum( (y1-X1%%Beta1)^2 )
  R[1,2] <- R[2,1] <- sum( t(y1-X1%%Beta1)%%(y2-X2%%Beta2) )
  R[2,2] <- sum( (y2-X2%%Beta2)^2 )
  S <- R/n
  O <- kronecker(solve(S),diag(1,n))
}
```

Lampiran 24 (lanjutan)

```
for(i in 1:100){
  Beta1 <- B[1:p]
  Beta2 <- B[-(1:p)]
  B <- solve(t(X)%*%O%*%X)%*%t(X)%*%O%*%y
  R <- matrix(0,2,2)
  R[1,1] <- sum( (y1-X1%*%Beta1)^2 )
  R[1,2] <- R[2,1] <- sum( t(y1-X1%*%Beta1)%*%(y2-X2%*%Beta2) )
  R[2,2] <- sum( (y2-X2%*%Beta2)^2 )
  S <- R/n
  O <- kronecker(solve(S),diag(1,n))
}
B_iter[j,] <- B
S_iter[j,] <- c(S[1,1],S[1,2], S[2,1],S[2,2])
}
#hitung mse_GLS
y_GLS<-X%*%B
e_GLS<-y-y_GLS
mse_GLS<-(sum(e_GLS^2))/n
mse_GLS

# Gibbs sampling
ITERn<- 6000 # Numb. of iterations
AB<- matrix(0, ITERn,p*q)
AS <- matrix(0, ITERn,q*q)
for(j in 1: ITERn){
  Bold <- B
  Sold <- S
  Rold <- R
  R[1,1] <- sum( (y1-X1%*%Beta1)^2 ); R[2,2] <- sum( (y2-X2%*%Beta2)^2 )
  R[1,2] <- R[2,1] <- sum( t(y1-X1%*%Beta1)%*%(y2-X2%*%Beta2) )
  O <- kronecker(solve(S),diag(1,n))
  B <- solve(t(X)%*%O%*%X)%*%t(X)%*%O%*%y
  Bnew <- prnorm(B,solve(t(X)%*%O%*%X),1,4)
  Beta1 <- Bnew[1:p]; Beta2 <- Bnew[-(1:p)]
  AB[j,] <- Bnew
  R[1,1] <- sum( (y1-X1%*%Beta1)^2 ); R[2,2] <- sum( (y2-X2%*%Beta2)^2 )
  R[1,2] <- R[2,1] <- sum( t(y1-X1%*%Beta1)%*%(y2-X2%*%Beta2) )
  S <- R/n
  Snew <- rwishart(n,solve(S)/n)$IW
  AS[j,] <- as.vector(Snew)
}
```

Lampiran 24 (lanjutan)

```
#Burn-in period
AB <- AB[1001: ITERn,]; AS <- AS[1001: ITERn,]

interval_AB11<-c(min(AB[,1]),max(AB[,1]))
interval_AB12<-c(min(AB[,2]),max(AB[,2]))
interval_AB21<-c(min(AB[,3]),max(AB[,3]))
interval_AB22<-c(min(AB[,4]),max(AB[,4]))

interval_AS11<-c(min(AS[,1]),max(AS[,1]))
interval_AS12<-c(min(AS[,2]),max(AS[,2]))
interval_AS21<-c(min(AS[,3]),max(AS[,3]))
interval_AS22<-c(min(AS[,4]),max(AS[,4]))

#hitung mse_Bayes

b11<-mean(mcmc(AB)[,1])
b12<-mean(mcmc(AB)[,2])
b13<-mean(mcmc(AB)[,3])
b14<-mean(mcmc(AB)[,4])
b<-c(b11,b12,b13,b14)
y_bayes<-X%*%b
e_bayes<-y-y_bayes
mse_bayes<-(sum(e_bayes^2))/n

korelasi_error
summary(mcmc(AB))
summary(mcmc(AS))
rbind(interval_AB11,interval_AB12,interval_AB21,interval_AB22)
rbind(interval_AS11,interval_AS12,interval_AS21,interval_AS22)
mse_bayes
```


Lampiran 25 Hasil simulasi MCMC korelasi rendah n=500

```
korelasi_error
[1] -0,0004567213
> summary(mcmc(AB))
```

```
Iterations = 1:5000
Thinning interval = 1
Number of chains = 1
Sample size per chain = 5000
```

1. Empirical mean and standard deviation for each variable,
plus standard error of the mean:

	Mean	SD	Naive SE	Time-series SE	
[1,]	2,99500		0,00646	0,00009	0,00009
[2,]	-1,99900		0,00611	0,00009	0,00008
[3,]	1,98700		0,00824	0,00012	0,00012
[4,]	1,01000		0,00810	0,00011	0,00011

2. Quantiles for each variable:

	2.5%	25%	50%	75%	97.5%
var1	2,9821	2,9900	2,9950	2,9990	3,0070
var2	-2,0109	-2,0030	-1,9990	-1,9950	-1,9870
var3	1,9713	1,9820	1,9880	1,9930	2,0030
var4	0,9943	1,0050	1,0100	1,0160	1,0260

```
> summary(mcmc(AS))
```

```
Iterations = 1:5000
Thinning interval = 1
Number of chains = 1
Sample size per chain = 5000
```

1. Empirical mean and standard deviation for each variable,
plus standard error of the mean:

	Mean	SD	Naive SE	Time-series SE	
[1,]	0,10372		0,00647	0,00009	0,00009
[2,]	0,00021		0,00632	0,00009	0,00009
[3,]	0,00021		0,00632	0,00009	0,00009
[4,]	0,18722		0,01188	0,00017	0,00017

Lampiran 25 (lanjutan)

2. Quantiles for each variable:

	2.5%	25%	50%	75%	97.5%
var1	0,09152		0,099329	0,1034755	0,107945
var2	-0,01225		-0,003958	0,0001327	0,004452
var3	-0,01225		-0,003958	0,0001327	0,004452
var4	0,16526		0,178993	0,1867123	0,19504

```
> rbind(interval_AB11,interval_AB12,interval_AB21,interval_AB22)
```

```
      [,1]      [,2]  
interval_AB11 2,9728648      3,019744  
interval_AB12 -2,0193297     -1,977569  
interval_AB21 1,9593743      2,016979  
interval_AB22 9,81E-01      1,039007
```

```
> rbind(interval_AS11,interval_AS12,interval_AS21,interval_AS22)
```

```
      [,1]      [,2]  
interval_AS11 0,08358147     0,13077672  
interval_AS12 -0,02314549     0,02605178  
interval_AS21 -0,02314549     0,02605178  
interval_AS22 0,14848301     0,23358183
```

```
> mse_bayes
```

```
[1] 0.2468726
```

Lampiran 26 Syntax Program simulasi MCMC korelasi tinggi n=30

```
set.seed(100)
prnorm <- function(mu,A,n,p) {
  U <- svd(A)$u
  V <- svd(A)$v
  D <- diag(sqrt(svd(A)$d))
  B <- U %%% D %%% t(V)
  w <- matrix(0,n,p)
  for (i in 1:n){w[i,] <- mu + B%%rnorm(p)}
  return(w)
}
library(bayesm)
library(MCMCpack)
n <- 30
p <- 2
q <- 2
X1 <- matrix(runif(n*p,-4,4),ncol=p)
X2 <- matrix(runif(n*p,-4,4),ncol=p)
B1 <- c(3,-2); B2 <- c(2,1)
SS <- matrix(c(0.1,-0.15,-0.15,0.2),2,2)

B_iter <- matrix(0,100,4)
S_iter <- matrix(0,100,4)

for (j in 1:100){
  S <- matrix(0,2,2)
  er <- prnorm(rep(0,len=2),SS,n,2)
  korelasi_error<-cor(er[,1],er[,2])
  y1 <- X1%%B1+er[,1]
  y2 <- X2%%B2+er[,2]
  X <- matrix(0,ncol=p*q,nrow=n*q)
  X[1:n,1:p] <- X1
  X[(n+1):(2*n),(p+1):(2*p)] <- X2
  y <- c(y1,y2)
  B <- solve(t(X)%%X)%%t(X)%%y
  Beta1 <- B[1:p]
  Beta2 <- B[-(1:p)]
  R <- matrix(0,2,2)
  R[1,1] <- sum( (y1-X1%%Beta1)^2 )
  R[1,2] <- R[2,1] <- sum( t(y1-X1%%Beta1)%%(y2-X2%%Beta2) )
  R[2,2] <- sum( (y2-X2%%Beta2)^2 )
  S <- R/n
  O <- kronecker(solve(S),diag(1,n))
```

Lampiran 26 (lanjutan)

```

for(i in 1:100){
Beta1 <- B[1:p]
Beta2 <- B[-(1:p)]
B <- solve(t(X)%*%O%*%X)%*%t(X)%*%O%*%y
R <- matrix(0,2,2)
R[1,1] <- sum( (y1-X1%*%Beta1)^2 )
R[1,2] <- R[2,1] <- sum( t(y1-X1%*%Beta1)%*%(y2-X2%*%Beta2) )
R[2,2] <- sum( (y2-X2%*%Beta2)^2 )
S <- R/n
O <- kronecker(solve(S),diag(1,n))
}
B_iter[j,] <- B
S_iter[j,] <- c(S[1,1],S[1,2], S[2,1],S[2,2])
}
#hitung mse_GLS
y_GLS<-X%*%B
e_GLS<-y-y_GLS
mse_GLS<-(sum(e_GLS^2))/n
mse_GLS

# Gibbs sampling
ITERn<- 6000 # Numb. of iterations
AB<- matrix(0, ITERn,p*q)
AS <- matrix(0, ITERn,q*q)
for(j in 1: ITERn){
Bold <- B
Sold <- S
Rold <- R
R[1,1] <- sum( (y1-X1%*%Beta1)^2 ); R[2,2] <- sum( (y2-X2%*%Beta2)^2 )
R[1,2] <- R[2,1] <- sum( t(y1-X1%*%Beta1)%*%(y2-X2%*%Beta2) )
O <- kronecker(solve(S),diag(1,n))
B <- solve(t(X)%*%O%*%X)%*%t(X)%*%O%*%y
Bnew <- prnorm(B,solve(t(X)%*%O%*%X),1,4)
Beta1 <- Bnew[1:p]; Beta2 <- Bnew[-(1:p)]
AB[j,] <- Bnew
R[1,1] <- sum( (y1-X1%*%Beta1)^2 ); R[2,2] <- sum( (y2-X2%*%Beta2)^2 )
R[1,2] <- R[2,1] <- sum( t(y1-X1%*%Beta1)%*%(y2-X2%*%Beta2) )
S <- R/n
Snew <- rwishart(n,solve(S)/n)$IW
AS[j,] <- as.vector(Snew)

}

```

Lampiran 26 (lanjutan)

```
#Burn-in period
AB <- AB[1001: ITERn,]; AS <- AS[1001: ITERn,]

interval_AB11<-c(min(AB[,1]),max(AB[,1]))
interval_AB12<-c(min(AB[,2]),max(AB[,2]))
interval_AB21<-c(min(AB[,3]),max(AB[,3]))
interval_AB22<-c(min(AB[,4]),max(AB[,4]))

interval_AS11<-c(min(AS[,1]),max(AS[,1]))
interval_AS12<-c(min(AS[,2]),max(AS[,2]))
interval_AS21<-c(min(AS[,3]),max(AS[,3]))
interval_AS22<-c(min(AS[,4]),max(AS[,4]))

#hitung mse_Bayes

b11<-mean(mcmc(AB)[,1])
b12<-mean(mcmc(AB)[,2])
b13<-mean(mcmc(AB)[,3])
b14<-mean(mcmc(AB)[,4])
b<-c(b11,b12,b13,b14)
y_bayes<-X%*%b
e_bayes<-y-y_bayes
mse_bayes<-(sum(e_bayes^2))/n

korelasi_error
summary(mcmc(AB))
summary(mcmc(AS))
rbind(interval_AB11,interval_AB12,interval_AB21,interval_AB22)
rbind(interval_AS11,interval_AS12,interval_AS21,interval_AS22)
mse_bayes
```

Lampiran 27 Hasil simulasi MCMC korelasi tinggi n=30

```
> korelasi_error  
[1] -0.9424328  
> summary(mcmc(AB))
```

Iterations = 1:5000
Thinning interval = 1
Number of chains = 1
Sample size per chain = 5000

1. Empirical mean and standard deviation for each variable,
plus standard error of the mean:

	Mean	SD	Naive SE	Time-series SE
[1,]	2.997	0.012152	0.0001719	0.0001857
[2,]	-2.004	0.009614	0.0001360	0.0001441
[3,]	2.014	0.011826	0.0001672	0.0001672
[4,]	1.003	0.009281	0.0001313	0.0001356

2. Quantiles for each variable:

	2.5%	25%	50%	75%	97.5%
var1	2.9727	2.9887	2.997	3.005	3.020
var2	-2.0228	-2.0107	-2.004	-1.998	-1.985
var3	1.9911	2.0057	2.014	2.022	2.037
var4	0.9853	0.9972	1.003	1.010	1.022

```
> summary(mcmc(AS))
```

Iterations = 1:5000
Thinning interval = 1
Number of chains = 1
Sample size per chain = 5000

1. Empirical mean and standard deviation for each variable,
plus standard error of the mean:

	Mean	SD	Naive SE	Time-series SE
[1,]	0.1076	0.03088	0.0004368	0.0004368
[2,]	-0.1182	0.03458	0.0004890	0.0004890
[3,]	-0.1182	0.03458	0.0004890	0.0004890
[4,]	0.1478	0.04152	0.0005872	0.0005872

Lampiran 27 (lanjutan)

2. Quantiles for each variable:

```
      2.5%   25%   50%   75%  97.5%
var1 0.06343 0.08619 0.1021 0.12370 0.18193
var2 -0.20214 -0.13589 -0.1123 -0.09406 -0.06812
var3 -0.20214 -0.13589 -0.1123 -0.09406 -0.06812
var4 0.08715 0.11843 0.1413 0.16909 0.24713

> rbind(interval_AB11,interval_AB12,interval_AB21,interval_AB22)
      [,1] [,2]
interval_AB11 2.9361017 3.041509
interval_AB12 -2.0408135 -1.967160
interval_AB21 1.9707967 2.061325
interval_AB22 0.9703732 1.039654

> rbind(interval_AS11,interval_AS12,interval_AS21,interval_AS22)
      [,1] [,2]
interval_AS11 0.04479099 0.33408013
interval_AS12 -0.35043062 -0.04827132
interval_AS21 -0.35043062 -0.04827132
interval_AS22 0.06202296 0.40050475

> mse_bayes
[1] 0.2283561
```

Lampiran 28 Syntax Program Simulasi MCMC korelasi tinggi n=50

```
set.seed (100)
prnorm <- function(mu,A,n,p) {
  U <- svd(A)$u
  V <- svd(A)$v
  D <- diag(sqrt(svd(A)$d))
  B <- U %%% D %%% t(V)
  w <- matrix(0,n,p)
  for (i in 1:n){w[i,] <- mu + B%%rnorm(p)}
  return(w)
}
library(bayesm)
library(MCMCpack)
n <- 50
p <- 2
q <- 2
X1 <- matrix(runif(n*p,-4,4),ncol=p)
X2 <- matrix(runif(n*p,-4,4),ncol=p)
B1 <- c(3,-2); B2 <- c(2,1)
SS <- matrix(c(0.1,-0.15,-0.15,0.2),2,2)

B_iter <- matrix(0,100,4)
S_iter <- matrix(0,100,4)

for (j in 1:100){
  S <- matrix(0,2,2)
  er <- prnorm(rep(0,len=2),SS,n,2)
  korelasi_error<-cor(er[,1],er[,2])
  y1 <- X1%%B1+er[,1]
  y2 <- X2%%B2+er[,2]
  X <- matrix(0,ncol=p*q,nrow=n*q)
  X[1:n,1:p] <- X1
  X[(n+1):(2*n),(p+1):(2*p)] <- X2
  y <- c(y1,y2)
  B <- solve(t(X)%%X)%%t(X)%%y
  Beta1 <- B[1:p]
  Beta2 <- B[-(1:p)]
  R <- matrix(0,2,2)
  R[1,1] <- sum( (y1-X1%%Beta1)^2 )
  R[1,2] <- R[2,1] <- sum( t(y1-X1%%Beta1)%%(y2-X2%%Beta2) )
  R[2,2] <- sum( (y2-X2%%Beta2)^2 )
  S <- R/n
  O <- kronecker(solve(S),diag(1,n))
}
```


Lampiran 28 (lanjutan)

```
for(i in 1:100){
  Beta1 <- B[1:p]
  Beta2 <- B[-(1:p)]
  B <- solve(t(X)%*%O%*%X)%*%t(X)%*%O%*%y
  R <- matrix(0,2,2)
  R[1,1] <- sum( (y1-X1%*%Beta1)^2 )
  R[1,2] <- R[2,1] <- sum( t(y1-X1%*%Beta1)%*%(y2-X2%*%Beta2) )
  R[2,2] <- sum( (y2-X2%*%Beta2)^2 )
  S <- R/n
  O <- kronecker(solve(S),diag(1,n))
}
B_iter[j,] <- B
S_iter[j,] <- c(S[1,1],S[1,2], S[2,1],S[2,2])
}
#hitung mse_GLS
y_GLS<-X%*%B
e_GLS<-y-y_GLS
mse_GLS<-(sum(e_GLS^2))/n
mse_GLS

# Gibbs sampling
ITERn<- 6000 # Numb. of iterations
AB<- matrix(0, ITERn,p*q)
AS <- matrix(0, ITERn,q*q)
for(j in 1: ITERn){
  Bold <- B
  Sold <- S
  Rold <- R
  R[1,1] <- sum( (y1-X1%*%Beta1)^2 ); R[2,2] <- sum( (y2-X2%*%Beta2)^2 )
  R[1,2] <- R[2,1] <- sum( t(y1-X1%*%Beta1)%*%(y2-X2%*%Beta2) )
  O <- kronecker(solve(S),diag(1,n))
  B <- solve(t(X)%*%O%*%X)%*%t(X)%*%O%*%y
  Bnew <- prnorm(B,solve(t(X)%*%O%*%X),1,4)
  Beta1 <- Bnew[1:p]; Beta2 <- Bnew[-(1:p)]
  AB[j,] <- Bnew
  R[1,1] <- sum( (y1-X1%*%Beta1)^2 ); R[2,2] <- sum( (y2-X2%*%Beta2)^2 )
  R[1,2] <- R[2,1] <- sum( t(y1-X1%*%Beta1)%*%(y2-X2%*%Beta2) )
  S <- R/n
  Snew <- rwishart(n,solve(S)/n)$IW
  AS[j,] <- as.vector(Snew)
}
```

Lampiran 28 (lanjutan)

```
#Burn-in period
AB <- AB[1001: ITERn,]; AS <- AS[1001: ITERn,]

interval_AB11<-c(min(AB[,1]),max(AB[,1]))
interval_AB12<-c(min(AB[,2]),max(AB[,2]))
interval_AB21<-c(min(AB[,3]),max(AB[,3]))
interval_AB22<-c(min(AB[,4]),max(AB[,4]))

interval_AS11<-c(min(AS[,1]),max(AS[,1]))
interval_AS12<-c(min(AS[,2]),max(AS[,2]))
interval_AS21<-c(min(AS[,3]),max(AS[,3]))
interval_AS22<-c(min(AS[,4]),max(AS[,4]))

#hitung mse_Bayes

b11<-mean(mcmc(AB)[,1])
b12<-mean(mcmc(AB)[,2])
b13<-mean(mcmc(AB)[,3])
b14<-mean(mcmc(AB)[,4])
b<-c(b11,b12,b13,b14)
y_bayes<-X%*%b
e_bayes<-y-y_bayes
mse_bayes<-(sum(e_bayes^2))/n

korelasi_error
summary(mcmc(AB))
summary(mcmc(AS))
rbind(interval_AB11,interval_AB12,interval_AB21,interval_AB22)
rbind(interval_AS11,interval_AS12,interval_AS21,interval_AS22)
mse_bayes
```

Lampiran 29 Hasil simulasi MCMC korelasi tinggi n=50

```
> korelasi_error  
[1] -0.9486258  
> summary(mcmc(AB))
```

Iterations = 1:5000
Thinning interval = 1
Number of chains = 1
Sample size per chain = 5000

1. Empirical mean and standard deviation for each variable,
plus standard error of the mean:

	Mean	SD	Naive SE	Time-series SE
[1,]	2.986	0.007048	9.967e-05	0.0001041
[2,]	-1.995	0.007110	1.005e-04	0.0001088
[3,]	2.007	0.008646	1.223e-04	0.0001298
[4,]	0.987	0.009560	1.352e-04	0.0001352

2. Quantiles for each variable:

	2.5%	25%	50%	75%	97.5%
var1	2.9723	2.9814	2.9860	2.9908	3.000
var2	-2.0087	-1.9998	-1.9951	-1.9902	-1.981
var3	1.9901	2.0016	2.0073	2.0131	2.024
var4	0.9681	0.9805	0.9869	0.9936	1.005

```
> summary(mcmc(AS))
```

Iterations = 1:5000
Thinning interval = 1
Number of chains = 1
Sample size per chain = 5000

1. Empirical mean and standard deviation for each variable,
plus standard error of the mean:

	Mean	SD	Naive SE	Time-series SE
[1,]	0.1012	0.02149	0.0003039	0.0003039
[2,]	-0.1349	0.02916	0.0004124	0.0004124
[3,]	-0.1349	0.02916	0.0004124	0.0004124
[4,]	0.2014	0.04221	0.0005970	0.0005970

Lampiran 29 (lanjutan)

2. Quantiles for each variable:

```
      2.5%   25%   50%   75%   97.5%
var1 0.06799 0.08612 0.09825 0.1134 0.15116
var2 -0.20083 -0.15168 -0.13133 -0.1140 -0.08928
var3 -0.20083 -0.15168 -0.13133 -0.1140 -0.08928
var4 0.13460 0.17101 0.19657 0.2252 0.29830

> rbind(interval_AB11,interval_AB12,interval_AB21,interval_AB22)
      [,1] [,2]
interval_AB11 2.9608079 3.012725
interval_AB12 -2.0223492 -1.969212
interval_AB21 1.9757215 2.035803
interval_AB22 0.9545505 1.028739

> rbind(interval_AS11,interval_AS12,interval_AS21,interval_AS22)
      [,1] [,2]
interval_AS11 0.05022384 0.22968464
interval_AS12 -0.29829473 -0.06656185
interval_AS21 -0.29829473 -0.06656185
interval_AS22 0.10328016 0.48886938

> mse_bayes
[1] 0.2832177
```

Lampiran 30 Syntax Program Simulasi MCMC korelasi tinggi n=100

```
set.seed(100)
prnorm <- function(mu,A,n,p) {
  U <- svd(A)$u
  V <- svd(A)$v
  D <- diag(sqrt(svd(A)$d))
  B <- U %%% D %%% t(V)
  w <- matrix(0,n,p)
  for (i in 1:n){w[i,] <- mu + B%%rnorm(p)}
  return(w)
}
library(bayesm)
library(MCMCpack)
n <- 100
p <- 2
q <- 2
X1 <- matrix(runif(n*p,-4,4),ncol=p)
X2 <- matrix(runif(n*p,-4,4),ncol=p)
B1 <- c(3,-2); B2 <- c(2,1)
SS <- matrix(c(0.1,-0.15,-0.15,0.2),2,2)

B_iter <- matrix(0,100,4)
S_iter <- matrix(0,100,4)

for (j in 1:100){
  S <- matrix(0,2,2)
  er <- prnorm(rep(0,len=2),SS,n,2)
  korelasi_error<-cor(er[,1],er[,2])
  y1 <- X1%%B1+er[,1]
  y2 <- X2%%B2+er[,2]
  X <- matrix(0,ncol=p*q,nrow=n*q)
  X[1:n,1:p] <- X1
  X[(n+1):(2*n),(p+1):(2*p)] <- X2
  y <- c(y1,y2)
  B <- solve(t(X)%%X)%%t(X)%%y
  Beta1 <- B[1:p]
  Beta2 <- B[-(1:p)]
  R <- matrix(0,2,2)
  R[1,1] <- sum( (y1-X1%%Beta1)^2 )
  R[1,2] <- R[2,1] <- sum( t(y1-X1%%Beta1)%%(y2-X2%%Beta2) )
  R[2,2] <- sum( (y2-X2%%Beta2)^2 )
  S <- R/n
  O <- kronecker(solve(S),diag(1,n))
}
```

Lampiran 30 (lanjutan)

```

for(i in 1:100){
Beta1 <- B[1:p]
Beta2 <- B[-(1:p)]
B <- solve(t(X)%*%O%*%X)%*%t(X)%*%O%*%y
R <- matrix(0,2,2)
R[1,1] <- sum( (y1-X1%*%Beta1)^2 )
R[1,2] <- R[2,1] <- sum( t(y1-X1%*%Beta1)%*%(y2-X2%*%Beta2) )
R[2,2] <- sum( (y2-X2%*%Beta2)^2 )
S <- R/n
O <- kronecker(solve(S),diag(1,n))
}
B_iter[j,] <- B
S_iter[j,] <- c(S[1,1],S[1,2], S[2,1],S[2,2])
}
#hitung mse_GLS
y_GLS<-X%*%B
e_GLS<-y-y_GLS
mse_GLS<-(sum(e_GLS^2))/n
mse_GLS

# Gibbs sampling
ITERn<- 6000 # Numb. of iterations
AB<- matrix(0, ITERn,p*q)
AS <- matrix(0, ITERn,q*q)
for(j in 1: ITERn){
Bold <- B
Sold <- S
Rold <- R
R[1,1] <- sum( (y1-X1%*%Beta1)^2 ); R[2,2] <- sum( (y2-X2%*%Beta2)^2 )
R[1,2] <- R[2,1] <- sum( t(y1-X1%*%Beta1)%*%(y2-X2%*%Beta2) )
O <- kronecker(solve(S),diag(1,n))
B <- solve(t(X)%*%O%*%X)%*%t(X)%*%O%*%y
Bnew <- prnorm(B,solve(t(X)%*%O%*%X),1,4)
Beta1 <- Bnew[1:p]; Beta2 <- Bnew[-(1:p)]
AB[j,] <- Bnew
R[1,1] <- sum( (y1-X1%*%Beta1)^2 ); R[2,2] <- sum( (y2-X2%*%Beta2)^2 )
R[1,2] <- R[2,1] <- sum( t(y1-X1%*%Beta1)%*%(y2-X2%*%Beta2) )
S <- R/n
Snew <- rwishart(n,solve(S)/n)$IW
AS[j,] <- as.vector(Snew)

}

```

Lampiran 30 (lanjutan)

```
#Burn-in period
AB <- AB[1001: ITERn,]; AS <- AS[1001: ITERn,]

interval_AB11<-c(min(AB[,1]),max(AB[,1]))
interval_AB12<-c(min(AB[,2]),max(AB[,2]))
interval_AB21<-c(min(AB[,3]),max(AB[,3]))
interval_AB22<-c(min(AB[,4]),max(AB[,4]))

interval_AS11<-c(min(AS[,1]),max(AS[,1]))
interval_AS12<-c(min(AS[,2]),max(AS[,2]))
interval_AS21<-c(min(AS[,3]),max(AS[,3]))
interval_AS22<-c(min(AS[,4]),max(AS[,4]))

#hitung mse_Bayes

b11<-mean(mcmc(AB)[,1])
b12<-mean(mcmc(AB)[,2])
b13<-mean(mcmc(AB)[,3])
b14<-mean(mcmc(AB)[,4])
b<-c(b11,b12,b13,b14)
y_bayes<-X%*%b
e_bayes<-y-y_bayes
mse_bayes<-(sum(e_bayes^2))/n

korelasi_error
summary(mcmc(AB))
summary(mcmc(AS))
rbind(interval_AB11,interval_AB12,interval_AB21,interval_AB22)
rbind(interval_AS11,interval_AS12,interval_AS21,interval_AS22)
mse_bayes
```

Lampiran 31 Hasil simulasi MCMC korelasi tinggi n=100

```
> korelasi_error  
[1] -0.9408165  
> summary(mcmc(AB))
```

```
Iterations = 1:5000  
Thinning interval = 1  
Number of chains = 1  
Sample size per chain = 5000
```

1. Empirical mean and standard deviation for each variable,
plus standard error of the mean:

	Mean	SD	Naive SE	Time-series SE
[1,]	3.0010	0.005327	7.533e-05	7.533e-05
[2,]	-1.9983	0.004523	6.396e-05	6.396e-05
[3,]	2.0100	0.006607	9.343e-05	9.343e-05
[4,]	0.9993	0.007213	1.020e-04	1.072e-04

2. Quantiles for each variable:

	2.5%	25%	50%	75%	97.5%
var1	2.9906	2.9974	3.0009	3.005	3.011
var2	-2.0072	-2.0013	-1.9984	-1.995	-1.989
var3	1.9969	2.0056	2.0101	2.014	2.023
var4	0.9853	0.9944	0.9993	1.004	1.013

```
> summary(mcmc(AS))
```

```
Iterations = 1:5000  
Thinning interval = 1  
Number of chains = 1  
Sample size per chain = 5000
```

1. Empirical mean and standard deviation for each variable,
plus standard error of the mean:

	Mean	SD	Naive SE	Time-series SE
[1,]	0.09914	0.01450	0.0002050	0.0002050
[2,]	-0.12658	0.01903	0.0002691	0.0002691
[3,]	-0.12658	0.01903	0.0002691	0.0002691
[4,]	0.18301	0.02671	0.0003777	0.0003943

Lampiran 31 (lanjutan)

2. Quantiles for each variable:

```
      2.5%   25%   50%   75%   97.5%
var1 0.07504 0.08891 0.09778 0.1078 0.13124
var2 -0.16888 -0.13797 -0.12463 -0.1129 -0.09475
var3 -0.16888 -0.13797 -0.12463 -0.1129 -0.09475
var4 0.13736 0.16414 0.18079 0.1993 0.24255

> rbind(interval_AB11,interval_AB12,interval_AB21,interval_AB22)
      [,1] [,2]
interval_AB11 2.9818980 3.022738
interval_AB12 -2.0127009 -1.982244
interval_AB21 1.9871792 2.036050
interval_AB22 0.9719782 1.024984

> rbind(interval_AS11,interval_AS12,interval_AS21,interval_AS22)
      [,1] [,2]
interval_AS11 0.05999393 0.17238541
interval_AS12 -0.21474887 -0.07756722
interval_AS21 -0.21474887 -0.07756722
interval_AS22 0.11238555 0.32872520

> mse_bayes
[1] 0.2733579
```

Lampiran 32 Syntax Program Simulasi MCMC korelasi tinggi n=500

```
set.seed (100)
prnorm <- function(mu,A,n,p) {
  U <- svd(A)$u
  V <- svd(A)$v
  D <- diag(sqrt(svd(A)$d))
  B <- U %%% D %%% t(V)
  w <- matrix(0,n,p)
  for (i in 1:n){w[i,] <- mu + B%%rnorm(p)}
  return(w)
}
library(bayesm)
library(MCMCpack)
n <- 500
p <- 2
q <- 2
X1 <- matrix(runif(n*p,-4,4),ncol=p)
X2 <- matrix(runif(n*p,-4,4),ncol=p)
B1 <- c(3,-2); B2 <- c(2,1)
SS <- matrix(c(0.1,-0.15,-0.15,0.2),2,2)

B_iter <- matrix(0,100,4)
S_iter <- matrix(0,100,4)

for (j in 1:100){
  S <- matrix(0,2,2)
  er <- prnorm(rep(0,len=2),SS,n,2)
  korelasi_error<-cor(er[,1],er[,2])
  y1 <- X1%%B1+er[,1]
  y2 <- X2%%B2+er[,2]
  X <- matrix(0,ncol=p*q,nrow=n*q)
  X[1:n,1:p] <- X1
  X[(n+1):(2*n),(p+1):(2*p)] <- X2
  y <- c(y1,y2)
  B <- solve(t(X)%%X)%%t(X)%%y
  Beta1 <- B[1:p]
  Beta2 <- B[-(1:p)]
  R <- matrix(0,2,2)
  R[1,1] <- sum( (y1-X1%%Beta1)^2 )
  R[1,2] <- R[2,1] <- sum( t(y1-X1%%Beta1)%%(y2-X2%%Beta2) )
  R[2,2] <- sum( (y2-X2%%Beta2)^2 )
  S <- R/n
  O <- kronecker(solve(S),diag(1,n))
```

Lampiran 32 (lanjutan)

```
for(i in 1:100){
  Beta1 <- B[1:p]
  Beta2 <- B[-(1:p)]
  B <- solve(t(X)%*%O%*%X)%*%t(X)%*%O%*%y
  R <- matrix(0,2,2)
  R[1,1] <- sum( (y1-X1%*%Beta1)^2 )
  R[1,2] <- R[2,1] <- sum( t(y1-X1%*%Beta1)%*%(y2-X2%*%Beta2) )
  R[2,2] <- sum( (y2-X2%*%Beta2)^2 )
  S <- R/n
  O <- kronecker(solve(S),diag(1,n))
}
B_iter[j,] <- B
S_iter[j,] <- c(S[1,1],S[1,2], S[2,1],S[2,2])
}
#hitung mse_GLS
y_GLS<-X%*%B
e_GLS<-y-y_GLS
mse_GLS<-(sum(e_GLS^2))/n
mse_GLS

# Gibbs sampling
ITERn<- 6000 # Numb. of iterations
AB<- matrix(0, ITERn,p*q)
AS <- matrix(0, ITERn,q*q)
for(j in 1: ITERn){
  Bold <- B
  Sold <- S
  Rold <- R
  R[1,1] <- sum( (y1-X1%*%Beta1)^2 ); R[2,2] <- sum( (y2-X2%*%Beta2)^2 )
  R[1,2] <- R[2,1] <- sum( t(y1-X1%*%Beta1)%*%(y2-X2%*%Beta2) )
  O <- kronecker(solve(S),diag(1,n))
  B <- solve(t(X)%*%O%*%X)%*%t(X)%*%O%*%y
  Bnew <- prnorm(B,solve(t(X)%*%O%*%X),1,4)
  Beta1 <- Bnew[1:p]; Beta2 <- Bnew[-(1:p)]
  AB[j,] <- Bnew
  R[1,1] <- sum( (y1-X1%*%Beta1)^2 ); R[2,2] <- sum( (y2-X2%*%Beta2)^2 )
  R[1,2] <- R[2,1] <- sum( t(y1-X1%*%Beta1)%*%(y2-X2%*%Beta2) )
  S <- R/n
  Snew <- rwishart(n,solve(S)/n)$IW
  AS[j,] <- as.vector(Snew)
}
```

Lampiran 32 (lanjutan)

```
#Burn-in period
AB <- AB[1001: ITERn,]; AS <- AS[1001: ITERn,]

interval_AB11<-c(min(AB[,1]),max(AB[,1]))
interval_AB12<-c(min(AB[,2]),max(AB[,2]))
interval_AB21<-c(min(AB[,3]),max(AB[,3]))
interval_AB22<-c(min(AB[,4]),max(AB[,4]))

interval_AS11<-c(min(AS[,1]),max(AS[,1]))
interval_AS12<-c(min(AS[,2]),max(AS[,2]))
interval_AS21<-c(min(AS[,3]),max(AS[,3]))
interval_AS22<-c(min(AS[,4]),max(AS[,4]))

#hitung mse_Bayes

b11<-mean(mcmc(AB)[,1])
b12<-mean(mcmc(AB)[,2])
b13<-mean(mcmc(AB)[,3])
b14<-mean(mcmc(AB)[,4])
b<-c(b11,b12,b13,b14)
y_bayes<-X%*%b
e_bayes<-y-y_bayes
mse_bayes<-(sum(e_bayes^2))/n

korelasi_error
summary(mcmc(AB))
summary(mcmc(AS))
rbind(interval_AB11,interval_AB12,interval_AB21,interval_AB22)
rbind(interval_AS11,interval_AS12,interval_AS21,interval_AS22)
mse_bayes
```

Lampiran 33 Hasil simulasi MCMC korelasi tinggi n=500

```
> korelasi_error  
[1] -0,937539  
> summary(mcmc(AB))
```

Iterations = 1:5000
Thinning interval = 1
Number of chains = 1
Sample size per chain = 5000

1. Empirical mean and standard deviation for each variable,
plus standard error of the mean:

	Mean	SD	Naive SE	Time-series SE
3,0040000	0,0022450	0,0000317	0,0000308	
-2,0010000	0,0021240	0,0000300	0,0000293	
2,0010000	0,0029350	0,0000415	0,0000415	
1,0010000	0,0028890	0,0000409	0,0000409	

2. Quantiles for each variable:

	2.5%	25%	50%	75%	97.5%
var1	2,9995	3,0023	3,0040	3,0050	3,0080
var2	-2,0048	-2,0022	-2,0010	-1,9990	-1,9960
var3	1,9951	1,9988	2,0010	2,0030	2,0060
var4	0,9957	0,9993	1,0010	1,0030	1,0070

```
> summary(mcmc(AS))
```

Iterations = 1:5000
Thinning interval = 1
Number of chains = 1
Sample size per chain = 5000

1. Empirical mean and standard deviation for each variable,
plus standard error of the mean:

	Mean	SD	Naive SE	Time-series SE
[1,]	0,1027000	0,0064630	0,0000914	0,0000914
[2,]	-0,1327000	0,0086620	0,0001225	0,0001225
[3,]	-0,1327000	0,0086620	0,0001225	0,0001225
[4,]	0,1952000	0,0123950	0,0001753	0,0001753

Lampiran 33 (lanjutan)

2. Quantiles for each variable:

	2.5%	25%	50%	75%	97.5%
var1	0,09077	0,09822	0,1025	0,1069	0,1161
var2	-0,1505	-0,13843	-0,1324	-0,1266	-0,1169
var3	-0,1505	-0,13843	-0,1324	-0,1266	-0,1169
var4	0,1726	0,18655	0,1946	0,2034	0,2212

```
> rbind(interval_AB11,interval_AB12,interval_AB21,interval_AB22)
```

	[,1]	[,2]
interval_AB11	2,9962807	3,012554
interval_AB12	-2,007703	-1,99319
interval_AB21	1,9908848	2,011414
interval_AB22	0,9910081	1,011559

```
> rbind(interval_AS11,interval_AS12,interval_AS21,interval_AS22)
```

	[,1]	[,2]
interval_AS11	0,0808236	0,127789
interval_AS12	-0,167864	-0,103993
interval_AS21	-0,167864	-0,103993
interval_AS22	0,1547179	0,242752

```
> mse_bayes
```

```
[1] 0.2733579
```

Lampiran 34 Syntax Program Simulasi DMC korelasi rendah n=30

```
set.seed(100)
prnorm <- function(mu,A,n,p) {
  U <- svd(A)$u
  V <- svd(A)$v
  D <- diag(sqrt(svd(A)$d))
  B <- U %*% D %*% t(V)
  w <- matrix(0,n,p)
  for (i in 1:n){w[i,] <- mu + B%*%rnorm(p)}
  return(w)
}
library(bayesm)
library(MCMCpack)
n <- 30
p <- 2
q <- 2
X1 <- matrix(runif(n*p,-4,4),ncol=p)
X2 <- matrix(runif(n*p,-4,4),ncol=p)
B01 <- c(3,-2); B02 <- c(2,1)
SS <- matrix(c(0.1,-0.05,-0.05,0.2),2,2)

for (j in 1:100){

er <- prnorm(rep(0,len=2),SS,n,2)
korelasi_error<-cor(er[,1],er[,2])

y1 <- X1%*%B01+er[,1]
y2 <- X2%*%B02+er[,2]
X <- matrix(0,ncol=p*q,nrow=n*q)
X[1:n,1:p] <- X1
X[(n+1):(2*n),(p+1):(2*p)] <- X2
y <- c(y1,y2)

B1 <- solve(t(X1)%*%X1)%*%t(X1)%*%y1
n1 <- n-2
n2 <- n-3
}
T <- 5000
B_iter <- matrix(0,T,(2*2))
S_iter <- matrix(0,T,(2*2))
```

Lampiran 34 (lanjutan)

```

for(i in 1:T){
S <- matrix(0,2,2)

S[1,1] <- rinvgamma(1,shape=n1/2,scale=sum((y1-X1%*%B1)^2)/2)
Beta1 <- mvnorm(n=1,B1,S[1,1]*solve(t(X1)%*%X1))
Z2 <- cbind(X2,y1-X1%*%Beta1)
B2 <- solve(t(Z2)%*%Z2)%*%t(Z2)%*%y2
S[2,2] <- rinvgamma(1,shape=n2/2,scale=sum((y2-Z2%*%B2)^2)/2)
Beta2 <- mvnorm(n=1,B2,S[2,2]*solve(t(Z2)%*%Z2))
S[1,2] <- S[2,1] <- Beta2[3]*S[1,1]
S[2,2] <- S[2,2]+(Beta2[3])^2*S[1,1]
O <- kronecker(solve(S),diag(1,n))
B <- solve(t(X)%*%O%*%X)%*%t(X)%*%O%*%y
B <- mvnorm(n=1,B,solve(t(X)%*%O%*%X))
B_iter[i,] <- B
S_iter[i,] <- c(S[1,1],S[1,2], S[2,1],S[2,2])
}
B_mean = colMeans(B_iter)
B_se = c(sd(B_iter[,1]), sd(B_iter[,2]), sd(B_iter[,3]), sd(B_iter[,4]))
S_mean = colMeans(S_iter)
S_se = c(sd(S_iter[,1]), sd(S_iter[,2]), sd(S_iter[,3]), sd(S_iter[,4]))

#hitung mse_dmc
y_DMC<-X%*%B_mean
e_DMC<-y-y_DMC
mse_DMC<-(sum(e_DMC^2))/n
interval_B11<-c(min(B_iter[,1]),max(B_iter[,1]))
interval_B12<-c(min(B_iter[,2]),max(B_iter[,2]))
interval_B21<-c(min(B_iter[,3]),max(B_iter[,3]))
interval_B22<-c(min(B_iter[,4]),max(B_iter[,4]))
interval_S11<-c(min(S_iter[,1]),max(S_iter[,1]))
interval_S12<-c(min(S_iter[,2]),max(S_iter[,2]))
interval_S21<-c(min(S_iter[,3]),max(S_iter[,3]))
interval_S22<-c(min(S_iter[,4]),max(S_iter[,4]))

# menghitung percetile

B_sort = matrix(0,T,6)
B_sort[,1] = sort(B_iter[,1], decreasing = F)
B_sort[,2] = sort(B_iter[,2], decreasing = F)
B_sort[,3] = sort(B_iter[,3], decreasing = F)
B_sort[,4] = sort(B_iter[,4], decreasing = F)

```


Lampiran 34 (lanjutan)

```
Beta_11<-quantile(B_sort[,1],probs=c(0.025,0.975))
Beta_12<-quantile(B_sort[,2],probs=c(0.025,0.975))
Beta_21<-quantile(B_sort[,3],probs=c(0.025,0.975))
Beta_22<-quantile(B_sort[,4],probs=c(0.025,0.975))
Quantile_Beta<-rbind(Beta_11, Beta_12, Beta_21, Beta_22)

S_sort = matrix(0,T,4)

S_sort[,1] = sort(S_iter[,1], decreasing = F)
S_sort[,2] = sort(S_iter[,2], decreasing = F)
S_sort[,3] = sort(S_iter[,3], decreasing = F)
S_sort[,4] = sort(S_iter[,4], decreasing = F)

Sigma_11<-quantile(S_sort[,1],probs=c(0.025,0.975))
Sigma_12<-quantile(S_sort[,2],probs=c(0.025,0.975))
Sigma_21<-quantile(S_sort[,3],probs=c(0.025,0.975))
Sigma_22<-quantile(S_sort[,4],probs=c(0.025,0.975))
Quantile_Sigma<-rbind(Sigma_11, Sigma_12, Sigma_21, Sigma_22)

korelasi_error

parameter_Beta<-cbind(B_mean,B_se)
parameter_Beta
Quantile_Beta

parameter_Sigma<-cbind(S_mean,S_se)
parameter_Sigma
Quantile_Sigma

rbind(interval_B11,interval_B12,interval_B21,interval_B22)
rbind(interval_S11,interval_S12,interval_S21,interval_S22)

mse_DMC
```

Lampiran 35 Hasil simulasi DMC korelasi rendah n=30

```
> korelasi_error
[1] -0.1469151
>
> parameter_Beta<-cbind(B_mean,B_se)

> parameter_Beta
      B_mean    B_se
[1,] 3.025224 0.02536710
[2,] -1.987590 0.01950950
[3,] 1.991093 0.04451710
[4,] 1.017474 0.03588077

> Quantile_Beta
      2.5%   97.5%
Beta_11 2.9752963 3.075667
Beta_12 -2.0264566 -1.949544
Beta_21 1.9021782 2.079092
Beta_22 0.9470859 1.091941

> parameter_Sigma<-cbind(S_mean,S_se)

> parameter_Sigma
      S_mean    S_se
[1,] 0.05634015 0.01631306
[2,] -0.01471569 0.02340727
[3,] -0.01471569 0.02340727
[4,] 0.25144125 0.07702652

> Quantile_Sigma
      2.5%   97.5%
Sigma_11 0.03283257 0.09541956
Sigma_12 -0.06352195 0.02974830
Sigma_21 -0.06352195 0.02974830
Sigma_22 0.14266974 0.43486943
```

Lampiran 35 (lanjutan)

```
> rbind(interval_B11,interval_B12,interval_B21,interval_B22)
      [,1] [,2]
interval_B11 2.9319641 3.136298
interval_B12 -2.0714042 -1.907570
interval_B21 1.8134651 2.178274
interval_B22 0.9015702 1.163764

> rbind(interval_S11,interval_S12,interval_S21,interval_S22)
      [,1] [,2]
interval_S11 0.02287732 0.17682718
interval_S12 -0.13778939 0.08490851
interval_S21 -0.13778939 0.08490851
interval_S22 0.10451182 0.83480640

> mse_DMC
[1] 0.2503825
```

Lampiran 36 Syntax Program Simulasi DMC korelasi rendah n=50

```
set.seed(100)
prnorm <- function(mu,A,n,p) {
  U <- svd(A)$u
  V <- svd(A)$v
  D <- diag(sqrt(svd(A)$d))
  B <- U %%% D %%% t(V)
  w <- matrix(0,n,p)
  for (i in 1:n){w[i,] <- mu + B%%rnorm(p)}
  return(w)
}
library(bayesm)
library(MCMCpack)
n <- 50
p <- 2
q <- 2
X1 <- matrix(runif(n*p,-4,4),ncol=p)
X2 <- matrix(runif(n*p,-4,4),ncol=p)
B01 <- c(3,-2); B02 <- c(2,1)
SS <- matrix(c(0.1,-0.05,-0.05,0.2),2,2)

for (j in 1:100){

er <- prnorm(rep(0,len=2),SS,n,2)
korelasi_error<-cor(er[,1],er[,2])

y1 <- X1%%B01+er[,1]
y2 <- X2%%B02+er[,2]
X <- matrix(0,ncol=p*q,nrow=n*q)
X[1:n,1:p] <- X1
X[(n+1):(2*n),(p+1):(2*p)] <- X2
y <- c(y1,y2)

B1 <- solve(t(X1)%%X1)%%t(X1)%%y1
n1 <- n-2
n2 <- n-3
}
T <- 5000
B_iter <- matrix(0,T,(2*2))
S_iter <- matrix(0,T,(2*2))
```

Lampiran 36 (lanjutan)

```
for(i in 1:T){
  S <- matrix(0,2,2)

  S[1,1] <- rinvgamma(1,shape=n1/2,scale=sum((y1-X1%*%B1)^2)/2)
  Beta1 <- mvnorm(n=1,B1,S[1,1]*solve(t(X1)%*%X1))
  Z2 <- cbind(X2,y1-X1%*%Beta1)
  B2 <- solve(t(Z2)%*%Z2)%*%t(Z2)%*%y2
  S[2,2] <- rinvgamma(1,shape=n2/2,scale=sum((y2-Z2%*%B2)^2)/2)
  Beta2 <- mvnorm(n=1,B2,S[2,2]*solve(t(Z2)%*%Z2))
  S[1,2] <- S[2,1] <- Beta2[3]*S[1,1]
  S[2,2] <- S[2,2]+(Beta2[3])^2*S[1,1]
  O <- kronecker(solve(S),diag(1,n))
  B <- solve(t(X)%*%O%*%X)%*%t(X)%*%O%*%y
  B <- mvnorm(n=1,B,solve(t(X)%*%O%*%X))
  B_iter[i,] <- B
  S_iter[i,] <- c(S[1,1],S[1,2], S[2,1],S[2,2])
}
B_mean = colMeans(B_iter)
B_se = c(sd(B_iter[,1]), sd(B_iter[,2]), sd(B_iter[,3]), sd(B_iter[,4]))
S_mean = colMeans(S_iter)
S_se = c(sd(S_iter[,1]), sd(S_iter[,2]), sd(S_iter[,3]), sd(S_iter[,4]))

#hitung mse_dmc
y_DMC<-X%*%B_mean
e_DMC<-y-y_DMC
mse_DMC<-(sum(e_DMC^2))/n
interval_B11<-c(min(B_iter[,1]),max(B_iter[,1]))
interval_B12<-c(min(B_iter[,2]),max(B_iter[,2]))
interval_B21<-c(min(B_iter[,3]),max(B_iter[,3]))
interval_B22<-c(min(B_iter[,4]),max(B_iter[,4]))
interval_S11<-c(min(S_iter[,1]),max(S_iter[,1]))
interval_S12<-c(min(S_iter[,2]),max(S_iter[,2]))
interval_S21<-c(min(S_iter[,3]),max(S_iter[,3]))
interval_S22<-c(min(S_iter[,4]),max(S_iter[,4]))

# menghitung percetile

B_sort = matrix(0,T,6)
B_sort[,1] = sort(B_iter[,1], decreasing = F)
B_sort[,2] = sort(B_iter[,2], decreasing = F)
B_sort[,3] = sort(B_iter[,3], decreasing = F)
B_sort[,4] = sort(B_iter[,4], decreasing = F)
```

Lampiran 36 (lanjutan)

```
Beta_11<-quantile(B_sort[,1],probs=c(0.025,0.975))
Beta_12<-quantile(B_sort[,2],probs=c(0.025,0.975))
Beta_21<-quantile(B_sort[,3],probs=c(0.025,0.975))
Beta_22<-quantile(B_sort[,4],probs=c(0.025,0.975))
Quantile_Beta<-rbind(Beta_11, Beta_12, Beta_21, Beta_22)

S_sort = matrix(0,T,4)

S_sort[,1] = sort(S_iter[,1], decreasing = F)
S_sort[,2] = sort(S_iter[,2], decreasing = F)
S_sort[,3] = sort(S_iter[,3], decreasing = F)
S_sort[,4] = sort(S_iter[,4], decreasing = F)

Sigma_11<-quantile(S_sort[,1],probs=c(0.025,0.975))
Sigma_12<-quantile(S_sort[,2],probs=c(0.025,0.975))
Sigma_21<-quantile(S_sort[,3],probs=c(0.025,0.975))
Sigma_22<-quantile(S_sort[,4],probs=c(0.025,0.975))
Quantile_Sigma<-rbind(Sigma_11, Sigma_12, Sigma_21, Sigma_22)

korelasi_error

parameter_Beta<-cbind(B_mean,B_se)
parameter_Beta
Quantile_Beta

parameter_Sigma<-cbind(S_mean,S_se)
parameter_Sigma
Quantile_Sigma

rbind(interval_B11,interval_B12,interval_B21,interval_B22)
rbind(interval_S11,interval_S12,interval_S21,interval_S22)

mse_DMC
```

Lampiran 37 Hasil simulasi DMC korelasi rendah n=50

```

      korelasi_error
[1] -0,1245266
>
> parameter_Beta<-cbind(B_mean,B_se)

> parameter_Beta
      B_mean      B_se
[1,]  3,03809    0,02167468
[2,] -1,991002    0,02175818
[3,]  2,019986    0,02496327
[4,]  1,020163    0,02726787

> Quantile_Beta
      2,50%  97,50%
Beta_11      2,9961229    3,081072
Beta_12     -2,0340205   -1,948812
Beta_21      1,9712479    2,071186
Beta_22      0,9655662    1,073801
>
> parameter_Sigma<-cbind(S_mean,S_se)

> parameter_Sigma
      S_meanS_se
[1,]  0,100235913  0,02154811
[2,] -0,008321713  0,02025341
[3,] -0,008321713  0,02025341
[4,]  0,175397894  0,03882006

> Quantile_Sigma
      2,50%  97,50%
Sigma_11      0,06599585    0,14938909
Sigma_12     -0,04974326    0,03039234
Sigma_21     -0,04974326    0,03039234
Sigma_22      0,1140928    0,26363936

```

Lampiran 37 (lanjutan)

```
>      rbind(interval_B11,interval_B12,interval_B21,interval_B22)
      [,1] [,2]
interval_B11  2,9416198    3,118192
interval_B12 -2,0646246   -1,916745
interval_B21  1,9125292    2,127712
interval_B22  0,9184432    1,133897

>      rbind(interval_S11,interval_S12,interval_S21,interval_S22)
      [,1] [,2]
interval_S11  0,04951553    0,22468094
interval_S12 -0,0886001    0,08039859
interval_S21 -0,0886001    0,08039859
interval_S22  0,08633928    0,41063365

mse_DMC
[1] 0,2468639
```


Lampiran 38 Syntax Program Simulasi DMC korelasi rendah n=100

```
set.seed(100)
prnorm <- function(mu,A,n,p) {
  U <- svd(A)$u
  V <- svd(A)$v
  D <- diag(sqrt(svd(A)$d))
  B <- U %%% D %%% t(V)
  w <- matrix(0,n,p)
  for (i in 1:n){w[i,] <- mu + B%%rnorm(p)}
  return(w)
}
library(bayesm)
library(MCMCpack)
n <- 100
p <- 2
q <- 2
X1 <- matrix(runif(n*p,-4,4),ncol=p)
X2 <- matrix(runif(n*p,-4,4),ncol=p)
B01 <- c(3,-2); B02 <- c(2,1)
SS <- matrix(c(0.1,-0.05,-0.05,0.2),2,2)

for (j in 1:100){

er <- prnorm(rep(0,len=2),SS,n,2)
korelasi_error<-cor(er[,1],er[,2])

y1 <- X1%%B01+er[,1]
y2 <- X2%%B02+er[,2]
X <- matrix(0,ncol=p*q,nrow=n*q)
X[1:n,1:p] <- X1
X[(n+1):(2*n),(p+1):(2*p)] <- X2
y <- c(y1,y2)

B1 <- solve(t(X1)%%X1)%%t(X1)%%y1
n1 <- n-2
n2 <- n-3
}
T <- 5000
B_iter <- matrix(0,T,(2*2))
S_iter <- matrix(0,T,(2*2))
```

Lampiran 38 (lanjutan)

```

for(i in 1:T){
S <- matrix(0,2,2)

S[1,1] <- rinvgamma(1,shape=n1/2,scale=sum((y1-X1%*%B1)^2)/2)
Beta1 <- mvnrm(n=1,B1,S[1,1]*solve(t(X1)%*%X1))
Z2 <- cbind(X2,y1-X1%*%Beta1)
B2 <- solve(t(Z2)%*%Z2)%*%t(Z2)%*%y2
S[2,2] <- rinvgamma(1,shape=n2/2,scale=sum((y2-Z2%*%B2)^2)/2)
Beta2 <- mvnrm(n=1,B2,S[2,2]*solve(t(Z2)%*%Z2))
S[1,2] <- S[2,1] <- Beta2[3]*S[1,1]
S[2,2] <- S[2,2]+(Beta2[3])^2*S[1,1]
O <- kronecker(solve(S),diag(1,n))
B <- solve(t(X)%*%O%*%X)%*%t(X)%*%O%*%y
B <- mvnrm(n=1,B,solve(t(X)%*%O%*%X))
B_iter[i,] <- B
S_iter[i,] <- c(S[1,1],S[1,2], S[2,1],S[2,2])
}
B_mean = colMeans(B_iter)
B_se = c(sd(B_iter[,1]), sd(B_iter[,2]), sd(B_iter[,3]), sd(B_iter[,4]))
S_mean = colMeans(S_iter)
S_se = c(sd(S_iter[,1]), sd(S_iter[,2]), sd(S_iter[,3]), sd(S_iter[,4]))

#hitung mse_dmc
y_DMC<-X%*%B_mean
e_DMC<-y-y_DMC
mse_DMC<-(sum(e_DMC^2))/n
interval_B11<-c(min(B_iter[,1]),max(B_iter[,1]))
interval_B12<-c(min(B_iter[,2]),max(B_iter[,2]))
interval_B21<-c(min(B_iter[,3]),max(B_iter[,3]))
interval_B22<-c(min(B_iter[,4]),max(B_iter[,4]))
interval_S11<-c(min(S_iter[,1]),max(S_iter[,1]))
interval_S12<-c(min(S_iter[,2]),max(S_iter[,2]))
interval_S21<-c(min(S_iter[,3]),max(S_iter[,3]))
interval_S22<-c(min(S_iter[,4]),max(S_iter[,4]))

# menghitung percetile

B_sort = matrix(0,T,6)
B_sort[,1] = sort(B_iter[,1], decreasing = F)
B_sort[,2] = sort(B_iter[,2], decreasing = F)
B_sort[,3] = sort(B_iter[,3], decreasing = F)
B_sort[,4] = sort(B_iter[,4], decreasing = F)

```

Lampiran 38 (lanjutan)

```
Beta_11<-quantile(B_sort[,1],probs=c(0.025,0.975))
Beta_12<-quantile(B_sort[,2],probs=c(0.025,0.975))
Beta_21<-quantile(B_sort[,3],probs=c(0.025,0.975))
Beta_22<-quantile(B_sort[,4],probs=c(0.025,0.975))
Quantile_Beta<-rbind(Beta_11, Beta_12, Beta_21, Beta_22)

S_sort = matrix(0,T,4)

S_sort[,1] = sort(S_iter[,1], decreasing = F)
S_sort[,2] = sort(S_iter[,2], decreasing = F)
S_sort[,3] = sort(S_iter[,3], decreasing = F)
S_sort[,4] = sort(S_iter[,4], decreasing = F)

Sigma_11<-quantile(S_sort[,1],probs=c(0.025,0.975))
Sigma_12<-quantile(S_sort[,2],probs=c(0.025,0.975))
Sigma_21<-quantile(S_sort[,3],probs=c(0.025,0.975))
Sigma_22<-quantile(S_sort[,4],probs=c(0.025,0.975))
Quantile_Sigma<-rbind(Sigma_11, Sigma_12, Sigma_21, Sigma_22)

korelasi_error

parameter_Beta<-cbind(B_mean,B_se)
parameter_Beta
Quantile_Beta

parameter_Sigma<-cbind(S_mean,S_se)
parameter_Sigma
Quantile_Sigma

rbind(interval_B11,interval_B12,interval_B21,interval_B22)
rbind(interval_S11,interval_S12,interval_S21,interval_S22)

mse_DMC
```

Lampiran 39 Hasil simulasi MCMC korelasi rendah n=100

```
korelasi_error
[1] -0,0140469
>
>parameter_Beta<-cbind(B_mean,B_se)

>parameter_Beta
      B_mean      B_se
[1,] 3,000842 0,01481603
[2,] -2,005926 0,0130005
[3,] 1,996362 0,01975306
[4,] 1,037326 0,02064179

>Quantile_Beta
      2,50% 97,50%
Beta_11    2,9718187    3,030015
Beta_12    -2,0307366    -1,98027
Beta_21    1,9580651    2,034933
Beta_22    0,9964827    1,076434
>
>parameter_Sigma<-cbind(S_mean,S_se)

>      parameter_Sigma
      S_meanS_se
[1,] 0,093261591 0,0134424
[2,] -0,000707417 0,01337764
[3,] -0,000707417 0,01337764
[4,] 0,180588371 0,02673258

>Quantile_Sigma
      2,50% 97,50%
Sigma_11    0,06996122    0,12190318
Sigma_12    -0,02669397    0,02491252
Sigma_21    -0,02669397    0,02491252
Sigma_22    0,13526657    0,2399832
```

Lampiran 39 (lanjutan)

```
>rbind(interval_B11,interval_B12,interval_B21,interval_B22)
      [,1]      [,2]
```

interval_B11	2,9531298	3,060265
interval_B12	-2,0524792	-1,957884
interval_B21	1,918331	2,072969
interval_B22	0,9461737	1,111226

```
>rbind(interval_S11,interval_S12,interval_S21,interval_S22)
      [,1]      [,2]
```

interval_S11	0,05643586	0,15924321
interval_S12	-0,05366406	0,05539479
interval_S21	-0,05366406	0,05539479
interval_S22	0,11255615	0,29538075

```
      mse_DMC
[1] 0,2589468
```

Lampiran 40 Syntax Program Simulasi DMC korelasi rendah n=500

```
set.seed(100)
prnorm <- function(mu,A,n,p) {
  U <- svd(A)$u
  V <- svd(A)$v
  D <- diag(sqrt(svd(A)$d))
  B <- U %%% D %%% t(V)
  w <- matrix(0,n,p)
  for (i in 1:n){w[i,] <- mu + B%%rnorm(p)}
  return(w)
}
library(bayesm)
library(MCMCpack)
n <- 500
p <- 2
q <- 2
X1 <- matrix(runif(n*p,-4,4),ncol=p)
X2 <- matrix(runif(n*p,-4,4),ncol=p)
B01 <- c(3,-2); B02 <- c(2,1)
SS <- matrix(c(0.1,-0.05,-0.05,0.2),2,2)

for (j in 1:100){

er <- prnorm(rep(0,len=2),SS,n,2)
korelasi_error<-cor(er[,1],er[,2])

y1 <- X1%%B01+er[,1]
y2 <- X2%%B02+er[,2]
X <- matrix(0,ncol=p*q,nrow=n*q)
X[1:n,1:p] <- X1
X[(n+1):(2*n),(p+1):(2*p)] <- X2
y <- c(y1,y2)

B1 <- solve(t(X1)%%X1)%%t(X1)%%y1
n1 <- n-2
n2 <- n-3
}
T <- 5000
B_iter <- matrix(0,T,(2*2))
S_iter <- matrix(0,T,(2*2))
```

Lampiran 40 (lanjutan)

```
for(i in 1:T){
  S <- matrix(0,2,2)

  S[1,1] <- rinvgamma(1,shape=n1/2,scale=sum((y1-X1**B1)^2)/2)
  Beta1 <- mvrnorm(n=1,B1,S[1,1]*solve(t(X1)**X1))
  Z2 <- cbind(X2,y1-X1**Beta1)
  B2 <- solve(t(Z2)**Z2)**t(Z2)**y2
  S[2,2] <- rinvgamma(1,shape=n2/2,scale=sum((y2-Z2**B2)^2)/2)
  Beta2 <- mvrnorm(n=1,B2,S[2,2]*solve(t(Z2)**Z2))
  S[1,2] <- S[2,1] <- Beta2[3]*S[1,1]
  S[2,2] <- S[2,2]+(Beta2[3])^2*S[1,1]
  O <- kronecker(solve(S),diag(1,n))
  B <- solve(t(X)**O**X)**t(X)**O**y
  B <- mvrnorm(n=1,B,solve(t(X)**O**X))
  B_iter[i,] <- B
  S_iter[i,] <- c(S[1,1],S[1,2], S[2,1],S[2,2])
}
B_mean = colMeans(B_iter)
B_se = c(sd(B_iter[,1]), sd(B_iter[,2]), sd(B_iter[,3]), sd(B_iter[,4]))
S_mean = colMeans(S_iter)
S_se = c(sd(S_iter[,1]), sd(S_iter[,2]), sd(S_iter[,3]), sd(S_iter[,4]))

#hitung mse_dmc
y_DMC<-X**B_mean
e_DMC<-y-y_DMC
mse_DMC<-(sum(e_DMC^2))/n
interval_B11<-c(min(B_iter[,1]),max(B_iter[,1]))
interval_B12<-c(min(B_iter[,2]),max(B_iter[,2]))
interval_B21<-c(min(B_iter[,3]),max(B_iter[,3]))
interval_B22<-c(min(B_iter[,4]),max(B_iter[,4]))
interval_S11<-c(min(S_iter[,1]),max(S_iter[,1]))
interval_S12<-c(min(S_iter[,2]),max(S_iter[,2]))
interval_S21<-c(min(S_iter[,3]),max(S_iter[,3]))
interval_S22<-c(min(S_iter[,4]),max(S_iter[,4]))

# menghitung percetile

B_sort = matrix(0,T,6)
B_sort[,1] = sort(B_iter[,1], decreasing = F)
B_sort[,2] = sort(B_iter[,2], decreasing = F)
B_sort[,3] = sort(B_iter[,3], decreasing = F)
B_sort[,4] = sort(B_iter[,4], decreasing = F)
```

Lampiran 40 (lanjutan)

```
Beta_11<-quantile(B_sort[,1],probs=c(0.025,0.975))
Beta_12<-quantile(B_sort[,2],probs=c(0.025,0.975))
Beta_21<-quantile(B_sort[,3],probs=c(0.025,0.975))
Beta_22<-quantile(B_sort[,4],probs=c(0.025,0.975))
Quantile_Beta<-rbind(Beta_11, Beta_12, Beta_21, Beta_22)

S_sort = matrix(0,T,4)

S_sort[,1] = sort(S_iter[,1], decreasing = F)
S_sort[,2] = sort(S_iter[,2], decreasing = F)
S_sort[,3] = sort(S_iter[,3], decreasing = F)
S_sort[,4] = sort(S_iter[,4], decreasing = F)

Sigma_11<-quantile(S_sort[,1],probs=c(0.025,0.975))
Sigma_12<-quantile(S_sort[,2],probs=c(0.025,0.975))
Sigma_21<-quantile(S_sort[,3],probs=c(0.025,0.975))
Sigma_22<-quantile(S_sort[,4],probs=c(0.025,0.975))
Quantile_Sigma<-rbind(Sigma_11, Sigma_12, Sigma_21, Sigma_22)

korelasi_error

parameter_Beta<-cbind(B_mean,B_se)
parameter_Beta
Quantile_Beta

parameter_Sigma<-cbind(S_mean,S_se)
parameter_Sigma
Quantile_Sigma

rbind(interval_B11,interval_B12,interval_B21,interval_B22)
rbind(interval_S11,interval_S12,interval_S21,interval_S22)

mse_DMC
```


Lampiran 41 Hasil simulasi MCMC korelasi rendah n=500

```

korelasi_error
[1] -0,000456721
>
> parameter_Beta<-cbind(B_mean,B_se)

> parameter_Beta

      B_mean      B_se
[1,] 2,994596 0,006361284
[2,] -1,9993 0,006032813
[3,] 1,987316 0,008299119
[4,] 1,010303 0,008074177

> Quantile_Beta

      2,50% 97,50%
Beta_11  2,9819269 3,007035
Beta_12 -2,0108476 -1,987482
Beta_21  1,9709123 2,003285
Beta_22  0,9941487 1,026076
>
> parameter_Sigma<-cbind(S_mean,S_se)

> parameter_Sigma

      S_meanS_se
[1,] 0,103486222 0,006431504
[2,] 0,00016228 0,006228815
[3,] 0,00016228 0,006228815
[4,] 0,18736515 0,01192665

> Quantile_Sigma

      2,50% 97,50%
Sigma_11 0,09163652 0,11703281
Sigma_12 -0,01195744 0,01248408
Sigma_21 -0,01195744 0,01248408
Sigma_22 0,16572588 0,21219902

```

Lampiran 41 (lanjutan)

```
> rbind(interval_B11,interval_B12,interval_B21,interval_B22)
```

	[,1]	[,2]
interval_B11	2,9704759	3,020827
interval_B12	-2,0219586	-1,974644
interval_B21	1,953185	2,016297
interval_B22	0,9779805	1,040775

```
> rbind(interval_S11,interval_S12,interval_S21,interval_S22)
```

	[,1]	[,2]
interval_S11	0,08214122	0,1271703
interval_S12	-0,02200385	0,02109262
interval_S21	-0,02200385	0,02109262
interval_S22	0,14810742	0,23244518

```
mse_DMC
```

```
[1] 0,2879253
```

Lampiran 42 Syntax Program Simulasi DMC korelasi tinggi n=30

```
set.seed(100)
prnorm <- function(mu,A,n,p) {
  U <- svd(A)$u
  V <- svd(A)$v
  D <- diag(sqrt(svd(A)$d))
  B <- U %%% D %%% t(V)
  w <- matrix(0,n,p)
  for (i in 1:n){w[i,] <- mu + B%%rnorm(p)}
  return(w)
}
library(bayesm)
library(MCMCpack)
n <- 30
p <- 2
q <- 2
X1 <- matrix(runif(n*p,-4,4),ncol=p)
X2 <- matrix(runif(n*p,-4,4),ncol=p)
B01 <- c(3,-2); B02 <- c(2,1)
SS <- matrix(c(0.1,-0.15,-0.15,0.2),2,2)

for (j in 1:100){

er <- prnorm(rep(0,len=2),SS,n,2)
korelasi_error<-cor(er[,1],er[,2])

y1 <- X1%%B01+er[,1]
y2 <- X2%%B02+er[,2]
X <- matrix(0,ncol=p*q,nrow=n*q)
X[1:n,1:p] <- X1
X[(n+1):(2*n),(p+1):(2*p)] <- X2
y <- c(y1,y2)

B1 <- solve(t(X1)%%X1)%%t(X1)%%y1
n1 <- n-2
n2 <- n-3
}
T <- 5000
B_iter <- matrix(0,T,(2*2))
S_iter <- matrix(0,T,(2*2))
```

Lampiran 42 (lanjutan)

```
for(i in 1:T){
  S <- matrix(0,2,2)

  S[1,1] <- rinvgamma(1,shape=n1/2,scale=sum((y1-X1%*%B1)^2)/2)
  Beta1 <- mvnrm(n=1,B1,S[1,1]*solve(t(X1)%*%X1))
  Z2 <- cbind(X2,y1-X1%*%Beta1)
  B2 <- solve(t(Z2)%*%Z2)%*%t(Z2)%*%y2
  S[2,2] <- rinvgamma(1,shape=n2/2,scale=sum((y2-Z2%*%B2)^2)/2)
  Beta2 <- mvnrm(n=1,B2,S[2,2]*solve(t(Z2)%*%Z2))
  S[1,2] <- S[2,1] <- Beta2[3]*S[1,1]
  S[2,2] <- S[2,2]+(Beta2[3])^2*S[1,1]
  O <- kronecker(solve(S),diag(1,n))
  B <- solve(t(X)%*%O%*%X)%*%t(X)%*%O%*%y
  B <- mvnrm(n=1,B,solve(t(X)%*%O%*%X))
  B_iter[i,] <- B
  S_iter[i,] <- c(S[1,1],S[1,2], S[2,1],S[2,2])
}
B_mean = colMeans(B_iter)
B_se = c(sd(B_iter[,1]), sd(B_iter[,2]), sd(B_iter[,3]), sd(B_iter[,4]))
S_mean = colMeans(S_iter)
S_se = c(sd(S_iter[,1]), sd(S_iter[,2]), sd(S_iter[,3]), sd(S_iter[,4]))

#hitung mse_dmc
y_DMC<-X%*%B_mean
e_DMC<-y-y_DMC
mse_DMC<-(sum(e_DMC^2))/n
interval_B11<-c(min(B_iter[,1]),max(B_iter[,1]))
interval_B12<-c(min(B_iter[,2]),max(B_iter[,2]))
interval_B21<-c(min(B_iter[,3]),max(B_iter[,3]))
interval_B22<-c(min(B_iter[,4]),max(B_iter[,4]))
interval_S11<-c(min(S_iter[,1]),max(S_iter[,1]))
interval_S12<-c(min(S_iter[,2]),max(S_iter[,2]))
interval_S21<-c(min(S_iter[,3]),max(S_iter[,3]))
interval_S22<-c(min(S_iter[,4]),max(S_iter[,4]))

# menghitung percetile

B_sort = matrix(0,T,6)
B_sort[,1] = sort(B_iter[,1], decreasing = F)
B_sort[,2] = sort(B_iter[,2], decreasing = F)
B_sort[,3] = sort(B_iter[,3], decreasing = F)
B_sort[,4] = sort(B_iter[,4], decreasing = F)
```

Lampiran 42 (lanjutan)

```
Beta_11<-quantile(B_sort[,1],probs=c(0.025,0.975))
Beta_12<-quantile(B_sort[,2],probs=c(0.025,0.975))
Beta_21<-quantile(B_sort[,3],probs=c(0.025,0.975))
Beta_22<-quantile(B_sort[,4],probs=c(0.025,0.975))
Quantile_Beta<-rbind(Beta_11, Beta_12, Beta_21, Beta_22)

S_sort = matrix(0,T,4)

S_sort[,1] = sort(S_iter[,1], decreasing = F)
S_sort[,2] = sort(S_iter[,2], decreasing = F)
S_sort[,3] = sort(S_iter[,3], decreasing = F)
S_sort[,4] = sort(S_iter[,4], decreasing = F)

Sigma_11<-quantile(S_sort[,1],probs=c(0.025,0.975))
Sigma_12<-quantile(S_sort[,2],probs=c(0.025,0.975))
Sigma_21<-quantile(S_sort[,3],probs=c(0.025,0.975))
Sigma_22<-quantile(S_sort[,4],probs=c(0.025,0.975))
Quantile_Sigma<-rbind(Sigma_11, Sigma_12, Sigma_21, Sigma_22)

korelasi_error

parameter_Beta<-cbind(B_mean,B_se)
parameter_Beta
Quantile_Beta

parameter_Sigma<-cbind(S_mean,S_se)
parameter_Sigma
Quantile_Sigma

rbind(interval_B11,interval_B12,interval_B21,interval_B22)
rbind(interval_S11,interval_S12,interval_S21,interval_S22)

mse_DMC
```

Lampiran 43 Hasil Simulasi DMC korelasi tinggi n=30

```

      korelasi_error
[1] -0,9424328
>
>   parameter_Beta<-cbind(B_mean,B_se)

>   parameter_Beta

      B_mean      B_se
[1,]  2,998165    0,01674203
[2,] -2,003668    0,01310034
[3,]  2,014671    0,01608274
[4,]  1,004666    0,01293194

>   Quantile_Beta

      2,50%  97,50%
Beta_11    2,96682    3,034697
Beta_12   -2,0295462  -1,977471
Beta_21    1,9825537    2,047562
Beta_22    0,9798864    1,030536

>
>   parameter_Sigma<-cbind(S_mean,S_se)

>   parameter_Sigma

      S_meanS_se
[1,]  0,1072877    0,03106472
[2,] -0,1106755    0,0327291
[3,] -0,1106755    0,0327291
[4,]  0,1458981    0,04036453

>   Quantile_Sigma

      2,50%  97,50%
Sigma_11    0,06252257    0,18170605
Sigma_12   -0,18705912  -0,06253838
Sigma_21   -0,18705912  -0,06253838
Sigma_22    0,08674814    0,24580452

```

Lampiran 43 (lanjutan)

```
> rbind(interval_B11,interval_B12,interval_B21,interval_B22)
```

	[,1]	[,2]
interval_B11	2,8991458	3,073569
interval_B12	-2,0922798	-1,939524
interval_B21	1,9408228	2,079067
interval_B22	0,9430348	1,075175

```
> rbind(interval_S11,interval_S12,interval_S21,interval_S22)
```

	[,1]	[,2]
interval_S11	0,04356495	0,33672937
interval_S12	-0,28805448	-0,03612813
interval_S21	-0,28805448	-0,03612813
interval_S22	0,06105749	0,39224426

```
mse_DMC
```

```
[1] 0,2278179
```

Lampiran 44 Syntax Program Simulasi DMC korelasi tinggi n=50

```
set.seed(100)
prnorm <- function(mu,A,n,p) {
  U <- svd(A)$u
  V <- svd(A)$v
  D <- diag(sqrt(svd(A)$d))
  B <- U %*% D %*% t(V)
  w <- matrix(0,n,p)
  for (i in 1:n){w[i,] <- mu + B%*%rnorm(p)}
  return(w)
}
library(bayesm)
library(MCMCpack)
n <- 50
p <- 2
q <- 2
X1 <- matrix(runif(n*p,-4,4),ncol=p)
X2 <- matrix(runif(n*p,-4,4),ncol=p)
B01 <- c(3,-2); B02 <- c(2,1)
SS <- matrix(c(0.1,-0.15,-0.15,0.2),2,2)

for (j in 1:100){

er <- prnorm(rep(0,len=2),SS,n,2)
korelasi_error<-cor(er[,1],er[,2])

y1 <- X1%*%B01+er[,1]
y2 <- X2%*%B02+er[,2]
X <- matrix(0,ncol=p*q,nrow=n*q)
X[1:n,1:p] <- X1
X[(n+1):(2*n),(p+1):(2*p)] <- X2
y <- c(y1,y2)

B1 <- solve(t(X1)%*%X1)%*%t(X1)%*%y1
n1 <- n-2
n2 <- n-3
}
T <- 5000
B_iter <- matrix(0,T,(2*2))
S_iter <- matrix(0,T,(2*2))
```


Lampiran 44 (lanjutan)

```
for(i in 1:T){
  S <- matrix(0,2,2)

  S[1,1] <- rinvgamma(1,shape=n1/2,scale=sum((y1-X1%*%B1)^2)/2)
  Beta1 <- mvrnorm(n=1,B1,S[1,1]*solve(t(X1)%*%X1))
  Z2 <- cbind(X2,y1-X1%*%Beta1)
  B2 <- solve(t(Z2)%*%Z2)%*%t(Z2)%*%y2
  S[2,2] <- rinvgamma(1,shape=n2/2,scale=sum((y2-Z2%*%B2)^2)/2)
  Beta2 <- mvrnorm(n=1,B2,S[2,2]*solve(t(Z2)%*%Z2))
  S[1,2] <- S[2,1] <- Beta2[3]*S[1,1]
  S[2,2] <- S[2,2]+(Beta2[3])^2*S[1,1]
  O <- kronecker(solve(S),diag(1,n))
  B <- solve(t(X)%*%O%*%X)%*%t(X)%*%O%*%y
  B <- mvrnorm(n=1,B,solve(t(X)%*%O%*%X))
  B_iter[i,] <- B
  S_iter[i,] <- c(S[1,1],S[1,2], S[2,1],S[2,2])
}
B_mean = colMeans(B_iter)
B_se = c(sd(B_iter[,1]), sd(B_iter[,2]), sd(B_iter[,3]), sd(B_iter[,4]))
S_mean = colMeans(S_iter)
S_se = c(sd(S_iter[,1]), sd(S_iter[,2]), sd(S_iter[,3]), sd(S_iter[,4]))

#hitung mse_dmc
y_DMC<-X%*%B_mean
e_DMC<-y-y_DMC
mse_DMC<-(sum(e_DMC^2))/n
interval_B11<-c(min(B_iter[,1]),max(B_iter[,1]))
interval_B12<-c(min(B_iter[,2]),max(B_iter[,2]))
interval_B21<-c(min(B_iter[,3]),max(B_iter[,3]))
interval_B22<-c(min(B_iter[,4]),max(B_iter[,4]))
interval_S11<-c(min(S_iter[,1]),max(S_iter[,1]))
interval_S12<-c(min(S_iter[,2]),max(S_iter[,2]))
interval_S21<-c(min(S_iter[,3]),max(S_iter[,3]))
interval_S22<-c(min(S_iter[,4]),max(S_iter[,4]))

# menghitung percetile

B_sort = matrix(0,T,6)
B_sort[,1] = sort(B_iter[,1], decreasing = F)
B_sort[,2] = sort(B_iter[,2], decreasing = F)
B_sort[,3] = sort(B_iter[,3], decreasing = F)
B_sort[,4] = sort(B_iter[,4], decreasing = F)
```

Lampiran 44 (lanjutan)

```
Beta_11<-quantile(B_sort[,1],probs=c(0.025,0.975))
Beta_12<-quantile(B_sort[,2],probs=c(0.025,0.975))
Beta_21<-quantile(B_sort[,3],probs=c(0.025,0.975))
Beta_22<-quantile(B_sort[,4],probs=c(0.025,0.975))
Quantile_Beta<-rbind(Beta_11, Beta_12, Beta_21, Beta_22)

S_sort = matrix(0,T,4)

S_sort[,1] = sort(S_iter[,1], decreasing = F)
S_sort[,2] = sort(S_iter[,2], decreasing = F)
S_sort[,3] = sort(S_iter[,3], decreasing = F)
S_sort[,4] = sort(S_iter[,4], decreasing = F)

Sigma_11<-quantile(S_sort[,1],probs=c(0.025,0.975))
Sigma_12<-quantile(S_sort[,2],probs=c(0.025,0.975))
Sigma_21<-quantile(S_sort[,3],probs=c(0.025,0.975))
Sigma_22<-quantile(S_sort[,4],probs=c(0.025,0.975))
Quantile_Sigma<-rbind(Sigma_11, Sigma_12, Sigma_21, Sigma_22)

korelasi_error

parameter_Beta<-cbind(B_mean,B_se)
parameter_Beta
Quantile_Beta

parameter_Sigma<-cbind(S_mean,S_se)
parameter_Sigma
Quantile_Sigma

rbind(interval_B11,interval_B12,interval_B21,interval_B22)
rbind(interval_S11,interval_S12,interval_S21,interval_S22)

mse_DMC
```

Lampiran 45 Hasil Simulasi DMC korelasi tinggi n=50

```

      korelasi_error
[1] -0,9486258
>
> parameter_Beta<-cbind(B_mean,B_se)

> parameter_Beta

      B_mean      B_se
[1,] 2,9865462 0,009152398
[2,] -1,9942068 0,009168444
[3,] 2,0077884 0,011631739
[4,] 0,9868591 0,012318321

> Quantile_Beta

      2,50% 97,50%
Beta_11    2,9685108    3,005107
Beta_12   -2,0127398   -1,975748
Beta_21    1,9855842    2,031551
Beta_22    0,9624115    1,010948
>
> parameter_Sigma<-cbind(S_mean,S_se)

> parameter_Sigma

      S_meanS_se
[1,] 0,09898358 0,02127889
[2,] -0,12865403 0,02865399
[3,] -0,12865403 0,02865399
[4,] 0,20264436 0,04335238

> Quantile_Sigma

      2,50% 97,50%
Sigma_11    0,06517131 0,14752265
Sigma_12   -0,19610547 -0,08297607
Sigma_21   -0,19610547 -0,08297607
Sigma_22    0,13427841 0,30461159

```

Lampiran 45 (lanjutan)

```
> rbind(interval_B11,interval_B12,interval_B21,interval_B22)
```

	[,1]	[,2]
interval_B11	2,9481307	3,025022
interval_B12	-2,0305223	-1,935595
interval_B21	1,9643924	2,051269
interval_B22	0,9306319	1,056047

```
> rbind(interval_S11,interval_S12,interval_S21,interval_S22)
```

	[,1]	[,2]
interval_S11	0,04889689	0,22187381
interval_S12	-0,26808349	-0,05736901
interval_S21	-0,26808349	-0,05736901
interval_S22	0,10183171	0,41282235

```
mse_DMC  
[1] 0,2827936
```

Lampiran 46 Syntax Program Simulasi DMC korelasi tinggi n=100

```
set.seed(100)
prnorm <- function(mu,A,n,p) {
  U <- svd(A)$u
  V <- svd(A)$v
  D <- diag(sqrt(svd(A)$d))
  B <- U %%% D %%% t(V)
  w <- matrix(0,n,p)
  for (i in 1:n){w[i,] <- mu + B%%rnorm(p)}
  return(w)
}
library(bayesm)
library(MCMCpack)
n <- 100
p <- 2
q <- 2
X1 <- matrix(runif(n*p,-4,4),ncol=p)
X2 <- matrix(runif(n*p,-4,4),ncol=p)
B01 <- c(3,-2); B02 <- c(2,1)
SS <- matrix(c(0.1,-0.15,-0.15,0.2),2,2)

for (j in 1:100){

er <- prnorm(rep(0,len=2),SS,n,2)
korelasi_error<-cor(er[,1],er[,2])

y1 <- X1%%B01+er[,1]
y2 <- X2%%B02+er[,2]
X <- matrix(0,ncol=p*q,nrow=n*q)
X[1:n,1:p] <- X1
X[(n+1):(2*n),(p+1):(2*p)] <- X2
y <- c(y1,y2)

B1 <- solve(t(X1)%%X1)%%t(X1)%%y1
n1 <- n-2
n2 <- n-3
}
T <- 5000
B_iter <- matrix(0,T,(2*2))
S_iter <- matrix(0,T,(2*2))
```

Lampiran 46 (lanjutan)

```

for(i in 1:T){
S <- matrix(0,2,2)

S[1,1] <- rinvgamma(1,shape=n1/2,scale=sum((y1-X1%*%B1)^2)/2)
Beta1 <- mvnrm(n=1,B1,S[1,1]*solve(t(X1)%*%X1))
Z2 <- cbind(X2,y1-X1%*%Beta1)
B2 <- solve(t(Z2)%*%Z2)%*%t(Z2)%*%y2
S[2,2] <- rinvgamma(1,shape=n2/2,scale=sum((y2-Z2%*%B2)^2)/2)
Beta2 <- mvnrm(n=1,B2,S[2,2]*solve(t(Z2)%*%Z2))
S[1,2] <- S[2,1] <- Beta2[3]*S[1,1]
S[2,2] <- S[2,2]+(Beta2[3])^2*S[1,1]
O <- kronecker(solve(S),diag(1,n))
B <- solve(t(X)%*%O%*%X)%*%t(X)%*%O%*%y
B <- mvnrm(n=1,B,solve(t(X)%*%O%*%X))
B_iter[i,] <- B
S_iter[i,] <- c(S[1,1],S[1,2], S[2,1],S[2,2])
}
B_mean = colMeans(B_iter)
B_se = c(sd(B_iter[,1]), sd(B_iter[,2]), sd(B_iter[,3]), sd(B_iter[,4]))
S_mean = colMeans(S_iter)
S_se = c(sd(S_iter[,1]), sd(S_iter[,2]), sd(S_iter[,3]), sd(S_iter[,4]))

#hitung mse_dmc
y_DMC<-X%*%B_mean
e_DMC<-y-y_DMC
mse_DMC<-(sum(e_DMC^2))/n
interval_B11<-c(min(B_iter[,1]),max(B_iter[,1]))
interval_B12<-c(min(B_iter[,2]),max(B_iter[,2]))
interval_B21<-c(min(B_iter[,3]),max(B_iter[,3]))
interval_B22<-c(min(B_iter[,4]),max(B_iter[,4]))
interval_S11<-c(min(S_iter[,1]),max(S_iter[,1]))
interval_S12<-c(min(S_iter[,2]),max(S_iter[,2]))
interval_S21<-c(min(S_iter[,3]),max(S_iter[,3]))
interval_S22<-c(min(S_iter[,4]),max(S_iter[,4]))

# menghitung percetile

B_sort = matrix(0,T,6)
B_sort[,1] = sort(B_iter[,1], decreasing = F)
B_sort[,2] = sort(B_iter[,2], decreasing = F)
B_sort[,3] = sort(B_iter[,3], decreasing = F)
B_sort[,4] = sort(B_iter[,4], decreasing = F)

```

Lampiran 46 (lanjutan)

```
Beta_11<-quantile(B_sort[,1],probs=c(0.025,0.975))
Beta_12<-quantile(B_sort[,2],probs=c(0.025,0.975))
Beta_21<-quantile(B_sort[,3],probs=c(0.025,0.975))
Beta_22<-quantile(B_sort[,4],probs=c(0.025,0.975))
Quantile_Beta<-rbind(Beta_11, Beta_12, Beta_21, Beta_22)

S_sort = matrix(0,T,4)

S_sort[,1] = sort(S_iter[,1], decreasing = F)
S_sort[,2] = sort(S_iter[,2], decreasing = F)
S_sort[,3] = sort(S_iter[,3], decreasing = F)
S_sort[,4] = sort(S_iter[,4], decreasing = F)

Sigma_11<-quantile(S_sort[,1],probs=c(0.025,0.975))
Sigma_12<-quantile(S_sort[,2],probs=c(0.025,0.975))
Sigma_21<-quantile(S_sort[,3],probs=c(0.025,0.975))
Sigma_22<-quantile(S_sort[,4],probs=c(0.025,0.975))
Quantile_Sigma<-rbind(Sigma_11, Sigma_12, Sigma_21, Sigma_22)

korelasi_error

parameter_Beta<-cbind(B_mean,B_se)
parameter_Beta
Quantile_Beta

parameter_Sigma<-cbind(S_mean,S_se)
parameter_Sigma
Quantile_Sigma

rbind(interval_B11,interval_B12,interval_B21,interval_B22)
rbind(interval_S11,interval_S12,interval_S21,interval_S22)

mse_DMC
```

Lampiran 47 Hasil Simulasi DMC korelasi tinggi n=100

```
korelasi_error
[1] -0,9408165
>
> parameter_Beta<-cbind(B_mean,B_se)

> parameter_Beta

      B_mean      B_se
[1,] 3,0009613 0,005733886
[2,] -1,9982089 0,005035523
[3,] 2,0103003 0,007231058
[4,] 0,9998141 0,00795817

> Quantile_Beta

      2,50% 97,50%
Beta_11    2,989667    3,01223
Beta_12   -2,008117   -1,988405
Beta_21    1,995556    2,024614
Beta_22    0,984304    1,015375

>
> parameter_Sigma<-cbind(S_mean,S_se)

> parameter_Sigma

      S_meanS_se
[1,] 0,09996638 0,01440881
[2,] -0,12552428 0,01872439
[3,] -0,12552428 0,01872439
[4,] 0,18227997 0,02632676

> Quantile_Sigma

      2,50% 97,50%
Sigma_11 0,07499089 0,13066708
Sigma_12 -0,16616018 -0,09326629
Sigma_21 -0,16616018 -0,09326629
Sigma_22 0,13740772 0,24038066
```


Lampiran 47 (lanjutan)

```
> rbind(interval_B11,interval_B12,interval_B21,interval_B22)
```

	[,1]	[,2]
interval_B11	2,977839	3,027196
interval_B12	-2,01652	-1,979481
interval_B21	1,982389	2,040461
interval_B22	0,967836	1,032991

```
> rbind(interval_S11,interval_S12,interval_S21,interval_S22)
```

	[,1]	[,2]
interval_S11	0,06049316	0,17069157
interval_S12	-0,21930191	-0,07408388
interval_S21	-0,21930191	-0,07408388
interval_S22	0,10862179	0,30910242

```
mse_DMC
```

[1]
0,2731859

Lampiran 48 Syntax Program Simulasi DMC korelasi tinggi n=500

```
set.seed(100)
prnorm <- function(mu,A,n,p) {
  U <- svd(A)$u
  V <- svd(A)$v
  D <- diag(sqrt(svd(A)$d))
  B <- U %%% D %%% t(V)
  w <- matrix(0,n,p)
  for (i in 1:n){w[i,] <- mu + B%%rnorm(p)}
  return(w)
}
library(bayesm)
library(MCMCpack)
n <- 500
p <- 2
q <- 2
X1 <- matrix(runif(n*p,-4,4),ncol=p)
X2 <- matrix(runif(n*p,-4,4),ncol=p)
B01 <- c(3,-2); B02 <- c(2,1)
SS <- matrix(c(0.1,-0.15,-0.15,0.2),2,2)

for (j in 1:100){

er <- prnorm(rep(0,len=2),SS,n,2)
korelasi_error<-cor(er[,1],er[,2])

y1 <- X1%%B01+er[,1]
y2 <- X2%%B02+er[,2]
X <- matrix(0,ncol=p*q,nrow=n*q)
X[1:n,1:p] <- X1
X[(n+1):(2*n),(p+1):(2*p)] <- X2
y <- c(y1,y2)

B1 <- solve(t(X1)%%X1)%%t(X1)%%y1
n1 <- n-2
n2 <- n-3
}
T <- 5000
B_iter <- matrix(0,T,(2*2))
S_iter <- matrix(0,T,(2*2))
```

Lampiran 48 (lanjutan)

```
for(i in 1:T){
  S <- matrix(0,2,2)

  S[1,1] <- rinvgamma(1,shape=n1/2,scale=sum((y1-X1%*%B1)^2)/2)
  Beta1 <- mvnrm(n=1,B1,S[1,1]*solve(t(X1)%*%X1))
  Z2 <- cbind(X2,y1-X1%*%Beta1)
  B2 <- solve(t(Z2)%*%Z2)%*%t(Z2)%*%y2
  S[2,2] <- rinvgamma(1,shape=n2/2,scale=sum((y2-Z2%*%B2)^2)/2)
  Beta2 <- mvnrm(n=1,B2,S[2,2]*solve(t(Z2)%*%Z2))
  S[1,2] <- S[2,1] <- Beta2[3]*S[1,1]
  S[2,2] <- S[2,2]+(Beta2[3])^2*S[1,1]
  O <- kronecker(solve(S),diag(1,n))
  B <- solve(t(X)%*%O%*%X)%*%t(X)%*%O%*%y
  B <- mvnrm(n=1,B,solve(t(X)%*%O%*%X))
  B_iter[i,] <- B
  S_iter[i,] <- c(S[1,1],S[1,2], S[2,1],S[2,2])
}
B_mean = colMeans(B_iter)
B_se = c(sd(B_iter[,1]), sd(B_iter[,2]), sd(B_iter[,3]), sd(B_iter[,4]))
S_mean = colMeans(S_iter)
S_se = c(sd(S_iter[,1]), sd(S_iter[,2]), sd(S_iter[,3]), sd(S_iter[,4]))

#hitung mse_dmc
y_DMC<-X%*%B_mean
e_DMC<-y-y_DMC
mse_DMC<-(sum(e_DMC^2))/n
interval_B11<-c(min(B_iter[,1]),max(B_iter[,1]))
interval_B12<-c(min(B_iter[,2]),max(B_iter[,2]))
interval_B21<-c(min(B_iter[,3]),max(B_iter[,3]))
interval_B22<-c(min(B_iter[,4]),max(B_iter[,4]))
interval_S11<-c(min(S_iter[,1]),max(S_iter[,1]))
interval_S12<-c(min(S_iter[,2]),max(S_iter[,2]))
interval_S21<-c(min(S_iter[,3]),max(S_iter[,3]))
interval_S22<-c(min(S_iter[,4]),max(S_iter[,4]))

# menghitung percetile

B_sort = matrix(0,T,6)
B_sort[,1] = sort(B_iter[,1], decreasing = F)
B_sort[,2] = sort(B_iter[,2], decreasing = F)
B_sort[,3] = sort(B_iter[,3], decreasing = F)
B_sort[,4] = sort(B_iter[,4], decreasing = F)
```

Lampiran 48 (lanjutan)

```
Beta_11<-quantile(B_sort[,1],probs=c(0.025,0.975))
Beta_12<-quantile(B_sort[,2],probs=c(0.025,0.975))
Beta_21<-quantile(B_sort[,3],probs=c(0.025,0.975))
Beta_22<-quantile(B_sort[,4],probs=c(0.025,0.975))
Quantile_Beta<-rbind(Beta_11, Beta_12, Beta_21, Beta_22)

S_sort = matrix(0,T,4)

S_sort[,1] = sort(S_iter[,1], decreasing = F)
S_sort[,2] = sort(S_iter[,2], decreasing = F)
S_sort[,3] = sort(S_iter[,3], decreasing = F)
S_sort[,4] = sort(S_iter[,4], decreasing = F)

Sigma_11<-quantile(S_sort[,1],probs=c(0.025,0.975))
Sigma_12<-quantile(S_sort[,2],probs=c(0.025,0.975))
Sigma_21<-quantile(S_sort[,3],probs=c(0.025,0.975))
Sigma_22<-quantile(S_sort[,4],probs=c(0.025,0.975))
Quantile_Sigma<-rbind(Sigma_11, Sigma_12, Sigma_21, Sigma_22)

korelasi_error

parameter_Beta<-cbind(B_mean,B_se)
parameter_Beta
Quantile_Beta

parameter_Sigma<-cbind(S_mean,S_se)
parameter_Sigma
Quantile_Sigma

rbind(interval_B11,interval_B12,interval_B21,interval_B22)
rbind(interval_S11,interval_S12,interval_S21,interval_S22)

mse_DMC
```

Lampiran 49 Hasil Simulasi DMC korelasi tinggi n=500

```

korelasi_error
[1] -0,937539
>
> parameter_Beta<-cbind(B_mean,B_se)

> parameter_Beta

      B_mean      B_se
[1,] 3,003849 0,00224243
[2,] -2,000726 0,002128859
[3,] 2,000772 0,003029603
[4,] 1,001387 0,002914128

> Quantile_Beta

      2,50% 97,50%
Beta_11 2,9994083 3,008238
Beta_12 -2,0049157 -1,996625
Beta_21 1,9947833 2,006826
Beta_22 0,9956906 1,007095
>
> parameter_Sigma<-cbind(S_mean,S_se)

> parameter_Sigma

      S_meanS_se
[1,] 0,1027176 0,006383738
[2,] -0,1322219 0,008482084
[3,] -0,1322219 0,008482084
[4,] 0,1946575 0,012093016

> Quantile_Sigma

      2,50% 97,50%
Sigma_11 0,09095594 1,16E-01
Sigma_12 -0,14942735 -1,16E-01
Sigma_21 -0,14942735 -1,16E-01
Sigma_22 0,17201013 2,19E-01

```

Lampiran 49 (lanjutan)

```
> rbind(interval_B11,interval_B12,interval_B21,interval_B22)
```

	[,1]	[,2]
interval_B11	2,996221	3,012837
interval_B12	-2,009275	-1,992780
interval_B21	1,989641	2,010926
interval_B22	0,989464	1,014327

```
> rbind(interval_S11,interval_S12,interval_S21,interval_S22)
```

	[,1]	[,2]
interval_S11	0,08153116	0,1262258
interval_S12	-0,16754736	-0,104296
interval_S21	-0,16754736	-0,104296
interval_S22	0,15418783	0,2458468

```
mse_DMC  
[1] 0,2957921
```

Lampiran 50. Syntax Program Model Bayesian SUR Normal Dengan MCMC Untuk Data Riil.

```

set.seed (100)
# Membangkitkan sampel dari distribusi multivariat normal

prnorm<- function(mu,A,n,p) {
  U <- svd(A)$u
  V <- svd(A)$v
  D <- diag(sqrt(svd(A)$d))
  B <- U %%% D %%% t(V)
  w <- matrix(0,n,p)
  for (i in 1:n){w[i,] <- mu + B%%rnorm(p)}
return(w)
}

library(bayesm)
library(MCMCpack)

# Membaca Data Penelitian
Dataset <-
  read.table("D:/DATA .txt",
    header=TRUE, sep=" ", na.strings="NA", dec=".", strip.white=TRUE)

#Membentuk matiriks data penelitian
n <- 20
p <- 5
q<-3
iota<-c(rep(1,20))
X1 <- matrix(c(iota,Dataset $x11, Dataset$x21, Dataset$x31, Dataset$x41),ncol=p)
X2 <- matrix(c(iota ,Dataset$x12, Dataset$x22, Dataset$x32, Dataset$x42),ncol=p)
X3 <- matrix(c(iota ,Dataset$x13, Dataset$x23, Dataset$x33, Dataset$x43),ncol=p)
y1 <- matrix(Dataset$y1)
y2 <- matrix(Dataset$y2)
y3 <- matrix(Dataset$y3)

# Mendapatkan estimasi parameter dengan GLS
X <- matrix(0,ncol=p*q,nrow=n*q)
X[1:n,1:p] <- X1
X[(n+1):(2*n),(p+1):(2*p)] <- X2
X[(2*n+1):(3*n),(2*p+1):(3*p)] <- X3
y <- c(y1,y2,y3)
B <- solve(t(X)%%X)%%t(X)%%y
Beta1 <- B[1:p]
Beta2 <- B[(p+1):(2*p)]
Beta3 <- B[(2*p+1):(3*p)]

```

Lampiran 50 (lanjutan)

```
R <- matrix(0,3,3)
R[1,1] <- sum( (y1-X1%%Beta1)^2 )
R[1,2] <- R[2,1] <- sum( t(y1-X1%%Beta1)%%(y2-X2%%Beta2) )
R[2,2] <- sum( (y2-X2%%Beta2)^2 )
R[1,3] <- R[3,1] <- sum( t(y1-X1%%Beta1)%%(y3-X3%%Beta3) )
R[2,3] <- R[3,2] <- sum( t(y2-X2%%Beta2)%%(y3-X3%%Beta3) )
R[3,3] <- sum( (y3-X3%%Beta3)^2 )
S <- R/n
O <- kronecker(solve(S),diag(1,n))
for(i in 1:100){
  Beta1 <- B[1:p]
  Beta2 <- B[(p+1):(2*p)]
  Beta3 <- B[(2*p+1):(3*p)]
  B <- solve(t(X)%%O%%X)%%t(X)%%O%%y
  R <- matrix(0,3,3)
  R[1,1] <- sum( (y1-X1%%Beta1)^2 )
  R[1,2] <- R[2,1] <- sum( t(y1-X1%%Beta1)%%(y2-X2%%Beta2) )
  R[2,2] <- sum( (y2-X2%%Beta2)^2 )
  R[1,3] <- R[3,1] <- sum( t(y1-X1%%Beta1)%%(y3-X3%%Beta3) )
  R[2,3] <- R[3,2] <- sum( t(y2-X2%%Beta2)%%(y3-X3%%Beta3) )
  R[3,3] <- sum( (y3-X3%%Beta3)^2 )
  S <- R/n
  O <- kronecker(solve(S),diag(1,n))
}

#Melakukan iterasi dengan gibbs sampling
ITERn<- 11000 # Numb. of iterations
AB<- matrix(0, ITERn,p*q)
AS <- matrix(0, ITERn,q*q)
for(j in 1:ITERn){
  Bold<- B
  Sold<- S
  Rold<- R
  R[1,1] <- sum( (y1-X1%%Beta1)^2 )
  R[1,2] <- R[2,1] <- sum( t(y1-X1%%Beta1)%%(y2-X2%%Beta2) )
  R[2,2] <- sum( (y2-X2%%Beta2)^2 )
  R[1,3] <- R[3,1] <- sum( t(y1-X1%%Beta1)%%(y3-X3%%Beta3) )
  R[2,3] <- R[3,2] <- sum( t(y2-X2%%Beta2)%%(y3-X3%%Beta3) )
  R[3,3] <- sum( (y3-X3%%Beta3)^2 )
  O <- kronecker(solve(S),diag(1,n))
  B <- solve(t(X)%%O%%X)%%t(X)%%O%%y
  Bnew<- prnorm(B,solve(t(X)%%O%%X),1,p*q)
  Beta1 <- Bnew[1:p]
  Beta2 <- Bnew[(p+1):(2*p)]
  Beta3 <- Bnew[(2*p+1):(3*p)]
  AB[j,] <- Bnew
```


Lampiran 50 (lanjutan)

```
R[1,1] <- sum( (y1-X1%*Beta1)^2 )
R[1,2] <- R[2,1] <- sum( t(y1-X1%*Beta1)%*(y2-X2%*Beta2) )
R[2,2] <- sum( (y2-X2%*Beta2)^2 )
R[1,3] <- R[3,1] <- sum( t(y1-X1%*Beta1)%*(y3-X3%*Beta3) )
R[2,3] <- R[3,2] <- sum( t(y2-X2%*Beta2)%*(y3-X3%*Beta3) )
R[3,3] <- sum( (y3-X3%*Beta3)^2 )
S <- R/n
Snew<- rwishart(n,solve(S)/n)$IW
AS[j,] <- as.vector(Snew)
}

#Menentukan Periode burn-in

AB <- AB[1001: ITERn,]; AS <- AS[1001: ITERn,]

# Menampilkan Hasil Estimasi Parameter

summary(mcmc(AB))
summary(mcmc(AS))
```

Lampiran 51. Hasil Estimasi Model Bayesian SUR Normal Dengan Metode MCMC Untuk Data Riil

summary(mcmc(AB))

Iterations = 1:10000

Thinning interval = 1

Number of chains = 1

Sample size per chain = 10000

1. Empirical mean and standard deviation for each variable, plus standard error of the mean:

	Mean	SD	Naive SE	Time-series SE
[1,]	23.878,2395	4.859,0000	48,5900	80,9300
[2,]	1,5835	0,6341	0,0063	0,0110
[3,]	18,5922	1,6120	0,0161	0,0174
[4,]	9,3762	5,0300	0,0503	0,1131
[5,]	40,5137	13,3700	0,1337	0,2481
[6,]	17.927,2537	11.680,0000	116,8000	269,2000
[7,]	12,9407	6,1240	0,0612	0,1631
[8,]	25,2092	5,8250	0,0583	0,0935
[9,]	0,1869	0,1711	0,0017	0,0038
[10,]	4,3865	1,1260	0,0113	0,0290
[11,]	-7.793,5006	15.660,0000	156,6000	640,0000
[12,]	15,2753	5,6670	0,0567	0,2351
[13,]	39,4682	9,3210	0,0932	0,3397
[14,]	6,3228	2,8440	0,0284	0,0810
[15,]	55,4209	13,2900	0,1329	0,1771

2. Quantiles for each variable:

	2,50%	25%	50%	75%	97,50%
var1	14.480,00	20.630,00	23.833,34	27.116,78	33.420,00
var2	0,33	1,17	1,59	2,01	2,80
var3	15,44	17,49	18,61	19,66	21,76
var4	0,02	5,97	9,23	12,54	19,88
var5	15,04	31,48	40,35	49,20	67,21
var6	-4.766,00	9.945,00	17.998,38	25.664,43	41.230,00
var7	0,69	8,87	12,99	17,15	24,68
var8	13,96	21,32	25,08	29,12	36,68
var9	-0,14	0,07	0,19	0,30	0,53
var10	2,24	3,61	4,39	5,16	6,62
var11	-38.700,00	-18.550,00	-7.219,42	3.225,70	21.390,00
var12	4,72	11,22	15,06	19,12	26,56
var13	21,21	33,07	39,51	45,90	57,36
var14	0,98	4,36	6,20	8,20	12,15
var15	29,69	46,61	55,37	64,13	81,77

Lampiran 52 (lanjutan)

```
> summary(mcmc(AS))  
Iterations = 1:10000  
Thinning interval = 1  
Number of chains = 1  
Sample size per chain = 10000
```

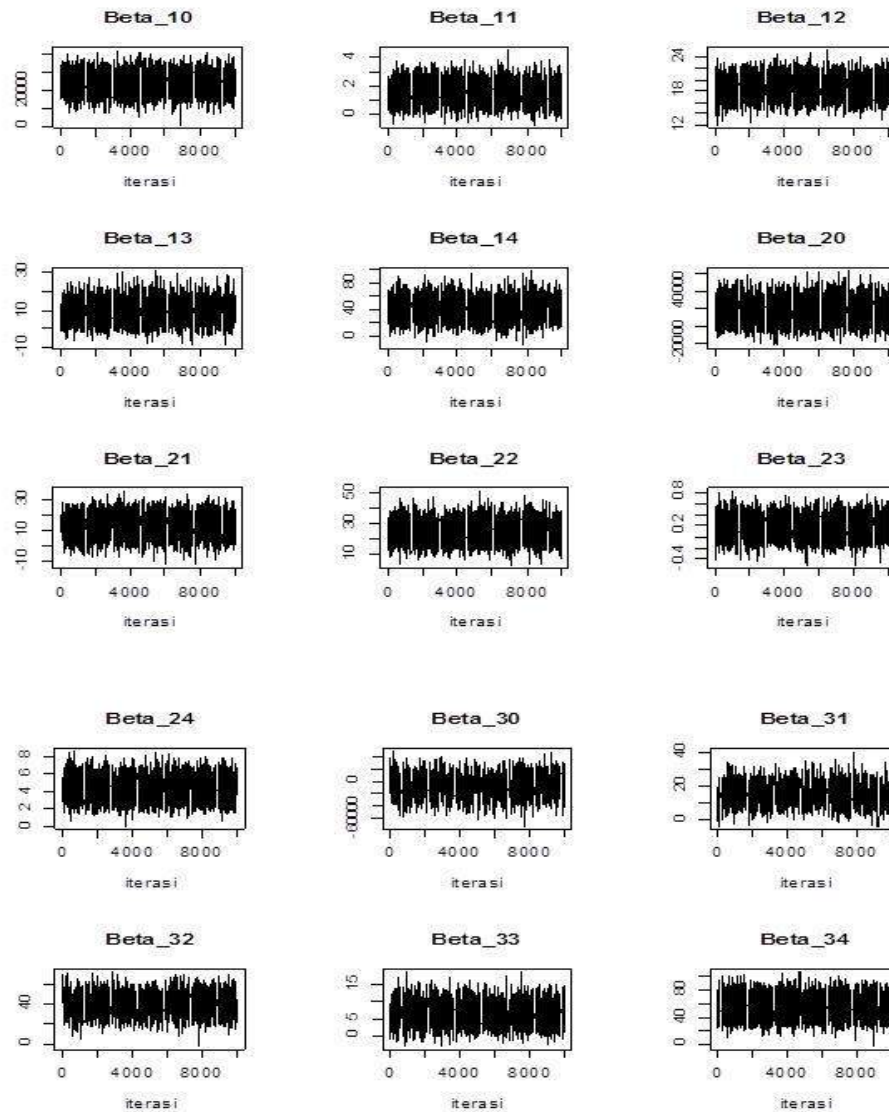
1. Empirical mean and standard deviation for each variable,
plus standard error of the mean:

	Mean	SD	Naive SE	Time-series SE
[1,]	2.064.490	867.478	8.675	10.322
[2,]	2.132.148	2.405.136	24.051	48.469
[3,]	8.110.458	3.739.950	37.399	56.918
[4,]	2.132.148	2.405.136	24.051	48.469
[5,]	19.523.889	9.415.823	94.158	173.159
[6,]	11.639.365	13.809.501	138.095	447.565
[7,]	8.110.458	3.739.950	37.399	56.918
[8,]	11.639.365	13.809.501	138.095	447.565
[9,]	41.687.346	19.150.312	191.503	441.009

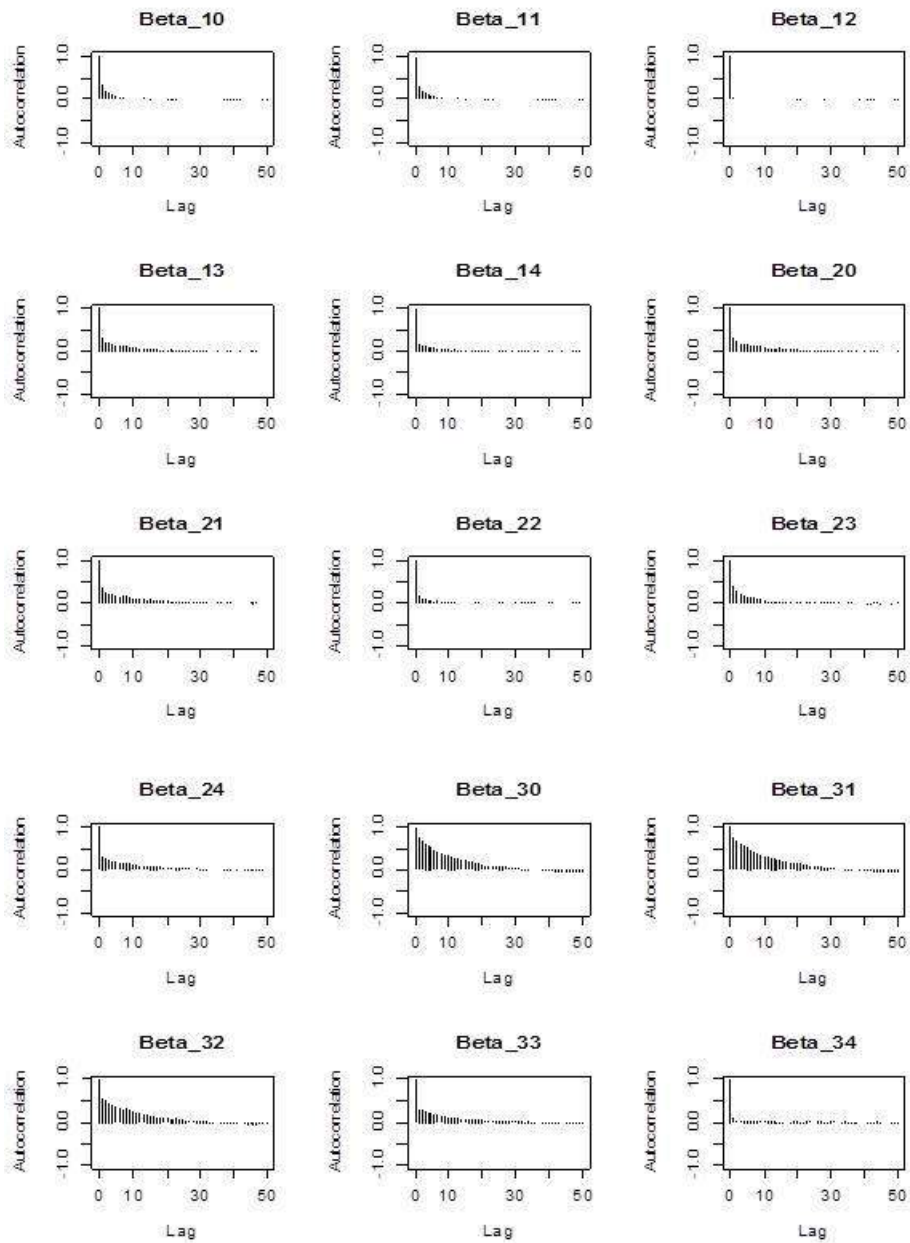
2. Quantiles for each variable:

	2.5%	25%	50%	75%	97.5%
var1	944.036	1.470.525	1.888.892	2.441.571	4.271.382
var2	-1.668.179	596.164	1.801.632	3.315.079	7.724.735
var3	3.278.522	5.542.005	7.338.560	9.788.705	17.289.168
var4	-1.668.179	596.164	1.801.632	3.315.079	7.724.735
var5	8.376.450	13.290.872	17.258.296	23.168.264	43.823.011
var6	-9.462.652	2.612.282	9.629.299	18.574.062	44.414.696
var7	3.278.522	5.542.005	7.338.560	9.788.705	17.289.168
var8	-9.462.652	2.612.282	9.629.299	18.574.062	44.414.696
var9	18.044.970	28.547.781	37.397.447	49.712.292	89.536.251

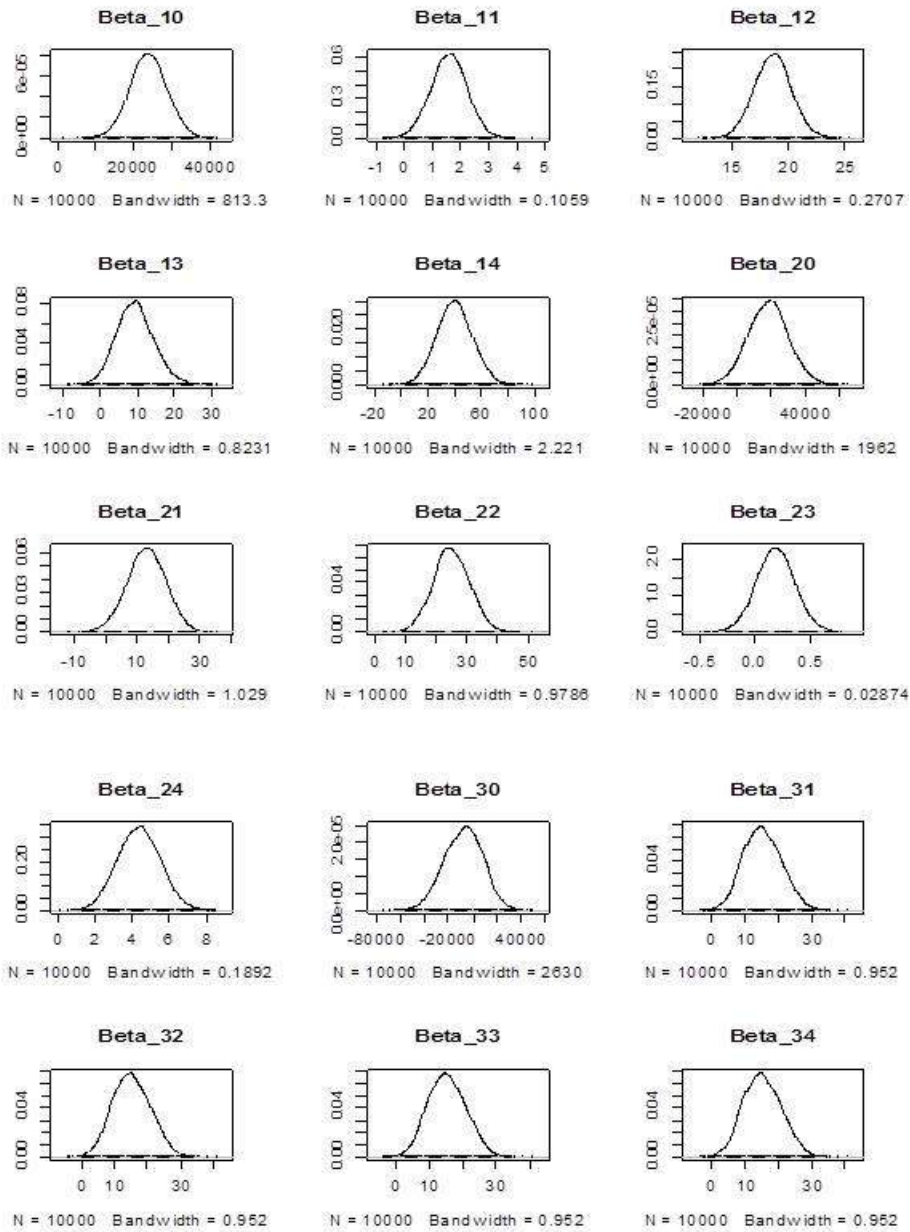
Lampiran 52. *Serial Plot* Parameter Hasil Estimasi Model Bayesians SUR Normal Dengan MCMC



Lampiran 53. *Autocorrelation Plot* Parameter Hasil Estimasi Model Bayesian SUR Normal dengan MCMC



Lampiran 54. *Density Plot* Parameter Hasil Estimasi Model Bayesian SUR Normal dengan MCMC



Lampiran 55. Syntax Program Model Bayesian SUR Normal Dengan Metode DMC Untuk Data Riil

```
set.seed (100)
library(MCMCpack)

# Membangkitkan sampel dari distribusi multivariat normal

prnorm <- function(mu,A,n,p) {
  U <- svd(A)$u
  V <- svd(A)$v
  D <- diag(sqrt(svd(A)$d))
  B <- U %%% D %%% t(V)
  w <- matrix(0,n,p)
  for (i in 1:n){w[i,] <- mu + B%%rnorm(p)}
  return(w)
}

# Membaca Data Penelitian
Dataset <-
  read.table("D:/DATA.txt",
    header=TRUE, sep=" ", na.strings="NA", dec=".", strip.white=TRUE)

#Membentuk matirks data penelitian
n <- 20
p <- 5
q <- 3
iota<-c(rep(1,20))
X1 <- matrix(c(iota,Dataset $x11,Dataset$x21,Dataset$x31, Dataset$x41),ncol=p)
X2 <- matrix(c(iota ,Dataset$x12,Dataset$x22,Dataset$x32, Dataset$x42),ncol=p)
X3 <- matrix(c(iota ,Dataset$x13,Dataset$x23,Dataset$x33, Dataset$x43),ncol=p)
y1 <- matrix(Dataset$y1)
y2 <- matrix(Dataset$y2)
y3 <- matrix(Dataset$y3)

# Mendapatkan estimasi parameter dengan iterasi monte carlo
X <- matrix(0,ncol=p*q,nrow=n*q)
X[1:n,1:p] <- X1
X[(n+1):(2*n),(p+1):(2*p)] <- X2
X[(2*n+1):(3*n),(2*p+1):(3*p)] <- X3
y <- c(y1,y2,y3)
B1 <- solve(t(X1)%%X1)%%t(X1)%%y1
n1 <- 18
n2 <- 17
n3 <- 16
```

Lampiran 55 (lanjutan)

```
T      <- 10000
B_iter <- matrix(0,T,(p*q))
S_iter <- matrix(0,T,(q*q))

for(i in 1:T){
  S <- matrix(0,3,3)
  S[1,1] <- rinvgamma(1,shape=n1/2,scale=sum((y1-X1%*%B1)^2)/2)
  Beta1 <- mvnrm(n=1,B1,S[1,1]*solve(t(X1)%*%X1))
  Z2 <- cbind(X2,y1-X1%*%Beta1)
  B2 <- solve(t(Z2)%*%Z2)%*%t(Z2)%*%y2
  S[2,2] <- rinvgamma(1,shape=n2/2,scale=sum((y2-Z2%*%B2)^2)/2)
  Beta2 <- mvnrm(n=1,B2,S[2,2]*solve(t(Z2)%*%Z2))
  Z3 <- cbind(X3,y1-X1%*%Beta1, y2-Z2%*%Beta2)
  B3 <- solve(t(Z3)%*%Z3)%*%t(Z3)%*%y3
  S[3,3] <- rinvgamma(1,shape=n3/2,scale=sum((y3-Z3%*%B3)^2)/2)
  Beta3 <- mvnrm(n=1,B3,S[3,3]*solve(t(Z3)%*%Z3))
  S[1,2] <- S[2,1] <- Beta2[4]*S[1,1]
  S[2,2] <- S[2,2]+(Beta2[4])^2*S[1,1]
  S[1,3] <- S[3,1] <- Beta3[7]*S[1,1]+Beta3[7]*S[2,1]
  S[2,3] <- S[3,2] <- Beta3[7]*S[1,2]+Beta3[7]*S[2,2]
  S[3,3] <- S[3,3]+(Beta3[7])^2*S[1,1]+(Beta3[7])^2*S[2,2]+Beta3[7]*Beta3[7]*S[2,1]

  O <- kronecker(solve(S),diag(1,20))
  B <- solve(t(X)%*%O%*%X)%*%t(X)%*%O%*%y
  B <- mvnrm(n=1,B,solve(t(X)%*%O%*%X))
  B_iter[i,] <- B
  S_iter[i,] <- c(S[1,1],S[1,2],S[1,3],S[2,1],S[2,2],S[2,3],S[3,1],S[3,2],S[3,3])
}

B_mean = colMeans(B_iter)
B_se = c(sd(B_iter[,1]), sd(B_iter[,2]), sd(B_iter[,3]), sd(B_iter[,4]), sd(B_iter[,5]),
sd(B_iter[,6]), sd(B_iter[,7]), sd(B_iter[,8]), sd(B_iter[,9]), sd(B_iter[,10]),
sd(B_iter[,11]), sd(B_iter[,12]), sd(B_iter[,13]), sd(B_iter[,14]), sd(B_iter[,15]))

S_mean = colMeans(S_iter)
```


Lampiran 55 (lanjutan)

```
S_se = c(sd(S_iter[,1]), sd(S_iter[,2]), sd(S_iter[,3]), sd(S_iter[,4]),(S_iter[,5]),
sd(S_iter[,6]), sd(S_iter[,7]), (S_iter[,8]), sd(S_iter[,9]))
Var_se = matrix(0,3,3)
Var_se[1,1] = S_se[1]
Var_se[1,2] = S_se[2]
Var_se[1,3] = S_se[3]
Var_se[2,1] = Var_se[1,2]
Var_se[2,2] = S_se[5]
Var_se[2,3] = S_se[6]
Var_se[3,1] = Var_se[1,3]
Var_se[3,2] = Var_se[2,3]
Var_se[3,3] = S_se[9]

# Menghitung percentile

B_sort = matrix(0,T,15)
B_sort[,1] = sort(B_iter[,1], decreasing = F)
B_sort[,2] = sort(B_iter[,2], decreasing = F)
B_sort[,3] = sort(B_iter[,3], decreasing = F)
B_sort[,4] = sort(B_iter[,4], decreasing = F)
B_sort[,5] = sort(B_iter[,5], decreasing = F)
B_sort[,6] = sort(B_iter[,6], decreasing = F)
B_sort[,7] = sort(B_iter[,7], decreasing = F)
B_sort[,8] = sort(B_iter[,8], decreasing = F)
B_sort[,9] = sort(B_iter[,9], decreasing = F)
B_sort[,10] = sort(B_iter[,10], decreasing = F)
B_sort[,11] = sort(B_iter[,11], decreasing = F)
B_sort[,12] = sort(B_iter[,12], decreasing = F)
B_sort[,13] = sort(B_iter[,13], decreasing = F)
B_sort[,14] = sort(B_iter[,14], decreasing = F)
B_sort[,15] = sort(B_iter[,15], decreasing = F)

Beta_10<-quantile(B_sort[,1],probs=c(0.025,0.975))
Beta_11<-quantile(B_sort[,2],probs=c(0.025,0.975))
Beta_12<-quantile(B_sort[,3],probs=c(0.025,0.975))
Beta_13<-quantile(B_sort[,4],probs=c(0.025,0.975))
Beta_14<-quantile(B_sort[,5],probs=c(0.025,0.975))
Beta_20<-quantile(B_sort[,6],probs=c(0.025,0.975))
Beta_21<-quantile(B_sort[,7],probs=c(0.025,0.975))
Beta_22<-quantile(B_sort[,8],probs=c(0.025,0.975))
Beta_23<-quantile(B_sort[,9],probs=c(0.025,0.975))
Beta_24<-quantile(B_sort[,10],probs=c(0.025,0.975))
Beta_30<-quantile(B_sort[,11],probs=c(0.025,0.975))
Beta_31<-quantile(B_sort[,12],probs=c(0.025,0.975))
Beta_32<-quantile(B_sort[,13],probs=c(0.025,0.975))
Beta_33<-quantile(B_sort[,14],probs=c(0.025,0.975))
Beta_34<-quantile(B_sort[,15],probs=c(0.025,0.975))
```

Lampiran 55 (lanjutan)

```
Quantile_Beta<-rbind(Beta_10, Beta_11, Beta_12, Beta_13, Beta_14, Beta_20, Beta_21,  
Beta_22, Beta_23, Beta_24, Beta_30, Beta_31, Beta_32, Beta_33, Beta_34)
```

```
S_sort = matrix(0,T,4)  
S_sort[,1] = sort(S_iter[,1], decreasing = F)  
S_sort[,2] = sort(S_iter[,2], decreasing = F)  
S_sort[,3] = sort(S_iter[,3], decreasing = F)  
S_sort[,4] = sort(S_iter[,4], decreasing = F)  
S_sort[,5] = sort(S_iter[,5], decreasing = F)  
S_sort[,6] = sort(S_iter[,6], decreasing = F)  
S_sort[,7] = sort(S_iter[,7], decreasing = F)  
S_sort[,8] = sort(S_iter[,8], decreasing = F)  
S_sort[,9] = sort(S_iter[,9], decreasing = F)
```

```
Sigma_11<-quantile(S_sort[,1],probs=c(0.025,0.975))  
Sigma_12<-quantile(S_sort[,2],probs=c(0.025,0.975))  
Sigma_13<-quantile(S_sort[,3],probs=c(0.025,0.975))  
Sigma_21<-quantile(S_sort[,4],probs=c(0.025,0.975))  
Sigma_22<-quantile(S_sort[,5],probs=c(0.025,0.975))  
Sigma_23<-quantile(S_sort[,6],probs=c(0.025,0.975))  
Sigma_31<-quantile(S_sort[,7],probs=c(0.025,0.975))  
Sigma_32<-quantile(S_sort[,8],probs=c(0.025,0.975))  
Sigma_33<-quantile(S_sort[,9],probs=c(0.025,0.975))  
Quantile_Sigma<-rbind(Sigma_11, Sigma_12, Sigma_13, Sigma_21, Sigma_22,  
Sigma_23, Sigma_31, Sigma_32, Sigma_33)
```

```
# Menampilkan hasil estimasi parameter
```

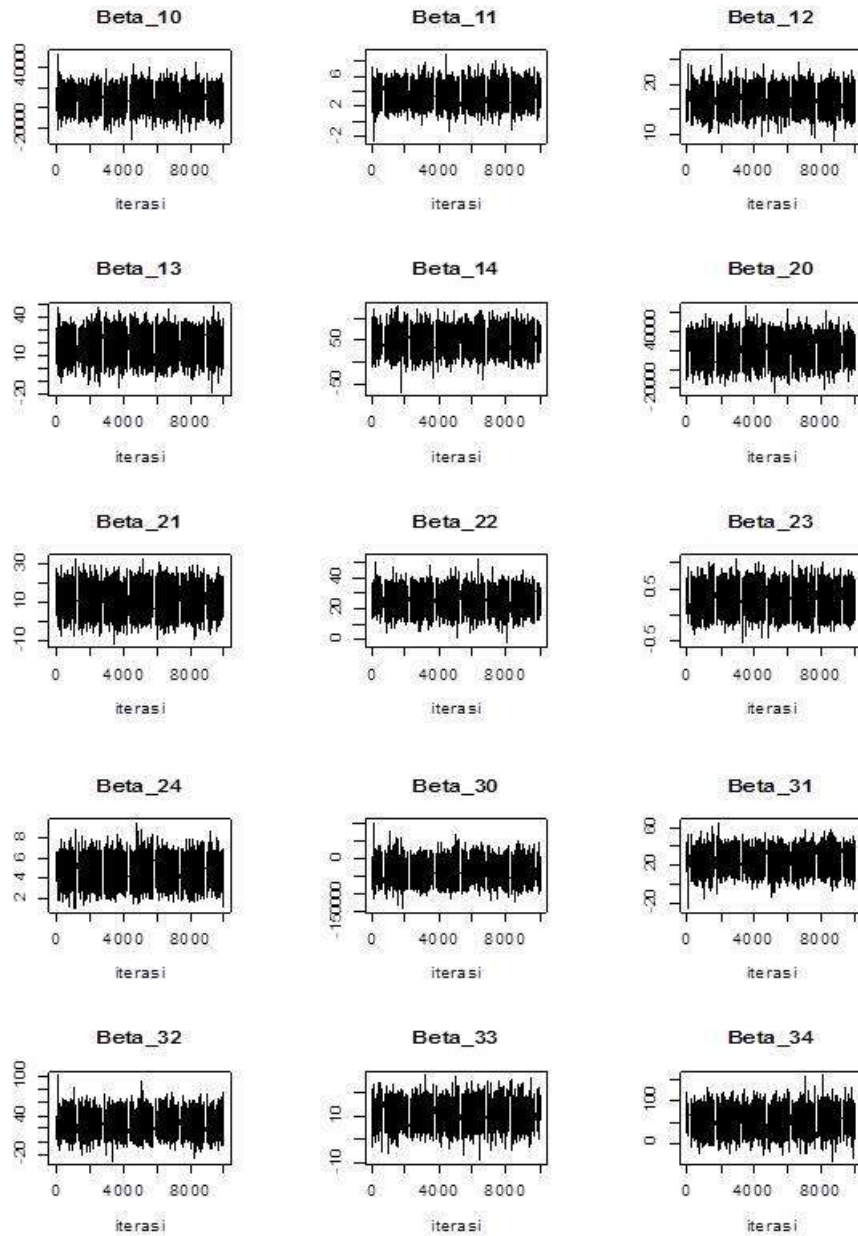
```
parameter_Beta<-cbind(B_mean,B_se)  
parameter_Beta  
Quantile_Beta
```

```
parameter_Sigma<-cbind(S_mean,S_se)  
parameter_Sigma  
Quantile_Sigma
```

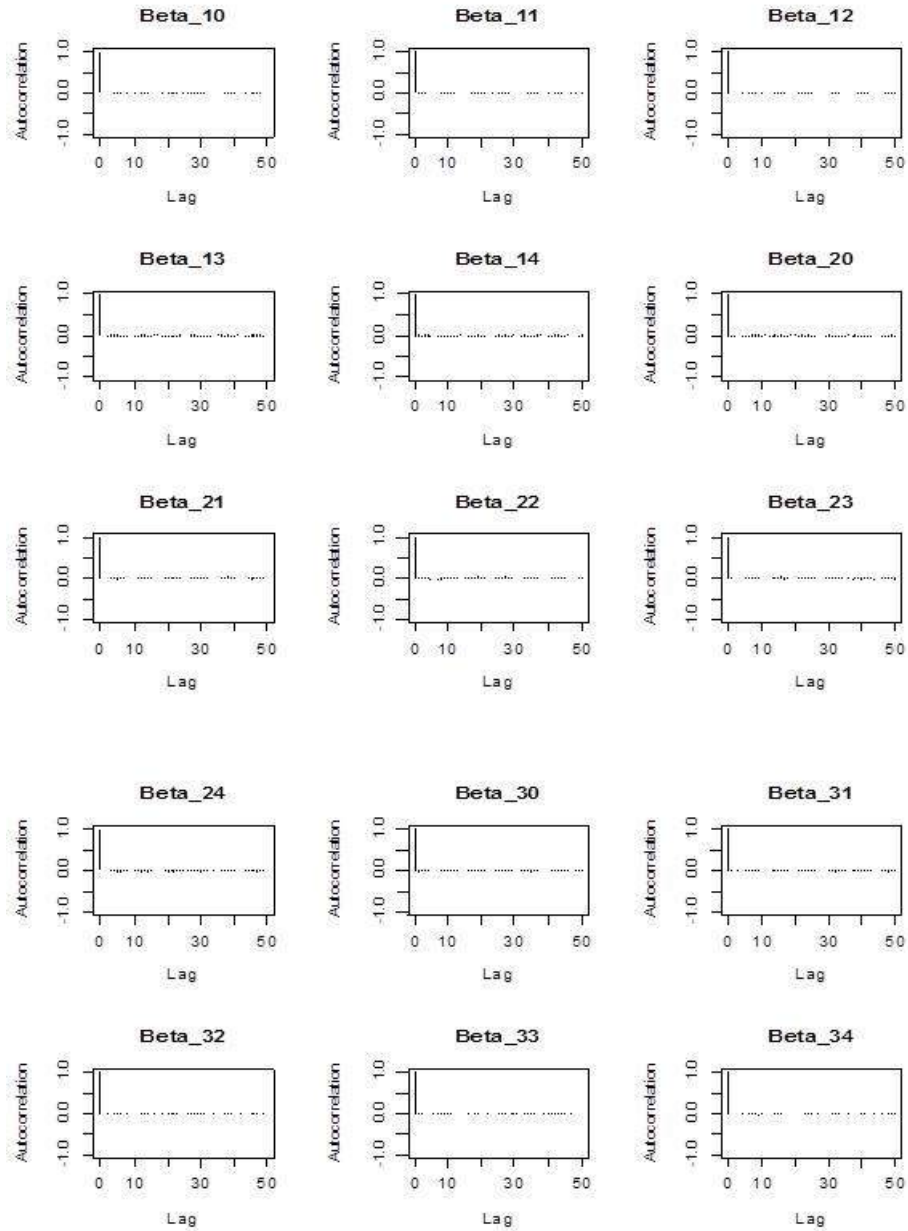
Lampiran 56. Hasil Estimasi Model Bayesian SUR Normal Dengan Metode DMC Untuk Data Riil

Parameter	parameter_Beta		Quantile_Beta	
	B_mean	B_se	2,50%	97,50%
Beta_10	8.250,50	8.058,93	-8.044,14	24.110,42
Beta_11	3,58	1,07	1,46	5,75
Beta_12	16,98	1,77	13,47	20,40
Beta_13	17,03	7,98	0,94	32,61
Beta_14	49,00	19,40	11,27	87,35
Beta_20	20.863,47	10.681,78	26,34	42.425,40
Beta_21	11,10	5,51	0,16	21,87
Beta_22	25,12	5,60	13,99	36,20
Beta_23	0,31	0,20	-0,09	0,69
Beta_24	4,74	1,02	2,72	6,77
Beta_30	-38.323,93	21.969,58	-79.052,56	10.779,33
Beta_31	26,27	8,26	7,87	41,59
Beta_32	25,12	12,07	2,82	52,52
Beta_33	10,85	3,98	2,85	18,64
Beta_34	56,49	20,08	15,15	95,63
Parameter	parameter_Sigma		Quantile_Sigma	
	S_mean	S_se	2,50%	97,50%
Sigma_11	1.238.073,30	468.614,10	626.158,70	2.445.930,60
Sigma_12	365.337,80	263.338,70	-40.968,44	993.360,30
Sigma_13	-94.864,40	862.070,00	-1.921.512,54	1.591.135,20
Sigma_21	365.337,80	263.338,70	-40.968,44	993.360,30
Sigma_22	13.312.600,60	5.229.927,80	6.639.267,34	26.211.176,00
Sigma_23	-542.847,90	7.401.020,10	-15.164.186,51	14.899.615,10
Sigma_31	-94.864,40	862.070,00	-1.921.512,54	1.591.135,20
Sigma_32	-542.847,90	7.401.020,10	-15.164.186,51	14.899.615,10
Sigma_33	19.579.354,50	10.695.171,70	6.768.735,22	46.030.886,40

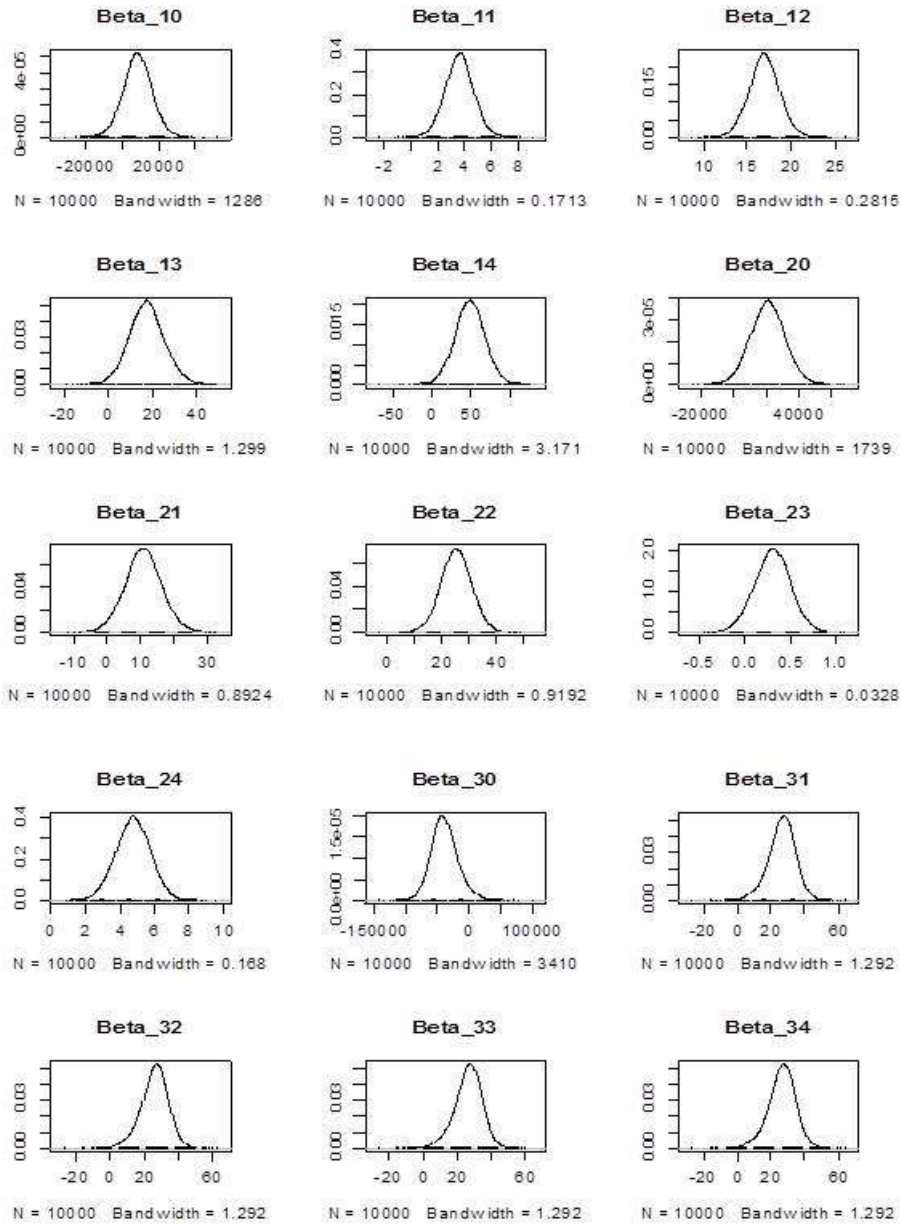
Lampiran 57. *Serial Plot* Parameter Hasil Estimasi Model Bayesian SUR Normal dengan DMC



Lampiran 58. *Autocorrelation Plot* Parameter Hasil Estimasi Model Bayesien SUR Normal dengan DMC



Lampiran 59. Density Plot Parameter Hasil Estimasi Model Bayesian SUR Normal dengan DMC



Lampiran 60. Syntax Program Model Bayesian SUR *Skew Normal*

```

model;
{
  for (i in 1:N) {
    xs11[i]<-(x11[i]-mean(x11[]))/sd(x11[])
    xs21[i]<-(x21[i]-mean(x21[]))/sd(x21[])
    xs31[i]<-(x31[i]-mean(x31[]))/sd(x31[])
    xs41[i]<-(x41[i]-mean(x41[]))/sd(x41[])
    xs12[i]<-(x12[i]-mean(x12[]))/sd(x12[])
    xs22[i]<-(x22[i]-mean(x22[]))/sd(x22[])
    xs32[i]<-(x32[i]-mean(x32[]))/sd(x32[])
    xs42[i]<-(x42[i]-mean(x42[]))/sd(x42[])
    xs13[i]<-(x13[i]-mean(x13[]))/sd(x13[])
    xs23[i]<-(x23[i]-mean(x23[]))/sd(x23[])
    xs33[i]<-(x33[i]-mean(x33[]))/sd(x33[])
    xs43[i]<-(x43[i]-mean(x43[]))/sd(x43[])
    for (j in 1:3){
      ys[i,j]<-(y[i,j]-mean(y[,j]))/sd(y[,j])
    }
  }
  C <- 10000
  #Zeros trick
  for (i in 1:N) {
    for (j in 1:3){
      ymu[i,j]<-ys[i,j]-Mu[i,j]
      ymuo[i,j]<-inprod(ymu[i,1:p],Omega[1:p,j])
      epsilon2[i,j]<-inprod(ymuo[i,1:p],ymu[1:p,j])
      signe[i,j]<-step(ys[i,j]-Mu[i,j])-(1-step(ys[i,j]-Mu[i,j]))
      logpdf[i,j]<- log(2)-log(gamma+(1/gamma))- 0.5*log(2*3.1416)-
        0.5*epsilon2[i,j]*pow(gamma,-2*signe[i,j])
    }
    logfy[i]<--0.5*logdet(sigma[,i])+sum(logpdf[i,j])
    zeros[i] <- 0
    phi[i] <- -logfy[i] + C
    zeros[i] ~ dpois(phi[i])
    Mu[i,1]<-beta1[1]+beta1[2]*xs11[i]+beta1[3]*xs21[i]+beta1[4]*xs31[i]
      +beta1[5]*xs41[i]
    Mu[i,2]<-beta2[1]+beta2[2]*xs12[i]+beta2[3]*xs22[i]+beta2[4]*xs32[i]
      +beta2[5]*xs42[i]
    Mu[i,3]<-beta3[1]+beta3[2]*xs13[i]+beta3[3]*xs23[i]+beta3[4]*xs33[i]
      +beta3[5]*xs43[i]
  }
}

```

Lampiran 60 (lanjutan)

```
# Definisi Matriks Presisi
for (j in 2 : s - 1) {
  Omega[j, j] <- tau * (1 + pow(rho, 2))
}
Omega[1, 1] <- tau
Omega[s, s] <- tau
for (j in 1 : s-1) {
  Omega[j, j + 1] <- tau * rho
  Omega[j + 1, j] <- Omega[j, j + 1]
}

for (i in 1 : s - 1) {
  for (j in 2 + i: s) {
    Omega[i, j] <- 0; Omega[j, i] <- 0
  }
}
sigma[1:p,1:p]<-inverse(Omega[,])
rho ~ dunif(0.01, 1)
tau ~ dgamma(2,2)I(0.001,0.1)
gamma~dgamma(3,2)

for (k in 1 :5) {
  beta1[k]~dnorm(mubeta1[k],taubeta1[k])
  beta2[k]~dnorm(mubeta2[k],taubeta2[k])
  beta3[k]~dnorm(mubeta3[k],taubeta3[k])
}
}
}

init
list(beta1 =c(0, 0.24653, 0.71027, 0.12343, 0.15959), beta2 =c(0, 0.2216, 0.6131, 0.2092,
0.43067), beta3 =c(0, 0.5458, 0.2985, 0.13552, 0.1908),gamma=1,rho=0.1,tau=0.01)

Data
list(s=3,N=20,p=3,mubeta1=c(0, 0.24653, 0.71027, 0.12343, 0.15959), mubeta2=c(0,
0.2216, 0.6131, 0.2092, 0.43067), mubeta3=c(0, 0.5458, 0.2985, 0.13552, 0.1908),
taubeta1=c(320,197,174,280,240), taubeta2=c(231,90,46,88,107),
taubeta3=c(329,64,61,290,187),
```


Lampiran 60 (lanjutan)

```
y= structure(  
.Data = c(  
36380.245,39891.077,34905.477,  
37836.411,43475.999,38603.270,  
38223.584,48509.187,42010.323,  
38207.974,54808.382,45756.355,  
38998.704,61905.823,49763.466,  
40531.636,69331.394,54489.394,  
40954.260,76035.216,57990.947,  
38897.426,59168.859,47677.023,  
39544.234,59012.607,49159.868,  
40029.138,60431.836,49475.749,  
40533.877,61850.432,53475.478,  
41354.488,61396.902,57926.650,  
42143.435,64133.627,62512.781,  
43331.493,67520.435,68295.968,  
44700.484,70635.869,74546.736,  
46486.278,72786.972,81715.963,  
47942.973,76163.918,88570.614,  
49437.138,79485.731,95825.695,  
51419.507,81566.659,101292.366,  
51329.549,86900.779,106229.113),  
.Dim = c(20, 3)),  
x11=c(  
7929.958,7814.746,7655.121,7267.104,7392.565,7827.751,7685.362,7769.034,7473.766,  
7295.620,7684.654,7647.822,7699.915,7663.299,8136.643,7918.615,8391.655,8242.332,  
8287.922,7939.480),  
x12=c(  
1721.294,1824.430,1880.054,2301.764,2306.715,2140.971,2338.358,2066.976,2502.038,  
2454.482,2282.963,2435.244,2352.665,2265.182,2323.652,2404.589,2458.401,2412.284,  
2385.686,2482.563),  
x13=c(  
2518.838,2462.094,2550.738,2830.765,2832.879,3188.829,3253.842,3177.252,3212.545,  
3051.454,3124.022,3304.203,3250.677,3531.652,3374.600,3498.271,3718.384,3775.810,  
3933.109,3957.780),  
x21=c(  
42.346,45.316,53.495,64.073,74.776,91.747,106.446,177.489,161.277,328.361,237.280,2  
85.834,367.590,443.426,381.028,446.258,423.287,506.449,608.644,619.637),  
x22=c(  
79.762,84.259,117.863,122.520,141.767,148.966,179.660,219.197,273.624,653.368,440.  
019,532.353,595.422,687.079,667.595,810.666,737.790,809.509,869.071,977.461),  
x23=c(  
88.312,97.347,114.709,155.240,164.600,179.282,191.371,224.198,272.684,577.049,398.  
351,496.306,546.339,571.199,576.852,679.593,727.511,769.516,821.939,860.893),
```

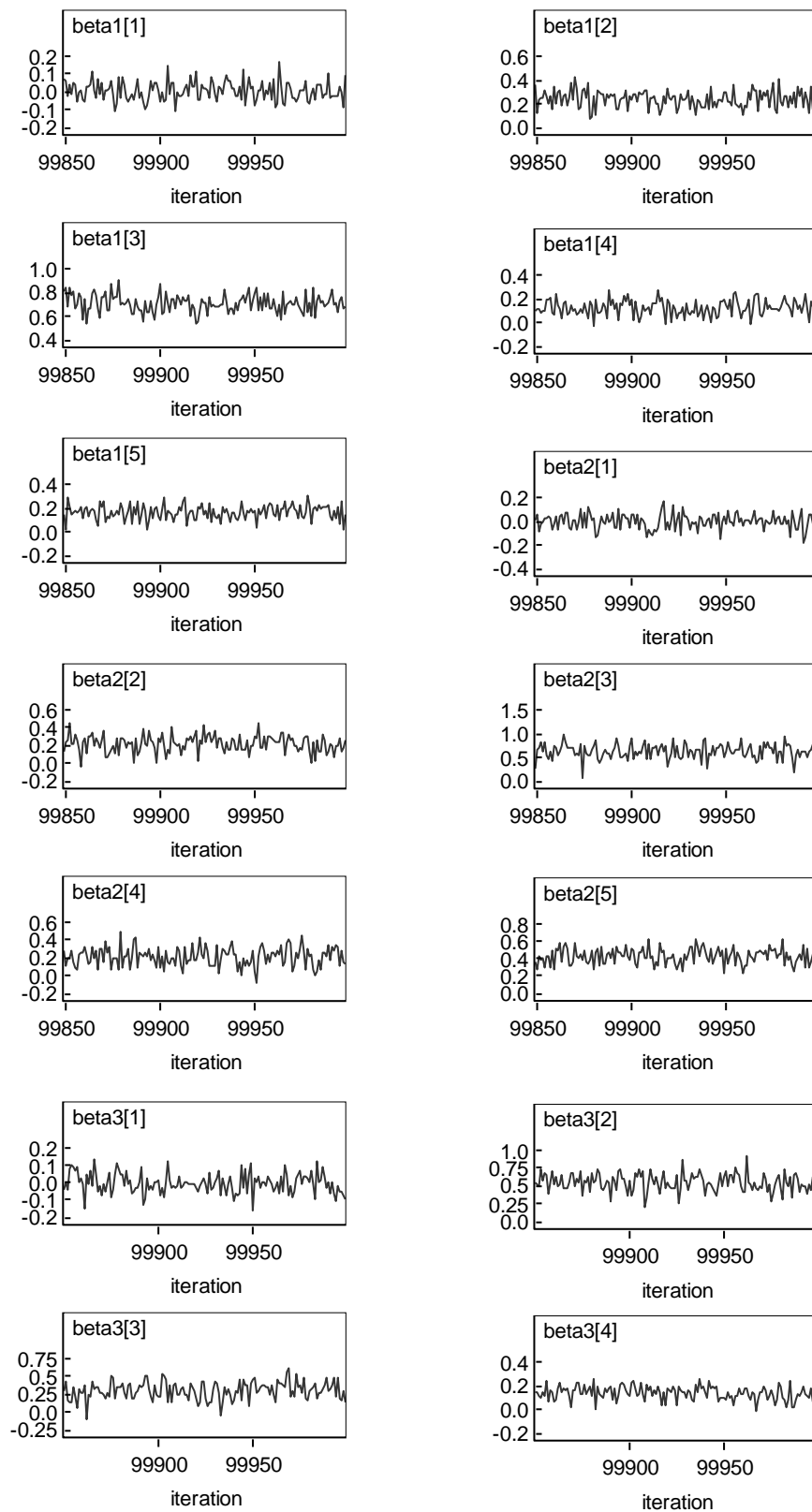
Lampiran 60 (lanjutan)

x31=c(
56.500,24.641,59.963,95.531,40.028,38.516,127.728,15.496,16.104,39.759,9.513,12.232,
52.605,20.276,49.000,55.420,54.251,62.000,124.117,35.000),
x32=c(
3184.634,2290.953,2741.788,4104.243,5025.037,9907.258,10548.175,3069.860,916.013,
1226.796,1307.937,573.419,1271.698,1910.579,2376.535,18249.979,20865.244,21344.2
26,22917.631,21930.973),
x33=c(
94.210,549.322,522.399,366.093,40.000,75.210,294.840,168.975,129.464,36.038,41.000,
38.610,39.793,35.350,796.815,91.050,53.500,129.625,874.628,439.530),
x41=c(
3.232,3.844,5.900,19.304,17.440,19.000,16.128,33.017,19.807,24.046,7.195,1.720,1.618,
3.053,1.564,6.258,23.767,28.310,35.645,57.230),
x42=c(
403.535,254.299,666.482,1709.527,2323.763,2676.592,4390.848,555.981,145.688,236.8
32,1579.918,92.500,303.490,188.471,371.208,369.998,730.412,885.670,848.713,1817.31
3),
x43=c(
81.500,17.552,21.000,44.175,58.530,20.332,2.350,34.433,19.466,16.394,3.566,8.299,90.
690,36.682,7.434,41.465,46.021,191.345,190.333,222.261)
)

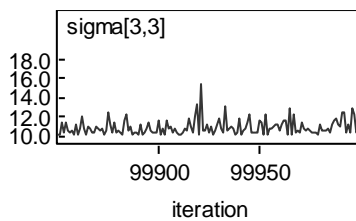
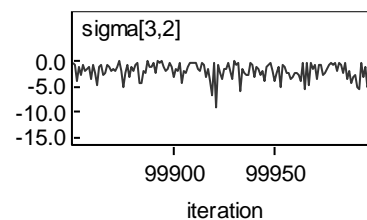
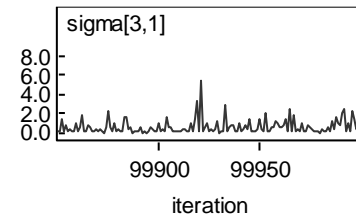
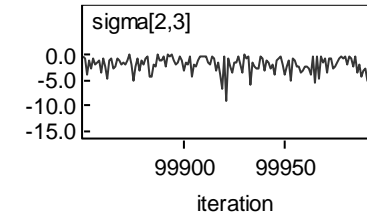
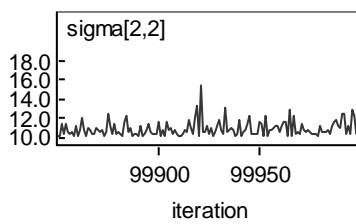
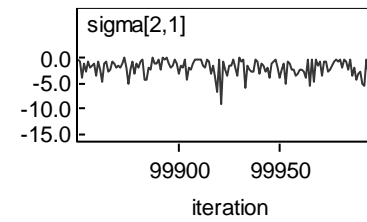
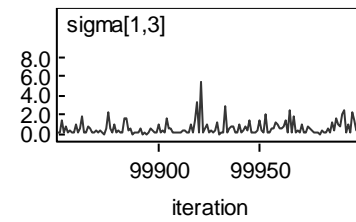
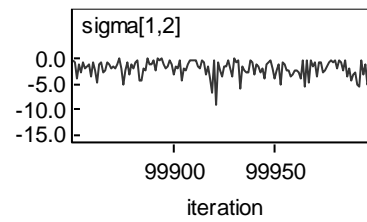
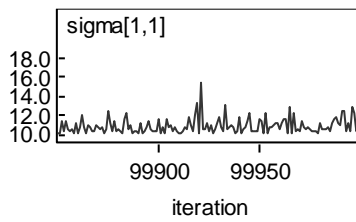
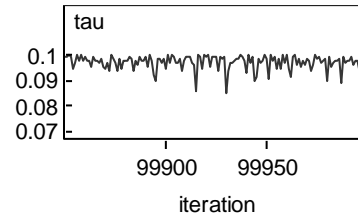
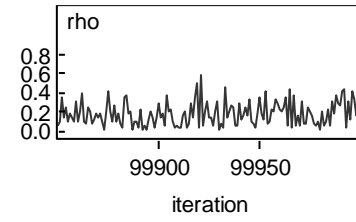
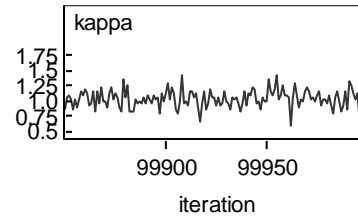
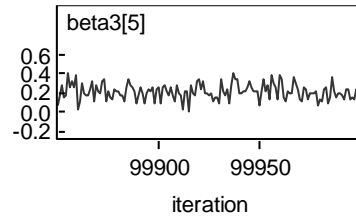
Lampiran 61 Hasil Estimasi Model Bayesian SUR *Skew Normal*

node	mean	sd	MC error	2.5%	median	97.5%	start	sample
beta1[1]	-0.002756	0.05573	1.832E-4	-0.1121	-0.002546	0.1064	401	99600
beta1[2]	0.2469	0.07111	2.423E-4	0.1079	0.2466	0.387	401	99600
beta1[3]	0.7105	0.07591	2.396E-4	0.562	0.7109	0.8599	401	99600
beta1[4]	0.1231	0.05964	1.859E-4	0.006238	0.1231	0.2399	401	99600
beta1[5]	0.1595	0.0647	2.227E-4	0.03264	0.1597	0.2867	401	99600
beta2[1]	-4.465E-4	0.06521	2.058E-4	-0.1288	-3.12E-4	0.1274	401	99600
beta2[2]	0.2217	0.1055	3.351E-4	0.01592	0.2218	0.4297	401	99600
beta2[3]	0.6133	0.1475	4.73E-4	0.323	0.6134	0.9024	401	99600
beta2[4]	0.2093	0.1069	3.32E-4	-0.001274	0.2094	0.4188	401	99600
beta2[5]	0.4308	0.09685	2.987E-4	0.2423	0.4308	0.6222	401	99600
beta3[1]	8.309E-4	0.05495	1.79E-4	-0.1067	8.328E-4	0.1088	401	99600
beta3[2]	0.5464	0.1253	4.112E-4	0.3002	0.5463	0.7926	401	99600
beta3[3]	0.299	0.1279	3.879E-4	0.04805	0.2994	0.5491	401	99600
beta3[4]	0.1354	0.05882	1.887E-4	0.01992	0.1354	0.2509	401	99600
beta3[5]	0.1907	0.07313	2.35E-4	0.04744	0.191	0.3336	401	99600
gamma	1.021	0.1309	4.241E-4	0.7881	1.012	1.301	401	99600
rho	0.1747	0.1208	3.711E-4	0.01674	0.1518	0.4573	401	99600
tau	0.09695	0.002961	9.37E-6	0.08906	0.09784	0.09992	401	99600
sigma[1,1]	10.86	0.8691	0.002813	10.06	10.6	13.18	401	99600
sigma[1,2]	-1.983	1.586	0.004968	-5.982	-1.604	-0.1722	401	99600
sigma[1,3]	0.5351	0.7938	0.00256	0.002881	0.2436	2.729	401	99600
sigma[2,1]	-1.983	1.586	0.004968	-5.982	-1.604	-0.1722	401	99600
sigma[2,2]	10.86	0.8691	0.002813	10.06	10.6	13.18	401	99600
sigma[2,3]	-1.983	1.586	0.004968	-5.982	-1.604	-0.1722	401	99600
sigma[3,1]	0.5351	0.7938	0.00256	0.002881	0.2436	2.729	401	99600
sigma[3,2]	-1.983	1.586	0.004968	-5.982	-1.604	-0.1722	401	99600
sigma[3,3]	10.86	0.8691	0.002813	10.06	10.6	13.18	401	99600

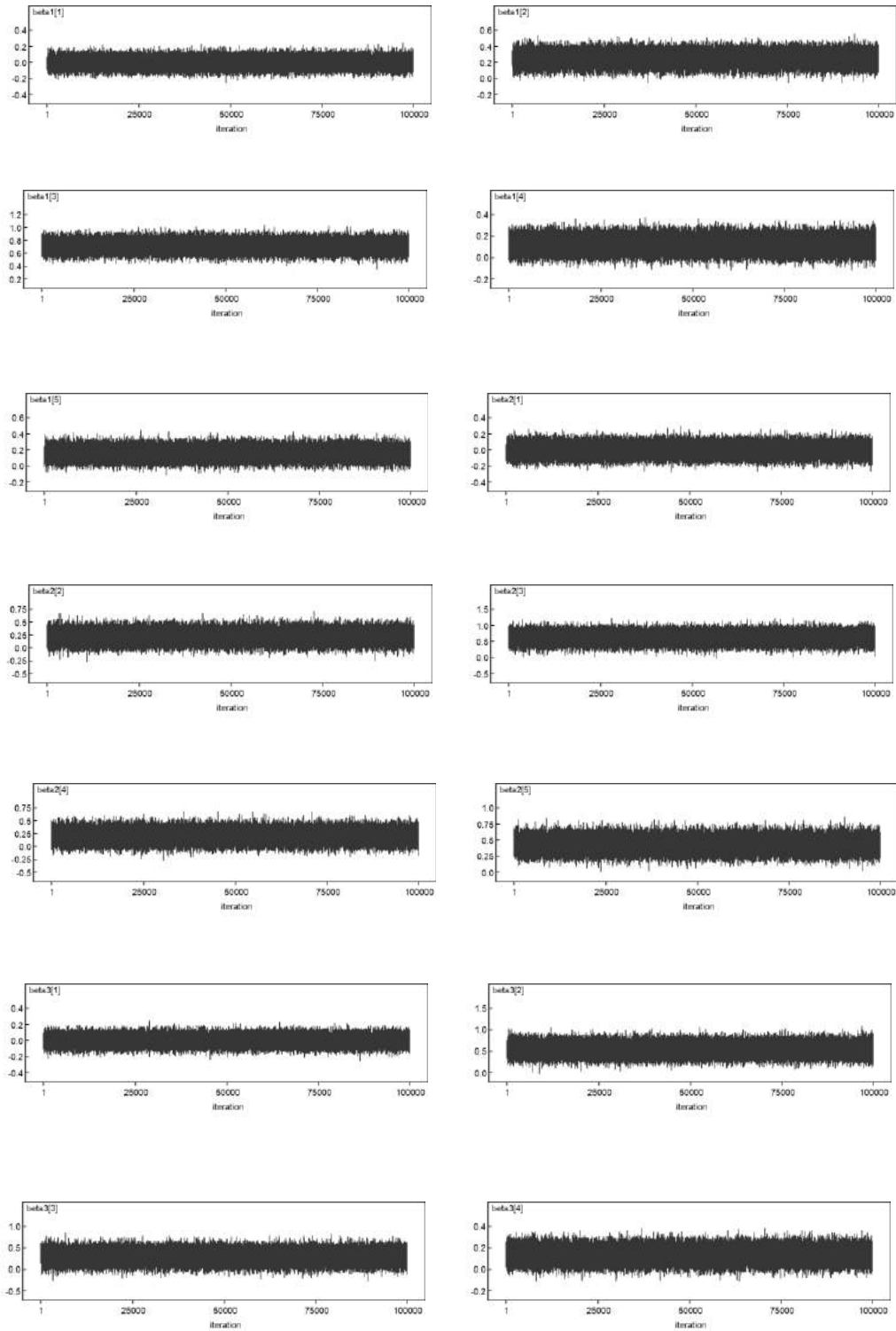
Lampiran 62. Trace Plot Parameter Estimasi Model Bayesian SUR Skew Normal



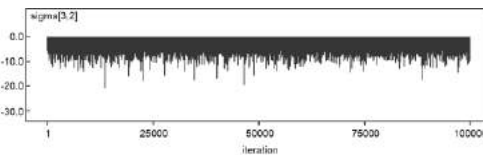
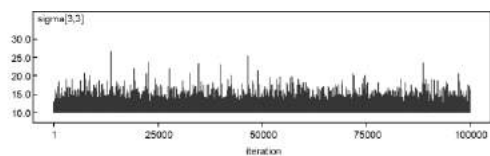
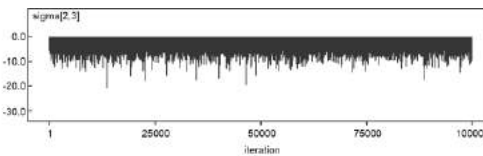
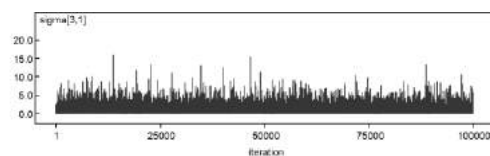
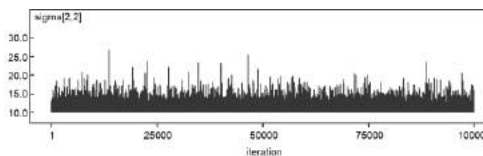
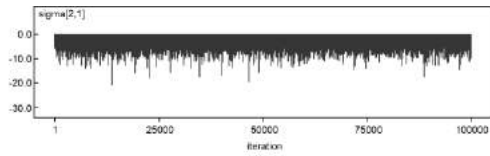
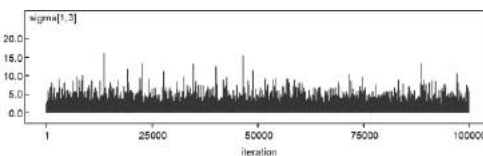
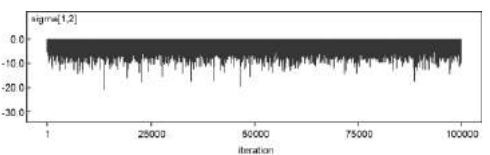
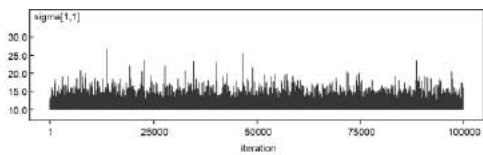
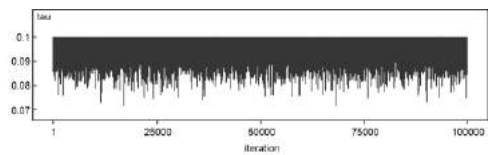
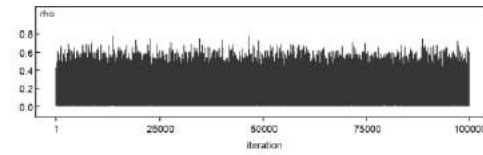
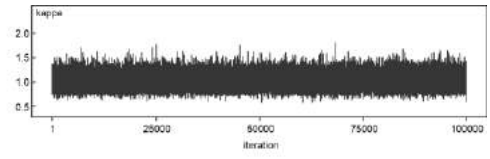
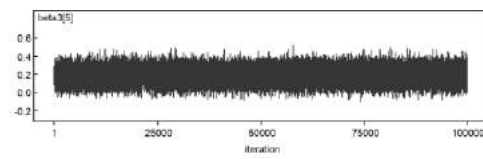
Lampiran 62 (lanjutan)



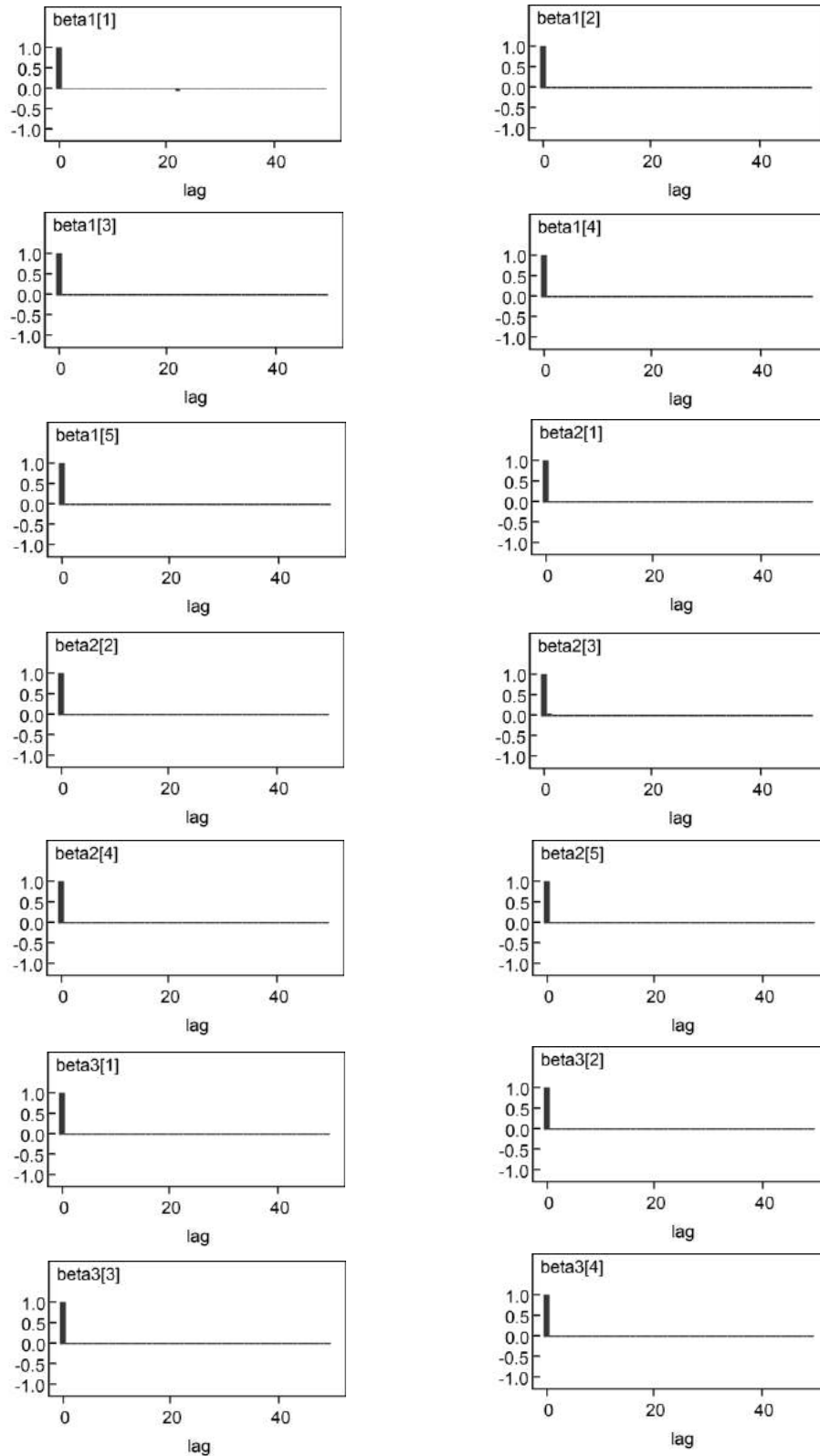
Lampiran 63. *Serial Plot* Parameter Hasil Estimasi Model Bayesian SUR *Skew Normal*



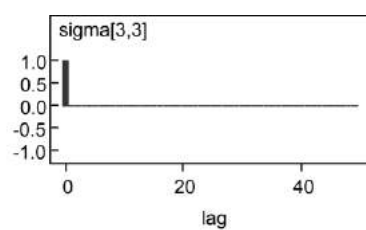
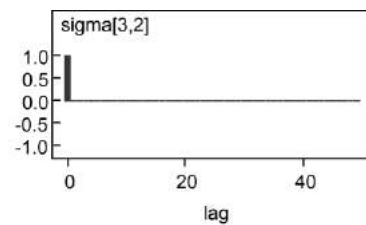
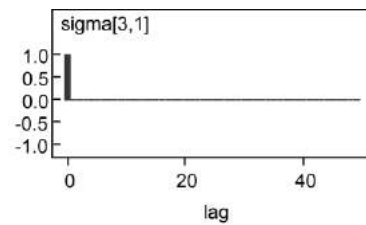
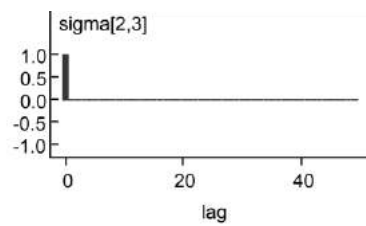
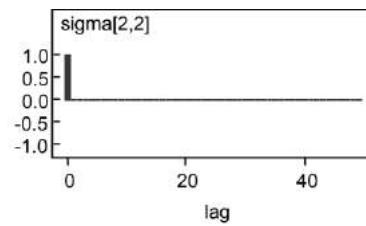
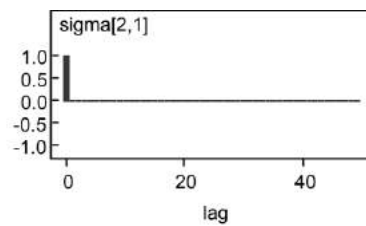
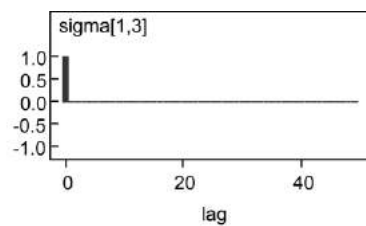
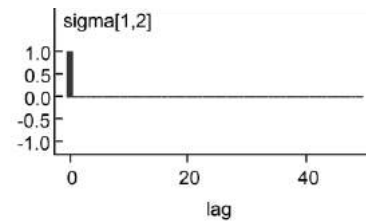
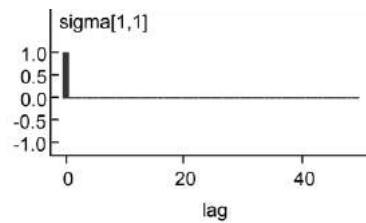
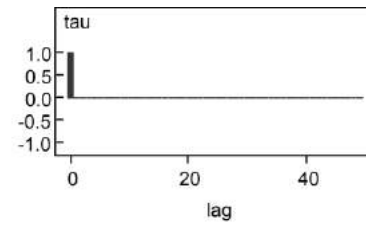
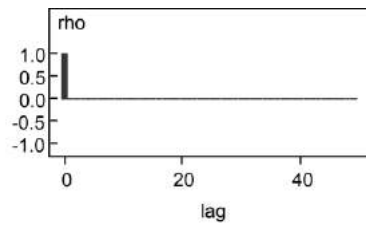
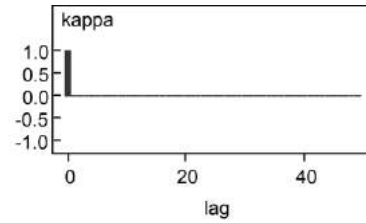
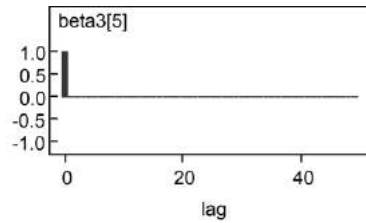
Lampiran 63 (lanjutan)



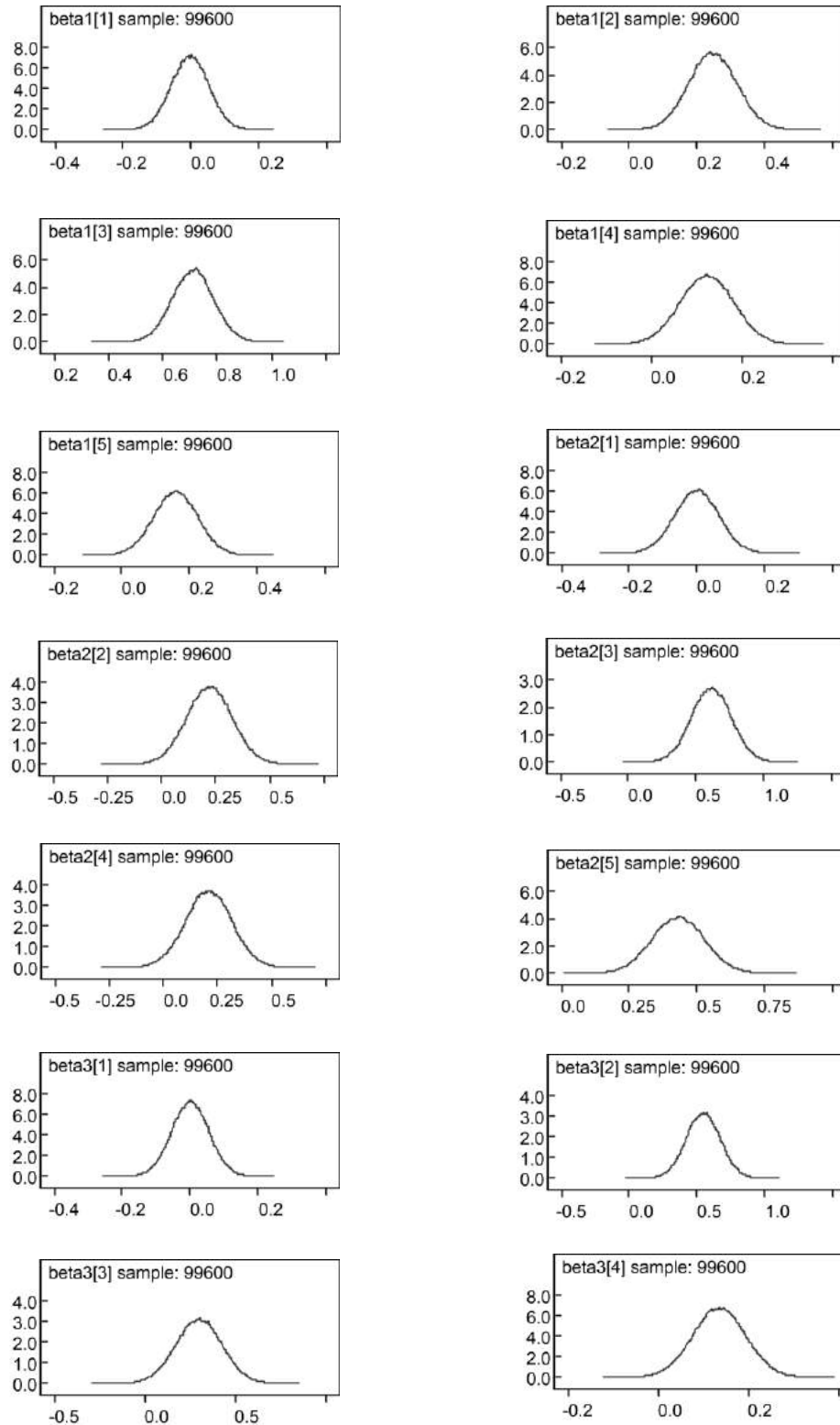
Lampiran 64 *Autocorrelation Plot* Parameter Hasil Estimasi Model Bayesian
SUR *Skew Normal*



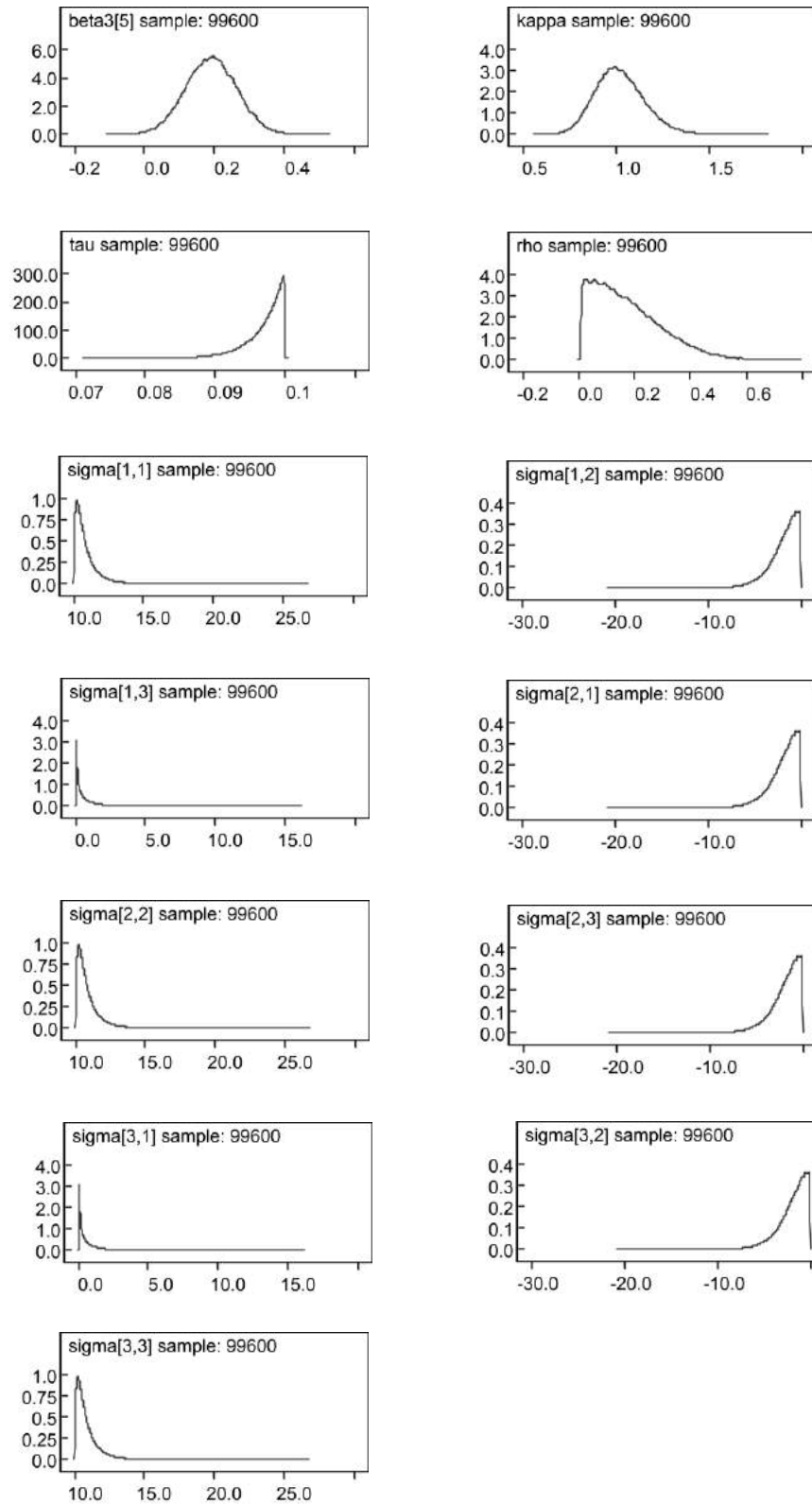
Lampiran 64 (lanjutan)



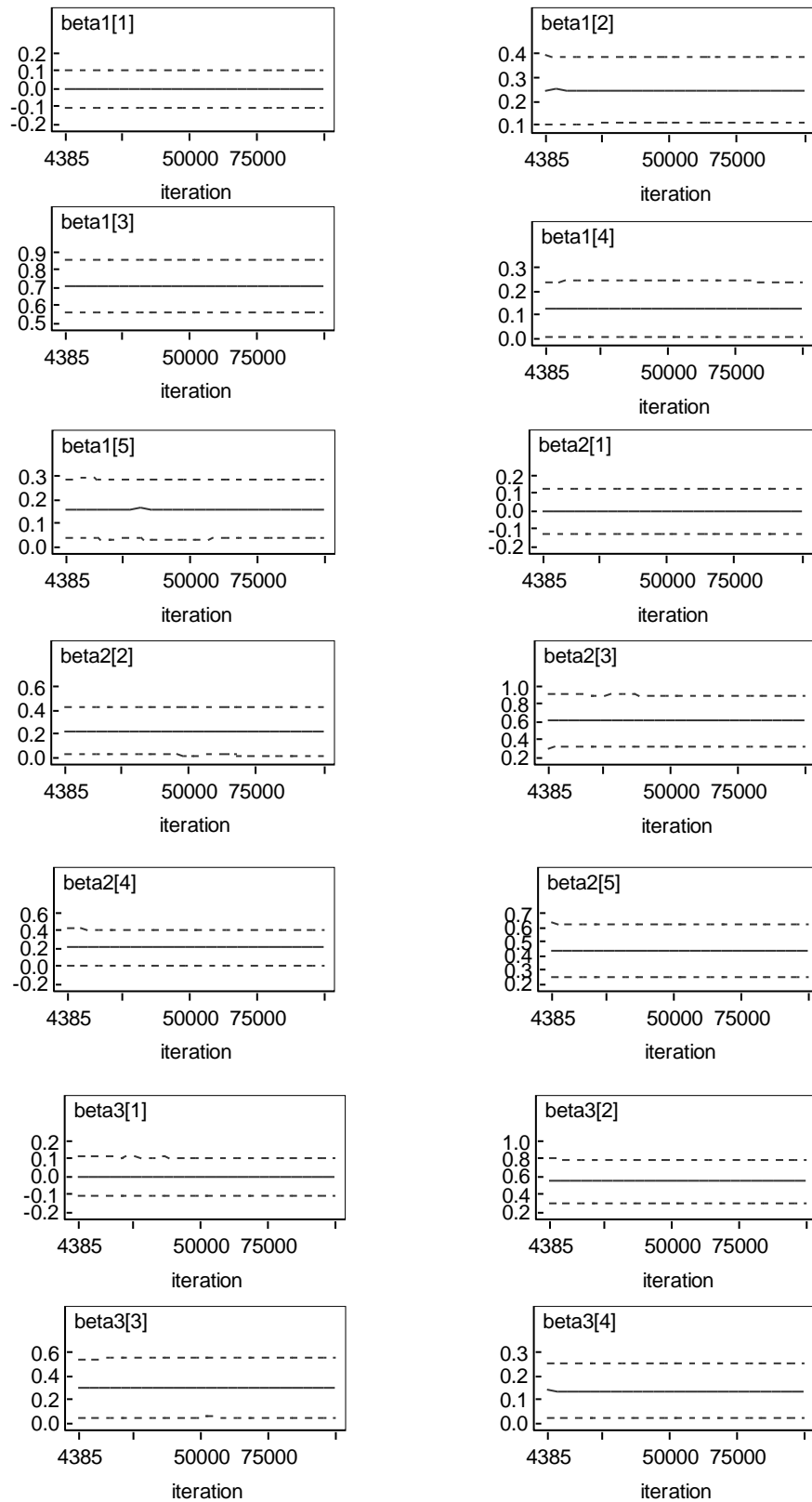
Lampiran 65 *Density Plot* Parameter Hasil Estimasi Model Bayesian SUR *Skew Normal*



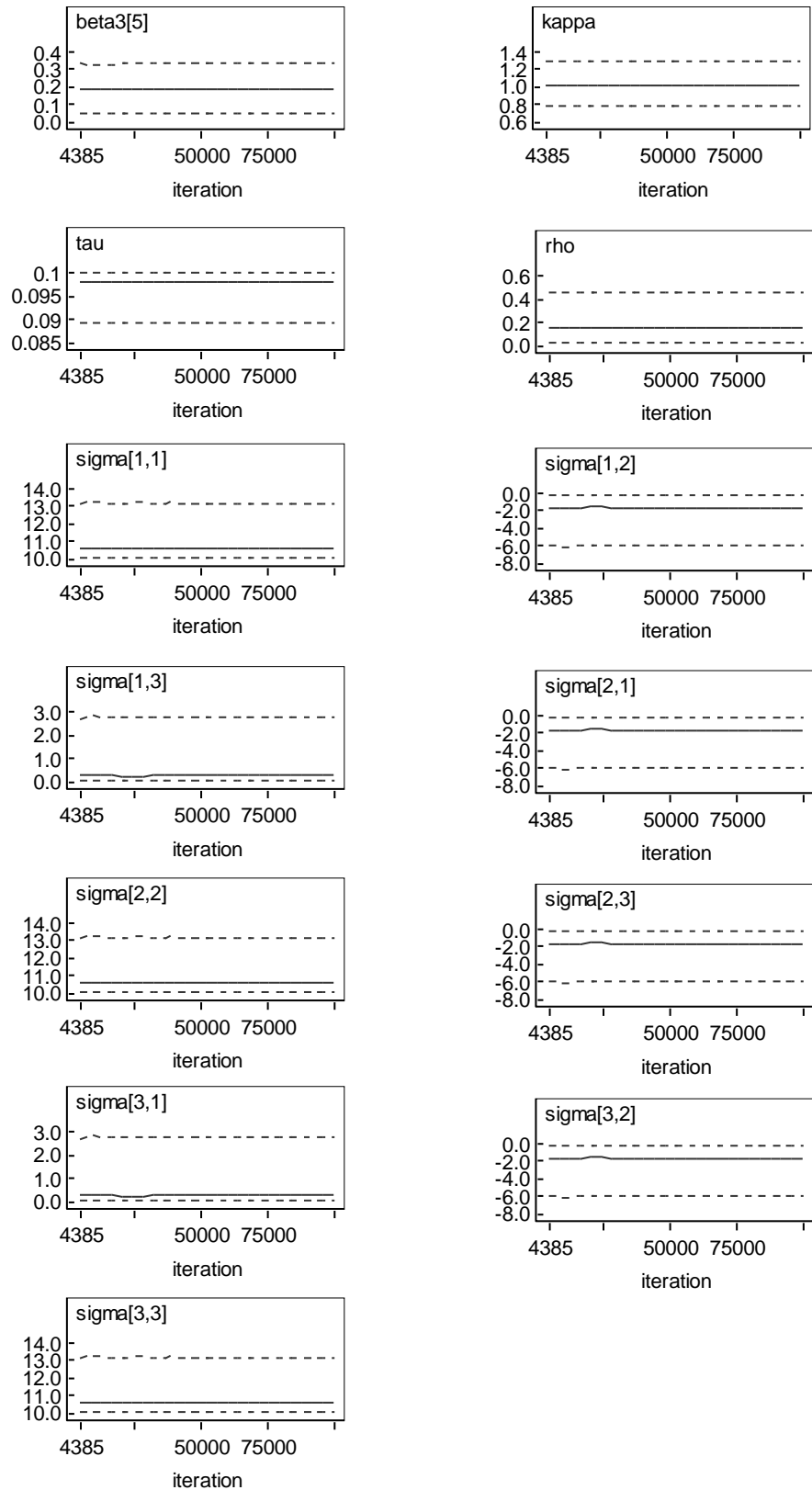
Lampiran 65 (lanjutan)



Lampiran 66. *Quantile Plot* Parameter Hasil Estimasi Model Bayesian SUR
Skew Normal



Lampiran 66 (lanjutan)



Lampiran 67 Hasil Uji *Lagrange multiplier*

Uji *Lagrange multiplier* digunakan untuk mengetahui apakah ada korelasi *error* antar persamaan (*contemporaneous correlation*) atau dengan kata lain struktur variansi kovariansi *error* merupakan struktur *SUR*.

Hipotesis sebagai berikut:

H0 : Semua kovarians bernilai nol, artinya tidak ada korelasi *error* antar persamaan (*contemporaneous correlation*).

H1 : Minimal ada satu kovarians tidak sama dengan nol, artinya ada korelasi *error* antar persamaan (*contemporaneous correlation*) atau struktur variansi kovariansi sesatan merupakan struktur *SUR*.

Daerah Kritis : H0 ditolak jika: $\lambda_{LM} > \chi^2_{M(M-1)/2;0,05} = \chi^2_{3(3-1)/2;0,05} = 7,81$

Statistik Uji : $\lambda_{LM} = N \sum_{i=2}^M \sum_{j=1}^{i-1} r_{ij}^2$ dengan $r_{ij}^2 = \frac{s_{ij}^2}{s_{ii}s_{jj}}$

Covariances: RESI1;RESI2;RESI3

	RESI1	RESI2	RESI3
RESI1	1.050.200		
RESI2	120.404	10.519.334	
RESI3	3.174.361	-1.887.330	21.941.045

s ₁₁	1.050.200		
s ₂₂	10.519.334		
s ₃₃	21.941.045		
s ₁₂	120.404	s ₁₂ kuadrat	14.497.123.216
s ₁₃	3.174.361	s ₁₃ kuadrat	10.076.567.758.321
s ₂₃	-1.887.330	s ₂₃ kuadrat	3.562.014.528.900

$$\lambda_{LM} = N \sum_{i=2}^M \sum_{j=1}^{i-1} r_{ij}^2 = 9,081$$

Kesimpulan :

Karena $\lambda_{LM} = 9,081 > \chi^2_{3(3-1)/2;0,05} = 7,81$, maka H0 ditolak, sehingga dapat disimpulkan bahwa ada korelasi *error* antar persamaan (*contemporaneous correlation*) atau struktur variansi kovariansi *error* merupakan struktur *SUR*.

Lampiran 68. Syntaks Program Memperoleh Korelasi *Error* GLS

```
rm(list=ls())
# Load Data Penelitian
Dataset <-
  read.table("D:/DATA.txt",
    header=TRUE, sep=" ", na.strings="NA", dec=".", strip.white=TRUE)

n <- 20
p <- 5
q<-3
iota<-c(rep(1,20))
X1 <- matrix(c(iota, Dataset $x11, Dataset$x21, Dataset$x31, Dataset$x41), ncol=p)
X2 <- matrix(c(iota, Dataset$x12, Dataset$x22, Dataset$x32, Dataset$x42), ncol=p)
X3 <- matrix(c(iota, Dataset$x13, Dataset$x23, Dataset$x33, Dataset$x43), ncol=p)
y1 <- matrix(Dataset$y1)
y2 <- matrix(Dataset$y2)
y3 <- matrix(Dataset$y3)

# Mendapatkan estimasi GLS (generalized least squared)
X <- matrix(0, ncol=p*q, nrow=n*q)
X[1:n, 1:p] <- X1
X[(n+1):(2*n), (p+1):(2*p)] <- X2
X[(2*n+1):(3*n), (2*p+1):(3*p)] <- X3
y <- c(y1, y2, y3)
B <- solve(t(X)%*%X)%*%t(X)%*%y
Beta1 <- B[1:p]
Beta2 <- B[(p+1):(2*p)]
Beta3 <- B[(2*p+1):(3*p)]
R <- matrix(0, 3, 3)
R[1,1] <- sum( (y1-X1)%*%Beta1)^2 )
R[1,2] <- R[2,1] <- sum( t(y1-X1)%*%Beta1)%*%(y2-X2)%*%Beta2 )
R[2,2] <- sum( (y2-X2)%*%Beta2)^2 )
R[1,3] <- R[3,1] <- sum( t(y1-X1)%*%Beta1)%*%(y3-X3)%*%Beta3 )
R[2,3] <- R[3,2] <- sum( t(y2-X2)%*%Beta2)%*%(y3-X3)%*%Beta3 )
R[3,3] <- sum( (y3-X3)%*%Beta3)^2 )
S <- R/n
O <- kronecker(solve(S), diag(1,n))
```

Lampiran 68 (Lanjutan)

```
for(i in 1:100){
  Beta1 <- B[1:p]
  Beta2 <- B[(p+1):(2*p)]
  Beta3 <- B[(2*p+1):(3*p)]
  B <- solve(t(X)%*%O%*%X)%*%t(X)%*%O%*%y
  R <- matrix(0,3,3)
  R[1,1] <- sum( (y1-X1%*%Beta1)^2 )
  R[1,2] <- R[2,1] <- sum( t(y1-X1%*%Beta1)%*%(y2-X2%*%Beta2) )
  R[2,2] <- sum( (y2-X2%*%Beta2)^2 )
  R[1,3] <- R[3,1] <- sum( t(y1-X1%*%Beta1)%*%(y3-X3%*%Beta3) )
  R[2,3] <- R[3,2] <- sum( t(y2-X2%*%Beta2)%*%(y3-X3%*%Beta3) )
  R[3,3] <- sum( (y3-X3%*%Beta3)^2 )
  S <- R/n
  O <- kronecker(solve(S),diag(1,n))
}

#menghitung korelasi error GLS

u1<-y1-(X1%*%Beta1)
u2<-y2-(X2%*%Beta2)
u3<-y3-(X3%*%Beta3)

cor(u1,u2)
cor(u1,u3)
cor(u2,u3)
```


Lampiran 69. Syntaks Program Untuk Memperoleh Korelasi *Error Model* Hasil transformasi *Error*

```
rm(list=ls())
set.seed (100)
library(MCMCpack)
prnorm <- function(mu,A,n,p) {
  U <- svd(A)$u
  V <- svd(A)$v
  D <- diag(sqrt(svd(A)$d))
  B <- U %*% D %*% t(V)
  w <- matrix(0,n,p)
  for (i in 1:n){w[i,] <- mu + B%*%rnorm(p)}
  return(w)
}

Dataset <-
  read.table("D:/DATA.txt",
    header=TRUE, sep=" ", na.strings="NA", dec=".", strip.white=TRUE)

n <- 20
p <- 5
q <- 3
iota<-c(rep(1,20))
X1 <- matrix(c(iota,Dataset $x11,Dataset$x21,Dataset$x31, Dataset$x41),ncol=p)
X2 <- matrix(c(iota ,Dataset$x12,Dataset$x22,Dataset$x32, Dataset$x42),ncol=p)
X3 <- matrix(c(iota ,Dataset$x13,Dataset$x23,Dataset$x33, Dataset$x43),ncol=p)
y1 <- matrix(Dataset$y1)
y2 <- matrix(Dataset$y2)
y3 <- matrix(Dataset$y3)
X <- matrix(0,ncol=p*q,nrow=n*q)
X[1:n,1:p] <- X1
X[(n+1):(2*n),(p+1):(2*p)] <- X2
X[(2*n+1):(3*n),(2*p+1):(3*p)] <- X3
y <- c(y1,y2,y3)
B1 <- solve(t(X1)%*%X1)%*%t(X1)%*%y1
n1 <- 18
n2 <- 17
n3 <- 16

# Iterasi monte carlo

T      <- 10000
B_iter <- matrix(0,T,(p*q))
S_iter <- matrix(0,T,(q*q))
```

Lampiran 69 (Lanjutan)

```
for(i in 1:T){
S <- matrix(0,3,3)
S[1,1] <- rinvgamma(1,shape=n1/2,scale=sum((y1-X1%*%B1)^2)/2)
Beta1 <- mvrnorm(n=1,B1,S[1,1]*solve(t(X1)%*%X1))
Z2 <- cbind(X2,y1-X1%*%Beta1)
B2 <- solve(t(Z2)%*%Z2)%*%t(Z2)%*%y2
S[2,2] <- rinvgamma(1,shape=n2/2,scale=sum((y2-Z2%*%B2)^2)/2)
Beta2 <- mvrnorm(n=1,B2,S[2,2]*solve(t(Z2)%*%Z2))
Z3 <- cbind(X3,y1-X1%*%Beta1, y2-Z2%*%Beta2)
B3 <- solve(t(Z3)%*%Z3)%*%t(Z3)%*%y3
S[3,3] <- rinvgamma(1,shape=n3/2,scale=sum((y3-Z3%*%B3)^2)/2)
Beta3 <- mvrnorm(n=1,B3,S[3,3]*solve(t(Z3)%*%Z3))
S[1,2] <- S[2,1] <- Beta2[4]*S[1,1]
S[2,2] <- S[2,2]+(Beta2[4])^2*S[1,1]
S[1,3] <- S[3,1] <- Beta3[7]*S[1,1]+Beta3[7]*S[2,1]
S[2,3] <- S[3,2] <- Beta3[7]*S[1,2]+Beta3[7]*S[2,2]
S[3,3] <- S[3,3]+(Beta3[7])^2*S[1,1]+(Beta3[7])^2*S[2,2]+Beta3[7]*Beta3[7]*S[2,1]
O <- kronecker(solve(S),diag(1,20))
B <- solve(t(X)%*%O%*%X)%*%t(X)%*%O%*%y
B <- mvrnorm(n=1,B,solve(t(X)%*%O%*%X))
B_iter[i,] <- B
S_iter[i,] <- c(S[1,1],S[1,2],S[1,3],S[2,1],S[2,2],S[2,3],S[3,1],S[3,2],S[3,3])
}
B_mean = colMeans(B_iter)
B_se = c(sd(B_iter[,1]), sd(B_iter[,2]), sd(B_iter[,3]), sd(B_iter[,4]), sd(B_iter[,5]),
sd(B_iter[,6]), sd(B_iter[,7]), sd(B_iter[,8]), sd(B_iter[,9]), sd(B_iter[,10]), sd(B_iter[,11]),
sd(B_iter[,12]), sd(B_iter[,13]), sd(B_iter[,14]), sd(B_iter[,15]))

S_mean = colMeans(S_iter)
print("mean of estimates of error variance")
print(S_mean)
S_se = c(sd(S_iter[,1]), sd(S_iter[,2]), sd(S_iter[,3]), sd(S_iter[,4]), sd(S_iter[,5]),
sd(S_iter[,6]), sd(S_iter[,7]), sd(S_iter[,8]), sd(S_iter[,9]))

#menghitung korelasi error model transformasi

e1<-y1-(X1%*%B1)
e2<-y2-(Z2%*%B2)
e3<-y3-(Z3%*%B3)

cor(e1,e2)
cor(e1,e3)
cor(e2,e3)
```

DAFTAR RIWAYAT HIDUP PENULIS

A. Data Pribadi



Nama : Agus Budhi Santosa
NRP : 06211060017001
Tempat / Tgl. lahir : Surabaya / 22 Agustus 1969
Agama : Islam
Alamat : Benowo Gg.I/18 Surabaya
Instansi : Badan Pusat Statistik
Kabupaten Sidoarjo
NIP : 19690822 199112 1 001
Email : agus.santosa@bps.go.id
agusbs_gdg@yahoo.com

B. Riwayat Pendidikan

- S2 Arsitektur - Studi Pembangunan, Fakultas Teknik Sipil dan Perencanaan, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya, Lulus Tahun 2006
- S1 Statistik, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya, Lulus Tahun 2000
- D III Statistik, Akademi Ilmu Statistik- BPS, Jakarta, Lulus Tahun 1991
- SMAN XI, Surabaya, Lulus Tahun 1988
- SMPN XIV, Makassar, Lulus Tahun 1985
- SDN Benowo I, Surabaya, Lulus Tahun 1982

C. Riwayat Publikasi

Berikut ini publikasi yang telah dilakukan dalam bentuk jurnal dan seminar selama masa studi:

Jurnal Internasional :

- Santosa A.B., Iriawan, N., Setiawan and Dokhi, M. Bayesian Seemingly Unrelated Regression Modeling of Gross Regional Domestic Product

Using a Direct Monte Carlo. *Far East Journal of Mathematical Sciences*, Volume 101, Number 10, 2017, Pages 2231-2244, ISSN: 0972-0871, doi: MS101102231, <http://dx.doi.org/10.17654/MS101102231>.

- Santosa A.B., Iriawan, N., Setiawan and Dokhi, M. Bayesian Skew Normal Seemingly Unrelated Regression Modelling of Gross Regional Domestic Product. *Pakistan Journal of Statistics and Operation Research* (Awaiting Assignment).

Seminar Internasional/Nasional :

- Santosa A.B., Iriawan, N., Setiawan and Dokhi, M. A Comparison Of MCMC and DMC Approach For Seemingly Unrelated Regression Model With Application Gross Regional Domestic Product. *Proceedings Book of The 7th Annual Basic Science International Conference 2017* (BASIC 2017). Diselenggarakan oleh Jurusan Statistika FMIPA Universitas Brawijaya (UB) pada tanggal 7-2 Maret 2017 di Ijen Suites Resort and Covention Malang, Indonesia. ISSN : 2338 – 0128.
- A.B.Santosa, N.Iriawan, Setiawan and M.Dokhi. Pemodelan Seemingly Unrelated Regression Dengan Pendekatan Bayesian Pada Sektor Utama di Jawa Timur. *Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika*, diselenggarakan oleh Jurusan Pendidikan Matematika Universitas Negeri Yogyakarta, tanggal 9 Nopember 2013.
- A.B.Santosa, N.Iriawan, Setiawan and M.Dokhi. Perbandingan Metode Ordinary Least Squares (OLS), Seemingly Unrelated Regression (SUR) dan Bayesian SUR Pada Pemodelan PDRB Sektor Utama di Jawa Timur. *Seminar Nasional Matematika, Statistika, Pendidikan Matematika dan Komputasi*, diselenggarakan oleh Jurusan Matematika FMIPA Universitas Sebelas Maret Surakarta, tanggal 18 Oktober 2014.