



TUGAS AKHIR - SS141501

**ANALISIS KAPABILITAS PROSES PRODUKSI
MINUMAN DI PT.X TBK BERDASARKAN
DISTRIBUSI BETA BINOMIAL SEBAGAI
ALTERNATIF KAPABILITAS PROSES DISTRIBUSI
BINOMIAL**

THETA FISHERANIKA PERMADI
NRP 1311 100 011

Dosen Pembimbing
Dra. Lucia Aridinanti, MT.

Program Studi S1 Statistika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2015



FINAL PROJECT- SS141501

**CAPABILITY PROCESS ANALYSIS BEVERAGE
PRODUCTION IN PT. X TBK. BETA BINOMIAL
DISTRIBUTION AS AN ALTERNATIVE TO THE
CAPABILITY PROCESS BINOMIAL DISTRIBUTION**

THETA FISHERANIKA PERMADI
NRP 1311 100 011

Supervisor
Dra. Lucia Aridinanti, MT.

Undergraduate Programme of Statistics
Faculty of Mathematics and Natural Sciences
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2015

LEMBAR PENGESAHAN
ANALISIS KAPABILITAS PROSES PRODUKSI
MINUMAN DI PT.X TBK BERDASARKAN
DISTRIBUSI BETA BINOMIAL SEBAGAI
ALTERNATIF KAPABILITAS PROSES DISTRIBUSI
BINOMIAL

TUGAS AKHIR

Diajukan Untuk Memenuhi Salah Satu Syarat
Memperoleh Gelar Sarjana Sains
pada
Program Studi S-1 Jurusan Statistika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Oleh :

THETA FISHERANIKA PERMADI
NRP. 1311 100 011

Disetujui oleh Pembimbing Tugas Akhir :

Dra. Lucia Aridinanti, MT
NIP. 19610131 198701 2 001


(.....)

Mengetahui
Ketua Jurusan Statistika FMIPA-ITS


Dr. Muhammad Mashuri, MT
NIP. 19620408 198701 1 001

JURUSAN
STATISTIKA
SURABAYA, JULI 2015

ANALISIS KAPABILITAS PROSES PRODUKSI MINUMAN DI PT.X TBK BERDASARKAN DISTRIBUSI BETA BINOMIAL SEBAGAI ALTERNATIF KAPABILITAS PROSES BINOMIAL

Nama : Theta Fisheranika Permadi
NRP : 1311100011
Jurusan : Statistika FMIPA – ITS
Dosen : Dra. Lucia Aridinanti, MT.
Pembimbing

Abstrak

Peluang distribusi Binomial akan tepat digunakan jika sejumlah individu pengamatan biner dapat membuat proporsi pengamatan menjadi dependent dan bernilai sama. Tetapi, terkadang individu pengamatan biner mempunyai nilai proporsi yang berbeda pada individu yang sama dalam kelompok yang lain. Seperti banyak yang terjadi pada perusahaan yang menggunakan shif untuk waktu kerja karyawannya. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui analisis kapabilitas proses berdasarkan distribusi Beta Binomial. Pada hasil pengujian 3 proporsi didapatkan hasil bahwa proporsi produk cacat pada shif 1, shif 2, dan shif 3 berbeda secara signifikan. Pada hasil analisis peta kendali p proses tidak terkendali sehingga analisis kapabilitas proses dilakukan hanya untuk mengetahui nilai persen cacat dan PPM defektif dan dapat dikatakan proses tidak kapabel. Pada hasil analisis peta kendali berbasis distribusi Beta Binomial diketahui bahwa proses telah terkendali secara statistik sehingga analisis kapabilitas proses dapat dilakukan. Berdasarkan hasil analisis kapabilitas, diketahui bahwa proses sudah baik atau sudah sesuai dengan standar kualitas dilihat dari nilai z. Berdasarkan nilai indeks kapabilitas, didapatkan nilai P_p sebesar 14,20 artinya lebar proses lebih kecil daripada lebar spesifikasi sedangkan nilai P_{p_k} sebesar 5,60 artinya semua proporsi produk cacat berada dalam batas spesifikasi.

Kata Kunci: *analisis kapabilitas proses, distribusi Beta Binomial, distribusi Binomial, peta kendali, proporsi produk cacat,*

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

**CAPABILITY PROCESS ANALYSIS BEVERAGE
PRODUCTION IN PT.X TBK BETA BINOMIAL
DISTRIBUTION AS AN ALTERNATIVE TO THE
CAPABILITY PROCESS BINOMIAL DISTRIBUTION**

Name : Theta Fisheranika Permadi
NRP : 1311100011
Department : Statistics, FMIPA – ITS
Supervisor : Dra. Lucia Aridinanti, MT.

Abstract

Binomial distribution opportunities will be appropriately used if the number of observations of binary individuals can make observations proportions become dependent and of equal value. But sometimes individual binary observations have value different proportions in the same individual in another group. Like many who happen to companies that use shif for employees working time. The purpose of this study was to determine the process capability analysis based Beta Binomial distribution . In the third test results showed that the proportion proportion of defective products on shif 1, shif 2, and 3 shif differ significantly. On the results of the control chart analysis p uncontrolled process so that process capability analysis is done only to determine the value of percent defective and defective PPM and can say the process is not capable. On the results of the analysis of a control chart based Beta Binomial distribution is known that the process has been controlled so that the statistical analysis of process capability can be done. Based on the analysis capability, that process is already well known, or are in accordance with the quality standards seen from the value of z. Based on the capability index, a score of 14.20 Pp means a process width smaller than the width of the specification while Ppk value of 5.60 means that all of the proportion of defective products is within the specification limits.

Keywords: Beta Binomial Distribution, Binomial Distribution, Capability Process Analysis, Control Chart, Defect Products Proportion.

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

KATA PENGANTAR

Segala puji bagi Allah SWT, Tuhan semesta alam, sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir yang berjudul

ANALISIS KAPABILITAS PROSES PRODUKSI MINUMAN DI PT.X TBK BERDASARKAN DISTRIBUSI BETA BINOMIAL SEBAGAI ALTERNATIF KAPABILITAS PROSES DISTRIBUSI BINOMIAL

Terselesaikannya Tugas Akhir ini tidak terlepas dari dukungan berbagai pihak yang telah memberikan bimbingan dan bantuan pada penulis. Untuk itu pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih sedalam-dalamnya kepada :

1. Ayah, Ibu atas segala do'a, pengorbanan, motivasi, dan kepercayaan yang telah diberikan. Serta adik Gamma dan adik Delta atas dukungannya selama ini.
2. Ibu Dra. Lucia Aridinanti, MT. selaku dosen pembimbing yang telah sabar membimbing dari awal hingga akhir penyusunan Tugas Akhir ini dan selalu memberikan motivasi kepada penulis untuk segera menyelesaikan studi.
3. Bapak Haryono dan ibu Sri Mumpuni selaku dosen penguji atas saran dan kritik demi tersempurnanya Tugas Akhir ini.
4. Dr. Muhammad Mashuri, MT. Selaku Ketua Jurusan Statistika yang telah memberikan fasilitas untuk kelancaran penyelesaian Tugas Akhir ini.
5. Bapak Haryono, selaku dosen wali atas motivasi, inspirasi dan dukungan yang diberikan.
6. Sahabat tercinta Desy, Ayu, Gita, Fila, Irma, Nurul, Dhila, Sinta, Friska, Ida, Yusuf atas segala susah dan senang yang dilalui bersama.
7. Abdullah Muhammad Taqy Arraihan atas perhatian, keceriaan, bantuan, dan semangat yang diberikan.

8. Seluruh keluarga besar Jurusan Statistika FMIPA Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya, khususnya $\Sigma 22$ atas kebersamaan dan kehangatannya.
9. Serta pihak-pihak lain yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu.

Penulis mengharapkan Tugas Akhir ini dapat memberikan manfaat bagi pihak-pihak terkait terutama pembaca. Penulis menyadari bahwa Tugas Akhir ini masih jauh dari kesempurnaan. Oleh karena itu penulis menerima apabila ada saran dan kritik yang sifatnya membangun guna perbaikan untuk penelitian-penelitian selanjutnya.

Surabaya, Juli 2015

Penulis

DAFTAR ISI

	halaman
HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	iii
ABSTRAK	v
ABSTRACT	vii
KATA PENGANTAR	ix
DAFTAR ISI	xi
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR TABEL	xv
DAFTAR LAMPIRAN	xvii
BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	2
1.3 Tujuan Penelitian.....	3
1.4 Manfaat Penelitian.....	3
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	
2.1 Pengertian Pengendalian Kualitas Statistik.....	5
2.2 Peta kendali.....	5
2.3 Distribusi Binomial.....	7
2.4 Peta Kendali p.....	8
2.5 Analisis Kapabilitas Proses.....	10
2.6 Variasi dalam Pengendalian Kualitas Statistik.....	15
2.7 Diagram Sebab Akibat.....	16
2.8 Pengujian Beberapa Proporsi.....	17
2.9 Pengujian Distribusi Data.....	18
2.10 Distribusi Beta.....	19
2.11 Distribusi Beta Binomial Sebagai Alternatif	
Penghalusan Distribusi Binomial.....	21
2.12 Peta Kendali Berdasarkan Distribusi Beta Binomial....	24

BAB III METODOLOGI PENELITIAN	
3.1 Sumber Data.....	27
3.2 Variabel Penelitian.....	27
3.3 Langkah Analisis.....	28
BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN	
4.1 Deskripsi Data.....	31
4.2 Pengujian Perbedaan <i>Shif</i>	31
4.3 Pengujian Distribusi Beta.....	33
4.4 Peta Kendali p	34
4.5 Peta Kendali Berbasis Distribusi Beta Binomial.....	40
4.6 Analisis Kapabilitas Proses Distribusi Beta Binomial ...	42
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN	
5.1 Kesimpulan	47
5.2 Saran	48
DAFTAR PUSTAKA	49
LAMPIRAN	51
BIODATA PENULIS	61

DAFTAR TABEL

	halaman
Tabel 2.1	Probabilitas Produk Diterima dalam Batas-Batas
	Nilai σ 6
Tabel 3.1	Struktur Data 28
Tabel 4.1	Hasil Pengujian Distribusi Beta Terhadap Data Pro- porsi Produk Cacat 33
Tabel 4.2	Nilai Indeks Kapabilitas Distribusi Binomial 39
Tabel 4.3	Nilai Indeks Kapabilitas Distribusi Beta Binomial 43
Tabel 4.4	Nilai Indeks Kapabilitas 45

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

DAFTAR LAMPIRAN

	halaman
Lampiran 1	Data Proporsi Produk Cacat pada <i>Shif</i> 1..... 51
Lampiran 2	Data Proporsi Produk Cacat pada <i>Shif</i> 2 51
Lampiran 3	Data Proporsi Produk Cacat pada <i>Shif</i> 3..... 52
Lampiran 4	Data Proporsi Produk Cacat untuk Peta Kendali p. 52
Lampiran 5	Data Proporsi Produk Cacat Beta Binomial 53
Lampiran 6	Output Minitab Uji 3 Proporsi..... 54
Lampiran 7	Hasil Pengujian Distribusi Beta..... 54
Lampiran 8	Hasil Perhitungan Rata-Rata Distribusi Beta 56
Lampiran 9	Syntax Matlab untuk Data Proporsi Cacat Beta Binomial 56
Lampiran 10	Hasil Pengujian Perbedaan Proporsi pada <i>Shif</i> 1 dan <i>Shif</i> 2 58
Lampiran 11	Hasil Pengujian Perbedaan Proporsi pada <i>Shif</i> 1 dan <i>Shif</i> 3 59
Lampiran 12	Hasil Pengujian Perbedaan Proporsi pada <i>Shif</i> 2 dan <i>Shif</i> 3 59

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

DAFTAR GAMBAR

	halaman
Gambar 2.1	Contoh Peta Kendali 6
Gambar 2.2	Contoh Diagram Sebab Akibat 17
Gambar 3.1	Diagram Alir Analisis Data 29
Gambar 4.1	Grafik PDF Distribusi Beta pada Data Proporsi Produk Cacat..... 34
Gambar 4.2	Peta Kendali p Data Proporsi Produk Cacat Botol Minuman pada Periode Pertama 35
Gambar 4.3	Peta Kendali p Data Proporsi Produk Cacat Botol Minuman pada Periode Kedua..... 36
Gambar 4.4	Peta Kendali p Data Proporsi Produk Cacat Botol Minuman 37
Gambar 4.5	Diagram Sebab Akibat..... 38
Gambar 4.6	Peta Kendali p Data Proporsi Produk Cacat Botol Minuman Setelah Revisi 39
Gambar 4.7	Histogram Analisis Kapabilitas Proses Berbasis Distribusi Binomial..... 40
Gambar 4.8	Peta Kendali Beta Binomial Data Proporsi Produk Cacat Botol Minuman 42
Gambar 4.9	Histogram Analisis Kapabilitas Proses Berbasis Distribusi Beta Binomial 44

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Perkembangan industri khususnya di Indonesia menjadi semakin pesat dalam beberapa tahun terakhir. Hal ini dikarenakan oleh berkembangnya ilmu pengetahuan dan teknologi yang semakin canggih. Dengan adanya kemajuan di bidang industri serta semakin banyak berdirinya industri manufaktur maupun industri jasa di Indonesia maka menimbulkan persaingan yang semakin ketat diantara perusahaan-perusahaan tersebut. Perusahaan-perusahaan tersebut berkompetisi untuk menjadi yang terdepan dan memimpin pasar bisnis yang ada.

Dalam suatu proses produksi, pengendalian kualitas statistik sangat dibutuhkan untuk melihat apakah proses produksi tersebut sudah baik atau belum. Salah satu peta kendali yang digunakan dalam pengendalian kualitas statistik yaitu peta kendali atribut. Atribut dalam pengendalian kualitas menunjukkan karakteristik kualitas yang sesuai dengan spesifikasi atau tidak sesuai dengan spesifikasi. Atribut digunakan apabila ada pengukuran yang tidak memungkinkan untuk dilakukan, misalnya goresan, kesalahan, warna, atau ada bagian yang hilang. Selain itu, atribut digunakan apabila pengukuran dapat dibuat tetapi tidak dibuat karena alasan waktu, biaya, atau kebutuhan.

Peluang distribusi Binomial akan tepat digunakan jika sejumlah individu pengamatan biner dapat membuat proporsi pengamatan menjadi *independent* dan bernilai sama. Akan tetapi terkadang individu pengamatan biner mempunyai nilai proporsi yang berbeda pada individu yang sama dalam kelompok yang lain. Seperti banyak yang terjadi pada perusahaan yang menggunakan *shif* untuk waktu kerja karyawannya, dengan kemungkinan kemampuan karyawan tersebut memiliki kemampuan yang berbeda saat melakukan proses produksi.

Banyaknya peristiwa ‘sukses’ hanya dapat diasumsikan mempunyai distribusi Binomial apabila komponen pengamatan

biner itu *independent*. Ketidakbebasan antar pengamatan biner akan mengakibatkan varian yang lebih besar daripada varian pada distribusi Binomial. Varian yang besar ini merupakan suatu indikasi adanya masalah *overdispersion* dalam pengamatan data biner.

Munculnya masalah *overdispersion* dalam pengamatan data biner dapat dijelaskan oleh dua hal, yaitu: adanya variasi dalam peluang respon dan adanya korelasi di antara variabel respon. Akibat dari masalah *overdispersion* dalam data biner yang disebabkan oleh adanya variasi dalam peluang respon serta adanya korelasi antara variabel respon adalah pada nilai penduga varian dari distribusi Binomial yang digunakan. Salah satu alternatif pemecahan masalah tersebut dengan menggunakan pendekatan distribusi Beta Binomial pada tiap kelompok. Karena distribusi Beta Binomial ini merupakan distribusi Binomial campuran yang mana seringkali digunakan sebagai alternatif dari distribusi Binomial (Permadi H. , 2002).

Permadi (2011) meneliti tentang pengembangan peta kendali dan analisis kemampuan proses berdasarkan distribusi Beta Binomial. Penelitian dilakukan di PT. Multi Bintang Indonesia Tbk yang berkedudukan di Tangerang.

1.2 Rumusan Masalah

Peta kendali p adalah peta kendali yang digunakan untuk mengevaluasi proses yang diukur berdasarkan atribut baik untuk ukuran subgroup sama maupun berbeda. Proporsi produk cacat umumnya tidak sama walaupun sampel yang diambil sama (konstan), apalagi sampel yang diambil tidak konstan. Selama ini center line peta kendali p menggunakan konsep nilai rata-rata dari proporsi, padahal alternatif Distribusi Betabinomial dapat digunakan sebagai alternatif Distribusi Binomial karena nilai dugaannya lebih halus sehingga konsumen dan produsen hak-haknya dapat dilindungi. Pada penelitian sebelumnya, batas kendali atas dan batas kendali bawah untuk peta kendali p adalah 0,06 dan 0,05 sedangkan batas kendali atas dan batas kendali bawah untuk peta kendali berdasarkan distribusi Beta Binomial

adalah 0,053884 dan 0,05064. Berdasarkan latar belakang diatas, permasalahan yang akan dipecahkan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Apakah proporsi produk cacat pada ketiga *shif* sama?
2. Apakah proses terkendali pada analisis peta kendali terhadap data proporsi produk cacat dengan peta kendali distribusi Beta Binomial dan peta kendali p sebagai pembanding?
3. Apakah proses telah kapabel berdasarkan analisis kapabilitas proses terhadap data proporsi produk cacat dengan peta kendali distribusi Beta Binomial dan analisis kapabilitas proses distribusi Binomial sebagai pembanding?

1.3 Tujuan

Tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Menguji proporsi produk cacat pada ketiga *shif*.
2. Menganalisis peta kendali terhadap data proporsi produk cacat dengan peta kendali distribusi Beta Binomial dan peta kendali p sebagai pembanding.
3. Menganalisis kapabilitas proses terhadap data proporsi produk cacat dengan peta kendali distribusi Beta Binomial dan analisis kapabilitas proses distribusi Binomial sebagai pembanding

1.4 Manfaat

Manfaat yang diharapkan dalam penelitian ini adalah untuk mengetahui peta kendali dan analisis kapabilitas proses berbasis distribusi betabinomial dan untuk menginformasikan kepada pabrik industri khususnya yang memiliki beberapa *shif* dalam sistem kerjanya tentang peta kendali alternatif selain peta kendali p dan peta kendali np.

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Pengertian Pengendalian Kualitas Statistik

Pengendalian kualitas statistik merupakan teknik penyelesaian masalah yang digunakan untuk memonitor, mengendalikan, menganalisis, mengelola, dan memperbaiki produk serta proses menggunakan metode-metode statistik (Ariani, 2004). Salah satu alat dalam pengendalian kualitas statistika yang sering digunakan adalah peta kendali.

Tujuan pokok peta kendali adalah menyidik dengan cepat terjadinya sebab-sebab terduga atau pergeseran proses sedemikian hingga penyelidikan terhadap proses itu dan tindakan pembetulan dapat dilakukan sebelum terlalu banyak unit yang tak sesuai diproduksi. Tujuan akhir pengendalian proses statistik adalah mengurangi variabilitas dalam proses (Montgomery, 2009).

2.2 Peta Kendali

Peta kendali adalah alat statistik yang digunakan untuk mengevaluasi proses produksi dengan cara mendeteksi jenis keragaman yang terjadi. Bentuknya adalah grafik yang terdiri dari Batas Kendali Atas (BKA) atau *Upper Control Limit* (UCL) dan Batas Kendali Bawah (BKB) atau *Lower Control Limit* (LCL) serta nilai tengah yang merupakan rata-rata sampel. Selain itu, peta kendali merupakan teknik pengendalian proses pada jalur yang digunakan secara luas yang biasanya digunakan untuk menaksir parameter suatu proses produksi, menentukan kemampuan dan memberikan informasi yang berguna dalam meningkatkan proses produksi (Montgomery, 2009).

Menentukan batas kendali merupakan salah satu keputusan penting yang harus dibuat dalam membuat peta kendali. Secara umum batas kendali didefinisikan sebagai berikut .

$$BKA = \mu + k\sigma \quad (2.1)$$

$$BKB = \mu - k\sigma \quad (2.2)$$

Keterangan:

μ = rata-rata proses

k = konstanta

σ = standar deviasi

proses

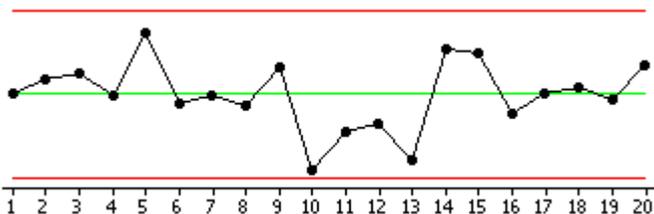
Tabel 2.1 Probabilitas Poduk diterima dalam batas-batas nilai σ

Nilai $\mu \pm k\sigma$	Probabilitas produk diterima
$\mu \pm 1\sigma$	68.26%
$\mu \pm 2\sigma$	95.46%
$\mu \pm 3\sigma$	99.73%

Suatu peta kendali dapat menunjukkan keadaan tak terkendali apabila satu atau beberapa titik jauh di luar batas kendali atau apabila titik-titik dalam grafik menunjukkan pola yang tidak random. Keadaan terkendali dari proses adalah dimana proses stabil dan rata-rata proses serta variasi tidak berubah. Meskipun semua titik teretak di dalam batas kendali dan titik-titik tersebut mempunyai pola tidak random, maka ini merupakan petunjuk bahwa proses tidak terkendali.

Sekumpulan aturan pengambilan keputusan untuk penyidikan pola tak random pada grafik pengendali jika terjadi pada salah satu kriteria berikut:

1. Satu titik jatuh di luar batas pengendali 3-sigma.
2. Dua dari tiga titik yang berurutan jatuh di luar batas peringatan 2-sigma.
3. Empat dari lima titik yang berurutan jatuh pada jarak 1-sigma atau lebih jauh dari garis tengah.
4. Delapan titik yang berurutan jatuh pada satu sisi dari tengah (Montgomery, 2009).



Gambar 2.1 Contoh Peta Kendali

2.3 Distribusi Binomial

Distribusi Binomial adalah suatu distribusi probabilitas yang dapat digunakan bilamana suatu proses sampling dapat diasumsikan sesuai dengan proses Bernouli. Percobaan dengan pengembalian yang diulang sebanyak n kali dimana masing-masing pengulangan bebas dengan peluang kejadian sukses p , peluang kejadian gagal q , dan jika x menyatakan banyaknya kejadian sukses, pdf-nya adalah

$$f(x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} \quad (x=0, 1, 2, \dots, n) \quad (2.3)$$

Peubah acak x ini disebut **sebaran binomial**, ditulis $x \sim B(n, p)$ dan pdf-nya ditulis sebagai $b(x; n, p)$. Sehingga dapat diperoleh:

$$b(x; n, p) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} \quad I(x = 0, 1, 2, \dots, n) \quad (2.4)$$

Untuk cdf dari sebaran ini ditulis sebagai $B(x; n, p)$, dimana (Walpole, 1992)

$$B(x; n, p) = \sum_{k=0}^x b(k; n, p), \quad x = 0, 1, 2, \dots, n. \quad (2.5)$$

Misalnya, dalam perlemparan sekeping uang logam sebanyak 5 kali, hasil setiap ulangan mungkin muncul sisi gambar atau sisi angka. Begitu pula, bila kartu diambil berturut-turut, kita dapat memberi label “berhasil” bila kartu yang terambil adalah kartu merah atau “gagal” bila yang terambil adalah kartu hitam. Ulangan-ulangan tersebut bersifat bebas dan peluang keberhasilan setiap ulangan tetap sama, yaitu sebesar $\frac{1}{2}$.

Distribusi Binomial dapat diterapkan pada peristiwa yang memiliki ciri-ciri percobaan Binomial atau *Bernoulli trial* sebagai berikut :

1. Setiap percobaan hanya mempunyai 2 kemungkinan hasil : sukses (hasil yang dikehendakai dan gagal (hasil yang tidak dikehendaki).
2. Setiap percobaan beersifat independen atau dengan pengembalian.

3. Probabilitas sukses setiap percobaan harus sama, dinyatakan dengan p . Sedangkan probabilitas gagal dinyatakan dengan q , dan jumlah p dan q harus sama dengan satu.
4. Jumlah percobaan, dinyatakan dengan n , harus tertentu jumlahnya.

2.4 Peta Kendali p

Peta kendali proporsi cacat digunakan untuk mengetahui apakah produk cacat yang dihasilkan masih dalam batas yang disyaratkan. Ukuran cacat yang digunakan untuk peta- p berupa proporsi produk cacat dalam setiap sampel yang diambil. Bila sampel yang diambil dalam setiap kali melakukan observasi jumlahnya sama maka kita dapat menggunakan peta kendali p . Namun bila sampel yang diambil bervariasi dalam setiap kali observasi berubah-ubah jumlahnya atau memang perusahaan tersebut akan melakukan inspeksi total maka peta kendali p dapat digunakan pada kasus ini. Penggunaan sampel yang besarnya bervariasi tersebut selain karena perusahaan menggunakan inspeksi total, juga disebabkan karena kurangnya karyawan dan biaya. Perubahan banyaknya sampel yang diambil atau ukuran subgrup tersebut menyebabkan perubahan dalam batas-batas kendali, meskipun garis pusatnya tetap. Apabila ukuran sampel atau ukuran subgrup yang digunakan pada setiap kali observasi naik atau lebih banyak, maka batas-batas kendali menjadi lebih rendah. Namun apabila banyaknya sampel atau ukuran subgrup yang digunakan pada setiap kali observasi turun atau berkurang, maka batas-batas kendali menjadi lebih tinggi atau meningkat. Kondisi ini dapat mempengaruhi karakteristik kualitas proses produksi yang dimiliki perusahaan.

Asas-asas statistik yang melandasi peta kendali untuk proporsi cacat didasarkan atas distribusi binomial. Tiap unit yang diproduksi merupakan hasil dari suatu variabel acak Bernoulli dengan parameter p . Apabila sampel acak dengan n unit produksi dipilih, dan x adalah banyak unit produk yang tak sesuai atau

cacat maka x berdistribusi Binomial dengan parameter n dan p dan fungsi x adalah:

$$P[X = x] = \frac{n!}{(n-x)!x!} p^x (1-p)^{n-x}, x = 0, 1, \dots, n \quad (2.6)$$

Proporsi cacat sampel didefinisikan sebagai perbandingan banyak unit cacat/tidak sesuai dalam sampel dengan ukuran sampel n , yaitu:

$$\hat{p} = \frac{D}{n} \quad (2.7)$$

dimana

\hat{p} = proporsi cacat dalam setiap sampel

D = banyaknya produk yang cacat dalam setiap sampel

n = ukuran sampel yang diambil

Distribusi acak \hat{p} dapat diperoleh dari distribusi binomial, maka rata-rata untuk \hat{p} adalah

$$E(\hat{p}) = p \quad (2.8)$$

dan variansi dari \hat{p} adalah

$$\text{var}(\hat{p}) = \frac{p(1-p)}{n} \quad (2.9)$$

Apabila bagian cacat proses itu p tidak diketahui, maka p itu harus ditaksir dari data observasi. Prosedur yang biasanya digunakan adalah memilih m sampel pendahuluan, masing-masing berukuran n . Jika ada D_i unit cacat pada sampel ke i , maka proporsi cacat pada sampel ke i itu adalah:

$$\hat{p}_i = \frac{D_i}{n} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (2.10)$$

Dan rata-rata bagian cacat sampel-sampel ini adalah

$$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^m D_i}{mn} = \frac{\sum_{i=1}^m \hat{p}_i}{m} \quad (2.11)$$

Garis tengah dan batas kendali peta kendali untuk bagian cacat dihitung sebagai (Montgomery, 2009)

$$\begin{aligned} \text{Batas Kendali Atas (BKA)} &= \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} \\ \text{Garis tengah} &= \bar{p} \end{aligned} \quad (2.12)$$

$$\text{Batas Kendali Bawah (BKB)} = \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

2.5 Analisis Kapabilitas Proses

Analisis Kapabilitas Proses (Process Capability Analysis) adalah suatu studi teknik menaksir kapabilitas proses. Taksiran kapabilitas proses mungkin dalam bentuk distribusi probabilitas yang mempunyai bentuk, tengah (mean), dan penyebaran (standart deviasi) tertentu (Montgomery, 2009). Definisi analisis kapabilitas proses yaitu bagian yang sangat penting dari keseluruhan sistem peningkatan kualitas. Data analisis kapabilitas proses dapat digunakan antara lain untuk memperkirakan seberapa baik proses akan memenuhi toleransi, membantu pengembangan perancangan produk dalam memilih atau mengubah proses, dan mengurangi variabilitas dalam proses produksi (Hardjosoedarmo, 1996).

Kapabilitas proses menunjukkan rentang suatu variasi suatu proses atau suatu besaran yang menunjukkan kemampuan dari suatu peralatan produksi untuk menghasilkan produk yang sesuai dengan spesifikasi. Pengukuran kapabilitas proses ini dilakukan setelah proses dianggap sudah terkendali, artinya variasi yang terjadi hanya disebabkan oleh faktor faktor alam saja. Kapabilitas proses ini menunjukkan sampai seberapa jauh suatu proses mampu memenuhi spesifikasi yang diinginkan. Dengan kata lain, spesifikasi yang lebih sempit akan menuntut penggunaan mesin dan peralatan dengan kapabilitas proses yang lebih handal.

Syarat suatu proses dikatakan kapabel apabila memenuhi 3 asumsi yaitu: karakteristik kualitas berdistribusi normal, proses terkendali, dan rata-rata proses berada diantara batas spesifikasi atas dan batas spesifikasi bawah.

Pada analisis kapabilitas proses dikenal adanya batas spesifikasi. Batas spesifikasi tepat bagi kategori seperti bahan baku, produk, atau pelayanan. Batas spesifikasi ditentukan berdasarkan kebutuhan konsumen. Apa yang diinginkan oleh konsumen terhadap produk atau pelayanan dianalisis dengan riset pasar dan dikombinasikan dengan rancangan produk dan jasa (pelayanan). Batas spesifikasi sering disebut batas toleransi. Ada 2 indikator yang biasa dipakai untuk mengukur kapabilitas proses yaitu dengan menggunakan indeks kapabilitas proses C_p dan indeks kapabilitas proses C_{pk} .

Presisi merupakan ukuran kedekatan antara suatu pengamatan dengan pengamatan lain, sedang akurasi merupakan ukuran kedekatan antara hasil pengamatan dengan nilai target. Dengan melakukan pengukuran kemampuan proses produksi suatu barang maka setiap karakteristik kualitas produk tersebut dapat diukur keakuratannya. Indeks C_p dan C_{pk} / P_p dan P_{pk} adalah 2 macam indeks yang berbeda pada standart deviasinya. Apabila pihak manajemen ingin meningkatkan kapabilitas proses menghasilkan produk yang sesuai (tidak cacat) berdasarkan kondisi proses yang stabil sekarang, maka variasi penyebab umum yang melekat pada proses itu harus dikurangi.

Terdapat dua variabel yang dapat digunakan untuk menghitung dan mengekspresikan ukuran-ukuran berbasis peluang *defect*, yaitu:

1. *Defect per Opportunity* (DPO)

Variabel ini menunjukkan proporsi *defect* atas jumlah total peluang dalam sebuah kelompok yang diperiksa. Sebagai contoh apabila DPO sebesar 0.05 berarti peluang untuk memiliki *defect* dalam sebuah kategori (CTQ) adalah 5%. Rumusnya adalah:

$$DPO = \frac{\text{Jumlah unit Defective}}{\text{Total unit} \times \text{Peluang}} \quad (2.13)$$

2. *Defect per Million Opportunities* (DPMO)

Kebanyakan ukuran-ukuran peluang *defect* diterjemahkan ke dalam format DPMO, yang mengindikasikan berapa banyak

defect akan muncul jika ada satu juta peluang. Dalam lingkungan pemanufakturan secara khusus, DPMO sering disebut PPM, singkatan dari “*parts per million*”. Rumus umum untuk menghitung DPMO ialah:

$$\text{DPMO} = \text{DPO} \times 1.000.000 \quad (2.14)$$

Ukuran ini seringkali dipakai untuk menentukan peluang terjadinya cacat pada produk yang diproduksi dalam satu juta peluang.

Apabila asumsi normal tidak terpenuhi maka dilakukan dengan pendekatan distribusi data. Dalam tugas akhir ini dilakukan dengan pendekatan distribusi Beta Binomial. Akibatnya, perhitungan indeks kapabilitas proses adalah seperti ditunjukkan dibawah ini.

1. Indeks P_p

Indeks P_p dihitung dengan menggunakan nilai parameter atau estimasi yang menggunakan metode *maximum likelihood* untuk distribusi yang digunakan dalam analisis. Rumus indeks halaman P_p untuk distribusi Beta Binomial adalah seperti dibawah ini

$$P_p = \frac{USL - LSL}{X_{0,99865} - X_{0,00185}} \quad (2.15)$$

Dimana USL = b atas spesifikasi atas yang telah ditentukan perusahaan,

LSL = b atas spesifikasi bawah yang telah ditentukan perusahaan,

$X_{0,99865}$ = persentil ke 99,865 untuk distribusi Beta Binomial,

$X_{0,00135}$ = persentil ke 0,135 untuk distribusi Beta Binomial.

2. Indeks P_{p_l}

Indeks P_{p_l} dihitung dengan menggunakan nilai parameter atau estimasi yang menggunakan metode *maximum likelihood* untuk distribusi yang digunakan dalam analisis. Rumus indeks

halaman Pp_l untuk distribusi Beta binomial adalah seperti dibawah ini

$$Pp_l = \frac{X_{0.5} - LSL}{X_{0.5} - X_{0.00185}} \quad (2.16)$$

Dimana LSL =batas spesifikasi bawah yang ditentukan perusahaan,

$X_{0.5}$ = persentil ke 50 untuk distribusi Beta Binomial

$X_{0.00135}$ = persentil ke 0,135 untuk distribusi Beta Binomial

3. Indeks Pp_u

Indeks Pp_u dihitung dengan menggunakan nilai parameter atau estimasi yang menggunakan metode *maximum likelihood* untuk distribusi yang digunakan dalam analisis. Rumus indeks halaman Pp_u untuk distribusi Beta Binomial adalah seperti dibawah ini

$$Pp_u = \frac{USL - X_{0.5}}{X_{0.99865} - X_{0.5}} \quad (2.17)$$

Dimana USL = batas spesifikasi atas yang ditentukan perusahaan,

$X_{0.5}$ = persentil ke 50 untuk distribusi Beta Binomial

$X_{0.99865}$ = persentil ke 99,865 untuk distribusi Beta Binomial,

4. Indeks Ppk

Indeks Ppk adalah indeks kemampuan overall dan dapat dihitung dengan

$$Ppk = \min \{Pp_u, Pp_l\}$$

Indeks kapabilitas proses sama dengan 1,00 dan indeks kapabilitas proses sama dengan 1,33 dapat dikatakan cukup baik dan telah baik dalam batas 3 sigma. Menurut Ariani (2004) dapat disimpulkan ada 3 ke jadian yang berkenaan dengan nilai Pp yaitu:

1. Jika $Pp = 1$, maka sebaran pengamatan atau lebar proses sama dengan lebar spesifikasi. Dalam hal ini proses dikatakan sudah baik, tetapi masih dapat ditingkatkan kualitasnya.

2. Jika $Pp < 1$, maka sebaran pengamatan atau lebar proses lebih besar daripada lebar spesifikasi. Sehingga dikatakan proses kurang baik, karena banyak produk yang kualitasnya diluar batas spesifikasi. Perbaikan proses harus dilakukan agar Pp minimal lebih besar dari 1.
3. Jika $Pp > 1$, maka sebaran pengamatan atau lebar proses lebih kecil daripada lebar spesifikasi. Dalam hal ini proses dikatakan cukup baik tetapi perlu dilakukan perbaikan agar Pp minimal 1,33 (Gasperz, 2004)

Berdasarkan Ariani (2004) dan dapat disimpulkan ada 5 kejadian yang berhubungan dengan nilai Ppk yaitu :

1. Nilai $Ppk < 0$, menunjukkan rata-rata dari proses diluar batas spesifikasi.
2. Nilai $Ppk = 0$, menunjukkan rata-rata dari proses sama dengan salah satu dari batas spesifikasinya.
3. Nilai Ppk terletak antara 0 dan 1 menunjukkan rata-rata dari proses dalam batas spesifikasi, tetapi sebagian dari variasi proses berada di luar batas-batas spesifikasinya.
4. Nilai Ppk sama dengan 1 salah satu ujung dari variasi proses berada dalam batas spesifikasi.
5. Nilai Ppk lebih dari 1 maka semuanya dalam batas spesifikasi.

Expected Overall Performance untuk analisis kemampuan proses Beta binomial berdasarkan minitab dengan rumus sebagai berikut :

1. $PPM < LSL$ merupakan banyaknya penerimaan dari *parts per million* (PPM) bahwa ukuran data yang kurang dari LSL yang diberikan dengan :

$$1.000.000 * F(LSL)$$

Dimana $F(x)$ adalah cdf untuk distribusi Beta Binomial dan parameter parameter Beta Binomial

2. $PPM > LSL$ merupakan banyaknya penerimaan dari *parts per million* (PPM) bahwa ukuran data yang lebih dari LSL yang diberikan dengan :

$$1.000.000 * (1 - F(USL))$$

Dimana $F(x)$ adalah cdf untuk distribusi Beta Binomial dan parameter parameter Beta Binomial

3. PPM Total dapat dihitung dengan jumlah dari $PPM < LSL$ dan $PPM > USL$.

Interpretasi dari *Expected Overall Performance* pada minitab adalah sebagai berikut :

1. $PPM < LSL = x$ ($x > 0$), menunjukkan bahwa produk yang berada diluar batas spesifikasi bawah perusahaan (LSL perusahaan) x un it produk per 1.000.000 produk yang dihasilkan.
2. $PPM > USL = y$ ($y > 0$), menunjukkan bahwa produk yang berada diluar batas spesifikasi atas perusahaan (USL perusahaan) y un it produk per 1.000.000 produk yang dihasilkan.
3. $PPM Total = x + y$, hal ini berarti bahwa jumlah produk yang berada diluar batas spesifikasi atas dan bawah perusahaan adalah $x + y$ produk dari 1.000.000 produk yang dihasilkan.

2.6 Variasi dalam Pengendalian Kualitas Statistik

Menurut Gaspersz (2004), variasi adalah ketidakseragaman dalam sistem produksi atau operasional sehingga menimbulkan perbedaan dalam kualitas pada barang atau jasa yang dihasilkan. Pada dasarnya dikenal dua penyebab timbulnya variasi, yang diklasifikasikan sebagai berikut.

1. Variasi penyebab khusus (*Special Causes Variation*)

Adalah kejadian-kejadian di luar sistem manajemen kualitas yang mempengaruhi variasi dalam sistem itu. Biasanya bersumber dari faktor-faktor manusia, mesin, material, lingkungan, metode kerja, dan lain-lain. Penyebab khusus ini dapat diidentifikasi atau ditemukan, sebab penyebab ini tidak selalu ada dalam proses tetapi memiliki pengaruh yang kuat terhadap proses sehingga menimbulkan variasi. Variasi yang disebabkan oleh penyebab khusus menyebabkan proses berada pada keadaan tidak terkendali secara statistik atau berada di luar batas pengendali atas maupun bawah.

2. Variasi penyebab umum (*Common Causes Variation*)

Adalah variasi yang disebabkan oleh faktor-faktor di dalam sistem dan selalu melekat pada proses yang menyebabkan timbulnya variasi dalam sistem serta hasil-hasilnya. Variasi yang disebabkan oleh penyebab umum tidak begitu mempengaruhi proses selanjutnya karena proses masih berada pada keadaan terkendali secara statistik atau berada di dalam batas pengendali atas dan bawah.

2.7 Diagram Sebab Akibat

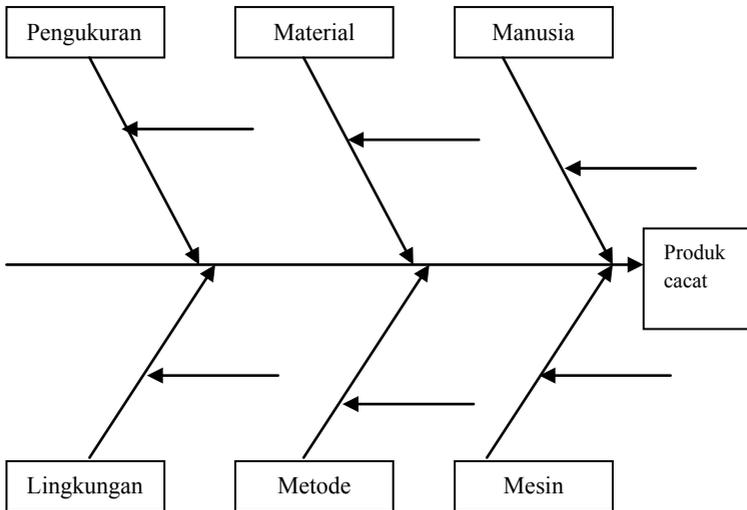
Diagram yang pertama kali dikenalkan oleh Prof. Kaeru Ishikawa pada tahun 1953 di Universitas Tokyo ini adalah sebuah diagram berbentuk menyerupai tulang ikan yang menyajikan suatu permasalahan secara lengkap untuk menyatakan adanya hubungan antara masalah / akibat dengan faktor-faktor penyebabnya, sehingga memudahkan cara mengatasinya. Manfaat dari diagram sebab-akibat antara lain:

- Untuk mengidentifikasi penyebab yang penting
- Untuk memahami semua akibat dan penyebab
- Untuk menemukan solusi masalah yang tepat
- Untuk mengembangkan proses kualitas

Adapun langkah-langkah dalam pembuatan diagram sebab-akibat (ishikawa) adalah (Montgomery, D.C. 2005):

1. Mengidentifikasi ciri-ciri kualitasnya (akibat)
2. Menentukan penyebab-penyebab utama yang mengakibatkan ciri-ciri kualitas tersebut
3. Buat diagram tulang ikan dengan bagian kepala sebagai akibat dan tulang-tulang rusuknya sebagai penyebab yang ada hubungannya dengan ciri-ciri kualitas tersebut. (manusia, metode, mesin, material, dan lingkungan)
4. Catat beberapa informasi penting

Berikut adalah contoh diagram sebab-akibat.



Gambar 2.2 Contoh Diagram Sebab Akibat

2.8 Pengujian Beberapa Proporsi

Statistik khi-kuadrat untuk uji kebebasan dapat juga diterapkan untuk menguji apakah k populasi binomial memiliki parameter yang sama p . Jadi, sesungguhnya uji ini merupakan perluasan uji yaitu selisih antara dua proporsi menjadi selisih antara k proporsi. Hipotesisnya adalah sebagai berikut.

$$H_0 : p_1 = p_2 = \dots = p_k$$

Lawan alternatifnya adalah populasi proporsi itu tidak semuanya sama, yang ekuivalen dengan pengujian bahwa terjadinya keberhasilan atau kegagalan tidak bergantung pada populasi yang diambil contohnya. Untuk melakukan uji ini, pertama-tama kita mengambil contoh acak bebas yang masing-masing berukuran n_1 , n_2 , bertuk tabel kontingensi $2 \times k$. Frekuensi harapan dihitung kemudian bersama-sama dengan frekuensi yang teramati dimasukkan kedalam rumus untuk uji kebebasan, yaitu.

$$\chi^2 = \sum_i \frac{(O_i - e_i)^2}{e_i} \quad (2.18)$$

dengan

$$v = (2 - 1)(k - 1) = k - 1 \quad (2.19)$$

Merupakan derajat bebas. Dengan mengambil wilayah kritik bagian kanan yang berbentuk $\chi^2 > \chi^2_\alpha$, maka didapatkan kesimpulan mengenai H_0 .

Perlu diingat bahwa statistic yang kita gunakan sebagai dasar untuk mengambil keputusan hanya dihipotesiskan oleh sebaran khi-kuadrat. Nilai-nilai χ^2 hitung bergantung pada frekuensi sel, dan ini berarti diskret. Sebaran khi-kuadrat yang kontinu menghampiri sebaran penarikan sampel bagi χ^2 dengan sangat baik, asalkan banyaknya derajat bebas lebih besar daripada 1. Dalam tabel kontingensi 2 x 2, yang hanya mempunyai 1 derajat bebas, biasanya diterapkan koreksi Yate bagi kekontinuan. Rumus yang telah terkoreksi adalah

$$\chi^2(\text{corrected}) = \sum_i \frac{(|o_i - e_i| - 0.5)^2}{e_i} \quad (2.20)$$

Bila frekuensi harapannya besar, nilai yang terkoreksi maupun yang tidak terkoreksi hampir sama. Bila frekuensi harapannya antara 5 dan 10, koreksi Yate harus diterapkan. Bila frekuensi harapannya kurang dari 5, maka harus digunakan uji pasti Fisher-Irwin (Walpole, 1992).

2.9 Pengujian Distribusi Data

Untuk menguji distribusi data digunakan pengujian dengan uji Anderson Darling. Adapun uraian secara umum adalah sebagai berikut.

Uji ini didasarkan pada pengujian fungsi sebaran kumulatif empiris yang mendasari fungsi sebaran dari data contoh. Dalam pengujian ini, fungsi sebaran empiris menaksir fungsi yang sesungguhnya dari sebaran tersebut, karena fungsi sebaran empiris mendekati (konvergen) ke fungsi sebaran yang sesungguhnya. Uji ini digunakan untuk memutuskan apakah contoh acak (data) berasal dari sebaran normal atau tidak.

Uji Anderson Darling juga bisa digunakan untuk menguji berbagai macam, sebaran data. Uji ini dapat menunjukkan nilai *p-value* secara tepat.

Rumus nilai statistik Anderson Darling yaitu

$$A^2 = -n - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (2i-1)(\ln F(Y_i) + \ln(1 - F(Y_{n+1-i}))) \quad (2.21)$$

Dengan $F(Y_i)$ merupakan *Cumulative Distribution Function* (CDF) dari distribusi yang akan diuji.

Pengambilan keputusan berdasarkan A^2 hitung, apabila A^2 hitung $> A_\alpha^2$ maka H_0 ditolak dan sebaliknya jika A^2 hitung $< A_\alpha^2$ maka H_0 diterima. Selain itu pengambilan keputusan juga bisa dilakukan berdasarkan *p-value*, apabila *p-value* $\leq \alpha$ maka keputusan yang dapat diambil adalah tolak H_0 dan sebaliknya jika *p-value* $> \alpha$ maka keputusan yang dapat diambil adalah gagal tolak H_0 .

2.10 Distribusi Beta

Suatu variabel acak X dikatakan memiliki distribusi beta, atau terdistribusi beta, Jika fungsi kepadatannya adalah

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}}{B(\alpha, \beta)}, & \text{untuk } 0 < x < 1 \\ 0, & \text{untuk yang lainnya} \end{cases} \quad (\alpha, \beta > 0) \quad (2.22)$$

dimana $B(\alpha, \beta)$ adalah *fungsi beta*.

Fungsi beta dilambangkan dengan $B(\alpha, \beta)$ didefinisikan sebagai

$$B(\alpha, \beta) = \int_0^1 x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1} dx, \alpha > 0, \beta > 0 \quad (2.23)$$

Fungsi beta dihubungkan dengan fungsi gamma oleh

$$B(\alpha, \beta) = \frac{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}{\Gamma(\alpha + \beta)} \quad (2.24)$$

Sehingga distribusi beta dapat juga didefinisikan oleh fungsi kepadatan

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} x^{\alpha-1} (1-x)^{\beta-1}, & \text{untuk } 0 < x < 1 \\ 0, & \text{untuk yang lainnya} \end{cases} \quad (\alpha, \beta > 0) \quad (2.25)$$

Fungsi gamma dinyatakan sebagai $\Gamma(\kappa)$ untuk semua $\kappa > 0$ didefinisikan $\Gamma(\kappa) = \int_0^{\infty} t^{\kappa-1} e^{-t} dt$. (Susiswo, 2009). Fungsi gamma

memenuhi sifat-sifat berikut:

- $\Gamma(\kappa) = (\kappa - 1)\Gamma(\kappa - 1)$, $\kappa > 1$
- $\Gamma(n) = (n - 1)!$, n bilangan bulat positif
- $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$

Mean dari distribusi beta adalah

$$\begin{aligned} \mu = E(X) &= \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} \int_0^1 x \left[x^{\alpha-1} (1-x)^{\beta-1} \right] dx \\ &= \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} \int_0^1 x^{\alpha} (1-x)^{\beta-1} dx \\ &= \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} \frac{\Gamma(\alpha + 1)\Gamma(\beta)}{\Gamma(\alpha + 1 + \beta)} \\ &= \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} \frac{\alpha\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}{(\alpha + \beta)\Gamma(\alpha + \beta)} \\ &= \frac{\alpha}{(\alpha + \beta)} \end{aligned} \quad (2.26)$$

Momen kedua terhadap titik asalnya

$$E(X^2) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} \int_0^1 x^2 \left[x^{\alpha-1} (1-x)^{\beta-1} \right] dx$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} \int_0^1 x^{\alpha+1} (1-x)^{\beta-1} dx \\
&= \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} \frac{\Gamma(\alpha + 2)\Gamma(\beta)}{\Gamma(\alpha + 2 + \beta)} \\
&= \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} \frac{(\alpha + 1)\alpha \Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}{(\alpha + \beta + 1)(\alpha + \beta)\Gamma(\alpha + \beta)}
\end{aligned}$$

Maka variansi dari distribusi beta

$$\sigma^2 = E(X^2) - [E(X)]^2 = \frac{\alpha(\alpha+1)}{(\alpha+\beta)(\alpha+\beta+1)} - \left(\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\right)^2 = \frac{\alpha\beta}{(\alpha+\beta)^2(\alpha+\beta+1)} \quad (2.27)$$

(Spiegel, 2004)

2.11 Distribusi Beta Binomial Sebagai Alternatif Penghalusan Distribusi Binomial

Dari sekian banyak model-model yang diusulkan untuk menangani masalah keragaman dalam peluang respon maupun korelasi antar peubah respon, maka model alternatif yang diusulkan sesuai dengan permasalahan yang diamati adalah model regresi beta-binomial didasarkan kemudahan-kemudahannya, baik dalam perhitungan maupun dalam penurunan fungsi kemungkinannya maupun dalam menginterpretasi parameter-parameter yang berada dalam model.

Perhatikan sekelompok proporsi ini : $x_1/n_1, x_2/n_2, \dots, x_i/n_i$, dimana x_i menyatakan banyaknya peristiwa ‘ sukses ‘ ke- i dan n_i menyatakan banyaknya percobaan ke- i yang dilakukan. Sebagai contoh, misalnya n_i adalah banyaknya mata kuliah yang diikuti oleh seorang mahasiswa dan x_i adalah banyaknya mata kuliah yang lulus dari mahasiswa tersebut, atau n_i banyaknya pasien rumah sakit ke- i dan x_i banyaknya pasien yang dinyatakan sembuh, dan lain-lain. Respon individu dalam kelompok ke- i akan dinyatakan dengan Y_{ij} , dan satu individu dengan sifat-sifat tertentu akan diberi kode 1 s ebagai peristiwa ‘sukses’ dan 0 sebagai peristiwa gagal.

Asumsi-asumsi yang biasa dibuat untuk menganalisis data semacam ini adalah bahwa setiap Y_{ij} dalam kelompok itu telah dibangkitkan dari sebaran dengan peluang sukses yang konstan, p_i , yaitu : $Y_{ij} \sim \text{Bernouli} (p_i)$, $j=1, \dots, n_i$, dimana peluang sukses yang konstan itu dapat dinyatakan sebagai :

$$p_i = p, i=1, \dots, n$$

Dengan demikian x_i akan menyebar binomial, yaitu : $x_i \sim \text{Binomial} (n_i, p_i)$. Akan tetapi seringkali kita menemukan suatu kasus dimana munculnya x_i lebih bervariasi pada suatu percobaan / kondisi dibanding bila menggunakan model yang mengasumsikan persamaan diatas. Adanya pengaruh genetik akan menyebabkan proporsi dari janin-janin yang cacat dari sejumlah kelinci yang diamati akan mempunyai ragam yang lebih besar dari pada ragam untuk peluang sukses dari peubah respon yang konstan (Kupper & Haseman, 1978).

Jika persamaan diatas salah, maka munculnya variasi ekstra yang ditimbulkan oleh adanya variasi dalam peluang sukses ini disebut sebagai variasi ekstra-Binomial (William, 1982). Jika x_i menyebar secara Poisson, maka timbulnya variasi itu akan membentuk variasi ekstra Poisson. Dalam kasus yang lebih umum, dimana distribusi bersyarat dari x_i tidak dapat dispesifikasikan, maka bentuk variasi ekstra dan variasi antara kelompok juga akan digunakan. Variasi ekstra binomial ini dikenal pula dengan istilah “ *overdispersion* “ artinya varian yang diperoleh lebih besar daripada varian dari sebaran binomial.

Sebaran Beta-binomial muncul jika $p_i = p$ salah dan p_i diasumsikan akan mempunyai sebaran beta, yaitu : $p_i \sim \text{Beta} (\alpha, \beta)$, untuk $\alpha > 0$ dan $\beta > 0$. Fungsi kepekatan gabungan bagi x_i dan p_i diberikan oleh $f(x, p_i, n_i) = f(x | p_i, n_i) f(p)$. Akan tetapi karena p_i tidak dapat diamati, maka sebaran gabungan ini menjadi tidak berguna untuk pemodelan data dan p harus dipisahkan melalui pembentukan sebaran marginal Beta Binomial, sehingga diperoleh fungsi kepekatan peluang bagi distribusi Beta Binomial (William, 1975) yaitu :

$$f(x, \alpha, \beta, n_i) = \binom{n_i}{x} \frac{B(\alpha + x, \beta + n_i - x)}{B(\alpha, \beta)} \quad (2.28)$$

Sebagai mana pembentukan parameter di atas, maka model tersebut akan sulit untuk digunakan, khususnya dalam penyusunan kemungkinan maksimum. Walaupun hal ini jelas merupakan generalisasi dari distribusi Binomial tapi model Binomial murni menghendaki $\alpha = \beta = 0$. Oleh karena terdapat masalah yang menyangkut dengan penaksiran dan pengujian hipotesis yang dapat diambil pada nilai yang tak terbatas (Grifiths, 1973). Peluang respon merupakan peubah biner dan parameter korelasi masing-masing adalah $\mu = \alpha (\alpha + \beta)^{-1}$ dan $\delta = (\alpha + \beta + 1)^{-1}$. Dengan demikian parameter-parameter beta dapat dinyatakan sebagai $\alpha = \mu \theta^{-1}$ dan $\beta = (1 - \mu) \theta^{-1}$, dimana $\theta = \delta (1 - \delta)^{-1} = (\alpha + \beta)^{-1}$ (Prentice, 1986). Sehingga fungsi kepekatan peluang dapat ditulis juga sebagai berikut :

$$f(x; \mu, \theta, n_i) = \binom{n_i}{x} \frac{\prod_{k=0}^{x-1} (\mu + k\theta) \prod_{k=0}^{n_i-x-1} (1 - \mu + k\theta)}{\prod_{k=0}^{n_i-1} (1 + k\theta)} \quad (2.29)$$

Dimana $0 \leq \mu \leq 1$, dan $\theta \geq 0$. Sedangkan rata-rata dan varians masing-masing diberikan oleh :

$$\begin{aligned} E(x | n_i) &= n_i \mu \quad \text{dan} \\ \text{var}(x | n_i) &= n_i \mu (1 - \mu) \frac{(1 + n_i \theta)}{(1 + \theta)} \end{aligned} \quad (2.30)$$

Untuk itu berdasarkan fungsi peluang akan dibentuk fungsi log kemungkinan sebagai berikut :

$$\log f(x, \mu, \theta, n_i) = \sum_{k=0}^{x-1} \log(\mu + k\theta) + \log \sum_{k=0}^{n_i-x-1} \log((1 - \mu) + k\theta) - \sum_{k=0}^{n_i-1} \log(1 + k\theta) \quad (2.31)$$

Metode kemungkinan maksimum dapat memberikan nilai-nilai untuk parameter di dalam model yang tidak diketahui sehingga dapat memaksimalkan peluang yang diperoleh melalui sekumpulan data pengamatan. Selanjutnya, fungsi log kemungkinan dalam persamaan diatas dapat digunakan untuk

menguji variasi ekstra Binomial (Gange & Monoz, 1996). Perlu dicatat bahwa distribusi Beta Binomial ini merupakan distribusi Binomial campuran yang mana seringkali digunakan sebagai alternatif dari distribusi Binomial (Permadi H. , 2002).

2.12 Peta Kendali Berdasarkan Distribusi Beta Binomial

Dalam inferensi Bayes untuk kasus Binomial, parameter p diperlakukan sebagai variabel, maka akan mempunyai nilai dalam sebuah domain dengan densitas $f(p)$, dan densitas inilah yang akan dinamakan sebagai distribusi prior dari p , dengan adanya informasi prior ini maka akan kombinasikan dengan data sampel yang digunakan dalam membentuk posterior (Box & Tiao, 1973).

Jika $x \sim \text{Binomial}(n, p)$ dan densitas prior $p \sim \text{Beta}(\alpha, \beta)$, maka fungsi densitas posterior dapat dinyatakan sebagai fungsi bersyarat dari p dengan x diketahui, sehingga dapat ditulis dengan

$$f(p|x) = \frac{f(p, x)}{f(x)} \quad (2.32)$$

Karena $f(p, x)$ dapat dinyatakan sebagai $f(p)f(x|p)$, maka

$$f(p, x) = \binom{n}{x} \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} p^{x+\alpha-1} (1-p)^{n-x+\beta-1} \quad (2.33)$$

Selanjutnya perhatikan $f(x)$, dimana $f(x)$ merupakan fungsi densitas peluang marginal dari x , sehingga dapat ditulis sebagai berikut

$$f(x) = \frac{\Gamma(n+1)\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(x+1)\Gamma(n-x+1)\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} \frac{\Gamma(x+\alpha)\Gamma(n+b-x)}{\Gamma(\alpha+n+\beta)} \quad (2.34)$$

Maka dengan persamaan (2.32), (2.33), dan (2.34) fungsi densitas posterior dapat ditulis sebagai berikut.

$$f(p|x) = \frac{\Gamma(\alpha + n + \beta)}{\Gamma(x+\alpha)\Gamma(n+\beta-x)} p^{x+\alpha-1} (1-p)^{n+\beta-x-1} \quad (2.35)$$

Berdasarkan persamaan (2.35), dapat diketahui bahwa posterior berdistribusi Beta $(x + \alpha, n - x + \beta)$ dengan p merupakan variabel dan x adalah nilai observasi atau sampel.

Dalam perspektif Bayes, estimasi titik mempunyai pengertian bahwa distribusi posterior akan digambarkan oleh nilai dari sebuah statistik tunggal. Nilai yang paling penting untuk menggambarkan distribusi posterior adalah ukuran lokasi. Oleh karena itu, mean posterior dan median posterior disini akan menjadi kandidat terbaik untuk dijadikan sebuah estimator. Mean posterior merupakan estimator yang optimum untuk p , maka dalam hal ini mean posterior digunakan sebagai estimator Bayes (Bolstad, 2007), sehingga estimator Bayes untuk parameter p jika dinyatakan sebagai p^* adalah

$$\hat{p} = \frac{x + \alpha}{\alpha + \beta + n} \quad (2.36)$$

dengan

$$\text{Var}(\hat{p}) = \frac{(x + \alpha)(n - x + \beta)}{(\alpha + \beta + n)^2 (\alpha + \beta + n + 1)} \quad (2.37)$$

Untuk membuat peta kendali berbasis distribusi Beta Binomial, terlebih dahulu menghitung \hat{p} dengan estimator Bayes yang telah didapatkan. Proporsi pada peta kendali berdasarkan distribusi Beta Binomial didapatkan dari invers distribusi Binomial dengan p merupakan rata-rata distribusi Beta sehingga didapatkan p^* .

Garis tengah dan batas kendali peta kendali untuk distribusi Beta Binomial dapat dihitung dengan rumus sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \text{Batas Kendali Atas (BKA)} &= \bar{p}^* + 3\sqrt{\text{var}(p^*)} \\ \text{Garis tengah} &= \bar{p}^* \end{aligned} \quad (2.38)$$

$$\text{Batas Kendali Bawah (BKB)} = \bar{p}^* - 3\sqrt{\text{var}(p^*)}$$

Dimana \bar{p}^* = rata-rata proporsi produk cacat berdasarkan distribusi Beta Binomial (Permadi H. , 2011).

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Sumber Data

Data pada penelitian merupakan data sekunder yang diambil dari dokumen di perusahaan minuman PT X Tbk yang berkedudukan di Provinsi Banten yang dalam proses produksinya menggunakan tiga *shiftt* untuk waktu kerja karyawannya. Data yang diambil berupa data proporsi botol minuman yang cacat merk A pada tanggal 01 Januari 2014 sampai dengan 26 Februari 2014 selama lima hari untuk fase pertama dan lima hari untuk fase kedua dengan subgroup adalah *shiftt*. Data yang digunakan merupakan data sampel yaitu hasil produksi pada bulan Januari - Februari 2014 dengan populasi adalah hasil produksi minuman merk A. Berdasarkan data ini akan diuji apakah data berdistribusi Binomial ataukah berdistribusi Beta Binomial.

3.2 Variabel Penelitian

Variabel yang digunakan dalam penelitian ini adalah proporsi produk cacat botol minuman dengan jumlah produk yang berbeda-beda pada setiap produksi. Inspeksi produk cacat dilakukan pada saat proses produksi berlangsung. Proses produksi pada PT. X Tbk yaitu pada saat botol datang, botol dicuci lalu dilakukan inspeksi untuk mengetahui apakah di dalam botol terdapat unsur logam. Setelah itu dilakukan pengisian minuman dan ditutup kemudian dilakukan inspeksi untuk mengetahui apakah tutup botol telah menutup dengan sempurna. Kemudian proses sterilisasi dan labeling dan dilakukan inspeksi apakah terdapat label botol yang miring atau rusak. Pada penelitian ini kategori cacat tidak dibedakan berdasarkan jenis cacat, produk hanya diinspeksi apakah botol minuman cacat atau tidak cacat. Dengan struktur data diberikan pada tabel berikut.

Tabel 3.1 Struktur Data

Tanggal	Shift 1			Shift 2			Shift 3		
	Cacat	Total	P	Cacat	Total	P	Cacat	Total	P
02-01-14	d_{11}	n_{11}	p_{11}	d_{12}	n_{12}	p_{12}	d_{13}	n_{13}	p_{13}
17-01-14	d_{21}	n_{21}	p_{21}	d_{22}	n_{22}	p_{22}	d_{23}	n_{23}	p_{23}
...
26-02-14	d_{i1}	n_{i1}	p_{i1}	d_{i2}	n_{i2}	p_{i2}	d_{i3}	n_{i3}	p_{i3}

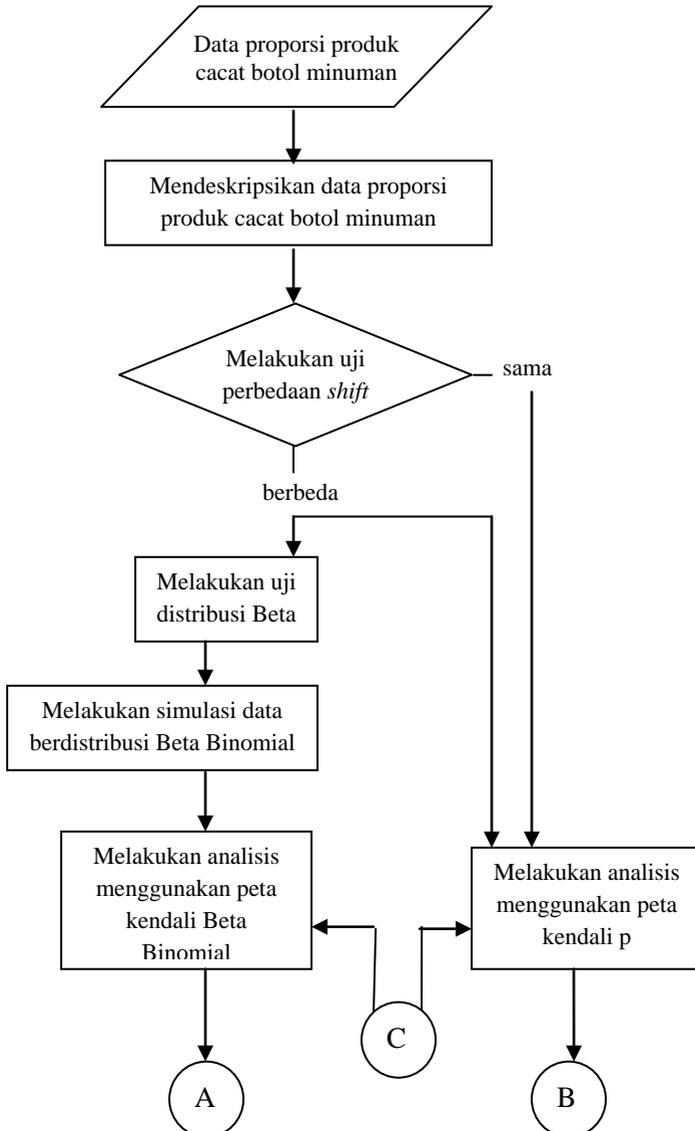
Berdasarkan struktur data diatas, d merupakan jumlah produk cacat, n merupakan total produk yang diproduksi, sedangkan p merupakan proporsi produk cacat pada saat proses produksi berlangsung yang dapat dihitung dengan d_i/n_i

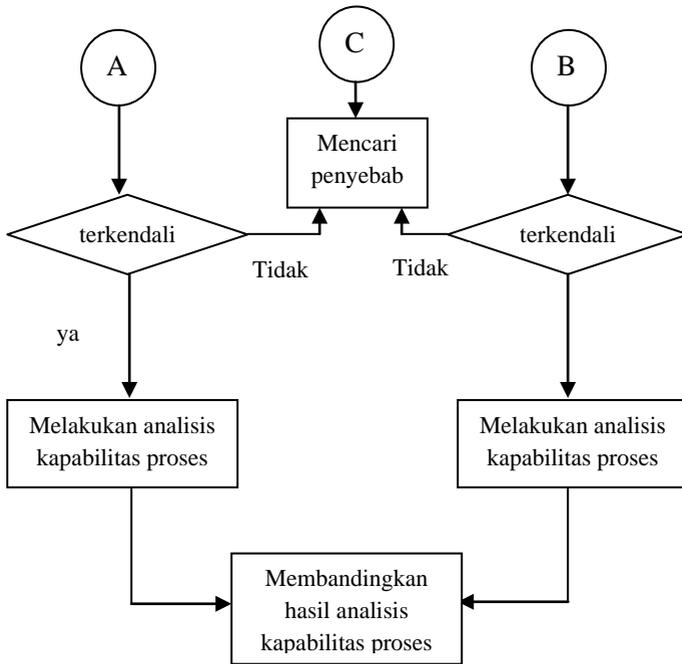
3.3 Langkah Analisis

Langkah analisis yang dilakukan dalam penelitian ini yaitu

1. Mendeskripsikan data proporsi produk cacat pada masing-masing *shift*.
2. Melakukan uji proporsi pada tiga *shift* pada data proporsi produk cacat untuk mengetahui apakah ada perbedaan proporsi cacat pada ketiga *shift*. Apabila terdapat perbedaan proporsi produk cacat maka analisis dilakukan berdasarkan distribusi Beta Binomial.
3. Melakukan pendeteksian distribusi Beta terhadap data sampel dari tiga *shift*.
4. Melakukan analisis dengan peta kendali p untuk data proporsi produk cacat botol minuman.
5. Melakukan simulasi data berdistribusi Beta Binomial berdasarkan rata-rata dari parameter distribusi Beta.
6. Merancang dan menganalisis peta kendali Beta Binomial untuk data proporsi produk cacat.
7. Membandingkan hasil dua peta kendali p dan peta kendali berdasarkan distribusi Beta Binomial untuk data proporsi produk cacat.
8. Menganalisis dan membandingkan hasil analisis kapabilitas proses berdasarkan distribusi Beta Binomial dan berdasarkan distribusi Binomial.

Langkah analisis data secara singkat diuraikan oleh diagram alir pada gambar 3.1 berikut.





Gambar 3.1 Diagram Alir Analisis Data

BAB IV

ANALISIS DAN PEMBAHASAN

4.1 Deskripsi Data

Deskriptif data dilakukan untuk mengetahui karakteristik proporsi produk cacat pada masing-masing *shift*. Berdasarkan data proporsi produk cacat pada tiga *shift* yaitu proporsi produk cacat pada *shift* pertama pada Lampiran 1, proporsi produk cacat *shift* kedua pada Lampiran 2, dan proporsi produk cacat *shift* ketiga pada Lampiran 3 di berikan nilai deskripsi data untuk mengetahui karakteristik proporsi produk cacat pada shift 1, shift 2, dan shift 3.

Hasil statistika deskriptif pada data proporsi produk cacat pada tiga *shift* menunjukkan bahwa rata-rata proporsi produk cacat pada *shift* 1, *shift* 2, dan *shift* 3 adalah 0,017538 atau sebanyak 1,7538%. Sedangkan untuk masing-masing *shift* rata-rata proporsi produk cacat yang tertinggi adalah pada *shift* 2 yaitu sebesar 0,020155 atau sebanyak 2,0155%. Pada *shift* 1 rata-rata proporsi produk cacat tidak jauh berbeda dengan rata-rata proporsi produk cacat pada *shift* kedua yaitu sebesar 0,019171 atau sebesar 1,9171%. Sedangkan rata-rata proporsi produk cacat terendah adalah pada *shift* 3 yaitu sebesar 0,013289 atau sebesar 1,3289%. Berdasarkan nilai rata-rata proporsi produk cacat pada tabel 4.1, pada masing-masing *shift* dapat dilihat bahwa rata-rata proporsi produk cacat pada *shift* 1, *shift* 2, dan *shift* 3 mempunyai perbedaan. Perbedaan antar shif diduga terjadi karena perbedaan waktu kerja, perbedaan operator, dll. Untuk mengetahui lebih lanjut apakah proporsi produk cacat pada setiap *shift* berbeda maka dilakukan pengujian beberapa proporsi.

4.2 Pengujian Perbedaan Shift

Untuk menguji apakah proporsi produk cacat pada proses produksi minuman pada *shift* 1, *shift* 2, dan *shift* 3 sama atau tidak maka dilakukan pengujian dengan menggunakan uji *Chi-square* dengan

H_0 : Proporsi produk cacat pada setiap *shift* sama.

H_1 : Proporsi produk cacat pada setiap *shift* berbeda.

Uji *Chi-Square* digunakan karena jumlah kelompok proporsi yang akan diuji adalah 3 kelompok proporsi, yaitu proporsi produk cacat pada ketiga *shift* dengan data terdapat pada Lampiran 1, Lampiran 2, dan Lampiran 3.

Berdasarkan hasil analisis uji selisih 3 proporsi dengan uji *Chi-Square* pada Lampiran 6 diperoleh hasil statistik uji sesuai dengan persamaan (2.18) adalah 1853,647 dan *p-value* sebesar 0,000. Dengan taraf signifikan sebesar 0.05 maka dapat diputuskan tolak H_0 karena *p-value* lebih kecil dari taraf signifikan (0,05). Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa proporsi produk cacat pada setiap *shift* berbeda dan diduga data proporsi produk cacat pada ketiga *shift* mempunyai suatu distribusi.

Untuk mengetahui perbedaan antara *shift* 1 dan *shift* 2, *shift* 1 dan *shift* 3, serta *shift* 2 dan *shift* 3 maka dilakukan uji selisih 2 proporsi pada *shift* 1 dan *shift* 2, *shift* 1 dan *shift* 3, serta *shift* 2 dan *shift* 3. Hasil pengujian selisih 2 proporsi adalah sebagai berikut.

Pengujian perbedaan proporsi antara *shift* 1 dan *shift* 2 dengan

$$H_0: p_1 - p_2 = 0$$

$$H_1: p_1 - p_2 \neq 0$$

Berdasarkan hasil uji 2 proporsi pada Lampiran 11 pada *shift* 1 dan *shift* 2 didapatkan *p-value* sebesar 0,000 sehingga dapat diputuskan untuk tolak H_0 . Dapat disimpulkan bahwa proporsi produk cacat *shift* 1 dan *shift* 2 berbeda.

Pengujian perbedaan proporsi antara *shift* 1 dan *shift* 3 dengan

$$H_0: p_1 - p_3 = 0$$

$$H_1: p_1 - p_3 \neq 0$$

Berdasarkan hasil uji 2 proporsi pada Lampiran 12 pada *shift* 1 dan *shift* 3 didapatkan *p-value* sebesar 0,000 sehingga dapat diputuskan untuk tolak H_0 . Dapat disimpulkan bahwa proporsi produk cacat *shift* 1 dan *shift* 3 berbeda.

Pengujian perbedaan proporsi antara *shift* 2 dan *shift* 3 dengan

$$H_0: p_2 - p_3 = 0$$

$$H_1: p_2 - p_3 \neq 0$$

Berdasarkan hasil uji 2 proporsi pada Lampiran 13 pada *shift* 2 dan *shift* 3 didapatkan *p-value* sebesar 0,000 sehingga dapat diputuskan untuk tolak H_0 . Dapat disimpulkan bahwa proporsi produk cacat *shift* 2 dan *shift* 3 berbeda. Pada penelitian ini diuji apakah data proporsi produk cacat memenuhi distribusi Beta atau tidak.

4.3 Pengujian Distribusi Beta

Untuk menguji distribusi maka digunakan uji Anderson Darling. Dengan data pada Lampiran 4 diperoleh hasil pengujian distribusi Beta sesuai dengan persamaan (2.21) pada tabel 4.1 berikut.

Tabel 4.1 Hasil Pengujian Distribusi Beta Terhadap Data Proporsi Produk Cacat

Jumlah Sampel	30
Statistik Uji	1,7815
α	0,05
Titik Kritis	2,5018

Pengujian distribusi Beta dilakukan dengan hipotesis sebagai berikut.

H_0 : Data memenuhi distribusi Beta

H_1 : Data tidak berdistribusi Beta

Berdasarkan hasil pengujian pada Tabel 4.1 diatas dapat diketahui nilai statistik uji Anderson Darling adalah 1,7815. Sehingga pada taraf signifikan 0,05 dengan nilai kritis sebesar 2,5018 dapat diputuskan untuk gagal tolak H_0 karena nilai statistik uji (1,7815) lebih kecil daripada nilai kritis (2,5018) sehingga dapat disimpulkan bahwa data proporsi produk cacat pada ketiga *shift* berdistribusi Beta dengan parameter sebagai berikut.

$$\alpha = 0.40082$$

α : parameter bentuk (eksponen variabel random)

$$\beta=1.2304$$

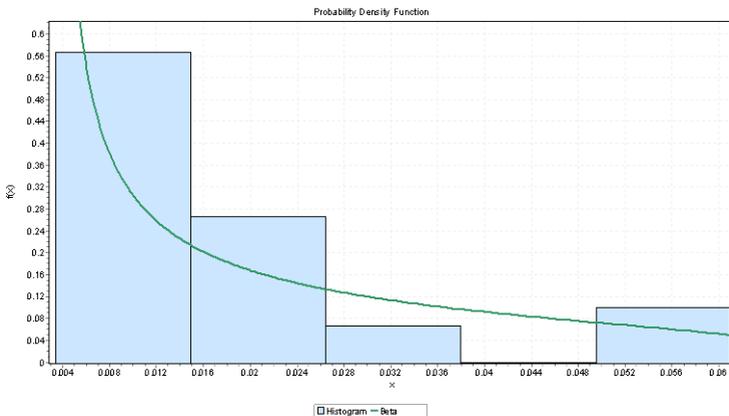
α : parameter bentuk (pengontrol bentuk distribusi)

$$a=0.00337$$

$$b=0.06713$$

dengan α dan β dapat diketahui dari bentuk Grafik PDF distribusi Beta sedangkan a merupakan batas bawah pada interval x (nilai minimum dari data proporsi produk cacat) dan b merupakan batas atas pada interval x (nilai maksimum pada data proporsi produk cacat).

Dengan gambar grafik PDF distribusi Beta ditunjukkan pada gambar dibawah ini.



Gambar 4.1 Grafik PDF Distribusi Beta pada Data Proporsi Produk Cacat

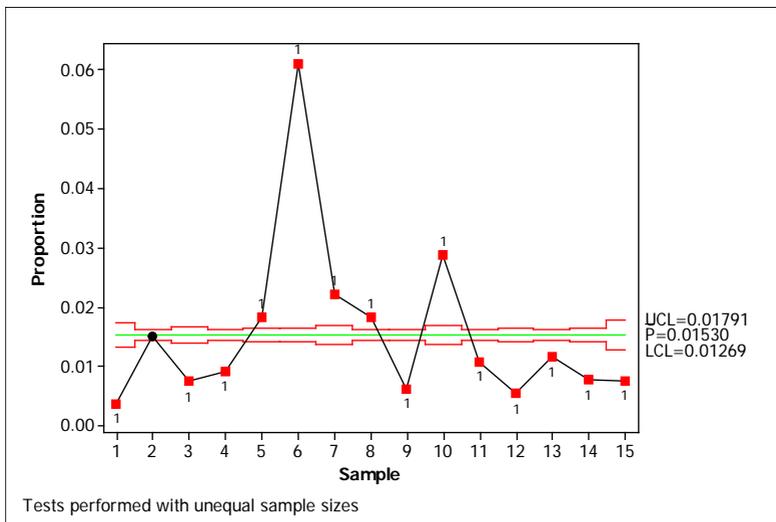
Berdasarkan parameter-parameter distribusi Beta yang telah terbentuk maka dapat dihitung nilai rata-rata distribusi Beta. Berdasarkan hasil perhitungan dari parameter-parameter distribusi Beta, diperoleh nilai rata-rata dari distribusi Beta berdasarkan persamaan (2.26) adalah 0,01904. Nilai ini akan digunakan untuk membangkitkan data proporsi produk cacat dengan distribusi Beta Binomial.

4.4 Peta Kendali p

Peta kendali p digunakan untuk mengetahui apakah produk cacat yang dihasilkan masih dalam batas yang disyaratkan. Peta

kendali p biasanya digunakan pada pengamatan dengan ukuran subgrup berbeda-beda. Karena dalam tugas akhir ini pengamatan dilakukan dengan 100% inspeksi, maka jumlah produk yang dihasilkan setiap harinya berbeda-beda. Berikut adalah hasil analisis peta kendali p untuk data proporsi produk cacat botol minuman dengan plot berupa proporsi produk cacat selama periode pertama dan kedua dengan data terdapat pada Lampiran 4.

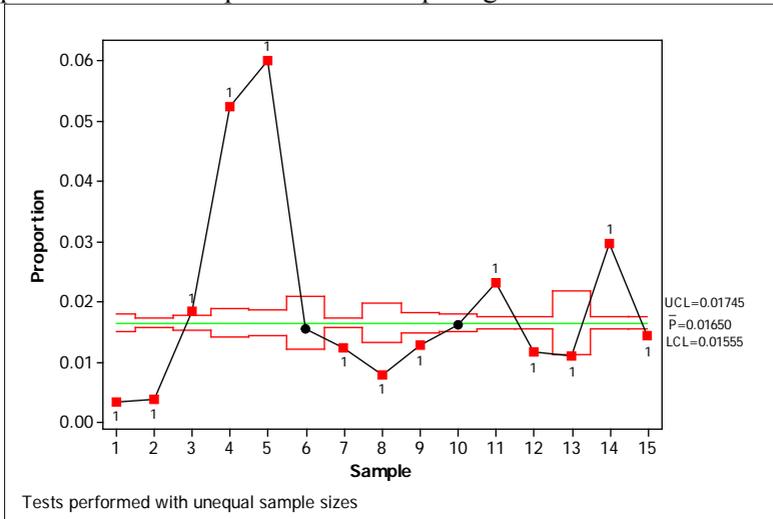
Untuk mengetahui peta kendali p pada periode pertama maka dibuat peta kendali periode pertama seperti gambar 4.2 dibawah ini.



Gambar 4.2 Peta Kendali p Data Proporsi Produk Cacat Botol Minuman pada Periode Pertama

Dari hasil analisis peta kendali p pada Gambar 4.2 dapat dilihat bahwa hanya ada 1 titik yang masuk dalam batas kendali yaitu pada titik kedua. Artinya proses pada periode pertama belum terkendali dengan rata-rata proporsi produk cacat sebesar 0,01530, batas kendali atas sebesar 0.01791 dan batas kendali bawah sebesar 0,01269.

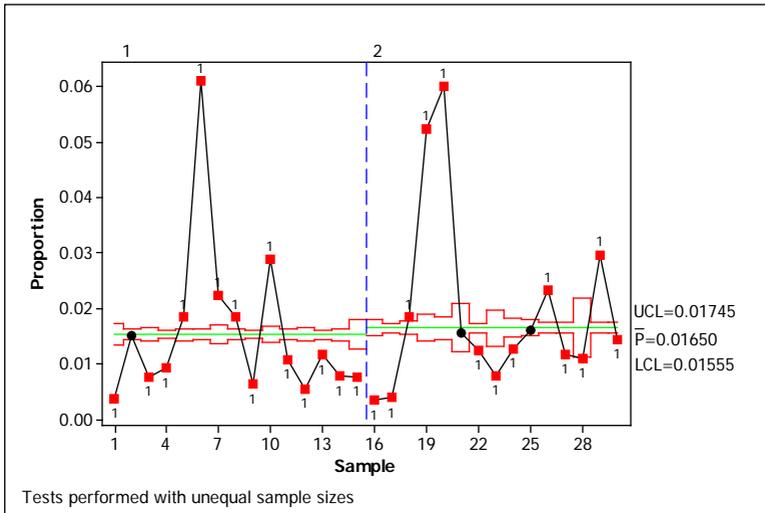
Setelah mengetahui analisis peta kendali pada periode pertama lalu membuat peta kendali pada periode kedua. Untuk mengetahui pengendalian proses pada periode kedua, maka dibuat peta kendali untuk periode kedua seperti gambar 4.3.



Gambar 4.3 Peta Kendali p Data Proporsi Produk Cacat Botol Minuman pada Periode Kedua

Hasil analisis peta kendali p pada periode kedua dapat dilihat pada Gambar 4.3. Dari hasil analisis peta kendali p pada gambar 4.3 dapat dilihat bahwa hanya ada 2 titik yang masuk dalam batas kendali. Artinya proses pada periode kedua belum terkendali dengan rata-rata proporsi produk cacat sebesar 0,01650, batas kendali atas sebesar 0.01745 dan batas kendali bawah sebesar 0,01555 pada titik ke 15. Rata-rata proporsi pada periode pertama sebesar 0,01530 sedangkan pada periode kedua sebesar 0,01650. Hal ini menunjukkan bahwa proporsi produk cacat semakin meningkat atau semakin tinggi pada periode kedua sehingga dapat disimpulkan tidak ada *continuous improvement* pada periode kedua. Gambar 4.4 merupakan gabungan peta kendali periode pertama dan kedua. Peta kendali periode pertama dan periode kedua digabung untuk mengetahui secara visual

proses produksi pada periode pertama maupun kedua. Apakah pada proses produksi periode kedua terdapat perubahan atau tidak.

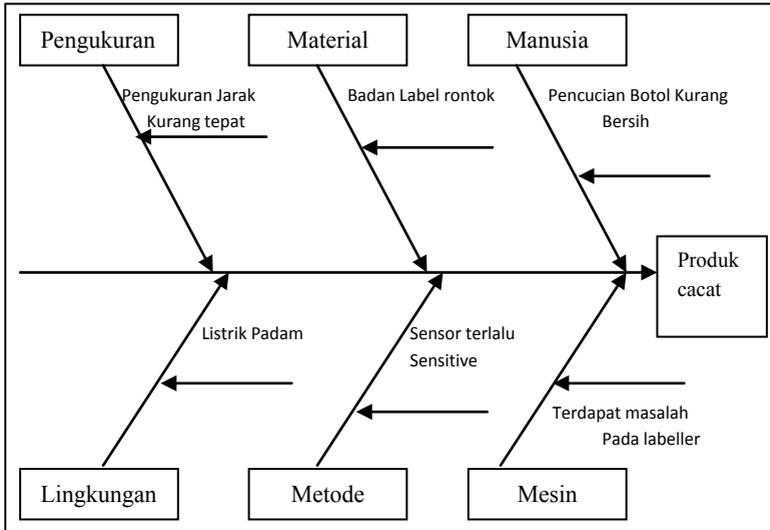


Gambar 4.4 Peta Kendali p Data Proporsi Produk Cacat Botol Minuman

Gambar 4.4 adalah peta kendali proporsi produk cacat gabungan periode pertama dan kedua. Hasil analisis peta kendali p pada data proporsi produk cacat botol minuman menunjukkan bahwa hampir semua proses berada diluar batas kendali (*out of control*) dengan rata-rata proporsi produk cacat sebesar 0,0165 pada fase kedua. Hal ini terjadi karena dipengaruhi nilai n yang besar dan terdapat perbedaan proporsi produk cacat pada masing-masing *shift*.

Untuk memperbaiki proses produksi maka perlu dilakukan identifikasi penyebab titik keluar batas kendali atas yaitu pada titik ke 5, 6, 7, 8, 10, 18, 19, 20, 26, 29. Identifikasi penyebab titik keluar batas kendali hanya dilakukan pada titik yang keluar batas kendali atas saja karena semakin kecil proporsi produk cacat maka proses tersebut dapat dikatakan tidak mempunyai masalah. Oleh karena itu, tidak dilakukan identifikasi penyebab proses

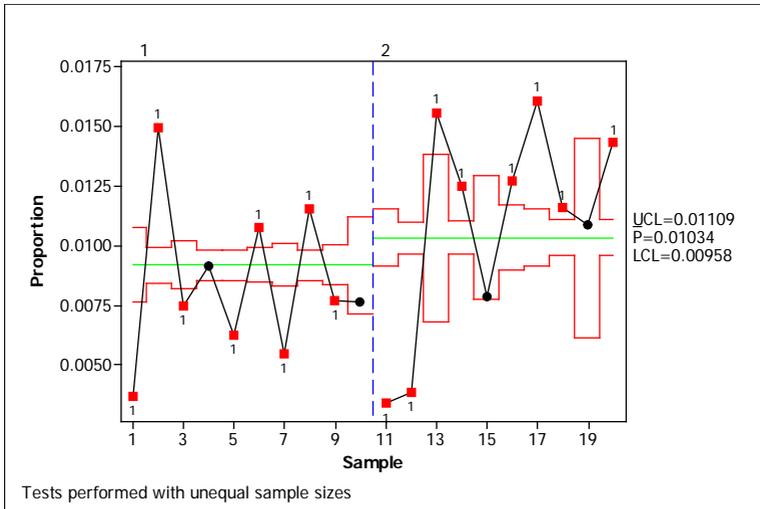
keluar batas kendali bawah. Gambar 4.5 merupakan diagram sebab akibat untuk mengetahui mengapa pada titik-titik tersebut proses tidak terkendali.



Gambar 4.5 Diagram Sebab Akibat

Setelah mengetahui penyebab titik-titik tersebut keluar dari batas kendali atas, maka dilakukan perhitungan untuk membuat peta kendali p yang baru dengan mengeluarkan titik-titik yang keluar dari batas kendali atas. Berikut merupakan peta kendali yang telah direvisi dengan mengeluarkan titik-titik yang keluar dari batas kendali atas pada Gambar 4.6.

Pada gambar 4.6 dapat diketahui bahwa proses belum terkendali karena masih terdapat titik-titik yang keluar dari batas kendali baik pada periode pertama maupun pada periode kedua. Namun karena penyebab titik keluar batas kendali telah diketahui, maka dapat dilakukan perhitungan untuk analisis kapabilitas proses walaupun data tidak terkendali. Akan tetapi, analisis kapabilitas proses dilakukan hanya untuk melihat nilai persen defektif saja karena syarat suatu proses dikatakan kapabel adalah proses tersebut terkendali secara statistik.



Gambar 4.6 Peta Kendali p Data Proporsi Produk Cacat Botol Minuman Setelah Revisi

Tabel 4.2 merupakan tabel nilai indeks kapabilitas berdasarkan distribusi Binomial

Tabel 4.2 Nilai Indeks Kapabilitas Distribusi Binomial

Indeks	Nilai Indeks
% Defective	0,97
Lower CI	0,96
Upper CI	0,98
Target	5,00
PPM Defektif	9676
Lower CI	9546
Upper CI	9807
Process Z	2,3387
Lower CI	2,3336
Upper CI	2,3437

Berdasarkan hasil analisis kapabilitas proses pada Tabel 4.2, terlihat bahwa pada analisis kapabilitas proses distribusi Binomial memiliki persen defektif sebesar 0,97 persen dengan batas bawah 0,95 persen dan batas atas 0,98 persen. Sedangkan nilai Ppm defektif sebesar 9676 artinya dalam satu juta produk

Binomial, dengan parameter p merupakan rata-rata dari distribusi Beta. Parameter p diperoleh dari nilai rata-rata distribusi Beta yaitu 0,01904. Nilai rata-rata diperoleh melalui perhitungan menggunakan parameter-parameter distribusi Beta yang telah didapatkan yaitu:

$$\alpha=0.40082$$

α : parameter bentuk (eksponen variabel random)

$$\beta=1.2304$$

α : parameter bentuk (pengontrol bentuk distribusi)

$$a=0.00337$$

$$b=0.06713$$

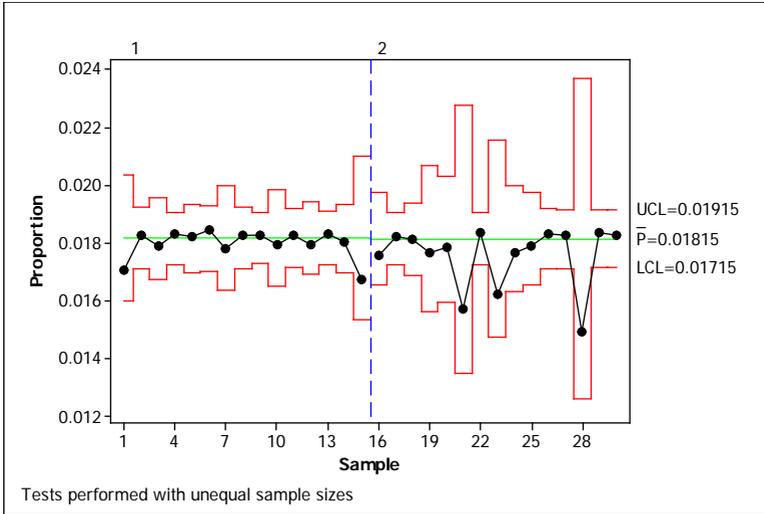
$$Y=\text{binocdf}(x,n,p)$$

$$y = F(x | n, p) = \sum_{i=0}^x \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$$

Sehingga inversnya adalah $x = \text{binoinv}(Y,n,p)$

Penghitungan invers distribusi Binomial dilakukan dengan menggunakan *software* MATLAB R2008a pada Lampiran 9 dengan n =total produk dan p =0,01904 (rata-rata distribusi Beta berdasarkan persamaan (2.26)), sehingga diperoleh hasil seperti pada Lampiran 5. Kemudian membuat peta kendali berdasarkan distribusi Beta Binomial dengan data pada Lampiran 5.

Gambar 4.8 merupakan peta kendali berdasarkan distribusi Beta Binomial. Berdasarkan gambar 4.8 terlihat bahwa proses telah terkendali secara statistik. Jumlah produksi yang tidak konstan mengakibatkan batas kendali atas dan batas kendali bawah yang tidak konstan pula. Berdasarkan hasil peta kendali berbasis distribusi Beta Binomial, tidak ada proporsi yang keluar dengan batas kendali atas = 0,01915 dan batas kendali bawah = 0,01715. Berdasarkan hasil peta kendali individu data proporsi produk cacat dengan batas kendali atas = 0,03194 dan batas kendali bawah = 0,00559, dengan panjang selang $0,3194 - 0,00559 = 0,2635$ lebih lebar bila dibandingkan dengan data proporsi produk cacat Beta Binomial yang hanya memiliki panjang selang $0,01915 - 0,01715 = 0,002$.



Gambar 4.8 Peta Kendali Beta Binomial Data Proporsi Produk Cacat Botol Minuman

Hal ini berarti peta kendali Beta Binomial dapat mengatasi permasalahan pada peta kendali p karena nilai dugaannya lebih halus. Hasil dari peta kendali berbasis distribusi Beta Binomial menunjukkan bahwa proses telah terkendali secara statistik sehingga dapat dilakukan analisis kapabilitas proses untuk mengetahui apakah proses tersebut telah kapabel.

4.6 Analisis Kapabilitas Proses Distribusi Beta Binomial

Analisis kapabilitas proses dapat digunakan antara lain untuk memperkirakan seberapa baik proses akan memenuhi toleransi, membantu pengembangan perancangan produk dalam memilih atau mengubah proses, dan mengurangi variabilitas dalam proses produksi. Setelah proses terkendali, maka langkah selanjutnya adalah melakukan analisis kapabilitas proses pada data yang telah terkendali.

Analisis kapabilitas proses dilakukan dengan distribusi Beta Binomial karena proses produksi pada peta kendali berbasis distribusi Beta Binomial telah terkendali secara statistik dan proses produksi pada peta kendali p tidak terkendali. Analisis

kapabilitas proses dilakukan pada data yang telah terkendali karena salah satu syarat suatu proses dikatakan kapabel adalah apabila prosesnya terkendali secara statistik. Terdapat dua variabel yang dapat digunakan untuk menghitung dan mengekspresikan ukuran-ukuran berbasis peluang *defect*, yaitu DPO (*Defect per Opportunity*) dan DPMO (*Defect per Million Opportunity*). Hasil analisis kapabilitas proses distribusi Beta Binomial diberikan pada gambar 4.9 dibawah ini.

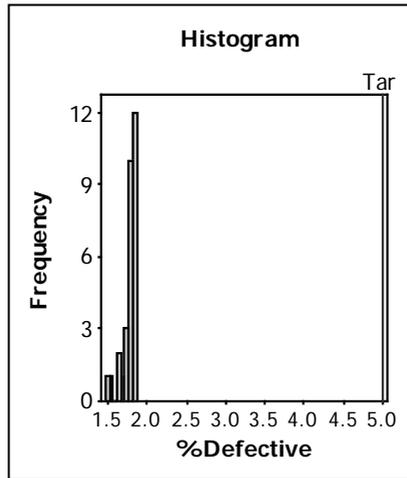
Tabel 4.3 Nilai Indeks Kapabilitas Distribusi Beta Binomial

Indeks	Nilai Indeks
% Defective	1,82
Lower CI	1,80
Upper CI	1,83
Target	5,00
PPM Defektif	18172
Lower CI	18021
Upper CI	18324
Process Z	2,0931
Lower CI	2,0897
Upper CI	2,0964

Tabel 4.3 merupakan hasil analisis kapabilitas proses distribusi Beta Binomial, terlihat bahwa pada analisis kapabilitas proses distribusi Beta Binomial memiliki persen defektif sebesar 1,82 persen dengan batas bawah 1,80 persen dan batas atas 1,83 persen. Dengan target sebesar 5 persen maka dapat disimpulkan bahwa proses dapat dikatakan telah kapabel karena persen defektif jauh lebih kecil dibandingkan dengan nilai target. Sedangkan nilai Ppm defektif sebesar 18172 artinya dalam satu juta produk ada sekitar 18172 produk yang cacat/tidak sesuai, dengan batas bawah sebesar 18021 dan batas atas sebesar 18324 produk. Hasil ini menunjukkan bahwa dengan analisis kapabilitas proses distribusi Beta Binomial memiliki nilai persen defektif dengan selang sebesar 303 per satu juta produk.

Dan untuk nilai z didapatkan nilai 2,0931 sedangkan untuk nilai z_{tabel} dengan alfa 5% di dapatkan nilai 1,96 sehingga dapat diputuskan untuk tolak H_0 karena $|z_{\text{hitung}}| > z_{\text{tabel}}$. Dengan demikian

dapat disimpulkan bahwa proses produksi minuman pada PT. X Tbk sudah baik atau sudah sesuai dengan standar kualitas.



Gambar 4.9 Analisis kapabilitas proses berbasis distribusi Beta Binomial

Berdasarkan gambar histogram dapat dilihat bahwa proporsi produk cacat berada jauh dibawah batas spesifikasi (nilai target).

Untuk mengetahui nilai indeks kapabilitas maka dihitung nilai Pp , Ppu , Ppl , dan Ppk . Perhitungan nilai indeks Pp dilakukan dengan menggunakan persamaan (2.15) dengan batas spesifikasi atas perusahaan sebesar 0,05 atau 5% sedangkan batas spesifikasi bawah perusahaan adalah 0. Berikut adalah perhitungan nilai indeks Pp .

$$\begin{aligned}
 Pp &= \frac{USL - LSL}{X_{0,99865} - X_{0,00185}} \\
 &= \frac{0,05 - 0}{0,0184 - 0,01492} = 14,2045
 \end{aligned}$$

Sedangkan untuk nilai indeks kapabilitas yang lain dapat dilihat pada Tabel 4.4 sebagai berikut.

Tabel 4.4 Nilai Indeks Kapabilitas

Indeks	Nilai Indeks
Pp	14,20
Ppu	113,71
Ppi	5,60
Ppk	5,60

Berdasarkan Tabel 4.4 diatas, nilai Pp sebesar 14,2 artinya lebar proses lebih kecil daripada lebar spesifikasi sedangkan nilai Ppk sebesar 5,60 artinya semua data berada dalam batas spesifikasi.

Berdasarkan hasil analisis dapat dilihat bahwa analisis kapabilitas berdasarkan distribusi Binomial hanya dapat dilakukan untuk mengetahui nilai persen *defective* dan hasilnya adalah proses tidak kapabel karena proses belum terkendali. Sedangkan berdasarkan analisis kapabilitas proses distribusi Beta Binomial didapatkan hasil bahwa proses telah kapabel.

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis, kesimpulan yang dapat diambil pada penelitian ini adalah:

1. Pada hasil pengujian 3 proporsi didapatkan hasil bahwa proporsi produk cacat pada *shif* 1, *shif* 2, dan *shif* 3 berbeda secara signifikan. Begitu pula saat dilakukan uji perbedaan 2 proporsi, hasil analisis menunjukkan bahwa ada perbedaan antara *shif* 1 dan *shif* 2, *shif* 1 dan *shif* 3 serta *shif* 2 dan *shif* 3. Proporsi produk cacat tertinggi adalah pada *shif* 2 sebesar 0,20155 sedangkan proporsi produk cacat terendah adalah pada *shif* 3 sebesar 0,013289.
2. Pada hasil analisis peta kendali p diketahui bahwa proses tidak terkendali secara statistik sehingga analisis kapabilitas proses dilakukan hanya untuk mengetahui nilai persen cacat dan PPM defektif. Pada hasil analisis peta kendali berbasis distribusi Beta Binomial diketahui bahwa proses telah terkendali secara statistik karena nilai dugaan dari distribusi Beta Binomial lebih halus sehingga analisis kapabilitas proses dapat dilakukan.
3. Hasil dari analisis kapabilitas berdasarkan distribusi binomial adalah proses tidak kapabel karena proses tidak terkendali secara statistik dengan nilai persen cacat sebesar 0,97% dan nilai Ppm defektif sebesar 9676 artinya dalam satu juta produk ada sekitar 9676 produk yang cacat/tidak sesuai. Berdasarkan hasil analisis kapabilitas, berdasarkan distribusi Beta Binomial diketahui bahwa proses sudah baik atau sudah sesuai dengan standar kualitas dilihat dari nilai z. Berdasarkan nilai indeks kapabilitas, didapatkan nilai Pp sebesar 14,20 artinya lebar proses lebih kecil daripada lebar spesifikasi sedangkan nilai Ppk sebesar 5,60 artinya semua data berada dalam batas spesifikasi.

5.2 Saran

Saran untuk perbaikan dalam penelitian selanjutnya adalah peta kendali berdasarkan distribusi Beta Binomial dapat digunakan apabila proporsi produk cacat tidak konstan sehingga proporsi produk cacat mempunyai distribusi Beta. Peta kendali berdasarkan distribusi Beta Binomial dapat digunakan karena nilai dugaannya lebih halus. Agar lebih mengetahui distribusi prior yang tepat maka sebaiknya mencoba beberapa distribusi prior untuk parameter distribusi Binomial. Serta perlu dilakukan pengkajian ulang untuk peta kendali Bayesian.

LAMPIRAN

Lampiran 1. Data Proporsi produk cacat pada Shift 1

No	Tanggal	SHIFT 1			
		Baik	Total	Cacat	p
1	02-01-14	33499	33623	124	0.003688
2	03-01-14	138367	140472	2105	0.014985
3	17-01-14	80359	80965	606	0.007485
4	18-01-14	195806	197618	1812	0.009169
5	30-01-14	113316	115438	2122	0.018382
6	05-02-14	63544	63759	215	0.003372
7	08-02-14	199623	200396	773	0.003857
8	10-02-14	100404	102281	1877	0.018351
9	20-02-14	24034	25363	1329	0.052399
10	21-02-14	31556	33571	2015	0.060022

Lampiran 2. Data Proporsi produk cacat pada Shift 2

No	Tanggal	SHIFT 2			
		Good	Total	Cacat	p
1	02-01-14	117263	124884	7621	0.061025
2	03-01-14	47492	48574	1082	0.022275
3	04-01-14	136754	139310	2556	0.018348
4	17-01-14	202310	203583	1273	0.006253
5	18-01-14	54906	56539	1633	0.028883
6	29-01-14	7320	7436	116	0.0156
7	30-01-14	191996	194421	2425	0.012473
8	04-02-14	13615	13723	108	0.00787
9	07-02-14	47786	48402	616	0.012727
10	08-02-14	62659	63684	1025	0.016095

Lampiran 3. Data Proporsi produk cacat pada Shift 3

No	Tanggal	SHIFT 3			
		Good	Total	Cacat	p
1	02-01-14	156350	158050	1700	0.010756
2	04-01-14	103993	104564	571	0.005461
3	17-01-14	187334	189526	2192	0.011566
4	29-01-14	112740	113616	876	0.00771
5	30-01-14	19762	19914	152	0.007633
6	04-02-14	144917	148366	3449	0.023247
7	07-02-14	154173	155982	1809	0.011597
8	12-02-14	5172	5229	57	0.010901
9	22-02-14	152001	156654	4653	0.029702
10	26-02-14	158822	161129	2307	0.014318

Lampiran 4. Data Proporsi Produk Cacat Untuk Peta Kendali P

No	Tanggal	Baik	Total	Cacat	p
1	02-01-14	33499	33623	124	0.003688
2	03-01-14	138367	140472	2105	0.014985
3	17-01-14	80359	80965	606	0.007485
4	18-01-14	195806	197618	1812	0.009169
5	30-01-14	113316	115438	2122	0.018382
6	02-01-14	117263	124884	7621	0.061025
7	03-01-14	47492	48574	1082	0.022275
8	04-01-14	136754	139310	2556	0.018348
9	17-01-14	202310	203583	1273	0.006253
10	18-01-14	54906	56539	1633	0.028883
11	02-01-14	156350	158050	1700	0.010756
12	04-01-14	103993	104564	571	0.005461
13	17-01-14	187334	189526	2192	0.011566
14	29-01-14	112740	113616	876	0.00771
15	30-01-14	19762	19914	152	0.007633
16	05-02-14	63544	63759	215	0.003372
17	08-02-14	199623	200396	773	0.003857

Lampiran 4. Data Proporsi Produk Cacat Untuk Peta Kendali P
(Lanjutan)

18	10-02-14	100404	102281	1877	0.018351
19	20-02-14	24034	25363	1329	0.052399
20	21-02-14	31556	33571	2015	0.060022
21	29-01-14	7320	7436	116	0.0156
22	30-01-14	191996	194421	2425	0.012473
23	04-02-14	13615	13723	108	0.00787
24	07-02-14	47786	48402	616	0.012727
25	08-02-14	62659	63684	1025	0.016095
26	04-02-14	144917	148366	3449	0.023247
27	07-02-14	154173	155982	1809	0.011597
28	12-02-14	5172	5229	57	0.010901
29	22-02-14	152001	156654	4653	0.029702
30	26-02-14	158822	161129	2307	0.014318

Lampiran 5. Data proporsi produk cacat Beta Binomial

No	Cacat	Total	p
1	574	33623	0.017072
2	2564	140472	0.018253
3	1448	80965	0.017884
4	3620	197618	0.018318
5	2102	115438	0.018209
6	2303	124884	0.018441
7	865	48574	0.017808
8	2546	139310	0.018276
9	3723	203583	0.018287
10	1015	56539	0.017952
11	2885	158050	0.018254
12	19534	104564	0.186814
13	3474	189526	0.01833
14	2052	113616	0.018061
15	333	19914	0.016722
16	1122	63759	0.017598
17	3654	200396	0.018234

Lampiran 5. Data proporsi produk cacat Beta Binomial (Lanjutan)

18	1857	102281	0.018156
19	448	25363	0.017664
20	600	33571	0.017873
21	117	7436	0.015734
22	3567	194421	0.018347
23	223	13723	0.01625
24	855	48402	0.017665
25	1139	63684	0.017885
26	2721	148366	0.01834
27	2848	155982	0.018259
28	78	5229	0.014917
29	2881	156654	0.018391
30	2948	161129	0.018296

Lampiran 6. Output Minitab Uji 3 Proporsi

Pearson Chi-Square = 1853.647, DF = 2, P-Value = 0.000
Likelihood Ratio Chi-Square = 1781.496, DF = 2, P-Value = 0.000

Lampiran 7. Hasil Pengujian Distribusi Beta

Anderson-Darling					
Sample Size	30				
Statistic	1.7815				
Rank	31				
α	0.2	0.1	0.05	0.02	0.01
Critical Value	1.3749	1.9286	2.5018	3.2892	3.9074
Reject?	Yes	No	No	No	No

Lampiran 7. Hasil Pengujian Distribusi Beta (Lanjutan)

EasyFit - Beta - [Fit2]

File Edit View Analyze Options Tools Window Help

f F S h H PP QQ Dif

Project Tree

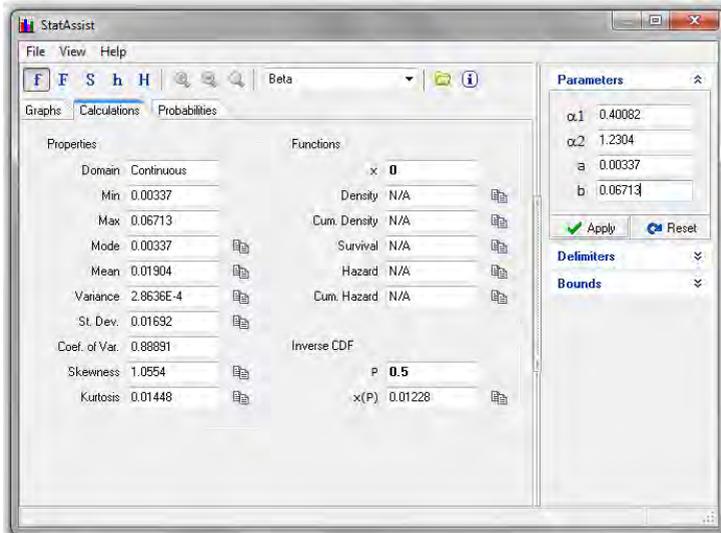
- Data Tables
 - Table1
 - Table2
 - Table3
- Results
 - Fit1
 - FR2

Graphs Summary Goodness of Fit

Fitting Results

#	Distribution	Parameters
1	Beta	$\alpha_1=0.40082$ $\alpha_2=1.2304$ $a=0.00337$ $b=0.06713$
2	Burr	$k=0.76169$ $\alpha=2.6362$ $\beta=0.01093$
3	Burr (4P)	$k=4.9501$ $\alpha=0.98521$ $\beta=0.05844$ $\gamma=0.00337$
4	Cauchy	$\sigma=0.00498$ $\mu=0.01182$
5	Dagum	$k=1.6655$ $\alpha=2.0424$ $\beta=0.00911$
6	Dagum (4P)	$k=0.23431$ $\alpha=0.75017$ $\beta=0.80015$ $\gamma=0.00337$
7	Erlang	$m=1$ $\beta=0.01335$
8	Error	$k=1.0$ $\sigma=0.0153$ $\mu=0.01754$
9	Error Function	$h=46.212$
10	Exponential	$\lambda=57.018$
11	Exponential (2P)	$\lambda=70.59$ $\gamma=0.00337$
12	Fatigue Life	$\alpha=0.79183$ $\beta=0.01339$
13	Fatigue Life (3P)	$\alpha=0.93084$ $\beta=0.01128$ $\gamma=0.00137$
14	Frechet	$\alpha=1.5588$ $\beta=0.00885$
15	Frechet (3P)	$\alpha=2.3601$ $\beta=0.01549$ $\gamma=-0.00556$
16	Gamma	$\alpha=1.3138$ $\beta=0.01335$
17	Gamma (3P)	$\alpha=0.71404$ $\beta=0.01801$ $\gamma=0.00337$
18	Gen. Extreme Value	$k=0.34556$ $\sigma=0.00692$ $\mu=0.01$

Lampiran 8. Hasil Perhitungan Rata-Rata Distribusi Beta



Lampiran 9. Sintax Matlab untuk Data Proporsi Cacat Beta Binomial

```
>>y1=[0.003688,0.014985,0.007485,0.009169,0.018382,0.061025,
0.022275,0.018348,0.006253,0.028883,0.010756,0.005461,0.0115
66,0.00771,0.007633,0.003372,0.003857,0.018351,0.052399,0.060
022,0.0156,0.012473,0.00787,0.012727,0.016095,0.023247,0.0115
97,0.010901,0.029702,0.014318]
```

```
y1 =
```

```
Columns 1 through 15
```

```
0.0037 0.0150 0.0075 0.0092 0.0184 0.0610 0.0223
0.0183 0.0063 0.0289 0.0108 0.0055 0.0116 0.0077
0.0076
```

Lampiran 9. Sintax Matlab untuk Data Proporsi Cacat Beta Binomial (Lanjutan)

Columns 16 through 30

```

0.0034 0.0039 0.0184 0.0524 0.0600 0.0156 0.0125
0.0079 0.0127 0.0161 0.0232 0.0116 0.0109 0.0297
0.0143

```

```

>>n=[33623,140472,80965,197618,115438,124884,48574,139310
,203583,56539,158050,104564,189526,113616,19914,63759,200
396,102281,25363,33571,7436,194421,13723,48402,63684,1483
66,155982,5229,156654,161129]

```

n =

Columns 1 through 12

```

33623 140472 80965 197618 115438 124884
48574 139310 203583 56539 158050 104564

```

Columns 13 through 24

```

189526 113616 19914 63759 200396 102281
25363 33571 7436 194421 13723 48402

```

Columns 25 through 30

```

63684 148366 155982 5229 156654 161129

```

Lampiran 9. Sintax Matlab untuk Data Proporsi Cacat Beta Binomial (Lanjutan)

```
>> binoinv(y1,n,0.01904)

ans =

Columns 1 through 12

    574    2564    1448    3620    2102    2303    865
2546    3723    1015    2885    1879

Columns 13 through 24

    3474    2052    333    1122    3654    1857    448
600    117    3567    223    855

Columns 25 through 30

    1139    2721    2848    78    2881    2948
```

Lampiran 10. Hasil Pengujian perbedaan proporsi *shift* 1 dan *shift* 2

```
Test and CI for Two Proportions

Sample      X      N  Sample p
1      12978 993486  0.013063
2      18455 900556  0.020493

Difference = p (1) - p (2)
Estimate for difference:  -0.00742980
95% CI for difference:  (-0.00779787, -0.00706173)
Test for difference = 0 (vs not = 0):  Z = -39.56
P-Value = 0.000

Fisher's exact test: P-Value = 0.000
```

Lampiran 11. Hasil Pengujian perbedaan proporsi *shift* 1 dan *shift* 3

Test and CI for Two Proportions

Sample	X	N	Sample p
1	12978	993486	0.013063
2	17766	1213030	0.014646

Difference = p (1) - p (2)

Estimate for difference: -0.00158288

95% CI for difference: (-0.00189199, -0.00127376)

Test for difference = 0 (vs not = 0): Z = -10.04

P-Value = 0.000

Fisher's exact test: P-Value = 0.000

Lampiran 12. Hasil Pengujian perbedaan proporsi *shift* 2 dan *shift* 3

Test and CI for Two Proportions

Sample	X	N	Sample p
1	18455	900556	0.020493
2	17766	1213030	0.014646

Difference = p (1) - p (2)

Estimate for difference: 0.00584693

95% CI for difference: (0.00548454, 0.00620932)

Test for difference = 0 (vs not = 0): Z = 31.62

P-Value = 0.000

Fisher's exact test: P-Value = 0.000

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

DAFTAR PUSTAKA

- Ariani. (2004). *Pengendalian Kualitas Statistik (Pendekatan Kuantitatif Dalam Manajemen Kualitas)*. Yogyakarta: ANDI.
- Bolstad, W. M. 2007. *Introduction to Bayesian Statistics Second Edition*. A John Wiley & Sons. Inc; America.
- Box, G. E. P & Tiao, G. C. 1973. *Bayesian Inference in Statistical Analysis*. Addison-Wesley Publishing Company, Inc; Philippines.
- Gange, S. J., & Monoz, A. (1996). Use of the Beta-Binomial Distribution to Model Effect of policy Change on Appropriateness of Hospital Stays. *Applied Statistics* , 371-382.
- Gasperz, V. (2004). *Production Planning and Inventory Control*. Jakarta: PT. Gramedia Pustaka Umum.
- Griffiths, D. A. (1973). Maximum Likelihood Estimation for the Beta-Binomial Distribution and An Application to the Household Distribution of the Total Number of Cases of A Disease. *Biometrics* , 637-648.
- Hardjosoedarmo, S. (1996). *Dasar-Dasar Total Quality Management*. Yogyakarta: Andi.
- Kupper, L. L., & Haseman, J. K. (1978). The Use of a Correlated Binomial Model for the Analysis of Certain Toxicological Experiments. *Biometrics* , 69-76.
- Montgomery, D. C. (2009). *Statistical Quality Control: A Modern Introduction (Sixth Edition)*. United States: John Wiley and Sons (Asia) Pte.Ltd.
- Permadi, H. (2011). *Pengembangan Grafik Pengendali dan Analisis Kemampuan Proses Berbasis Distribusi Beta*

- Binomial*. Penelitian Fundamental Universitas Negeri Malang. Tidak Dipublikasikan.
- Permadi, H. (2002). *Perbandingan Distribusi Binomial dan Distribusi Beta Binomial Menggunakan Struktur Perkalian Distribusi pada Analisis Kelulusan Mahasiswa Jurusan Matematika FMIPA UM*. Tugas Akhir Program Magister Program Pasca Sarjana. Surabaya.
- Prentice, R. L. (1986). Binary Regression Using an Extended Beta-Binomial Distributin, With Discussion Of Corelation Induced by Covariate Measurement errors. *Journal of the American Statistical Association* , 321-327.
- Spiegel. (2004). *Statistik*. Jakarta: Erlangga.
- Susiswo. (2009). *Statistika Matematis*. Malang: UM Press.
- Walpole, R. E. (1992). *Pengantar Statistika*. Jakarta: PT. Gramedia Pustaka Utama.
- William, D. A. (1982). Extra-binomial Variation in Logistics Linear Models. *Applied Statistics* , 144-148.
- William, D. A. (1975). The Analysis of Binary Response from Toxicological Experiments Involving Reproduction and Teratogenity. *Biometrics* , 949-952.

BIODATA PENULIS



Theta Fisheranika Permadi lahir di Malang pada 21 September 1993. Putri sulung dari Hendro Permadi dan Kuswanti Setyopertiwi ini mempunyai hobi traveling. Penulis telah menempuh pendidikan formal di SDN Kauman I Malang, SMPN 3 Malang, dan SMAN 1 Malang. Penulis melanjutkan ke jenjang perguruan tinggi yaitu di jurusan Statistika ITS melalui SNMPTN undangan. Semasa

perkuliahan, penulis aktif di organisasi Forum Studi Islam Statistika (FORSIS) serta aktif dalam berbagai kegiatan kepanitiaan di lingkup kampus. Prestasi keilmiah yang pernah dicapai adalah mendapatkan hibah DIKTI untuk Program Kreativitas Mahasiswa Keilmiah pada tahun keempat. Penulis selalu berpedoman pada prinsip yaitu *success needs a process. So, work hard, play hard and pray.*

Untuk berdiskusi lebih lanjut mengenai tugas akhir, hubungi penulis melalui:

Email: fisheranika.statistika11@gmail.com

Twitter: @tettacilik

Facebook: Tetta Fisheranika