



TUGAS AKHIR - SS141501

**PENGONTROLAN PROSES PENGOLAHAN AIR
PADA *COOLING WATER* DI PT.XYZ
MENGUNAKAN DIAGRAM KONTROL MEWMA
DAN MEWMV**

**WINDY HILDAYANI
NRP 1311 100 069**

**Dosen Pembimbing
Drs. Haryono, M.Sc**

**Program Studi S1 Statistika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2015**



FINAL PROJECT - SS141501

**WATER TREATMENT PROCESS CONTROL OF
COOLING WATER AT PT.XYZ USING MEWMA
AND MEWMV CONTROL CHART**

**WINDY HILDAYANI
NRP 1311 100 069**

**Supervisor
Drs. Haryono, M.Sc**

**Undergraduate Programme of Statistics
Faculty of Mathematics And Natural Science
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2015**

LEMBAR PENGESAHAN

**PENGONTROLAN PROSES PENGOLAHAN AIR
PADA *COOLING WATER* DI PT.XYZ MENGGUNAKAN
DIAGRAM KONTROL MEWMA DAN MEWMV**

TUGAS AKHIR

Diajukan Untuk Memenuhi Salah Satu Syarat
Memperoleh Gelar Sarjana Sains
pada

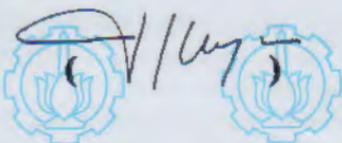
Program Studi S-1 Jurusan Statistika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Oleh :

WINDY HILDAYANI
NRP. 1311 100 069

Disetujui oleh Pembimbing Tugas Akhir :

Drs. Haryono, M.Sc
NIP. 19520919 197901 001



Mengetahui
Ketua Jurusan Statistika FMIPA-ITS


Dr. Muhammad Mashuri, MT
NIP. 19620408 198701 1 001

SURABAYA, JULI 2015

PENGONTROLAN PROSES PENGOLAHAN AIR PADA COOLING WATER DI PT.XYZ MENGUNAKAN DIAGRAM KONTROL MEWMA DAN MEWMV

Nama : Windy Hildayani
NRP : 1311 100 069
Jurusan : Statistika
Pembimbing : Drs. Haryono, M.Sc

Abstrak

Sumber daya air di Indonesia semakin langka karena penggunaan yang tidak optimal, oleh karena itu upaya penghematan air sangat diperlukan salah satunya yaitu dengan melakukan daur ulang air limbah untuk penggunaan Cooling Water. PT. XYZ merupakan sebuah perusahaan yang bergerak dalam bidang pengolahan air dimana pengontrolan dilakukan dengan menggunakan Cooling Water. Kualitas air diukur dengan variabel pH dan kekeruhan, dimana kedua variabel tersebut saling berkorelasi. Selama ini pengontrolan pH dan kekeruhan yang dilakukan oleh perusahaan menggunakan Generalized Variance dan T^2 -Hotelling tidak dapat mendeteksi pergeseran yang kecil. Berdasarkan hal tersebut, penelitian ini bertujuan untuk mengetahui pergeseran proses yang kecil pada pH dan kekeruhan yang tidak dapat dideteksi oleh diagram kontrol Generalized Variance dan T^2 -Hotelling, sehingga pengontrolan proses pH dan kekeruhan dilakukan dengan diagram kontrol MEWMV dan MEWMA. Hasil analisis menggunakan diagram kontrol MEWMV belum terkendali dengan $\lambda=0,4$ $\omega=0,3$ karena terdapat 8 titik yang out of control. Pada diagram kontrol MEWMA didapatkan hasil bahwa proses belum terkendali dengan pembobot $\lambda=0,4$ dengan 52 titik out of control. Hasil kapabilitas proses secara univariat untuk pH dan kekeruhan berturut-turut didapatkan hasil 0,1 dan 13,03 sehingga pH secara individu tidak kapabel tetapi kekeruhan sudah kapabel, sedangkan pada secara multivariat didapatkan hasil 1,131 sehingga secara multivariat sudah kapabel.

Kata Kunci : Air, Cooling Water, MEWMA, MEWMV, pH.

Halaman ini sengaja dikosongkan

WATER TREATMENT PROCESS CONTROL OF COOLING WATER AT PT.XYZ USING MEWMA AND MEWMV CONTROL CHART

Name : Windy Hildayani
NRP : 1311 100 069
Department : Statistics
Supervisor : Drs. Haryono, M.Sc

Abstract

Water resources in Indonesia are increasingly rare because of not maximally used, therefore water saving measures are very needful one of them is to recycle wastewater for Cooling Water. PT. XYZ is a company that works for water treatment purification and using Cooling Water to controlling. Water's quality was measured with pH and turbidity, both are mutually correlated variabel. During this time, pH and turbidity was controled using the Generalized Variance and T^2 -Hotelling control chart and it can not detect small shifts. Based on this, the goal from this research is to detect small shift process in pH and turbidity that can not be detected by the Generalized Variance and T^2 -Hotelling control chart, so that the pH and turbidity process control was performed by the MEWMV and MEWMA control chart. The results of analysis using MEWMV control chart is not in control with $\omega = 0.4$ $\lambda = 0.3$ because there are 8 points out of control. At MEWMA control chart showed that the process is not in control by $\lambda = 0.4$ with 52 points out of control. The results of univariate process performance capability for pH and turbidity its known that 0.1 and 13.03 so that individually are not capable but already capable at turbidity, whereas the multivariate analysis showed that performance capability indices is 1,131, so that multivariate performance capability already capable.

Keywords : Water, Cooling Water, pH, MEWMV, MEWMA.

Halaman ini sengaja dikosongkan

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT yang telah melimpahkan segala rahmat, taufik, hidayah, serta pertolongan-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan laporan Tugas Akhir yang berjudul “**Pengontrolan Proses Pengolahan Air pada *Cooling Water* di PT.XYZ Menggunakan Peta Kendali MEWMA dan MEWMV**” dengan baik dan lancar. Shalawat serta salam semoga dilimpahkan kepada Nabi Muhammad saw beserta keluarga dan sahabatnya yang telah menjadi suri tauladan yang baik.

Penulis menyadari bahwa pengerjaan laporan Tugas Akhir dari awal hingga akhir ini tidak lepas dari bantuan dan bimbingan berbagai pihak. Segala hormat dan terimakasih sebesar-besarnya penulis persembahkan untuk semua pihak yang telah membantu dan mendukung penulis dalam menyelesaikan laporan Tugas Akhir ini. Pada kesempatan kali ini, dengan segala kerendahan hati, penulis mengucapkan terimakasih kepada:

1. Kedua orang tua penulis, Bapak Surodjo,SH dan Ibu Titik Suryani serta adik-adik Nindy, Fikri, dan Ian yang tak henti-hentinya memberikan support moril dan material, penyemangat, pengorbanan, serta do'a untuk keberhasilan studi penulis.
2. Bapak Drs. Haryono, M.Sc selaku dosen pembimbing yang banyak mengarahkan, memberikan masukan, dan menumbuhkan ide selama proses penulisan laporan Tugas Akhir.
3. Bapak Drs. Muhammad Mashuri, MT selaku Ketua Jurusan Statistika dan dosen penguji, serta Ibu Dra. Sri Mumpuni, MT selaku dosen penguji yang banyak memberikan saran dan masukan demi kesempurnaan laporan Tugas Akhir.
4. Bapak Mujiaman Sukirno selaku yang telah memberikan banyak bantuan hingga dalam proses pengerjaan Tugas Akhir.
5. Teman-teman “Princess” Due Nashrunisa, Alfani Husna Ahlisa, Arrifa Ariani yang senantiasa memberikan nasehat

dan semangat, selalu menghibur, serta selalu ada saat suka duka dalam proses pengerjaan laporan Tugas Akhir.

6. Para pejuang lab. Industri Due, Fani, Ucup, Whilda, Theta, Nanda, Dova, Iلمان, Cicik, Aul, Diah yang memiliki kesamaan kisah suka duka.
7. Persatuan panitia SE Adika, Ucup, Diah, Due, Fani yang selalu menghibur dan membuat gaduh keceriaan selama sebelum SE hingga lulus, terimakasih atas kebersamaan ini.
8. Teman-teman terdekat Eyon, Fika, Yusman, Zul, Suwarno, Iلمان, Purwa, Cicik, Indry, Lia, dll yang selalu memberikan semangat, saran, nasehat dan keceriaan kepada penulis, serta mbak Johana yang selalu sedia membantu ditengah kesibukannya saat ada kebingungan dalam proses penulisan laporan Tugas Akhir .
9. Teman-teman sigma 22 dan para pejuang #112, warga HIMASTA-ITS serta sahabat-sahabat lainnya yang tidak bisa penulis sebutkan satu persatu atas semua bantuannya kepada penulis dalam menyelesaikan studi S1 di Jurusan Statistika ITS.

Tidak lupa penulis ucapkan terimakasih kepada seluruh pihak yang telah membantu. Tugas Akhir ini tentu saja tidak lepas dari kesalahan, oleh karena itu penulis mohon maaf atas segala kekurangan. Semoga Tugas Akhir ini dapat menjadi sarana pembelajaran semua pihak.

Surabaya, Juli 2015

Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	iii
ABSTRAK	v
ABSTRACT	vii
KATA PENGANTAR	ix
DAFTAR ISI	xi
DAFTAR TABEL	xiii
DAFTAR GAMBAR	xv
DAFTAR LAMPIRAN	xvii
BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Tujuan	4
1.4 Manfaat Penelitian	4
1.5 Batasan Masalah	4
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	
2.1 Pemeriksaan Asumsi Korelasi.....	5
2.2 Pemeriksaan Asumsi Multivariat Normal	6
2.3 <i>Multivariate Exponentially Weighted Moving Variance</i> (MEWMV).....	7
2.4 <i>Multivariate Exponentially Weighted Moving Average</i> (MEWMA).....	11
2.5 Kapabilitas Proses	13
2.6 Proses Produksi PT. XYZ	15
BAB III METODOLOGI PENELITIAN	
3.1 Sumber Data.....	21
3.2 Variabel Penelitian	21
3.3 Langkah Analisis.....	23
BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN	
4.1 Deskriptif Karakteristik Kualitas	27
4.2 Pemeriksaan Asumsi Korelasi Kualitas Air	29

4.3 Pemeriksaan Asumsi Normal Multivariat	29
4.4 Penerapan Diagram Kontrol MEWMV	30
4.5 Penerapan Diagram Kontrol MEWMA.....	35
4.6 Kapabilitas Proses pH dan kekeruhan	42

BAB V KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan	45
5.2 Saran.....	46

DAFTAR PUSTAKA

LAMPIRAN

DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 2.1	Struktur data pengamatan individual dengan p karakteristik 7
Tabel 3.1	Variabel yang digunakan dalam penelitian..... 21
Tabel 3.2	Struktur data dalam penelitian 23
Tabel 4.1	Deskripsi Karakteristik Kualitas 27
Tabel 4.2	Hasil Perhitungan Nilai Max-BKA pada MEWMV 33
Tabel 4.3	Hasil Perhitungan Nilai Max-BKA pada MEWMA 41
Tabel 4.4	Kapabilitas Proses Univariat..... 43
Tabel 4.5	Kapabilitas Proses Multivariat..... 44

Halaman ini sengaja dikosongkan

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 2.1	Pengontrolan <i>Cooling Water System</i> 15
Gambar 2.2	<i>Cooling Water System</i> 16
Gambar 2.3	Proses Makeup <i>Blowdown</i> di <i>Cooling Water</i> .. 17
Gambar 2.4	Proses Operasi pada <i>Cooling Water</i> 17
Gambar 2.5	Peta Proses Operasi <i>Cooling Water</i> 19
Gambar 3.1	Diagram Alir Penelitian..... 25
Gambar 4.1	<i>Boxplot</i> Karakteristik Kualitas pH..... 28
Gambar 4.2	<i>Boxplot</i> Karakteristik Kualitas Kekeruhan 28
Gambar 4.3	Diagram MEWMV $\omega=0,1$ $\lambda=0,1$ $L=2,872$ 30
Gambar 4.4	Diagram MEWMV $\omega=0,4$ $\lambda=0,4$ $L= 4,187$ 31
Gambar 4.5	Diagram MEWMV $\omega=0,3$ $\lambda=0,4$ $L=3,885$ 32
Gambar 4.6	Diagram MEWMV $\omega=0,3$ $\lambda=0,4$ $L=3,885$ Revisi 34
Gambar 4.7	Diagram MEWMA Pembobot 0,05 35
Gambar 4.8	Diagram MEMWA Pembobot 0,1 36
Gambar 4.9	Diagram MEWMA Pembobot 0,2 37
Gambar 4.10	Diagram MEWMA Pembobot 0,3 38
Gambar 4.11	Diagram MEWMA Pembobot 0,4 38
Gambar 4.12	Diagram MEWMA Pembobot 0,5 39
Gambar 4.13	Diagram MEWMA Pembobot 0,6 40
Gambar 4.14	Diagram MEWMA Pembobot 0,8 41

Halaman ini sengaja dikosongkan

BIOGRAFI PENULIS



Penulis yang biasa disapa Windy memiliki nama lengkap Windy Hildayani. Penulis merupakan anak pertama dari empat bersaudara yang lahir di Surabaya pada tanggal 24 Juli 1994 yang pernah menempuh pendidikan formal di TK Dharmawanita ITS Surabaya (1997-1999). SDN Kalisari II/513 Surabaya (1999-2005). SMP Negeri 19 Surabaya (2005-2008). SMA Negeri 20 Surabaya (2008-2011).

Setelah lulus SMA, penulis mendapat kesempatan masuk ke Jurusan Statistika ITS melalui jalur SNMPTN tulis dan tercatat sebagai mahasiswa Statistika 2011 dengan NRP 1311100069 dan bagian dari keluarga sigma22. Penulis yang sangat menggemari dan menekuni desain grafis dan *lettering* ini pernah aktif di berbagai kegiatan kemahasiswaan diantaranya sebagai staff PERS HIMASTA-ITS 2012-2013, Wakil Ketua Divisi PERS HIMASTA-ITS 2013-2014. Selain itu penulis juga mendapat kesempatan dan pengalaman menjadi asisten dosen mata kuliah Pengendalian Kualitas Statistik (PKS). Untuk saran, kritik, dan diskusi mengenai tugas akhir ini, penulis dapat dihubungi melalui email windyhilda@gmail.com

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Air adalah dasar dari kehidupan, namun air juga bisa menjadi perantara yang sempurna untuk menularkan penyakit ke seluruh Negara di dunia. Selain sebagai sarana mencapai kesehatan dan kesejahteraan, air juga sangat penting bagi lingkungan pertanian dan bisnis, aplikasi industri dan kimia, proses sanitasi, fasilitas rekreasi, dan pengolahan makanan. Pada kampanye PBB tahun 2010 yang bertajuk *Clean Water for a Healthy World*, menyatakan bahwa “kualitas air berdampak pada setiap orang dan gaya hidup kita berdampak terhadap kualitas air”. Program pelestarian air kini berfokus pada desakan bagi manusia menjadi penjaga utama agar air tetap bersih dan sehat dengan mengurangi pencemaran. Hal ini sangat penting mengingat gaya hidup manusia telah menyebabkan kerusakan dan terkurasnya sumber air di bumi (HDIPure, 2013).

Hartono dalam Samekto (2010), menyatakan bahwa sumber daya air di Indonesia dihitung sebesar 6% di dunia atau sekitar 21% dari total sumber daya air di Asia Pasifik. Secara nasional, ketersediaan air di Indonesia mencapai 694 Milyar meter kubik pertahun. Jumlah ini pada dasarnya adalah potensi yang dapat dimanfaatkan, namun faktanya baru sekitar 23 persen yang sudah dimanfaatkan, 20 persen dari pemanfaatan digunakan untuk memenuhi kebutuhan air baku rumah tangga, kota, dan industri, sedangkan 80 persen lainnya untuk irigasi.

Dalam perkembangannya, air menjadi sumber daya yang semakin langka dan hampir tidak ada sumber penggantinya. Meskipun Indonesia termasuk 10 negara kaya air, namun terdapat beberapa masalah yang masih terjadi dalam pemanfaatannya yaitu kekeringan, kerusakan lingkungan, terbatasnya jumlah air dan lain-lain, oleh karena itu upaya penghematan air sangat diperlukan. Salah satu upaya penghematan air yang dapat

dilakukan yaitu dengan melakukan daur ulang air limbah untuk digunakan pada air *Makeup Cooling Water*.

PT. XYZ merupakan sebuah perusahaan yang bergerak dalam bidang pengolahan air, aplikasi pengembangan proses, servis bahan kimia, dan perlengkapan untuk industri. PT. XYZ ini mempunyai beberapa strategi bisnis meliputi *water service*, *energy service*, dan *paper service*. Pada *water service*, pengontrolan dilakukan dengan menggunakan *cooling water*. Penggunaan *cooling water* secara terus menerus dengan menggunakan air daur ulang yang tidak terkontrol dapat menyebabkan timbulnya korosi, kerak, pengendapan, dan lain-lain, oleh karena itu harus terus dilakukan pengontrolan agar tidak terjadi gangguan yang tidak diinginkan. Antisipasi yang dapat dilakukan oleh PT. XYZ yaitu dengan mengontrol proses pada *cooling water* agar tidak terjadi korosi dan kerak. PT. XYZ memiliki berbagai parameter yang digunakan sebagai penentu kualitas air, akan tetapi terdapat 2 parameter yang paling penting dan pengukurannya bersifat multivariat yaitu kekeruhan dan pH. Pengambilan data dalam suatu proses di *cooling water* dilakukan dengan menggunakan mesin berteknologi A. Mesin A merupakan alat yang dapat digunakan untuk memonitoring proses dengan menggunakan sistem *on-line*.

Penerapan diagram kontrol MEWMA pernah diterapkan oleh Eshelman (2009) mengenai diagram kontrol MEWMS dan MEWMV untuk mengetahui sensitivitas keduanya dibandingkan dengan diagram kontrol MEWMA. Hasil yang diperoleh yaitu ketika pembobot naik menjadi 0,9, MEWMS dan MEWMV menunjukkan tingkat sensitivitas yang sama dengan MEWMA dalam mendeteksi rata-rata proses.

Sukmanita (2014) pernah melakukan penelitian penerapan diagram kontrol multivariat untuk memonitoring uji stabilitas jenis tablet antibiotik dengan 4 karakteristik kualitas. Hasil yang diperoleh yaitu pada penerapan diagram kontrol MEWMA dan MEWMV dengan pembobot ω dan λ masing-masing 0,1 menunjukkan bahwa variabilitas dalam keadaan *in control*.

Penelitian serupa dilakukan oleh Jayanti (2014) yang berjudul 'Penerapan Diagram Kontrol MEWMA dan MEWMV Pada Pengendalian Kualitas Air Produksi di Ipam Ngagel I'. Hasil yang diperoleh yaitu dengan $\lambda=0,1$ $\omega=0,3$ dan $L=3,6484$. Sedangkan pada diagram kontrol MEWMA diketahui bahwa $\lambda=0,6$ merupakan diagram kontrol yang paling sensitif.

PT. XYZ dihadapkan pada masalah air yang sering terjadi yaitu korosi, kerak, dan pengendapan yang terjadi pada *cooling water*. PT. XYZ ingin mengetahui apakah ada pergeseran proses air di *cooling water* tersebut karena air tersebut digunakan untuk pendinginan sistem. Apabila kualitas air tidak baik, maka akan berpengaruh terhadap kinerja mesin produksi. Diagram kontrol *multivariate exponentially weighted moving average* (MEWMA) dan *multivariate exponentially weighted moving variance* (MEWMV) merupakan alternatif yang baik untuk mengetahui adanya pergeseran yang sangat kecil pada proses pendinginan air di *cooling water*. Diagram kontrol ini lebih baik daripada diagram kontrol Shewhart karena pada diagram kontrol Shewhart hanya menggunakan informasi tentang proses yang terkandung dalam pengamatan terakhir, data yang lalu dan data yang baru diberi bobot yang sama, sehingga menyebabkan tidak dapat mendeteksi pergeseran yang sangat kecil (Montgomery, 2009).

Analisis dengan diagram kontrol MEWMA dan MEWMV ini diharapkan bisa memberikan manfaat bagi perusahaan yaitu bisa melakukan monitoring dan evaluasi terhadap pengolahan air di *cooling water*.

1.2 Rumusan Masalah

Selama ini pengendalian kualitas yang dilakukan di PT. XYZ menggunakan peta kendali *Generalized Variance* dan T^2 *Hotelling* tetapi diagram kontrol tersebut tidak dapat mendeteksi pergeseran yang kecil. Berdasarkan hal tersebut, sehingga diagram kontrol *Generalized Variance* dan T^2 *Hotelling* kurang sesuai untuk mengidentifikasi pergeseran data yang kecil. Diagram kontrol yang sesuai untuk mengontrol proses produksi

tersebut adalah diagram kontrol MEWMA dan MEWMV. Adapun permasalahan yang akan di selesaikan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Bagaimana pengontrolan proses air pada *cooling water* di PT. XYZ dengan menggunakan diagram kontrol MEWMV?
2. Bagaimana pengontrolan proses air pada *cooling water* di PT. XYZ dengan menggunakan diagram kontrol MEWMA?
3. Bagaimana kapabilitas proses pengolahan air pada *cooling water* di PT. XYZ ?

1.3 Tujuan

Adapun tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Mengontrol proses air pada *cooling water* di PT. XYZ dengan menggunakan diagram kontrol MEWMV dan MEWMA.
2. Menganalisis kapabilitas proses pengolahan air pada *cooling water* di PT. XYZ.

1.4 Manfaat

Manfaat yang didapatkan dari penelitian ini yaitu bisa menambah pengetahuan dan penerapan diagram kontrol MEWMA dan MEWMV serta kapabilitas proses multivariat di bidang industri. Selain itu membantu perusahaan untuk mengantisipasi lebih dini pergeseran proses pendinginan air pada *cooling water* agar korosi bisa diantisipasi.

1.5 Batasan Masalah

Batasan masalah dari penelitian ini yaitu data yang digunakan adalah data pada *cooling water* dengan pengukuran menggunakan mesin A pada variabel Kekeruhan dan pH serta hanya menggunakan satu fase.

BAB II TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Pemeriksaan Asumsi Korelasi

Uji korelasi adalah salah satu cara yang dapat dipakai untuk mencari hubungan antara dua variabel yang bersifat kuantitatif. Perhitungan korelasi dapat dilakukan dengan banyak cara, yaitu dengan melihat skala pengukuran variabel dan memperhatikan banyaknya variabel yang akan dihitung besarnya korelasi. Pada penelitian ini terdapat 2 karakteristik kualitas yang diteliti, sehingga perhitungan korelasi dapat dilakukan dengan menggunakan uji Pearson.

Tanda pada nilai korelasi menunjukkan arah dari hubungan antara dua variabel, bisa berkorelasi positif atau pun negatif. Berikut adalah hipotesis pengujian korelasi *Pearson* (Rodgers & Nicewander, 1998).

$H_0 : \rho = 0$ (tidak ada korelasi antar variabel)

$H_1 : \rho \neq 0$ (ada korelasi antar variabel)

Statistik Uji :

$$r = \frac{\sum_{i=1}^m (X_{1i} - \bar{X}_1)(X_{2i} - \bar{X}_2)}{\sqrt{\sum_{i=1}^m (X_{1i} - \bar{X}_1)^2 \times \sum_{i=1}^m (X_{2i} - \bar{X}_2)^2}}$$

dengan:

$i = 1, 2, \dots, m$

$m =$ jumlah pengamatan

H_0 ditolak apabila $p\text{-value} < \alpha$ yang artinya ada korelasi antar dua variabel karakteristik kualitas atau dapat dilihat kriteria r tabel yaitu Tolak H_0 jika r hitung $> r_{\alpha, df}$.

2.2 Pemeriksaan Asumsi Normal Multivariat

Distribusi normal multivariat merupakan distribusi yang dibentuk dari perluasan distribusi normal univariat untuk data multivariat. Sehubungan dengan banyaknya metode analisis multivariat yang berdasar pada asumsi ini, maka distribusi normal multivariat ini memiliki peranan yang sangat penting.

Misalkan $\mathbf{X}' = [\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_p]^T$ adalah vektor yang mengikuti distribusi multinormal dari pengamatan terhadap p variabel maka didapat fungsi padatan peluang untuk vektor \mathbf{X}' dengan bentuk :

$$f(\mathbf{X}) = (2\pi)^{-\frac{1}{2}p} |\Sigma|^{-\frac{1}{2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\mathbf{X} - \boldsymbol{\mu})^T \Sigma^{-1} (\mathbf{X} - \boldsymbol{\mu}) \right\}$$

dimana Σ^{-1} adalah invers matrik varian kovarian. Pada nilai Σ^{-1} diestimasi dengan \mathbf{S}^{-1} dan statistik uji yang digunakan sebagai berikut.

$$d_i^2 = (\mathbf{X}_i - \bar{\mathbf{X}})^T \mathbf{S}^{-1} (\mathbf{X}_i - \bar{\mathbf{X}})$$

dimana \mathbf{S}^{-1} adalah invers matrik varian kovarian yang berukuran p x p dengan elemen matriks

$$s_{jk} = \frac{\sum_{i=1}^m (X_{ij} - \bar{X}_j)(X_{ik} - \bar{X}_k)}{m-1}$$

Keterangan :

- i = 1,2,...,m
- j = 1,2,...,p
- k = 1,2,...,p
- p = jumlah karakteristik kualitas
- m = jumlah pengamatan

Tolak H_0 atau data tidak berdistribusi multivariat normal apabila terdapat kurang dari 50% jarak $d_i^2 \leq \chi_{(p;\alpha)}^2$ (Johnson & Winchern, 2007).

2.3 *Multivariate Exponentially Weighted Moving Variance (MEWMV)*

Diagram kontrol *multivariate exponentially weighted moving variance* (MEWMV) digunakan untuk memonitor sebuah proses dari segi variabilitas tanpa adanya asumsi tidak terjadi perubahan rata-rata proses selama periode pengontrolan berlangsung. Berikut ini merupakan struktur data diagram kontrol MEWMV.

Tabel 2.1 Struktur Data Pengamatan Individual dengan p Karakteristik

Pengamatan ke-i	Karakteristik Kualitas (k)					
	X_1	X_2	-	-	-	X_p
1	X_{11}	X_{12}	-	-	-	X_{1p}
2	X_{21}	X_{22}	-	-	-	X_{2p}
3	X_{31}	X_{32}	-	-	-	X_{3p}
-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-
m	X_{m1}	X_{m2}	-	-	-	X_{mp}
	\bar{X}_1	\bar{X}_2	-	-	-	\bar{X}_p

Diagram kontrol MEWMV berbeda dengan diagram kontrol variabilitas yang lain karena tidak membutuhkan asumsi rata-rata harus terkontrol selama periode pengamatan. Berikut ini merupakan struktur data dari diagram kontrol MEWMV dengan karakteristik sebanyak p dan jumlah sampel sebanyak m.

Diagram kontrol MEWMV dibangun untuk dapat mendeteksi secara sensitif terjadinya perubahan variabilitas tanpa dipengaruhi perubahan proses rata-rata. Diagram kontrol

multivariat dibangun dari persamaan berikut (Huwang & Arthur, 2007).

$$\mathbf{V}_m = \omega (\mathbf{X}_m - \mathbf{y}_m)(\mathbf{X}_m - \mathbf{y}_m)^T + (1 - \omega) \mathbf{V}_{m-1} \quad (2.1)$$

dimana $0 < \omega < 1$, $0 < \lambda < 1$, dan $\mathbf{V}_0 = (\mathbf{X}_1 - \mathbf{y}_1)(\mathbf{X}_1 - \mathbf{y}_1)^T$ dengan

$$\mathbf{y}_m = \lambda \mathbf{X}_m + (1 - \lambda) \mathbf{y}_{m-1} \quad (2.2)$$

Dengan \mathbf{y}_m merupakan estimasi untuk proses rata-rata pada waktu ke- m dari MEWMA.

Untuk mendeteksi terjadinya perubahan dalam matriks kovarian pertama kali harus mendefinisikan

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{X}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{X}_m \end{bmatrix}; \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{y}_m \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Dimana m merupakan banyaknya sampel pengamatan yang dilakukan dan p adalah banyaknya variabel karakteristik kualitas yang terlibat

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} (1 - \omega)^{m-1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \omega(1 - \omega)^{m-2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \vdots & 0 \\ \vdots & \vdots & 0 & \omega(1 - \omega) & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \omega \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

\mathbf{C} adalah matriks diagonal berukuran $m \times m$ dengan ω sebagai elemennya, ω merupakan bobot yang ditetapkan.

Berdasarkan persamaan (2.1) dan (2.2) diperoleh persamaan baru sebagai berikut.

$$\mathbf{V}_m = \sum_{i=1}^m \omega(1 - \omega)^{m-i} (\mathbf{X}_i - \mathbf{y}_i)(\mathbf{X}_i - \mathbf{y}_i)^T + (1 - \omega)^m \mathbf{V}_0$$

$$\mathbf{y}_m = \sum_{i=1}^m \lambda(1-\lambda)^{m-i} \mathbf{X}_i$$

$$\mathbf{X}_i - \mathbf{y}_i = (1-\lambda)\mathbf{X}_i - \lambda(1-\lambda)\mathbf{X}_{i-1} - \dots - \lambda(1-\lambda)^{i-1}\mathbf{X}_1;$$

$$i = 1, 2, \dots, m \quad (2.5)$$

dari persamaan (2.5), dilanjutkan dengan perhitungan:

$$\begin{aligned} (\mathbf{X} - \mathbf{Y}) &= \begin{bmatrix} (\mathbf{X}_1 - \mathbf{y}_1)^T \\ (\mathbf{X}_2 - \mathbf{y}_2)^T \\ \vdots \\ (\mathbf{X}_t - \mathbf{y}_t)^T \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1-\lambda & 0 & \dots & 0 \\ -\lambda(1-\lambda) & 1-\lambda & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\lambda(1-\lambda)^{m-1} & \dots & -\lambda(1-\lambda) & 1-\lambda \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_1^T \\ x_2^T \\ \vdots \\ x_m^T \end{bmatrix} \\ &= (\mathbf{I}_m - \mathbf{M})\mathbf{X} \end{aligned} \quad (2.6)$$

dengan \mathbf{I}_m adalah matriks identitas berukuran $m \times m$ dan \mathbf{M} adalah matriks segitiga bawah berukuran $m \times m$ dengan λ merupakan bobot yang telah ditetapkan.

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \lambda & 0 & \dots & 0 \\ \lambda(1-\lambda) & \lambda & \vdots & 0 \\ \vdots & \dots & \ddots & 0 \\ \lambda(1-\lambda)^{m-1} & \dots & \lambda(1-\lambda) & \lambda \end{bmatrix}$$

berdasarkan persamaan (2.6), maka dapat diperoleh

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_m &= (\mathbf{X} - \mathbf{Y})^T \mathbf{C}(\mathbf{X} - \mathbf{Y}) \\ &= \mathbf{X}^T (\mathbf{I}_m - \mathbf{M})^T \mathbf{C}(\mathbf{I}_m - \mathbf{M})\mathbf{X} \\ &= \mathbf{X}^T \mathbf{Q} \mathbf{X} \end{aligned} \quad (2.7)$$

Dimana \mathbf{Q} adalah matriks bujur sangkar dengan ukuran $m \times m$

$$\begin{aligned} \mathbf{Q} &= (\mathbf{I}_m - \mathbf{M})^T \mathbf{C}(\mathbf{I}_m - \mathbf{M}) \\ &= \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & \dots & q_{1m} \\ q_{21} & q_{22} & \vdots & q_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ q_{m1} & q_{m2} & \dots & q_{mm} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.8)$$

Berdasarkan persamaan (2.7) diperoleh

$$\text{tr}(\mathbf{V}_m) = \text{tr}(\mathbf{X}^T \mathbf{QX}) = \text{tr}(\mathbf{QXX}^T)$$

$$= \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & \cdots & q_{1m} \\ q_{21} & q_{22} & \cdots & q_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ q_{m1} & q_{m1} & \cdots & q_{mm} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^p x_{1k}^2 & \sum_{k=1}^p x_{1k} x_{2k} & \cdots & \sum_{k=1}^p x_{1k} x_{tk} \\ \sum_{k=1}^p x_{1k} x_{2k} & \sum_{k=1}^p x_{2k}^2 & \cdots & \sum_{k=1}^p x_{2k} x_{tk} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{k=1}^p x_{1k} x_{tk} & \sum_{k=1}^p x_{2k} x_{tk} & \cdots & \sum_{k=1}^p x_{tk}^2 \end{bmatrix}$$

Oleh karena itu didapatkan,

$$\begin{aligned} \text{tr}(\mathbf{V}_m) &= \sum_{j=1}^m q_{1j} \left(\sum_{k=1}^p x_{1k} x_{jk} \right) + \sum_{j=1}^m q_{2j} \left(\sum_{k=1}^p x_{2k} x_{jk} \right) + \cdots \\ &\quad \dots + \sum_{j=1}^m q_{mj} \left(\sum_{k=1}^p x_{mk} x_{jk} \right) \\ &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m q_{ij} \left(\sum_{k=1}^p x_{ik} x_{jk} \right) \end{aligned} \quad (2.9)$$

Saat $p=1$ persamaan $\text{tr}(\mathbf{V}_m)$ akan menjadi menjadi bentuk diagram kontrol EWMV. Saat proses dalam keadaan terkendali dapat ditunjukkan perhitungan untuk mendapatkan $E(\text{tr}(\mathbf{V}_m))$

$$\begin{aligned} E[\text{tr}(\mathbf{V}_m)] &= \sum_{i=1}^m q_{ii} E \left(\sum_{k=1}^p x_{ik}^2 \right) + \sum_{i=1}^m \sum_{j \neq i}^m q_{ij} E \left(\sum_{k=1}^p x_{ik} x_{jk} \right) \\ &= p \sum_{i=1}^m q_{ii} \\ &= p \times \text{tr}(\mathbf{Q}) \end{aligned} \quad (2.10)$$

Nilai $E[\text{tr}(\mathbf{V}_m)]$ pada persamaan (2.10) akan konvergen untuk

$$E(\text{tr}(\mathbf{V}_m)) = \frac{2p(1-\lambda)^2}{2-\lambda} \quad m \rightarrow \infty \quad \text{dan perhitungan } \text{Var}[\text{tr}(\mathbf{V}_m)]$$

sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \text{Var}[\text{tr}(\mathbf{V}_m)] &= \left[\sum_{i=1}^m q_{ii} \sum_{k=1}^p x_{ik}^2 + 2 \sum_{i=1}^m \sum_{j<1}^m q_{ij} \sum_{k=1}^p x_{ik} x_{jk} \right] \\ &= \sum_{i=1}^m q_{ii}^2 \text{Var} \left(\sum_{k=1}^p x_{ik}^2 \right) + 4 \sum_{i=1}^m \sum_{j<1}^m q_{ij}^2 \text{Var} \left(\sum_{k=1}^p x_{ik} x_{jk} \right) \\ &= 2p \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m q_{ij}^2 + 4p \sum_{i=1}^m \sum_{j<1}^m q_{ij}^2 \\ &= 2p \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m q_{ij}^2 \end{aligned} \quad (2.11)$$

Persamaan (2.11) akan menjadi batas yang memungkinkan untuk setiap m . Berdasarkan persamaan (2.9) pula didapatkan batas diagram kontrol berdasarkan $\text{tr}(\mathbf{V}_m)$ yaitu

$$\begin{aligned} &E[\text{tr}(\mathbf{V}_m)] \pm L \sqrt{\text{Var}[\text{tr}(\mathbf{V}_m)]} \\ &= p \times \text{tr}(\mathbf{Q}) \pm L \sqrt{2p \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m q_{ij}^2} \end{aligned} \quad (2.12)$$

Dimana L merupakan konstanta yang bergantung pada p (banyak karakteristik kualitas), nilai ω (*smoothing constant*) dan λ (pembobot) yang telah ditentukan sebelumnya, dimana nilai L penting untuk menentukan nilai ARL.

2.4 *Multivariate Exponentially Weighted Moving Average (MEWMA)*

Pengontrolan proses kualitas produksi dapat dilakukan dengan beberapa diagram kontrol. Pada penelitian ini digunakan diagram kontrol multivariat karena terdapat 2 karakteristik

kualitas yang diteliti. Diagram kontrol MEWMA digunakan untuk mendeteksi pergeseran rata-rata proses yang kecil pada data multivariat dengan sampel individual. Diagram kontrol MEWMA mengakumulasikan informasi yang didapat dari masa lampau, sehingga membuat diagram kontrol MEWMA lebih sensitif untuk mendeteksi pergeseran rata-rata yang kecil serta *robust* terhadap normal pada pengamatan individual (Stoumbos & Sullivan, 2002)

Diagram kontrol MEWMA bersifat *robust* terhadap distribusi normal, artinya apabila data yang diteliti tidak berdistribusi normal, maka diagram kontrol MEWMA masih bisa dilakukan. Perkembangan diagram kontrol MEWMA berdasarkan pada vektor observasi dengan rumus sebagai berikut (Montgomery, 2009).

$$\mathbf{Z}_i = \lambda \mathbf{X}_i + (1 - \lambda) \mathbf{Z}_{i-1} \quad (2.13)$$

dimana $0 \leq \lambda \leq 1$ dengan dan $Z_0=0$. Data di plot pada diagram kontrol adalah sebagai berikut.

$$T_i^2 = \mathbf{Z}_i^T \left[\sum_{z_i} \right]^{-1} \mathbf{Z}_i \quad (2.14)$$

Data dikatakan *out of control* apabila nilai T_i^2 lebih besar dari h_4 , dengan nilai $h_4 > 0$, nilai tersebut dipilih untuk mendapatkan ketetapan ARL yang dikontrol dengan matriks varians kovarians sebagai berikut.

$$\sum_{z_i} = \frac{\lambda}{2 - \lambda} \left[1 - (1 - \lambda)^{2i} \right] \Sigma \quad (2.15)$$

Keterangan:

$i = 1, 2, \dots, m$

$m =$ jumlah pengamatan

$\Sigma =$ matriks varian kovarian dari data

$h_4 =$ batas kontrol pada diagram MEWMA

$\lambda =$ pembobot

2.5 Kapabilitas Proses

Kapabilitas proses adalah aktivitas yang dilakukan untuk menilai keseluruhan proses. Kapabilitas proses mengacu pada keseragaman proses yang biasanya diukur dari keseragaman produk yang dihasilkan. Suatu proses disebut mempunyai kapabilitas jika proses tersebut menghasilkan *output* yang berada dalam batas spesifikasi yang diharapkan. Perhitungan kapabilitas menggunakan indeks C_p , C_{pk} , dan C_{pkm} . Namun pada tahun 1991, *the Automotive Industry Action Group* (AIAG) menyarankan penggunaan indeks kapabilitas C_p dan C_{pk} ketika proses dalam keadaan *in control*, ketika proses tidak dalam keadaan *in control* maka menggunakan indeks *performance process* P_p dan P_{pk} karena variansi tidak dapat diestimasi dari sampel (Montgomery, 2009).

Berikut ini merupakan rumus perhitungan untuk indeks kapabilitas P_p .

$$P_p = \frac{BSA - BSB}{6s} \quad (2.16)$$

dimana s merupakan standar deviasi yang biasa digunakan yaitu

$$s_k = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (X_i - \bar{X})^2}{n-1}}$$

Sedangkan rumus P_{pk} adalah sebagai berikut.

$$P_{pk} = \min \{P_{pu}; P_{pl}\} \quad (2.17)$$

$$P_{pu} = \frac{BSA - \bar{X}}{3s}$$

$$P_{pl} = \frac{\bar{X} - BSB}{3s}$$

Keterangan :

BSA = batas spesifikasi atas

BSB = batas spesifikasi bawah

\bar{X} = rata-rata proses

- X_i = pengamatan ke- i
 i = 1,2,...,m
 m = banyaknya pengamatan
 s_k = standar deviasi variabel ke- k

Perhitungan kapabilitas menggunakan indeks C_p dan C_{pk} berbeda dengan P_p dan P_{pk} . Nilai C_p dan C_{pk} merupakan nilai pengukuran jangka pendek (*short term*), sedangkan nilai P_p dan P_{pk} merupakan nilai pengukuran atau mewakili bagaimana proses berjalan sehubungan dengan kebutuhan konsumen selama periode waktu yang lama (*long term*). Salah satu interpretasi penting adalah bahwa P_{pk} mewakili apa adanya yang dibuat oleh produsen sedangkan C_{pk} mewakili apa yang dibuat produsen jika prosesnya berada dalam keadaan *in control* (ASTMInternational, 2003).

Pada penelitian ini data pengamatan merupakan multivariat dengan lebih dari satu variabel karakteristik kualitas. Maka menurut Junior (2011), perhitungan indeks kapabilitas P_p untuk data multivariat adalah sebagai berikut.

$$MP_p(X_k) = \left(\prod_{k=1}^p P_p(X_k) \right)^{1/p} \quad (2.18)$$

Kriteria penilaian MP_p yaitu apabila nilai MP_p yang didapatkan kurang dari 1 maka kinerja proses tidak bagus atau tidak kapabel secara multivariat, jika lebih dari 1 maka ada kecenderungan kinerja proses tersebut bagus atau kapabel.

Penentuan kapabilitas proses secara mutlak ditentukan dengan indeks P_{pk} dengan rumus sebagai berikut.

$$MP_{pk}(X_k) = \left(\prod_{k=1}^p P_{pk}(X_k) \right)^{1/p} \quad (2.19)$$

Keterangan :

$k = 1, 2, \dots, p$

p = jumlah karakteristik kualitas

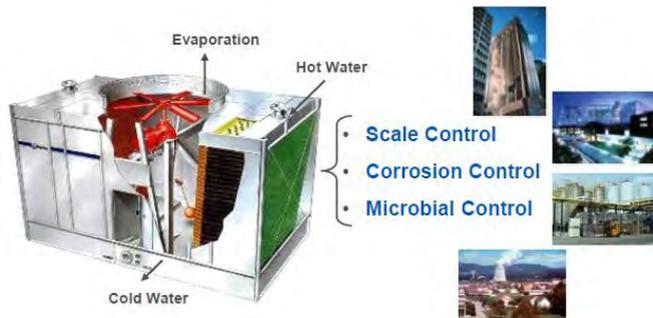
Kriteria penilaian MP_{pk} yaitu apabila nilai MP_{pk} yang didapatkan kurang dari 1 maka kinerja proses tidak bagus atau

tidak kapabel secara multivariat, jika lebih dari 1 maka kinerja proses tersebut mutlak bagus atau kapabel. Apabila nilai MP_{pk} lebih kecil dari nilai MP_p menunjukkan bahwa proses pada kedua variabel ini tidak terpusat dan tidak mencapai kapabilitas potensial.

2.6 Proses Produksi PT. XYZ

PT. XYZ merupakan salah satu perusahaan terbesar di dunia yang bergerak dalam bidang pengolahan air, aplikasi pengembangan proses, servis, dan bahan kimia. Strategi bisnis PT. XYZ terdiri dari 3 macam yaitu *water service*, *energy service*, dan *paper service*. Pada *water service*, pengontrolan dilakukan dengan menggunakan *cooling water*.

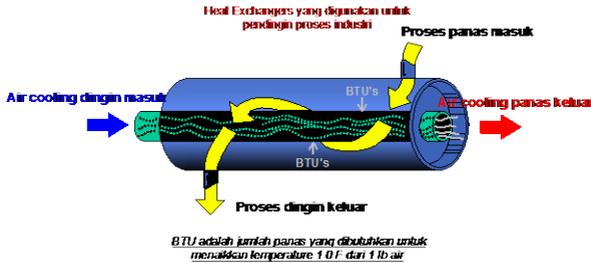
Cooling Water Treatment disediakan untuk kenyamanan dan proses pendinginan di seluruh segmen pasar. Keuntungan penggunaan *Cooling Water Treatment* yaitu dapat melakukan pengontrolan skala, pengontrolan korosi, dan pengontrolan microbial guna menghasilkan permukaan perpindahan panas yang bersih sehingga menghasilkan operasional yang lebih besar dengan biaya keseluruhan yang rendah untuk *customer*.



Gambar 2.1 Pengontrolan *Cooling Water System*

Cooling water sistem bertujuan untuk memindahkan panas dari satu media ke media lain. Bagian yang melapaskan

panas dinamakan *cooled* sedangkan bagian yang menerima panas dinamakan *coolant*.



Gambar 2.2 *Cooling Water System*

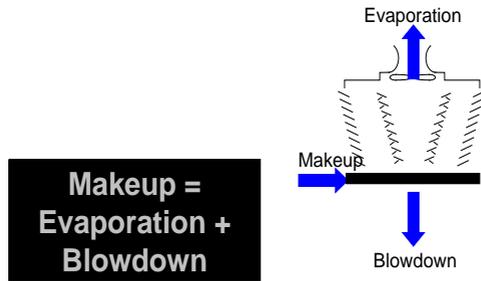
Ada tiga macam sistem pendingin yang biasa digunakan dalam industri yaitu sistem pendingin sekali lewat (*once through system*), sistem pendingin tertutup (*closed recirculating system*), sistem pendingin terbuka (*open recirculating system*).

Pada proses pendinginan air melalui *cooling water*, terjadi proses evaporasi. Evaporasi adalah proses dimana air panas yang kembali dari proses *heat exchanger* ke *cooling tower* di uapkan ke atmosfer sehingga air menjadi dingin, kemudian air digunakan kembali untuk mendinginkan alat di proses *heat exchanger*.

1. Evaporasi

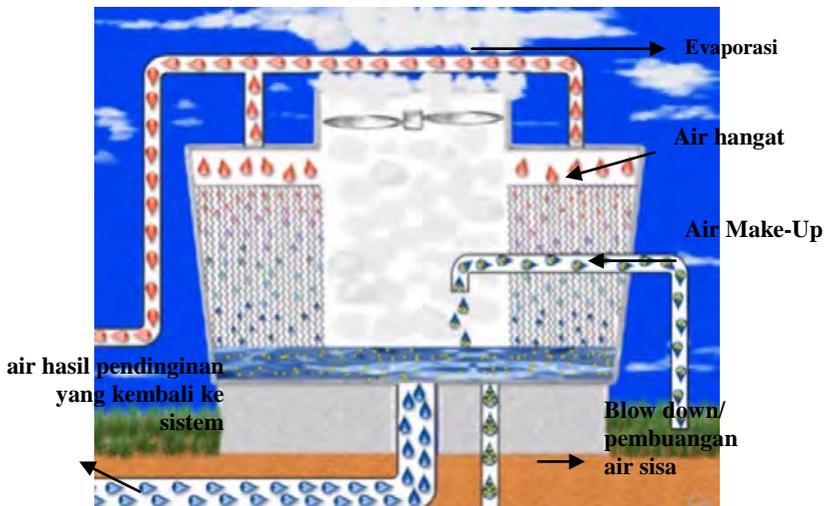
Evaporasi adalah proses dimana air panas yang kembali dari proses *heat exchanger* ke *cooling tower* di uapkan ke atmosfer sehingga air menjadi dingin, kemudian air digunakan kembali untuk mendinginkan alat di proses *heat exchanger*.

Proses evaporasi hanya terjadi untuk air murni, sedangkan untuk *disolved solid* yang terdiri dari kalsium, magnesium, alkalinity, silica, sodium tetap di air. Sehingga laju evaporasi sebanding dengan laju peningkatan konsentrasi *disolved solid* di *recirculating cooling water*. Konsentrasi *disolved solid* di *cooling water* yang begitu tinggi akan membentuk *scaling* atau kerak. Laju konsentrasi *disolved solid* yang tinggi dapat dikurangi dengan di lakukannya *Make-Up* dan *blow down*.



Gambar 2.3 Proses Makeup *Blowdown* di *Cooling Water*

Air Make-Up merupakan jumlah air yang dibutuhkan untuk mengganti air yang hilang karena evaporasi dan *blow down*. Air Make-Up mengandung partikel-partikel yang hilang pada saat terjadinya evaporasi. Proses pengolahan air menggunakan *cooling water* secara lengkap dapat dilihat pada Gambar 2.4.



Gambar 2.4 Proses Operasi Pada *Cooling Water*

Pengukuran proses pada *cooling water* dilakukan dengan menggunakan teknologi mesin A. Teknologi mesin A sendiri memiliki fungsi untuk mengontrol dan memonitoring data melalui beberapa pengukuran secara *online* serta melakukan perhitungan terhadap parameter operasi sistem air pendingin.

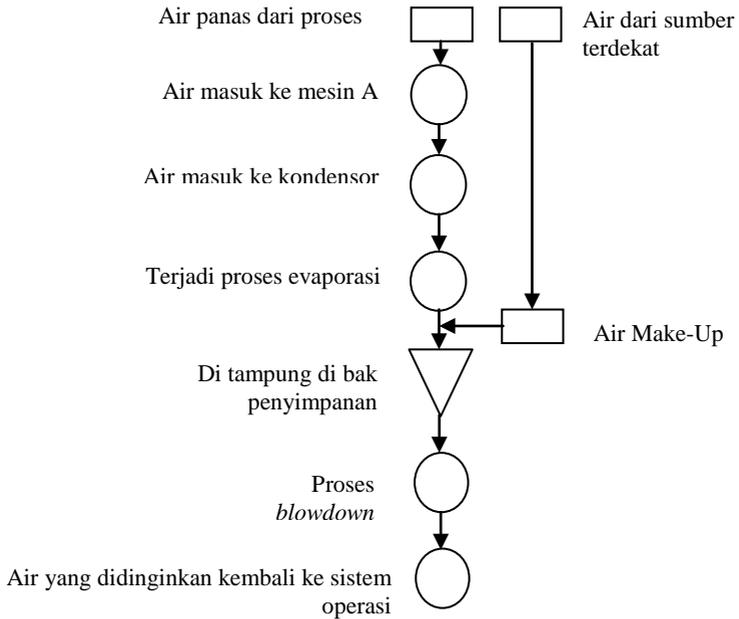
2. **Scaling (Kerak)**

Scaling (kerak) adalah mineral di *cooling water* yang pada kondisi normal larut dan pada kondisi tertentu mineral tersebut melewati batas kelarutannya kemudian menjadi keras dan mengkristal. Beberapa kerak yang terbentuk umumnya merupakan pengendapan dari CaCO_3 , CaPO_4 , garam Mg, dan Si. Banyak faktor yang mempengaruhi *scaling* yaitu konsentrasi mineral, temperatur, pH air, *suspended solid*, dan lain-lain.

3. **Korosi**

Korosi adalah proses elektrokimia dimana logam kembali ke bentuk alaminya. Sebagai contoh logam besi murni adalah Fe, pada kondisi alaminya dimana ada udara dan air adalah campuran besi dengan oksigen atau Fe_2O_3 (karat). Proses pembuatan baja adalah dengan menghilangkan oksigen untuk mendapatkan besi murni. Faktor-faktor penyebab korosi yaitu zat-zat yang ada di air, temperatur, *velocity*, endapan, dan halogen.

Berikut ini proses kerja dari *cooling water*.



Gambar 2.5 Peta Proses Operasi *Cooling Water*

Halaman ini sengaja dikosongkan

BAB III METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Sumber Data

Data yang digunakan pada penelitian ini merupakan data sekunder yang didapatkan dari PT. XYZ. Data meliputi hasil pengontrolan beberapa variabel yang berpengaruh terhadap kinerja *cooling water*. Data yang digunakan dimulai dari bulan November 2013 sampai dengan bulan Desember 2013. Pengambilan dilakukan pada bagian mesin A yang merupakan alat pengukur secara *on line* untuk mengukur variabel-variabel yang berpengaruh terhadap kinerja *cooling water*.

3.2 Variabel Penelitian

Variabel yang digunakan dalam penelitian ini adalah variabel yang ada pada *cooling water* yang mana merupakan variabel dengan pengaruh terbesar untuk dapat terjadinya korosi seperti tertera pada Tabel 3.1.

Tabel 3.1 Variabel yang Digunakan Dalam Penelitian

No	Variabel	Satuan	Batas Spesifikasi
1	Kekeruhan	NTU	< 20
2	pH	-	7,3 – 7,8

Variabel-variabel tersebut diambil dengan mesin yang sama, dimana proses kerja mesin A hanya bisa mendeteksi pH dan kekeruhan secara bersamaan, sedangkan variabel yang lain-lain pengukurannya dilakukan setelah melewati pengukuran pH dan kekeruhan, sehingga variabel pH dan Kekeruhan tersebut bersifat multivariat. Turbiditas akan rendah ketika pH netral. pH yang terlalu basa atau asam, akan menyebabkan turbiditas atau kekeruhan yang tinggi (Arinaldi & Ferdian, 2013). Beberapa

variabel penelitian yang digunakan dalam penelitian memiliki fungsi masing-masing yang dijelaskan sebagai berikut.

1. Kekeruhan

Kekeruhan digunakan untuk menyatakan derajat kejernihan dalam air yang disebabkan oleh bahan-bahan tertentu. Kekeruhan ini biasanya terdiri dari partikel organik maupun anorganik. Pengukuran kekeruhan ini adalah merupakan tes kunci suatu kualitas air. Tingkat kekeruhan air antara sumber yang satu dengan lainnya dapat dipastikan berbeda, hal ini merupakan akibat dari pengaruh tingkat pencemaran yang berbeda-beda. Sumber air alami seperti mata air dan air terjun merupakan sumber air dengan tingkat kekeruhan yang rendah dibanding air sumur, air sungai, dan air hujan. Tingkat kekeruhan air dapat diukur dengan menggunakan alat *Turbidity Meter*.

2. pH (Derajat Keasaman)

pH berasal dari singkatan *potential of Hydrogen*. pH adalah tingkat asam basa suatu larutan yang diukur dengan skala 0 sampai 14. Tinggi rendahnya pH sangat dipengaruhi oleh kandungan mineral yang terdapat didalam air. pH standard adalah 6,5 sampai 8,5. Air dibawah 6,5 disebut asam, sedangkan air diatas 8,5 disebut basa. pH (Derajat keasaman) dalam suatu perairan merupakan salah satu parameter kimia yang penting dalam memantau kestabilan air. Perubahan nilai pH suatu perairan terhadap organisme aquatik mempunyai batasan tertentu dengan nilai pH yang bervariasi. Berikut ini adalah struktur data yang digunakan dalam penelitian diagram kontrol MEWMA dan MEWMV.

Tabel 3.2 Struktur Data Dalam Penelitian

Pengamatan (i)	Karakteristik Kualitas (k)	
	X_1	X_2
1	X_{11}	X_{22}
2	X_{12}	X_{22}
-	-	-
-	-	-
m	X_{1m}	X_{2m}
	\bar{X}_1	\bar{X}_2

Keterangan :

m = banyaknya pengamatan

i = pengamatan (1,2,...,m)

k = karakteristik kualitas (1,2,...,p)

p = banyaknya karakteristik kualitas

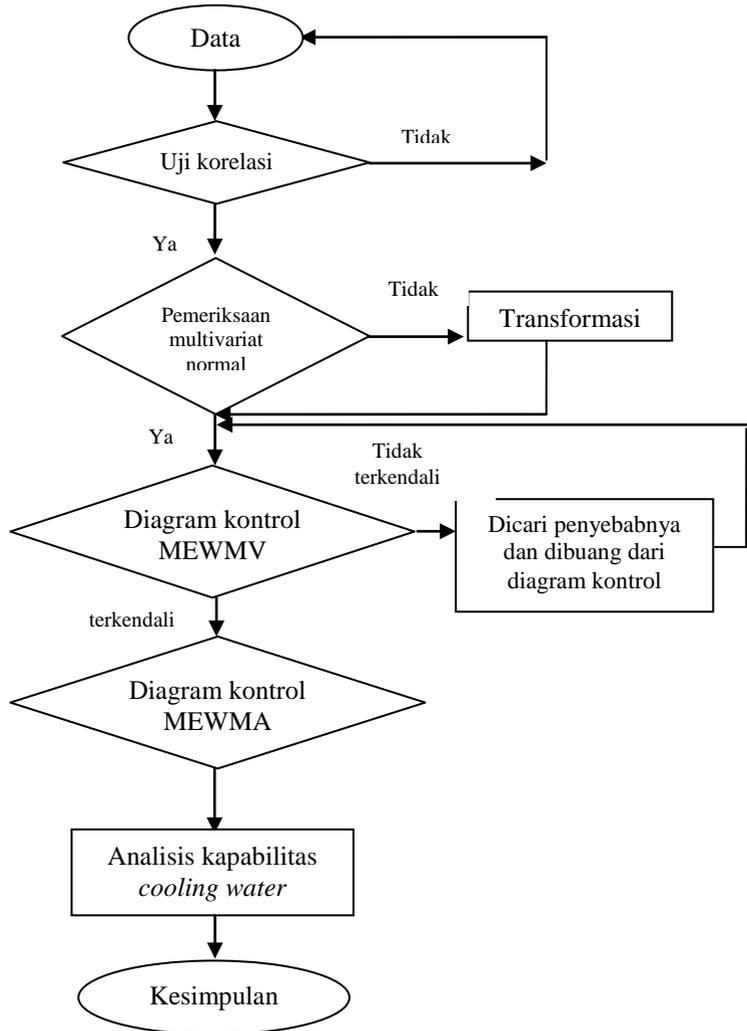
3.3 Langkah Analisis

Langkan analisis yang dilakukan untuk mencapai tujuan penelitian adalah sebagai berikut.

1. Mendefinisikan karakteristik masing-masing variabel dengan statistika deskriptif.
2. Menentukan korelasi variabel-variabel pada *cooling water*. Melakukan pengujian korelasi terhadap variabel yang ada pada *cooling water* antara lain pH dan kekeruhan. Apabila *p-value* yang dihasilkan kurang dari α , maka terdapat korelasi antar variabel.
3. Melakukan pengujian distribusi normal multivariat dilakukan pada seluruh variabel yang ada. Apabila jarak Mahalanobis yang dihasilkan lebih dari 50%, maka data termasuk berdistribusi normal multivariat.

4. Menentukan pengontrolan variabilitas proses *cooling water* dengan diagram kontrol MEWMV.
 1. Membuat matriks \mathbf{M} yang merupakan matriks segitiga bawah dengan elemennya λ (nilai pembobot yang telah ditentukan sebelumnya)
 2. Membuat matriks \mathbf{C} dengan ukuran $m \times m$, dengan nilai diagonal utama ω (nilai pembobot yang telah ditentukan sebelumnya)
 3. Membuat matriks \mathbf{I}_m berukuran $m \times m$
 4. Menghitung matriks \mathbf{Q} sesuai dengan persamaan (2.8) yang digunakan untuk mendapatkan $\text{tr}(\mathbf{V}_m)$ sebagai matriks karakteristik kualitas yang akan dikontrol.
 5. Menghitung nilai $\text{tr}(\mathbf{V}_m)$ sesuai dengan persamaan (2.9) dengan matriks \mathbf{X} adalah vektor elemen pada vektor pengamatan \mathbf{X}_i .
 6. Membuat $E(\text{tr}(\mathbf{V}_m))$ sesuai dengan persamaan (2.10) dan menghitung $\text{var}(\text{tr}(\mathbf{V}_m))$ sesuai dengan persamaan (2.11)
 7. Menentukan batas diagram kontrol untuk setiap pengamatan (m) dengan persamaan (2.12)
5. Menentukan pengontrolan rata-rata proses *cooling water* pada air di *cooling water* dengan diagram kontrol MEWMA.
 1. Menentukan pembobot dengan batas kendali yang telah ditetapkan pada diagram kontrol MEWMA.
 2. Menghitung matriks varian kovarian $\mathbf{\Sigma}$.
 3. Menghitung vektor MEWMA, \mathbf{Z}_i sesuai dengan persamaan (2.13)
 4. Menghitung statistika MEWMA yaitu T_i^2 sesuai dengan persamaan (2.14)
6. Menentukan kapabilitas proses *cooling water*
7. Menarik kesimpulan

Langkah analisis yang telah dijelaskan diatas, dapat digambarkan pada diagram alir sebagai berikut.



Gambar 3.1 Diagram Alir Penelitian

Halaman ini sengaja dikosongkan

BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN

4.1 Deskriptif Karakteristik Kualitas

Karakteristik Kualitas yang diamati adalah pH dan kekeruhan yang terkandung di dalam air. Karakteristik kualitas kedua variabel ini dapat diketahui melalui deskriptif karakteristik pH dan kekeruhan sebagai berikut.

Tabel 4.1 Deskripsi Karakteristik Kualitas

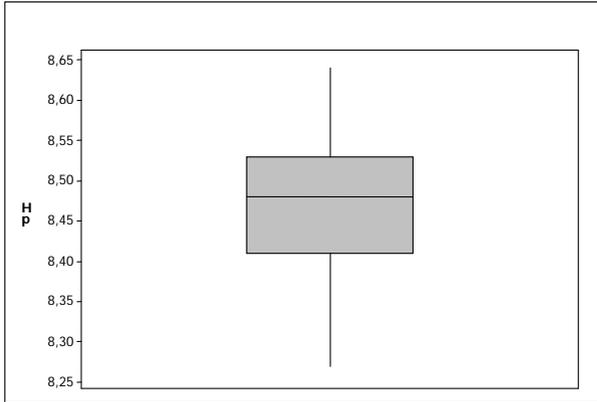
Variabel	Mean	StDev	Minimum	Maksimum
pH	8,4721	0,0815	8,27	8,64
Kekeruhan	0,1414	0,4938	0	3,84

Berdasarkan Tabel 4.1 didapatkan informasi bahwa pada bulan November 2013 sampai Desember 2013 pH memiliki rata-rata 8,4721 dengan standar deviasi yaitu menyatakan tingkat penyebaran data terhadap rata-rata sampel adalah 0,0815, nilai tersebut menunjukkan bahwa tingkat penyebaran data terhadap rata-rata sampelnya kecil atau tidak memiliki varian yang terlalu lebar. Nilai minimum dan maksimum dari pH masing-masing 8,27 dan 8,64. Nilai minimum dan maksimum tersebut keluar dari batas spesifikasi yang ditentukan oleh perusahaan yaitu sebesar 7,3 – 7,8.

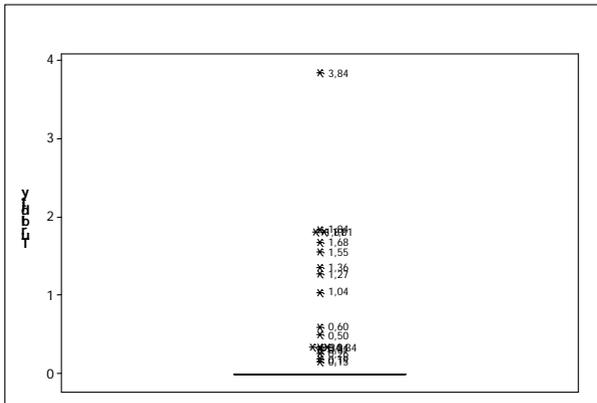
Pada Tabel 4.1 juga diketahui deskriptif kualitas dari kekeruhan pada bulan November 2013 sampai Desember 2013 memiliki rata-rata 0,1414 NTU dengan standar deviasi sebesar 0,4938, nilai tersebut menunjukkan bahwa tingkat penyebaran data terhadap rata-ratanya cukup kecil atau tidak memiliki varian yang terlalu lebar. Nilai maksimum dan minimum dari kekeruhan masing-masing 0 dan 3,84. Nilai minimum dan maksimum tersebut masih berada dalam batas spesifikasi yang ditentukan oleh perusahaan yaitu <20.

Berdasarkan data pH dan kekeruhan yang ada, tidak menutup kemungkinan adanya *outlier* pada kedua variabel

tersebut. *Outlier* dapat diketahui dengan mengetahui penyebaran data menggunakan *Boxplot* sebagai berikut.



Gambar 4.1 *Boxplot* Karakteristik Kualitas pH



Gambar 4.2 *Boxplot* Karakteristik Kualitas Kekeruhan

Berdasarkan Gambar 4.1 didapatkan informasi bahwa pada variabel pH tidak terdapat *outlier* dengan kuartil 1 sebesar 8,41, kuartil 3 sebesar 8,53, dan median sebesar 8,48. Pengukuran *outlier* juga dilakukan pada variabel kekeruhan sehingga didapatkan hasil pada Gambar 4.2. Berdasarkan

Gambar 4.2 didapatkan informasi bahwa terdapat 18 outlier yaitu pada pengamatan ke 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 76, 77, 78, 79, 80, 90, 91, 92, 93, 94, dan 95, selain itu *Boxplot* yang berupa garis saja menunjukkan bahwa tidak terdapat variansi pada beberapa data. Nilai *outlier* pada pengamatan-pengamatan tersebut masih berada dalam batas kewajaran karena masih berada pada batas spesifikasi yang ditentukan oleh perusahaan yaitu kurang dari 20 NTU sehingga tidak dilakukan penghapusan data. *Outlier* yang terjadi pada variabel kekeruhan dapat menyebabkan data menjadi *out of control* karena memiliki variansi yang tinggi.

4.2 Pemeriksaan Asumsi Korelasi Kualitas Air

Pengujian asumsi korelasi dilakukan terhadap dua karakteristik kualitas yang ada yaitu pH dan kekeruhan menggunakan uji korelasi *Pearson* dengan hipotesis sebagai berikut.

$H_0 : \rho = 0$ (Tidak ada korelasi antara pH dengan kekeruhan)

$H_1 : \rho \neq 0$ (Ada korelasi antara pH dengan kekeruhan)

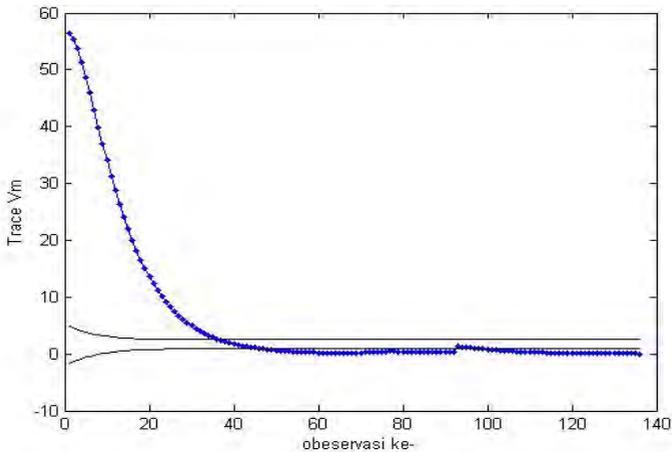
Hasil uji korelasi *Pearson* dengan tingkat signifikansi 0,05 didapatkan hasil p-value uji *Pearson* sebesar 0,046, nilai tersebut lebih kecil dari tingkat signifikansi 0,05 (Lampiran C), sehingga H_0 ditolak. Besarnya nilai korelasi menyatakan bahwa Besarnya korelasi antar dua variabel tersebut sebesar 0,172 (Lampiran B) lebih besar dibandingkan r pada tabel-r yaitu sebesar 0,131. memiliki korelasi positif. Kenaikan pH sejalan dengan kenaikan kekeruhan.

4.3 Pemeriksaan Asumsi Normal Multivariat

Pemeriksaan asumsi multivariat normal dilakukan pada kedua karakteristik kualitas pH dan kekeruhan. Hasil perhitungan $d_i^2 = (\mathbf{X}_i - \bar{\mathbf{X}})' \mathbf{S}^{-1} (\mathbf{X}_i - \bar{\mathbf{X}})$, $i=1,2,\dots,m$ diperoleh jarak $d_i^2 \geq \chi^2$ sebesar 0,625. Nilai tersebut lebih besar dari 50%, maka H_0 gagal tolak dan dapat disimpulkan bahwa karakteristik kualitas pH dan kekeruhan berdistribusi normal multivariat.

4.4 Penerapan Diagram kontrol MEWMV

Penerapan diagram kontrol MEWMV digunakan untuk melakukan pengontrolan variabilitas pada variabel pH dan kekeruhan. Huwang (2007) menyatakan bahwa nilai bobot ω dan λ yang kurang dari 0,4 dapat memberikan hasil pengontrolan terhadap variabilitas proses yang terjadi dengan lebih baik, oleh karena itu dalam penelitian ini digunakan pembobot ω dan λ kurang dari 0.4. Berikut ini adalah hasil plot nilai $\text{tr}(V_m)$ yang didapatkan dari persamaan (2.9) dengan pembobot $\omega = 0,1$ dan $\lambda = 0,1$.

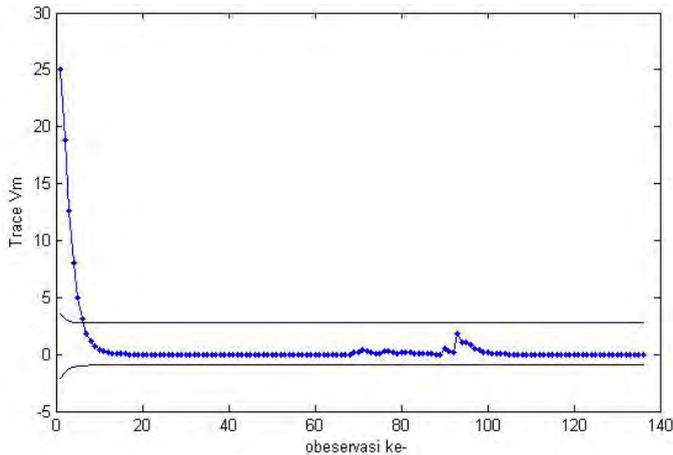


Gambar 4.3 Diagram Kontrol MEWMV $\omega=0,1$ $\lambda=0,1$ $L=2,8725$

Berdasarkan Gambar 4.3 dapat dideskripsikan bahwa pada sumbu mendatar menunjukkan pengamatan dan pada sumbu vertikal adalah nilai dari $\text{tr}(V_m)$ pada pengamatan ke- i , dimana $i=1,2,\dots,136$. Nilai batas kendali setiap pembobot berbeda dimana batas kendali ini didapatkan dari persamaan (2.12), dengan batas kendali atas (BKA) maksimum sebesar 6,273 dan batas kendali bawah (BKB) sebesar -3,031. Berdasarkan nilai pembobot dan L tersebut, terlihat bahwa terdapat 119 titik yang keluar dari batas kendali batas kendali atas, artinya variabilitas proses *cooling*

water tidak baik. Hal tersebut juga terlihat dari grafik yang bergerak semakin menurun dan stabil setelah pengamatan ke 40. Batas kendali menggunakan bobot $\omega=0,1$ $\lambda=0,1$ terlalu sempit sehingga banyak titik pengamatan yang keluar batas kendali.

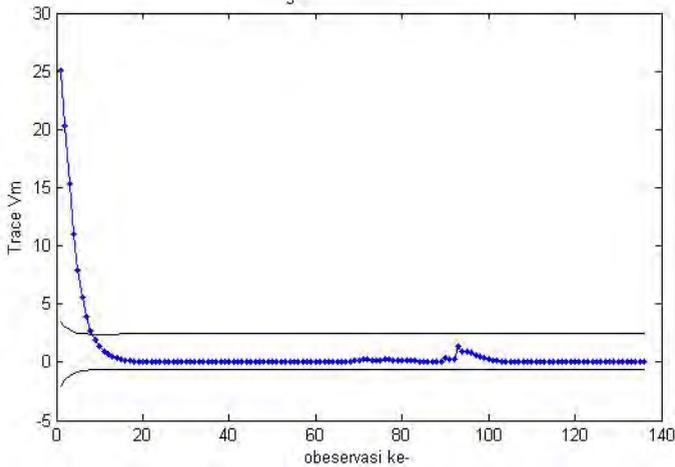
Berikut ini adalah hasil plot nilai $tr(V_m)$ yang didapatkan dari persamaan (2.9) dengan pembobot $\omega =0,4$ dan $\lambda=0,4$.



Gambar 4.4 Diagram kontrol MEWMA $\omega=0,4$ $\lambda=0,4$ $L= 4,1875$

Berdasarkan Gambar 4.4 didapatkan informasi bahwa pengontrolan variabilitas proses dengan diagram kontrol MEWMA menggunakan nilai $\omega=0,4$ $\lambda=0,4$ dan $L=4,1875$ didapatkan batas kendali atas (BKA) maksimal sebesar 3,735 dan batas kendali bawah (BKB) sebesar -2,295. Nilai batas kendali tersebut jauh lebih kecil dibandingkan dengan nilai batas kendali dari pembobot sebelumnya, sehingga batas kendali pembobot $\omega=0,4$ $\lambda=0,4$ ini lebih sempit dari pembobot sebelumnya. Berdasarkan nilai pembobot masing-masing 0,4, terlihat bahwa terdapat 6 titik yang keluar dari batas kendali atas, artinya variabilitas proses *cooling water* cukup baik dibandingkan dengan pembobot sebelumnya.

Selanjutnya dilakukan pengontrolan variabilitas menggunakan diagram kontrol MEWMV dengan pembobot yang lain dengan cara yang sama yaitu menghitung batas kendali atas (BKA) dan batas kendali bawah (BKB) seperti persamaan (2.12), dengan hasil plot nilai $tr(V_m)$ yang didapatkan dari persamaan (2.9) dengan pembobot $\omega=0,3$ dan $\lambda=0,4$ sehingga didapatkan hasil sebagai berikut.



Gambar 4.5 Diagram kontrol MEWMV $\omega=0,3$ $\lambda=0,4$ $L=3,8850$

Berdasarkan Gambar 4.5 didapatkan informasi bahwa pengontrolan variabilitas proses dengan diagram kontrol MEWMV menggunakan nilai $\omega=0,3$ $\lambda=0,4$ dan $L=3,8850$ didapatkan batas kendali atas (BKA) maksimal sebesar 3,517 dan batas kendali bawah (BKB) sebesar -2,077. Berdasarkan nilai pembobot dan L tersebut, terlihat bahwa terdapat 8 titik pengamatan yang keluar dari batas kendali bawah dan batas kendali atas, artinya variabilitas proses *cooling water* sudah cukup baik dibandingkan dengan pembobot 0,1. Kedelapan titik yang tidak terkontrol dalam varian ini dianggap wajar karena pada awal bulan November terjadi peralihan musim dari musim panas ke musim hujan, sehingga mempengaruhi tingkat

keasaman air peralihan dari musim sebelumnya. Batas kendali menggunakan bobot $\omega=0,3$ $\lambda=0,4$ lebih sempit dibandingkan dengan batas kendali sebelumnya yang menggunakan pembobot ω dan λ masing-masing 0,4, sehingga diagram kontrol dengan pembobot $\omega=0,3$ $\lambda=0,4$ lebih sensitif dalam mendeteksi rata-rata.

Setelah dilakukan pengontrolan dengan berbagai macam pembobot λ , ω , dan L, didapatkan hasil perhitungan batas masing-masing diagram kontrol, untuk mengetahui diagram kontrol MEWMV yang paling sensitif dalam mendeteksi variansi proses, dilakukan perhitungan |BKA-BKB|, sehingga didapatkan hasil sebagai berikut.

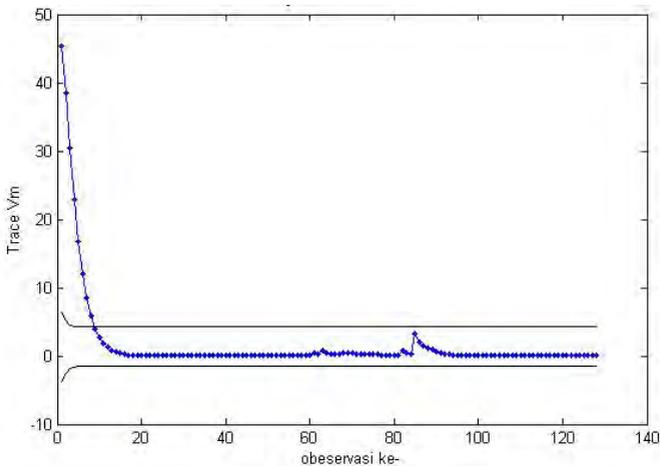
Tabel 4.2 Hasil Perhitungan nilai |Max-BKA| Pada MEWMV

λ	ω	tr(Vm) Max	BKA	Max- BKA	BKB	BKA- BKB
0,1	0,1	56,34	6,273	50,067	-3,033	9,303
0,1	0,2	56,34	7,245	49,095	-4,005	11,25
0,2	0,2	44,51	5,731	38,780	-3,712	9,442
0,4	0,3	25,04	3,517	21,523	-2,077	5,594
0,3	0,4	34,08	5,075	29,005	-3,115	8,1902
0,3	0,2	34,08	4,395	29,690	-2,435	6,825
0,1	0,3	56,34	7,885	48,455	-4,645	12,53
0,4	0,4	25,05	3,735	21,320	-2,295	6,025
0,2	0,1	44,51	4,958	39,5515	-2,398	7,3565
0,1	0,4	56,34	8,363	47,977	-5,123	13,486
0,2	0,3	44,51	6,236	38,274	-3,676	9,912
0,3	0,3	34,08	4,782	29,298	-2,822	7,604

Berdasarkan Tabel 4.2, terlihat bahwa nilai |Maks-BKA| yang terkecil adalah pada saat $\lambda = 0,4$ dan $\omega = 0,4$ yaitu sebesar 21,320 dengan jarak batas atas dan batas bawah sebesar 6,025. Nilai tersebut masih lebih besar jika dibandingkan dengan pembobot $\lambda = 0,4$ dan $\omega = 0,3$ yaitu 5,594. Besarnya jarak batas

atas dan batas bawah didapatkan dari hasil pengurangan BKA dan BKB, sehingga pemilihan pembobot terbaik ditekankan pada hasil BKA-BKB yang minimum, karena lebar dari BKA-BKB menentukan variansi dari MEWMV tersebut, semakin sempit jarak BKA dan BKB, maka diagram kontrol MEWMV akan lebih sensitif dalam mendeteksi pergeseran variansi data yang kecil. Variansi terkecil yaitu pada pembobot $\lambda = 0,4$ dan $\omega = 0,3$ sebesar 5,594, sehingga pembobot tersebut dianggap paling sensitif dalam mendeteksi pergeseran variansi proses yang kecil.

Pada Gambar 4.5 Terlihat bahwa pola titik $tr(V_m)$ belum terkendali secara statistik karena terdapat 8 titik yang keluar batas kontrol, kedelapan titik tersebut merupakan keadaan dimana masa peralihan tingkat keasaman air laut dari musim kemarau ke musim hujan, oleh karena itu perlu dilakukan revisi terhadap 8 titik tersebut menggunakan pembobot yang sama sehingga diperoleh hasil sebagai berikut.



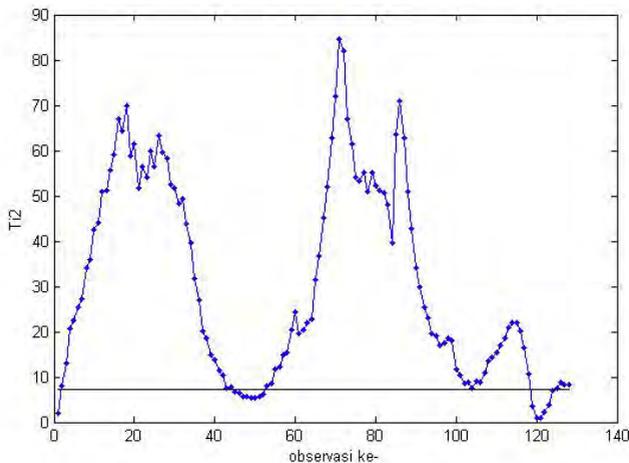
Gambar 4.6 Diagram kontrol MEWMV $\omega=0,3$ $\lambda=0,4$ $L=3,8850$ Revisi

Berdasarkan Gambar 4.6 didapatkan informasi bahwa diagram kontrol MEWMV dengan pembobot $\omega=0,3$ $\lambda=0,4$ setelah direvisi memiliki nilai titik $tr(V_m)$ maksimum yang lebih

besar yaitu 45,266 dengan batas kendali atas (BKA) maksimum sebesar 6,400 dan batas kendali bawah (BKB) -3,8400, sehingga variansi yang ditimbulkan juga lebih besar yaitu 10,24. Setelah dilakukan penghapusan terhadap 8 data yang *out of control*, masih terdapat 8 titik lagi yang *out of control*. Hal tersebut disebabkan karena hanya melakukan penghapusan/revisi terhadap data tetapi belum dilakukan perbaikan proses, sehingga proses tetap dilakukan seperti sebelumnya dan menyebabkan data belum terkontrol.

4.5 Penerapan Diagram Kontrol MEWMA

Diagram kontrol MEWMA memiliki tujuan utama yaitu melakukan pengontrolan terhadap mean proses dengan pengambilan sampel individual. Berikut ini adalah titik plot yang didapatkan dari persamaan (2.14) dengan λ sebesar 0,05.

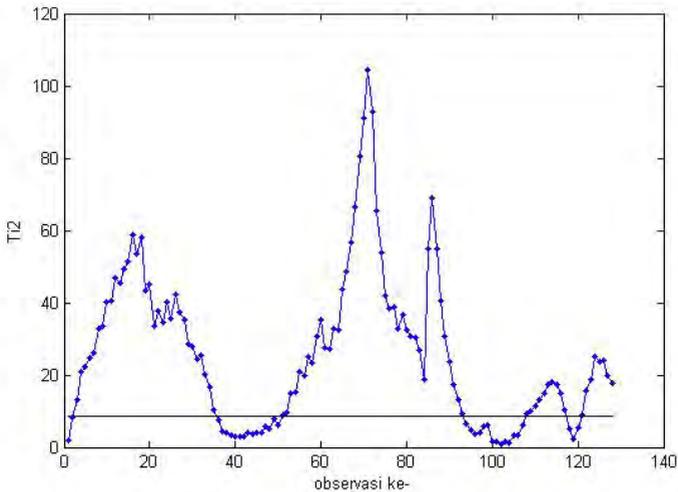


Gambar 4.7 Diagram Kontrol MEWMA Pembobot 0,05

Berdasarkan Gambar 4.7 didapatkan informasi bahwa pengontrolan rata-rata proses dengan pembobot 0,05 dan batas kendali atas (h_4) sebesar 7,35. Pengontrolan dengan pembobot

0,05 menunjukkan grafik yang bergerak sangat fluktuatif serta terdeteksi hampir semua pengamatan keluar batas kendali, hanya 10 pengamatan yang berada didalam batas kendali, sehingga dapat disimpulkan bahwa rata-rata proses tidak terkontrol secara statistik.

Selanjutnya dilakukan pengontrolan rata-rata proses menggunakan diagram kontrol MEWMA dengan menentukan pembobot berdasarkan Lampiran H, dimana titik plot yang didapatkan dari persamaan (2.14) dengan pembobot yang digunakan yaitu $\lambda=0,1$ sehingga didapatkan hasil sebagai berikut.

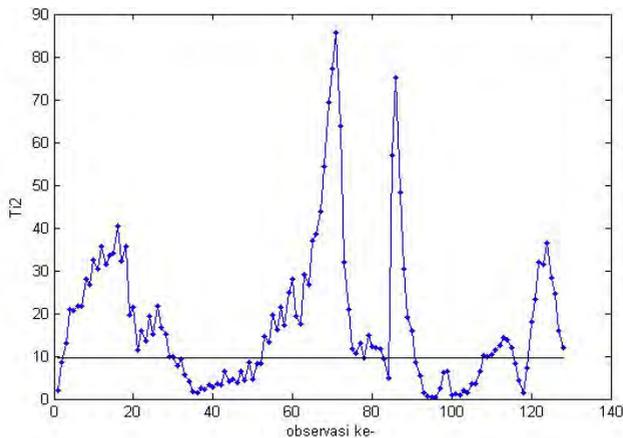


Gambar 4.8 Diagram Kontrol MEWMA Pembobot 0,1

Berdasarkan Gambar 4.8 didapatkan informasi bahwa pengontrolan rata-rata proses dengan pembobot 0,1 dan batas kendali atas (h_4) sebesar 8,6. Pengontrolan dengan pembobot 0,1 menunjukkan grafik yang bergerak sangat fluktuatif serta terdeteksi hampir semua pengamatan keluar batas kendali,

sehingga dapat disimpulkan bahwa rata-rata proses tidak terkontrol secara statistik.

Selanjutnya dilakukan pengontrolan dimana titik plot yang didapatkan dari persamaan (2.14) dengan pembobot yang dengan pembobot λ sebesar 0,2 sehingga didapatkan hasil seperti Gambar 4.9 didapatkan informasi bahwa pengontrolan rata-rata proses dengan pembobot 0,2 diperoleh batas kendali atas (h_4) sebesar 9,6. Pengontrolan dengan pembobot 0,2 menunjukkan grafik yang bergerak juga sangat fluktuatif serta terdeteksi hampir semua pengamatan keluar batas kendali sehingga dapat disimpulkan bahwa rata-rata proses tidak terkontrol secara statistik, tetapi pengamatan yang keluar batas kendali dengan pembobot 0,2 lebih sedikit dibandingkan 0,1.

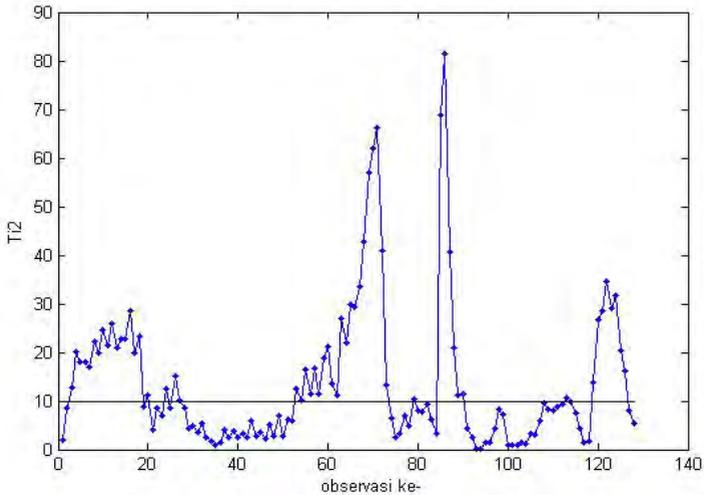


Gambar 4.9 Diagram Kontrol MEWMA Pembobot 0,2

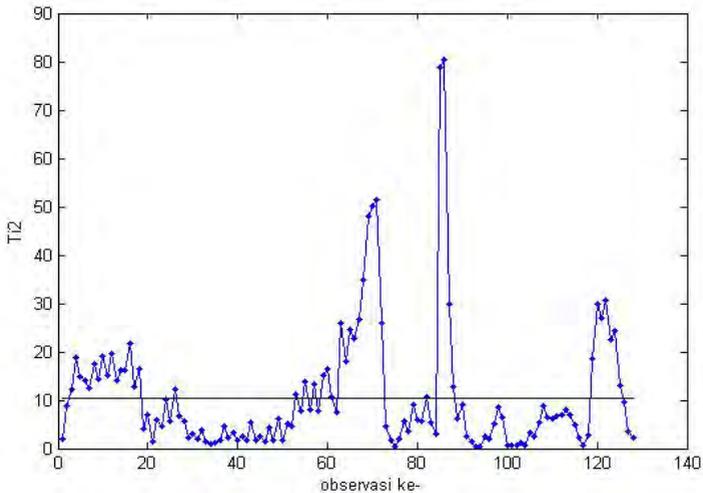
Selanjutnya dilakukan pengontrolan dimana titik plot yang didapatkan dari persamaan (2.14) dengan 0,3 dan didapatkan hasil seperti pada Gambar 4.10.

Berdasarkan Gambar 4.10 didapatkan informasi bahwa diperoleh batas kendali atas (h_4) sebesar 10,08 Pengontrolan dengan pembobot 0,3 menunjukkan grafik yang bergerak juga

sangat fluktuatif serta terdeteksi hampir semua pengamatan keluar batas kendali sehingga dapat disimpulkan bahwa rata-rata proses tidak terkontrol secara statistik.



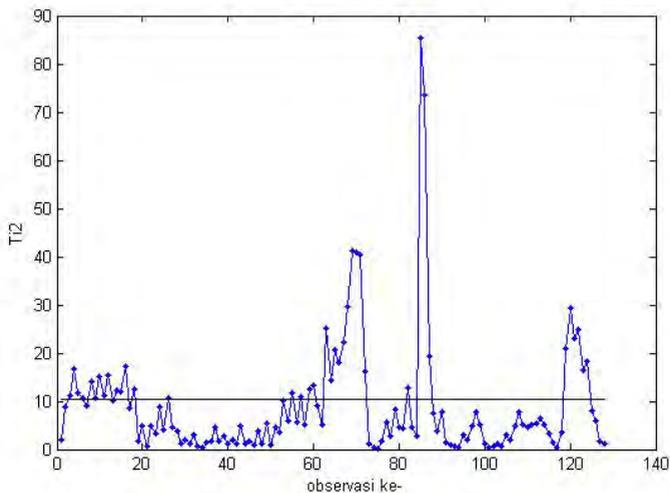
Gambar 4.10 Diagram Kontrol MEWMA Pembobot 0,3



Gambar 4.11 Diagram Kontrol MEWMA Pembobot 0,4

Berdasarkan Gambar 4.11 didapatkan informasi bahwa pengontrolan rata-rata proses dengan pembobot 0,4 diperoleh batas kendali (h_4) sebesar 10,31. Pengontrolan dengan pembobot 0,4 menunjukkan grafik yang bergerak juga sangat fluktuatif serta terdeteksi sebanyak 55 titik pengamatan yang keluar batas kendali tetapi tidak sebanyak pembobot sebelumnya, sehingga dapat disimpulkan bahwa rata-rata proses tidak terkontrol secara statistik.

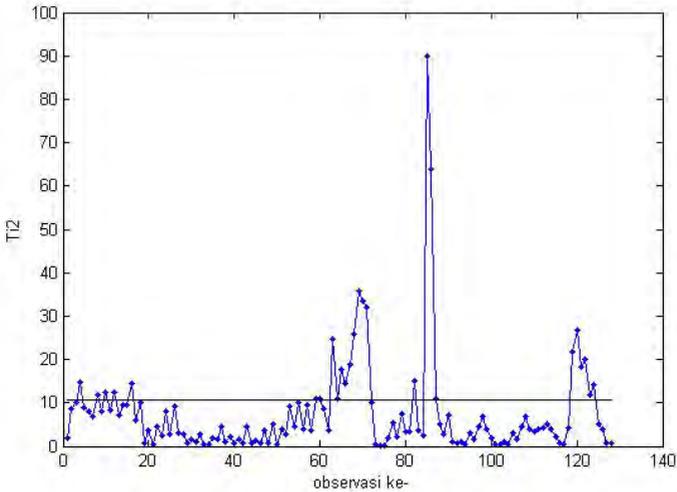
Selanjutnya dilakukan pengontrolan rata-rata proses dimana titik plot yang didapatkan dari persamaan (2.14) dengan pembobot yang digunakan 0,5 dan didapatkan hasil seperti pada Gambar 4.12.



Gambar 4.12 Diagram Kontrol MEWMA Pembobot 0,5

Berdasarkan Gambar 4.12 didapatkan informasi bahwa pengontrolan rata-rata proses dengan pembobot 0,5 diperoleh batas kendali (h_4) sebesar 10,44. Pengontrolan dengan pembobot 0,5 menunjukkan grafik yang bergerak juga sangat fluktuatif serta terdeteksi beberapa titik pengamatan keluar batas kendali,

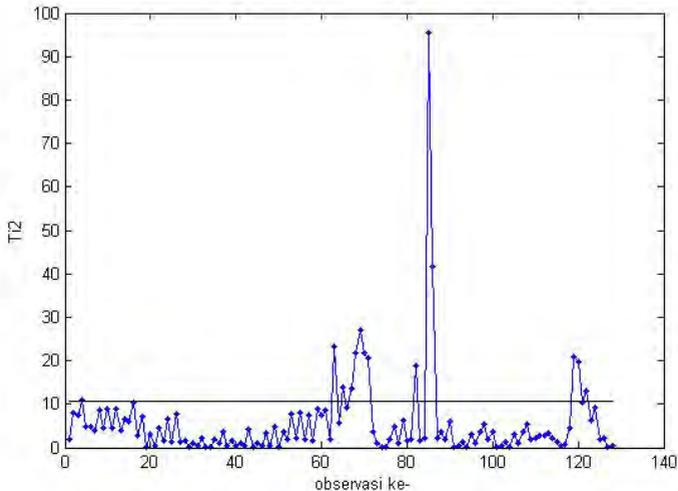
sehingga dapat disimpulkan bahwa rata-rata proses tidak terkontrol secara statistik. Titik *out of control* tersebut sudah jauh berkurang dibandingkan dengan 4 pembobot sebelumnya. Selanjutnya dilakukan pengontrolan rata-rata proses dengan menggunakan diagram kontrol MEWMA dengan pembobot 0,6 dan didapatkan hasil seperti pada Gambar 4.13 berikut ini.



Gambar 4.13Diagram Kontrol MEWMA Pembobot 0,6

Berdasarkan Gambar 4.13 didapatkan informasi bahwa pengontrolan rata-rata proses dengan pembobot 0,6 diperoleh batas kendali atas (h_4) sebesar 10,5. Pengontrolan dengan pembobot 0,6 menunjukkan grafik yang bergerak fluktuatif serta terdeteksi ada 38 titik pengamatan keluar batas kendali, sehingga dapat disimpulkan bahwa rata-rata proses tidak terkontrol secara statistik. Sama halnya dengan pembobot 0,5, pembobot yang baru yaitu 0,6 ini memiliki titik *out of control* yang lebih sedikit dibandingkan dengan pembobot sebelum-sebelumnya.

Selanjutnya dilakukan dimana titik plot yang didapatkan dari persamaan (2.14) dengan pembobot sebesar 0,8 dan didapatkan hasil seperti pada Gambar 4.14.



Gambar 4.14 Diagram Kontrol MEWMA Pembobot 0,8

Berdasarkan Gambar 4.14 didapatkan informasi bahwa pengontrolan rata-rata proses dengan pembobot 0,8 diperoleh batas kendali atas (h_4) sebesar 10,6. Pengontrolan dengan pembobot 0,6 menunjukkan grafik yang bergerak cenderung stabil serta terdeteksi hanya ada 14 titik pengamatan keluar batas kendali, sehingga dapat disimpulkan bahwa rata-rata proses belum terkontrol secara statistik.

Pada data pengolahan air pada *cooling water* di PT. XYZ untuk dapat mengetahui nilai pembobot yang sesuai dapat diketahui berdasarkan jarak minimum terhadap pengamatan maksimal sebagai berikut.

Tabel 4.3 Hasil Perhitungan Nilai |Max-BKA| Pada MEWMA

λ	h_4	Maksimum	Maks - h_4
0,05	7,35	84,6068	77,2568
0,1	8,64	104,2485	95,6085
0,2	9,65	85,7100	76,0600
0,3	10,08	81,4700	71,0321
0,4	10,29	80,2661	69,9761
0,5	10,44	85,4377	74,9977
0,6	10,53	90,0342	79,5042
0,8	10,58	95,5104	84,9304

Tabel 4.3 menunjukkan hasil jarak minimum dari batas kendali (h_4) dengan pengamatan pada pembobot $0,1 < \lambda < 0,8$. Berdasarkan perhitungan, nilai minimum dengan jarak terkecil adalah pembobot 0,4, artinya diagram kontrol dengan pembobot 0,4 merupakan diagram kontrol yang paling sensitif dibandingkan dengan diagram kontrol MEWMA dengan pembobot yang lain. Pembobot terpilih tersebut sama dengan pembobot terpilih pada diagram kontrol MEWMV, sehingga hasil pembobot pada diagram kontrol MEWMV dan MEWMA konsisten. Hasil penerapan diagram kontrol MEWMA dengan pembobot 0,4 pada data November – Desember 2013 memberikan kesimpulan bahwa rata-rata proses tidak terkontrol. Untuk perusahaan yang baru menggunakan diagram kontrol MEWMA dan MEWMV, dapat menggunakan tingkat pembobot yang longgar yaitu 0,8 dalam proses penyesuaian.

4.6 Kapabilitas Proses pH dan Kekeruhan

Kapabilitas proses adalah aktivitas yang dilakukan untuk menilai keseluruhan proses. Kapabilitas proses mengacu pada keseragaman proses yang biasanya diukur dari keseragaman produk yang dihasilkan. Suatu proses disebut mempunyai

kapabilitas jika proses tersebut menghasilkan *output* yang berada dalam batas spesifikasi yang diharapkan.

Hasil analisis pada diagram kontrol MEWMV dan diagram kontrol MEWMA, didapatkan hasil bahwa variabel pH dan kekeruhan pada mesin A tidak terkontrol secara varians dan rata-rata, oleh karena itu perhitungan kapabilitas prosesnya dapat menggunakan indeks P untuk P_p dan P_{pk} .

Tabel 4.4 Kapabilitas Proses Univariat

Variabel	P_p	P_{pk}
pH	2,07	0,10
Kekeruhan	6,56	13,03

Berdasarkan Tabel 4.4, didapatkan informasi bahwa nilai P_p variabel pH pada *cooling water* mesin A sebesar 2,07. Nilai P_p tersebut lebih dari 1 sehingga masih ada kecenderungan kinerja proses yang baik dan tidak ditemukan masalah terhadap keinginan *customer* dalam jangka waktu yang lama. Penentuan kapabilitas kinerja proses secara mutlak dapat dilihat pada nilai P_{pk} . Tabel 4.4 memberikan informasi bahwa nilai P_{pk} variabel pH sebesar 0,1, nilai tersebut kurang dari 1 sehingga dapat dikatakan bahwa kinerja proses pH tidak baik atau tidak kapabel, dimana tingkat presisi dan akurasi proses belum baik dan variasi proses belum berada dalam batas yang ditentukan.

Sedangkan nilai P_p variabel kekeruhan pada *cooling water* mesin A sebesar 6,56. Nilai P_p tersebut lebih dari 1 sehingga masih ada kecenderungan kinerja proses yang kapabel pada variabel kekeruhan. Penentuan kinerja proses secara mutlak dapat dilihat pada nilai P_{pk} . Tabel 4.4 memberikan informasi bahwa nilai P_{pk} variabel kekeruhan sebesar 13,03, nilai tersebut jauh lebih besar dari 1 sehingga dapat dikatakan bahwa kinerja proses kekeruhan sudah baik atau kapabel, dengan kata lain tingkat presisi dan akurasi baik dan variasi proses berada dalam batas yang ditentukan.

Setelah mendapatkan nilai P_p untuk setiap variabel, maka dilanjutkan dengan menghitung nilai P_p untuk data multivariat. Pada penelitian ini variabel multivariat yang diukur yaitu pH dan kekeruhan. Perhitungan nilai indeks P_p secara multivariat dengan menggunakan rumus pada persamaan (2.18), begitu pula dengan perhitungan kapabilitas proses secara mutlak menggunakan P_{pk} secara multivariat menggunakan rumus pada persamaan (2.19). Hasil perhitungan indeks kapabilitas multivariat P_p dan P_{pk} disajikan pada Tabel 4.5 berikut ini.

Tabel 4.5 Kapabilitas Proses Multivariat

MP_p	MP_{pk}
3,691	1,131

Berdasarkan Tabel 4.5 didapatkan informasi bahwa hasil perhitungan indeks kapabilitas multivariat MP_p adalah sebesar 3,691, nilai tersebut lebih besar dari 1 sehingga masih ada kecenderungan kinerja proses yang kapabel pada kedua variabel, namun nilai MP_p hanya menjelaskan indeks saja, untuk menentukan apakah secara multivariat kinerja prosesnya mutlak kapabel, dapat menggunakan perhitungan MP_{pk} . Pada Tabel 4.5 terlihat bahwa nilai MP_{pk} sebesar 1,131. Nilai tersebut lebih dari 1 sehingga dapat diartikan bahwa untuk kinerja proses multivariat, variabel pH dan kekeruhan sudah baik atau kapabel, dimana tingkat presisi dan akurasi proses baik dan variasi proses berada dalam batas yang ditentukan.

DAFTAR PUSTAKA

- Arinaldi, & Ferdian. (2013). pengolahan air lumut dengan kombinasi proses koagulasi dan filtrasi. *Jurnal Teknologi Kimia dan Industri* , 8-13.
- ASTMInternational. (2003). *Standard Practice for Process and Measurement Capability Indices 1*. United States: ASTM International.
- Eshelman, C. E. (2009). *SENSITIVITY COMPARISON AND AVERAGE RUNG LENGTH OF THE MEWMS AND MEWMV CONTROL CHART USING INDIVIDUAL OBSERVATION WITH SINGULAR MEAN SHIFTS AND VARIANCE CHANGES*. USA: UMI Publishing.
- Hapsari, P. O. (2009). *Penerapan Diagram Kontrol MEWMA dan MEWMV Pada Proses Produksi Coca-Cola 1,5l PT. Coca-Cola Bottling Indonesia Jawa Timur*. Surabaya: Jurusan Statistika FMIPA ITS.
- Samekto, C. (2010). Potensi Sumber Daya Air di Indonesia. *Seminar Nasional BPPT*, (hal. 1-20).
- HDIPure*. (2013). Dipetik 02 19, 2015, dari Pentingnya Air Bersih: <http://www.hdindonesia.com/hdipure/pentingnya-air-bersih>
- Huwang, L., & Arthur, B. (2007). Monitoring Multivariate Process Variability for Individual Observation. *Journal of Quality Industry* , 39, 258-278.
- Jayanti, J. D. (2014). *Penerapan Diagram Kontrol MEWMA dan MEWMV Pada Pengendalian Kualitas Air Produksi Di Ipam I Ngagel*. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

- Johnson, & Winchern. (2007). *Applied Multivariate Statistical Analysis*. Prentice Hall.
- Junior, R. d. (2011). *Kapasitas indeks kinerja proses multivariat: Sebuah perbandingan indeks melalui simulasi*. Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul Instituto de Matematica Departamento de Estatistica.
- Montgomery, D. C. (2009). *Introduction to Statistical Quality Control 6th Edition*. United States of America: John Willey & Sons.
- Morrison, D. (2005). *Multivariate Statistical Methods* (2nd ed.). United of America: The Wharton School University Of Pennsylvania.
- Rodgers, J. L., & Nicewander, W. A. (1998). Thirteen Ways to Look at The Correlation Coefficient. *The American Statistician* , 59-66.
- Stoumbos, Z. G., & Sullivan, J. H. (2002). Robustness to Non-Normality of The Multivariate EWMA Control Chart. *Journal of Quality Technology* , 260.
- Sukmanita, R. (2014). *Monitoring Uji Stabilitas Jenis Tablet Antibiotik pada Masa Kadaluarsa Menggunakan Diagram Kontrol Multivariat (Studi Kasus : PT. X)*. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

BAB V

KESIMPULAN

Berdasarkan analisis sebelumnya, maka dapat diambil kesimpulan dan saran dari hasil analisis sebagai berikut

5.1 Kesimpulan

1. Pada pengontrolan variabilitas proses dengan menggunakan diagram kontrol MEWMV dengan berbagai macam pembobot yang dilakukan yaitu ω dan λ antara 0,1-0,4 dapat diketahui bahwa nilai $\lambda=0,4$, $\omega=0,3$ dan $L=3,885$ merupakan nilai optimum yang dapat mendeteksi pergeseran variabilitas proses yang kecil dari *cooling water* mesin A.
2. Pada pengontrolan rata-rata proses dengan menggunakan diagram kontrol MEWMA dengan pembobot yang sama/konsisten dengan pembobot terpilih pada diagram kontrol MEWMV yaitu $\lambda=0,4$ dengan batas kendali (h_4) sebesar 10,31. Pembobot tersebut merupakan pembobot optimum yang dapat mendeteksi pergeseran rata-rata proses yang kecil dari *cooling water* mesin A.
3. Berdasarkan hasil perhitungan kapabilitas proses, diketahui bahwa secara univariat variabel pH tidak kapabel, sedangkan variabel kekeruhan sudah kapabel. Sedangkan secara multivariat, kedua variabel yaitu pH dan kekeruhan menunjukkan keduanya tidak kapabel.

5.2 Saran

Pada penelitian selanjutnya sebaiknya memperhatikan proses produksi terlebih dahulu agar tidak terjadi kesalahan pada pemilihan data yang bersifat univariat atau multivariat. Selain itu juga mempertimbangkan pengaruh shift dari proses produksi.

Sebaiknya dilakukan perbaikan proses menggunakan fase I dan fase II agar data bisa lebih terkontrol atau masuk dalam batas

kendali. Alternatif metode lain yang bisa digunakan yaitu menggunakan diagram kontrol Fuzzy agar pergerakan lebih halus apabila diukur dengan univariat.

LAMPIRAN

Lampiran A : Data Proses Pengolahan Air pada *Cooling Water*

pH	Kekeruhan	pH	Kekeruhan	pH	Kekeruhan
8,34	0,00	8,53	0,00	8,49	3,84
8,44	0,00	8,48	0,00	8,41	1,81
8,47	0,00	8,52	0,00	8,45	0,15
8,39	0,00	8,49	0,00	8,39	0,00
8,44	0,00	8,57	0,00	8,43	0,00
8,51	0,00	8,46	0,00	8,37	0,00
8,38	0,00	8,52	0,00	8,49	0,00
8,27	0,00	8,48	0,00	8,46	0,00
8,41	0,00	8,56	0,00	8,53	0,00
8,35	0,00	8,47	0,00	8,47	0,00
8,37	0,00	8,58	0,00	8,56	0,00
8,34	0,00	8,45	0,00	8,5	0,00
8,4	0,00	8,57	0,00	8,56	0,00
8,39	0,00	8,52	0,00	8,57	0,00
8,4	0,00	8,6	0,00	8,52	0,00
8,35P	0,00	8,52	0,00	8,37	0,00
8,4	0,00	8,6	0,00	8,49	0,00
8,35	0,00	8,51	0,00	8,46	0,00
8,4	0,00	8,6	0,31	8,53	0,00
8,35	0,00	8,51	0,00	8,47	0,00
8,41	0,00	8,61	0,00	8,56	0,00
8,37	0,00	8,58	0,00	8,5	0,00
8,38	0,00	8,49	1,27	8,56	0,00
8,34	0,00	8,53	0,19	8,57	0,00
8,43	0,00	8,56	1,81	8,52	0,00
8,36	0,00	8,52	0,60	8,53	0,00

Lanjutan Lampiran A

pH	Kekeruhan	pH	Kekeruhan	pH	Kekeruhan
8,51	0,00	8,64	0,50	8,54	0,00
8,39	0,00	8,59	0,34	8,54	0,00
8,51	0,00	8,63	0,00	8,55	0,00
8,37	0,00	8,57	1,68	8,53	0,00
8,44	0,00	8,59	1,55	8,51	0,00
8,36	0,00	8,57	1,36	8,48	0,00
8,45	0,00	8,62	1,04	8,44	0,00
8,35	0,00	8,52	0,34	8,38	0,00
8,45	0,00	8,41	0,00	8,27	0,00
8,43	0,00	8,5	0,00	8,3	0,00
8,48	0,00	8,47	0,00	8,36	0,00
8,43	0,00	8,54	0,00	8,33	0,00
8,46	0,00	8,57	0,00	8,39	0,00
8,41	0,00	8,5	0,00	8,35	0,00
8,49	0,00	8,59	0,00	8,44	0,00
8,48	0,00	8,51	0,00	8,42	0,00
8,54	0,00	8,53	0,00	8,48	0,00
8,51	0,00	8,45	1,84	8,46	0,00
8,56	0,00	8,5	0,26		
8,48	0,00	8,41	0,34		

Lampiran B : perhitungan manual uji korelasi Pearson

$$r = \frac{\sum_{i=1}^m (X_{i1} - \bar{X}_1)(X_{i2} - \bar{X}_2)}{\sqrt{\left(\sum_{i=1}^m x_i - \bar{x}_1\right)^2 \times \left(\sum_{i=1}^m x_i - \bar{x}_2\right)^2}}$$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{136} (X_{i1} - \bar{X}_1)(X_{i2} - \bar{X}_2)}{\sqrt{\left(\sum_{i=1}^{136} x_i - \bar{x}_1\right)^2 \times \left(\sum_{i=1}^{136} x_i - \bar{x}_2\right)^2}}$$

$$r = \frac{0,93}{\sqrt{0,8976 \times 32,91}} = 0,172$$

Lampiran C : Output Uji Korelasi Pearson

<p>Pearson correlation of pH and Turbidity = 0,172 P-Value = 0,046</p>
--

Lampiran D : Syntax R Uji Normal Multivariat

```

multinorm.test <- function(X){
#input X adalah matriks berukuran n ´ p
X <- as.data.frame(X) #memastikan X berbentuk matriks (kenapa?)
mu <- colMeans(X) #menghitung vector mean dari matriks X
S <- cov(X) #menghitung matriks penduga S
invS <- solve(S)
d <- matrix(rep(0,nrow(X)),nrow(X),1)
eval <- matrix(rep(0,nrow(X)),nrow(X),1)
q <- qchisq(0.5,ncol(X)) #menghitung titik kritis
for (i in 1:nrow(X)){ #fungsi ini menghitung jarak dan
mengevaluasinya terhadap titik kritis
d[i] <- as.numeric(X[i,] - mu) %*% (invS) %*% as.numeric (t(X[i,]
- mu))
    ifelse (d[i] <= q, eval[i] <- 1, eval[i] <- 0)
    }
prop <- sum(eval)/nrow(X) #menghitung proporsi jarak yang
memenuhi kriteria pengujian
result <- list(distance = d, chisquared = q, proportion = prop)
return(result)
}

```

Lampiran E : Hasil Pengujian Normal Multivariat

```
> multinorm.test(data)
$distance
  [1]
 [1,] 2.62567422
 [2,] 0.20455185
 [3,] 0.08255450
 [4,] 1.02771600
 [5,] 0.20455185
 [6,] 0.35377605
 [7,] 1.28532412
 [8,] 6.16446974
 [9,] 0.60547505
[10,] 2.24409905
[11,] 1.57392400
[12,] 2.62567422
[13,] 0.80109965
[14,] 1.02771600
[15,] 0.80109965
[16,] 2.24409905
...
...
...
[134,] 0.44084222
[135,] 0.10387224
[136,] 0.09222852

$chisquared
 [1] 1.386294

$proportion
 [1] 0.625
```

Lampiran F : Syntax MATLAB MEWMA

```

clc; clear all;
X = importdata ('D:\data2.txt');
r=0.8;
h4=10.58;
S=cov(X);
[brsX,klmX]=size(X);
t=brsX;
w=klmX;
rata=mean(X);
for i=1:t
    for j=1:2
        X(i,j)=X(i,j)-rata(j);
    end
end
v=zeros((t-1),w);
for i=1:t
    xt=X(i,:)-rata;
end
xi=X;
v=zeros((t-1),w);
for i=1:(t-1)
    v(i,:)=xi(i+1,:)-X(i,:);
end
S=(1/2)*(v'*v)/(t-1)
for p=1:2
    Z(1,p)=r*X(1,p);
end
for i=2:t
    for p=1:2
        Z(i,p)=r*X(i,p)+(1-r)*Z(i-1,p);
    end
end
for i=1:t
    Szi=(r*(1-(1-r)^(2*i))/(2-r))*S;
    iS=inv(Szi);

```

```
        Z1=Z(i,:);
T2(i)=Z1*iS*Z1';
end
keluar=0;
d=0;
for i=1:t
    if T2(i)>h4
        keluar=keluar+1;
        d=d+1;
        ygkeluar(d)=i;
    end
end
for i=1:t
    batas(i)=h4;
    x(i)=i;
end
jumlah_keluar=keluar
A=max(T2)
plot(x,T2,'b.-',x,batas,'k-')
xlabel('observasi ke-');
ylabel('Ti2')
```

Lampiran G : Nilai T_i^2 Diagram kontrol MEWMA

Pembobot							
0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,8
Ti1	Ti2	Ti3	Ti4	Ti5	Ti6	Ti7	Ti8
1,97	1,97	1,97	1,97	1,97	1,97	1,97	1,97
8,10	8,22	8,42	8,59	8,69	8,70	8,60	7,97
12,94	13,03	13,05	12,78	12,19	11,28	10,11	7,39
20,60	20,84	20,83	20,10	18,70	16,82	14,74	10,83
22,43	22,13	20,60	18,03	14,90	11,77	8,99	4,94
25,32	24,59	21,83	18,01	14,08	10,71	8,11	4,87
27,30	25,99	21,81	16,85	12,45	9,12	6,79	4,04
34,02	32,71	27,95	22,35	17,61	14,14	11,72	8,70
35,79	33,58	26,78	19,79	14,41	10,65	8,03	4,65
42,54	40,18	32,43	24,70	18,98	15,08	12,37	8,88
44,10	40,51	30,34	21,33	15,15	11,06	8,24	4,67
50,85	46,93	35,57	25,90	19,49	15,32	12,47	8,88
51,13	45,50	31,44	20,80	14,19	10,03	7,26	3,87
55,71	49,22	33,68	22,68	16,15	12,16	9,56	6,49
59,12	51,42	34,11	22,66	16,08	12,07	9,41	6,09
66,96	58,81	40,35	28,43	21,59	17,33	14,41	10,50
64,43	53,57	32,25	19,75	12,86	8,68	5,93	2,67
69,96	58,17	35,79	23,27	16,56	12,60	10,05	7,16
58,86	43,39	19,65	8,81	4,01	1,77	0,74	0,27
61,33	44,99	21,39	11,28	6,91	4,83	3,79	3,08
51,73	33,36	11,38	3,99	1,53	0,67	0,38	0,36
56,45	37,84	16,03	8,59	5,91	4,85	4,46	4,44
54,20	34,65	13,65	6,98	4,49	3,30	2,56	1,51

59,91	40,17	19,21	12,56	10,07	8,83	7,99	6,71
56,52	35,63	15,05	8,56	5,77	4,10	2,89	1,29
63,23	42,24	21,64	15,14	12,30	10,57	9,32	7,66
59,65	37,39	16,74	10,01	6,75	4,66	3,20	1,37
58,32	35,31	15,06	8,64	5,62	3,84	2,71	1,52
52,44	28,76	9,86	4,46	2,25	1,19	0,66	0,26
51,62	27,75	9,75	4,86	2,92	2,00	1,52	1,13
48,23	24,31	7,69	3,54	2,00	1,28	0,90	0,50
49,42	25,48	9,32	5,30	3,79	3,08	2,69	2,25
43,78	20,13	5,73	2,50	1,33	0,79	0,49	0,24
39,57	16,59	4,02	1,58	0,83	0,52	0,38	0,25
31,62	10,51	1,69	1,04	1,26	1,55	1,76	1,93
26,85	7,66	1,44	1,47	1,71	1,74	1,61	1,13
20,12	4,39	2,54	3,98	4,62	4,68	4,46	3,75
18,45	4,04	2,23	2,57	2,24	1,69	1,16	0,45
14,82	3,16	3,33	3,77	3,35	2,75	2,25	1,62
13,72	3,10	2,77	2,46	1,75	1,17	0,77	0,34
11,38	2,96	3,58	3,21	2,48	1,91	1,53	1,14
10,36	3,00	3,25	2,52	1,73	1,20	0,86	0,46
7,58	3,96	6,41	6,02	5,33	4,85	4,54	4,16
7,70	3,55	3,97	2,74	1,72	1,07	0,64	0,25
6,70	4,13	4,73	3,44	2,45	1,84	1,45	1,05
6,53	3,99	3,70	2,29	1,41	0,91	0,62	0,31
5,54	5,72	6,43	5,11	4,26	3,78	3,52	3,26
5,60	5,06	4,38	2,73	1,73	1,13	0,73	0,29
5,32	7,93	8,46	6,99	6,07	5,53	5,17	4,78
5,35	6,13	4,69	2,73	1,59	0,92	0,53	0,25
5,69	8,91	8,18	6,28	5,16	4,48	4,06	3,73
6,08	9,67	8,30	6,05	4,63	3,65	2,92	1,82

7,89	14,76	14,53	12,46	11,06	10,02	9,16	7,73
8,61	15,11	13,24	10,05	7,71	5,89	4,42	2,29
11,63	20,96	19,68	16,34	13,78	11,77	10,17	7,93
12,14	19,97	16,15	11,46	8,11	5,70	3,95	1,77
14,82	24,96	21,45	16,70	13,36	11,03	9,40	7,46
15,27	23,40	17,30	11,50	7,73	5,24	3,57	1,61
20,37	30,81	24,89	18,94	15,09	12,56	10,86	8,80
24,36	35,25	27,99	21,09	16,50	13,30	10,91	7,37
19,56	27,70	19,43	13,57	10,55	9,09	8,50	8,51
20,47	27,18	17,47	11,06	7,47	5,26	3,76	1,93
22,09	32,80	29,15	26,92	25,94	25,25	24,57	23,19
22,82	32,45	26,80	21,93	17,93	14,30	11,03	5,72
31,46	43,81	36,90	29,94	24,63	20,64	17,69	13,96
36,80	48,66	38,55	29,36	22,82	18,09	14,53	9,35
45,08	56,73	43,72	33,43	26,79	22,20	18,72	13,59
52,01	66,44	54,24	42,87	34,92	29,48	25,83	21,83
62,64	80,66	69,30	57,04	47,95	41,20	35,84	26,91
71,86	91,05	77,34	62,07	50,24	41,00	33,46	21,78
84,61	104,25	85,71	66,24	51,49	40,40	31,96	20,57
81,99	92,69	63,94	40,86	25,83	16,17	9,99	3,56
66,85	65,53	32,03	13,16	4,55	1,19	0,32	1,06
61,44	54,02	20,86	6,58	1,70	0,35	0,14	0,26
54,07	41,86	11,84	2,39	0,30	0,10	0,19	0,23
53,16	38,49	10,69	3,38	1,92	1,73	1,76	1,86
55,06	38,91	12,95	6,94	5,77	5,54	5,39	4,82
51,03	32,91	9,69	4,92	3,63	2,86	2,19	1,07
55,14	36,64	14,86	10,51	9,17	8,31	7,54	6,33
52,17	32,37	12,25	7,92	5,96	4,49	3,30	1,63

51,23	30,77	12,08	7,87	5,79	4,32	3,26	1,98
50,72	30,26	11,71	9,34	10,61	12,80	15,05	18,72
48,15	26,98	9,38	6,21	5,29	4,50	3,53	1,47
39,60	18,73	4,94	3,35	3,13	2,88	2,56	2,12
63,67	55,07	56,95	68,84	78,69	85,44	90,03	95,51
70,99	68,83	75,04	81,47	80,27	73,49	63,78	41,69
62,67	54,94	48,27	40,63	29,78	19,28	11,04	2,26
51,04	40,63	30,31	21,02	12,86	7,61	4,97	3,56
42,82	30,61	19,07	11,09	6,12	3,79	2,81	1,85
34,05	23,63	16,04	11,40	9,00	7,89	7,17	5,88
29,81	17,51	8,47	4,23	2,37	1,48	0,90	0,27
25,34	13,07	5,31	2,51	1,50	1,02	0,71	0,37
23,09	9,18	1,44	0,10	0,30	0,66	0,95	1,27
19,68	6,52	0,72	0,22	0,40	0,45	0,41	0,25
19,09	4,90	0,26	1,33	2,40	2,92	3,11	3,14
17,10	3,62	0,48	1,58	2,04	1,94	1,62	0,92
17,40	4,03	2,61	4,46	5,04	4,87	4,46	3,66
18,59	5,76	6,11	8,26	8,48	7,84	6,99	5,33
17,97	6,03	6,55	7,35	6,41	5,05	3,82	2,02
11,72	1,61	1,04	0,84	0,71	1,12	1,91	3,67
10,50	1,44	1,23	0,97	0,64	0,50	0,43	0,25
8,54	0,83	0,98	0,84	0,68	0,61	0,52	0,35
8,92	1,69	1,89	1,53	1,20	1,09	1,11	1,28
7,51	1,30	1,53	1,11	0,77	0,56	0,43	0,25
9,17	3,23	3,66	3,35	3,17	3,15	3,16	3,14
8,84	3,50	3,65	3,00	2,46	2,03	1,63	0,92
10,90	6,01	6,47	5,93	5,41	4,94	4,47	3,66
13,67	9,38	10,19	9,57	8,77	7,89	7,00	5,33
14,22	10,12	9,89	8,23	6,56	5,07	3,82	2,02

15,30	11,39	10,38	8,11	6,14	4,60	3,46	2,07
16,94	13,21	11,55	8,83	6,67	5,11	4,00	2,66
18,62	14,97	12,54	9,36	7,00	5,37	4,23	2,79
20,90	17,35	14,22	10,62	8,07	6,33	5,10	3,49
22,01	18,15	13,86	9,74	7,00	5,18	3,92	2,33
21,91	17,45	11,92	7,56	4,93	3,33	2,32	1,19
20,10	14,83	8,41	4,39	2,36	1,32	0,78	0,32
16,36	10,48	4,23	1,52	0,68	0,51	0,55	0,68
10,61	5,17	1,45	1,63	2,73	3,66	4,22	4,44
3,47	2,11	7,13	13,85	18,54	21,03	21,89	20,76
0,89	5,27	17,96	26,75	29,94	29,40	26,87	19,83
0,82	9,10	23,27	28,45	27,07	22,93	18,25	10,50
2,26	15,68	31,97	34,56	30,54	24,97	19,92	12,91
3,79	18,83	31,39	29,14	22,57	16,42	11,77	6,14
6,85	25,20	36,49	31,77	24,32	18,31	14,11	9,27
7,54	23,77	28,22	20,37	12,93	8,02	5,01	1,98
8,91	24,16	24,72	16,13	9,73	6,05	4,01	2,15
8,21	19,79	15,94	8,04	3,67	1,70	0,84	0,28
8,24	17,64	11,94	5,32	2,34	1,17	0,70	0,37

Lampiran H : Syntax MEWMV

```

lamda=0.3;
omega=0.2;
p=2;
L=3.4850;
A=X*X';
[brsA,klmA]=size(A);
m=brsA;
I=eye(m)
for i=1:m;
    elemen(i)=lamda*(1-lamda)^(1-i);
end
for j=1:m;
    for j2=1:m;
        if j<j2;
            M(j,j2)=0;
        else
            M(j,j2)=lamda*(1-lamda)^(j-j2);
        end
    end
end
for u=1:m
    A_partial_u=A(1:u,1:u);
    I_partial_u=I(1:u,1:u);
    M_partial_u=M(1:u,1:u);
    for i=1:u
        if i>1
            elemenC(i)=omega*(1-omega)^(u-i);
        else
            elemenC(i)=(1-omega)^(u-i);
        end
    end
    C=diag(elemenC);
    Q=(I_partial_u-M_partial_u)'*C*(I_partial_u-
M_partial_u);
    trv(u)=trace(Q*A_partial_u);
    estt(u)=p*trace(Q);
    Q2=Q.^2;
    sumQ2=sum(sum(Q2));
    varr(u)=2*p*sumQ2;
    ba=estt+(L*sqrt(varr))
    bb=estt-(L*sqrt(varr));
end

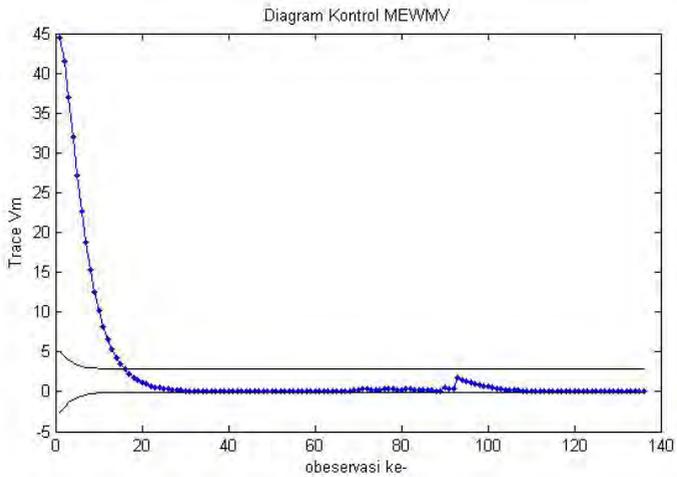
```

```

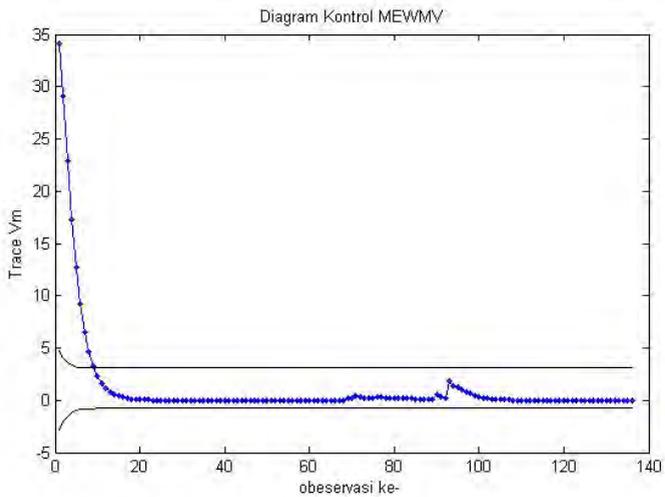
trv_partial=trv(:,1:m);
estt_partial=estt(:,1:m);
varr_partial=varr(:,1:m);
ba_partial=ba(:,1:m);
bb_partial=bb(:,1:m);
keluar1=0;
d1=0
for i=1:m-1
    if trv_partial(i)>ba_partial(i)
        keluar1=keluar1+1;
        d1=d1+1;
        ygkeluar1(d1)=i;
    end
end
keluar2=0;
d2=0;
for i=1:m-1
    if trv_partial(i)<bb_partial(i)
        keluar2=keluar2+1;
        d2=d2+1;
        ygkeluar(d2)=i;
    end
end
jumlah_keluar=keluar1+keluar2
D=max(trv_partial)
x=1:m;
plot(x,trv_partial,'b-',x,ba_partial,'k-',
    x,bb_partial,'k-');
title('Diagram Kontrol MEWMV');
xlabel('obeservasi ke-');
ylabel('Trace Vm');

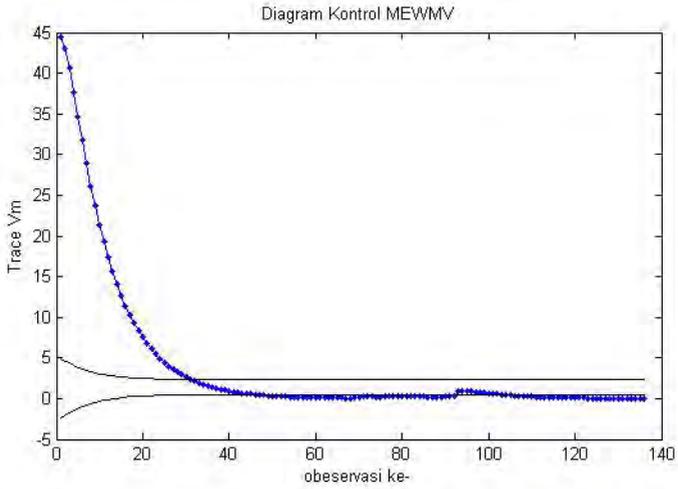
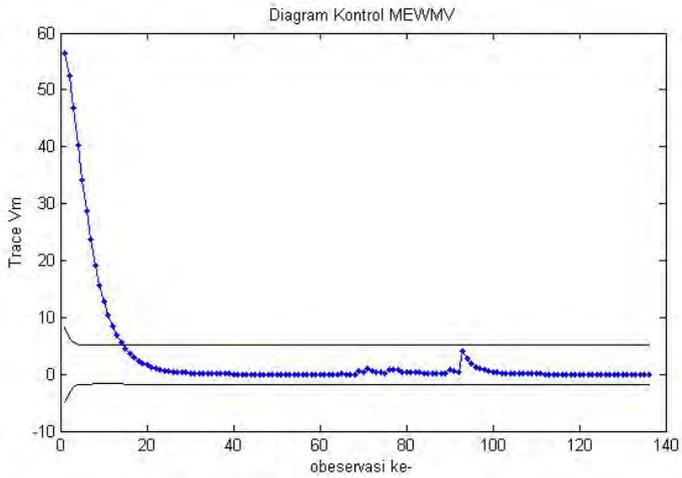
```

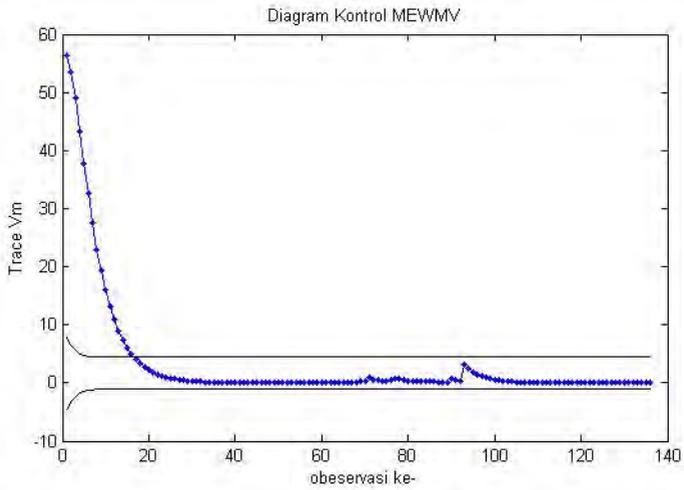
Lampiran I : Diagram Kontrol MEWMV dengan Berbagai Pembobot



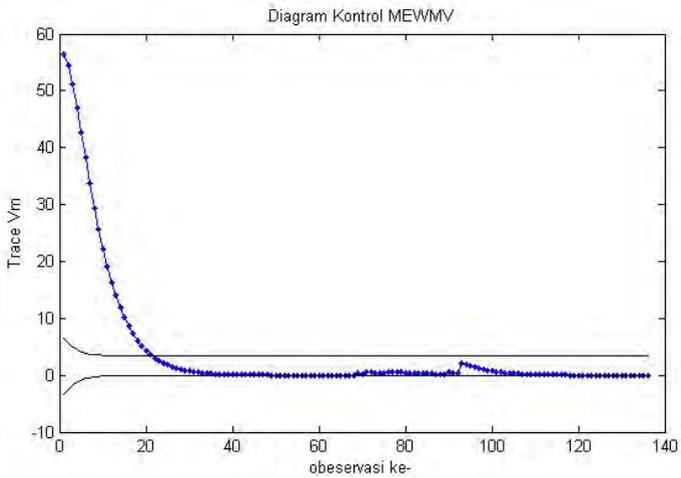
Peta Kendali MEWMV $\omega=0,2$ $\lambda=0,2$ $L=3,4775$



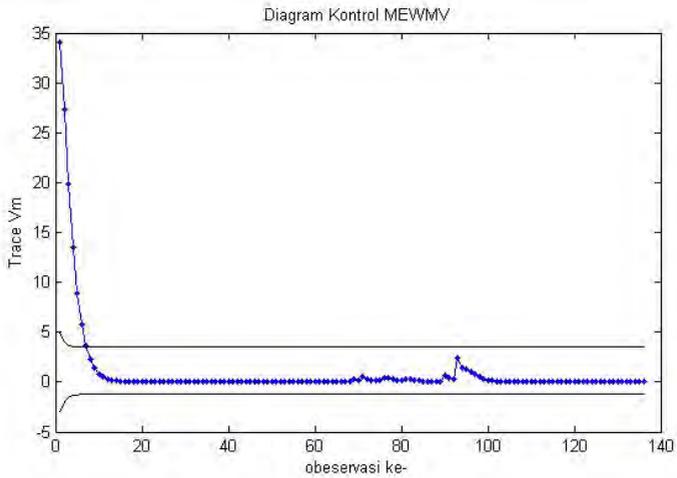
Peta Kendali MEWMV $\omega=0,3$ $\lambda=0,3$ $L=3,8800$ Peta Kendali MEWMV $\omega=0,1$ $\lambda=0,2$ $L=2,8738$ Peta Kendali MEWMV $\omega=0,4$ $\lambda=0,1$ $L=4,1625$



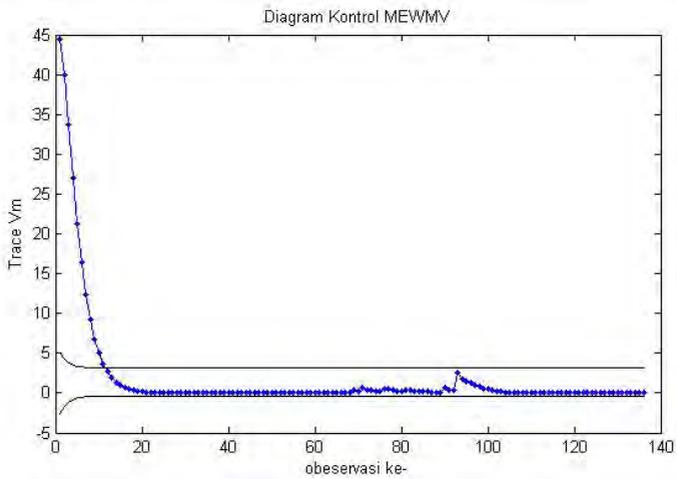
Peta Kendali MEWMV $\omega=0,3$ $\lambda=0,1$ $L=3,867$



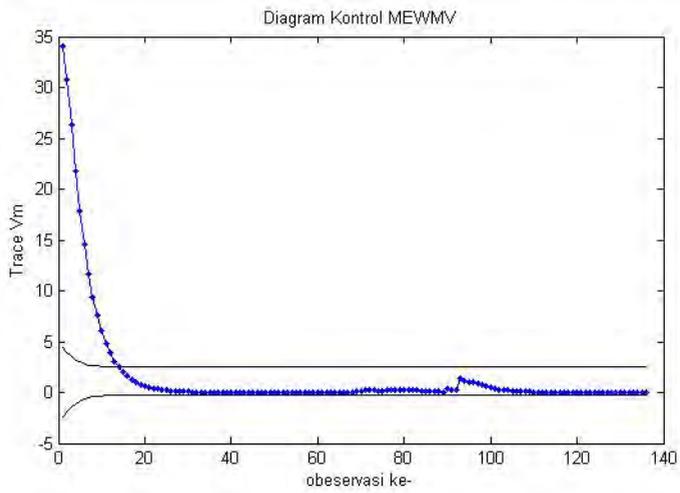
Peta Kendali MEWMV $\omega=0,2$ $\lambda=0,1$ $L=3,4725$



Peta Kendali MEWMV $\omega=0,4$ $\lambda=0,3$ $L=4,1788$



Peta Kendali MEWMV $\omega=0,3$ $\lambda=0,2$ $L=3,8675$



Peta Kendali MEWMV $\omega=0,2$ $\lambda=0,3$ $L=3,4850$

Lampiran J : Tabel nilai L diagram kontrol MEWMV

TABLE 2. The Values of L for MEWMV Chart ($p = 2$, $ARL_0 \approx 370$, $s.e. \approx 2.6$)

ω	λ	L	ω	λ	L	ω	λ	L
0.1	0.1	2.8725	0.4	0.1	4.1625	0.7	0.1	4.7281
	0.2	2.8738		0.2	4.1675		0.2	4.7313
	0.3	2.8800		0.3	4.1788		0.3	4.7288
	0.4	2.8838		0.4	4.1875		0.4	4.7325
	0.5	2.8900		0.5	4.1900		0.5	4.7350
	0.6	2.8975		0.6	4.2050		0.6	4.7450
	0.7	2.9038		0.7	4.2088		0.7	4.7250
	0.8	2.9138		0.8	4.2150		0.8	4.7225
	0.9	2.9238		0.9	4.2250		0.9	4.7100
0.2	0.1	3.4725	0.5	0.1	4.4000	0.8	0.1	4.8313
	0.2	3.4775		0.2	4.4000		0.2	4.8281
	0.3	3.4850		0.3	4.4050		0.3	4.8313
	0.4	3.4975		0.4	4.4150		0.4	4.8313
	0.5	3.5075		0.5	4.4225		0.5	4.8359
	0.6	3.5175		0.6	4.4225		0.6	4.8250
	0.7	3.5275		0.7	4.4300		0.7	4.8188
	0.8	3.5350		0.8	4.4350		0.8	4.8063
	0.9	3.5394		0.9	4.4350		0.9	4.8004
0.3	0.1	3.8675	0.6	0.1	4.5875	0.9	0.1	4.8953
	0.2	3.8725		0.2	4.5925		0.2	4.8900
	0.3	3.8800		0.3	4.5875		0.3	4.8900
	0.4	3.8850		0.4	4.5938		0.4	4.8900
	0.5	3.9000		0.5	4.6013		0.5	4.8950
	0.6	3.9100		0.6	4.6000		0.6	4.8813
	0.7	3.9213		0.7	4.5975		0.7	4.8725
	0.8	3.9325		0.8	4.6000		0.8	4.8638
	0.9	3.9413		0.9	4.5975		0.9	4.8475

Lampiran K : Tabel nilai h_4 diagram kontrol MEWMA

Average Run Lengths (zero state) for the MEWMA Control Chart [from Prabhu and Runger (1997)]

p	δ	λ							
		0.05	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.80
2		$H = 7.35$	8.64	9.65	10.08	10.31	10.44	10.52	10.58
	0.0	199.93	199.98	199.91	199.82	199.83	200.16	200.04	200.20
	0.5	26.61	28.07	35.17	44.10	53.82	64.07	74.50	95.88
	1.0	11.23	10.15	10.20	11.36	13.26	15.88	19.24	28.65
	1.5	7.14	6.11	5.49	5.48	5.78	6.36	7.25	10.28
	2.0	5.28	4.42	3.78	3.56	3.53	3.62	3.84	4.79
	3.0	3.56	2.93	2.42	2.20	2.05	1.95	1.90	1.91
4		$H = 11.22$	12.73	13.87	14.34	14.58	14.71	14.78	14.85
	0.0	199.84	200.12	199.94	199.91	199.96	200.05	199.99	200.05
	0.5	32.29	35.11	46.30	59.28	72.43	85.28	97.56	120.27
	1.0	13.48	12.17	12.67	14.81	18.12	22.54	28.06	42.58
	1.5	8.54	7.22	6.53	6.68	7.31	8.40	10.03	15.40
	2.0	6.31	5.19	4.41	4.20	4.24	4.48	4.93	6.75
	3.0	4.23	3.41	2.77	2.50	2.36	2.27	2.24	2.37
6		$H = 14.60$	16.27	17.51	18.01	18.26	18.39	18.47	18.54
	0.0	200.11	200.03	200.11	200.18	199.81	200.01	199.87	200.17
	0.5	36.39	40.38	54.71	70.30	85.10	99.01	111.65	133.91
	1.0	15.08	13.66	14.63	17.71	22.27	28.22	35.44	53.51
	1.5	9.54	8.01	7.32	7.65	8.60	10.20	12.53	20.05
	2.0	7.05	5.74	4.88	4.68	4.80	5.20	5.89	8.60
	3.0	4.72	3.76	3.03	2.72	2.58	2.51	2.51	2.77
10		$H = 20.72$	22.67	24.07	24.62	24.89	25.03	25.11	25.17
	0.0	199.91	199.95	200.08	200.01	199.98	199.84	200.12	200.00
	0.5	42.49	48.52	67.25	85.68	102.05	116.25	128.82	148.96
	1.0	17.48	15.98	17.92	22.72	29.47	37.81	47.54	69.71
	1.5	11.04	9.23	8.58	9.28	10.91	13.49	17.17	28.33
	2.0	8.15	6.57	5.60	5.47	5.77	6.48	7.68	12.15
	3.0	5.45	4.28	3.43	3.07	2.93	2.90	2.97	3.54

DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
Lampiran A Data proses pengolahan air	49
Lampiran B Perhitungan manual uji korelasi pearson.....	51
Lampiran C Hasil pengujian korelasi Pearson.....	51
Lampiran D Syntax R Pengujian normal multivariat	52
Lampiran E Hasil pengujian normal multivariat	53
Lampiran F Syntax Matlab MEWMA.....	54
Lampiran G Nilai Ti^2 diagram kontrol MEWMA	56
Lampiran H Syntax Matlab MEWMV	61
Lampiran I Diagram kontrol MEWMV dengan berbagai pembobot.....	63
Lampiran J Tabel nilai L diagram kontrol MEWMV.....	68
Lampiran K Tabel nilai h_4 diagram kontrol MEWMA	69

Halaman ini sengaja dikosongkan