

# Pengaruh Pemilihan Potensial Listrik Batas pada Pendekatan Polar untuk Sistem Geometri Kartesian

A. Nashiruddin Albany dan M. Arief Bustomi.

Jurusan Fisika, Fakultas MIPA, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS)

Jl. Arief Rahman Hakim, Surabaya 60111 Indonesia

*e-mail:* a\_bustomi@physics.its.ac.id

**Abstrak**— Potensial listrik sistem geometri kartesian dapat dianalisa dengan pendekatan koordinat polar. Ada berbagai faktor yang menentukan dalam pendekatan ini. Beberapa penelitian tentang faktor-faktor ini telah dilakukan, yaitu faktor jumlah titik sampel potensial listrik, faktor jumlah suku fourier, dan faktor jari-jari lingkaran syarat batas. Dalam penelitian ini, faktor yang diteliti adalah pengaruh pemilihan potensial listrik. Potensial listrik tersebut berupa variabel berbentuk fungsi. Fungsi-fungsi yang digunakan adalah fungsi konstan, fungsi linier, fungsi kuadrat, dan fungsi periodik. Ada beberapa tahap yang harus dilakukan yaitu perhitungan analitik dalam koordinat kartesian, kemudian perhitungan pada pendekatan polar, lalu dilakukan perbandingan antara keduanya dengan menghitung selisihnya. Dari penelitian ini dapat disimpulkan bahwa pendekatan polar cukup baik digunakan untuk menghitung potensial listrik sistem geometri kartesian karena selisihnya mendekati nol. Untuk potensial listrik fungsi konstan nilai selisihnya adalah 0,0003, fungsi linier selisihnya adalah 0,0028, fungsi kuadrat 0,0173, dan fungsi periodik nilai selisihnya adalah 0,0415.

**Kata Kunci**—Potensial listrik, pendekatan polar, sistem geometri kartesian, variasi fungsi potensial listrik batas.

## I. PENDAHULUAN

Sistem geometri campuran merupakan sebuah topik yang menarik untuk diteliti. Sebagai langkah awal pengembangan metode analisa untuk sistem dengan bentuk geometri campuran adalah mencoba mengembangkan suatu metode analisa untuk suatu sistem dengan bentuk geometri tertentu menggunakan sistem koordinat yang tidak sesuai dengan bentuk geometrinya tersebut.

Penelitian mengenai penggunaan sistem koordinat yang tidak sesuai dengan bentuk geometrinya ini sebelumnya pernah dilakukan [1][2][3]. Salah satunya adalah penggunaan pendekatan koordinat polar untuk menghitung potensial listrik sistem geometri kartesian.

Pada penelitian yang dilakukan Amalia [1] jumlah titik yang digunakan divariasikan. Sehingga diketahui bahwa semakin banyak titik yang dipakai maka nilai selisih potensial pendekatan polar dan nilai potensial koordinat kartesian semakin besar. Sementara itu, Islamiyah [2] menggunakan variasi jumlah suku Fourier yang menunjukkan bahwa semakin banyak suku yang digunakan maka selisih antara potensial

listrik koordinat polar dan koordinat kartesian akan mendekati suatu titik tertentu. Sedangkan Tama [3] melakukan variasi jari-jari lingkaran dan diketahui bahwa besar jari-jari lingkaran berpengaruh pada analisa perhitungan potensial listrik sistem geometri kartesian dengan pendekatan polar. Semua penelitian tersebut mengungkapkan bahwa pendekatan polar cukup baik digunakan untuk menghitung persoalan potensial listrik sistem geometri kartesian karena selisih antara koordinat kartesian dan polar mendekati nol [1][2][3].

Seluruh penelitian yang telah dilakukan tersebut menggunakan potensial listrik fungsi konstan. Sehingga dalam penelitian ini dilakukan pemilihan potensial listrik untuk berbagai fungsi yang lain.

## II. METODE

Langkah-langkah untuk menganalisa pemilihan potensial listrik ini dapat dilihat pada diagram alir (*flowchart*) penelitian (Gambar 1).

### A. Perencanaan Penelitian

Dalam perencanaan penelitian, dilakukan pemilihan sistem geometri kartesian yang akan diteliti, pemilihan berbagai fungsi potensial listrik yang akan diberikan pada batas sistem kartesian, pemilihan data-data yang akan diambil untuk dianalisa, dan pemilihan metode analisa yang akan digunakan.

### B. Perhitungan dengan Software MATLAB

Setelah dilakukan perencanaan, kemudian dilakukan penghitungan dengan *software MATLAB*. Perhitungan dengan *software* ini terdiri dari dua langkah, yaitu penghitungan dengan koordinat kartesian dan penghitungan dengan pendekatan polar. Dalam perhitungan ini didapatkan nilai potensial listrik koordinat kartesian dan pendekatan polar untuk masing-masing sudutnya.

### C. Analisa Hasil Perhitungan

Setelah didapatkan hasil perhitungan, kemudian dilakukan perbandingan antara koordinat kartesian dan pendekatan polar dengan cara menghitung selisihnya. Selisih yang telah didapatkan kemudian dihitung rata-ratanya untuk melihat kecocokan secara umum antara koordinat kartesian dan pendekatan polarnya dalam sebuah fungsi.



Gambar 1. Diagram Alir Penelitian

#### D. Variasi Potensial Listrik

Setelah satu fungsi didapatkan nilai potensial listrik antara koordinat kartesian dan pendekatan polarnya, kemudian dilakukan pengubahan fungsi. Fungsi yang digunakan pertama kali adalah fungsi konstan yaitu  $V(x) = 1$ , kemudian fungsi linier  $V(x) = 2x$ , selanjutnya adalah fungsi kuadrat  $V(x) = -6x^2 + 6x$ , dan yang terakhir adalah fungsi periodik  $V(x) = (3/2)\pi \cos 3\pi x$ .

#### E. Pembuatan Kesimpulan

Setelah dilakukan variasi dan didapatkan nilai potensial listrik untuk koordinat polar dan pendekatan polarnya serta nilai selisihnya, kemudian didapatkan kesimpulan secara menyeluruh.

### III. PEMBAHASAN

#### A. Perhitungan Potensial Listrik dalam Koordinat Kartesian

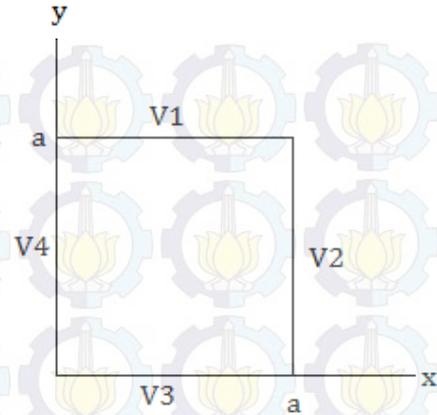
Pada kasus potensial listrik yang akan dihitung secara analitik dalam koordinat kartesian ini, potensial listrik dimisalkan memiliki panjang  $x = a$  dan  $y = a$  dengan potensial listrik  $V$  pada setiap sisinya yaitu  $V_1$  pada sisi atas dengan nilai rata-rata 1,  $V_2$  pada sisi samping kanan dengan nilai rata-rata 2,  $V_3$  pada sisi bawah dengan nilai rata-rata 3, dan  $V_4$  pada sisi samping kiri dengan nilai rata-rata 4 (Gambar 2).

Persamaan potensial listrik yang akan dibahas adalah peninjauan untuk sisi atas dengan nilai  $V$  menggunakan fungsi konstan, fungsi linier, fungsi kuadrat, dan fungsi periodik. Rata-rata keempat fungsi tersebut adalah 1 dan panjang  $a = 1$ .

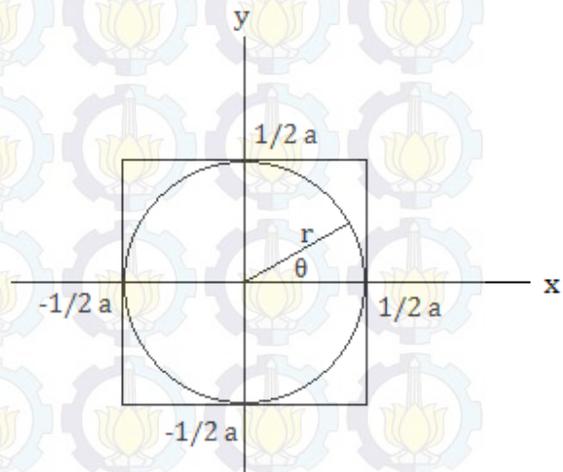
Persamaan potensial listrik dapat diperoleh dengan menurunkan persamaan:

$$\Phi(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin \frac{n\pi x}{L_x} \sinh \frac{n\pi y}{L_x} \quad (1)$$

Persamaan 1 adalah sebuah gelombang superposisi yang merupakan penyelesaian dari persamaan Laplace. Koefisien



Gambar 2. Potensial Listrik dalam Koordinat Kartesian



Gambar 3. Potensial Listrik dalam Pendekatan Polar

$C_n$  dapat diperoleh dengan memasukkan nilai syarat batas pada  $y=L_y$  [4].

Hasil dari persamaan (1) untuk masing-masing fungsi kemudian dimasukkan dalam *software MATLAB* dan digunakan untuk menghitung nilai potensialnya. Sehingga didapatkan nilai potensial untuk koordinat kartesian.

#### B. Perhitungan Potensial Listrik untuk Pendekatan Polar

Pada Gambar 2 kotak potensial ditranslasi ke tengah-tengah sumbu koordinat  $x$  dan  $y$  yang digunakan untuk memudahkan analisa. Gambar 3 menunjukkan sebuah lingkaran dengan jari-jari  $1/2 a$ . Lingkaran tersebut merupakan kumpulan titik-titik yang akan ditentukan potensial listriknya. Potensial listrik tersebut digunakan sebagai nilai syarat batas bagi potensial dalam koordinat polar  $r=a$ .

Persamaan umum dalam koordinat polar yaitu:

$$\begin{aligned} \Phi(r, \theta) = & A_0 + A_0' \ln r + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n \cos n\theta \\ & + B_n \sin n\theta] r^n + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n' \cos n\theta \\ & + B_n' \sin n\theta] r^{-n} \end{aligned} \quad (2)$$

Untuk tinjauan di dalam silinder,  $A_0' = A_n' = B_n' = 0$ .  $A_0'$  dianggap bernilai nol karena pada  $r = 0$  jika dimasukkan ke

persamaan (2) didapatkan hasil dari  $\ln 0$  adalah tidak terdefinisi. Maka persamaannya menjadi:

$$\Phi(r, \theta) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n \cos n\theta + B_n \sin n\theta] r^n \quad (3)$$

Sedangkan untuk nilai  $r = 0,5$  yaitu pada permukaan silinder dua dimensi pada Gambar 3 dimasukkan ke persamaan (3) untuk mencari nilai dari  $A_0, A_1, A_2, A_3, B_1, B_2,$  dan  $B_3$ . Maka persamaan (3) menjadi:

$$\Phi(r, \theta) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n \cos n\theta + B_n \sin n\theta] 0,5^n \quad (4)$$

Karena hanya dibatasi sampai  $n = 3$  maka persamaan (4) menjadi:

$$\begin{aligned} \Phi(r, \theta) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [A_1 \cos n\theta + B_1 \sin n\theta] 0,5 \\ + [A_2 \cos n\theta + B_2 \sin n\theta] 0,5^2 \\ + [A_3 \cos n\theta + B_3 \sin n\theta] 0,5^3 \end{aligned} \quad (5)$$

Penyelesaian dari persamaan (5) adalah dengan menggunakan deret fourier sehingga didapatkan:

$$A_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} V(\theta) d\theta \quad (6)$$

$$A_1 = \frac{1}{0,5\pi} \int_0^{2\pi} V(\theta) \cos \theta d\theta \quad (7)$$

$$A_2 = \frac{1}{0,25\pi} \int_0^{2\pi} V(\theta) \cos 2\theta d\theta \quad (8)$$

$$A_3 = \frac{1}{0,125\pi} \int_0^{2\pi} V(\theta) \cos 3\theta d\theta \quad (9)$$

$$B_1 = \frac{1}{0,5\pi} \int_0^{2\pi} V(\theta) \sin \theta d\theta \quad (10)$$

$$B_2 = \frac{1}{0,25\pi} \int_0^{2\pi} V(\theta) \sin 2\theta d\theta \quad (11)$$

$$B_3 = \frac{1}{0,125\pi} \int_0^{2\pi} V(\theta) \sin 3\theta d\theta \quad (12)$$

Persamaan-persamaan (6), (7), (8), (9), (10), (11), dan (12) di atas dihitung menggunakan *MATLAB* dan hasilnya disubstitusikan ke persamaan (5) sehingga didapatkan nilai potensial listrik pendekatan polar.

### C. Selisih Potensial Listrik Koordinat Kartesian dengan Pendekatan Polarnya

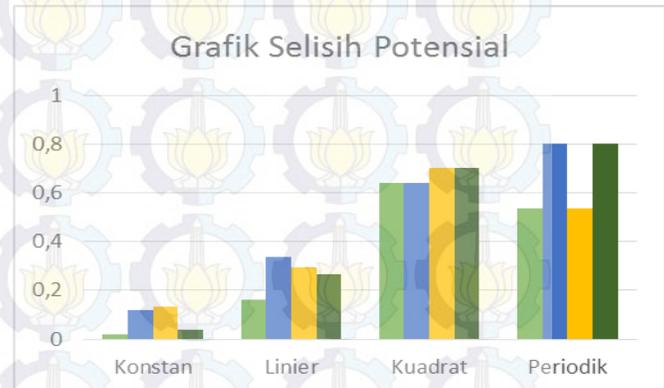
Perbandingan antara potensial koordinat kartesian ( $V_{cir}$ ) dengan potensial pendekatan polar ( $V_e$ ) yang telah dihitung menggunakan *MATLAB* menghasilkan selisih untuk masing-masing sudut. Selisih masing-masing fungsi kemudian dibuat grafik. Hasil dari grafik tersebut digunakan untuk mengetahui selisih potensial yang paling rendah hingga yang tertinggi.

Pada Tabel 1 terlihat bahwa nilai selisih masing-masing sudut mendekati nol dan secara berturut-turut dari yang paling mendekati nol adalah fungsi konstan, fungsi linier, fungsi kuadrat, dan fungsi periodik. Hal itu juga terlihat dari grafik pada Gambar 4.

Tabel 1.

Selisih potensial listrik geometri kartesian dengan pendekatan polarnya

Fungsi	Selisih pada 0°	Selisih pada 90°	Selisih pada 180°	Selisih pada 270°
Konstan	0,0202	0,1176	0,1335	0,0361
Linier	0,1614	0,3356	0,2938	0,2669
Kuadrat	0,6395	0,6395	0,7011	0,7011
Periodik	0,5362	0,8042	0,5362	0,8042



Gambar 4 Grafik Selisih Potensial

## IV. KESIMPULAN/RINGKASAN

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan, maka dapat disimpulkan bahwa perhitungan potensial listrik dengan pendekatan polar pada fungsi konstan memiliki selisih lebih mendekati nol dibanding tiga fungsi lainnya. Berurutan dari yang paling dekat dari nol hingga terjauh setelah fungsi konstan adalah fungsi linier, fungsi kuadrat, dan fungsi periodik. Selisih rata-rata antara potensial listrik batas yang dihitung menggunakan koordinat kartesian ( $V_{cir}$ ) dan pendekatan polar ( $V_e$ ) untuk fungsi konstan adalah 0,0003, untuk fungsi linier adalah 0,0028, untuk fungsi kuadrat adalah 0,0173, dan untuk fungsi periodik adalah 0,0415. Secara umum, koordinat polar cukup baik digunakan untuk menghitung persoalan pemilihan potensial listrik sistem koordinat kartesian.

## UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Kementerian Agama Republik Indonesia yang telah memberikan dukungan finansial selama perkuliahan melalui Program Beasiswa Santri Berprestasi.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] Iffah Amalia, "Analisa Potensial Listrik Menggunakan Koordinat Polar untuk Sistem Geometri Kartesian," Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember (2010).
- [2] Irma Islamiyah, "Pengaruh Jumlah Suku Fourier pada Pendekatan Polar untuk Sistem Geometri Kartesian," Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember (2010).
- [3] Aji Wira Tama, "Pengaruh Jari-Jari Lingkaran Syarat Batas Pada Pendekatan Polar untuk Sistem Potensial Listrik Geometri Kartesian," Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember (2012).
- [4] Matthew N. Sadiku, "Elements of Electromagnetics," New York: Oxford University Press (2001).