

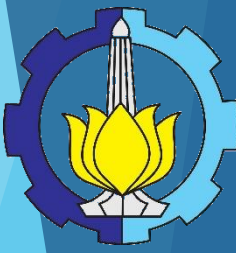
PENGARUH PEMILIHAN POTENSIAL LISTRIK BATAS PADA PENDEKATAN POLAR UNTUK SISTEM GEOMETRI KARTESIAN

Oleh:

A. Nashiruddin Albany

Dosen Pembimbing:

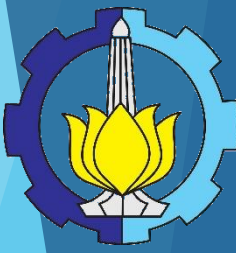
M. Arief Bustomi, M.Si



PENDAHULUAN

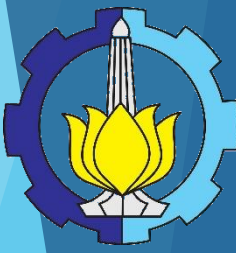
LATAR BELAKANG

- ▶ Penelitian mengenai penggunaan sistem koordinat yang tidak sesuai dengan bentuk geometrinya sebelumnya pernah dilakukan.
- ▶ Salah satu penelitiannya adalah penggunaan pendekatan koordinat polar untuk menghitung potensial listrik sistem geometri kartesian.
- ▶ Penelitian-penelitian tersebut antara lain dilakukan oleh:
 - Iffah Amalia (2010) yang memvariasikan jumlah titik sampel potensial listrik. Dari penelitian ini diperoleh kesimpulan semakin banyak titik yang dipakai maka nilai selisih potensial pendekatan polar dan nilai potensial koordinat kartesian semakin besar
 - Irma Islamiyah (2010) yang memvariasikan jumlah suku Fourier. menunjukkan bahwa semakin banyak suku yang digunakan maka selisih antara potensial listrik koordinat polar dan koordinat kartesian akan mendekati suatu titik tertentu.
 - Aji Wira Tama (2012) yang memvariasikan jari-jari lingkaran. bahwa besar jari-jari lingkaran berpengaruh pada analisa perhitungan potensial listrik sistem geometri kartesian dengan pendekatan polar



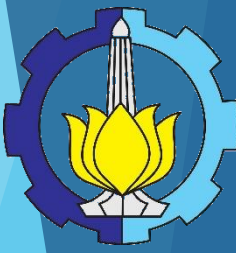
RUMUSAN MASALAH

1. Bagaimana mengembangkan sebuah metode analisa untuk sebuah sistem geometri kartesian menggunakan sistem koordinat polar?
2. Bagaimana pengaruh pemilihan potensial listrik batas pada analisa pendekatan polar untuk sistem geometri kartesian?



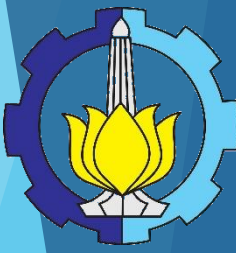
BATASAN MASALAH

- ▶ Penelitian ini menggunakan batasan masalah sebagai berikut ini:
 - Sistem yang dipelajari adalah dua dimensi dalam koordinat kartesian.
 - Pendekatan polarnya hanya sampai $n=3$
 - Hanya diteliti pengaruh pemilihan potensial listrik batas pada analisa pendekatan polar.



TUJUAN

- ▶ Tujuan dari penelitian Tugas Akhir ini adalah:
 - Untuk menguji apakah transformasi syarat batas dari kartesian ke polar untuk sistem dengan geometri kartesian akan menghasilkan solusi dalam koordinat polar yang sama dengan solusinya dengan koordinat kartesian.
 - Mempelajari bagaimana pengaruh pemilihan potensial listrik batas pada analisa pendekatan polar.



TINJAUAN PUSTAKA

Metode Separasi Variabel Koordinat Kartesian Dua Dimensi

Metode pemisahan variabel dimulai dengan memperkenalkan variabel $V(x, y) = X(x) \cdot Y(y)$ dan disubstitusikan ke persamaan Laplace $\nabla^2 \varphi = 0$ kemudian dibagi dengan $V(x, y)$ sehingga menghasilkan,

$$\frac{1}{X(x)} \frac{d^2 X}{dx^2} + \frac{1}{Y(y)} \frac{d^2 Y}{dy^2} = 0$$

Karena persamaan ini harus sama dengan nol untuk semua nilai x dan y maka kedua sukunya bisa disamakan dengan konstanta:

$$\frac{1}{X(x)} \frac{d^2 X}{dx^2} = -k^2 \text{ dan } \frac{1}{Y(y)} \frac{d^2 Y}{dy^2} = k^2$$

Akibatnya persamaan di atas hanya suatu persamaan differensial biasa yang mempunyai persamaan analitik;

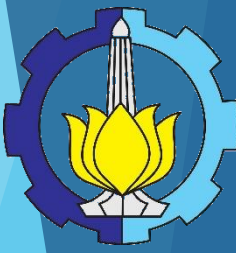
$$X(x) = C_s \sin(kx) + C_c \cos(kx) \text{ dan } X(x) = C'_s \sinh(ky) + C'_c \cosh(ky)$$

C adalah konstanta yang bisa dicari apabila syarat batas diberikan. Misalnya;

$$V(x, y = 0) = V(x = 0, y) = V(x = L_x, y) = 0 \text{ dan } V(x, y = L_y) = V_0$$

Maka syarat ini hanya dipenuhi jika $C_c = 0$ dan $C'_c = 0$. Kemudian pada $x = L_x$ akan terpenuhi apabila $k = n \cdot \pi / L_x$. Oleh karena itu, penyelesaian persamaan Laplace adalah gelombang superposisi:

$$V(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin \frac{n\pi x}{L_x} \sinh \frac{n\pi y}{L_x}$$



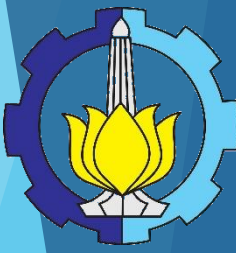
Metode Separasi Variabel Koordinat Silinder Dua Dimensi

Solusi yang paling umum dari metode separasi variabel koordinat silinder dua dimensi adalah:

$$\Phi(\rho, \theta) = A_0 + A'_0 \ln \rho + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n(\rho^n + \rho^{-n}) \cos n\theta + B_n(\rho^n + \rho^{-n}) \sin n\theta]$$

$$\Phi(\rho, \theta) = A_0 + A'_0 \ln \rho + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n \cos n\theta + B_n \sin n\theta] \rho^n + \sum_{n=1}^{\infty} [A'_n \cos n\theta + B'_n \sin n\theta] \rho^{-n}$$

Di mana A_n, A'_n, B_n, B'_n untuk $n \geq 0$, adalah konstanta untuk nilai dari syarat batas.



Deret Fourier

$$f(x) = a_0 + a_1 \cos x + a_2 \cos 2x + \dots + a_n \cos nx + b_1 \sin x + b_2 \sin 2x + \dots + b_n \sin nx$$
$$= a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{n\pi x}{L} + b_n \sin \frac{n\pi x}{L} \right)$$

dengan koefisien,

$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx$$

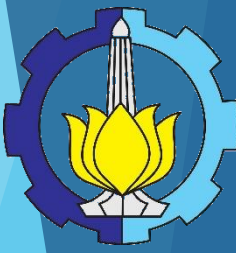
$$a_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx$$

$$b_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx dx$$

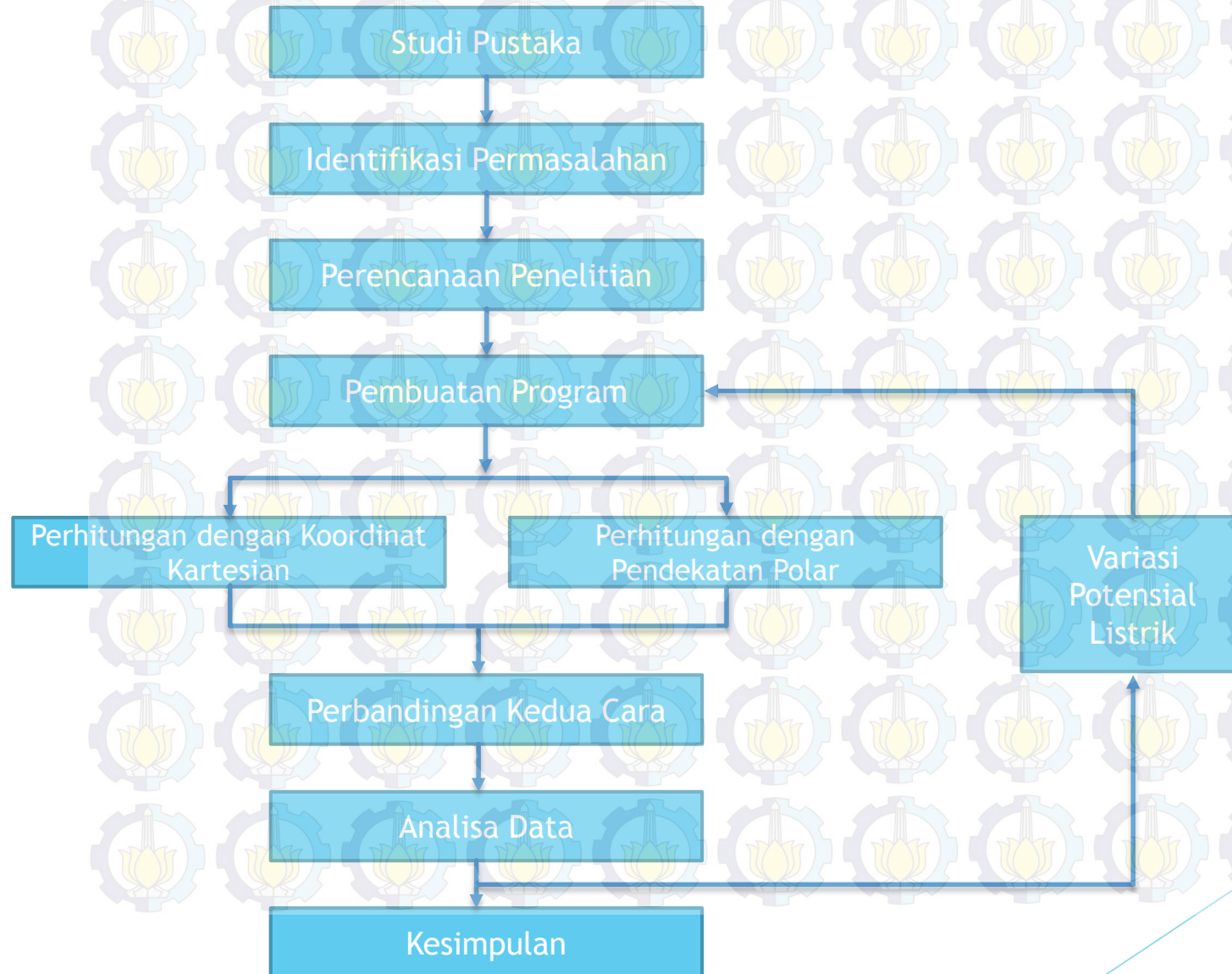
secara ringkas dapat ditulis,

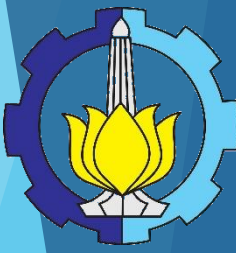
$$a_k = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos kx dx$$

$$b_k = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin kx dx$$



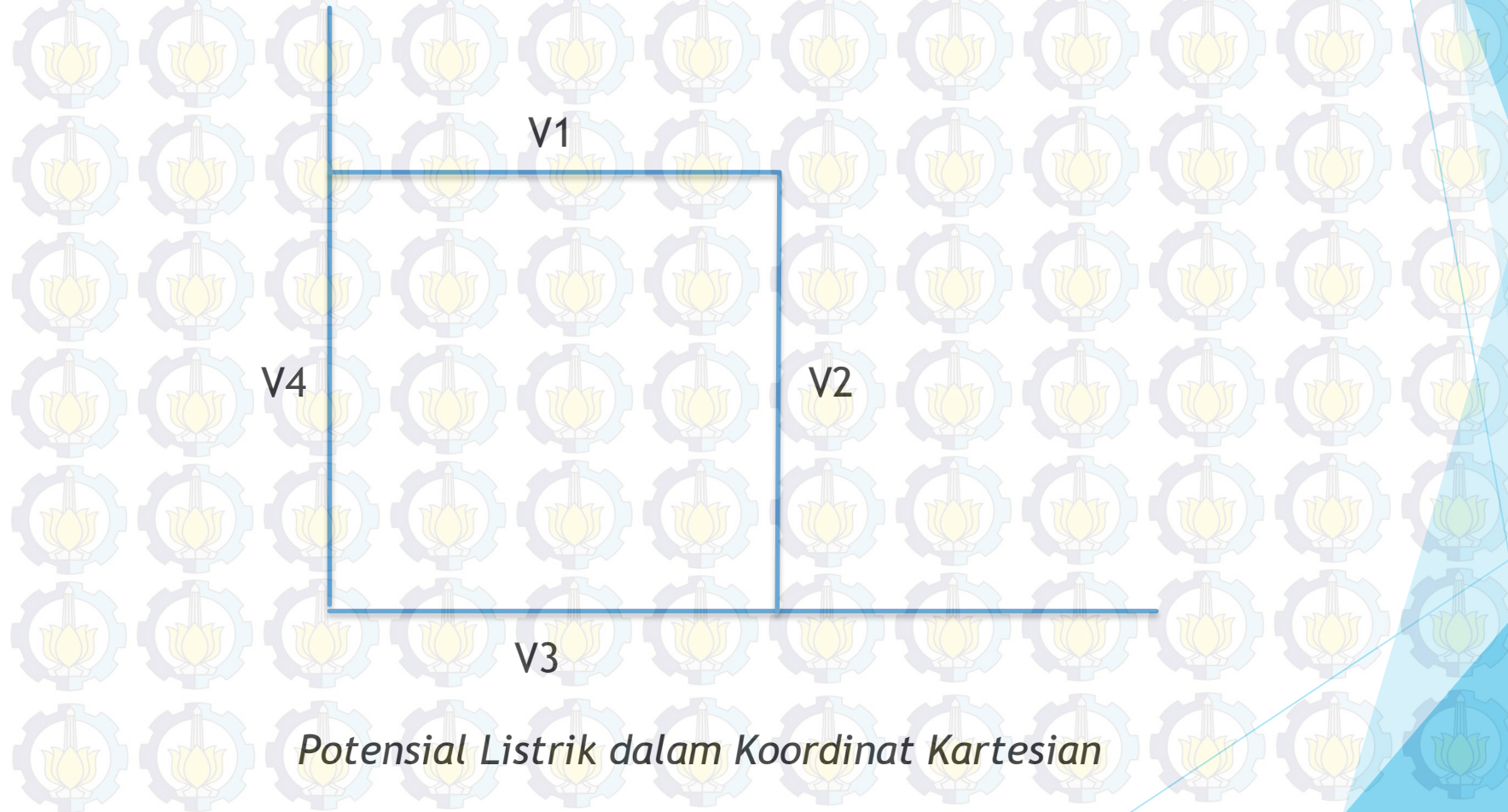
METODE PENELITIAN



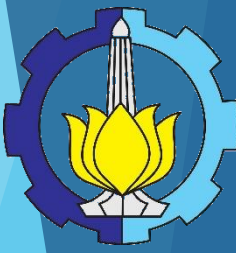


ANALISA DATA DAN PEMBAHASAN

Peninjauan Potensial Listrik Pada Koordinat Kartesian



Potensial Listrik dalam Koordinat Kartesian



Peninjauan Fungsi Konstan [$V(x) = 1$]

▶ Sisi Atas

$$\Phi_{kons1}(x, y) = \sum_{n=1,3,3,\dots} \frac{4 \times 1}{n\pi \sinh n\pi} \sin n\pi x \sinh n\pi y$$

▶ Sisi Kanan

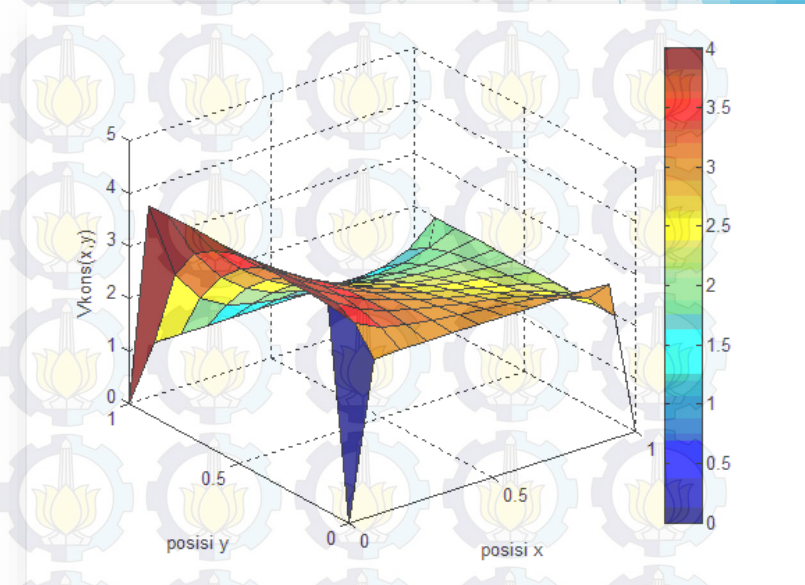
$$\Phi_{kons2}(x, y) = \sum_{n=1,3,3,\dots} \frac{4 \times 2}{n\pi \sinh n\pi} \sinh n\pi x \sin n\pi y$$

▶ Sisi Bawah

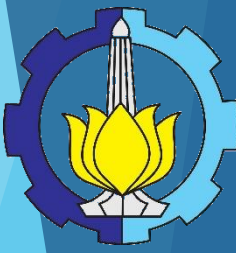
$$\Phi_{kons3}(x, y) = \sum_{n=1,3,3,\dots} \frac{4 \times 3}{n\pi \sinh n\pi} \sin n\pi x \sinh n\pi(1 - y)$$

▶ Sisi Kiri

$$\Phi_{kons4}(x, y) = \sum_{n=1,3,3,\dots} \frac{4 \times 4}{n\pi \sinh n\pi} \sinh n\pi(1 - x) \sin n\pi y$$



Grafik $V(\theta)$ dari hasil perhitungan analitik potensial listrik fungsi konstan pada koordinat kartesian



Peninjauan Fungsi Linier [$V(x)=2x$]

- ▶ Sisi Atas

$$\Phi_{lin1}(x, y) = \sum_{n=1,2,3,\dots} \frac{-4n\pi(-1^n) \times 1}{n^2\pi^2 \sinh n\pi} \sin n\pi x \sinh n\pi y$$

- ▶ Sisi Kanan

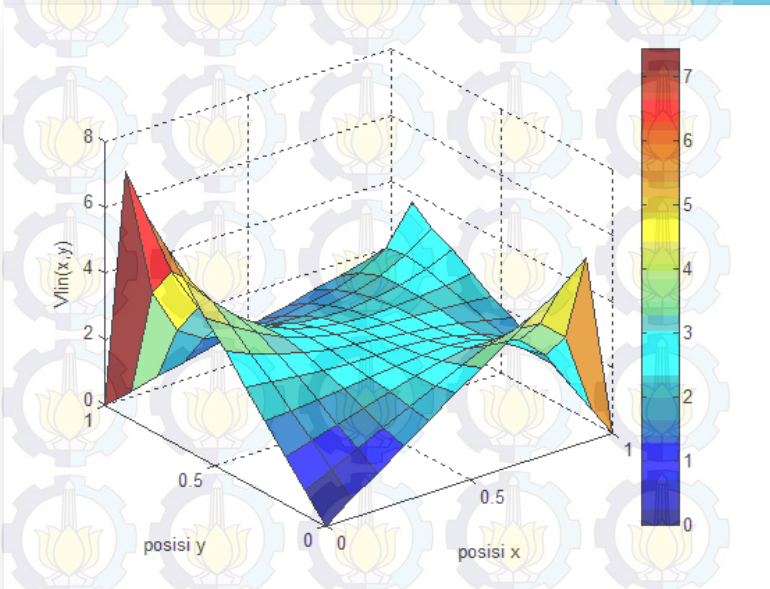
$$\Phi_{lin2}(x, y) = \sum_{n=1,2,3,\dots} \frac{-4n\pi(-1^n) \times 2}{n^2\pi^2 \sinh n\pi} \sinh n\pi x \sin n\pi y$$

- ▶ Sisi Bawah

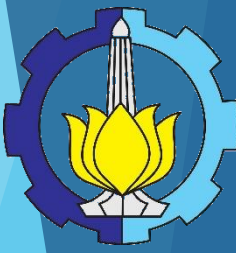
$$\Phi_{lin3}(x, y) = \sum_{n=1,2,3,\dots} \frac{-4n\pi(-1^n) \times 3}{n^2\pi^2 \sinh n\pi} \sinh n\pi x \sin n\pi(1 - y)$$

- ▶ Sisi Kiri

$$\Phi_{lin4}(x, y) = \sum_{n=1,2,3,\dots} \frac{-4n\pi(-1^n) \times 4}{n^2\pi^2 \sinh n\pi} \sinh n\pi(1 - x) \sin n\pi y$$



Grafik $V(\theta)$ dari hasil perhitungan analitik potensial listrik fungsi linier pada koordinat kartesian



Peninjauan Fungsi Kuadrat [$V(x) = -6x^2 + 6x$]

► Sisi Atas

$$\Phi_{kuad1}(x, y) = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{48 \times 1}{n^3 \pi^3 \sinh n\pi} \sin n\pi x \sinh n\pi y$$

► Sisi Kanan

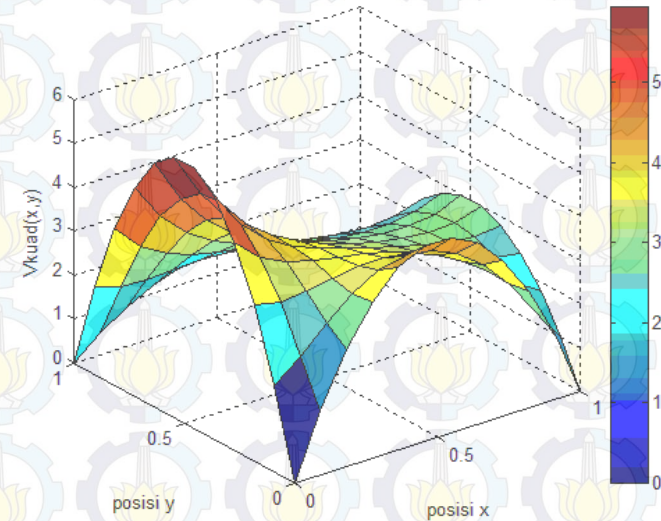
$$\Phi_{kuad2}(x, y) = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{48 \times 2}{n^3 \pi^3 \sinh n\pi} \sinh n\pi x \sin n\pi y$$

► Sisi Bawah

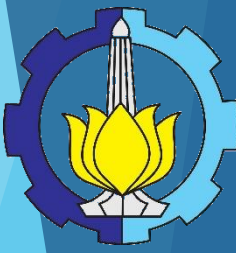
$$\Phi_{kuad3}(x, y) = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{48 \times 3}{n^3 \pi^3 \sinh n\pi} \sin n\pi x \sinh n\pi(1 - y)$$

► Sisi Kiri

$$\Phi_{kuad4}(x, y) = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{48 \times 4}{n^3 \pi^3 \sinh n\pi} \sinh n\pi(1 - x) \sin n\pi y$$



Grafik $V(\theta)$ dari hasil perhitungan analitik potensial listrik fungsi kuadrat pada koordinat kartesian



Peninjauan Fungsi Periodik [$V(x) = (3/2)\pi \cos 3\pi x$]

▶ Sisi Atas

$$\Phi_{period1}(x, y) = \sum_{n=0,2,4,\dots}^{\infty} \frac{-6n \times 1}{(9-n^2)\pi \sinh n\pi} \sin n\pi x \sinh n\pi y$$

▶ Sisi Kanan

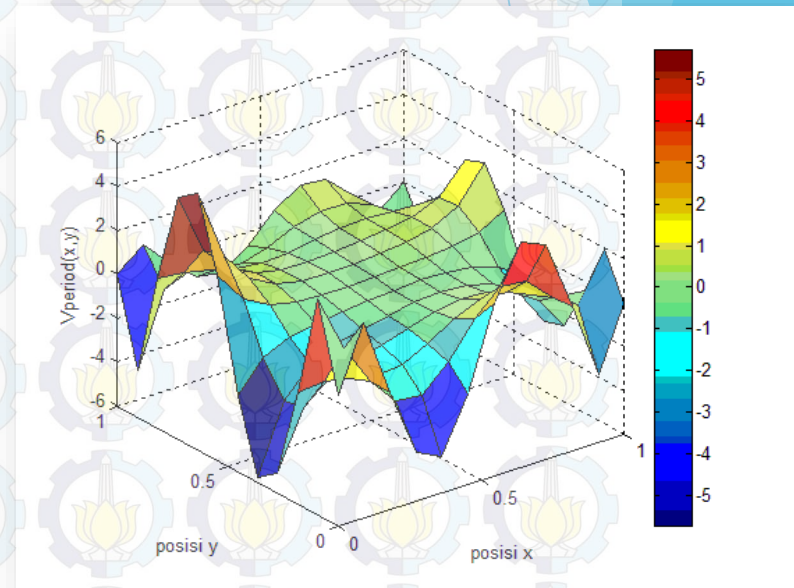
$$\Phi_{period2}(x, y) = \sum_{n=0,2,4,\dots}^{\infty} \frac{-6n \times 2}{(9-n^2)\pi \sinh n\pi} \sinh n\pi x \sin n\pi y$$

▶ Sisi Bawah

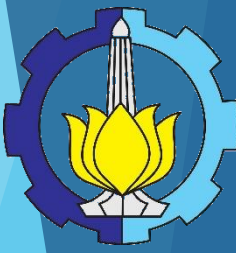
$$\Phi_{period3}(x, y) = \sum_{n=0,2,4,\dots}^{\infty} \frac{-6n \times 3}{(9-n^2)\pi \sinh n\pi} \sin n\pi x \sinh n\pi(1-y)$$

▶ Sisi Kiri

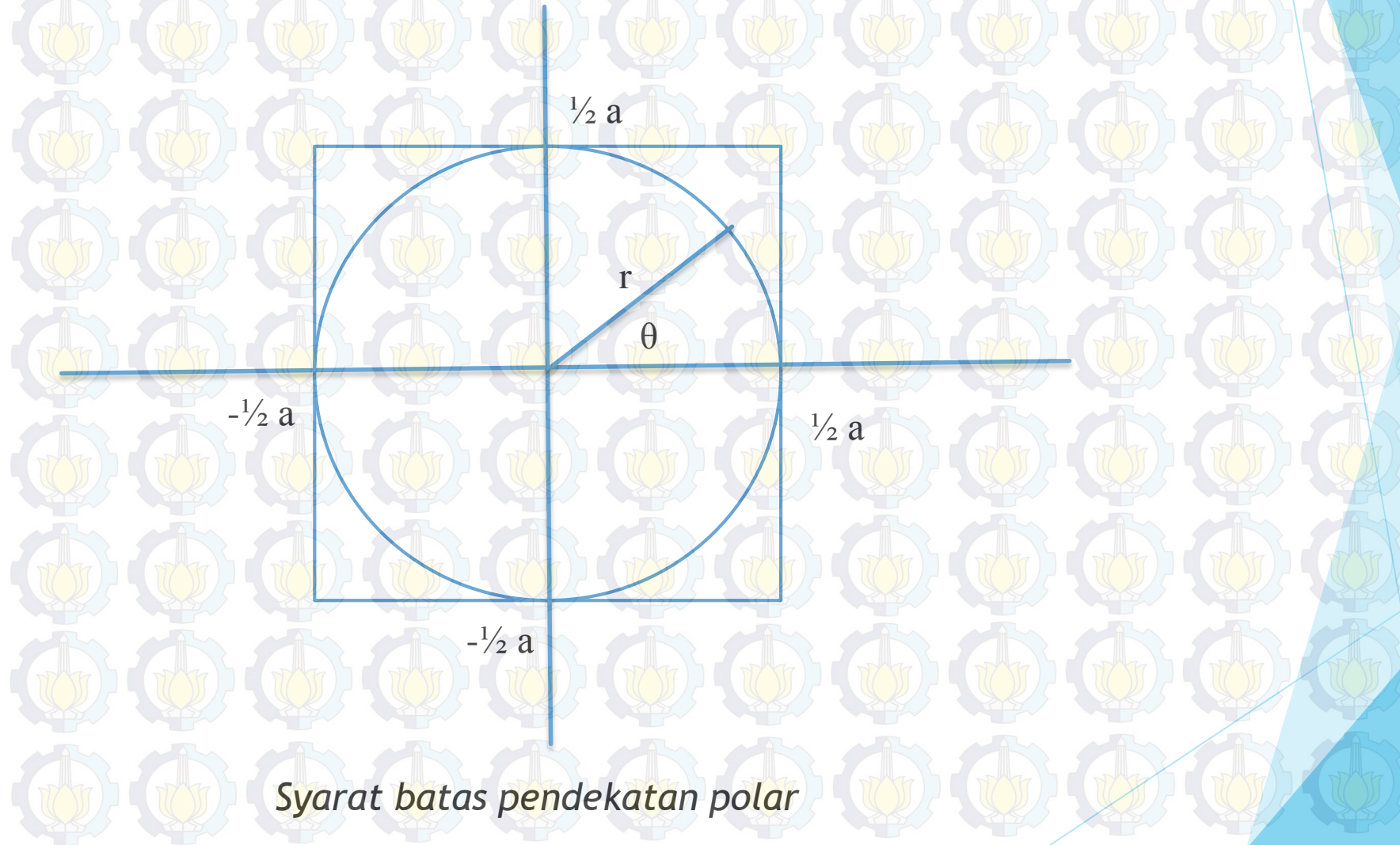
$$\Phi_{period4}(x, y) = \sum_{n=0,2,4,\dots}^{\infty} \frac{-6n \times 4}{(9-n^2)\pi \sinh n\pi} \sinh n\pi(1-x) \sin n\pi y$$

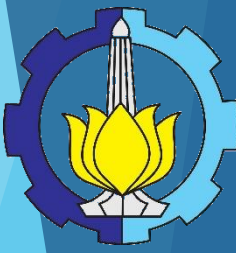


Grafik $V(\theta)$ dari hasil perhitungan analitik potensial listrik fungsi periodik pada koordinat kartesian

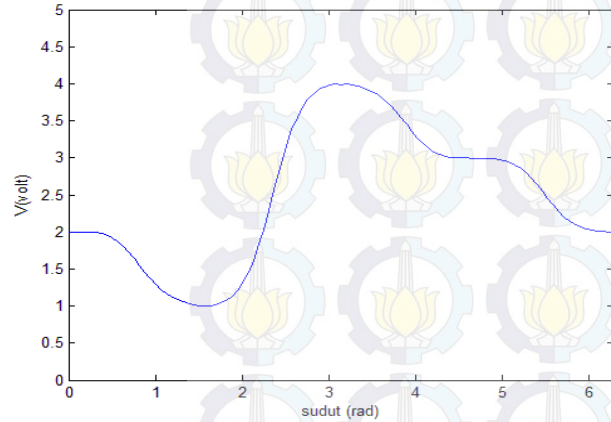


Peninjauan Potensial Listrik Pada Koordinat Polar

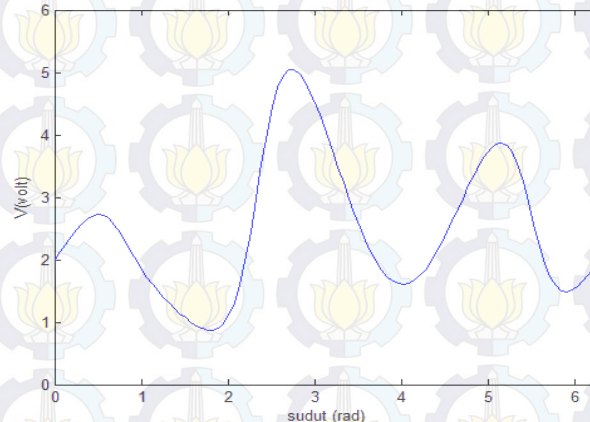




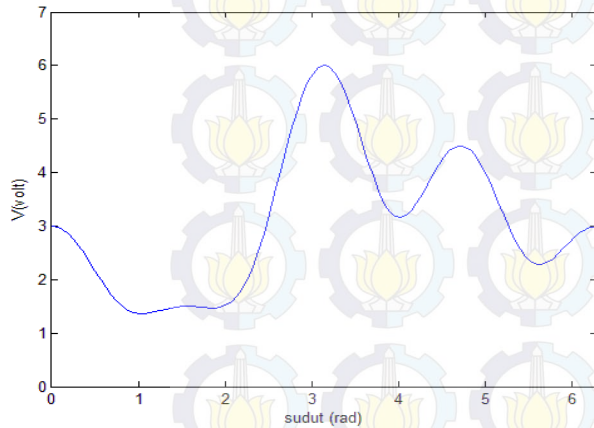
Grafik Potensial pada Permukaan Polar



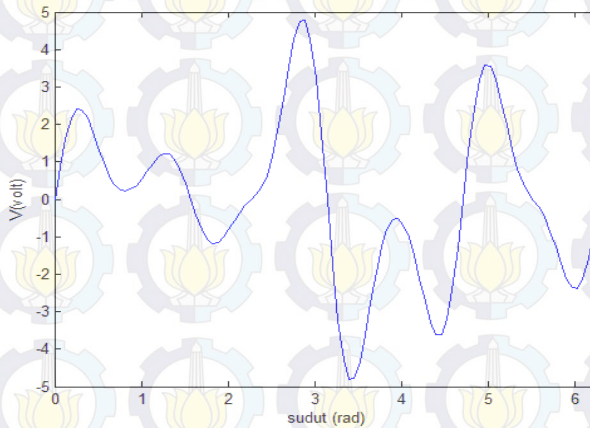
Potensial Fungsi Konstan



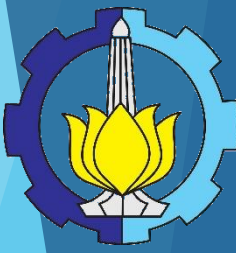
Potensial Fungsi Linier



Potensial Fungsi Kuadrat



Potensial Fungsi Periodik



- ▶ Persamaan umum dalam koordinat polar:

$$\begin{aligned}\phi(r, \theta) &= A_0 + A_0' \ln r + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n (r^n + r^{-n}) \cos n\theta + B_n (r^n + r^{-n}) \sin n\theta] \\ &= A_0 + A_0' \ln r + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n \cos n\theta + B_n \sin n\theta] r^n + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n' \cos n\theta + B_n' \sin n\theta] r^{-n}\end{aligned}$$

- ▶ Untuk tinjauan di dalam silinder:

$$\phi(r, \theta) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n \cos n\theta + B_n \sin n\theta] r^n$$

- ▶ Untuk $r = 0,5$ persamaannya menjadi:

$$\begin{aligned}\phi(r, \theta) &= A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n \cos n\theta + B_n \sin n\theta] 0,5^n \\ &= A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [A_1 \cos n\theta + B_1 \sin n\theta] 0,5 + [A_2 \cos n\theta + B_2 \sin n\theta] 0,5^2 + [A_3 \cos n\theta + B_3 \sin n\theta] 0,5^3\end{aligned}$$

- ▶ Penyelesaian dari persamaan di atas adalah dengan menggunakan deret fourier. Sehingga didapatkan nilai untuk $A_0, A_1, A_2, A_3, B_1, B_2,$ dan B_3 .

$$A_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} V(\theta) d\theta$$

$$A_1 = \frac{1}{0,5\pi} \int_0^{2\pi} V(\theta) \cos \theta d\theta$$

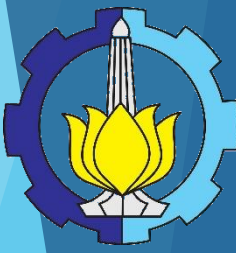
$$A_2 = \frac{1}{0,25\pi} \int_0^{2\pi} V(\theta) \cos 2\theta d\theta$$

$$A_3 = \frac{1}{0,125\pi} \int_0^{2\pi} V(\theta) \cos 3\theta d\theta$$

$$B_1 = \frac{1}{0,5\pi} \int_0^{2\pi} V(\theta) \sin \theta d\theta$$

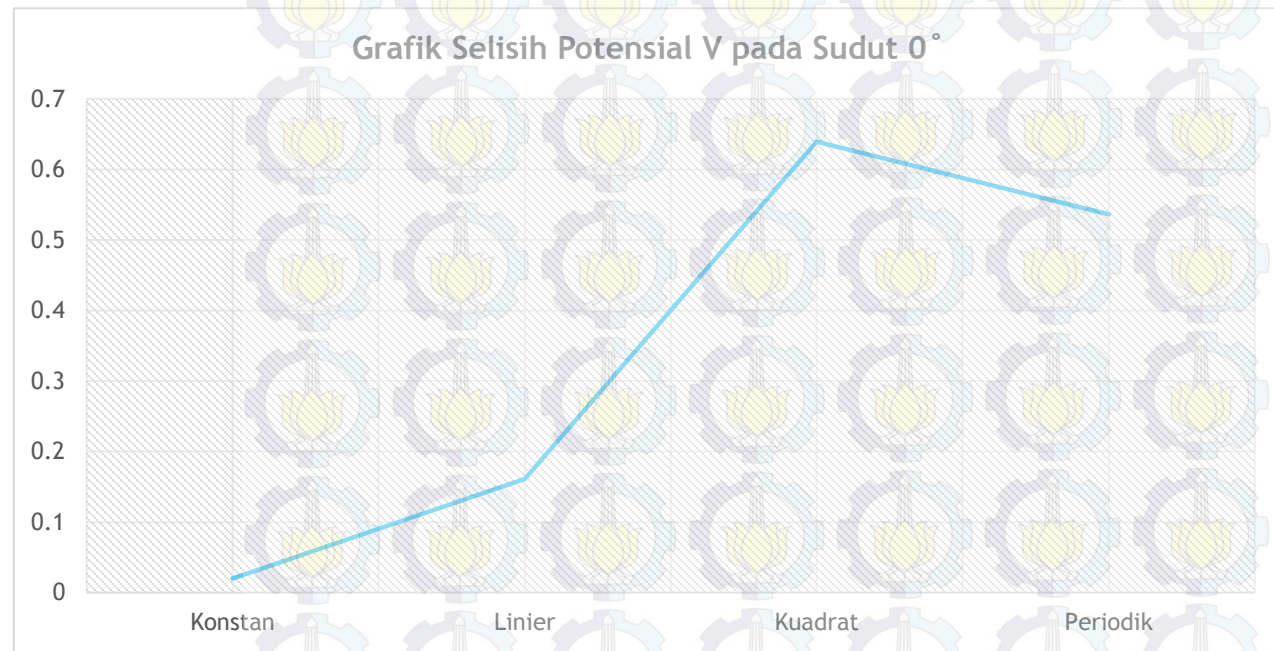
$$B_2 = \frac{1}{0,25\pi} \int_0^{2\pi} V(\theta) \sin 2\theta d\theta$$

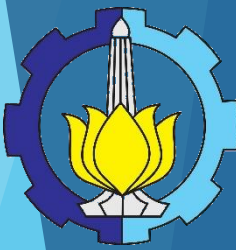
$$B_3 = \frac{1}{0,125\pi} \int_0^{2\pi} V(\theta) \sin 3\theta d\theta$$



Data & Grafik Selisih V_{cir} dan V_e pada Sudut 0°

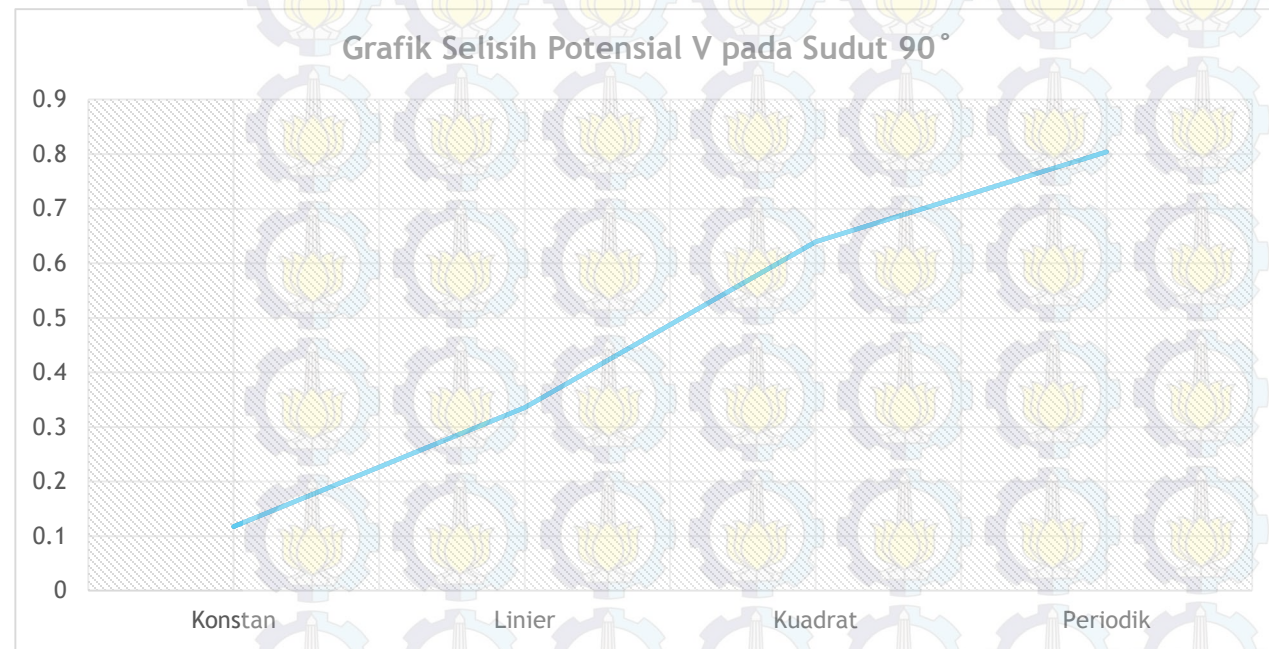
Jenis Fungsi	Konstan	Linier	Kuadrat	Periodik
Selisih V (Volt)	0,0202	0,1614	0,6395	0,5362

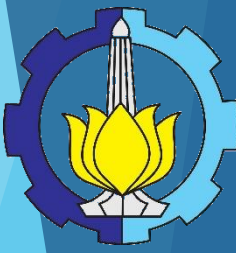




Data & Grafik Selisih V_{cir} dan V_e pada Sudut 90°

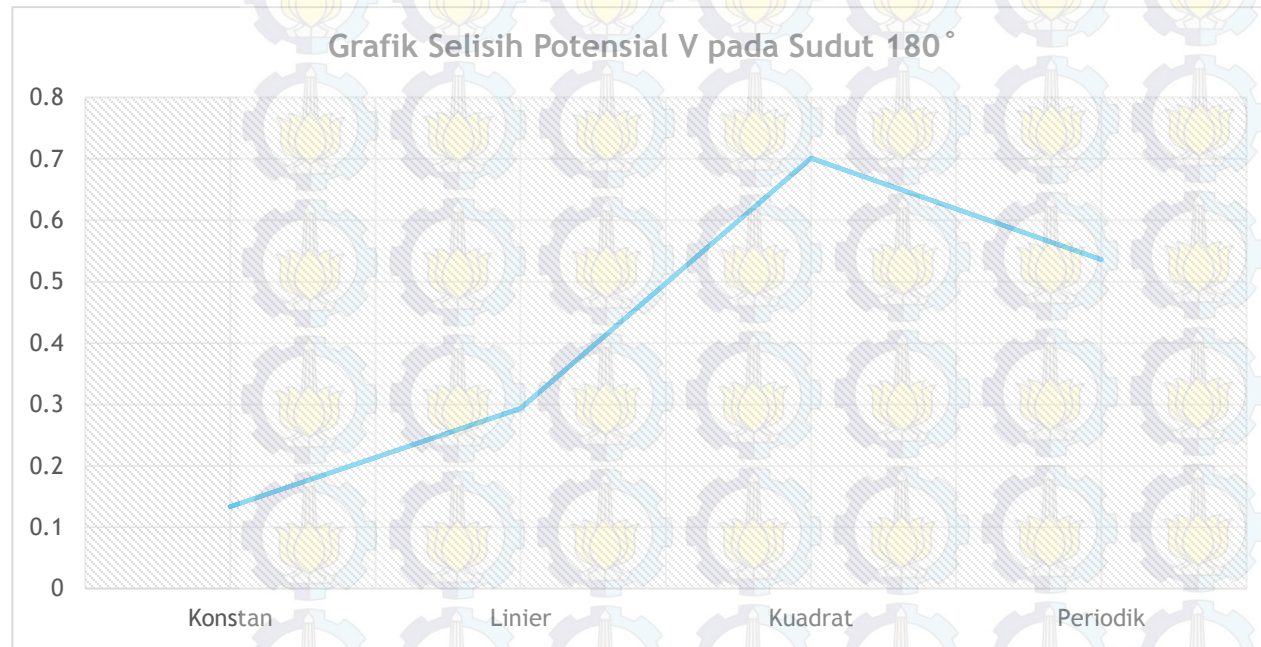
Jenis Fungsi	Konstan	Linier	Kuadrat	Periodik
Selisih V (Volt)	0,1176	0,3356	0,6395	0,8042

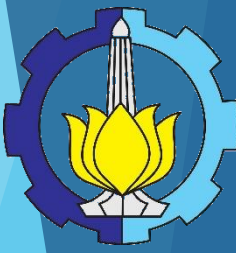




Data & Grafik Selisih V_{cir} dan V_e pada Sudut 180°

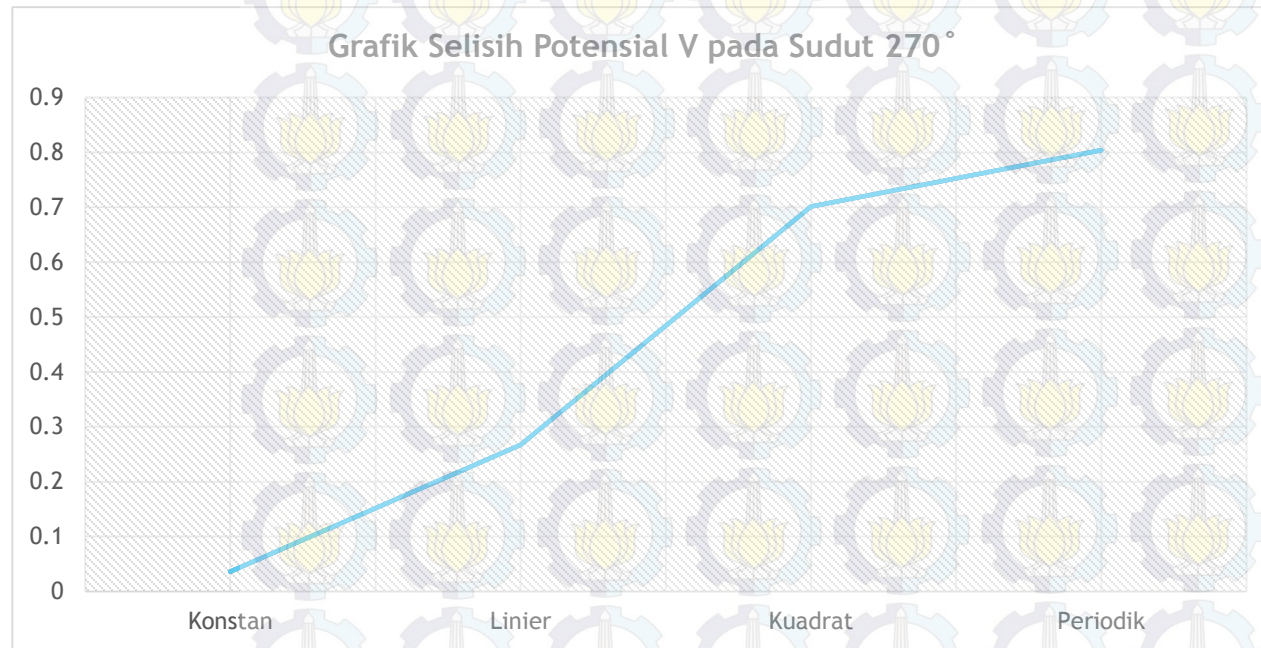
Jenis Fungsi	Konstan	Linier	Kuadrat	Periodik
Selisih V (Volt)	0,1335	0,2938	0,7011	0,5362

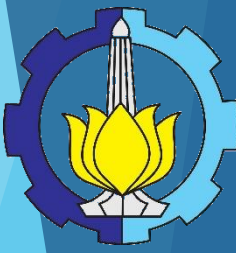




Data & Grafik Selisih V_{cir} dan V_e pada Sudut 270°

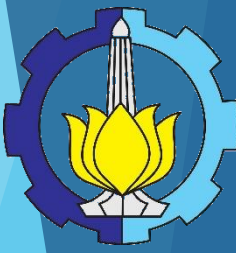
Jenis Fungsi	Konstan	Linier	Kuadrat	Periodik
Selisih V (Volt)	0,0361	0,2669	0,7011	0,8042





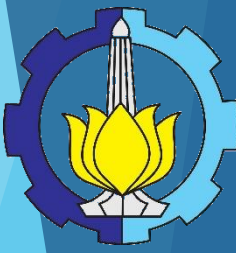
KESIMPULAN DAN SARAN

- ▶ Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan, maka dapat disimpulkan bahwa:
 - Perhitungan potensial listrik dengan pendekatan polar pada fungsi konstan memiliki selisih lebih mendekati nol dibanding tiga fungsi lainnya. Berurutan dari yang paling dekat dari nol hingga terjauh setelah fungsi konstan adalah fungsi linier, fungsi kuadrat, dan fungsi periodik.
 - Selisih rata-rata antara potensial listrik batas yang dihitung menggunakan koordinat kartesian (V_{cir}) dan pendekatan polar (V_e) untuk fungsi konstan adalah 0,0003, untuk fungsi linier adalah 0,0028, untuk fungsi kuadrat adalah 0,0173, dan untuk fungsi periodik adalah 0,0415.
 - Secara umum, koordinat polar cukup baik digunakan untuk menghitung persoalan pemilihan potensial listrik sistem geometri kartesian.
- ▶ Saran untuk penelitian selanjutnya adalah sebagai berikut:
 - Perlu diteliti untuk fungsi lain misalnya fungsi Gaussian.
 - Perlu diteliti dengan persamaan fungsi yang lainnya.
 - Perlu diteliti untuk nilai V_1 , V_2 , V_3 , dan V_4 yang lainnya.



DAFTAR PUSTAKA

- Amalia, Iffah. 2010. **Analisa Potensial Listrik Menggunakan Koordinat Polar untuk Sistem Geometri Kartesian**. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- Anton, Howard., dan Rorres, Chris. 2005. **Aljabar Linear Elementer**. Jakarta: Erlangga.
- Balagurusamy, E. 1999. **Numerical Methods**. New Delhi: Tata McGraw-Hill.
- Bustomi, M.Arief., Kushidayati, Iffah Amalia. 2010. **Pendekatan Polar Untuk Potensial Listrik Sitem Geometri Kartesian**. Surabaya: Simposium Fisika Nasional Ke-23 FMIPA ITS.
- Islamiyah, Irma. 2010. **Pengaruh Jumlah Suku Fourier pada Pendekatan Polar untuk Sistem Geometri Kartesian**. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- Reitz, J.R., Milford, F.J., dan Christy, R.W. 1993. **Dasar Teori Listrik Magnet**. Bandung: Penerbit ITB.
- Sadiku, Matthew N. 2001. **Elements of Electromagnetics**. New York: Oxford University Press.
- Suparno, Supriyanto. 2010. **Komputasi untuk Sains dan Teknik - Menggunakan MATLAB**. Depok: Universitas Indonesia.
- Tama, Aji Wira. 2012. **Pengaruh Jari-Jari Lingkaran Syarat Batas Pada Pendekatan Polar untuk Sistem Potensial Listrik Geometri Kartesian**. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.



TERIMA KASIH