

3100099010882

TUGAS AKHIR (NA 1701)

ESTIMASI GELOMBANG SERANG DAN PANTUL
PADA PERCOBAAN GELOMBANG RANDOM

RSPe
551.470 2
Luk
e-1

1996



OLEH :
LUKITO
4894100289

JURUSAN TEKNIK PERKAPALAN
FAKULTAS TEKNOLOGI KELAUTAN
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
1996

PERPUSTAKAAN ITS	
Tgl. Terima	25 SEP 1996
Terima dari	H
• Agent's Exp.	6591



JURUSAN TEKNIK PERKAPALAN

FAKULTAS TEKNOLOGI KELAUTAN ITS

SURAT KEPUTUSAN TUGAS AKHIR (NA 1701)

No. : 22 /PT12.FTK2/M/1995

Nama Mahasiswa : L u k i t o
Nomor Pokok : 4894100289
Tanggal diberikan tugas : 21 September 1995
Tanggal selesai tugas : 01 Maret 1996.
Dosen Pembimbing : 1. Ir. Petrus Adrianto
2. Ir. Suryanto

Uraian / judul tugas akhir yang diberikan :

#ESTIMASI GELOMBANG SERANG DAN PANTUL PADA PERCOBAAN GELOMBANG REGULAR#

son

Surabaya, 11 Oktober 1995.

Jurusan Teknik Perkapalan FTK-ITS



Tembusan :

1. Yth. Dekan FTK-ITS.
2. Yth. Dosen Pembimbing.
3. Arsip.

ABSTRAK

Gelombang yang membentur sebuah dinding akan mengalami penurunan energi. Berapa besar penurunan energi tersebut dapat dianalisa dari perbandingan antara amplitudo gelombang datang dan gelombang serang.

Sebuah teknik yang dapat memecahkan komposisi gelombang menjadi gelombang serang dan pantul adalah prinsip dari sesoluso teknik (Goda 1985). Sampel data gelombang diambil pada dua tempat yang berjarak tertentu, diharapkan wave probe dapat merekam terjadinya pertemuan gelombang datang dengan gelombang pantul.

Sampel tersebut ditransformasikan ke dalam distribusi frekuensi dengan fourier koefisien sebagai ordinatnya. Fourier koefisien ini digunakan untuk menentukan besarnya amplitudo gelombang serang dan pantul

DAFTAR ISI

SK TUGAS AKHIR

ABSTRAK

DAFTAR ISI DAFTAR TABEL

DAFTAR LAMPIRAN

BAB I PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang	1
1.2. Tujuan	2
1.3. Batasan Masalah	2
1.4. Metodologi	2

BAB II GELOMBANG RANDOM

2.1. Umum	4
2.2. Profil Gelombang Random	5
2.2.1. Konsep Gelombang Random	5
2.2.2. Parameter Gelombang Random	7
2.3. Histogram dan Hubungan Antara Parameter Gelombang	8
2.3.1. Distribusi Tinggi Gelombang	8
2.3.2. Hubungan Antara Tinggi Gelombang	10
2.3.3. Distribusi Periode Gelombang	11
2.4. Spektrum Gelombang	12
2.4.1. Hubungan Antara Spektrum Gelombang	12
2.4.2. Keterbatasan Pendekatan Energi Spektrum	15
2.4.3. Variasi Penyajian Spektrum	15
2.4.4. Smoothing Spektrum	16

2.5.	Transformasi dan Deformasi Gelombang	17
2.5.1.	Wave Breaking	17
2.5.2.	Refleksi Gelombang	18
BAB	III Model Pengujian Dengan Gelombang Random	23
3.1.	Umum	23
3.2.	Pembangkit Gelombang Random	24
3.2.1.	Signal Input Untuk Pembangkit	26
3.3.	Wave Probe	27
3.4.	Perekam Data	28
BAB	IV METODE FAST FOURIER TRANSFORM	29
4.1.	Umum	
4.2.	Deret Fourier	30
4.3.	Algoritma Fast Fourier Transform	35
BAB	V ANALISA GELOMBANG SERANG DAN PANTUL	
5.1.	Umum	41
5.2.	Pengujian Dengan Menggunakan Gelombang	41
5.3.	Pengambilan Sampel	42
5.4.	Prosedur Menentukan Amplitudo Gelombang	42
BAB	VI KESIMPULAN	
6.1.	Kesimpulan	45
6.2.	Saran	45
	DAFTAR PUSTAKA	

DAFTAR LAMPIRAN

- LAMPIRAN A - Program Fast Fourier Transform
- LAMPIRAN B - Hasil Running Program
- LAMPIRAN C - Tabel Perhitungan Amplitudo Gelombang
Serang dan Pantul

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang Masalah

Konsep gelombang random dalam bidang ilmu kelautan dan aplikasinya saat ini terus digali oleh banyak peneliti. Kenaikan yang tajam jumlah dari pembangkit gelombang dalam laboratorium hidrodinamika di dunia melakukan percobaan khusus mengenai konsep gelombang random dan aplikasinya ini. Dalam situasi ini juga banyak peneliti berfikirannya perlunya untuk mengadakan variasi dalam teknik percobaan gelombang random. Penyelesaian masalah gelombang serang dan pantul adalah salah satu teknik yang terpenting dalam sistim gelombang random. Mengapa demikian, karena penyelesaian refleksi gelombang oleh sebuah struktur (dinding) tidaklah mudah diselesaikan secara teoritis.

Studi mengenai gelombang serang dan pantul agaknya memang perlu dilakukan, sebagai latar belakangnya adalah untuk mengetahui ketenangan wilayah perairan yang digunakan untuk pelabuhan kapal, baik itu untuk sarana perniagaan atau militer. Seperti kita ketahui bahwa pelabuhan harus merupakan tempat yang aman saat lego jangkar kapal dan fasilitas yang tenang (perairan)

sehingga aman untuk transfer penumpang maupun barang.

1.2. Tujuan

Dalam mengerjakan tugas akhir ini diharapkan dapat mencapai beberapa tujuan di bawah ini:

1. Mendapatkan estimasi dari gelombang pantul dan serang.
2. Memberikan komentar terhadap kemampuan meredam dari dinding-dinding yang membentuk pelabuhan.

1.3. Batasan Masalah

Dengan mempertimbangkan faktor teknis, batasan masalah yang diambil dalam tugas akhir ini adalah:

1. Gelombang yang dianalisa adalah gelombang random yang dibangkitkan untuk pengujian sebuah model pelabuhan.
2. Analisa data diperoleh dari rekaman dua wave gauges pada pengujian dengan karakteristik dan model spektrum yang sama.
3. Transformasi dan deformasi gelombang yang dianalisa adalah refleksi gelombang dan tidak menimbang adanya faktor lainnya.
4. Gelombang yang membentur dinding akan mengalami penurunan energi dan dianggap tidak terjadi perubahan frekuensi.

1.4. Metodologi

Kebutuhan yang diperlukan untuk percobaan gelombang adalah:

1. Kolam percobaan, fasilitas yang digunakan adalah LHI BPP - Teknologi.
2. Model pelabuhan.
3. Dua buah wave probe.



4. Program Fast Fourier Transformation.

Mekanisme kerja pengujian refleksi gelombang random:

1. Pertama-tama harus dilakukan kalibrasi pada alat-alat yang digunakan, yaitu kalibrasi wave generator dan wave probe.
2. Dua buah wave probe dipasang sejajar. Jarak antara wave probe 1m.
3. Gelombang dibangkitkan dan direkam pada durasi 5 menit dan sampling rate 1/50 detik.
4. Rekaman gelombang diolah dengan FFT sehingga diperoleh koefisien fourier untuk masing-masing gelombang.
5. Darikoefisien fourier tadi dimasukkan ke persamaan 2.6 sehingga diperoleh estimasi gelombang serang dan pantul.

BAB II

GELOMBANG RANDOM

2.1. Umum

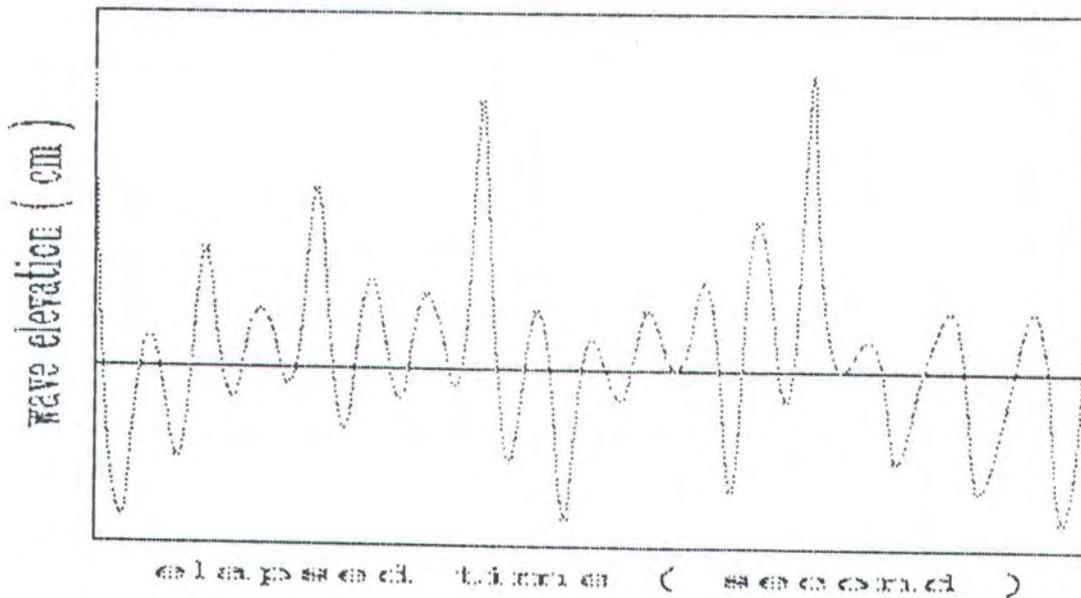
Bentuk dan karakteristik gelombang suatu daerah berbeda, Perbedaan ini ditunjukkan dengan adanya struktur bangunan lepas pantai di daerah tertentu berbeda dengan struktur bangunan yang ada di daerah lain. Hal ini terjadi akibat dari perlakuan gelombang terhadap struktur tidak sama. Biasanya kondisi gelombang suatu daerah dapat diketahui dengan mempelajari karakteristik permukaan gelombang itu sendiri.

Permukaan gelombang untuk keadaan laut yang sebenarnya mengandung gelombang yang karakteristiknya berbeda-beda. Sehingga permukaan gelombang tersebut merupakan permukaan yang random. Permukaan gelombang ini selalu berubah - ubah dari waktu ke waktu dan bervariasi dari tempat ke tempat tergantung dari kecepatan dan durasi angin yang membentuknya. Disamping itu, bentuk atau pola permukaan gelombang dari interval waktu satu ke interval waktu lainnya tak pernah terulang.

2.2. Profil Gelombang Random

2.2.1. Konsep Gelombang Random

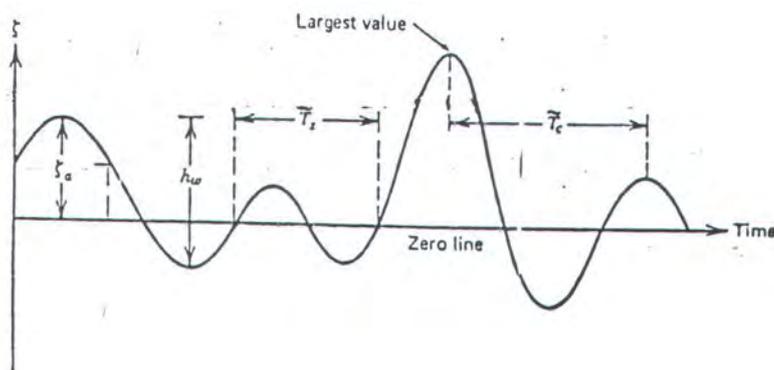
Sebuah strip cart record dari wave gauge menggambarkan profil gelombang laut ditunjukkan pada gambar 2.1. Pada gambar ditunjukkan bahwa sumbu horizontal adalah merupakan fungsi perubahan waktu (elapsed time), sedang garis vertikal menyatakan sebagai elevasi permukaan air.



Obr. 2.1. Contoh hasil rekaman elevasi Gelombang Random

Untuk mengetahui gelombang random (acak) dalam bentuk gelombang-gelombang individual agaknya cukup sulit, jadi kenyataannya tidak terdapat metode yang mutlak (absolut) dalam mendefinisikan gelombang-gelombang tersebut. Maka untuk mengidentifikasi gelombang random dipakai metode statistik yaitu short term dan long term statistik. Asumsi short term statistik digunakan untuk mempertimbangkan properti dan kestasioneran gelombang yang direkam dalam waktu beberapa jam.

Sedang asumsi long term statistik digunakan untuk rekaman gelombang puluhan hingga ratusan tahun (20-100 tahun), sehingga parameter lingkungan, seperti kecepatan angin, tinggi gelombang dan lain-lain masuk didalamnya. Sketsa gelombang random dapat dilihat pada gambar di bawah ini. Panjang dari rekaman adalah T_s , maksimum tinggi yang terekam H_{max} , adalah jarak antara lembah dengan puncak gelombang. Periode puncak gelombang, yaitu periode antara dua puncak gelombang didefinisikan sebagai T_c kemudian periode zero upcrossing ditandai dengan T_z .



Gambar 2.2. Sketsa rekaman gelombang random

Pada umumnya dalam menganalisa gelombang random (acak) dipakai metode zero upcrossing dan zero downcrossing sebagai teknik standard untuk analisa gelombang random (Goda, 1985).

Gambaran metode penentuan gelombang adalah sebagai berikut: Untuk zero upcrossing, pertama-tama permukaan air rata-rata dari rekaman diasumsikan, dan ditetapkan, sebagai garis nol (zero line). Kemudian dilakukan pencarian titik-titik pada profil permukaan gelombang yang melewati zero line-up ward dan titik tersebut ditetapkan sebagai awal dari gelombang individual.

Sesuai naik turunnya profil permukaan gelombang, dilanjutkan pencarian untuk menemukan titik zero upcrossing berikutnya sampai profil permukaan tersebut telah sekali melewati bagian bawah garis nol (zero line). Bila titik zero upcrossing berikutnya diperoleh, titik tersebut ditetapkan sebagai akhir dari gelombang pertama dan start gelombang kedua. Pada absis sebagai fungsi waktu, jarak antara dua titik zero upcrossing yang berdekatan dinyatakan sebagai periode gelombang. Sedang jarak titik yang paling tinggi dan yang paling pendek antar dua titik zero upcrossing yang berdekatan dinyatakan sebagai tinggi gelombang. Puncak gelombang yang tidak melewati garis nol (zero line) diabaikan.

Untuk metode zero downcrossing, titik-titik profil permukaan yang melewati zero line downward diterima sebagai titik-titik awal dan akhir dari gelombang-gelombang individual.

2.2.2. Parameter Gelombang Random

Ada banyak parameter short term yang digunakan untuk menggambarkan statistik dari gelombang laut. Dua parameter gelombang random yang paling penting adalah karakteristik dari tinggi dan periode gelombang. Parameter gelombang random ini didefinisikan sebagai:

a. Gelombang maksimum (H_{max} . dan T_{max} .)

Gelombang maksimum ini dalam data gelombang, ditentukan berdasarkan pada gelombang individual yang mempunyai harga maksimum baik dalam hal ketinggiannya maupun periodenya.

b. Gelombang sepersepuluh tertinggi ($H_{1/10}$ dan $T_{1/10}$)

Gelombang tersebut pada rekaman data dihitung dan dipilih dari gelombang tertinggi sampai sepersepuluh jumlah total gelombang yang ada pada daftar data gelombang.

c. Gelombang sepertiga tertinggi ($H_{1/3}$ dan $T_{1/3}$)

Untuk menyatakan gelombang ini, gelombang pada rekaman data dihitung dan dipilih dari gelombang tertinggi sampai sepertiga jumlah total gelombang yang ada.

d. Gelombang rata-rata

Harga rata-rata secara statistik dari seluruh tinggi dan periode gelombang pada rekaman, yang berturut-turut dinyatakan dengan H dan T .

2.3. Histogram dan Hubungan Antara Parameter Gelombang

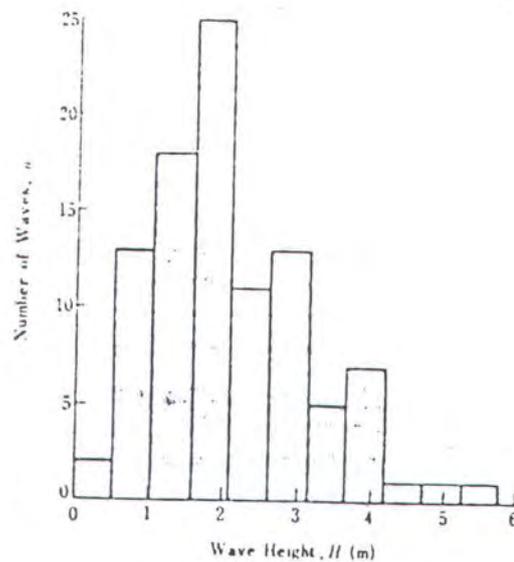
2.3.1. Distribusi Tinggi Gelombang

Diantara variasi sifat-sifat statistik gelombang laut random, distribusi tinggi gelombang individual adalah merupakan parameter pertama yang akan ditinjau. Distribusi tinggi gelombang dapat disajikan dalam bentuk histogram. Histogram ini menyatakan tingkat ketidak teraturan gelombang, yang merupakan fungsi frekwensi untuk masing-masing karakteristik gelombang pada waktu dan tempat tertentu.

Untuk membuat histogram dari sebuah rekaman gelombang yang panjang, maka prosedur yang dilakukan seperti yang dibawah ini (Bhattacharya, 1978).

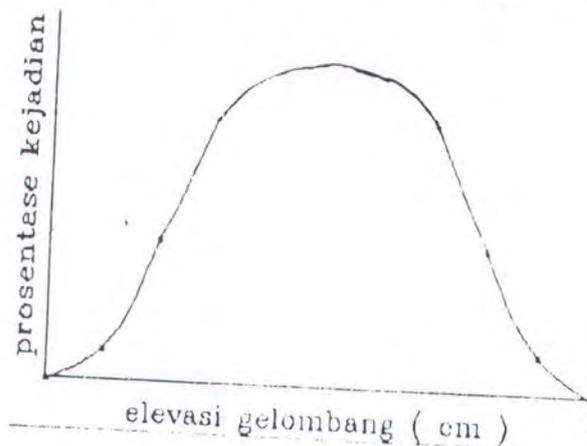
1. Membagi rekaman gelombang tersebut dalam interval waktu yang sama.

2. Menghitung harga tinggi rata-rata dalam tiap interval.
3. Mengelompokkan harga-harga tersebut dan susun dalam tabel.
4. Menghitung prosentase kejadian masing-masing kelompok tinggi rata-rata tersebut terhadap seluruh jumlah dalam sampel.
5. Gambarkan histogram dari prosentase kejadian tersebut.

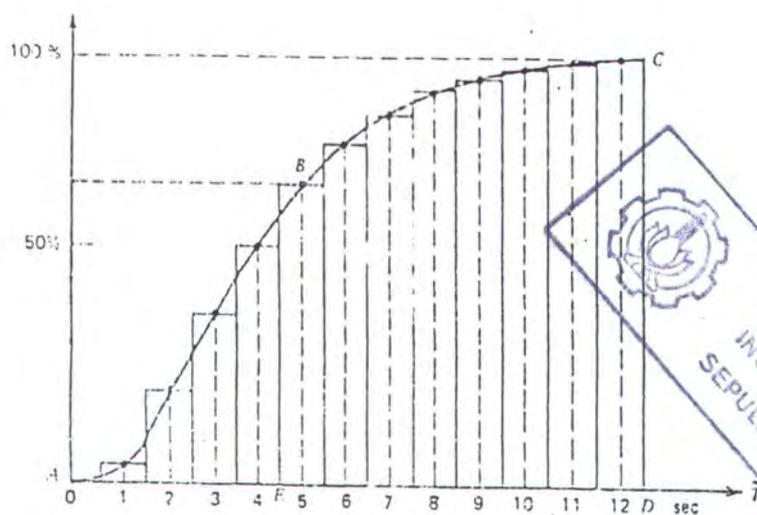


Gambar 2.3. Gambar histogram

Dari banyak pengalaman terlihat bahwa histogram gelombang laut umumnya mempunyai bentuk distribusi normal atau Gauss seperti yang ditunjukkan pada gb. 2.4. (Bhattacharya, 1978).



gambar 2.4. Distribusi normal (Gauss)



Gambar 2.5. Diagram Distribusi Kumulatif

Histogram juga dapat dibuat untuk periode gelombang. Disamping histogram, data kejadian gelombang dapat pula dijelaskan dengan menggambarkan diagram distribusi komulatif (gb. 2.5.).

Prinsip pembuatan diagram distribusi komulatif.

1. Mengambil jumlah komulatif observasi yang merupakan seri kenaikan dari harga-harga T atau H.
2. Mengkonversikan harga-harga tersebut dalam harga prosentase.
3. Menggambarkan prosentase tersebut terhadap kenaikan harga parameter dalam diagram.

Bila diagram distribusi komulatif terbentuk maka harga-harga dari H_0 , $H_{1/3}$, $H_{1/10}$, $H_{1/100}$ secara statistik bisa diperoleh.

2.3.2. Hubungan Antara Tinggi Gelombang

Dari berbagai penelitian, kurva Rayleigh ternyata secara kualitatif sangat cocok untuk memodelkan histogram untuk tinggi gelombang (Goda, 1985). Jadi distribusi Rayleigh dapat digunakan

dalam memperkirakan sejumlah karakteristik tinggi gelombang dan hubungan diantaranya.

Tinggi gelombang karakteristik $H_{1/10}$ dan $H_{1/3}$ dapat diperoleh dengan mengetahui fungsi probabilitasnya.

$$H_{1/10} = 1.27 H_{1/3} = 2.03 H \quad H_{1/3} = 1.6 H$$

Selanjutnya hubungan antara $H_{\max.}$ dan $H_{1/3}$ juga dapat diturunkan dari distribusi Rayleigh. Dimana harga dari $H_{\max.}$ dapat diestimasi berdasarkan pada pertimbangan lamanya gelombang badai (storm waves) dan jumlah gelombang, serta sesuai dengan beberapa toleransi jarak deviasi sebaran.

$$H_{\max.} = (1.6 - 2.0) H_{1/3}$$

2.3.3. Distribusi Periode Gelombang

Periode gelombang untuk sebuah wave train mempunyai bentuk distribusi yang lebih sempit dari pada distribusi tinggi gelombang. Bila gelombang angin (sea) dan swell berdampingan, distribusi periode lebih lebar dan mempunyai hubungan dua puncak pada periode rata-rata. Jadi periode gelombang tidak menunjukkan suatu hukum distribusi yang universal seperti distribusi Rayleigh untuk tinggi gelombang.

Namun demikian secara empiris telah ditemukan hubungan antara parameter periode (Goda 1985).

$$T_{\max.} = (0.6 - 1.3) T_{1/3}$$

$$T_{1/10} = (0.9 - 1.1) T_{1/3}$$

$$T_{1/3} = (0.9 - 1.4) T$$

2.4. Spektrum Gelombang

Karakteristik perairan di suatu daerah dapat diketahui dengan menggunakan analisis spektrum gelombang. LLOYD (1941) menjelaskan bahwa gelombang random dapat digambarkan dengan superposisi gelombang-gelombang sinus yang mempunyai amplitudo dan frekwensi berbeda-beda. Pendekatan ini disebut dengan analisis spektrum energi density amplitudo gelombang.

Salah satu metode analisis spektrum dari suatu data gelombang (Chakrabarti, 1987) adalah dengan menerapkan prosedur Fast Fourier Transform (FFT).

Bila gelombang random digambarkan sebagai superposisi dari gelombang sinusoidal yang mempunyai tinggi dan periode gelombang yang berbeda maka distribusi energi (pers. 2.1) menurut frekwensi (panjang atau periode gelombang) untuk tiap gelombang adalah :

$$E_T = \frac{1}{2} \rho g (\zeta_{a1}^2 + \zeta_{a2}^2 + \dots + \zeta_{an}^2) \quad (2.1)$$

Distribusi energi gelombang menurut frekwensi disebut energi spektrum. Luasan total di bawah harga-harga energi spektrum adalah energi total dari semua komponen gelombang. Jika frekuensi *bandwidth* kecil $\partial\omega$ maka diperoleh kurva kontinu. Karena laut sesungguhnya terdiri dari bermacam-macam frekuensi, spektrum energi merupakan kurva yang kontinu (Bhattacharyya, 1978).

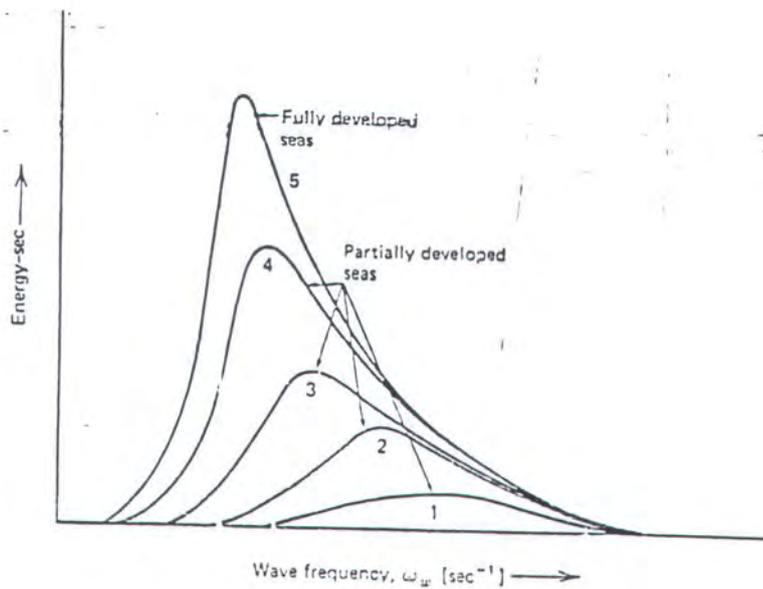
Pada suatu kecepatan angin tertentu, spektrum energi gelombang yang terbentuk adalah merupakan energi yang diterima gelombang oleh angin tersebut. Semakin tinggi kecepatan angin, semakin besar energi yang diterima. Dengan kata lain kecepatan angin yang

terus berhembus menyebabkan panjang gelombang membesar. Keadaan ini disebut *Partially Developed Sea*. Jika angin bertiup terus sehingga total energi yang terkandung di dalam gelombang tidak bertambah lagi (maksimum), keadaan ini disebut *Fully Developed Sea*. Pada kondisi ini harga maksimum energi untuk gelombang dengan frekwensi tinggi bergerak ke frekuensi rendah (Lihat gb. 2.6.).

Bila kurva energi gelombang (pers. 2.1) diubah ordinatnya dimana harga ρg dihilangkan, bentuk baru ini disebut spektrum gelombang dengan ordinat densitas spektrum dari energi gelombang, $S_{\zeta}(\omega_w)$.

$$S_{\zeta}(\omega_w) = \frac{1}{2} (\zeta_{a1}^2 + \zeta_{a2}^2 + \dots + \zeta_{an}^2)$$

2.2



Gambar 2.6. Fully dan partially developed sea

2.4.1. Hubungan Antara Spektrum Gelombang

Gangan Karakteristik Parameter Gelombang

Penyajian gelombang laut dengan parameter tinggi dan periode dengan penggambaran spektrum secara fisik mempunyai kesamaan kejadian meskipun nampak berbeda. Jadi bisa saja untuk membuat pendekatan antara hubungan antara tinggi dan periode dengan spektrum gelombang. Pertama-tama adalah menentukan nilai total energi m_0 dengan cara mengintegrasikan spektrum gelombang pada setiap frekuensi. Hasil integrasi mempunyai dimensi m^2 atau cm^2 , dengan mengembalikan pada definisi awal dari spektrum gelombang diketahui bahwa spektrum gelombang sama dengan kuadrat dari elevasi gelombang.

$$m_0 = \eta^2$$

Harga rata-rata elevasi gelombang adalah akar dari m_0 .

$$\eta_{rms} = \sqrt{\eta^2} = \sqrt{m_0}$$

Berdasarkan distribusi Rayleigh bahwa harga rata-rata ini mempunyai hubungan dengan signifikansi dari tinggi gelombang.

$$H_{1/3} = 4.004 \eta_{rms} = 4.004 \sqrt{m_0}$$

Parameter periode rata-rata T juga dapat dihubungkan dengan wave

spektrum. Berdasarkan teori statistik gelombang random periode rata-rata mempunyai hubungan dengan momen kedua dari spektrum gelombang.

$$T = \sqrt{m_0/m_2}; \text{dimana } m_2 = \int_0^{\infty} f^2 S(f) df$$

2.4.2. Keterbatasan Pendekatan Energi Spektrum

Chakrabarti (1987) menyebutkan beberapa keterbatasan pendekatan energi spektrum dalam analisis gelombang random sebagai berikut.

Pertama, semakin besar data yang dipakai (N) semakin tajam bentuk spektrum dan juga makin banyak puncak-puncak gelombang. Sebaliknya semakin kecil harga N semakin smooth bentuk spektrum.

Kedua, bentuk spektrum dari data yang diberikan tidak memberikan karakteristik yang khas, dengan mengganti harga N (bentuk spektrum) maka distribusi relatif dari energi akan berubah. Perbandingan dua bentuk spektrum dapat dibuat sebanyak yang tersedia dengan parameter-parameter yang hampir sama.

Ketiga, dalam data gelombang yang diberikan, estimasi untuk variasi seksi-seksi data diharapkan berbeda-beda. Oleh sebab itu biasanya dihitung harga rata-rata dari sejumlah besar seksi data untuk meningkatkan keyakinan estimasi.

2.4.3. Variasi Penyajian Spektrum

Secara konvensional representasi energi atau densitas energi digambarkan sepanjang ordinat dan frekuensi di sepanjang absis. Sedangkan penggambaran spektrum menurut Chakrabarti (1987) dapat dibuat dalam bentuk-bentuk korelasi:

- Densitas Energi vs. frekuensi, frekuensi sirkular atau periode.
- Energi vs. frekuensi, frekuensi sirkular atau periode.

Representasi dapat berupa skala linear, skala log-log atau skala semilog. Bila ordinat adalah energi, maka total energi gelombang ada pada masing-masing frekuensi. Densitas energi didapat dengan membagi tiap ordinat energi dengan kenaikan frekuensi, Δf atau $\Delta \omega$. Catatan : harga ordinat energi density dalam representasi frekuensi (pada absis) adalah 2π kali dalam frekuensi sirkular, atau.

$$S(f) = 2\pi S(\omega) \quad (2.3)$$

Dari sejumlah representasi, satu bentuk yang paling banyak dipakai adalah densitas energi untuk ordinat dan frekuensi atau frekuensi sirkular untuk absis. Keuntungan representasi ini adalah luasan di bawah kurva dalam secara langsung memberikan total energi sistim gelombang.

2.4.4. *Smoothing* Spektrum

Panjang rekaman data yang membentuk spektrum gelombang, akan mempunyai noise. Hal ini terjadi karena data gelombang tersebut, sebelumnya tidak dilakukan koreksi dengan operasi analisa harmonis. Salah satu analisa operasi ini adalah *smoothing*.

Smoothing menurut Charabarti (1987) adalah proses membersihkan spektrum dari fluktuasi kurva yang tidak banyak mempengaruhi

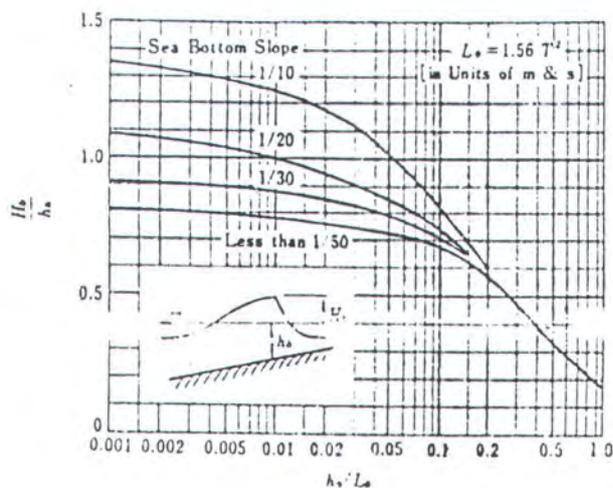
analisis. Modifikasi dengan *smoothing* disebut *Data Window*, sehingga harga-harga *smooth* dari densitas spektrum yang baku didapat.

2.5. Transformasi dan Deformasi Gelombang Rrandom

2.5.1. Wave Breaking

Kita dapat dengan mudah mengamati sebuah barisan gelombang dalam kolam gelombang yang mengalami shoaling pada dasar yang miring dan kemudian pecah pada kedalaman tertentu. Lokasi dari wave break hampir pasti untuk gelombang reguler, dan ada perbedaan yang jelas antara osilasi gerakan gelombang sebelum breaking dan turbulent wake dengan masuknya udara setelah breaking. Terminologi wave breaking point, kedalaman dan tinggi gelombang dipakai untuk menunjuk lokasi kedalaman air dan ketinggian dari wave breaking. Bentuk limiting breaker height kadang digunakan, berkaitan dengan batas atas gelombang progresif yang terjadi di kedalaman perairan tertentu dalam periode gelombang tertentu. Rasio dari limiting breaker height dengan kedalaman air tertentu tergantung pada kemiringan dasar (sea bottom slope) dan kedalaman relatif perairan. Kompilasi dari sejumlah laboratorium hidrodinamika menghasilkan sebuah diagram seperti pada gambar di bawah ini.

Kedalaman perairan saat breaking d_b , tinggi gelombang saat breaking H_b , dan bentuk wave breaking biasanya khusus, dan dibawah kondisi wave shoaling semua ini bergantung pada deep water wave steepness H_0/L_0 dan kemiringan dasar.



Gambar 2.7. Batas tinggi breaking wave

2.5.2. Refleksi Gelombang

(1) Koefisien akibat pantulan gelombang

Bila gelombang dipantulkan oleh sebuah struktur, gelombang yang dipantulkan menyebabkan naiknya pergolakan air didepan struktur, atau mungkin

juga gelombang merambat pada jarak tertentu kemudian menjadi pengganggu daerah air tenang disekitarnya. Sehingga diperlukan sekali untuk meredam pantulan gelombang tadi sebisa mungkin. Hal ini adalah masalah dalam meredam energi dan perambatan gelombang pantul.

$$K_R = H_R / H_I$$

(2.4)

Mengenai peredaman energi gelombang derajat pantulan gelombang

perlu untuk diukur. Pada masalah ini koefisien pantul struktur K_r adalah rasio dari tinggi gelombang pantul H_r dengan tinggi gelombang datang, biasanya dinyatakan dalam.

Koefisien pantul sebuah struktur biasanya diestimasi dengan model test di laboratorium. Karena analisa dengan teori tidaklah mudah untuk gelombang pantul bila dihubungkan dengan terjadinya wave breaking.

(2) Perambatan dari gelombang pantul

Setiap komponen gelombang dari gelombang random diasumsikan memantul dengan sudut yang sama dengan sudut datang dan kemudian merambat pada arah tersebut.

Bila sebuah gelombang dengan amplitudo dan periode yang besar datang dengan sudut yang besar ke sebuah struktur dalam perairan dangkal, gelombang tidak akan dipantulkan melainkan membentuk gelombang besar yang mengalir sepanjang struktur. Kejadian ini dinamakan Mach-Stem Reflection (Goda 1985).

Aspek lain dari gelombang pantul adalah mempunyai lebar yang terbatas sepanjang garis puncaknya. Hal ini terjadi karena struktur bangunan tidak selebar dengan bentangan gelombang datang, akibatnya gelombang terdispersi selama merambat menjauhi bangunan

(3) Superposisi gelombang datang dan pantul

Efek dari gelombang pada pelabuhan atau disain stryktur agak rumit, sebab tidak hanya tinggi gelombang tapi arah gelombang masuk kedalam masalah. Bila hanya total tinggi gelombang yang

diperhatikan, masalahnya dapat diestimasi dengan prinsip penjumlahan dari komponen energi.

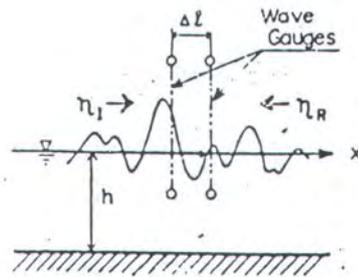
$$H_s = \sqrt{H_I^2 + (H_R)_1^2 + (H_R)_2^2 + \dots} \quad (2.5)$$

Dimana H_s menyatakan significant height dari superposisi gelombang, dan $(H_R)_1$, $(H_R)_2$ dan seterusnya mewakili significant height dari gelombang pantul yang berasal dari bermacam-macam sumber pantul. Persamaan diatas tidak dapat diterapkan segera untuk struktur karena adanya hubungan fase antara gelombang datang dan gelombang pantul.

(4) Teknik resolusi dari gelombang pantul dan serang (Goda 1985)

Teknik resolusi ini digunakan untuk mengestimasi gelombang serang dan pantul dari komposisi gelombang uji. Teknik ini bisa diaplikasikan baik untuk gelombang random maupun gelombang reguler. Gambaran dari penyelesaian estimasi ini adalah dengan cara memecahkan dua rekaman gelombang kedalam masing-masing koefisien fouriernya. Selanjutnya koefisien fourier masing-masing gelombang digunakan untuk mendapatkan amplitudo gelombang serang dan pantul.

Dua rekaman gelombang ini diambil dari dua tempat yang berlainan dengan jarak tertentu antara dua titik lokasi wave gauges seperti terlihat pada gambar 2.8.



Gambar 2.8. Sketsa letak titik wave gauges

Misalkan profil gelombang yang direkam pada dua lokasi $x = x_1$ dan $x = x_2 = x_1 + \Delta l$ digambarkan dengan:

$$\eta_1 = (\eta_I + \eta_R)_{x=x_1} = A_1 \cos \omega t + A_2 \sin \omega t$$

$$\eta_2 = (\eta_I + \eta_R)_{x=x_2} = A_2 \cos \omega t + B_2 \sin \omega t$$

dimana,

$$A_1 = a_I \cos \phi_I + a_R \cos \phi_R$$

$$B_1 = a_I \sin \phi - a_R \sin \phi_R$$

$$A_2 = a_I \cos(k\Delta l + \phi_I) + a_R \cos(k\Delta l + \phi_R)$$

$$B_2 = a_I \sin(k\Delta l + \phi_I) + a_R \sin(k\Delta l + \phi_R)$$

$$\phi_I = kx_1 + \epsilon_I, \phi_R = kx_1 + \epsilon_R$$

Bentuk persamaan-persamaan diatas akan memberikan penyelesaian terhadap estimasi amplitudo gelombang pantul dan serang (pers 2.6). Koefisien Fourier Yang terdapat dalam persamaan diperoleh dengan menggunakan Fast Fourier Transform. Teknik ini digunakan dalam membahas Tugas Akhir ini.

$$a_r = \frac{1}{2|\sin k\Delta l|} \sqrt{(A_2 - A_1 \cos k\Delta l - B_1 \sin k\Delta l)^2 + (B_2 + A_1 \sin k\Delta l - B_1 \cos k\Delta l)^2}$$

pers 2.6

$$a_R = \frac{1}{2|\sin k\Delta l|} \sqrt{(A_2 - A_1 \sin k\Delta l + B_1 \cos k\Delta l)^2 + (B_2 - A_1 \cos k\Delta l - B_1 \sin k\Delta l)^2}$$

BAB III

MODEL PENGUJIAN DENGAN GELOMBANG RANDOM

3.1. Umum

Adanya masalah-masalah dalam merencanakan layout pelabuhan dan bangunan pantai harus dapat diselesaikan dengan menggunakan pengujian model. Meskipun kebanyakan pengujian pada beberapa dekade yang lalu masih memakai gelombang reguler, kemajuan pengujian model dengan gelombang random sudah dapat dilakukan di banyak laboratorium di seluruh dunia.

Kondisi yang sangat mendasar dari pengujian model bahwa model harus dibuat sesuai dengan aslinya (prototype). Kesamaan model terhadap aslinya mencakup tiga kategori dalam bentuk dan geometri, kinematik pada bermacam gerakan dan gaya-gaya dinamis yang terjadi pada model. Geometris maksudnya adalah semua ukuran panjang pada prototype disesuaikan dalam model dengan menggunakan rasio. Kinematik adalah keserasian dari kecepatan dan percepatan pada body maupun fluida antara model prototype. Dinamik maksudnya adalah gaya dinamik pada prototype harus ada pada model dengan skala yang sama.

Bila model dibuat dengan skala yang sama untuk horisontal dan vertikal, model dinamakan undistorted model. Bila skala

horisontal tidak sama dengan vertikal, model dinamakan distorted model. Model pengujian terhadap naik turunnya arus adalah contoh yang menonjol dari distorted model. Yaitu dengan skala horisontal lebih kecil dari vertikal. Dan kebanyakan pengujian model bangunan dilaut dilakukan dengan undistorted model, karena gerakan vertikal dan horisontal dari partikel air akibat aksi gelombang harus dibuat dengan skala yang sama.

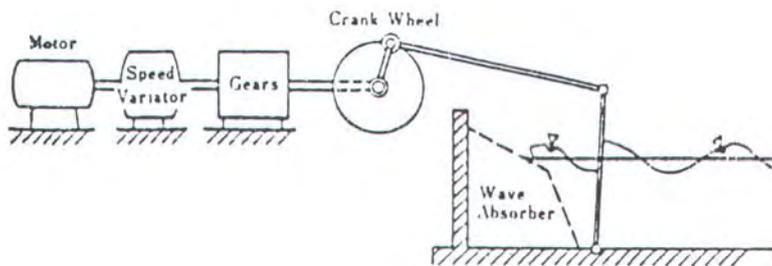
3.2. Pembangkit Gelombang Random

Prinsip kerja dari pembangkit gelombang random dengan pembangkit konvensional gelombang reguler. Dalam gambar dapat dilihat dua type dari pembangkit gelombang. Gambar 3.1.a. menunjukkan type dari pembangkit gelombang konvensional. Motor bertipe arus bolak balik tiga fase yang berputar dengan kecepatan tetap. Mengenai perputaran kecepatan diatur menjadi angka yang tetap dengan sebuah non-stop speed variator, dan kemudian kecepatan direduksi menjadi 1/10 hingga 1/20 dengan gear. Pemutaran kecepatan dapat diatur hingga sesuai dengan periode gelombang.

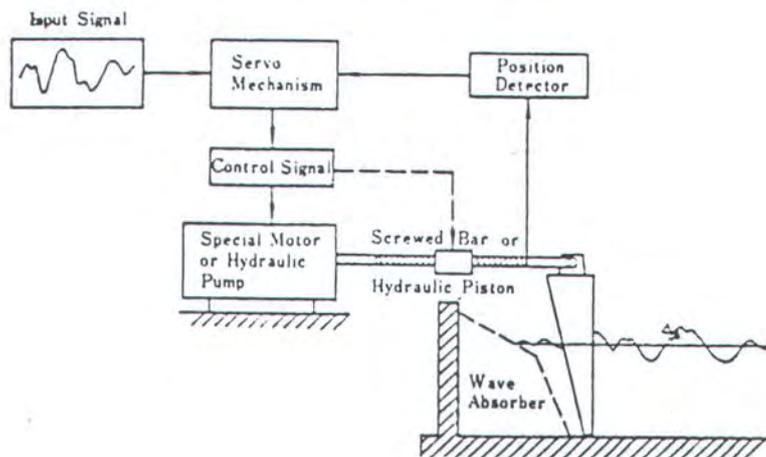
Putaran dari gear disalurkan ke crank wheel yang berputar dengan kecepatan dan menyebabkan gerakan pada dayung gelombang (wave paddle). Amplitudo dari gerakan dayung didisain bervariasi dari nol hingga nilai maksimum.

Gambar 3.1.b. menunjukkan konsep dasar dari pembangkit gelombang random, dengan ciri sistem mekanisme servo. Motor bisa dengan electric servo motor atau motor dengan pulsa hidraulik. Keluaran dari motor dihubungkan dengan unit pengendali dari

dayung gelombang melalui balok (servo bar) atau dengan hidraulik piston. Posisi dari dayung gelombang dipantulkan dengan pengontol, dan informasi diumpankan balik ke servo yang kemudian membandingkan dengan input signal dan mengirim kontrol signal ke motor. Pemilihan pembangkit gelombang random sebenarnya adalah signal yang melalui mesin pengendali, dan dapat membangkitkan gelombang reguler bila signal yang masuk adalah gelombang sinus.



(a) Regular wave generator



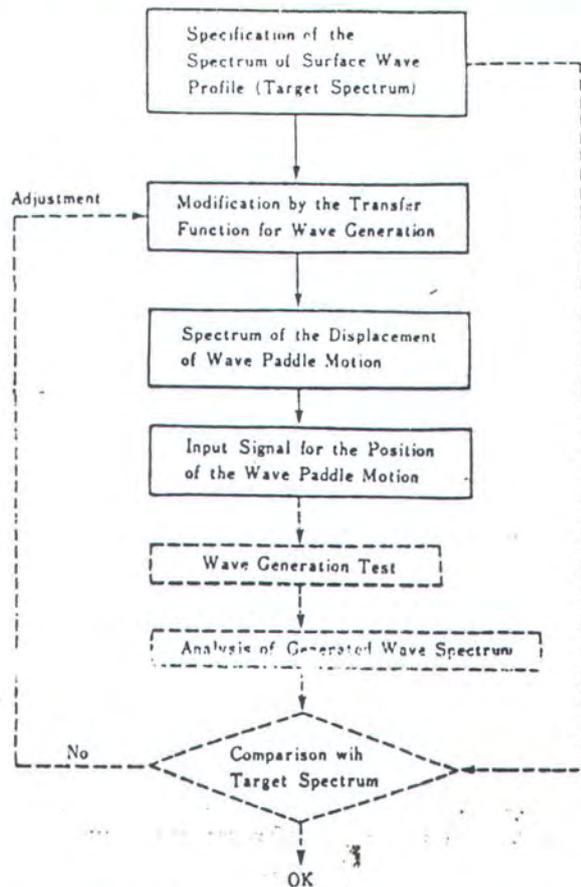
(b) Random wave generator

Gambar 3.1. Outline reguler dan random wave generator

3.2.1. Signal Input Untuk Pembangkit

Aspek yang terpenting dari pembangkit gelombang random adalah persiapan dari signal input ke pembangkit untuk mendapatkan gelombang random yang sesuai dengan karakteristik yang diinginkan. Prosesnya dapat dilihat pada diagram alir di bawah ini.

Pertama-tama target spektrum gelombang telah diketahui. Pada percobaan gelombang ini digunakan model spektrum Pierson-Moskowitz sebagai spektrum target. Gelombang dibangkitkan dan kemudian dibuat spektrum gelombangnya. Dengan membandingkan spektrum gelombang yang baru dengan target dari spektrum gelombang akan diperoleh nilai transfer. Nilai transfer ini merupakan hubungan antara spektral gelombang yang dibangkitkan dengan spektral dari gelombang target. Selanjutnya nilai transfer ini digunakan untuk input dari pembangkit gelombang. Gelombang yang terjadi dibandingkan lagi dengan spektrum target, dan bila belum sesuai dibuat lagi nilai transfer sampai diperoleh spektrum gelombang yang mendekati sama dengan spektrum target.



Gambar 3.2. Diagram alir dari sinyal pembangkit gelombang random

3.3. Wave Probe

Alat ini digunakan untuk mengetahui elevasi gelombang yang melewati wave probe tersebut. Prinsip kerja dari wave probe ini adalah adanya perbedaan hambatan listrik terhadap naik turunnya permukaan air yang melewati wave probe tersebut. Dengan mengetahui perbedaan hambatan listrik terhadap perbedaan permukaan air dapat diketahui berapa elevasi gelombang yang diukur.

3.4. Perekam Data

Cara untuk mengolah semua sinyal dari wave gauges atau sensor lainnya secara langsung bisa melalui sebuah analog digital converter, dimana sinyal ini berupa time history dai gelombang. Data disimpan pada pita magnetik tape, disket atau alat perekam lainnya melalui sebuah analog digital converter. Setelah pengujian unit perekam tadi dapat diambil dan dianalisa dengan komputer secara terinci.

Rekaman data gelombang juga dapat ditampilkan pada sebuah strip short recorder atau oscillograph. Namun hasil rekaman diatas hanya digunakan sebagai monitor dari signal gelombang.

BAB IV

METODE FAST FOURIER TRANSFORM

4.1. Umum

Metode Fast Fourier Transform (FFT) merupakan salah satu metode untuk menghitung energi spektrum data gelombang laut. Perhitungan dengan teknik ini mengambil waktu sebagai absis, yang mempunyai hasil satuan energi dibagi luasan (Chakraberti, 1987).

Dalam FFT, biasanya panjang total data (T_s), dibagi dalam beberapa seksi (M), dan setiap seksi mempunyai beberapa titik (N), pada kenaikan waktu yang tetap (Δt). Terbukti disini, bahwa jumlah pengoperasian aritmatika untuk metode FFT adalah $2 N \ln N$ dibanding N . Jadi untuk $N = 4096$, penghematan waktu komputer akan dicapai sebesar 171 kali.

Variabel - variabel yang harus diseleksi sebelum energi spektrum energi spektrum dari data gelombang didapat oleh metode FFT (Chakraberti, 1987) adalah :

- * Jumlah seksi (M)
- * Jumlah titik data dalam tiap seksi (N)
- * Range waktu (Δt)
- * Range frekwensi (f_s)
- * Interval frekwensi (Δf)

Disamping FFT, satu prosedur pendukung yaitu DFT (Diskrit Fourier Transform) akan dibahas dalam bab ini. DFT ini penting dalam pemrosesan signal digital, yaitu digunakan untuk menghitung transformasi Fourier dengan frekwensi yang diskrit.

Untuk memahami DFT dan FFT maka penting dipelajari terlebih dahulu deret Fourier.

4.2. Deret Fourier

Deret Fourier yaitu deret tak hingga dari fungsi-fungsi trigonometrik. Karena sifat periodik dari fungsi-fungsi trigonometrik, maka deret Fourier mempunyai arti khusus di dalam masalah gelombang laut, dan juga dalam fenomena periodik phisik lainnya, serta dalam berbagai analisis harmonis. Dimarogonas Haddad (1992) merumuskan fungsi harmonis $g_m(\omega t) = \cos n\omega t$ atau $\sin n\omega t$ memenuhi persamaan :

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} g_m(\omega t) g_n(\omega t) dt = 0 \quad \text{untuk } m \neq n \quad (4.1a)$$

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} g_m(\omega t) g_n(\omega t) dt = 1 \quad \text{untuk } m = n \neq 0 \quad (4.1b)$$

Bila sebuah fungsi $g(t)$ didefinisikan dalam interval tertutup $0 < t < T$, lalu $g(t)$ dapat dipresentasikan dengan penggunaan teori Fourier sebagai berikut :

$$g(t) = \frac{1}{2}A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos \omega t + B_n \sin \omega t) \quad (4.2)$$

maka pers. (4.2) disebut Deret Fourier, dengan konstanta A_n dan B_n yang disebut koefisien Fourier. Bila pers. (4.2) dikalikan $\cos n\omega t$ dan $\sin n\omega t$, dan diintegrasikan dari 0 s.d. T , akan didapat :

$$A_0 = \frac{2}{T} \int_0^T g(t) dt$$

$$A_n = \frac{2}{T} \int_0^T g(t) \cos n \omega t dt$$

$$B_n = \frac{2}{T} \int_0^T g(t) \sin n \omega t dt$$

Prosedur di atas disebut analisis harmonik dari suatu fungsi periodik. Deret Fourier juga dapat diekspresikan dalam bentuk fungsi eksponensial, dengan :

$$\cos \omega t = \frac{e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}}{2} \quad \text{dan} \quad \sin \omega t = \frac{e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}}{2i} \quad (4.4)$$

Bila dimasukkan pers. (4.4) ke pers. (4.2), sebuah persamaan $g(t)$ yang merupakan fungsi waktu didapat:

$$f(t) = \frac{1}{2} A_0 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} [(A_n - iB_n) e^{in\omega t} + (A_n + iB_n) e^{-in\omega t}] \quad (4.5)$$

Dengan mengambil notasi

$$G_0 = \frac{1}{2}A_0, G_n = \frac{1}{2}(A_n - iB_n), G_{-n} = \frac{1}{2}(A_n + iB_n), n = 1, 2, \dots \quad (4.6)$$

pers. (4.2) menjadi:

$$g(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} G_n e^{in\omega t} \quad (4.7)$$

$$G_n = \frac{1}{2}(A_n - iB_n) = \frac{1}{T} \int_0^T g(t) e^{-in\omega t} dt, n = 0, 1, 2, \dots \quad (4.8)$$

pers. (4.7) dan (4.8) merupakan bentuk kompleks atau bentuk eksponensial dari deret Fourier dalam bentuk

$$g(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} G_n e^{in\omega t} \quad (a)$$

$$G_n = \frac{1}{T} \int_0^T g(t) e^{-in\omega t} dt \quad (b) \quad (4.9)$$

Semua hasil di atas meskipun secara khusus akan diaplikasikan pada signal-signal periodik, tapi memungkinkan juga untuk mengembangkan pers. (4.9) tersebut untuk permasalahan yang lebih umum, yaitu dengan mengambil $T \rightarrow \infty$. Dalam hal ini, kasus spasi $1/T$ antara persamaan-persamaan harmonis menuju ke harga nol dan G menjadi sebuah fungsi kontinu dari $f = \omega/2\pi$. Selanjutnya dapat dilihat bahwa pers. (4.9b) menjadi

$$G^*(f) = \int_{-\infty}^{\infty} g^*(t) e^{-i2\pi f t} dt \quad (4.10)$$

dan pers. (4.9a) menjadi

$$g^*(t) = \int_{-\infty}^{\infty} G^*(f) e^{i2\pi f t} df \quad (4.11)$$

dimana $G^*(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} TG$ dan $g^*(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} (1/T)g(t)$.

Pers. (4.10) dikenal sebagai *forward transform* dan pers. (4.11) dikenal sebagai *invers transform*; bersama-sama keduanya disebut pasangan *Fourier transform*.

Pada pembahasan selanjutnya, tanda asterik dalam pers. (4.10) dan (4.11) akan dihilangkan.

Pasangan *Fourier transform* yang diaplikasikan pada fungsi-fungsi sampel waktu, adalah merupakan fungsi-fungsi yang direpresentasikan sebagai deret waktu, yaitu deret harga-harga di titik-titik spasi diskrit. Deret waktu akan menjadi sangat penting dengan dipakainya proses digital untuk data eksperimen.

Fungsi-fungsi sampel, didapat dengan pengambilan sampel pada interval-interval diskrit dari waktu, Δt , dengan sebuah frekuensi $f_s = 1/\Delta t$. Pasangan Transformasi Fourier untuk fungsi-fungsi sampel waktu dikomputasi dengan integrasi numerik, seperti berikut

$$G(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} g(t_n) e^{-2\pi f t_n} \quad (4.12)$$

4. 3. Algoritma Fast Fourier Transform

$$C_r + jC_i = (A_r + jA_i) \times (B_r + jB_i)$$

$$C_r = A_r B_r - A_i B_i$$

$$C_i = A_r B_i + A_i B_r$$

(4.16)

Algoritma FFT dipelajari melalui gambar aliran signal sampai ke operasi dasar yang disebut *butterfly*. Bila dianggap bahwa signal-signal dan spektrum adalah bilangan kompleks; dimana di setiap perkalian, ditulis $A \times B = C$, berarti dimana r dan i adalah notasi dari bagian bilangan real dan imajiner.

Dalam persamaan Diskrit Fourier Transform dipakai :

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j2\pi nk/N}, k=0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (4.17)$$

yaitu, bila diambil N titik transformasi dan dipecah menjadi dua $N/2$ titik transformasi. Hal ini merupakan penghematan perhitungan komputer, karena :

$$2\left[\frac{N}{2}\right]^2 = \frac{N^2}{2} \quad (<N^2)$$

Begitu $N/2$ titik transformasi tidak dikomputasi sama sekali maka dilanjutkan pemecahan menjadi dua $N/4$ titik transformasi, dan seterusnya sampai tersisa dua ($N/2$) titik transformasi. Proses ini memerlukan pemecahan $\log_2 N$ kali, menghasilkan $(N/2) \log_2 N$ kali operasi dasar.

Algoritma FFT ini termasuk pemecahan pertama dari satu set

data, $x(n)$, ke dalam variabel titik-titik genap dan ganjil, $y(n)$ dan $z(n)$. Kemudian penyelesaian dilanjutkan dengan menggunakan sifat periodik dari fungsi eksponensial untuk menghilangkan operasi perkalian yang bertumpuk (hal ini merupakan kunci mengapa FFT menghemat waktu). Bila

$$y(n) = x(2n) \text{ dan } z(n) = x(2n + 1) \tag{4.18}$$

untuk $n = 0, 1, 2, \dots, N/2 - 1$, pers. (4.17) dapat ditulis

$$X(k) = \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} [y(n)e^{-j4nk/N} + z(n)e^{-j2n(2n+1)k/N}]$$

Faktor, $W^k = e^{-j2\pi k/N}$, yang mana bukan fungsi dari n dapat dikeluarkan dari pers. (4.19) kemudian dikalikan dengan penjumlahan $z(n)$. W adalah unit vektor dengan sudut fase berbanding lurus dengan k dan berkenaikan N dengan sudut per rotasi 2π . Jadi,

$$X(k) = Y(k) + W^k Z(k) \quad 0 \leq k < N/2 \tag{4.20}$$

dimana,

$$Y(k) = \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} y(n)e^{-j4\pi nk/N}$$

$$Z(k) = \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} z(n)e^{-j4\pi nk/N}$$

$$W = e^{-j2\pi/N} \tag{4.21}$$

$Y(k)$ dan $Z(k)$ keduanya periodik di interval-setengah, karena $e^{-j\pi k}$ berulang di π . $X(k)$ dapat dicari untuk sisa setengah kedua dari range $N/2$ sampai N tanpa menghitung lagi. Untuk setengah range yang sebelumnya, dengan k' adalah k diluar $N/2$, $k = k' + N/2$,

$$X(k) = X(k' + \frac{N}{2})$$

$$X(k) = Y(k' + \frac{N}{2}) + W^{(k' + \frac{N}{2})} Z(k' + \frac{N}{2})$$

$$Y(k) = W^k Z(k)$$

(4.22)

Tanda negatif pada faktor W untuk sisa setengah akan timbul, sehingga :

$$W^k = e^{-j2\pi(k' + \frac{N}{2})/N} = e^{-j2\pi k'/N} e^{-j2\pi N/(2N)}$$

$$W^k = -W^{k'}$$

(4.23)

$$W^k = e^{-j2\pi} e^{-j2\pi k'/N} = e^{j2\pi k'/N}$$

Jadi, proses penghitungan N titik transformasi telah dikurangi menjadi dua $N/2$ titik transformasi dengan faktor-faktor perkalian fase, W^k dan $-W^k$.

Prosedur perhitungan berkala FFT disebut *decimation*. Setiap koefisien Fourier, $X(k)$, dapat ditelusuri kembali dengan langkah

penjumlahan dua perhitungan dengan faktor fase perkalian, W^k , di dalam data asli setelah langkah-langkah $\log_2 N$. Unit dasar perhitungan tersebut dinamakan *butterfly*, yaitu seperti yang diperlihatkan di Gbr. 4.1. Perhitungan ini mengabungkan dua masukan (A dan B) untuk menghasilkan dua keluaran (C dan D), yaitu :

$$C = A + W^k B \quad \text{decimation dalam waktu}$$

$$D = A - W^k B \quad \text{perhitungan butterfly} \quad \text{Sifat}$$

periodik dari eksponen, $W^{N/2} = -1$, digunakan untuk mendapatkan bentuk dalam Gbr. 4.1a - 4.1b; rotasi 180° menyebabkan tanda negatif pada salah satu perhitungan tersebut. Jadi jumlah perkalian bilangan kompleks dikurangi menjadi satu tiap operasi *butterfly*. Gambar aliran signal yang lengkap untuk contoh $N = 8$ titik menggunakan perhitungan *butterfly* dalam pers. (4.19) ditunjukkan dalam Gbr. 4.1c. Contoh ini disebut *decimation* dalam waktu FFT karena pengambilan sampel waktu dalam proses perhitungan. Gambar aliran signal menunjukkan bahwa satu set data yang diberikan hanya dalam satu *butterfly* setiap langkah (atau 'pass'). Hasil *butterfly* tadi (C dan D) menjadi masukan (A dan B) untuk pass selanjutnya.

Untuk mendapatkan satu set $X(k)$ memerlukan penyusunan data masukan yang tidak biasa, seperti dalam Gbr. 4.2c.

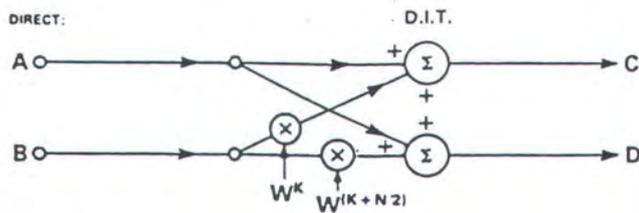
$$x(0), x(4), x(2), x(6), x(1), x(5), x(3), x(7)$$

Data ini disebut *bit-reversed order*, karena langkahnya sama seperti mendapatkan angka-angka 0-7 dalam bilangan binari dan susunan bit dibalik:

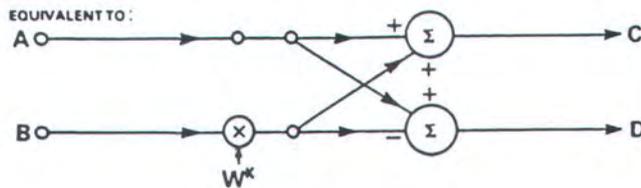
Angka Desimal 0 1 2 3 4 5 6 7 Dalam
 Bil. Binari 000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111 Susunan bit
 terbalik 000, 100, 010, 110, 001, 101, 011, 111

Dalam Angka Desimal 0 4 2 6 1 5 3 7

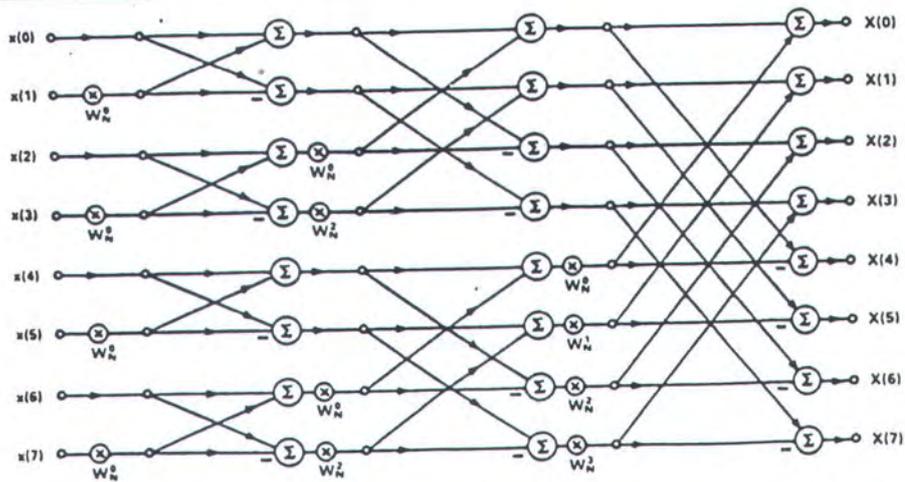
Program Komputer untuk *bit-reversed order* harus ditambahkan pada program FFT yang telah didisusun.



a. Bentuk langsung



b. Bentuk yang sudah dikurangi dengan operasi satu perkalian tiap *butterfly*



c. Gambar aliran signal untuk contoh decimation dalam waktu 8-titik.

Gambar 4.1.

Komputasi butterfly untuk decimation dalam waktu FFT.

BAB V

ANALISA GELOMBANG SERANG DAN PANTUL

PADA PENGUJIAN MODEL PELABUHAN

5.1. Umum

Dalam bab ini akan dibahas bagaimana pengujian dilakukan hingga diperoleh data gelombang dan analisa data gelombang hingga diperoleh spektral dari gelombang serang dan pantul.

5.2. Pengujian Dengan Menggunakan Gelombang Random

Studi ini dilakukan di LHI BPP-Teknologi. LHI melakukan Pengujian sebuah model pelabuhan untuk mengetahui fenomena gelombang di daerah perairan sekitar pelabuhan. Dari sana dapat diperoleh signifikansi tinggi dan periode gelombang. Dari hasil tersebut digunakan untuk menentukan perlakuan-perlakuan pada dinding-dinding pelabuhan.

Persiapan percobaan dengan menggunakan gelombang random lebih lama dibandingkan dengan menggunakan gelombang reguler. Karena pada kalibrasi pembangkit gelombang, dalam sekali running pembangkit gelombang belum tentu diperoleh spektrum yang sesuai dengan spektrum target. Running pembangkit gelombang dilakukan berkali-kali dengan menginputkan nilai transfer hingga diperoleh kesesuaian dengan spektrum target.

Sebelum kalibrasi pembangkit gelombang terlebih dahulu dilakukan kalibrasi wave gauge. Wave gauges adalah alat sensor elevasi gelombang, sehingga naik turunnya permukaan air dapat diukur dengan alat ini

5.3. Pengambilan Sampel Gelombang

Pengambilan sampel gelombang untuk analisa gelombang serang dan pantul pada tugas akhir ini mengikuti kegiatan yang dilakukan LHI. Namun secara kebetulan cara pengambilan sampel datanya hampir mirip. Yaitu dengan mencelupkan beberapa wave probe secara paralel.

Pengambilan sampel gelombang dilakukan pada bagian sebelah dalam water breaker. Adanya water breaker dimaksudkan untuk meredam penjalaran sehingga energi yang beredar di sekitar pelabuhan kecil. Gelombang yang telah menjalar melewati lubang pada water breaker dapat berdispersikan kemudian baru memantul pada dinding. Keadaan ini tidak ideal untuk melakukan pengujian refleksi gelombang. Karena pada dasarnya pengujian pantulan gelombang untuk memahami responsi dinding terhadap datangnya gelombang.

5.4. Prosedur Menentukan Amplitudo

Gelombang Serang Dan Pantul

Untuk memperoleh estimasi dari gelombang serang dan pantul dilakukan dengan mentransformasikan data gelombang ke dalam distribusi frekuensi. Dengan menggunakan Fast Fourier Transform dapat diperoleh koefisien fourier gelombang untuk masing-masing

frekuensi. Untuk memperoleh koefisien fourier telah disusun algoritma dari program utama dibawah ini:

1. Membaca sampel data $x(t)$ untuk $0 \leq t \leq L$

$$X(kT) = x(t) |_{t=kT} \quad k = 0, 1, \dots, N - 1$$

dimana :

L = Waktu data keseluruhan.

2. Menghitung $X(kT)$ dengan menggunakan metode FFT:

$$X(nf_0) = \sum_{k=0}^{N-1} x(kT) e^{-j2\pi nk/N} \quad (5.1)$$

dimana : $f_0 = 1/NT = 1/L$

$$X(nf_0) = \text{Re}X(nf_0) + \text{Im}X(nf_0) \quad (5.2)$$

$X(nf)$ adalah koefisien fourier.

3. Dengan menggunakan persamaan prinsip resolusi teknik (Goda 1985), yaitu dengan memasukkan koefisien fourier pada persamaan tersebut akan diperoleh amplitudo dari gelombang serang dan pantul.

4. Selanjutnya adalah membuat spektral dari distribusi frekuensi sehingga dapat dilihat perbandingan antara spektral dari gelombang pantul dan serang. Efektif range dari resolusi dapat menggunakan acuan :

Upper limit(f_{\max}) : $1/L_{\max} = 0.45$

Lower limit(f_{\min}) : $1/L_{\min} = 0.05$

5. Untuk estimasi koefisien pantul, energi gelombang pantul dan serang harus dihitung dengan efektif range seperti diatas, dan

BAB VI

KESIMPULAN

6.1. Kesimpulan

Setelah dilakukan analisa pada data gelombang pada percobaan gelombang serang dan pantul dapat disimpulkan:

1. Pada kurva spektral gelombang terlihat bahwa efek peredaman dinding-dinding pelabuhan kurang baik sehingga spektral gelombang pantul hampir berhimpit dengan dengan spektral gelombang datang. Meskipun pada penghitungan koefisien refleksinya nampak adanya efek peredaman dari dinding pelabuhan.
2. Pada frekuensi dibawah 0.05 (parameter yang diberikan Goda) nampak bahwa spektral gelombang mencapai nilai yang besar sekali. Karena pada daerah tersebut frekuensinya kecil sehingga panjang gelombang yang terjadi besar sekali, akibatnya nilai dari $\sin kl$ menjadi sangat kecil.
3. Penempatan wave probe tidak sesuai dengan filosofi pengujian untuk mendapatkan nilai dari refleksi gelombang.

6.2. Saran

1. Studi mengenai aplikasi gelombang pantul sebenarnya digunakan untuk mengukur respon dari sebuah peredam gelombang atau water

breaker. Sehingga pengujian untuk mengukur koefisien refleksi dari sebuah struktur sebaiknya dilakukan tersendiri.

2. Pengambilan sampel gelombang seharusnya tidak diambil untuk pengukuran setempat, tetapi dilakukan beberapa pengukuran dengan besarnya jarak terhadap dinding test sebagai parameter. Dengan demikian dapat diketahui ketepatan pengukuran terhadap pada dinding.

3. Pengambilan sampel gelombang seharusnya pada tempat yang terbuka sehingga datang dan memantulnya gelombang terjadi dengan tanpa terganggu efek lainnya.

4. Sebaiknya pada kurva spektral dilakukan smoothing terlebih dahulu, tujuannya untuk menghilangkan peak yang tidak perlu dan memudahkan dalam analisa.

D A F T A R P U S T A K A

1. Oran Brigham, E. ,The Fast Fourier and its aplications, Avantek.Inc, 1988
2. Goda, Y. , Random Seas and Design of Maritime Structure, Japan, 1985
3. Chakrabarty, S.K. , Hydrodynamics of Offshore Structure , Boston, 1987
4. Bhattacharya, R. , Dynamic of Marine Vechicles, New York, 1978
5. Higgins, R.J Digital Signal Processing in VLSI,1990
6. Mohammad Zulkifli, Analisa Gelombang di Daerah Bawean Untuk Gelombang Random, FTK-ITS, Surabaya, 1994
7. Newland, D.E. , An Introduction to Random Vibrition and Spectaral Analysis, 1984
8. Jogianto H.M, Teori dan Aplikasi Program Komputer Bahasa Fortran,Andi Offset yogyakarta,1989

```
c1234567890
c$nolist
c$noex
c$nowarn
cprogram menentukan spektrum amplitude dengan metode
cfast fourier transform
cdeklarasi dimensi untuk input dan output
    dimension
xhi(3000),xreal(3000),ximag(3000),seta(3000),sp(3000)
cblok inisialisasi
    integer t
    phi=3.14
cmembuka arsip data input dan output
    open(1,file='data11.dat')
    open(2,file='spek1.dat')
cblok input
    write(*,'(20(/))')
    write(*,2)
    2  format(4x,'banyaknya data gelombang (n) yang diolah =
',\))
    read(*,*)n
    write(*,3)
    3  format(4x,'harga faktor cosine taper (ai)           =
',\))
    read(*,*)ai
    write(*,4)
    4  format(4x,'nilai pangkat nn dimana n=2^nn,         nu =
',\))
    read(*,*)nu
    write(*,9)
    9  format(4x,'lama perekaman (detik)                   t =
',\))
    read(*,*)det
cmembaca data
    read(1,*)(xhi(j),ximag(j),j=1,n)
```

```
cblok perhitungan data
  do 10 j=1,n
    t=j
    kn=ai*n

if(1.le.kn.and.j.le.kn)xreal(j)=xhi(j)*0.5*(1-cos(phi*t/kn))
  if(kn.le.j.and.j.le.(n-kn))xreal(j)=xhi(j)
  if((n-kn).lt.j .and. j.le.n)
    ' xreal(j)=xhi(j)*0.5*(1-cos(phi*(n-t)/kn))
  10 continue
cblok keluaran
  write(2,15)
  15 format(4x,'***** ARSIP HASIL FOURIER KOEFISIEN*****')
  write(2,16)n
  16 format(4x,'banyak data gelombang yang diolah = ',i4)
  write(2,17)nu
  17 format(4x,'nilai pangkat nn dimana n=2^nn,nu = ',i3)
  write(2,18)ai
  18 format(4x,'harga faktor cosine taper = ',f5.3)
  write(2,22)det
  22 format(4x,'lama perekaman sample(detik) t = ',f7.2)
  write(2,23)
  23 format(4x,'')
  write(2,24)
  24 format(4x,'HASIL FOURIER KOEFISIEN :')
ccall subprogram untuk menghitung fft dan periodogram serta
cspektrum amplitude
  call fft(xreal,ximag,n,nu)
  call peri(xreal,ximag,seta,n,det)
  stop
  end
csubprogram subroutine perhitungan fft
  subroutine fft(xreal,ximag,n,nu)
  dimension xreal(n),ximag(n)
  n2=n/2
```

```
    nu1=nu-1
    k=0
    do 100 l=1,nu
102  do 101 i=1,n2
        p=ibitr(k/2**nu1,nu)
        arg=6.283185*p/float(n)
        c=cos(arg)
        s=sin(arg)
        k1=k+1
        k1n2=k1+n2
        treal=xreal(k1n2)*c+ximag(k1n2)*s
        timag=ximag(k1n2)*c-xreal(k1n2)*s
        xreal(k1n2)=xreal(k1)-treal
        ximag(k1n2)=ximag(k1)-timag
        xreal(k1)=xreal(k1)+treal
        ximag(k1)=ximag(k1)+timag
101  k=k+1
        k=k+n2
        if(k.lt.n) goto 102
        k=0
        nu1=nu1-1
100  n2=n2/2
        do 103 k=1,n
            i=ibitr(k-1,nu)+1
            if(i.le.k) goto 103
            treal=xreal(k)
            timag=ximag(k)
            xreal(k)=xreal(i)
            ximag(k)=ximag(i)
            xreal(i)=treal
            ximag(i)=timag
103  continue
        return
    end
```

```
function ibitr(j,nu)
  j1=j
  ibitr=0
  do 200 i=1,nu
    j2=j1/2
    ibitr=ibitr*2+(j1-2*j2)
200  j1=j2
  return
end

csubprogram subroutine perhitungan periodogram
  subroutine peri(xreal,ximag, seta,n,det)
  dimension xreal(n),ximag(n),seta(n)
  do 10 i=1,n-1,4
    seta(i)=xreal(i)**2+ximag(i+1)**2
    S=I/DET
  write(2,200)s,XREAL(I),XIMAG(I+1),SETA(I)
200  format(4x,'KOEFSIENFOURIER(',f9.6,')=f12.6,F12.6,F12.6)
  10  continue
  return
end
```

TIME HISTORY I

***** HASIL FOURIER KOEFISIEN *****

banyak data gelombang yang diolah = 2048
 nilai pangkat nn dimana $n=2^{nn}$, nu = 11
 harga faktor cosine taper = 0.100
 lama perekaman sample(detik) t = 204.80

HASIL FOURIER KOEFISIEN :

KOEFISIEN FOURIER(0.004883)=	63.186470	2.814464
KOEFISIEN FOURIER(0.024414)=	-3.503911	-1.128068
KOEFISIEN FOURIER(0.043945)=	-0.898970	-0.220558
KOEFISIEN FOURIER(0.063477)=	0.054017	1.347692
KOEFISIEN FOURIER(0.083008)=	-1.177405	0.655723
KOEFISIEN FOURIER(0.102539)=	1.101849	1.174749
KOEFISIEN FOURIER(0.122070)=	-1.461363	0.173607
KOEFISIEN FOURIER(0.141602)=	2.205901	0.344485
KOEFISIEN FOURIER(0.161133)=	-0.462961	0.996363
KOEFISIEN FOURIER(0.180664)=	-0.922493	-2.078649
KOEFISIEN FOURIER(0.200195)=	1.213715	-0.645989
KOEFISIEN FOURIER(0.219727)=	-0.830697	0.525196
KOEFISIEN FOURIER(0.239258)=	-0.802264	-0.308871
KOEFISIEN FOURIER(0.258789)=	0.160043	-1.806509
KOEFISIEN FOURIER(0.278320)=	0.955786	1.418853
KOEFISIEN FOURIER(0.297852)=	-0.887104	0.309528
KOEFISIEN FOURIER(0.317383)=	-0.536592	-1.546299
KOEFISIEN FOURIER(0.336914)=	-1.378916	1.157575
KOEFISIEN FOURIER(0.356445)=	0.424047	-2.396593
KOEFISIEN FOURIER(0.375977)=	-0.352827	1.184347
KOEFISIEN FOURIER(0.395508)=	0.159158	-0.921696
KOEFISIEN FOURIER(0.415039)=	-0.439730	-0.863536
KOEFISIEN FOURIER(0.434570)=	0.358400	1.165252

KOEFISIEN FOURIER(0.454102)=	1.493211	-1.075716
KOEFISIEN FOURIER(0.473633)=	-0.481458	0.347964
KOEFISIEN FOURIER(0.493164)=	-0.045795	-0.816024
KOEFISIEN FOURIER(0.512695)=	0.429602	2.283986
KOEFISIEN FOURIER(0.532227)=	1.965474	-1.391573
KOEFISIEN FOURIER(0.551758)=	0.130270	0.207518
KOEFISIEN FOURIER(0.571289)=	0.158906	-0.602434
KOEFISIEN FOURIER(0.590820)=	2.439340	0.741827
KOEFISIEN FOURIER(0.610352)=	1.402054	-2.604817
KOEFISIEN FOURIER(0.629883)=	1.494017	-1.430849
KOEFISIEN FOURIER(0.649414)=	1.789547	-0.378943
KOEFISIEN FOURIER(0.668945)=	0.331094	-0.975643
KOEFISIEN FOURIER(0.688477)=	-1.427854	-1.514044
KOEFISIEN FOURIER(0.708008)=	-1.315862	2.536214
KOEFISIEN FOURIER(0.727539)=	-2.390432	-6.349957
KOEFISIEN FOURIER(0.747070)=	-0.500167	0.017862
KOEFISIEN FOURIER(0.766602)=	2.291597	-4.170233
KOEFISIEN FOURIER(0.786133)=	-3.129864	-2.201178
KOEFISIEN FOURIER(0.805664)=	-2.232015	1.945023
KOEFISIEN FOURIER(0.825195)=	1.063535	5.133364
KOEFISIEN FOURIER(0.844727)=	0.601635	7.369277
KOEFISIEN FOURIER(0.864258)=	-5.406895	-11.451820
KOEFISIEN FOURIER(0.883789)=	9.036263	2.660057
KOEFISIEN FOURIER(0.903320)=	-0.069987	11.233900
KOEFISIEN FOURIER(0.922852)=	-7.057574	2.407361
KOEFISIEN FOURIER(0.942383)=	-13.311890	-16.701250
KOEFISIEN FOURIER(0.961914)=	-2.588193	-11.538810
KOEFISIEN FOURIER(0.981445)=	-13.403850	7.667802
KOEFISIEN FOURIER(1.000977)=	-3.453670	4.640535
KOEFISIEN FOURIER(1.020508)=	-1.911116	-7.394910
KOEFISIEN FOURIER(1.040039)=	8.733212	-7.137614
KOEFISIEN FOURIER(1.059570)=	-2.745519	-11.547620
KOEFISIEN FOURIER(1.079102)=	26.582610	20.428290
KOEFISIEN FOURIER(1.098633)=	-33.955030	-1.345657
KOEFISIEN FOURIER(1.118164)=	37.115880	-17.653880

TIME HISTORY II

***** HASIL FOURIER KOEFISIEN *****

banyak data gelombang yang diolah = 2048
 nilai pangkat nn dimana $n=2^{nn}$, nu = 11
 harga faktor cosine taper = 0.100
 lama perekaman sample(detik) t = 204.80

HASIL FOURIER KOEFISIEN :

KOEFISIEN FOURIER(0.004883)=	48.626970	0.710823
KOEFISIEN FOURIER(0.024414)=	-1.273414	-1.190889
KOEFISIEN FOURIER(0.043945)=	-1.266075	-0.146705
KOEFISIEN FOURIER(0.063477)=	0.158439	0.748017
KOEFISIEN FOURIER(0.083008)=	-0.977368	0.595511
KOEFISIEN FOURIER(0.102539)=	0.836466	1.347653
KOEFISIEN FOURIER(0.122070)=	-0.331257	-0.367052
KOEFISIEN FOURIER(0.141602)=	0.485801	0.378224
KOEFISIEN FOURIER(0.161133)=	0.651968	0.188030
KOEFISIEN FOURIER(0.180664)=	0.299698	-0.468252
KOEFISIEN FOURIER(0.200195)=	-2.628393	-0.412064
KOEFISIEN FOURIER(0.219727)=	0.449851	0.658442
KOEFISIEN FOURIER(0.239258)=	-0.755333	-0.116408
KOEFISIEN FOURIER(0.258789)=	0.864022	0.146762
KOEFISIEN FOURIER(0.278320)=	0.912757	1.810063
KOEFISIEN FOURIER(0.297852)=	-0.481073	-1.000550
KOEFISIEN FOURIER(0.317383)=	-0.989677	-0.120302
KOEFISIEN FOURIER(0.336914)=	-0.847314	-0.431506
KOEFISIEN FOURIER(0.356445)=	1.401576	0.014161
KOEFISIEN FOURIER(0.375977)=	1.002226	-1.311238
KOEFISIEN FOURIER(0.395508)=	0.553764	0.444538
KOEFISIEN FOURIER(0.415039)=	-0.580904	-0.250196
KOEFISIEN FOURIER(0.434570)=	1.968827	-0.785997
KOEFISIEN FOURIER(0.454102)=	-1.153678	0.493359
KOEFISIEN FOURIER(0.473633)=	-0.520869	0.928497

KOEFISIEN FOURIER(0.493164)=	0.707237	-0.634906
KOEFISIEN FOURIER(0.512695)=	-2.428719	0.397192
KOEFISIEN FOURIER(0.532227)=	0.537755	0.485112
KOEFISIEN FOURIER(0.551758)=	0.132849	-0.804970
KOEFISIEN FOURIER(0.571289)=	0.297621	-0.524832
KOEFISIEN FOURIER(0.590820)=	-0.704486	0.124755
KOEFISIEN FOURIER(0.610352)=	1.191853	1.500920
KOEFISIEN FOURIER(0.629883)=	-1.289733	0.926025
KOEFISIEN FOURIER(0.649414)=	-3.556188	-0.563170
KOEFISIEN FOURIER(0.668945)=	0.902344	-0.174061
KOEFISIEN FOURIER(0.688477)=	1.172035	0.394990
KOEFISIEN FOURIER(0.708008)=	1.432938	-1.745766
KOEFISIEN FOURIER(0.727539)=	4.144727	6.808159
KOEFISIEN FOURIER(0.747070)=	-1.814836	1.823340
KOEFISIEN FOURIER(0.766602)=	3.068135	-0.397093
KOEFISIEN FOURIER(0.786133)=	0.784090	5.402902
KOEFISIEN FOURIER(0.805664)=	-0.032793	-2.481310
KOEFISIEN FOURIER(0.825195)=	-0.704806	-9.703806
KOEFISIEN FOURIER(0.844727)=	-1.002198	-12.338850
KOEFISIEN FOURIER(0.864258)=	13.329640	13.396090
KOEFISIEN FOURIER(0.883789)=	-9.202682	4.892172
KOEFISIEN FOURIER(0.903320)=	-0.327983	-5.522259
KOEFISIEN FOURIER(0.922852)=	4.086933	-3.152618
KOEFISIEN FOURIER(0.942383)=	-6.461872	-1.927052
KOEFISIEN FOURIER(0.961914)=	15.079720	-1.485860
KOEFISIEN FOURIER(0.981445)=	-20.329420	0.401059
KOEFISIEN FOURIER(1.000977)=	-13.925550	-7.461760
KOEFISIEN FOURIER(1.020508)=	-5.197501	-21.013800
KOEFISIEN FOURIER(1.040039)=	-27.906240	25.290010
KOEFISIEN FOURIER(1.059570)=	31.655890	-2.100439
KOEFISIEN FOURIER(1.079102)=	-8.796437	16.108650
KOEFISIEN FOURIER(1.098633)=	-10.996210	-0.089770
KOEFISIEN FOURIER(1.118164)=	26.557670	-6.519045
KOEFISIEN FOURIER(1.137695)=	12.762600	42.869300
KOEFISIEN FOURIER(1.157227)=	8.078833	14.226560

$g = 981 \text{ cm/det}^2$
 banyaknya elevasi gelombang = 2048
 perekaman = 204.8 detik
 delta l = 100 cm
 bandwidth = 0.0195 get/det

k	time history I		time history II		f get/det	L cm	k delta l rad	sin k deltal	cos k deltal
	Ak	Bk	Ak	Bk					
1	68.186	2.814	48.627	0.711	0.005	6245240	0.000101	0.000101	1
5	-3.504	-1.128	-1.273	-1.191	0.024	271060.8	0.002318	0.002318	0.999997
9	-0.9	-0.221	-1.266	-0.147	0.044	80646.18	0.007791	0.007791	0.99997
13	0.054	1.347	0.158	0.748	0.063	39337.62	0.015972	0.015972	0.999872
17	-1.177	0.656	-0.977	0.6	0.083	22663.81	0.027723	0.02772	0.999616
21	1.102	1.175	0.836	1.348	0.103	14716.84	0.042694	0.042681	0.999089
25	-1.461	0.174	-0.331	-0.367	0.122	10489.85	0.059898	0.059862	0.998207
29	2.206	0.344	0.486	0.378	0.142	7743.057	0.081146	0.081057	0.996709
33	-0.463	0.996	0.652	0.188	0.161	6023.34	0.104314	0.104125	0.994564
37	-0.922	-2.079	0.3	-0.468	0.181	4765.758	0.13184	0.131459	0.991322
41	1.214	-0.646	-2.628	-0.412	0.2	3903.275	0.160972	0.160278	0.987072
45	-0.8307	0.525	0.45	0.658	0.22	3225.847	0.194776	0.193547	0.981091
49	-0.802	-0.309	-0.755	-0.116	0.239	2733.338	0.229872	0.227853	0.973696
53	0.16	-1.807	0.864	0.147	0.259	2327.5	0.269954	0.266687	0.963783
57	0.956	1.419	0.913	1.81	0.278	2020.224	0.311014	0.306024	0.952024
61	-0.887	0.31	-0.481	-1.001	0.298	1758.153	0.357374	0.349816	0.936819
65	-0.537	-1.546	-0.99	-0.12	0.317	1553.712	0.404398	0.393466	0.919339
69	-1.379	1.158	-0.847	-0.432	0.337	1374.768	0.457036	0.44129	0.897364
73	0.424	-2.397	1.402	0.014	0.356	1231.939	0.510024	0.488198	0.872733
77	-0.353	1.184	1.002	-1.311	0.376	1104.367	0.56894	0.538739	0.842473
81	0.159	-0.922	0.554	0.445	0.396	995.6318	0.631075	0.590013	0.807394
85	-0.44	0.864	-0.581	-0.25	0.415	906.5525	0.693086	0.638914	0.769278
89	0.358	1.165	1.969	-0.786	0.435	825.1077	0.761499	0.690007	0.723803
93	1.493	-1.076	-1.154	0.493	0.454	757.4909	0.829473	0.737576	0.675264
97	-0.481	0.348	-0.521	0.928	0.474	694.9162	0.904164	0.785909	0.618342

al cm	aR cm	S(l) cm ² -det	S(R) cm ² -det			
97762.42	97766.91	2.5E+11	2.5E+11			
482.0407	480.8142	5958031	5927752			
23.77187	24.16676	14489.79	14975.18			
18.89674	19.18027	9156.067	9432.892			
3.63907	3.949444	339.5597	399.9515			
4.509903	2.923952	521.5186	219.2178	1	521.5186	219.2178
10.70358	10.22974	2937.608	2683.27	4	11750.43	10733.08
10.81784	10.43076	3000.656	2789.762	2	6001.313	5579.524
6.336869	6.872301	1029.639	1210.988	4	4118.554	4843.951
7.958384	7.437005	1623.997	1418.18	2	3247.993	2836.361
11.68723	12.25986	3502.342	3853.952	4	14009.37	15415.81
3.005773	3.616549	231.6582	335.3699	2	463.3165	670.7398
0.211395	0.812572	1.145843	16.93008	4	4.583371	67.72031
4.254631	3.487042	464.1508	311.7811	2	928.3016	623.5622
1.415952	0.764249	51.40822	14.97632	4	205.6329	59.90529
2.315229	1.547862	137.4432	61.43271	2	274.8865	122.8654
1.392428	2.380121	49.71423	145.2558	4	198.8569	581.0231
2.360326	1.413697	142.8497	51.24458	2	285.6994	102.4892
3.270827	1.949997	274.3157	97.49967	4	1097.263	389.9987
2.398887	2.664164	147.5554	181.994	2	295.1108	363.9881
1.362989	0.933861	47.63436	22.36144	4	190.5374	89.44575
1.123532	0.551792	32.36729	7.807022	1	32.36729	7.807022
1.197586	2.272984	36.77468	132.4732			
1.826417	2.005333	85.5333	103.1118			
0.381283	0.694725	3.727612	12.37545	sum	43625.73	42707.49

$$Kr = 0.98942$$