INVESTIGASI SOLUSI ANALITIS *UNSTEADY FREE CONVECTION* PADA MEDIA BERPORI

JOSEPH WILANTARA GULO

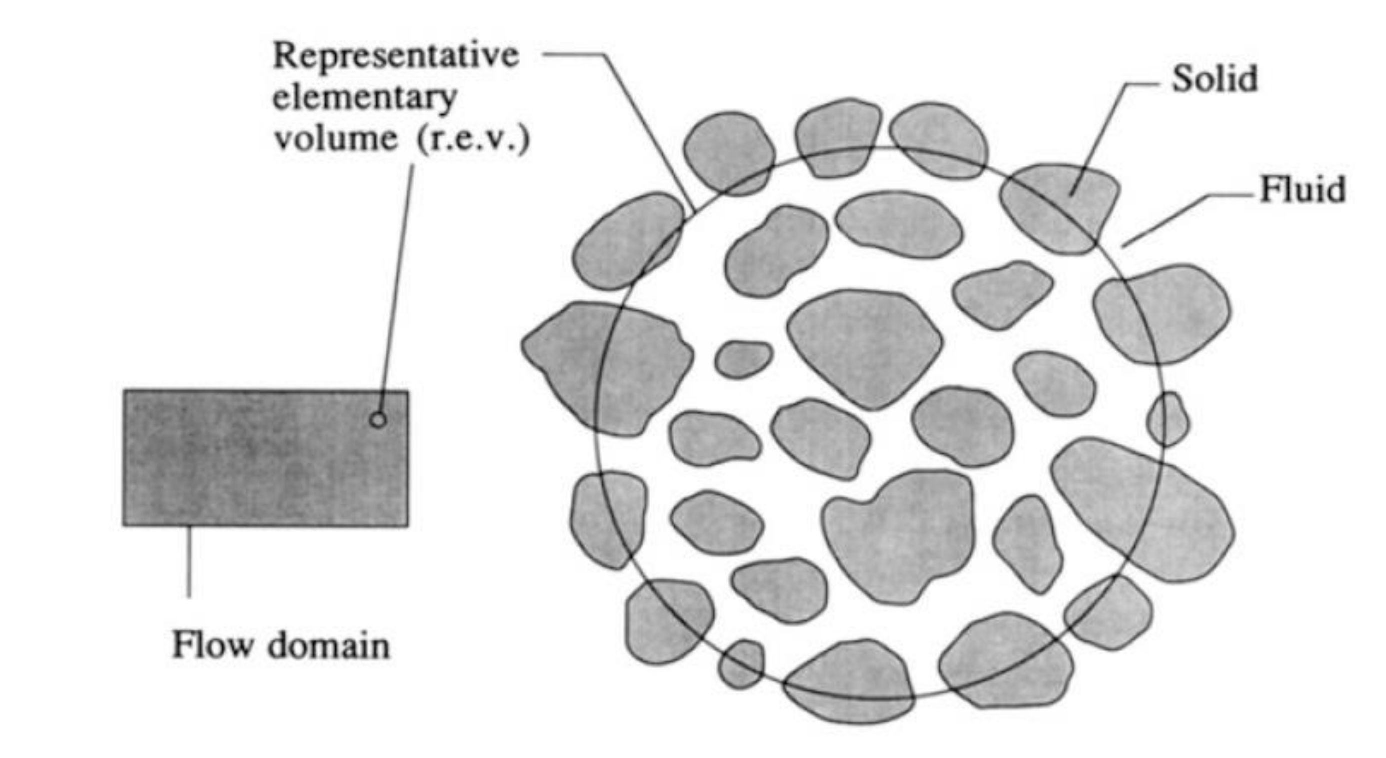
2412100084

Dosen Pembimbing :

<u>Gunawan Nugroho, ST, MT, Ph.D</u>

<u>Ir. Roekmono M.T.</u>

Media Berpori



1978

Johnson dan Cheng mengemukakan kemungkinan solusi dari *free convection boundary layers* pada media berpori yang berdekatan dengan pelat datar baik untuk kasus *steady* maupun *unsteady*

2004

Magyari, Pop dan Keller mengemukakan solusi yang temperatur permukaan plat berubah terhadap waktu.

Permasalahan

Bagaimana penyelesaian unsteady free convection pada media berpori secara analitis?

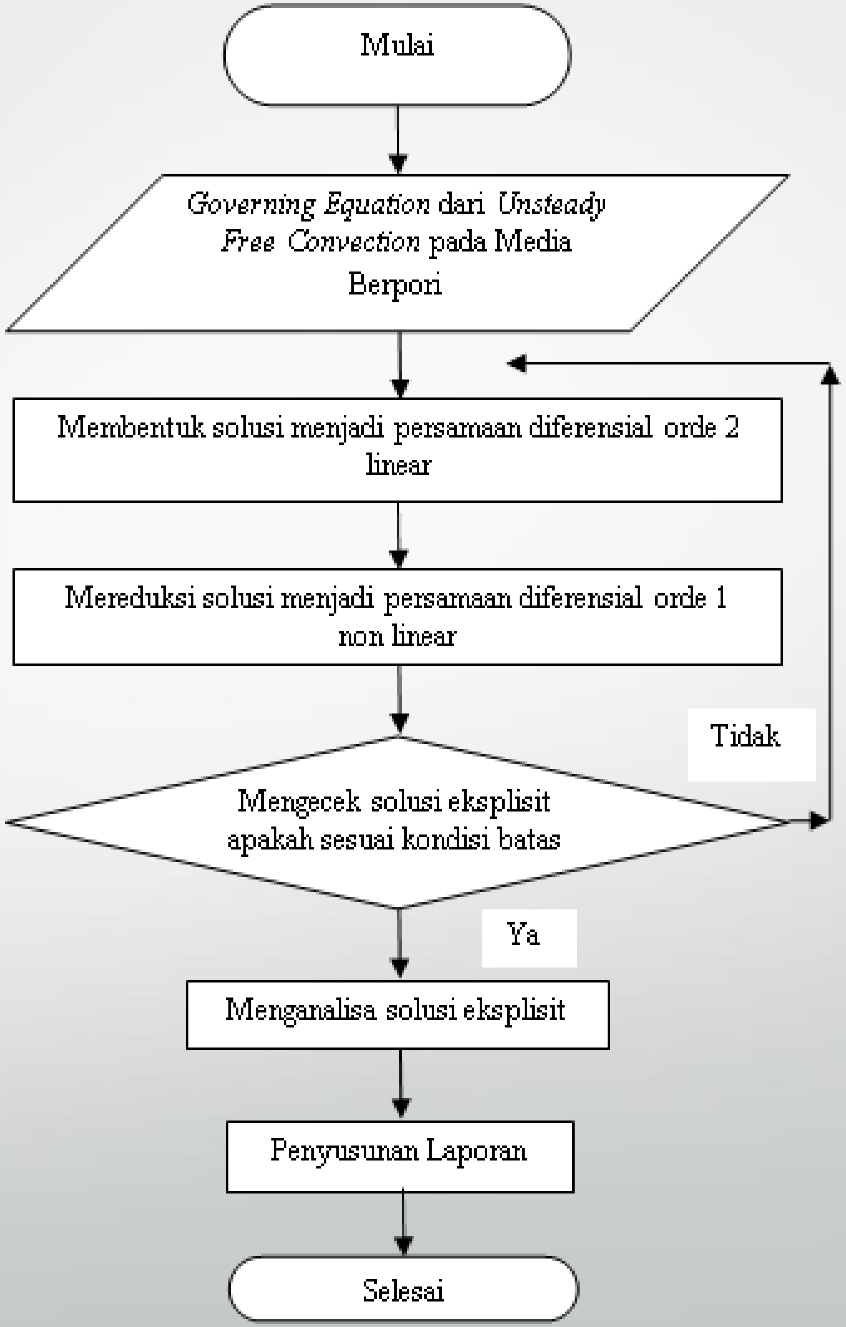
Tujuan

Mendapatkan persamaan eksplisit dari unsteady free convection pada media berpori

Batasan Masalah

- Sistem yang dianalisis adalah *unsteady free convection* pada media berpori
- Kecepatan aliran sangat kecil sehingga konveksi fluida dan media berpori berada pada kesetimbangan termodinamik lokal
- Fluida dan media berpori homogen dan isotropik
- Tekanan dan temperatur sedemikian rupa sehingga cairan tetap berada dalam fase *liquid*
- Media berpori jenuh sepenuhnya.
- *Incompressible* flow
- Sistem menggunakan pemodelan 2 dimensi

Metodologi



Mulai
Governing Equation dari *Unsteady Free Convection* pada Media Berpori
Membentuk solusi menjadi persamaan diferensial orde 2 linear
Mereduksi solusi menjadi persamaan diferensial orde 1 non linear
Mengecek solusi eksplisit apakah sesuai kondisi batas
Tidak
Ya
Menganalisa solusi eksplisit
Penyusunan Laporan
Selesai

Governing Equation

$$u_X + v_Y = 0, \qquad u_Y = \frac{g\beta K}{v} T_y,$$

$$\sigma T_\tau + u T_X + v T_Y = \alpha T_{YY}$$

Persamaan Non-Dimensional

$u = \Psi_Y$ $\quad v = -\Psi_X$ $\quad x = \frac{X}{L}$ $\quad y = \frac{Y}{L}$ $\quad t = \frac{\alpha\tau}{\sigma L^2}$

$\psi = \frac{1}{\alpha}\Psi$ $\quad t = \frac{\alpha\tau}{\sigma L^2}$ $\quad \Theta = \frac{g\beta KL(T-T_\infty)}{\nu\alpha}$

$\psi_{yy} = \Theta_y$ $\quad \Theta_t + \psi_y\Theta_x + \psi_x\Theta_{y=}\Theta_{yy}$

$$\Theta_t + \psi_y \Theta_x + \psi_x \Theta_{y=} \Theta_{yy}$$

$$\psi_x = 0 \qquad \Theta = \Theta_w(x,t) \qquad on\ y = 0$$

$$\psi_y = 0 \qquad \Theta = \Theta_\infty(x,t) \qquad on\ y = \infty$$

$$\Theta_t = \Theta_{yy}$$

$$\Theta = \Theta_w(t) \qquad on\ y = 0$$

$$\Theta \to 0 \qquad as\ y = \infty$$

$$\Theta\ (n,t) = K(t)\,.\,L(\mathrm{n})$$

dimana

$$n = \frac{y}{2\sqrt{t+t_0}}$$

Sehingga persamaan 3 dapat ditulis sebagai.

$$\Theta_t = K_t L + K L_t = K_t L + K L_n \frac{\partial n}{\partial t}$$

$$\Theta_{yy} = K L_{yy} = K \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial n}{\partial y}\frac{\partial L}{\partial n}\right)$$

$$= K \frac{\partial^2 n}{\partial y} L_n + K\left(\frac{\partial n}{\partial y}\right)^2 L_{nn}$$

$$K_t L + K L_n \frac{\partial n}{\partial t} = K \frac{\partial^2 n}{\partial y} L_n + K \left(\frac{\partial n}{\partial y}\right)^2 L_{nn}$$

$$K_t L - K L_n \frac{y}{4} (t + t_0)^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{4} (t + t_0)^{-1} K \, L_{nn}$$

$$\frac{L_{nn}}{L} + y \, (t + t_0)^{-\frac{1}{2}} \frac{L_n}{L} - 4(t - t_0) \frac{K_t}{K} = 0$$

Persamaan diatas akan dibentuk menjadi persamaan diferensial orde 2 dengan mendefinisikan

$4(t-t_0)\frac{K_t}{K} = 4m$ dan $y\,(t-t_0)^{-\frac{1}{2}} = 2n$

Dari defenisi diatas maka fungsi dari K dapat diperoleh

$$4\frac{K_t}{K} = \frac{4m}{(t-t_0)}$$

$$\int \frac{1}{K} K_t = \int \frac{m}{(t-t_0)}$$

$$\ln K = m \ln(t-t_0)$$
$$K(t) = \Theta_0 (t-t_0)^m$$

$$L_{nn}+2nL_n - 4mL = 0$$

$$L = e^{\int \theta \, dn}$$

$$L_n = \theta e^{\int \theta \, dn}$$

$$L_{nn} = \theta_n e^{\int \theta \, dn} + \theta^2 e^{\int \theta \, dn}$$

$$\theta_n + \theta^2 + 2n\theta - 4m = 0$$

dimisalkan 4m= $\gamma\theta$

$$\theta_n + \theta^2 + 2n\theta - \gamma\theta = 0$$

$$\theta_n = -\theta^2 + (\gamma - 2n)\theta$$

$$\theta = \frac{4m}{\gamma} = \frac{e^{\int (\gamma - 2n) \, dn}}{\int e^{\int (\gamma - 2n) dn} dn}$$

$$\int e^{\int(\gamma-2n)dn}dn = D$$

$$D = \int e^{\int(\gamma-2n)dn}dn = e^{\int\frac{4m}{\gamma}\,dn}$$

$$Ae^{\int\left(\frac{A}{B}-2n\right)dn} = 4mBe^{\int\frac{4mA}{B}\,dn} = G$$

$$A = \frac{Ge^{\int(2n)\,dn}}{\int\frac{G}{B}e^{\int(2n)\,dn}dn}$$

$$B = \frac{G}{4m\int\frac{G}{A}dn}$$

γ dapat ditulis menjadi :

$$\gamma = \frac{4m\,e^{\int(2n)\,dn}\int\frac{G}{A}dn}{\int\frac{G}{B}e^{\int(2n)\,dn}dn}$$

Dimisalkan $A = Ge^{\int (2n)\, dn}$

$$\gamma = \frac{A}{B} = \frac{4m\, e^{\int (2n)\, dn} \int e^{-\int (2n)\, dn} dn}{\int \frac{A}{B} dn}$$

$$\gamma = \frac{A}{B} = \left\{ \left[C1 \int \left(4m\, e^{\int (2n)\, dn} \int e^{-\int (2n)\, dn} dn \right) dn \right]^{\frac{1}{2}} \right\}_n$$

$$e^{\int (2n)\,dn} \int e^{-\int (2n)\,dn} dn \;= n^2 + \frac{2n^3}{1 \times 3} + \frac{2^2 n^5}{1 \times 3 \times 5} + \cdots$$

$$e^{\int (2n)\,dn} \int e^{-\int (2n)\,dn} dn)\,dn \;= n^2$$

$$\gamma = \frac{A}{B} = \frac{3}{\sqrt{3}} \sqrt{C2\,m\,n}$$

$$\theta = \frac{4m}{\gamma} = \frac{4m}{\frac{3}{\sqrt{3}} \sqrt{C2\,m\,n}}$$

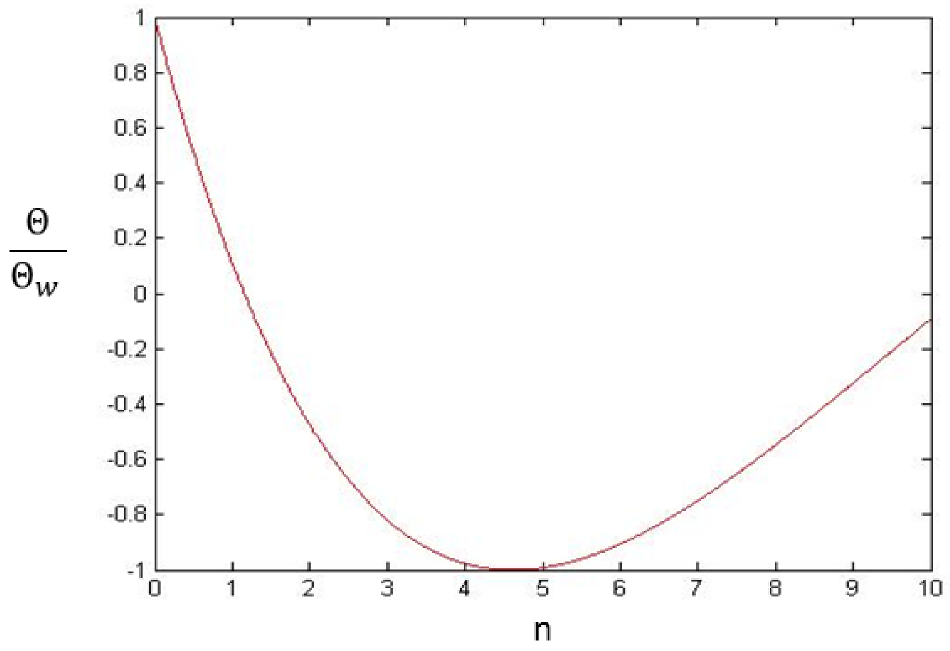
$$L = e^{\int \frac{4m}{\frac{3}{\sqrt{3}}\sqrt{C2\,m\,n}}\,dn}$$

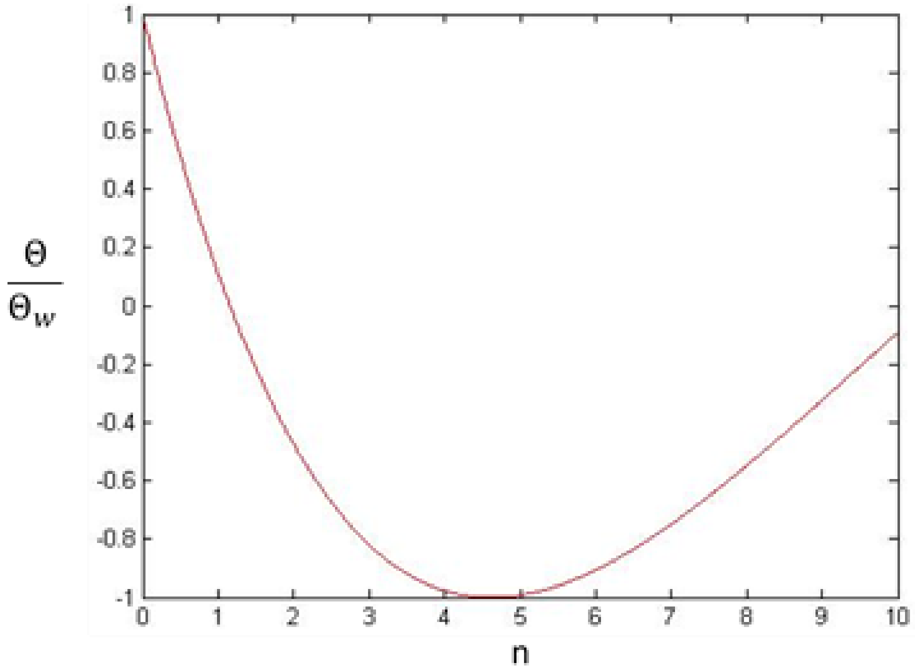
$$L = e^{\frac{8\sqrt{3}\,m\,n^{\frac{1}{2}}}{3\sqrt{m\,C2}}}$$

$$\Theta\,(n,t) = K(t)\,.\,L(t)$$

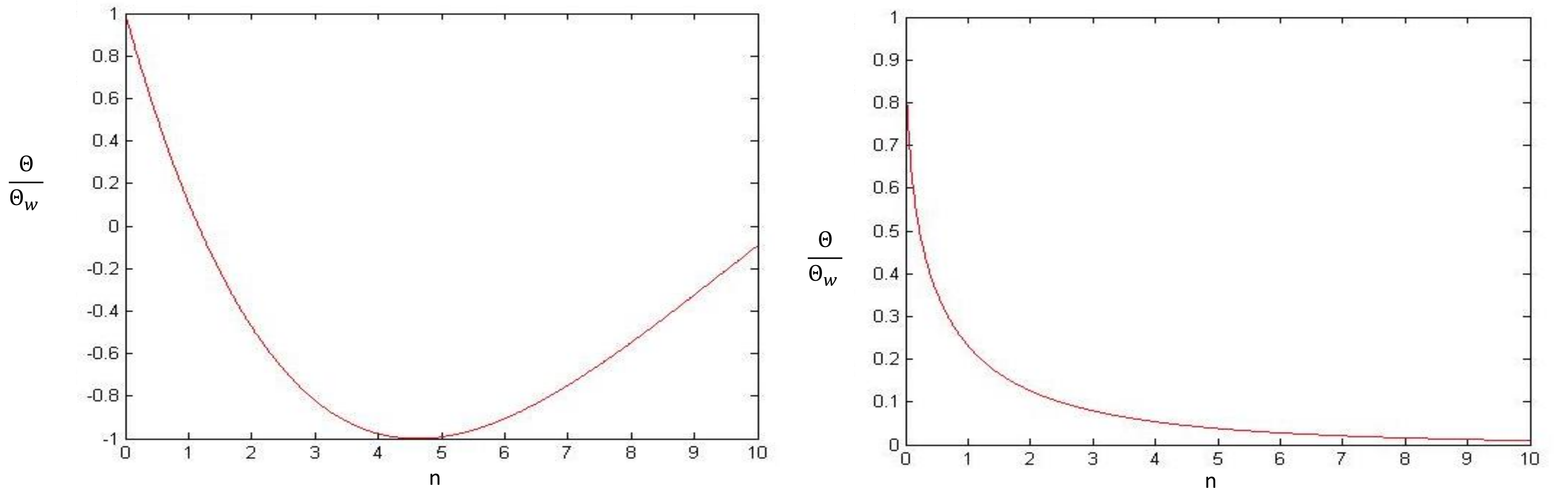
$$\Theta\,(n,t) = \Theta_0(t - t_0)^m e^{\frac{8\sqrt{3}\,m\,n^{\frac{1}{2}}}{3\sqrt{m\,C2}}}$$

Profil temperatur pada media berpori saat **(a)** m<0 dan C2>0 **(b)** m<0 dan C2<0

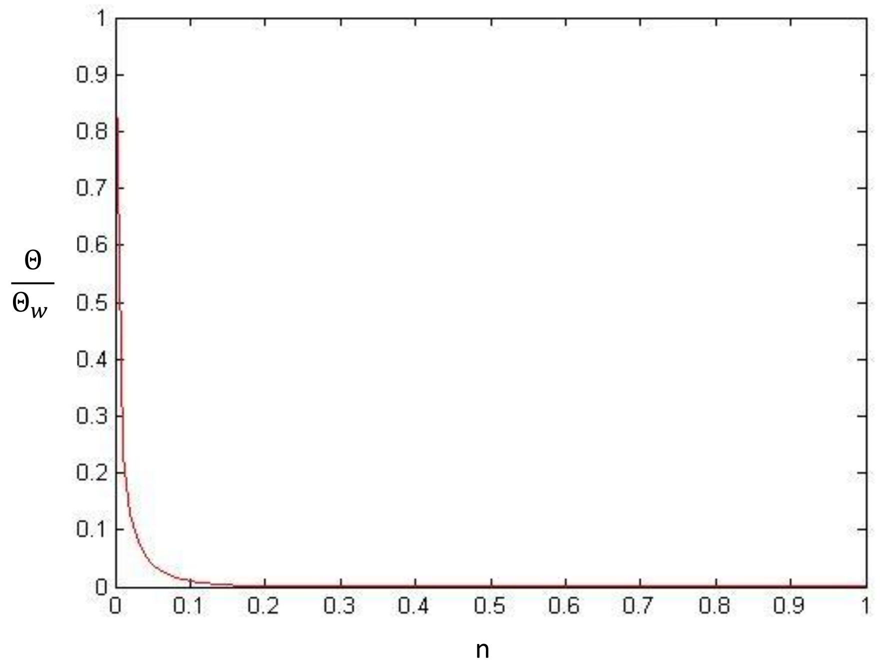


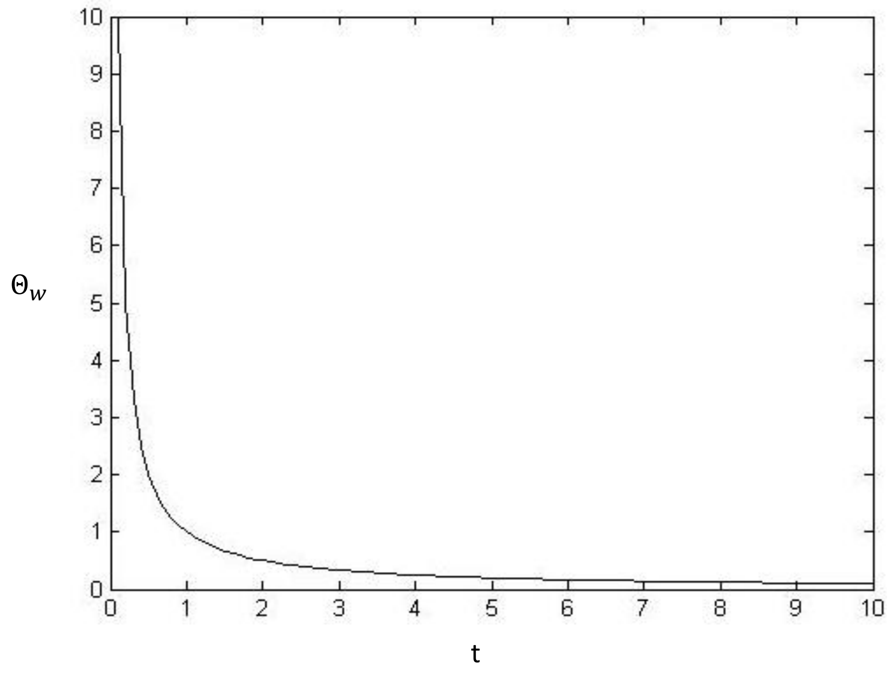


Profil temperatur pada media berpori saat **(a)** m<0 dan C2>0 **(b)** m<0 dan C2<0

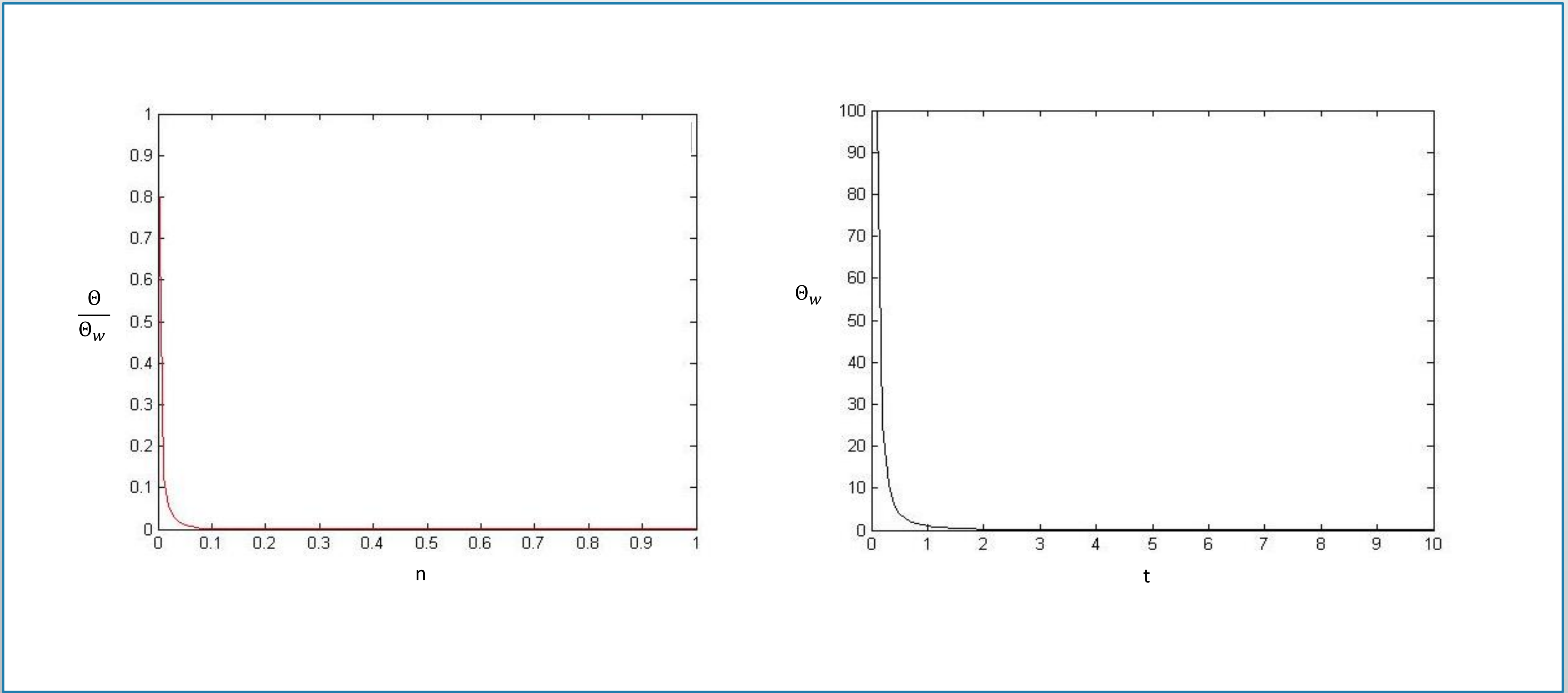


Profil temperatur pada **(a)** Θ/Θ_w dengan m=-1**(b)** Θ_w dengan m=-1





Profil temperatur pada **(a)** Θ/Θ_w dengan m=-2**(b)** Θ_w dengan m=-2



Kesimpulan

Kesimpulan yang didapatkan dari pengerjaan tugas akhir ini adalah dengan menggunakan metode matematik didapatkan solusi analitis berupa persamaan eksplisit dari *unsteady free convection* pada media berpori yaitu

$$\Theta\,(n,t) = \Theta_0(t - t_0)^m e^{\frac{8\sqrt{3}\,m\,n^{\frac{1}{2}}}{3\sqrt{m\,C2}}}$$

Persamaan eksplisit di atas menjadi solusi penyelesaian jika memenuhi kondisi batas yang ditinjau. Pada kasus ini persamaan tersebut akan memenuhi kondisi batas jika m<0 dan C2<0.

Hasil estimasi menunjukkan bahwa semakin kecil nilai m, semakin kecil nilai t dan n yang didapatkan sehingga nilai estimasi daerah konduksinya juga semakin kecil. Daerah konduksi yang terjadi saat permulaan *free convection* pada media berpori sangatlah kecil dan hanya terjadi pada rentang waktu yang sangat singkat.

TERIMA KASIH