

# Pengembangan Grafik-p Menggunakan Ekspansi Cornish-Fisher

Anisykur Rofiqoh dan Nuri Wahyuningsih  
 Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,  
 Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS)  
 Jl. Arief Rahman Hakim, Surabaya 60111 Indonesia  
*e-mail*: nuri@matematika.its.ac.id

**Abstrak**— Upaya untuk menjaga dan meningkatkan kualitas dari produk yang dihasilkan dapat dilakukan dengan pengendalian kualitas statistik. Ketika proses produksi berlangsung, terdapat suatu keadaan dimana tingkat cacat produk sangat rendah, biasa disebut *high quality processes*. Grafik-p adalah grafik untuk mengendalikan kualitas tingkat proporsi produk yang cacat, biasanya perusahaan-perusahaan industri lebih memilih menggunakan grafik-p yang berdasarkan batas 3 sigma. Tetapi, grafik-p berdasarkan 3 sigma memiliki kendala dalam tingkat keakuratan pada garis batas pengendali ketika tingkat proporsi cacat produk sangat kecil. Pada paper ini, dibahas mengenai pengembangan grafik-p dengan menggunakan koreksi dari ekspansi Cornish-Fisher sehingga menghasilkan batas pengendali grafik-p baru yang memiliki peluang *false alarm* yang kecil dan memiliki tingkat akurasi yang tinggi. Pada data produk cacat rem tangan kendaraan, dengan menggunakan persamaan batas pengendali grafik-p berdasarkan 3 sigma, nilai peluang *false alarm* adalah sebesar 0,035746, dengan satu dan dua koreksi ekspansi Cornish-Fisher, nilai peluang *false alarm* sebesar 0,000202 dan 0,003178. Nilai peluang *false alarm* tersebut pada batas grafik-p menyatakan bahwa batas grafik-p memiliki tingkat akurasi yang tinggi.

**Kata Kunci**— Pengendalian Kualitas, Grafik-p, Koreksi Kuantil Cornish-Fisher, Peluang *False Alarm*.

## I. PENDAHULUAN

Perusahaan selalu berusaha menjaga kepuasan pelanggan dengan cara menyediakan produk-produk dengan kualitas yang baik. Hal tersebut bertujuan agar perusahaan dapat memenangkan persaingan di pasar yang semakin ketat. Salah satu cara untuk meningkatkan kualitas produk adalah dengan melakukan perbaikan produk secara terus-menerus. Beberapa perusahaan menggunakan teknik pengendalian kualitas statistik dimana teknik ini dapat membantu perusahaan dalam mengetahui kelayakan kualitas produk berdasarkan batas-batas kontrol yang telah ditentukan.

*Statistical Process Control* (SPC) bertujuan untuk meminimalkan produk yang cacat. SPC memiliki alat yang berguna untuk sistem pengamatan permanen pada produk, alat tersebut adalah grafik pengendali. Grafik pengendali Shewhart adalah grafik pengendali SPC yang banyak digunakan dalam perusahaan industri karena cara kerjanya yang sederhana. Terdapat dua macam grafik pengendali Shewhart menurut jenis karakteristik kualitasnya yaitu grafik pengendali variabel dan grafik pengendali atribut. Ketika karakteristik kualitas dapat diukur secara numerik, maka hal tersebut disebut variabel. Sebaliknya, jika karakteristik kualitas tidak dapat dinyatakan dengan

numerik tetapi hanya dapat dinyatakan dengan cacat atau tidak cacat maka hal tersebut disebut atribut[1].

Grafik-p adalah salah satu grafik pengendali atribut yang digunakan untuk mengendalikan produk cacat yang berdistribusi binomial. Jika ukuran sampel dan nilai proporsi dari produk cacat kecil, maka distribusi binomial dapat didekati dengan distribusi normal. Grafik-p memiliki tiga garis batas grafik yaitu garis batas atas (*Upper Control Limit*), garis tengah (*Central Line*), dan garis batas bawah (*Lower Control Limit*). Pada proses produksi, terdapat suatu keadaan dimana tingkat cacat produk tersebut sangat rendah, dan ketika hal tersebut terjadi maka grafik-p yang berdasarkan pendekatan normal memiliki kemiringan (*skewness*) yang menyebabkan asimetri. Karena asimetri, setiap sampel yang memiliki hanya satu produk cacat dapat menyebabkan peluang *false-alarm* menjadi sangat tinggi sehingga dapat menyebabkan tingkat akurasi yang rendah pada garis batas grafik[2].

Pengembangan garis batas kontrol grafik-p sangat dibutuhkan untuk meningkatkan akurasi. Salah satu metode yang baik dalam memperbaiki kemiringan pada distribusi adalah dengan menerapkan ekspansi Cornish-Fisher, dimana kuantil dalam metode tersebut berguna untuk memperoleh pendekatan normal yang lebih baik.

Pada paper ini dilakukan kajian tentang ekspansi Cornish-Fisher pada grafik-p sehingga menghasilkan modifikasi grafik-p yang memiliki batas kontrol grafik yang baru.

## II. METODOLOGI PENELITIAN

Metodologi yang dilakukan pada penelitian ini adalah sebagai berikut

### A. Sumber Penelitian

Literatur utama yang digunakan dalam paper ini adalah jurnal yang ditulis oleh Silvia Joekes dan Emanuel Pimentel Barbosa[1].

Hasil kajian ini diterapkan pada data cacat produk rem tangan kendaraan yang diperoleh dari jurnal yang ditulis oleh Silvia Joekes dan Emanuel Pimentel Barbosa[1].

### B. Teknik Analisis Data

Analisis dalam paper ini dilakukan secara kuantitatif yaitu dengan menggunakan teknik pendekatan statistik, agar kesimpulan dapat diperoleh secara tepat. Proses perhitungan di paper menggunakan *software* aplikasi Minitab.

Langkah-langkah dalam paper ini adalah sebagai berikut:

1. Menentukan distribusi yang mendasari grafik-p berdasarkan batas 3 sigma, momen dan *cumulant*. Distribusi yang mendasari grafik-p adalah distribusi binomial ( $X \sim B(n, p)$ ) yang memiliki  $\mu = np$  dan  $\sigma^2 = npq$ .
2. Mengkaji batas grafik-p berdasarkan batas 3 sigma. Model grafik pengendali  $p$  digunakan untuk menganalisis bagian produk cacat dalam sampel berukuran  $n$  yang berdasarkan distribusi binomial dengan parameter  $p$ . Mendefinisikan dan mengidentifikasi kelemahan grafik-p berdasarkan 3 sigma.
3. Mengkaji model batas kontrol grafik-p menggunakan metode ekspansi Cornish-Fisher dengan satu koreksi. Koreksi pertama pada ekspansi asimtotik Cornish-Fisher adalah koreksi untuk kemiringan distribusi pada grafik-p.
4. Mengkaji model batas kontrol grafik-p menggunakan metode ekspansi Cornish-Fisher dengan dua koreksi. Koreksi kedua pada ekspansi asimtotik Cornish-Fisher adalah koreksi untuk kemiringan dan kurtosis distribusi pada grafik-p.
5. Menerapkan model batas kontrol grafik-p berdasarkan 3 sigma pada data cacat produk rem tangan kendaraan dan Mengaplikasikan hasil perhitungan ke dalam *software* Minitab.

### III. HASIL DAN PEMBAHASAN

#### Distribusi Binomial

Pandang suatu proses yang terdiri dari sederetan  $n$  percobaan yang independen, dengan hasil setiap percobaan dapat berbentuk “sukses” atau “gagal”. Percobaan semacam ini dinamakan percobaan Bernoulli. Apabila percobaan sukses ( $x = 1$ ) memiliki probabilitas sukses  $p$  dan apabila percobaan gagal ( $x = 0$ ) dengan probabilitas gagal  $q = 1 - p$ , maka fungsi peluang  $X$  adalah

$$f(x = X) = \begin{cases} p; & X = 1 \\ 1 - p; & X = 0 \end{cases}$$

Distribusi Bernoulli memiliki nilai mean  $\mu = p$  dan varian  $\sigma^2 = pq$ .

Pada percobaan Bernoulli, dilakukan pengulangan percobaan acak yaitu misalnya percobaan  $I$  yang dilakukan sebanyak  $n$  kali, sehingga dapat ditulis  $I_1, I_2, \dots, I_n$  yang mana merupakan suatu urutan dari percobaan Bernoulli, jika pengulangan pada percobaan bersifat independen dan peluang sukses bernilai sama untuk setiap pengulangan, disebut juga distribusi Binomial. PDF dari variabel acak  $X$  yang berdistribusi Binomial adalah,

$$X \sim B(n, p)$$

$$B(x; n, p) = \binom{n}{x} p^x q^{(n-x)}, \quad x = 0, 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

Sehingga, distribusi binomial memiliki nilai mean  $\mu = np$  dan varian  $\sigma^2 = npq$

#### A. Momen Distribusi Binomial

Bentuk-bentuk sederhana dari momen dan ukuran-ukuran yang didapat dari momen dapat diuraikan sebagai berikut,

##### 1. Momen di sekitar titik asal

Momen dapat diperoleh melalui besaran lainnya, yang dinamakan fungsi pembangkit momen (MGF). Momen di sekitar 0 bisa diperoleh dengan menggunakan penurunan

momen berdasarkan MGF. Jika  $X$  adalah peubah acak, baik diskrit maupun kontinu, maka MGF dari  $X$  yang berdistribusi binomial yang dinotasikan dengan  $M_x(t)$  adalah,

$$M_x(t) = E(e^{tX}) = (pe^t + q)^n \quad (2)$$

Dengan MGF seperti persamaan (2) tersebut, maka momen disekitar titik asal dengan menghitung turunan dari MGF. Momen di sekitar titik asal memiliki  $t = 0$ , dapat ditulis  $\mu'_m = M'_x(t)_{t=0}$  dengan  $m = 1, 2, 3, \dots$ . Berikut adalah beberapa momen ke- $m$  di sekitar titik asal:

$$\begin{aligned} \mu'_m &= E[X^m] \\ &= M'_x(t)_{t=0} \\ &= \frac{d^m}{dt^m} M_x(t) \end{aligned} \quad (3)$$

Dengan memasukkan persamaan (2) pada persamaan (3), maka momen ke satu sampai ke empat distribusi binomial adalah

$$\begin{aligned} \mu'_1 &= E[X] = np \\ \mu'_2 &= E[X^2] = n^2 p^2 + np(1-p) \\ \mu'_3 &= E[X^3] = np(1-p)(1-2p) + 3n^2 p^2(1-p) + n^3 p^3 \\ \mu'_4 &= E[X^4] = np(1-p)[1-6p+6p^2] + 6n^2 p^2(1-p) \\ &\quad p[1-2p+np] + n^2 p^2(1-p^2+n^2 p^2) \end{aligned}$$

##### 2. Momen di sekitar rata-rata (momen tengah)

Dengan menggunakan fungsi distribusi binomial pada persamaan (1), dapat diturunkan antara momen dan momen di sekitar rata-rata dari sebuah peubah acak. Berdasarkan momen sekitar rata-rata diskrit, maka

$$\begin{aligned} \mu_h &= E[X - \mu]^h \\ &= E \left[ \sum_{r=0}^h \binom{h}{r} X^r (-\mu)^{(h-r)} \right] \\ &= \sum_{r=0}^h \binom{h}{r} (-\mu)^{(h-r)} \mu'_r \end{aligned} \quad (4)$$

Dengan memasukkan nilai  $h = 1, 2, 3, 4$  pada persamaan (4), maka momen di sekitar rata-rata untuk distribusi binomial adalah

$$\mu_1 = E[X - \mu]^1 = 0 \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \mu_2 &= \mu'_2 - \mu^2 \\ &= np(1-p) \\ &= \sigma^2 \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \mu_3 &= \mu'_3 - 3\mu'_2 \mu + 2\mu^3 \\ &= np(1-p)(1-2p) \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \mu_4 &= \mu'_4 - 4\mu'_1 \mu^3 + 6\mu'_2 \mu^2 - 4\mu'_3 \mu + \mu^4 \\ &= np(1-p)[1-6p(1-p)] + 3n^2 p^2(1-p)^2 \end{aligned} \quad (8)$$

#### B. Cumulant Distribusi Binomial

Persamaan *cumulant* diperoleh dari logaritma MGF pada persamaan (2), dengan momen tengah pada persamaan (5), (6), (7), dan (8) yang distandarisasi [1], diperoleh:

$$\begin{aligned} \kappa_1 &= \frac{\mu_1}{\sqrt{\mu_2}} \\ &= 0 \\ \kappa_2 &= \frac{\mu_2}{\mu_2} \\ &= 1 \\ \kappa_3 &= \frac{\mu_3}{\mu_2 \sqrt{\mu_2}} \\ &= \frac{(1-2p)}{\sqrt{np(1-p)}} \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \kappa_4 &= \frac{\mu_4}{\mu_2^2} - 3(\kappa_2)^2 \\ &= \frac{(1-6p+6p^2)}{np(1-p)} \end{aligned} \quad (10)$$

**D. Batas pengendali grafik-p berdasarkan 3 sigma**

Bagian yang tidak sesuai sampel didefinisikan sebagai perbandingan banyak unit yang tidak sesuai dalam sampel  $D$  dengan ukuran sampel  $n$ . Misalkan  $X$  adalah jumlah cacat produk dari  $n$  unit produk, maka dengan asumsi terkontrol,  $X$  menjadi variabel acak binomial dengan parameter  $n$  dan  $p$ . Jika  $Y = \frac{X}{n}$  adalah fraksi dari subgroup yang cacat, mean dan variansi adalah

$$E[Y] = E\left[\frac{X}{n}\right] = p \tag{11}$$

$$\sigma_Y^2 = Var[Y] = E[Y^2] - (E[Y])^2 = \frac{p(1-p)}{n} \tag{12}$$

Jika terdapat  $m$  sampel pendahuluan, masing-masing berukuran  $n$ , maka proporsi cacat tiap sampel

$$\hat{p}_i = \frac{D_i}{n} \tag{13}$$

dengan,

$D_i$  : banyak unit produk cacat

$i$  : data ke- $i$

$n$  : ukuran sampel

Sehingga rata-rata bagian proporsi cacat adalah  $\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^m \hat{p}_i}{m}$  dengan  $\hat{p}_i$  dapat dilihat pada persamaan (13) dan  $m$  adalah banyaknya data. Sehingga persamaan UCL dan LCL berdasarkan batas 3 sigma adalah[3]:

$$\begin{aligned} UCL &= \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} \\ CL &= \bar{p} \\ LCL &= \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} \end{aligned} \tag{14}$$

**E. Kekurangan grafik-p berdasarkan batas 3 sigma**

Grafik-p berdasarkan 3 sigma adalah grafik pengendali yang berdasarkan pendekatan normal. Ketika nilai  $p$  kecil dan ukuran sampel tidak terlalu besar, peluang *false alarm* menjadi sangat tinggi [2].

$$P(\text{False alarm}) = 1 - P(n \times LCL \leq X \leq n \times UCL) \tag{15}$$

Persamaan (15) adalah persamaan untuk mendapatkan peluang *false alarm* dengan asumsi  $X$  berdasarkan distribusi binomial dengan parameter  $n$  dan  $p$ .

Peluang gagal dalam mendeteksi perubahan karakteristik proses menjadi tinggi. Grafik-p adalah grafik pengendali atribut yang berdasarkan distribusi binomial, sehingga batas pengendali yang berdasarkan pendekatan normal tidak dapat lagi menggambarkan keadaan sebenarnya dari proses karena distribusi binomial memiliki kemiringan jauh dari normal dengan kata lain grafik-p berdasarkan batas 3 sigma tidak bisa mendeteksi perubahan proses secara akurat/teliti. Hal ini sama dengan ketika peluang *false alarm* sangat tinggi, maka sinyal yang benar menjadi tidak terbaca.

**F. Modifikasi batas grafik-p dengan koreksi ekspansi Cornish-Fisher**

Sistematika pendekatan untuk pengembangan akurasi peluang dari grafik-p terdiri dalam menentukan koreksi dengan ekspansi Cornish-Fisher. Koreksi dengan ekspansi Cornish-Fisher ini tergantung pada ukuran sampel dan nilai dari proses parameter.

Ekspansi Cornish-Fisher adalah persamaan untuk pendekatan kuantil dari variabel acak yang berdasarkan *cumulant* dari distribusi. Pada grafik-p distribusi yang digunakan adalah distribusi binomial. Dengan kata lain, langkah awal untuk memasukkan persamaan Cornish-Fisher pada persamaan batas pengendali grafik-p adalah dengan menentukan momen dan *cumulant* dari distribusi binomial.

Dalam menentukan koreksi dengan ekspansi Cornish-Fisher adalah dengan sistematika pendekatan distribusi. Diketahui bahwa grafik-p adalah berdasarkan distribusi binomial dan apabila  $n$  di luar nilai tabel dan nilai  $p$  sangat kecil, maka distribusi binomial dapat didekati oleh distribusi normal.

**1. Grafik-p dengan satu koreksi**

Koreksi pertama pada ekspansi asimtotik Cornish-Fisher adalah koreksi untuk kemiringan distribusi pada grafik-p. Jika  $X$  adalah variabel acak distribusi binomial dengan ukuran sampel  $n$  dan parameter  $p$ , maka  $Y = \frac{X}{n}$  adalah proporsi distribusi binomial dengan mean dan variansi seperti pada persamaan (11) dan (12).  $z_\alpha$  dilambangkan sebagai kuantil ke- $\alpha$  dari distribusi normal standart, sehingga untuk mengaplikasikan pada grafik-p, teorema ekspansi Cornish-Fisher untuk satu koreksi untuk kuantil ke- $\alpha$  dari distribusi  $Y$  adalah[4]

$$x_\alpha(1) = \mu + \frac{1}{2}(\sigma^2 + 1)z_\alpha + \frac{1}{6}(z_\alpha^2 - 1)\kappa_3 \tag{16}$$

Karena  $\alpha$  berdasarkan distribusi normal standart dengan  $X \sim N(0,1)$  sehingga persamaan (16) menjadi,

$$\begin{aligned} x_\alpha(1) &= z_\alpha + \frac{1}{6}(z_\alpha^2 - 1)\kappa_3 \\ Y_\alpha(1) &\cong x_\alpha(1) \\ Y_\alpha(1) &\cong z_\alpha + \frac{1}{6}(z_\alpha^2 - 1)\kappa_3 \\ \frac{Y_\alpha(1)-p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} &\cong z_\alpha + \frac{1}{6}(z_\alpha^2 - 1)\kappa_3 \end{aligned} \tag{17}$$

Substitusikan persamaan (9) pada persamaan (17), sehingga

$$Y_\alpha(1) \cong p + z_\alpha \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} + \frac{1}{6n}(z_\alpha^2 - 1)(1 - 2p) \tag{18}$$

Karena  $\alpha = 0,0027$  sehingga nilai resiko  $z_{0,0027} = \pm 3$ , persamaan (18) menjadi persamaan batas grafik-p baru dengan satu koreksi ekspansi Cornish-Fisher yaitu,

$$\begin{aligned} UCL_1 &= p + 3\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} + \frac{4}{3n}(1 - 2p) \\ LCL_1 &= p - 3\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} + \frac{4}{3n}(1 - 2p) \end{aligned} \tag{19}$$

**2. Grafik-p dengan dua koreksi**

Koreksi kedua pada ekspansi asimtotik Cornish-Fisher adalah koreksi untuk kemiringan dan kurtosis distribusi pada grafik-p.  $Y_\alpha(2)$  adalah koreksi ekspansi Cornish-Fisher untuk dua koreksi pada kuantil ke- $\alpha$  dari distribusi  $Y$ . Teorema ekspansi Cornish-Fisher untuk dua koreksi untuk kuantil ke- $\alpha$  dari distribusi  $Y$  adalah

$$\begin{aligned} x_\alpha(2) &= \mu + \frac{1}{2}(\sigma^2 + 1)z_\alpha + \frac{1}{6}(z_\alpha^2 - 1)\kappa_3 + \frac{1}{24}(z_\alpha^3 - 3z_\alpha)\kappa_4 \\ &\quad - \frac{1}{36}(2z_\alpha^3 - 5z_\alpha)\kappa_3^2 \end{aligned} \tag{20}$$

Karena  $\alpha$  berdasarkan distribusi normal standart dengan  $X \sim N(0,1)$  sehingga persamaan (20) menjadi,

$$\begin{aligned} Y_\alpha(2) &\cong z_\alpha + \frac{1}{6}(z_\alpha^2 - 1)\kappa_3 + \frac{1}{24}(z_\alpha^3 - 3z_\alpha)\kappa_4 - \frac{1}{36}(2z_\alpha^3 - 5z_\alpha)\kappa_3^2 \\ \frac{Y_\alpha(2)-p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} &\cong z_\alpha + \frac{1}{6}(z_\alpha^2 - 1)\kappa_3 + \frac{1}{24}(z_\alpha^3 - 3z_\alpha)\kappa_4 - \frac{1}{36}(2z_\alpha^3 - 5z_\alpha)\kappa_3^2 \end{aligned} \tag{21}$$

Substitusikan persamaan (9) dan (10) pada persamaan (21), sehingga

$$Y_{\alpha}(2) \cong Y_{\alpha}(1) + \frac{1}{24n^2} (z_{\alpha}^3 - 3z_{\alpha}) \frac{(1-6p+6p^2)}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} - \frac{1}{36n^2} (2z_{\alpha}^3 - 5z_{\alpha}) \frac{(1-2p)^2}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} \quad (22)$$

Karena  $\alpha = 0,0027$  sehingga nilai resiko  $Z_{0,0027} = \pm 3$ , persamaan (22) menjadi persamaan baru batas grafik-p baru dengan satu koreksi ekspansi Cornish-Fisher yaitu

$$UCL_2 = UCL_1 - \frac{[p(1-p)+2]}{6n^2 \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}}$$

$$LCL_2 = LCL_1 - \frac{[p(1-p)+2]}{6n^2 \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} \quad (23)$$

**G. Contoh penerapan batas grafik-p berdasarkan koreksi ekspansi Cornish-**

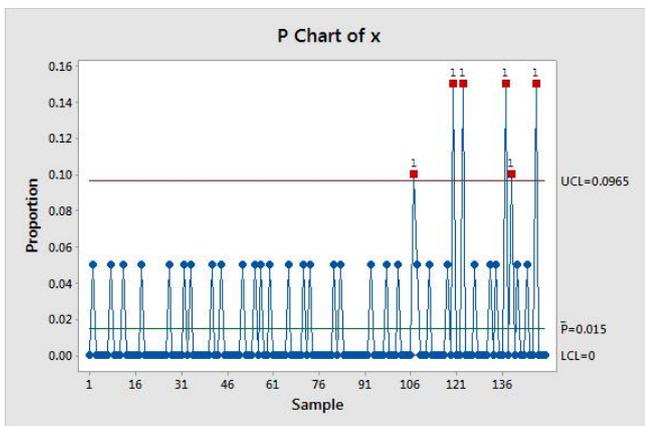
Data yang dijadikan sebagai contoh penerapan adalah data cacat produk pada produksi rem tangan kendaraan. Data tersebut merupakan data dari jurnal yang ditulis oleh Silvia Joeques dan Emanuel Pimentel Barbosa[1].

Misalkan cacat produk rem tangan kendaraan dilambangkan  $X$  dimana  $X$  berdasarkan distribusi binomial. Ukuran sampel pada produk rem tangan dilambangkan  $n$ . Produksi rem tangan dilakukan sebanyak  $m$  kali.

Diketahui dari data bahwa  $\sum_{i=1}^{150} X_i = 45$ , ukuran sampel  $n = 20$ , banyak data yang diteliti  $m = 150$ , sehingga rata-rata proporsi produk rem tangan kendaraan yang cacat adalah  $\bar{p} = 0,015$ . Dengan menggunakan persamaan (14), sehingga nilai untuk  $UCL = 0,096539867$  dan  $LCL = -0,066539865$ . Nilai peluang *false alarm* jika  $UCL = 0,096539867$  dan  $LCL = -0,066539865$  adalah  $0,035746$ .

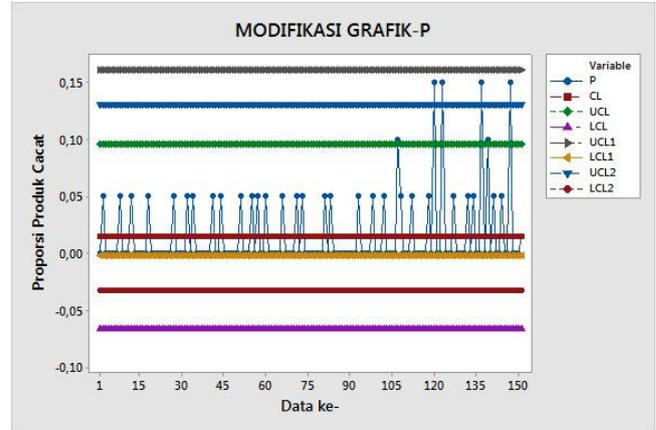
Menggunakan persamaan (19), nilai untuk batas grafik-p baru dengan satu koreksi adalah  $UCL_1 = 0,161206533$  dan  $LCL_1 = -0,001873205$ . Nilai peluang *false alarm* jika  $UCL_1 = 0,161206533$  dan  $LCL_1 = -0,001873205$  adalah  $0,000202$ .

Menggunakan persamaan (23), nilai untuk batas grafik-p baru dengan dua koreksi adalah  $UCL_2 = 0,130320183$  dan  $LCL_2 = -0,032759554$ . Nilai peluang *false alarm* jika  $UCL_2 = 0,130320183$  dan  $LCL_2 = -0,032759554$  adalah  $0,0003178$ .



Gambar 1 Grafik-p Berdasarkan Batas 3 Sigma

Setelah mendapatkan hasil perhitungan, langkah selanjutnya adalah menuangkan perhitungan pada grafik pengendali p. Gambar 1 menunjukkan grafik-p berdasarkan batas 3 sigma dengan menggunakan software minitab. Gambar 2 menunjukkan grafik-p berdasarkan 3 sigma dan grafik p yang telah dimodifikasi dengan menggunakan ekspansi Cornish-Fisher dan ditampilkan dengan menggunakan program minitab.



Gambar 2. Modifikasi Grafik-p

**IV. PENUTUP**

Berdasarkan keseluruhan hasil analisa dan pembahasan yang telah dilakukan, dapat diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Penerapan ekspansi Cornish-Fisher dengan satu koreksi adalah dengan menerapkan koreksi kemiringan distribusi binomial pada ekspansi Cornish-Fisher, sehingga menghasilkan persamaan baru pada batas pengendali grafik-p yaitu
 
$$UCL_1 = p + 3\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} + \frac{4}{3n}(1 - 2p)$$

$$LCL_1 = p - 3\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} + \frac{4}{3n}(1 - 2p)$$
2. Penerapan ekspansi Cornish-Fisher dengan dua koreksi adalah dengan menerapkan koreksi kurtosis distribusi binomial pada ekspansi Cornish-Fisher, sehingga menghasilkan persamaan baru pada batas pengendali grafik-p yaitu
 
$$UCL_2 = UCL_1 - \frac{[p(1-p)+2]}{6n^2 \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}}$$

$$LCL_2 = LCL_1 - \frac{[p(1-p)+2]}{6n^2 \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}}$$
3. Berdasarkan contoh penerapan pada data cacat produk rem tangan kendaraan, nilai peluang *false alarm* grafik-p berdasarkan batas 3 sigma yang memiliki nilai  $UCL = 0,096539867$  dan  $LCL = -0,066539865$  adalah  $0,035746$ . Nilai peluang *false alarm* grafik-p dengan satu koreksi ekspansi Cornish-Fisher yang memiliki nilai  $UCL_1 = 0,161206533$  dan  $LCL_1 = -0,001873205$  adalah  $0,000202$ . Nilai peluang *false alarm* grafik-p dengan dua koreksi ekspansi Cornish-Fisher yang memiliki nilai  $UCL_2 = 0,130320183$  dan  $LCL_2 = -0,032759554$  adalah  $0,0003178$ .
4. Berdasarkan hasil dari contoh penerapan, maka persamaan batas grafik-p yang baru yaitu dengan koreksi

ekspansi Cornish-Fisher dapat memperkecil peluang *false alarm*, sehingga tingkat akurasi semakin tinggi.

#### DAFTAR PUSTAKA

- [1] Joeques, Silvia and Barbosa, Emanuel Pimentel (2013). **An Improved Attribute Control Chart for Monitoring Non-Conforming Proportion in High Quality Processes** . Control Engineering Practice, Vol. 21, 407-412.
- [2] Xie, M., Goh, T. N.& Kuralmani, V.(2002). **Statistical Models and Control Charts for High Quality Processes**. Massachusetts: Kluwer Academic Publication.
- [3] Montgomery, Douglas C. 1993. **Pengantar Pengendalian Kualitas Statistik**. Yogyakarta: Gadjah Mada University Press. Hal.119-160..
- [4] Winterbottom, A. (1993). **Simple Adjustments to Improve Control Limits on Attribute Charts**. Quality and Reliability Engineering International, Vol. 9 No. 2, 105–109.