



TUGAS AKHIR - SM141501

**PEMODELAN PERPINDAHAN MASSA PADA
EKSTRAKSI LIPID KONTINU MIKROALGA
CHLORELLA VULGARIS DENGAN PELARUT
*CXM (CO₂-EXPANDED METHANOL)***

SRIATI MONALISA SIAHAAN
NRP 1212100082

Dosen Pembimbing:

Dr. Dra. Mardlijah, M.T
Tahiyatul Asfihani, S.Si, M.Si

JURUSAN MATEMATIKA
Fakultas Matematika Dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2016



FINAL PROJECT - SM141501

**MODELING OF CONTINUOUS LIPID
EXTRACTION MASS TRANSFER IN
MICROALGAE CHLORELLA VULGARIS BY
USING CXM (CO₂-EXPANDED METHANOL)
SOLVENT**

**SRIATI MONALISA SIAHAAN
NRP 1212100082**

Supervisors:

**Dr. Dra. Mardlijah, M.T
Tahiyatul Asfihani, S.Si, M.Si**

**DEPARTMENT OF MATHEMATICS
Faculty of Mathematics and Natural Sciences
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2016**

LEMBAR PENGESAHAN

**PEMODELAN PERPINDAHAN MASSA PADA
EKSTRAKSI LIPID KONTINU MIKROALGA
CHLORELLA VULGARIS DENGAN PELARUT CXM (CO₂-
EXPANDED METHANOL)
MODELING OF CONTINUOUS LIPID EXTRACTION MASS
TRANSFER IN MICROALGAE CHLORELLA VULGARIS BY
USING CXM (CO₂-EXPANDED METHANOL) SOLVENT**

Diajukan Untuk Memenuhi Salah Satu Syarat
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains
pada

Bidang Studi Matematika Terapan
Program Studi S-1 Jurusan Matematika

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Oleh:

SRIATI MONALISA SIAHAAN

NRP. 1212 100 082

Menyetujui,

Dosen Pembimbing II,



Tahiyatul Afshiani, S.Si, M.Si
NIP. 19870728 201404 2 001

Dosen Pembimbing I,



Dr. Dra. Mardijah, MT
NIP. 19670114 199102 2 001

Mengetahui,

Ketua Jurusan Matematika
FMIPA ITS

Dr. Irmam Mukhlash, S.Si, M.T

NIP. 19760831 199403 1 003

Surabaya, Juli 2016



PEMODELAN PERPINDAHAN MASSA PADA EKSTRAKSI LIPID KONTINU MIKROALGA *CHLORELLA VULGARIS* DENGAN PELARUT CXM (CO_2 -EXPANDED METHANOL)

Nama Mahasiswa : Sriati Monalisa Siahaan
NRP : 1212 100 082
Jurusan : Matematika FMIPA-ITS
Pembimbing : 1. Dr. Dra. Mardlijah, M.T
2. Tahiyatul Asfihani, S.Si, M.Si

Abstrak

Kebutuhan energi dunia semakin hari semakin meningkat. Hal ini bertolak belakang dengan ketersediaan bahan bakar fosil yang semakin lama semakin menipis dikarenakan penggunaan energi dunia yang sebagian besar terpenuhi oleh penggunaan bahan bakar fosil. Oleh karena ini dibutuhkan sumber energi terbarukan. Biodiesel merupakan salah satu jenis sumber energi terbarukan. Salah satu bahan baku yang dapat menghasilkan lipid yang baik untuk bahan baku biodiesel adalah mikroalga, yang pada penelitian ini yaitu *Chlorella vulgaris*. Salah satu tahap penting dalam pembuatan biodiesel adalah ekstraksi. Penelitian ini menguraikan model ekstraksi mikroalga berdasarkan proses adsorpsi-desorpsi dengan faktor pendorong perpindahan massa berupa perbedaan konsentrasi.

Kata-kunci: Biodiesel, *Chlorella vulgaris*, adsorpsi, ekstraksi lipid.

MODELING OF CONTINUOUS LIPID EXTRACTION MASS TRANSFER IN MICROALGAE *CHLORELLA VULGARIS* BY CXM (CO₂-EXPANDED METHANOL) SOLVENT

Name : Sriati Monalisa Siahaan
NRP : 1212 100 082
Department : Mathematics FMIPA-ITS
Supervisors : 1. Dr. Dra. Mardlijah, M.T
2. Tahiyatul Asfihani, S.Si, M.Si

Abstract

The aim of this work is to show the mathematical model of lipid extraction of *Chlorella vulgaris* by using concentration as a driving force to describe the mass transfer process to generalize the experimental results and formulate knowledge about process behavior. The dynamic model of lipid extraction using adsorption-desorption process and gradient of concentration as the driving force to obtain the equation of the lipid yield of *Chlorella vulgaris* and the yield will be compared to the yield based on the data of experimental extraction.

Key-words: Biodiesel, *Chlorella vulgaris*, lipid extraction.

KATA PENGANTAR

Segala puji dan syukur penulis panjatkan ke hadirat Tuhan Yang Maha Esa, yang oleh berkat dan rahmatnya sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir yang berjudul

“PEMODELAN PERPINDAHAN MASSA PADA EKSTRAKSI LIPID KONTINU MIKROALGA *CHLORELLA VULGARIS* DENGAN PELARUT CXM (CO₂-EXPANDED METHANOL)”

sebagai salah satu syarat kelulusan Program Studi S-1 Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA) Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya.

Tugas akhir ini dapat terselesaikan dengan baik berkat bantuan dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan terima kasih kepada:

1. Dr. Imam Mukhlash, S.Si, M.T selaku Ketua Jurusan Matematika ITS dan dosen wali yang telah memberikan arahan akademik, motivasi dan semangat selama penulis menempuh perkuliahan di Jurusan Matematika ITS.
2. Dr. Dra. Mardlijah, M.T dan Tahiyatul Asfihani, S.Si, M.Si selaku dosen pembimbing atas segala bimbingan dan motivasi yang diberikan kepada penulis dalam mengerjakan Tugas Akhir ini sehingga dapat terselesaikan dengan baik.
3. Dr. Dieky Adzkiya, S.Si, M.Si, Muhammad Syifa'ul Mufid, S.Si, M.Si, dan Drs. Suharmadi, Dipl. Sc, M.Phil selaku dosen penguji yang telah memberikan saran dan kritik demi perbaikan Tugas Akhir ini.
4. Dosen serta para staf Jurusan Matematika ITS yang tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu.

5. Mama dan Papa, untuk setiap doa dan dukungan, kasih sayang, nasihat, dan perhatian yang telah dicurahkan kepada penulis.
6. Adik-adik penulis, Lady, Tommy, dan Firdaus yang selalu memotivasi penulis untuk menjadi lebih baik dan berusaha untuk menjadi teladan yang baik.
7. Sahabat-sahabat penulis, Immanuel M. F., Ayu W.O., Cindy Simanjuntak, Fedric, Yudah, Dwi Nur, Nanda, Yolanda, Devi dan Ikhwan. Sukses buat kita!
8. Keluarga Besar Matematika 2012 yang telah bersama-sama mengukir cita-cita dan cerita selama masa perkuliahan. Sukses buat kita!

Penulis menyadari bahwa dalam Tugas Akhir ini masih terdapat kekurangan. Oleh sebab itu, kritik dan saran yang membangun sangat penulis harapkan demi kesempurnaan Tugas Akhir ini. Akhirnya, penulis berharap agar Tugas Akhir ini dapat berguna bagi banyak pihak.

Surabaya, Juli 2016

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	iii
ABSTRAK	iv
ABSTRACT	v
KATA PENGANTAR	vi
DAFTAR ISI	viii
DAFTAR GAMBAR	x
DAFTAR TABEL	xi
DAFTAR SIMBOL	xii
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	3
1.3 Batasan Masalah.....	4
1.4 Tujuan.....	4
1.5 Manfaat.....	4
1.6 Sistematika Penulisan.....	5
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	7
2.1 Penelitian Terdahulu.....	7
2.2 Material dan Metode.....	8
2.3 Perpindahan Massa dan Persamaan Difusi.....	10
2.4 PD. Linier.....	13
2.5 Kriteria Routh-Hurwitz.....	14
2.6 Absolute Average Relative Deviation.....	16

2.7 Analisis Dimensi dan Kesetaraan Besaran	16
BAB III METODE PENELITIAN	18
3.1 Studi Pendahuluan.....	18
3.2 Pembuatan Model Matematika.....	18
3.3 Analisis Sistem.....	19
3.4 Analisis Hasil Ekstraksi.....	19
3.5 Penarikan Kesimpulan dan Pembeian Saran	19
BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN	20
4.1 Langkah Pembentukan Model Matematika.....	20
4.2 Analisis Kestabilan Sistem	30
4.3 Persamaan Matematika Yield Lipid.....	34
4.4 Perbandingan Hasil Yield.....	37
4.5 Analisis Hasil Ekstraksi.....	41
BAB V PENUTUP	46
5.1 Kesimpulan.....	46
5.2 Saran.....	47
DAFTAR PUSTAKA	48
LAMPIRAN A	50
LAMPIRAN B	51
LAMPIRAN C (Biodata Penulis)	53

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 <i>Chlorella vulgaris</i>	9
Gambar 4.1 Komponen dalam Mikroalga	22
Gambar 4.2 Mekanisme Ekstraksi dengan Pelarut.....	22
Gambar 4.3 Mekanisme Absorpsi-Desorpsi.....	28
Gambar 4.4 Ekstraksi Mikroalga <i>Chlorella vulgaris</i> dengan Suhu 348 K, Tekanan 6 MPa.....	42
Gambar 4.5 Ekstraksi Mikroalga <i>Chlorella vulgaris</i> dengan Suhu 333 K, Tekanan 4 MPa.....	43
Gambar 4.6 Efek Perbedaan Tekanan pada Yield Hasil Ekstraksi Mikroalga	44
Gambar 4.7 Efek Perbedaan Suhu pada Yield Hasil Ekstraksi Mikroalga	45

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1 Hasil Yield Lipid Berdasarkan Eksperimen	7
Tabel 2.2 Tabel Besaran Pokok dan Dimensinya.....	16
Tabel 4.1 Keterangan Variabel dan Parameter Model	29
Tabel 4.2 Nilai Parameter Model Ekstraksi Mikroalga <i>Chlorella vulgaris</i>	33
Tabel 4.3 Hubungan Suhu dan Tekanan pada Viskositas	37
Tabel 4.4 Perbandingan Hasil Ekstraksi Solusi Analitik Mikroalga <i>Chlorella vulgaris</i>	39
Tabel 4.5 Perbandingan Hasil Ekstraksi Solusi Numerik Mikroalga <i>Chlorella vulgaris</i>	40

DAFTAR SIMBOL

C_l	: Konsentrasi lipid di permukaan partikel
C_p	: Konsentrasi lipid dalam partikel mikroalga
k_a	: Konstanta kinetik adsorpsi
k_d	: Konstanta kinetik desorpsi
k_f	: Koefisien transfer massa
a	: Luas permukaan partikel mikroalga ($4\pi r^2$)
C_{sat}^*	: Konsentrasi lipid dalam keseimbangan
V	: Volume kolom ekstraktor
ε	: Porositas partikel mikroalga
C_s	: Konsentrasi lipid dalam aliran pelarut
S	: Kecepatan aliran pelarut/ Laju aliran massa pelarut
ρ	: Massa jenis pelarut
v	: Kecepatan aliran fluida

BAB I

PENDAHULUAN

Pada bab ini dijelaskan hal-hal yang menjadi latar belakang masalah yang dibahas dalam Tugas Akhir ini. Permasalahan tersebut disusun ke dalam suatu rumusan masalah. Selanjutnya dijabarkan batasan masalah untuk mendapatkan tujuan yang diinginkan serta manfaat yang diperoleh. Adapun sistematika penulisan Tugas Akhir diuraikan pada bagian akhir bab ini.

1.1 Latar Belakang

Pertumbuhan ekonomi global dan penambahan jumlah populasi penduduk yang pesat menyebabkan terjadinya peningkatan konsumsi energi dunia. Selama ini, kebutuhan energi dunia terpenuhi oleh penggunaan bahan bakar fosil berupa batu bara, minyak bumi, dan gas alam yang semakin lama semakin menipis karena tidak dapat diperbaharui. Oleh karena itu diperlukan sumber energi alternatif dan terbarukan. BBN (bahan bakar nabati) yang terdiri atas biodiesel dan bioetanol merupakan bahan bakar alternatif yang paling potensial untuk mengurangi dominasi bahan bakar minyak. Biodiesel dapat diproduksi dari berbagai sumber bahan baku. Di Indonesia, jenis tanaman yang digunakan sebagai bahan baku produk biodiesel adalah jarak pagar dan kelapa sawit, disamping itu beberapa jenis bahan baku lainnya juga mempunyai potensi cukup baik antara lain kepuh (*Sterculia foetida* L.), kranji (*Pongamia pinnata*), kosambi (*Schleichera oleosa*), kemiri sunan (*Reutealis trisperma*), bintaro (*Cerbera manghas*), kelapa (*Cocos nucifera*), berbagai kacang-kacangan dan ganggang (*Algae*) [1].

Diantara berbagai sumber bahan baku yang dapat diolah untuk produksi biodiesel, ganggang atau alga merupakan

alternatif yang baik dilihat dari intensitas produksi dari biodiesel per hektar. Setiap hektar lahan budidaya alga mampu menghasilkan biodiesel sekitar 50 kiloliter, sedangkan 1 hektar kelapa sawit hanya menghasilkan sekitar 5-6 kiloliter [1]. Minyak alga yang diperoleh untuk produksi biodiesel diperoleh melalui proses yang cukup panjang, salah satunya adalah proses ekstraksi lipid. Ekstraksi adalah proses pemisahan komponen dari bahan padat dengan bantuan pelarut. Pada penelitian ini, jenis ekstraksi yang digunakan adalah ekstraksi padat-cair. Ekstraksi padat cair atau *leaching* adalah transfer difusi komponen terlarut dari padatan ke dalam pelarutnya, yang pada penelitian ini yaitu CXM (CO₂-expanded methanol). Proses ini merupakan proses yang bersifat fisik, karena komponen terlarut kemudian dikembalikan lagi ke keadaan semula tanpa mengalami perubahan kimiawi. Soxhlet Extraction Method dan Bligh and Dyer's Method adalah dua jenis metode yang paling sering digunakan untuk ekstraksi lipid dari mikroalga. Metode Soxhlet menggunakan heksana, sementara metode Bligh and Dyer's menggunakan campuran kloroform dan metanol sebagai pelarut untuk mengekstrak lipid. Pelarut lain yang dapat digunakan antara lain adalah benzene dan eter, namun heksana lebih banyak digunakan karena harganya yang lebih terjangkau, lebih efisien dibandingkan dengan kloroform, tidak terlalu beracun, dan memiliki afinitas yang rendah terhadap kontaminan non-lipid. Selain itu, karena ekstraksi dengan pelarut cukup berbahaya dalam hal reaksi Kimia, penggunaan benzene dihindari karena sifat karsinogen dan dapat memicu ledakan yang berbahaya.

Proses ekstraksi lipid dengan alat Soxhlet merupakan proses ekstraksi yang menggunakan penyarian berulang dan pemanasan. Ekstraksi kontinu dilakukan karena padatan lipid

yang larut di dalam pelarut hanya sedikit. Pada proses ekstraksi dengan alat Soxhlet terjadi proses perpindahan massa lipid yang terkandung dalam *Chlorella vulgaris* menuju aliran CXM (CO₂-expanded methanol). Proses perpindahan massa lipid dari mikroalga ini yang akan dibentuk persamaan diferensialnya untuk digunakan sebagai model matematika untuk memprediksi hasil lipid yang dapat diekstrak untuk selanjutnya digunakan sebagai bahan utama produksi biodiesel. Keuntungan penggunaan metode ini adalah penggunaan pelarut dapat dihemat karena terjadi sirkulasi pelarut. Pada penelitian ini akan dilakukan pemodelan matematika untuk proses transfer massa ekstraksi lipid *Chlorella vulgaris* dengan pelarut CXM (CO₂-expanded methanol) dengan alat Soxhlet dan dilakukan analisis sistem proses ekstraksi.

1.2 Rumusan Masalah

Pada Tugas Akhir ini akan dirumuskan model matematika proses ekstraksi *Chlorella vulgaris* dengan pelarut CXM (CO₂-expanded methanol). Model ini secara spesifik merupakan rumusan proses transfer massa komponen solid-liquid antara partikel mikroalga dengan pelarut CXM untuk memperoleh lipid yang merupakan komponen padat (solut) dari mikroalga. Permasalahan yang dibahas dalam Tugas Akhir ini adalah:

1. Bagaimana model matematika yang mendeskripsikan proses perpindahan massa lipid dari mikroalga *Chlorella vulgaris*.
2. Bagaimana perbandingan hasil yield lipid yang diperoleh antara hasil berdasarkan perhitungan menggunakan model matematika dengan hasil percobaan langsung.
3. Bagaimana hasil simulasi model dengan menggunakan software MATLAB.

1.3 Batasan Masalah

Batasan permasalahan yang digunakan dalam Tugas Akhir ini adalah [2]:

1. Mikroalga yang digunakan dalam penelitian ini adalah *Chlorella vulgaris*.
2. Pelarut yang digunakan adalah CXM (*CO₂-expanded methanol*).
3. Data yang digunakan berdasarkan pada hasil eksperimen Yi-Hung Yang dkk pada jurnal *Bioresource Technology* 198 (2015).
4. Proses ekstraksi pada penelitian ini adalah proses ekstraksi padat-cair kontinu dengan alat Soxhlet.
5. *Chlorella vulgaris* yang digunakan pada penelitian ini adalah dalam bentuk kering.

1.4 Tujuan

Tujuan penulisan Tugas Akhir ini adalah:

1. Mendapatkan model matematika proses perpindahan massa lipid pada mikroalga *Chlorella vulgaris*.
2. Memperoleh persamaan akumulasi yield Model Matematika ekstraksi lipid dan perbandingan hasil yield lipid dari proses *leaching*.
3. Mendapatkan hasil simulasi model matematika proses *leaching Chlorella vulgaris*.

1.5 Manfaat

Manfaat dari penelitian ini adalah:

1. Mendapatkan hasil dan informasi yang lebih komprehensif mengenai proses ekstraksi lipid mikroalga, khususnya pada proses perpindahan massa lipid.

2. Sebagai model matematika untuk memprediksi besarnya yield lipid yang dapat diekstrak dari *Chlorella vulgaris*.
3. Sebagai bahan dasar untuk perbandingan efisiensi hasil ekstraksi dan analisis biaya terhadap hasil eksperimen pada jenis mikroalga yang lain dan metode ekstraksi yang lain.

1.6 Sistematika Penulisan

Penulisan laporan Tugas Akhir ini disusun dalam lima bab. Secara garis besar masing-masing bab membahas hal-hal sebagai berikut:

1. BAB I PENDAHULUAN

Bab ini berisi tentang gambaran umum dari penulisan Tugas Akhir yang meliputi latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan, manfaat, dan sistematika penulisan.

2. BAB II TINJAUAN PUSTAKA

Bab ini berisi tentang penelitian terdahulu dan teori-teori yang digunakan dalam menyelesaikan permasalahan yang dibahas dalam Tugas Akhir ini, yaitu perpindahan massa dan kaitannya dengan persamaan difusi khususnya berdasarkan teori adsorpsi.

3. BAB III METODE PENELITIAN

Bab ini menjelaskan tahapan-tahapan dan metode yang digunakan dalam pengerjaan Tugas Akhir.

4. BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Bab ini menjelaskan tentang analisis hasil simulasi model matematika proses ekstraksi dan analisis sistem yang digunakan pada model matematika proses *leaching*.

5. BAB V PENUTUP

Bab ini berisi kesimpulan yang diperoleh dari Tugas Akhir serta saran untuk pengembangan pada penelitian selanjutnya.

BAB II TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini dijelaskan mengenai teori yang digunakan dalam pembentukan model matematika proses ekstraksi *Chlorella vulgaris*, serta analisis sistem.

2.1 Penelitian Terdahulu

Penelitian yang dilakukan oleh Yi-Hung Yang dkk (2015) yaitu proses optimasi ekstraksi lipid kontinu dari *Chlorella vulgaris* dengan menggunakan pelarut CXM untuk proses produksi biodiesel. Akan tetapi, penelitian ini adalah murni eksperimen di dalam laboratorium. Berdasarkan eksperimen yang dilakukan oleh Yi Hung Yang dkk (2015), diperoleh data yield lipid hasil ekstraksi sebagai berikut [2].

Tabel 2.1 Hasil Yield Lipid Esktraksi Mikroalga *Chlorella vulgaris* dengan Eksperimen.

Tekanan (MPa)	Suhu (K)	Yield (%)
6	348	77.8
8	363	80.1
6	373	63.0
4	333	66.1
6	348	77.5
6	348	72.6
6	348	64.4
4	333	50.4
6	323	65.9
6	348	77.8

4	363	84.6
6	348	78.7
6	348	80.1
6	348	78.5
8	363	67.7
4	363	60.0
9.5	348	84.5
2.5	348	63.5
8	333	78.6
8	333	80.0

Hasil yield lipid ini akan digunakan sebagai acuan dalam pengujian perhitungan hasil ekstraksi dengan menggunakan model Matematika. Persamaan yang digunakan untuk menghitung hasil ekstraksi adalah sebagai berikut:

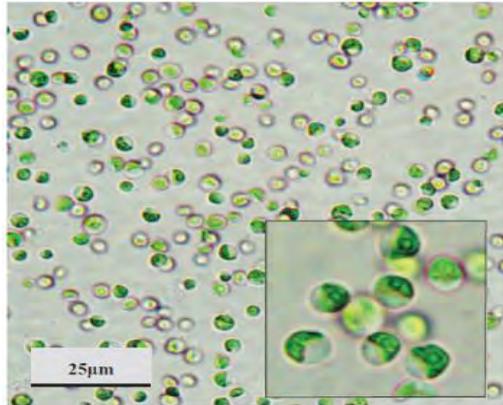
$$Yield\ Minyak\ Alga = \frac{Massa\ Minyak\ Alga}{Kadar\ Minyak\ Teoretis} \times 100\% \quad (2.1)$$

2.2 Material dan Metode

2.2.1 *Chlorella vulgaris*

Bentuk sel *Chlorella vulgaris* bulat, bulat lonjong dengan garis tengah sel antara 2-10 µm. *Chlorella vulgaris* yang digunakan sebagai pada eksperimen ini adalah dalam bentuk *freeze-dried*. Bentuk *freeze-dried* digunakan dalam proses ekstraksi karena kandungan lipid yang dapat terekstrak lebih banyak bila dibandingkan dengan mikroalga segar. Kandungan lipid maksimum yang dapat terekstrak adalah sebanyak 58% dari total massa mikroalga kering (*freeze-dried*). Berbeda dengan *Chlorella vulgaris* yang digunakan sebagai bahan baku dalam

penelitian Yi Hung Yang [2], kandungan maksimal yield lipid yang digunakan adalah 20.7%.



Gambar 2.1 *Chlorella* sp.

2.2.2 CXM (CO₂-Expanded Methanol)

CXM (CO₂-Expanded Methanol) adalah pengembangan dari CXL (CO₂-extended liquid). Bahan kimia yang digunakan antara lain CO₂ dengan kemurnian 99.95% dari Boclh Industrial Gases Co. (Taiwan), dan metanol (99.9%, J.T. Baker). Pembentukan larutan CXM didalam ekstraktor yaitu CO₂ yang dimampatkan dilarutkan ke dalam metanol sehingga membentuk CXM. Setelah larutan terbentuk, larutan akan berdifusi ke dalam partikel mikroalga [2].

2.2.3 Ekstraksi Soxhlet

Banyaknya lipid yang dapat diekstrak dari mikroalga *Chlorella vulgaris* ditentukan diketahui dari proses ekstraksi dengan ekstraktor Soxhlet. Mikroalga akan dilarutkan ke dalam ekstraktor dengan pelarut CXM selama 30 menit ekstraksi. Tahap ekstraksi dengan alat Soxhlet adalah sebagai berikut:

pelarut dipanaskan dalam labu didih sehingga menghasilkan uap, uap tersebut kemudian masuk ke dalam kondensor melalui pipa kecil dan keluar dalam fase cair. Kemudian pelarut masuk ke dalam selongsong berisi padatan. Pelarut akan membasahi sampel dan tertahan di dalam selongsong sampai tinggi pelarut dalam pipa sifon sama dengan tinggi pelarut di selongsong. Kemudian pelarut akan masuk kembali ke dalam labu didih dan begitu seterusnya.

2.3 Perpindahan Massa dan Persamaan Difusi

2.3.1 Hukum Fick

Difusi adalah aliran fisik dari zat dan berlangsung dalam kecepatan tertentu. Ada lima konsep yang digunakan dalam teori difusi: 1. Kecepatan u , yang biasa didefinisikan dalam panjang/waktu (m/s); 2. Fluks melintas bidang N , dinyatakan dengan $mol/luas \cdot waktu$ ($kmol/m^2 \cdot s$); 3. Fluks relatif terhadap kecepatan nol J , dinyatakan dengan $mol/luas \cdot waktu$ ($kmol/m^2 \cdot s$); 4. Konsentrasi c dan densitas molar ρ_M , dinyatakan dengan $mol/volume$ ($kmol/m^3$) dan; 5. Gradien konsentrasi dc/db , dengan b adalah panjang lintas tegak-lurus terhadap luas yang dilalui oleh difusi yang berlangsung, ($kmol/m^3$)/ m .

Proses difusi akan mengikuti pernyataan hukum pertama dari Hukum Fick tentang difusi untuk campuran biner, yaitu:

$$J_A = -D_{AB} \frac{dc_A}{db} \quad (2.2)$$

dengan:

$$J_A = \text{mol fluks difusi, } kmol \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$$

$$b = \text{jarak arah difusi}$$

$$\frac{dc_A}{db} = \text{gradien konsentrasi dari komponen } A \text{ pada arah } b \\ (kmol/m^3)/m$$

D_{AB} = koefisien difusi dari komponen A di dalam komponen B , $m^2 \cdot s^{-1}$

Fluks difusi J_A diandaikan berbanding langsung dengan gradien konsentrasi $\frac{dc_A}{db}$, dan difusi komponen A , dalam campurannya dalam komponen B ditandai dengan D_{AB} , sehingga diperoleh Persamaan (2.2). Persamaan yang serupa untuk komponen B adalah:

$$J_B = -D_{BA} \frac{dc_B}{db} \quad (2.3)$$

Pernyataan Hukum Fick yang pertama ini berdasarkan atas tiga kesimpulan:

1. Fluks dalam $mol/luas \cdot waktu$.
2. Kecepatan difusi adalah relatif terhadap kecepatan rata-rata volume.
3. Potensial pendorong adalah mol komponen A per satuan volume.

2.3.2 Adsorpsi

Adsorpsi adalah suatu proses yang terjadi ketika suatu fluida (cairan maupun gas) terikat kepada suatu padatan dan akhirnya membentuk suatu film (lapisan tipis) pada permukaan padatan tersebut. Proses yang terjadi adalah padatan berpori menghisap (adsorp) dan melepaskan (desorp) suatu fluida yang disebut desorben.

Adsorpsi pada umumnya dibedakan menjadi dua jenis, yaitu adsorpsi secara Fisika dan secara Kimia. Adsorpsi secara fisika terjadi tanpa adanya reaksi antara molekul adsorbat dengan permukaan adsorben melainkan terikat secara lemah karena adanya gaya Van der Waals, dan bersifat reversible dengan cara pemanasan/penurunan tekanan [3]. Adsorpsi secara Kimia

terjadi karena adanya reaksi antara molekul adsorbat dengan permukaan adsorben, dan sulit untuk diregenerasi karena adanya ikatan Kimia.

Persamaan umum keseimbangan massa solut pada aliran fluida (dalam penelitian ini yaitu pelarut) selama durasi diferensial waktu adalah sebagai berikut [3]:

$$vV \frac{\partial C}{\partial z} + \varepsilon V \frac{\partial C}{\partial t} + (1 - \varepsilon_p)V \frac{\partial q}{\partial t} = 0 \quad (2.4).$$

Mekanisme perpindahan solut ke dalam padatan berpori termasuk difusi melalui lapisan film fluida yang mengelilingi partikel dan difusi dari dalam pori menuju bagian dalam tempat terjadinya adsorpsi. Keseimbangan diasumsikan terdapat diantara permukaan padatan dan fluida pada setiap titik pada partikel. Proses perpindahan massa solut pada partikel padatan didekati dengan menggunakan koefisien perpindahan massa volumetrik dan faktor pendorong sebagai berikut:

$$V(1 - \varepsilon_p) \frac{dq}{dt} = - \frac{k_f a (q - C_{sat}^*)}{V(1 - \varepsilon_p)} \quad (2.5)$$

dimana C_{sat}^* adalah pemuatan adsorbat dalam keseimbangan dengan konsentrasi solut (zat terlarut) dalam aliran fluida (pelarut). Persamaan perpindahan massa zat terlarut dengan hubungan umum diilustrasikan sebagai berikut:

$$\left(\begin{array}{c} \text{Tingkat massa} \\ \text{dalam partikel} \end{array} \right) - \left(\begin{array}{c} \text{Tingkat massa} \\ \text{keluar partikel} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{Tingkat akumulasi pada mikroalga} \end{array} \right) \quad (2.6)$$

2.3.3 Persamaan Langmuir

Persamaan Langmuir atau Langmuir Isotermal dibentuk berdasarkan asumsi bahwa [4]:

1. Adsorben memiliki permukaan yang homogen, energi adsorpsi konstan di semua sisi.

2. Semua proses adsorpsi sama rata disetiap permukaan adsorben.

Maka diperoleh persamaan yang diturunkan dari kinetika sederhana yaitu:

$$\frac{dq}{dt} = k_a p(1 - f) - k_d f \quad (2.7)$$

dimana f merupakan fraksi permukaan yang dilapisi oleh molekul, $p = q/k$ dengan k merupakan konstanta bergantung pada suhu.

2.4 PD. Linier dengan Bentuk $\frac{dy}{dx} + Py = Q$

Untuk PD yang berbentuk $\frac{dy}{dx} + Py = Q$ dengan P dan Q fungsi x atau konstanta penyelesaiannya dapat diperoleh dengan mengalikan kedua ruas dengan faktor integrasi $e^{\int P dx}$ [5].

Contoh:

Selesaikan PD

$$\frac{dy}{dx} - y = x$$

Penyelesaian:

Dari persamaan diatas diperoleh $P = -1$ dan $Q = x$.

Faktor integrasinya $e^{\int P dx} = e^{-x}$.

Jika kedua ruas persamaan dikalikan dengan e^{-x} maka:

$$e^{-x} \left(\frac{dy}{dx} - y \right) = e^{-x}(x)$$

$$e^{-x} \frac{dy}{dx} - e^{-x}y = e^{-x}(x)$$

$$\frac{d}{dx} \{e^{-x}y\} = e^{-x}(x)$$

$$d\{e^{\int P dx}y\} = e^{\int P dx}x = e^{\int P dx}Q$$

Sehingga penyelesaiannya:

$$\int d(e^{-x}y) = \int e^{-x}x dx$$

$$e^{-x}y = -e^{-x}x + \int e^{-x}x dx = (-e^{-x}x) - e^{-x} + c$$

$$y = -x - 1 + \frac{c}{e^{-x}}$$

2.5 Kriteria Routh-Hurwitz

Nilai-nilai karakteristik dari matriks A adalah akar-akar karakteristik dari polinomial [6]:

$$p(\lambda) = \det(\lambda I - A) = a_n\lambda^n + a_{n-1}\lambda^{n-1} + \dots + a_1\lambda^1 + a_0$$

dengan $a_n = 1$. Kriteria kestabilan Routh-Hurwitz dapat digunakan untuk mengecek langsung kestabilan melalui koefisien a_i tanpa menghitung akar-akar dari polinomial yang ada, yaitu dengan melakukan penabelan dan suatu aturan penghitungan dari koefisien a_i akan diketahui apakah polinomial yang diberikan semua akar-akar bagian riilnya adalah negatif.

Akar-akar persamaan karakteristik tersebut mempunyai bagian riil negatif jika:

$$D_1 = a_1 > 0$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ 1 & a_2 \end{vmatrix} > 0$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 \\ 1 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix} > 0$$

$$D_4 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & a_2 & a_4 & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & a_1 & a_3 & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 1 & a_2 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & a_k \end{vmatrix} > 0, \dots$$

dengan $k = 1, 2, 3, \dots, n$.

Misalkan $n = 4$, maka persamaan polinomial akan menjadi:

$$\lambda^4 + a_1\lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_3\lambda + a_4 = 0$$

Dengan menggunakan tabel Routh-Hurwitz, koefisien-koefisien pada polinomial, $a_0\lambda^4 + a_1\lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_3\lambda + a_4 = 0$ dapat disusun menjadi:

$$\begin{array}{l|lll} \lambda^n & a_n & a_{n-2} & a_{n-4} \dots \\ \lambda^{n-1} & a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} \dots \\ \lambda^{n-2} & b_1 & b_2 & b_3 \\ \lambda^{n-3} & c_1 & c_2 & c_3 \\ \vdots & \vdots & & \\ \lambda^0 & p & & \end{array}$$

dimana $b_1, b_2, \dots, c_1, c_2, \dots$ dan p secara rekursif diperoleh dari:

$$b_1 = \frac{a_{n-1}a_{n-2} - a_n a_{n-3}}{a_{n-1}}, b_2 = \frac{a_{n-1}a_{n-4} - a_n a_{n-5}}{a_{n-1}}$$

$$b_3 = \frac{a_{n-1}a_{n-6} - a_n a_{n-7}}{a_{n-1}}, \dots$$

$$c_1 = \frac{b_1 a_{n-3} - b_2 a_{n-1}}{b_1} c_2 = \frac{b_1 a_{n-5} - b_3 a_{n-1}}{b_1},$$

$$c_3 = \frac{b_1 a_{n-7} - b_4 a_{n-1}}{b_1}, \dots$$

Polinomial $a_0\lambda^4 + a_1\lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_3\lambda + a_4 = 0$ stabil jika semua kolom pertama bernilai positif.

2.6 Absolute Average Relative Deviation (AARD)

Hasil perhitungan yield lipid berdasarkan perhitungan dengan menggunakan model selanjutnya akan diuji keakuratannya dengan menggunakan *Absolute Average Relative Deviation* (AARD). Perhitungan keakuratan model dilakukan dengan formula sebagai berikut [7]:

$$ARD = ABS \left| \frac{Calculated - Experiment}{Calculated} \right| \times 100\% \quad (2.8)$$

$AARD = \frac{\sum_i^N ARD}{N}$, dengan N merupakan jumlah eksperimen.

Hasil eksperimen yang baik adalah hasil yang memiliki tingkat kepercayaan >95% dengan nilai signifikansi AARD <5%.

2.7 Analisis Dimensi dan Kesetaraan Besaran

Dimensi suatu besaran adalah cara besaran tersebut tersusun atas besaran-besaran pokoknya. Pada sistem Satuan Internasional (SI), ada tujuh besaran pokok yang berdimensi, sedangkan dua besaran pokok tambahan tidak berdimensi. Cara penulisan dimensi dari suatu besaran dinyatakan dengan lambing huruf tertentu dan diberi tanda kurung persegi.

Tabel 2.2 Tabel Besaran Pokok dan Dimensinya.

No.	Nama Besaran Pokok	Satuan	Lambang Satuan	Dimensi
1	Panjang	Meter	m	[L]
2	Massa	Kilogram	Kg	[M]
3	Waktu	Sekon	s	[T]
4	Kuat Arus Listrik	Ampere	A	[I]
5	Suhu	Kelvin	K	[θ]

6	Intensitas Cahaya	Candela	cd	[J]
7	Jumlah Zat	Mol	mol	[N]
8	Sudut Datar	Radian	Rad	-
9	Sudut Ruang	Steradian	Sr	-

Analisis dimensional adalah suatu cara untuk menentukan satuan dari suatu besaran turunan, dengan cara memperhatikan dimensi besaran tersebut.

Contoh:

$$\text{Gaya } (F) = \text{massa} \times \text{percepatan} = [M] \times [L][T]^{-2}$$

$$\begin{aligned} \text{Usaha } (W) &= \text{gaya} \times \text{perpindahan} = [M] \times [L][T]^{-2} \times [L] \\ &= [M][L]^2[T]^{-2} \end{aligned}$$

Selain digunakan untuk mencari satuan, dimensi juga dapat digunakan untuk menunjukkan kesetaraan beberapa besaran yang terlihat berbeda.

Contoh:

Diketahui:

$$\text{Dimensi Usaha } (W) = [M][L]^2[T]^{-2}$$

$$\text{Persamaan energi kinetik } E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

Ditanyakan: Bukti kesetaraannya?

Jawab:

$$\text{Dimensi Usaha } (W) = [M][L]^2[T]^{-2}$$

Angka $\frac{1}{2}$ pada Persamaan energi kinetik merupakan bilangan tak berdimensi, sehingga dimensi energi kinetik menjadi sebagai berikut:

$$\begin{aligned} E_k &= \frac{1}{2}mv^2 = \text{massa} \times (\text{kecepatan})^2 = [M] \times \{[L]^2[T]^{-1}\}^2 \\ &= [M][L]^2[T]^{-2} \end{aligned}$$

BAB III

METODE PENELITIAN

Bab ini menguraikan metode yang akan digunakan dalam penelitian secara rinci. Metodologi penelitian yang digunakan berguna sebagai acuan sehingga penelitian ini dapat disusun secara sistematis.

Tahapan-tahapan penelitian yang dilaksanakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

3.1 Studi Pendahuluan

Kegiatan ini dilakukan dengan mencari materi pendukung dari buku, jurnal, artikel dan lain-lain. Bahan-bahan yang dikaji meliputi karakteristik dari *Chlorella vulgaris*, proses transfer massa pada fase padat-cair, asumsi-asumsi yang digunakan untuk sistem fisis proses *leaching*, proses *leaching* dengan kecepatan aliran CXM yang bervariasi, koefisien perpindahan massa, analisis sistem, dan sebagainya.

3.2 Pembuatan Model Matematika

Proses yang melibatkan difusi molekuler dapat dibuat modelnya dengan penyederhanaan yang sesuai dengan Persamaan Fick dan persamaan diferensial umum untuk transfer massa. Secara umum, persoalan difusi molekuler diselesaikan dengan langkah-langkah sebagai berikut.

- a. Membuat gambaran sistem fisis proses *leaching*.
- b. Membuat daftar asumsi untuk pengembangan model matematika yang didasarkan pada pertimbangan tentang sistem fisis.
- c. Menyatakan kondisi batas dan kondisi awal.

- d. Menyelesaikan persamaan diferensial untuk mendapatkan profil konsentrasi atau parameter-parameter lain, untuk selanjutnya digunakan untuk mendeskripsikan proses transfer massa proses ekstraksi.

3.3 Analisis Sistem

Bagian ini adalah pengecekan sifat-sifat sistem, berupa kestabilan untuk mengetahui apakah sistem berbentuk persamaan linier atau tidak.

3.4 Analisis Hasil Ekstraksi

Model yang telah valid akan diplot dengan menggunakan *software* MATLAB. Setelah itu akan dilakukan analisis dari hasil ekstraksi yang diperoleh.

3.5 Penarikan Kesimpulan dan Pemberian Saran

Pada tahap ini akan dilakukan penarikan kesimpulan berdasarkan hasil penelitian dan penyelesaian dari tahap sebelumnya.

BAB IV

ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini akan dibahas tentang proses pembentukan model matematika proses ekstraksi lipid, kemudian dilanjutkan dengan analisis sistem. Setelah itu, pada akhir pembahasan akan diberikan analisis hasil simulasi untuk menunjukkan pengaruh suhu dan aliran pelarut yang diberikan pada model matematika terhadap hasil yield lipid yang berhasil diekstrak dari mikroalga *Chlorella vulgaris*.

4.1 Langkah-Langkah Pembentukan Model Matematika Ekstraksi Lipid

4.1.1 Asumsi yang digunakan

Beberapa asumsi yang digunakan dalam memodelkan proses ekstraksi adalah sebagai berikut:

- a. Adsorpsi terjadi diantara dua fase, yaitu:
 - i. Padat/solid (statis): sebagai adsorben, menyerap padatan CXM masuk ke dalam partikel mikroalga.
 - ii. Cair (bergerak): CXM-lipid, ikatan kompleks yang terbentuk.
- b. Untuk keseimbangan massa pada pelarut, gradien konsentrasi dalam arah radial diabaikan karena diameter ekstraktor yang kecil dan perpindahan massa adalah ke arah aksial.
- c. Mikroalga *Chlorella vulgaris* yang digunakan pada proses ekstraksi ini berbentuk sferis atau bola dengan diameter 2-10 μm . Untuk membentuk model matematika, maka diameter yang digunakan seragam.

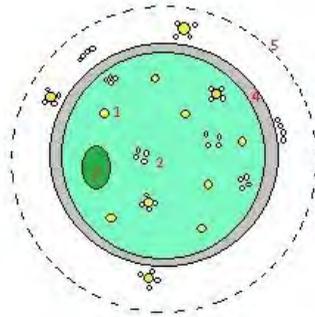
- d. Keseimbangan fase cair dan fase padat yang terjadi pada proses adsorpsi menggunakan Persamaan Langmuir [3].
- e. Kecepatan aliran pelarut, massa jenis, rate adsorpsi-desorpsi dan viskositasnya konstan selama proses adsorpsi. Perbedaan nilai keseimbangan yang tercapai diabaikan.
- f. Proses ekstraksi dilakukan berulang, karena konsentrasi lipid yang dapat terekstraksi kecil.

Dalam penelitian sebelumnya yang dilakukan oleh Yi-Hung Yang [2] terhadap ekstraksi mikroalga *Chlorella vulgaris* diperoleh hasil eksperimen yield lipid. Namun, penelitian tersebut belum disertai dengan model Matematika proses ekstraksi. Model matematika pada proses ekstraksi lipid disusun oleh tiga subsistem yang dibentuk oleh proses adsorpsi-desorpsi dengan faktor pendorong perpindahan massa (*driving force*) berupa perbedaan konsentrasi. Ketiga subsistem tersebut antara lain: 1) Adsorpsi-desorpsi antara lipid dengan CXM; 2) Keseimbangan massa lipid dalam partikel mikroalga; dan 3) Keseimbangan massa lipid pada aliran pelarut dalam kolom ekstraksi.

Langkah-langkah mekanisme ekstraksi lipid dari mikroalga dapat diuraikan sebagai berikut [3]:

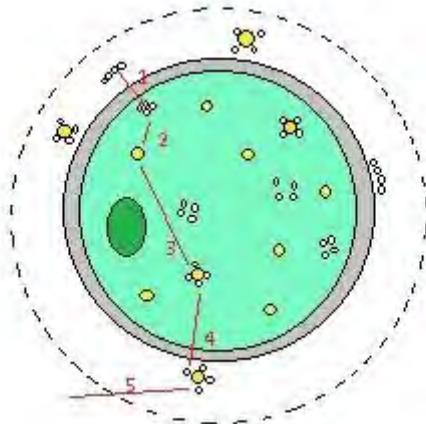
- a. Pelarut menembus dinding sel dan masuk ke dalam sitoplasma.
- b. Pelarut saling berinteraksi dengan lipid yang berada dalam dinding sel.
- c. Selanjutnya, pelarut dan lipid membentuk sebuah ikatan kompleks pelarut-lipid.
- d. Ikatan kompleks pelarut-lipid ini berdifusi keluar dari dinding sel karena adanya perbedaan gradien konsentrasi antara pelarut dengan partikel mikroalga.

- e. Kompleks keluar melalui film yang mengelilingi sel dan terbawa oleh aliran pelarut.



Gambar 4.1 Komponen dalam Mikroalga *Chlorella vulgaris*

Komponen yang terdapat pada mikroalga pada Gambar 4.1 adalah: 1. Lipid; 2. CXM; 3. Nukleus; 4. Dinding Sel; dan 5. Lapisan Film.



Gambar 4.2 Mekanisme Ekstraksi dengan Pelarut

4.1.2 Model Matematika

Berdasarkan mekanisme proses ekstraksi diatas, maka pembentukan subsistem dapat diuraikan sebagai berikut. Proses ekstraksi mikroalga merupakan proses pelepasan solut (lipid) dari matriks sel ke dalam pelarut. Proses ini merupakan proses perpindahan massa. Solut yang berada dalam matriks sel akan dilepaskan dan terikat dengan pelarut yang berdifusi ke dalam sel dengan proses pelarutan. Selanjutnya, solut yang terlarut akan berdifusi melalui pori menuju permukaan partikel. Pada bagian luar dari partikel mikroalga terdapat lapisan film yang memisahkan antara konsentrasi pada aliran dan konsentrasi di permukaan partikel. Akhirnya, solut bergerak melewati lapisan film stagnan di sekeliling partikel menuju aliran pelarut seperti ilustrasi pada poin 5 pada Gambar 4.2. Ilustrasi diatas kemudian menjadi dasar pembentukan model Matematika perpindahan massa lipid yang dibagi menjadi 3 subsistem yang dinyatakan sebagai berikut:

1. Subsistem 1

Pada subsistem 1, digambarkan proses keseimbangan yang terjadi pada aliran pelarut dalam kolom ekstraksi. Secara umum dalam penyelesaian masalah, persamaan diferensial yang lengkap menggambarkan peristiwa konveksi aksial, dispersi aksial, dispersi radial, perpindahan massa dari permukaan padatan ke aliran pelarut dan akumulasi. Pendekatan model secara umum tersebut dalam bentuk persamaan adalah sebagai berikut:

$$\varepsilon V \frac{\partial C}{\partial t} + vV \frac{\partial C}{\partial z} = VD_L \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} + V \frac{D_R}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial C}{\partial r} \right) - (1 - \varepsilon) V k_f (C - C_{sat}^*) \quad (4.1)$$

Peristiwa perpindahan massa ke arah aksial jauh lebih besar daripada peristiwa dispersi aksial. Dispersi aksial adalah mekanisme yang menyebabkan sampel menyebar di dalam pelarut, yang merupakan produk dari terbentuknya perbedaan kecepatan di dalam dimensi ruang, yang pada model ini dinyatakan dengan z yang menyatakan panjang kolom ekstraktor. Fenomena dispersi aksial, dengan pemberian dimensi waktu yang mencukupi dapat direpresentasikan dalam bentuk proses Difusi Fick pada Persamaan (2.3) dan (2.4). Sementara itu perpindahan massa karena dispersi radial, dimana ruang dispersi radial yang disimbolkan dengan r menyatakan perubahan yang terjadi terhadap jari-jari kolom ekstraksi, dapat diabaikan, karena aliran solut-pelarut ke arah aksial. Karena besarnya nilai dispersi aksial sangat kecil, maka dispersi aksial diabaikan.

Keseimbangan massa dalam aliran fluida dengan mengabaikan dispersi aksial dan dispersi radial adalah sebagai berikut:

$$D_L \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} = 0; \frac{D_R}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial C}{\partial r} \right) = 0$$

$$vV \frac{\partial C_s}{\partial z} + \varepsilon V \frac{\partial C_s}{\partial t} + (1 - \varepsilon_p)V \frac{\partial C_p}{\partial t} = 0 \quad (4.2)$$

Apabila diasumsikan bahwa proses ekstraksi terjadi secara seragam dalam arah aksial di sepanjang kolom ekstraktor selama waktu ekstraksi kecil, maka dengan kata lain $\frac{\partial C_s}{\partial z} =$ konstan, berdasarkan analisis dimensional dan kesetaraan besaran maka persamaan perpindahan massa ke arah aksial dapat dibentuk menjadi:

$$vV \frac{\partial C_s}{\partial z} = ([L]/[T])([L])^3 \left(\frac{[M]}{[L]^3} \div [L] \right)$$

Sehingga berdasarkan hubungan dari persamaan umum laju aliran massa:

$$S = \rho \cdot a \cdot v$$

dimana:

$$S = \text{laju aliran massa} \left(\frac{kg}{s} \right), ([M]/[T])$$

$$\rho = \text{massa jenis fluida} \left(\frac{kg}{m^3} \right), ([M]/[L]^3)$$

$$a = \text{luas penampang aliran} (m^2), ([L]^2)$$

$$v = \text{kecepatan aliran fluida} \left(\frac{m}{s} \right), ([L]/[T])$$

Dimana bentuk persamaan umum diatas dapat dibawa ke dalam bentuk persamaan serupa yang memiliki dimensi dan sifat-sifat yang mempengaruhi pelarut, yaitu diameter kolom ekstraksi dan diameter yang kecil, maka persamaan umum laju aliran massa dapat dibawa ke dalam bentuk:

$$vV \frac{\partial C_s}{\partial z} \rightarrow ([L]/[T])([L])^3 \left(\frac{[M]}{[L]^3} \div [L] \right) \rightarrow ([M]/[T]) \rightarrow \frac{kg}{s}$$

$$\frac{S}{a\rho} V \frac{\partial C_s}{\partial z} \rightarrow (([M]/[T]) \div [L]^2 ([M]/[L]^3)) [L]^3 (([M]/[L]^3) \div [L]) \rightarrow \frac{S}{\rho} C_s$$

Sehingga berdasarkan penyederhanaan diatas diperoleh persamaan perpindahan massa ke arah aksial berupa:

$$vV \frac{\partial C_s}{\partial z} \rightarrow \frac{S}{\rho} C_s.$$

Selanjutnya bentuk persamaan perpindahan massa pada aliran besar pelarut berubah menjadi:

$$\begin{aligned} \frac{S}{\rho}C_s + \varepsilon V \frac{dC_s}{dt} + (1 - \varepsilon_p)V \frac{dC_p}{dt} &= 0 \\ \varepsilon V \frac{dC_s}{dt} &= \left(-\frac{S}{\rho}C_s\right) - (1 - \varepsilon_p)V \frac{dC_p}{dt} \\ \frac{dC_s}{dt} &= -\frac{(1 - \varepsilon_p)}{\varepsilon} \frac{dC_p}{dt} - \frac{S}{\rho\varepsilon V}C_s \end{aligned} \quad (4.3)$$

dimana:

S : Kecepatan aliran pelarut

ρ : Massa jenis pelarut

2. Subsistem 2

Pada subsistem ini, terjadi proses keseimbangan massa pada partikel mikroalga. Berdasarkan persamaan (2.5) maka persamaan untuk subsistem 2 digambarkan sebagai perpindahan massa melalui bagian luar lapisan film, adalah sebagai berikut:

$$\frac{dC_p}{dt} = -\frac{k_f a(C_p - C_{sat}^*)}{V(1 - \varepsilon_p)} \quad (4.4)$$

Berdasarkan persamaan umum perpindahan massa zat terlarut pada Persamaan (2.6), maka dengan mempertimbangkan terjadinya proses perpindahan massa lipid dengan cara absorpsi maka persamaan diatas dapat dibawa ke dalam bentuk:

$$\frac{dC_p}{dt} = -\frac{k_f a(C_p - C_{sat}^*)}{V(1 - \varepsilon_p)} - \frac{dC_l}{dt} \quad (4.5)$$

dimana $\frac{dC_l}{dt}$ adalah perubahan massa partikel karena proses absorpsi.

3. Subsistem 3

Pada proses ini terjadi penyerapan pelarut CXM. Adsorpsi terjadi ketika pelarut terikat pada lipid di dalam mikroalga dan selanjutnya terjadi proses penyerapan berbalik arah untuk keluar dari fase padat (solid) partikel mikroalga. Dengan asumsi bahwa lipid memiliki permukaan yang homogen, proses ekstraksi terjadi pada keadaan isothermal dan laju adsorpsi berbeda dengan laju desorpsi, maka persamaan dapat dibentuk dengan mengikuti persamaan untuk proses adsorpsi [3] yaitu:

Tingkat masuk (adsorpsi): k_a

Tingkat keluar (desorpsi): k_d

Tingkat perubahan konsentrasi CXM yang diserap oleh lipid:

$$\frac{dC_l}{dt} = k_a C_p - k_d C_l \quad (4.6)$$

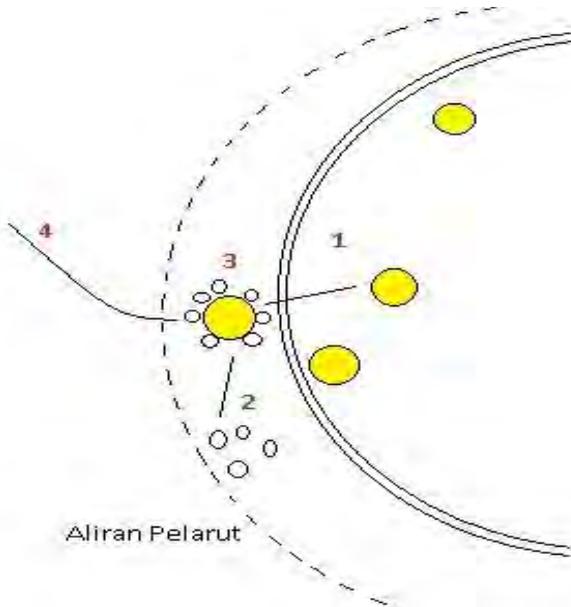
dimana:

C_l : Konsentrasi lipid di permukaan partikel

k_a : Konstanta kinetik adsorpsi

k_d : Konstanta kinetik desorpsi

C_p : Konsentrasi partikel mikroalga



Gambar 4.3 Mekanisme Adsorpsi-Desorpsi

Berdasarkan pada mekanisme ekstraksi pada setiap subsistem yang membentuk proses transfer massa lipid diatas yaitu pada Persamaan (4.3), (4.5) dan (4.6) maka diperoleh model dinamik proses ekstraksi lipid mikroalga *Chlorella vulgaris* sebagai berikut:

$$\frac{dC_s}{dt} = -\frac{(1 - \varepsilon_p) dC_p}{\varepsilon} - \frac{S}{\rho \varepsilon V} C_s \quad (4.3)$$

$$\frac{dC_p}{dt} = -\frac{k_f a (C_p - C_{sat})}{V(1 - \varepsilon_p)} - \frac{dC_l}{dt} \quad (4.5)$$

$$\frac{dC_l}{dt} = k_a C_p - k_d C_l \quad (4.6).$$

Tabel 4.1 Keterangan Variabel dan Parameter Model Ekstraksi

Simbol	Keterangan	Satuan
C_l	Konsentrasi lipid di permukaan partikel	kg/m^3
C_p	Konsentrasi lipid dalam partikel mikroalga	kg/m^3
k_a	Konstanta kinetik adsorpsi	1/s
k_d	Konstanta kinetik desorpsi	1/s
k_f	Koefisien transfer massa	m/s
a	Luas permukaan partikel mikroalga ($4\pi r^2$)	m^2
C_{sat}^*	Konsentrasi lipid dalam keseimbangan	kg/m^3
V	Volume pelarut	m^3
ε_p	Porositas partikel mikroalga	—
C_S	Konsentrasi lipid dalam aliran pelarut	kg/m^3
S	Kecepatan aliran pelarut	kg/s
ρ	Massa jenis pelarut	kg/m^3

4.1.3 Penentuan Nilai Parameter

Model matematika yang telah dibentuk diatas melibatkan beberapa parameter, antara lain: koefisien transfer massa (k_f), difusivitas terhadap partikel (D_e), porositas partikel mikroalga (ε_p), dan konstanta adsorpsi-desorpsi (k).

Difusivitas pelarut terhadap partikel dihitung berdasarkan Persamaan Stokes-Einstein, dengan κ merupakan konstanta Boltzman bernilai $1.3806504 \times 10^{-23} J/K$ yaitu [8]:

$$D_{AB} = \frac{\kappa T}{6\pi r_p \mu_A}$$

dimana:

D_{AB} = Difusivitas A terhadap B (m^2/s)

T = Suhu (K)

r_p = Jari-jari partikel bola (m)

μ_A = Viskositas Pelarut ($Pa \cdot s$)

Karena partikel mikroalga memiliki resistansi terhadap jumlah pelarut yang dapat berdifusi ke dalam partikel, maka nilai difusivitas yang efektif diberikan oleh persamaan berikut [9]:

$$D_e = \varepsilon_p^2 D_{AB}$$

Koefisien perpindahan massa lipid dari dihitung berdasarkan persamaan [10]:

$$k_f = 15 \frac{D_e}{r^2}$$

Porositas partikel mikroalga pada proses ekstraksi ini adalah 0.3 [8]. Sedangkan rate adsorpsi dan desorpsi pada model menggunakan asumsi dengan nilai $2 \times 10^{-6}/s$ dan $1 \times 10^{-6}/s$.

4.2 Analisis Kestabilan Sistem

Selanjutnya dilakukan analisis sistem pada persamaan diatas. Berdasarkan Persamaan (4.3), (4.5), dan (4.6) pada sub-bab diatas, maka dapat dibentuk persamaan sebagai berikut:

$$\frac{dC_s}{dt} = -\frac{(1 - \varepsilon_p)}{\varepsilon} \left\{ -\frac{k_f a (C_p - C_{sat}^*)}{V(1 - \varepsilon_p)} - k_a C_p + k_d C_l \right\} - \frac{S}{\rho \varepsilon V} C_s$$

$$\frac{dC_p}{dt} = -\frac{k_f a (C_p - C_{sat}^*)}{V(1 - \varepsilon_p)} - k_a C_p + k_d C_l$$

$$\frac{dC_l}{dt} = k_a C_p - k_d C_l$$

Sehingga dapat dibentuk matriks ruang keadaan sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} \dot{C}_s \\ \dot{C}_p \\ \dot{C}_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{S}{\rho \varepsilon V} & \frac{(1 - \varepsilon_p)}{\varepsilon} \left(\frac{k_f a}{V(1 - \varepsilon_p)} + k_a \right) & -\frac{(1 - \varepsilon_p)}{\varepsilon} k_d \\ 0 & -\left(\frac{k_f a}{V(1 - \varepsilon_p)} + k_a \right) & k_d \\ 0 & k_a & -k_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_s \\ C_p \\ C_l \end{bmatrix}$$

Misalkan:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{S}{\rho \varepsilon V} & \frac{(1 - \varepsilon_p)}{\varepsilon} \left(\frac{k_f a}{V(1 - \varepsilon_p)} + k_a \right) & -\frac{(1 - \varepsilon_p)}{\varepsilon} k_d \\ 0 & -\left(\frac{k_f a}{V(1 - \varepsilon_p)} + k_a \right) & k_d \\ 0 & k_a & -k_d \end{bmatrix}$$

Selanjutnya akan dicari akar-akar karakteristik dari matriks A diatas. Berdasarkan persamaan:

$$|\lambda I - A| x = 0$$

maka

$$\begin{bmatrix} \lambda + \frac{S}{\rho \varepsilon V} & \frac{(1 - \varepsilon_p)}{\varepsilon} \left(\frac{k_f a}{V(1 - \varepsilon_p)} + k_a \right) & -\frac{(1 - \varepsilon_p)}{\varepsilon} k_d \\ 0 & \lambda + \left(\frac{k_f a}{V(1 - \varepsilon_p)} + k_a \right) & k_d \\ 0 & k_a & \lambda + k_d \end{bmatrix} = 0$$

Dari bentuk perkalian matriks A diperoleh persamaan akar-akar karakteristik sebagai berikut:

$$|\lambda I - A| = \left(\lambda + \frac{S}{\rho \varepsilon V} \right) \left(\lambda + \left(\frac{k_f a}{V(1 - \varepsilon_p)} + k_a \right) \right) (\lambda + k_d) - k_a k_d \left(\lambda + \frac{S}{\rho \varepsilon V} \right) = 0$$

Berdasarkan kriteria Routh-Hurwitz, persamaan karakteristik diatas dapat ditulis sebagai berikut:

$$a_0 \lambda^3 + a_1 \lambda^2 + a_2 \lambda^1 + a_3 = 0$$

Dengan masing-masing nilai untuk a_1 , a_2 , dan a_3 adalah:

$$a_0 = 1$$

$$a_1 = \left(\frac{S}{\rho \varepsilon V} \right) + \left(\frac{k_f a}{V(1 - \varepsilon_p)} + k_a \right) + k_d$$

$$a_2 = \left(\frac{S}{\rho \varepsilon V} \right) \left(\frac{k_f a}{V(1 - \varepsilon_p)} + k_a \right) + \left(\frac{S}{\rho \varepsilon V} \right) k_d + \left(\frac{k_f a}{V(1 - \varepsilon_p)} + k_a \right) k_d - k_a k_d$$

$$a_3 = \left(\frac{S}{\rho \varepsilon V} \right) \left(\frac{k_f a}{V(1 - \varepsilon_p)} + k_a \right) k_d - k_a k_d \left(\frac{S}{\rho \varepsilon V} \right)$$

Sistem dikatakan stabil jika akar-akar persamaan karakteristik dari matriks A mempunyai nilai eigen dengan bagian riil negatif jika dan hanya jika $a_1 > 0$, $b_1 > 0$ dan $c_1 > 0$. Dengan menggunakan rumus Routh-Hurwitz dapat dituliskan dalam tabel sebagai berikut:

$$\begin{array}{l|ll} \lambda^3 & a_0 & a_2 & a_0 = 0 \\ \lambda^2 & a_1 & a_3 & 0 \\ \lambda^1 & b_1 & b_2 & 0 \\ \lambda^0 & c_1 & 0 & 0 \end{array}$$

Nilai a_1, a_2, a_3 dan dianalisis sebagai berikut. Diberikan nilai parameter yang digunakan dalam proses ekstraksi sebagai berikut:

Tabel 4.2 Nilai Parameter Model Ekstraksi Mikroalga *Chlorella vulgaris*

Parameter	Nilai
k_a	0.000002 s^{-1}
k_d	0.000001 s^{-1}
k_f	1.72737 m/s
a	$1.256 \times 10^{-11} \text{ m}^2$
C_{sat}^*	9.25
V	$9 \times 10^{-5} \text{ m}^3$
ε_p	0.3
S	$5 \times 10^{-5} \text{ kg/s}$
ρ	74.79195 kg/m^3

Karena nilai parameter $S, \rho, \varepsilon, V, k_f, a, k_a,$ dan k_d semua bernilai positif, berdasarkan perhitungan pada Lampiran B jelas bahwa $a_1, a_2, a_3, a_4 > 0$.

Nilai b_1 dihitung sebagai berikut:

$$b_1 = \frac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{a_1}$$

Karena $a_1 > 0$, maka nilai b_1 akan bernilai $\frac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{a_1} > 0$ jika

$$a_1 a_2 > a_0 a_3.$$

Dengan nilai:

$$a_0 = 1$$

$$a_1 = 2.48 \times 10^{-2}$$

$$a_2 = 1.68 \times 10^{-7}$$

$$a_3 = 1.93 \times 10^{-13}$$

dimana nilai dari:

$$a_1 a_2 = (2.48 \times 10^{-2}) \times (1.68 \times 10^{-7}) = 4.17 \times 10^{-9}$$

dan

$$a_0 a_3 = 1.93 \times 10^{-13}$$

$$b_1 = \frac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{a_1} = \frac{4.17 \times 10^{-9} - 1.93 \times 10^{-13}}{2.48 \times 10^{-2}} = 1.6810^{-7}$$

maka dapat disimpulkan bahwa $b_1 > 0$.

Nilai c_1 dihitung sebagai berikut:

$$c_1 = \frac{b_1 a_3 - b_2 a_1}{b_1}$$

dimana

$$b_2 = \frac{a_1 a_4 - a_5 a_0}{a_1}$$

dengan $a_4 = 0$ dan $a_5 = 0$. Sehingga nilai $b_2 = 0$.

Maka nilai c_1 akan bernilai $\frac{b_1 a_3 - b_2 a_1}{b_1} > 0$ jika $b_1 a_3 > b_2 a_1$.

Karena nilai $b_2 = 0$, maka jelas bahwa $b_1 a_3 > b_2 a_1$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa $c_1 > 0$.

Karena nilai $a_1 > 0$, $b_1 > 0$ dan $c_1 > 0$ maka sistem ini stabil.

4.3 Persamaan Matematika Yield Lipid

Selanjutnya dengan substitusi Persamaan (4.5) dan Persamaan (4.6) ke dalam Persamaan (4.3), diperoleh penyelesaian persamaan konsentrasi lipid secara analitik pada aliran pelarut sebagai berikut:

$$\frac{dC_s}{dt} = -\frac{(1 - \varepsilon_p)}{\varepsilon} \left(-\frac{k_f a (C_p - C_{sat}^*)}{V(1 - \varepsilon_p)} - k_a C_p + k_d C_l \right) - \frac{S}{\rho \varepsilon V} C_s$$

$$\frac{dC_s}{dt} = \frac{(1 - \varepsilon_p)}{\varepsilon} \left(\frac{k_f a (C_p - C_{sat}^*)}{V(1 - \varepsilon_p)} + k_a C_p - k_d C_l \right) - \frac{S}{\rho \varepsilon V} C_s$$

$$\frac{dC_s}{dt} + \frac{S}{\rho \varepsilon V} C_s = \frac{(1 - \varepsilon_p)}{\varepsilon} \left(\frac{k_f a (C_p - C_{sat}^*)}{V(1 - \varepsilon_p)} + k_a C_p - k_d C_l \right)$$

Misalkan digunakan faktor pengintegralan sebagai berikut:

$$f(t) = e^{\int \frac{S}{\rho \varepsilon V} dt} = e^{\frac{S}{\rho \varepsilon V} t}$$

maka jika kedua ruas dikalikan dengan faktor pengintegralan persamaan akan menjadi:

$$e^{\frac{S}{\rho \varepsilon V} t} \frac{dC_s}{dt} + e^{\frac{S}{\rho \varepsilon V} t} \frac{S}{\rho \varepsilon V} C_s =$$

$$e^{\frac{S}{\rho \varepsilon V} t} \frac{(1 - \varepsilon_p)}{\varepsilon} \left(\frac{k_f a (C_p - C_{sat}^*)}{V(1 - \varepsilon_p)} + k_a C_p - k_d C_l \right)$$

$$\frac{d}{dt} \left[C_s e^{\frac{S}{\rho \varepsilon V} t} \right] = e^{\frac{S}{\rho \varepsilon V} t} \frac{(1 - \varepsilon_p)}{\varepsilon} \left(\frac{k_f a (C_p - C_{sat}^*)}{V(1 - \varepsilon_p)} + k_a C_p - k_d C_l \right)$$

$$d \left[C_s e^{\frac{S}{\rho \varepsilon V} t} \right] = e^{\frac{S}{\rho \varepsilon V} t} \frac{(1 - \varepsilon_p)}{\varepsilon} \left(\frac{k_f a (C_p - C_{sat}^*)}{V(1 - \varepsilon_p)} + k_a C_p - k_d C_l \right) dt$$

$$\int d \left[C_s e^{\frac{S}{\rho \varepsilon V} t} \right] = \int e^{\frac{S}{\rho \varepsilon V} t} \frac{(1 - \varepsilon_p)}{\varepsilon} \left(\frac{k_f a (C_p - C_{sat}^*)}{V(1 - \varepsilon_p)} + k_a C_p - k_d C_l \right) dt$$

$$C_s e^{\frac{S}{\rho \epsilon V} t} = \frac{1}{S} e^{\frac{S}{\rho \epsilon V} t} \frac{(1 - \epsilon_p)}{\epsilon} \left(\frac{k_f a (C_p - C_{sat}^*)}{V(1 - \epsilon_p)} + k_a C_p - k_d C_l \right) + C$$

Kemudian bagi kedua ruas dengan $e^{\frac{S}{\rho \epsilon V} t}$ sehingga:

$$C_s = \frac{\rho \epsilon V (1 - \epsilon_p)}{S} \frac{(k_f a (C_p - C_{sat}^*)}{\epsilon} + k_a C_p - k_d C_l) + \frac{c}{e^{\frac{S}{\rho \epsilon V} t}}$$

Misalkan

$$C_s(0) = C_{s0}$$

maka

$$C_{s0} = \frac{\rho \epsilon V (1 - \epsilon_p)}{S} \frac{(k_f a (C_p - C_{sat}^*)}{\epsilon} + k_a C_p - k_d C_l) + \frac{c}{e^0}$$

$$c = C_{s0} - \frac{\rho \epsilon V (1 - \epsilon_p)}{S} \frac{(k_f a (C_p - C_{sat}^*)}{\epsilon} + k_a C_p - k_d C_l)$$

sehingga

$$C_s = \frac{\rho \epsilon V (1 - \epsilon_p)}{S} \frac{(k_f a (C_p - C_{sat}^*)}{\epsilon} + k_a C_p - k_d C_l) + \frac{C_{s0} - \frac{\rho \epsilon V (1 - \epsilon_p)}{S} \frac{(k_f a (C_p - C_{sat}^*)}{\epsilon} + k_a C_p - k_d C_l)}{e^{\frac{S}{\rho \epsilon V} t}}$$

$$C_s =$$

$$\frac{\rho \epsilon V (1 - \epsilon_p)}{S} \frac{(k_f a (C_p - C_{sat}^*)}{\epsilon} + k_a C_p - k_d C_l)$$

$$\left(1 - \frac{1}{\frac{S}{e^{\rho \epsilon V^t}}}\right) + \frac{C_{s0}}{\frac{S}{e^{\rho \epsilon V^t}}} \quad (4.7)$$

Dan untuk menghitung banyaknya lipid selama 30 menit (1800 detik) proses ekstraksi adalah dengan persamaan:

$$Y = \int_0^{1800} C_s dt \quad (4.8)$$

Berdasarkan Persamaan (4.8), maka hasil yield lipid yang diperoleh dihitung dengan menggunakan pendekatan persamaan:

$$\int_0^{1800} C_{s1800} dt \approx C_{s1800} \cdot 1800$$

4.4 Perbandingan Hasil Yield

Selanjutnya adalah tahap membandingkan hasil ekstraksi berdasarkan hasil eksperimen dengan hasil yang diperoleh dengan perhitungan berdasarkan model Matematika. Hasil yield lipid yang diperoleh dipengaruhi oleh nilai parameter yang digunakan. Untuk nilai parameter yang digunakan pada pelarut, perbedaan perpaduan suhu dan tekanan akan menghasilkan massa jenis pelarut dan sifat-sifat yang berbeda. Berikut ini diberikan nilai parameter untuk viskositas yang akan digunakan dalam perhitungan hasil yield lipid.

Tabel 4.3 Hubungan Suhu dan Tekanan pada Viskositas Pelarut

Suhu (K)	Tekanan (MPa)	Viskositas (Pa s)
348	6	18.6552×10^{-6}
363	8	20.1967×10^{-6}
373	6	19.5445×10^{-6}
333	4	17.2737×10^{-6}

323	6	17.928×10^{-6}
363	4	18.54355×10^{-6}
348	9.5	21.6755×10^{-6}
348	2.5	17.5806×10^{-6}
333	8	19.9567×10^{-6}

Dari informasi viskositas pada tabel diatas dapat disimpulkan bahwa tekanan dan suhu yang berbeda akan mempengaruhi viskositas pelarut, yang akan berpengaruh pada difusivitas dan koefisien transfer massa pada proses ekstraksi.

Kadar yield hasil eksperimen selanjutnya dihitung dengan menggunakan Persamaan (2.1). Tujuannya adalah untuk mencari nilai kadar minyak alga yang sesungguhnya. Hal ini dapat diketahui dengan perbandingan terhadap kadar minyak teoretis yang diberikan oleh Yi Hung Yang [2] yaitu sebesar 20.7%. Kadar minyak ini berbeda dengan kadar minyak maksimal pada penelitian lain yang menyatakan bahwa kandungan lipid maksimal dapat mencapai total hingga 58%. Dari perbedaan kandungan minyak secara teoretis ini disimpulkan bahwa perbedaan kandungan lipid dapat terjadi karena adanya perbedaan pada faktor pendukung pertumbuhan mikroalga.

Selanjutnya adalah membandingkan hasil yield lipid yang diperoleh eksperimen dan perhitungan. Berdasarkan Persamaan *Absolut Average Relative Deviation (AARD)* maka perbandingan perolehan yield lipid antara hasil ekstraksi dengan perhitungan berdasarkan model Matematika adalah sebagai berikut:

Tabel 4.4 Perbandingan Hasil Ekstraksi Solusi Analitik Mikroalga *Chlorella vulgaris*

Tekanan (MPa)	Suhu (K)	Ekstrak (% Yield)		ARD (%)
		Eksperimen	Perhitungan	
6	348	16.10	16.2084	0.668875
8	363	16.58	15.4635	7.220533
6	373	13.04	14.4084	9.497456
4	333	13.68	13.2182	3.4936
6	348	16.04	16.2084	1.039053
6	348	15.02	16.2084	7.332081
6	348	13.33	11.9088	11.93434
4	333	10.43	10.8807	4.142059
6	323	13.64	13.8904	1.802847
6	348	16.10	16.2084	0.668875
4	363	17.51	15.5509	12.59785
6	348	16.29	16.2084	0.503356
6	348	16.58	16.2084	2.29255
6	348	16.24	16.2084	0.194874
8	363	14.01	15.4635	9.399297
4	363	12.42	13.3673	7.0866
9.5	348	17.49	18.4623	5.266452
2.5	348	13.14	13.6288	3.586779
8	333	16.27	16.3759	0.646676
8	333	16.56	16.3759	1.124219
AARD				4.524919

Tabel 4.5 Perbandingan Hasil Ekstraksi Solusi Numerik Mikroalga *Chlorella vulgaris*

Tekanan (MPa)	Suhu (K)	Ekstrak (% Yield)		ARD (%)
		Eksperimen	Perhitungan	
6	348	16.10	16.1111	0.0689
8	363	16.58	15.3712	7.86406
6	373	13.04	14.3220	8.95126
4	333	13.68	13.2223	3.46158
6	348	16.04	16.1111	0.44131
6	348	15.02	16.1111	6.77235
6	348	13.33	11.8406	12.5788
4	333	10.43	10.9013	4.32334
6	323	13.64	13.7597	0.86993
6	348	16.10	16.1111	0.0689
4	363	17.51	15.5427	12.6574
6	348	16.29	16.1111	1.11041
6	348	16.58	16.1111	2.91042
6	348	16.24	16.1111	0.80007
8	363	14.01	15.3712	8.85552
4	363	12.42	13.2242	6.08128
9.5	348	17.49	18.3974	4.93222
2.5	348	13.14	13.5801	3.24077
8	333	16.27	16.2585	0.07073
8	333	16.56	16.2585	1.85441
AARD				4.39568

Berdasarkan nilai *Absolute Average Relative Deviation* (AARD) yang diperoleh berdasarkan solusi analitik pada Tabel 4.4, maka dapat disimpulkan bahwa model memiliki tingkat

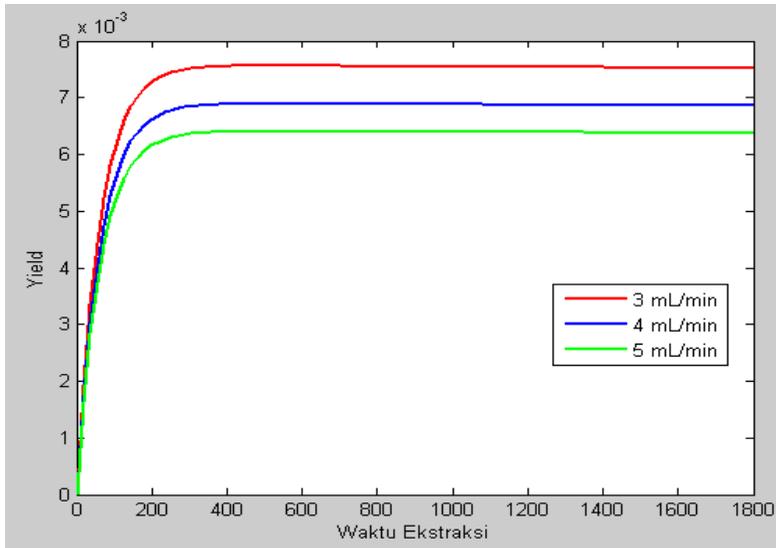
kepercayaan >95%, karena nilai signifikan <5%. Kesimpulan yang sama juga diperoleh jika menggunakan hasil ekstraksi dengan menggunakan solusi numerik pada Tabel 4.5. Hasil AARD menunjukkan nilai 4.39568% dibandingkan dengan nilai hasil eksperimen. Nilai AARD ini lebih kecil dari nilai signifikan, sehingga dapat disimpulkan bahwa model memiliki tingkat kepercayaan >95%.

4.5 Analisis Hasil Ekstraksi

Setiap percobaan pada eksperimen Yi Hung Yang [2] dioperasikan dengan menggunakan nilai variabel yang berbeda-beda, yang diantaranya adalah suhu, tekanan, dan kecepatan aliran CO₂. Perbedaan nilai variabel pengoperasian proses ekstraksi akan berpengaruh pada proses perpindahan massa lipid, yaitu jumlah yield lipid yang dihasilkan, karena akan berpengaruh langsung pada nilai difusivitas pelarut pada mikroalga.

Suhu, tekanan, dan laju aliran massa CO₂ adalah variabel yang akan diuji pada penelitian ini. Selanjutnya hasil simulasi dengan variabel yang sesuai dengan data yang diperoleh berdasarkan penelitian Yi Hung Yang [2] akan digunakan sebagai acuan dalam meneguji kecocokan dan menganalisis efek variabel suhu, tekanan, dan temperatur.

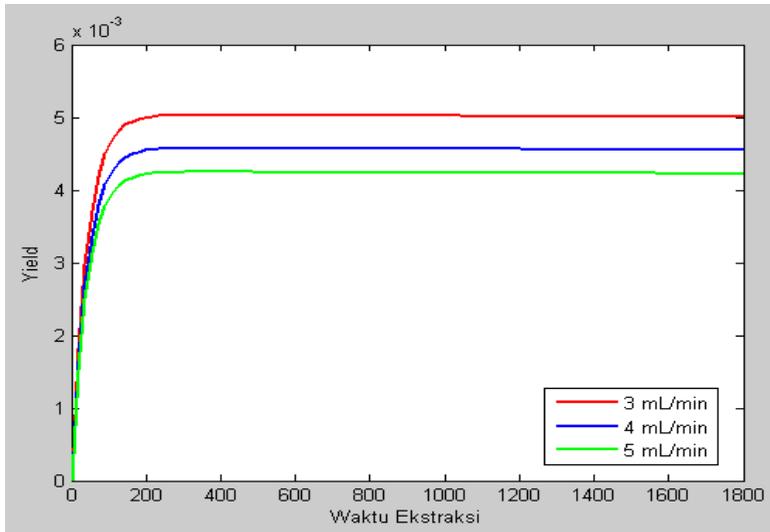
Berikut ini akan dibandingkan beberapa hasil ekstraksi dengan menggunakan beberapa nilai berbeda untuk variabel yang digunakan. Dibawah ini adalah hasil grafik plot proses ekstraksi dengan parameter ekstraksi kecepatan aliran CO₂ sebesar 3 mL/min, tekanan 6 MPa, dan suhu 348 K.



Gambar 4.4 Ekstraksi Mikroalga *Chlorella vulgaris* dengan Suhu 348 K, Tekanan 6 MPa

Hasil yang berbeda ditunjukkan pada saat suhu dan tekanan yang sama dioperasikan dengan menggunakan kecepatan aliran CO₂ yang lebih besar, yaitu 4 mL/min dan 5 mL/min.

Selanjutnya, Gambar 4.5 adalah hasil grafik plot proses ekstraksi dengan parameter ekstraksi kecepatan aliran CO₂ sebesar 3 mL/min, 4 mL/min, dan 5 mL/min, menggunakan tekanan 4 MPa, dan suhu 333 K.



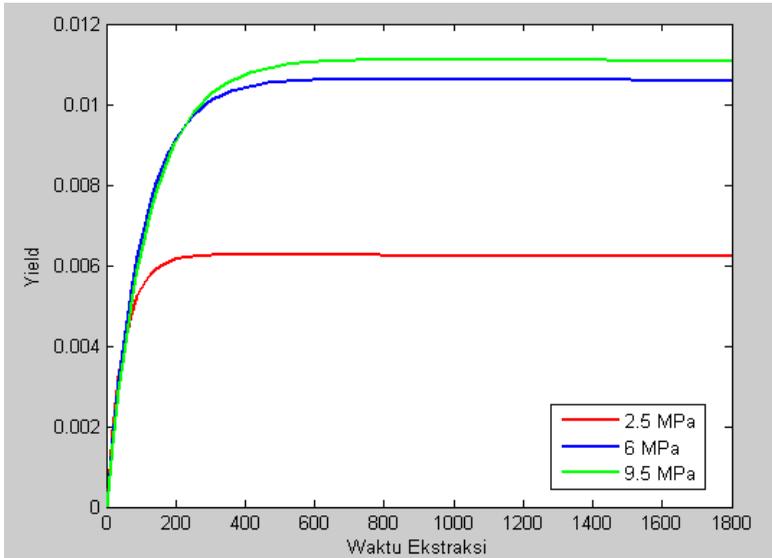
Gambar 4.5 Ekstraksi Mikroalga *Chlorella vulgaris* dengan Suhu 333 K, Tekanan 4 MPa

Hasil yang berbeda juga ditunjukkan pada saat suhu dan tekanan yang sama dioperasikan dengan menggunakan kecepatan aliran CO₂ yang lebih besar, yaitu 4 mL/min dan 5 mL/min.

Berdasarkan hasil simulasi diatas maka dapat disimpulkan bahwa pemberian laju aliran massa CO₂ akan menghasilkan hasil ekstraksi yang berbeda. Dari Gambar 4.4 dan Gambar 4.5 diperoleh informasi bahwa laju aliran massa CO₂ yang memberikan hasil yield paling besar adalah pada saat 3 mL/min. Hal ini dilihat berdasarkan penyimpangan yang terjadi antara hasil ekstraksi dari eksperimen/penelitian dengan hasil ekstraksi hasil perhitungan yang jauh lebih kecil namun mendekati nilai yield hasil eksperimen.

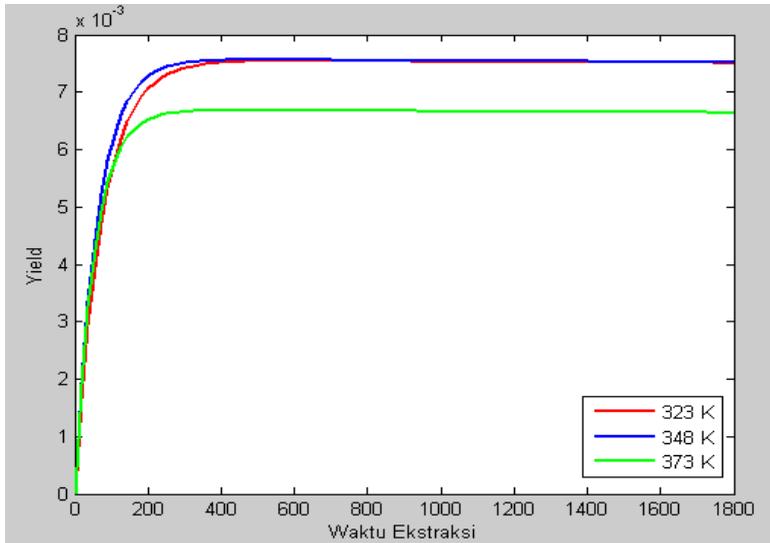
Gambar 4.6 menunjukkan efek perbedaan tekanan yang diberikan pada saat ekstraksi. Dengan pemberian suhu yang sama

yaitu 348 K, dan tekanan masing-masing 2.5 MPa, 6 MPa, dan 9.5 MPa, maka grafik pada Gambar 4.6 menunjukkan bahwa yield tertinggi dihasilkan pada saat pemberian tekanan sebesar 9.5 MPa.



Gambar 4.6 Efek Perbedaan Tekanan pada Yield Hasil Ekstraksi Mikroalga

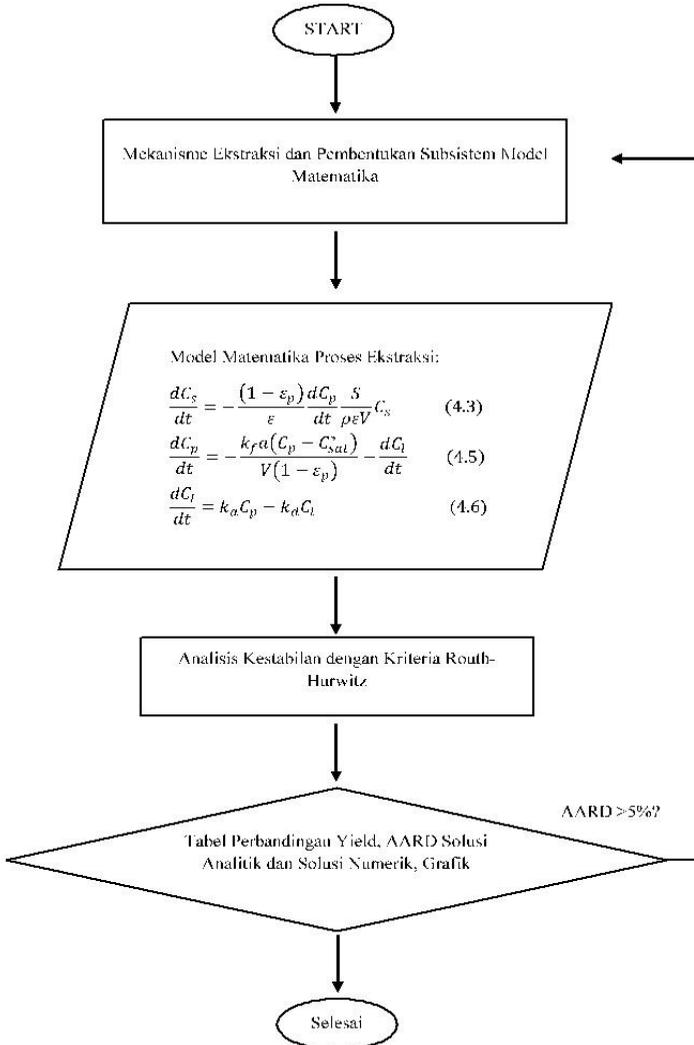
Gambar 4.7 menunjukkan efek perbedaan suhu yang diberikan pada saat ekstraksi. Dengan mengambil salah satu contoh pemberian tekanan yang sama yaitu 6 MPa, dan suhu masing-masing 323 K, 348 K, dan 373 K, maka grafik pada Gambar 4.7 menunjukkan bahwa yield terendah dihasilkan pada saat pemberian suhu sebesar 373 K, sementara hasil yield tertinggi dicapai oleh suhu 323 K dan 348 K.



Gambar 4.7 Efek Perbedaan Suhu pada Yield Hasil Ekstraksi Mikroalga

Berdasarkan hasil perbandingan diatas dapat disimpulkan bahwa untuk pemberian suhu dan tekanan yang sama, semakin besar laju aliran CO₂ yang diinputkan pada proses ekstraksi, maka hasil yield yang diperoleh akan semakin kecil. Untuk pemberian tekanan dan laju aliran massa CO₂ yang sama, semakin tinggi suhu yang diberikan maka akan menghasilkan yield yang lebih kecil. Hal ini berbeda dengan pemberian suhu dan laju aliran CO₂ yang sama, yaitu semakin tinggi tekanan yang diberikan maka akan menghasilkan yield yang semakin besar. Hal ini disebabkan oleh perbedaan penerapan suhu dan tekanan pelarut yang menghasilkan massa jenis dan viskositas yang berbeda-beda, sehingga mempengaruhi besar nilai difusivitas masing-masing proses ekstraksi.

LAMPIRAN A
Diagram Alir Pembentukan Model Matematika Proses
Ekstraksi Mikroalga *Chlorella vulgaris*



LAMPIRAN B
Perhitungan Kriteria Routh-Hurwitz

$$a_0 = 1$$

$$a_1 = \left(\frac{S}{\rho \varepsilon V} \right) + \left(\frac{k_f a}{V(1 - \varepsilon_p)} + k_a \right) + k_d$$

$$a_1 = \left(\frac{5 \times 10^{-5}}{74.79195 \times 0.3 \times (9 \times 10^{-5})} \right) + \left(\frac{1.72737 \times (1.256 \times 10^{-11})}{(9 \times 10^{-5}) \times (1 - 0.3)} + 0.000002 \right) + 0.000001$$

$$a_1 = 2.48 \times 10^{-2}$$

$$a_2 = \left(\frac{S}{\rho \varepsilon V} \right) \left(\frac{k_f a}{V(1 - \varepsilon_p)} + k_a \right) + \left(\frac{S}{\rho \varepsilon V} \right) k_d + \left(\frac{k_f a}{V(1 - \varepsilon_p)} + k_a \right) k_d - k_a k_d$$

$$a_2 = \left(\frac{5 \times 10^{-5}}{74.79195 \times 0.3 \times (9 \times 10^{-5})} \right) \left(\frac{1.72737 \times (1.256 \times 10^{-11})}{(9 \times 10^{-5}) \times (1 - 0.3)} + 0.000002 \right) + \left(\left(\frac{5 \times 10^{-5}}{74.79195 \times 0.3 \times (9 \times 10^{-5})} \right) \times 0.000001 \right) + \left(\left(\frac{1.72737 \times (1.256 \times 10^{-11})}{(9 \times 10^{-5}) \times (1 - 0.3)} + 0.000002 \right) \times 0.000001 \right) - (0.000002 \times 0.000001)$$

$$a_2 = 1.68 \times 10^{-7}$$

$$a_3 = \left(\frac{S}{\rho \varepsilon V}\right) \left(\frac{k_f a}{V(1 - \varepsilon_p)} + k_a\right) k_d - k_a k_d \left(\frac{S}{\rho \varepsilon V}\right)$$

$$\begin{aligned} a_3 &= \left(\frac{5 \times 10^{-5}}{74.79195 \times 0.3 \times (9 \times 10^{-5})}\right) \left(\frac{1.72737 \times (1.256 \times 10^{-11})}{(9 \times 10^{-5}) \times (1 - 0.3)}\right) \\ &+ 0.000002 \left(0.000001\right) \\ &- (0.000002 \times 0.000001) \left(\frac{5 \times 10^{-5}}{74.79195 \times 0.3 \times (9 \times 10^{-5})}\right) \\ a_3 &= 1.93 \times 10^{-13} \end{aligned}$$

BAB V PENUTUP

Bab ini berisi tentang kesimpulan yang dihasilkan berdasarkan penelitian yang telah dilaksanakan serta saran yang diberikan jika penelitian ini ingin dikembangkan.

5.1 Kesimpulan

Dari analisis dan pembahasan yang telah disajikan pada bab sebelumnya, dapat disimpulkan beberapa hal sebagai berikut:

1. Model Matematika proses ekstraksi lipid berbentuk:

$$\frac{dC_s}{dt} = -\frac{(1 - \varepsilon_p) dC_p}{\varepsilon dt} - \frac{S}{\rho \varepsilon V} C_s$$

$$\frac{dC_p}{dt} = -\frac{k_f a (C_p - C_{sat}^*)}{V(1 - \varepsilon_p)} - \frac{dC_l}{dt}$$

$$\frac{dC_l}{dt} = k_a C_p - k_d C_l$$

dimana C_s menyatakan konsentrasi lipid pada aliran besar pelarut, C_p menyatakan konsentrasi lipid pada partikel mikroalga, dan C_l menyatakan konsentrasi lipid pada saat terjadinya adsorpsi.

2. Model menunjukkan hasil *Absolute Average Relative Deviation* (AARD) sebesar 4.524919% untuk hasil solusi analitik dibandingkan dengan hasil ekstraksi dari eksperimen yang dilakukan Yi Hung Yang [2]. Sementara untuk hasil solusi numerik, model menunjukkan nilai AARD sebesar 4.39568%. Berdasarkan nilai ini dapat disimpulkan bahwa model memiliki tingkat keakuratan sebesar >95%.
3. Hasil perhitungan dan simulasi MATLAB yield yang diperoleh pada saat ekstraksi dipengaruhi oleh laju aliran

massa CO₂ suhu dan tekanan. Perbedaan pemberian besar tekanan dan suhu akan berpengaruh pada massa jenis dan viskositas pelarut yang akan berdampak pada perbedaan nilai difusivitas pelarut terhadap mikroalga. Nilai keseimbangan yang tercapai antar lipid-CO₂ pada masing-masing kondisi suhu dan tekanan yang diberikan akan sangat mempengaruhi ketepatan hasil ekstraksi. Besarnya laju aliran massa CO₂ yang diberikan akan berpengaruh pada hasil yield lipid. Perpaduan kondisi yang tepat (suhu, tekanan dan laju aliran massa) akan memberikan hasil yield lipid maksimal yang dapat diperoleh dari proses ekstraksi.

5.2 Saran

Pada Tugas Akhir ini hanya membahas proses perpindahan massa lipid dengan nilai keseimbangan yang tetap pada setiap kondisi yang digunakan pada proses ekstraksi. Oleh karena itu, penulis menyarankan agar penelitian selanjutnya dapat dilakukan analisis model dengan menyertakan perbedaan kesetimbangan pada setiap kondisi serta melakukan kendali terhadap nilai keseimbangan/saturasi.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Sugiyono, Agus. Anindhita, M. Sidik Boedoyo, dan Adiarso. 2014. **Outlook Energi Indonesia 2014**. Jakarta: Badan Pengkajian dan Penerapan Teknologi, Pusat Teknologi Pengembangan Sumberdaya Energi.
- [2] Yang, Yi-Hung., Worasaung Klinthong, dan Chung-Sung Tan. 2015. "Optimization of Continuous Lipid Extraction from *Chlorella vulgaris* by CO₂-Expanded Methanol for Biodiesel Production". **Bioresource Technology**. 198:550-556.
- [3] Halim, Ronald. Michael K. Danquah, dan Paul A. Webley. 2012. "Extraction of Oil from Microalgae for Biodiesel Production: A Review". **Biotechnology Advances**. 30:709-732.
- [4] Benitez, Jaime. 2009. "**Principles and Modern Applications of Mass Transfer Operations**". John Wiley & Sons, Inc.
- [5] Ross, S.L. 1984. "**Differential Equation 3th edition**". John Wiley & Sons, Inc.
- [6] Subiono. 2013. "**Sistem Linear dan Kontrol Optimal**". Jurusan Matematika. Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- [7] Kumoro, A.C., dan Masitah Hasan. 2006. Jurnal Teknologi "Modelling of Andrographolide Extraction from *Andrographis paniculata* leaves in A Soxhlet Extraction". **Proceedings of the 1st International Conference on Natural Resources Engineering & Technology**. 1:664-670.
- [8] Welty, James R., Charles E. Wicks, Robert E. Wilson, dan Gregory L. Rorrer. 2008. "**Fundamental of Momentum, Heat, and Mass Transfer**". John Wiley & Sons, Inc.
- [9] Ayas, Nezihe. 2014. "A Shrinking Core Model and Empirical Kinetic Approaches in Supercritical CO₂ Extraction of

Safflower Seed Oil”. **Journal of Supercritical Fluids**. 94:81-90.

- [10] Oliveira, Eduardo L. G., Armendo J. D. Silvestre, dan Carlos M. Silva. 2011. “Review of Kinetic Models for Supercritical Fluid Extraction”. **Chemical Engineering Research and Design**. 89:1104-1117.

LAMPIRAN C

Biodata Penulis



Penulis bernama Sriati Monalisa Siahaan, biasa dipanggil Mona. Penulis lahir di Tarakan, 7 Agustus 1993. Penulis menempuh pendidikan formal TK Tunas Rimba (1997-1999), SD Negeri 1 Tanjung Selor (1999-2005), SMP Negeri 1 Tanjung Selor (2005-2008), dan SMAN 2 Balige Asrama Yayasan Soporung (2008-2011). Penulis memulai

pendidikan di S1 Jurusan Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya pada tahun 2012. Informasi lebih lanjut mengenai Tugas Akhir ini dapat ditujukan ke penulis melalui email: monalisasiahaan0708@gmail.com