

Pengembangan Inversi Gelombang Rayleigh pada *Gibson Half-Space* Berbasis *Levenberg-Marquardt* (L-M) dan *Singular Value Decomposition* (SVD)

Rohmatul Aminah, Sungkono, dan Bagus Jaya Santosa
 Jurusan Fisika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
 Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS)
 Jl. Arief Rahman Hakim, Surabaya 60111 Indonesia
e-mail: bjs@physics.its.ac.id

Abstrak— Inversi merupakan salah satu cara untuk mengetahui nilai parameter struktur bawah permukaan bumi. Penelitian ini membahas aplikasi metode *Multichannel Analysis of Surface Wave* (MASW) untuk menentukan kecepatan gelombang geser (V_s) vertikal bawah permukaan. Gelombang SV pada pemodelan bumi berlapis setengah ruang (*Gibson Half-Space*) dapat diprediksikan dengan menginversikan kecepatan fase gelombang Rayleigh. Analisis hukum dispersi gelombang Rayleigh dinyatakan dengan formulasi aljabar yang dapat menghasilkan proses inversi yang sederhana dan cepat. Metode inversi yang digunakan adalah metode *Levenberg-Marquardt* (L-M) dan *Singular Value Decomposition* (SVD). Keuntungan dari metode algoritma ini adalah hanya membutuhkan tiga parameter, yaitu m (ukuran ketidaksamaan yang berdimensi inversi panjang), v_{s0} (kecepatan gelombang S pada permukaan), dan ν (nilai *Poisson's ratio*) untuk menentukan pemodelan *Gibson Half-space*. Metode ini dapat digunakan untuk mengestimasi besarnya V_s sebagai fungsi kedalaman dengan akurat menggunakan data kecepatan fase gelombang Rayleigh pada frekuensi yang terbatas atau frekuensi tertentu. Hasil inversi data lapangan menunjukkan bahwa pemodelan inversi sesuai dengan keadaan geologi dangkal LUSI dengan nilai rms error yang rendah untuk masing-masing metode. Sehingga, kedua metode inversi ini sangat akurat, sederhana, dan cepat untuk diaplikasikan pada analisis konstruksi, seperti tanggul.

Kata Kunci—gelombang Rayleigh, *Gibson Half-space*, inversi, kecepatan gelombang geser, dan kurva dispersi.

I. PENDAHULUAN

METODE seismik merupakan salah satu metode yang penting dan banyak digunakan dalam mempelajari karakteristik bawah permukaan yang memiliki ketepatan dan resolusi yang tinggi untuk memodelkan struktur geologi bawah permukaan bumi. Untuk menentukan struktur geologi, metode seismik dapat dibagi menjadi menjadi dua, yaitu *invasive tests* (memerlukan lubang bor) dan *non-invasive tests* (dilakukan di permukaan tanah).

Pada penelitian ini, metode yang digunakan adalah metode *non-invasive*, yaitu *Multichannel Analysis of Surface Wave* (MASW). Metode ini merupakan metode pengujian lapangan yang tidak merusak lingkungan untuk mendapatkan nilai kecepatan gelombang geser (V_s) vertikal dan ketebalan pada

struktur tanah. Metode ini memanfaatkan sifat dispersif gelombang Rayleigh pada sistem tanah berlapis. Sifat penetrasi gelombang Rayleigh pada suatu medium dipengaruhi oleh panjang gelombang dan frekuensi. Penggunaan metode MASW telah diaplikasikan sebagai evaluator pada infrastruktur, misalnya identifikasi konstruksi pondasi bangunan, bendungan, tanggul, pendeteksian profil tanah, dan lain-lain.

Pada umumnya, pendekatan kurva dispersi gelombang Rayleigh ada dua, yaitu model bumi berlapis dan model bumi tidak berlapis, dengan parameter kecepatan gelombang geser meningkat secara linier sebagai fungsi kedalaman. Pendekatan yang kedua ini biasa disebut dengan model *Gibson Half-space*. Pendekatan ini cukup akurat untuk mengidentifikasi kecepatan gelombang geser dari kurva dispersi gelombang Rayleigh yang diukur melalui metode *Multichannel Analysis of Surface Wave* (MASW) ataupun melalui metode *Spectrum Analysis of Surface Wave* (SASW), meskipun kurva dispersi gelombang Rayleigh yang teridentifikasi dari pengukuran sangat terbatas [20]. Oleh karena itu, dalam kesempatan ini akan dikembangkan inversi kurva dispersi gelombang Rayleigh dari model *Gibson Half-Space* berbasis *Levenberg-Marquardt* (L-M) dan *Singular Value Decomposition* (SVD). Kedua metode ini merupakan optimasi lokal. Dengan demikian, parameter bawah permukaan dapat diestimasi secara efisien, sederhana dan cepat.

Gelombang Rayleigh adalah jenis gelombang permukaan yang terjadi akibat adanya interferensi antara gelombang tekan dengan gelombang geser secara konstruktif. Gerakan partikel pada *wavefront* gelombang Rayleigh terdiri dari kombinasi gelombang P dan S pada bidang vertikal dengan pola gerakan partikel secara *ellipse retrograde*. Gelombang Rayleigh merupakan salah satu jenis gelombang permukaan yang merambat pada medium tak berlapis (*half-space*). Karakteristik lain dari gelombang Rayleigh adalah amplitudonya menurun secara eksponensial terhadap kedalaman di bawah permukaan permukaan. Pada umumnya, gelombang ini mempunyai frekuensi rendah dengan spektrum yang tidak tajam. Gelombang Rayleigh dapat mencitrakan struktur bawah permukaan dengan mudah yang diaplikasikan

pada karakterisasi geoteknik karena gelombang Rayleigh mempunyai sifat yang unik, yaitu setiap perambatan gelombang yang melewati batas lapisan material bumi akan mengalami dispersi [5]. Gelombang Rayleigh sangat baik digunakan untuk mengidentifikasi masalah struktur tanah karena pengurangan energi dalam perambatannya lebih rendah dari jenis gelombang seismik lainnya. Energi gelombang Rayleigh mencapai 67% dari energi total yang dihasilkan oleh pemicu (*exciting force*) yang diterapkan pada permukaan tanah [13].

Metode *Multichannel Analysis of Surface Wave* (MASW) diperkenalkan oleh Park et al (1999) yang berkaitan dengan keheterogenan medium tanah di bawah permukaan yang kemungkinan bervariasi secara lateral [10]. Sifat keheterogenan medium ini dapat mengubah sifat dispersif dari medium dan tidak dapat teramati dengan baik oleh metode sebelumnya, yaitu metode *Spectral Analysis of Surface Wave* (SASW) yang hanya menggunakan dua *channel*. Metode MASW dapat diaplikasikan untuk pemetaan kecepatan gelombang sekunder pada suatu daerah yang dapat menganalisis variasi *stiffness*, baik secara vertikal maupun horizontal menggunakan analisis dispersi gelombang Rayleigh mode fundamental [11]. Metode ini juga pernah digunakan untuk menganalisis sebaran bed rock yang sangat berguna untuk analisis ketekniksipilan [8]. Pada analisis geologi dangkal, metode MASW digunakan untuk membatasi kenampakan geologi bawah permukaan yang memisahkan lapisan lempung dengan batu pasir dan gravel yang tersaturasi air [20].

Dalam bidang monitoring sifat pondasi suatu bangunan untuk menganalisis kondisi bawah tanah, terutama pada daerah yang rawan ambles, biasanya *geophone* yang ditancapkan di dalam tanah harus dimodifikasi, sehingga dapat digunakan dengan hanya diletakkan di permukaan lantai beton [9][21]. Dalam bidang teknik sipil, pemakaiannya menggunakan metode MASW untuk mengkarakterisasi seismik dari lapisan tanah atau pondasi [12].

Gelombang seismik merambat secara mekanik ke dalam medium lapisan bumi yang merupakan gelombang elastis atau mekanis yang ditimbulkan akibat regangan medium elastis. Gelombang permukaan (Rayleigh) digunakan untuk mengestimasi kecepatan gelombang geser sebagai fungsi kedalaman. Nilai gelombang geser ini dapat digunakan untuk mengetahui sifat (porositas, densitas, saturasi air dan jenis batuan) struktur bawah permukaan [14].

Gelombang Rayleigh yang melewati batas lapisan material bumi akan mengalami dispersi. Pembuatan kurva dispersi gelombang Rayleigh dapat dilakukan dengan cara mengkorelasikan dua gelombang Rayleigh sebagai fungsi frekuensi yang terdeteksi oleh *geophone* dengan jarak tertentu [5]. Inversi gelombang Rayleigh dilakukan untuk memodelkan struktur bawah permukaan. Penyelesaian permasalahan untuk kurva dispersi kecepatan gelombang Rayleigh (V_R) adalah pemodelan ke depan (*forward modeling*) dengan mengetahui parameter-parameter, misalnya densitas (ρ), kecepatan gelombang P (V_p), dan kecepatan gelombang S (V_s). Setelah

diketahui V_R , dilakukan pemodelan ke belakang (*inversion modeling*). Pemodelan inversi dilakukan dengan penentuan model parameter fisis pengukuran-pengukuran dengan menginversikan variabel-variabel pengamatan untuk mendapatkan pendekatan yang baik dari parameter model yang bergantung pada pemilihan fungsi respon. Dalam domain frekuensi, fungsi respon meliputi amplitudo pergeseran, fase pergeseran, atau fase spektrum dari sinyal gelombang Rayleigh.

Inversi gelombang Rayleigh (Gambar 1) adalah suatu proses yang dilakukan untuk mendapatkan parameter-parameter elastis kurva dispersi dengan mengasumsikan sebuah model horizontal berlapis sebagai model awal untuk mendapatkan model parameter baru. Dalam menentukan pemodelan inversi, terutama identifikasi model parameter yang menggunakan optimasi konstrain, bukanlah hal yang baru dan secara luas penggunaannya untuk data tunggal dan data yang tidak pasti (data yang bersifat bias atau *random error*). Penyelesaian dari proses inversi ini bergantung pada kemampuan secara sintetik dengan memberikan harga yang mendekati harga eksperimen dengan cara melakukan pengulangan (iterasi) untuk mendapatkan hasil yang mendekati sebenarnya [15].

Pemodelan ke depan yang digunakan pada penelitian ini adalah model *Gibson Half-space*. *Gibson Half-space* didefinisikan sebagai medium heterogen elastis tak berlapis dengan densitas ρ dan *Poisson's ratio* ν , yang mana koefisien geser G -nya meningkat secara linier terhadap kedalaman. Variasi koefisien geser pada *Gibson Half-space* dapat dinyatakan dengan:

$$G = G_0(1 + mz) \quad (1)$$

dimana $G_0 > 0$ adalah koefisien geser pada permukaan, m adalah ukuran ketidaksamaan yang berdimensi inversi panjang. Batas nilai $m=0$ sama dengan medium homogen elastis tak berlapis, dimana gelombang Rayleigh tidak menunjukkan adanya dispersi [2].

Vardoulakis dan Verttos (1988) menjelaskan bahwa pendekatan aljabar dari hukum dispersi untuk gelombang Rayleigh pada *Gibson Half-space* dapat ditulis sebagai berikut:

$$C = \frac{1}{\Omega_v} + \sqrt{\frac{1}{\Omega_v^2} + \frac{1}{0.35(3.6 - \nu)}}, (0.25 \leq \nu \leq 0.5) \quad (2)$$

dengan

$$C = \frac{c}{v_{s0}} \quad (3)$$

$$\Omega_v = \frac{0.56(3.6 - \nu)\Omega}{1.5 + \nu} \quad (4)$$

dimana c adalah kecepatan fase gelombang Rayleigh dan v_{s0} adalah kecepatan gelombang S pada permukaan tanah.

$$v_{s0} = \sqrt{\frac{G_0}{\rho}} \quad (5)$$

$$\Omega = \frac{2\pi f}{mv_{s0}} \tag{6}$$

f adalah frekuensi (Hz), ρ adalah densitas rata-rata *Gibson Half-space*, C adalah tetapan tak berdimensi kecepatan, dan Ω adalah tetapan tak berdimensi frekuensi. Vardoulakis dan Verttos (1988) menjelaskan bahwa *error* nisbi yang dihasilkan pada pendekatan Persamaan (2) adalah 1-3%. Berdasarkan pada Persamaan (1), kecepatan gelombang S pada kedalaman z dapat ditulis sebagai berikut:

$$v_s(z) = \sqrt{\frac{G}{\rho}} = \sqrt{\frac{G_0(1+mz)}{\rho}} = v_{s0}\sqrt{(1+mz)} \tag{7}$$

Jika densitas *Gibson Half-space* ρ dapat diterapkan sebagai makna lain, maka modulus geser, modulus Young, dan modulus bulk pada kedalaman z dapat diestimasi dengan kecepatan gelombang S dan *Poisson's ratio* [17].

Persamaan (2) menunjukkan bahwa mode dasar gelombang Rayleigh pada *Gibson Half-space*, c , merupakan fungsi kecepatan gelombang S pada permukaan v_{s0} , ukuran ketidaksamaan m , dan *Poisson's ratio* v . Turunan parsial dari persamaan (2) adalah:

$$\frac{\partial c}{\partial v_{s0}} = \frac{2}{\Omega_v} + \sqrt{\frac{1}{\Omega_v^2 + 0.35(3.6-v)} + \frac{1}{\Omega_v^2} \left(\frac{1}{\Omega_v^2 + 0.35(3.6-v)} \right)^{\frac{1}{2}}} \tag{8}$$

$$\frac{\partial c}{\partial m} = \frac{1}{\Omega_v^2} \left[\Omega_v + \left(\frac{1}{\Omega_v^2} + \frac{1}{0.35(3.6-v)} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \frac{v_{s0}}{m} \tag{9}$$

$$\frac{\partial c}{\partial v} = \left[-\frac{1}{\Omega_v^2} \Omega_v + 0.5 \left(\frac{1}{\Omega_v^2} + \frac{1}{0.35(3.6-v)} \right)^{\frac{1}{2}} \left(-\frac{2\Omega_v}{\Omega_v^2} + \frac{1}{0.35(3.6-v)^2} \right) \right] v_{s0} \tag{10}$$

dengan

$$\Omega_v = -\frac{0.56}{(1.5+v)} \left(1 + \frac{3.6-v}{1.5+v} \right) \Omega \tag{11}$$

merupakan turunan parsial dari Ω_v terhadap *Poisson's ratio* v . *Poisson's ratio* pada Persamaan (2) mempunyai nilai 0.25-0.5. Batasan ini kemudian diganti dengan mensubstitusikan variabel:

$$v = 0.5(b_2 + b_1) + 0.5(b_2 - b_1) \sin p, 0.25 \leq b_1 \leq b_2 \leq 0.5, \text{ dan } -\infty < p < \infty \tag{12}$$

Pada kasus ini, Persamaan (10) digantikan oleh persamaan berikut:

$$\frac{\partial c}{\partial p} = \frac{\partial c}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial p} = 0.5(b_2 - b_1) \cos p \frac{\partial c}{\partial v} \tag{13}$$

Dengan menggunakan Persamaan (2), (8), (9), dan (13), dapat diketahui bahwa penentuan gelombang Rayleigh dalam *Gibson Half-space*, c , merupakan fungsi dari v_{s0} , m , dan p , yang didefinisikan oleh Persamaan (12) dan terhubung langsung pada *Poisson's ratio*. Parameter pemodelan bumi dapat dinyatakan sebagai elemen vektor $\vec{x} = [v_{s0}, m, p]^T$.

Dengan cara yang sama, data pengukuran kecepatan fase gelombang Rayleigh pada m frekuensi yang berbeda dapat dinyatakan sebagai elemen vektor $\vec{b} = [b_1, b_2, b_3, \dots, b_m]^T$.

Dengan demikian, fungsi objeknya dapat ditulis sebagai berikut:

$$\Phi = (J\Delta\vec{x} - \vec{b})^T (J\Delta\vec{x} - \vec{b}) \tag{14}$$

dimana λ adalah faktor redaman, W adalah matriks pembobot, $\vec{b} - \vec{c}(\vec{x}_0) = \vec{b}$, dan \vec{x}_0 adalah estimasi awal parameter pemodelan bumi untuk *Gibson Half-space*, $\Delta\vec{x}$ adalah modifikasi tebakan awal \vec{x}_0 dan J adalah matriks Jacobian yang terdiri dari m baris dan 3 kolom. Elemen matriks Jacobian adalah turunan parsial pertama \vec{c} terhadap parameter pemodelan bumi, yang didefinisikan oleh Persamaan (8), (9), dan (13). Karena jumlah data yang terdapat pada kurva dispersi pada umumnya lebih banyak daripada jumlah parameter yang digunakan untuk pemodelan bawah permukaan, maka kasus ini disebut dengan kasus *over-determined*. Sehingga, Persamaan (14) dapat diselesaikan dengan teknik optimasi. Solusi redaman *least-square* pada Persamaan (14) dapat ditentukan dari persamaan berikut:

$$(A^T A + \lambda I) \Delta\vec{x} = A^T \vec{d} \tag{15}$$

dimana $A = J$ dan $\vec{d} = \vec{b}$ adalah jumlah data. Persamaan (15) merupakan interpolasi antara solusi *least-square* dan solusi turunan paling akhir [19].

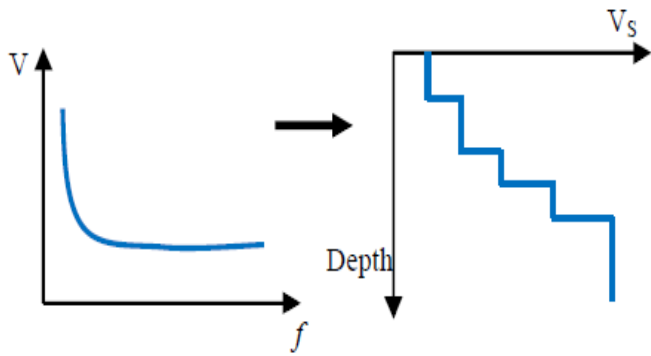
Marquardt (1963) menjelaskan bahwa faktor redaman λ membatasi arah $\Delta\vec{x}$ dan kecepatan konvergensi. Solusi Persamaan (15) merupakan interpolasi antara solusi *least-square* ($\lambda = 0$) dan solusi turunan paling akhir ($\lambda \rightarrow \infty$). Beberapa nilai λ yang berbeda harus diuji untuk memastikan bahwa faktor redaman optimal. Dalam kasus ini, nilai λ yang digunakan adalah 0,0055. Pada nilai ini, iterasi dapat dicapai dengan proses yang cepat [7][19].

Seperti yang telah dibahas sebelumnya, beberapa nilai λ yang berbeda perlu diuji pada setiap iterasi untuk memastikan bahwa telah didapatkan faktor redaman yang tepat. Menginversikan matriks $(A^T A + \lambda I)$ secara langsung merupakan cara yang tidak efisien untuk mendapatkan faktor redaman yang tepat karena matriks inversi $(A^T A + \lambda I)$ harus dihitung setiap waktu ketika faktor redaman λ diubah. Hal ini disebabkan ketika determinan dari $A^T A$ bernilai nol, maka matriks tersebut kurang stabil jika diinversikan secara langsung.

Penerapan teknik *Singular Value Decomposition* (SVD) pada Persamaan (15), akan didapatkan persamaan:

$$\Delta\vec{x} = V (\Lambda^2)^{-1} \Lambda U^T \vec{d} \tag{16}$$

dimana $V = [\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3, \dots, \vec{v}_n]$, dengan \vec{v}_i ($i = 1, 2, \dots, n$; n sama dengan 3 pada masalah inversi) adalah vektor eigen matriks $A^T A$, dan $\lambda = \text{diag}(\sqrt{\lambda_1}, \sqrt{\lambda_2}, \dots, \sqrt{\lambda_n})$. Matriks diagonal memiliki elemen-elemen yang merupakan akar dari

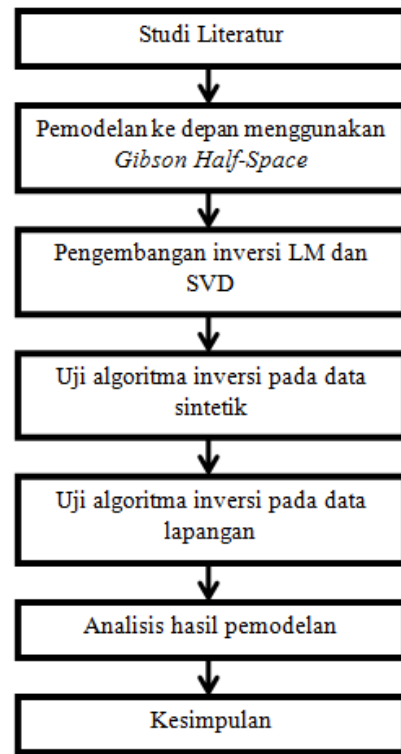


Gambar 1. Inversi gelombang Rayleigh

nilai eigen $A^T A$, $U = [\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3, \dots, \vec{u}_n]$, $\vec{u}_i = A\vec{v}_i / \lambda_i$ ($i = 1, 2, \dots, n$). Karena matriks inversi pada Persamaan (16) merupakan matriks diagonal [19]. Berdasarkan pada Persamaan (16), solusi iterasi dapat diperoleh dengan iterasi $\vec{x}^{k+1} = \vec{x}^k + \Delta\vec{x}$. Solusi akhir dapat diperoleh ketika selisih *root mean-square* (rms) mencapai batas (*threshold*) yang diberikan atau jumlah maksimum iterasi dicapai [3][19].

II. URAIAN PENELITIAN

Penelitian ini dilakukan untuk mengetahui hasil analisis pemodelan kurva dispersi gelombang Rayleigh pada *Gibson Half-space* menggunakan metode inversi *Levenberg-Marquardt* (L-M) dan *Singular Value Decomposition* (SVD). Data yang digunakan adalah data sintetis dan data lapangan yang didapatkan dari pengukuran MASW di tanggul Lumpur Sidoarjo (LUSI).

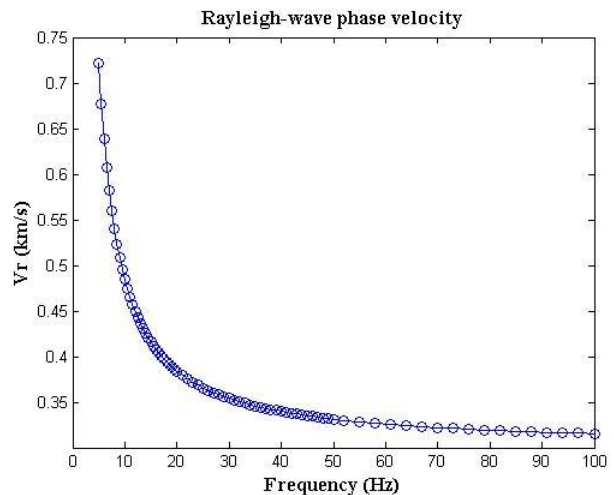


Gambar 2. Diagram alir penelitian

III. HASIL DAN PEMBAHASAN

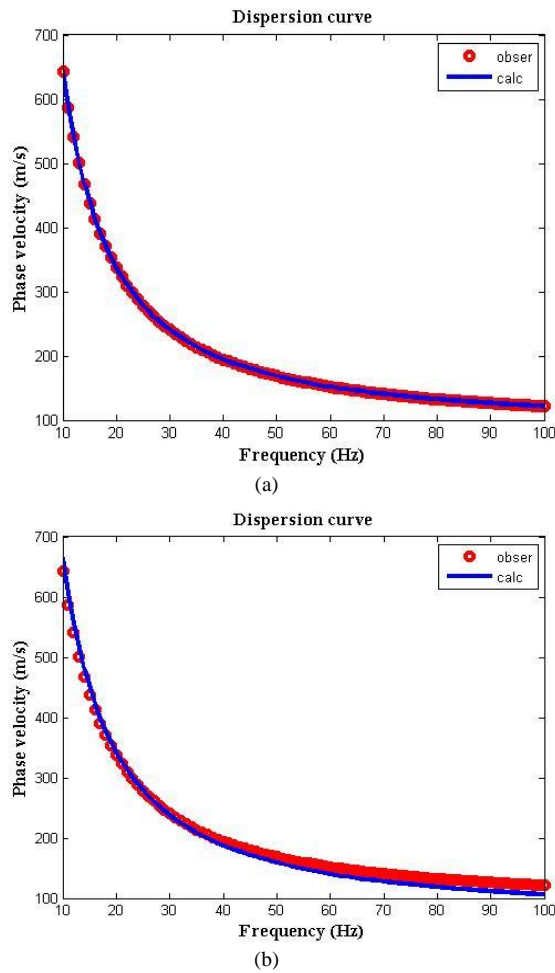
A. Pemodelan ke Depan Gibson Half-Space

Metode MASW merupakan teknik *non-invasive* yang dapat digunakan untuk menentukan kecepatan gelombang geser pada tanah dengan mengukur pergerakan gelombang di atas permukaan melalui analisis gelombang Rayleigh. Gelombang Rayleigh merupakan gelombang permukaan yang akan terdispersi saat melewati batas lapisan bumi. Pada pemodelan *Gibson Half-space*, didapatkan kurva dispersi kecepatan fase gelombang Rayleigh sebagai fungsi frekuensi (Gambar 3).



Gambar 3. Kurva dispersi gelombang Rayleigh sebagai fungsi frekuensi

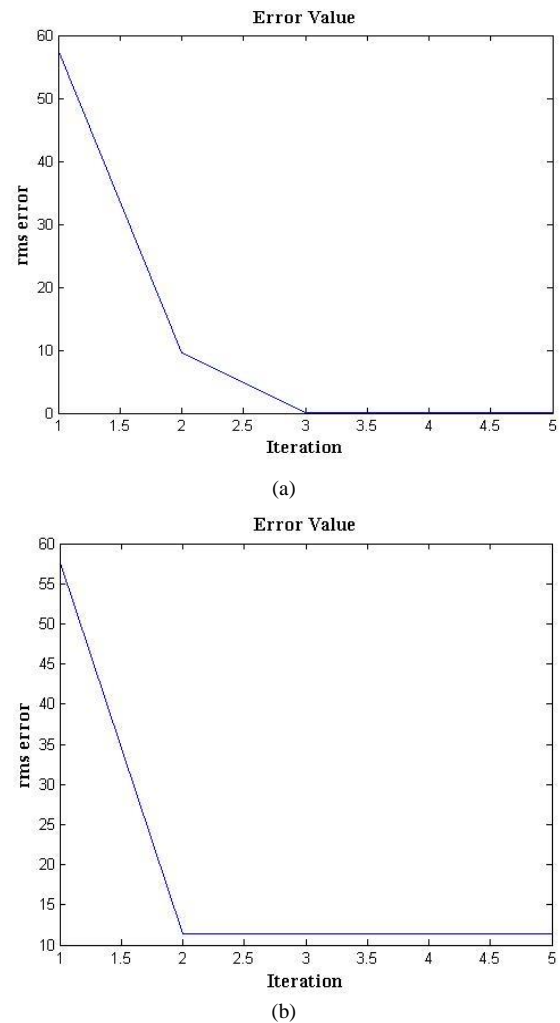
B. Uji Inversi Kurva Dispersi pada Data Sintetik



Gambar 4. Pencocokan kurva dispersi gelombang Rayleigh “observasi” dan perhitungan sebagai fungsi frekuensi: (a) metode L-M (b) metode SVD

Pada tahap ini, dilakukan pengujian kedua metode inversi pada data kurva dispersi sintetik yang didapatkan dari proses *forward modeling*. Metode inversi yang digunakan adalah metode *Levenberg-Marquardt* (L-M) dan *Singular Value Decomposition* (SVD). Kedua metode ini merupakan metode optimasi lokal yang membutuhkan parameter awal berupa kecepatan gelombang geser pada permukaan (v_{s0}), ketebalan lapisan (m), dan *Poisson’s ratio* (ν). parameter-parameter ini menjadi nilai awal dari iterasi yang dilakukan.

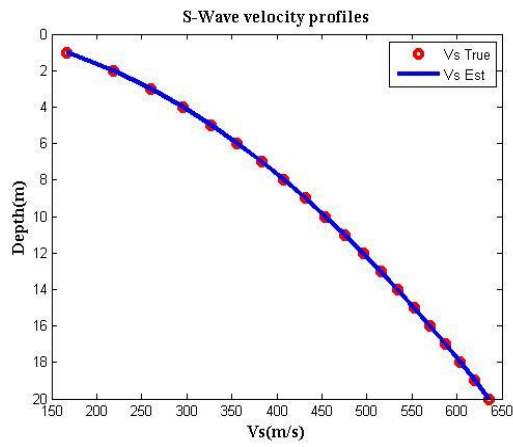
Parameter-parameter ini digunakan untuk mengestimasi kecepatan fase gelombang Rayleigh melalui *forward modeling*. Kecepatan gelombang Rayleigh ini dibandingkan dengan kecepatan gelombang Rayleigh data sintetik awal yang dianggap sebagai data observasi. Sehingga, dari proses ini didapatkan nilai *root mean-square error* (RMSE). Sesuai dengan penelitian sebelumnya, nilai parameter awal yang digunakan adalah $v_{s0} = 90$ m/s, $m = 2,444$ m⁻¹, dan $\nu = 0,320$. Nilai parameter ini dianggap yang paling tepat untuk mencapai konvergensi pada iterasi maksimum yang diberikan. Nilai *Poisson’s ratio* yang digunakan dibatasi pada rentang 0,27-0,50, sebagaimana diungkapkan dalam Persamaan (12) [19].



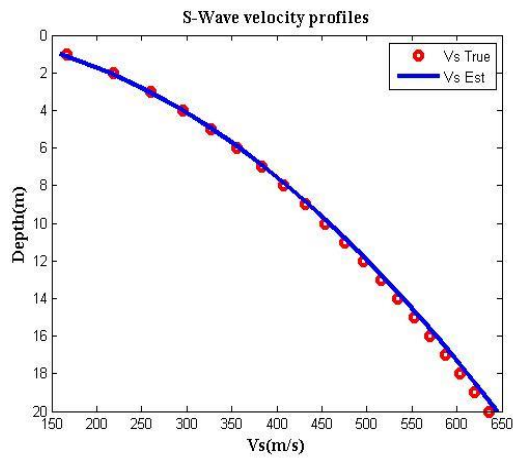
Gambar 5. Perbandingan RMS error dengan iterasi: (a) metode L-M (b) metode SVD

Pada pemodelan inversi ini digunakan frekuensi antara 10-100 Hz dengan indeks nilai satu untuk setiap titik frekuensi. Sehingga, kecepatan fase gelombang Rayleigh yang didapatkan banyak. Perlakuan yang diberikan pada tahap ini ada dua macam, yaitu pengujian kurva dispersi tanpa penambahan *noise* dan pengujian kurva dispersi dengan penambahan *noise*. Hal ini dilakukan untuk mengetahui pengaruh *noise* terhadap hasil inversi kurva dispersi.

Gambar 4 merupakan hasil inversi kurva dispersi gelombang Rayleigh tanpa penambahan *noise* melalui metode L-M dan SVD. Gambar ini merupakan hasil pencocokan kurva dispersi hasil inversi dan data “observasi”. Gambar ini menunjukkan bahwa kedua metode mempunyai kecocokan yang sangat bagus terhadap kurva dispersi hasil perhitungan, terutama yang menggunakan metode L-M. Pada metode L-M, kurva data observasi berimpitan kurva data perhitungan. Hal ini dipengaruhi oleh adanya pengali *Lagrange* (λ) sebagai faktor redaman. Pengali *Lagrange* digunakan untuk membatasi nilai tebakan awal parameter dan kecepatan konvergensi. Nilai λ yang digunakan adalah 0.0055. Dengan nilai ini, dapat dilakukan proses inversi L-M yang cepat dengan tingkat



(a)



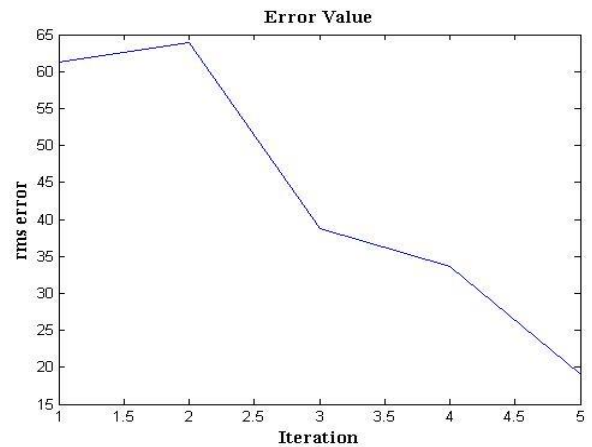
(b)

Gambar 6. Perbandingan profil kecepatan gelombang geser sebagai fungsi kedalaman yang sebenarnya dan hasil estimasi menggunakan: (a) metode L-M (b) metode SVD

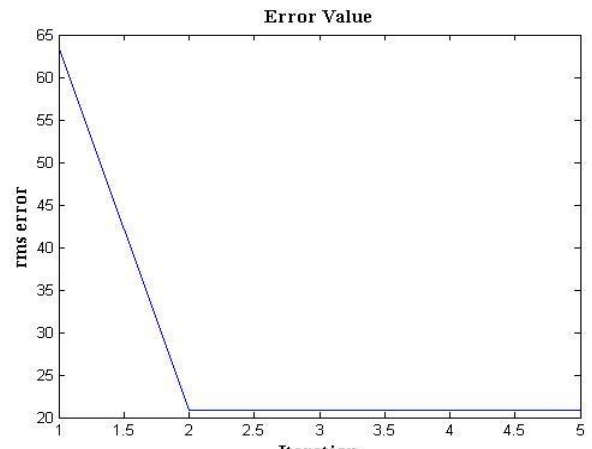
keakuratan data yang lebih baik yang konvergen terhadap iterasi maksimum. Nilai ini juga diuji untuk memastikan bahwa nilai ini dapat menghasilkan faktor redaman yang optimal.

Kedua kurva dispersi di atas mempunyai tingkat keakuratan yang bagus. Hal ini dapat dilihat dari kurva hasil inversi yang berhimpit terhadap kurva hasil pengukuran. Selain itu, didapatkan pula nilai *root means square error* (RMSE) pada metode L-M dan metode SVD adalah 0.000457 m/s dan 11.32099 m/s. Nilai *error* ini (Gambar 5) didapatkan pada iterasi maksimum, yaitu pada iterasi kelima. Nilai *error* yang didapatkan ini sesuai dengan nilai *error* rendah yang diinginkan. Sehingga, kedua metode ini sangat efektif untuk digunakan sebagai metode inversi untuk menghasilkan profil kecepatan gelombang geser sebagai fungsi kedalaman.

Gelombang Rayleigh dapat digunakan untuk mengestimasi profil kecepatan gelombang geser sebagai fungsi kedalaman. Kecepatan gelombang geser sebagai fungsi kedalaman didapatkan dari proses inversi kurva dispersi gelombang Rayleigh. Gambar 6 merupakan hasil estimasi kecepatan gelombang geser sebagai fungsi kedalaman untuk masing-masing metode. Kecepatan gelombang geser yang didapatkan dari hasil inversi ada 20 titik sesuai dengan jumlah kedalaman



(a)



(b)

Gambar 8. Perbandingan RMS *error* dengan iterasi: (a) metode L-M (b) metode SVD

yang diestimasi. Gelombang geser pada kedalaman pertama mempunyai nilai yang lebih kecil. Untuk kedalaman selanjutnya, nilai gelombang geser yang didapatkan semakin besar. Sehingga, dapat dikatakan bahwa semakin dalam lapisannya, maka semakin besar pula kecepatan gelombang geser yang terjadi.

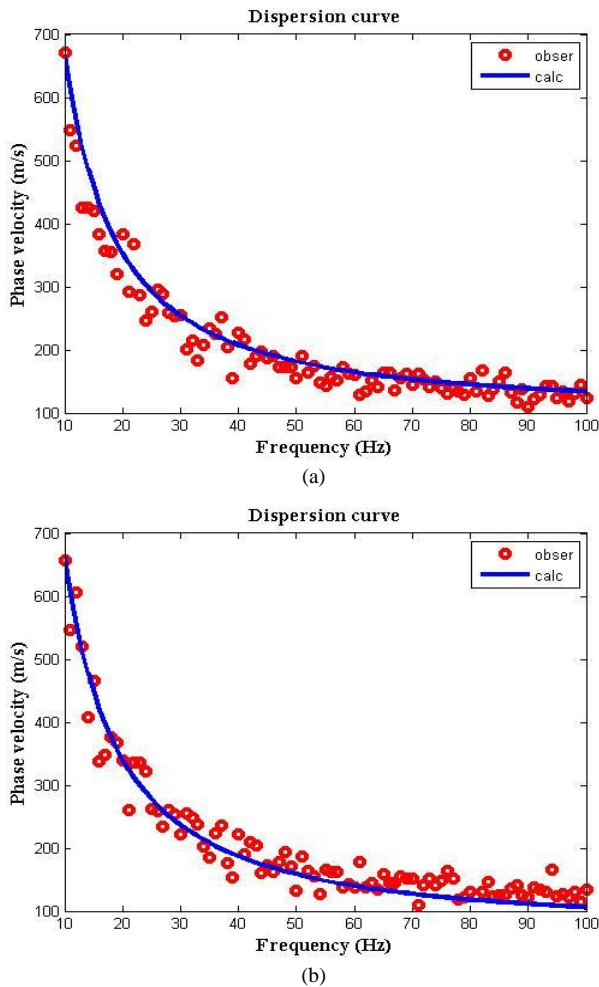
Kecepatan gelombang geser hasil inversi pada metode L-M mempunyai tingkat kecocokkan yang lebih bagus terhadap gelombang geser hasil pengukuran daripada hasil yang didapatkan dari metode SVD. Selain itu, nilai *rms error* yang didapatkan oleh metode L-M juga lebih rendah daripada nilai *rms error* pada metode SVD. Hal ini disebabkan oleh adanya faktor redaman λ yang diberikan pada metode L-M.

Perlakuan yang kedua adalah pengujian kurva dispersi untuk data sintetik dengan penambahan *noise*. *Noise* yang digunakan adalah *Gaussian noise* yang memiliki amplitudo sebesar 10%. Nilai ini merupakan nilai standar *noise* yang sering digunakan dalam uji data sintetik. Hal ini dilakukan agar dapat diketahui perbandingan hasil inversi kedua metode yang ditambah *noise* maupun tanpa ditambah *noise*.

Gambar 7 merupakan kurva dispersi yang menggambarkan data sintetik kecepatan gelombang Rayleigh "observasi" yang telah ditambahi *noise* 10%. Bulatan merah merupakan sebaran

data sintetik observasi, sedangkan garis biru merupakan data

inversi agak menyimpang dari bulatan merah yang

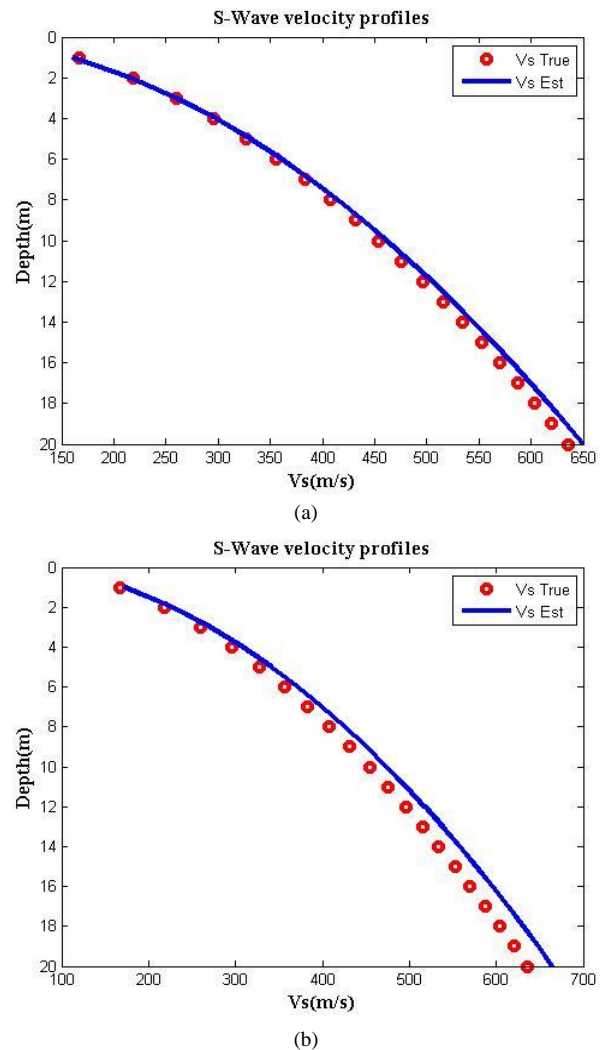


Gambar 7. Pencocokan kurva dispersi gelombang Rayleigh “observasi” dan perhitungan sebagai fungsi frekuensi dengan *noise*: (a) metode L-M (b) metode SVD

hasil inversi. Besar kecepatan gelombang Rayleigh yang dihasilkan pada kurva dispersi di atas mempunyai nilai yang tidak terlalu jauh dengan nilai kurva dispersi yang tidak ditambah *noise*. Kedua kurva tersebut menunjukkan bahwa kedua metode merupakan dua jenis metode inversi yang *robust* terhadap *noise*. *Noise* yang ditambahkan dalam data sintetik mempunyai pengaruh yang tidak terlalu besar terhadap hasil inversi. Perbandingannya dapat dilihat antara Gambar 4 dan Gambar 7.

Dari hasil tersebut, didapatkan pula *rms error* untuk kedua metode yang ditunjukkan oleh Gambar 8. Untuk metode L-M, nilai *error* yang didapatkan adalah 18.96372 m/s. Metode ini konvergen pada iterasi kelima dengan dua kali *running*. Sedangkan, untuk metode SVD nilai *error*-nya adalah 20.8403 m/s yang konvergen pada iterasi kelima dengan satu kali *running*.

Gambar 9 merupakan kecepatan gelombang geser sebagai fungsi kedalaman hasil inversi kurva dispersi gelombang Rayleigh yang ditambah *noise*. Dari kedua metode dapat dilihat adanya perbedaan hasil inversi yang didapatkan pada Gambar 6. Garis biru yang menggambarkan data sintetik hasil



Gambar 9. Perbandingan profil kecepatan gelombang geser sebagai fungsi kedalaman yang sebenarnya dan hasil estimasi menggunakan (a) metode L-M (b) metode SVD

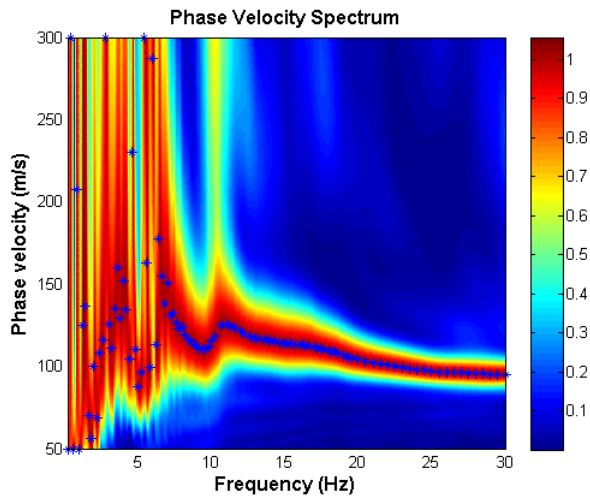
menunjukkan data sintetik pengukuran. Hal ini disebabkan oleh adanya tambahan *noise* pada data sintetik tersebut. Akan tetapi, perbedaan tersebut tidak terlalu signifikan terhadap hasil inversi yang ditunjukkan pada Gambar 6. Sehingga, dapat dikatakan bahwa kedua metode yang digunakan tersebut *robust* terhadap *noise*.

Dari Gambar 6 dan 9, dapat diketahui bahwa semakin rendah kedalaman lapisan (semakin dangkal), maka semakin rendah pula kecepatan gelombang gesernya. Begitu pula sebaliknya. Hal ini sesuai dengan persamaan panjang gelombang sebagai fungsi frekuensi, jika semakin rendah frekuensinya, maka kedalamannya semakin tinggi [18].

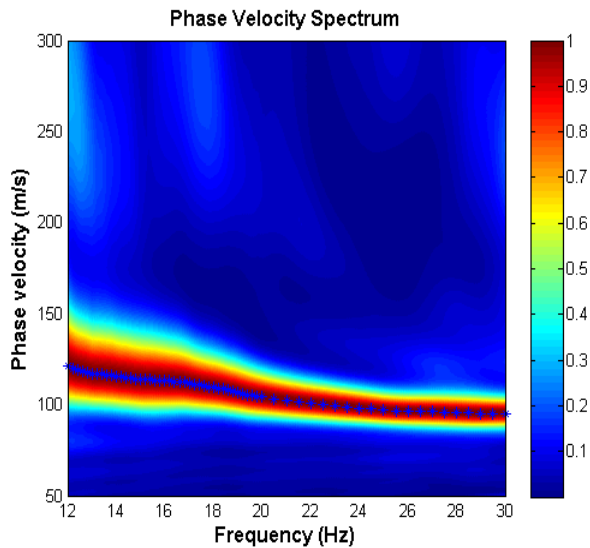
C. Pengaplikasian Inversi Kurva Dispersi pada Data Lapangan

Metode L-M dan SVD yang telah diuji pada data sintetik lalu diaplikasikan pada data lapangan. Akuisisi pada data lapangan merupakan seismik aktif yang didapatkan dari pengukuran MASW yang diukur di tanggul Lumpur Sidoarjo (LUSI) dengan spasi *geophone* sebesar 2 meter dan jarak

antarsumber getaran dan *geophone* pertama adalah 3 meter.



Gambar 10. Data gelombang Rayleigh hasil analisis data MASW

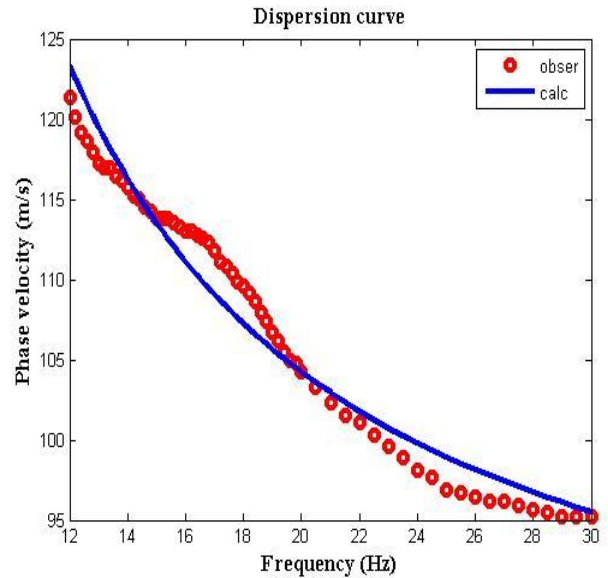


Gambar 11. Data gelombang Rayleigh hasil *picking* dari analisis data MASW

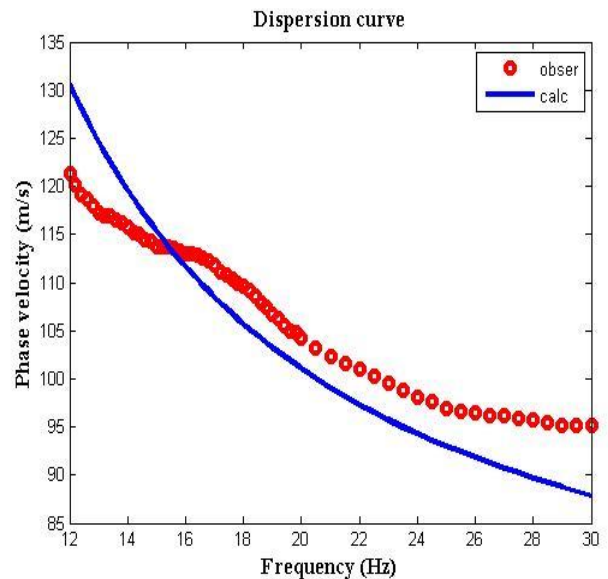
Gambar 10 merupakan hasil analisis data MASW untuk mengidentifikasi kurva dispersi gelombang Rayleigh. Gambar 11 menunjukkan kurva dispersi yang telah dipilih secara otomatis dari analisis data MASW. Dari hasil pemilihan data tersebut, lalu diinversikan menggunakan metode L-M dan SVD. Parameter-parameter yang digunakan pada proses ini sama dengan yang digunakan pada data sintetik.

Gambar 12 menunjukkan hasil persebaran data kecepatan gelombang Rayleigh hasil inversi (garis biru) sebagai fungsi frekuensi terhadap data observasi (bulatan merah). Pada kurva tersebut, dapat diketahui bahwa karakteristik bawah permukaan (bulatan merah) tidak berhimpit dengan data hasil inversi. Hal ini disebabkan oleh adanya lapisan yang berbeda pada data observasi lapangan, sehingga hasil inversi yang didapatkan tidak terlalu *fitting* terhadap data observasi. Dari hasil kurva *fitting* tersebut, dihasilkan *rms error* sebagai fungsi iterasi (Gambar 13). Hasil inversi dari kedua metode tersebut konvergen pada iterasi maksimum, yaitu iterasi

kelima. Nilai *error* yang didapatkan pada metode L-M dan SVD adalah



(a)



(b)

Gambar 12. Perbandingan data observasi dan inversi kurva dispersi gelombang Rayleigh sebagai fungsi frekuensi pada data lapangan: (a) metode L-M (b) metode SVD

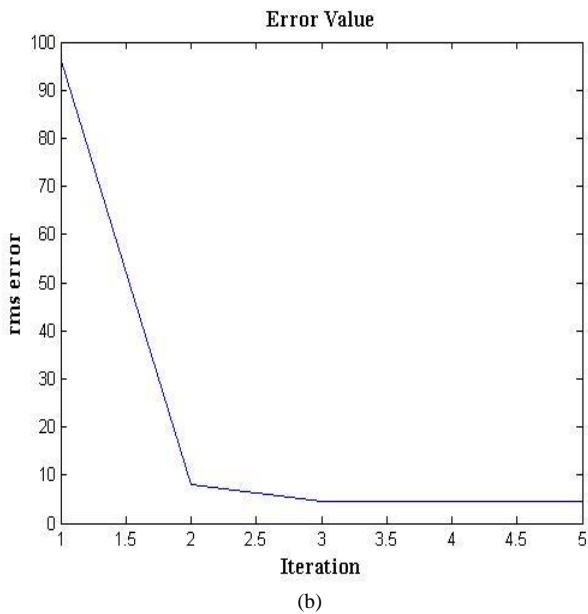
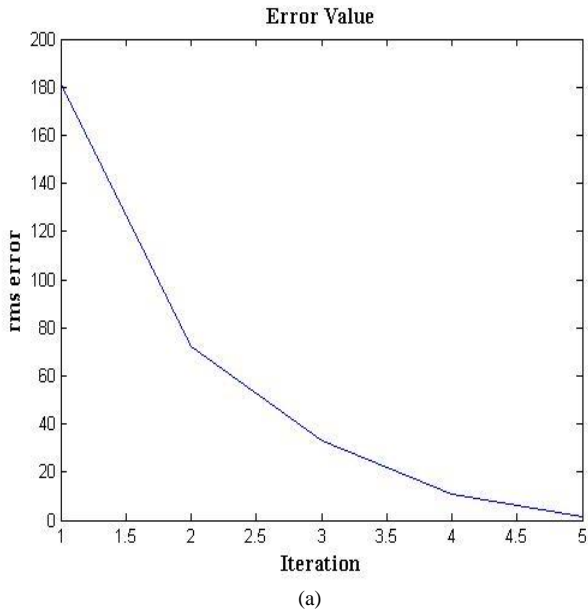
1.82×10^{-7} m/s dan 4.31 m/s.

Selain itu, dari hasil inversi kurva dispersi gelombang Rayleigh didapatkan hasil kecepatan gelombang geser sebagai fungsi kedalaman sebagaimana Gambar 14. Hasil inversi menunjukkan bahwa kecepatan gelombang gesernya bersifat linier terhadap kedalaman. Semakin dalam lapisan tanah, semakin besar pula kecepatan gelombang gesernya. Solusi yang dihasilkan pada pemodelan kasus ini merupakan permasalahan inversi *over-determined* karena jumlah data yang digunakan pada kurva dispersi lebih banyak daripada jumlah parameter yang digunakan.

Berdasarkan penelitian yang pernah dilakukan oleh Xia

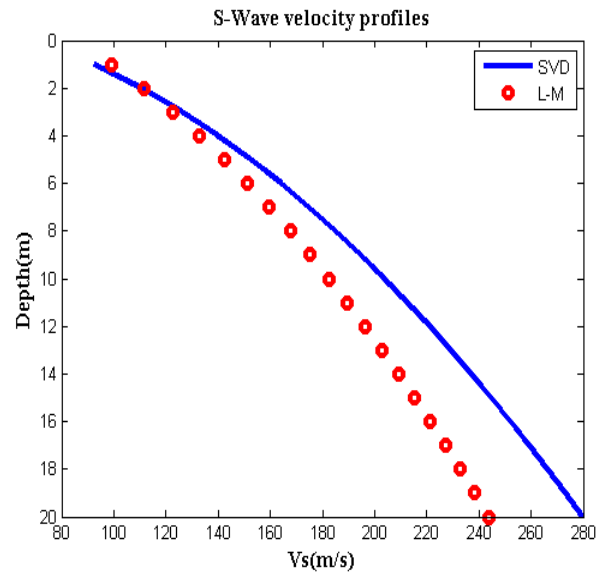
(2004), dijelaskan bahwa *Gibson Half-space* dapat digunakan untuk memodelkan struktur bawah permukaan pada suatu

besar. Hal ini sesuai dengan profil kecepatan yang didapatkan dari proses inversi kurva dispersi yang dilakukan dan *Standard*



Gambar 13. Perbandingan RMS error sebagai fungsi iterasi: (a) metode L-M (b) metode SVD

lapisan bumi tak berlapis. Hasil inversi pada *Gibson Half-space* menunjukkan kemungkinan profil kecepatan gelombang geser yang kontinu pada lapisan sedimen yang tidak terkonsolidasi. Hal ini sesuai dengan keadaan geologi LUSI. LUSI merupakan daerah dataran tinggi dimana keadaan geologi dangkalnya didominasi oleh sedimen aluvial yang tebal, yang meliputi delta sedimen dari sistem sedimen *back-arc*. Batuan sedimen pada daerah ini berupa tanggul, lempung lanauan, pasir lanauan, dan lempung. Batuan ini termasuk batuan sedimen yang terdapat pada masa *Early Miocene*. Daerah ini juga masih mengalami proses pergerakan tektonik lempeng yang sangat aktif. Sehingga, profil kecepatan gelombang geser pada daerah ini semakin ke dalam semakin



Gambar 14. Perbandingan profil kecepatan gelombang geser sebagai fungsi kedalaman kedua metode

Penetration Test (SPT) daerah tersebut yang rendah, sekitar di bawah 15 pada kedalaman 30 meter karena LUSI merupakan daerah geologi dangkal. Hasil analisis kecepatan gelombang geser tersebut dapat digunakan sebagai acuan untuk mengamati kondisi kerentanan tanah yang berada di daerah sekitar tanggul LUSI.

IV. KESIMPULAN

Berdasarkan kajian teori, analisis data dan pembahasan yang telah dideskripsikan, dapat disimpulkan bahwa metode optimasi *Levenberg-Marquardt* (L-M) dan *Singular Value Decomposition* (SVD) dapat menghasilkan inversi kurva dispersi yang cepat, sederhana, dan cukup baik dengan nilai rms error yang kecil.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Bapak Prof. Dr. rer. nat. Bagus Jaya Santosa, SU dan Sungkono, M.Si selaku dosen pembimbing dan semua pihak yang terlibat dalam penelitian tugas akhir ini.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Foti, S., Lai, C.G., Rix, G.J., and Strobba, C., 2015, *Surface Wave Methods for Near-Surface Site Characterization*. New York: CRS Press: A Spon Press Book.
- [2] Gibson, R.E., 1967, *Some Results Concerning Displacements and Stresses in A Nonhomogeneous Elastic Half-Space*. *Geotechnique* 17(1), 58-67.
- [3] Golub, G.H. and Reinsch, C., 1967, *Singular Value Decomposition and Least Squares Solution*. *Numerical Mathematic* 14, 403-420.
- [4] Hartantyo, E., Afif, R., dan Wiwit, S., 2009, *Active Multichannel Analysis of Surface Waves (MASW) Survey for Sutet Tower Base Soil*

- Compaction Presented at International Conference of Mathematics and Natural Sciences 2008*. ITB Bandung.
- [5] Lai, C.G., 1998, *Simultaneous Inversion of Rayleigh Phase Velocity and Attenuation for Near Surface Site Characterization*. Atlanta: PhD Dissertation, Georgia Institution of Teehn.
- [6] Lowrie, William, 2007, *Fundamentals of Geophysics, 2nd Edition*. Cambridge: Cambridge University Press.
- [7] Marquardt, D.W., 1963, *An Algorithm for Least Squares Estimation of Nonlinear Parameters*. Journal Social Industry Applied Mathematics 2, 431-441.
- [8] Miller, R.D. and Xia, J., 1999, *Using MASW to Map Bedrock in Olathe, Kansas, Kansas Geological Survey Open File Report No. 99-9*. Missouri: Final Report to Harding Lawson Associates, Lee's Summit.
- [9] Miller, R.D., Xia, J., and Park, C.B., 1999, *MASW to Investigate Subsidence in the Tampa, Florida Area. Kansas Geological Survey Open File Report No. 99-33*. Kansas: Report to ELM Consulting LLC, Olathe, Kansas.
- [10] Park, C.B., Miller, R.D., and Xia, J., 1999, *Multichannel Analysis of Surface Waves, Geophysics, Vol. 64, No. 3 (May-June, 1999)*; Page 800-808.
- [11] Park, C.B. and Miller, R.D., 2004, *MASW to Map Shear-Wave Velocity of Soil, Kansas Geological Surevey Open File Report 2004-30*. Kansas: The University of Kansas.
- [12] Park, C.B. and Miller, R.D., 2005, *Seismic Characterization of Wind Turbine Sites in Kansas by the MASW Method, Kansas Geological Survey Open File Report 2005-23*. Kansas: Report to Barr Engineering Company, Minneapolis.
- [13] Santosa, Bagus Jaya, 2002, *Seismologi: Modul Ajar*. Surabaya: Jurusan Fisika FMIPA ITS.
- [14] Santoso, Djoko, 2002, *Seismologi Eksplorasi*. Bandung: Departemen Teknik Geofisika ITB.
- [15] Sholihan, Ahmad, 2010, *Analisis Dispersi Gelombang Rayleigh Struktur Geologi Bawah Permukaan Studi Kasus: Daerah Pasir Putih Dalegan Gresik*. Surabaya: Jurusan Fisika FMIPA ITS.
- [16] Telford, W.M., Geldart, L.P., and Sheriff, R.E., 1967, *Applied Geophysics*. Cambridge: Cambridge University Press.
- [17] Vardoulakis, I. and Vertos, C., 1988, *Dispersion Law of Rayleigh-type Waves in A Compressible Gibson Half-Space*. International Journal Numerical Analysis Method. Geomechanic 12, 639-655.
- [18] Waskito, R.G.N. 2013. *Aplikasi Metode Inversi Kurva Dispersi Gelombang Rayleigh yang Robust Terhadap Noise Berbasis Differential Evolution*. Surabaya: Tugas Akhir Jurusan Fisika FMIPA ITS.
- [19] Xia, J., Xu, Y., Miller, R.D., and Chen, C., 2004, *Estimation of Elastic Moduli in A Compressible Gibson Half-Space by Inverting Rayleigh-Wave Phase Velocity*. Kansas Geological Survey. Published by Springer 2006: Surveys in Geophysics 27, 1-17.
- [20] Xia, J., 2006, *Delineating Subsurface Features with the MASW Methods at Maxwell AFB in Montgomery, Alabama, Kansas Geological Survey Open File Report 2006-1*. Kansas: Report to Andrew Weinberg, Bechtel-S Corp., Texas.
- [21] Yeluru, P.M., 2013, *Enhacing Usability of the Multichannel Analysis of Surface Wave (MASW) Technique for Subsurface Physical Property Mapping by Incorporating Random-Array Seismic Acquisition*. Knoxville: University of Tennessee.