TUGAS AKHIR – KM184801

ESTIMASI PARAMETER MODEL PENYEBARAN PENYAKIT MALARIA DENGAN MENGGUNAKAN METODE KALMAN FILTER

ANNISA RAHMIENDA MAHA
06111640000118

Dosen Pembimbing
Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si, M.Si
Dr. Fatmawati, M.Si

Departemen Matematika
Fakultas Sains dan Analitika Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2020

TUGAS AKHIR – KM184801

ESTIMASI PARAMETER MODEL PENYEBARAN PENYAKIT MALARIA DENGAN MENGGUNAKAN METODE KALMAN FILTER

ANNISA RAHMIENDA MAHA
NRP 06111640000118

Dosen Pembimbing
Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si, M.Si
Dr. Fatmawati, M.Si

DEPARTEMEN MATEMATIKA
Fakultas Sains dan Analitika Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2020

FINAL PROJECT – KM184801

PARAMETER ESTIMATION OF MALARIA DISEASE SPREAD MODEL USING KALMAN FILTER METHOD

ANNISA RAHMIENDA MAHA
NRP 06111640000118

Supervisors
Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si, M.Si
Dr. Fatmawati, M.Si

DEPARTMENT OF MATHEMATICS
Faculty of Science and Analytical Data
Sepuluh Nopember Institute of Technology
Surabaya 2020

LEMBAR PENGESAHAN

ESTIMASI PARAMETER MODEL PENYEBARAN PENYAKIT MALARIA DENGAN MENGGUNAKAN METODE KALMAN FILTER

PARAMETER ESTIMATION OF MALARIA DISEASE SPREAD MODEL USING KALMAN FILTER METHOD

Diajukan untuk Memenuhi Salah Satu Syarat
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika
Pada Bidang Studi Matematika Terapan
Program Studi S-1 Departemen Matematika
Fakultas Sains dan Analitika Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

Oleh:
Annisa Rahmienda Maha
NRP.061 11640000 118

Menyetujui,

Dosen Pembimbing II,	Dosen Pembimbing I,
Dr. Fatmawati, M.Si	Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si, M.Si
NIP. 19730704 199802 2 001	NIP. 19730930 199702 1 001

Mengetahui,
Kepala Departemen Matematika
FSAD ITS

Subchan, Ph.D
NIP. 19710513 199702 1 001
Surabaya, 18 Agustus 2020

ESTIMASI PARAMETER MODEL PENYEBARAN PENYAKIT MALARIA DENGAN MENGGUNAKAN METODE KALMAN FILTER

Nama : **Annisa Rahmienda Maha**
NRP : **06111640000118**
Departemen : **Matematika**
Dosen Pembimbing : **Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si.,M.Si**
Dr. Fatmawati, M.Si

ABSTRAK

Malaria merupakan salah satu dari masalah utama untuk kesehatan di Indonesia, terutama di Provinsi Papua yang mempunyai jumlah penderita terbesar untuk penyakit malaria. Oleh karena itu, diperlukannya penyelidikan terhadap penyebaran penyakit malaria. Salah satu penyelidikan tentang penyebaran penyakit malaria adalah dengan melakukan estimasi parameter model matematika penyebaran penyakit malaria. Oleh karena itu, pada tugas akhir dilakukan estimasi parameter model matematika penyebaran penyakit malaria dengan menggunakan metode Kalman Filter.

Model matematika penyebaran penyakit malaria merupakan sistem dalam bentuk non linier. Oleh karena itu, pada tugas akhir ini pertama dilakukan pelinieran dan pendiskritan. Selanjutnya dilakukan analisis kestabilan sistem dengan menggunakan sistem linear dan diskrit yang sudah didapatkan, dimana hasil sistem nya stabil. Langkah terakhir dilakukan simulasi numerik dengan menggunakan Metode Kalman Filter.

Pada penulisan Tugas Akhir ini diperoleh bahwa hasil estimasi untuk jumlah manusia yang terinfeksi terhadap penyakit malaria mendekati nilai realnya yaitu nilai berdasarkan jumlah bulanan kumulatif pada kasus malaria di provinsi Papua pada bulan Januari-Desember tahun 2018 dan nilai MAPE nya 2,67% dan dari estimasi parameter yang diamati dari bulan Januari-Desember tahun 2018 tersebut dapat digunakan untuk mengestimasi parameter lainnya.

Kata Kunci*: Diskrit, Estimasi Parameter, Kalman Filter, Linear, Malaria, Non-Linear.*

PARAMETER ESTIMATION OF MALARIA DISEASE SPREAD MODEL USING KALMAN FILTER METHOD

Name	***: Annisa Rahmienda Maha***
NRP	***: 06111640000118***
Department	***: Mathematics***
Supervisor	***: Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si.,M.Si***
	Dr. Fatmawati, M.Si

ABSTRACT

Malaria is one of the main problem for health in Indonesia, especially in Papua Province which has the largest number of sufferers for the malaria disease. Therefore, it is required to investigate the spread of malaria. One of the investigation is by estimating the parameters of the spread malaria disease with mathematical model. So the final project is to estimate the parameters of the spread malaria disease with mathematical model by using Kalman Filter Method.

The mathematical model of the spread malaria disease is a non-linear system. So, the fisrt thing to do is produce linear and discrete equation. After that do the system stability analysis, which is carried out using the linear and discrete systems that have been obtain, where the system results are stable. Then the final step is numerical simulation using by Kalman Filter

This final project is obtained that the estimation results for the number of people infected with malaria approaching the real value which is the value based on the cumulative monthly amount by malaria cases in Papua January to December 2018 and the MAPE value is 2,67% and from the parameter estimates observed from January to Desember 2018,it can be used for estimate the other parameters.

Keywords*: Descrete, Kalman Filter, Linear, Malaria, Non-Linear, Parameter Estimation*

KATA PENGANTAR

Segala puji dan syukur penulis ucapkan kehadirat Allah SWT, yang telah memberikan berkah, rahmat dan ridho-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir yang berjudul

"ESTIMASI PARAMETER MODEL PENYEBARAN PENYAKIT MALARIA DENGAN MENGGUNAKAN METODE KALMAN FILTER"

Sebagai salah satu syarat kelulusan Program Sarjana Departemen Matematika, Fakultas Sains dan Analitika Data Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya.

Tugas Akhir ini dapat terselesaikan dengan baik berkat bantuan dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan ucapan terima kasih dan penghargaan kepada:

1. Subchan, Ph.D selaku Kepala Departemen Matematika FSAD ITS yang telah memberikan dukungan dan bimbingan selama perkuliahan hingga terselesaikannya Tugas Akhir ini.
2. Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si, M.Si selaku dosen pembimbing dan dosen wali atas segala bimbingan dan motivasinya kepada penulis dalam mengerjakan Tugas Akhir ini sehingga dapat terselesaikan dengan baik.
3. Dr. Fatmawati, M.Si selaku dosen pembimbingan atas segala bimbingan dan motivasinya kepada penulis dalam mengerjakan Tugas Akhir ini sehingga dapat terselesaikan dengan baik.
4. Prof. Dra. Erna Apriliani, M.Si., Dr. Hariyanto, M.Si., Soleha, S.Si, M.Si selaku dosen penguji atas semua saran yang telah diberikan demi perbaikan Tugas Akhir ini.
5. Dr. Dwi Ratna Sulistyaningrum, S.Si, MT dan Dr. Budi Setiyono, MT selaku Sekretaris Program Studi Sarjana Departemen Matematika FSAD ITS yang telah memberikan arahan akademik dan menyusun jadwal.

6. Seluruh Bapak dan Ibu dosen serta para Staff Tata Usaha Departemen Matematika FSAD ITS.
7. Kedua orang tua serta saudara kandung penulis, Mama, Papa, Zahrah, dan Azhar serta keluarga atas dukungan dan semangat yang telah diberikan.
8. Teman seperjuangan penulis Jinandya Mentari, Kirana Putri S, Nadhira Azane, Vivien Maulidya dan Yovia Galuh S yang senantiasa memberikan semangat dan motivasi untuk menyelesaikan Tugas Akhir ini.
9. Teman-teman HEHEHE, Alhamdulillah Teman, Galactica dan Lemniscate yang memberikan semangat dan motivasi.
10. Mba Helisyah, Sandy, dan Mayga yang senantiasa membantu dalam pengerjaan Tugas Akhir ini.
11. Bayu Satria yang telah memberikan motivasi, dukungan, dan semangat.
12. Semua pihak yang belum disebutkan yang telah membantu dalam penyusunan Tugas Akhir ini.

Penulis juga menyadari bahwa dalam Tugas Akhir ini masih terdapat kekurangan. Oleh sebab itu, kritik dan saran yang bersifat membangun sangat penulis harapkan demi kesempurnaan Tugas Akhir ini. Akhirnya, penulis berharap semoga Tugas Akhir ini dapat bermanfaat bagi banyak pihak.

Surabaya, Agustus 2020

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL i
LEMBAR PENGESAHAN v
ABSTRAK vii
ABSTRACT ..... *ix*
KATA PENGANTAR xi
DAFTAR ISI xiii
DAFTAR GAMBAR xv
DAFTAR TABEL xvii
DAFTAR SIMBOL xix
BAB I PENDAHULUAN 1
1.1. Latar Belakang 1
1.2. Rumusan Masalah 2
1.3. Batasan Masalah 3
1.4. Tujuan 3
1.5. Manfaat 3
BAB II TINJAUAN PUSTAKA 5
2.1. Penelitian Terdahulu 5
2.2. Landasan Teori 6
2.2.1. Model Formulasi dari Penyebaran Penyakit Malaria 6
2.2.2. Titik Setimbang 8
2.2.3. Pelinearan 8
2.2.4. Metode Beda Hingga Maju 11
2.2.5. Kajian Sistem Linear Diskrit 12
2.2.6. MAPE 13
2.2.7. Metode Kalman Filter 14
BAB III METODE PENELITIAN 17
3.1. Studi Literatur 17
3.2. Tahapan Penelitian 17
3.3. Diagram Alur Penelitian 21

BAB IV ANALISA DAN PEMBAHASAN 23
4.1. Deskripsi Model Penyebaran Penyakit Malaria.....23
4.2. Titik Kesetimbangan Model Matematika Penyebaran Penyakit Malaria 26
4.2.1. Titik Kesetimbangan pada Saat Non Endemik 27
4.3. Pelinieran.....28
4.3.1. Pelinearan pada Saat Non Endemik 28
4.4. Pendiskritan 30
4.4.1. Pendiskritan pada Saat Non Endemik 30
4.5. Analisa Kestabilan pada Titik Setimbang 32
4.5.1. Analisa Kestabilan Non Endemik atau Bebas Penyakit dengan Empat Variabel 32
4.5.2. Analisa Kestabilan Non Endemik atau Bebas Penyakit dengan 4 Variabel dan 6 Parameter 33
4.6. Analisis dan Hasil Solusi Numerik 35
4.6.1. Solusi Numerik dengan Menggunakan Data Kumulatif pada Tahap Prediksi 36
4.6.2. Solusi Numerik dengan Menggunakan Data Kumulatif pada Tahap Koreksi 56
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN..... 77
5.1. Kesimpulan.....77
5.2. Saran 78
DAFTAR PUSTAKA 79
LAMPIRAN A 81
LAMPIRAN B 83
LAMPIRAN C 85
LAMPIRAN D 95
BIODATA PENULIS 103

DAFTAR GAMBAR

Gambar 3. 1 Metode Pengerjaan Penelitian 21
Gambar 4. 1 Diagram Kompartmen Model Matematika pada Penyebaran Penyakit Malaria.....25
Gambar 4. 2 Hasil Estimasi pada Jumlah Manusia yang Terinfeksi Terhadap Penyakit (Tahap Prediksi) ...36
Gambar 4. 3 Hasil Estimasi pada Jumlah Manusia yang Rentan Terhadap Penyakit (Tahap Prediksi).....38
Gambar 4. 4 Hasil Estimasi pada Jumlah Nyamuk yang Rentan Terhadap Penyakit (Tahap Prediksi).....40
Gambar 4. 5 Hasil Estimasi pada Jumlah Nyamuk yang Terinfeksi Terhadap Penyakit (Tahap Prediksi) ...42
Gambar 4. 6 Hasil Estimasi pada Parameter *Rate* Rekrutmen dari Nyamuk (Tahap Prediksi) 44
Gambar 4. 7 Hasil Estimasi pada Parameter *Rate* Manusia *Infected* Menjadi Recovered (Tahap Prediksi) 46
Gambar 4. 8 Hasil Estimasi pada Parameter *Rate* Manusia Akibat Terjangkit Penyakit (Tahap Prediksi).....48
Gambar 4. 9 Hasil Estimasi pada Parameter *Rate* Kontak Nyamuk dengan Manusia (Tahap Prediksi) 50
Gambar 4. 10 Hasil Estimasi pada Parameter Penyebaran Penyakit dari Nyamuk ke Manusia (Tahap Prediksi) 52
Gambar 4. 11 Hasil Estimasi pada Parameter Penyebaran Penyakit dari Manusia ke Nyamuk (Tahap Prediksi) 54
Gambar 4. 12 Hasil Estimasi pada Jumlah Manusia yang Terinfeksi Terhadap Penyakit (Tahap Koreksi) ...56
Gambar 4. 13 Hasil Estimasi pada Jumlah Manusia yang Rentan Terhadap Penyakit (Tahap Koreksi) 58

Gambar 4. 14 Hasil Estimasi pada Jumlah Nyamuk yang Rentan Terhadap Penyakit (Tahap Koreksi).....60
Gambar 4. 15 Hasil Estimasi pada Jumlah Nyamuk yang Terinfeksi Terhadap Penyakit (Tahap Koreksi) ...62
Gambar 4. 16 Hasil Estimasi pada Parameter *Rate* Rekrutmen dari Nyamuk (Tahap Koreksi).....64
Gambar 4. 17 Hasil Estimasi pada Parameter *Rate* Manusia *Infected* Menjadi *Recovered* (Tahap Koreksi).....66
Gambar 4. 18 Hasil Estimasi pada Parameter *Rate* Manusia Akibat Terjangkit Penyakit (Tahap Koreksi) 68
Gambar 4. 19 Hasil Estimasi pada Parameter *Rate* Kontak Nyamuk dengan Manusia (Tahap Koreksi) 70
Gambar 4. 20 Hasil Estimasi pada Parameter Penyebaran Penyakit dari Nyamuk ke Manusia (Tahap Koreksi) 72
Gambar 4. 21 Hasil Estimasi pada Parameter Penyebaran Penyakit dari Manusia ke Nyamuk (Tahap Koreksi) 74

DAFTAR TABEL

Tabel 2. 1 Tabel Akurasi Peramalan 13
Tabel 2. 2 Tabel Algoritma Kalman Filter.....15
Tabel 4. 1 Tabel Variabel Model Matematika pada Penyebaran Menyakit Malaria.....23
Tabel 4. 2 Tabel Parameter Model Matematika pada Penyebaran Menyakit Malaria.....24
Tabel 4. 3 Tabel Nilai Estimasi dan Nilai Kumulatif pada Jumlah Manusia yang Terinfeksi Terhadap Penyakit (Tahap Prediksi).....37
Tabel 4. 4 Tabel Nilai Estimasi pada Jumlah Manusia yang Rentan Terhadap Penyakit (Tahap Prediksi) 39
Tabel 4. 5 Tabel Nilai Estimasi pada Jumlah Nyamuk yang Rentan Terhadap Penyakit (Tahap Prediksi) 41
Tabel 4. 6 Tabel Nilai Estimasi pada Jumlah Nyamuk yang Terinfeksi Terhadap Penyakit (Tahap Prediksi) 43
Tabel 4. 7 Tabel Nilai Estimasi pada Parameter *Rate* Rekrutmen dari Nyamuk (Tahap Prediksi).....45
Tabel 4. 8 Tabel Nilai Estimasi pada Parameter *Rate* Manusia *Infected* Menjadi *Recovered* (Tahap Prediksi).....47
Tabel 4. 9 Tabel Nilai Estimasi pada Parameter *Rate* Manusia Akibat Terjangkit Penyakit (Tahap Prediksi) 49
Tabel 4. 10 Tabel Nilai Estimasi pada Parameter *Rate* Kontak Nyamuk dengan Manusia (Tahap Prediksi).....51
Tabel 4. 11 Tabel Nilai pada Parameter Penyebaran Penyakit dari Nyamuk ke Manusia (Tahap Prediksi) 53
Tabel 4. 12 Tabel Nilai Estimasi pada Parameter Penyebaran Penyakit dari Manusia ke Nyamuk (Tahap Prediksi) 55

Tabel 4. 13 Tabel Nilai Estimasi dan Nilai Kumulatif pada Jumlah Manusia yang Terinfeksi Terhadap Penyakit (Tahap Koreksi) 57
Tabel 4. 14 Tabel Nilai Estimasi pada Jumlah Manusia yang Rentan Terhadap Penyakit (Tahap Koreksi).....59
Tabel 4. 15 Tabel Nilai Estimasi pada Jumlah Nyamuk yang Rentan Terhadap Penyakit (Tahap Koreksi).....61
Tabel 4. 16 Tabel Nilai Estimasi pada Jumlah Nyamuk yang Terinfeksi Terhadap Penyakit (Tahap Koreksi).....63
Tabel 4. 17 Tabel Nilai Estimasi pada Parameter *Rate* Rekrutmen dari Nyamuk (Tahap Koreksi) 65
Tabel 4.18 Tabel Nilai Estimasi pada Parameter *Rate* Manusia *Infected* Menjadi *Recovered* (Tahap Koreksi) 67
Tabel 4. 19 Tabel Nilai Estimasi pada *Rate* Manusia Akibat Terjangkit Penyakit (Tahap Koreksi).....69
Tabel 4. 20 Tabel Nilai Estimasi pada Parameter *Rate* Kontak Nyamuk dengan Manusia (Tahap Koreksi).....71
Tabel 4. 21 Tabel Nilai pada Parameter Penyebaran Penyakit dari Nyamuk ke Manusia (Tahap Koreksi) 73
Tabel 4. 22 Tabel Nilai Estimasi pada Parameter Penyebaran Penyakit dari Manusia ke Nyamuk (Tahap Koreksi) 75

DAFTAR SIMBOL

$\dot{x}(t)$	: Masukan Sistem Awal
$y(t)$	: Keluaran Sistem Awal
x_{k+1}	: Variabel keadaan pada waktu k + 1,
x_k	: Variabel keadaan pada waktu k,
u_k	: Variabel *input* sistem,
w_k	: *Noise* pada sistem,
z_k	: Variabel pengukuran pada waktu ke-k,
v_k	: *Noise* pada pengukuran,
A_k	: Matriks koefisien,
B_k	: Matriks koefisien untuk *input* sistem,
G	: Matriks koefisien *noise*,
H_k	: Matriks koefisien pengukuran,
Q_k	: Matriks kovarian *error noise* sistem pada Waktu k.
R_k	: Matriks kovarian *error noise* pengukuran pada waktu k
S_h	: Jumlah manusia yang rentan terhadap penyakit
I_h	: Jumlah manusia yang terinfeksi terhadap penyakit
S_v	: Jumlah nyamuk yang rentan terhadap penyakit
I_v	: Jumlah nyamuk yang terinfeksi terhada penyakit
μ_h	: *Rate* kematian dari manusia
μ_v	: *Rate* kematian dari nyamuk
Λ_h	: *Rate* rekrutmen dari manusia
Λ_v	: *Rate* rekrutmen dari nyamuk
γ_h	: *Rate* manusia *infected* menjadi *Recovered.*
δ_h	: *Rate* manusia akibat terjangkit Penyakit.
β	: *Rate* kontak nyamuk dengan Manusia.
p_1	: Penyebaran penyakit dari nyamuk ke manusia

p_2 : Penyebaran penyakit dari manusia ke nyamuk

BAB I
PENDAHULUAN

Pada Bab ini dibahas latar belakang yang mendasari penulisan Tugas Akhir, mencakup identifikasi pada topik dan uraian umum yang menjelaskan secara ringkas berbagai hal yang dilakukan dalam penyelesaian Tugas Akhir ini. Dari informasi yang telah diperoleh tersebut kemudian dirumuskan menjadi permasalahan, asumsi-asumsi dan pengertian untuk membatasi pembahasan pada Tugas Akhir ini.

1.1. Latar Belakang

Malaria merupakan penyakit menular yang disebabkan oleh parasit *Plasmodium* yang ditularkan melalui gigitan nyamuk *Anopheles* betina. Malaria menyebabkan gejala yang biasanya termasuk demam, kelelahan, muntah, dan sakit kepala. Jika tidak ditangani malaria dapat menyebabkan kematian [1].

Malaria merupakan salah satu masalah utama kesehatan di Indonesia. Dari total 262 juta penduduk di Indonesia, ada sebanyak 4,9 juta orang yang masih tinggal di daerah endemis tinggi dan pada tahun 2017, sudah tercatat bahwa terdapat 261.617 kasus malaria yang menewaskan setidaknya 100 orang. Papua merupakan salah satu provinsi dengan jumlah penderita malaria terbesar di Indonesia. Pada tahun 2018 ada 432.331 orang yang diduga terkena malaria dan sebanyak 137.256 orang yang dinyatakan positif malaria berdasarkan hasil pemeriksaan darah di Papua [2].

Oleh karena itu, sangat diperlukannya penyelidikan terhadap penyebaran penyakit malaria. Untuk dapat melihat bagaimana adanya penyebaran penyakit malaria, maka dibuat estimasi parameter model yang diamati dari bulan Januari-Desember pada tahun 2018 dengan menggunakan pemodelan matematika yang tujuannya untuk mengestimasi parameter penyebaran wabah penyakit malaria secara efektif pada populasi nyamuk dan manusia di waktu yang akan datang. Estimasi parameter model ini dilakukan dengan menggunakan metode

Kalman Filter. Karena suatu masalah yang di estimasi terkadang dapat diselesaikan dengan menggunakan informasi atau data sebelumnya yang berhubungan dengan masalah tersebut [3].

Metode Kalman Filter merupakan suatu metode estimasi variabel keadaan dari sistem dinamik linear diskrit yang meminimumkan kovarian *error* estimasi [4]. Kalman Filter pertama kali diperkenalkan oleh Rudolph e. Kalman pada tahun 1960 yaitu tentang suatu penyelesaian pada masalah filtering sistem diskrit yang linear. Padahal dalam kehidupan sehari-hari banyak permasalahan muncul bukan hanya dalam model dinamik yang linear tetapi juga muncul pada model dinamik yang nonlinear [5].

Berdasarkan penelitian terdahulu yang dilakukan oleh Fatmawati pada tahun 2019 yang berjudul "Parameter Estimation and Sensitivity Analysis of Malaria Model" [6] yang membahas tentang estimasi parameter penyebaran penyakit malaria dengan menggunakan metode kuadrat terkecil. *Paper* ini dijadikan acuan utama dalam penulisan tugas akhir ini yang tujuannya untuk mendapatkan nilai *error* dan nilai estimasi yang lebih baik dengan menggunakan metode Kalman Filter dibandingkan dengan menggunakan metode kuadrat terkecil.

Berdasarkan uraian di atas, maka pada Tugas Akhir ini penulis membuat penelitian tentang pemodelan dan estimasi parameter model pada penularan wabah malaria dengan menggunakan metode Kalman Filter. Tugas Akhir yang dikerjakan berjudul Estimasi Parameter Model Penyebaran Penyakit Malaria dengan Menggunakan Kalman Filter.

1.2. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah disajikan, penulis menuliskan beberapa permasalahan yang akan dibahas dalam penelitian Tugas Akhir ini sebagai berikut:

1. Bagaimana langkah-langkah Metode Kalman Filter dalam mengestimasi parameter model penyebaran penyakit malaria?

2. Bagaimana hasil dari analisa simulasi numerik berdasarkan estimasi parameter penyebaran penyakit malaria?

1.3. Batasan Masalah

Dalam Tugas Akhir ini, penulis membatasi permasalahan sebagai berikut:

1. Dalam masalah ini digunakan parameter model estimasi berdasarkan data jumlah bulanan kumulatif pada kasus manusia yang terinfeksi malaria di provinsi Papua pada tahun 2018.
2. Data yang digunakan adalah data penderita malaria tipe Parasit plasmodium vivax.
3. Software yang digunakan untuk simulasi adalah MATLAB.

1.4. Tujuan

Tujuan dari penelitian Tugas Akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Mendapatkan langkah-langkah yang diperoleh pada metode Kalman Filter dalam mengestimasi parameter model penyebaran penyakit malaria.
2. Mendapatkan hasil dari analisis simulasi numerik berdasarkan estimasi parameter penyebaran penyakit malaria.

1.5. Manfaat

Dari penelitian Tugas Akhir ini, penulis mengharapkan agar Tugas Akhir ini dapat bermanfaat bagi berbagai kalangan sebagai berikut:

1. Menambah wawasan dan memberi gambaran tentang estimasi parameter model dari penyebaran penyakit malaria berdasarkan Metode Kalman Filter.
2. Memberikan wawasan bagi stake holder dalam penanggulangan penyebaran penyakit malaria.

BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

Bab ini membahas tinjauan pustaka yang mendasari penulisan Tugas Akhir serta metode penunjang yang digunakan dalam penelitian ini, termasuk di dalamnya penelitian yang pernah dilakukan dan landasan teori.

2.1. Penelitian Terdahulu

Pada penelitian ini, penulis merujuk pada beberapa penelitian terdahulu yang sesuai dengan topik yang diambil. Salah satu penelitian yang digunakan adalah jurnal yang ditulis oleh Fatmawati pada tahun 2019 yang berjudul "Parameter Estimation and Sensitivity Analysis of Malaria Model". Pada penelitian tersebut menyatakan bahwa pemodelan matematika adalah alat yang mampu untuk merancang program pengendalian penyebaran penyakit malaria dengan menggunakan metode the least-square fitting atau teknik pemasangan kuadrat terkecil yang tujuannya dapat mengestimasi sebuah parameter. Dengan Jumlah dari reproduksi dasar model diperkiran 1,2929. Selanjutnya, dilakukan analisis sensitivitas untuk menentukan signifikan sebuah parameter dalam penyebaran penyakit. Dan juga dilakukan simulasi numerik untuk menunjukkan bahwa penyakit malaria dapat diminimumkan [6]. Penelitian tersebut adalah penelitian yang menjadi acuan utama dalam tugas akhir ini. Namun akan dilakukan dengan menggunakan metode Kalman Filter agar bisa mendapatkan hasil estimasi parameter yang lebih akurat dan mendekati nilai real dari data yang sesungguhnya. Harapannya, pengembangan dari penelitian ini dapat juga diterapkan dalam kasus penyebaran penyakit lainnya.

Berdasarkan penelitian lainnya yang ditulis oleh Isman pada tahun 2016 yang berjudul "Penerapan Metode Extended Kalman Filter untuk Estimasi Transmisi Filariasis". Pada penelitian tersebut didapatkan titik kesetimbangan bebas penyakit dan kesetimbangan endemik. Kemudian, dilakukan analisa

kestabilan pada setiap titik kesetimbangan tersebut yang tujuannya agar dapat mengetahui tingkat penyebaran suatu penyakit. Selanjutnya dilakukan estimasi penyebaran dengan menggunakan metode Extended Kalman Filter untuk mengestimasi model sistem nonlinear dan kontinu. Hasil akhir dari estimasi tersebut berupa grafik dan nilai *error* pada setiap populasinya [7].

Adapula penelitian yang ditulis oleh Asmi pada tahun 2014 yang berjudul "Perbandingan Extended Kalman Filter dan Ensemble Kalman Filter dalam Estimasi Pertumbuhan Sel Tumor dengan Menggunakan Virus *Onvolytic*". Pada penelitian tersebut dilakukan diskritisasi dengan metode Beda Hingga Maju untuk diskritisasi pada waktu, kemudian langkah selanjutnya adalah penambahan noise pada model sel terapi tumor dengan virus *oncolytic*. Selanjutnya implementasikan menggunakan algoritma EKF dan EnKF. Langkah terakhir adalah analisis hasil estimasi populasi sel tumor yang tidak terinfeksi virus *oncolytic* dan populasi sel tumor yang terinfeksi virus *oncolytic*. Lalu dibandingkan menggunakan EKF dan EnKF. Hasil akhir dari penelitian ini didapat bahwa metode EnKF lebih baik daripada metode EKF dalam mengestimasi populasi sel tumor yang tidak terinfeksi virus *oncolytic* dan populasi sel tumor yang terinfeksi virus *oncolytic* [8].

2.2. Landasan Teori

2.2.1. Model Formulasi dari Penyebaran Penyakit Malaria

Malaria disebabkan oleh parasit *Plasmodium* yang disebarkan oleh gigitan nyamuk *anopheles* betina. Setelah dari gigitan tersebut, parasit masuk ke dalam tubuh dan menempati hati, dimana parasit dapat tumbuh dan berkembangbiak. Penyebaran penyakit malaria ini berasal dari orang yang terkena penyakit malaria kepada orang yang tidak terkena malaria dan sebagian besar ini terjadi melalu gigitan nyamuk. Disamping melalui gigitan nyamuk, penyebaran penyakit malaria juga dapat terjadi karena terpapar darah penderita malaria seperti, janin yang

terinfeksi dari ibunya, penerimaan transplantasi organ dan penerimaan tranfusi darah. Berikut ini adalah model dinamik penyakit malaria sebagai berikut [6]:

$$\frac{dS_h}{dt} = \Lambda_h - \frac{p_1 \beta I_v}{N_h} S_h + \gamma_h I_h - \mu_h S_h \tag{2.1}$$

$$\frac{dI_h}{dt} = \frac{p_1 \beta I_v}{N_h} S_h - (\mu_h + \gamma_h + \delta_h) I_h \tag{2.2}$$

$$\frac{dS_v}{dt} = \Lambda_v - \frac{p_2 \beta I_h}{N_h} S_v - \mu_v S_v \tag{2.3}$$

$$\frac{dI_v}{dt} = \frac{p_2 \beta I_h}{N_h} S_v - \mu_v I_v \tag{2.4}$$

Dengan syarat awal, $S_h(0) = 0, I_h(0) \geq 0, S_v(0) > 0, I_v(0) \geq 0$. Dan

$$N_h = S_h + I_h \tag{2.5}$$

$$N_v = S_v + I_v \tag{2.6}$$

Dengan keterangan variabel dan parameter sebagai berikut:

S_h : Jumlah manusia yang rentan terhadap penyakit
I_h : Jumlah manusia yang terinfeksi terhadap penyakit
S_v : Jumlah nyamuk yang rentan terhadap penyakit
I_v : Jumlah nyamuk yang terinfeksi terhadap penyakit
μ_h : *Rate* kematian dari manusia
μ_v : *Rate* kematian dari nyamuk
Λ_h : *Rate* rekrutmen dari manusia
Λ_v : *Rate* rekrutmen dari nyamuk
γ_h : *Rate* manusia *infected* menjadi *recovered*
δ_h : *Rate* manusia akibat terjangkit penyakit
β : *Rate* kontak nyamuk dengan manusia
p_1 : Penyebaran penyakit dari nyamuk ke manusia
p_2 : Penyebaran penyakit dari manusia ke nyamuk

2.2.2. Titik Setimbang

***Definisi 1*[9]**

Diberikan sistem persamaan diferensial sebagai berikut:

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = f(x) \tag{2.7}$$

Dengan $x \in R^n$. Sebuah vector $\bar{x}$ yang memenuhi $f(\bar{x}) = 0$ disebut titik setimbang.

2.2.3. Pelinearan

Pelinearan adalah suatu proses yang mengubah sistem persamaan diferensial nonlinear ke bentuk persamaan diferensial linear. Pelinearan dalam sistem persamaan diferensial non linear dilakukan untuk mengetahui perilaku sistem disekitar titik setimbang sistem tersebut. Untuk mendapatkan hasil linearisasi, dapat digunakan dengan Matriks Jacobian. Berikut ini diberikan definisi mengenai Matriks Jacobian pada Teorema 2.1[9].

Teorema 1. *Jika* $f: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ *terdiferensial di* x_0 *maka turunan parsial* $\frac{\partial f_i}{\partial x_j}, i, j = 1,2,3, \dots, n$ *di* x_0 *ada untuk semua* $x \in \mathbb{R}^n$ *dan* $Df(x_0)x = \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_j}(x_0)x_j$

Selanjutnya diberikan penjelasan tentang proses dari pelinearan sistem persamaan diferensial *non linear* ke dalam sistem persamaan diferensial linear.

Diberikan sistem dari persamaan diferensial non linear $\dot{x} = f(x)$, dengan $x \in L \subseteq \mathbb{R}^n, f: L \to \mathbb{R}^n, f$ fungsi non linear dan kontinu. Diberikan juga $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T, f = (f_1, f_2, \dots, f_n)^T$ dan $f \in C^n(L)$. Misalkan $\bar{x} = (\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)^T$ adalah titik setimbang dari sistem $\dot{x} = f(x)$, maka didapat pendekatan linear untuk sistem diperoleh dengan mengunakan ekspansi Taylor disekitar titik setimbang $\bar{x} = (\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)^T$ yaitu,

$$
\begin{aligned}
f_1(x_1, x_2, \dots, x_n)^T \\
&= f_1(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)^T \\
&+ \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)^T (x_1 - \bar{x}_1) + \cdots \\
&+ \frac{\partial f_1}{\partial x_n}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)^T (x_n - \bar{x}_n) + Rf_1 \\
f_2(x_1, x_2, \dots, x_n)^T \\
&= f_2(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)^T \\
&+ \frac{\partial f_2}{\partial x_1}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)^T (x_1 - \bar{x}_1) + \cdots \\
&+ \frac{\partial f_2}{\partial x_n}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)^T (x_n - \bar{x}_n) + Rf_2 \\
&\vdots \\
f_n(x_1, x_2, \dots, x_n)^T \\
&= f_n(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)^T \\
&+ \frac{\partial f_n}{\partial x_1}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)^T (x_1 - \bar{x}_1) + \cdots \\
&+ \frac{\partial f_n}{\partial x_n}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)^T (x_n - \bar{x}_n) + Rf_n
\end{aligned}
\tag{2.8}
$$

Pendekatan linear untuk sistem $\dot{x} = f(x)$ yaitu,

$$
\begin{aligned}
\dot{x}_1 = \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)^T (x_1 - \bar{x}_1) \\
&+ \frac{\partial f_1}{\partial x_2}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)^T (x_2 - \bar{x}_2) + \cdots \\
&+ \frac{\partial f_1}{\partial x_n}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)^T (x_n - \bar{x}_n) + Rf_1
\end{aligned}
$$

$$\dot{x}_2 = \frac{\partial f_2}{\partial x_1}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)^T (x_1 - \bar{x}_1) + \frac{\partial f_2}{\partial x_2}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)^T (x_2 - \bar{x}_2) + \cdots + \frac{\partial f_2}{\partial x_n}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)^T (x_n - \bar{x}_n) + Rf_2$$

$$\vdots \qquad (2.9)$$

$$\dot{x}_n = \frac{\partial f_n}{\partial x_1}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)^T (x_1 - \bar{x}_1) + \frac{\partial f_n}{\partial x_2}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)^T (x_2 - \bar{x}_2) + \cdots + \frac{\partial f_n}{\partial x_n}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)^T (x_n - \bar{x}_n) + Rf_n$$

Karena $Rf_1, Rf_2, \dots Rf_n$ adalah non linear dan mendekati nol maka $Rf_1, Rf_2, \dots Rf_n$ dapat diabaikan. Sehingga persamaan (2.9) dapat ditulis,

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)^T & \frac{\partial f_1}{\partial x_2}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)^T & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)^T \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)^T & \frac{\partial f_2}{\partial x_2}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)^T & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)^T \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)^T & \frac{\partial f_n}{\partial x_2}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)^T & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 - \bar{x}_1 \\ x_2 - \bar{x}_2 \\ \vdots \\ x_n - \bar{x}_n \end{bmatrix}$$

(2.10)

Dapat dimisalkan $y_1 = x_1 - \bar{x}_1, y_2 = x_2 - \bar{x}_2, \dots, y_n = x_n - \bar{x}_n$, maka

$$\dot{y} = \begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \\ \dot{y}_3 \\ \dot{y}_4 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)^T & \frac{\partial f_1}{\partial x_2}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)^T & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)^T \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)^T & \frac{\partial f_2}{\partial x_2}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)^T & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)^T \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)^T & \frac{\partial f_n}{\partial x_2}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)^T & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}$$

(2.11)

Dengan Matriks Jacobian,

$$J(f(\bar{x})) =$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)^T & \frac{\partial f_1}{\partial x_2}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)^T & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)^T \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)^T & \frac{\partial f_2}{\partial x_2}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)^T & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)^T \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)^T & \frac{\partial f_n}{\partial x_2}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)^T & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)^T \end{bmatrix}$$

(2.12)

Maka dari persamaan (2.11) didapat $\dot{y} = J(f(\bar{x}))y$ yang merupakan hasil pelinearan sistem dari sistem $\dot{x} = f(x)$.

2.2.4. Metode Beda Hingga Maju

Metode Beda Hingga adalah metode numerik yang digunakan untuk mendekati suatu penyelesaian persamaan diferensial dengan menggunakan persamaan Beda hingga sebagai pengganti dalam bentuk turunan.

Jika $y = y(x)$ diekspansikan menurut deret Taylor maka didapat,

$$y(x_0 + h) = y(x_0) + hy'(x_0) + \frac{h^2}{2!}y''(x_0) + \cdots \quad (2.13)$$

$$y(x_0 - h) = y(x_0) - hy'(x_0) + \frac{h^2}{2!}y''(x_0) + \cdots \quad (2.14)$$

Berikut merupakan skema numerik dari metode Beda Hingga Maju, yaitu:

$$y(x_0 + h) - y(x_0) = hy'(x_0) + \frac{h^2}{2!}y''(x_0) + \cdots \qquad (2.15)$$

Jika menggunakan notasi Beda Hingga dengan $u(x_0 = kh)$, persamaan (2.15) menjadi,

$$\frac{dy}{dt} = \frac{y^{k+1} - y^k}{\Delta t} \qquad (2.16)$$

2.2.5. Kajian Sistem Linear Diskrit

Misalkan diberikan suatu sistem linear waktu diskrit sebagai berikut:

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k \qquad (2.17)$$

$$z_k = Cx_k + Du_k \qquad (2.18)$$

Dengan

$x_k \in \mathbb{R}^n$: variabel keadaan pada waktu k

$u_k \in \mathbb{R}^m$: vektor masukan deterministik pada waktu k

$z_k \in \mathbb{R}^p$: vektor pengukuran pada waktu k

A, B, C, D : matriks-matriks konstan dengan ukuran yang bersesuaian.

Dari Persamaan (2.17) dan (2.18) dapat dibentuk sebuah fungsi transfer pada persamaan [10]

$$G(z) = C(zI - A)^{-1}B + D \qquad (2.19)$$

I. Kestabilan Sistem

Melalui fungsi transfer dapat diketahui hubungan antara masukan dan keluaran. Selanjutnya, untuk menyelidiki sifat kestabilan Persamaan (2.17) dan (2.18) dengan menggunakan teorema sebagai berikut

Teorema 2 [11]

Sistem linear diskrit, seperti yang dinyatakan pada Persamaan (2.3), adalah stabil asimtotik jika dan hanya jika $|\lambda_i(A)| < 1$ *untuk i=1,…, n dengan* $\lambda_i(A)$ *adalah nilai eigen matriks A. Sedangkan jika* $|\lambda_i(A)| \leq 1$, *maka sistem diskrit adalah stabil.*

2.2.6. MAPE

Mean Absolute Percentage Error (MAPE) merupakan standar ukuran yang digunakan untuk mengukur kesesuaian sebuah metode peramalan yang dapat dinyatakan dalam sebuah persentase. Dengan menggunakan MAPE dapat dilihat sejauh mana hasil peramalan melenceng dari data aktual. Hasil peramalan semakin baik jika nilai MAPE semakin mendekati nol. Rumus untuk menghitung MAPE dinyatakan sebagai berikut [12]:

$$MAPE = \frac{\sum_{t=1}^{n} \frac{|S(t) - F(S(t))|}{S(t)}}{n} \tag{2.20}$$

Berikut ini merupakan Tabel untuk mengetahui keakuratan hasil dari peramalan dengan menggunakan MAPE:

Tabel 2. 1 Tabel Akurasi Peramalan

MAPE	Tingkat Akurasi Peramalan
<10%	Akurasi peramalan tinggi
10%-20%	Akurasi peramalan baik
21%-50%	Akurasi peramalan biasa
>50%	Peramalan tidak akurat

2.2.7. Metode Kalman Filter

Metode Kalman Filter merupakan suatu metode estimasi variabel keadaan dari sistem dinamik linear diskrit yang meminimumkan kovarian *error* estimasi [4]. Kalman Filter pertama kali diperkenalkan oleh Rudolph e. Kalman pada tahun 1960 yaitu tentang suatu penyelesaian pada masalah filtering data diskrit yang linear. Padahal dalam kehidupan sehari-hari banyak permasalahan muncul bukan hanya dalam model dinamik yang linear tetapi juga muncul pada model dinamik yang nonlinear [5]. Kalman filter dapat mengestimasi sebuah variabel keadaan dinamis dari sistem dengan dua tahapan yaitu tahap prediksi dan tahap koreksi. Tahap prediksi ini adalah tahap estimasi dari sistem model dinamik, dan tahap koreksi adalah tahap estimasi dari model pengukuran [13]. Algoritma dari Kalman Filter dapat ditulis sebagai berikut:

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + Gw_k \tag{2.21}$$

$$y_k = Cx_k + Du_k + v_k \tag{2.22}$$

Dengan asumsi,

$$\boldsymbol{x_0} \sim \boldsymbol{N}(\overline{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{0}}, \boldsymbol{P}_{\boldsymbol{x_0}});\ \boldsymbol{w_k} \sim \boldsymbol{N}(\boldsymbol{0}, \boldsymbol{Q_k});\ \boldsymbol{v_k} \sim \boldsymbol{N}(\boldsymbol{0}, \boldsymbol{R_k}) \tag{2.23}$$

Sebelum dilakukan estimasi, terlebih dahulu dilakukan pelinieran pada sistem non linier. Setelah itu didapatkan matriks Jacobian yang digunakan untuk mencari kestabilan.

Estimasi pada Kalman Filter mempunyai dua yaitu tahap prediksi (*time update*) dan tahap koreksi (*measurement update*). Pada tahap prediksi dipengaruhi oleh dinamika sistem dengan memprediksi variabel keadaan yang menggunakan persamaan dari estimasi variabel keadaan dan tingkat akurasinya dapat dihitung dengan menggunakan persamaan kovariansi *error*. Pada tahap selanjutnya dilakukan koreksi dengan menggunakan model pengukuran dari hasil estimasi variabel keadaan. Salah satu dari tahap ini dapat menentukan matriks Kalman Gain yang digunakan untuk meminimumkan kovariansi *error*. Pada tahap prediksi dan

koreksi dilakukan pengulangan terus menerus sampai waktu yang telah ditentunkan Algoritma Kalman Filter [14] diberikan pada table 2.2.

Tabel 2. 2 Tabel Algoritma Kalman Filter

Model Sistem dan Model Pengukuran	$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + Gw_k$ $z_k = Hx_k + v_k$
Asumsi	$x_0 \sim N(\bar{x}_0, P_{x_0},)\ w_k \sim N(0, Q_k);\ v_k \sim N(0, R_k)$
Inisialisasi	$\hat{x}_0 = \bar{x}_0$ $P_0 = P_{x_0}$
Tahap Prediksi	Estimasi: $\hat{x}_{k+1}^- = A\hat{x}_k + Bu_k$ Kovariansi *error*: $P_{k+1}^- = AP_kA^T + G_kQ_kG_k^T$
Tahap Koreksi	Kalman Gain: $K_{k+1} = P_{k+1}^- H^T (HP_{k+1}^- H^T + R_{k+1})^{-1}$ Estimasi: $\hat{x}_{k+1} = \hat{x}_{k+1}^- + P_{k+1}H^T R_{k+1}^{-1} H(z_{k+1} - H\hat{x}_{k+1}^-)$ Kovariansi *error* : $P_{k+1} = [(P_{k+1}^-)^- + H^T R_{k+1}^- H]^-$

BAB III
METODE PENELITIAN

Bab ini menjelaskan langkah-langkah yang digunakan dalam penyelesaian masalah pada penelitian ini. Disamping itu, dijelaskan pula prosedur dalam proses pelaksanaan pada setiap langkah yang digunakan dalam menyelesaikan penelitian ini

3.1. Studi Literatur

Pada tahap ini dilakukan studi referensi tentang Kalman Filter. Referensi yang digunakan adalah buku-buku, skripsi, thesis dan *paper-paper* dalam jurnal ilmiah yang berkaitan dengan topik pada penelitian ini.

3.2. Tahapan Penelitian

Pada sub Bab ini dijelaskan tentang tahapan-tahapan penelitian yang dilakukan untuk menyelesaikan masalah yang telah dikemukakan pada rumusan masalah. Berikut ini adalah tahapan-tahapan penelitian pada estimasi penyebaran penyakit malaria:

1. Model Formulasi pada Penyebaran Penyakit Malaria

Pada Tugas Akhir ini dikaji tentang model dari penyebaran penyakit malaria. Model matematika yang digunakan yaitu pada persamaan (2.1) - (2.4) dalam bentuk non linear yang tujuannya agar dapat mengestimasi parameter penyebaran wabah penyakit malaria secara efektif pada populasi nyamuk dan manusia di waktu yang akan datang. Dan dilakukan estimasi parameter penyebarannya dengan menggunakan metode Kalman Filter.

2. Pembentukan Model Linear

Pada tahap ini, diperlukan linearisasi karena model matematika pada penyebaran penyakit malaria merupakan bentuk non linear. Linearisasi adalah suatu proses yang mengubah sistem persamaan diferensial nonlinear ke bentuk persamaan diferensial linear, maka dari itu dilakukan pelinieran sistem pada model

penyebaran penyakit malaria di sekitar titik kesetimbangan, yang menghasilkan:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{S}_h \\ \dot{I}_h \\ \dot{S}_v \\ \dot{I}_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial S_h} & \frac{\partial f_1}{\partial I_h} & \frac{\partial f_1}{\partial S_v} & \frac{\partial f_1}{\partial I_v} \\ \frac{\partial f_2}{\partial S_h} & \frac{\partial f_2}{\partial I_h} & \frac{\partial f_2}{\partial S_v} & \frac{\partial f_2}{\partial I_v} \\ \frac{\partial f_3}{\partial S_h} & \frac{\partial f_3}{\partial I_h} & \frac{\partial f_3}{\partial S_v} & \frac{\partial f_3}{\partial I_v} \\ \frac{\partial f_4}{\partial S_h} & \frac{\partial f_4}{\partial I_h} & \frac{\partial f_4}{\partial S_v} & \frac{\partial f_4}{\partial I_v} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_h \\ I_h \\ S_v \\ I_v \end{bmatrix} \tag{3.1}$$

Setelah dilakukannya pelinieran maka sistem tersebut menjadi sistem linier kontinu.

3. Pendiskritan

Pada penelitian ini akan digunakan algoritma Kalman Filter waktu diskrit (*Dicrete-time* Kalman Filter). Maka dari itu, perlu dilakukan pendiskritan model dari penyebaran penyakit malaria dengan menggunakan metode Beda Hingga Maju karena dapat memprediksi nilai kedepannya. Dari persamaan (2.16) menjadi,

$$\dot{S}_h = \frac{S_h}{dt} = \frac{{S_h}^{k+1} - {S_h}^{k}}{\Delta t} \tag{3.2}$$

$$\dot{I}_h = \frac{I_h}{dt} = \frac{{I_h}^{k+1} - {I_h}^{k}}{\Delta t} \tag{3.3}$$

$$\dot{S}_v = \frac{S_v}{dt} = \frac{{S_v}^{k+1} - {S_v}^{k}}{\Delta t} \tag{3.3}$$

$$\dot{I}_v = \frac{I_v}{dt} = \frac{{I_h}^{k+1} - {I_h}^{k}}{\Delta t} \tag{3.4}$$

4. Analisa Sistem

Pada tahap ini dilakukan analisa sistem untuk mengetahui sifat-sifat sistem apakah sistem tersebut stabil. Selanjutnya dilakukan estimasi parameter dengan menggunakan metode Kalman Filter.

5. Implementasi Metode Kalman Filter

Pada tahap ini dilakukan estimasi variabel dan parameter model yakni S_h, I_h, S_v, I_v, Λ_v, γ_h, δ_h, β, p_1, p_2 dengan menggunakan metode Kalman Filter.

Berikut ini adalah langkah-langkah untuk mengestimasi parameter dengan menggunakan Kalman Filter yaitu:

a. Menentukan model sistem dan model pengukuran

Pada tahap ini menentukan model sistem dan model pengukuran. Diperoleh model sistem yaitu dan model pengukuran, yaitu:

$$X_{k+1} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial S_h} & \frac{\partial f_1}{\partial I_h} & \frac{\partial f_1}{\partial S_v} & \frac{\partial f_1}{\partial I_v} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial f_2}{\partial S_h} & \frac{\partial f_2}{\partial I_h} & \frac{\partial f_2}{\partial S_v} & \frac{\partial f_2}{\partial I_v} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial f_3}{\partial S_h} & \frac{\partial f_3}{\partial I_h} & \frac{\partial f_3}{\partial S_v} & \frac{\partial f_3}{\partial I_v} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial f_4}{\partial S_h} & \frac{\partial f_4}{\partial I_h} & \frac{\partial f_4}{\partial S_v} & \frac{\partial f_4}{\partial I_v} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_h \\ I_h \\ S_v \\ I_v \\ \Lambda_v \\ \gamma_h \\ \delta_h \\ \beta \\ p_1 \\ p_2 \end{bmatrix} + Gw_k \qquad (3.5)$$

$$Z_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_h \\ I_h \\ S_v \\ I_v \\ \Lambda_v \\ \gamma_h \\ \delta_h \\ \beta \\ p_1 \\ p_2 \end{bmatrix} + v_k \qquad (3.6)$$

b. Asumsi

Pada tahap ini dilakukan asumsi dan didapat hasil berdistribusi normal.

c. Proses inisialisasi

Pada tahap ini diberikan nilai awal (inisialisasi) $\widehat{x_0} = \overline{x_0}\,, P_0 = P_{x_0}$

d. Tahap prediksi

Pada tahap ini menghitung estimasi parameter dan kovarian *error* pada model sistem dari penyebaran penyakit malaria.

e. Tahap Koreksi

Pada tahap ini dilakukan perhitungan dengan Kalman Gain, kemudian menghitung estimasi parameter dan kovarian *error*. Dan pada perhitungan ini dikatakan bagus jika nilai kovarian *error*-nya semakin kecil dan belaku pula untuk sebaliknya.

6. Tahapan Simulasi Numerik, Analisis dan Perbandingan

Pada tahap ini dilakukan penerapan penyebaran penyakit malaria. Selanjutnya dilakukan simulasi dengan menggunakan software MATLAB untuk mengetahui hasil estimasi. Kemudian dilakukan analisis terhadap estimasi tersebut. Selanjutnya, dilakukan perbandingan estimasi pada penyebaran penyakit malaria dengan menggunakan Metode Kalman Filter. Setelah itu, dibandingkan keakuratan dengan data real yang sebenarnya dan juga dilakukan estimasi parameter penyebaran penyakit malaria di waktu yang akan datang.

7. Penarikan Kesimpulan dan Saran

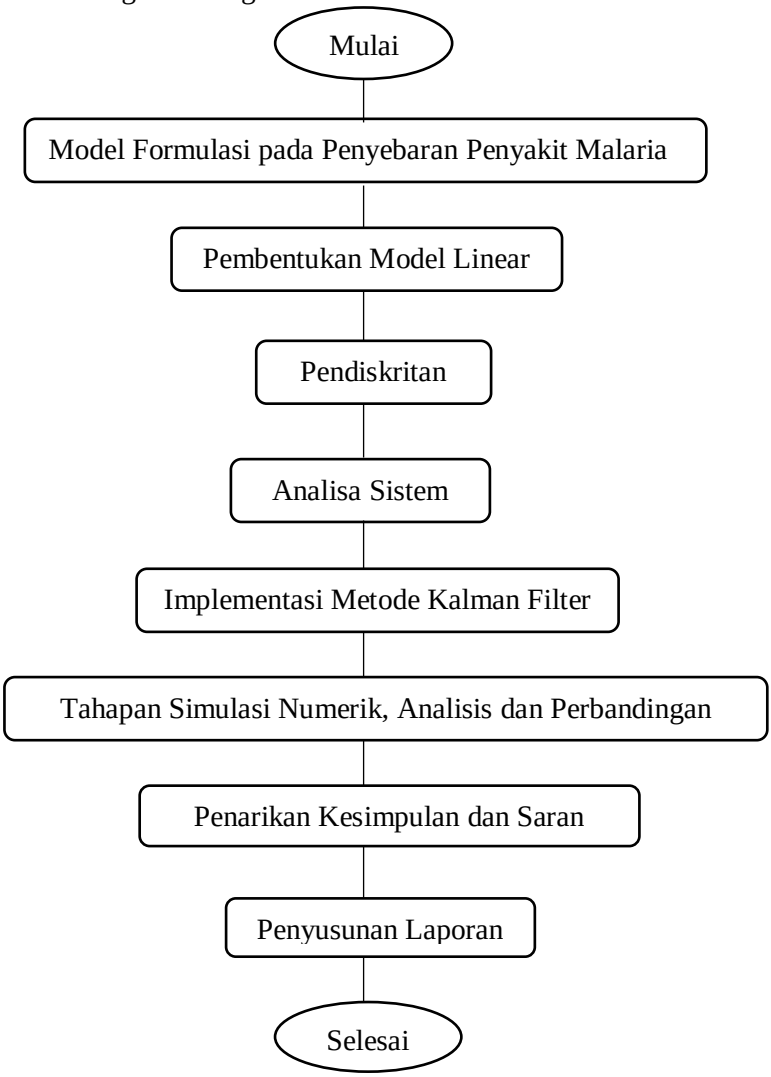
Pada tahap ini dilakukan penarikan kesimpulan berdasarkan hasil simulasi dan pembahasan pada tahap sebelumnya. Selanjutnya dari hasil kesimpulan yang ada diberikan saran untuk penelitian selanjutnya.

8. Penyusunan Laporan

Seluruh tahapan yang dilakukan hingga menghasilkan data yang diinginkan didokumentasikan dalam sebuah laporan. Laporan ini ditulis berdasarkan panduan yang sudah berlaku di Departemen Matematika, Fakultas Sains dan Analitika Data, Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

3.3. Diagram Alur Penelitian

Langkah-langkah penelitian pada Tugas Akhir disajikan dalam diagram sebagai berikut:



Gambar 3. 1 Metode Pengerjaan Penelitian

BAB IV
ANALISA DAN PEMBAHASAN

Pada Bab ini dibahas mengenai deskripsi model penyebaran penyakit malaria, titik kesetimbangan non endemik, analisa sifat sistem dari model pendiskritan. Selain itu dicari estimasi parameter pada penyebaran penyakit malaria dan disimulasikan model tersebut secara numerik dengan menggunakan metode Kalman Filter menggunakan *software* Matlab.

4.1. Deskripsi Model Penyebaran Penyakit Malaria

Model penyebaran penyakit malaria yang dibahas pada Tugas Akhir ini adalah model matematika [6] yang meninjau model SISI yang menggambarkan penyebaran penyakit malaria pada manusia. Berikut ini merupakan notasi serta definisi dari variabel dan parameter yang digunakan pada model matematika penyebaran penyakit malaria yang tertera pada Tabel 4.1-4.2.

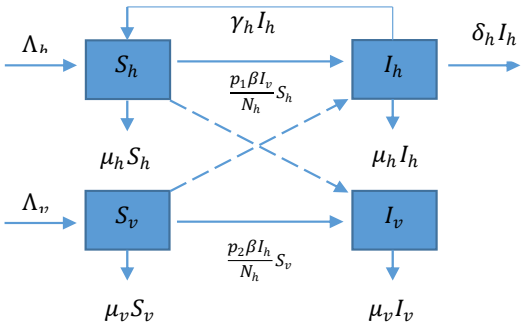
Tabel 4. 1 Tabel Variabel Model Matematika pada Penyebaran Menyakit Malaria

Variabel	Keterangan	Nilai
S_h	Jumlah manusia yang rentan terhadap penyakit	2.256.822
I_h	Jumlah manusia yang terinfeksi terhadap penyakit	7793
S_v	Jumlah nyamuk yang rentan terhadap penyakit	100.000
I_v	Jumlah nyamuk yang terinfeksi terhadap penyakit	1000

Tabel 4. 2 Tabel Parameter Model Matematika pada Penyebaran Menyakit Malaria

Parameter	Keterangan	Nilai
μ_h	*Rate* kematian dari manusia	0,00004
μ_v	*Rate* kematian dari nyamuk	0,025
Λ_h	*Rate* rekrutmen dari manusia	94,6002
Λ_v	*Rate* rekrutmen dari nyamuk	474,8190
γ_h	*Rate* manusia *infected* menjadi *recovered*	0,0074
δ_h	*Rate* manusia akibat terjangkit penyakit	0,00044653
β	*Rate* kontak nyamuk dengan manusia	0,637
p_1	penyebaran penyakit dari nyamuk ke manusia	0,73
p_2	penyebaran penyakit dari manusia ke nyamuk	0,1327

Berdasarkan mekanisme penyebaran penyakit malaria yang telah dijelaskan serta variabel dan parameter yang telah disebutkan pada Tabel 4.1-4.2, maka dapat dibentuk diagram penyebarannya pada Gambar 4.1



Gambar 4. 1 Diagram Kompartmen Model Matematika pada Penyebaran Penyakit Malaria

Berdasarkan Gambar 4.1, maka didapatkan model matematika untuk penyebaran penyakit malaria dalam bentuk nonlinear sistem persamaan diferensial biasa yang dapat ditulis pada persamaan (4.1)-(4.4) [6]:

$$\frac{dS_h}{dt} = \Lambda_h - \frac{p_1 \beta I_v}{N_h} S_h + \gamma_h I_h - \mu_h S_h \tag{4.1}$$

$$\frac{dI_h}{dt} = \frac{p_1 \beta I_v}{N_h} S_h - (\mu_h + \gamma_h + \delta_h) I_h \tag{4.2}$$

$$\frac{dS_v}{dt} = \Lambda_v - \frac{p_2 \beta I_h}{N_h} S_v - \mu_v S_v \tag{4.3}$$

$$\frac{dI_v}{dt} = \frac{p_2 \beta I_h}{N_h} S_v - \mu_v I_v \tag{4.4}$$

Dengan syarat awal, $S_h(0) = 0, I_h(0) \geq 0, S_v(0) > 0, I_v(0) \geq 0$.

Dan

$$N_h = S_h + I_h \tag{4.5}$$

$$N_v = S_v + I_v \tag{4.6}$$

Dalam penulisan Tugas Akhir ini digunakan parameter model estimasi berdasarkan data jumlah bulanan kumulatif pada kasus manusia yang terinfeksi malaria di Provinsi Papua pada bulan Januari-Desember tahun 2018, dimana penulis mengamati estimasi manusia yang terinfeksi dari bulan Januari-Desember tahun 2018, dari estimasi tersebut didapatkan pula estimasi variabel dan parameter lainnya.

4.2. Titik Kesetimbangan Model Matematika Penyebaran Penyakit Malaria

Keadaan yang setimbang merupakan keadaan dimana perubahan jumlah subpopulasi tertentu sepanjang waktu adalah nol. Dalam model matematika penyebaran penyakit malaria terpenuhi saat $\frac{dS_h}{dt} = \frac{dI_h}{dt} = \frac{dS_v}{dt} = \frac{dI_v}{dt} = 0.$ (4.7)

Berdasarkan persamaan (4.7) maka dari persamaan (4.1)-(4.4) dapat ditulis ulang menjadi:

$$\Lambda_h - \frac{p_1 \beta I_v}{N_h} S_h + \gamma_h I_h - \mu_h S_h = 0 \tag{4.8}$$

$$\frac{p_1 \beta I_v}{N_h} S_h - (\mu_h + \gamma_h + \delta_h) I_h = 0 \tag{4.9}$$

$$\Lambda_v - \frac{p_2 \beta I_h}{N_h} S_v - \mu_v S_v = 0 \tag{4.10}$$

$$\boldsymbol{\frac{p_2 \beta I_h}{N_h} S_v - \mu_v I_v = 0} \tag{4.11}$$

Kemudian dari persamaan-persamaan di atas diperoleh dua titik setimbang yaitu titik setimbang non endemik (bebas penyakit) dan titik setimbang endemik.

Titik setimbang non endemik adalah suatu kondisi dimana tidak ada penyebaran penyakit yang menular. Titik setimbang ini diperoleh ketika tidak ada individu yang terinfeksi penyakit dalam populasi ($\boldsymbol{I_h = I_v = 0}$). Berbeda dengan titik setimbang

endemic adalah suatu kondisi dimana terdapat penyebaran penyakit ($\boldsymbol{I_h \neq 0}$, $\boldsymbol{I_v \neq 0}$). Dengan kata lain titik setimbang endemik ini terjadi pada saat terdapat populasi yang terinfeksi penyakit malaria.

Dalam penelitian Tugas Akhir ini, penulis hanya menggunakan titik kesetimbangan pada saat non endemik, berikut ini adalah langkah-langkah untuk mencari titik kesetimbangan non endemik.

4.2.1. Titik Kesetimbangan pada Saat Non Endemik

Titik setimbang non endemik adalah suatu kondisi dimana tidak terjadi penyebaran penyakit pada suatu wilayah. Keadaan ini terjadi ketika tidak ada manusia yang terinfeksi penyakit, maka dapat dinyatakan bahwa populasi manusia terinfeksi sama dengan nol ($I_h = I_v = 0$).

Berikut ini merupakan langkah-langkah menentukan nilai titik kesetimbangan non endemik:

$$\frac{dS_v}{dt} = 0$$
$$\Leftrightarrow \Lambda_v - \frac{p_2 \beta I_h}{N_h} S_v - \mu_v S_v = 0$$
$$\Leftrightarrow \Lambda_v - 0 - \mu_v S_v = 0$$
$$\Leftrightarrow \Lambda_v = \mu_v S_v$$
$$\Leftrightarrow S_v = \frac{\Lambda_v}{\mu_v}$$
$$\frac{dS_h}{dt} = 0$$
$$\Leftrightarrow \Lambda_h - \frac{p_1 \beta I_v}{N_h} S_h + \gamma_h I_h - \mu_h S_h = 0$$
$$\Leftrightarrow \Lambda_h - 0 + 0 - \mu_h S_h = 0$$
$$\Leftrightarrow \Lambda_h = \mu_h S_h$$
$$\Leftrightarrow S_h = \frac{\Lambda_h}{\mu_h}$$

Maka diperoleh titik kesetimbangan non endemic dari model penyebaran penyakit malaria yaitu, $E_0 = (S_h, I_h, S_v, I_v) = (\frac{\Lambda_h}{\mu_h}, 0, \frac{\Lambda_v}{\mu_v}, 0)$

4.3. Pelinieran

Karena sudah didapatkan titik kesetimbangan pada saat non endemik maka dilakukannya pelinieran pada saat non endemik. Pelinearan merupakan suatu proses yang mengubah sistem persamaan diferensial non linear ke dalam bentuk persamaan diferensial linear. Berdasarkan Teorema 1. Oleh karena itu, didapat pelinearan sebagai berikut.

4.3.1. Pelinearan pada Saat Non Endemik

Setelah didapat titik kesetimbangan non endemik dititik $I_h = I_v = 0, S_v = \frac{\Lambda_v}{\mu_v}, S_h = \frac{\Lambda_h}{\mu_h}$ maka dapat diketahui bahwa,

$$f_1 = \Lambda_h - \frac{p_1 \beta I_v}{N_h} S_h + \gamma_h I_h - \mu_h S_h \tag{4.12}$$

$$f_2 = \frac{p_1 \beta I_v}{N_h} S_h - (\mu_h + \gamma_h + \delta_h) I_h \tag{4.13}$$

$$f_3 = \Lambda_v - \frac{p_2 \beta I_h}{N_h} S_v - \mu_v S_v \tag{4.14}$$

$$f_4 = \frac{p_2 \beta I_h}{N_h} S_v - \mu_v I_v \tag{4.15}$$

Setelah diketahui persamaan (4.12)-(4.15) maka berikut merupakan langkah-langkah mendapatkan pelinearan pada saat non endemik:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial S_h} & \frac{\partial f_1}{\partial I_h} & \frac{\partial f_1}{\partial S_v} & \frac{\partial f_1}{\partial I_v} \\ \frac{\partial f_2}{\partial S_h} & \frac{\partial f_2}{\partial I_h} & \frac{\partial f_2}{\partial S_v} & \frac{\partial f_2}{\partial I_v} \\ \frac{\partial f_3}{\partial S_h} & \frac{\partial f_3}{\partial I_h} & \frac{\partial f_3}{\partial S_v} & \frac{\partial f_3}{\partial I_v} \\ \frac{\partial f_4}{\partial S_h} & \frac{\partial f_4}{\partial I_h} & \frac{\partial f_4}{\partial S_v} & \frac{\partial f_4}{\partial I_v} \end{bmatrix}$$

$$J = \begin{bmatrix} -\mu_h & \gamma_h & 0 & 0 \\ 0 & -(\mu_h + \gamma_h + \delta_h) & 0 & A\,\frac{\Lambda_h}{\mu_h} \\ 0 & -B\,\frac{\Lambda_v}{\mu_v} & -\mu_v & 0 \\ 0 & B\,\frac{\Lambda_v}{\mu_v} & 0 & -\mu_v \end{bmatrix}$$

Substitusikan $A = \frac{p_1\beta}{N_h}$ dan $B = \frac{p_2\beta}{N_h}$

$$J = \begin{bmatrix} -\mu_h & \gamma_h & 0 & 0 \\ 0 & -(\mu_h + \gamma_h + \delta_h) & 0 & p_1\beta \\ 0 & -\,p_2\beta\,\frac{\mu_h}{\Lambda_h}\frac{\Lambda_v}{\mu_v} & -\mu_v & 0 \\ 0 & p_2\beta\,\frac{\mu_h}{\Lambda_h}\frac{\Lambda_v}{\mu_v} & 0 & -\mu_v \end{bmatrix} \qquad (4.16)$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{S}_h \\ \dot{I}_h \\ \dot{S}_v \\ \dot{I}_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mu_h & \gamma_h & 0 & 0 \\ 0 & -(\mu_h + \gamma_h + \delta_h) & 0 & p_1\beta \\ 0 & -\,p_2\beta\,\frac{\mu_h}{\Lambda_h}\frac{\Lambda_v}{\mu_v} & -\mu_v & 0 \\ 0 & p_2\beta\,\frac{\mu_h}{\Lambda_h}\frac{\Lambda_v}{\mu_v} & 0 & -\mu_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_h \\ I_h \\ S_v \\ I_v \end{bmatrix}$$

4.4. Pendiskritan

Setelah diperoleh titik setimbang pada saat non endemik dan pelinearan pada saat non endemik dari sistem model, maka model tersebut menjadi bentuk model linier dan kontinu, maka dari itu diperlukannya proses pendiskritan agar menghasilkan model linier dan diskrit dengan menggunakan metode Beda Hingga Maju (2.15). Maka dari itu dilakukan pendiskritan dari pelineran pada saat non endemik.

4.4.1. Pendiskritan pada Saat Non Endemik

Dari persaman (4.16) dilakukan pendiskritan pada saat non endemik. Berikut ini adalah langkah-langkahnya, Antara lain:

$$\dot{S_h} = -\mu_h S_h + \gamma_h I_h$$

$$\Leftrightarrow \frac{{S_h}^{k+1} - {S_h}^{k}}{\Delta t} = -\mu_h {S_h}^{k} + \gamma_h {I_h}^{k}$$

$$\Leftrightarrow {S_h}^{k+1} = \left(-\mu_h {S_h}^{k} + \gamma_h {I_h}^{k}\right)\Delta t + {S_h}^{k}$$

$$\dot{I_h} = -(\mu_h + \gamma_h + \delta_h) I_h + p_1 \beta\, I_v$$

$$\Leftrightarrow \frac{{I_h}^{k+1} - {I_h}^{k}}{\Delta t} = -(\mu_h + \gamma_h + \delta_h){I_h}^{k} + p_1 \beta\, {I_v}^{k}$$

$$\Leftrightarrow {I_h}^{k+1} = \left(-(\mu_h + \gamma_h + \delta_h){I_h}^{k} + p_1 \beta\, {I_v}^{n}\right)\Delta t + {I_h}^{k}$$

$$\dot{S_v} = -p_2 \beta \frac{\mu_h}{\Lambda_h}\frac{\Lambda_v}{\mu_v} I_h - \mu_v S_v$$

$$\Leftrightarrow \frac{{S_v}^{n+1} - {S_v}^{k}}{\Delta t} = -p_2 \beta \frac{\mu_h}{\Lambda_h}\frac{\Lambda_v}{\mu_v} \mathrm{I}_h{}^{k} - \mu_v {S_v}^{k}$$

$$\Leftrightarrow {S_v}^{k+1} = \left(-p_2 \beta \frac{\mu_h}{\Lambda_h}\frac{\Lambda_v}{\mu_v} \mathrm{I}_h{}^{k} - \mu_v {S_v}^{k}\right)\Delta t + {S_v}^{k}$$

$$\dot{I_v} = p_2\beta \frac{\Lambda_v}{\mu_v} I_h - \mu_v I_v$$

$$\Leftrightarrow \frac{{I_v}^{k+1} - {I_v}^{k}}{\Delta t} = p_2\beta \frac{\mu_h}{\Lambda_h}\frac{\Lambda_v}{\mu_v} {I_v}^{k} - \mu_v {I_v}^{k}$$

$$\Leftrightarrow {I_v}^{k+1} = \left(p_2\beta \frac{\mu_h}{\Lambda_h}\frac{\Lambda_v}{\mu_v} {I_v}^{k} - \mu_v {I_v}^{k}\right)\Delta t + {I_v}^{k}$$

Sehingga diperoleh sistem diskrit yang bentuknya sebagai berikut,

$$\begin{bmatrix} {S_h}^{k+1} \\ {I_h}^{k+1} \\ {S_v}^{k+1} \\ {I_v}^{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mu_h\Delta t + 1 & \gamma_h\Delta t & 0 & 0 \\ 0 & -(\mu_h + \gamma_h + \delta_h)\Delta t + 1 & 0 & p_1\beta\,\Delta t \\ 0 & -\,p_2\beta\frac{\mu_h}{\Lambda_h}\frac{\Lambda_v}{\mu_v}\,\Delta t & -\mu_v\,\Delta t + 1 & 0 \\ 0 & p_2\beta\frac{\mu_h}{\Lambda_h}\frac{\Lambda_v}{\mu_v}\,\Delta t & 0 & -\mu_v\,\Delta t + 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {S_h}^{k} \\ {I_h}^{k} \\ {S_v}^{k} \\ {I_v}^{k} \end{bmatrix} \tag{4.17}$$

Selanjutnya, karena dilakukannya estimasi pada parameter-parameter model sehingga sistem pada persamaan (4.17) dapat dirubah menjadi persamaan (4.18)

$$X_{k+1} = \begin{bmatrix} -\mu_h\Delta t + 1 & \gamma_h\Delta t & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -(\mu_h + \gamma_h + \delta_h)\Delta t + 1 & 0 & p_1\beta\Delta t & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\,p_2\beta\frac{\mu_h}{\Lambda_h}\frac{\Lambda_v}{\mu_v}\Delta t & -\mu_v\Delta t + 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p_2\beta\frac{\mu_h}{\Lambda_h}\frac{\Lambda_v}{\mu_v}\Delta t & 0 & -\mu_v\Delta t + 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_h \\ I_h \\ S_v \\ I_v \\ \Lambda_v \\ \gamma_h \\ \delta_h \\ \delta_h \\ p_1 \\ p_2 \end{bmatrix} + Gw_k \tag{4.18}$$

Sistem pada persamaan (4.18) digunakan sebagai model sistem pada estimasi parameter model penyebaran penyakit malaria dengan menggunakan Metode Kalman Filter.

4.5. Analisis Kestabilan pada Titik Setimbang Non Endemik

Setelah diperoleh titik setimbang non endemik dan pelinearan non endemik dari sistem model matematika penyebaran penyakit, langkah selanjutnya adalah menganalisis kestabilan dari model linear diskrit non endemik dan model linear diskrit endemik pada penyebaran penyakit malaria.

4.5.1. Analisis Kestabilan Non Endemik atau Bebas Penyakit dengan Empat Variabel

Untuk menentukan kestabilan dari model linear diskrit non endemik yaitu mencari persamaan karakteristik dari matriks jacobian persamaan (4.17) dan dapat dicari dengan menggunakan $|\lambda I - J| = 0$. Berikut ini adalah langkah-langkah mencari kestabilan dari titik setimbang non endemik:

Diketahui bahwa J yang telah didapat dari persamaan (4.17)

$$J = \begin{bmatrix} -\mu_h \Delta t + 1 & \gamma_h \Delta t & 0 & 0 \\ 0 & -\left(\mu_h + \gamma_h + \delta_h\right)\Delta t + 1 & 0 & p_1 \beta\, \Delta t \\ 0 & -\, p_2 \beta \dfrac{\mu_h}{\Lambda_h} \dfrac{\Lambda_v}{\mu_v}\, \Delta t & -\mu_v\, \Delta t + 1 & 0 \\ 0 & p_2 \beta \dfrac{\mu_h}{\Lambda_h} \dfrac{\Lambda_v}{\mu_v}\, \Delta t & 0 & -\mu_v\, \Delta t + 1 \end{bmatrix}$$

Dapat dicari kestabilan dengan menggunakan,

$$|\lambda I - J| = 0$$

$$\begin{vmatrix} \lambda + \mu_h \Delta t - 1 & \gamma_h \Delta t & 0 & 0 \\ 0 & \lambda + (\mu_h + \gamma_h + \delta_h)\Delta t - 1 & 0 & p_1 \beta\, \Delta t \\ 0 & p_2 \beta \dfrac{\mu_h}{\Lambda_h} \dfrac{\Lambda_v}{\mu_v}\, \Delta t & \lambda + \mu_v\, \Delta t - 1 & 0 \\ 0 & -p_2 \beta \dfrac{\mu_h}{\Lambda_h} \dfrac{\Lambda_v}{\mu_v}\, \Delta t & 0 & \lambda + \mu_v\, \Delta t - 1 \end{vmatrix} = 0$$

Dengan mensubstitusikan nilai parameter dari Tabel 4.2 dan mengasumsikan $\Delta t = 1$, maka didapatkan beberapa nilai eigen, Antara lain:

$$\lambda_1 = 1{,}00$$
$$\lambda_2 = 0.99$$
$$\lambda_3 = 0.97$$
$$\lambda_4 = 0{,}96$$

Karena $|\lambda_i| \leq 1$ maka dikatakan stabil.

4.5.2. Analisis Kestabilan Non Endemik atau Bebas Penyakit dengan 4 Variabel dan 6 Parameter

Untuk mencari kestabilan dari model linear diskrit non endemik yaitu mencari persamaan karakteristik dari matriks jacobiam persamaan (4.18) dan dapat dicari dengan menggunakan $|\lambda I - J| = 0$. Berikut ini adalah langkah-langkah mencari kestabilan dari titik setimbang non endemik:

Diketahui bahwa J yang telah didapat dari persamaan (4.18)

$$J = \begin{bmatrix} -\mu_h\Delta t + 1 & \gamma_h\Delta t & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\left(\mu_h + \gamma_h + \delta_h\right)\Delta t + 1 & 0 & p_1\beta\Delta t & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -p_2\beta\dfrac{\mu_h}{\Lambda_h}\dfrac{\Lambda_v}{\mu_v}\Delta t & -\mu_v\Delta t + 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p_2\beta\dfrac{\mu_h}{\Lambda_h}\dfrac{\Lambda_v}{\mu_v}\Delta t & 0 & -\mu_v\Delta t + 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Dapat dicari kestabilan dengan menggunakan,

$$|\lambda I - J| = 0$$

$$\begin{vmatrix} \lambda+\mu_h\Delta t-1 & \gamma_h\Delta t & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda+(\mu_h+\gamma_h+\delta_h)\Delta t & 0 & p_1\beta\Delta t & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -p_2\beta\frac{\mu_h}{\Lambda_h}\frac{\Lambda_v}{\mu_v}\Delta t & \lambda+\mu_v\Delta t-1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p_2\beta\frac{\mu_h}{\Lambda_h}\frac{\Lambda_v}{\mu_v}\Delta t & 0 & \lambda+\mu_v\Delta t-1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda-1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda-1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda-1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda-1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda-1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda-1 \end{vmatrix} = 0$$

Dengan mensubstitusikan nilai parameter dari Tabel 4.2 dan mengasumsikan $\Delta t = 1$, maka didapatkan beberapa nilai eigen dari hasil perhitungan dengan menggunakan *Software* MATLAB, Antara lain:

$$\lambda_1 = 1{,}0 + 0{,}01i$$

$$\lambda_2 = 1{,}0 - 0{,}01\ i$$

$$\lambda_3 = 1{,}0 + 0{,}04\ i$$

$$\lambda_4 = 1{,}0 - 0{,}04\ i$$

$$\lambda_5 = 0{,}99 + 0{,}04\ i$$

$$\lambda_6 = 0{,}99 - 0{,}04\ i$$

$$\lambda_7 = 0{,}96 + 0{,}03\ i$$

$$\lambda_8 = 0{,}96 - 0{,}03i$$

$$\lambda_9 = 0{,}94 + 0{,}01i$$

$$\lambda_{10} = 0{,}94 - 0{,}01i$$

Karena $|\lambda_i| \leq 1$ maka dikatakan stabil.

4.6. Analisis dan Hasil Solusi Numerik

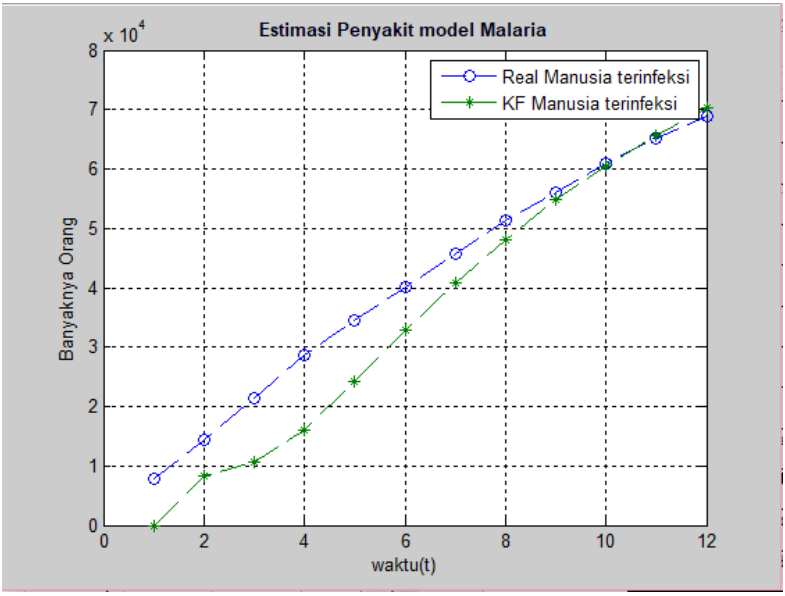
Pada bagian ini dilakukan analisis dan simulasi numerik untuk mendapatkan estimasi parameter model matematika penyebaran penyakit malaria dengan menggunakan model matematika penyebaran penyakit malaria yang berbentuk linear dan diskrit yang awalnya berbentuk deterministik dimana model tersebut terdapat nilai output yang dapat ditentukan, setelah itu dilakukan pendekatan yaitu model stokastik yang artinya terdapat nilai *output random* atau tidak bisa diprediksi dimana *noise* yang digunakan berdistribusi normal. Metode yang digunakan pada analisis dan hasil solusi numerik ini adalah metode Kalman Filter. Karena tidak diketahui nya data dari parameter, maka dengan mengestimasi variabel-variabel yang ada dapat pula diketahui bagaimana tingkat penyebaran penyakit malaria yang ada di Papua terutama di masa mendatang dan juga dapat mengestimasi parameter-parameter lainnya yang berpengaruh pada penyebaran penyakit malaria.

Proses dari metode Kalman Filter ini menggunakan berdasarkan data awal, kemudian dilakukan estimasi keadaan dimasa mendatang. Kelebihan dari Kalman Filter ini dilakukannya dua tahap yaitu, tahap prediksi dimana hasilnya mendapatkan nilai prediksi dari estimasi parameter. Selanjutnya tahap prediksi ini disesuaikan dengan menggunakan data pengukuran yaitu data jumlah bulanan kumulatif pada kasus manusia yang terinfeksi malaria di Provinsi Papua pada Bulan Januari-Desember tahun 2018 tahapan ini dinamakan tahap koreksi. Sehingga hasil estimasi terakhir adalah hasil estimasi setelah adanya koreksi dari data yang ada.

Berikut ini merupakan hasil dari tahap prediksi dan tahap koreksi yang ditunjukkan melalui grafik dan Tabel, dengan menggunakan nilai awal parameter yang terdapat pada Tabel 4.1 dan Tabel 4.2. Simulasi numerik ini menggunakan *software* MATLAB. Adapun *source code* program dapat dilihat pada Lampiran.

4.6.1. Solusi Numerik dengan Menggunakan Data Kumulatif pada Tahap Prediksi

1. Hasil Estimasi pada Jumlah Manusia yang Terinfeksi Terhadap Penyakit



Gambar 4. 2 Hasil Estimasi pada Jumlah Manusia yang Terinfeksi Terhadap Penyakit (Tahap Prediksi)

Gambar 4.2 menunjukkan bahwa perbandingan nilai real manusia yang terinfeksi penyakit malaria berdasarkan data jumlah bulanan kumulatif pada kasus malaria di Provinsi Papua pada tahun 2018 dengan nilai MAPE 18,42%.

Berikut ini adalah hasil dari estimasi manusia terinfeksi pada bulan Januari-Desember 2018 yang diberikan pada Tabel 4.3.

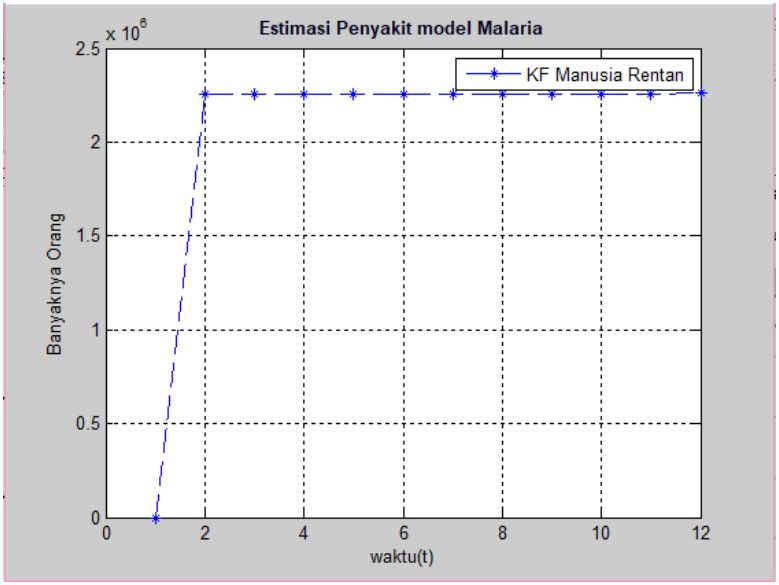
Tabel 4. 3 Tabel Nilai Estimasi dan Nilai Kumulatif pada Jumlah Manusia yang Terinfeksi Terhadap Penyakit (Tahap Prediksi)

NO	Bulan	Nilai Estimasi	Nilai Kumulatif
1	Januari	0	7.793
2	Februari	8.217	14.495
3	Maret	14.220	21.432
4	April	22.120	28.694
5	Mei	31.104	34.412
6	Juni	38.208	40.046
7	Juli	44.457	45.622
8	Agustus	50.309	51.239
9	September	56.055	55.969
10	Oktober	60.798	61.038
11	November	65.717	65.247
12	Desember	69.793	68.855

Dapat diketahui dari Tabel 4.3 hasil dari nilai MAPE nya adalah 18,42% maka nilai estimasi nya dapat dikatakan mempunyai akurasi peramalan baik.

Setelah mendapatkan nilai perbandingan pada Gambar 4.2 maka dapat dilakukan estimasi pada variabel dan parameter lainnya.

2. Hasil Estimasi pada Jumlah Manusia yang Rentan Terhadap Penyakit



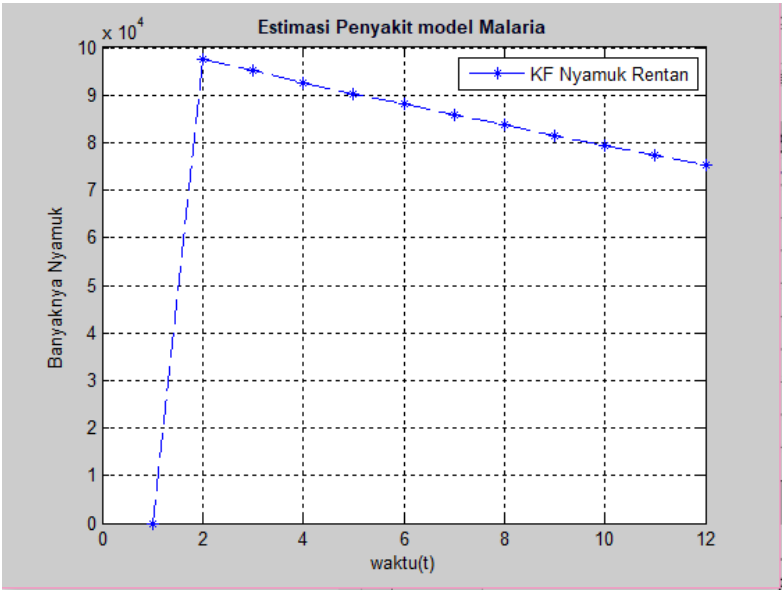
Gambar 4. 3 Hasil Estimasi pada Jumlah Manusia yang Rentan Terhadap Penyakit (Tahap Prediksi)

Gambar 4.3 menunjukkan bahwa hasil dari estimasi pada manusia rentan terhadap penyakit malaria mengalami kenaikan dari bulan Januari-Desember pada tahun 2018 di Papua. Berikut ini adalah hasil dari estimasi manusia rentan terhadap penyakit malaria pada bulan Januari-Desember 2018 yang diberikan pada Tabel 4.4.

Tabel 4. 4 Tabel Nilai Estimasi pada Jumlah Manusia yang Rentan Terhadap Penyakit (Tahap Prediksi)

NO	Bulan	Nilai Estimasi
1	Januari	0
2	Februari	2.256.789
3	Maret	2.256.780
4	April	2.256.882
5	Mei	2.256.930
6	Juni	2.257.091
7	Juli	2.257.299
8	Agustus	2.257.548
9	September	2.258.838
10	Oktober	2.258.162
11	November	2.258.244
12	Desember	2.258.916

3. Hasil Estimasi pada Jumlah Nyamuk yang Rentan Terhadap Penyakit



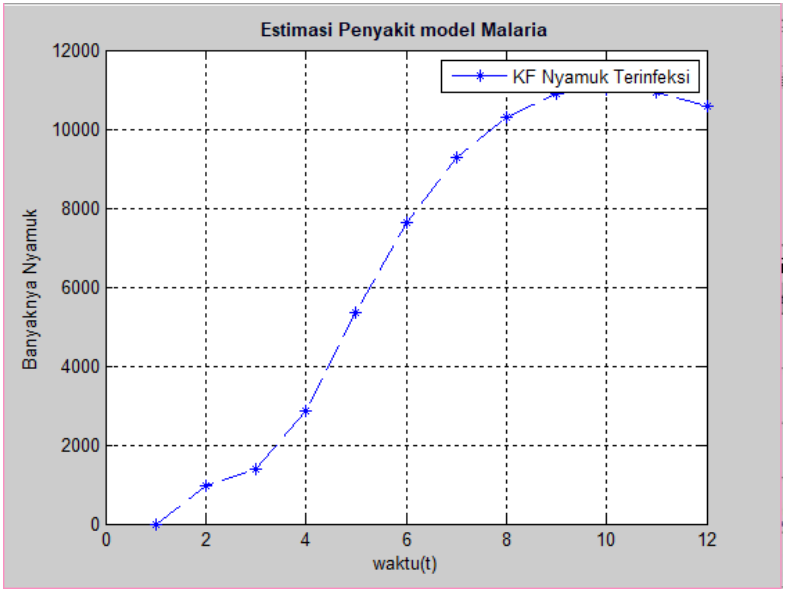
Gambar 4. 4 Hasil Estimasi pada Jumlah Nyamuk yang Rentan Terhadap Penyakit (Tahap Prediksi)

Gambar 4.4 menunjukkan bahwa hasil dari estimasi pada nyamuk yang rentan terhadap penyakit malaria mengalami penurunan dari bulan Januari-Desember pada tahun 2018 di Papua. Berikut ini adalah hasil dari estimasi nyamuk rentan pada bulan Januari-Desember 2018 yang diberikan pada Tabel 4.5.

Tabel 4. 5 Tabel Nilai Estimasi pada Jumlah Nyamuk yang Rentan Terhadap Penyakit (Tahap Prediksi)

NO	Bulan	Nilai Estimasi
1	Januari	0
2	Februari	97.494
3	Maret	95.049
4	April	92.660
5	Mei	90.325
6	Juni	88.043
7	Juli	85.813
8	Agustus	83.635
9	September	81.508
10	Oktober	79.431
11	November	77.401
12	Desember	75.420

4. Hasil Estimasi pada Jumlah Nyamuk yang Terinfeksi Terhadap penyakit



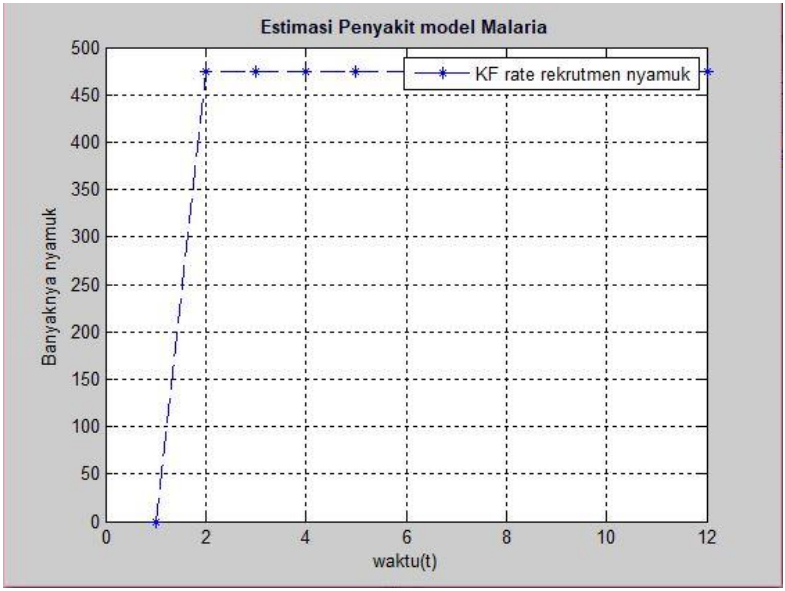
Gambar 4. 5 Hasil Estimasi pada Jumlah Nyamuk yang Terinfeksi Terhadap Penyakit (Tahap Prediksi)

Gambar 4.5 menunjukkan bahwa hasil dari estimasi untuk nyamuk terinfeksi terhadap penyakit malaria mengalami kenaikan dari bulan Januari-Agustus, lalu mengalami penurunan pada bulan September-Desember di tahun 2018 Papua. Berikut ini adalah hasil dari estimasi nyamuk terinfeksi terhadap penyakit malaria pada bulan Januari-Desember 2018 yang diberikan pada Tabel 4.6.

Tabel 4. 6 Tabel Nilai Estimasi pada Jumlah Nyamuk yang Terinfeksi Terhadap Penyakit (Tahap Prediksi)

NO	Bulan	Nilai Estimasi
1	Januari	0
2	Februari	980
3	Maret	1.370
4	April	2.876
5	Mei	5.347
6	Juni	7.616
7	Juli	9.269
8	Agustus	10.305
9	September	10.901
10	Oktober	10.985
11	November	10.919
12	Desember	10.582

5. Hasil Estimasi pada Parameter *Rate* Rekrutmen dari Nyamuk



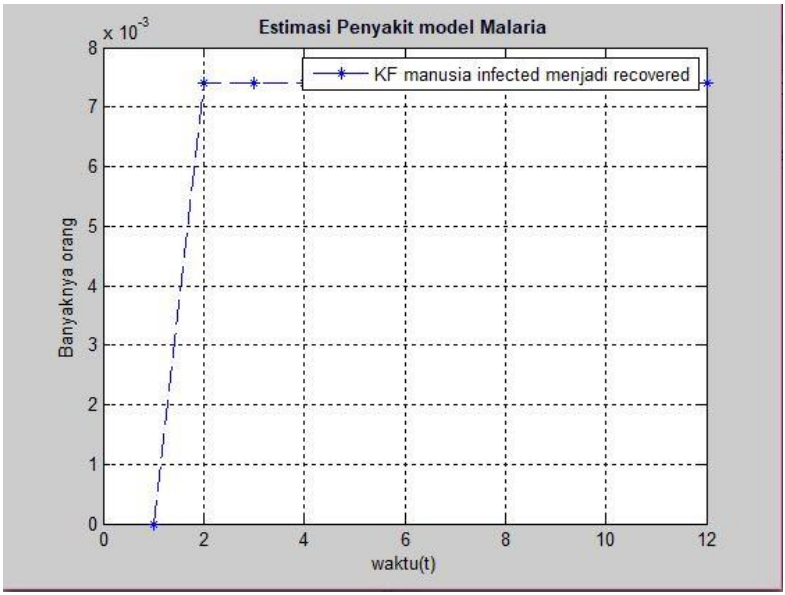
Gambar 4. 6 Hasil Estimasi pada Parameter *Rate* Rekrutmen dari Nyamuk (Tahap Prediksi)

Berdasarkan Gambar 4.6 dapat dilihat bahwa hasil dari estimasi untuk *rate* rekrutmen berbentuk konstan dikarenakan nilai awal dari estimasi *rate* rekrtumen nyamuk juga konstan, dan nilai estimasi nya adalah 474,819.

Tabel 4. 7 Tabel Nilai Estimasi pada Parameter *Rate* Rekrutmen dari Nyamuk (Tahap Prediksi)

NO	Bulan	Nilai Estimasi
1	Januari	0
2	Februari	474,819
3	Maret	474,819
4	April	474,819
5	Mei	474,819
6	Juni	474,819
7	Juli	474,819
8	Agustus	474,819
9	September	474,819
10	Oktober	474,819
11	November	474,819
12	Desember	474,819

6. Hasil Estimasi pada Parameter *Rate* Manusia *Infected* Menjadi *Recovered*



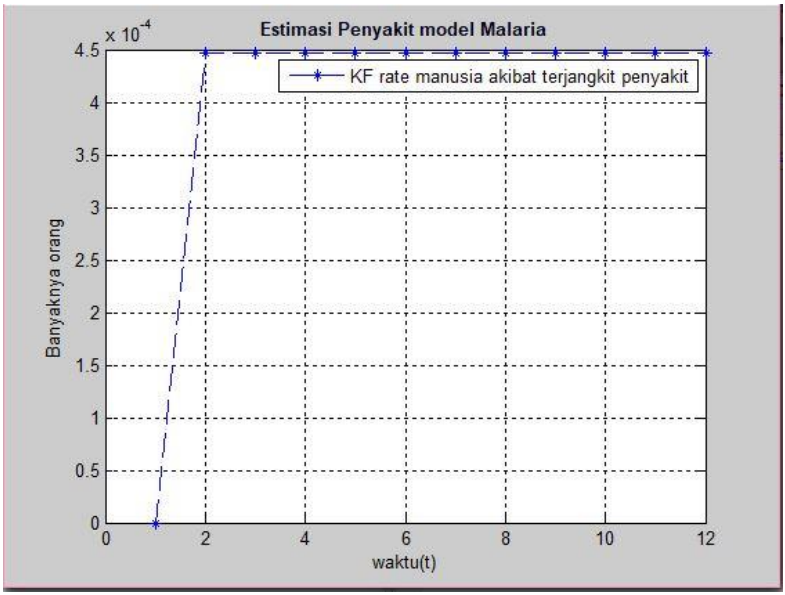
Gambar 4. 7 Hasil Estimasi pada Parameter *Rate* Manusia *Infected* Menjadi Recovered (Tahap Prediksi)

Berdasarkan Gambar 4.7 dapat dilihat bahwa hasil dari estimasi untuk Manusia *infected* menjadi *recovered* berbentuk konstan dikarenakan nilai awal dari estimasi *rate* rekrtumen nyamuk juga konstan, dan nilai estimasi nya adalah 0,0074.

Tabel 4. 8 Tabel Nilai Estimasi pada Parameter *Rate* Manusia *Infected* Menjadi *Recovered* (Tahap Prediksi)

NO	Bulan	Nilai Estimasi
1	Januari	0
2	Februari	0,0074
3	Maret	0,0074
4	April	0,0074
5	Mei	0,0074
6	Juni	0,0074
7	Juli	0,0074
8	Agustus	0,0074
9	September	0,0074
10	Oktober	0,0074
11	November	0,0074
12	Desember	0,0074

7. Hasil Estimasi pada Parameter *Rate* Manusia Akibat Terjangkit Penyakit



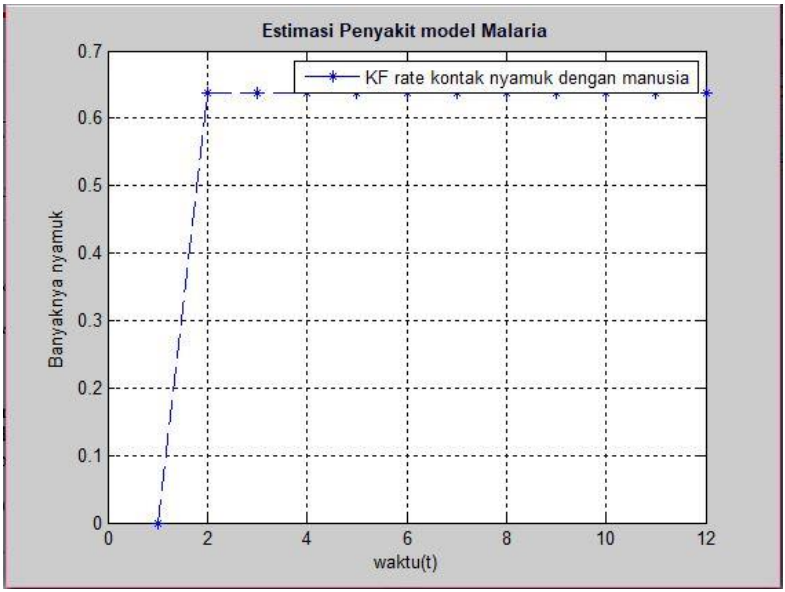
Gambar 4. 8 Hasil Estimasi pada Parameter *Rate* Manusia Akibat Terjangkit Penyakit (Tahap Prediksi)

Berdasarkan Gambar 4.8 dapat dilihat bahwa hasil dari estimasi untuk *rate* manusia akibat terjangkit penyakit berbentuk konstan dikarenakan nilai awal dari estimasi *rate* rekrtumen nyamuk juga konstan, dan nilai estimasi nya adalah 0,00044653.

Tabel 4. 9 Tabel Nilai Estimasi pada Parameter *Rate* Manusia Akibat Terjangkit Penyakit (Tahap Prediksi)

NO	Bulan	Nilai Estimasi
1	Januari	0
2	Februari	0,00044653
3	Maret	0,00044653
4	April	0,00044653
5	Mei	0,00044653
6	Juni	0,00044653
7	Juli	0,00044653
8	Agustus	0,00044653
9	September	0,00044653
10	Oktober	0,00044653
11	November	0,00044653
12	Desember	0,00044653

8. Hasil Estimasi pada Parameter *Rate* Kontak Nyamuk dengan Manusia



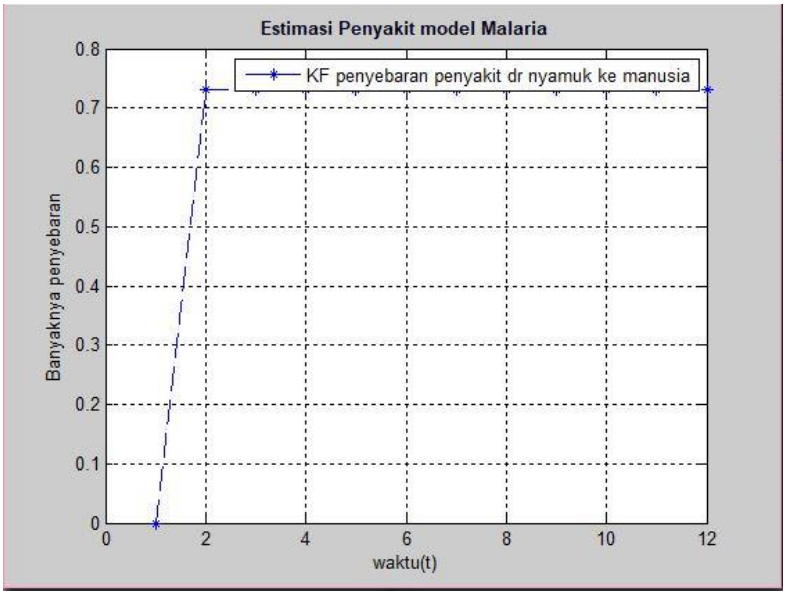
Gambar 4. 9 Hasil Estimasi pada Parameter *Rate* Kontak Nyamuk dengan Manusia (Tahap Prediksi)

Berdasarkan Gambar 4.9 dapat dilihat bahwa hasil dari estimasi untuk *rate* kontak nyamuk dengan manusia berbentuk konstan dikarenakan nilai awal dari estimasi *rate* rekrtumen nyamuk juga konstan, dan nilai estimasi nya adalah 0,637.

Tabel 4. 10 Tabel Nilai Estimasi pada Parameter *Rate* Kontak Nyamuk dengan Manusia (Tahap Prediksi)

NO	Bulan	Nilai Estimasi
1	Januari	0
2	Februari	0,637
3	Maret	0,637
4	April	0,637
5	Mei	0,637
6	Juni	0,637
7	Juli	0,637
8	Agustus	0,637
9	September	0,637
10	Oktober	0,637
11	November	0,637
12	Desember	0,637

9. Hasil Estimasi pada Parameter Penyakit Nyamuk Ke Manusia



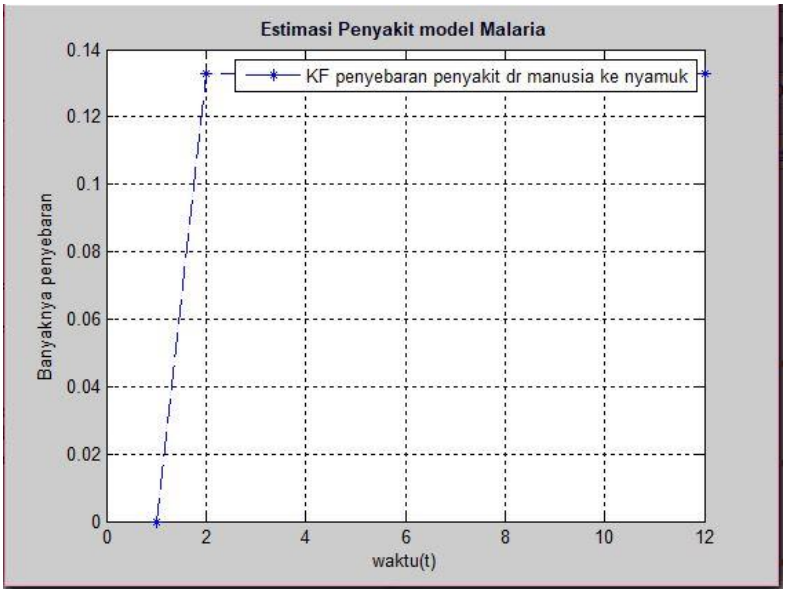
Gambar 4. 10 Hasil Estimasi pada Parameter Penyebaran Penyakit dari Nyamuk ke Manusia (Tahap Prediksi)

Berdasarkan Gambar 4.10 dapat dilihat bahwa hasil dari estimasi untuk kemungkinan penyebaran penyakit dari nyamuk ke manusia berbentuk konstan dikarenakan nilai awal dari estimasi *rate* rekrtumen nyamuk juga konstan, dan nilai estimasi nya adalah 0,73.

Tabel 4. 11 Tabel Nilai pada Parameter Penyebaran Penyakit dari Nyamuk ke Manusia (Tahap Prediksi)

NO	Bulan	Nilai Estimasi
1	Januari	0
2	Februari	0,73
3	Maret	0,73
4	April	0,73
5	Mei	0,73
6	Juni	0,73
7	Juli	0,73
8	Agustus	0,73
9	September	0,73
10	Oktober	0,73
11	November	0,73
12	Desember	0,73

10. Hasil Estimasi pada Parameter Penyebaran Penyakit Manusia Ke Nyamuk



Gambar 4. 11 Hasil Estimasi pada Parameter Penyebaran Penyakit dari Manusia ke Nyamuk (Tahap Prediksi)

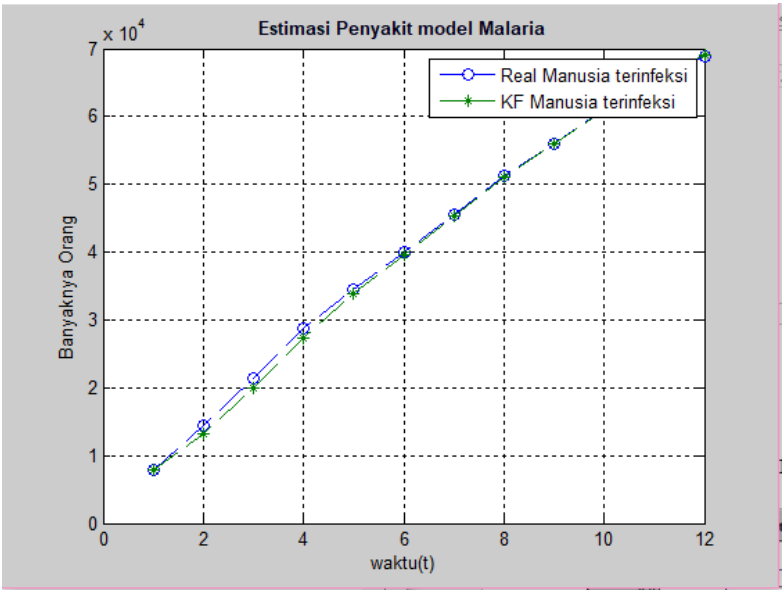
Berdasarkan Gambar 4.11 dapat dilihat bahwa hasil dari estimasi untuk kemungkinan penyebaran penyakit dari manusia ke nyamuk berbentuk konstan dikarenakan nilai awal dari estimasi *rate* rekrtumen nyamuk juga konstan, dan nilai estimasi nya adalah 0,1327.

Tabel 4. 12 Tabel Nilai Estimasi pada Parameter Penyebaran Penyakit dari Manusia ke Nyamuk (Tahap Prediksi)

NO	Bulan	Nilai Estimasi
1	Januari	0
2	Februari	0,1327
3	Maret	0,1327
4	April	0,1327
5	Mei	0,1327
6	Juni	0,1327
7	Juli	0,1327
8	Agustus	0,1327
9	September	0,1327
10	Oktober	0,1327
11	November	0,1327
12	Desember	0,1327

4.6.2. Solusi Numerik dengan Menggunakan Data Kumulatif pada Tahap Koreksi

1. Hasil Estimasi pada Jumlah Manusia yang Terinfeksi Terhadap Penyakit



Gambar 4. 12 Hasil Estimasi pada Jumlah Manusia yang Terinfeksi Terhadap Penyakit (Tahap Koreksi)

Gambar 4.12 menunjukkan bahwa perbandingan nilai real manusia yang terinfeksi penyakit malaria berdasarkan data jumlah bulanan kumulatif pada kasus malaria di Provinsi Papua pada tahun 2018 dengan nilai MAPE 2,67%.

Berikut ini adalah hasil dari estimasi manusia terinfeksi pada bulan Januari-Desember 2018 yang diberikan pada Tabel 4.13

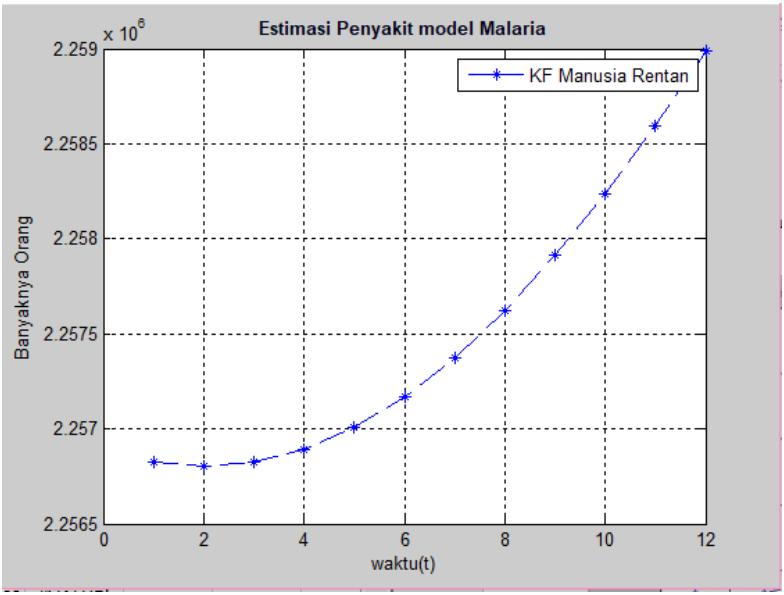
Tabel 4. 13 Tabel Nilai Estimasi dan Nilai Kumulatif pada Jumlah Manusia yang Terinfeksi Terhadap Penyakit (Tahap Koreksi)

NO	Bulan	Nilai Estimasi	Nilai Kumulatif
1	Januari	7.793	7.793
2	Februari	13.296	14.495
3	Maret	19.865	21.432
4	April	27.378	28.694
5	Mei	37.747	34.412
6	Juni	39.696	40.046
7	Juli	45.401	45.622
8	Agustus	51.063	51.239
9	September	55.985	55.969
10	Oktober	60.992	61.038
11	November	65.336	65.247
12	Desember	69.032	68.855

Dapat diketahui dari Tabel 4.13 hasil dari nilai MAPE nya adalah 2,67% maka nilai estimasi nya dapat dikatakan mempunyai akurasi peramalan tinggi.

Setelah mendapatkan nilai perbandingan pada Gambar 4.1 maka dapat dilakukan estimasi pada variabel dan parameter lainnya.

2. Hasil Estimasi pada Jumlah Manusia yang Rentan Terhadap Penyakit



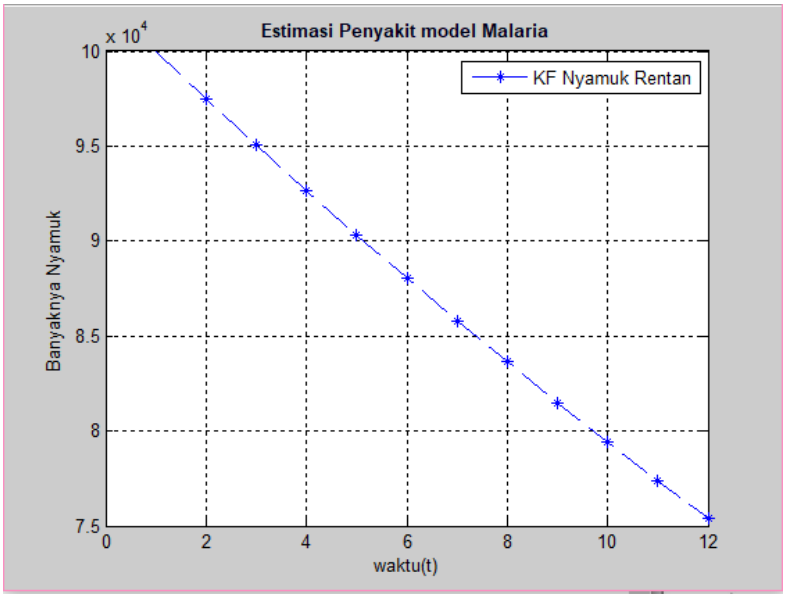
Gambar 4. 13 Hasil Estimasi pada Jumlah Manusia yang Rentan Terhadap Penyakit (Tahap Koreksi)

Gambar 4.13 menunjukkan bahwa hasil dari estimasi pada manusia rentan terhadap penyakit malaria mengalami kenaikan dari bulan Januari-Desember pada tahun 2018 di Papua. Berikut ini adalah hasil dari estimasi manusia rentan terhadap penyakit malaria pada bulan Januari-Desember 2018 yang diberikan pada Tabel 4.14

Tabel 4. 14 Tabel Nilai Estimasi pada Jumlah Manusia yang Rentan Terhadap Penyakit (Tahap Koreksi)

NO	Bulan	Nilai Estimasi
1	Januari	2.256.822
2	Februari	2.256.806
3	Maret	2.256.827
4	April	2.256.893
5	Mei	2.257.009
6	Juni	2.257.171
7	Juli	2.257.376
8	Agustus	2.257.623
9	September	2.257.911
10	Oktober	2.258.235
11	November	2.258.596
12	Desember	2.258.878

3. Hasil Estimasi pada Jumlah Nyamuk yang Rentan Terhadap Penyakit



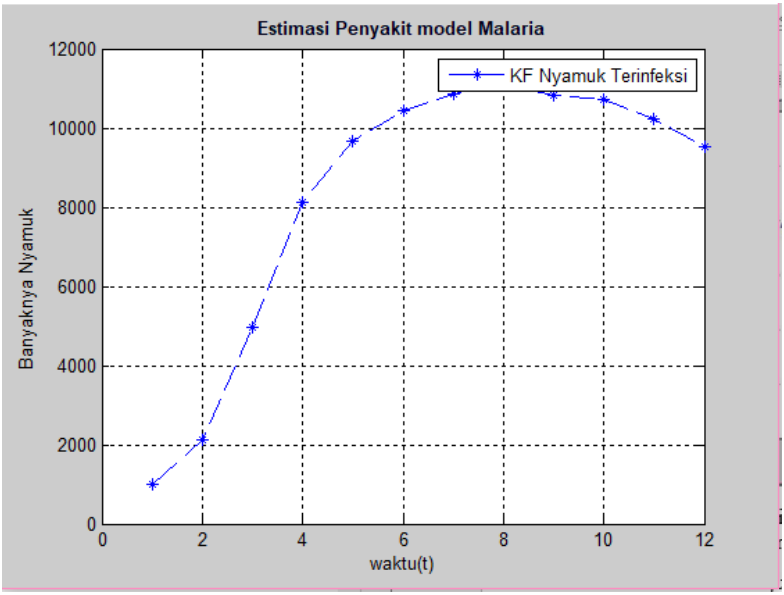
Gambar 4. 14 Hasil Estimasi pada Jumlah Nyamuk yang Rentan Terhadap Penyakit (Tahap Koreksi)

Gambar 4.14 menunjukkan bahwa hasil dari estimasi pada nyamuk yang rentan terhadap penyakit malaria mengalami penurunan dari bulan Januari-Desember pada tahun 2018 di Papua. Berikut ini adalah hasil dari estimasi nyamuk rentan pada bulan Januari-Desember 2018 yang diberikan pada Tabel 4.15

Tabel 4. 15 Tabel Nilai Estimasi pada Jumlah Nyamuk yang Rentan Terhadap Penyakit (Tahap Koreksi)

NO	Bulan	Nilai Estimasi
1	Januari	100.000
2	Februari	97.492
3	Maret	95.044
4	April	92.653
5	Mei	90.317
6	Juni	88.035
7	Juli	85.806
8	Agustus	83.628
9	September	81.501
10	Oktober	79.424
11	November	77.395
12	Desember	75.414

4. Hasil Estimasi pada Jumlah Nyamuk yang Terinfeksi Terhadap Penyakit



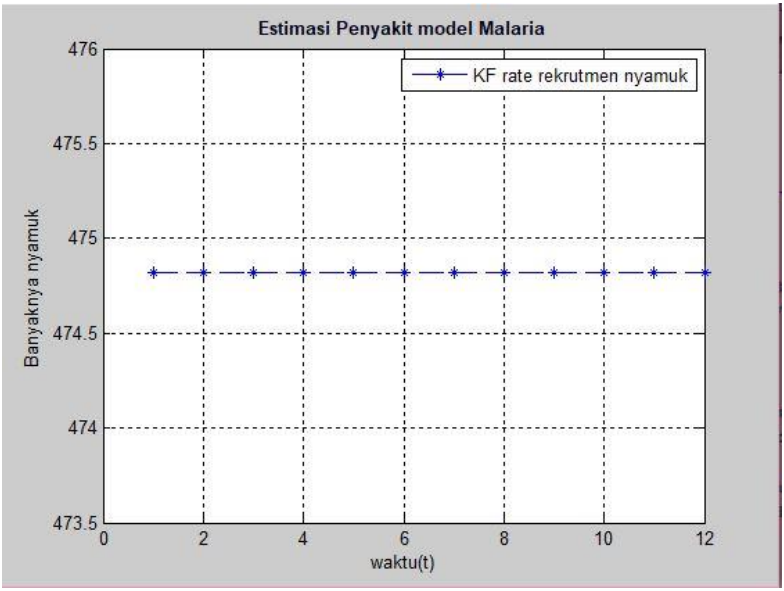
Gambar 4. 15 Hasil Estimasi pada Jumlah Nyamuk yang Terinfeksi Terhadap Penyakit (Tahap Koreksi)

Gambar 4.15 menunjukkan bahwa hasil dari estimasi untuk nyamuk terinfeksi terhadap penyakit malaria mengalami kenaikan dari bulan Januari-Agustus dan mengalami penurunan pada bulan September-Desember tahun 2018 di Papua. Berikut ini adalah hasil dari estimasi nyamuk terinfeksi terhadap penyakit malaria pada bulan Januari-Desember 2018 yang diberikan pada Tabel 4.16

Tabel 4. 16 Tabel Nilai Estimasi pada Jumlah Nyamuk yang Terinfeksi Terhadap Penyakit (Tahap Koreksi)

NO	Bulan	Nilai Estimasi
1	Januari	1.000
2	Februari	2.116
3	Maret	4.966
4	April	8.116
5	Mei	9.678
6	Juni	10.448
7	Juli	10.845
8	Agustus	11.109
9	September	10.821
10	Oktober	10.720
11	November	10.239
12	Desember	9.521

5. Hasil Estimasi pada Parameter *Rate* Rekrutmen dari Nyamuk



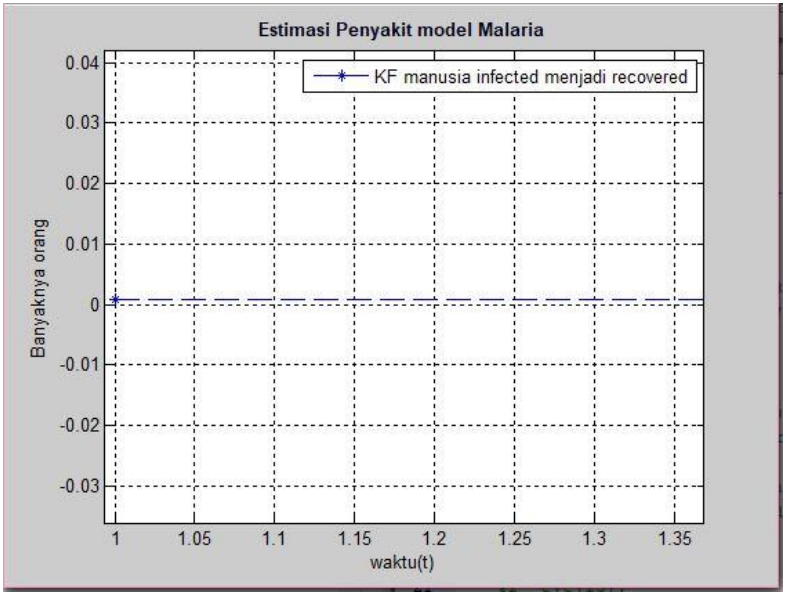
Gambar 4. 16 Hasil Estimasi pada Parameter *Rate* Rekrutmen dari Nyamuk (Tahap Koreksi)

Berdasarkan Gambar 4.16 dapat dilihat bahwa hasil dari estimasi untuk *rate* rekrutmen berbentuk konstan dikarenakan nilai awal dari estimasi *rate* rekrtumen nyamuk juga konstan, dan nilai estimasi nya adalah 474,819.

Tabel 4. 17 Tabel Nilai Estimasi pada Parameter *Rate* Rekrutmen dari Nyamuk (Tahap Koreksi)

NO	Bulan	Nilai Estimasi
1	Januari	474,819
2	Februari	474,819
3	Maret	474,819
4	April	474,819
5	Mei	474,819
6	Juni	474,819
7	Juli	474,819
8	Agustus	474,819
9	September	474,819
10	Oktober	474,819
11	November	474,819
12	Desember	474,819

6. Hasil Estimasi pada Parameter *Rate* Manusia *Infected* Menjadi *Recovered*



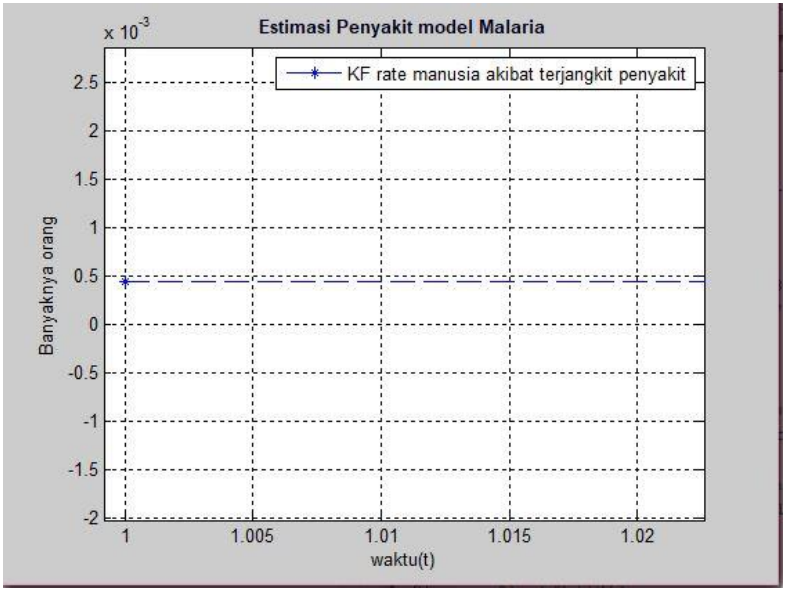
Gambar 4.17 Hasil Estimasi pada Parameter *Rate* Manusia *Infected* Menjadi *Recovered* (Tahap Koreksi)

Berdasarkan Gambar 4.17 dapat dilihat bahwa hasil dari estimasi untuk Manusia *infected* menjadi *recovered* berbentuk konstan dikarenakan nilai awal dari estimasi *rate* rekrtumen nyamuk juga konstan, dan nilai estimasi nya adalah 0, 0074.

Tabel 4.18 Tabel Nilai Estimasi pada Parameter *Rate* Manusia *Infected* Menjadi *Recovered* (Tahap Koreksi)

NO	Bulan	Nilai Estimasi
1	Januari	0,0074
2	Februari	0,0074
3	Maret	0,0074
4	April	0,0074
5	Mei	0,0074
6	Juni	0,0074
7	Juli	0,0074
8	Agustus	0,0074
9	September	0,0074
10	Oktober	0,0074
11	November	0,0074
12	Desember	0,0074

7. Hasil Estimasi pada Parameter *Rate* Manusia Akibat Terjangkit Penyakit



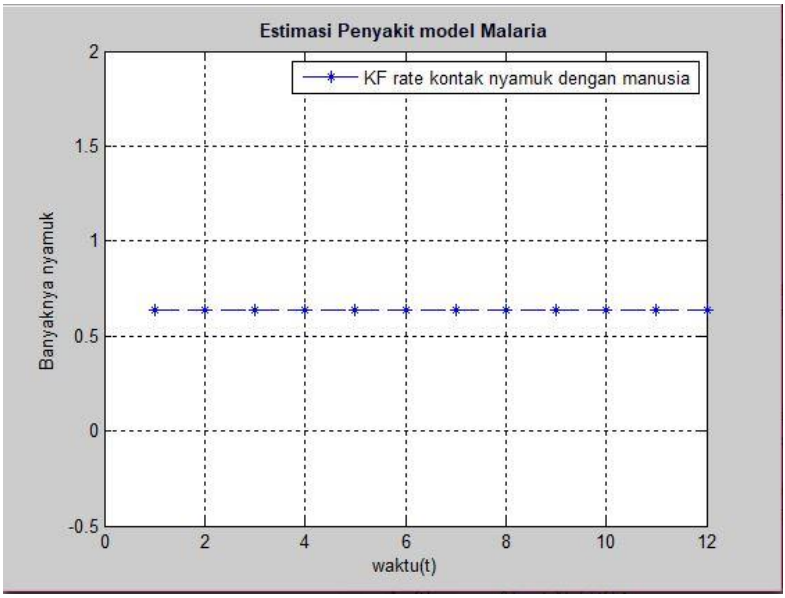
Gambar 4.18 Hasil Estimasi pada Parameter *Rate* Manusia Akibat Terjangkit Penyakit (Tahap Koreksi)

Berdasarkan Gambar 4.18 dapat dilihat bahwa hasil dari estimasi untuk *rate* manusia akibat terjangkit penyakit berbentuk konstan dikarenakan nilai awal dari estimasi *rate* rekrtumen nyamuk juga konstan, dan nilai estimasi nya adalah 0, 00044653.

Tabel 4. 19 Tabel Nilai Estimasi pada *Rate* Manusia Akibat Terjangkit Penyakit (Tahap Koreksi)

NO	Bulan	Nilai Estimasi
1	Januari	0,00044653
2	Februari	0,00044653
3	Maret	0,00044653
4	April	0,00044653
5	Mei	0,00044653
6	Juni	0,00044653
7	Juli	0,00044653
8	Agustus	0,00044653
9	September	0,00044653
10	Oktober	0,00044653
11	November	0,00044653
12	Desember	0,00044653

8. Hasil Estimasi pada Parameter *Rate* Kontak Nyamuk dengan Manusia



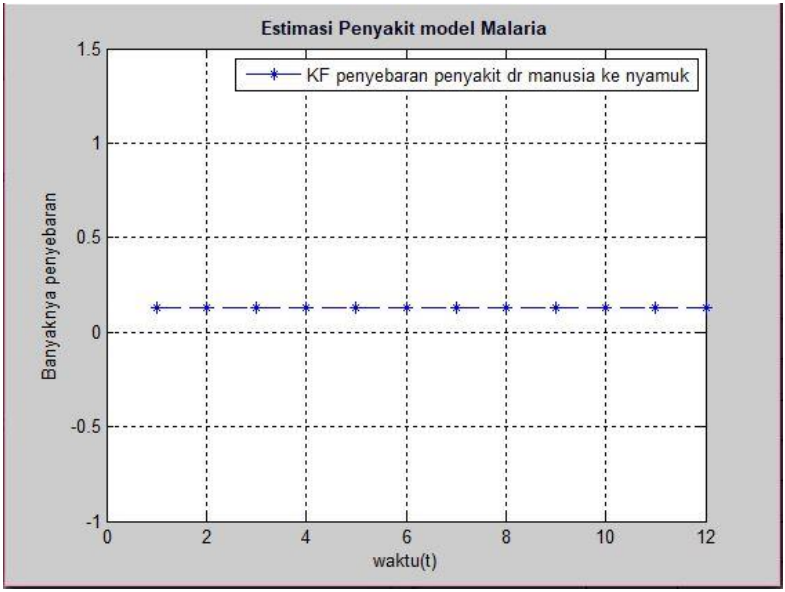
Gambar 4. 19 Hasil Estimasi pada Parameter *Rate* Kontak Nyamuk dengan Manusia (Tahap Koreksi)

Berdasarkan Gambar 4.19 dapat dilihat bahwa hasil dari estimasi untuk *rate* kontak nyamuk dengan manusia berbentuk konstan dikarenakan nilai awal dari estimasi *rate* rekrtumen nyamuk juga konstan, dan nilai estimasi nya adalah 0, 637.

Tabel 4. 20 Tabel Nilai Estimasi pada Parameter *Rate* Kontak Nyamuk dengan Manusia (Tahap Koreksi)

NO	Bulan	Nilai Estimasi
1	Januari	0,637
2	Februari	0,637
3	Maret	0,637
4	April	0,637
5	Mei	0,637
6	Juni	0,637
7	Juli	0,637
8	Agustus	0,637
9	September	0,637
10	Oktober	0,637
11	November	0,637
12	Desember	0,637

9. Hasil Estimasi pada Parameter Penyebaran Penyakit dari Nyamuk ke Manusia



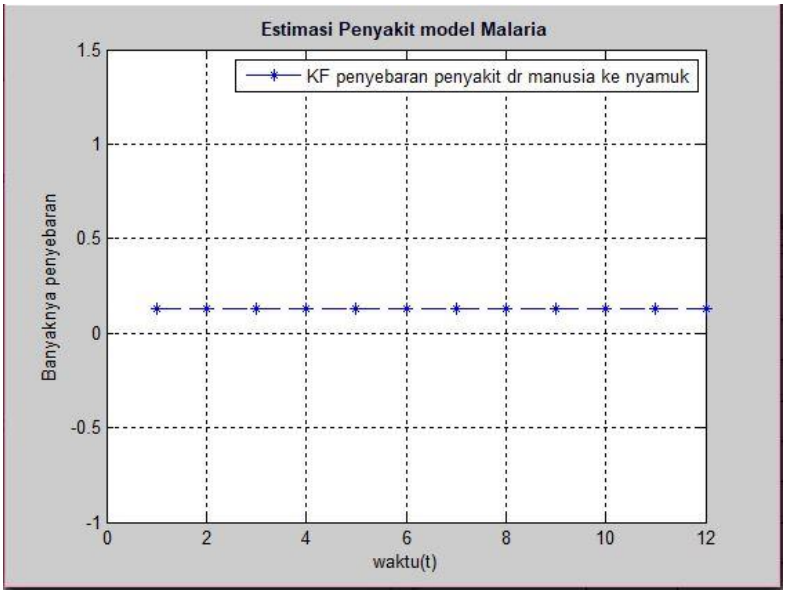
Gambar 4. 20 Hasil Estimasi pada Parameter Penyebaran Penyakit dari Nyamuk ke Manusia (Tahap Koreksi)

Berdasarkan Gambar 4.10 dapat dilihat bahwa hasil dari estimasi untuk kemungkinan penyebaran penyakit dari nyamuk ke manusia berbentuk konstan dikarenakan nilai awal dari estimasi *rate* rekrtumen nyamuk juga konstan, dan nilai estimasi nya adalah 0, 73.

Tabel 4. 21 Tabel Nilai pada Parameter Penyebaran Penyakit dari Nyamuk ke Manusia (Tahap Koreksi)

NO	Bulan	Nilai Estimasi
1	Januari	0,73
2	Februari	0,73
3	Maret	0,73
4	April	0,73
5	Mei	0,73
6	Juni	0,73
7	Juli	0,73
8	Agustus	0,73
9	September	0,73
10	Oktober	0,73
11	November	0,73
12	Desember	0,73

10. Hasil Estimasi pada Parameter Penyebaran Penyakit dari Manusia ke Nyamuk



Gambar 4. 21 Hasil Estimasi pada Parameter Penyebaran Penyakit dari Manusia ke Nyamuk (Tahap Koreksi)

Berdasarkan Gambar 4.21 dapat dilihat bahwa hasil dari estimasi untuk kemungkinan penyebaran penyakit dari manusia ke nyamuk berbentuk konstan dikarenakan nilai awal dari estimasi *rate* rekrtumen nyamuk juga konstan, dan nilai estimasi nya adalah 0, 1327.

Tabel 4. 22 Tabel Nilai Estimasi pada Parameter Penyebaran Penyakit dari Manusia ke Nyamuk (Tahap Koreksi)

NO	Bulan	Nilai Estimasi
1	Januari	0,1327
2	Februari	0,1327
3	Maret	0,1327
4	April	0,1327
5	Mei	0,1327
6	Juni	0,1327
7	Juli	0,1327
8	Agustus	0,1327
9	September	0,1327
10	Oktober	0,1327
11	November	0,1327
12	Desember	0,1327

BAB V
KESIMPULAN DAN SARAN

5.1. Kesimpulan

Dari hasil pembahasan yang telah disajikan pada Bab sebelumnya, maka diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Langkah-langkah untuk melakukan estimasi parameter penyebaran penyakit malaria dengan menggunakan Metode Kalman Filter. Langkah pertama, melakukan titik setimbang pada saat non endemik selanjutnya dilakukan pembentuk model linear ada saat non endemik karena model matematika pada penyebaran penyakit malaria merupakan bentuk non-linear. Setelah diperoleh persamaan linear, dilakukan pendiskritan model pada saat non endemik agar menghasilkan persamaan dalam waktu diskrit. Dan dilakukan analisis kestabilan sistem dengan menggunakan sistem linear dan diskrit yang sudah didapatkan, hasilnya sistem untuk mengetahui apakah sistem tersebut stabil untuk analisis kestabilan non endemik dengan empat variabel dan stabil untuk analisis kestabilan non endemik dengan empat variabel dan 6 parameter.
2. Analisia hasil simulasi numerik pada estimasi parameter model penyebaran penyakit malaria adalah membandingkan nilai estimasi dengan nilai data jumlah bulanan kumulatif pada kasus manusia yang terinfeksi malaria di provinsi Papua pada bulan Januari-Desember tahun 2018 yang mengahsilkan MAPE 2,67% dapat disimpulkan bahwa tingkat akurasi peramalan tinggi karena <10%. Sehingga dari estimasi parameter yang diamati dari bulan Januari- Desember tahun 2018 tersebut dapat digunakan untuk mengestimasi parameter lainnya yaitu, jumlah manusia yang rentan terhadap penyakit, jumlah nyamuk yang rentan terhadap penyakit, jumlah nyamuk yang terinfeksi terhadap penyakit, *rate* rekrutmen dari nyamuk, *rate* manusia *infected* menjadi recovered, *rate* manusia akibat terjangkit penyakit, *rate* kontak nyamuk

dengan manusia, *probability* penyebaran penyakit dari nyamuk ke manusia, dan *probability* penyebaran penyakit dari manusia ke nyamuk dengan menggunakan metode Kalman Filter.

5.2. Saran

Diharapkan pada penelitian selanjutnya untuk mencari estimasi parameter penyebaran penyakit malaria atau penyakit lainnya di masa mendatang dengan menggunakan metode Extended Kalman Filter atau Ensamble Kalman Filter.

DAFTAR PUSTAKA

[1] World Health Organization. (2014). "Malaria". Diakses tanggal 28 August 2014 dari: https://www.who.int/en/news-room/fact-sheets/detail/malaria

[2] Kementrian Kesehatan RI. (2018). "Pusat Data dan Informasi Kementrian Kesehatan Republik Indonesia". Jakarta.

[3] Herlambang, T. (2012). "Akar Kuadrat Ensemble Kalman Filter (AK-EnKF) Untuk Estimasi Posisi Peluru Kendali". Tesis Magister, Jurusan Matematika FMIPA Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.

[4] Kalman, R.E. (1960). "A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems". ASME Journal of Basic Engineering, Vol 82, Pp. 35-45.

[5] Herlambang, T., Djatmiko, E.B and Nurhadi, H. (2015). "Navigation and Guidance Control System of AUV with Trajectory Estimation of Linear Modelling". Proc. Of International Conference On Advance Mechatronics, Intelligent Manufactre, And Industrial Automation, IEEE , ICAMIMIA 2015, Surabaya, Indonesia, Pp. 184-187, Oct 15 – 17

[6] Fatmawati, Purwati, U.D and Nainggolan, J. (2019). "Parameter Estimation and Sensitivity Analysis of Malaria Model". Surabaya, Indonesia.

[7] Safii, M. I. (2016). "Penerapan Metode Extended Kalman Filter untuk Estimasi Transmisi Filariasis", Tugas Akhir, Jurusan Matematika FMIPA Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.

[8] Atiningtiyas, A. (2014). “Perbandingan Extended Kalman Filter dan Ensemble Kalman Filter dalam Estimasi Pertumbuhan Sel Tumor dengan Menggunakan Virus *Oncolytic*”, Skripsi, Jurusan Matematika FMIPA Universitas Jember, Jember, Indonesia.

[9] Perko, L. (2000). “Differential Equations and Dynamical System”.Third Edition. New York: Springer-Verlag, New York. Hal 67.

[10] Staffans, O. (2009). “Transfer Function”. Abo Akademi University Press, Finlandia.

[11] Paraskevopoulos, N.P, (1996), “Digital Control Systems”. Prentice-Hall Europe

[12] Lawrence, K., D., Klimberg, R., K., & Lawrence, S., M. (2009). “Fundamental of Forecasting using Excel”. Industrial Press Inc. America

[13] Lewis, F. L. (1998). “Optimal Estimation with an Introduction to Stochastic Control Theory”. School of Electrical Engineering Georgia Institute of Technology Atlanta, Georgia.

[14] Purnomo, K. D. (2008). “Aplikasi Metode Ensemble Kalman Filter pada Model Populasi Plankton”. Tidak Diterbitkan. Tesis, Program Pascasarjana, Institut Teknologi Sepuluh November, Surabaya.

LAMPIRAN A

Source Code Matlab Analisa Kestabilan Non Endemik atau Bebas Penyakit dengan Empat Variabel

```
format long;

Ih = 7793;
Iv = 1000;
Sh = 2256822;
Sv = 100000;
Nh = Sh + Ih;
Ah = 94.6002;
Av= 474.8190;
gammah = 0.0074;
miuh = 0.00004;
miuv = 0.025;
deltah = 0.00044653;
beta = 0.637;
p1 = 0.73;
p2 = 0.1327;
dt=1;

A = zeros(4,4);
A(1,1)=(-miuh*dt)+1;
A(1,2)=gammah*dt;
A(1,3)=0;
A(1,4)=0;
A(2,1)=0;
A(2,2)=-(miuh+gammah+deltah)*dt+1;
A(2,3)=0;
A(2,4)=((p1*beta*Ah*dt)/(Nh*miuh));
A(3,1)=0;
A(3,2)=((-p2*beta*Av*dt)/(Nh*miuv));
A(3,3)=(-miuv*dt)+1;
A(3,4)=0;
A(4,1)=0;
A(4,2)=((p2*beta*Av*dt)/(Nh*miuv));
```

```
A(4,3)=0;
A(4,4)=(-miuv*dt)+1;
A=[A(1,1) A(1,2) A(1,3) A(1,4); A(2,1) A(2,2)
A(2,3) A(2,4); A(3,1) A(3,2) A(3,3) A(3,4);
A(4,1) A(4,2) A(4,3) A(4,4)]
eig(A)
roots(poly(A))
```

LAMPIRAN B

Source Code Matlab Analisa Kestabilan Non Endemik atau Bebas Penyakit dengan 4 Variabel dan 6 Parameter

```
format long;

Ih = 7793;
Iv = 1000;
Sh = 2256822;
Sv = 100000;
Nh = Sh + Ih;
Ah = 94.6002;
Av= 474.8190;
gammah = 0.0074;
miuh = 0.00004;
miuv = 0.025;
deltah = 0.00044653;
beta = 0.637;
p1 = 0.73;
p2 = 0.1327;

A = zeros(10,10); %zero (13,13)
for i=5:10 %untuk 5 - 13
    A(i,i)=1;
end

dt=1

A(1,1)=(-miuh*dt)+1;
A(1,2)=gammah*dt;
A(2,2)=-(miuh+gammah+deltah)*dt+1;
A(2,4)=((p1*beta*Ah*dt)/(Nh*miuh));
A(3,2)=((-p2*beta*Av*dt)/(Nh*miuv));
A(3,3)=(-miuv*dt)+1;
A(4,2)=((p2*beta*Av*dt)/(Nh*miuv));
A(4,4)=(-miuv*dt)+1;
```

```
roots(poly(A))
```

LAMPIRAN C

Source Code Kalman Filter Tahap Prediksi

```
%Program Kalman Filter
clc;
clear all;
close all;
disp('Kalman Filter Malaria')
format long;

%DATA REAL
zdata=[7793 14495 21432 28694 34412 40046 45622
51239 55969 61038 65247 68855];
%zdata = [7793 6702 6937 7262 5718 5634 5576
5617 4730 5069 4209 3608];
[b, c] = size(zdata);

f = 10; %banyaknya titik
T = c-1; %banyaknya iterasi/ banyaknya data
(kenapa dikurangin satu)
ukur = 1; %jumlah titik ukur (variabel yang ada
data pengukuran yang punya datanya)
r = 5; %error pengukuran
pa = eye(f)*10; % kovarian error awal
q = eye(f)*9; % error model

%TAHAP INISIALISASI
%I= eye(13);
R = 0.01;
P0 = 0.01;
Q = 0.01;
%f=13;
s=10; %bentuk matriks keadaan
%s=f;

%Nilai Variabel
Ih = 7793;
Iv = 1000;
```

```
Sh = 2256822;
Sv = 100000;
Nh = Sh + Ih;

%Nilai Parameter
%Ah = 94.9269;
Ah = 94.6002;
Av= 474.8190;
gammah = 0.0074;
miuh = 0.00004;
miuv = 0.025;
deltah = 0.00044653;
beta = 0.637;
p1 = 0.73;
p2 = 0.1327;

A = zeros(10,10); %zero (13,13)
for i=5:10 %untuk 5 - 13
    A(i,i)=1;
end

dt=1;

A(1,1)=(-miuh*dt)+1;
A(1,2)=gammah*dt;
A(2,2)=-(miuh+gammah+deltah)*dt+1;
A(2,4)=((p1*beta*Ah*dt)/(Nh*miuh));
A(3,2)=((-p2*beta*Av*dt)/(Nh*miuv));
A(3,3)=(-miuv*dt)+1;
A(4,2)=((p2*beta*Av*dt)/(Nh*miuv));
A(4,4)=(-miuv*dt)+1;


% Matriks H
H=zeros(1,10);            % H=matriks pengukuran
berukuran bxs
H(1,2)=1;
%H=[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0];
```

```
n=size(H,1);          % Dimensi matriks H gaperlu
R1=R*n;          % Matriks kovariansi model error
R1=R*H;

% Inisialisasi
x0 = [Sh Ih Sv Iv Av gammah deltah beta p1 p2];
xa(1,1) = x0(1,1);
xa(2,1) = x0(1,2);
xa(3,1) = x0(1,3);
xa(4,1) = x0(1,4);
xa(5,1) = x0(1,5);
xa(6,1) = x0(1,6);
xa(7,1) = x0(1,7);
xa(8,1) = x0(1,8);
xa(9,1) = x0(1,9);
xa(10,1) = x0(1,10);
%xa(11,1) = x0(1,11);

% xre0=x0; %sebagai state atau keadaan
% xrea=x0;% prediksi
% xcor=x0; % sebagai coreksi tahap koeksidipake
pada saat dipake selanjutnya
% d=ones(s,1); %skip
% W=0.02; %noise bebas
% Mxreal=[]; %hasil estimasi prediksi
% Mxcor =[];%hasil estimasi dikasi data
pengukuran
% itr=[]; %iterasi

for i=1:T
dt = 1;
%Vektor koefisien noise
G = randn(f,1); %noise

% %Model sistem pengukuran untuk parameter yang
tidak memiliki data real
% X0 = x0' %iterasi
% X1 = x0';
% X = x0';
```

```
% Xre = A*X + sqrt(Q)*randn(f,1);
% Zrand = H*Xre+sqrt(R)*randn(1,1);
% Xretot = [X0 Xre]; %buat looping nilai awal
sama nilai x yang baru
% X0 = Xretot; %data asli tapi hasil random ,
buat nampilin data asli random
% X1 = Xre;

%tahap prediksi KF untuk
A(1,1)=(-miuh*dt)+1;
A(1,2)=gammah*dt;
A(2,2)=-(miuh+gammah+deltah)*dt+1;
A(2,4)=((p1*beta*Ah*dt)/(Nh*miuh));
A(3,2)=((-p2*beta*Av*dt)/(Nh*miuv));
A(3,3)=(-miuv*dt)+1;
A(4,2)=((p2*beta*Av*dt)/(Nh*miuv));
A(4,4)=(-miuv*dt)+1;

%tahap prediksi
    xf(:,i+1) = A*xa(:,i); % : baris x untuk
semua , : kedua untuk y kolom untuk semua , i =
banyak nya ke berapa iterasinya %estimasi
    pf(:,:,i+1) = A*pa(:,:,i)*A' + q;  %kovarian
tahap prediksi
%     xftot = [xfo xf];
%     xfo = xftot;

 %tahap koreksi KF untuk yang memiliki data
    k(:,:,i+1) =
pf(:,:,i+1)*H'*inv(H*pf(:,:,i+1)*H'+
eye(ukur)*r);
    xa(:,i+1) = xf(:,i+1) +
k(:,:,i+1)*(zdata(:,i+1) - H*xf(:,i+1));
    pa(:,:,i+1) = (eye(f) -
k(:,:,i+1)*H)*pf(:,:,i+1);
%     xatot = [xfo xa];
%  %tahap koreksi KF untuk parameter tanpa data
```

```
%     k2(:,:,i+1) =
pf(:,:,i+1)*H'*inv(H*pf(:,:,i+1)*H'+
eye(ukur)*r);
%     xa1(:,i+1) = xf(:,i+1) +
k2(:,:,i+1)*(Zrand(:,:) - H*xf(:,i+1));
%     pa1(:,:,i+1) = (eye(f) -
k2(:,:,i+1)*H)*pf(:,:,i+1);
%
end

figure(1)
plot(1:T+1,zdata(1,:),'--o',1:T+1,xf(2,:),'--
*');
hold on
%plot(itr,Mxcor(1,:),'-*m')
title('Estimasi Penyakit model
Malaria','fontweight','bold','fontsize',10,'colo
r',[.0 .0 .1]);
hold on;
xlabel('waktu(t)');
ylabel('Banyaknya Orang');
legend('Real Manusia terinfeksi','KF Manusia
terinfeksi'); %ada 13
grid on
RMSE=sqrt((sum((zdata(1,:)-xf(2,:)).^2))/T)

figure(2)
plot(1:T+1,xf(1,:),'--*');
hold on
title('Estimasi Penyakit model
Malaria','fontweight','bold','fontsize',10,'colo
r',[.0 .0 .1]);
hold on;
xlabel('waktu(t)');
ylabel('Banyaknya Orang');
legend('KF Manusia Rentan'); %ada 13
grid on

figure(3)
```

```
plot(1:T+1,xf(3,:),'--*');
hold on
title('Estimasi Penyakit model
Malaria','fontweight','bold','fontsize',10,'colo
r',[.0 .0 .1]);
hold on;
xlabel('waktu(t)');
ylabel('Banyaknya Nyamuk');
legend('KF Nyamuk Rentan'); %ada 13
grid on

figure(4)
plot(1:T+1,xf(4,:),'--*');
hold on
title('Estimasi Penyakit model
Malaria','fontweight','bold','fontsize',10,'colo
r',[.0 .0 .1]);
hold on;
xlabel('waktu(t)');
ylabel('Banyaknya Nyamuk');
legend('KF Nyamuk Terinfeksi'); %ada 13
grid on

% figure(5)
% plot(1:T+1,xa(5,:),'--*');
% hold on
% title('Estimasi Penyakit model
Malaria','fontweight','bold','fontsize',10,'colo
r',[.0 .0 .1]);
% hold on;
% xlabel('waktu(t)');
% ylabel('Banyaknya nyamuk');
% legend('KF rate kematian nyamuk'); %ada 13
% grid on

figure(5)
plot(1:T+1,xf(5,:),'--*');
hold on
```

```
title('Estimasi Penyakit model
Malaria','fontweight','bold','fontsize',10,'colo
r',[.0 .0 .1]);
hold on;
xlabel('waktu(t)');
ylabel('Banyaknya nyamuk');
legend('KF rate rekrutmen nyamuk'); %ada 13
grid on

figure(6)
plot(1:T+1,xf(6,:),'--*');
hold on
title('Estimasi Penyakit model
Malaria','fontweight','bold','fontsize',10,'colo
r',[.0 .0 .1]);
hold on;
xlabel('waktu(t)');
ylabel('Banyaknya orang');
legend('KF manusia infected menjadi recovered');
%ada 13
grid on

figure(7)
plot(1:T+1,xf(7,:),'--*');
hold on
title('Estimasi Penyakit model
Malaria','fontweight','bold','fontsize',10,'colo
r',[.0 .0 .1]);
hold on;
xlabel('waktu(t)');
ylabel('Banyaknya orang');
legend('KF rate manusia akibat terjangkit
penyakit'); %ada 13
grid on

figure(8)
plot(1:T+1,xf(8,:),'--*');
hold on
```

```
title('Estimasi Penyakit model
Malaria','fontweight','bold','fontsize',10,'colo
r',[.0 .0 .1]);
hold on;
xlabel('waktu(t)');
ylabel('Banyaknya nyamuk');
legend('KF rate kontak nyamuk dengan manusia');
%ada 13
grid on

figure(9)
plot(1:T+1,xf(9,:),'--*');
hold on
title('Estimasi Penyakit model
Malaria','fontweight','bold','fontsize',10,'colo
r',[.0 .0 .1]);
hold on;
xlabel('waktu(t)');
ylabel('Banyaknya penyebaran');
legend('KF penyebaran penyakit dr nyamuk ke
manusia'); %ada 13
grid on

figure(10)
plot(1:T+1,xf(10,:),'--*');
hold on
title('Estimasi Penyakit model
Malaria','fontweight','bold','fontsize',10,'colo
r',[.0 .0 .1]);
hold on;
xlabel('waktu(t)');
ylabel('Banyaknya penyebaran');
legend('KF penyebaran penyakit dr manusia ke
nyamuk'); %ada 13
grid on

disp('Nilai estimasi kf 1')
xf(1,:)
disp('Nilai estimasi kf 2')
```

```
xf(2,:)
disp('Nilai estimasi kf 3')
xf(3,:)
disp('Nilai estimasi kf 4')
xf(4,:)
disp('Nilai estimasi kf 5')
xf(5,:)
disp('Nilai estimasi kf 6')
xf(6,:)
disp('Nilai estimasi kf 7')
xf(7,:)
disp('Nilai estimasi kf 8')
xf(8,:)
disp('Nilai estimasi kf 9')
xf(9,:)
disp('Nilai estimasi kf 10')
xf(10,:)
```

LAMPIRAN D

Source Code Kalman Filter Tahap Koreksi

```
%Program Kalman Filter
clc;
clear all;
close all;
disp('Kalman Filter Malaria')
format long;

%DATA REAL
zdata=[7793 14495 21432 28694 34412 40046 45622
51239 55969 61038 65247 68855];
%zdata = [7793 6702 6937 7262 5718 5634 5576
5617 4730 5069 4209 3608];
[b, c] = size(zdata);

f = 10; %banyaknya titik
T = c-1; %banyaknya iterasi/ banyaknya data
(kenapa dikurangin satu)
ukur = 1; %jumlah titik ukur (variabel yang ada
data pengukuran yang punya datanya)
r = 5; %error pengukuran
pa = eye(f)*10; % kovarian error awal
q = eye(f)*9; % error model

%TAHAP INISIALISASI
%I= eye(13);
R = 0.01;
P0 = 0.01;
Q = 0.01;
%f=13;
s=10; %bentuk matriks keadaan
%s=f;

%Nilai Variabel
Ih = 7793;
```

```
Iv = 1000;
Sh = 2256822;
Sv = 100000;
Nh = Sh + Ih;

%Nilai Parameter
Ah = 94.9269;
Av= 474.8190;
gammah = 0.00074;
miuh = 0.0004;
miuv = 0.025;
deltah = 0.00044653;
beta = 0.637;
p1 = 0.73;
p2 = 0.1327;

A = zeros(10,10); %zero (13,13)
for i=5:10 %untuk 5 - 13
    A(i,i)=1;
end

dt=1;

A(1,1)=(-miuh*dt)+1;
A(1,2)=gammah*dt;
A(2,2)=-(miuh+gammah+deltah)*dt+1;
A(2,4)=((p1*beta*Ah*dt)/(Nh*miuh));
A(3,2)=((-p2*beta*Av*dt)/(Nh*miuv));
A(3,3)=(-miuv*dt)+1;
A(4,2)=((p2*beta*Av*dt)/(Nh*miuv));
A(4,4)=(-miuv*dt)+1;


% Matriks H
H=zeros(1,10);            % H=matriks pengukuran
berukuran bxs
H(1,2)=1;
%H=[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0];
```

```
n=size(H,1);          % Dimensi matriks H gaperlu
R1=R*n;          % Matriks kovariansi model error
R1=R*H;

% Inisialisasi
x0 = [Sh Ih Sv Iv Av gammah deltah beta p1 p2];
xa(1,1) = x0(1,1);
xa(2,1) = x0(1,2);
xa(3,1) = x0(1,3);
xa(4,1) = x0(1,4);
xa(5,1) = x0(1,5);
xa(6,1) = x0(1,6);
xa(7,1) = x0(1,7);
xa(8,1) = x0(1,8);
xa(9,1) = x0(1,9);
xa(10,1) = x0(1,10);
%xa(11,1) = x0(1,11);

for i=1:T
dt = 1;
%Vektor koefisien noise
G = randn(f,1); %noise

%tahap prediksi KF untuk
A(1,1)=(-miuh*dt)+1;
A(1,2)=gammah*dt;
A(2,2)=-(miuh+gammah+deltah)*dt+1;
A(2,4)=((p1*beta*Ah*dt)/(Nh*miuh));
A(3,2)=((-p2*beta*Av*dt)/(Nh*miuv));
A(3,3)=(-miuv*dt)+1;
A(4,2)=((p2*beta*Av*dt)/(Nh*miuv));
A(4,4)=(-miuv*dt)+1;

xf(:,i+1) = A*xa(:,i); % : baris x untuk semua ,
: kedua untuk y kolom untuk semua , i = banyak
nya ke berapa iterasinya %estimasi

pf(:,:,i+1) = A*pa(:,:,i)*A' + q;  %kovarian
tahap prediksi
```

```
 %tahap koreksi KF untuk yang memiliki data
    k(:,:,i+1) =
pf(:,:,i+1)*H'*inv(H*pf(:,:,i+1)*H'+
eye(ukur)*r);
    xa(:,i+1) = xf(:,i+1) +
k(:,:,i+1)*(zdata(:,i+1) - H*xf(:,i+1));
    pa(:,:,i+1) = (eye(f) -
k(:,:,i+1)*H)*pf(:,:,i+1);

end

figure(1)
plot(1:T+1,zdata(1,:),'--o',1:T+1,xa(2,:),'--
*');
hold on
%plot(itr,Mxcor(1,:),'-*m')
title('Estimasi Penyakit model
Malaria','fontweight','bold','fontsize',10,'colo
r',[.0 .0 .1]);
hold on;
xlabel('waktu(t)');
ylabel('Banyaknya Orang');
legend('Real Manusia terinfeksi','KF Manusia
terinfeksi'); %ada 13
grid on
RMSE=sqrt((sum((zdata(1,:)-xa(2,:)).^2))/T)

figure(2)
plot(1:T+1,xa(1,:),'--*');
hold on
title('Estimasi Penyakit model
Malaria','fontweight','bold','fontsize',10,'colo
r',[.0 .0 .1]);
hold on;
xlabel('waktu(t)');
ylabel('Banyaknya Orang');
legend('KF Manusia Rentan'); %ada 13
grid on
```

```
figure(3)
plot(1:T+1,xa(3,:),'--*');
hold on
title('Estimasi Penyakit model
Malaria','fontweight','bold','fontsize',10,'colo
r',[.0 .0 .1]);
hold on;
xlabel('waktu(t)');
ylabel('Banyaknya Nyamuk');
legend('KF Nyamuk Rentan'); %ada 13
grid on

figure(4)
plot(1:T+1,xa(4,:),'--*');
hold on
title('Estimasi Penyakit model
Malaria','fontweight','bold','fontsize',10,'colo
r',[.0 .0 .1]);
hold on;
xlabel('waktu(t)');
ylabel('Banyaknya Nyamuk');
legend('KF Nyamuk Terinfeksi'); %ada 13
grid on

figure(5)
plot(1:T+1,xa(5,:),'--*');
hold on
title('Estimasi Penyakit model
Malaria','fontweight','bold','fontsize',10,'colo
r',[.0 .0 .1]);
hold on;
xlabel('waktu(t)');
ylabel('Banyaknya nyamuk');
legend('KF rate rekrutmen nyamuk'); %ada 13
grid on

figure(6)
plot(1:T+1,xa(6,:),'--*');
```

```
hold on
title('Estimasi Penyakit model
Malaria','fontweight','bold','fontsize',10,'colo
r',[.0 .0 .1]);
hold on;
xlabel('waktu(t)');
ylabel('Banyaknya orang');
legend('KF manusia infected menjadi recovered');
%ada 13
grid on

figure(7)
plot(1:T+1,xa(7,:),'--*');
hold on
title('Estimasi Penyakit model
Malaria','fontweight','bold','fontsize',10,'colo
r',[.0 .0 .1]);
hold on;
xlabel('waktu(t)');
ylabel('Banyaknya orang');
legend('KF rate manusia akibat terjangkit
penyakit'); %ada 13
grid on

figure(8)
plot(1:T+1,xa(8,:),'--*');
hold on
title('Estimasi Penyakit model
Malaria','fontweight','bold','fontsize',10,'colo
r',[.0 .0 .1]);
hold on;
xlabel('waktu(t)');
ylabel('Banyaknya nyamuk');
legend('KF rate kontak nyamuk dengan manusia');
%ada 13
grid on

figure(9)
plot(1:T+1,xa(9,:),'--*');
```

```
hold on
title('Estimasi Penyakit model
Malaria','fontweight','bold','fontsize',10,'colo
r',[.0 .0 .1]);
hold on;
xlabel('waktu(t)');
ylabel('Banyaknya penyebaran');
legend('KF kemungkinan penyebaran penyakit dr
nyamuk ke manusia'); %ada 13
grid on

figure(10)
plot(1:T+1,xa(10,:),'--*');
hold on
title('Estimasi Penyakit model
Malaria','fontweight','bold','fontsize',10,'colo
r',[.0 .0 .1]);
hold on;
xlabel('waktu(t)');
ylabel('Banyaknya penyebaran');
legend('KF kemungkinan penyebaran penyakit dr
manusia ke nyamuk'); %ada 13
grid on

disp('Nilai estimasi kf 1')
xa(1,:)
disp('Nilai estimasi kf 2')
xa(2,:)
disp('Nilai estimasi kf 3')
xa(3,:)
disp('Nilai estimasi kf 4')
xa(4,:)
disp('Nilai estimasi kf 5')
xa(5,:)
disp('Nilai estimasi kf 6')
xa(6,:)
disp('Nilai estimasi kf 7')
xa(7,:)
disp('Nilai estimasi kf 8')
```

```
xa(8,:)
disp('Nilai estimasi kf 9')
xa(9,:)
disp('Nilai estimasi kf 10')
xa(10,:)
```

BIODATA PENULIS

Annisa Rahmienda Maha atau bisa dipanggil Annisa lahir di Jakarta, 12 Maret 1999. Penulis merupakan anak pertama dari tiga bersaudara. Penulis menempuh pendidikan mulai dari SDPN Sabang (2004-2010), SMPN 34 Bandung (2010-2013) dan SMAN 22 Bandung (2013-2016). Saat ini, penulis sedang melanjutkan pendidikan ke jenjang S1 di Departemen Matematika, Fakultas Sains dan Analitika Data, Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya (2016-sekarang) dengan NRP 06111640000118.

Di Departemen Matematika ITS, penulis mengambil bidang minat Matematika Terapan yang terdiri atas Pemodelan Matematika dan Riset Operasi dan Pengolahan Data. Apabila ingin memberikan kritik dan saran mengenai Laporan Kerja Praktik ini, dapat menghubungi melalui *e-mail* annisarahmienda@gmail.com. Terimakasih dan semoga bermanfaat.