TESIS - KS185411

PEMODELAN INTENSITAS GEMPABUMI DI SULAWESI-MALUKU DENGAN MENGGUNAKAN *BAYESIAN MIXTURE POISSON* DAN *LOG-GAUSSIAN COX PROCESSES*

AISAH
06211850010026

Dosen Pembimbing
Prof. Drs. NUR Iriawan, M.Ikom. Ph.D
Dr. Achmad Choiruddin, S.Si. M.Sc

Program Magister
Departemen Statistika
Fakultas Sains dan Analitika Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya
2020

TESIS – KS185411

PEMODELAN INTENSITAS GEMPABUMI DI SULAWESI-MALUKU DENGAN MENGGUNAKAN *BAYESIAN MIXTURE POISSON* DAN *LOG-GAUSSIAN COX PROCESSES*

AISAH
06211850010026

Dosen Pembimbing
Prof. Drs. NUR Iriawan, M.Ikom. Ph.D
Dr. Achmad Choiruddin, S.Si. M.Sc

Program Magister
Departemen Statistika
Fakultas Sains dan Analitika Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya
2020

THESIS – KS185411

EARTHQUAKE INTENSITY MODELING IN SULAWESI-MALUKU AREA BY USING BAYESIAN MIXTURE POISSON AND LOG-GAUSSIAN COX PROCESSES

AISAH
06211850010026

Supervisors
Prof. Drs. NUR Iriawan, M.Ikom. Ph.D
Dr. Achmad Choiruddin, S.Si. M.Sc

Magister Program
Department of Statistics
Faculty of Science and Data Analytics
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya
2020

LEMBAR PENGESAHAN

Tesis disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar

Magister Statistik (M.Stat)

di

Institut Teknologi Sepuluh Nopember

oleh

AISAH

NRP:062118500100026

Tanggal Ujian:

Periode Wisuda: September 2020

disetujui oleh:

Pembimbing:

1. Prof. Drs. NUR Iriawan, M.Ikom., Ph.D.
   NIP. 196210151988031002 .....

2. Dr. Achmad Choiruddin, S.Si., M. Sc.
   NIP. 1991201911101 .....

Penguji:

3. Dr. Dra. Kartika Fithriasari, M. Si.
   NIP. 196912121993032002 .....

4. Dr.rer.pol. Dedy Dwi Prastyo, S.Si., M.Si.
   NIP. 198312042008121002 .....

KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER FAKULTAS SAINS DAN ANALITIKA DATA DEPARTEMEN STATISTIKA

Kepala Departemen Statistika
Fakultas Sains dan Analitika Data

Dr. Dra. Kartika Fithriasari, M. Si.
NIP: 19691212 199303 2 002

(*halaman ini sengaja dikosongkan*)

PEMODELAN INTENSITAS GEMPABUMI DI SULAWESI-MALUKU DENGAN MENGGUNAKAN *BAYESIAN MIXTURE POISSON DAN LOG-GAUSSIAN COX PROCESSES*

Nama Mahasiswa	: Aisah
NRP	: 06211850010026
Pembimbing	: Prof. Drs. NUR Iriawan, M.Ikom. Ph.D
Co. Pembimbing	: Dr. Achmad Choiruddin, S.Si. M.Sc

ABSTRAK

Indonesia merupakan salah satu negara yang rawan terjadi gempa karena terletak pada wilayah cincin api Pasifik aktif. Sulawesi dan Maluku merupakan dua daerah di Indonesia yang paling sering terjadi gempabumi karena hampir 50% gempabumi selama tahun 2009 – 2018 di Indonesia terjadi di wilayah Sulawesi-Maluku. *Poisson Process* merupakan model dasar pada *spatial point process* yang dapat digunakan untuk memodelkan gempabumi jika memenuhi kriteria homogenitas, independen, dan berdistribusi Poisson. Namun, umumnya tidak semua kriteria terpenuhi khususnya pada pemodelan gempabumi. *Mixture Poisson* dan *Log-Gaussian Cox Process* adalah model yang dikembangkan karena tidak ketidakhomogenan pola penyebaran peristiwa gempabumi. Pemodelan intensitas gempabumi dengan *window* observasi di wilayah Sulawesi-Maluku dilakukan dengan melibatkan tiga *covariates* yaitu jarak episentrum gempabumi ke sesar aktif, zona subduksi, dan gunung api terdekat. Metode estimasi parameter model menggunakan pendekatan Bayes dengan *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC) dan *Intergrated Nested Laplace Approximation* (INLA), sedangkan metode pembangkitan sampel pada metode MCMC dengan menggunakan *gibss sampling.* Hasil analisis menunjukkan bahwa intensitas gempabumi di Sulawesi-Maluku secara signifikan diperoleh oleh jarak episentrum gempabumi terhadap sesar aktif, zona subduksi, dan gunung api terdekat pada model *Poisson* dan *Mixture Poisson Process*, sedangkan jarak episentrum gempabumi terhadap zona subduksi terdekat tidak berpengaruh signifikan terhadap intensitas gempabumi pada model LGCP. Model terbaik untuk memodelkan intensitas gempabumi signifikan di Sulawesi-Maluku adalah LGCP tanpa faktor geologis zona subduksi yang dipilih berdasarkan nilai WAIC terkecil.

***Kata kunci**: Gempabumi, Gibss Sampling, INLA, MCMC, WAIC*

(*halaman ini sengaja dikosongkan*)

EARTHQUAKE INTENSITY MODELING IN SULAWESI-MALUKU BY USING BAYESIAN MIXTURE POISSON AND LOG-GAUSSIAN COX PROCESSES

Name of Student : Aisah
Student Number : 06211850010026
Supervisor : Prof. Drs. NUR Iriawan, M.Ikom. Ph.D
Co. Supervisor : Dr. Achmad Choiruddin, S.Si. M.Sc

ABSTRACT

Indonesia is one of the countries prone to earthquakes because it is located in the active Pacific ring of fire. Sulawesi and Maluku are the two areas in Indonesia that have the most frequent earthquakes because nearly 50% of earthquakes during 2009 - 2018 in Indonesia occurred in the Sulawesi-Maluku region. The Poisson Process is a basic model of the spatial point process that can be used to model earthquakes if it meets the criteria for homogeneity, independence, and has a Poisson distribution. However, generally not all criteria are met, especially in earthquake modeling. Mixture Poisson and Log-Gaussian Cox Process is a model developed because there is no inhomogeneity of the distribution pattern of earthquake events. Earthquake intensity modeling with observation windows in the Sulawesi-Maluku region is carried out by involving three covariates, namely the distance of the earthquake epicenter to the active fault, the subduction zone and the nearest volcano. The method of estimating model parameters uses the Bayes approach with Markov Chain Monte Carlo (MCMC) and Intergrated Nested Laplace Approximation (INLA), while the sample generation method in the MCMC method uses gibss sampling. The results of the analysis show that the earthquake intensity in Sulawesi-Maluku is significantly obtained by the distance of the earthquake epicenter to the active fault, subduction zone, and the nearest volcano in the Poisson and Mixture Poisson Process models, while the distance of the earthquake epicenter to the closest subduction zone has no significant effect on the intensity of the earthquake. on LGCP models. The best model for modeling significant earthquake intensity in Sulawesi-Maluku is LGCP without subduction zone geological factors which is selected based on the smallest WAIC value.

Keywords*: Earthquake, Gibss Sampling, INLA, MCMC, WAIC*

(*halaman ini sengaja dikosongkan*)

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat, taufik, serta hidayah-Nya sehingga tesis ini dapat diselesaikan tepat pada waktunya. Tesis yang berjudul *"Pemodelan Intensitas Gempabumi Di Sulawesi-Maluku dengan menggunakan Bayesian Mixture Poisson dan Log-Gaussian Cox Processes"* ini disusun untuk memenuhi salah satu persyaratan dalam rangka menyelesaikan pendidikan pada Program Magister Departemen Statistika Fakultas Sains dan Analitika Data.

Dalam penyusunan tesis ini, penulis banyak memperoleh bimbingan dan petunjuk, serta bantuan dan dukungan dari berbagai pihak baik dari institusi maupun luar institusi. Oleh karena itu, penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak Prof. Drs. NUR Iriawan, M.Ikom., Ph.D dan Dr. Achmad Choiruddin, S.Si., M.Sc selaku dosen pembimbing yang telah meluangkan waktu, mengarahkan, membimbing dengan sabar, memberikan saran-saran, dan memberikan dukungan yang sangat besar bagi penulis dalam menyelesaikan tesis ini.
2. Ibu Dr. Dra. Kartika Fithriasari, M.Si dan Bapak Dr.rer.pol. Dedy Dwi Prastyo, S.Si., M.Si selaku dosen penguji yang telah memberikan saran serta perbaikan dalam tesis ini.
3. Bapak Dr.rer.pol. Dedy Dwi Prastyo, S.Si., M.Si selaku Kepala Program Studi Pascasarjana Departemen Statistika FSAD ITS yang telah memberikan dukungan yang sangat besar bagi penulis dalam menyelesaikan tesis ini.
4. Ibu Dr. Dra. Kartika Fithriasari, M.Si selaku Kepala Departemen Statistika FSAD ITS yang telah memberikan dukungan yang sangat besar bagi penulis dalam menyelesaikan tesis ini.
5. Ibu Dr. Santi Wulan Purnami, S.Si., M.Si selaku Sekretaris Departemen I Statistika FSAD ITS yang telah memberikan dukungan terutama pada Bidang Akademik, Kemahasiswaan, Penelitian dan Pengabdian Masyarakat.

6. Ibu Dr. Vita Ratnasari, S.Si., M.Si selaku Sekretaris Departemen II Statistika FSAD ITS yang telah memberikan dukungan terutama pada Bidang Sumber Daya Manusia, dan Sarana Prasarana.
7. Seluruh dosen Departemen Statistika FSAD ITS yang telah memberikan ilmu selama perkuliahan dan karyawan yang telah membantu dalam penyelenggaraan perkuliahan.
8. Bapak, Ibu, Suami, Ibu mertua, dan Adik sebagai keluarga yang selalu memberikan dukungan selama ini.
9. Teman-teman seperjuangan S2 angkatan ganjil 2018 atas semangat yang diberikan pada penulis.
10. Semua pihak yang telah membantu penulis yang tidak dapat disebutkan satu persatu.

Pembuatan laporan tesis ini masih jauh dari kesempurnaan, besar harapan dari penulis untuk menerima kritik dan saran yang berguna untuk perbaikan di masa mendatang. Semoga laporan tesis ini bermanfaat.

Surabaya, Agustus 2020

Aisah

DAFTAR ISI

LEMBAR PENGESAHAN i
ABSTRAK iii
ABSTRACT v
KATA PENGANTAR vii
DAFTAR ISI ix
DAFTAR GAMBAR xi
DAFTAR TABEL xiii
BAB I PENDAHULUAN 1
1.1 Latar belakang 1
1.2 Rumusan Masalah 5
1.3 Tujuan Penelitian 6
1.4 Manfaat Penelitian 6
1.5 Batasan Masalah 6
BAB II LANDASAN TEORI 9
2.1 *Spatial Point Process* 9
2.2 Uji Homogenitas *Poisson Process* 10
2.3 Uji Independensi dengan *K-Function* 10
2.4 Uji Kesesuaian Distribusi 13
2.5 *Mixture Poisson Process* 15
2.5.1 Estimasi Parameter Model dengan Pendekatan Bayes 18
2.5.2 *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC) 19
2.5.3 Tahapan Estimasi Parameter Model *Poisson Process* pendekatan Bayesian dengan MCMC 20
2.5.4 Tahapan Estimasi Parameter Model *Mixture Poisson Process* pendekatan Bayesian dengan MCMC 24
2.6 *Log-Gaussian Cox Processes* 29
2.6.1 Estimasi Parameter LGCP dengan Pendekatan Bayesian 30
2.6.2 Tahapan Estimasi Paramater model pendekatan Bayesian dengan Integrated Nested Laplace Approximation (INLA) 30
2.7 Transformasi Data 34
2.8 *Watanabe Akaike Information Criteria* (WAIC) 35
2.9 Gempabumi dan Faktor Geologis 35
BAB III METODELOGI PENELITIAN 39
3.1 Sumber Data 39
3.2 Variabel Penelitian 39
3.3 Tahapan Analisis 41
3.4 Diagram Alir Penelitian 43
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN 45
4.1 Analisis Data Eksplorasi Gempabumi Sulawesi-Maluku tahun 2009-2018 45
4.1.1 Gambaran Umum Pola Persebaran Gempabumi 45
4.1.2 Uji Asumsi Poisson Process Model 48

4.1.3 Deteksi Mixture Model 51
4.2 Estimasi Paramater Poisson Process Model..... 52
4.3 Estimasi Parameter Model *Mixture Poisson Process* 57
4.4 Estimasi Parameter Log-Gaussian Cox Process 63
4.5 Pemilihan Model Terbaik 68
BAB V PENUTUP 71
5.1 Kesimpulan 71
5.2 Saran..... 72
DAFTAR PUSTAKA 73

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Bentuk pola persebaran *point pattern* 11
Gambar 2.2 Teknik penghitungan banyak *points* pada radius *r* dalam *window* observasi yang berbentuk persegi. 13
Gambar 2.3 *K-function* empiris pola *point pattern*..... 13
Gambar 3.1 Planar point pattern gempa Sulawesi-Maluku selama tahun 2009 – 2018 39
Gambar 3.2 Plot image *covariate* 4040
Gambar 3.3 Diagram alir penelitian 44
Gambar 4.1 Plot *spatial point pattern*..... 45
Gambar 4.2 *Contour* intensitas gempabumi di Sulawesi-Maluku selama tahun 2009-2018 46
Gambar 4.3 Karakteristik *covariate* jarak episentrum gempabumi ke sesar aktif terdekat dalam 1° = ±111km 47
Gambar 4.4 Karakteristik *covariate* jarak episentrum gempabumi ke zona subduksi terdekat dalam 1o = ±111km..... 47
Gambar 4.5 Karakteristik covariate jarak episentrum gempabumi ke gunung api terdekat dalam 1o = ±111km 48
Gambar 4.6 *Inhomogenenous K-function* untuk pengujian asumsi independensi spasial antar *point* gempabumi di Sulawesi-Maluku..... 50
Gambar 4.7 Histrogram intensitas gempabumi di Sulawesi-Maluku M≥5 selama tahun 2009 - 2018..... 51
Gambar 4.8 *Directed Acyclic Graph* (DAG) *Poisson Process* pada program WinBUGS 52
Gambar 4.9 Plot hasil pembangkitan sampel pada proses estimasi model *Poisson Process* dengan menggunakan Bayes MCMC..... 53
Gambar 4.10 Nilai aktual (observasi) dan prediksi banyak peristiwa gempabumi dengan pemodelan *Poisson process* 56
Gambar 4.11 *Directed Acyclic Graph* (DAG) model *Mixture Poisson Process* pada program WinBUGS..... 57
Gambar 4.12 Plot hasil pembangkitan sampel pada proses estimasi model *Mixture Poisson Process* dengan menggunakan Bayes MCMC..... 58
Gambar 4.13 Nilai aktual (observasi) dan prediksi banyak peristiwa gempabumi dengan pemodelan *mixture Poisson process* 63
Gambar 4.14 Plot *Posterior Density* hasil estimasi parameter model LGCP 64
Gambar 4.15 Nilai aktual (observasi) dan prediksi banyak peristiwa gempabumi dengan pemodelan *Log-Gaussian Cox process*..... 67

(*halaman ini sengaja dikosongkan*)

DAFTAR TABEL

Tabel 3.1 Variabel Penelitian 40
Tabel 3.2 Struktur Data Penelitian..... 41
Tabel 4.1 Hasil Deteksi Model *Mixture dengan menggunakan Program Mathematica* 52
Tabel 4.2 Hasil Estimasi Parameter Bayes Model *Poisson Process* Intensitas Gempabumi di Sulawesi-Maluku tahun 2009-2018 dengan menggunakan metode MCMC dan Gibbs Sampling. 54
Tabel 4.3 Hasil Estimasi Parameter Model Mixture Poisson Process Intensitas Gempabumi di Sulawesi-Maluku tahun 2009-2018 dengan menggunakan metode MCMC dan Gibbs Sampling 59
Tabel 4.4 Hasil estimasi parameter model LGCP intensitas gempabumi di Sulawesi-Maluku dengan pendekatan Bayes INLA 64
Tabel 4.5 Hasil estimasi parameter model LGCP tanpa melibatkan jarak episentrum gempabumi terhadap zona subduksi terdekat..... 65
Tabel 4.6 Nilai *Watanabe Akaike Information Criterion* pada setiap model intensitas gempabumi di Sulawesi-Maluku..... 68

(*halaman ini sengaja dikosongkan*)

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar belakang

Gempabumi merupakan bencana alam yang menimbulkan getaran atau goncangan secara tiba-tiba di permukaan bumi. Hal tersebut diakibatkan oleh aktivitas tektonik seperti tumbukan atau pelepasan energi yang sangat besar di lempeng bumi, atau akibat dari aktivitas gunung berapi. Terjadinya gempabumi memiliki dampak negatif karena dapat memicu terjadinya bencana lain seperti tsunami dan menyebabkan kerusakan pada banyak negara. Indonesia merupakan salah satu negara yang rawan terjadi gempa karena terletak pada cincin api Pasifik aktif. Peristiwa gempabumi banyak terjadi di Indonesia dan mengalami peningkatan dalam lima tahun terakhir yaitu 4.234 kali di tahun 2013 menjadi 6.929 pada tahun 2017 dan 11.577 pada tahun 2018 (Umasugi, 2018). Kejadian gempabumi Indonesia dengan frekuensi yang besar tersebut banyak terjadi di daerah Sulawesi-Maluku. Hal itu dikarenakan wilayah tersebut dilalui struktur tektonik yang kompleks seperti adanya zona subduksi atau penunjaman dua lempeng yang rumit di wilayah utara Pulau Sulawesi dan Laut Maluku, adanya subduksi ganda pada bagian timur lempeng Halmehera dan barat lempe Mayu-Sagihe, dan 48 sesar yang masih aktif di kawasan Sulawesi-Maluku (Pusat Studi Gempabumi, 2017).

Sulawesi dan Maluku merupakan dua daerah di Indonesia yang paling sering terjadi gempabumi. BMKG (2019) mencatat pada *latitude* 5.7° LU – 7.5°LS dan *longitude* 118° BT – 136° BT yang memuat Sulawesi, Maluku dan ujung Papua selama 10 tahun terakhir yaitu mulai 2009 – 2018 telah terjadi gempa sebanyak 23.351 edangkan di seluruh Indonesia terjadi sebanyak 47.390 kali. Dengan demikian, 49,27% gempabumi di Indonesia terjadi di wilayah Sulawesi-Maluku.

Data yang akan dimodelkan adalah gempabumi di signifikan dimana peristiwa gempa yang terjadi dengan magnitudo lebih dari sama dengan 5. Hal tersebut dikarenakan gempabumi yang merusak umumnya terjadi pada gempabumi dengan magnitudo cukup besar ($M \geq 5$) (Setiyono, dkk., 2019). Berdasarkan

pemaparan tersebut, dipilih wilayah observasi Sulawesi – Maluku pada *latitude* 5.7° LU – 7.5°LS dan *longitude* 118° BT – 136° BT untuk pemodelan intensitas gempabumi dengan $M \geq 5$.

Gempabumi memiliki dampak kerusakan yang besar dari segi material maupun immaterial yang meliputi kerusakan perumahan dan fasilitas umum hingga korban jiwa sehingga upaya prediksi dini terjadinya gempa sangat diperlukan. Upaya peringatan gempabumi telah dilakukan oleh pemerintah Indonesia melalui BMKG dengan menggunakan sensor sistem peringatan dini gempa EEWS (*Earthquake Early Warning System*) pada daerah tertentu. Sensor sistem peringatan dini gempa ini dapat memberikan peringatan gempa 15 sampai 30 detik pada daerah tertentu sebelum terjadinya gempa (BMKG, 2019). Namun, sistem ini tidak dapat memberikan peringatan dan prediksi lebih dari 30 detik sebelumnya dan hanya pada daerah tertentu sehingga daerah yang tidak terpasang sensor ini tidak dapat dilakukan deteksi dini. Oleh karena itu, diperlukan upaya lain untuk memprediksi terjadinya gempabumi. Salah satu cara yang dapat dilakukan adalah melalui pendekatan statistika yaitu melakukan pemodelan kejadian gempabumi sehingga dapat diperoleh prediksi intensitas terjadinya gempabumi di wilayah tertentu di Indonesia.

Kejadian gempabumi yang memuat titik koordinat episentrum *longitude* dan *latitude* merupakan salah satu realisasi dari data spasial berbentuk titik (*spatial point pattern*). Pemodelan statistika yang populer digunakan untuk jenis data ini adalah *Spatial Point Processes*, didefinisikan sebagai pemodelan pola persebaran objek atau peristiwa pada suatu wilayah yang menarik untuk diamati seperti kandungan emas pada survei geologi, kecelakaan lalulintas, kumpulan bintang pada suatu kluster bintang, kasus penyakit langka, dan lainnya (Baddeley, dkk., 2015). Holden, Sannan, dan Bungum (2003) telah melakukan pemodelan gempabumi di bagian selatan California dengan menggunakan *spatial point process* dengan melibatkan informasi yang melekat pada kejadian gempabumi (*mark*) yaitu magnitudo sebagai penyusun model yang diperoleh. Selain itu, Ogata, dkk. (2003), Lieshout dan Stein (2017), dan Zhang dan Huang (2017) juga memodelkan gempabumi dengan melibatkan magnitudo dan menambahkan variabel *mark* lain yaitu waktu kejadian gempabumi. Pemodelan gempabumi yang melibatkan

magnitudo, waktu, longitude dan latitude sudah banyak dikembangkan, tetapi pemodelan yang melibatkan *covariate* masih jarang ditemui. Oleh karena itu, penelitian ini membangun model dengan variabel *covariate* yaitu variabel yang diduga mempengaruhi terjadinya gempa di suatu wilayah. Beberapa *covariate* yang digunakan yaitu jarak titik episentrum gempa dengan sesar aktif terdekat, jarak titik episentrum gempa dengan zona subduksi terdekat, dan jarak titik episentrum gempa dengan gunung berapi aktif terdekat. Pemilihan *covariate* ini berdasarkan penelitian-penelitian terdahulu seperti Luo, dkk (2019) meneliti mengenai gempabumi di Altyn Tagh China menemukan bahwa sesar berpotensi memicu gempabumi lebih besar dari magnitudo 7,8 skala Richter atau memicu gempabumi berkelompok pada periode tertentu. Liu, dkk (2019) juga menemukan bahwa gempa susulan berkembang secara sistematis dari waktu ke waktu sepanjang sesar dan 16 *cluster* gempa berulang terjadi di zona pecahan di Menyuan, Qinghai, China Earthquake pada tahun 2016. Berdasarkan hasil penelitian tersebut, diketahui bahwa jarak titik episentrum gempa dengan sesar aktif berhubungan dengan peristiwa terjadinya gempabumi. Semakin dekat suatu wilayah dengan sesar aktif diduga memiliki peluang yang lebih besar terjadi gempa dibanding wilayah yang jauh dari sesar aktif.

Novelo-Casanova dan Alvarez-Moctezuma (1995) telah meneliti mengenai peningkatan probabilitas gempabumi besar (magnitudo $\geq$ 7,5 skala Richter) menemukan bahwa sepanjang zona subduksi memiliki probabilitas kejadian gempa yang lebih tinggi dari biasanya. Selain itu, Ruff (1989) juga mengemukakan bahwa sebagian besar gempabumi terbesar terjadi di zona subduksi. Dengan demikian, dapat diketahui bahwa terdapat hubungan antara jarak titik episentrum gempa dari zona subduksi dengan peristiwa gempa. Suatu wilayah yang dekat dengan zona subduksi memiliki kemungkinan lebih besar terjadi gempabumi dibdaning wilayah yang jauh dengan zona subduksi.

Bilek dan Lay (2018) mengemukakan bahwa ketika gempabumi besar terjadi akan memicu terjadinya erupsi gunung berapi. Hal tersebut diperkuat berdasarkan sejarah diketahui bahwa letusan gunung berapi terjadi setelah terjadinya gempabumi besar seperti erupsi gunung Pinatubo terjadi setelah gempabumi dengan magnitudo 7,8 di Pilipina. Lemarchdan dan Grasso (2007), dan

Eggert dan Walter (2009) mengungkapkan hal serupa yaitu gempabumi merupakan salah tanda atau pemicu terjadinya erupsi gunung berapi. Dengan demikian, dapat diketahui bahwa aktivitas gunung berapi aktif berhubungan dengan peristiwa gempabumi sehingga jarak titik episentrum gempa dari gunung berapi aktif berhubungan dengan peristiwa gempabumi. Semakin dekat suatu wilayah dengan gunung berapi aktif maka semakin besar pula peluang wilayah tersebut terjadi gempabumi.

Sebagian besar penelitian yang telah dilakukan untuk mengetahui pola persebaran dan membangun model intensitas tanpa melibatnya variabel *covariate* sehingga dilakukan pengembangan pemodelan intensitas gempabumi dengan melibatkan *covariate.* Diawali dengan tahapan eksplorasi data, g*ambar* plot *spatial point pattern* gempabumi M $\geq$ 5 di Indonesia selama 10 tahun terakhir pada penelitian ini menunjukkan adanya indikasi non-stasioner model atau *inhomogenous Poisson Process* yaitu intensitas gempabumi pada tiap wilayah tidak homogen. Selain itu, pada pengujian independensi antar *point* episentrum gempa diperoleh hasil adanya dependensi spasial antar point dan cenderung membentuk cluster pada wilayah tertentu. Hal tersebut menunjukkan bahwa pemodelan *Poisson Process* biasa tidak bisa dilakukan karena pemodelan tersebut terikat pada asumsi homogenitas dan independensi.

Kusumaningrum, Iriawan, dan Winahju (2017); Aisah, Iriawan, dan Choiruddin (2020) meneliti pemodelan *point process* menggunakan *Mixture Poisson Process* memberikan model yang lebih baik dibanding *Poisson Process* berdasarkan nilai *Deviance Information* dan *Watanabe Akaike Information Criteria* terkecil. Sedangkan, Kottas dan Sanso (2007) melakukan pemodelan *Mixture Poisson Processes* pada *forestry datasets* dan *Dow Jones index datasets* memperoleh hasil bahwa *mixture Poisson model* dapat menjelaskan secara akurat adanya *trend* dan *cluster* pada data. Dengan demikian, model *Mixture Poisson Process* (MPP) dapat digunakan untuk memodelkan data *point pattern* yang tidak homogen.

Poisson point process merupakan sebuah tipe model yang mudah dikerjakan (*tractable*) ketika tidak ada interaksi antar *point* atau tidak ada efek *cluster* pada pola penyebaran *point*. Oleh karena itu, model *Cox process* dikembangkan sebagai

model yang tepat diterapkan pada data *point* yang bergerombol (*cluster*) (Choiruddin, dkk., 2016). Salah bagian dari *Cox process* adalah Log-Gaussian Cox Process (LGCP). LGCP merupakan suatu model yang fleksibel untuk data bergerombol (*cluster*), mudah dalam interpretasi model dan menggunakan metode yang sederhana dalam estimasi parameter (Møller, Syversveen dan Waagepetersen, 1998). Shirota dan Gelfand (2017) melakukan pemodelan LGCP pada data peristiwa kejahatan di kota San Fransisco selama tahun 2012 dimana diperoleh hasil model yang dapat memprediksi intensitas kejahatan di wilayah tertentu berdasarkan waktu tertentu.

Berdasarkan pemaparan sebelumnya, dua model yang dipilih dalam pemodelan intensitas gempabumi adalah *Mixture Poisson Process* dan LGCP. Pada *Mixture Poisson Process*, estimasi parameter menggunakan pendekatan Bayesian dengan *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC) dan *gibbs sampling*. MCMC diperlukan untuk mengubah bentuk integral yang komplek berdimensi tinggi menjadi bentuk integral yang sederhana dimensi satu, kemudian estimasi densitas data dapat diketahui dengan cara membangkitkan *Markov Chain* (rantai Markov) (Iriawan, 2001). Sedangkan, estimasi parameter pada LGCP dengan menggunakan Bayesian dengan *Integrated Nested Laplace Estimation* (INLA) merupakan suatu pendekatan yang dibangun dengan tujuan dapat mendekati keakuratan MCMC dengan waktu yang lebih cepat (Rue, dkk., 2009). Kedua model intensitas gempabumi yang diperoleh akan dibandingkan berdasarkan *Wanatabe Akaike Information Criteria* (WAIC). Model terbaik dipilih berdasarkan nilai WAIC terkecil. Berdasarkan latarbelakang di atas, penelitian ini bertujuan untuk melakukan pemodelan intensitas gempabumi di Sulawesi-Maluku dengan Bayesian *Mixture Poisson Processes* dan *Log-Gaussian Cox Processes* dengan melibatkan tiga *covariate.*

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah tersebut dilakukan analisis dengan rumusan masalah sebagai berikut.

1. Bagaimana pola persebaran gempabumi M≥5 di Sulawesi-Maluku pada tahun 2009 – 2018?

2. Bagaimana model intensitas gempabumi M≥5 di Sulawesi-Maluku pada tahun 2009 – 2018 dengan pendekatan *Bayesian* MPP dan LGCP?
3. Apakah model intensitas gempabumi terbaik berdasarkan nilai WAIC terkecil?

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah:

1. Memperoleh informasi mengenai pola persebaran gempabumi M ≥ 5 di Sulawesi-Maluku pada tahun 2009 – 2018.
2. Memperoleh model intensitas gempabumi M ≥ 5 di Sulawesi-Maluku pada tahun 2009 – 2018 dengan pendekatan *Bayesian* MPP dan LGCP.
3. Memperoleh model intensitas gempabumi yang terbaik dengan nilai WAIC terkecil.

1.4 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan memberikan beberapa manfaat sebagai berikut.

1. Bagi bidang pendidikan, penelitian ini diharapakan dapat memberikan kontribusi pada pengembangan keilmuan statistika khususnya pada penerapan metode s*patial point process* dengan pendekatan MPP dan LGCP pada bidang keilmuan lain yaitu geologi khususnya gempabumi.
2. Bagi pemerintah, penelitian ini diharapkan dapat memberikan informasi yang yang berguna dalam pengembangan pemodelan prediksi gempabumi dan penyusunan kebijakan sehingga berdampak positif dalam upaya siaga bencana dan meminimalkan dampak buruk bencana.
3. Bagi masyarakat, penelitian ini diharapkan dapat memberikan informasi berguna dalam prediksi terjadinya bencana pada suatu wilayah sehingga bermanfaat dalam rencana pembangunan gedung, perencanaan kontruksi bangunan, dan sebagainya.

1.5 Batasan Masalah

Batasan masalah yang digunakan dalam penelitian ini adalah:

1. Penelitian ini menggunakan data sekunder yang berupa koordinat titik *longitude* dan *latitude* gempabumi M≥5 di Sulawesi-Maluku pada latitude 5.7° LU – 7.5°LS dan longitude 118° BT – 136° BT tahun 2009 – 2018 dimana memuat peristiwa gempabumi beserta tsunami di Palu.
2. Bentuk *covariate* sesar aktif dan zona subduksi didekati dengan garis linier.

(*halaman ini sengaja dikosongkan*)

BAB II
LANDASAN TEORI

Bab ini membahas kajian dan teori dalam pemodelan gempabumi dengan pendekatan *spatial point process.*

2.1 *Spatial Point Process*

Spatial Point Process (SPP) adalah proses stokastik atau mekanisme acak yang menghasilkan *spatial point patterm* (pola titik spasial) yaitu kumpulan data yang memuat informasi lokasi spasial dari objek atau peristiwa yang diamati, misalnya lokasi pohon dalam hutan, peta kandungan emas pada survei geologi, kecelakaan lalulintas, kumpulan bintang pada suatu kluster bintang, atau kasus penyakit langka (Baddeley, dkk., 2015). Dengan demikian, gempabumi yang menjadi objek dalam penelitian ini dapat dianalisis menggunakan SPP karena data episentrum gempabumi merupakan data *spatial point pattern.* Sebuah *point process* dapat didekati dengan *Poisson point process* ketika memenuhi kaidah *Completely Spatial Randomness* (CSR) yaitu jika intensitas gempabumi homogen, tidak ada pengaruh antar *point* gempabumi atau independen dan berdistribusi Poisson.

Dimisalkan *point process* **Z** memuat *n points* random $z_1, z_2 \ldots, z_n$ dan W adalah *window* observasi yang diujikan, maka syarat yang diperlukan untuk pemodelan *homogenous Poisson point process* (Baddeley, dkk., 2015):

a. Banyak *point* yang berada di *region W*, $n(\mathbf{Z} \cap W)$, mengikuti distribusi Poisson.
b. Jika W_1, $W_2, \ldots$ merupakan *region* yang berbeda dari suatu ruang maka $n(\mathbf{Z} \cap W_1)$, $n(\mathbf{Z} \cap W_2), \ldots$ merupakan variabel random yang saling independen.
c. Jika $n(\mathbf{Z} \cap W) = n$, maka n point saling independen dan berdistribusi sama (seragam) pada *region W*.
d. Nilai harapan dari *point* yang berada di *region W* adalah $E[n(\mathbf{Z} \cap W)] = \lambda|W|$.

Jika aturan *homogenous Poisson point process* tidak terpenuhi maka peristiwa gempabumi yang sedang diteliti termasuk dalam *inhomogenous* model dimana model intensitas gempabumi pada lokasi u (atau $\lambda(u)$) memiliki nilai

parameter tidak konstan dan berivariasi pada perubahan area tertentu (Gustin, 2011). Adapun perbedaan kriteria *inhomogenous Poisson point process* terletak pada nilai harapan dari point yang berada di *region W* adalah $E\left[n\left(\mathbf{Z}\cap W\right)\right]=\int_{u\in W}\lambda(u)du$.

2.2 Uji Homogenitas *Poisson Process*

Untuk memperoleh model intensitas yang tepat maka dilakukan uji homogenitas *Poisson Process* untuk mengetahui pola titik yang diamati merupakan *homogenous* atau *inhomogenous point process*. Pada penelitian ini, model intensitas yang diteliti adalah model intensitas gempabumi di Sulawesi-Maluku. Uji homogenitas dapat dilakukan dengan menggunakan uji *chi-square*. Uji *chi-square* pada penelitian ini memiliki hipotesis sebagai berikut.

H_0 : $\lambda_1=\lambda_2=\ldots=\lambda_N$ (Intensitas gempabumi homogen)

H_1 : minimal ada λ_i yang berbeda (Intensitas gempabumi tidak homogen).

Penolakan hipotesis dapat dilakukan dengan menggunakan statistik uji yang berikut (Baddeley, dkk. 2015):

$$\chi^2=\sum_{i=1}^{N}\frac{(n_i-e_i)^2}{e_i}=\sum_{k=1}^{N}\frac{(n_i-\bar{\lambda}a_i)^2}{\bar{\lambda}a_i} \tag{2.1}$$

dimana:

$|W|$ = luas area *window* yang diamati

n_i = total banyak *point* tiap grid

a_i = total luas area tiap grid

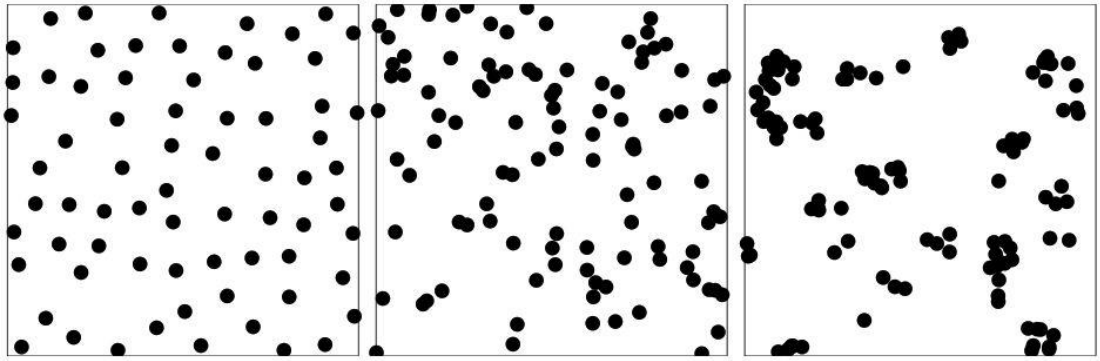
N = banyak grid

$\bar{\lambda}$ $=\dfrac{\mathrm{n}(\mathbf{Z}\cap W)}{|W|}$

2.3 Uji Independensi dengan *K-Function*

Selain uji homogenitas Poisson Process diperlukan pengujian apakah ada ketergantungan antar *points* atau tidak. Salah satu metode statistika umum digunakan untuk mengukur dependensi/ketergantungan adalah korelasi atau kovarians. Hal ini dilakukan dalam analisis data *point pattern* untuk mengetahui apakah *points* yang diamati independen dengan yang lain atau memiliki dependensi

antar *point*. Dependensi spasial antar *points* ini diperlukan untuk mengetahui apakah *point pattern* berpola teratur (*regular*) dimana antar *points* menjauhi satu sama lain, independen (*complete spatial randomness*), atau *cluster* (bergerombol) dimana antar titik cenderung untuk bergerombol satu dengan lainnya (Baddeley, dkk. 2015) ditunjukkan pada Gambar 2.1.



Sumber: Baddeley, dkk. (2015)

Gambar 2.1 Bentuk pola persebaran point pattern: Regular (Kiri), Independen (Tengah), dan Cluster (Kanan)

Teknik yang sering digunakan untuk menganalisis korelasi spasial pada *point patterns* adalah *K-function* yang diusulkan oleh Ripley (1977). *K-function* adalah rata-rata kumulatif banyak *points* yang berada di dalam jarak *r*. Secara umum, teknik penghitungan banyak *points* dalam radius tertentu dipresentasikan pada Gambar 2.2. Selain itu, rumus estimasi *K-function* untuk *homogeneous Poisson Process* dirumuskan seperti persamaan (2.2).

$$\hat{K}(r) = \frac{|W|}{n(n-1)} \sum_{j=1}^{n} \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq i}}^{n} \mathbf{1}\left\{ d_{jl} \leq r \right\} \tag{2.2}$$

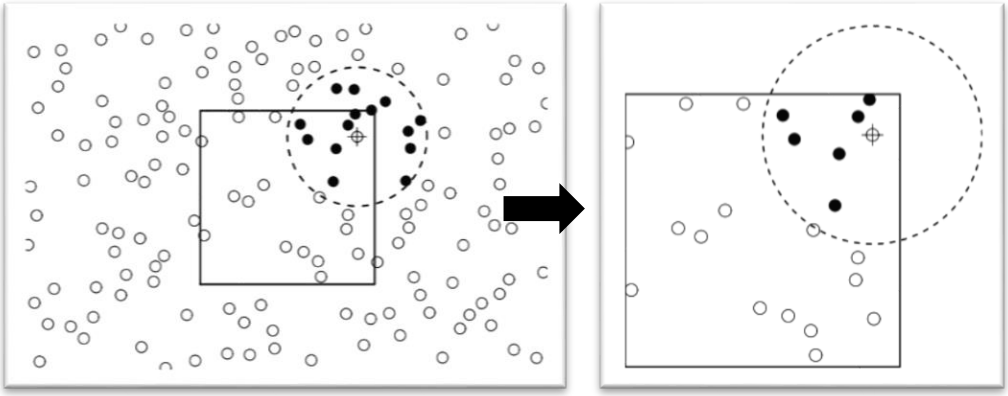
dimana:

n = banyak *points*

$|W|$ = luas area *window* yang diamati

r = radius (jari-jari)

d_{jl} = jarak antar *point* z_j dan z_l pada *point pattern* dengan $d_{jl} = \left\| z_j - z_l \right\|$.



Gambar 2.2 Teknik penghitungan banyak *points* pada radius *r* dalam *window* observasi yang berbentuk persegi: (Kiri) perhitungan banyak points yang saling bergerombol tanpa melibatkan *edge effect*, (Kanan) perhitungan banyak points terdapat kasus *edge effect* yaitu adanya informasi yang hilang karena tidak tersedianya data diluar *window* observasi

Gambar 2.2 menunjukkan bahwa perhitungan rumus *K-function* pada persamaan (2.2) akan memperoleh hasil yang bias karena ada informasi yang hilang diluar *window* observasi akibat *edge effect*. Oleh karena itu, teknik *border correction* dikenalkan untuk mengakomodasi *edge effect* sehingga rumus estimasi *K-function* dapat dituliskan seperti persamaan (2.3).

$$\hat{K}_{bord}(r) = \frac{\sum_{j=1}^{n} \mathbf{1}\{b_j \geq r\} \sum_{j=1}^{n} \sum_{l=1, j \neq l}^{n} \mathbf{1}\{0 < d_{jl} \leq r\}}{\hat{\lambda} \sum_{j=1}^{n} \mathbf{1}\{b_j \geq r\}} \tag{2.3}$$

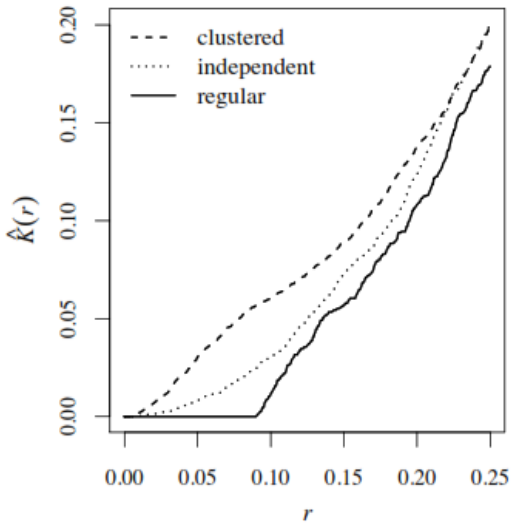
dimana:

b_j = jarak dari data *point* z_i ke batas pinggir *window* observasi terdekat dengan $b_j = \|z_j - \partial W\|$

$\hat{\lambda}$ = $\frac{n(\mathbf{Z} \cap W)}{|W|}$

Secara grafis *K-function* empiris untuk tiga bentuk pola *point patterns* ditunjukkan pada Gambar 2.3. Jika garis koreksi sejajar dengan garis koreksi Poisson (*independent*) maka *point pattern* berpola independen atau memenuhi asumsi *complete spatial randomness*. Namun, jika posisi garis koreksi di atas garis koreksi Poisson (*independent*) maka *point pattern* berpola *cluster* sebaliknya jika

garis koreksi di bawah garis koreksi Poisson (*independent*) menunjukkan pola *regular*.



Sumber: Baddeley, dkk. (2015)

Gambar 2.3 K-function empiris pola point pattern: Regular (garis utuh), Independen (garis titik-titik), dan Cluster (garis putus-putus).

Estimasi *K-function* dikoreksi dengan *border correction* untuk *Inhomogeneous Poisson Process* ditunjukkan pada persamaan (2.4).

$$\hat{K}_{bord}(r) = \frac{1}{D^p\,|W|}\frac{\sum_{j=1}^{n}\mathbf{1}\{b_j \geq r\}\sum_{j=1}^{n}\sum_{l=1}^{n}\mathbf{1}\{0 < \|z_j - z_l\| \leq r\}}{\hat{\lambda}(z_j)\hat{\lambda}(z_l)\sum_{j=1}^{n}\mathbf{1}\{b_j \geq r\}} \tag{2.4}$$

dimana:

$$D = \frac{1}{|W|}\sum_j \left(\hat{\lambda}(z_j)\right)^{-1}$$

$$\hat{\lambda}(z_j) = \frac{\mathrm{n}(z_j \cap W)}{|W|}$$

$$\hat{\lambda}(z_l) = \frac{\mathrm{n}(z_l \cap W)}{|W|}$$

p = power yang nilainya ditetapkan yaitu 2.

2.4 Uji Kesesuaian Distribusi

Kesesuaian distribusi sangat penting dalam pengolahan data agar hasil analisis yang diperoleh sesuai dengan pola maupun karakteristik data yang sebenarnya. Uji kesesuaian distribusi adalah tahap dasar dalam statistika inferensia,

tetapi masih sedikit yang memperhatikan hal krusial ini (Laio, 2004). Terdapat beberapa metode untuk menguji kesesuaian distribusi seperti uji Anderson-Darling dan Cramer Von Mises (CVM). Uji Anderson-Darling adalah modifikasi dari uji CVM. Perbedaan uji Anderson Darling dengan CVM terletak pada pemberian pembobot yang lebih banyak pada ekor dari distribusi (Farrel dan Stewart, 2006). Uji kesesuaian distribusi ini merupakan uji yang paling powerful dibanding uji yang lainnya (Arshad, dkk., 2003). Jika $F_N(y)$ adalah fungsi peluang kumulatif distribusi tertentu dan $F_*(y)$ adalah fungsi peluang kumulatif empiris data, hipotesis untuk pengujian ini dapat dijabarkan sebagai berikut.

H_0 : $F_N(y) = F_*(y)$ (Data mengikuti pola distribusi tertentu)

H_1 : $F_N(y) \neq F_*(y)$ (Data tidak mengikuti pola distribusi tertentu).

Penolakan hipotesis dapat dilakukan dengan menggunakan statistik uji Anderson Darling di tuliskan pada persamaan (2.5).

$$A^2 = -N - \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(2i-1)\left(\log F_*(y_i) + \log(1 - F_*(y_{N+1-i}))\right) \qquad (2.5)$$

dimana:

$F_*(y_i)$ = fungsi distribusi kumulatif data ke-*i* dari distribusi tertentu

$F_*(y_{N+1-i})$ = fungsi distribusi kumulatif data ke-*N*+1-*i* dari distribusi tertentu

y_i = data total gempabumi pada tiap grid yang sudah diurutkan (Arshad, dkk., 2003).

Penolakan H_0 harus dilakukan jika nilai statistik uji $A^2 >$ nilai kritis (A^*) yang dirumuskan seperti

$$A^* = \frac{0.752}{1 + \frac{0.752}{N} + \frac{0.752}{N}}$$

Sedangkan, penolakan hipotesis dapat dilakukan dengan menggunakan statistik uji CVM adalah pada persamaan (2.6) (Laio, 2004).

$$CVM = \sum_{i=1}^{N}\left(F_*(y_i) - \frac{2i-1}{2N}\right)^2 + \frac{1}{12N} \qquad (2.6)$$

Penolakan H_0 harus dilakukan jika nilai statistik uji CVM > nilai kritis (CVM^*) yang dirumuskan seperti (Bush, 1981).

$$CVM^* = CVM\left(1 + \frac{0,16}{N}\right)$$

2.5 *Mixture Poisson Process*

Pemodelan intensitas gempabumi dilakukan setelah melakukan pengujian asumsi CSR. Model *Mixture Poisson Process* diterapkan sebagai alternatif apabila model *Poisson Process* tidak tepat digunakan. Pemodelan *Mixture Poisson Process* didekati dengan *mixture Poisson regression* melalui skema *quadrature* yaitu membagi *pattern point* menjadi *N* grid sehingga banyak grid menggambarkan banyak observasi yang dianalisis.

Keluarga eksponensial merupakan salah satu konsep yang penting pada pemodelan statistika tidak terkecuali *mixture Poisson regression*. Teori ini diperkenalkan oleh Fisher yang diperlukan dalam pembentukan *link function* untuk membangun model. Keluarga eksponensial meliputi beberapa distribusi yang sudah familiar seperti Gaussian atau Normal, Poisson, Bernoulli, binomial, multinomial, Gamma (termasuk distribusi *chi-square*), dan lainnya.

Suatu *probability density function* (pdf) dan *probability mass function* (pmf) disebut sebagai keluarga eksponensial jika dapat dijabarkan seperti persamaan (2.7).

$$f(y \mid \theta) = h(y)c(\theta)\exp\left(\sum_{i=1}^{k} q_i(\theta)t_i(y)\right) \tag{2.7}$$

dengan $h(y) \geq 0$ dan $t_1(y),\ldots,t_k(y)$ adalah nilai riil dari fungsi pada observasi *y*, dan $c(\theta)$ dan $q_1(\theta),\ldots,q_n(\theta)$ adalah nilai dari fungsi dengan parameter $\boldsymbol{\theta}$. Untuk membuktikan bahwa pdf dan pmf termasuk dalam keluarga eksponensial maka fungsi-fungsi $h(y), c(\theta), q_i(\theta), \text{dan } t_i(y)$ harus mengikuti bentuk sesuai dengan persamaan (2.7) (Casella dan Berger, 2002).

Distribusi Poisson merupakan distribusi diskrit keluarga eksponensial yang banyak diterapkan pada berbagai penelitian lain, misalnya pemodelan banyak antrian dalam suatu peristiwa, banyak cacat dalam percetakan buku, dan lain

sebagainya. Poisson juga dapat diterapkan pada peristiwa dalam suatu daerah (*spatial*) misalnya untuk memodelkan peristiwa ledakan bom atau peristiwa gempabumi di suatu daerah. Distribusi ini memiliki satu parameter yaitu λ, yang biasa disebut sebagai parameter intensitas. Sebuah random variabel *Y*, bernilai integer non-negatif, berdistribusi Poisson jika (Casella dan Berger, 2002).

$$P(Y = y \mid \lambda) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{y}}{y!}, \quad y = 0,1,\ldots$$

Untuk membuktikan bahwa $\sum_{y=0}^{\infty} P(Y = y \mid \lambda) = 1$, mengingat kembali penjabaran deret Taylor: $e^{x} = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{x^{i}}{i!}$ sehingga

$$\sum_{y=0}^{\infty} P(Y = y \mid \lambda) = e^{-\lambda} \sum_{x=0}^{\infty} \frac{\lambda^{y}}{y!} = e^{-\lambda} e^{\lambda} = 1.$$

Mean dari variabel random *Y* berdistribusi Poisson dapat dijabarkan menjadi

$$\begin{aligned}
EY &= \sum_{y=0}^{\infty} y \frac{e^{-\lambda}\lambda^{y}}{y!} \\
&= \sum_{y=1}^{\infty} y \frac{e^{-\lambda}\lambda^{y}}{y!} \\
&= \lambda e^{-\lambda} \sum_{y=1}^{\infty} \frac{\lambda^{y-1}}{(y-1)!}, \qquad \text{jika substitusi } y = x - 1 \text{ maka} \\
&= \lambda e^{-\lambda} \sum_{x=0}^{\infty} \frac{\lambda^{x}}{(x)!} \\
&= \lambda
\end{aligned}$$

Link function menjelaskan bagaimana nilai harapan dari variabel respon (mean) berkaitan dengan *covariate* (Abdulkabir, dkk., 2015). Dalam penelitian ini variabel respon yang diamati adalah banyak gempabumi pada suatu lokasi yang berdistribusi Poisson. Dengan demikian, *link function* distribusi Poisson akan dijabarkan sehingga mengikuti pola persamaan (2.7) ditunjukkan pada persamaan beikut.

$$P(Y = y \mid \lambda) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{y}}{y!}$$

$$= e^{-\lambda}\left(\frac{1}{y!}\right)\exp(\ln(\lambda^{y}))$$

$$= e^{-\lambda}\left(\frac{1}{y!}\right)\exp(y\ln(\lambda))$$

$$= \left(\frac{1}{y!}\right)e^{-\lambda}\exp(\ln(\lambda).y)$$

$$P(Y = y \mid \lambda) = h(y)c(\lambda)\exp\big(q(\lambda)t(y)\big)$$

Jika $X_1, X_2, \ldots, X_p$ adalah variabel *covariate* maka *link function* model regresi Poisson dengan p = 3 yaitu

$$c(\lambda) = \log(\lambda) = \mathbf{X}^T\boldsymbol{\beta} = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3$$

Jika suatu variabel random $y \sim \text{Poisson}(\lambda(u))$ dimana $\lambda(u)$ dijelaskan sebagai parameter intensitas pada lokasi u yang memuat informasi spasial koordinat *latitude* dan *longitude* maka pengaruh *covariate* pada model juga pada lokasi spasial u sehingga model regresi Poisson dapat ditunjukkan sebagai berikut.

$$\lambda(u) = \exp(\mathbf{X}^T(u)\boldsymbol{\beta})$$

atau dapat ditulis menjadi persamaan berikut.

$$\log(\lambda(u)) = \mathbf{X}^T(u)\boldsymbol{\beta} = \beta_0 + \beta_1 X_1(u) + \beta_2 X_2(u) + \beta_3 X_3(u) \tag{2.8}$$

dengan:

$\lambda(u)$ = banyak peristiwa gempabumi pada lokasi u

$\mathbf{X}(u)$ = vektor *covariate* (prediktor) pada lokasi u

$\boldsymbol{\beta}$ = vektor parameter regresi Poisson

Pada *inhomogenous Poisson point process* yang dimodelkan dengan *Mixture Poisson Process*, keheterogenan *Poisson Process* direpresentasikan melalui komponen *mixture*. Model *Mixture Poisson Process* ditunjukkan pada persamaan (2.9).

$$\begin{aligned} f_{mix}(y \mid \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\pi}) = \log(\lambda(u)) &= \pi_1\left[\beta_{01} + \beta_{11}X_1(u) + \beta_{21}X_2(u) + \beta_{31}X_3(u)\right] \\ &+ \pi_2\left[\beta_{02} + \beta_{12}X_1(u) + \beta_{22}X_2(u) + \beta_{32}X_3(u)\right] \end{aligned} \tag{2.9}$$

2.5.1 Estimasi Parameter Model dengan Pendekatan Bayes

Pada awal abad 21 penemuan statistika Bayesian menjadi populer pada pengembangan ilmu pengetahuan (*science*). Perbedaan utama antara teori statistika dengan pendekatan likelihood secara umum dan pendekatan Bayes adalah pada penentuan parameter. Pada teori statistika secara umum menganggap bahwa parameter sebagai *fixed variable*, sedangkan pada pendekatan Bayes parameter dianggap sebagai *random variable* yang dicirikan oleh distribusi *prior*. Distribusi *prior* ini dikombinasikan dengan *likelihood* dari teori statistika secara umum sehingga diperoleh distribusi posterior dari parameter yang diestimasi (Ntzoufras, 2009). Namun, kesulitan dalam perhitungan distribusi posterior menjadi suatu kendala dalam pendekatan Bayes hingga ditermukan metode *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC) untuk mengatasi masalah tersebut (Gelfand dan Smith, 1990; Gelfand, dkk., 1990).

Teorema Bayes menjelaskan bahwa jika *Y* merupakan random variabel identik dan independen mengikuti pola distribusi tertentu dengan *probability density function* (pdf) $p(\mathbf{y}\,|\,\boldsymbol{\theta})$ di mana $\boldsymbol{\theta}$ merupakan parameter-parameter dalam bentuk vektor sebanyak *p*, $\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 & \dots & y_n \end{bmatrix}^T$ dan $\boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} \beta_1 & \beta_2 & \dots & \beta_p \end{bmatrix}^T$, dengan ukuran sampel sebanyak *N*. Dan jika $\boldsymbol{\theta}$ juga memiliki pdf $p(\boldsymbol{\theta})$, maka

$$p(\mathbf{y}\,|\,\boldsymbol{\theta})\,p(\boldsymbol{\theta}) = p(\mathbf{y},\boldsymbol{\theta}) = p(\boldsymbol{\theta}\,|\,\mathbf{y})\,p(\mathbf{y})$$

Diberikan data observasi ***y***, distribusi posterior $\boldsymbol{\theta}$ adalah

$$p(\boldsymbol{\theta}\,|\,\mathbf{y}) = \frac{p(\mathbf{y}\,|\,\boldsymbol{\theta})\,p(\boldsymbol{\theta})}{p(\mathbf{y})}$$

dan

$$p(y) = \begin{cases} \int p(\mathbf{y}\,|\,\boldsymbol{\theta})\,p(\boldsymbol{\theta})d\boldsymbol{\theta}, & \text{untuk } \boldsymbol{\theta} \text{ kontinu} \\ \sum p(\mathbf{y}\,|\,\boldsymbol{\theta})\,p(\boldsymbol{\theta}), & \text{untuk } \boldsymbol{\theta} \text{ diskrit} \end{cases}$$

dimana:

$p(\mathbf{y}\,|\,\boldsymbol{\theta})$ = fungsi *likelihood*

$p(\boldsymbol{\theta})$ = fungsi densitas prior $\boldsymbol{\theta}$

$p(\mathbf{y})$ = fungsi densitas ***y***

Maka distribusi posterior dapat disederhanakan menjadi:

$$p(\boldsymbol{\theta} \mid \mathbf{y}) \propto p(\mathbf{y} \mid \boldsymbol{\theta})\, p(\boldsymbol{\theta}) \tag{2.10}$$

Persamaan (2.10) menunjukkan bahwa distribusi posterior adalah proporsional terhadap fungsi *likelihood* dikalikan dengan fungsi distribusi *prior* (Box dan Tiao, 1973). Ada beberapa cara dalam penentuan distribusi *prior* salah satunya adalah *pseudo prior* yaitu penentuan prior berdasarkan hasil estimasi parameter dari hasil *frequentist*. Jenis *prior* ini dipilih sebagai dasar penentuan prior pada penelitian ini.

2.5.2 *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC)

Metode *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC) merupakan metode yang memiliki pengaruh besar pada komputasi statistika lebih dari dua puluh tahun terakhir. MCMC memiliki tujuan yang sama dengan Monte Carlo yaitu keduanya dibuat untuk mengetahui fakta mengenai distribusi yang kompleks dengan cara mengambil sampel dari distribusi tersebut. Akan tetapi, Monte Carlo jarang dapat diterapkan, sehingga ditemukannya MCMC untuk mengatasi masalah tersebut (Besag, 2004). Pada pendekatan Bayes, MCMC diperlukan dalam proses perhitungan integrasi numerik yang kompleks. Tahapan proses integrasi dengan MCMC diawali dengan menyederhanakan bentuk integral yang kompleks dengan dimensi tinggi menjadi bentuk integral yang sederhana dengan satu dimensi, kemudian mengestimasi densitas data dapat diketahui dengan membangkitkan *Markov Chain* (rantai Markov) yang berurutan dengan jumlah sampel yang cukup besar (Iriawan, 2001). Ntzoufraz (2009) juga mengungkapkan ide dasar dari MCMC yakni membangkitkan data sampel dari distribusi posterior sesuai proses *markov chain* dengan menggunakan simulasi Monte Carlo secara iteratif sehingga diperoleh kondisi yang konvergen terhadap posterior. Kondisi seperti tersebut merupakan kondisi stasioner atau equilibrum. Selanjutnya, sampel parameter dalam *markov chain* diambil setelah kondisi stasioner tercapai sehingga sampel yang terambil dijamin merupakan sampel dari distribusi posterior dari parameter tersebut.

Proses *Markov Chain* merupakan proses stokastik $\left\{\boldsymbol{\theta}^{(1)}, \boldsymbol{\theta}^{(2)}, \ldots, \boldsymbol{\theta}^{(t)}\right\}$ yang memiliki sifat bahwa jika nilai $\boldsymbol{\theta}^{(t)}$ telah diketahui maka nilai $\boldsymbol{\theta}^{(t+1)}$ hanya dipengaruhi oleh nilai $\boldsymbol{\theta}^{(t)}$ dan tidak dipengaruhi oleh $\boldsymbol{\theta}^{(t-1)}$. Secara matematis sifat

markov chain dapat dinyatakan sebagai fungsi $\boldsymbol{\theta}^{(t+1)}$ bersyarat $\boldsymbol{\theta}^{(1)},\boldsymbol{\theta}^{(2)},\ldots,\boldsymbol{\theta}^{(t)}$ bernilai sama dengan fungsi $\boldsymbol{\theta}^{(t+1)}$ bersyarat $\boldsymbol{\theta}^{(t)}$ seperti dituliskan sebagai berikut:

$$f\left(\boldsymbol{\theta}^{(t+1)} \mid \boldsymbol{\theta}^{(1)},\boldsymbol{\theta}^{(2)},\ldots,\boldsymbol{\theta}^{(t)}\right) = f\left(\boldsymbol{\theta}^{(t+1)} \mid \boldsymbol{\theta}^{(t)}\right).$$

Pengambilan sampel parameter dilakukan berdasarkan sifat *markov chain* setelah tercapai kondisi yang konvergen yaitu ketika tercapai kondisi *ergodic*. Kondisi *ergodic* merupakan kondisi yang harus dipenuhi pada saat proses MCMC yang terdiri dari *Irreducible*, *Aperiodic*, dan *Recurrent* (Taylor dan Karlin, 1998; Ntzoufras, 2009).

Gibbs sampler merupakan generator yang sangat efisien sehingga sering digunakan sebagai generator variabel random pada analisis data yang menggunakan MCMC. Proses ini dilakukan dengan mengambil sampel dengan cara membangkitkan rangkaian *gibbs* variabel random berdasarkan sifat-sifat dasar proses Markov Chain. Dalam menjalankan program yang menggunakan rantai markov dilakukan pada kondisi bersyarat penuh. Ini merupakan salah satu kelebihan dari Gibbs sampling karena variabel random tersebut dibangkitkan dengan menggunakan konsep distribusi unidimensional yang terstruktur sebagai distribusi *full conditional*. Gibbs sampling sangat berguna dalam mengestimasi suatu parameter dalam suatu model kompleks yang mempunyai tingkat kerumitan dalam proses integritasi yang kompleks pula dan sulit diselesaikan secara analitis. Proses *gibbs sampling* dimulai dengan pengambilan sampel dengan membangkitkan serangkaian *gibbs* dari variabel random (*gibbs sequence*) yang sesuai dengan sifat *Markov Chain*. Kemudian dilakukan iterasi yang selalu diperbarui sesuai dengan sifat stokastik pada proses *Markov Chain* (Casella dan Goorge, 1992).

2.5.3 Tahapan Estimasi Parameter Model *Poisson Process* pendekatan Bayesian dengan MCMC

Estimasi parameter model *spatial point process* dalam pemodelan intensitas gempabumi pada lokasi *u* yang memuat *latitude* dan *longitude* seperti yang ditunjukkan pada persamaan (2.8) dilakukan dengan metode *quadrature* yang dikenalkan oleh Waagepetersen (2004) dimana *window* observasi dibagi menjadi *N* grid. Pembagian *window* observasi menjadi beberapa grid menghasilkan data yang

akan dianalisis sebanyak N observasi sehingga dapat didekati dengan regresi Poisson. Teorema Bayes pada persamaan (2.10) menunjukkan bahwa distibusi *posterior* adalah proposional dari fungsi *likelihood* dan fungsi distribusi prior sehingga fungsi *likelihood* dari masing-masing model dijelaskan sebagai berikut.

Fungsi *likelihood* dari regresi Poisson yaitu

$$l(y \mid \mathbf{X}, \boldsymbol{\beta}) = \prod_{i=1}^{N} \frac{e^{-\lambda} \lambda^{y_i}}{y_i\,!} = \prod_{i=1}^{N} \frac{e^{-(\exp(\mathbf{X}_i^T \boldsymbol{\beta}))} (\exp(\mathbf{X}_i^T \boldsymbol{\beta}))^{y_i}}{y_i\,!}$$

Jika $p(y \mid \mathbf{x}, \boldsymbol{\beta}) = \ln l(y \mid \mathbf{x}, \boldsymbol{\beta})$ maka

$$p(y \mid \mathbf{X}, \boldsymbol{\beta}) = \sum_{i=1}^{N} \left(e^{\mathbf{X}_i^T \boldsymbol{\beta}} + y_i \log \mathbf{X}_i^T \boldsymbol{\beta} - \log y_i\,! \right) \tag{2.11}$$

Chan dan Vasconcelos (2009) menggunakan distribusi normal sebagai prior pada regresi Poisson. Distribusi prior yang dipilih adalah *pseudo* prior hasil estimasi *Generalized Linear Model* (GLMs) dari regresi Poisson. Distribusi prior yang digunakan jika diketahui $\beta_j \sim N(\mu_{\beta_j}, \tau_j^{-1})$ dimana $\tau_j = \dfrac{1}{\sigma_{\beta_j}^2}$, dan j = 1,2,..,p maka

$$p(\boldsymbol{\beta}) = \frac{|\boldsymbol{\tau}|^{1/2}}{2\pi^{p/2}} \exp\left(-\frac{1}{2} (\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\mu}_\beta)^T \boldsymbol{\tau} (\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\mu}_\beta) \right). \tag{2.12}$$

Berdasakan persamaan (2.11) dan (2.12) akan dapat diperoleh distribusi posterior gabungan parameter $\boldsymbol{\beta}$ yang didefinisikan sebagai

$$p(\boldsymbol{\beta} \mid y, \mathbf{X}) \propto p(y \mid \mathbf{X}, \boldsymbol{\beta})\, p(\boldsymbol{\beta})$$

atau dapat ditulis menjadi

$$p(\boldsymbol{\beta} \mid y, \mathbf{X}) = \left[\sum_{i=1}^{N} \left(e^{\mathbf{X}_i^T \boldsymbol{\beta}} + y_i \log \mathbf{X}_i^T \boldsymbol{\beta} - \log y_i\,! \right) \right] \frac{|\boldsymbol{\tau}|^{1/2}}{2\pi^{p/2}} \exp\left(-\frac{1}{2} (\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\mu}_\beta)^T \boldsymbol{\tau} (\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\mu}_\beta) \right). \tag{2.13}$$

Pada metode Bayes proses estimasi parameter dilakukan melalui pengambilan sampel secara berulang melalui bentuk distribusi *full conditional posterior*. Distribusi *full conditional posterior* adalah bentuk proporsional dari distribusi *posterior* gabungan seluruh parameter dengan mengeluarkan komponen yang tidak mengandung parameter yang akan diestimasi karena nilainya dianggap tetap. Bentuk distribusi *full conditional posterior* untuk setiap parameter β_j

diperoleh dari distribusi *posterior* gabungan pada persamaan (2.13) hanya komponen yang mengandung β_j yaitu:

$$p(\beta_j \mid y, \boldsymbol{\beta}_{-j}, \mathbf{X}) \propto AB, \tag{2.14}$$

dengan:

$$A = \sum_{i=1}^{N} \left(e^{\mathbf{X}_i^T \boldsymbol{\beta}} + y_i \log \mathbf{X}_i^T \boldsymbol{\beta} - \log y_i ! \right)$$

$$B = \frac{|\boldsymbol{\tau}|^{1/2}}{2\pi^{p/2}} \exp\left(-\frac{1}{2} (\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\mu}_\beta)^T \boldsymbol{\tau} (\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\mu}_\beta) \right)$$

dimana $\boldsymbol{\beta}_{-j}$ adalah vektor $\boldsymbol{\beta}$ tanpa elemen β_j.

Markov Chain Monte Carlo merupakan metode yang banyak diterapkan ada pendekatan Bayes dalam membangkitkan data parameter sesuai proses *Markov Chain* dengan simulasi *Monte Carlo* secara iteratif sehingga diperoleh distribusi *posterior* yang stasioner *(steady state*) (Ntzoufras, 2009). Tahapan mendapatkan *posterior* dengan menggunakan MCMC adalah (Congdon, 2007):

1. Menentukan *initial value* (nilai awal) untuk setiap parameter model dengan memperhatikan karakteristik datanya, didefinsikan bahwa $\theta = \left(\beta_0, \beta_1, ..., \beta_p \right)^T$
2. Membangkitkan C sampel $\left\{ \theta^{(1)}, \theta^{(2)}, ...\theta^{(p)} \right\}$ dari distribusi *posterior* $p\left(\theta \mid y\right)$ pada persamaan (2.13) secara *full conditional*.
3. Memonitoring konvergensi algoritma yaitu kondisi konvergen tercapai apabila hasil iterasi yang disajikan dalam *history plot, density posterior, dan autocorrelation plot* sudah memenuhi kriteria *ergodic* yaitu *irreducible, aperiodic,* dan *recurrent*. Jika kondisi konvergen tidak tercapai maka sampel perlu dibangkitkan lebih banyak.
4. Menentukan dan membuang B sample pertama (*burn in period*) untuk menghindari pengaruh nilai awal.
5. Mengambil sejumlah M-B sample dari distribusi *posterior* yaitu $\left\{ \theta^{(B+1)}, \theta^{(B+2)}, ...\theta^{(p)} \right\}$
6. Membuat *Plot* distribusi *posterior*

Penerapan metode MCMC untuk analisis Bayes memerlukan algoritma sampling yang tepat untuk mendapatkan sampel dari suatu distribusi. Algoritma yang sering digunakan sebagai pembangkit variabel random dalam MCMC adalah *Gibbs Sampling*. Ntzoufras (2009) menjelaskan algoritma *Gibbs Sampling* sebagai berikut:

1. Tetapkan nilai awal parameter θ pada $t=0$ sehingga

   $$\theta^{(0)} = \left(\beta_0^{(0)}, \beta_1^{(0)}, \beta_2^{(0)}, \beta_3^{(0)}\right)^T$$

2. Untuk $t = 1, 2, ..., M$:

   a. Tentukan $\theta = \theta^{(t-1)}$

   b. Untuk $s = 1, 2, ..., r$ *update* $\theta_s \sim p\left(\theta_s \mid \theta_s, y\right)$

   c. Tentukan $\theta^{(t)} = \theta$ dan gunakan untuk membangkitkan iterasi ke $t+1$

   Proses sampling berdasarkan *full conditional* pada persamaan (2.14) untuk mendapatkan nilai sebagaimana proses berikut.

   $\theta_1^{(t)}$ dari $f\left(\theta_1 \mid \theta_2^{(t-1)}, \theta_3^{(t-1)}, ..., \theta_r^{(t-1)}, \mathbf{y}\right)$,

   $\theta_2^{(t)}$ dari $f\left(\theta_2 \mid \theta_1^{(t-1)}, \theta_3^{(t-1)}, ..., \theta_r^{(t-1)}, \mathbf{y}\right)$,

   $\vdots$

   $\theta_s^{(t)}$ dari $f\left(\theta_s \mid \theta_1^{(t-1)}, \theta_2^{(t-1)}, ..., \theta_{s-1}^{(t)}, \theta_{s+1}^{(t-1)}, ..., \theta_r^{(t-1)}, \mathbf{y}\right)$,

   $\vdots$

   $\theta_p^{(t)}$ dari $f\left(\theta_r \mid \theta_1^{(t-1)}, \theta_2^{(t-1)}, ..., \theta_{d-1}^{(t-1)}, \mathbf{y}\right)$,

   Bangkitan sampel dari parameter berdasarkan *full conditional posterior* adalah

   $\beta_0^{(t)}$ dari $f(\beta_0 \mid \beta_1^{(t-1)}, \beta_2^{(t-1)}, \beta_3^{(t-1)})$

   $\beta_1^{(t)}$ dari $f(\beta_1 \mid \beta_0^{(t-1)}, \beta_2^{(t-1)}, \beta_3^{(t-1)})$

   $\beta_2^{(t)}$ dari $f(\beta_2 \mid \beta_0^{(t-1)}, \beta_1^{(t-1)}, \beta_3^{(t-1)})$

   $\beta_3^{(t)}$ dari $f(\beta_3 \mid \beta_0^{(t-1)}, \beta_1^{(t-1)}, \beta_2^{(t-1)})$

2.5.4 Tahapan Estimasi Parameter Model *Mixture Poisson Process* pendekatan Bayesian dengan MCMC

Model *Mixture poisson* adalah model campuran dari beberapa subpopulasi yang masing-masing memiliki model Poisson dengan parameter yang berbeda. Persamaan model *mixture* secara umum dapat dituliskan seperti persamaan (2.15).

$$f_{mix}(y \mid \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\pi}) = \sum_{m=1}^{K} \pi_m p_m(y \mid \boldsymbol{\beta}_m) \tag{2.15}$$

dengan $f_{mix}(y \mid \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\pi})$ adalah fungsi densitas model *mixture*, $\boldsymbol{\pi}$ adalah vektor parameter komponen *mixture* dengan elemen $(\pi_1, \ldots, \pi_K)$, $p_m(y \mid \boldsymbol{\beta}_m)$ adalah fungsi densitas komponen model *mixture* ke-*m*, $\boldsymbol{\beta}_m$ adalah vektor parameter komponen penyusun model *mixture* dengan elemen $(\boldsymbol{\beta}_1, \ldots, \boldsymbol{\beta}_K)$. Parameter komponen *mixture* π_m berbentuk proporsi dengan $\sum_{m=1}^{K} \pi_m = 1$ serta $0 \le \pi_m \le 1$ dimana *m* = 1, 2,…, *K* adalah banyak komponen model *mixture*. Pada penelitian ini setelah identifikasi *mixture* model diperoleh banyak komponen *mixture* adalah 2 komponen sehingga dapat dituliskan

$$p(Y = y) = \pi_1 \left(\frac{e^{-\lambda_1} \lambda_1^{\,y}}{y!} \right) + \pi_2 \left(\frac{e^{-\lambda_2} \lambda_2^{\,y}}{y!} \right)$$

Jika $\pi_2 = 1 - \pi_1$ maka dapat ditulis menjadi

$$p(Y = y) = \pi_1 \left(\frac{e^{-\lambda_1} \lambda_1^{\,y}}{y!} \right) + (1 - \pi_1) \left(\frac{e^{-\lambda_2} \lambda_2^{\,y}}{y!} \right)$$

Sehingga model regresi untuk *Mixture Poisson Process* untuk memodelkan peristiwa spasial pada lokasi *u* adalah

$$\begin{aligned} \log(\lambda(u)) &= \pi_1 \left(\log(\lambda_1(u)) \right) + (1 - \pi_1) \left(\log(\lambda_2(u)) \right) \\ &= \pi_1 \left[\log(\exp(\beta_{01} + \beta_{11} X_1(u) + \beta_{21} X_2(u) + \beta_{31} X_3(u))) \right] \\ &\quad + \pi_2 \left[\log(\exp(\beta_{02} + \beta_{12} X_1(u) + \beta_{22} X_2(u) + \beta_{32} X_3(u))) \right] \end{aligned}$$

dimana $\lambda(u)$ adalah intensitas gempabumi pada lokasi *u*, $X_1(u)$ adalah jarak lokasi *u* ke sesar aktif terdekat, $X_2(u)$ adalah jarak lokasi *u* ke zona subduksi terdekat, dan $X_1(u)$ adalah jarak lokasi *u* ke gunung api terdekat.

Parameter penyusun model *mixture* didefinisikan sebagai $\mathbf{\Theta} = (\boldsymbol{\beta}_1, \ldots, \boldsymbol{\beta}_K, \boldsymbol{\pi})'$ yang didekati regresi *mixture* dengan membagi *window* observasi menjadi *N* grid. Proses diestimasi parameter model menggunakan pendekatan Bayes sehingga diperlukan fungsi *likelihood* dan prior. Fungsi *likelihood* model *mixture* yaitu

$$l(y \mid \mathbf{\Theta}, K, \mathbf{X}) = \prod_{i=1}^{N} \left(\sum_{m=1}^{K} \pi_m \exp(\mathbf{X}_i^T \boldsymbol{\beta}_m) \right) \tag{2.16}$$

Untuk mempermudah perhitungan fungsi *likelihood* diperlukan penyerdehanaan persamaan (2.16) yaitu dengan menambahkan variabel laten T_{ik} dimana memiliki nilai 1 jika observasi ke-*i* berasal dari komponen ke-*k* dan bernilai 0 jika berasal dari selainnya. Dengan menambahkan variabel laten, fungsi *likelihood* menjadi

$$l(y \mid \mathbf{\Theta}, K, \mathbf{X}) = \prod_{i=1}^{N} \prod_{m=1}^{K} \pi_m \left(\exp(\mathbf{X}_i^T \boldsymbol{\beta}_m) \right)^{T_{im}} \tag{2.17}$$

Persamaan (2.17) dijabarkan dan diperoleh log-likelihood seperti persamaan (2.18).

$$p(y \mid \mathbf{\Theta}, K, \mathbf{X}) = \sum_{i=1}^{N} \sum_{m=1}^{K} T_{im} \log \pi_m + T_{im} \log(\exp(\mathbf{X}_i^T \boldsymbol{\beta}_m)) \tag{2.18}$$

Distribusi prior dari parameter $\boldsymbol{\beta}_m$ adalah distribusi Normal dengan fungsi densitas yaitu

$$p(\boldsymbol{\beta}_m) = \frac{|\boldsymbol{\tau}_m|^{1/2}}{2\pi^{p/2}} \exp\left(-\frac{1}{2} (\boldsymbol{\beta}_m - \boldsymbol{\mu}_{\boldsymbol{\beta}_m})^T \boldsymbol{\tau}_m (\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\mu}_{\boldsymbol{\beta}_m}) \right). \tag{2.19}$$

Sedangkan distribusi prior dari parameter komponen *mixture* π adalah distribusi *Dirichlet*(α_1,..., α_K) dengan fungsi densitas yaitu

$$p(\pi) = \frac{\prod_{m=1}^{K} \Gamma(\alpha_m)}{\Gamma(\sum_{m=1}^{K} \alpha_m)} \prod_{m=1}^{K} \pi_m^{\alpha_m - 1}. \tag{2.20}$$

Dengan menggunakan konsep semua distribusi prior adalah independen, maka distribusi posterior model *mixture* yang terbentuk akan berupa distribusi posterior gabungan dan dapat dituliskan seperti persamaan (2.21).

$$\begin{aligned} p(\mathbf{\Theta} \mid y, K, \mathbf{X}) &\propto p(y \mid \mathbf{\Theta}, K, \mathbf{X})\, p(\mathbf{\Theta}) \\ &\propto p(y \mid \mathbf{\Theta}, K, \mathbf{X})\, p(\boldsymbol{\beta})\, p(\pi) \end{aligned}$$

dapat ditulis menjadi

$$\begin{aligned} p(\mathbf{\Theta} \mid y, K, \mathbf{X}) = &\sum_{i=1}^{N}\sum_{m=1}^{K} T_{im} \log \pi_m + T_{im} \log(\exp(\mathbf{X}_i^T \boldsymbol{\beta}_m)) \frac{\left|\boldsymbol{\tau}_m\right|^{1/2}}{2\pi^{p/2}} \exp\left(-\frac{1}{2}(\boldsymbol{\beta}_m - \boldsymbol{\mu}_{\boldsymbol{\beta}_m})^T \boldsymbol{\tau}_m (\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\mu}_{\boldsymbol{\beta}_m}) \right) \\ &\times \frac{\prod_{m=1}^{K} \Gamma(\alpha_m)}{\Gamma(\sum_{m=1}^{K} \alpha_m)} \prod_{m=1}^{K} \pi_m^{\alpha_m - 1} \end{aligned} \tag{2.21}$$

Pada metode Bayes proses estimasi parameter model *mixture Poisson process* yaitu $\mathbf{\Theta} = \left(\boldsymbol{\beta}_1, \ldots, \boldsymbol{\beta}_K, \boldsymbol{\pi}\right)^T$ dilakukan melalui pengambilan sampel secara berulang melalui bentuk distribusi *full conditional posterior*. Distribusi *full conditional posterior* adalah bentuk proporsional dari distribusi *posterior* gabungan seluruh parameter dengan mengeluarkan komponen yang tidak mengandung parameter yang akan diestimasi karena nilainya dianggap tetap. Bentuk distribusi *full conditional posterior* untuk setiap parameter model *mixture Poisson process* adalah:

a) Distribusi *full conditional posterior* untuk π_m dibentuk dari distribusi *posterior* gabungan dalam persamaan (2.21) yang hanya mengandung parameter π_m maka distribusi *full conditional* untuk π_m adalah

$$p(\pi_m \mid y, \pi_{-m}, \boldsymbol{\beta}, \mathbf{X}) \propto AC, \tag{2.22}$$

dengan:

$$A = \sum_{i=1}^{N}\sum_{m=1}^{K} T_{im} \log \pi_m + T_{im} \log(\exp(\mathbf{X}_i^T \boldsymbol{\beta}_m))$$

$$C = \frac{\prod_{m=1}^{K} \Gamma(\alpha_m)}{\Gamma(\sum_{m=1}^{K} \alpha_m)} \prod_{m=1}^{K} \pi_m^{\alpha_m - 1}$$

dimana π_{-m} adalah komponen π tanpa elemen π_m.

b) Distribusi *full conditional posterior* untuk β_{jm} dibentuk dari distribusi *posterior* gabungan dalam persamaan (2.21) yang hanya mengandung parameter β_{jm} maka distribusi *full conditional* untuk β_{jm} adalah

$$p(\beta_{jm} \mid y, \beta_{-jm}, \boldsymbol{\pi}, \mathbf{X}) \propto AB, \tag{2.23}$$

dengan:

$$A = \sum_{i=1}^{N} \sum_{m=1}^{K} T_{im} \log \pi_m + T_{im} \log(\exp(\mathbf{X}_i^T \boldsymbol{\beta}_m))$$

$$B = \frac{|\boldsymbol{\tau}_m|^{1/2}}{2\pi^{p/2}} \exp\left(-\frac{1}{2} (\boldsymbol{\beta}_m - \boldsymbol{\mu}_{\boldsymbol{\beta}_m})^T \boldsymbol{\tau}_m (\boldsymbol{\beta}_m - \boldsymbol{\mu}_{\boldsymbol{\beta}_m}) \right)$$

dimana β_{-jm} adalah vektor $\boldsymbol{\beta}_m$ tanpa elemen β_{jm}.

Markov Chain Monte Carlo merupakan metode yang banyak diterapkan ada pendekatan Bayes dalam membangkitkan data parameter sesuai proses *Markov Chain* dengan simulasi *Monte Carlo* secara iteratif sehingga diperoleh distribusi *posterior* yang stasioner *(steady state*) (Ntzoufras, 2009). Tahapan mendapatkan *posterior* dengan menggunakan MCMC adalah (Congdon, 2007):

1. Menentukan *initial value* (nilai awal) untuk setiap parameter model dengan memperhatikan karakteristik datanya, didefinsikan bahwa $\Theta = \left(\pi_1, \pi_2, \beta_0, \beta_1, ..., \beta_p\right)^T$
2. Membangkitkan C sampel $\left\{\Theta^{(1)}, \Theta^{(2)}, ..., \Theta^{(p)}\right\}$ dari distribusi *posterior* $p\left(\Theta \mid y\right)$ pada persamaan (2.21) secara *full conditional*.
3. Memonitoring konvergensi algoritma yaitu kondisi konvergen tercapai apabila hasil iterasi yang disajikan dalam *history plot, density posterior, dan autocorrelation plot* sudah memenuhi kriteria *ergodic* yaitu *irreducible, aperiodic,* dan *recurrent*. Jika kondisi konvergen tidak tercapai maka sampel perlu dibangkitkan lebih banyak.
4. Menentukan dan membuang B sample pertama (*burn in period*) untuk menghindari pengaruh nilai awal.

5. Mengambil sejumlah M-B sample dari distribusi *posterior* yaitu $\left\{\Theta^{(B+1)}, \Theta^{(B+2)}, ..., \Theta^{(p)}\right\}$
6. Membuat *Plot* distribusi *posterior*

Penerapan metode MCMC untuk analisis Bayes memerlukan algoritma sampling yang tepat untuk mendapatkan sampel dari suatu distribusi. Algoritma yang sering digunakan sebagai pembangkit variabel random dalam MCMC adalah *Gibbs Sampling*. Ntzoufras (2009) menjelaskan algoritma *Gibbs Sampling* sebagai berikut:

1. Tetapkan nilai awal parameter θ pada $t = 0$ sehingga

   $$\Theta^{(0)} = \left(\pi_1^{(0)}, \pi_2^{(0)}, \beta_0^{(0)}, \beta_1^{(0)}, \beta_2^{(0)}, \beta_3^{(0)}\right)^T$$

2. Untuk $t = 1, 2, ..., M$:
   a. Tentukan $\Theta = \Theta^{(t-1)}$
   b. Untuk $s = 1, 2, ..., r$ *update* $\Theta_s \sim f\left(\Theta_s \mid \Theta_s, y\right)$
   c. Tentukan $\Theta^{(t)} = \Theta$ dan gunakan untuk membangkitkan iterasi ke $t+1$

      Proses sampling berdasarkan *full conditional* pada persamaan persamaan (2.22) dan persamaan (2.23) sebagai proses berikut.

      $\Theta_1^{(t)}$ dari $f\left(\Theta_1 \mid \Theta_2^{(t-1)}, \Theta_3^{(t-1)}, ..., \Theta_r^{(t-1)}, \mathbf{y}\right)$,

      $\Theta_2^{(t)}$ dari $f\left(\Theta_2 \mid \Theta_1^{(t-1)}, \Theta_3^{(t-1)}, ..., \Theta_r^{(t-1)}, \mathbf{y}\right)$,

      $\vdots$

      $\Theta_s^{(t)}$ dari $f\left(\Theta_s \mid \Theta_1^{(t-1)}, \Theta_2^{(t-1)}, ..., \Theta_{s-1}^{(t)}, \Theta_{s+1}^{(t-1)}, ..., \Theta_r^{(t-1)}, \mathbf{y}\right)$,

      $\vdots$

      $\Theta_p^{(t)}$ dari $f\left(\Theta_r \mid \Theta_1^{(t-1)}, \Theta_2^{(t-1)}, ..., \Theta_{d-1}^{(t-1)}, \mathbf{y}\right)$,

      Bangkitan sampel dari parameter berdasarkan *full conditional posterior* adalah

      $\pi^{(t)}$ dari $f(\pi \mid \beta_{01}^{(t-1)}, \beta_{11}^{(t-1)}, \beta_{21}^{(t-1)}, \beta_{31}^{(t-1)}, \beta_{02}^{(t-1)}, \beta_{12}^{(t-1)}, \beta_{22}^{(t-1)}, \beta_{32}^{(t-1)})$

      $\beta_{01}^{(t)}$ dari $f(\beta_{01} \mid \pi, \beta_{11}^{(t-1)}, \beta_{21}^{(t-1)}, \beta_{31}^{(t-1)}, \beta_{02}^{(t-1)}, \beta_{12}^{(t-1)}, \beta_{22}^{(t-1)}, \beta_{32}^{(t-1)})$

      $\beta_{11}^{(t)}$ dari $f(\beta_{11} \mid \pi, \beta_{01}^{(t-1)}, \beta_{21}^{(t-1)}, \beta_{31}^{(t-1)}, \beta_{02}^{(t-1)}, \beta_{12}^{(t-1)}, \beta_{22}^{(t-1)}, \beta_{32}^{(t-1)})$

      $\beta_{21}^{(t)}$ dari $f(\beta_{21} \mid \pi, \beta_{01}^{(t-1)}, \beta_{11}^{(t-1)}, \beta_{31}^{(t-1)}, \beta_{02}^{(t-1)}, \beta_{12}^{(t-1)}, \beta_{22}^{(t-1)}, \beta_{32}^{(t-1)})$

$\vdots$

$\beta_{32}^{(t)}$ dari $f(\beta_{32} \mid \pi, \beta_{01}^{(t-1)}, \beta_{11}^{(t-1)}, \beta_{21}^{(t-1)}, \beta_{31}^{(t-1)}, \beta_{02}^{(t-1)}, \beta_{12}^{(t-1)}, \beta_{22}^{(t-1)})$

2.6 *Log-Gaussian Cox Processes*

Cox process adalah pengembangan dari *Poisson Process* yang didorong oleh adanya interaksi antar *point* pada *spatial point process*. Proses ini didefiniskan sebagai *double* stokastik proses yaitu **Z** adalah suatu *Cox process* dimana **Z** bersyarat fungsi intensitas Λ (**Z**|Λ) adalah *Poisson Process*. Dengan demikian, *Cox process* adalah *Poisson Process* dengan fungsi intensitas Λ (Cox, 1995). *Log-Gaussian Cox Process* (LGCP) merupakan bagian dari Cox Process. LGCP merupakan *Poisson Process* dengan fungsi random intensitas pada lokasi *u* $\Lambda(u) = \exp(G(u))$ dimana G adalah Gaussian random *field*. LGCP memiliki sifat yang menarik yaitu distribusi dari proses tersebut sepenuhnya dapat digambarkan melalui fungsi intensitas dan *pair correlation function* dari *Cox process* sehingga model mudah untuk intepretasikan dan tersedia metode estimasi parameter yang sederhana (Møller, dkk., 1998).

Dimisalkan *Cox process* **Z** dengan intensitas random $\Lambda = (\Lambda(u))_{u \in W}$ dimana lokasi *u* berada pada *window* observasi $W \subset \square^2$ dan $\mathbf{Z} \mid \Lambda$ berdistribusi *Poisson Process,* maka random efek model dengan covariate yaitu

$$\Lambda(u) = \exp(\mathbf{X}(u)\boldsymbol{\beta}^T + \psi(u))$$

$$\log \Lambda(u) = \mathbf{X}(u)\boldsymbol{\beta}^T + \psi(u)$$

dimana $\psi(u) = (\psi(u))_{u \in W}$ adalah *zero-mean stationary Gaussian Process* (Møller dkk.., 1998). Jika diketahui bahwa nilai harapan dari fungsi intensitas Λ adalah λ maka model LGCP dapat dituliskan seperti persamaan (2.24).

$$\log \lambda(u) = \mathbf{X}(u)\boldsymbol{\beta}^T + c(u,u)/2 \tag{2.24}$$

dengan *c*(*u*,*u*) adalah bentuk ekponensial dari *pair correlation function* yang dapat dituliskan yaitu

$$c(u,u) = \sigma^2 \exp(-\|u-u\| / \omega) = \sigma^2 ,$$

dimana $\sigma^2 > 0$ adalah varians dan $\omega > 0$ adalah *scale* parameter korelasi antar *points*.

2.6.1 Estimasi Parameter LGCP dengan Pendekatan Bayesian

Pada LGCP, estimasi parameter dilakukan dengan membagi observasi *window W* menjadi *N* bagian (*grid*) yaitu w_i merupakan disjoin *region* (Waagepetersen, 2004). Misalkan y_i adalah banyak peristiwa gempabumi pada pada tiap grid w_i, $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \ldots, y_N)^T$, dan λ_i adalah variabel random pada Gaussian random *field*. maka dapat ditunjukkan bahwa $p(\mathbf{y} \mid \boldsymbol{\lambda}) = \prod_{i=1}^{N} p(y_i \mid \lambda_i)$ dimana $y_i \mid \lambda_i$ berdistribusi Poisson dengan mean $\mid w_i \mid \exp(\lambda_i)$ (Rue, dkk., 2009). Salah satu pendekatan yang dapat digunakan dalam estimasi parameter model LGCP adalah metode Bayes. Persamaan (2.23) menunjukkan persamaan umum teorema Bayes pada LGCP dengan parameter $\boldsymbol{\Theta} = [\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\psi}]^T$ dimana $\boldsymbol{\theta} = [\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3]^T$ dan $\boldsymbol{\psi} = [\sigma^2, \omega]$ yaitu

$$p(\boldsymbol{\Theta} \mid \mathbf{y}) \propto p(\mathbf{y} \mid \boldsymbol{\Theta})\, p(\boldsymbol{\Theta}) \tag{2.25}$$

Integrated Nested Laplace Approximation (INLA) merupakan suatu pendekatan dalam Analisis Bayesian selain MCMC. Rue, dkk. (2009) mengenalkan INLA sebagai suatu algoritma deterministik yang dapat mendekati keakuratan metode MCMC dengan waktu yang lebih cepat.

2.6.2 Tahapan Estimasi Paramater model pendekatan Bayesian dengan Integrated Nested Laplace Approximation (INLA)

Pendekatan alternatif selain simulasi Monte Carlo adalah dengan aproksimasi analitik dengan metode Laplace. Pada estimasi parameter INLA ini, metode Laplace merupakan inti dari pendekatan ini. Untuk mempermudah dalam memahami INLA pada metode Bayesian, metode Laplace dijabarkan dalam contoh sebagai berikut. Misalkan, penyelesaian integrasi pada persamaan (2.26) akan diselesaikan dengan metode Laplace (Blangiardo dan Cameletti, 2015).

$$\int f(y)\mathrm{d}y = \int \exp(\log f(y))\mathrm{d}y \tag{2.26}$$

dimana $f(y)$ adalah fungsi densitas dari variabel random *Y*. Kemudian, $\log f(y)$ diubah bentuk menggunakan deret Taylor ketika $y = y_0$ menjadi

$$\log f(y) \approx \log f(y_0) + (y - y_0)\left.\frac{\partial \log f(y)}{\partial y}\right|_{y=y_0} + \frac{(y-y_0)^2}{2}\left.\frac{\partial^2 \log f(y)}{\partial y^2}\right|_{y=y_0}$$

Jika y_0 didefinisikan sebagai $y^* = \arg\max_y \log f(y)$, maka $\left.\frac{\partial \log f(y)}{\partial y}\right|_{y=y^*} = 0$ sehingga aproksimasi menjadi

$$\log f(y) \approx \log f(y^*) + \left.\frac{(y-y^*)^2 \partial^2 \log f(y)}{\partial y}\right|_{y=y^*}$$

Kemudian, bentuk integral pada persaman (2.24) dapat ditulis menjadi

$$\int f(y)dy \approx \int \exp\left(\log f(y^*) + \frac{(y-y^*)^2}{2}\left.\frac{\partial^2 \log f(y)}{\partial y^2}\right|_{y=y^*}\right)\mathrm{d}y$$

$$= \exp(\log f(y^*) + \int \exp\left(\frac{(y-y^*)^2}{2}\left.\frac{\partial^2 \log f(y)}{\partial y^2}\right|_{y=y^*}\right)\mathrm{d}y$$

dimana fungsi yang dintegralkan dapat dikaitkan dengan densitas distribusi Normal, dengan menentukan $\sigma^{2*} = -1 \Big/ \left.\frac{\partial^2 \log f(y)}{\partial y^2}\right|_{y=y^*}$ sehinga diperoleh

$$\int f(y)\mathrm{d}y \approx \exp(\log f(y^*)) \int \exp\left(-\frac{(y-y^*)^2}{2\sigma^{2*}}\right)\mathrm{d}y$$

dimana fungsi yang diintegralkan merupakan kernel distribusi Normal dengan mean $y*$ dan varians σ^{2*}. Untuk meningkatkan akurasi, bentuk integral dibatasi interval (a,b) sehingga bentuknya menjadi

$$\int_a^b f(y)dy \approx f(y^*)\sqrt{2\pi\sigma^{2*}}(\Phi(b) - \Phi(a)),$$

dimana $\Phi(\cdot)$ adalah fungsi densitas kumulatif distribusi Normal dengan mean $y*$ dan varians σ^{2*}.

Dalam analisis Bayes dimulai dengan membentuk *joint posterior* yang berasal dari bentuk likelihood dan distribusi *prior*. Bentuk likelihood dari LGCP dapat dituliskan pada persamaan (2.27) (Blangiardo dan Cameletti, 2015).

$$p(y \mid \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\psi}) = \prod_i p(y_i \mid \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\psi}) \qquad (2.27)$$

Distribusi *prior* dari $\boldsymbol{\theta}$ adalah Normal dengan mean $\mathbf{0}$ dan varians $Q(\boldsymbol{\psi})$, sedangkan distribusi *prior* dari $\boldsymbol{\psi} \sim Gamma$ (Rue, dkk., 2009). Fungsi densitas $\boldsymbol{\theta} \sim N(\mathbf{0}, Q^{-1}(\boldsymbol{\psi}))$ yaitu

$$p(\boldsymbol{\theta} \mid \boldsymbol{\psi}) = \left(2\pi\right)^{-n/2} \mid Q(\boldsymbol{\psi}) \mid^{1/2} \exp\left(-\frac{1}{2}\boldsymbol{\theta}^T Q(\boldsymbol{\psi})\boldsymbol{\theta}\right) \tag{2.28}$$

Joint posterior model LGCP yang dibentuk dari perkalian likelihood dan distribusi *prior* seperti pada persamaan (2.29)

$$\begin{aligned} p(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\psi} \mid y) &\propto p(\boldsymbol{\psi}) \times p(\boldsymbol{\theta} \mid \boldsymbol{\psi}) \times p(y \mid \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\psi}) \\ &\propto p(\boldsymbol{\psi}) \times p(\boldsymbol{\theta} \mid \boldsymbol{\psi}) \times \prod_i p(y_i \mid \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\psi}) \\ &\propto p(\boldsymbol{\psi}) \times \mid Q(\boldsymbol{\psi}) \mid^{1/2} \exp\left(-\frac{1}{2}\boldsymbol{\theta}^T Q(\boldsymbol{\psi})\boldsymbol{\theta}\right) \times \prod_i \exp(\log(p(y_i \mid \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\psi}))) \\ &\propto p(\boldsymbol{\psi}) \times \mid Q(\boldsymbol{\psi}) \mid^{1/2} \exp\left(-\frac{1}{2}\boldsymbol{\theta}^T Q(\boldsymbol{\psi})\boldsymbol{\theta} + \sum_i \log(p(y_i \mid \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\psi}))\right) \end{aligned} \tag{2.29}$$

Tujuan dari analisis Bayes adalah memperoleh marginal posterior setiap parameter model yang dapat ditulis sebagai berikut.

$$p(\theta_k \mid y) = \int p(\theta_k, \boldsymbol{\psi} \mid y) d\boldsymbol{\psi} = \int p(\theta_k \mid \boldsymbol{\psi}, y) p(\boldsymbol{\psi} \mid y) d\boldsymbol{\psi}, \tag{2.30}$$

dimana k = 1,2,…,p dengan p adalah banyak parameter dan untuk marginal posterior parameter Gaussian process $\boldsymbol{\psi}$ yaitu

$$p(\psi_j \mid y) = \int p(\boldsymbol{\psi} \mid y) \mathrm{d}\boldsymbol{\psi}_{-j}$$

Dengan demikian, untuk memperoleh marginal posterior dari tiap parameter dapat dilakukan beberapa prosedur yaitu:

1) Menentukan *joint posterior* dari parameter *Gaussian process* $\boldsymbol{\psi}$ yang ditunjukkan pada persamaan (2.29), sehingga dapat diperoleh fungsi marginal $p(\psi_j \mid y)$.

$$\begin{aligned} p(\boldsymbol{\psi} \mid y) &= \frac{p(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\psi} \mid y)}{p(\boldsymbol{\theta} \mid \boldsymbol{\psi}, y)} \\ &= \frac{p(y \mid \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\psi}) p(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\psi})}{p(y)} \frac{1}{p(\boldsymbol{\theta} \mid \boldsymbol{\psi}, y)} \end{aligned}$$

$$= \frac{p(y \mid \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\psi}) p(\boldsymbol{\theta} \mid \boldsymbol{\psi}) p(\boldsymbol{\psi})}{p(y)} \frac{1}{p(\boldsymbol{\theta} \mid \boldsymbol{\psi}, y)}$$

$$\propto \frac{p(y \mid \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\psi}) p(\boldsymbol{\theta} \mid \boldsymbol{\psi}) p(\boldsymbol{\psi})}{p(\boldsymbol{\theta} \mid \boldsymbol{\psi}, y)}$$

$$\approx \left. \frac{p(y \mid \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\psi}) p(\boldsymbol{\theta} \mid \boldsymbol{\psi}) p(\boldsymbol{\psi})}{\tilde{p}(\boldsymbol{\theta} \mid \boldsymbol{\psi}, y)} \right|_{\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}^*(\boldsymbol{\psi})} =: \tilde{p}(\boldsymbol{\psi} \mid y),$$

dimana $\tilde{p}(\boldsymbol{\theta} \mid \boldsymbol{\psi}, y)$ adalah aproksimasi Gaussian (metode Laplace) dari $p(\boldsymbol{\theta} \mid \boldsymbol{\psi}, y)$ dan $\boldsymbol{\theta}^*(\boldsymbol{\psi})$ adalah nilai awal dengan diketahui $\boldsymbol{\psi}$.

2) Menghitung $p(\theta_k \mid \boldsymbol{\psi}, y)$ dimana diperlukan untuk menghitung marginal posterior $p(\theta_k \mid y)$. Pada tahapan kedua ini lebih kompleks karena secara umum elemen dari $\boldsymbol{\theta}$ lebih banyak dari pada $\boldsymbol{\psi}$. Dengan menggunakan aproksimasi Laplace dan mendefiniskan $\boldsymbol{\theta} = (\theta_k, \boldsymbol{\theta}_{-k})$ diperoleh:

$$p(\theta_k \mid \boldsymbol{\psi}, y) = \frac{p(\theta_k, \boldsymbol{\theta}_{-k} \mid \boldsymbol{\psi}, y)}{p(\boldsymbol{\theta}_{-k} \mid \theta_k, \boldsymbol{\psi}, y)}$$

$$= \frac{p(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\psi} \mid y) p(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\psi})}{p(\boldsymbol{\psi} \mid y)} \frac{1}{p(\boldsymbol{\theta}_{-k} \mid \theta_k, \boldsymbol{\psi}, y)}$$

$$\propto \frac{p(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\psi} \mid y)}{p(\boldsymbol{\theta}_{-k} \mid \theta_k, \boldsymbol{\psi}, y)}$$

$$\approx \left. \frac{p(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\psi} \mid y)}{\tilde{p}(\boldsymbol{\theta}_{-k} \mid \theta_k, \boldsymbol{\psi}, y)} \right|_{\boldsymbol{\theta}_{-k} = \boldsymbol{\theta}^*_{-k}(\theta_k, \boldsymbol{\psi})} =: \tilde{p}(\theta_k \mid \boldsymbol{\psi}, y),$$

dimana $\tilde{p}(\boldsymbol{\theta}_{-k} \mid \theta_k, \boldsymbol{\psi}, y)$ adalah aproksimasi Gaussian Laplace untuk $p(\boldsymbol{\theta}_{-k} \mid \theta_k, \boldsymbol{\psi}, y)$ dan $\boldsymbol{\theta}^*_{-k}(\theta_k, \boldsymbol{\psi})$ adalah nilai awal (*initial value*). Setelah diperoleh $\tilde{p}(\theta_k \mid \boldsymbol{\psi}, y)$ dan $\tilde{p}(\boldsymbol{\psi} \mid y)$, marginal posterior $p(\theta_k \mid y)$ pada persamaan (2.30) dapat diaproksimasi dengan

$$\tilde{p}(\theta_k \mid y) \approx \int \tilde{p}(\theta_k \mid \boldsymbol{\psi}, y) \tilde{p}(\boldsymbol{\psi} \mid y) \mathrm{d}\boldsymbol{\psi}$$

dimana perhitungan integral dalam diselesaikan secara numerik melalui penjumlahan:

$$\tilde{p}(\theta_k \mid y) \approx \sum_m \tilde{p}(\theta_k \mid \boldsymbol{\psi}^{(m)}, y)\, \tilde{p}(\boldsymbol{\psi}^{(m)} \mid y)\Delta_m \tag{2.31}$$

untuk menyelesaikan persamaan (2.31), perhitungan pembobot Δ melalui *central composite design* (CCD) sehingga diperoleh *integration weight* pada titik-titik CCD pada suatu kawasan dengan radius $f_0\sqrt{d}$ adalah

$$\Delta = \left[(n_p - 1)(f_0 - 1)\left\{ 1 + \exp\left(-\frac{d f_0^2}{2} \right) \right\} \right]^{-1}$$

dimana $f_0 > 1$, d adalah dimensi ruang dimana pada penelitian ini d=2, n_p adalah banyak titik pada CCD, dan *integration weight* pada titik pusat CCD adalah $1-(n_p-1)\Delta$ (Rue, dkk., 2009).

2.7 Transformasi Data

Transformasi *pixel image* dilakukan pada *covariate* melalui *smoothing kernel*. Salah satu contoh penerapan metode ini yaitu dalam bidang kehutanan, yaitu *smoothing* untuk mengukur diameter pohon pinus dengan menghitung nilai rata-rata dari setiap pepohonan pada tiap *region*. Dimisalkan data sebanyak *n point* yang akan dianalisis yaitu $z_1,\ldots, z_n$ dan nilai $m_{11},\ldots, m_{np}$ adalah nilai riil *covariate* titik lokasi *u*, maka fungsi *spatial smoother* adalah:

$$\bar{m}_k(u) = \frac{\sum_{j=1}^{n} m_{jk} f(u - z_j)}{\sum_{j=1}^{n} f(u - z_j)}, \quad k = 1, 2, \ldots, p$$

dengan:

$\bar{m}_k(u)$ = nilai rata-rata terboboti lokasi spasial *u covariate* ke-*k*

m_{jk} = nilai riil *covariate* ke-*k* data ke-*j*

u = lokasi spasial

z_j = data *point* ke-*j*

f = fungsi Gaussian kernel, dimana $f(u - z_j) = \exp\left(-\left(\left\| u - z_j \right\|^2 \right) \Big/ 2b^2 \right)$, b =2.

(Baddeley, dkk., 2015)

2.8 *Watanabe Akaike Information Criteria* (WAIC)

Untuk membandingkan model MPP dan LGCP, model terbaik dipilih berdasarkan *Watanabe Akaike Information Criterion* (WAIC). Kriteria ini dikembangkan oleh Watanabe (2009) karena adanya kasus singularitas pada *machine learning* dan dapat diterapkan pada model *mixture* (Spiegelhalter, dkk., 2014). Misalkan bahwa y_i adalah variabel random independen dengan parameter model $\boldsymbol{\Theta}$ maka WAIC dapat dirumuskan seperti

$$\begin{aligned} WAIC &= \sum_i \mathbf{E}\left[-2\log\left(p(y_i \mid \boldsymbol{\Theta}) \mid \mathbf{y}\right)\right] + \sum_i \mathrm{Var}\left[2\log\left(p(y_i \mid \boldsymbol{\Theta}) \mid \mathbf{y}\right)\right] \\ &= -2\sum_i \mathbf{E}\left[\log\left(p(y_i \mid \boldsymbol{\Theta}) \mid \mathbf{y}\right)\right] + 2\sum_i \mathrm{Var}\left[\log\left(p(y_i \mid \boldsymbol{\Theta}) \mid \mathbf{y}\right)\right] \end{aligned} \tag{2.32}$$

Penjumlahan pertama pada persamaan (2.32) dihitung dari rata-rata log likelihood posterior, sedangkan bentuk penjumlahan kedua merupakan penjumlahan dari varians log likelihood posterior. Dengan demikian, model dengan nilai WAIC yang kecil merupakan hasil yang diharapkan karena dapat memprediksi (*fit*) dengan baik (Reich dan Ghosh, 2019).

2.9 Gempabumi dan Faktor Geologis

Peristiwa bergoncangnya atau bergetarnya bumi secara tiba-tiba yang disebabkan oleh pergeseran atau pergerakan lapisan batuan pada kerak bumi akibat dari pergerakan lempeng tektonik disebut gempabumi (Sunarjo, dkk., 2012). Peristiwa gempabumi di Indonesia banyak terjadi di sekitar batas pertemuan lempeng. Pada saat dua lempeng tektonik bertabrakan atau bertumbukan, lempeng yang memiliki massa jenis lebih kecil akan menyusup ke atas dan lainnya ke bawah sehingga mengakibatkan gesekan kemudian gerakan lempeng melambat. Perlambatan gerakan lempeng akibat gesekan tersebut menimbulkan penumpukan atau akumulasi energi yang besar. Pelepasan energi yang terjadi akan menyebabkan patahan dan berubah menjadi energi kinetik sehingga menimbulkan getaran atau goncangan yang menyebar di permukaan bumi. Kemudian, getaran ini dapat menyebabkan tergesernya kerak bumi (Winardi, 2006; Press dan Siever, 1998).

Gempabumi secara umum terbagi menjadi dua yaitu gempa tektonik yang diakibatkan oleh pergerakan lempeng tektonik, dan gempa vulkanik akibat dari

aktivitas gunung berapi. Gempabumi tektonik berkaitan erat dengan zona subduksi (penunjaman) dan sesar aktif. Zona subduksi merupakan daerah pertemuan dua lempeng yang menyebabkan pununjaman naik ke atas atau ke bawah. Berdasarkan proses terjadinya gempa bumi sebelumnya, pada kawasan ini sering terjadi gempa bumi karena adanya pelepasan akumulasi energi yang besar. Sesar adalah patahan yang terjadi di kerak bumi akibat dari pergerakan massa batuan. Patahan ini mengalami pergerakan relatif yang membentuk bidang batas dua fraksi kerak bumi berupa retakan atau membentuk celah (Sunarjo, dkk., 2012). Sesar aktif merupakan salah satu penyebab gempa karena pergerakan tersebut menimbulkan getaran atau goncangan.

Luo, dkk (2019) meneliti mengenai gempabumi di Altyn Tagh China menemukan bahwa sesar berpotensi memicu gempabumi lebih besar dari magnitudo 7,8 atau memicu gempabumi berkelompok pada periode tertentu. Liu, dkk (2019) juga menemukan bahwa gempa susulan berkembang secara sistematis dari waktu ke waktu sepanjang sesar dan 16 *cluster* gempa berulang terjadi di zona pecahan di Menyuan, Qinghai, China Earthquake pada tahun 2016. Berdasarkan hasil penelitian tersebut, diketahui bahwa jarak titik episentrum gempa dengan sesar aktif berhubungan dengan peristiwa terjadinya gempabumi. Semakin dekat suatu wilayah dengan sesar aktif diduga memiliki peluang yang lebih besar terjadi gempa dibanding wilayah yang jauh dari sesar aktif.

Novelo-Casanova dan Alvarez-Moctezuma (1995) telah meneliti mengenai peningkatan probabilitas gempabumi besar (magnitudo $\geq$ 7,5) menemukan bahwa sepanjang zona subduksi memiliki probabilitas kejadian gempa yang lebih tinggi dari biasanya. Selain itu, Ruff (1989) juga mengemukakan bahwa sebagian besar gempabumi terbesar terjadi di zona subduksi. Dengan demikian, dapat diketahui bahwa terdapat hubungan antara jarak titik episentrum gempa dari zona subduksi dengan peristiwa gempa. Suatu wilayah yang dekat dengan zona subduksi memiliki kemungkinan lebih besar terjadi gempabumi dibanding wilayah yang jauh dengan zona subduksi.

Gempabumi vulkanik merupakan gempabumi yang terjadi akibat aktivitas gunung berapi. Tekanan pada magma dibawah kantong gunung berapi akan menimbulkan pelepasan energi. Hal ini akan menyebabkan getaran atau goncangan

tanah hingga terjadinya gempabumi. Aktivitas gempabumi tektonik berkaitan dengan aktivitas gempabumi vulkanik karena pergeseran lempeng tektonik akan memicu naiknya magma ke permukaan bumi. Dengan demikian, perbedaan mendasar dari kedua jenis gempabumi yaitu pada gempabumi tektonik, goncangan yang ditimbulkan akibat dari tumbukkan atau tabrakan dua lempeng, sedangkan pada gempa vulkanik, goncangan hasil dari naiknya magma ke permukaan. Selain itu, gempabumi akan menimbulkan bencana alam lain yaitu tsunami jika tumbukan dua lempeng terjadi pada lempeng benua dan lempeng samudera karena mengakibatkan deformasi di dasar laut sehingga terjadi tsunami (Sunarjo, dkk., 2012).

Bilek dan Lay (2018) mengemukakan bahwa ketika gempabumi besar terjadi akan memicu terjadinya erupsi gunung berapi. Hal tersebut diperkuat berdasarkan sejarah diketahui bahwa letusan gunung berapi terjadi setelah terjadinya gempabumi besar seperti erupsi gunung Pinatubo terjadi setelah gempabumi dengan magnitudo 7,8 di Pilipina. Lemarchdan dan Grasso (2007), dan Eggert dan Walter (2009) mengungkapkan hal serupa yaitu gempabumi merupakan salah tanda atau pemicu terjadinya erupsi gunung berapi. Dengan demikian, dapat diketahui bahwa aktivitas gunung berapi aktif berhubungan dengan peristiwa gempabumi sehingga jarak titik episentrum gempabumi dari gunung berapi aktif berhubungan dengan peristiwa gempabumi. Semakin dekat suatu wilayah dengan gunung berapi aktif maka semakin besar pula peluang wilayah tersebut terjadi gempabumi.

(*halaman ini sengaja dikosongkan*)

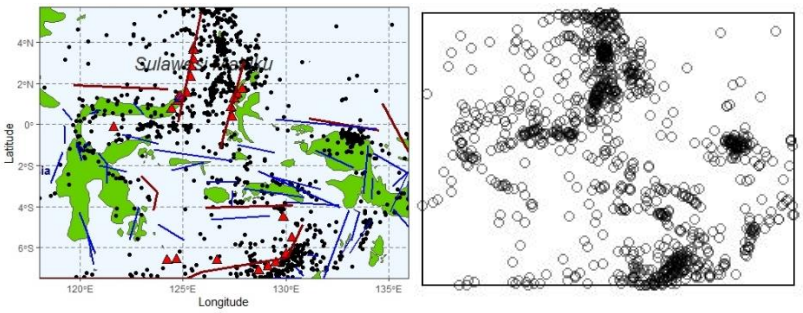
BAB III
METODELOGI PENELITIAN

3.1 Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang bersumber dari database *online* Badan Meteorologi, Klimatologi, dan Geofisika (BMKG) mengenai kejadian gempabumi pada tahun 2009 – 2018 dengan magnitudo lebih besar sama dengan 5 (M ≥ 5) yaitu pada situs http://dataonline.bmkg.go.id/data_gempa_bumi. Data yang diambil memuat lokasi gempabumi berupa titik *latitude* dan *longitude* di sekitar wilayah Sulawesi-Maluku dengan batas wilayah 5,7° LU – 7,5°LS dan 118° BT – 136° BT. Data *covarite* terkait faktor geologis gunung api diperoleh dari *website* Pusat Vulkanologi dan Mitigasi Bencana Geologi yaitu pada http://vsi.esdm.go.id, sedangkan data sesar aktif dan zona subduksi diperoleh dari Peta Sumber dan Bahaya Gempabumi di Indonesia (Pusat Studi Gempabumi, 2017).

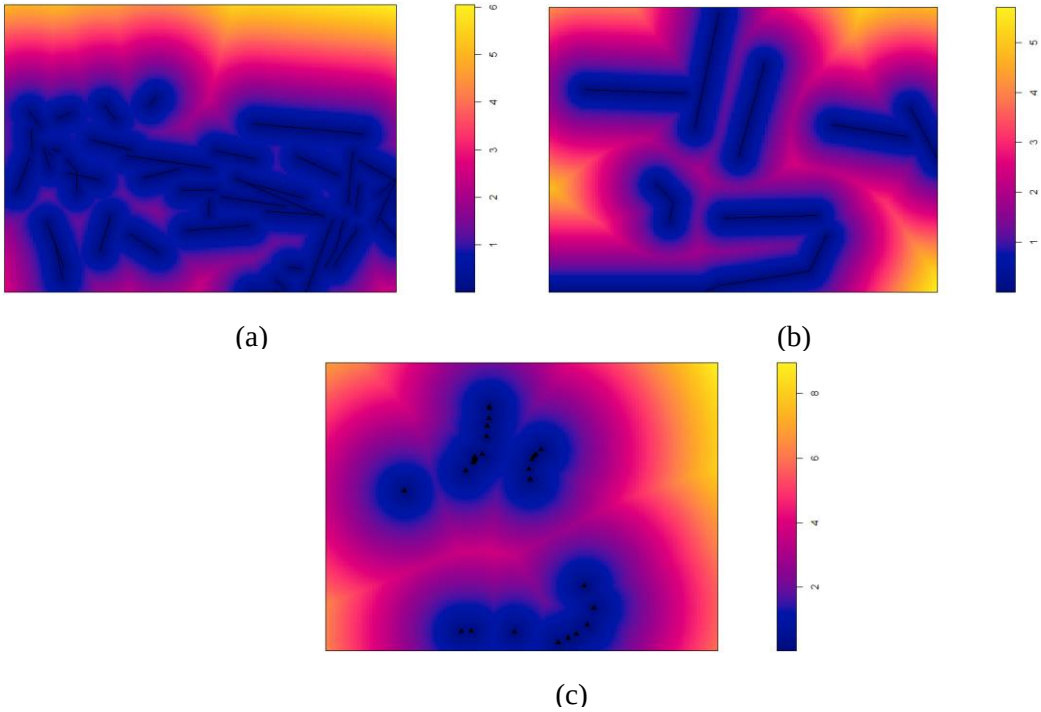
3.2 Variabel Penelitian

Preprocessing data dalam penelitian ini sangat diperlukan untuk menentukan model *point process* yang tepat. Variabel penelitian yang diperlukan yaitu variabel respon dan *covariate*. Variabel respon dalam penelitian ini yaitu banyak peristiwa gempabumi pada area tertentu yang diperoleh dari titik *latitude* dan *longitude*. Sedangkan, *covariate* pada penelitian yaitu rata-rata jarak titik episentrum gempa dengan sesar aktif terdekat (X_1), rata-rata jarak titik episentrum gempa dengan zona subduksi terdekat (X_2), dan rata-rata jarak titik episentrum gempa dengan gunung berapi aktif terdekat (X_3).



Gambar 3.1 Planar point pattern gempa Sulawesi-Maluku M ≥ 5 pada tahun 2009 – 2018

Tahap awal *preprocessing* data untuk variabel respon yaitu membentuk *planar point pattern* titik-titik peristiwa gempabumi sehingga diketahui pola persebaran secara visual yang ditunjukkan pada Gambar 3.1. Selanjutnya, membagi *planar point pattern* menjadi 104 grid berbentuk persegi berdasarkan banyak kabupaten kota di Sulawesi-Maluku. Pendekatan pembagian observasi window menjadi beberapa grid dilakukan untuk mempermudah proses analisis data dan estimasi parameter (Waagepetersen, 2004). *Covariate* seperti Gambar 3.2 ditansformasi menjadi *pixel image* sehingga diperoleh data untuk dilakukan pemodelan. Transformasi data dilakukan dengan *smoothing* Gaussian kernel dengan *bandwith* sebesar 2.



Gambar 3.2 Plot image *covariate*: (a) jarak titik episentrum gempa ke sesar aktif terdekat, (b) jarak titik episentrum gempa ke subduksi terdekat, dan (a) jarak titik episentrum gempa ke gunung berapi aktif terdekat

Tabel 3.1 Variabel Penelitian

Variabel	Skala	Deskripsi
Y	Rasio	Banyak titik episentrum gempabumi
X_1	Rasio	Rata-rata jarak titik episentrum gempa dengan sesar aktif terdekat
X_2	Rasio	Rata-rata jarak titik episentrum gempa dengan zona subduksi megathrust terdekat
X_3	Rasio	Rata-rata jarak titik episentrum gempa dengan gunung berapi aktif terdekat

Variabel penelitian dan struktur data penelitian dijelaskan pada Tabel 3.1 dan Tabel 3.2. Pendekatan pembagian observasi *window* menjadi beberapa grid berbentuk persegi (N =104) akan diperoleh nilai variabel respon Y_i dimana i=1,2,…,N menunjukkan banyak peristiwa gempabumi pada grid ke-i, dan hasil transformasi data diperoleh nilai rata-rata variabel *covariate* X_{i1} yaitu rata-rata jarak episentrum gempabumi ke sesar terdekat pada grid ke-i, X_{i2} yaitu rata-rata jarak episentrum gempabumi ke subduksi terdekat pada grid ke-i, dan X_{i3} yaitu rata-rata jarak episentrum gempabumi ke gunung api terdekat pada grid ke-i sehingga dibentuk struktur data penelitian seperti pada Tabel 3.2.

Tabel 3. 2 Struktur Data Penelitian

Grid	Banyak gempabumi (Y)	Rata-rata jarak episentrum ke sesar (X_1)	Rata-rata jarak episentrum ke subduksi (X_2)	Rata-rata jarak episentrum ke gunung api (X_3)
1	Y_1	X_{11}	X_{12}	X_{13}
2	Y_2	X_{21}	X_{22}	X_{23}
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
104	Y_{104}	X_{1041}	X_{1042}	X_{1043}

Pemodelan intensitas gempabumi λ dipresentasikan oleh variabel respon Y yaitu banyak peristiwa gempabumi dimana diketahui bahwa $E(Y) = \lambda$.

3.3 Tahapan Analisis

Pemodelan intensitas gempabumi M≥5 di sekitar Sulawesi-Maluku tahun 2009- 2018 dengan mengunakan pendekatan Bayesian MPP dan LGCP dilakukan dengan tahap-tahap analisis sebagai berikut.

1. Melakukan analisis karakteristik pola persebaran titik-titik gempabumi M≥5 di sekitar Sulawesi-Maluku tahun 2009 - 2018. Tahap pertama diawali dengan membuat plot persebaran titik-titik episentrum gempabumi berdasarkan koordinat *latitude* dan *longitude*. Kemudian, menganalisis hasil plot tersebut untuk mengetahui pola persebaran mengikuti pola *regular*, *independent*, atau *cluster*.
2. Melakukan *pre-processing* data yaitu melakukan transformasi data *covariate* dengan *smoothing kernel*.
3. Melakukan uji kesesuaian distribusi dengan stastitik uji terdapat pada persamaan (2.5) dan uji homogenitas *Poisson point process* untuk

mengetahui apakah hasil analisis secara visual sesuai dengan pengujian secara statistik seperti pada persamaan (2.1).

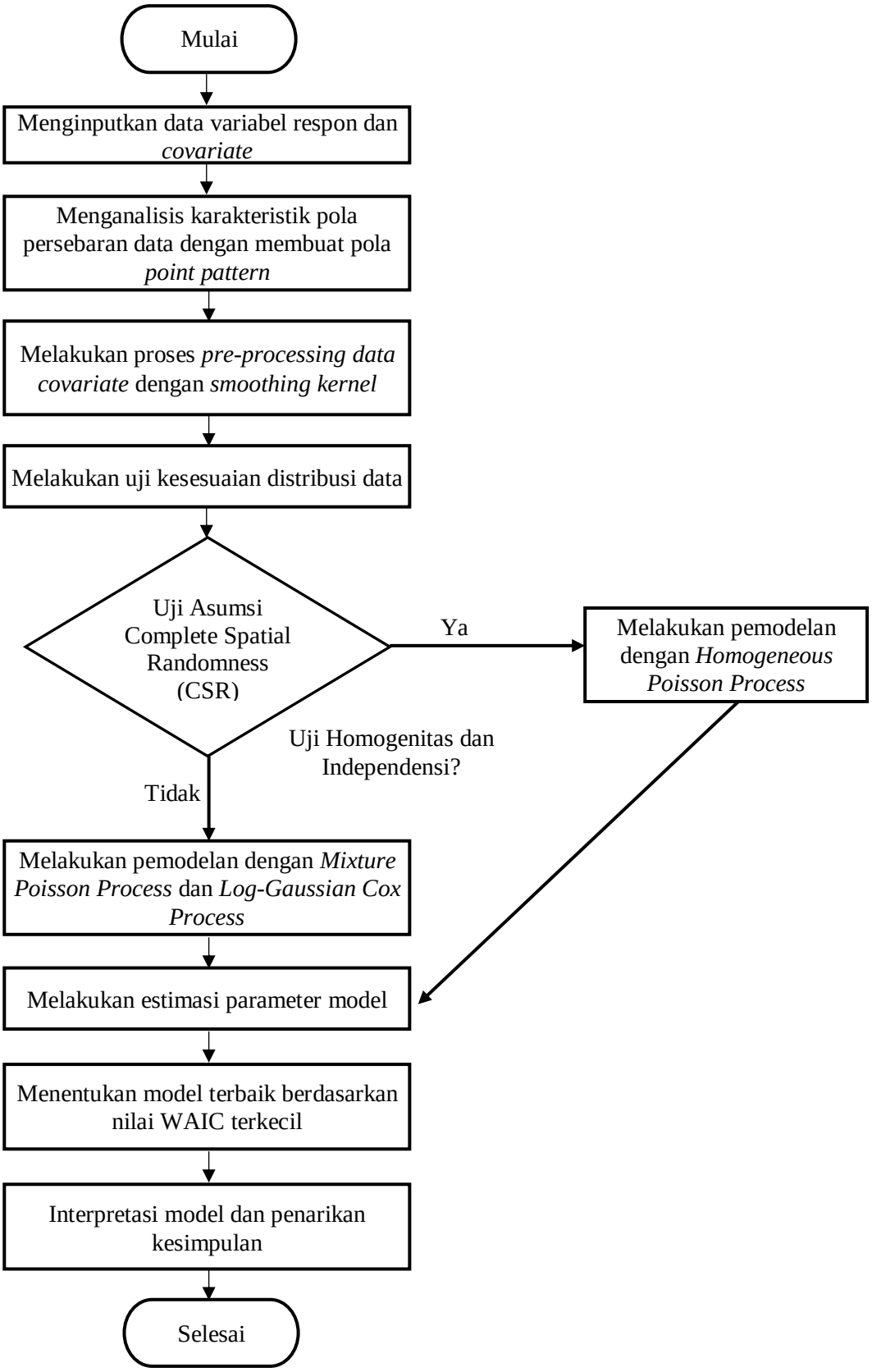
4. Melakukan uji independensi dengan menghitung *K-function* seperti pada persamaan (2.4).
5. Melakukan identifikasi model *mixture* untuk mengetahui apakah data yang dianalisis memiliki pola yang lebih dari satu atau bimodal. Identifikasi model *mixture* dilakukan dengan program *mathematica*.
6. Melakukan estimasi parameter model *Poisson dan Mixture Poisson Process* dengan menggunakan metode Bayesian dengan pendekatan MCMC. Algoritma atau tahapan yang dilakukan untuk estimasi parameter model dengan menggunakan *software* WinBUGS yaitu:
   1) Membentuk fungsi likelihood *Poisson* model yang ditunjukkan pada persamaan (2.11) dan *mixture* model seperti pada persamaan (2.18).
   2) Menentukan distribusi *prior* dari tiap model dimana pada penelitian ini menggunakan jenis distribusi prior yaitu *pseudo prior*. Jenis *prior* ini diperoleh dari hasil *frequentist* yaitu dengan menggunakan hasil estimasi dari fungsi *frequentist* digunakan sebagai *prior*. Distribusi prior yang digunakan seperti pada persamaan (2.12) untuk Poisson model dan *mixture* model seperti pada persamaan (2.19) untuk estimasi parameter model dan persamaan (2.20) untuk estimasi komponen *mixture*.
   3) Membentuk distribusi *posterior* pada setiap model. Distribusi *posterior Poisson* dan *mixture* model dibentuk dari fungsi likelihood dan distribusi *prior* sesuai dengan teorema Bayes pada persamaan (2.10)
   4) Membentuk *full conditional posterior distribution* pada parameter yang akan diestimasi seperti pada persaman (2.13) untuk Poisson model, dan persamaan (2.21) untuk *mixture* model.
   5) Membentuk *Directed Acyllic Graph* (DAG) pada *software* WinBUGS untuk setiap model.
   6) Menentukan besarnya sampel yang akan dibangkitkan hingga memenuhi sifat *irreducible*, *reccurent*, dan *aperiodic*.

7) Melakukan proses iterasi estimasi parameter dengan menggunakan metode *gibbs sampling* pada model Poisson seperti yang telah dijelaskan pada sub bab 2.5.3 dan sub bab 2.5.4 untuk model *mixture*.
8) Menghitung WAIC pada setiap model dengan rumus yang dituliskan pada persamaan (2.32).

7. Melakukan estimasi parameter model *Log-Gaussian Cox Procesess* dengan menggunakan metode Bayesian dengan pendekatan INLA. Adapun algoritma atau tahapan yang dilakukan untuk estimasi parameter model dengan menggunakan *software* R yaitu:
   1) Membentuk fungsi likelihood model LGCP yang ditunjukkan pada persamaan (2.27)
   2) Menentukan distribusi *prior* model dimana pada penelitian ini menggunakan jenis distribusi prior yang digunakan seperti pada persamaan (2.28)
   3) Membentuk distribusi *posterior* LGCP model hasil dari perkalian fungsi likelihood dan distribusi *prior* sesuai dengan teorema Bayes pada persamaan (2.25)
   4) Membentuk *full conditional posterior distribution* model LGCP pada parameter yang akan diestimasi seperti pada persaman (2.29)
   5) Melakukan estimasi parameter dengan menggunakan metode INLA yaitu menggunakan pendekatan aproksimasi Laplace dengan tahapan seperti yang telah dijelaskan pada sub bab 2.6.2.
   6) Menghitung WAIC pada setiap model LGCP dengan rumus yang dituliskan pada persamaan (2.32).
8. Menentukan model terbaik untuk pemodelan gempabumi berdasarkan nilai WAIC terkecil.
9. Interpretasi model dan menarik kesimpulan.

3.4 Diagram Alir Penelitian

Tahapan analisis yang dilakukan pada penelitian ini dijelaskan pada diagram alir pada Gambar 3.3.



Gambar 3.3 Diagram Alir Penelitian

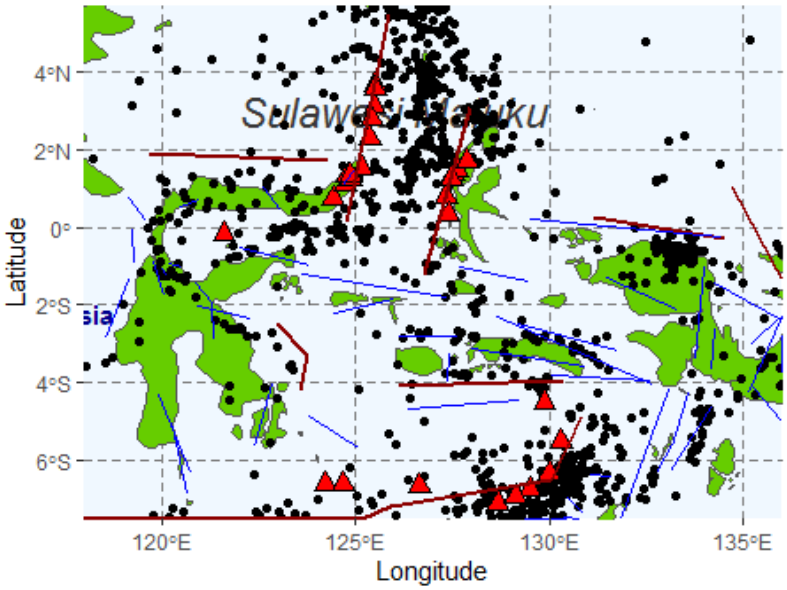
BAB IV
HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Analisis Data Eksplorasi Gempabumi Sulawesi-Maluku tahun 2009-2018

Sebelum melakukan pemodelan intensitas gempabumi, analisis data eksplorasi diperlukan guna mempelajari karakteristik data yang akan dianalisis. Eksplorasi sifat atau karakteristik data ini bertujuan untuk menyeleksi model analisis statistika yang tepat.

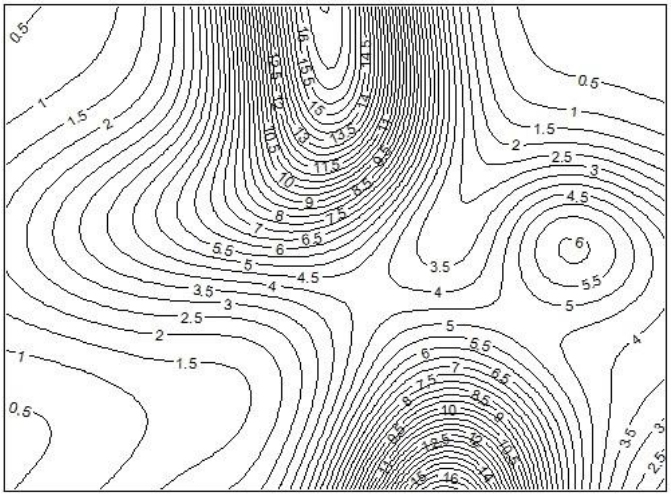
4.1.1 Gambaran Umum Pola Persebaran Gempabumi

Pemodelan intensitas gempabumi dilakukan pada *window* observasi kawasan Sulawesi-Maluku dengan luas wilayah kawasan sebesar 2.927.470 km^2 dimana banyak *point* gempabumi signifikan ($M \geq 5$) sebanyak 1080. Sebelum melakukan pemodelan, eksplorasi pola persebaran *point* yang dipresentasikan sebagai episentrum gempabumi dilakukan untuk mengetahui model *point process* yang tepat untuk diterapkan. Distribusi lokasi kejadian gempabumi di Sulawesi-Maluku selama 2009-2018 ditunjukkan pada Gambar 4.1.



Gambar 4.1 Plot *spatial point pattern*: (1) titik bulat hitam adalah episentrum gempabumi di kawasan Sulawesi-Maluku dengan magnitudo di atas 5 selama 10 tahun terakhir (2009-2018), (2) garis biru adalah sesar aktif, (3) garis merah adalah zona subduksi, (4) segitiga merah adalah gunung api.

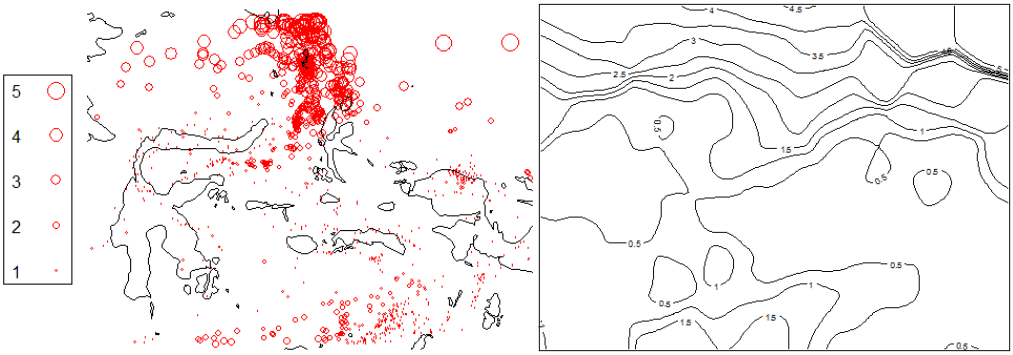
Gambar 4.1 menunjukkan bahwa pola persebaran peristiwa gempabumi di Sulawesi-Maluku cenderung berkelompok pada wilayah tertentu. Hal ini juga didukung oleh *contour* plot pada Gambar 4.2 yang menunjukkan bahwa semakin besar nilai pada garis *contour* mengindikasikan episentrum gempabumi semakin padat. Gempabumi bumi yang terjadi di sekitar zona subduksi dan gunung api memiliki intensitas yang besar, sedangkan kejadian gempabumi pada sekitar kawasan sesar aktif memiliki intensitas yang kecil. Berdasarkan plot *spatial point pattern*, secara grafis dapat diketahui bahwa pola persebaran gempabumi di Sulawesi-Maluku tidak menyebar secara random melainkan cenderung membentuk *cluster* sehingga asumsi *Completely Spatial Randomness* (CSR) pada model Poisson Process tidak terpenuhi. Dengan demikian, model Poisson Process kurang tepat untuk diterapkan pada kasus gempabumi di Sulawesi-Maluku sehingga diperlukan modifikasi model yang dapat mengakomodir pola *cluster* yaitu *Mixture Poisson Process* dan *Log-Gaussian Cox process* model.



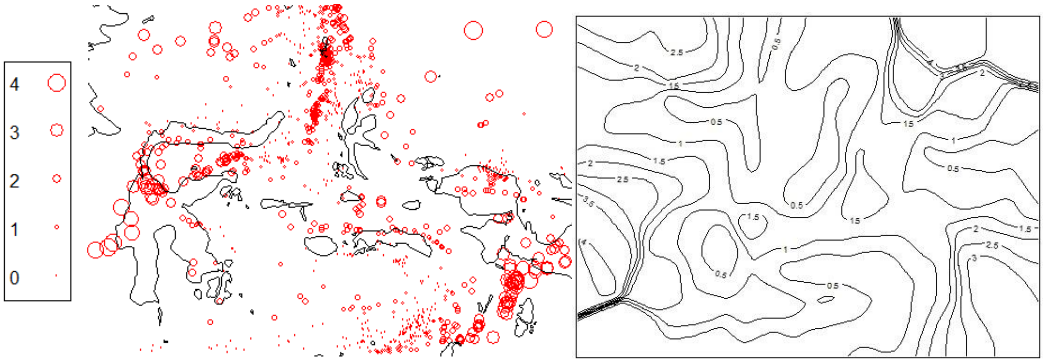
Gambar 4.2 *Contour* intensitas peristiwa gempabumi di Sulawesi-Maluku tahun 2009-2018

Model intensitas gempabumi melibat tiga *covariate* yang melibatkan sesar aktif, zona subduksi, dan gunung api. Karakteristik dari setiap *covariate* ditunjukkan pada Gambar 4.3, Gambar 4.4, dan Gambar 4.5. Jarak terjauh episentrum gempabumi dengan sesar aktif terdekat sebesar 5° atau setara dengan 555 km (lihat Gambar 4.3). Sebagian besar jarak episentrum gempabumi ke sesar aktif terdekat memiliki nilai yang besar pada kawasan ujung atas kepulauan Sulawesi-Maluku. Sedangkan, sebagian besar jarak episentrum gempabumi ke

sesar aktif terdekat bernilai kecil pada kawasan tengah kepulauan Sulawesi-Maluku. Hal ini sejalan dengan plot *point pattern* pada Gambar 4.1 bahwa daerah tengah kepulauan memiliki kepadatan sesar aktif yang cukup tinggi dimana intensitas gempabumi cenderung kecil.



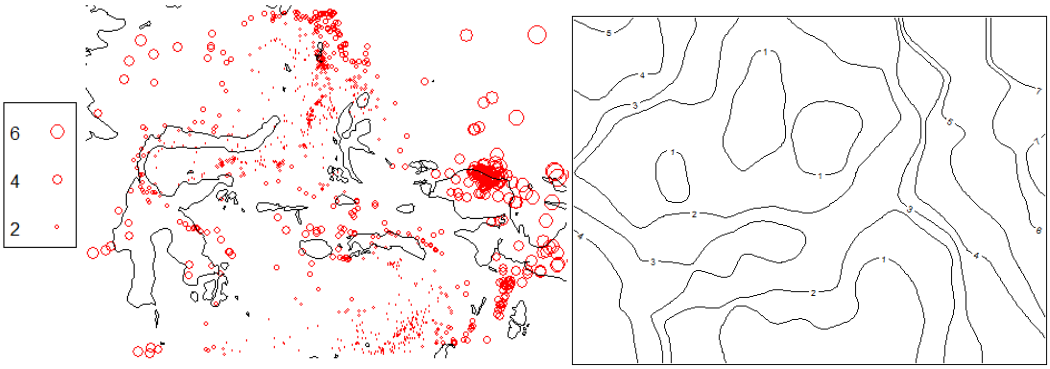
Gambar 4.3 Karakteristik *covariate* jarak episentrum gempabumi ke sesar aktif terdekat dalam 1° = ±111km: Plot *pattern* (Kiri), dan *Contour* (Kanan)



Gambar 4.4 Karakteristik *covariate* jarak episentrum gempabumi ke zona subduksi terdekat dalam 1° = ±111km: Plot *pattern* (Kiri), dan *Contour* (Kanan)

Pada faktor geologis zona subduksi, jarak terjauh bernilai sebesar 4° atau setara dengan 444 km (lihat Gambar 4.4). Sebagian besar jarak episentrum gempabumi ke zona subduksi terdekat bernilai besar pada kawasan daerah daratan pulau Sulawesi dan ujung kanan bawah kepulauan Maluku. Sedangkan sebagian besar jarak episentrum gempabumi ke zona subduksi terdekat memiliki nilai yang kecil pada kawasan kiri bawah kepulauan Sulawesi-Maluku, dan pada daerah laut antara pulau Sulawesi dan kepulauan Maluku. Hal ini sejalan dengan plot *point pattern* pada Gambar 4.1 bahwa zona subduksi dengan kepadatan yang tinggi terdapat pada daerah ujung kiri bawah sampai daerah laut antar Sulawesi dan

kepulauan Maluku. Pada daerah zona subduksi ini intensitas terjadinya gempabumi sangat besar.



Gambar 4.5 Karakteristik *covariate* jarak episentrum gempabumi ke zona subduksi terdekat dalam $1^o = \pm 111$km: Plot *pattern* (Kiri), dan *Contour* (Kanan)

Pada faktor geologis gunung api, jarak terjauh bernilai sebesar 6° atau setara dengan 666 km dimana dapat dilihat pada Gambar 4.5. Sebagian besar jarak episentrum gempabumi ke gunung api terdekat bernilai besar pada kawasan sebelah kanan kepulauan Sulawesi-Maluku. Sedangkan sebagian besar jarak episentrum gempabumi ke gunung api terdekat memiliki nilai yang kecil pada kawasan ujung bawah kepulauan Sulawesi-Maluku, dan pada daerah laut antara pulau Sulawesi dan kepulauan Maluku. Hal ini sejalan dengan plot *point pattern* pada Gambar 4.1 bahwa gunung api dengan kepadatan yang tinggi terdapat pada daerah ujung bawah dan daerah laut bagian atas antara Sulawesi dan kepulauan Maluku. Pada daerah sekitar gunung api ini intensitas terjadinya gempabumi juga sangat besar.

4.1.2 Uji Asumsi Poisson Process Model

Pengujian asumsi model Poisson Process dilakukan agar diperoleh model intensitas gempabumi yang tepat. Model Poisson Process baik diterapkan jika memenuhi tiga asumsi CSR yaitu homogenitas, independensi, dan berdistribusi Poisson. Ketiga pengujian asumsi tersebut dipaparkan pada subab berikut.

1) Uji Asumsi Homogenitas

Pengujian asumsi ini dilakukan untuk mengetahui apakah intensitas gempabumi di Sulawesi-Maluku homogen atau tidak. Homogenitas intensitas gempabumi dilakukan dengan uji *Chi-square* dengan pendekatan metode *quadrature* yaitu membagi *window* observasi menjadi beberapa bagian (grid). Pada

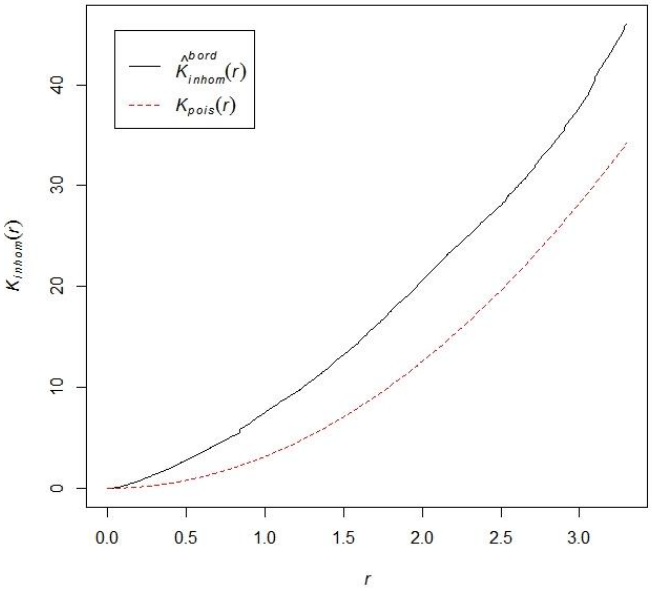
kasus ini dibagi menjadi 104 grid yang mendekati jumlah kabupaten dan kota di Sulawesi-Maluku dengan hipotesis yang telah dituliskan pada subab 2.2.

Statistik uji *Chi-square* yang diperoleh sebesar 2653 dengan derajat bebas 103 lebih besar daripada titik kritis (α = 0,05) sebesar 127,69 sehingga tolak H_0. Selain itu, pengujian yang dilakukan diperoleh *p-value* sebesar <0,001 ($2,2 \times 10^{-16}$) lebih kecil daripada α (0,05) sehingga menghasilkan keputusan yang sama yaitu tolak H_0. Dengan demikian, intensitas gempabumi di Sulawesi-Maluku tidak homogen sehingga asumsi homogenitas tidak terpenuhi.

2) Uji Asumsi Independensi

Independensi antar *point* merupakan asumsi kedua yang harus dipenuhi dalam model *Poisson Process*. Pengujian asumsi independensi spasial antar *point* dalam model *spatial point process* menggunakan *K-function*. Hasil analisa ini memberi informasi mengenai pola *point pattern* apakah berpola teratur (*regular*), independen (*completely spatial random*), atau bergerombol (*cluster*). Kesesuaian pembentukan model gempabumi sangat berkaitan dengan ketepatan dalam menentukan pola *point pattern*. Secara grafis, *K-function* yang dihasilkan dalam analisa gempabumi di Sulawesi-Maluku ditunjukkan pada Gambar 4.6.

K-function pada Gambar 4.6 menjelaskan bahwa *point* gempabumi di Sulawesi-Maluku tidak independen melainkan adanya pengaruh antar *point*. Hal tersebut ditunjukkan pada garis koreksi *inhomogeneous K-function* (K_{inhom}) berada di atas garis koreksi model Poisson (K_{pois}). Jika garis K_{inhom} sejajar dengan K_{pois} maka *point pattern* berpola independen. Namun, jika posisi garis K_{inhom} di atas K_{pois} maka *point pattern* berpola *cluster* sebaliknya jika garis K_{inhom} di bawah K_{pois} menunjukkan pola *regular*. Berdasarkan teori yang dijelaskan sebelumnya, gempabumi di Sulawesi-Maluku berpola *cluster*. Dengan demikian, asumsi independensi tidak terpenuhi sehingga model *Poisson Process* kurang tepat untuk diterapkan.



Gambar 4.6 *Inhomogenenous K-function* untuk pengujian asumsi independensi spasial antar *point* gempabumi di Sulawesi-Maluku

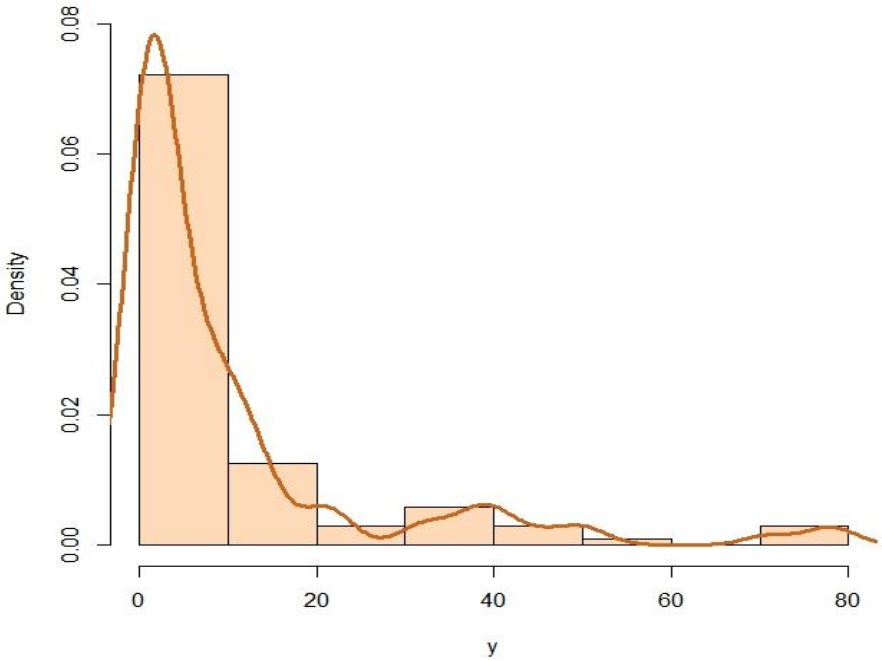
3) Uji Asumsi Distribusi Poisson

Uji kesesuaian distribusi Poisson dilakukan dengan uji Anderson-Darling. Data peristiwa gempabumi hasil *quadrature* (membagi menjadi beberapa grid berbentuk persegi) sebanyak 104 wilayah di Sulawesi-Maluku diuji apakah mengikuti distribusi Poisson atau tidak dengan hipotesis yang telah dituliskan pada subab 2.4.

Hasil uji Anderson-Darling diperoleh *p-value* sebesar 0,0006 yang berarti lebih kecil dibanding α (0,05) sehingga tolak H_0. Hal tersebut menunjukkan bahwa gempabumi yang di Sulawesi-Maluku yang dibagi menjadi 104 grid tidak mengikuti distribusi Poisson. Dengan demikian, asumsi ketiga dari model *Poisson Process* tidak terpenuhi. Berdasarkan ketiga pengujian asumsi yang telah dilakukan, semua hasil menunjukkan tidak terpenuhinya asumsi sehingga model *Poisson Process* kurang tepat diterapkan untuk memodelkan intensitas gempabumi di Sulawesi-Maluku. Oleh karena itu, modifikasi model *Poisson Process* seperti *Mixture Poisson Process* diterapkan pada penelitian ini. Sebelum melakukan pemodelan, diperlukan deteksi *mixture distribution* untuk mengetahui banyak komponen *mixture* yang tepat.

4.1.3 Deteksi Mixture Model

Model *Mixture Poisson Process* dikembangkan sebagai salah satu alternatif jika model *Poisson Process* kurang sesuai untuk digunakan. Sebelum melakukan pemodelan, deteksi model *mixture* diperlukan untuk mengetahui apakah data yang dianalisis memiliki pola bimodal (lebih dari satu pola) atau tidak. Deteksi model *mixture* secara deskriptif dapat dilihat dari histrogram densitas tiap grid intensitas gempabumi di Sulawesi-Maluku yang ditunjukkan pada Gambar 4.7.



Gambar 4.7 Histrogram intensitas gempabumi di Sulawesi-Maluku M≥5 selama sepuluh tahun terakhir 2009 - 2018

Gambar 4.7 menunjukkan bahwa banyak peristiwa gempabumi di Sulawesi-Maluku memiliki pola yang lebih dari satu (bimodal). Secara grafis, intensitas gempabumi kurang dari 20 lebih dominan dan berpola menurun, sedangkan intensitas gempabumi lebih besar dari 20 lebih sedikit, berpola yang fluktuatif, mengalami penurunan pada angka 50, dan meningkat kembali pada angka 70. Untuk memperkuat adanya model *mixture* dilakukan deteksi dengan program *Mathematica* melalui uji kesesuaian distribusi *Cramer Von Mises* (CVM) yang dijelaskan pada Tabel 4.1.

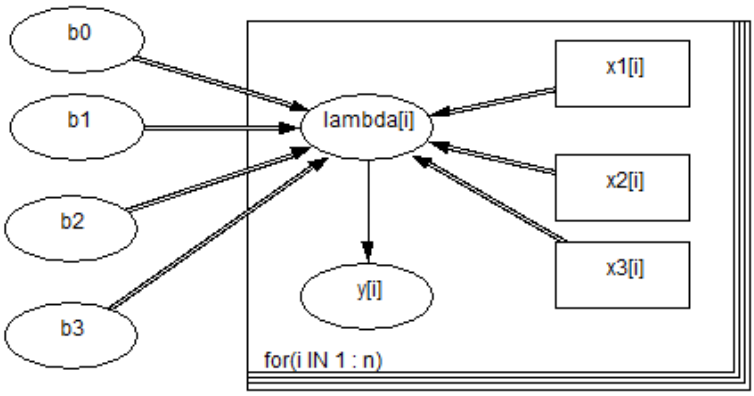
Tabel 4.1 Hasil Deteksi Model *Mixture* dengan menggunakan Program *Mathematica*

Mixture Distribution	Proporsi	Parameter	*p-value* dari uji CVM
Poisson	0,632	2,067	0,163
Poisson	0,368	16,836	

Hasil deteksi *mixture* diketahui bahwa terdapat dua distribusi komponen *mixture* distribusi Poisson dengan paramater λ sebesar 2,067 sebanyak 63,2%, sedangkan distribusi Poisson dengan paramater λ sebesar 16,836 sebanyak 36,8%. Hal ini menunjukkan bahwa gempabumi dengan intensitas kecil dengan proporsi 0,632 dan gempabumi dengan intensitas besar dengan proporsi 0,368. Penentuan banyak komponen *mixture* ditentukan berdasarkan komponen *mixture* optimal sebanyak 2 yang diperoleh berdasarkan hasil program Mathematica. Hipotesis penyusun pengujian dijelaskan pada subab 2.4. Berdasarkan uji kesesuain distribusi CVM diperoleh *p-value* sebesar 0,163 > α (0,05) sehingga gagal tolak H_0. Hal ini menunjukkan bahwa model *mixture* dengan dua komponen distribusi Poisson sudah sesuai.

4.2 Estimasi Paramater Poisson Process Model

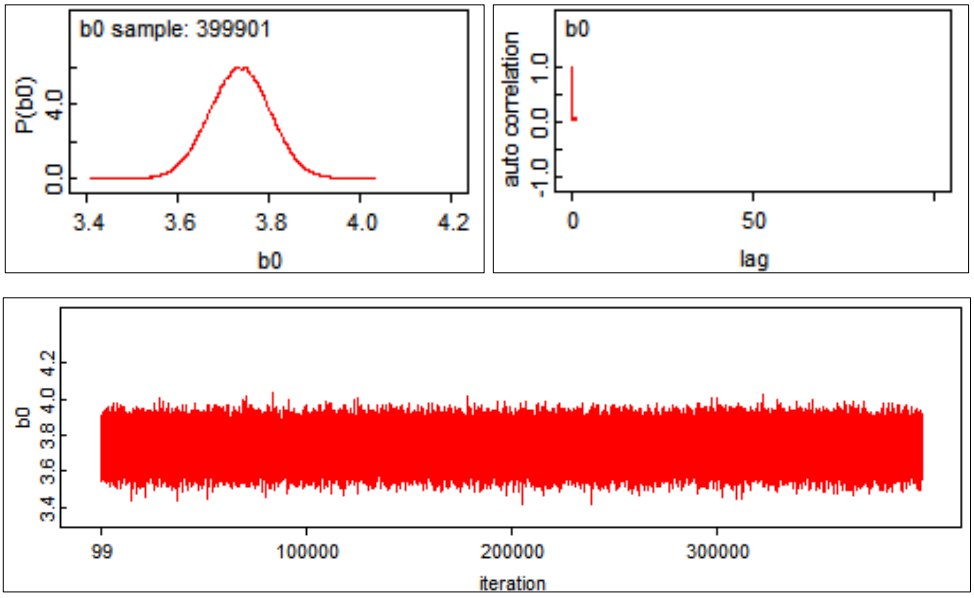
Pemodelan intensitas gempabumi *Poisson Process* diestimasi dengan Bayesian yang diimplementasikan algoritmanya ke dalam *software* WinBUGS. Sebelum melakukan estimasi parameter model, *Directed Acyclic Graph* (DAG) dibentuk yang memuat struktur parameter *Poisson Process* model ditunjukkan pada Gambar 4.8.



Gambar 4.8 *Directed Acyclic Graph* (DAG) Model Poisson Process pada program WinBUGS

Struktur parameter model *Poisson Process* yang ditunjukkan pada DAG terdiri dari beberapa variabel dan parameter yang saling berkaitan. Variabel respon

y[i] berdistribusi Poisson diperoleh dari log lambda[i] dimana terbentuk dari λ[i] = exp(b0+b1*x1[i]+b2*x2[i]+b3*x3[i]). Estimasi parameter model menggunakan metode Bayes sehingga diperlukan penentuan distribusi *prior*. Pada penelitian ini, *pseudo prior* yaitu dari hasil *frequentist* digunakan sebagai *initial value* distribusi *prior* dalam estimasi parameter. Nilai *initial value prior* diperoleh dari hasil pemodelan intensitas gempabumi dengan pendekatan *Gerenalized Linear Models* (GLMs) menggunakan program R dimana kode dan hasilnya dituliskan pada Lampiran IIa. Selanjutnya, *prior* untuk setiap parameter β di-set berdistribusi normal dengan mean dan varians dari hasil *initial value prior* dimana varians yang diinputkan adalah invers dari varians hasil GLMs sebagai bentuk pseudo prior.



Gambar 4.9 Plot hasil pembangkitan sampel pada proses estimasi model *Poisson Process* dengan menggunakan Bayes MCMC: (1) *Posterior density* (kiri atas), (2) *Autocorrelation* (kanan atas), dan (3) *history plot* (bawah).

Proses pembangkitan sampel pada estimasi parameter Bayes diperoleh dari distribusi posterior dengan menggunakan pendekatan *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC) dan *Gibss Sampling* dimana hasil yang diperoleh dikatakan baik ketika bersifat *ergodic* yaitu memenuhi kriteria *irreducible*, *aperiodic* dan *recurrent*. Kebaikan model Bayesian yang diperoleh dapat diketahui dari hasil *kernel density*, *autocorrelation function*, dan *history plot* yang ditunjukkan pada Gambar 4.9 untuk parameter β_0 dan Lampiran IIc untuk semua parameter model yang diestimasi. Pada

hasil *history plot* process MCMC dapat diketahui bahwa sudah stasioner dan random. Selain itu, *history plot* cenderung sudah rapat dan *fastly mixing* bertujuan dapat menangkap semua kemungkinan nilai parameter sehingga kriteria *irreducible* terpenuhi. Selanjutnya, kriteria *aperiodic* juga terpenuhi berdasarkan nilai yang dibangkitkan dilihat dari *history plot* dimana tidak menunjukkan adanya keperiodikan tertentu. Pada kriteria ketiga, *recurrent* juga telah terpenuhi dilihat dari *history plot* proses iterasi MCMC yang menunjukkan bahwa kemungkinan nilai parameter yang dibangkitkan pada state-*i* akan kembali ke state-*i*.

Autocorrelation function plot pada Gambar 4.9 menunjukkan bahwa tidak terdapat autokorelasi sehingga tidak terdapat pengaruh periode waktu pada data yang dimodelkan. Selain itu, pada hasil *posterior density* pada Gambar 4.9 diketahui bahwa *posterior density* hasil estimasi parameter model sudah mengikuti distribusi setiap parameter model yang dibangkitkan yaitu semua parameter β sudah berdistribusi Normal. Berdasarkan beberapa kriteria di atas, dapat dikatakan bahwa sifat *ergodic* pada hasil estimasi parameter model Poisson Process dengan pendekatan Bayes telah terpenuhi. Hasil estimasi parameter model *Poisson Process* intensitas gempabumi ditunjukkan pada Tabel 4.2.

Tabel 4.2.Hasil Estimasi Parameter Bayes Model *Poisson Process* Intensitas Gempabumi di Sulawesi-Maluku tahun 2009-2018 dengan menggunakan metode MCMC dan *Gibbs Sampling*.

Estimasi Parameter	Mean	Exp (Mean)	Standar Deviasi	2,5%	97,5%	Signifikansi
$\hat{\beta}_0$	3,736	41,930	0.067	3,605	3,866	Signifikan
$\hat{\beta}_1$	0,155	1,168	0,023	0,110	0,200	Signifikan
$\hat{\beta}_2$	-0,904	0,405	0,063	-1,027	-1,780	Signifikan
$\hat{\beta}_3$	-0,346	0,708	0,025	-0,394	-0,298	Signifikan

Tabel 4.2 menunjukkan bahwa semua parameter model dengan rentang *credibel interval* 2,5% sampai 97,5% tidak melewati nilai nol sehingga semua *covariate* berpengaruh signifikan terhadap intensitas gempabumi di Sulawesi-Maluku. Model Poisson Process intensitas gempabumi yang diperoleh dapat ditulis sebagai berikut.

$$\hat{\lambda}(u) = \exp\left(3,736 + 0,155X_1(u) - 0,904X_2(u) - 0,346X_3(u)\right)$$

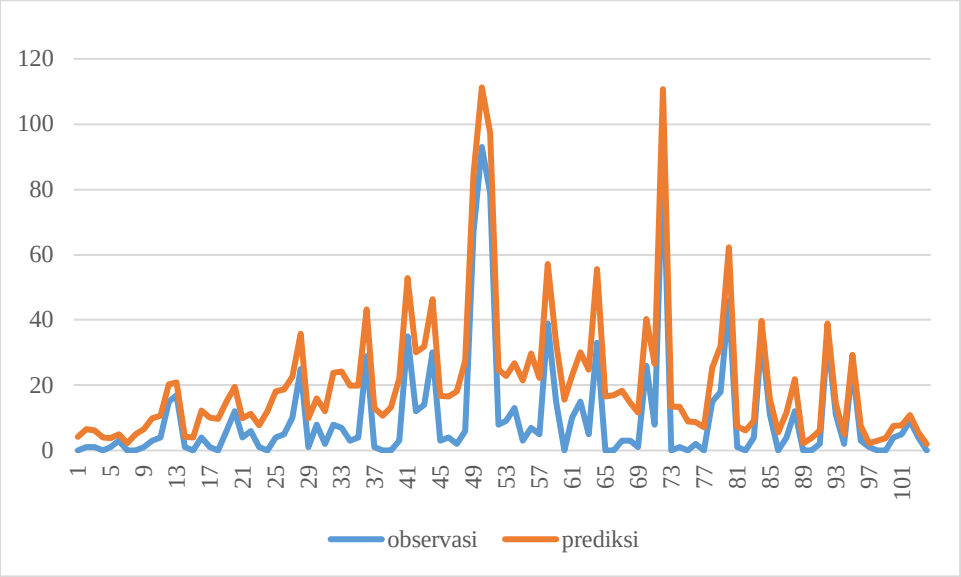
dimana $\hat{\lambda}(u)$ adalah intensitas gempabumi di suatu lokasi *u*, $X_1(u)$ adalah jarak suatu lokasi *u* ke sesar aktif terdekat, $X_2(u)$ adalah jarak suatu lokasi *u* ke zona subduksi terdekat, dan $X_3(u)$ adalah jarak suatu lokasi *u* ke gunung api terdekat. Jarak yang diukur dalam pemodelan dalam satuan derajat koordinat geografis dimana 1° sama dengan ±111 km.

Pada pengaruh *covariate* yang berkaitan dengan sesar aktif, nilai estimasinya sebesar 0,155 bernilai positif menunjukkan bahwa hubungan antara jarak ke sesar aktif terdekat dan intensitas gempabumi bersifat searah, artinya semakin besar jarak terhadap sesar terdekat maka semakin besar pula intensitas gempabumi. Nilai eksponensial estimasi parameter diperoleh sebesar 1,168 menunjukkan bahwa setiap penambahan jarak 1° (±111 km) terhadap sesar aktif terdekat akan meningkatkan intensitas gempabumi sebesar 1,168 kali. Hal ini menunjukkan semakin dekat 1° suatu lokasi dengan sesar aktif maka akan meningkatkan intensitas gempabumi sebesar 1/1,168 = 0,865 kali.

Pada pengaruh *covariate* yang berkaitan dengan zona subduksi, nilai estimasinya sebesar -0,904 bernilai negatif menunjukkan bahwa hubungan antara jarak ke zona subduksi terdekat dan intensitas gempabumi bersifat berkebalikan, artinya semakin besar jarak terhadap zona subduksi terdekat maka semakin kecil intensitas gempabumi. Nilai eksponensial estimasi parameter diperoleh sebesar 0,405 menunjukkan bahwa setiap penambahan jarak 1° (±111 km) terhadap zona subduksi terdekat akan menurunkan intensitas gempabumi sebesar 0,405 kali. Hal ini menunjukkan semakin dekat 1° suatu lokasi dengan zona subduksi maka akan meningkatkan intensitas gempabumi sebesar 1/0,405 = 2,469 kali.

Pada pengaruh *covariate* yang berkaitan dengan gunung api, nilai estimasinya sebesar -0,346 bernilai negatif menunjukkan bahwa hubungan antara jarak ke gunung api terdekat dan intensitas gempabumi bersifat berkebalikan, artinya semakin besar jarak terhadap gunung api terdekat maka semakin kecil intensitas gempabumi. Nilai eksponensial estimasi parameter diperoleh sebesar 0,708 menunjukkan bahwa setiap penambahan jarak 1° (±111 km) terhadap gunung api terdekat akan menurunkan intensitas gempabumi sebesar 0,708 kali. Hal ini

menunjukkan semakin dekat 1° suatu lokasi dengan gunung api maka akan meningkatkan intensitas gempabumi sebesar 1/0,708 = 1,413 kali.



Gambar 4.10 Nilai aktual (observasi) dan prediksi banyak peristiwa gempabumi dengan pemodelan *Poisson process*

Gambar 4.10 menunjukkan bahwa nilai prediksi dari banyak peristiwa gempabumi mendekati nilai observasi banyak peristiwa gempabumi sehingga model *Poisson process* memiliki performa yang cukup baik dalam pemodelkan intensitas gempabumi di suatu lokasi. Perhitungan nilai prediksi diperoleh berdasarkan hasil estimasi parameter model Poisson yang dihasilkan seperti berikut.

- Pengamatan 1

  Pada pengamatan pertama diketahui bahwa nilai X_1 sebesar 2,235, X_2 sebesar 1,714 dan X_3 sebesar 3,167 sehingga diperoleh nilai prediksi yaitu:

  $$\begin{aligned}\hat{\lambda} &= \exp\left(3,736 + 0,155(2,235) - 0,904(1,714) - 0,346(3,167)\right)\\ &= 4,207\end{aligned}$$

- Pengamatan 5

  Pada pengamatan kelima diketahui bahwa nilai X_1 sebesar 0,375, X_2 sebesar 2,321 dan X_3 sebesar 1,995 sehingga diperoleh nilai prediksi yaitu:

  $$\begin{aligned}\hat{\lambda} &= \exp\left(3,736 + 0,155(0,375) - 0,904(2,321) - 0,346(1,995)\right)\\ &= 2,733\end{aligned}$$

- $\vdots$

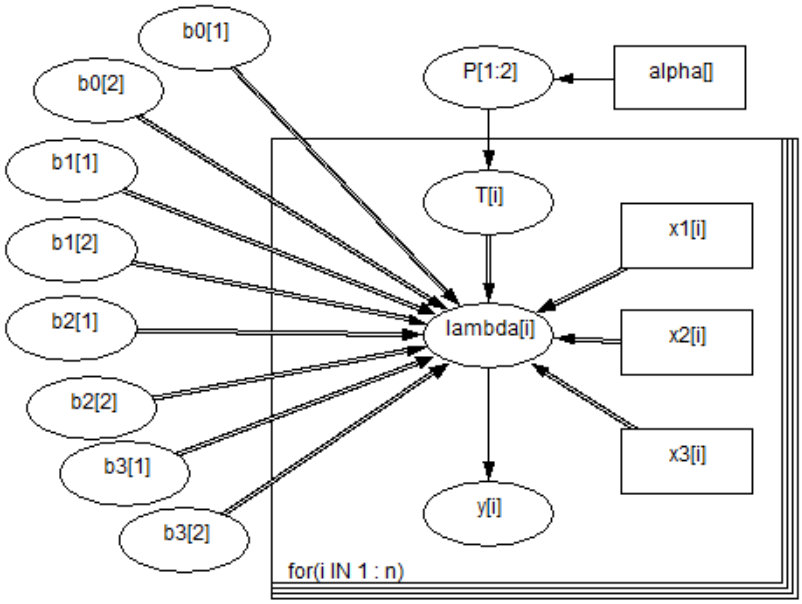
- Pengamatan 104

  Pada pengamatan 104 diketahui bahwa nilai X_1 sebesar 0,277, X_2 sebesar 2,267 dan X_3 sebesar 3,085 sehingga diperoleh nilai prediksi yaitu:

$$\hat{\lambda} = \exp\left(3,736 + 0,155(0,277) - 0,904(2,267) - 0,346(3,085)\right)$$
$$= 1,939$$

4.3 Estimasi Parameter Model *Mixture Poisson Process*

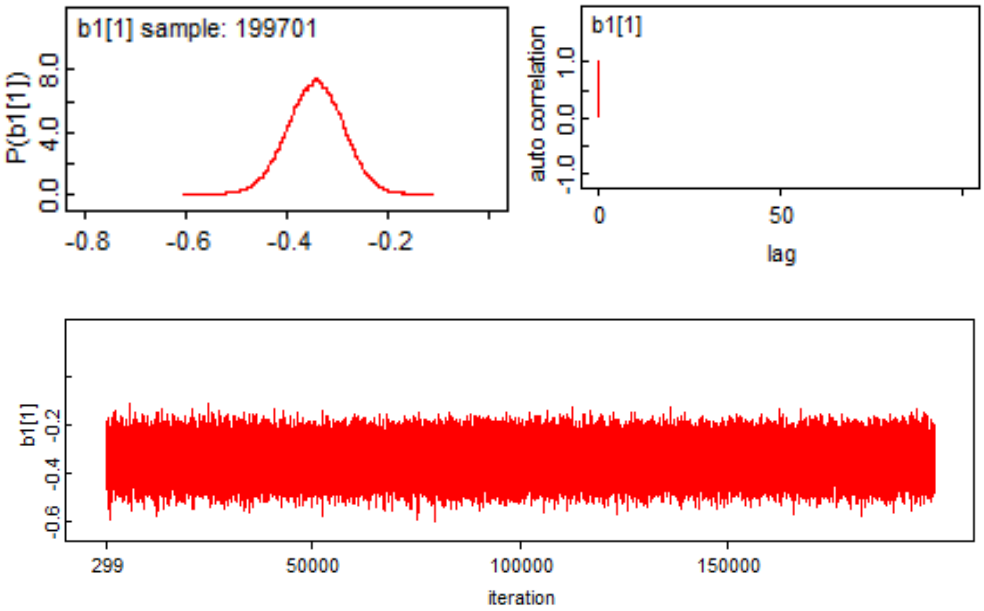
Pemodelan intensitas gempabumi di Sulawesi-Maluku juga dilakukan dengan *Mixture Poisson Process* sebagai model alternatif karena tidak terpenuhinya asumsi CSR seperti yang telah dijelaskan pada sub bab 4.1. Estimasi parameter model *mixture* menggunakan pendekatan Bayes dengan MCMC dan *gibbs sampling*. Tahapan estimasi parameter model *mixture* dilakukan menggunakan program WinBUGS dimana DAG yang disusun ditunjukkan pada Gambar 4.11.



Gambar 4.11 *Directed Acyclic Graph* (DAG) Model *Mixture Poisson Process* pada program WinBUGS

Struktur parameter model *Mixture Poisson Process* pada Gambar 4.11 terdiri dari beberapa variabel dan parameter yang saling berkaitan. Variabel respon y[i] berdistribusi Poisson diperoleh dari log lambda[i] dimana terbentuk dari

λ[i] = exp(b0[T[i]]+b1[T[i]]*x1[i]+b2[T[i]]*x2[i]+b3[T[i]]*x3[i]).



Gambar 4.12 Plot hasil pembangkitan sampel pada proses estimasi model *Mixture Poisson Process* dengan menggunakan Bayes MCMC: (1) *Posterior density* (kiri atas), (2) *Autocorrelation* (kanan atas), dan (3) *history plot* (bawah).

Penentuan distribusi *prior* pada penelitian ini menggunakan *pseudo prior*. *Prior* ini diperoleh dari hasil *frequentist* dan digunakan sebagai *initial value* distribusi *prior* dalam proses estimasi parameter. Hasil pemodelan intensitas gempabumi melalui *Generalized Linear Models* (GLMs) sebagai *initial value prior* dimana pemodelan dilakukan menggunakan program R. Setelah menentukan *initial value*, *prior* untuk setiap parameter β di-set berdistribusi berdistribusi Normal dengan mean dan varians hasil estimasi GLMs dimana varians yang diinputkan adalah invers dari nilai varians yang diperoleh yang ditunjukkan pada lampiran IIb.

Kebaikan model dengan pendekatan Bayes yang diperoleh dapat diketahui dari hasil *kernel density*, *autocorrelation function*, dan *history plot* yang ditunjukkan pada Gambar 4.12 untuk parameter β_{11} dan Lampiran IId untuk semua parameter model *mixture* yang diestimasi. Pada hasil *history plot* dapat diketahui bahwa sudah stasioner dan random. Selain itu, *history plot* cenderung sudah rapat dan *fastly mixing* yang bertujuan untuk menangkap semua kemungkinan nilai parameter sehingga kriteria *irreducible* terpenuhi. Selanjutnya, kriteria *aperiodic* juga telah terpenuhi berdasarkan nilai sampel yang dibangkitkan pada *history plot* tidak menunjukkan adanya keperiodikan tertentu. Pada kriteria ketiga, *recurrent* juga telah terpenuhi karena pada *history plot* proses iterasi MCMC menunjukkan

kemungkinan nilai parameter yang dibangkitkan pada state-*i* akan kembali ke state-*i*.

Autocorrelation function plot pada Gambar 4.12 menunjukkan bahwa tidak terdapat autokorelasi sehingga tidak terdapat pengaruh periode waktu pada data yang dimodelkan. Selain itu, pada hasil *posterior density* pada Gambar 4.12 diketahui bahwa densitas *posterior* hasil estimasi parameter model sudah mengikuti distribusi setiap parameter model yang dibangkitkan yaitu semua parameter β sudah berdistribusi Normal. Berdasarkan beberapa kriteria di atas, dapat dikatakan bahwa sifat *ergodic* pada hasil estimasi parameter model *Mixture Poisson Process* dengan pendekatan Bayes telah terpenuhi. Hasil estimasi parameter model *Mixture Poisson Process* intensitas gempabumi ditunjukkan pada Tabel 4.3.

Tabel 4.3 Hasil Estimasi Parameter Model *Mixture Poisson Process* Intensitas Gempabumi di Sulawesi-Maluku tahun 2009-2018 dengan menggunakan metode MCMC dan *Gibbs Sampling*.

Estimasi Parameter	Mean	Exp (Mean)	Standar Deviasi	2,5%	97,5%	Signifikansi
$\hat{\pi}_1$	0,840	2,316	0,036	0,763	0,903	Signifikan
$\hat{\pi}_2$	0,160	1,174	0,036	0,097	0,236	Signifikan
$\hat{\beta}_{01}$	3,153	23,406	0,139	2,880	3,423	Signifikan
$\hat{\beta}_{11}$	-0,344	0,709	0,055	-0,453	-0,238	Signifikan
$\hat{\beta}_{21}$	-0,449	0,638	0,100	-0,649	-0,254	Signifikan
$\hat{\beta}_{31}$	-0,389	0,678	0,052	-0,492	-0,289	Signifikan
$\hat{\beta}_{02}$	4,433	84,184	0,112	4,213	4,651	Signifikan
$\hat{\beta}_{12}$	0,200	1,221	0,143	0,127	0,257	Signifikan
$\hat{\beta}_{22}$	-0,908	0,403	0,124	-1,151	-0,667	Signifikan
$\hat{\beta}_{32}$	-0,096	0,908	0,029	-0,153	-0,040	Signifikan

Model *mixture Poisson process* yang diperoleh adalah:

$$\hat{\lambda}(u) = \exp\Big(0,84\left[3,153 - 0,344X_1(u) - 0,449X_2(u) - 0,389X_3(u)\right] \\ +0,16\left[4,433 + 0,200X_1(u) - 0,908X_2(u) - 0,096X_3(u)\right]\Big)$$

Hasil estimasi parameter model *mixture* pada Tabel 4.3 menunjukkan bahwa semua *covariate* memiliki pengaruh yang signifikan terhadap intensitas terjadinya gempabumi di Sulawesi-Maluku. Hal ini dapat dilihat pada nilai semua *credible interval* yang tidak melewati nilai nol sehingga semua parameter memiliki pengaruh yang signifikan. Komponen *mixture* pertama yaitu gempabumi dengan intensitas kecil lebih dominan dibanding intensitas yang besar (komponen *mixture*

kedua). Gempabumi dengan intensitas kecil (≤18) yang terjadi di kawasan Sulawesi-Maluku dengan proposi 0,84 (84%), sedangkan gempabumi dengan intensitas besar (>18) dengan proposi 0,16 (16%).

Pada intensitas kecil, peristiwa gempabumi dipengaruhi oleh jarak terhadap sesar aktif, zona subduksi, dan gunung api terdekat. Nilai estimasi parameter jarak episentrum terhadap sesar aktif terdekat sebesar -0,344 bernilai negatif menunjukkan bahwa hubungan antara jarak ke sesar aktif terdekat dan intensitas gempabumi bersifat berkebalikan, artinya semakin besar jarak terhadap sesar aktif terdekat maka semakin kecil intensitas gempabumi. Nilai eksponensial estimasi parameter diperoleh sebesar 0,709 menunjukkan bahwa setiap penambahan jarak 1° (±111 km) terhadap sesar aktif terdekat akan meningkatkan intensitas gempabumi sebesar 0,709 kali.

Sedangkan, pada intensitas besar, nilai estimasi parameter sesar sebesar 0,200 bernilai positif menunjukkan bahwa hubungan antara jarak ke sesar aktif terdekat dan intensitas gempabumi bersifat searah, artinya semakin besar jarak terhadap sesar aktif terdekat maka semakin besar pula intensitas gempabumi. Nilai eksponensial estimasi parameter diperoleh sebesar 1,221 menunjukkan bahwa setiap penambahan jarak 1° (±111 km) terhadap sesar aktif terdekat akan meningkatkan intensitas gempabumi sebesar 1,221 kali. Hal ini menunjukkan semakin dekat suatu lokasi dengan sesar aktif maka akan menurunkan intensitas gempabumi.

Perbedaan pengaruh pada sesar aktif pada gempabumi dengan intensitas kecil dan besar ini dikarenakan sesuai dengan pola persebaran peristiwa gempabumi pada Gambar 4.1 diketahui bahwa gempabumi dengan intensitas besar sebagian besar terjadi di daerah sekitar zona subduksi dan gunung api. Akan tetapi, pada daerah sekitar sesar aktif hanya terdapat beberapa peristiwa gempabumi sehingga gempabumi dengan intensitas kecil secara signifikan dipengaruhi oleh jarak terhadap sesar aktif terdekat, sedangkan gempabumi dengan intensitas besar secara signifikan tidak dipengaruhi oleh sesar aktif.

Hasil pengaruh sesar aktif pada gempabumi dengan intensitas besar bertolak belakang dengan penelitian sebelumnya yang telah dilakukan oleh Luo, dkk (2019) dan Liu, dkk (2019) yang menyatakan bahwa sesar berpotensi memicu gempabumi

lebih besar dari magnitudo 7,8 atau memicu gempabumi berkelompok pada periode tertentu di Altyn Tagh China dan gempa susulan berkembang secara sistematis dari waktu ke waktu sepanjang sesar di Menyuan, Qinghai, China. Perbedaan ini kemungkinan terjadi karena perbedaan struktur lempeng tektonik antara Sulawesi-Maluku dan China. Struktur lempeng tektonik di Sulawesi-Maluku lebih didominasi oleh penunjaman lempeng atau zona subduksi dan gunung api yang dapat dilihat pada Gambar 4.1. Selain itu, Sulawesi-Maluku merupakan wilayah yang dilalui oleh cincin api Pasifik yang aktif sehingga gempabumi banyak terjadi di sekitar zona subduksi dan gunung api seperti pada Gambar 4.1.

Pada *covariate* berkaitan dengan zona subduksi dan gempabumi dengan intensitas kecil, estimasi parameter yang diperoleh sebesar -0,449 bernilai negatif dan nilai eksponensial estimasi parameternya sebesar 0,639 menunjukkan bahwa setiap penambahan jarak 1° (±111 km) terhadap zona subduksi akan menurunkan intensitas gempabumi sebesar 0,639 kali. Selain itu, pada intensitas gempabumi yang besar, estimasi parameter yang diperoleh sebesar -0,908 bernilai negatif dan nilai eksponensial estimasi parameternya sebesar 0,403 menunjukkan bahwa setiap penambahan jarak 1° (±111 km) terhadap zona subduksi akan menurunkan intensitas gempabumi sebesar 0,403 kali. Hal ini menunjukkan bahwa semakin dekat suatu lokasi dengan zona subduksi akan meningkatkan intensitas gempabumi. Hasil ini sejalan dengan penelitian yang telah dilakukan oleh Novelo-Casanova dan Alvarez-Moctezuma (1995) yang menemukan bahwa sepanjang zona subduksi memiliki probabilitas kejadian gempabumi yang lebih tinggi dan Ruff (1989) juga mengemukakan bahwa sebagian besar gempabumi terbesar terjadi di zona subduksi.

Pada *covariate* berkaitan dengan gunung api dan gempabumi dengan intensitas kecil, estimasi parameter yang diperoleh sebesar -0,389 bernilai negatif dan nilai eksponensial estimasi parameternya sebesar 0,678 menunjukkan bahwa setiap penambahan jarak 1° (±111 km) terhadap gunung api akan menurunkan intensitas gempabumi sebesar 0,678 kali. Selain itu, pada intensitas gempabumi yang besar, estimasi parameter yang diperoleh sebesar -0,096 bernilai negatif dan nilai eksponensial estimasi parameternya sebesar 0,908 menunjukkan bahwa setiap penambahan jarak 1° (±111 km) terhadap gunung api akan menurunkan intensitas

gempabumi sebesar 0,908 kali. Hal ini menunjukkan bahwa semakin dekat suatu lokasi dengan gunung api akan meningkatkan intensitas gempabumi. Hal ini sejalan dengan penelitian yang telah dilakukan oleh Bilek dan Lay (2018) yang menyatakan bahwa ketika gempabumi besar terjadi akan memicu terjadinya erupsi gunung berapi. Hal tersebut diperkuat berdasarkan sejarah diketahui bahwa letusan gunung berapi terjadi setelah terjadinya gempabumi besar seperti erupsi gunung Pinatubo terjadi setelah gempabumi dengan magnitudo 7,8 di Pilipina. Lemarchdan dan Grasso (2007), dan Eggert dan Walter (2009) mengungkapkan hal serupa yaitu gempabumi merupakan salah tanda atau pemicu terjadinya erupsi gunung berapi.

Gambar 4.13 menunjukkan bahwa nilai prediksi dari banyak peristiwa gempabumi mendekati nilai observasi banyak peristiwa gempabumi sehingga model *mixture Poisson process* memiliki performa yang baik dalam pemodelkan intensitas gempabumi di suatu lokasi. Jika dibandingkan dengan Gambar 4.10 dapat diketahui bahwa nilai prediksi pada pemodelan *mixture Poisson process* lebih mendekati nilai observasi daripada hasil yang ditunjukkan pada model *Poisson process*. Perhitungan nilai prediksi diperoleh berdasarkan hasil estimasi parameter model Poisson yang dihasilkan seperti berikut.

- Pengamatan 1

  Pada pengamatan pertama diketahui bahwa nilai X_1 sebesar 2,235, X_2 sebesar 1,714 dan X_3 sebesar 3,167 sehingga diperoleh nilai prediksi yaitu:

  $$\begin{aligned}\hat{\lambda} &= \exp\Big(0,84\big[3,153-0,344(2,235)-0,449(1,714)-0,389(3,167)\big] \\ &\quad +0,16\big[4,433+0,200(2,235)-0,908(1,714)-0,096(3,167)\big]\Big) \\ &= 2,235\end{aligned}$$

- Pengamatan 5

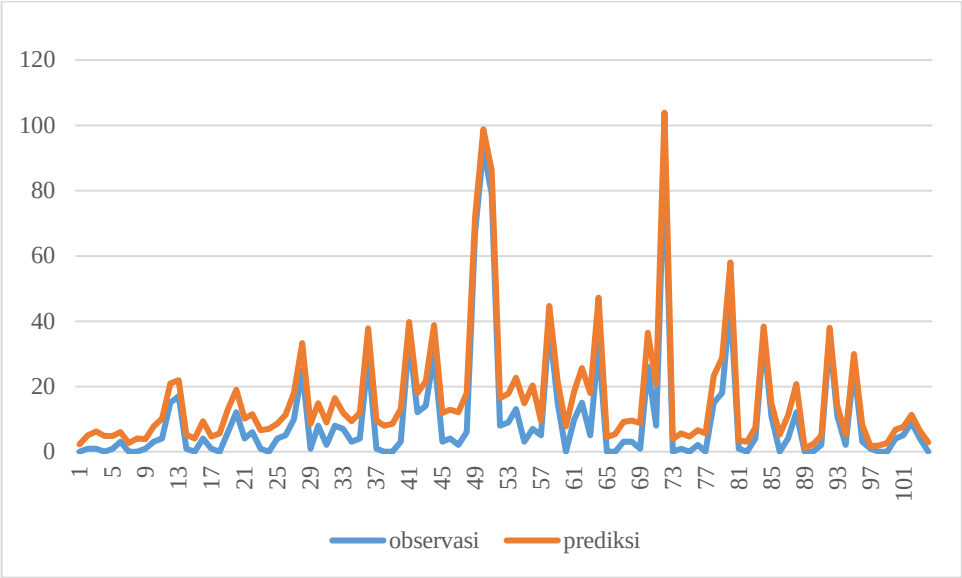
  Pada pengamatan kelima diketahui bahwa nilai X_1 sebesar 0,375, X_2 sebesar 2,321 dan X_3 sebesar 1,995 sehingga diperoleh nilai prediksi yaitu:

  $$\begin{aligned}\hat{\lambda} &= \exp\Big(0,84\big[3,153-0,344(0,375)-0,449(2,321)-0,389(1,995)\big] \\ &\quad +0,16\big[4,433+0,200(0,375)-0,908(2,321)-0,096(1,995)\big]\Big) \\ &= 3,920\end{aligned}$$

- $\vdots$
- Pegamatan 104

Pada pengamatan 104 diketahui bahwa nilai X_1 sebesar 0,277, X_2 sebesar 2,267 dan X_3 sebesar 3,085 sehingga diperoleh nilai prediksi yaitu:

$$\begin{aligned}\hat{\lambda} &= \exp\Big(0,84\big[3,153-0,344(0,277)-0,449(2,267)-0,389(3,085)\big] \\ &\quad +0,16\big[4,433+0,200(0,277)-0,908(2,267)-0,096(3,085)\big]\Big) \\ &= 2,848\end{aligned}$$



Gambar 4.13 Nilai aktual (observasi) dan prediksi banyak peristiwa gempabumi dengan pemodelan *mixture Poisson process*

4.4 Estimasi Parameter Log-Gaussian Cox Process

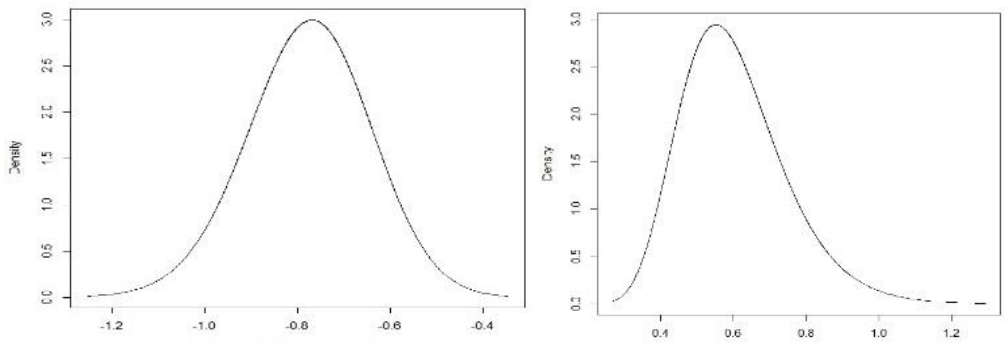
Model LGCP diterapkan pada gempabumi di Sulawesi-Maluku sebagai alternatif model Poisson Process selain *Mixture Poisson Process* dalam mengatasi efek heterogenitas dan *cluster* antar *point*. Estimasi parameter model LGCP dilakukan dengan pendekatan Bayes INLA menggunakan program R-INLA *package* dimana kodenya dituliskan pada lampiran IV. Berbeda dengan MCMC, metode INLA tidak melakukan pembangkitan sampel (simulasi), tetapi dengan pendekatan aproksimasi analitik yaitu penyelesaian integrasi dengan metode Laplace.

Kesesuaian estimasi model pada metode INLA berbeda dengan MCMC sehingga tidak tersedianya plot yang berhubungan pembangkitan sampel. Akan tetapi, hasil estimasi model dengan metode INLA menyediakan plot *density posterior* semua parameter yang diestimasi pada lampiran IIe. Plot density posterior pada Gambar 4.14 sebagai contoh untuk parameter β_0 dan σ^2. Gambar 4.14

menunjukkan bahwa semua densitas *posterior* hasil estimasi parameter model sudah mengikuti distribusi parameter model yaitu semua parameter β berdistribusi Normal dan σ^2 berdistribusi Gamma. Hasil estimasi parameter model LGCP intensitas gempabumi di Sulawesi-Maluku ditunjukkan pada Tabel 4.4.

Tabel 4.4 Hasil estimasi parameter model LGCP intensitas gempabumi di Sulawesi-Maluku dengan pendekatan Bayes INLA

Parameter	Estimasi	Exp (Estimasi)	Standar Deviasi	2,5%	97,5%	Signifikansi
$\hat{\beta}_0$	-0,777	0,460	0,135	-1,049	-0,519	Signifikan
$\hat{\beta}_1$	-1,027	0,358	0,406	-1,908	-0,286	Signifikan
$\hat{\beta}_2$	-0,424	0,654	0,287	-1,032	0,111	Tidak
$\hat{\beta}_3$	-1,006	0,366	0,322	-1,627	-0,331	Signifikan
$\hat{\sigma}^2$	1,658	5,249	0,146	1,064	2,725	Signifikan



Gambar 4.14. Plot *Posterior Density* hasil estimasi parameter model LGCP: *Intercept* β_0 (Kiri), dan *Gaussian process* σ^2 (Kanan)

Hasil estimasi parameter model LGCP pada Tabel 4.4 menunjukkan bahwa jarak episentrum gempabumi ke sesar aktif dan gunung berapi terdekat memiliki pengaruh yang signifikan terhadap intensitas gempabumi, sedangkan jarak episentrum gempabumi dengan zona subduksi terdekat tidak berpengaruh signifikan terhadap intensitas gempabumi. Pada pengaruh *covariate* yang berkaitan dengan sesar aktif, nilai estimasinya sebesar -1,027 bernilai negatif dan nilai eksponensial estimasi parameter diperoleh sebesar 0,358 menunjukkan bahwa setiap penambahan jarak 1° (±111 km) terhadap sesar aktif terdekat akan menurunkan intensitas gempabumi sebesar 0,358 kali. Hal ini menunjukkan semakin dekat suatu lokasi dengan sesar aktif maka akan meningkatkan intensitas gempabumi sebesar 0,358 kali. Pada pengaruh *covariate* yang berkaitan dengan gunung api, estimasi parameter yang diperoleh sebesar -1,006 bernilai negatif dan

nilai eksponensial estimasi parameternya sebesar 0,366 menunjukkan bahwa setiap penambahan jarak 1° (±111 km) terhadap gunung api terdekat akan menurunkan intensitas gempabumi sebesar 0,366 kali. Hal ini menunjukkan bahwa semakin dekat suatu lokasi dengan gunung api akan meningkatkan intensitas gempabumi sebesar 0,366 kali.

Pengaruh jarak episentrum gempabumi dengan zona subduksi terdekat terhadap intensitas gempabumi tidak signifikan sehingga pemodelan LGCP juga dilakukan tanpa melibatkan parameter β_2. Hasil estimasi parameter model LGCP tanpa *covariate* terkait zona subduksi ditunjukkan pada Tabel 4.5.

Tabel 4.5 Hasil estimasi parameter model LGCP tanpa melibatkan jarak episentrum gempabumi terhadap zona subduksi terdekat

Parameter	Estimasi	Exp (Estimasi)	Standar Deviasi	2,5%	97,5%	Signifikansi
$\hat{\beta}_0$	-0,765	0.465	0,135	-1,038	-0,505	Signifikan
$\hat{\beta}_1$	-0,837	0.433	0,393	-1,721	-0,144	Signifikan
$\hat{\beta}_3$	-1,086	0.338	0,316	-1,099	-0,413	Signifikan
$\hat{\sigma}^2$	1,704	5.496	0,148	1,079	2,849	Signifikan

Model LGCP tanpa *covariate* X_2 pada pemodelan intensitas gempabumi di Sulawesi-Maluku adalah

$$\begin{aligned}\hat{\lambda}(u) &= \exp(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_1(u) + \hat{\beta}_3 X_3(u) + \hat{\sigma}^2/2) \\ &= \exp(-0,765 - 0,837 X_1(u) - 1,086 X_3(u) + 1,704/2) \\ &= \exp(0,087 - 0,837 X_1(u) - 1,086 X_3(u))\end{aligned}$$

Hasil estimasi parameter model LGCP pada Tabel 4.5 menunjukkan bahwa jarak episentrum gempabumi dengan sesar aktif dan gunung berapi terdekat memiliki pengaruh yang signifikan terhadap intensitas gempabumi. Pada pengaruh *covariate* yang berkaitan dengan sesar aktif, nilai estimasinya sebesar -0,837 bernilai negatif dan nilai eksponensial estimasi parameter diperoleh sebesar 0, menunjukkan bahwa setiap penambahan jarak 1° (±111 km) terhadap sesar aktif terdekat akan menurunkan intensitas gempabumi sebesar 0,465 kali. Hal ini menunjukkan semakin dekat 1° suatu lokasi dengan sesar aktif maka akan meningkatkan intensitas gempabumi sebesar 1/0,465 = 2,151 kali. Hasil ini sejalan dengan penelitian sebelumnya yang telah dilakukan oleh Luo, dkk (2019) dan Liu, dkk (2019) yang menyatakan bahwa sesar berpotensi memicu gempabumi lebih

besar dari magnitudo 7,8 atau memicu gempabumi berkelompok pada periode tertentu di Altyn Tagh China dan gempa susulan berkembang secara sistematis dari waktu ke waktu sepanjang sesar di Menyuan, Qinghai, China. Selain itu, hasil penelitian ini mengembangkan penelitian sebelumnya yang telah dilakukan oleh oleh Luo, dkk (2019) dan Liu, dkk (2019) yaitu pada penelitian ini dilakukan pemodelan dan eksplorasi efek *covariate* dengan menggunakan pendekatan statistik atau penelitian kuantitatif dimana penelitian sebelumnya menganalisis efek *covariate* dengan pendekatan kualitatif.

Pada pengaruh *covariate* yang berkaitan dengan gunung api, estimasi parameter yang diperoleh sebesar -1,086 bernilai negatif dan nilai eksponensial estimasi parameternya sebesar 0,338 menunjukkan bahwa setiap penambahan jarak 1° (±111 km) terhadap gunung api terdekat akan menurunkan intensitas gempabumi sebesar 0,366 kali. Hal ini menunjukkan bahwa semakin dekat 1° suatu lokasi dengan gunung api akan meningkatkan intensitas gempabumi 1/0,366 = 2,732 kali. Hasil ini sejalan dengan penelitian yang telah dilakukan oleh Bilek dan Lay (2018) yang menyatakan bahwa ketika gempabumi besar terjadi akan memicu terjadinya erupsi gunung berapi. Hal tersebut diperkuat berdasarkan sejarah diketahui bahwa letusan gunung berapi terjadi setelah terjadinya gempabumi besar seperti erupsi gunung Pinatubo terjadi setelah gempabumi dengan magnitudo 7,8 di Pilipina. Lemarchdan dan Grasso (2007), dan Eggert dan Walter (2009) mengungkapkan hal serupa yaitu gempabumi merupakan salah tanda atau pemicu terjadinya erupsi gunung berapi. Hasil penelitian ini dengan menggunakan pendekatan kuantitatif yaitu analisis statistik mengembangkan penelitian sebelumnya yang telah dilakukan oleh Bilek dan Lay (2018), Lemarchdan dan Grasso (2007), dan Eggert dan Walter (2009) dimana pada penelitian sebelumnya menganalisis efek *covariate* dengan pendekatan kualitatif.

Gambar 4.15 menunjukkan bahwa nilai prediksi dari banyak peristiwa gempabumi mendekati nilai observasi banyak peristiwa gempabumi sehingga model *Log-Gaussian Cox process* memiliki performa yang baik dalam pemodelkan intensitas gempabumi di suatu lokasi. Jika dibandingkan dengan Gambar 4.13 dapat diketahui bahwa nilai prediksi pada pemodelan *Log-Gaussian Cox process* mirip dengan hasil yang ditunjukkan pada model *mixture Poisson process.* Perhitungan

nilai prediksi diperoleh berdasarkan hasil estimasi parameter model LGCP yang dihasilkan seperti berikut.

- Pengamatan 1

  Pada pengamatan pertama diketahui bahwa nilai X_1 sebesar 2,235 dan X_3 sebesar 3,167 sehingga diperoleh nilai prediksi yaitu:

  $$\begin{aligned}\hat{\lambda} &= \exp\left(0,087 - 0,837(2,235) - 1,086X_3(3,167)\right)\\ &= 0,539\end{aligned}$$

- Pengamatan 5

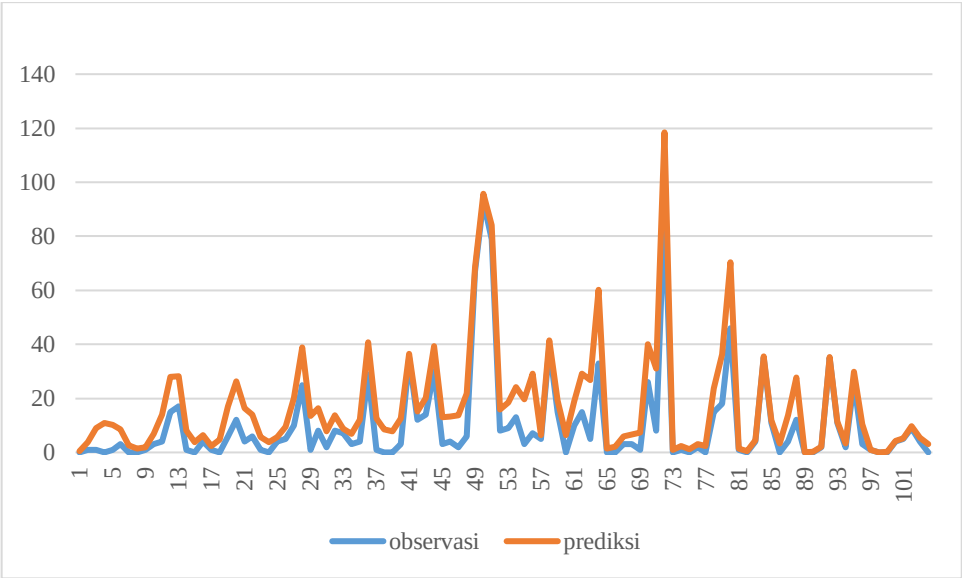
  Pada pengamatan kelima diketahui bahwa nilai X_1 sebesar 0,375 dan X_3 sebesar 1,995 sehingga diperoleh nilai prediksi yaitu:

  $$\begin{aligned}\hat{\lambda} &= \exp\left(0,087 - 0,837(0,375) - 1,086X_3(1,995)\right)\\ &= 9,132\end{aligned}$$

- $\vdots$
- Pengamatan 104

  Pada pengamatan 104 diketahui bahwa nilai X_1 sebesar 0,277 dan X_3 sebesar 3,085 sehingga diperoleh nilai prediksi yaitu:

  $$\begin{aligned}\hat{\lambda} &= \exp\left(0,087 - 0,837(0,277) - 1,086X_3(3,085)\right)\\ &= 3,032\end{aligned}$$



Gambar 4.15. Nilai aktual (observasi) dan prediksi banyak peristiwa gempabumi dengan pemodelan *Log-Gaussian Cox process*

4.5 Pemilihan Model Terbaik

Pemodelan intensitas gempabumi signifikan (magnitudo ≥ 5) di Sulawesi-Maluku selama tahun 2009-2018 menggunakan tiga model *point process* yaitu *Poisson Process*, *Mixture Poisson Process*, dan *Log-Gaussian Cox process*. Setiap estimasi parameter model dengan pendekatan Bayes menghasilkan nilai *Watanabe Akaike Information Criteria* (WAIC) yang digunakan sebagai dasar kebaikan model. Nilai WAIC setiap model intensitas gempabumi ditunjukkan pada Tabel 4.6.

Kriteria model dipilih sebagai model terbaik apabila memiliki nilai WAIC paling kecil. Tabel 4.6 menunjukkan bahwa model *Log-Gaussian Cox process* tanpa *covarite* X_2 memiliki nilai WAIC terkecil dibandingkan dengan ketiga model yang lain. Akan tetapi, nilai WAIC model *Log-Gaussian Cox process* tanpa *covarite* X_2 tidak berbeda jauh dengan model *Log-Gaussian Cox process* dengan selisih sebesar 0,35. Selain itu, nilai WAIC terbesar dimiliki oleh model *Poisson Process* yang menunjukkan kebaikan model *Poisson Process* paling kecil diantara semua model. Jika dibandingkan dengan model *Mixture Poisson Process*, nilai WAIC model *mixture* masih lebih kecil dibanding *Poisson Process* sehingga model *Mixture Poisson Process* memiliki kebaikan model lebih baik dibanding model *Poisson Process*. Dengan demikian, model *Log-Gaussian Cox process* tanpa *covarite* X_2 merupakan model dengan kebaikan paling besar dalam memodelkan intensitas gempabumi signifikan di Sulawesi-Maluku.

Tabel 4.6 Nilai *Watanabe Akaike Information Criteria* pada setiap model intensitas gempabumi di Sulawesi-Maluku

Model	WAIC
Poisson Process	1838,00
Mixture Poisson Process	947,50
Log-Gaussian Cox process	492,24
Log-Gaussian Cox process tanpa *covarite* X_2	491,89

Penurunan nilai WAIC model *Poisson* ke *Mixture Poisson Process* sebanyak hampir dua kali lipat. Penurunan nilai WAIC yang cukup besar menunjukkan model *Mixture Poisson Process* lebih baik dalam memodelkan intensitas gempabumi dibanding Poisson Process karena mampu menangkap efek *inhomogenous* yang ditunjukan oleh keragaman peristiwa gempabumi dengan intensitas kecil dan gempabumi dengan intensitas besar pada suatu lokasi yang dipresentasikan oleh

komponen *mixture*. Selain itu, penurunan nilai WAIC model *Mixture Poisson* ke LGCP juga cukup besar yaitu hampir dua kali lipat. Hal ini menunjukkan model LGCP lebih baik dalam memodelkan intensitas gempabumi dibanding semua model yang lain karena model LGCP dapat menjelaskan atau menangkap efek *cluster* pada intensitas gempabumi.

(*halaman ini sengaja dikosongkan*)

BAB V
PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian pada Bab IV, diperoleh beberapa kesimpulan sebagai berikut.

1. Pola persebaran gempabumi di Sulawesi-Maluku tidak homogen dan independen yaitu cenderung berpola *inhomogeneous cluster* berdasarkan hasil pengujian statistik maupun secara visual sehingga pemodelan *homogeneous Poisson Process* kurang tepat diterapkan.
2. Intensitas gempabumi di Sulawesi-Maluku secara signifikan diperoleh oleh jarak episentrum gempabumi terhadap sesar aktif, zona subduksi, dan gunung api terdekat pada model *Poisson* dan *Mixture Poisson Process*, sedangkan jarak episentrum gempabumi terhadap zona subduksi terdekat tidak berpengaruh signifikan terhadap intensitas gempabumi pada model LGCP. Pengaruh *covariate* signifikan menunjukkan bahwa semakin dekat suatu lokasi terhadap sesar aktif, zona subduksi atau gunung api terdekat mengakibatkan semakin besar intensitas terjadinya gempabumi pada model LGCP dan *Mixture Poisson Process* pada komponen pertama (gempabumi dengan intensitas kecil), tetapi sesar aktif memberikan pengaruh yang terbalik pada model *Mixture Poisson Process* pada komponen kedua (gempabumi dengan intensitas besar) dan *Poisson Process*. Hal ini disebabkan oleh berdasarkan pola persebaran gempabumi diketahui bahwa sebagian besar gempabumi dengan intensitas besar terjadi pada daerah sekitar zona subduksi dan gunung api.
3. Model terbaik untuk memodelkan intensitas gempabumi signifikan di Sulawesi-Maluku adalah LGCP dengan faktor geologis sesar aktif dan gunung api yang dipilih dari nilai WAIC terkecil.

5.2 Saran

Penelitian ini memodelkan intensitas gempabumi dan pengaruh sesar aktif, zona subduksi, dan gunung api hanya mempertimbangkan efek spasial sehingga efek waktu kejadian gempabumi belum diketahui. Selain itu, pemodelan hanya dilakukan pada magnitudo lebih besar 5 dan mengabaikan kedalaman gempabumi. Untuk penelitian selanjutnya, pemodelan gempabumi dengan mempertimbangkan efek temporal (waktu), variasi magnitudo dan kedalaman diperlukan guna meningkatkan keakuratan dalam pemodelan gempabumi. Selain itu, pemodelan gempabumi juga dapat dilakukan bersamaan analisis ketahanan kerusakan akibat gempabumi dengan melibatkan faktor kepadatan tanah.

DAFTAR PUSTAKA

Abdulkabir, M., Edem, U. A., Tunde, R.S., dan Kemi, B.K., (2015), "An empirical study of generalized linear model for count data", *Applied and Computional Mathematics*, 4(253), doi:10.4172/2168-9679.1000253.

Aisah, Iriawan, N., dan Choiruddin, A., (2020), "On the earthquake modeling by using Bayesian Mixture Poisson Process", *Journal of Advanced Science and Technology*, 29(7s), 3350-3358.

Arshad, M., Rasool, M.T., dan Ahmad, M.I., (2003), "Anderson Darling and modified Darling Tests for Generalized Pareto Distribution", *Pakistan Journal of Applied Sciences*, 3(2), 85-88.

Baddeley, A., Rubak, E., dan Turner, R., (2015), *Spatial Point Patterns: Methodology dan Application with R*, Chapman&Hall/CRC, New York.

Besag, J. (2004). An Introduction to Markov Chain Monte Carlo Methods. The IMA Volumes in Mathematics and Its Applications, 247–270, doi:10.1007/978-1-4419-9017-4_11.

Bilek, S. L., dan Lay, T. (2018). Subduction zone megathrust earthquakes. Geosphere, 14(4), 1468–1500, doi:10.1130/ges01608.1.

Blangiardo, M., dan Cameletti, M., (2015), *Spatial and Spatio-temporal Bayesian Models with R-INLA*, John Wiley & Sons, Ltd, United Kingdom.

BMKG (Badan Meteorologi Klimatologi dan Geofisika), (2019), Database online gempabumi, diambil dari http://dataonline.bmkg.go.id/data_gempa_bumi, diakses pada Okttober 2019.

Box, P.E.G dan Tiao.C.G, (1973), *Bayesian Inference in Statistical Analysis*, Addison Wesley Publishing Company. Inc, Philippines.

Bush, J. G., (1981), *A Modified Cramer-Von Mises and Anderson-Darling Test For The Weibull Distribution with Unknown Location and Scale Parameter*, Thesis, Air Force Institute of Technology Air University.

Casella, G. dan Berger, R.L. (2002) Statistical Inference. 2nd Edition, Duxbury Press, Pacific Grove, Australia.

Casella, G., dan George, E. (1992), "Explaining the Gibbs Sampler", *The American Statistician*, 46, 167-174, doi:10.2307/2685208.

Chan, A. B., dan Vasconcelos, N., (2009), "Bayesian Poisson Regression for Crowd Counting", *IEEE International Conference on Computer Vision*, Kyoto.

Choiruddin, A., Coeurjolly, J.-F., dan Letue, F. (2016), "Convex and non-convex regularization methods for spatial point processes intensity estimation", *Electronic Journal of Statistics,* 12(1), 1210-1255.

Cox, D. R. (1955), "Some statistical models related with series of events", *Journal of The Royal Statistics Society,* Series B(17), 129–164.

Eggert, S. dan Walter, T. R.. (2009), "Volcanic activity before dan after large tectonic earthquakes: Observations and statistical significance", *Tectonophysics,* 471, 14-26, doi:10.1016/j.tecto.2008.10.003.

Farrel, P.J., dan Stewart, K.R., (2006), "Comprehensive Study Of Tests For Normality And Symmetry: Extending The Spiegelhalter Test", *Journal of Statistical Computation and Simulation,* 76(9), 803–816.

Gelfand, A., Hills, S., Racine-Poon, A. dan Smith, A., (1990), "Illustration of Bayesian inference in normal data models using Gibbs sampling", *Journal of the American Statistical Association,* 85, 972-985.

Gelfand, A. E., dan Smith, A. F. M.. (1990), "Sampling-based approaches to calculating marginal densities", *Journal of the American Statistical Association,* 85, 398-409.

Gustin, S., (2011), *Investigation of some test for homogeneity of inten-sity with applicaions to insurance data. U.U.D.M. Project Report,* Uppsala University.

Holden, L., Sannan, S., dan Bungum, H., (2003), "A stochastic marked point process model for earthquakes", *Natural Hazards and Earth System Science,* 3 (1/2), pp.95-101.

Iriawan, N., (2001), "Penaksiran Model Mixture Normal Univariabel: Suatu Pendekatan Metode Bayesian dengan MCMC", *Prosiding Seminar Nasional dan Konferda VII Matematika Wilayah DIY dan Jawa Tengah,* Yogyakarta 105-110.

King, R., Morgan, B.J.T, Gimenez, O., dan Brooks, S.P. (2010), *Bayesian Analysis for Population Ecology,* Chapman dan Hall/CRC, USA.

Kottas, Athanasios dan Sansó, Bruno (2007), "Bayesian mixture modeling for spatial Poisson Process intensities, with applications to extreme value analysis", *Journal of Statistical Planning and Inference,* 137, 3151-3163, DOI: 10.1016/j.jspi.2006.05.022.

Kusumaningrum, C. M., Iriawan, N., dan Winahju, W. S., (2017), "Pattern Analysis of Community Health Center Location Surabaya Using Spatial Poisson Point Process", *AIP Conference Proceedings 1905, 040016,* DOI: https://doi.org/10.1063/1.5012204.

Laio, F., (2004), “Cramer–von Mises and Anderson-Darling goodness of fit tests for extreme value distributions with unknown parameters”, *Water Resour. Res.*, 40, W09308, doi:10.1029/2004WR003204.

Lemarchdan, N., dan Grasso, J.-R. (2007), “Interactions between earthquakes dan volcano activity”, *Geophysical Research Letters*, 34(24). doi:10.1029/2007gl031438.

Lieshout, V. M. N. M., dan Stein, A., (2012), “Earthquake Modelling at the Country Level Using Aggregated Spatio-Temporal Point Processes”, *Mathematical Geosciences, 44(3), 309–326.* doi:10.1007/s11004-011-9380-3 .

Liu, M., Li, H., Peng, Z., Ouyang, L., Ma, Y., Ma, J., dan Huang, Y., (2019), “Spatial-temporal distribution of early aftershocks following the 2016 Ms 6.4 Menyuan, Qinghai, China Earthquake”, *Tectonophysics,* doi:10.1016/j.tecto.2019.06.022.

Luo, H., Xu, X., Gao, Z., Liu, X., Yu, H., dan Wu, X., (2019), “Spatial and temporal distribution of earthquake ruptures in the eastern segment of the Altyn Tagh fault, China”, *Journal of Asian Earth Sciences,* doi:10.1016/j.jseaes.2019.01.005.

Møller, J., Syversveen, A. R. dan Waagepetersen, R. P. (1998), “Log Gaussian Cox Processes, *Scandinavian Journal of Statistics*, 25(3), 451-482.

Novelo-Casanova, D. A., dan Alvarez-Moctezuma, J. (1995). Times of increased probability of large earthquakes (Ms ≥ 7.5) along the Mexican subduction zone. Physics of the Earth and Planetary Interiors, 87(3-4), 279–286. doi:10.1016/0031-9201(94)02963-c.

Ntzoufras, I., (2009), *Bayesian Modeling Using Winbugs*, John Wiley and Sons, Inc., New Jersey.

Ogata, Y., Katsura, K., dan Tanemura, M., (2003), “Modelling of heterogeneous space-time seismic activity and its residual analysis”, *Appl. Stat.*, **52**, 499– 509.

Press, F. dan Siever, R., (1998), Understanding Earth, second edition, Cambridge University Press, New York.

Pusat Studi Gempabumi, (2017), Peta Sumber dan Bahaya Gempa Indonesia Tahun 2017, Pusat Penelitian dan Pengembangan Perumahan dan Pemukiman Badan Penelitian dan Pengembangan Kementerian Pekerjaan Umum dan Perumahan rakyat, Bandung.

Reich, B. J., dan Ghosh, S. K. (2019), *Bayesian Statistical Methods*, CRC Press Taylor & Francis Group, LLc., Florida, United States.

Ripley, B. D., (1977), “Modelling spatial patterns”, *Journal of the Royal Statistical Society*, B39, 172-212.

Rue, H., Martino, S., dan Chopin, N., (2009), “Approximate Bayesian inference for latent Gaussian moels by using integrated nested Laplace approximations”, *Journal of the Royal Statistical Society*, 71(2), 319-392.

Ruff, L. J., (1989). Do trench sediments affect great earthquake occurrence in subduction zones? Pure and Applied Geophysics PAGEOPH, 129(1-2), 263–282. doi:10.1007/bf00874629

Setiyono, U., Gunawan, I., Priyobudi, Yatimantaro, T., Imananta, R.T., Ramadhan, M., Hidayanti, Anggraini, S., Rahayu, R. H., HAwati, P., Yogaswara, D.S., Julius, A.M., Apriani, M., Harvan, M., Simangunsong, G., dan Kriswinarso, T. 2019, *Katalog Gempabumi Signifikan dan Merusak 1821-2018*. Pusat Gempabumi dan Tsunami BMKG, Jakarta.

Shirota, S., dan Gelfand, A. E., (2017), “Space and circular time log-Gaussian Cox processes with application to crime event data”, *The Annals of Applied Statistics*, 11(2), 481-503, doi: 10.1214/16-AOAS960.

Spiegelhalter, D. J., Best, N. G., Carlin, B. P., dan Van der Linde, A. (2014). *The deviance information criterion: 12 years on. Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology), 76(3), 485–493.* doi:10.1111/rssb.12062.

Sunarjo, Gunawan, M. T., dan Pribadi, S. (2012), *Gempabumi Edisi Populer*, Badan Meteorologi Klimatologi dan Geofisika (BMKG), Jakarta.

Taylor, H., M., dan Karlin, S. (1998). An Introduction to Stochastic Modeling, Third Edition, Academic Press.

Umasugi, R. A., (2018, Desember 11), *Selama 2018, Gempa di Indonesia Meningkat 4.648 Kali Dibanding 2017*, Diambil dari Kompas.com: https://megapolitan.kompas.com/read/2018/12/29/10303711/selama-2018-gempa-di-indonesia-meningkat-4648-kali-dibanding-2017.

Waagepetersen, R. (2004). *Convergence of posteriors for discretized log Gaussian Cox processes. Statistics & Probability Letters, 66(3), 229–235.* doi:10.1016/j.spl.2003.10.014

Watanabe, S., (2009), *Algebraic Geometry and Statistical Learning Theory*, Cambridge University Press, United Kingdom.

Winardi, A., (2006), *Gempa Jogja, Indonesia & Dunia*, Gramedia, Jakarta.

Zhang, T., dan Huang, Y.-N., (2017), “Gradient angle-based analysis for spatiotemporal point processes”, *Electronic Journal of Statistics, 11(2), 4424-4451,* doi:10.1214/17-ejs1368

Lampiran I

a. Data Gempabumi di Sulawesi-Maluku M ≥ 5 tahun 2009 – 2018

Tanggal	latitude	longitude	Kedalaman	Magnitudo
2009-01-01 03:45:01	-6.89	130.23093	98.5	5.13
2009-01-01 10:35:34	1.42	121.99382	10	5.04
2009-01-01 16:57:53	-4.42	101.07265	10	5.25
2009-01-01 18:37:24	-4.37	101.11667	10	5.12
2009-01-02 07:54:21	0.42	119.89545	10	5.34
2009-01-02 10:54:55	-6.37	128.36134	10	5.15
2009-01-03 16:30:49	-7.68	128.49203	144.9	5.38
2009-01-03 19:43:54	-0.54	132.89247	16.6	7.92
2009-01-03 19:53:37	-0.77	132.03972	10	6.92
2009-01-03 20:04:17	-0.37	133.64287	10	6.51
2009-01-03 20:07:23	-0.25	133.76932	177.6	6.13
2009-01-03 20:20:38	-8.35	119.64196	146.4	5.91
2009-01-03 20:26:19	1.63	134.39877	10	5.94
2009-01-03 20:47:38	-0.52	132.71742	10	5.68
2009-01-03 20:51:36	-1.13	125.99721	268.7	5.12
2009-01-03 21:01:02	-1.13	133.16338	10	5.49
2009-01-03 21:31:10	1.45	111.13593	10	5.99
2009-01-03 21:49:31	-0.4	133.02124	10	5.94
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
2013-08-24 12:04:20	-3.15	102.08411	108.9	5.09
2013-08-25 04:00:06	1.18	95.86552	10	5.34
2013-08-28 05:43:26	-2.07	100.61948	57.2	5.31
2013-08-28 06:14:01	-0.32	120.53166	10	6.08
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
2018-12-17 21:29:13	-7.54	128.92052	150	5.05
2018-12-20 19:26:09	1.92	127.27959	118.3	5.48
2018-12-21 10:43:56	-8.42	116.74456	18.7	5.02
2018-12-25 07:18:24	1.24	126.46707	49.7	5.27
2018-12-28 03:03:34	-1.49	134.10075	51.9	5.83
2018-12-29 03:39:12	5.88	126.82014	74.9	7.07
2018-12-29 09:13:02	5.82	126.95551	61.3	5.49
2018-12-30 08:39:11	-2.67	102.30189	159.8	5.76
2018-12-30 18:34:57	1.71	126.39556	53.8	5.1
2018-12-31 23:09:27	3.08	126.57328	10	5.06

b. Uji Homogenitas

```
> ujihomogenitas

        Chi-squared test of CSR using quadrat counts

data:
X2 = 2653, df = 103, p-value < 2.2e-16
alternative hypothesis: two.sided

Quadrats: 8 by 13 grid of tiles
>
```

c. Uji Distribusi Poisson

```
> adtest = ad.test(ygempaSM,"ppois",lambda=mean(ygempaSM), estimated = T)
> adtest

        Anderson-Darling test of goodness-of-fit
        Braun's adjustment using 10 groups
        Null hypothesis: Poisson distribution
        with parameter lambda = 10.3846153846154
        Parameters assumed to have been estimated from data

data:  ygempaSM
Anmax = Inf, p-value = 0.0005453
```

Deteksi Mixture Distribusi

```
ure Distribution.wls * - Wolfram Mathematica 11.3
Insert  Format  Cell  Graphics  Evaluation  Palettes  Window  Help
s ✓   Sections ✓   Update

bin/env wolframscript

respon=Import["E:\\Magister ITS\\THESIS\\Data Mixture\\ymix.txt","List"]
FindDistribution[respon, 1, All,
  TargetFunctions -> {PoissonDistribution}]

{0, 2, 1, 1, 3, 6, 11, 4, 2, 2, 0, 0, 2, 0, 3, 1, 1, 10, 12, 15, 2, 8, 2, 0, 1, 3, 4, 8, 3, 4, 9, 45, 6, 1, 2, 5, 0, 1, 8, 49, 77, 32, 41, 36, 32, 7, 2, 7, 4, 2, 3, 7, 22,
 22, 39, 38, 8, 0, 4, 12, 11, 12, 1, 11, 40, 0, 0, 1, 1, 2, 3, 1, 1, 20, 21, 14, 51, 79, 1, 0, 0, 2, 3, 9, 71, 4, 0, 2, 6, 11, 13, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 9, 8, 4, 13, 16, 4, 0}
```

	PearsonChiSquare	CramerVonMises
MixtureDistribution[{0.632141, 0.367859}, {PoissonDistribution[2.06707], PoissonDistribution[16.8361]}]	0.000000771822	0.162732

```
In[18]:= Data = {0,2,1,1,3,6,11,4,2,2,0,0,2,0,3,1,1,10,12,15,2,8,2,0,1,3,4,8,3,4,9,45,6,1,2,5,0,1,8,49,77
         report = FindDistribution[Data,1,"CramerVonMises",TargetFunctions->{PoissonDistribution}]

Out[18]= {0, 2, 1, 1, 3, 6, 11, 4, 2, 2, 0, 0, 2, 0, 3, 1, 1, 10, 12, 15, 2, 8, 2, 0, 1, 3,
          4, 8, 3, 4, 9, 45, 6, 1, 2, 5, 0, 1, 8, 49, 77, 32, 41, 36, 32, 7, 2, 7, 4, 2, 3, 7,
          22, 22, 39, 38, 8, 0, 4, 12, 11, 12, 1, 11, 40, 0, 0, 1, 1, 2, 3, 1, 1, 20, 21, 14, 51,
          79, 1, 0, 0, 2, 3, 9, 71, 4, 0, 2, 6, 11, 13, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 9, 8, 4, 13, 16, 4, 0}

Out[19]= {{MixtureDistribution[{0.632141, 0.367859},
            {PoissonDistribution[2.06707], PoissonDistribution[16.8361]}], 0.162732}}
```

Lampiran II Hasil Estimasi Model

a. *Intial value prior* model *Poisson Process* dengan GLMs

```
> summary(ypoiss)

Call:
glm(formula = y ~ 1 + x1 + x2 + x3, family = poisson("log"))

Deviance Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-5.8426  -3.3943  -2.0295   0.6575  12.3671

Coefficients:
            Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
(Intercept)  3.73568    0.10877  34.345  < 2e-16 ***
x1           0.15538    0.03391   4.582  4.6e-06 ***
x2          -0.90290    0.09873  -9.145  < 2e-16 ***
x3          -0.34525    0.03653  -9.451  < 2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

(Dispersion parameter for poisson family taken to be 1)

    Null deviance: 1988.4  on 103  degrees of freedom
Residual deviance: 1611.2  on 100  degrees of freedom
AIC: 1924

Number of Fisher Scoring iterations: 6
```

b. *Intial value prior* model *Mixture Poisson Process* dengan GLMs

```
> summary(ypoiss_mix)

Call:
flexmix(formula = y ~ x1 + x2 + x3, k = 2, model = FLXglm(family = "poisson"))

       prior size post>0 ratio
Comp.1 0.211   22     38 0.579
Comp.2 0.789   82     86 0.953

'log Lik.' -411.1765 (df=9)
AIC: 840.353   BIC: 864.1525

> rmodel<-refit(ypoiss_mix)
> summary(rmodel)
$Comp.1
             Estimate Std. Error z value  Pr(>|z|)
(Intercept)  4.722076   0.264983 17.8203 < 2.2e-16 ***
x1           0.185902   0.050096  3.7109 0.0002065 ***
x2          -1.042589   0.172896 -6.0302 1.638e-09 ***
x3          -0.179823   0.045961 -3.9125 9.134e-05 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

$Comp.2
             Estimate Std. Error z value  Pr(>|z|)
(Intercept)  3.762198   0.281531 13.3634 < 2.2e-16 ***
x1          -0.253845   0.085281 -2.9766 0.0029149 **
x2          -0.775411   0.206267 -3.7593 0.0001704 ***
x3          -0.680729   0.138431 -4.9175 8.767e-07 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

c. Hasil estimasi parameter model *Poisson Process* dengan WinBUGS

Hasil estimasi parameter model dengan iterasi 200.000 kali, thin sebesar 10, dan beg sebanyal 100

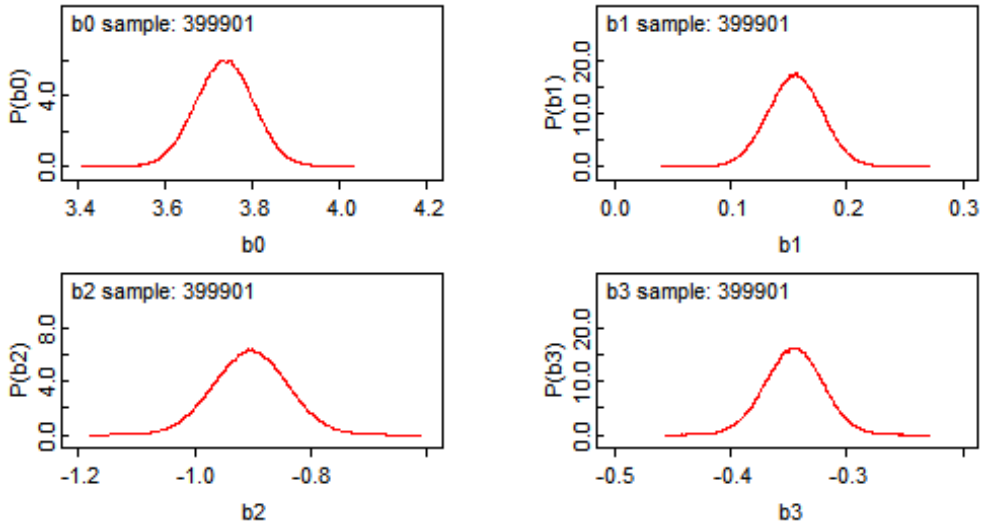
Node statistics

	mean	median	sd	MC_error	val2.5pc	val97.5pc	start	sample	ESS
b0	3.736	3.736	0.06657	1.099E-4	3.605	3.866	100	399901	366841
b1	0.1553	0.1554	0.02314	4.093E-5	0.1099	0.2006	100	399901	319751
b2	-0.9035	-0.9033	0.06303	1.103E-4	-1.027	-0.7803	100	399901	326395
b3	-0.3456	-0.3455	0.02457	4.273E-5	-0.3943	-0.2978	100	399901	330772

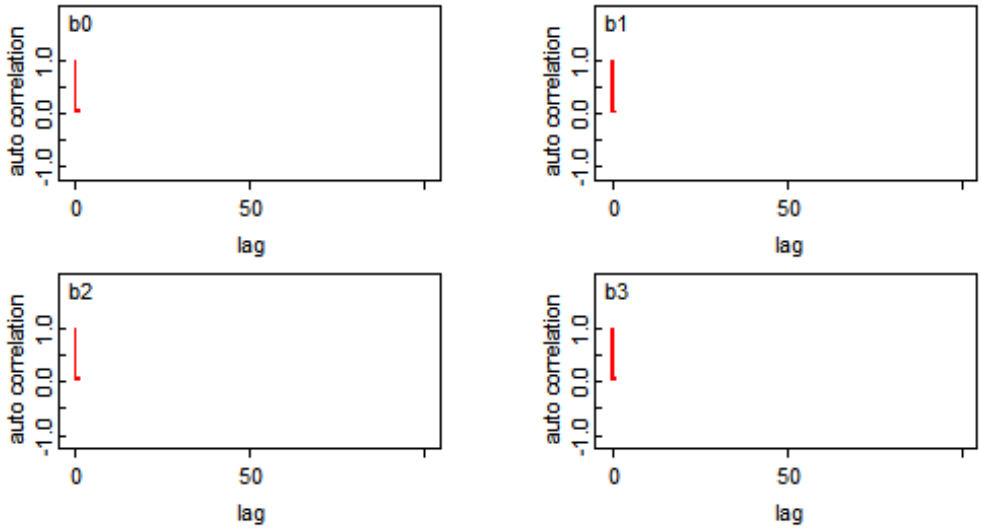
Information Criterion

	Dbar	Dhat	DIC	WAIC	pD	pW
y	1918.0	1916.0	1921.0	1838.0	2.311	63.9
total	1918.0	1916.0	1921.0	1838.0	2.311	63.9

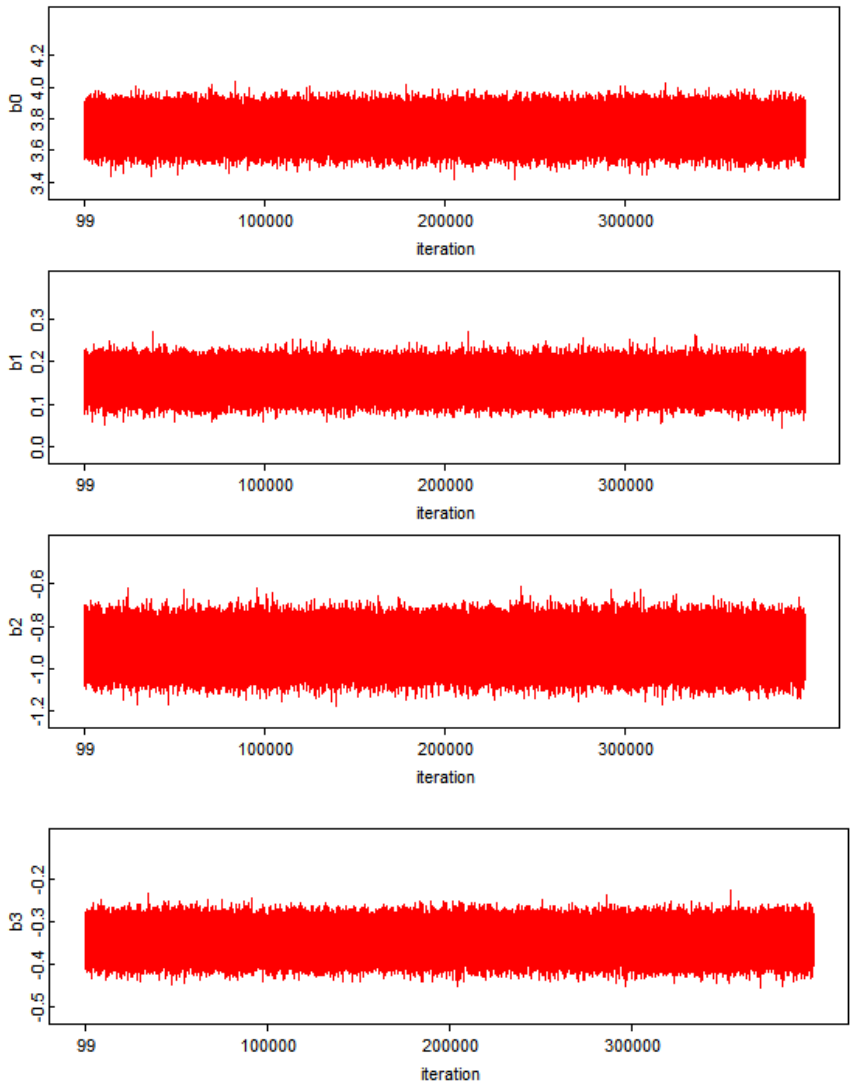
Posterior Density



Autocorrelation Plot



History Plot



d. Hasil estimasi parameter model *Mixture Poisson Process* dengan WinBUGS

Hasil estimasi parameter model dengan iterasi 200.000 kali, thin sebesar 30, dan beg sebanyal 300

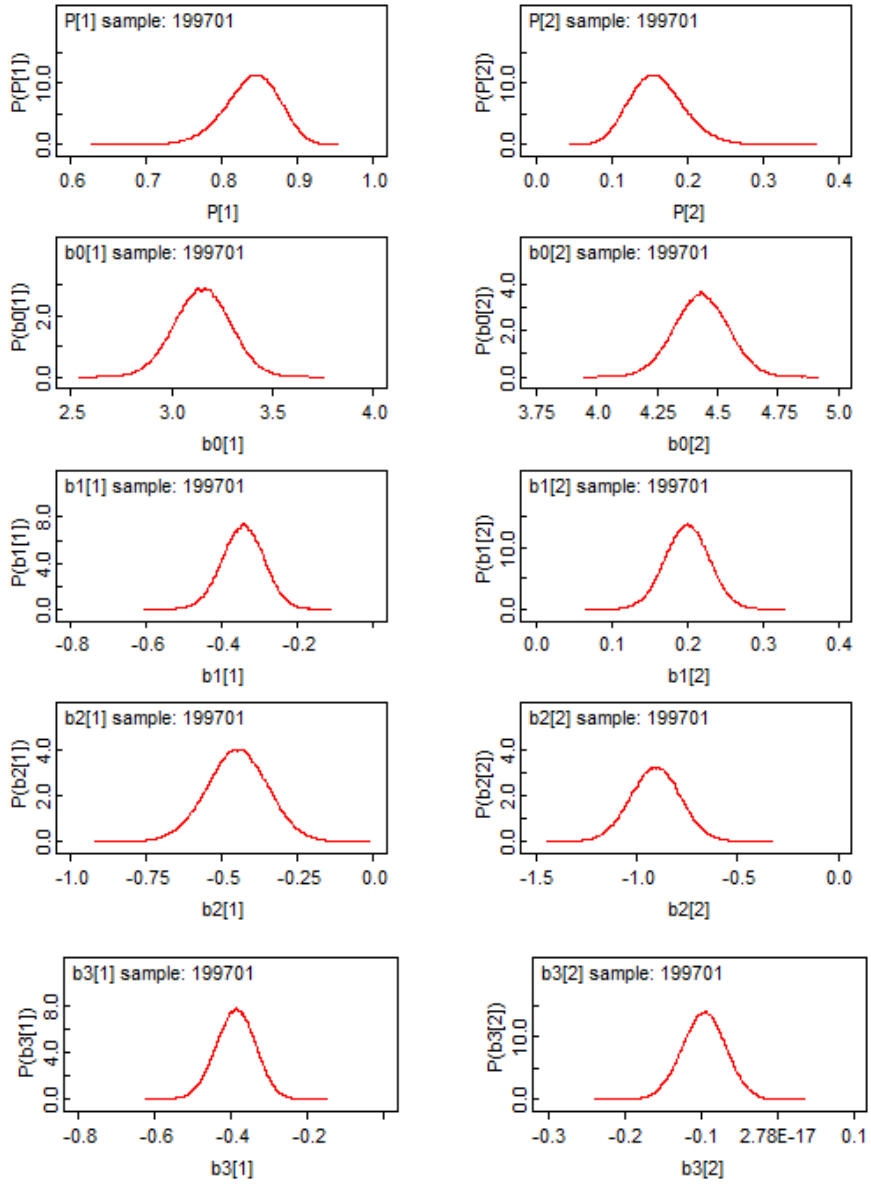
Node statistics

	mean	median	sd	MC_error	val2.5pc	val97.5pc	start	sample	ESS
P[1]	0.8395	0.8416	0.03559	7.94E-5	0.7637	0.9027	300	199701	200898
P[2]	0.1605	0.1584	0.03559	7.94E-5	0.09729	0.2363	300	199701	200898
b0[1]	3.153	3.154	0.1385	3.037E-4	2.88	3.423	300	199701	207954
b0[2]	4.433	4.433	0.1118	2.421E-4	4.213	4.651	300	199701	213377
b1[1]	-0.3442	-0.3438	0.05483	1.247E-4	-0.4527	-0.2376	300	199701	193344
b1[2]	0.1999	0.1999	0.02903	6.647E-5	0.143	0.2565	300	199701	190794
b2[1]	-0.4492	-0.4487	0.1004	2.303E-4	-0.6487	-0.2539	300	199701	190147
b2[2]	-0.9079	-0.9071	0.1235	2.691E-4	-1.151	-0.6671	300	199701	210799
b3[1]	-0.3885	-0.3877	0.05191	1.225E-4	-0.4923	-0.2893	300	199701	179512
b3[2]	-0.09627	-0.096	0.02873	6.4E-5	-0.1531	-0.04045	300	199701	201544

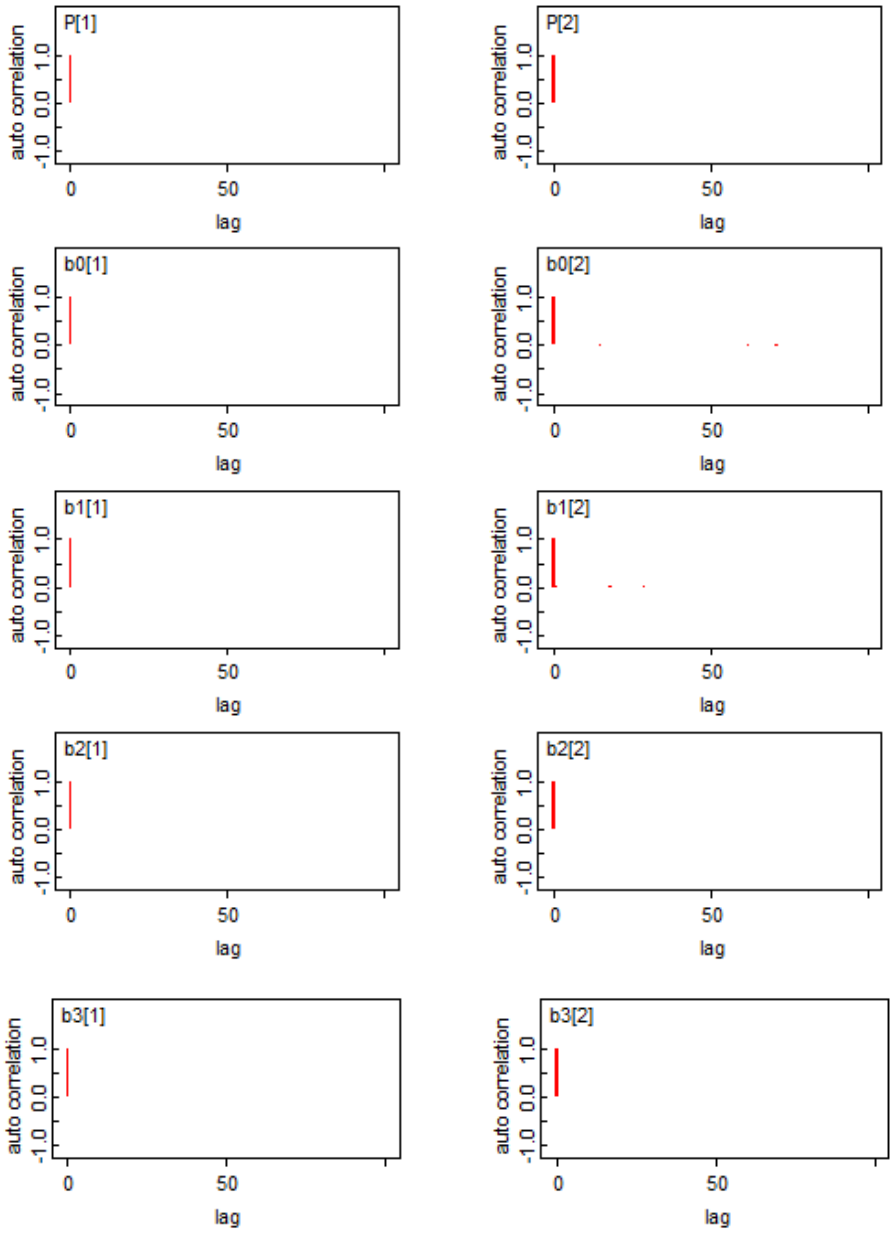
Information Criterion

	Dbar	Dhat	DIC	WAIC	pD	pW
T	90.3	89.33	91.26	91.3	0.9634	0.9833
y	812.4	806.8	818.0	856.2	5.634	37.8
total	902.7	896.1	909.3	947.5	6.597	38.78

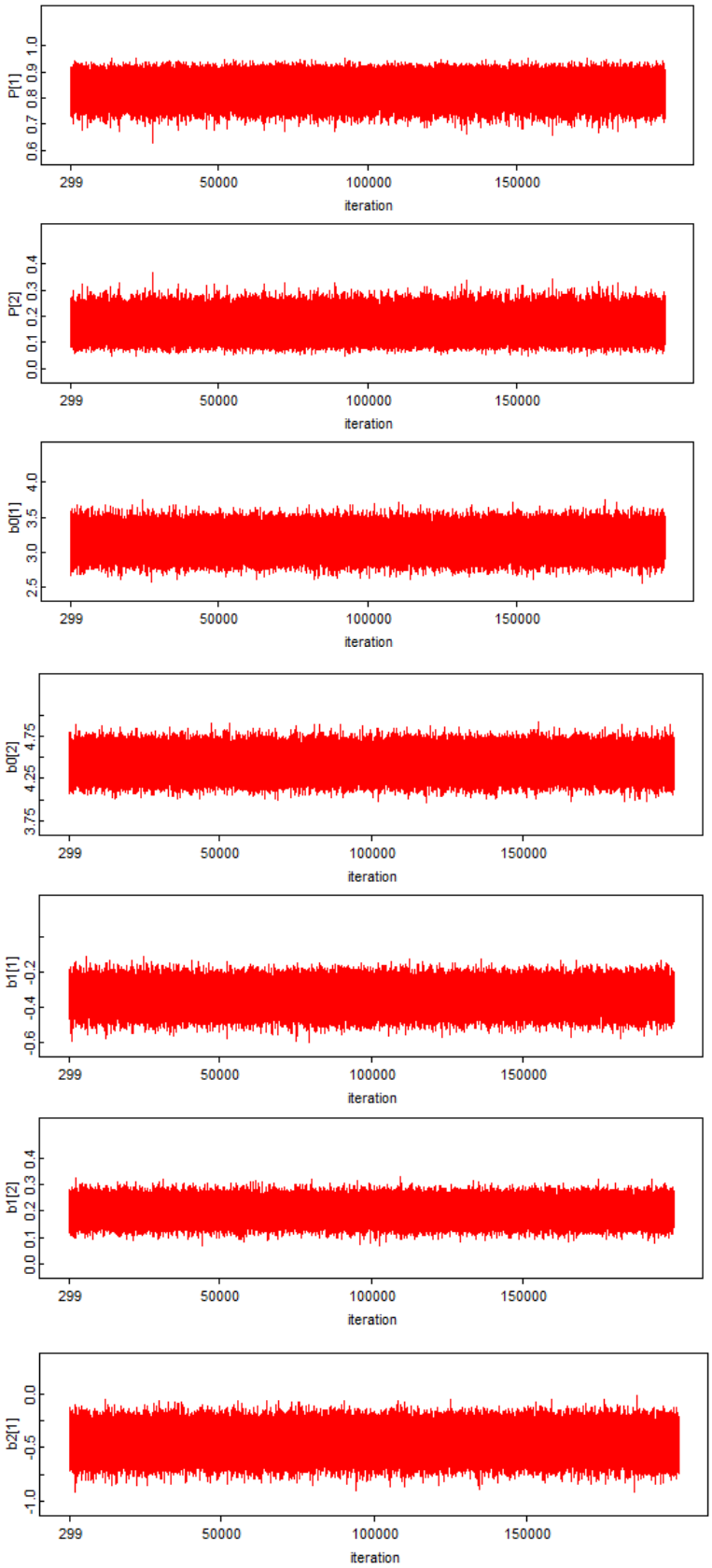
Density Posterior

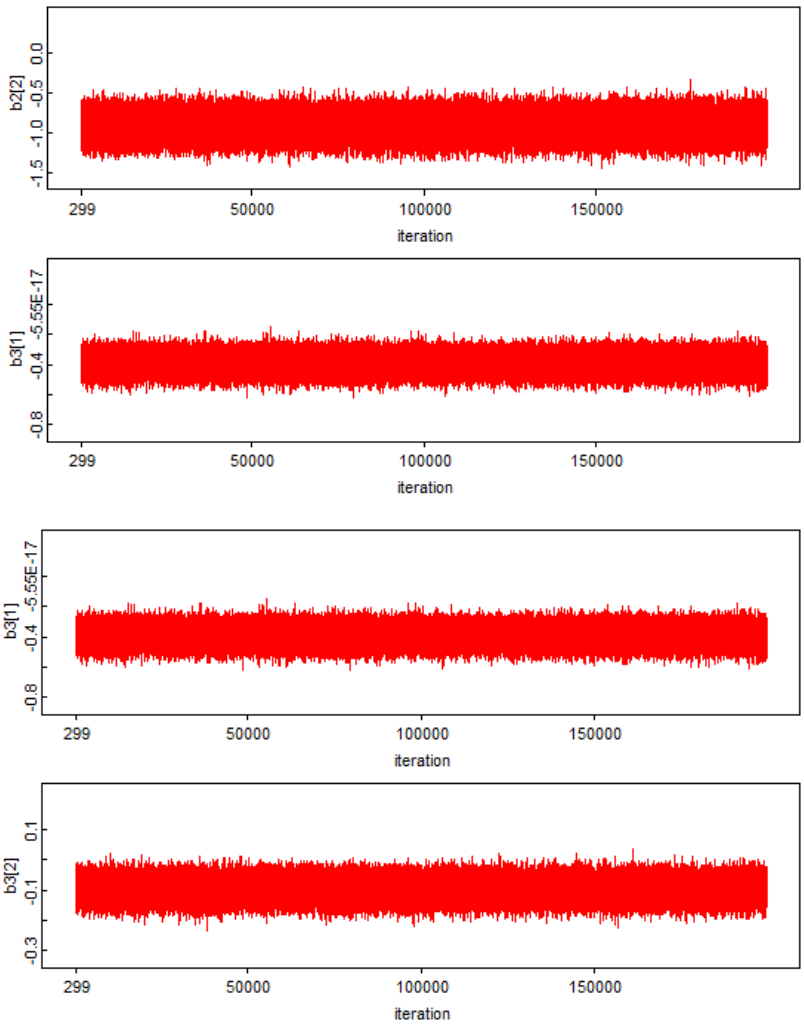


Autocorrelation Plot



History Plot



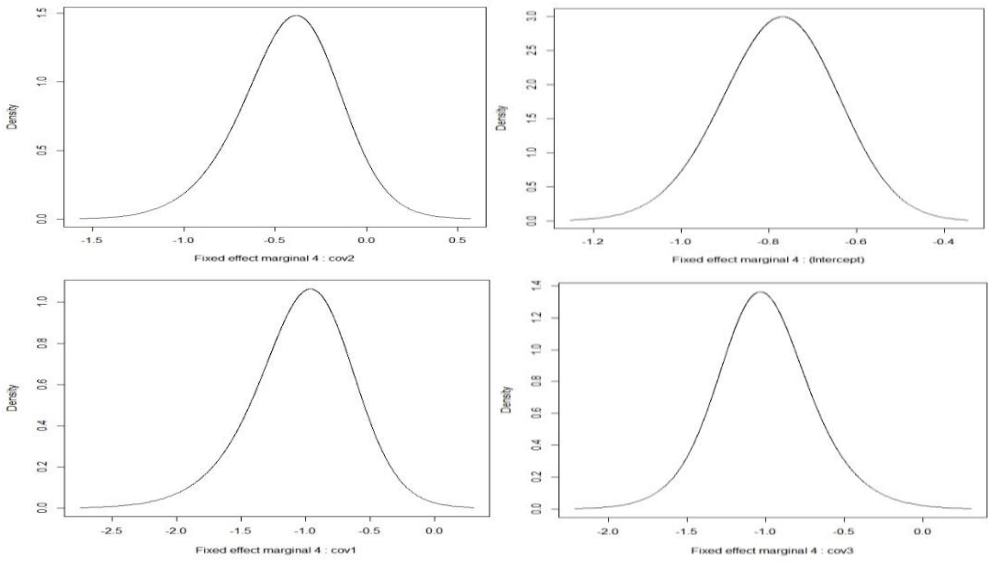

b2[2]
0.0
-0.5
-1.0
-1.5
299
50000
100000
150000
iteration
b3[1]
-5.55E-17
-0.4
-0.8
299
50000
100000
150000
iteration
b3[1]
-5.55E-17
-0.4
-0.8
299
50000
100000
150000
iteration
b3[2]
0.1
-0.1
-0.3
299
50000
100000
150000
iteration

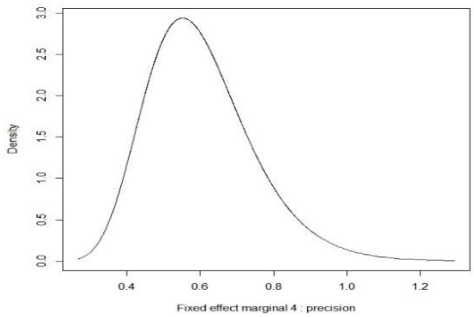
e. Hasil estimasi parameter model LGCP dengan R

Model LGCP dengan 3 *Covariate*

```
Call:
   c("inla(formula = form1, family = \"poisson\", data = data, E = AreaSM, ", "
   verbose = F, control.compute = list(dic = TRUE, waic = TRUE))" )
Time used:
    Pre = 3.62, Running = 7.71, Post = 0.281, Total = 11.6
Fixed effects:
              mean    sd 0.025quant 0.5quant 0.975quant   mode kld
(Intercept) -0.777 0.135     -1.049   -0.774     -0.519 -0.769   0
cov1        -1.027 0.406     -1.908   -1.003     -0.286 -0.962   0
cov2        -0.424 0.287     -1.032   -0.410      0.111 -0.385   0
cov3        -1.006 0.322     -1.627   -1.016     -0.331 -1.033   0

Random effects:
  Name    Model
    index Random walk 2DIID

Model hyperparameters:
                     mean    sd 0.025quant 0.5quant 0.975quant  mode
Precision for index 0.603 0.146      0.367    0.586      0.940 0.552
Phi for index       0.343 0.181      0.061    0.324      0.726 0.236

Expected number of effective parameters(stdev): 81.36(2.30)
Number of equivalent replicates : 1.28

Deviance Information Criterion (DIC) ...............: 503.53
Deviance Information Criterion (DIC, saturated) ....: 198.74
Effective number of parameters .....................: 80.47

Watanabe-Akaike information criterion (WAIC) ...: 492.24
Effective number of parameters .................: 50.56

Marginal log-Likelihood:  -354.59
Posterior marginals for the linear predictor and
 the fitted values are computed
```

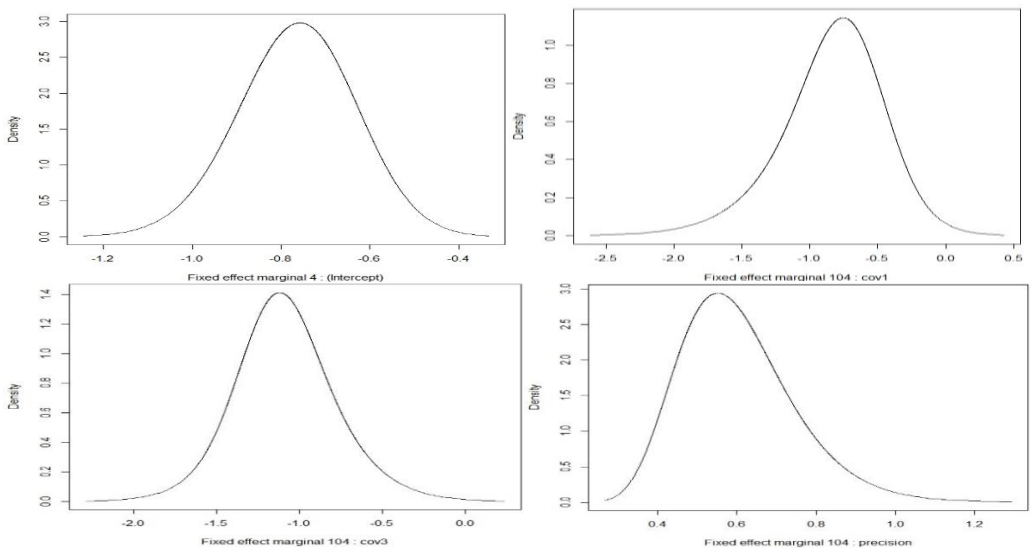
Density Posterior





Model LGCP dengan 2 *Covariate*

```
Call:
   c("inla(formula = form2, family = \"poisson\", data = data, E = AreaSM, ", " verbose = F,
   control.compute = list(dic = TRUE, waic = TRUE))" )
Time used:
    Pre = 3.48, Running = 4.61, Post = 0.256, Total = 8.34
Fixed effects:
              mean    sd 0.025quant 0.5quant 0.975quant   mode kld
(Intercept) -0.765 0.135     -1.038   -0.763     -0.505 -0.758   0
cov1        -0.837 0.393     -1.721   -0.804     -0.144 -0.755   0
cov3        -1.086 0.316     -1.689   -1.099     -0.413 -1.121   0

Random effects:
  Name    Model
    index Random walk 2DIID

Model hyperparameters:
                     mean    sd 0.025quant 0.5quant 0.975quant  mode
Precision for index 0.587 0.148      0.351    0.568      0.927 0.533
Phi for index       0.343 0.192      0.050    0.321      0.747 0.200

Expected number of effective parameters(stdev): 81.67(2.20)
Number of equivalent replicates : 1.27

Deviance Information Criterion (DIC) ...............: 503.70
Deviance Information Criterion (DIC, saturated) ....: 198.91
Effective number of parameters .....................: 80.91

Watanabe-Akaike information criterion (WAIC) ...: 491.89
Effective number of parameters .................: 50.48

Marginal log-Likelihood:  -351.17
Posterior marginals for the linear predictor and
 the fitted values are computed
```



Lampiran III Source Code WinBUGS

a. Model *Poisson Process*

```
model;
{
  for( i in 1 : n ) {
    log(lambda[i])<- b0 + b1 * x1[i] + b2 * x2[i] + b3 * x3[i]
  }
  for( i in 1 : n ) {
    y[i] ~ dpois(lambda[i])
  }
  b0 ~ dnorm(3.73568,84.52433117)
  b1 ~ dnorm(0.15538,869.6498381)
  b2 ~ dnorm(-0.90290,102.5892196)
  b3 ~ dnorm(-0.34525,749.3775108)
}

INITS
list(b0=0,b1=0,b2=0,b3=0)

DATA
list(y=c(0,1,1,0,1,3,0,0,1,3,4,15,17,1,0,4,1,0,6,12,4,6,1,0,4,5,10,25,1,8,2,8,7,3,4,29,1,0,0,3,35,12,1
4,30,3,4,2,6,67,93,79,8,9,13,3,7,5,39,15,0,10,15,5,33,0,0,3,3,1,26,8,90,0,1,0,2,0,15,18,46,1,0,4,35,
11,0,4,12,0,0,2,35,11,2,26,3,1,0,0,4,5,9,4,0),x1=c(2.2347763,1.3070487,0.6837333,0.4369545,0.3
747077,0.4183409,0.5746477,0.7965657,2.2951351,1.3323024,0.7121252,0.4745443,0.4043556,
0.4353421,0.623269,0.9232724,2.5228541,1.5513709,0.8653578,0.5879257,0.4906599,0.501537
2,0.7187813,1.0816391,2.8294514,1.9676394,1.1981138,0.8083841,0.6410225,0.6035844,0.8211
103,1.1942427,3.0372032,2.3544344,1.6204206,1.1106506,0.8199232,0.6907619,0.8637098,1.17
22923,3.1420615,2.5906787,1.9608206,1.3901109,0.9395278,0.6943375,0.808256,1.0059804,3.1
898281,2.708882,2.1537454,1.5446902,0.9380885,0.6373698,0.7242744,0.8381554,3.212134,2.7
715431,2.2453889,1.550509,0.8149999,0.5640665,0.6371324,0.6922948,3.1956129,2.7328671,2.
1084801,1.2723752,0.6292259,0.5042858,0.563801,0.5870911,3.0801712,2.3981839,1.5078037,
0.8048689,0.4963311,0.4557397,0.4974632,0.5069392,2.7292657,1.6454325,0.882966,0.571510
4,0.4509766,0.4100378,0.4239392,0.4321052,2.4221293,1.1939498,0.6883541,0.5255708,0.4406
21,0.3670184,0.3423442,0.3511238,2.5764546,1.17368,0.684226,0.5364693,0.4399997,0.334577
8,0.276917,0.2774969),x2=c(1.7144092,1.5667284,1.7087451,2.014082,2.3213888,2.5065202,2.2
243174,1.183855,1.6007159,1.4417156,1.5352347,1.7767801,2.0004687,2.0625728,1.6869724,0.
8738331,1.3389012,1.2408447,1.298374,1.4712317,1.6218879,1.6068196,1.2434936,0.6948163,
1.0668059,1.0308485,1.0568742,1.1587273,1.2509427,1.2162569,0.9416656,0.603762,0.942054,
0.9191554,0.9037212,0.9339469,0.9771795,0.9434851,0.758559,0.5609656,0.9214547,0.890703
8,0.8474546,0.8301531,0.8402206,0.794767,0.6474456,0.5287325,0.9303459,0.8867179,0.83340
25,0.805479,0.8033589,0.7239606,0.5829806,0.5071742,0.9417337,0.8832051,0.8288971,0.8128
45,0.8011169,0.6820889,0.5591808,0.5153574,0.959571,0.8865122,0.8319549,0.8268031,0.8143
764,0.7098558,0.6161902,0.583613,1.0462717,0.921324,0.8212084,0.8063998,0.8598554,0.8701
664,0.8130034,0.7609721,1.3493335,0.9703251,0.7743921,0.7787218,0.9427322,1.178805,1.222
9069,1.1252627,1.7438954,0.9786259,0.7417675,0.7822707,1.0472951,1.5301623,1.7876064,1.6
928379,2.0021814,0.997064,0.7330481,0.8105486,1.1640292,1.8009809,2.2497519,2.267187),x3
=c(3.1669837,2.3887453,1.8747269,1.7840716,1.9950756,2.4415448,3.0117877,3.38848,2.66434
51,2.0471341,1.6470576,1.595541,1.7920982,2.1869427,2.6407801,2.8493905,2.0589439,1.6875
327,1.4312172,1.4226716,1.6284254,2.0172995,2.331053,2.2801202,1.6371918,1.4056396,1.254
3855,1.282291,1.5039055,1.8962533,2.0529766,1.7729186,1.4872072,1.2853512,1.1587172,1.19
96524,1.4439365,1.8086167,1.7540979,1.3357173,1.472484,1.2747014,1.142273,1.1853083,1.46
66472,1.728841,1.4349093,1.0028299,1.4954063,1.2999859,1.1687924,1.2294318,1.530224,1.59
90486,1.1778223,0.8233343,1.5342447,1.3523882,1.2657301,1.418708,1.6698643,1.4439875,0.9
974572,0.7425505,1.6129003,1.5138397,1.6761728,2.1363645,2.135879,1.4978305,0.9971689,0.
```

```
7848139,1.9348723,2.1986103,2.9822483,3.5578042,3.1043874,1.9892902,1.2620768,0.9895118
,3.1485286,3.7927017,4.4445619,4.5740868,4.0683617,2.8968535,1.89868,1.4469735,4.9381807
,4.9799859,5.0668831,5.0074254,4.6689199,3.8232737,2.838461,2.2071458,5.957335,5.4796654
,5.3456993,5.2564885,5.0281666,4.4738883,3.7247789,3.0853165),n=104)
```

b. Model Mixture Poisson Process

```
model;
{
  for( i in 1 : n ) {
    y[i] ~ dpois(lambda[i])
  }
  for( i in 1 : n ) {
 log(lambda[i])<- b0[T[i]] + b1[T[i]]*x1[i] + b2[T[i]]*x2[i] + b3[T[i]]*x3[i]
  }
  for (i in 1:n){
  T[i]~dcat(P[1:2])
  }
  P[1:2] ~ ddirich(alpha[])
  b0[1] ~ dnorm(4.722076, 14.24177)
  b0[2] ~ dnorm(3.762198, 12.61675)
  b1[1] ~ dnorm(0.185902, 398.4684)
  b1[2] ~ dnorm(-0.25385, 137.4977)
  b2[1] ~ dnorm(-1.04259, 33.45262)
  b2[2] ~ dnorm(-0.77541, 23.50393)
  b3[1] ~ dnorm(-0.17982, 473.3922)
  b3[2] ~ dnorm(-0.68073, 52.18351)
}

INITS
list(b0=c(0,0),b1=c(0,0),b2=c(0,0),b3=c(0,0))

DATA
list(y=c(0,1,1,0,1,3,0,0,1,3,4,15,17,1,0,4,1,0,6,12,4,6,1,0,4,5,10,25,1,8,2,8,7,3,4,29,1,0,0,3,35,12,1
4,30,3,4,2,6,67,93,79,8,9,13,3,7,5,39,15,0,10,15,5,33,0,0,3,3,1,26,8,90,0,1,0,2,0,15,18,46,1,0,4,35,
11,0,4,12,0,0,2,35,11,2,26,3,1,0,0,4,5,9,4,0),alpha=c(1,1),x1=c(2.2347763,1.3070487,0.6837333,0
.4369545,0.3747077,0.4183409,0.5746477,0.7965657,2.2951351,1.3323024,0.7121252,0.474544
3,0.4043556,0.4353421,0.623269,0.9232724,2.5228541,1.5513709,0.8653578,0.5879257,0.49065
99,0.5015372,0.7187813,1.0816391,2.8294514,1.9676394,1.1981138,0.8083841,0.6410225,0.603
5844,0.8211103,1.1942427,3.0372032,2.3544344,1.6204206,1.1106506,0.8199232,0.6907619,0.8
637098,1.1722923,3.1420615,2.5906787,1.9608206,1.3901109,0.9395278,0.6943375,0.808256,1.
0059804,3.1898281,2.708882,2.1537454,1.5446902,0.9380885,0.6373698,0.7242744,0.8381554,
3.212134,2.7715431,2.2453889,1.550509,0.8149999,0.5640665,0.6371324,0.6922948,3.1956129,
2.7328671,2.1084801,1.2723752,0.6292259,0.5042858,0.563801,0.5870911,3.0801712,2.398183
9,1.5078037,0.8048689,0.4963311,0.4557397,0.4974632,0.5069392,2.7292657,1.6454325,0.8829
66,0.5715104,0.4509766,0.4100378,0.4239392,0.4321052,2.4221293,1.1939498,0.6883541,0.525
5708,0.440621,0.3670184,0.3423442,0.3511238,2.5764546,1.17368,0.684226,0.5364693,0.43999
97,0.3345778,0.276917,0.2774969),x2=c(1.7144092,1.5667284,1.7087451,2.014082,2.3213888,2.
5065202,2.2243174,1.183855,1.6007159,1.4417156,1.5352347,1.7767801,2.0004687,2.0625728,
1.6869724,0.8738331,1.3389012,1.2408447,1.298374,1.4712317,1.6218879,1.6068196,1.243493
6,0.6948163,1.0668059,1.0308485,1.0568742,1.1587273,1.2509427,1.2162569,0.9416656,0.6037
62,0.942054,0.9191554,0.9037212,0.9339469,0.9771795,0.9434851,0.758559,0.5609656,0.92145
47,0.8907038,0.8474546,0.8301531,0.8402206,0.794767,0.6474456,0.5287325,0.9303459,0.8867
179,0.8334025,0.805479,0.8033589,0.7239606,0.5829806,0.5071742,0.9417337,0.8832051,0.828
8971,0.812845,0.8011169,0.6820889,0.5591808,0.5153574,0.959571,0.8865122,0.8319549,0.826
8031,0.8143764,0.7098558,0.6161902,0.583613,1.0462717,0.921324,0.8212084,0.8063998,0.859
```

```
8554,0.8701664,0.8130034,0.7609721,1.3493335,0.9703251,0.7743921,0.7787218,0.9427322,1.1
78805,1.2229069,1.1252627,1.7438954,0.9786259,0.7417675,0.7822707,1.0472951,1.5301623,1.
7876064,1.6928379,2.0021814,0.997064,0.7330481,0.8105486,1.1640292,1.8009809,2.2497519,
2.267187),x3=c(3.1669837,2.3887453,1.8747269,1.7840716,1.9950756,2.4415448,3.0117877,3.3
8848,2.6643451,2.0471341,1.6470576,1.595541,1.7920982,2.1869427,2.6407801,2.8493905,2.05
89439,1.6875327,1.4312172,1.4226716,1.6284254,2.0172995,2.331053,2.2801202,1.6371918,1.4
056396,1.2543855,1.282291,1.5039055,1.8962533,2.0529766,1.7729186,1.4872072,1.2853512,1.
1587172,1.1996524,1.4439365,1.8086167,1.7540979,1.3357173,1.472484,1.2747014,1.142273,1.
1853083,1.4666472,1.728841,1.4349093,1.0028299,1.4954063,1.2999859,1.1687924,1.2294318,
1.530224,1.5990486,1.1778223,0.8233343,1.5342447,1.3523882,1.2657301,1.418708,1.6698643,
1.4439875,0.9974572,0.7425505,1.6129003,1.5138397,1.6761728,2.1363645,2.135879,1.497830
5,0.9971689,0.7848139,1.9348723,2.1986103,2.9822483,3.5578042,3.1043874,1.9892902,1.2620
768,0.9895118,3.1485286,3.7927017,4.4445619,4.5740868,4.0683617,2.8968535,1.89868,1.4469
735,4.9381807,4.9799859,5.0668831,5.0074254,4.6689199,3.8232737,2.838461,2.2071458,5.957
335,5.4796654,5.3456993,5.2564885,5.0281666,4.4738883,3.7247789,3.0853165),T=c(1,1,1,1,1,
1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,2,1,1,1,1,1,1,2,1,1,1,1,2,1,1,2,1,1,1,1,2,2,2,1,1,1,1,1,1,2
,1,1,1,1,1,2,1,1,1,1,1,2,1,2,1,1,1,1,1,1,2,2,1,1,1,2,1,1,1,1,1,1,1,2,1,1,2,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1),n=104)
```

c. Pengelompokkan Komponen Mixture

```
model;
{
        for ( i in 1: n) {
                y[i] ~ dpois(mu[i])
        }
        for ( i in 1:n) {
                mu[i] <- lamda[T[i]]
        }
        for ( i in 1:n) {
                T[i] ~ dcat(P[1:2])
        }
        P[1:2] ~ ddirch(alpha[])
        lamda[2] ~ dgamma(0.001,0.001)
        lamda[1] ~ dgamma(2,1)
}

DATA
list(y=c(0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,3,3,3,3,
3,3,3,4,4,4,4,4,4,4,4,5,6,6,6,7,7,7,8,8,8,8,8,9,9,9,10,11,11,11,11,12,12,12,13,13,14,15,16,20,21,22,
22,32,32,36,38,39,40,41,45,49,51,71,77,79), n=104,
alpha=c(1,1),T=c(1,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,N
A,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,N
A,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,N
A,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,N
A,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,2))

INITS
list(lamda=c(1,1))
```

Lampiran IV Source Code R

```
library(spatstat)
library(spatstat.data)

datasulawesimaluku<-read.csv("E:\\Magister ITS\\THESIS\\Data Gempa\\Data input R 2009 -
2018 M5.csv",header = T)
sesar<-read.csv("E:\\Magister ITS\\THESIS\\Data Gempa\\sesar Indonesia.csv",header=T)
megathrust<-read.csv("E:\\Magister ITS\\THESIS\\Data Gempa\\subduksi megathrust
Indonesia.csv",header=T)
backarc<-read.csv("E:\\Magister ITS\\THESIS\\Data Gempa\\subduksi back arc
Indonesia.csv",header=T)
gunungapi<-read.csv("E:\\Magister ITS\\THESIS\\Data Gempa\\gunung api
Indonesia.csv",header=T)

#Data Kovariat Sulawesi Maluku#
#==============================
sesarSM<-read.csv("E:\\Magister ITS\\THESIS\\Data Gempa\\sesar maluku sulawesi input
r.csv",header=T)
subducSM<-read.csv("E:\\Magister ITS\\THESIS\\Data Gempa\\Subduksi Sulawesi
Maluku.csv",header=T)

#************Membuat Window Sulawesi Maluku**********#
windowgempaSM<-owin(xrange=c(118,136),yrange=c(-7.5,5.7))
area.window<-area.owin(windowgempaSM)

#***Membuat Planar Point Pattern gempa bumi****#
long<-datasulawesimaluku$longitude
lat<-datasulawesimaluku$latitude

#### PPP Gempa Sulqwesi Maluku ####
gempaSM<-ppp(long,lat,window = windowgempaSM)
plot(gempaSM,cex=1)

#***Membuat PSP Variabel Kovariat Sulawesi*****#
##Gunung Api Aktif Sulawesi Maluku##
latgSM<-gunungapiSM$Latitude
longgSM<-gunungapiSM$Longitude
vulcanoSM<-ppp(longgSM,latgSM,window = windowgempaSM)
plot(vulcanoSM,pch=17, fill="red")
plot(density(vulcanoSM))

##Sesar Aktif Sulawesi Maluku##
x0s<-sesarSM$x0
y0s<-sesarSM$y0
x1s<-sesarSM$x1
y1s<-sesarSM$y1
faultSM<-psp(y0s,x0s,y1s,x1s,window = windowgempaSM)
plot(faultSM)
plot(density(faultSM))

##Subduksi Sulawesi Maluku##
x0sub<-subducSM$x0
y0sub<-subducSM$y0
x1sub<-subducSM$x1
y1sub<-subducSM$y1
```

```
subductionSM<-psp(y0sub,x0sub,y1sub,x1sub,window = windowgempaSM)
plot(subductionSM)
plot(density(subductionSM))

#Eksploratory Data Sulawesi Maluku####
windowgempaSM1<-owin(xrange=c(118*111,136*111),yrange=c(-7.5*111,5.7*111))
area.window<-area.owin(windowgempaSM)
nSM<-gempaSM$n #banyak gempa pada window sulawesi Maluku#
intensitySM<-nSM/area.window #intensitas (rho) gempa sulawesi Maluku#

### Stationarity Test Sulawesi Maluku###
gridgempaSM<-quadratcount(gempaSM,8,13)
ujihomogenitas<-quadrat.test(gridgempaSM)
ujihomogenitas

#Uji Anderson Darling#
library(goftest)
datatest<-as.data.frame(ygempaSM)
adtest <- ad.test(ygempaSM,"ppois",lambda=mean(ygempaSM), estimated = T)
adtest

### Independency Test ###
independence_test <-Kinhom(gempaSM,normpower = 1, nlarge = 2000, correction = "border")
plot(independence_test)

#################################################################
#Function Jarak Kovariat#
#################################################################
## Fungsi jarak Fault ##
gempa.dfault<-with(gempaSM,distfun(faultSM))
plot(gempa.dfault)
plot(newmap,xlim = c(118,136), ylim = c(-7.5,5.7),asp=0,add=T)
plot(faultSM, add=T)

## Fungsi Jarak Subduction ##
gempa.dsub<-with(gempaSM,distfun(subductionSM))
plot(gempa.dsub)
plot(newmap,xlim = c(118,136), ylim = c(-7.5,5.7),add=T)
plot(subductionSM, add=T)

## Fungsi Jarak Volcano ##
gempa.dvol<-with(gempaSM,distfun(vulcanoSM))
plot(gempa.dvol)
plot(newmap,xlim = c(118,136), ylim = c(-7.5,5.7),asp=0,add=T)
plot(vulcanoSM, pch=17, add=T)

##Data Kovariat Jarak##
#Jarak Points ke Faults Terdekat
zf<-distfun(faultSM)
x1<-zf(gempaSM)
#Jarak Points ke Subduction Terdekat
zs<-distfun(subductionSM)
x2<-zs(gempaSM)
#Jarak Points ke Gunung Api Terdekat
zv<-distfun(vulcanoSM)
x3<-zv(gempaSM)
```

```
#Transformasi Pixel Kovariat
#jarak points ke faults
covv<-cbind.data.frame(x1,x2,x3)
datacovv<-ppp(long,lat,window = windowgempaSM, marks = covv)
Z<-Smooth.ppp(datacovv, sigma=2
mat_imSMx1<-as.matrix.im(Z$x1)
mat_imSMx2<-as.matrix.im(Z$x2)
mat_imSMx3<-as.matrix.im(Z$x3)

#==========================
#### GEMPA SM WITH INLA ####
#==========================
library(INLA)
library(Matrix)
library(parallel)
## Covariate gempa SM ##
faultcov1 = Z$x1
subcov2 = Z$x2
volcov3 = Z$x3

nrow = 8
ncol = 13
n = nrow*ncol

AreaSM = rep(max(windowgempaSM$xrange)*max(windowgempaSM$yrange)/n, n)

x.gridSM = quadrats(windowgempaSM, ncol, nrow)

# Count the number of points in each grid cell, starting at upper left corner and downwards
ySM = as.vector(quadratcount(gempaSM, tess = x.gridSM))

func.centersSM <- function(windowgempaSM, nrow, ncol)
{
  eps = c((max(windowgempaSM$x)-min(windowgempaSM$x))/ncol/2,
(max(windowgempaSM$y)-min(windowgempaSM$y))/nrow/2)
  x.x = matrix(rep(seq(min(windowgempaSM$x)+eps[1], max(windowgempaSM$x)-
eps[1],length=ncol),nrow),nrow,ncol,byrow=T)
  x.y = matrix(rep(seq(max(windowgempaSM$y)-eps[2],
min(windowgempaSM$y)+eps[2],length=nrow),ncol),nrow,ncol)
  x.ppp = ppp(x.x, x.y, window=windowgempaSM)
  return(x.ppp)
}
centersSM = func.centersSM(windowgempaSM, nrow, ncol)
faultcov1 = lookup.im(faultcov1, centersSM$x, centersSM$y)
subcov2 = lookup.im(subcov2, centersSM$x, centersSM$y)
volcov3 = lookup.im(volcov3, centersSM$x, centersSM$y)
datawin.cen=cbind(ySM,faultcov1,subcov2,volcov3)

# Prepare dataset
data = list(y=ySM, cov1=faultcov1, cov2=subcov2, cov3=volcov3, index=seq(1:n))

#run inla 1 sigma
sig1=1
alpha.sig1=0.1
u.phi1=0.5
alpha.phi1=2/3
form1=y ~ cov1 + cov2 + cov3 +
```

```
  f(index, nrow=nrow, ncol=ncol, model="rw2diid", scale.model=T,
    hyper=list(prec=list(prior="pc.prec", param=c(sig1, alpha.sigma)), phi =list(prior="pc",
param=c(U.phi, alpha.phi))))

form2=y ~ cov1 + cov3 +
  f(index, nrow=nrow, ncol=ncol, model="rw2diid", scale.model=T,
    hyper=list(prec=list(prior="pc.prec", param=c(sig1, alpha.sig1)), phi =list(prior="pc",
param=c(u.phi1, alpha.phi1))))

result1 = inla(form1, family="poisson", data=data, E=AreaSM,
             verbose=F, control.compute=list(dic=TRUE, waic=TRUE))

result2 = inla(form2, family="poisson", data=data, E=AreaSM,
             verbose=F, control.compute=list(dic=TRUE, waic=TRUE))

sumrresult1=summary(result1)
sumresult2=summary(result2)
```