



TESIS SS09-2304

PENAKSIRAN PARAMETER PADA MODEL

COPULA REGRESSION

(STUDI KASUS : PEMODELAN LUAS PANEN PADI

DI KABUPATEN JEMBER, JAWA TIMUR)

IIS DEWI RATIH

NRP. 1312201901

DOSEN PEMBIMBING

Dr. Sutikno M.Si

Dr. Purhadi M.Sc

PROGRAM MAGISTER

JURUSAN STATISTIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER

SURABAYA

2014



TESIS SS09-2304

**PARAMETER ESTIMATION ON
COPULA REGRESSION MODEL
(CASE STUDY : MODELING THE AREA OF RICE HARVEST
IN JEMBER REGENCY, EAST JAVA)**

**IIS DEWI RATIH
NRP. 1312201901**

SUPERVISOR

Dr. Sutikno M.Si

Dr. Purhadi M.Sc

**MAGISTER PROGRAM
DEPARTMENT OF STATISTICS
FACULTY OF MATHEMATICS AND NATURAL SCIENCES
SEPULUH NOPEMBER INSTITUT OF TECHNOLOGY
SURABAYA
2014**

Penaksiran Parameter pada Model *Copula Regression* (Studi Kasus : Pemodelan Luas Panen Padi di Kabupaten Jember, Jawa Timur)

Nama Mahasiswa : Iis Dewi Ratih
NRP : 1312201901
Jurusan : Statistika FMIPA-ITS
Dosen Pembimbing : Dr. Sutikno M.Si
Dr. Purhadi M.Sc

ABSTRAK

Hubungan ketergantungan antara beberapa variabel random adalah salah satu persoalan yang sangat banyak dipelajari dalam ilmu statistika. Beberapa metode dependensi yang ada, seperti korelasi Pearson dan regresi OLS masih membutuhkan asumsi yang seringkali tidak terpenuhi pada aplikasi kasus riil. Copula merupakan metode statistik yang memiliki banyak kelebihan dalam memodelkan dependensi antar variabel, yaitu *invariant* terhadap transformasi, tidak ketat terhadap asumsi distribusi, dapat menjelaskan dependensi yang nonlinear, dan mudah membangun distribusi bersamanya. *Copula Regression* adalah regresi yang berdasarkan Copula yang menggambarkan hubungan pengaruh sebab akibat. Beberapa metode yang dapat digunakan dalam estimasi parameter copula adalah Maximum Likelihood (ML), pendekatan Tau Kendall, dan melalui pendekatan Rho Spearman. *Copula Regression* tidak memiliki parameter regresi, seperti pada model regresi lainnya. *Copula Regression* hanya memiliki parameter copula dan parameter untuk masing-masing fungsi marginal variabel random. Untuk melihat performa dan keunggulan *Copula Regression*, maka metode ini diterapkan pada pemodelan luas panen padi (LP) yang terdiri dari tiga subround, yaitu luas panen padi 1 (LP1), luas panen padi 2 (LP2) dan luas panen padi 3(LP3) dengan variabel independen adalah curah hujan di Jawa Timur dengan mengambil satu sentra produksi padi terbesar yaitu Kabupaten Jember. Hasil penelitian menunjukkan bahwa pemodelan dengan *copula regression* memberikan hasil lebih baik dibandingkan OLS dan GCMR untuk LP2 karena memberikan RMSE terkecil. Sementara RMSE *copula regression* untuk LP1 dan LP3 memiliki selisih yang kecil dengan GCMR. Hal ini disebabkan karena pemilihan distribusi awal yang belum sesuai untuk masing-masing variabel.

Kata kunci: Copula, Regresi, Curah Hujan, Luas Panen Padi

Parameter Estimation on Copula Regression Model (Case Study : Modeling of Rice Harvest Area In Jember Regency, East Java)

Name : Iis Dewi Ratih
NRP : 1312201901
Jurusan : Statistika FMIPA-ITS
Supervisor : Dr. Sutikno M.Si
Dr. Purhadi M.Sc

ABSTRAK

Dependency between several random variables is one of the very many problems studied in statistical science . Several dependencies methods exist, such as Pearson correlation and OLS regression still requires assumptions that are often not met in the real case application. Copula is a statistical method which has many advantages in modeling dependencies between variables , which is invariant to the transformation, not tight against the assumption of the distribution, can explain the nonlinear dependencies, and easy to build the joint distribution. Copula Regression is a Copula -based regression that illustrates the effect of a causal relationship. Several methods can be used in the copula parameter estimation is Maximum Likelihood (ML), Tau Kendall approach and Spearman's Rho approach. Copula Regression does not have a regression parameter, as in other regression models. Copula Regression only have a copula parameters and parameters for each of the marginal functions of random variables. To see the performance and excellence Copula Regression, then this method is applied to the modeling of rice harvested area (LP), which consists of three subround, namely rice harvested area 1 (LP1), rice harvested area 2 (LP2) and the rice harvested area 3 (LP3) with the independent variables are rainfall in East Java by taking the largest rice-producing centers namely Jember. The results showed that the copula regression modeling gives better results than OLS and GCMR for LP2 because it gives the smallest RMSE. While RMSE copula regression for LP1 and LP3 has a small difference with GCMR. This is because the selection of the initial distribution is not appropriate for each variable .

Keywords : Copula, Regression, Rainfall ,Area Harvested Rice

**PENAKSIRAN PARAMETER PADA MODEL COPULA REGRESSION
(STUDI KASUS : PEMODELAN LUAS PANEN PADI DI KABUPATEN JEMBER,
JAWA TIMUR)**

**Tesis disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar
Magister Sains (M.Si)**

**di
Institut Teknologi Sepuluh Nopember**

**oleh:
IIS DEWI RATIH
NRP 1312 201 901**

Tanggal Ujian : 6 Juni 2014

Periode Wisuda : September 2014

Disetujui oleh:

**1. Dr. Sutikno, M.Si.
NIP 19710313 199702 1 001**

(Pembimbing)

**2. Dr. Puhadi, M.Si.
NIP 19620204 198701 1 001**

(Pembimbing)

**3. Dr. Bambang Widjanarko Otok, M.Si.
NIP 19681124-199412 1|001**

(Penguji)

**4. Dr. Santi Wulan Purnami, M.Si.
NIP 19720923 199803 2 001**

(Penguji)

**5. Dr. rer. pol. Heri Kuswanto, M.Si.
NIP 19820326 200312 1 001**

(Penguji)

Direktur Program Pascasarjana,

**Prof. Dr. Ir. Adi Soeprijanto, M.T.
NIP 19640405 199002 1 001**

KATA PENGANTAR

Alhamdulillahirobbil'alamin. Puji syukur kehadiran Allah SWT yang telah memberikan rahmat dan hidayah-Nya, serta shalawat dan salam kepada Raulullah Muhammad SAW sebagai suri tauladan sehingga penulis dapat menyelesaikan Tesis yang berjudul

“PENAKSIRAN PARAMETER PADA MODEL COPULA REGRESSION (STUDI KASUS : PEMODELAN LUAS PANEN PADI DI KABUPATEN JEMBER, JAWA TIMUR)”

Tesis ini disusun sebagai salah satu syarat untuk menyelesaikan studi pada pada Program Studi PascaSarjana Statistika Fakultas Matematikadan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya.

Tersusunnya Tesis ini tidak terlepas dari bantuan berbagai pihak. Untuk itu penulis ingin menyampaikan terimakasih kepada:

1. Mama dan Ayah tercinta yang senantiasa mendoakan, memberikan cinta dan dukungan baik moril maupun material, serta selalu mengingatkan penulis agar selalu berikhtiar, bersyukur, bersabar, dan bertawakkal.
2. Adek tersayang “Muhammad Aunul Abhed” yang selalu mengingatkan penulis untuk selalu berdo'a. Sekalipun umurnya masih muda, tetapi adek yang mengajarkan kedewasaan kepada penulis.
3. Bapak Dr. Muhammad Mashuri, MT selaku ketua jurusan Statistika.
4. Bapak Dr. Sutikno, S. Si., M.Si. dan Bapak Dr. Puhadi, M.Sc selaku dosen pembimbing yang telah meberikan waktu, perhatian, bimbingan, kesabaran, motivasi, dan inspirasi yang telah diberikan ke penulis.
5. Bapak Dr. Bambang Widjanarko Otok, M.Si., M.S, Ibu Dr. Santi Wulan Purnami, M.Si, dan Bapak Dr. rer. pol. Heri Kuswanti, M.Si., selaku dosen penguji yang memberikan saran dan kritik.
6. Bapak Dr. Suhartono, M.Sc selaku Kaprodi Pasca Sarjana Statistika dan Dr. Irhamah, M.Si selaku dosen wali penulis
7. Moh. Irfan, terimakasih atas dukungan, perhatian, motivasi, kesabaran dan waktu yang selalu diberikan kepada penulis.

8. Mike, Elvira, Wahyu, Arum, Dian, Liya, dan Dita teman terdekat penulis selama kuliah. Banyak cerita yang telah kita alami bersama. Terimakasih kawan.
9. Siska, Wita dan Leni yang pernah menjadi teman sekamar penulis. Terima kasih telah menjadi teman dan adek selama di Surabaya
10. Seluruh sahabat Statistika S2 angkatan 2012 dan pihak-pihak lain yang telah mendukung dan membantu atas terselesaikannya Tesis ini yang tidak dapat disebutkan satu persatu.
11. DIKTI yang telah mendukung dalam penelitian ini dalam Hibah Penelitian Strategis Nasional (Stranas) dan pemberi beasiswa Fast Track.

Penulis berharap laporan Tesis ini dapat memberikan manfaat bagi masyarakat dan ilmu pengetahuan. Dalam penyusunannya penulis menyadari bahwa Tesis ini masih jauh dari sempurna, oleh karena itu penulis mengharapkan saran dan kritik yang membangun untuk perbaikan di masa yang akan datang.

Surabaya, Juli 2014

Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
TITLE PAGE	ii
LEMBAR PENGESAHAN	iii
ABSTRAK	iv
ABSTRACT	v
KATA PENGANTAR	vi
DAFTAR ISI	viii
DAFTAR TABEL	x
DAFTAR GAMBAR	xi
DAFTAR LAMPIRAN	xiii
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan masalah.....	3
1.3 Tujuan Penelitian.....	4
1.4 Manfaat Penelitian.....	4
1.5 Batasan Masalah.....	4
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	5
2.1 Konsep Dasar Copula.....	5
2.2 Definisi dan Sifat-sifat Dasar Copula.....	6
2.3 Keluarga Copula.....	6
2.3.1 Copula Gaussian.....	7
2.3.2 Copula Archimedean.....	8
2.4 Transformasi Copula ke Domain [0,1].....	9
2.5 Estimasi Parameter Copula.....	10
2.6 <i>Copula Regression</i>	11
2.7 Pengertian Iklim.....	12
2.8 Luas Panen Padi.....	13
2.9 Penelitian Sebelumnya.....	13

BAB III METODOLOGI PENELITIAN	17
3.1 Sumber Data.....	17
3.2 Variabel Penelitian	17
3.3 Langkah Penelitian	18
BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN	23
4.1 Estimasi Parameter <i>Copula Regression</i>	23
4.1.1 Transformasi Variabel Random.....	23
4.1.2 Estimasi Parameter Copula.....	25
4.1.3 Estimasi Fungsi Distribusi Marginal.....	29
4.1.4 Fungsi Pada Regresi Copula.....	30
4.2 Algoritma Pemodelan <i>Copula Regression</i>	36
4.3 Pemodelan Luas Panen Padi di Kabupaten Jember dengan Regresi Copula Gaussian.....	40
4.3.1 Identifikasi Hubungan antara Luas Panen Padi dan Curah Hujan dengan Korelasi Pearson, Spearman, dan Tau Kendall.....	40
4.3.2 Identifikasi Hubungan Luas Panen Padi dan Curah Hujan dengan <i>Scatter Plot</i>	42
4.3.3 Estimasi Distribusi Marginal dari Masing-masing Variabel Random	45
4.3.4 Transformasi Variabel Luas Panen Padi dan Curah Hujan	45
4.3.5 Estimasi Parameter Copula antara Luas Panen Padi dan Curah Hujan...	47
4.3.6 Pola Hubungan antara Luas Panen Padi dan Curah Hujan Sesuai dengan Parameter Copula	50
4.3.7 Model Luas Panen Padi di Kabupaten Jember dengan Copula Regression.....	55
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN	63
5.1 Kesimpulan	63
5.2 Saran	64
DAFTAR PUSTAKA	65
LAMPIRAN	69
BIOGRAFI PENULIS	

DAFTAR GAMBAR

		Halaman
Gambar 2.1	Pola Copula Archimedean untuk Clayton (a), Frank (b), dan Gumbel (c) (<i>Sumber</i> : Schölzel dan Friederichs, 2008)	9
Gambar 3.1	Peta Kabupaten Jember, Jawa Timur.....	17
Gambar 3.2	Diagram Alir Penelitian	21
Gambar 4.1	Algoritma Pemodelan <i>Copula Regression</i>	38
Gambar 4.2	<i>Scatter Plot</i> antara Luas Panen Subround 1 dengan Curah Hujan Januari (a), Curah Hujan Februari (b), Curah Hujan Maret (c), dan Curah Hujan April (d)	42
Gambar 4.3	<i>Scatter Plot</i> antara Luas Panen Subround 2 dengan Curah Hujan Mei (a), Curah Hujan Juni (b), Curah Hujan Juli (c), dan Curah Hujan Agustus (d)	43
Gambar 4.4	<i>Scatter Plot</i> antara Luas Panen Subround 3 dengan Curah Hujan September (a), Curah Hujan Oktober (b), Curah Hujan Nopember (c), dan Curah Hujan Desember (d)	44
Gambar 4.5	<i>Scatter Plot</i> Hasil Transformasi antara Luas Panen Subround 1 dengan Curah Hujan Januari (a), Curah Hujan Februari (b), Curah Hujan Maret (c), dan Curah Hujan April (d)	46
Gambar 4.6	<i>Scatter Plot</i> Hasil Transformasi antara Luas Panen Subround 2 dengan Curah Hujan Mei (a), Curah Hujan Juni (b), Curah Hujan Juli (c), dan Curah Hujan Agustus (d)	46
Gambar 4.7	<i>Scatter Plot</i> Hasil Transformasi antara Luas Panen Subround 3 Curah Hujan September (a), Curah Hujan Oktober (b), Curah Hujan Nopember (c), dan Curah Hujan Desember (d)	47
Gambar 4.8	<i>Scatter Plot</i> dengan $n=2500$ antara Luas Panen Subround 1 dengan Curah Hujan Januari (a), Curah Hujan Februari (b), Curah Hujan Maret (c), dan Curah Hujan April (d) Domain $[0,1]$	51

Gambar 4.9	<i>Scatter Plot</i> dengan $n=2500$ antara Luas Panen Subround 2 dengan Curah Hujan Mei (a), Curah Hujan Juni (b), Curah Hujan Juli (c), dan Curah Hujan Agustus (d) Domain $[0,1]$	52
Gambar4.10	<i>Scatter Plot</i> Hasil dengan $n=2500$ antara Luas Panen Subround 3 Curah Hujan September (a), Curah Hujan Oktober (b), Curah Hujan Nopember (c), dan Curah Hujan Desember (d) Domain $[0,1]$	52
Gambar 4.11	<i>Scatter Plot</i> antara Luas Panen Subround 1 dengan Curah Hujan Januari (a), Curah Hujan Februari (b), Curah Hujan Maret (c), dan Curah Hujan April (d) dengan $n=2500$	53
Gambar 4.12	<i>Scatter Plot</i> antara Luas Panen Subround 2 dengan Curah Hujan Mei (a), Curah Hujan Juni (b), Curah Hujan Juli (c), dan Curah Hujan Agustus (d) dengan $n=2500$	54
Gambar 4.13	<i>Scatter Plot</i> antara Luas Panen Subround 3 Curah Hujan September (a), Curah Hujan Oktober (b), Curah Hujan Nopember (c), dan Curah Hujan Desember (d) dengan $n=2500$	54
Gambar 4.14	<i>Line Plot</i> antara Luas Panen Subround 1.....	60
Gambar 4.15	<i>Line Plot</i> antara Luas Panen Subround 2.....	60
Gambar 4.16	<i>Line Plot</i> antara Luas Panen Subround 3.....	60

DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 2.1 Generator dan Copula Bivariat Keluarga Copula Archimedean	8
Tabel 3.1 Kode dan Keterangan Variabel Penelitian	18
Tabel 4.1 Contoh Estimasi Parameter pada <i>Copula Regression</i>	35
Tabel 4.2 Korelasi antara Luas Panen Subround 1, Curah Hujan Januari, Curah Hujan Februari, Curah Hujan Maret, dan Curah Hujan	40
Tabel 4.3 Korelasi antara Luas Panen Subround 2, Curah Hujan Mei, Curah Hujan Juni, Curah Hujan Juli, dan Curah Hujan Agustus	41
Tabel 4.4 Korelasi antara Luas Panen Subround 3, Curah Hujan September, Curah Hujan Oktober, Curah Hujan Nopember, dan Curah Hujan Desember	41
Tabel 4.5 Distribusi Marginal Masing-masing Variabel Luas Panen Padi dan Curah Hujan	47
Tabel 4.6 Parameter Copula antara Luas Panen Subround 1, Curah Hujan Januari, Curah Hujan Februari, Curah Hujan Maret, dan Curah Hujan April	48
Tabel 4.7 Parameter Copula antara Luas Panen Subround 2, Curah Hujan Mei, Curah Hujan Juni, Curah Hujan Juli, dan Curah Hujan Agustus.....	49
Tabel 4.8 Parameter Copula antara Luas Panen Subround 3, Curah Hujan September, Curah Hujan Oktober, Curah Hujan Nopember, dan Curah Hujan Desember	50
Tabel 4.9 Perbandingan RMSE Model OLS, GCMR, dan <i>Copula Regression</i>	61



BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Hubungan ketergantungan (dependensi) antara beberapa variabel random adalah salah satu persoalan yang seringkali dipelajari dalam ilmu probabilitas dan statistika (Jogdeo, 1982). Selama ini, korelasi merupakan alat yang biasa digunakan untuk mengukur dependensi antar variabel. Akan tetapi, metode ini lemah untuk menjelaskan fenomena dependensi yang nonlinear dan hanya berfungsi untuk mengetahui dependensi antara dua variabel (Jogdeo, 1982). Selain itu, metode ini sensitif terhadap adanya data outlier dan pasangan data variabel random diasumsikan harus berdistribusi normal. Beberapa distribusi bivariat atau multivariat telah dikembangkan sebagai alternatif untuk mengatasi ketidaknormalan pada distribusi marginal seperti bivariat gamma (Moran, 1969) dan (Nadarajah dan Gupta, 2006), Farlie Gumbel Morgenster (Conway, 1979), bivariat exponential (Gumbel, 1960), dan masih banyak lainnya. Namun, distribusi-distribusi tersebut terbatas pada marginal yang sama dan mempunyai struktur yang kompleks pada fungsi densitas probabilitasnya, termasuk struktur dependensinya (Salamah dan Kuswanto, 2010). Oleh karena itu, diperlukan metode lain yang lebih baik yang dapat menjelaskan dependensi antar variabel.

Salah satu metode dalam model dependensi yang sangat populer saat ini adalah copula yang diperkenalkan pertama kali oleh Sklar (1959). Beberapa keunggulan copula adalah (1) *invariant* (tidak berubah) terhadap transformasi masing-masing variabel random yang *strictly increasing* (Sungur, 2005); (2) tidak ketat terhadap asumsi distribusi, khususnya distribusi normal, (3) dapat menjelaskan dependensi yang nonlinear, mudah membangun distribusi bersamanya karena distribusi marginal dari variabel random bisa berbeda atau bahkan distribusi marginalnya tidak diketahui (Scholzel, 2008); (4) dapat melihat struktur dependensi antar variabel random berdasarkan karakteristik dari masing-masing variabel random tersebut (marginal)

atau berdasarkan distribusi bersamanya (Kim dan Kim, 2013), dan (5) tidak terbatas untuk dua variabel saja.

Beberapa kelebihan metode copula menarik perhatian peneliti dan terus berkembang dalam bidang keilmuan. Copula telah banyak digunakan untuk memodelkan struktur hubungan pada manajemen resiko (Villarini, Serinaldi, dan Krajewski, 2008; Embrechts, Lindskog dan McNeil, 2001), klimatologi dan meteorologi (Vreac, Chedin, dan Diday, 2005; Schölzel dan Friedrich, 2008; De Michele dan Salvadori, 2003), dan pada bidang-bidang yang lain.

Parsa dan Klugman (2011) menunjukkan bahwa *copula regression* lebih baik dalam memodelkan daripada *ordinary least square* (OLS) dan *generalized linear models* (GLM). Pemodelan dengan OLS membutuhkan asumsi yaitu error harus berdistribusi normal. Asumsi kenormalan seringkali terlanggar jika terdapat amatan ekstrem (Montgomery, 2012) dan bergantung pada distribusi variabel respon yang berdistribusi normal. Pada kenyataannya, tidak selalu distribusi variabel respon berdistribusi normal. Metode yang dapat digunakan ketika respon tidak berdistribusi normal adalah GLM. Akan tetapi GLM hanya mengasumsikan distribusi variabel respon adalah keluarga eksponensial. Oleh karena itu Parsa dan Klugman (2011) menggunakan *Copula Regression* untuk mengatasi kelemahan keduanya, di mana metode ini menyesuaikan dengan distribusi marginal masing-masing variabel random.

Copula regression tidak memiliki parameter regresi seperti pada OLS maupun model regresi lainnya. *Copula regression* memiliki parameter copula yang menunjukkan keeratan hubungan antar variabel dan parameter untuk masing-masing distribusi marginal. Estimasi parameter copula dapat dilakukan dengan berbagai cara, di antaranya: *maximum likelihood estimation* (MLE), pendekatan Tau Kendall dan pendekatan Rho-Spearman. Oleh karena itu, pada penelitian ini akan dikaji mengenai estimasi parameter pada *copula regression* dengan pendekatan Tau Kendall.

Untuk melihat performa dan keunggulan copula, maka metode ini diterapkan pada pemodelan luas panen padi dengan indikator curah hujan di Kabupaten Jember, Jawa Timur. Curah hujan di Indonesia merupakan salah satu contoh data ekstrim

karena merupakan unsur iklim yang memiliki keragaman dan fluktuasi yang tinggi yang dapat menyebabkan iklim ekstrim. Iklim ekstrim memberikan dampak di berbagai sektor, salah satunya pada bidang pertanian (ketahanan pangan). Amien, Redjekiningrum, Kartiwa, dan Estiningtyas (1999); Widyawati (2009); Case (2013); Syaikat (2011); dan Levine (2009) menyatakan bahwa informasi mengenai sektor pertanian akibat dampak iklim ekstrim sangat penting untuk diketahui khususnya di Jawa Timur. Hal ini mengingat bahwa ketergantungan penduduk Indonesia yang besar pada beras memaksa sentra produksi padi khususnya di Jawa Timur untuk memenuhi kebutuhan pangan. Jawa Timur dikenal sebagai salah satu wilayah lumbung padi di Indonesia karena mampu menyumbang 17 persen produksi padi nasional (BPS, 2010). Bahkan Jawa Timur merupakan kontributor produksi padi terbesar kedua di Indonesia (Bappeda Provinsi Jawa Timur, 2011).

Ratih (2013) telah memodelkan luas panen padi dengan indikator curah hujan menggunakan *Gaussian Copula Marginal Regression*. Metode ini juga merupakan pengembangan metode copula yang berbasis regresi. Beberapa kajian masih terbatas jenis copula yang digunakan adalah copula Gaussian. GCMR mampu memodelkan dengan baik pada data dengan *skew* yang cenderung besar karena mengasumsikan distribusi responnya adalah weibull. Oleh karena itu, penelitian ini digunakan metode *Copula Regression* untuk memodelkan hubungan luas panen padi dan curah hujan di Kabupaten Jember Jawa Timur dengan menggunakan berbagai jenis distribusi yang paling sesuai dengan distribusi data.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, permasalahan yang dibahas dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Bagaimana kajian teoritis mengenai penaksiran parameter pada pemodelan *Copula Regression*?
2. Bagaimana algoritma pembentukan model dengan *Copula Regression*?
3. Bagaimana model terbaik luas panen padi di Kabupaten Jember Jawa Timur dengan *Copula Regression*?

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Mengkaji mengenai penaksiran parameter pada pemodelan *Copula Regression*
Membuat algoritma pembentukan model dengan *Copula Regression*
2. Mendapatkan model terbaik luas panen padi di Kabupaten Jember Jawa Timur dengan *Copula Regression*

1.4 Manfaat

Manfaat penelitian ini adalah sebagai berikut.

Bagi pengembangan keilmuan, dapat memahami metode *Copula Regression* dalam mengidentifikasi ataupun memodelkan hubungan antar variabel yang tidak berdistribusi normal dan terdapat data ekstrem.

1.5 Batasan Masalah

Batasan masalah dalam penelitian ini adalah:

1. Variabel yang digunakan yaitu curah hujan dan luas panen padi di Kabupaten Jember periode 1990-2011
2. Copula yang digunakan dalam pemodelan regresi adalah Copula Gaussian

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

Bagian ini membahas mengenai konsep dasar copula yang meliputi fungsi dan sifat-sifat dasar copula. Selain itu juga membahas mengenai beberapa macam keluarga copula, estimasi parameter copula dan estimasi parameter pada *copula regression*.

2.1 Konsep Dasar Copula

Copula berasal dari Bahasa Latin yang artinya hubungan, pertalian, atau ikatan (Nelsen, 2005). Copula pertama kali diperkenalkan oleh Abe Sklar pada tahun 1959 melalui teorema sklar. Menurut teorema sklar, copula merupakan suatu fungsi yang menghubungkan fungsi distribusi multivariat dengan distribusi marginalnya (Nelsen, 1999).

Fungsi distribusi marginal menggambarkan bagaimana tingkah laku dari masing-masing variabel random yang dihubungkan dengan copula untuk menghasilkan suatu fungsi distribusi bersama, sehingga copula dapat mencakup keseluruhan struktur dependensi antar variabel random (Irbaginov, 1995)

Variabel random dapat dihubungkan karena setiap variabel random memiliki distribusi kumulatif. Jika terdapat dua atau lebih variabel random, maka akan dipunyai distribusi bersama. Namun, tidaklah mudah mengkonstruksi fungsi distribusi bersama, bahkan seringkali tidak mendapatkan fungsi distribusi bersama tersebut. Copula merupakan salah satu metode yang dapat membantu dalam menentukan distribusi bersama. Kelebihan copula lainnya adalah dapat mendeteksi dependensi/asosiasi antar variabel random baik linear maupun non-linear, tidak harus memenuhi syarat identik untuk distribusi marginalnya, tidak ketat terhadap asumsi distribusi (khususnya distribusi normal), dan *invariant* (tidak berubah) terhadap transformasi variabel random yang *strictly increasing*.

2.2 Definisi dan Sifat-sifat Dasar Copula

Apabila terdapat vektor random (X_1, X_2, \dots, X_n) memiliki fungsi distribusi kumulatif marginal $F_{X_1}, F_{X_2}, \dots, F_{X_n}$ dengan domain \mathbf{R} yang tidak turun, yaitu $F_{X_i}(-\infty) = 0$ dan $F_{X_i}(\infty) = 1$, maka distribusi bersamanya disajikan pada persamaan 2.1.

$$F_{(X_1, X_2, \dots, X_n)}(x_1, x_2, \dots, x_n) = C_{(X_1, X_2, \dots, X_n)}(F_{X_1}(x_1), F_{X_2}(x_2), \dots, F_{X_n}(x_n)) \quad (2.1)$$

F_X merupakan fungsi *2-increasing* (fungsi monoton naik), dimana $F(-\infty) = 0$ dan $F(\infty) = 1$. $C_{(X_1, X_2, \dots, X_n)}$ adalah *Copula*, dimana $C_x : [0,1] \times \dots \times [0,1] \rightarrow [0,1]$.

Menurut Nelsen (2005), jika fungsi distribusi marginal dari $F_{X_i}(x_i)$ adalah kontinu, maka $C_{(X_1, X_2, \dots, X_n)}$ adalah unik dan dapat ditunjukkan sebagai berikut.

$$C_{(X_1, X_2, \dots, X_n)}(u_1, \dots, u_n) = \int_0^{u_1} \dots \int_0^{u_n} c_{(X_1, X_2, \dots, X_n)}(u_1, \dots, u_n) du_1 \dots du_n \quad (2.2)$$

dimana C adalah CDF Copula dan c adalah persamaan densitas Copula. Copula merupakan fungsi yang menghubungkan fungsi marginal univariat menjadi distribusi multivariat, dimana fungsi tersebut merupakan fungsi distribusi bersama dari variabel random uniform standar normal (Pradier, 2011).

2.3 Keluarga Copula

Copula memiliki banyak keluarga. Beberapa keluarga Copula adalah *Archimedian Copula*, *Elliptical Copula*, *Gaussian Copula*, *Bivariate Extreme Value Copula* dan *Marshal-Olkin Copula*. Akan tetapi, dua keluarga Copula yang paling populer adalah Copula Ellip dan Copula Archimedian. Dalam penelitian ini hanya menggunakan Copula Gaussian (salah satu keluarga Copula Elips) dan Copula Gumbel (salah satu keluarga Copula Archimedean).

2.3.1 Copula Gaussian

Copula Gaussian atau Copula Normal adalah *special case* pada pendekatan copula. Vektor random (X_1, X_2, \dots, X_n) memiliki fungsi distribusi kumulatif marginal, yaitu F_{X_i} , dengan cara $U = F_{X_i}(x_i) \sim U(0,1)$ maka setiap variabel komponen dapat ditransformasi ke variabel random yang berdistribusi normal standar pada persamaan 2.3 berikut.

$$Z_p = F_{N(0,1)}^{-1}(F_{X_i}(x_i)) \sim N(0,1) \quad (2.3)$$

Dimana $i= 1,2, \dots, n$ yang mengasumsikan bahwa $Z = (Z_1, Z_2, \dots, Z_n)^T$ mengikuti distribusi multivariat normal standar $N(0, \Sigma)$ dengan PDF $f_{N(0,\Sigma)}$ dan matrik varian kovarian Σ . Fungsi Copula Gaussian seperti disajikan pada persamaan 2.4 berikut.

$$C_{(X_1, X_2, \dots, X_n)}(u_1, u_2, \dots, u_n) = F_{N(0,\Sigma)}(F_{N(0,1)}^{-1}(u_1), F_{N(0,1)}^{-1}(u_2), \dots, F_{N(0,1)}^{-1}(u_n)) \quad (2.4)$$

dengan

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \dots & \sigma_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \dots & \sigma_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & 1 & \dots & \sigma_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

Sehingga densitas copula normal disajikan pada persamaan 2.5 berikut.

$$C_{(X_1, X_2, \dots, X_n)}(u_1, u_2, \dots, u_n) = \frac{\partial}{\partial u_1} \cdot \frac{\partial}{\partial u_2} \dots \frac{\partial}{\partial u_n} \cdot C_X(u_1, u_2, \dots, u_n) = \frac{f_{N(0,\Sigma)}(F_{N(0,1)}^{-1}(u_1), F_{N(0,1)}^{-1}(u_2), \dots, F_{N(0,1)}^{-1}(u_n))}{f_{N(0,1)}(F_{N(0,1)}^{-1}(u_1)) \prod_{j=1}^n (f_{N(0,1)}(F_{N(0,1)}^{-1}(u_j)))} \quad (2.5)$$

Jika Copula Normal digunakan pada distribusi normal multivariat, maka diasumsikan memiliki hubungan yang linear (Schölzel dan Friederichs, 2008).

2.3.2 Copula Archimedean

Jika terdapat $\phi : [0,1] \rightarrow [0,\infty]$ yang bersifat kontinu, menurun dan merupakan fungsi konvek sedemikian hingga $\phi(1)=0$ dan $\phi(0)=\infty$. Invers dari ϕ adalah ϕ^{-1} , dimana $\phi^{-1} : [0,\infty] \rightarrow [0,1]$. Fungsi copula Archimedean $C : [0,1]^m \rightarrow [0,1]$ disajikan pada persamaan 2.6

$$C(u_1, u_2, \dots, u_m, v) = \phi^{-1} \{ \phi(u_1) + \phi(u_2) + \dots + \phi(u_m) + \phi(v) \} \quad (2.6)$$

dengan $\phi : [0,1] \rightarrow [0,\infty)$ adalah monoton sempurna, yaitu:

$$(-1)^k \frac{\partial^k}{\partial u^k} \phi^{-1}(u_i) \geq 0 \quad ; k \in \mathbb{N} \quad (2.7)$$

ϕ disebut Generator Copula C dengan asumsi hanya memiliki satu parameter θ (Nelsen, 2005). Kelebihan copula Archimedean adalah sebagai berikut.

1. Dapat dikonstruksi dengan mudah.
2. memiliki banyak sifat yang dipengaruhi oleh anggota-anggota kelas ini.
3. Memiliki sub *family* yang besar dan beragam.
4. Memiliki bentuk distribusi yang memiliki tail dependensi untuk menunjukkan probabilitas kondisional pada daerah ekstrim.

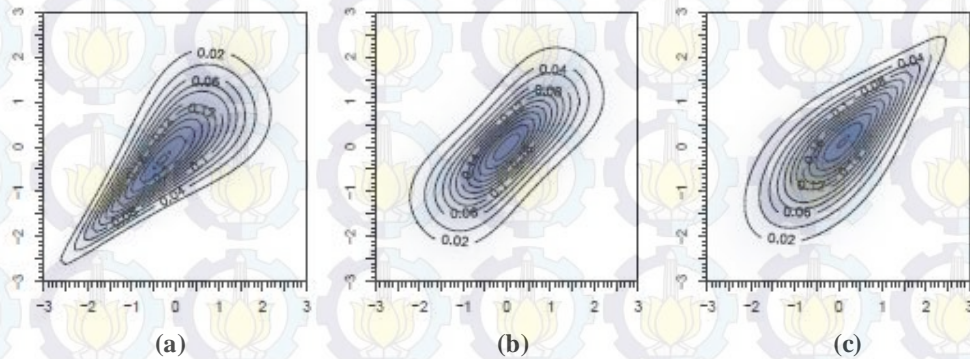
Berbagai macam keluarga dan generatornya Copula Archimedean, yaitu: Copula Clayton, Gumbel, dan Frank dapat dilihat pada Tabel 2.1.

Tabel 2.1. Generator dan Copula Bivariat Keluarga Copula Archimedean

Keluarga	Generator $\phi(u)$	Copula Bivariat $C(u, v)$
Clayton	$\frac{u^{-\theta} - 1}{\theta}, \theta \in (0, \infty)$	$(u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1)^{\frac{1}{\theta}}$
Gumbel	$(-\log(u))^\theta, \theta \in [1, \infty)$	$\exp \left\{ - [(-\log(u))^\theta + (-\log(v))^\theta]^{\frac{1}{\theta}} \right\}$
Frank	$\log \left(\frac{e^{\theta u} - 1}{e^\theta - 1} \right), \theta \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	$\frac{1}{\theta} \log \left(1 + \frac{(e^{\theta u} - 1)(e^{\theta v} - 1)}{e^\theta - 1} \right)$

(Sumber : Kpanzou, 2007)

Keluarga Copula Archimedean memiliki *tail* dependensi yang berbeda satu sama lain. Copula Clayton mempunyai *tail* dependensi di bagian bawah, Copula Frank tidak mempunyai *tail* dependensi, dan Copula Gumbel mempunyai *tail* dependensi di bagian atas. Pola masing-masing Copula ditunjukkan pada Gambar 2.1.



Gambar 2.1. Pola Copula Archimedean untuk Clayton (a), Frank (b), dan Gumbel (c)

(Sumber : Schölzel dan Friederichs, 2008)

2.4 Transformasi Copula ke Domain [0,1]

Tahap awal analisis Copula dilakukan dengan mentransformasi variabel random ke domain [0,1]. Distribusi marginal variabel random X yang tidak diketahui, masing-masing adalah pada persamaan 2.8.

$$F_X(x) = \frac{1}{n+1} \sum_{j=1}^n 1(X^{(j)} \leq x); x \in R \quad (2.8)$$

Proses transformasi dilakukan dengan cara membuat rank untuk masing-masing variabel random. $R_1^{(j)}, \dots, R_n^{(j)}$ adalah rank dari X_1, \dots, X_n , kemudian masing-masing dibagi dengan $n+1$.

$$\left(\left(\frac{R_1^{(j)}}{n+1} \right), \left(\frac{R_2^{(j)}}{n+1} \right), \dots, \left(\frac{R_n^{(j)}}{n+1} \right) \right) \quad (2.9)$$

Sesuai dengan transformasi pada persamaan 2.9, persamaan *Copula* dapat diberikan pada persamaan 2.10 (Genest dan Nešlehová, 2010).

$$C(u_1, \dots, u_n) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n 1 \left(\frac{R_1^{(j)}}{n+1} \leq u_1, \dots, \frac{R_n^{(j)}}{n+1} \leq u_n \right), u_1, \dots, u_n \in (0,1) \quad (2.10)$$

dimana $1(\cdot)$ pada persamaan (2.8), (2.9), dan (2.11) adalah fungsi indikator jika

masing-masing $X^{(j)} \leq x, Y^{(j)} \leq y$, dan $\frac{R_1^{(j)}}{n+1} \leq u, \frac{R_2^{(j)}}{n+1} \leq v$ (Berg dan Bakken, 2006).

2.5 Estimasi Parameter Copula

Menurut Mikosch (2006), estimasi parameter Copula didapatkan dengan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). *Maximum Likelihood Estimation* untuk Copula ini diperoleh dengan memaksimalkan fungsi log likelihood. Pada kasus bivariat, fungsi densitas f dapat dituliskan dalam bentuk Copula yang disajikan pada persamaan 2.11.

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = f_{X_1}(x_1) \times \dots \times f_{X_n}(x_n) c\{F_{X_1}(x_1), \dots, F_{X_n}(x_n)\} \quad (2.11)$$

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = f_{X_1}(x_1) \times \dots \times f_{X_n}(x_n) c\{u_1, \dots, u_n\} \quad (2.12)$$

Jika copula yang digunakan adalah copula Gaussian, maka fungsi densitas copula dan fungsi densitas f ditunjukkan pada persamaan 2.13 dan 2.14.

$$c(u_1, u_2, \dots, u_n) = \exp\left\{-\frac{\mathbf{v}^T(\mathbf{R}^{-1} - \mathbf{I})\mathbf{v}}{2}\right\} \times |\mathbf{R}|^{-0,5} \quad (2.13)$$

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = f_1(x_1).f_2(x_2) \dots f_n(x_n) \exp\left\{-\frac{\mathbf{v}^T(\mathbf{R}^{-1} - \mathbf{I})\mathbf{v}}{2}\right\} \times |\mathbf{R}|^{-0,5} \quad (2.14)$$

Dimana $\mathbf{v} = [\phi^{-1}[F_{X_1}(x_1)], \phi^{-1}[F_{X_2}(x_2)], \dots, \phi^{-1}[F_{X_n}(x_n)]]$ dan \mathbf{I} adalah matrik identitas. Jika korelasi antara semua variabel adalah nol, maka \mathbf{R} adalah matrik identitas, maka semua variabel adalah independen.

Dengan metode MLE, fungsi likelihood L dan log likelihood dituliskan pada persamaan 2.15 dan 2.16.

$$L = c(u_1, u_2, \dots, u_n) = \exp\left\{-\frac{\mathbf{v}^T(\mathbf{R}^{-1} - \mathbf{I})\mathbf{v}}{2}\right\} \times |\mathbf{R}|^{-0,5} \quad (2.15)$$

$$\ln L = \left\{-\frac{\mathbf{v}^T(\mathbf{R}^{-1} - \mathbf{I})\mathbf{v}}{2}\right\} - 0,5 \ln |\mathbf{R}| \quad (2.16)$$

Selain menggunakan MLE, metode yang dapat digunakan untuk estimasi copula adalah dengan menggunakan pendekatan Tau Kendall dan pendekatan Rho Spearman, yaitu persamaan 2.17 untuk pendekatan Tau Kendall dan persamaan 2.18 untuk pendekatan Rho Spearman.

$$r_{ij} = \sin(\pi\tau_{ij} / 2) \quad (2.17)$$

$$r_{ij} = 2\sin(\pi\rho_{ij} / 6) \quad (2.18)$$

Dimana τ_{ij} dan ρ_{ij} masing-masing adalah nilai tau kendall dan nilai rho spearman.

2.6 Copula Regression

Regresi copula merupakan model yang menggambarkan hubungan kausalitas antara variabel prediktor dan variabel respon. Regresi copula tidak memiliki parameter regresi seperti pada model regresi lainnya. Regresi OLS dan GLM yang memiliki parameter β dengan masing-masing modelnya disajikan pada persamaan 2.19 dan 2.20.

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k + \varepsilon \quad (2.19)$$

$$g(\cdot) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_k x_k \quad (2.20)$$

Regresi Copula hanya memiliki parameter untuk masing-masing distribusi marginalnya dan parameter \mathbf{r} yang merupakan parameter copula, \mathbf{r} yang menggambarkan keeratan antara variabel prediktor dan variabel respon dan memiliki parameter untuk masing-masing distribusi marginal. Nilai \mathbf{r} tidak dapat diinterpretasikan seperti pada model regresi klasik pada umumnya (menjelaskan besarnya kenaikan/ penurunan variabel respon akibat kenaikan/ penurunan 1 satuan variabel prediktor). Hal ini disebabkan karena regresi copula menggambarkan data yang tidak memiliki pola tertentu, sehingga model yang terbentuk tidak dapat dijelaskan dengan suatu parameter regresi. Model regresi copula yang terbentuk bergantung pada fungsi distribusi copulanya. Regresi copula dengan Copula Gaussian memiliki bentuk sebagai berikut

$$f(x_n | x_1, x_2, \dots, x_{n-1}) = f(x_n) \cdot \exp \left\{ -0,5 \left[\frac{\{\phi^{-1}[F(x_n)] - \mathbf{r}^T \mathbf{R}_{n-1}^{-1} \mathbf{v}^*\}^2}{1 - \mathbf{r}^T \mathbf{R}_{n-1}^{-1} \mathbf{r}} \right] - \{\phi^{-1}[F(x_n)]\}^2 \right\} \times (1 - \mathbf{r}^T \mathbf{R}_{n-1}^{-1} \mathbf{r})^{-1/2} \quad (2.21)$$

Dimana $\mathbf{v}^* = (v_1, v_2, \dots, v_{n-1})$ dan $\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{n-1} & \mathbf{r} \\ \mathbf{r}^T & \mathbf{1} \end{bmatrix}$

dengan $v_i = [\phi^{-1}[F_{x_i}(x_i)]]$, $i = 1, 2, \dots, n-1$

2.7 Pengertian Iklim

Iklim menunjukkan kondisi umum atau kondisi rata-rata dari unsur-unsur cuaca dalam waktu yang relatif panjang meliputi kurun waktu beberapa bulan atau beberapa tahun pada lokasi yang lebih luas (Purnomo, 2011). *Intergovernmental Panel on Climate Change* (IPCC) pada tahun 2007 menyatakan bahwa iklim adalah rata-rata dan variansi tempertur, penguapan, presipitasi (curah hujan) dan angin selama periode tertentu yang berkisar dalam hitungan bulan hingga jutaan tahun. Unsur iklim yang terpenting adalah curah hujan, karena di Indonesia curah hujan memiliki keragaman yang cukup tinggi.

Curah hujan adalah jumlah air yang jatuh di permukaan tanah datar selama periode tertentu yang diukur dengan satuan tinggi (mm) di atas permukaan horizontal bila tidak terjadi evaporasi, *runoff* dan infiltrasi. Satuan CH adalah mm atau inch. Terdapat beberapa cara mengukur curah hujan. Curah hujan (mm) : merupakan ketinggian air hujan yang terkumpul dalam tempat yang datar, tidak menguap, tidak meresap, dan tidak mengalir. Curah hujan 1 (satu) millimeter, artinya dalam luasan satu meter persegi pada tempat yang datar tertampung air setinggi satu millimeter atau tertampung air sebanyak satu liter. Curah hujan kumulatif (mm) : merupakan jumlah hujan yang terkumpul dalam rentang waktu kumulatif tersebut. Dalam periode musim, rentang waktunya adalah rata-rata panjang musim pada masing-masing Daerah Prakiraan Musim (Mangostina, 2010).

2.8 Luas Panen Padi

Luas panen adalah luas tanaman padi yang dipanen pada suatu wilayah dalam periode pengumpulan data dan merupakan luas bersih (tidak termasuk luas galengan/pematang). Badan Pusat Staistika dan Dinas Pertanian melakukan pendataan luas panen padi tiga kali dalam setahun. Hal ini disebabkan karena masa penanaman padi hingga panen membutuhkan waktu 3-4 bulan. Pendataan dibagi menjadi tiga periode, yaitu luas panen padi periode 1 (LP1) adalah luas panen padi yang di panen di akhir bulan April, luas panen padi periode 2 (LP2) adalah luas panen padi yang dipanen di akhir bulan Agustus. Sementara luas panen padi periode 3(LP3) adalah luas panen padi yang dipanen di akhir bulan Desember.

2.9 Penelitian Sebelumnya

BPS dan Departemen Pertanian telah melakukan pendataan dan peramalan akan luas panen padi dan produktivitas per provinsi dan per *subround*. Hasil ramalan luas panen dan produktivitas padi dari BPS dan Dinas pertanian diberi istilah Angka Ramalan (ARAM). ARAM dilakukan sebanyak tiga kali dalam setahun. Hal ini disebabkan karena masa penanaman padi hingga panen membutuhkan waktu 3-4 bulan. Model yang digunakan untuk peramalan luas panen per *subround* (Januari-April, Mei-Agustus, dan September-Desember) adalah dengan persamaan regresi linear, logaritma, atau eksponensial tergantung pola datanya. Peramalan luas panen suatu subround didasarkan pada Luas Tanaman Akhir Bulan (LTAB) di subround sebelumnya. LTAB. LTAB April pada ramalan I, serta LTAB Agustus pada ramalan II, juga masih merupakan ramalan (BPS,2009).

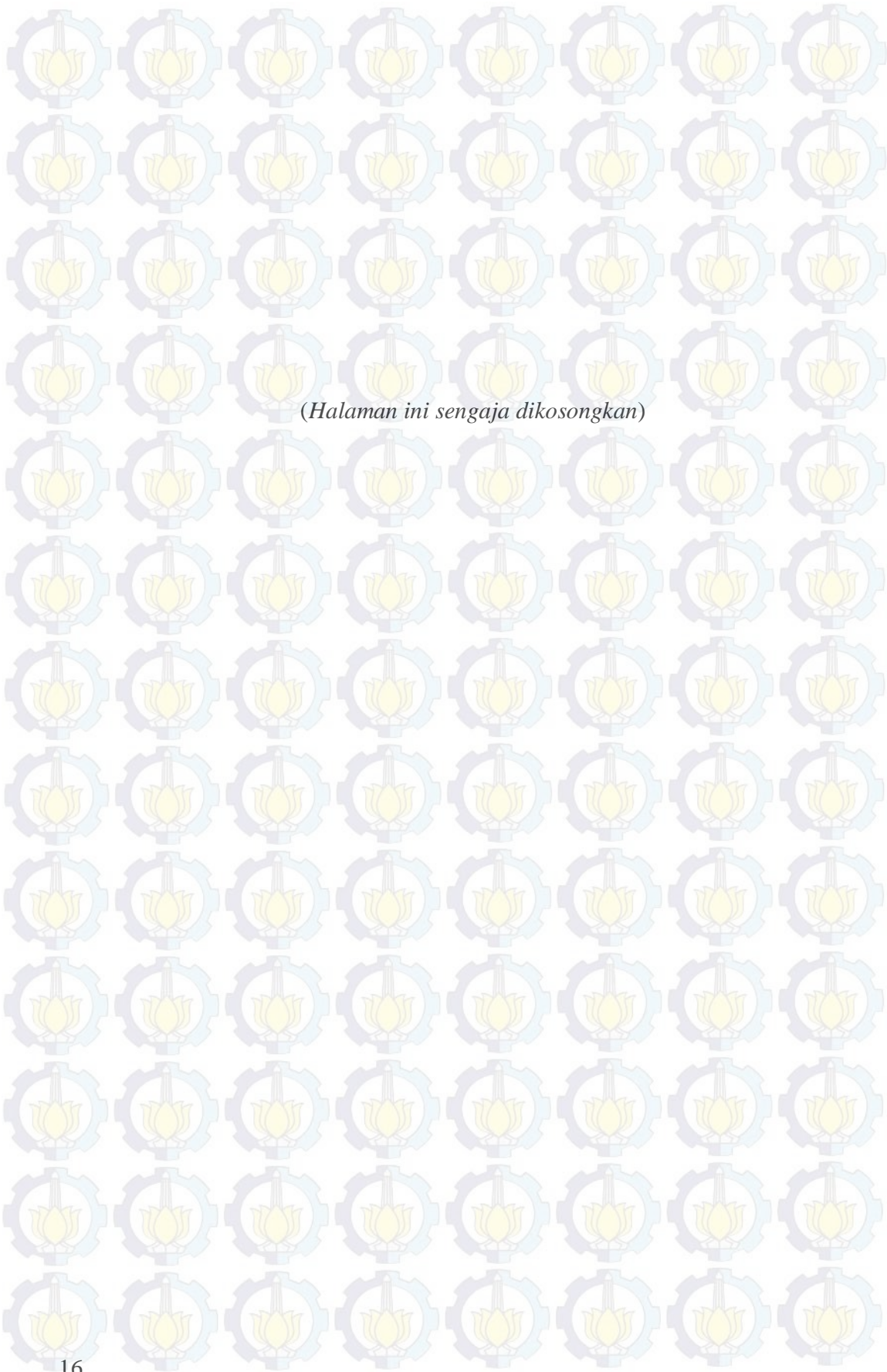
Beberapa penelitian mengenai luas panen padi yang melibatkan indikator iklim telah dilakukan dalam beberapa tahun belakangan ini. Sutikno (2008) melakukan permodelan regresi anomali luas panen per periode dan indeks curah hujan terboboti dengan OLS. Sutikno (2008) menghasilkan bahwa terdapat hubungan antara kedua variabel, yaitu semakin besar ketersediaan air dari curah hujan akan menghasilkan luas panen yang semakin luas. Disamping itu, didapatkan nilai koefisien determinasi R^2 kecil yang disebabkan karena adanya pengamatan *outlier*. Pada kenyataannya,

pengamatan *outlier* memang terjadi dan seringkali tidak diketahui penyebabnya. Oleh karena itu pengamatan tersebut tidak dapat dihilangkan begitu saja karena akan mengurangi informasi yang ada. Penelitian lain oleh Naylor dkk (2001, 2002, dan 2007) menggunakan variabel indikator ENSO yang dianalisis dengan metode analisis regresi sederhana. Metode ini belum mampu menginterpretasikan model dengan baik karena data yang dianalisis tidak memenuhi asumsi, yaitu data tidak berdistribusi normal.

Copula telah banyak digunakan untuk memodelkan struktur hubungan pada manajemen resiko (Villarini, Serinaldi, dan Krajewski, 2008; Embrechts, Lindskog dan McNeil, 2001), klimatologi dan meteorologi (Vrac *et al*, 2005, Schölzel dan Friedrich, 2008; De Michele dan Salvadori, 2003), dan pada bidang-bidang yang lain. Sungur (2005); Sungur (2005); Jung *et al* (2008); Kim *et al* (2008;2009); dan Uhm *et al* (2012) melihat arah hubungan (*directional dependence*) antara dua variabel, pengaruh rekursif (pengaruh dari satu variabel terhadap variabel lainnya) dan pengaruh non-rekursif (dua variabel saling mempengaruhi satu sama lain). *Directional dependence* menjadi tidak perlu lagi diteliti ketika arah hubungan sudah diketahui secara teoritis. Dodge dan rousson (2000) dan Mudappur (2003) menerapkan *Directional dependence* dari sudut pandang yang berbeda yaitu untuk melihat hubungan arah garis regresi dengan asumsi error model bersifat simetris dan hubungan variabelnya dapat dijelaskan dengan korelasi Perason, atau dengan kata lain $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$. Asumsi kenormalan seringkali terlanggar jika terdapat amatan ekstrem (Montgomery, 2012). Oleh karena itu, Sungur (2005) menyarankan menggunakan model regresi copula untuk melihat hubungan antar variabel. Metode ini tidak hanya dapat mendeteksi adanya *directional dependence* tetapi juga mengukur tingkat *directional dependence*.

Beberapa penelitian yang menggunakan metode *Copula regression* pernah dilakukan oleh Parsan dan Klugman (2011); Noh, Ghouch, dan Bonezmarni (2012). Pada penelitian tersebut mencoba membandingkan hasil estimasi antara beberapa metode, diantaranya adalah OLS, GLM, dan regresi Copula. Hasilnya menunjukkan bahwa regresi Copula memberikan *error* yang paling rendah dibandingkan metode

lainnya. Ratih (2013) telah memodelkan luas panen padi dengan indikator curah hujan menggunakan *Gaussian Copula Marginal Regression*. Metode ini juga merupakan pengembangan metode copula yang berbasis regresi. Akan tetapi metode ini masih membatasi respon berasal dari keluarga eksponensial.

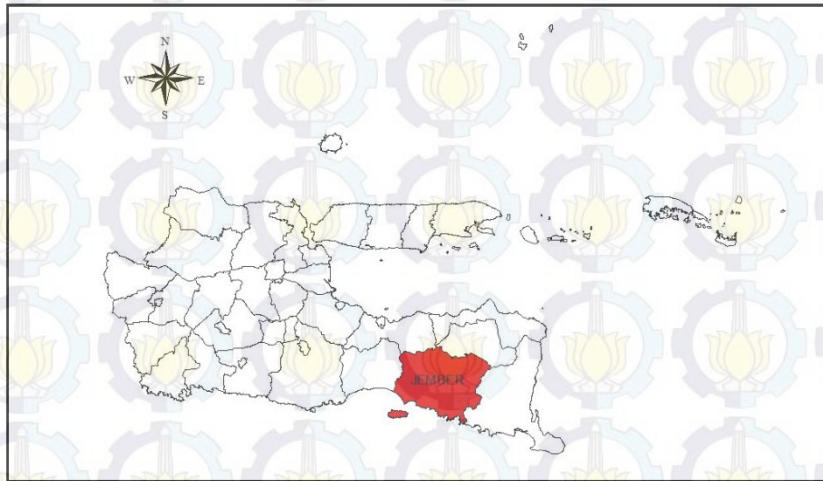


(Halaman ini sengaja dikosongkan)

BAB III METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini data sekunder yang diperoleh dari Badan Pusat Statistik (BPS) dan Badan Meteorologi, Klimatologi, dan Geofisika (BMKG). Data BPS berupa data luas panen padi per *subround*. Data BMKG merupakan data curah hujan per bulan dengan periode data 1990 sampai 2011 (Lampiran 1). Lokasi penelitian adalah sentra produksi padi terbesar di Jawa Timur, yaitu Kabupaten Jember, seperti disajikan pada Gambar 3.1.



Gambar 3.1. Peta Kabupaten Jember, Jawa Timur

3.2 Variabel Penelitian

Dalam penelitian ini terdapat dua variabel, yaitu variabel luas panen padi merupakan variabel respon dan curah hujan adalah variabel prediktor dengan periode data tahun 1990-2011. Model luas panen padi dengan curah hujan untuk masing-masing subround adalah sebagai berikut.

$$LP1 = f(CH.\text{Januari}, CH.\text{Februari}, CH.\text{Maret}, CH.\text{April})$$

$$LP2 = f(CH.\text{Mei}, CH.\text{Juni}, CH.\text{Juli}, CH.\text{Agustus})$$

$$LP3 = f(CH.\text{September}, CH.\text{Oktober}, CH.\text{Nopember}, CH.\text{Desember})$$

Tabel 3.1Kode dan Keterangan Variabel Penelitian

No.	Kode	Keterangan Variabel
1	LP1	Luas Panen Padi Periode 1 (Januari – April)
2	CH.Jan	Curah Hujan Januari
3	CH.Feb	Curah Hujan Februari
4	CH.Mar	Curah Hujan Maret
5	CH.April	Curah Hujan April
6	LP2	Luas Panen Padi Periode 2 (Mei – Agustus)
7	CH.Mei	Curah Hujan Mei
8	CH.Jun	Curah Hujan Juni
9	CH.Jul	Curah Hujan Juli
10	CH.Agust	Curah Hujan Agustus
11	LP3	Luas Panen Padi Periode 3 (September – Desember)
12	CH.Sep	Curah Hujan September
13	CH.Okt	Curah Hujan Oktober
14	CH.Nop	Curah Hujan Nopember
15	CH.Des	Curah Hujan Desember

3.3 Langkah Penelitian

Tahapan analisis data adalah sebagai berikut.

1. Tahapan pemodelan dengan *copula regression* adalah dengan melakukan estimasi parameter dependensi copula dan parameter distribusi dari setiap variabel random. Misalkan terdapat X_1, \dots, X_n dimana X_1, \dots, X_{n-1} adalah variabel prediktor dan X_n adalah variabel respon. Maka, langkah-langkah pemodelan dengan *copula regression* adalah sebagai berikut

- i. Transformasi setiap variabel random ke Uniform [0,1]

$$\begin{aligned} u_1 &= F(x_1) \sim U(0,1) \\ u_2 &= F(x_2) \sim U(0,1) \\ &\vdots \\ u_n &= F(x_n) \sim U(0,1) \end{aligned}$$

- ii. Membangun fungsi kumulatif bersama copula

$$C\{u_1, \dots, u_n\} = G\left(\phi^{-1}[F_1(x_1)], \dots, \phi^{-1}[F_n(x_n)]\right)$$

- iii. Membangun fungsi bersama copula

$$c\{u_1, \dots, u_n\} = \frac{\partial^n C\{u_1, \dots, u_n\}}{\partial u_1 \cdots \partial u_n}$$

- iv. Membangun fungsi densitas f dituliskan dalam bentuk copula

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = f_{X_1}(x_1) \times \cdots \times f_{X_n}(x_n) c\{F_{X_1}(x_1), \dots, F_{X_n}(x_n)\}$$

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = f_{X_1}(x_1) \times \cdots \times f_{X_n}(x_n) c\{u_1, \dots, u_n\}$$

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = f_1(x_1) \cdot f_2(x_2) \cdot \dots \cdot f_n(x_n) \exp\left\{-\frac{\mathbf{v}^T(\mathbf{R}^{-1} - \mathbf{I})\mathbf{v}}{2}\right\} \times |\mathbf{R}|^{-0.5}$$

Dimana $\mathbf{v} = [\phi^{-1}[F_{x_1}(x_1)], \phi^{-1}[F_{x_2}(x_2)], \dots, \phi^{-1}[F_{x_n}(x_n)]]$ dan \mathbf{I} adalah matriks identitas. Jika korelasi antara semua variabel adalah nol, maka \mathbf{R} adalah matriks identitas, maka semua variabel adalah independen.

v. Membuat fungsi *likelihood* dan log *likelihood*

$$L = f(x_1, x_2, \dots, x_n) = f_1(x_1) \cdot f_2(x_2) \cdot \dots \cdot f_n(x_n) \exp\left\{-\frac{\mathbf{v}^T(\mathbf{R}^{-1} - \mathbf{I})\mathbf{v}}{2}\right\} \times |\mathbf{R}|^{-0.5}$$

$$\ln L = \sum_{i=1}^n \ln f_i(x_i) \left\{-\frac{\mathbf{v}^T(\mathbf{R}^{-1} - \mathbf{I})\mathbf{v}}{2}\right\} - 0,5n \ln |\mathbf{R}|$$

vi. Menaksir parameter \mathbf{R} dengan $\frac{\partial \ln L}{\partial \mathbf{R}} = 0$

vii. Menaksir parameter θ untuk masing-masing $f(x_i, \theta)$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \theta_1} = \frac{\partial \left[\sum_{i=1}^n \ln f_i(x_i) \left\{-\frac{\mathbf{v}^T(\mathbf{R}^{-1} - \mathbf{I})\mathbf{v}}{2}\right\} - 0,5n \ln |\mathbf{R}| \right]}{\partial \theta_1}$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \theta_2} = \frac{\partial \left[\sum_{i=1}^n \ln f_i(x_i) \left\{-\frac{\mathbf{v}^T(\mathbf{R}^{-1} - \mathbf{I})\mathbf{v}}{2}\right\} - 0,5n \ln |\mathbf{R}| \right]}{\partial \theta_2}$$

⋮

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \theta_n} = \frac{\partial \left[\sum_{i=1}^n \ln f_i(x_i) \left\{-\frac{\mathbf{v}^T(\mathbf{R}^{-1} - \mathbf{I})\mathbf{v}}{2}\right\} - 0,5n \ln |\mathbf{R}| \right]}{\partial \theta_n}$$

viii. Mencari model *Copula Regression* dari Copula Gaussian

$$f(x_n | x_1, x_2, \dots, x_{n-1}) = f(x_n) \cdot \exp\left\{-0,5 \left[\frac{\{\phi^{-1}[F(x_n)] - \mathbf{r}^T \mathbf{R}_{n-1}^{-1} \mathbf{v}^*\}^2}{1 - \mathbf{r}^T \mathbf{R}_{n-1}^{-1} \mathbf{r}} \right] - \{\phi^{-1}[F(x_n)]\}^2 \right\} \times (1 - \mathbf{r}^T \mathbf{R}_{n-1}^{-1} \mathbf{r})^{-1/2}$$

Dimana $\mathbf{v}^* = (\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_{n-1})$ dan $\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{n-1} & \mathbf{r} \\ \mathbf{r}^T & 1 \end{bmatrix}$

ix. Menghitung nilai prediksi berdasarkan

$$E[f(x_n|x_1, x_2, \dots, x_{n-1})] = E \left[f(x_n) \cdot \exp \left\{ -0,5 \left[\frac{\{\phi^{-1}[F(x_n)] - \mathbf{r}^T \mathbf{R}_{n-1}^{-1} \mathbf{v}^*\}^2}{1 - \mathbf{r}^T \mathbf{R}_{n-1}^{-1} \mathbf{r}} \right] - \{\phi^{-1}[F(x_n)]\}^2 \right\} \times (1 - \mathbf{r}^T \mathbf{R}_{n-1}^{-1} \mathbf{r})^{-1/2} \right]$$

2. Membuat Algoritma pembentukan model *copula regression*

i. Algoritma estimasi parameter copula

ii. Algoritma pemodelan dengan *copula regression*

iii. Algoritma menghitung nilai prediksi

3. Mendapatkan model terbaik luas panen padi di Jawa Timur dengan *Copula Regression*, langkah-langkahnya adalah sebagai berikut.

i. Identifikasi hubungan dengan *scatterplot*

ii. Melihat dependensi antar variabel dengan korelasi Pearson, Spearman, dan Tau-Kendall

iii. Memilih distribusi yang paling sesuai untuk masing-masing variabel

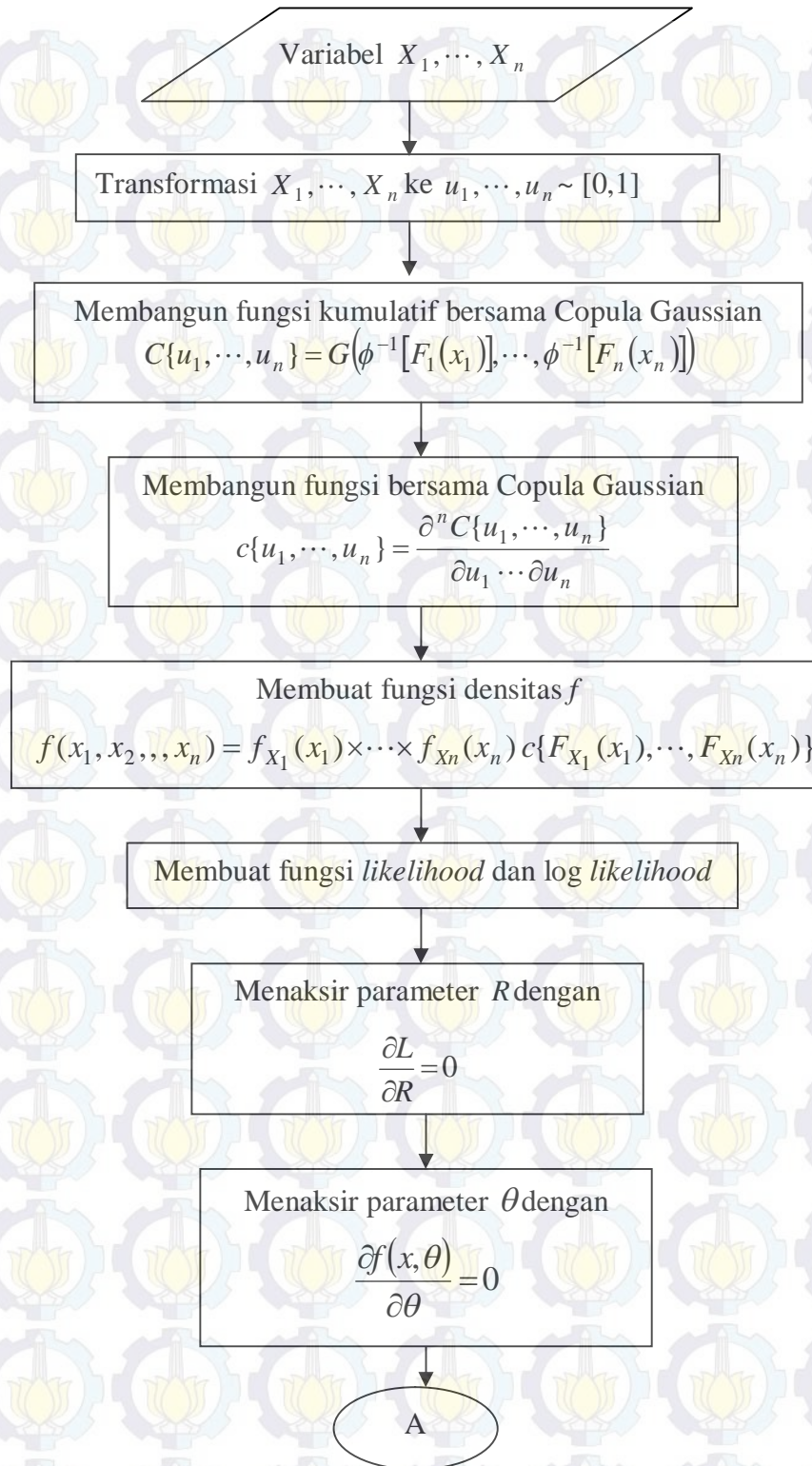
iv. Transformasi variabel respon dan prediktor ke uniform [0,1]

v. Mengestimasi parameter Copula antar variabel

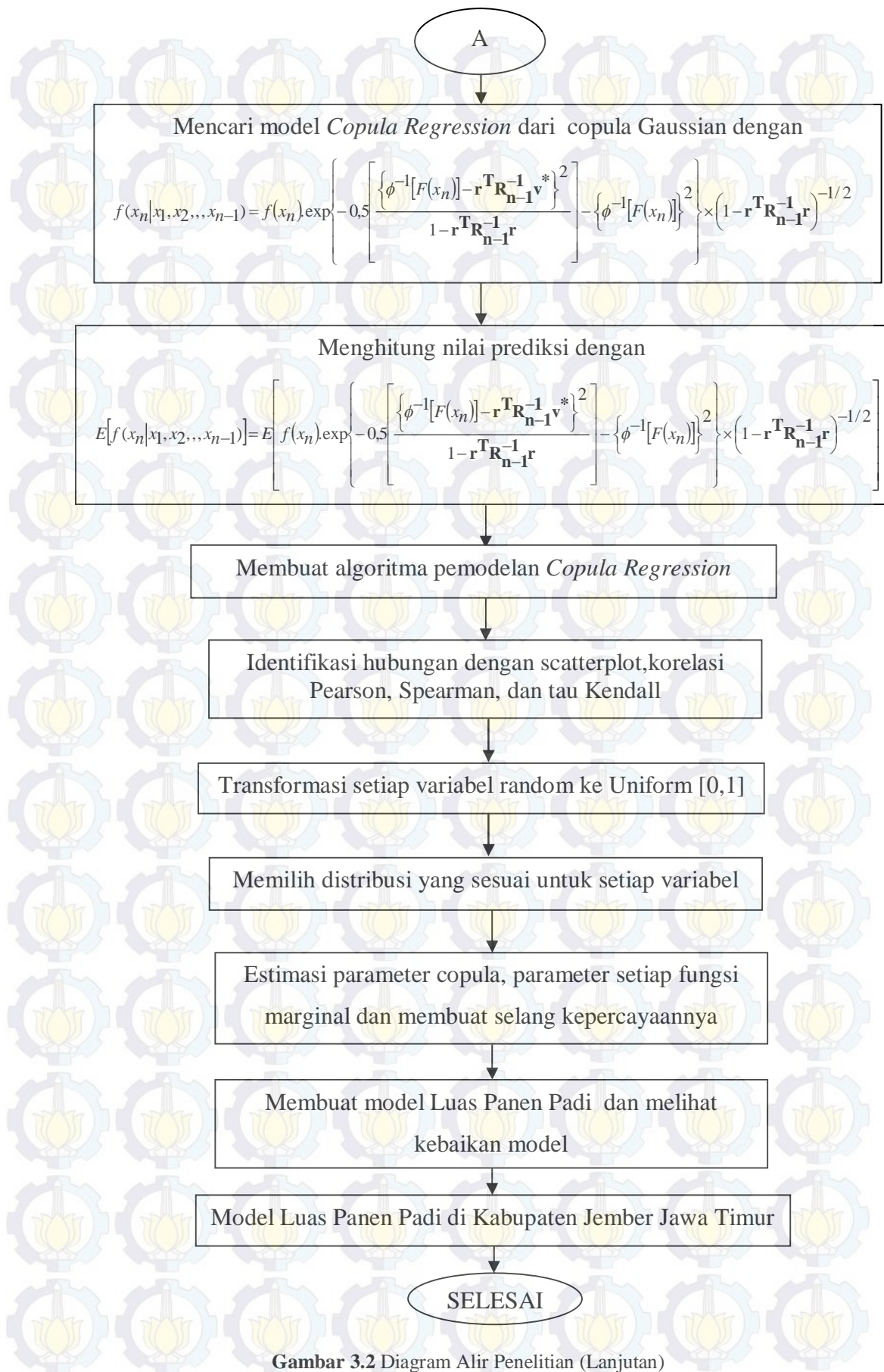
vi. mengestimasi parameter untuk masing-masing distribusi marginal

vii. Meregresikan variabel respon dengan variabel prediktor dengan *Copula Regression*

viii. Menghitung prediksi luas panen padi subround 1, luas panen padi subround 2, dan luas panen padi subround 3



Gambar 3.2 Diagram Alir Penelitian



Gambar 3.2 Diagram Alir Penelitian (Lanjutan)

BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Bagian ini membahas mengenai estimasi parameter *copula regression*, dimana pada bagian pertama adalah mengkaji secara teoritis mengenai estimasi parameter *copula regression* yang terdiri atas parameter copula dan parameter untuk fungsi distribusi marginal. Bagian kedua membahas algoritma dalam menyusun model *copula regression*, dan terakhir adalah mengimplementasikan metode *copula regression* pada pemodelan luas panen padi per *subround* di Kabupaten Jember dengan variabel curah hujan bulanan sebagai variabel independen.

4.1 Estimasi Parameter *Copula Regression*

Copula merupakan salah satu metode dependensi yang memiliki banyak kelebihan dibandingkan dengan metode dependensi lainnya. Beberapa kelebihan copula adalah dapat membantu dalam menentukan distribusi bersama antar variabel, dapat mendeteksi dependensi/asosiasi antar variabel random baik linear maupun non-linear, tidak harus memenuhi syarat identik untuk distribusi marginalnya, tidak ketat terhadap asumsi distribusi (khususnya distribusi normal), dan *invariant* (tidak berubah) terhadap transformasi variabel random yang *strictly increasing*.

Copula dapat digunakan untuk membentuk model regresi yang disebut dengan *Copula Regression*. Seperti yang telah dijelaskan pada bagian 2.6 bahwa *Copula Regression* berbeda dengan model regresi pada umumnya (misal OLS dan GLM), dimana *Copula Regression* tidak memiliki parameter regresi. Parameter pada copula terdiri dari dua, yaitu parameter copula dan parameter untuk masing-masing distribusi marginal. Pada penelitian ini dibahas mengenai estimasi parameter pada *Copula Regression*.

4.1.1 Transformasi Variabel Random

Berdasarkan Theorema Sklar, copula merupakan suatu fungsi yang dapat menggabungkan distribusi marginal dengan distribusi bersama. Dimana jika

terdapat variabel random X_1, \dots, X_n dengan fungsi marginal $f(x_1), \dots, f(x_n)$ dan fungsi kumulatif marginal $F(x_1), \dots, F(x_n)$, maka fungsi kumulatif bersamanya adalah pada persamaan 4.1.

$$\begin{aligned} F(X_1, \dots, X_n) &= C[F(x_1), \dots, F(x_n)] \\ &= C[u_1, \dots, u_n] \end{aligned} \quad (4.1)$$

$C[u_1, \dots, u_n]$ adalah fungsi distribusi kumulatif bersama dengan marginal yang berdistribusi uniform. Berikut ini akan ditunjukkan bahwa $F(x_i) \sim U(0,1)$.

Karena $F(x_i)$ merupakan fungsi distribusi dengan $-\infty \leq X_i \leq \infty$, maka $F(-\infty) = 0$ dan $F(\infty) = 1$.

$$\begin{aligned} P[u \leq y] &= P[F(x) \leq y], \text{ dimana } 0 \leq y \leq 1 \\ &= P[X \leq F^{-1}(y)] \end{aligned}$$

Karena $P[X \leq x] = F(x)$, maka

$$\begin{aligned} P[X \leq F^{-1}(y)] &= F[F^{-1}(y)] \\ &= y \end{aligned}$$

Karena y berdistribusi uniform $(0,1)$, maka terbukti bahwa fungsi kumulatif marginal berdistribusi uniform $(0,1)$. Jadi, dalam proses melihat dependensi dengan copula, maka setiap variabel random terlebih dahulu ditransformasi ke distribusi Uniform $(0,1)$. Transformasi dapat dilakukan dengan dua cara, yaitu cara melalui CDF-nya seperti yang ditunjukkan pada persamaan 4.2.

$$\begin{aligned} u_1 &= F(x_1) \sim U(0,1) \\ u_2 &= F(x_2) \sim U(0,1) \\ &\vdots \\ u_n &= F(x_n) \sim U(0,1) \end{aligned} \quad (4.2)$$

Cara lainnya adalah dengan membuat rank untuk masing-masing variabel random. $R_1^{(j)}, \dots, R_n^{(j)}$ adalah rank dari X_1, \dots, X_n , kemudian masing-masing dibagi dengan $n+1$. Sehingga transformasinya dihitung berdasarkan persamaan 4.3.

$$\left(\left(\frac{R_1^{(j)}}{n+1} \right), \left(\frac{R_2^{(j)}}{n+1} \right), \dots, \left(\frac{R_n^{(j)}}{n+1} \right) \right) \quad (4.3)$$

Sehingga persamaan copula didapatkan seperti pada persamaan 4.4 jika menggunakan cara pertama, dan seperti pada persamaan 4.5 jika menggunakan cara kedua (Genest dan Nešlehová, 2010).

$$C(u_1, \dots, u_n) = C(F(x_1) \leq u_1, \dots, F(x_n) \leq u_n), \quad u_1, \dots, u_n \in (0,1) \quad (4.4)$$

atau

$$C(u_1, \dots, u_n) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \mathbb{1} \left(\frac{R_1^{(j)}}{n+1} \leq u_1, \dots, \frac{R_n^{(j)}}{n+1} \leq u_n \right), \quad u_1, \dots, u_n \in (0,1) \quad (4.5)$$

4.1.2 Estimasi Parameter Copula

Beberapa metode yang sering digunakan untuk mengestimasi parameter copula, yaitu MLE, pendekatan Tau Kendall, dan Pendekatan Rho Spearman. Pada penelitian ini mengkaji secara teoritis proses estimasi ketiganya. *Joint distribution* atau distribusi bersama jika menggunakan copula ditunjukkan pada persamaan 4.6.

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = f_{x_1}(x_1) \times \dots \times f_{x_n}(x_n) c\{F_{x_1}(x_1), \dots, F_{x_n}(x_n)\} \quad (4.6)$$

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = f_{x_1}(x_1) \times \dots \times f_{x_n}(x_n) c\{u_1, \dots, u_n\}$$

$c\{u_1, \dots, u_n\}$ adalah *joint* distribusi dari copula. Jika copula yang digunakan adalah copula Gaussian, maka bentuk distribusi kumulatif copula adalah seperti yang disajikan pada persamaan 4.7.

$$C\{u_1, \dots, u_n\} = G\left(\phi^{-1}[F_1(x_1)], \dots, \phi^{-1}[F_n(x_n)]\right) \quad (4.7)$$

$$C\{u_1, \dots, u_n\} = G\left(\phi^{-1}(u_1), \dots, \phi^{-1}(u_n)\right)$$

$\phi(u)$ adalah fungsi distribusi kumulatif normal standart dengan rata-rata 0, varians 1 dan G adalah distribusi kumulatif multivariat normal dengan matrik korelasi \mathbf{R} .

Sehingga fungsi distribusi copula adalah sebagai berikut (persamaan 4.8).

$$c\{u_1, \dots, u_n\} = \frac{\partial^n C\{u_1, \dots, u_n\}}{\partial u_1 \dots \partial u_n}$$

$$c(\mathbf{u}) = (2\pi)^{-n/2} |\Sigma|^{-1/2} \exp\left[-(\mathbf{u} - \mu)^T \Sigma^{-1} (\mathbf{u} - \mu)\right] \quad (4.8)$$

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \cdots & \sigma_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & 1 & \cdots & \sigma_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Karena $\mu = 0$ dan $\sigma_{ii} = \sigma_{jj} = 1$ dan $R = \sigma_{ij} / (\sigma_i \sigma_j)$, maka persamaan 4.9 menjadi seperti pada persamaan 4.10.

$$\Sigma = \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & r_{12} & \cdots & r_{1n} \\ r_{21} & 1 & \cdots & r_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{n1} & r_{n2} & \cdots & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{n-1} & \mathbf{r} \\ \mathbf{r}^T & 1 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

$$\text{Sehingga } c(\mathbf{u}) = (2\pi)^{-n/2} |\mathbf{R}|^{-1/2} \exp\left[\mathbf{u}^T \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{u})\right]$$

$$c\{u_1, \dots, u_n\} = \frac{\exp\left[\phi^{-1}[F_1(x_1)], \dots, \phi^{-1}[F_n(x_n)]\right] \times (\mathbf{R}^{-1} - \mathbf{I}) \times \left[\phi^{-1}[F_1(x_1)], \dots, \phi^{-1}[F_n(x_n)]\right]^T}{|\mathbf{R}|^{0.5}} \quad (4.11)$$

dimana \mathbf{I} adalah matriks Identitas dan $\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{n-1} & \mathbf{r} \\ \mathbf{r}^T & 1 \end{bmatrix}$

\mathbf{R}_{n-1} adalah hubungan antar variabel X_1, \dots, X_{n-1} , sementara \mathbf{r} adalah hubungan antara X_n dan X_1, \dots, X_{n-1} . Terdapat beberapa metode estimasi parameter copula, diantaranya adalah MLE, pendekatan Tau Kendall dan pendekatan Rho Spearman. Jika metode estimasi yang digunakan adalah melalui pendekatan Tau Kendall, maka dijelaskan sebagai berikut.

Tau Kendall merupakan salah satu metode konkordan. Misalkan (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) adalah salah satu pengamatan dari variabel random (X, Y) . Jika $x_1 < x_2$ dan $y_1 < y_2$ atau $x_1 > x_2$ dan $y_1 > y_2$, maka hal tersebut menunjukkan bahwa konkordan. Sebaliknya, jika $x_1 < x_2$ dan $y_1 > y_2$ atau $x_1 > x_2$ dan $y_1 < y_2$, maka disebut diskonkordan. Sehingga dikatakan konkordan jika $(x_1 - x_1)(y_1 - y_2) > 0$ dan diskonkordan jika $(x_1 - x_1)(y_1 - y_2) < 0$ (Nelsen, 1999).

$$\tau = P[(x_1 - x_2)(y_1 - y_2) > 0] - P[(x_1 - x_2)(y_1 - y_2) < 0]$$

$$\text{Karena } P[(x_1 - x_2)(y_1 - y_2) < 0] = 1 - P[(x_1 - x_2)(y_1 - y_2) > 0]$$

Maka persamaan 4.12 menjadi

$$\begin{aligned}\tau &= P[(x_1 - x_2)(y_1 - y_2) > 0] - (1 - P[(x_1 - x_2)(y_1 - y_2) > 0]) \\ \tau &= 2P[(x_1 - x_2)(y_1 - y_2) > 0] - 1\end{aligned}\quad (4.13)$$

Jika

$$\begin{aligned}P[(x_1 - x_2)(y_1 - y_2) > 0] &= P[x_1 > x_2, y_1 > y_2] + P[x_1 < x_2, y_1 < y_2] \\ P[x_1 > x_2, y_1 > y_2] &= P[x_2 < x_1, y_2 < y_1] \\ &= \iint_{R^2} P[x_2 < x_1, y_2 < y_1 | x_1 = x, y_1 = y] P(x_1 = x, y_1 = y) dx dy \\ &= \iint_{R^2} P[x_2 < x, y_2 < y] h_1(x, y) dx dy \\ &= \iint_{R^2} P[x_2 < x, y_2 < y] dH_1(x, y) \\ &= \iint_{R^2} C(F(x), G(y)) dC(F(x), G(y))\end{aligned}$$

Karena $u_1 = F(x)$ dan $u_2 = G(y)$, maka

$$P[x_1 > x_2, y_1 > y_2] = \iint_{I^2} C(u_1, u_2) dC(u_1, u_2) \quad (4.14)$$

Begitupula dengan

$$\begin{aligned}P[x_1 < x_2, y_1 < y_2] &= \iint_{R^2} P[x_2 > x_1, y_2 > y_1 | x_1 = x, y_1 = y] P(x_1 = x, Y_1 = y) dx dy \\ &= \iint_{R^2} P[x_2 > x, y_2 > y] h_1(x, y) dx dy \\ &= \iint_{R^2} P[x < x_2 < \infty, y < y_2 < \infty] h_1(x, y) dx dy \\ &= \iint_{R^2} [P[x_2 \leq \infty, y_2 \leq \infty] - P[x_2 \leq x, y_2 \leq \infty] - P[x_2 \leq \infty, y_2 \leq y] \\ &\quad - P[x_2 \leq x, y_2 \leq y]] h_1(x, y) dx dy \\ &= \iint_{R^2} [1 - P(x_2 < x) - P(y_2 < y) + P[x_2 \leq x, y_2 \leq y]] dC(x, y) \\ &= \iint_{R^2} [1 - F(x) - G(y) + C(F(x), G(y))] dC(F(x), G(y)) \\ &= \iint_{I^2} [1 - u - v + C(u_1, u_2)] dC(u_1, u_2)\end{aligned}\quad (4.15)$$

Karena u dan v berdistribusi uniform $(0,1)$, maka $E(u_1) = E(u_2) = 1/2$, maka

$$\begin{aligned}
P[x_1 < x_2, y_1 < y_2] &= 1 - 1/2 - 1/2 + \iint_{\mathbf{R}} C(u_1, u_2) dC(u_1, u_2) \\
&= \iint_{I^2} C(u_1, u_2) dC(u_1, u_2)
\end{aligned}$$

$$P[(x_1 - x_2)(y_1 - y_2) > 0] = 2 \iint_{I^2} C(u_1, u_2) dC(u_1, u_2) \quad (4.16)$$

Sehingga dengan mensubstitusikan persamaan 4.16 ke persamaan 4.13, maka

$$\begin{aligned}
\tau &= 2P[(x_1 - x_2)(y_1 - y_2) > 0] - 1 \\
&= 2 \left[2 \iint_{I^2} C(u_1, u_2) dC(u_1, u_2) \right] - 1 \\
&= 4 \iint_{I^2} C(u_1, u_2) dC(u_1, u_2) - 1 \\
&= 4E[C(u_1, u_2)] - 1
\end{aligned} \quad (4.17)$$

Parameter copula r_{ij} adalah elemen dari \mathbf{R} , dengan menggunakan pendekatan Tau-Kendall pada persamaan (4.17), maka parameter copula didapatkan dengan

$$r_{ij} = \sin(\pi\tau_{ij} / 2) \quad (4.18)$$

Dimana τ_{ij} didapatkan berdasarkan persamaan 4.17 dan $c(u_1, u_2)$ didapatkan berdasarkan persamaan 4.9.

Jika menggunakan pendekatan Spearman-rho, maka sama halnya pada pendekatan Tau-Kendall, hanya saja mensubstitusikan pada persamaan rho spearman.

$$\begin{aligned}
\rho_{xy} &= 3(P[(x_1 - x_2)(y_1 - y_2) > 0] - P[(x_1 - x_2)(y_1 - y_2) < 0]) \\
&= 3(P[(x_1 - x_2)(y_1 - y_2) > 0] - (1 - P[(x_1 - x_2)(y_1 - y_2) > 0])) \\
&= 3[2P[(x_1 - x_2)(y_1 - y_2) > 0] - 1] \\
&= 3 \left[2 \left[2 \iint_{I^2} C(u_1, u_2) dC(u_1, u_2) \right] - 1 \right] \\
&= 3 \left[4 \iint_{I^2} C(u_1, u_2) dC(u_1, u_2) - 1 \right] \\
&= 12 \iint_{I^2} C(u_1, u_2) dC(u_1, u_2) - 3 \quad (4.19)
\end{aligned}$$

$$= 12E[C(u_1, u_2)] - 3$$

Nilai r_{ij} dengan menggunakan pendekatan Rho-Spearman adalah seperti pada persamaan 4.20.

$$r_{ij} = 2 \sin(\pi \rho_{ij} / 6) \quad (4.20)$$

Dimana ρ_{ij} didapatkan berdasarkan persamaan 4.19.

4.1.3 Estimasi Fungsi Distribusi Marginal

Terdapat beberapa metode yang dapat digunakan untuk mengestimasi parameter pada fungsi distribusi marginal, salah satunya adalah MLE. Estimasi parameter untuk masing-masing fungsi distribusi dari variabel random dengan menggunakan MLE adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned} L &= f(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n) = f_{x_1}(x_1) \times \dots \times f_{x_n}(x_n) c\{F_{x_1}(x_1), \dots, F_{x_n}(x_n)\} \\ \ln L &= \ln [f_{x_1}(x_1) \times \dots \times f_{x_n}(x_n) c\{F_{x_1}(x_1), \dots, F_{x_n}(x_n)\}] \\ &= \ln [f_{x_1}(x_1) \times \dots \times f_{x_n}(x_n) \\ &\quad \frac{\exp[\phi^{-1}[F_1(x_1)], \dots, \phi^{-1}[F_n(x_n)]] \times (\mathbf{R}^{-1} - \mathbf{I}) \times [\phi^{-1}[F_1(x_1)], \dots, \phi^{-1}[F_n(x_n)]]^T}{|\mathbf{R}|^{0.5}}] \\ &= \ln \left[f_1(x_1) \cdot f_2(x_2) \cdot \dots \cdot f(x_n) \exp \left\{ -\frac{\mathbf{v}^T (\mathbf{R}^{-1} - \mathbf{I}) \mathbf{v}}{2} \right\} \times |\mathbf{R}|^{-0.5} \right] \\ \ln L &= \ln f_1(x_1) + \ln f_2(x_2) + \dots + \ln f_n(x_n) \left\{ -\frac{\mathbf{v}^T (\mathbf{R}^{-1} - \mathbf{I}) \mathbf{v}}{2} \right\} - 0,5n \ln |\mathbf{R}| \\ \ln L &= \sum_{i=1}^n \ln f_i(x_i) \left\{ -\frac{\mathbf{v}^T (\mathbf{R}^{-1} - \mathbf{I}) \mathbf{v}}{2} \right\} - 0,5n \ln |\mathbf{R}| \quad (4.21) \end{aligned}$$

Jika masing-masing fungsi distribusi marginal $f(x, \theta)$ dengan θ adalah parameter untuk $f(x_i)$, maka parameter didapatkan dengan mencari turunan pertama persamaan 4.21 terhadap parameter θ .

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L}{\partial \theta_1} &= \frac{\partial \left[\sum_{i=1}^n \ln f_i(x_i) \left\{ -\frac{\mathbf{v}^T (\mathbf{R}^{-1} - \mathbf{I}) \mathbf{v}}{2} \right\} - 0,5n \ln |\mathbf{R}| \right]}{\partial \theta_1} \\ \frac{\partial \ln L}{\partial \theta_2} &= \frac{\partial \left[\sum_{i=1}^n \ln f_i(x_i) \left\{ -\frac{\mathbf{v}^T (\mathbf{R}^{-1} - \mathbf{I}) \mathbf{v}}{2} \right\} - 0,5n \ln |\mathbf{R}| \right]}{\partial \theta_2} \\ &\vdots \\ \frac{\partial \ln L}{\partial \theta_n} &= \frac{\partial \left[\sum_{i=1}^n \ln f_i(x_i) \left\{ -\frac{\mathbf{v}^T (\mathbf{R}^{-1} - \mathbf{I}) \mathbf{v}}{2} \right\} - 0,5n \ln |\mathbf{R}| \right]}{\partial \theta_n} \end{aligned} \quad (4.22)$$

4.1.4 Fungsi Pada Copula Regression

Jika terdapat variabel random X_1, \dots, X_n , Maka fungsi distribusi beramanya adalah sebagai berikut (4.23).

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = f(x_1) f(x_2) \dots f(x_n) \exp \left\{ -\frac{\mathbf{v}^T (\mathbf{R}^{-1} - \mathbf{I}) \mathbf{v}}{2} \right\} \times |\mathbf{R}|^{-0.5} \quad (4.23)$$

dimana $\mathbf{v} = \phi^{-1}[F(x_i)]$, $i = 1, \dots, n$

Sementara jika terdapat variabel random X_1, \dots, X_{n-1} , Maka fungsi distribusi beramanya adalah sebagai berikut (4.24).

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}) &= f(x_1) f(x_2) \dots f(x_{n-1}) \\ &\exp \left\{ -\frac{\mathbf{v}^{*T} (\mathbf{R}_{n-1}^{-1} - \mathbf{I}) \mathbf{v}^*}{2} \right\} \times |\mathbf{R}_{n-1}|^{-0.5} \end{aligned} \quad (4.24)$$

dimana $\mathbf{v}^* = \phi^{-1}[F(x_l)]$, $l = 1, \dots, n-1$

Jika terdapat variabel random X_1, \dots, X_n , dan memandang bahwa X_1, \dots, X_{n-1} adalah variabel independen dan X_n adalah variabel independen. Maka fungsi distribusi X_n dengan X_1, \dots, X_{n-1} syarat adalah sebagai berikut.

$$f(x_n | x_1, x_2, \dots, x_{n-1}) = \frac{f(x_1, x_2, \dots, x_n)}{f(x_1, x_2, \dots, x_{n-1})}$$

$$\begin{aligned}
f(x_n|x_1, x_2, \dots, x_{n-1}) &= \frac{f(x_1)f(x_2)\cdots f(x_n)\exp\left\{-\frac{\mathbf{v}^T(\mathbf{R}^{-1}-\mathbf{I})\mathbf{v}}{2}\right\}\times|\mathbf{R}|^{-0.5}}{f(x_1)f(x_2)\cdots f(x_{n-1})\exp\left\{-\frac{\mathbf{v}^{*T}(\mathbf{R}_{n-1}^{-1}-\mathbf{I})\mathbf{v}^*}{2}\right\}\times|\mathbf{R}_{n-1}|^{-0.5}} \\
f(x_n|x_1, x_2, \dots, x_{n-1}) &= f(x_n)\frac{\exp\left\{-\frac{\mathbf{v}^T(\mathbf{R}^{-1}-\mathbf{I})\mathbf{v}}{2}\right\}\times|\mathbf{R}|^{-0.5}}{\exp\left\{-\frac{\mathbf{v}^{*T}(\mathbf{R}_{n-1}^{-1}-\mathbf{I})\mathbf{v}^*}{2}\right\}\times|\mathbf{R}_{n-1}|^{-0.5}} \\
&= f(x_n)\exp\left[\left\{-\frac{\mathbf{v}^T(\mathbf{R}^{-1}-\mathbf{I})\mathbf{v}}{2}\right\}-\left\{-\frac{\mathbf{v}^{*T}(\mathbf{R}_{n-1}^{-1}-\mathbf{I})\mathbf{v}^*}{2}\right\}\right]\frac{|\mathbf{R}|^{-0.5}}{|\mathbf{R}_{n-1}|^{-0.5}} \\
&= f(x_n)\exp\left\{-0.5\left[\mathbf{v}^T(\mathbf{R}^{-1}-\mathbf{I})\mathbf{v}-\mathbf{v}^{*T}(\mathbf{R}_{n-1}^{-1}-\mathbf{I})\mathbf{v}^*\right]\right\}\frac{|\mathbf{R}|^{-0.5}}{|\mathbf{R}_{n-1}|^{-0.5}} \\
&= f(x_n)\exp\left\{-0.5\left[\mathbf{v}^T(\mathbf{R}^{-1}-\mathbf{I})\mathbf{v}-\mathbf{v}^{*T}(\mathbf{R}_{n-1}^{-1}-\mathbf{I})\mathbf{v}^*\right]\right\}\left(\frac{|\mathbf{R}|}{|\mathbf{R}_{n-1}|}\right)^{-0.5} \quad (4.25)
\end{aligned}$$

Dimana \mathbf{R} adalah matriks yang mengandung parameter copula. Seperti pada persamaan 4.10, \mathbf{R} dipartisi menjadi 4.26 dan \mathbf{v} dipartisi menjadi 4.27.

$$\mathbf{R} = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & r_{12} & \cdots & r_{1n} \\ r_{21} & 1 & \cdots & r_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{n1} & r_{n2} & \cdots & 1 \end{array} \right] = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{n-1} & \mathbf{r} \\ \mathbf{r}^T & 1 \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} \phi^{-1}[F(x_1)] \\ \vdots \\ \phi^{-1}[F(x_{n-1})] \\ \phi^{-1}[F(x_n)] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_{n-1} \\ v_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}^* \\ v_n \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

$$\mathbf{I} = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{array} \right] = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{n-1} & \mathbf{o} \\ \mathbf{o}^T & 1 \end{bmatrix}$$

untuk menyederhanakan persamaan 4.25, maka mencari $\frac{|\mathbf{R}|}{|\mathbf{R}_{n-1}|}$ dengan cara sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 \frac{|\mathbf{R}|}{|\mathbf{R}_{n-1}|} &= \frac{|\mathbf{R}_{n-1}| |1 - \mathbf{r}^T \mathbf{r}|}{|\mathbf{R}_{n-1}|} \\
 &= \frac{|\mathbf{R}_{n-1}|}{|\mathbf{R}_{n-1}|} - \frac{|\mathbf{r}^T \mathbf{r}|}{|\mathbf{R}_{n-1}|} \\
 &= |\mathbf{I}| - \frac{|\mathbf{r}^T \mathbf{r}|}{|\mathbf{R}_{n-1}|}, \text{ karena } \mathbf{r}^T \text{ dan } r \text{ adalah scalar, maka} \\
 &= |\mathbf{I}| - \frac{\text{tr}(\mathbf{r}^T \mathbf{r})}{|\mathbf{R}_{n-1}|} \\
 &= 1 - \frac{\text{tr}(\mathbf{r}^T \mathbf{r}) \mathbf{R}_{n-1}^{-1}}{|\mathbf{R}_{n-1}| \mathbf{R}_{n-1}^{-1}} \\
 &= 1 - \frac{\text{tr}(\mathbf{r}^T \mathbf{r}) \mathbf{R}_{n-1}^{-1}}{|\mathbf{I}|} \\
 &= 1 - \frac{\text{tr}(\mathbf{r}^T \mathbf{r} \mathbf{R}_{n-1}^{-1})}{1}
 \end{aligned} \tag{4.28}$$

Untuk mendapatkan nilai Y prediksi adalah dengan mencari ekspektasi dari fungsi probabilitas bersyarat pada 4.31.

$$\begin{aligned}
 y &= E[y|x] + (y - E[y|x]) \\
 &= E[y|x] + \varepsilon
 \end{aligned} \tag{4.32}$$

Jika X_n adalah variabel respon, maka mencari nilai X_n prediksi dengan cara 4.24 adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 x_n &= E[x_n | x_1, x_2, \dots, x_{n-1}] + (x_n - E[x_n | x_1, x_2, \dots, x_{n-1}]) \\
 &= E[x_n | x_1, x_2, \dots, x_{n-1}] + \varepsilon
 \end{aligned} \tag{4.33}$$

Estimasi respon X_n didapatkan berdasarkan ekspektasi fungsi bersyarat dari persamaan 4.31.

$$\begin{aligned}
& E[f(x_n|x_1, x_2, \dots, x_{n-1})] = \\
& E \left[f(x_n) \cdot \exp \left\{ -0,5 \left[\frac{\{\phi^{-1}[F(x_n)] - \mathbf{r}^T \mathbf{R}_{n-1}^{-1} \mathbf{v}^*\}^2}{1 - \mathbf{r}^T \mathbf{R}_{n-1}^{-1} \mathbf{r}} - \{\phi^{-1}[F(x_n)]\}^2 \right] \right\} \times (1 - \mathbf{r}^T \mathbf{R}_{n-1}^{-1} \mathbf{r})^{-1/2} \right] \\
& \hat{x}_n = E[f(x_n)] \exp \left\{ -0,5 \left[\frac{\{E[\phi^{-1}[F(x_n)]] - \mathbf{r}^T \mathbf{R}_{n-1}^{-1} E[\mathbf{v}^*]\}^2}{1 - \mathbf{r}^T \mathbf{R}_{n-1}^{-1} \mathbf{r}} - \{E[\phi^{-1}[F(x_n)]]\}^2 \right] \right\} \\
& \times (1 - \mathbf{r}^T \mathbf{R}_{n-1}^{-1} \mathbf{r})^{-1/2} \tag{4.34}
\end{aligned}$$

Regresi copula berbeda dengan model regresi lainnya seperti OLS dan GLM, Jika pada OLS terdapat parameter regresi dan varians, dan pada GLM terdapat parameter regresi dan *shape parameter*, maka berbeda dengan copula. Parameter pada regresi copula adalah parameter copula yang menggambarkan hubungan antar variabel dan parameter distribusi marginal untuk masing-masing variabel.

Nilai parameter copula tidak dapat diinterpretasikan seperti pada model regresi klasik pada umumnya (menjelaskan besarnya kenaikan/ penurunan variabel respon akibat kenaikan/ penurunan 1 satuan variabel prediktor). Hal ini disebabkan karena regresi copula menggambarkan data yang tidak memiliki pola tertentu, sehingga model yang terbentuk tidak dapat dijelaskan dengan suatu parameter regresi. Model regresi copula yang terbentuk bergantung pada fungsi distribusi marginal variabel random.

Tabel 4.1. Data Contoh Estimasi parameter pada *copula regression*

No	X ₁	No	X ₁	No	X ₂	No	X ₂	No	X ₃	No	X ₃
1	9	16	20	1	75	16	25	1	14	16	10
2	71	17	23	2	6	17	16	2	18	17	33
3	10	18	27	3	72	18	72	3	59	18	37
4	86	19	20	4	54	19	93	4	57	19	66
5	54	20	7	5	83	20	20	5	31	20	26
6	23	21	36	6	46	21	53	6	72	21	31
7	24	22	13	7	69	22	58	7	40	22	10
8	64	23	64	8	55	23	90	8	65	23	85
9	99	24	61	9	73	24	27	9	5	24	94
10	40	25	55	10	92	25	12	10	84	25	30
11	24	26	19	11	61	26	2	11	31	26	6
12	15	27	5	12	8	27	89	12	38	27	23
13	37	28	18	13	48	28	45	13	25	28	82
14	94	29	8	14	54	29	43	14	5	29	7
15	92	30	2	15	29	30	100	15	18	30	60

Sebagai ilustrasi, misalkan terdapat tiga variabel X_1, X_2, X_3 yang masing-masing berdistribusi dagum, Generalized Extreme Value, dan Burr dengan X_3 adalah variabel respon, seperti disajikan pada Tabel 4.1. Parameter yang harus diestimasi adalah $4+3+4=11$ parameter distribusi marginal dan 3 parameter dependensi copula. Parameter untuk masing-masing fungsi distribusi marginal adalah sebagai berikut.

$$X_1 \sim \text{Dagum}(k = 0,95497; \alpha = 2,0852 ; \beta = 28,441 ; \gamma = 0)$$

$$X_2 \sim \text{GEV}(k = -0,39864 ; \sigma = 31,345; \mu = 44,279)$$

$$X_3 \sim \text{Burr}(k = 787,78; \alpha = 1,4479 ; \beta = 4269 ; \gamma = 0)$$

Parameter copula untuk ketiga variabel adalah.

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & -0,1114 & -0,0034 \\ -0,1114 & 1 & 0,3146 \\ -0,0034 & 0,3146 & 1 \end{bmatrix}$$

4.2 Algoritma Pemodelan Copula Regression

Tahapan pemodelan *copula regression* adalah dengan melakukan estimasi parameter dependensi copula dan parameter distribusi dari setiap variabel random. Misalkan terdapat X_1, \dots, X_n dimana X_1, \dots, X_{n-1} adalah variabel prediktor dan X_n adalah variabel respon. Maka, berikut adalah algoritma pemodelan *copula regression*.

1. Menginput variabel X_1, \dots, X_n
2. Mendapatkan distribusi paling sesuai untuk X_1, \dots, X_n dan menguji kesesuaian distribusinya.
3. Mentransformasi X_1, \dots, X_n ke distribusi uniform $[0,1]$, sehingga menjadi U_1, \dots, U_n . proses transformasi dilakukan dengan 2 cara, yaitu:

Cara I:

- a. Membuat *rank* data (r_j) untuk masing-masing variabel, dimana $j=1, \dots, m$ dan m adalah banyaknya data.

- b. Membagi rank dengan $m+1$. Sehingga $U_1, \dots, U_n = \frac{r_j^{(1)}}{m+1}, \dots, \frac{r_j^{(n)}}{m+1}$

Cara II:

a. Mendapatkan CDF berdasarkan distribusi yang didapatkan pada langkah 2. Sehingga $U_1, \dots, U_n = F(x_1), \dots, F(x_n)$

4. Estimasi parameter copula

a. Menggunakan pendekatan Spearman-Rho, Tau Kendall atau MLE jika menggunakan Copula Gaussian

b. Menggunakan koefisien korelasi Tau Kendall jika menggunakan Copula Archimedean

5. Membentuk matriks parameter copula, yaitu matriks $\mathbf{R}_{n \times n}$

6. Estimasi masing-masing parameter distribusi pada langkah 2.

7. Mencari $E[f(x_n)]$ dan $E[F(x_n)]$

8. Jika menggunakan copula Gaussian, maka menghitung standarisasi dari U_1, \dots, U_n yaitu dengan cara

a. Menghitung rata-rata dan standard deviasi dari U_1, \dots, U_n

b. Menghitung nilai standarisasi dengan $\frac{E[F(x_n)] - \mu_n}{\sigma_n}$
dan $\frac{E[F(x_1)] - \mu_1}{\sigma_1}, \dots, \frac{E[F(x_{n-1})] - \mu_{n-1}}{\sigma_{n-1}}$

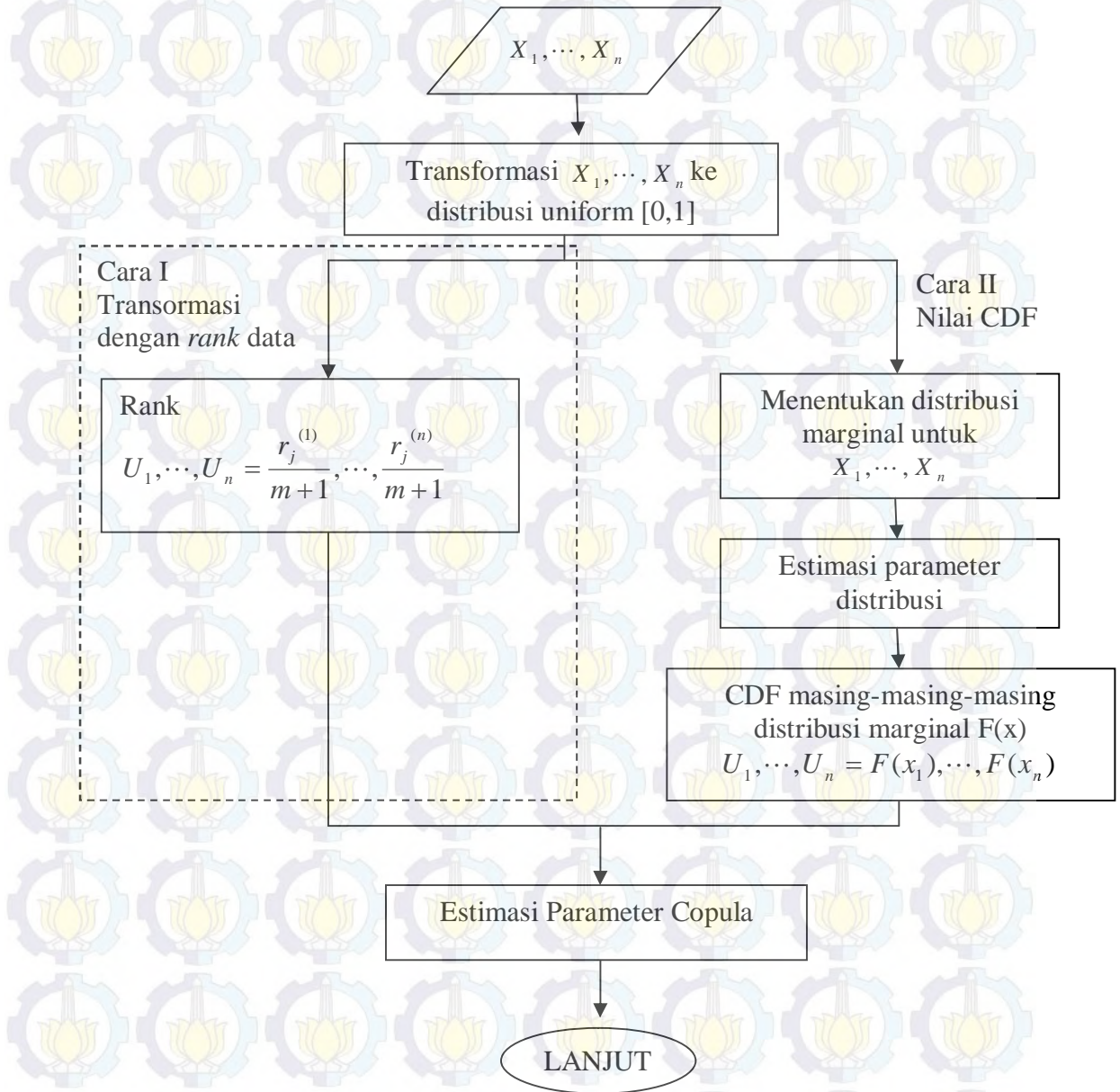
9. Menghitung $\mathbf{r}^T \mathbf{R}_{n-1}^{-1}$ dan $1 - \mathbf{r}^T \mathbf{R}_{n-1}^{-1} \mathbf{r}$

10. Membuat model *copula regression*

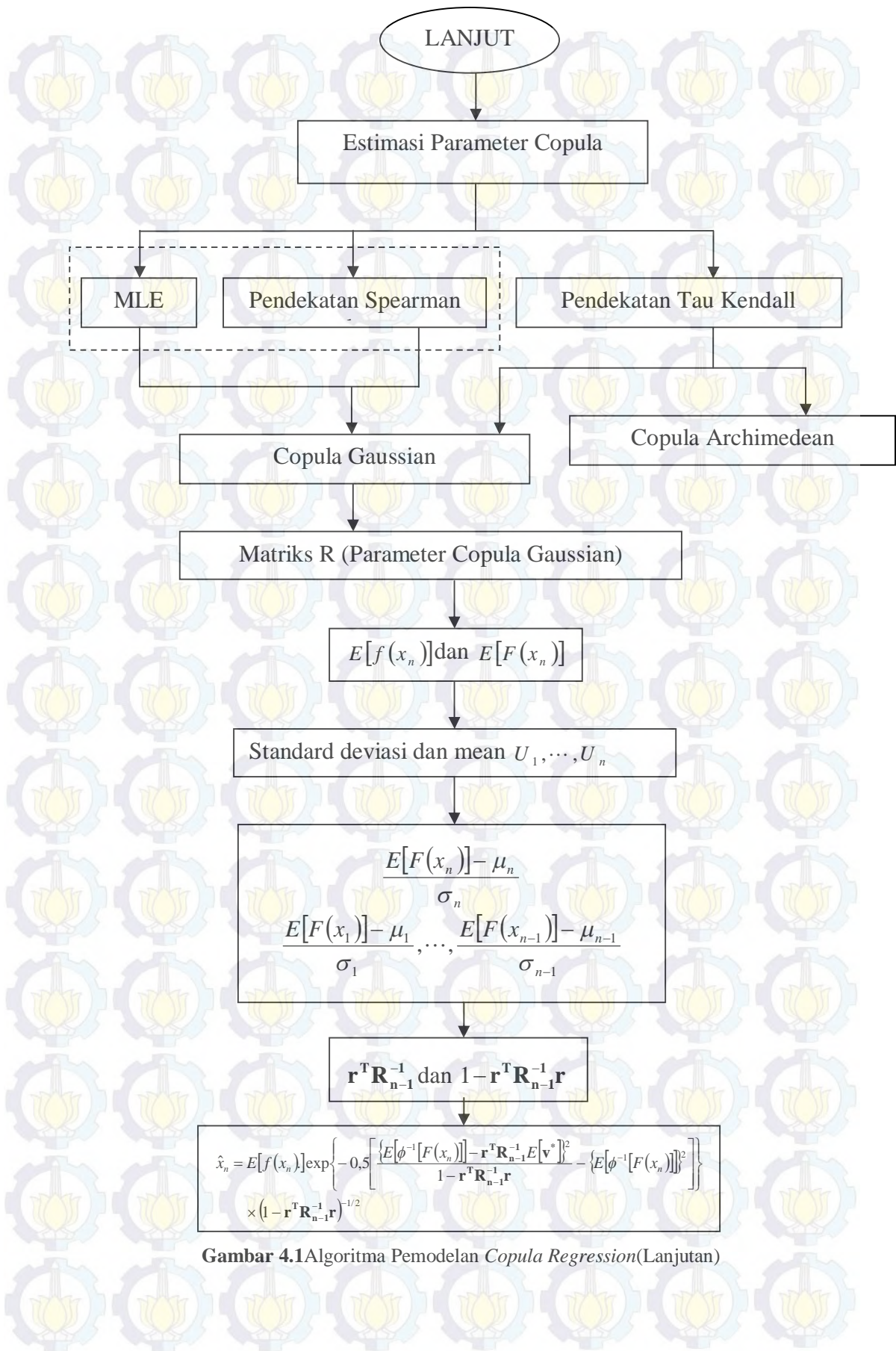
$$\hat{x}_n = E[f(x_n)] \exp \left\{ -0,5 \left[\frac{\{E[\phi^{-1}[F(x_n)]] - \mathbf{r}^T \mathbf{R}_{n-1}^{-1} E[\mathbf{v}^*]\}^2}{1 - \mathbf{r}^T \mathbf{R}_{n-1}^{-1} \mathbf{r}} - \{E[\phi^{-1}[F(x_n)]]\}^2 \right] \right\} \\ \times (1 - \mathbf{r}^T \mathbf{R}_{n-1}^{-1} \mathbf{r})^{-1/2}$$

Dimana \mathbf{v}^* adalah $\phi^{-1}[F(x_{i^*})] = \frac{E[F(x_{i^*})] - \mu_{i^*}}{\sigma_{i^*}} \quad i^* = 1, \dots, n-1$

Algoritma pembentukan model *copula regression* juga disajikan dalam bentuk diagram alir seperti pada Gambar 4.1.



Gambar 4.1 Algoritma Pemodelan *Copula Regression*



Gambar 4.1 Algoritma Pemodelan *Copula Regression* (Lanjutan)

4.3 Pemodelan Luas Panen Padi di Kabupaten Jember dengan Regresi Copula Gaussian

Bagian ini membahas mengenai implementasi metode *copula regression* pada pemodelan luas panen padi di Kabupaten Jember, Jawa Timur. Model luas panen padi dengan regresi copula dijelaskan pada bagian 4.3.7. Bagian 4.3.1 sampai 4.3.6 menjelaskan mengenai identifikasi awal hubungan antara luas panen padi dan curah hujan menggunakan korelasi dan copula, dan membahas mengenai estimasi parameter copula dan parameter distribusi marginal.

4.3.1 Identifikasi Hubungan antara Luas Panen Padi dan Curah Hujan dengan Korelasi Pearson, Spearman, dan Tau Kendall

Luas panen padi subround 1 tidak memiliki hubungan dengan curah hujan di subround 1. Hal ini diperlihatkan pada Tabel 4.2, dimana tidak ada yang menunjukkan bahwa kedua variabel tersebut memiliki hubungan, baik menggunakan korelasi Pearson, Spearman, maupun Tau Kendall. Tabel 4.3 menunjukkan bahwa luas panen padi di subround 2 memiliki hubungan dengan curah hujan (curah hujan Mei dan curah hujan Agustus) dengan koefisien korelasi Pearson masing-masing 0,591 dan 0,431 yang signifikan pada $\alpha = 0,05$, tetapi jika menggunakan Spearman dan Tau-Kendall variabel tersebut tidak memiliki hubungan.

Tabel 4.2 Korelasi antara Luas Panen Subround 1, Curah Hujan Januari, Curah Hujan Februari, Curah Hujan Maret, dan Curah Hujan April

Variabel	Metode	LP1	CH, Januari	CH, Februari	CH, Maret	CH, April
LP1	Pearson	1	0,374	-0,026	-0,192	-0,131
	Tau Kendall	1,000	0,281	-0,013	-0,065	-0,100
	Spearman	1,000	0,417	-0,034	-0,090	-0,143
CH, Januari	Pearson	0,374	1	0,499*	-0,021	0,156
	Tau Kendall	0,281	1,000	0,377*	-0,022	-0,039
	Spearman	0,417	1,000	0,540**	-0,043	-0,001
CH, Februari	Pearson	-0,026	0,499*	1	0,447*	0,321
	Tau Kendall	-0,013	0,377*	1,000	0,273	-0,004
	Spearman	-0,034	0,540**	1,000	0,421	0,046
CH, Maret	Pearson	-0,192	-0,021	0,447*	1	-0,022
	Tau Kendall	-0,065	-0,022	0,273	1,000	-0,039
	Spearman	-0,090	-0,043	0,421	1,000	-0,039
CH, April	Pearson	-0,131	0,156	0,321	-0,022	1
	Tau Kendall	-0,100	-0,039	-0,004	-0,039	1,000
	Spearman	-0,143	-0,001	0,0046	-0,039	1,000

Catatan : * Signifikan pada $\alpha = 0,05$; ** Signifikan pada $\alpha = 0,01$

Tabel 4.3 Korelasi antara Luas Panen Subround 2, Curah Hujan Mei, Curah Hujan Juni, Curah Hujan Juli, dan Curah Hujan Agustus

Variabel	Metode	LP2	CH,Mei	CH,Juni	CH,Juli	CH,Agustus
LP2	Pearson	1	0,591**	0,308	0,283	0,431*
	Tau Kendall	1,000	0,281	0,260	0,300	0,035
	Spearman	1,000	0,387	0,355	0,404	0,063
CH,Mei	Pearson	0,591**	1	-0,068	-0,040	0,609**
	Tau Kendall	0,281	1,000	0,017	-0,022	-0,035
	Spearman	0,387	1,000	0,028	-0,035	-0,075
CH,Juni	Pearson	0,308	-0,068	1	0,771**	-0,123
	Tau Kendall	0,260	0,017	1,000	0,375*	-0,128
	Spearman	0,355	0,028	1,000	0,469*	-0,158
CH,Juli	Pearson	0,283	-0,040	0,771**	1	-0,071
	Tau Kendall	0,300	-0,022	0,375*	1,000	0,053
	Spearman	0,404	-0,035	0,469*	1,000	0,070
CH,Agustus	Pearson	0,431*	0,609**	-0,123	-0,071	1
	Tau Kendall	0,035	-0,035	-0,128	0,053	1,000
	Spearman	0,063	-0,075	-0,158	0,070	1,000

Catatan : * Signifikan pada $\alpha = 0,05$; ** Signifikan pada $\alpha = 0,01$

Tabel 4.4 Korelasi antara Luas Panen Subround 3, Curah Hujan September, Curah Hujan Oktober, Curah Hujan Nopember, dan Curah Hujan Desember

Variabel	Metode	LP3	CH,Sept	CH,Okt	CH,Nop	CH,Des
LP3	Pearson	1	-0,038	0,141	0,069	-0,226
	Tau Kendall	1,000	0,294	0,160	0,082	-0,117
	Spearman	1,000	0,392	0,202	0,103	-0,163
CH,September	Pearson	-0,038	1	-0,098	0,124	0,073
	Tau Kendall	0,294	1,000	-0,241	0,197	0,039
	Spearman	0,392	1,000	-0,300	0,233	0,083
CH,Oktober	Pearson	0,141	-0,098	1	0,086	-0,204
	Tau Kendall	0,160	-0,241	1,000	-0,203	-0,160
	Spearman	0,202	-0,300	1,000	-0,312	-0,222
CH,Nopember	Pearson	0,069	0,124	0,086	1	0,094
	Tau Kendall	0,082	0,197	-0,203	1,000	0,056
	Spearman	0,103	0,233	-0,312	1,000	,116
CH,Desember	Pearson	-0,226	0,073	-0,204	0,094	1
	Tau Kendall	-0,117	0,039	-0,160	0,056	1,000
	Spearman	-0,163	0,083	-0,222	0,116	1,000

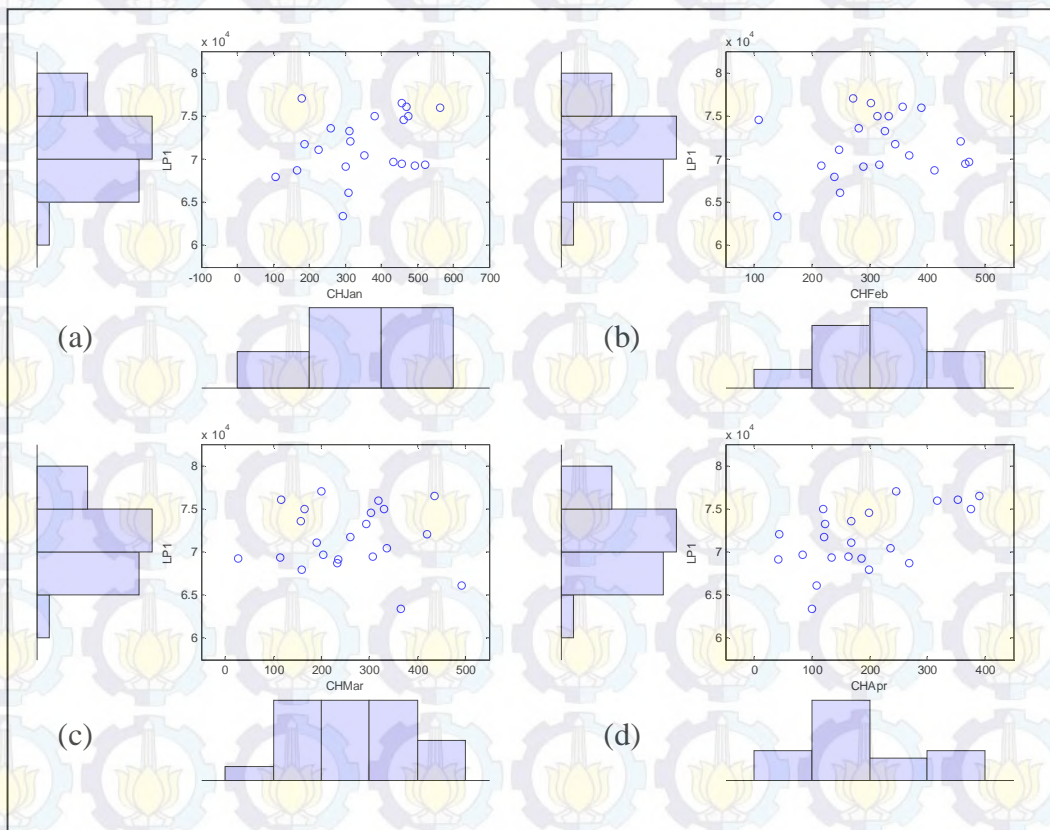
Catatan : * Signifikan pada $\alpha = 0,05$; ** Signifikan pada $\alpha = 0,01$

Sementara untuk luas panen padi di subround 3 tidak memiliki hubungan dengan curah hujan baik menggunakan Pearson, Spearman, maupun Tau-Kendall, begitupula hubungan antar curah hujan pada subround 3 (Tabel 4.4). Hal ini sesuai dengan teori, dimana subround 3 merupakan musim kemarau. Sehingga, luas panen padi di subround 3 tidak bergantung pada curah hujan, melainkan pada sistem irigasi maupun air tadah hujan. Berbeda dengan luas panen padi pada subround 2 dan subround 1 yang sangat bergantung pada curah hujan. Akan tetapi, Tabel 4.1 menunjukkan bahwa curah hujan di subround 1 tidak berhubungan dengan luas panen padi. Oleh karena itu, dilakukan analisis lebih

lanjut dengan menggunakan metode copula, dimana secara teoritis telah dibuktikan bahwa copula adalah parameter yang dapat menjelaskan hubungan lebih baik dibandingkan korelasi dan metode konkordan lainnya.

4.3.2 Identifikasi Hubungan Luas Panen Padi dan Curah Hujan dengan Scatter Plot

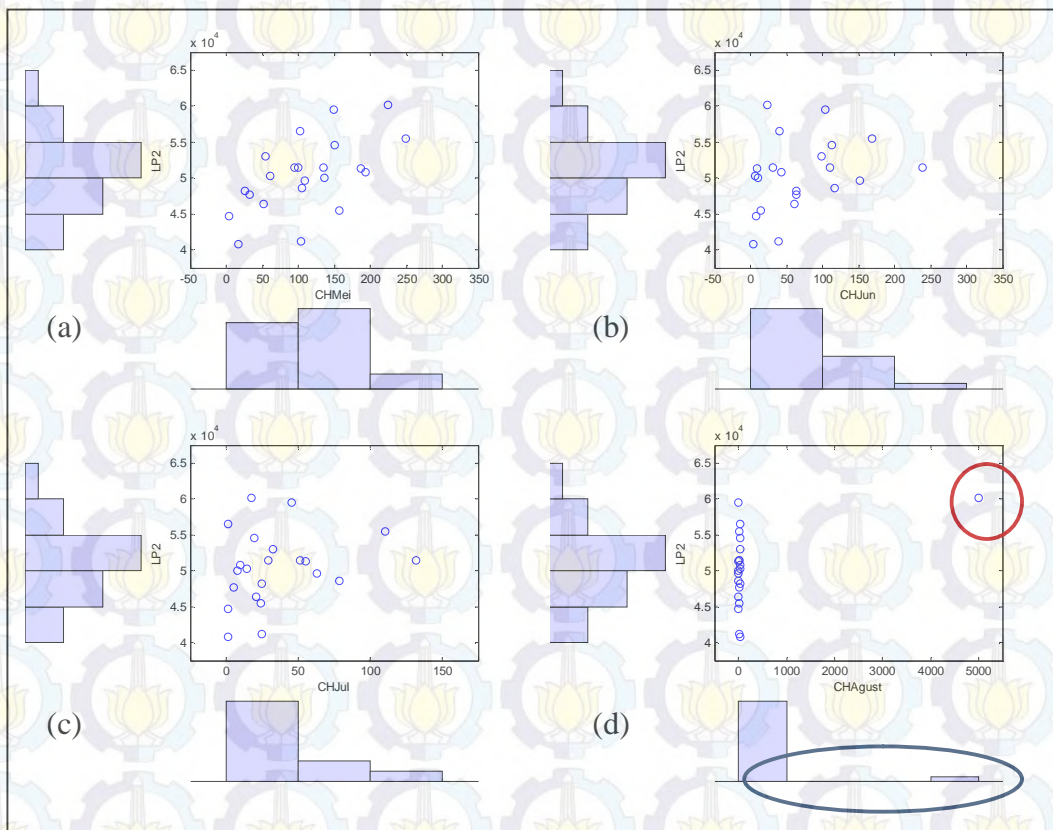
Secara visual, hubungan antara luas panen padi dengan curah hujan digambarkan dengan menggunakan *scatter plot* (Lampiran 3). Gambar 4.2, Gambar 4.3, dan Gambar 4.4 menyajikan *scatter plot* antara luas panen padi per subround dengan masing-masing variabel curah hujan. Selain itu, Gambar 4.2, Gambar 4.3, dan Gambar 4.4 juga menyajikan pola distribusi untuk masing-masing variabel yang disajikan dengan histogram.



Gambar 4.2 *Scatter Plot* antara Luas Panen Subround 1 dengan Curah Hujan Januari (a), Curah Hujan Februari (b), Curah Hujan Maret (c), dan Curah Hujan April (d)

Pola hubungan antara luas panen padi pada subround 1 dengan curah hujan di subround 1 dan antara luas panen padi pada subround 2 dengan curah hujan di subround 2 tidak terlihat dengan jelas dan tidak menunjukkan pola

hubungan yang linear. Hal ini dimungkinkan karena adanya data ekstrim pada data curah hujan yang menyebabkan pola hubungan tidak jelas. Data ekstrim tersebut yang mengakibatkan hubungan antara luas panen padi dengan curah hujan tidak dapat dijelaskan dengan baik oleh korelasi, karena metode ini membutuhkan banyak asumsi dan hanya dapat menggambarkan pola hubungan yang linear. Padahal, secara teori luas panen padi pada kedua subround tersebut bergantung pada curah hujan. Sementara itu, pola hubungan antara luas panen padi di subround 3 dengan curah hujan di subround 3 melalui *scatter plot* terlihat tidak memiliki hubungan, dimana terdapat beberapa pengamatan yang berkumpul di suatu titik dan beberapa pengamatan lainnya menyebar jauh (karena data outlier).

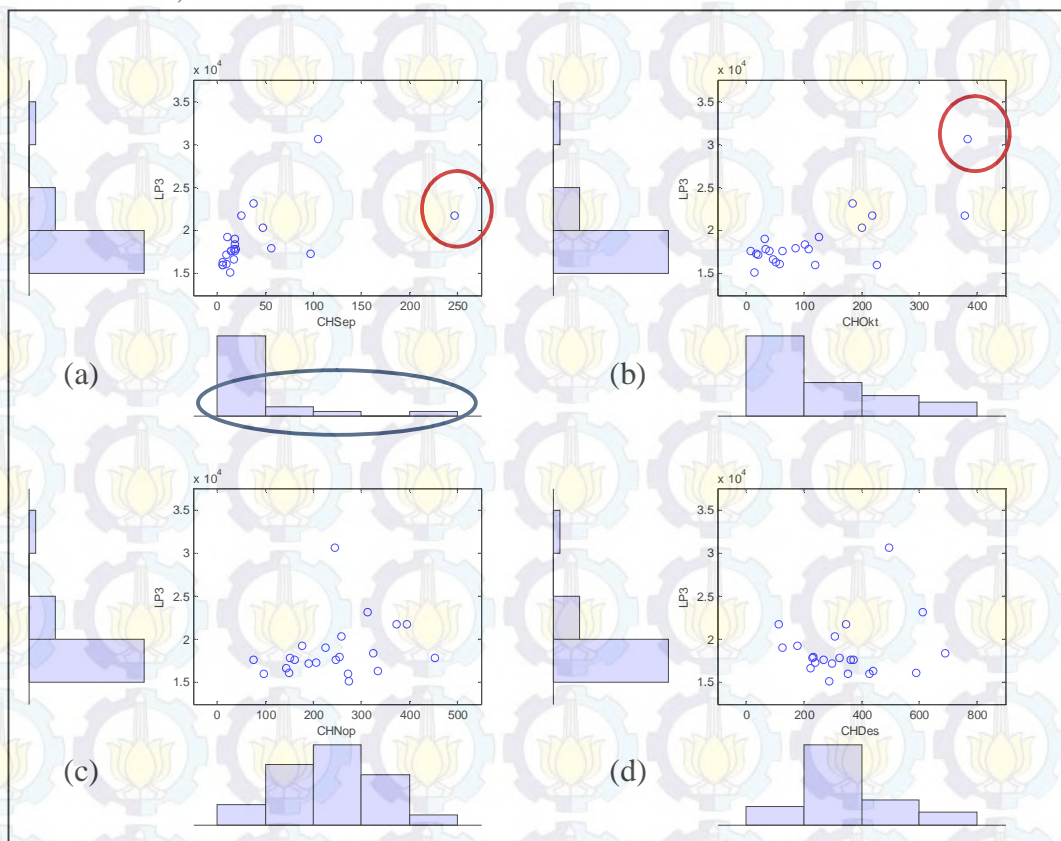


Keterangan: Garis merah menunjukkan titik outlier
Garis biru menunjukkan *tail* distribusi

Gambar 4.3 Scatter Plot antara Luas Panen Subround 2 dengan Curah Hujan Mei (a), Curah Hujan Juni (b), Curah Hujan Juli (c), dan Curah Hujan Agustus (d)

Jika melihat pola distribusi untuk masing-masing variabel random berdasarkan histogram pada Gambar 4.2, Gambar 4.3, dan Gambar 4.4 terlihat bahwa banyak variabel yang tidak mengikuti pola distribusi normal, khususnya

pada variabel curah hujan yang sebagian besar memiliki *tail* dependensi di bagian kanan (menunjukkan curah hujan yang sangat tinggi / hujan deras) dan *tail* dependensi di bagian kiri untuk curah hujan di subround 1 (menunjukkan curah hujan yang rendah dibandingkan curah hujan pada data pengamatan lainnya), karena pada subround 1 merupakan musim hujan. Selain itu, antara curah hujan dan luas panen padi tidak memiliki pola distribusi yang sama. Beberapa alasan tersebut yang menyebabkan pola hubungan tidak dapat digambarkan dengan korelasi Pearson, Spearman, dan Tau Kendall. Terdapat beberapa pengamatan ekstrem, salah satunya ditunjukkan pada Gambar 4.3d, Gambar 4.4a, Gambar 4.4b dengan warna merah. Adanya data ekstrem ini mengakibatkan data outlier, yaitu data yang jauh dari pengamatan lainnya. Hal ini menjadikan distribusi data memiliki *tail* (ekor) seperti yang ditandai dengan warna biru pada Gambar 4.3d, Gambar 4.4a, Gambar 4.4b



Keterangan: Garis merah menunjukkan titik outlier
Garis biru menunjukkan *tail* distribusi

Gambar 4.4 Scatter Plot antara Luas Panen Subround 3 dengan Curah Hujan September (a), Curah Hujan Oktober (b), Curah Hujan Nopember (c), dan Curah Hujan Desember (d)

4.3.3 Estimasi Distribusi Marginal dari Masing-masing Variabel Random

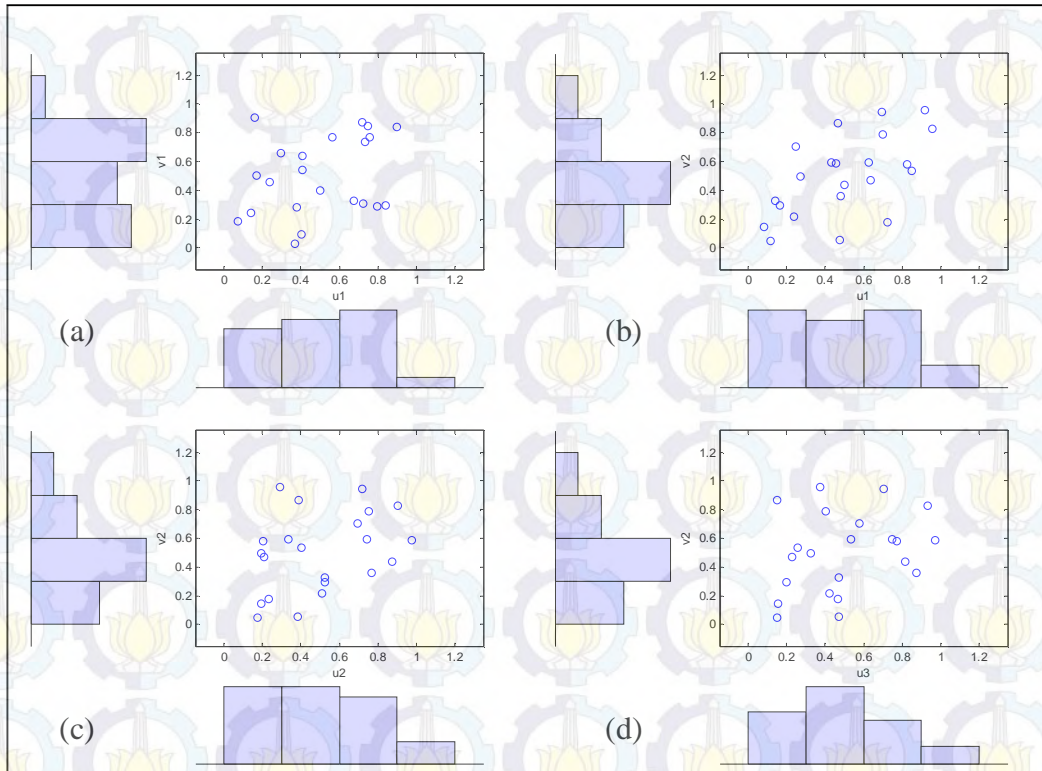
Untuk membangun fungsi distribusi bersama, diperlukan fungsi distribusi marginal dari masing-masing variabel random. Berikut merupakan distribusi yang sesuai untuk masing-masing variabel random (Tabel 4.5). Dengan menggunakan pengujian Anderson Darling, didapatkan sekitar 40 distribusi yang sesuai dengan setiap variabel random seperti yang terdapat pada Lampiran 2. Pada Lampiran 2, dilampirkan 20 distribusi teratas yang sesuai untuk masing-masing variabel. Hal ini disebabkan karena jumlah pengamatan yang sedikit, sehingga mengalami kesulitan dalam penentuan distribusi yang paling sesuai dengan data yang ada.

Tabel 4.5 Distribusi Marginal Masing-masing Variabel Luas Panen Padi dan Curah Hujan

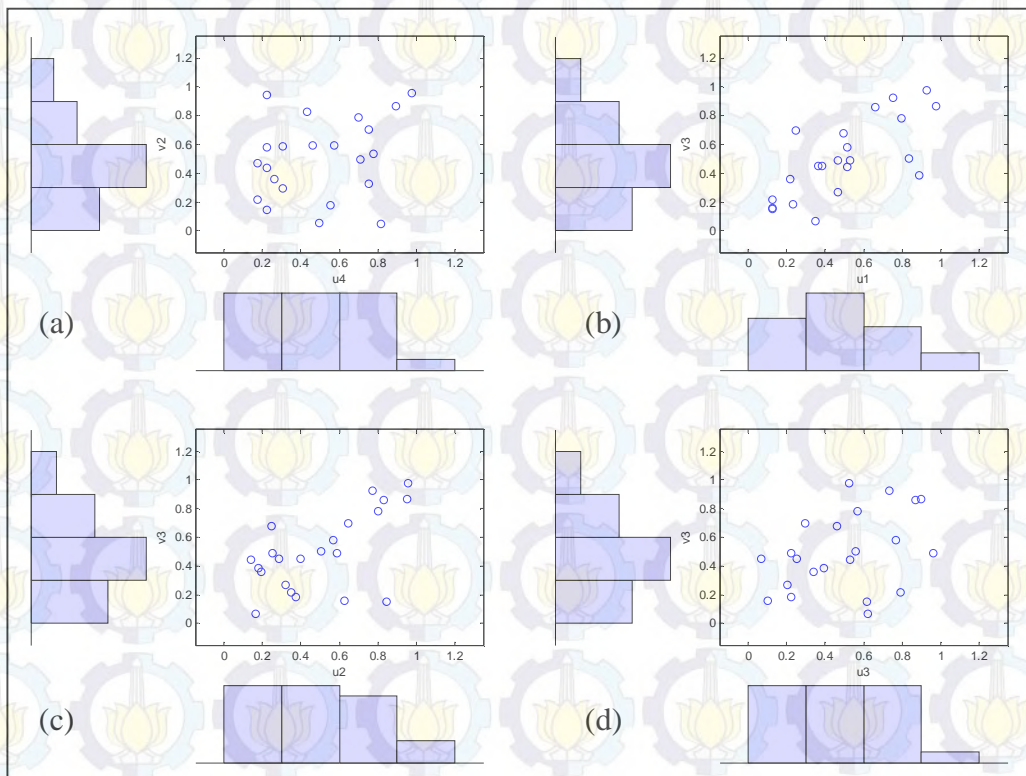
Variabel	Distribusi	Parameter
LP1	Gen. Extreme Value	$\hat{k} = -0,36727; \hat{\sigma} = 3848,4; \hat{\mu} = 70440,0$
LP2	Logistik	$\hat{\sigma} = 2788,9; \hat{\mu} = 50405$
LP3	Gen. Extreme Value	$\hat{k} = 0,32203; \hat{\sigma} = 1565,8; \hat{\mu} = 17102,0$
CH.Januari	Dagum	$\hat{k} = 0,08555; \hat{\alpha} = 23,896; \hat{\beta} = 525,91; \hat{\gamma} = 0$
CH.Februari	Logistik	$\hat{\sigma} = 52,622; \hat{\mu} = 314,02$
CH.Maret	Gen. Extreme Value	$\hat{k} = -0,21884; \hat{\sigma} = 113,92; \hat{\mu} = 212,64$
CH.April	Gen. Extreme Value	$\hat{k} = -0,00888; \hat{\sigma} = 84,848; \hat{\mu} = 140,45$
CH.Mei	Dagum	$\hat{k} = 0,12964; \hat{\alpha} = 8,2512; \hat{\beta} = 205,41; \hat{\gamma} = 0$
CH.Juni	Dagum	$\hat{k} = 0,16243; \hat{\sigma} = 4,5863; \hat{\mu} = 149,14$
CH.Juli	Dagum	$\hat{k} = 0,27709; \hat{\alpha} = 2,7413; \hat{\beta} = 60,086; \hat{\gamma} = 0$
CH.Agustus	Dagum	$\hat{k} = 2,3316; \hat{\alpha} = 0,95397; \hat{\beta} = 3,8821; \hat{\gamma} = 0$
CH.September	Burr	$\hat{k} = 0,29656; \hat{\alpha} = 3,7472; \hat{\beta} = 9,516; \hat{\gamma} = 0$
CH.Oktober	Dagum	$\hat{k} = 0,72252; \hat{\alpha} = 1,8391; \hat{\beta} = 98,903; \hat{\gamma} = 0$
CH.Nopember	Gen. Extreme Value	$\hat{k} = -0,15095; \hat{\sigma} = 91,673; \hat{\mu} = 201,24$
CH.Desember	Dagum	$\hat{k} = 0,70568; \hat{\alpha} = 4,4615; \hat{\beta} = 357,45; \hat{\gamma} = 0$

4.3.4 Transformasi Variabel Luas Panen Padi dan Curah Hujan

Seperti yang telah dijelaskan pada bagian 4.1.2 bahwa copula merupakan metode yang menggambarkan dependensi yang tidak ketat terhadap asumsi distribusi. Bahkan, jika tidak mengetahui distribusi masing-masing variabel random pun tidak akan menjadi masalah pada metode ini karena semua variabel random ditransformasi ke distribusi Uniform [0,1] (Lampiran 4).

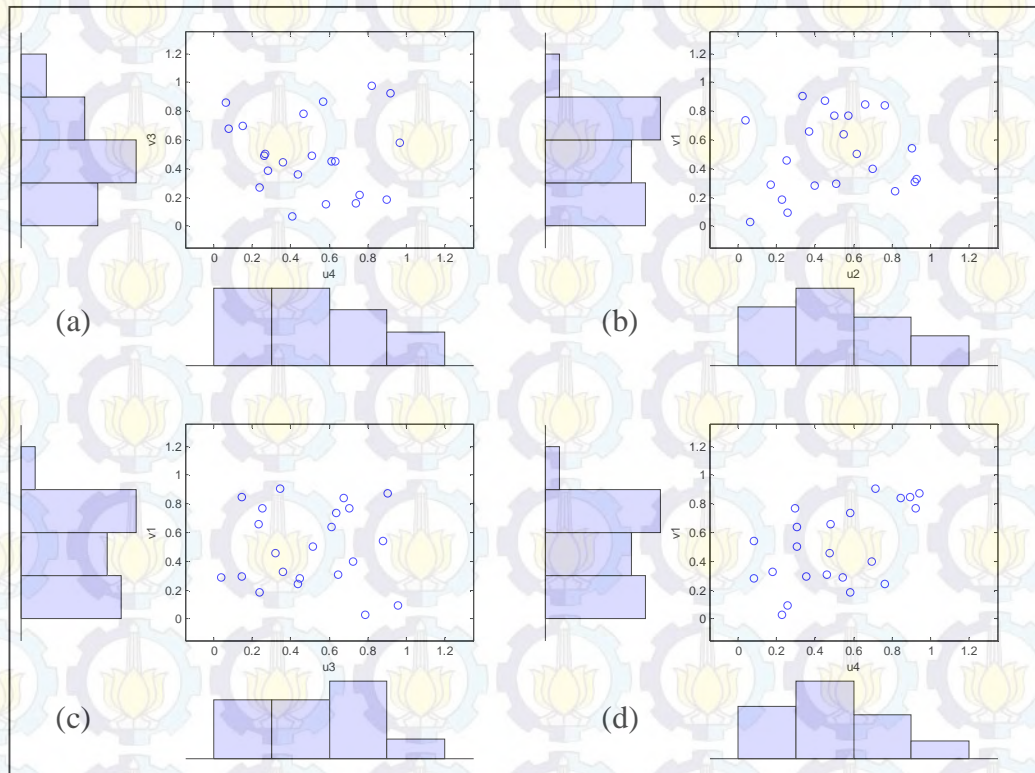


Gambar 4.5 Scatter Plot Hasil Transformasi antara Luas Panen Subround 1 dengan Curah Hujan Januari (a), Curah Hujan Februari (b), Curah Hujan Maret (c), dan Curah Hujan April (d)



Gambar 4.6 Scatter Plot Hasil Transformasi antara Luas Panen Subround 2 dengan Curah Hujan Mei (a), Curah Hujan Juni (b), Curah Hujan Juli (c), dan Curah Hujan Agustus (d)

Gambar 4.5, Gambar 4.6, dan Gambar 4.7 merupakan *scatter plot* antara variabel luas panen padi dan curah hujan setelah ditransformasi ke uniform $[0,1]$ melalui CDF-nya. Pola data setelah dilakukan transformasi terlihat lebih jelas dibandingkan sebelumnya, di mana titik pengamatan tidak menyebar terlalu jauh. Data hasil transformasi inilah yang digunakan dalam mengestimasi parameter copula.



Gambar 4.7 Scatter Plot Hasil Transformasi antara Luas Panen Subround 3 Curah Hujan September (a), Curah Hujan Oktober (b), Curah Hujan Nopember (c), dan Curah Hujan Desember (d)

4.3.5 Estimasi Parameter Copula antara Luas Panen Padi dan Curah Hujan

Parameter Copula yang diestimasi adalah copula Gaussian dan keluarga Copula Archimedean (Lampiran 5). Berdasarkan Tabel 4.6, Tabel 4.7, dan Tabel 4.8 dapat dilihat bahwa dengan menggunakan copula teridentifikasi ada hubungan antara luas panen padi dan curah hujan. Jika hubungannya mengikuti copula Gaussian, maka hal tersebut menunjukkan bahwa terdapat hubungan yang linear antara keduanya. Seperti hubungan antara luas panen padi subround 1 dengan

curah hujan April, Semakin tinggi curah hujan dibulan April, maka luas panen padi di subroud 1 akan semakin meningkat, begitupula sebaliknya.

Tabel 4.6Parameter Copula antara Luas Panen Subround 1, Curah Hujan Januari, Curah Hujan Februari, Curah Hujan Maret, dan Curah Hujan April

Variabel	Distribusi	LP1	CH.Januari	CH.Februari	CH.Maret	CH.April
LP1	Gaussian	1,0000	0,285	0,1634	-0,0737	0,548*
	Gumbel	1,0000	1,4931*	1,0955	1,0505	1,8032
	Clayton	1,0000	0,5464	0,6146	1,45E-06	0,8502
	Frank	1,0000	2,3582	1,0152	-0,1325	4,1701*
CH, Januari	Gaussian	0,285	1,0000	0,151	-0,0527	0,1867
	Gumbel	1,4931	1,0000	1,2261*	1,0000	1,2535
	Clayton	0,5464	1,0000	0,2892	1,45E-06	0,2908
	Frank	2,3582	1,0000	1,4619	-0,2022	1,2912
CH, Februari	Gaussian	0,1634	0,151	1,0000	0,1022	-0,013
	Gumbel	1,0955	1,2261	1,0000	1,1371*	1,0000
	Clayton	0,6146	0,2892	1,0000	0,2147	1,45E-06
	Frank	1,0152	1,4619	1,0000	1,0125	0,2054
CH, Maret	Gaussian	-0,0737	-0,0527	0,1022	1,0000	-0,0366
	Gumbel	1,0505	1,0000	1,1371	1,0000	1,0785
	Clayton	1,45E-06	1,45E-06	0,2147	1,0000	1,45E-06
	Frank	-0,1325	-0,2022	1,0125	1,0000	-0,2491
CH, April	Gaussian	0,548*	0,1867	-0,013	-0,0366	1,0000
	Gumbel	1,8032	1,2535	1,0000	1,0785	1,0000
	Clayton	0,8502	0,2908	1,45E-06	1,45E-06	1,0000
	Frank	4,1701	1,2912	0,2054	-0,2491	1,0000

Catatan : * Signifikan pada $\alpha = 0,05$; ** Signifikan pada $\alpha = 0,1$

Jika suatu hubungan mengikuti copula Gumbel, Clayton atau Frank, Artinya terdapat kejadian ekstrem dan terdapat hubungan di titik-titik ekstrem. Seperti contoh, hubungan antara luas panen padi subroud 1 dengan curah hujan Januari yang mengikuti copula Gumbel. Copula Gumbel merupakan copula yang memiliki *tail* dependensi di bagian atas. Hal ini menunjukkan bahwa curah hujan bulan Januari hanya memiliki hubungan dengan luas panen padi di subround 1 ketika curah hujannya sangat tinggi, sementara ketika curah hujannya rendah, maka keeratan hubungan antara keduanya rendah (tidak memiliki hubungan). Copula ini juga menjelaskan bahwa terdapat titik estrem pada bagian atas (atau nilai yang besar) baik pada curah hujan maupun pada luas panen padi.

Tabel 4.7 Parameter Copula antara Luas Panen Subround 2, Curah Hujan Mei, Curah Hujan Juni, Curah Hujan Juli, dan Curah Hujan Agustus

Variabel	Distribusi	LP2	CH.Mei	CH.Juni	CH.Juli	CH.Agustus
LP2	Gaussian	1,0000	0,6008*	0,3385*	0,2717	0,2794
	Gumbel	1,0000	1,7598*	1,279*	1,1744*	1,4498
	Clayton	1,0000	1,3427**	0,8872	0,7767	0,4031
	Frank	1,0000	4,8907*	2,6011*	2,0527	2,2106
CH,Mei	Gaussian	0,6008	1,0000	0,1571	0,3947	0,1306*
	Gumbel	1,7598	1,0000	1,1391	1,4249	1,1771
	Clayton	1,3427	1,0000	0,629	1,3297	0,3301
	Frank	4,8907	1,0000	0,809	2,9629	0,4891*
CH,Juni	Gaussian	0,3385	0,1571	1,0000	0,7331	-0,2555*
	Gumbel	1,279	1,1391	1,0000	2,6039	1,0000
	Clayton	0,8872	0,629	1,0000	2,4091	1,45E-06*
	Frank	2,6011	0,809	1,0000	6,8964	-1,9178**
CH,Juli	Gaussian	0,2717	0,3947	0,7331	1,0000	-0,3657
	Gumbel	1,1744	1,4249	2,6039	1,0000	1,0000
	Clayton	0,7767	1,3297	2,4091	1,0000	1,45E-06
	Frank	2,0527	2,9629	6,8964	1,0000	-3,1935
CH,Agustus	Gaussian	0,2794	0,1306*	-0,2555*	-0,3657	1,0000
	Gumbel	1,4498	1,1771	1,0000	1,0000	1,0000
	Clayton	0,4031	0,3301	1,45E-06	1,45E-06	1,0000
	Frank	2,2106	0,4891	-1,9178	-3,1935	1,0000

Catatan : * Signifikan pada $\alpha = 0,05$; ** Signifikan pada $\alpha = 0,1$

Pola hubungan yang mengikuti copula Clayton menggambarkan bahwa terdapat kejadian ekstrem pada nilai yang rendah, dan terdapat hubungan antara kedua variabel tersebut ketika nilai dari keduanya rendah, semakin tinggi nilai pengamatan pada variabel tersebut, maka hubungan antara keduanya semakin lemah. Karena copula ini memiliki *tail* dependensi di bagian bawah. Berbeda dengan copula frank yang memiliki *tail* dependensi di bagian atas dan bawah, dimana secara visual copula ini memang menyerupai copula normal (Gambar 2.1), akan tetapi pengertian kedua copula ini berbeda. Copula frank menunjukkan bahwa hubungan yang sangat erat antara luas panen padi subround 3 dengan curah hujan September hanya terjadi ketika curah hujan sangat tinggi atau sangat rendah.

Tabel 4.8 Parameter Copula antara Luas Panen Subround 3, Curah Hujan September, Curah Hujan Oktober, Curah Hujan Nopember, dan Curah Hujan Desember

Variabel	Distribusi	LP3	CH.Sept	CH.Okt	CH.Nop	CH.Des
LP3	Gaussian	1,0000	0,713*	0,6361*	0,3369*	-0,007
	Gumbel	1,0000	2,0047*	2,1461*	1,3609	1,0663
	Clayton	1,0000	2,572*	1,4959	0,8453	1,45E-06
	Frank	1,0000	7,4313*	5,8605	2,8544	-0,5123
CH,September	Gaussian	0,713*	1,0000	0,4304	0,3536	-0,0836
	Gumbel	2,0047	1,0000	1,6791	1,3164*	1
	Clayton	2,572	1,0000	0,9112	0,9983	1,45E-06
	Frank	7,4313	1,0000	3,36	2,6954	-0,8544
CH,Oktober	Gaussian	0,6361*	0,4304	1,0000	0,275	0,2042
	Gumbel	2,1461	1,6791	1,0000	1,3334	1,1427
	Clayton	1,4959	0,9112	1,0000	0,6666	0,5435
	Frank	5,8605	3,36	1,0000	2,1336	1,4866
CH,Nopember	Gaussian	0,3369*	0,3536	0,275	1,0000	0,0499
	Gumbel	1,3609	1,3164	1,3334	1,0000	1,0528
	Clayton	0,8453	0,9983	0,6666	1,0000	1,45E-06
	Frank	2,8544	2,6954	2,1336	1,0000	0,638
CH,Desember	Gaussian	-0,007	-0,0836	0,2042	0,0499	1,0000
	Gumbel	1,0663	1,0000	1,1427	1,0528	1,0000
	Clayton	1,45E-06	1,45E-06	0,5435	1,45E-06	1,0000
	Frank	-0,5123	-0,8544	1,4866	0,638	1,0000

Catatan : * Signifikan pada $\alpha = 0,05$

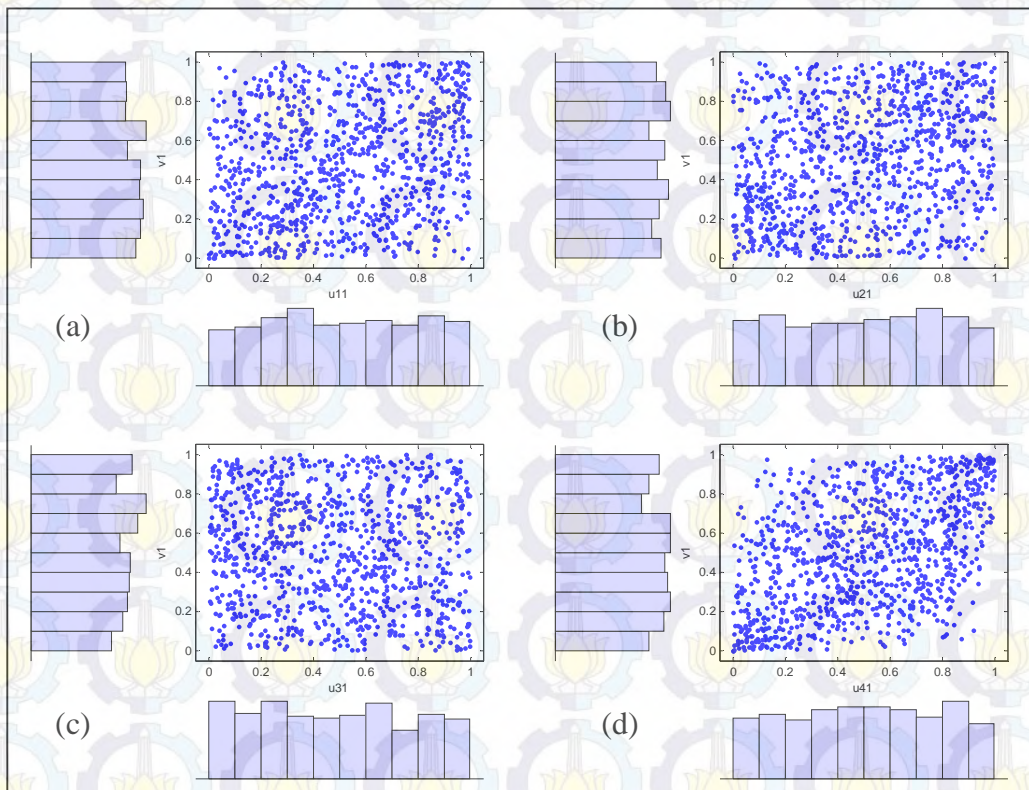
** Signifikan pada $\alpha = 0,1$

Secara keseluruhan, dengan menggunakan copula didapatkan bahwa hanya beberapa variabel curah hujan yang memiliki hubungan dengan luas panen padi. Sebagian besar hubungan antara kedua variabel tersebut mengikuti copula Gaussian dan copula Gumbel. Terdapat beberapa pasangan variabel yang teridentifikasi mengikuti lebih dari 1 keluarga copula. Akan tetapi dalam penelitian ini tidak di bahas mengenai pemilihan model terbaik copula.

4.3.6 Pola Hubungan antara Luas Panen Padi dan Curah Hujan Sesuai dengan Parameter Copula

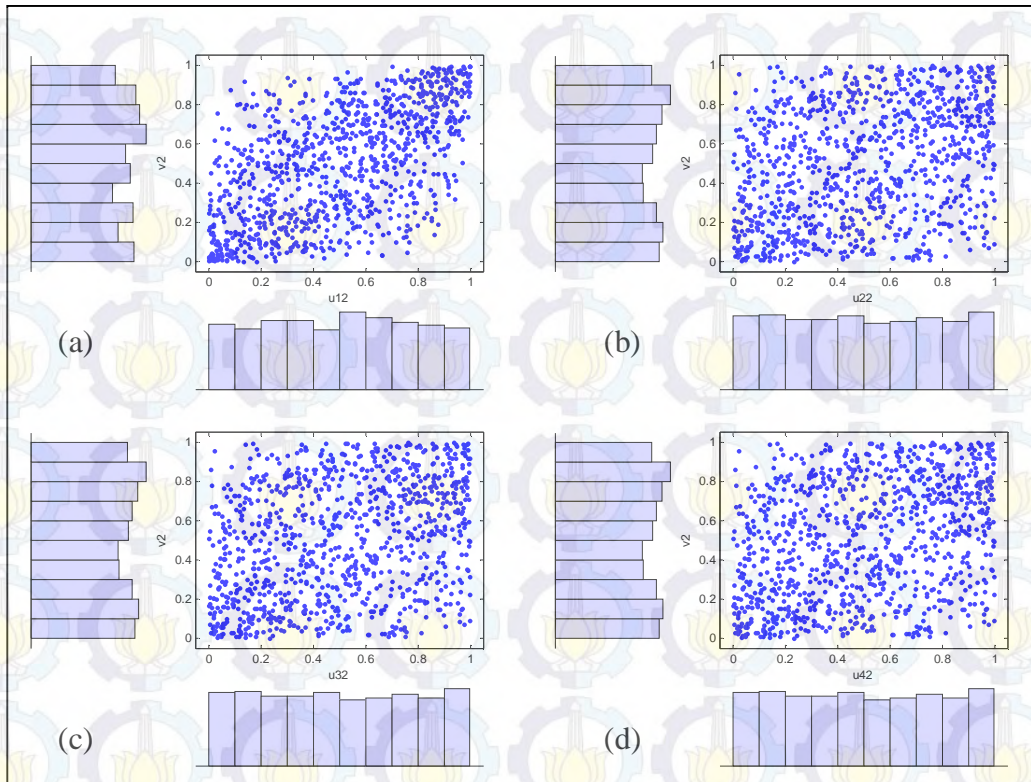
Untuk melihat lebih jelas pola hubungan antara luas panen padi dengan curah hujan, maka dibangkitkan data sebanyak 2500 titik yang dibangkitkan berdasarkan hasil estimasi copula Gaussian pada bagian 4.2.5. Pada penelitian ini hanya menggunakan copula Gaussian karena pada pemodelan regresi nanti dibatasi hanya menggunakan copula Gaussian. Gambar 4.8, Gambar 4.9 dan

Gambar 4.10 adalah *scatter plot* antara luas panen padi dengan curah hujan sesuai dengan parameter copula.

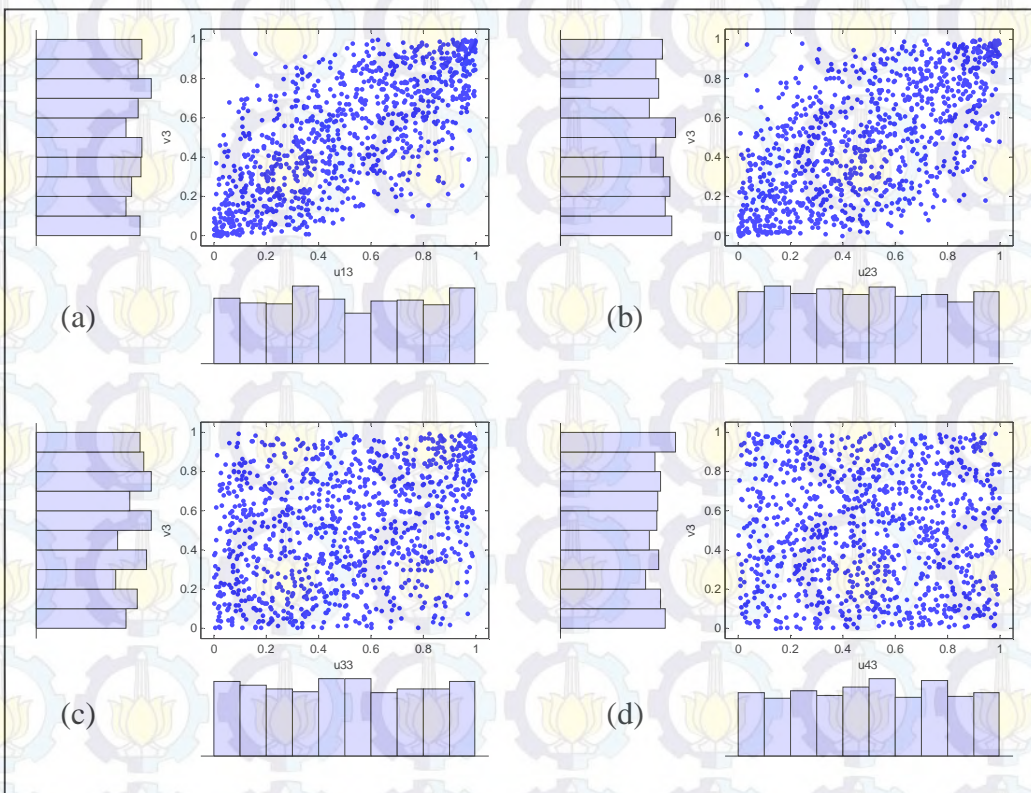


Gambar 4.8 Scatter Plot dengan $n=2500$ antara Luas Panen Subround 1 dengan Curah Hujan Januari (a), Curah Hujan Februari (b), Curah Hujan Maret (c), dan Curah Hujan April (d) Domain $[0,1]$

Sesuai dengan hasil uji signifikansi parameter, variabel yang terlihat memiliki hubungan adalah antara luas panen padi subround 1 dengan curah hujan April (Gambar 4.8d), antara luas panen padi subround 2 dengan curah hujan Mei dan Juni (Gambar 4.9a dan Gambar 4.9b), dan antara luas panen padi subround 3 dengan curah hujan September dan oktober (Gambar 4.10a dan Gambar 4.10b).



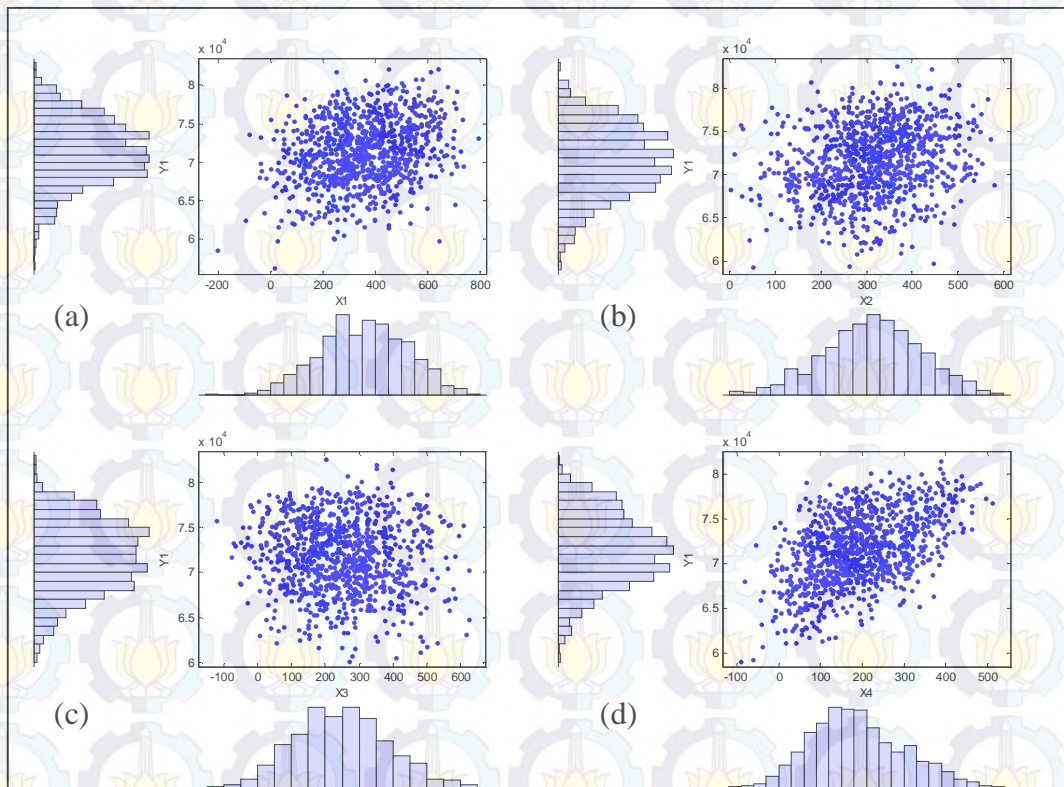
Gambar 4.9 Scatter Plot dengan $n=2500$ antara Luas Panen Subround 2 dengan Curah Hujan Mei (a), Curah Hujan Juni (b), Curah Hujan Juli (c), dan Curah Hujan Agustus (d) Domain $[0,1]$



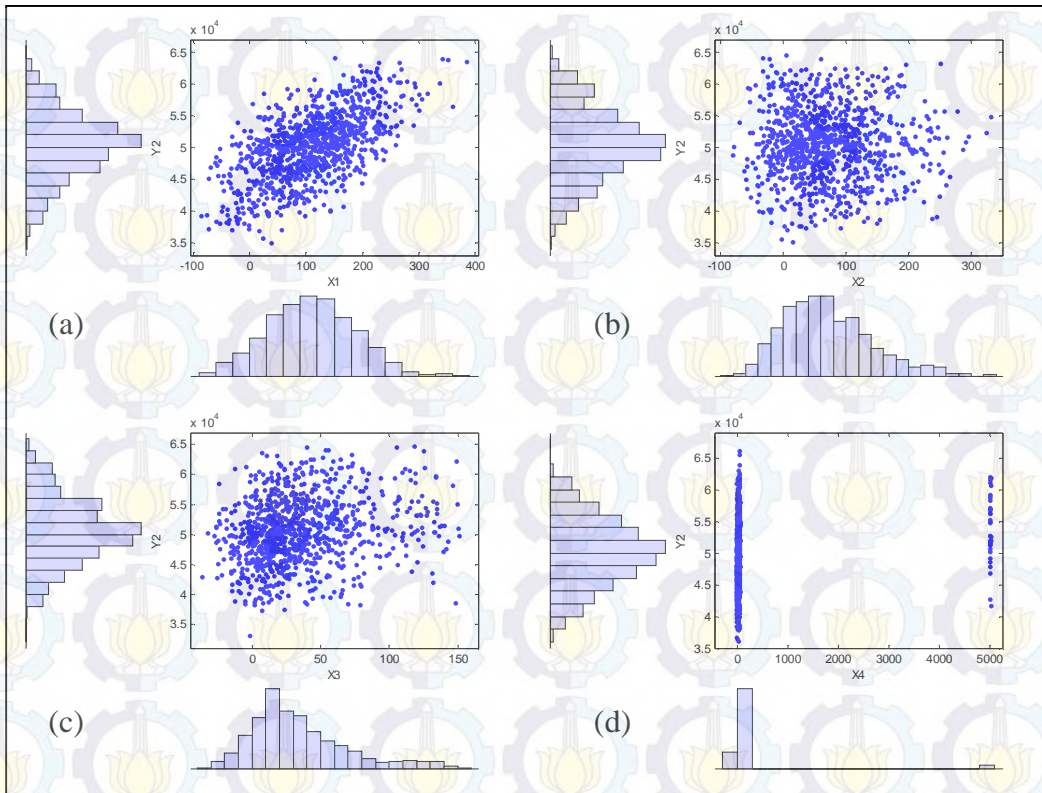
Gambar 4.10 Scatter Plot Hasil dengan $n=2500$ antara Luas Panen Subround 3 Curah Hujan September (a), Curah Hujan Oktober (b), Curah Hujan Nopember (c), dan Curah Hujan Desember (d) Domain $[0,1]$

Scatter plot pada Gambar 4.8, Gambar 4.9, dan Gambar 4.10 merupakan plot yang menggambarkan pola hubungan antara luas panen padi dan curah hujan dengan data pengamatan masih berada pada domain $[0,1]$. Untuk melihat pola hubungan yang lebih jelas sesuai dengan parameter copula yang didapatkan, Maka *scatter plot*-nya ditunjukkan pada Gambar 4.11, Gambar 4.12, dan Gambar 4.13. *Scatter plot* berikut didapatkan dengan mentransformasi kembali data bangkitan yang berada pada domain $[0,1]$ ke distribusi awal dengan mencari invers CDF dari masing-masing variabel.

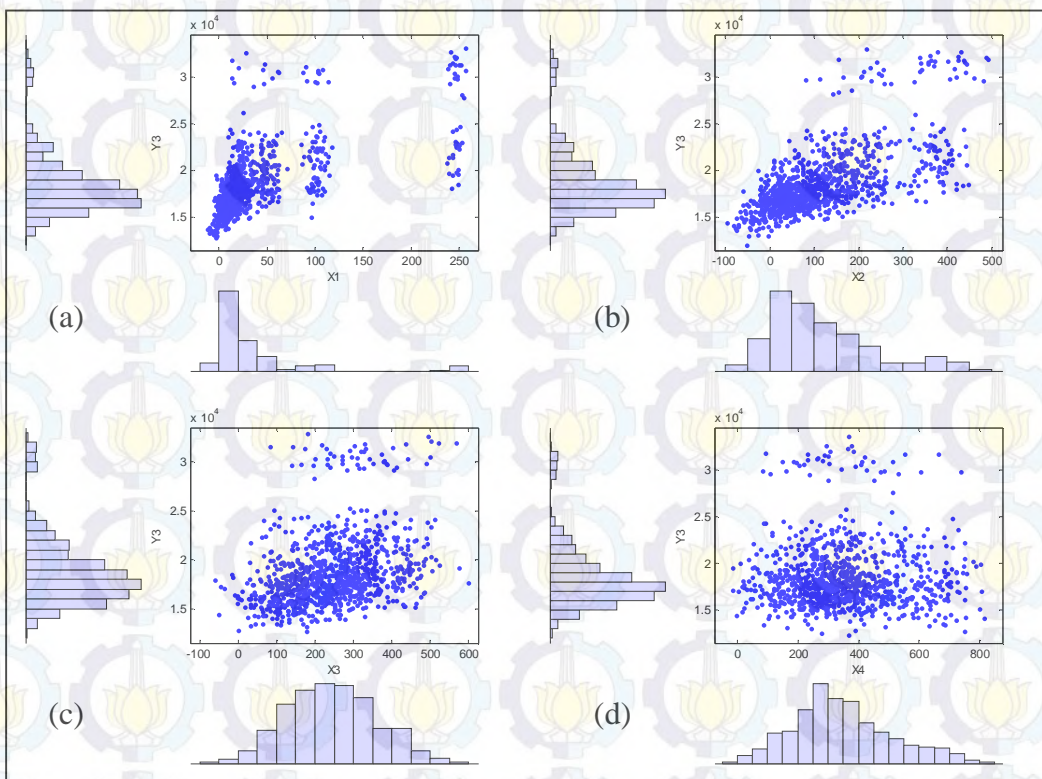
Jika dibandingkan antara Gambar 4.11, Gambar 4.12, dan gambar 4.13 dengan Gambar 4.2, Gambar 4.3 dan Gambar 4.4, maka terlihat jelas bahwa pola *scatter plot* sama. Berdasarkan hal ini dapat ditunjukkan bahwa copula invariant terhadap transformasi, baik transformasi linear maupun transformasi non linear.



Gambar 4.11 *Scatter Plot* antara Luas Panen Subround 1 dengan Curah Hujan Januari (a), Curah Hujan Februari (b), Curah Hujan Maret (c), dan Curah Hujan April (d) dengan $n=2500$



Gambar 4.12 Scatter Plot antara Luas Panen Subround 2 dengan Curah Hujan Mei (a), Curah Hujan Juni (b), Curah Hujan Juli (c), dan Curah Hujan Agustus (d) dengan $n=2500$



Gambar 4.13 Scatter Plot antara Luas Panen Subround 3 Curah Hujan September (a), Curah Hujan Oktober (b), Curah Hujan Nopember (c), dan Curah Hujan Desember (d) dengan $n=2500$

4.3.7 Model Luas Panen Padi di Kabupaten Jember dengan *Copula Regression*

Konsep *copula regression* adalah menyusun model sesuai dengan distribusi marginal setiap variabel, dimana yang diperlukan dalam pemodelan adalah fungsi distribusi, baik PDF maupun CDF untuk masing-masing variabel. Seperti yang telah dijelaskan pada bagian 4.1.4 bahwa parameter yang perlu diestimasi untuk membentuk model *copula regression* adalah parameter copula dan parameter fungsi distribusi marginal. Parameter untuk fungsi distribusi marginal telah disajikan pada Tabel 4.5. Sementara itu, parameter copula untuk masing-masing subround disajikan pada Tabel 4.6, Tabel 4.7 dan Tabel 4.8. Akan tetapi, pada penelitian ini, parameter copula yang digunakan dibatasi hanya copula Gaussian. Sebagai ilustrasi, berikut adalah parameter untuk model luas panen padi subround 2 (LP2) dengan parameter copula sebagai berikut (4.27).

$$\hat{\mathbf{R}} = \begin{bmatrix} 1,000 & 0,601 & 0,339 & 0,272 & 0,279 \\ 0,601 & 1,000 & 0,157 & 0,395 & 0,131 \\ 0,339 & 0,157 & 1,000 & 0,733 & -0,256 \\ 0,272 & 0,395 & 0,733 & 1,000 & -0,366 \\ 0,279 & 0,131 & -0,256 & -0,366 & 1,000 \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

Dengan mempartisi matriks pada 4.27, maka

$$\mathbf{R}_{n-1} = \begin{bmatrix} 1,000 & 0,157 & 0,395 & 0,131 \\ 0,157 & 1,000 & 0,733 & -0,256 \\ 0,395 & 0,733 & 1,000 & -0,366 \\ 0,131 & -0,256 & -0,366 & 1,000 \end{bmatrix} \quad \text{dan} \quad \mathbf{r} = \begin{bmatrix} 0,601 \\ 0,339 \\ 0,272 \\ 0,279 \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

Dimana R_{n-1} adalah koefisien dependensi copula antar prediktor, sementara r adalah koefisien dependensi copula antara variabel respon dengan masing-masing variabel prediktor. Sehingga invers dari 4.29 adalah sebagai berikut.

$$\mathbf{R}_{n-1}^{-1} = \begin{bmatrix} 1,395 & 0,411 & -1,016 & -0,449 \\ 0,411 & 2,284 & -1,896 & -0,164 \\ -1,016 & -1,896 & 3,074 & 0,772 \\ -0,449 & -0,164 & 0,772 & 1,299 \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

$$\mathbf{r}^T \mathbf{R}_{n-1}^{-1} = \begin{bmatrix} 0,5759 \\ 0,4591 \\ -0,015 \\ 0,2478 \end{bmatrix} \text{ dan } 1 - \mathbf{r}^T \mathbf{R}_{n-1}^{-1} \mathbf{r} = 0,4841 \quad (4.31)$$

Parameter lainnya yang dibutuhkan adalah parameter untuk fungsi distribusi marginal. Seperti pada Tabel 4.5, berikut adalah parameter untuk fungsi distribusi marginal variabel pada subround 2.

$$\begin{aligned} x_n &\rightarrow LP2 \approx \text{Logistik} (\hat{\sigma} = 2788,9; \hat{\mu} = 50405) \\ x_1 &\rightarrow CH.Mei \approx \text{Dagum} (\hat{k} = 0,12964; \hat{\alpha} = 8,2512; \hat{\beta} = 205,41) \\ x_2 &\rightarrow CH.Juni \approx \text{Dagum} (\hat{k} = 0,16243; \hat{\alpha} = 4,5863; \hat{\beta} = 149,14) \\ x_3 &\rightarrow CH.Juli \approx \text{Dagum} (\hat{k} = 0,27709; \hat{\alpha} = 2,7413; \hat{\beta} = 60,086) \\ x_4 &\rightarrow CH.Agustus \approx \text{Dagum} (\hat{k} = 2,3316; \hat{\alpha} = 0,95397; \hat{\beta} = 3,8821) \end{aligned}$$

Sesuai dengan persamaan 4.26, berikut adalah fungsi bersyarat untuk LP2.

$$f(LP2|CH.Mei, CH.Jun, CH.Jul, CH.Agust) = f(LP2)_{\text{logistik}} / (1 - \mathbf{r}^T \mathbf{R}_{n-1}^{-1} \mathbf{r})^{1/2} \exp \left\{ -0,5 \frac{\left(\phi^{-1} [F(LP2)_{\text{logistik}}] - \mathbf{r}^T \mathbf{R}_{n-1}^{-1} \begin{bmatrix} \phi^{-1} [F(CH.Mei)_{\text{dagum}}] \\ \phi^{-1} [F(CH.Jun)_{\text{dagum}}] \\ \phi^{-1} [F(CH.Jul)_{\text{dagum}}] \\ \phi^{-1} [F(CH.Agust)_{\text{dagum}}] \end{bmatrix} \right)^2}{1 - \mathbf{r}^T \mathbf{R}_{n-1}^{-1} \mathbf{r}} - (\phi^{-1} [F(LP2)_{\text{logistik}}])^2 \right\}$$

$$f(LP2|CH.Mei, CH.Jun, CH.Jul, CH.Agust) = f(LP2)_{\text{logistik}} / 0,6958 \exp \left\{ -0,5 \frac{\left(\phi^{-1} [F(LP2)_{\text{logistik}}] - \begin{bmatrix} 0,5759 \\ 0,4591 \\ -0,015 \\ 0,2478 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi^{-1} [F(CH.Mei)_{\text{dagum}}] \\ \phi^{-1} [F(CH.Jun)_{\text{dagum}}] \\ \phi^{-1} [F(CH.Jul)_{\text{dagum}}] \\ \phi^{-1} [F(CH.Agust)_{\text{dagum}}] \end{bmatrix} \right)^2}{/0,4841} - (\phi^{-1} [F(LP2)_{\text{logistik}}])^2 \right\}$$

Sehingga fungsi bersyarat untuk LP2 menjadi sebagai berikut.

$$f(LP2|CH.Mei, CH.Jun, CH.Jul, CH.Agust) = f(LP2)_{\text{logistik}} \exp\{-0,5[a^2 / 0,4841 - b^2]\} / 0,6958$$

dimana

$$a = \phi^{-1}[F(LP2)_{\text{logistik}}] - 0,5759\phi^{-1}[F(CH.Mei)_{\text{dagum}}] - 0,4591\phi^{-1}[F(CH.Jun)_{\text{dagum}}] + 0,2015\phi^{-1}[F(CH.Jul)_{\text{dagum}}] - 0,2478\phi^{-1}[F(CH.Agust)_{\text{dagum}}]$$

$$b = \phi^{-1}[F(LP2)_{\text{logistik}}]$$

Copula regression atau regresi copula didapatkan berdasarkan ekspektasi dari fungsi bersyarat $E[f(x_n|x_1, x_2, \dots, x_{n-1})]$. Berikut adalah model regresi copula untuk LP2.

$$E[f(LP2|CH.Mei, CH.Jun, CH.Jul, CH.Agust)] = E[f(LP2)_{\text{logistik}}] \exp\{-0,5[a^2 / 0,4841 - b^2]\} / 0,6958$$

Hal penting yang perlu diperhatikan dalam model regresi copula adalah harus mengetahui PDF dan CDF untuk masing-masing variabel. Karena LP2 berdistribusi logistik dan variabel prediktor semua berdistribusi dagum, berikut disajikan PDF dan CDF untuk distribusi logistik pada persamaan 4.31 dan distribusi dagum pada persamaan 4.32.

$$f(x_n) = \frac{\exp\left(-\frac{x_n - \mu}{\sigma}\right)}{\sigma \left(1 + \exp\left(-\frac{x_n - \mu}{\sigma}\right)\right)^2} \quad (4.31)$$

$$F(x_n) = \frac{1}{1 + \exp\left(-\frac{x_n - \mu}{\sigma}\right)}$$

Ekspektasi PDF dan standarisasi CDF persamaan 4.31 adalah sebagai berikut

$$E[f(x_n)] = \mu$$

$$E[\phi^{-1}[F(x_n)]] = E\left[\frac{[F(x_n)] - \mu_{F(x_n)}}{\sigma_{F(x_n)}}\right]$$

$$F(x) = \left(1 + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{-\alpha}\right)^{-k} \quad (4.32)$$

Sehingga ekspektasi CDF dagum pada persamaan 4.32 adalah sebagai berikut.

$$E[F(x)] = \left(1 + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{-\alpha}\right)^{-k}$$

$$E[\phi^{-1}[F(x)]] = \frac{\left(1 + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{-\alpha}\right)^{-k} - \mu_{F(x)}}{\sigma_{F(x)}}$$

$$E[f(LP2)_{\text{logistik}}] = \mu = 50405 \text{ dan } F(x) \approx \text{dagum} = \left(1 + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{-\alpha}\right)^{-k}. \text{ Sehingga model}$$

regresi copula untuk LP2 adalah sebagai berikut.

$$LP2 = 50405 \exp \left\{ -0,5 \left[0,5759 \left[\left(1 + \left(\frac{CHMei}{205,41} \right)^{-8,2512} \right)^{-0,12964} - 0,5 \right] / 0,2703 \right. \right. \\ \left. \left. - 0,459 \left[\left(1 + \left(\frac{CHJun}{149,14} \right)^{-4,5863} \right)^{-0,16243} - 0,5 \right] / 0,2638 \right. \right. \\ \left. \left. + 0,2015 \left[\left(1 + \left(\frac{CHJul}{149,14} \right)^{-2,7413} \right)^{-0,27709} - 0,5 \right] / 0,2667 \right. \right. \\ \left. \left. - 0,2478 \left[\left(1 + \left(\frac{CHAgustus}{3,8821} \right)^{0,95397} \right)^{-2,3316} - 0,5 \right] / 0,225 \right]^2 \right\} / 0,4841 \Bigg] / 0,6958$$

Dengan cara yang sama didapatkan fungsi bersyarat dan model *copula regression* untuk LP1 dan LP2 masing-masing adalah sebagai berikut (4.33 dan 4.34).

$$f(LP1|CH.Jan, CH.Feb, CH.Mar, CH.Apr) = f(LP1)_{GEV} \exp\{-0,5[a^2/0,6408-b^2]\}/0,8005 \quad (4.33)$$

sehingga

$$a = \phi^{-1}[F(LP1)_{GEV}] - 0,1622\phi^{-1}[F(CH.Jan)_{dagum}] - 0,1519\phi^{-1}[F(CH.Feb)_{Logistik}] + 0,0617\phi^{-1}[F(CH.Mar)_{GEV}] - 0,5174\phi^{-1}[F(CH.Apr)_{GEV}]$$

$$b = \phi^{-1}[F(LP1)_{GEV}]$$

Sehingga

$$LP1 = 70440 + 1157,4 \exp\{-0,5\left[-0,0614 - 0,1622 \left[\left(\left(1 + \left(\frac{CHJan}{525,91} \right)^{-23,896} \right)^{-0,08555} - 0,5 \right) / 0,257 \right] - 0,1519 \left[\left(\frac{1}{1 + \exp\left(-\left(\frac{CHFeb - 50405}{2788,9}\right)}\right)} - 0,5 \right) / 0,2722 \right] + 0,0617 \left[\left(\exp\left(-\left(1 - 0,21884 \left(\frac{CHMar - 212,64}{113,92}\right)^{\frac{-113,92}{CHMar-212,64}}\right)} - 0,5 \right) / 0,2697 \right] + 0,0502 \left[\left(\exp\left(-\left(1 - 0,00868 \left(\frac{CHApr - 140,45}{84,84}\right)^{\frac{-84,84}{CHApr-140,45}}\right)} - 0,5 \right) / 0,2716 \right] \right] / 0,3548\} / 0,5957$$

$$f(LP3|CH.Sep, CH.Okt, CH.Nop, CH.Des) = f(LP3)_{GEV} \exp\{-0,5[a^2/0,3548-b^2]\}/0,5957 \quad (4.34)$$

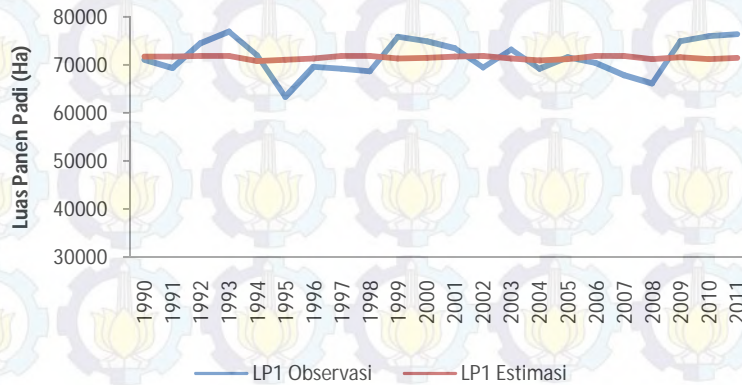
Dimana

$$a = \phi^{-1}[F(LP3)_{GEV}] - 0,5159\phi^{-1}[F(CH.Sep)_{burr}] - 0,4123\phi^{-1}[F(CH.Okt)_{dagum}] - 0,0436\phi^{-1}[F(CH.Nop)_{GEV}] + 0,0502\phi^{-1}[F(CH.Des)_{dagum}]$$

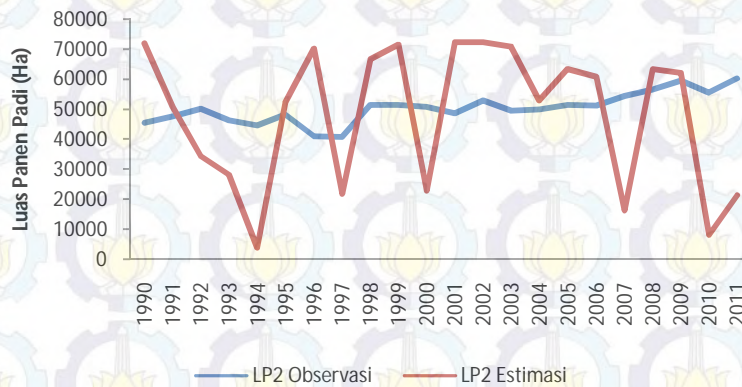
$$b = \phi^{-1}[F(LP3)_{GEV}]$$

Model *copula regression* hanya digunakan untuk prediksi dan melihat keeratan hubungan antar variabel saja, karena model *copula regression* tidak

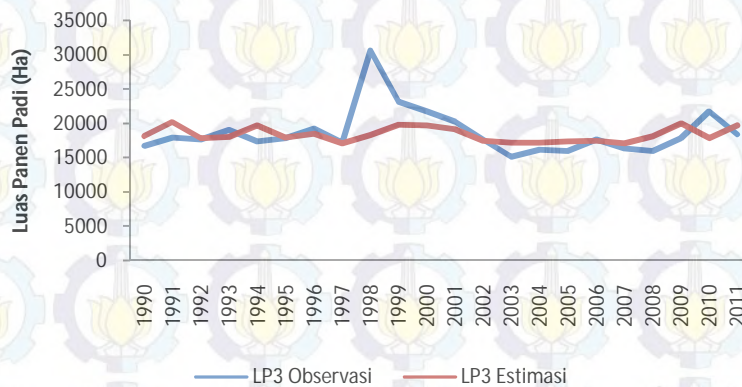
memiliki parameter regresi seperti pada OLS yang dapat diinterpretasikan sebagai kenaikan atau penurunan respon akibat perubahan nilai prediktor. Untuk melihat kebaikan model regresi dengan copula, maka ditunjukkan dengan menggunakan *line plot* luas panen padi pada subround 1, 2, dan 3 yang membandingkan data observasi luas panen padi dan hasil estimasinya.



Gambar 4.14 Line Plot antara Luas Panen Subround 1



Gambar 4.15 Line Plot antara Luas Panen Subround 2



Gambar 4.16 Line Plot antara Luas Panen Subround 3

Secara visual hasil prediksi luas panen padi pada subround 2 masih menjauhi data sebenarnya. Sementara untuk pemodelan luas panen padi pada subround 1 dan 3 telah mendekati nilai sebenarnya (Gambar 4.14 – Gambar 4.16). Berdasarkan ukuran kebaikan model dengan RMSE yang didapatkan dengan cara pada Lampiran 6, didapatkan hasil pada Tabel 4.9. Pemodelan luas panen padi pada subround 2 (LP2) memang memberikan *error* yang paling besar dibandingkan dengan model luas panen padi pada subround 1 (LP1) dan 3 (LP3). Akan tetapi, jika membandingkan RMSE antara luas panen padi dengan OLS dan GCMR yang telah dilakukan oleh Sutikno, Heri, dan Ratih (2014), maka model LP2 dengan *copula regression* jauh lebih baik dibandingkan pemodelan dengan OLS dan GCMR (*Gaussian Copula Marginal Regression*). Sementara model LP1 dengan *copula regression* memberikan hasil yang sedikit kurang baik daripada GCMR akan tetapi lebih baik dibandingkan dengan OLS. Hampir sama dengan model LP1, pemodelan LP3 dengan *copula regression* memberikan *error* paling besar dibandingkan dua model lainnya. Akan tetapi perbedaan *error* antara model GCMR dengan *copula regression* tidak berbeda jauh. Berikut adalah RMSE hasil pemodelan dengan menggunakan distribusi marginal pada Tabel 4.5.

Tabel 4.9 Perbandingan RMSE Model OLS, GCMR, dan *Copula Regression*

Subround	Penelitian Sebelumnya		COPULA REGRESSION
	OLS	GCMR	
LP1	6.559,96	3.341,15	3.589,50
LP2	154.743,25	76.171,09	23.883,00
LP3	2.190,12	2.832,52	3.134,22

Hasil pemodelan yang belum optimal ini disebabkan karena terdapat permasalahan pada penentuan distribusi marginal untuk data luas panen padi dan curah hujan. Pemilihan distribusi dengan *easy fit* untuk variabel luas panen padi dan curah hujan (Lampiran 2) memberikan hasil dimana kurang lebih 40 distribusi signifikan mewakili data untuk setiap variabelnya. Sementara itu, setiap distribusi dapat memberikan model dan *error* yang jauh berbeda.



BAB V
KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan, diperoleh kesimpulan sebagai berikut.

1. Parameter yang dibutuhkan dalam pemodelan dengan *copula regression* adalah parameter copula dan parameter untuk masing-masing distribusi marginal. Estimasi parameter copula didapatkan dari berbagai cara, antara lain dengan maksimum likelihood (MLE), pendekatan Tau Kendall, dan rho Spearman. Berikut adalah estimator copula dengan pendekatan Tau Kendall

$$\tau_{ij} = 4E[c(u_1, u_2)] - 1$$

$$r_{ij} = \sin(\pi\tau_{ij} / 2)$$

Nilai prediksi untuk respon didapatkan dari ekspektasi fungsi bersyarat. Model copula regression dengan copula Gaussian adalah sebagai berikut.

$$E \left[f(x_n) \cdot \exp \left\{ -0,5 \left[\frac{\{\phi^{-1}[F(x_n)] - \mathbf{r}^T \mathbf{R}_{n-1}^{-1} \mathbf{v}^*\}^2}{1 - \mathbf{r}^T \mathbf{R}_{n-1}^{-1} \mathbf{r}} - \{\phi^{-1}[F(x_n)]\}^2 \right] \right\} \times (1 - \mathbf{r}^T \mathbf{R}_{n-1}^{-1} \mathbf{r})^{-1/2} \right]$$

2. Penyusunan *copula regression* diawali dengan mengestimasi parameter copula dan parameter untuk fungsi distribusi marginal, kemudian membentuk fungsi bersama dan fungsi bersyarat, dan terakhir adalah memprediksi nilai respon dengan cara menghitung ekspektasi dari fungsi bersyarat
3. Model luas panen padi di Kabupaten Jember dengan *copula regression* adalah sebagai berikut.

Luas panen padi subround 1

$$\begin{aligned} f(LP1|CH.Jan, CH.Feb, CH.Mar, CH.Apr) = \\ f(LP1)_{GEV} \exp \{ -0,5 [(\phi^{-1}[F(LP1)_{GEV}] - 0,1622\phi^{-1}[F(CH.Jan)_{dagum}] \\ - 0,1519\phi^{-1}[F(CH.Feb)_{Logistik}] + 0,0617\phi^{-1}[F(CH.Mar)_{GEV}] \\ - 0,5174\phi^{-1}[F(CH.Apr)_{GEV}]^2 / 0,6408 - (\phi^{-1}[F(LP1)_{GEV}]^2)] / 0,8005 \} \end{aligned}$$

Luas panen padi subround 2

$$f(LP2|CH.Mei, CH.Jun, CH.Jul, CH.Agust) = f(LP2)_{\text{logistik}} \exp\{-0,5[(\phi^{-1}[F(LP2)_{\text{logistik}}] - 0,5759\phi^{-1}[F(CH.Mei)_{\text{dagum}}] - 0,4591\phi^{-1}[F(CH.Jun)_{\text{dagum}}] + 0,2015\phi^{-1}[F(CH.Jul)_{\text{dagum}}] - 0,2478\phi^{-1}[F(CH.Agust)_{\text{dagum}}])^2 / 0,4841 - (\phi^{-1}[F(LP2)_{\text{logistik}}])^2]\} / 0,6958$$

Luas panen padi subround 3

$$f(LP3|CH.Sep, CH.Okt, CH.Nop, CH.Des) = f(LP3)_{\text{GEV}} \exp\{-0,5[(\phi^{-1}[F(LP3)_{\text{GEV}}] - 0,5159\phi^{-1}[F(CH.Sep)_{\text{burr}}] - 0,4123\phi^{-1}[F(CH.Okt)_{\text{dagum}}] - 0,0436\phi^{-1}[F(CH.Nop)_{\text{GEV}}] + 0,0502\phi^{-1}[F(CH.Des)_{\text{dagum}}])^2 / 0,3548 - (\phi^{-1}[F(LP3)_{\text{GEV}}])^2]\} / 0,5957$$

5.2 Saran

Beberapa saran untuk penelitian selanjutnya adalah sebagai berikut.

1. Baik dalam mengidentifikasi hubungan maupun dalam pemodelan dengan copula, akan memberikan hasil yang lebih baik dan akurat jika sampel yang digunakan besar. Pola hubungan antar variabel akan terlihat lebih jelas. Selain itu, sampel yang besar akan memberikan pola distribusi yang lebih representatif dalam menggambarkan keadaan sebenarnya. Oleh karena itu, untuk penelitian selanjutnya disarankan agar menambah atau menggunakan sampel besar.
2. Pada penelitian ini hanya membatasi pemodelan dengan menggunakan copula Gaussian. Padahal pada identifikasi hubungan didapatkan bahwa terdapat beberapa pasangan variabel random mengikuti pola hubungan keluarga copula Archimedean, yaitu copula Clayton, Copula Gumbel, dan Copula Frank. Oleh karena itu, pada penelitian selanjutnya disarankan agar mengkaji dan mengaplikasikan pemodelan dengan keluarga copula selain copula Gaussian.
3. Kajian mengenai pengujian signfikansi parameter baik parameter copula dan parameter distribusi marginal belum dilakukan pada penelitian ini. Pada penelitian selanjutnya diharapkan untuk melakukan pengkajian mengenai pengujian signfikansi parameter pada model *Copula Regression*.

DAFTAR PUSTAKA

- Amien, I., Redjekiningrum, P., Kartiwa, B., dan Estiningtyas, W. (1999). *Simulated rice yields as affected by interannual climate variability and possible climate change in Java*. Journal of Climate Research; Vol. 12: 145–152
- [Bappeprov] Badan Perencanaan Pembangunan Provinsi Jawa Timur. (2011). *Ringkasan Eksekutif Analisis Pengeluaran Publik Jawa Timur*. Bank Dunia
- Bekti RD. (2009). *Model Hubungan Anomali Luas Panen Padi dan Curah Hujan Terboboti (Weightes Rainfall Index) dengan Regresi Robust*. Tugas Akhir Jurusan Statistika FMIPA ITS. Surabaya : ITS.
- Berg, D. and H. Bakken (2005, December). A goodness-of-fit test for copulae based on the probability integral transform. Note, Norwegian Computing Centre, SAMBA/41/05.
- [BPS] Badan Pusat Statistik (2009). *Data Strategis BPS*.
- Breymann, W., A. Dias, and P. Embrechts (2003). Dependence structures for multivariate high-frequency data in finance. *Quantitative Finance* 1, 1–14.
- Case, M., Ardiansyah, F., Spector, E., *Climate Change in Indonesia Implications for Humans and Nature*. WWF (World Wide Fund For Nature). http://assets.wwf.org.uk/downloads/indonesian_climate_ch.pdf. di akses 17 Juli 2013.
- Clemen, R. T., and T. Reilly, “Correlations and Copulas for Decision and Risk Analysis,” *Management Science* 45, 1999, pp.208–224.
- Conway, D.A. (1979). Farlie-Gumbel-Morgestern Distributions. In : *Encyclopedia of Statistical Sciences*, 3, S.Kotz and N.L. Johnson, editor (John Wiley and Sons, New York), 28-31.
- De Michele, C. and Salvadori, G. (2003). *A Generalized Pareto Intensity Duration Model of Storm Rainfall Exploting 2-Copulas*, *J. Geophys. Res.*, 108(D2); 4067.
- Dodge Y, Rousson V. (2000) Direction dependence in a regression line. *Commun Stat: Theory Methods*. 29(9 and 10):1957–1972.

Embrechts, P., Lindskog, F., dan McNeil, A. (2001). *Modelling Dependence with Copulas and Application to Risk Management*. Department of Mathematics, ETHZ CH-8092 Zürich, Switzerland.

Gumbel, E.J. (1960). Bivariate Exponential Distributions. *Journal of The American Statistical Association*;55:698-707.

Genest, C., J.-F. Quessy, and B. Rémillard (2006). Goodness-of-fit procedures for copula models based on the probability integral transform. *Scandinavian Journal of Statistics* 33.

Genest C, Favre A-C. (2007) Everything you always wanted to know about copula modeling but were afraid to ask. *J Hydrol Eng.* 12(4):347–368.

Jogdeo K (1982) Concepts of dependence. In: Kotz S, Johnson NL (eds) *Encyclopedia of Statistical Sciences*, Vol 1. Wiley, New York, pp 324-334

Jung Y, Kim J-M, Kim J. (2008). New approach of directional dependence in exchange markets using generalized FGM copula functions. *Commun Stat: Simul Comput.*37(4):772–788.

Kim D, dan Kim J-M. (2013). *Analysis of directional dependence using asymmetric copula-based regression models*. *Journal of Statistical Computation and Simulation*

Kim J-M, Jung Y, Sungur EA, Han K, Park C, Sohn I. (2008) A copula method for modeling directional dependence of genes. *BMC Bioinf.*9:225.

Kim J-M, Jung Y, Soderberg T. (2009). *Directional dependence of genes using survival truncated FGM type modification copulas*. *Commun Stat: Simul Comput.* 38(7):1470–1484.

Kpanzou, T.A. (2007). *Copulas in Statistics*. African Institute for Mathematical Sciences (AIMS).

Li, J.,(2010). *An Introduction to the Directional Dependence in the Copula Regression Setting*. University of Minnesota, Morris.

Levine, D.I., dan Yang, D.,(2009). *A Note on the Impact of Local Rainfall on Rice Output in Indonesian Districts*. University of California, Berkeley

Mangostina, C. (2010). <http://bidinagtuns.blogspot.com/2010/11/curah-hujan.html> di akses 28 September 2012 pukul 08:54 WIB.

Montgomery, D. C., and Peck, E. A. (1992). *Introduction to Linear Regression Analysis*. New York : A Wiley-Interscience Publication.

Moran, P. A. P. (1969). *Statistical Inference with Bivariate Gamma Distributions*, *Biometrika*;54;385-394.

Muddapur MV.(2003).*On directional dependence in a regression line*. *Commun Stat: Theory Methods*. 32(10): 2053–2057.

Nadarajah, S. dan Gupta, A. K. (2006). *Some Bivariate Gamma Distributions*, *Applied Mathematics Letters*; 19(8); 767-774.

Naylor, R.L., Falcon W., Wada N., dan Rochberg, D. (2002). *Using El Niño-Southern Oscillation Climate Data To Improve Food Policy Planning In Indonesia*. *Bulletin of Indonesian Economic Studies* 38: 75–91.

Nelsen, R. B. (2005). *An Introduction to Copulas : Second Edition*. New York : Springer.

Parsa, R.A dan Kluman, S. A (2011). *Copula Regression*. *Casualty Actuarial Society*. Volume 5/Issue 1

Pradier, E. (2011). *Copula theory: an application to risk modeling*. Ensimag, Grenoble

Purnomo, (2011). *Dampak Perubahan Iklim untuk Pertumbuhan Tanaman*. <http://www.slideshare.net/pramana2000/dampak-perubahan-iklim-thdp-tanaman> diakses pada 22 September 2012 pukul 09:00 WIB

Ratih, I.D. (2013). *Pemodelan Luas Panen Padi di Jawa Timur dengan Metode Gaussian Copula Marginal Regression*. Tugas Akhir Jurusan Statistika FMIPA ITS. Surabaya : ITS

Salamah, M dan Kuswanto, H. (2010). *Identifikasi Struktur Dependensi dengan Copula (Aplikasi pada Data Klimatologi)*. *Journal Chauchy*. Vol 1. No.2 Mei 2010. ISSN:2086-0328.

Schölzel, C. dan Friederichs, P. (2008). *Multivariate Non-Normally Distributed Random Variables In Climate Research – Introduction to The Copula Approach*. *Nonlin. Processes Geophys.*, 15, 761–772.

Schott, J. R. (1997). *Matrix Analysis for Statistics*. New York : A Wiley-Interscience Publication.

Sklar, A. (1959), *Fonctions de répartition à n dimensions et leurs marges*. Publ. Inst. Statist. Univ. Paris8: 229–231.

Sungur EA.A (2005a) note on directional dependence in regression setting. *Commun Stat: Theory Methods*;34(9 and 10):1957–1965.

Sungur EA. (2005b). Some observations on copula regression functions. *Commun Stat: Theory Methods*. 34(9 and 10):1967–1978.

Sutikno, Boer R, Bey A, Notodiputro KA, Las I . (2010). *Model Ramalan Produksi Padi dengan Menggunakan Indeks Hujan Terboboti di Kabupaten Subang, Karawang, dan Indramayu*. *Jurnal Tanah dan Iklim*. No.32

Sutikno, Heri. K, Iis. D.R. (2014). *Gaussian Copula Marginal Regression for Modeling Extreme Data with Application*. *Journal of Mathematics and Statistics* 10 (2) :192-200

Syaukat, Y.(2011)*The Impact Of Climate Change On Food Production And Security And Its Adaptation Programs In Indonesia*. *Journal ISSAAS* Vol. 17, No. 1:40-51

Uhm D, Kim J-M, Jung Y. (2012). Large asymmetry and directional dependence by using copula modeling to currency exchange rates. *Model Assist Stat Appl*.7(4):327–340.

Villarini, G., Serinaldi, F., dan Krajewski, W. F. (2008). *Modeling Radar-Rainfall Estimation Uncertainties Using Parametric and Non-Parametric Approaches*. [Advances in Water Resources, Volume 31, Issue 12](#), Pages 1674-1686.

Vreac, M, Chedin, A, dan Diday, E(2005) *Clustering a Global Field of Atmospheric Profiles by Mixture Decomposition of Copulas*, *J. Atmos. Ocean. Tech.*; 22:1445-1459

Widyawati,W. (2009). Analysis of Climate Scenarios and Their Impacts upon Rice Production in Main Rice Production Areas of Java, Indonesia. *Journal de Cencia Technologia Agraria*;Vol.1 Nr.4 166-177

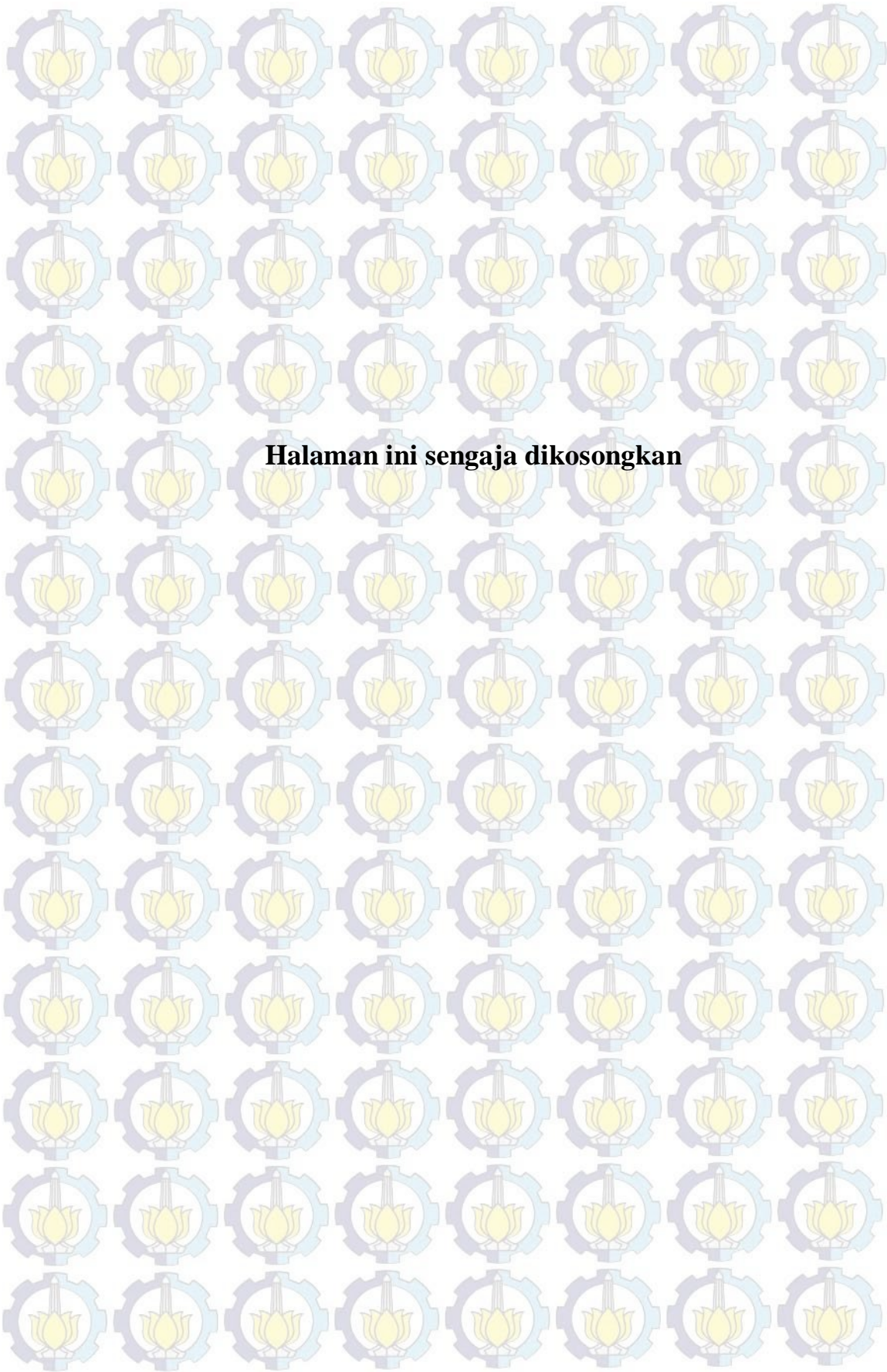
BIODATA PENULIS



Penulis lahir di Sumenep, Madura, pada tanggal 10 Juni 1991 dengan nama lengkap Iis Dewi Ratih. Penulis adalah anak pertama dari dua bersaudara yang dilahirkan dari pasangan Abd. Rachman dan Fatimatus Zahrah dengan seorang adik laki-laki bernama Muhammad Aunul Abhed. Penulis telah menempuh pendidikan formal di TK Pertiwi Ganding (1996-1997), SDN Bataal Barat I (1997-2003), SMPN I Sumenep (2003-2006), SMAN I Sumenep (2006-2009), dan diterima di Jurusan Statistika, FMIPA, ITS melalui jalur PMDK (2009-2013) dengan masa studi 7 semester dengan predikat *cumlaude* dan lulusan terbaik Jurusan Statistika, FMIPA, ITS periode wisuda 106. Tahun 2012 penulis mendapatkan beasiswa program Pasca Sarjana Fast Track. Penulis telah melakukan publikasi berkaitan dengan copula di *Internasional Conference on Mathematics, Statistics and its application* (ICMSA), Bali 2012, di *Conference of Indonesian Student Association in Korea* (CISAK), Daejoun, Korea Selatan, 2013, dan di *Journal of Mathematics and Statistics* 10 (2): 192-200, 2014. ISSN: 1549-3644. Penulis percaya bahwa tidak ada yang sempurna kecuali Allah SWT. Tetapi bagi penulis, kesempurnaan hamba-hambanya adalah ketika mereka berusaha memberikan yang terbaik. Penulis selalu berusaha dan berdoa agar menjadi orang yang beruntung, beruntung di sini yaitu orang yang lebih baik dan lebih baik dari sebelumnya. Serta, “Nikmat Tuhan kamu manakah yang kamu dustakan?”. Kata-kata ini yang menjadikan penulis untuk selalu berusaha, bersabar, dan bersyukur. Bagi pembaca yang memiliki saran, kritik dan lain sebagainya dapat disampaikan melalui email: iisdewiratih@gmail.com.

DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
Lampiran 1 Data Luas Panen Padi dan Curah Hujan Jember.....	69
Lampiran 2 Hasil Uji Distribusi dengan Easy Fit.....	70
Lampiran 3 Syntax Membuat Scatter Plot.....	73
Lampiran 4 Syntax Transformasi Variabel Random.....	74
Lampiran 5 Syntax Estimasi Parameter Copula.....	75
Lampiran 6 Syntax Prediksi dan RMSE.....	79
Lampiran 7 Pola Distribusi.....	81



Halaman ini sengaja dikosongkan

LAMPIRAN

Lampiran 1: Data Luas Panen Padi dan Curah Hujan Jember

Tahun	LuasPanenPadi			CurahHujan											
	S1	S2	S3	Jan	Feb	Mar	Apr	Mei	Jun	Jul	Agus	Sep	Okt	Nov	Des
1990	71135	45454	16699	227	247,5	191,5	168	157	14	24	19,5	17	46,5	144,5	221,5
1991	69312	47680	17937	521	317	115	134,5	32,5	63	5	7,5	56,5	86	254,5	232,5
1992	74519	50299	17668	463,5	107,5	304	199	60,5	7	14,5	28	14	62,5	161	373
1993	77011	46404	19060	180,5	272	200,5	247	52,5	60,5	21	1	18	32,5	225,5	127
1994	72095	44748	17342	313	458	420	43,5	4	7,5	1,5	3,5	97,5	17	205,5	239
1995	63357	48209	17884	294,5	140,5	365	99,5	25,5	63	24,5	31	17	33	453,5	324
1996	69683	41144	19240	434	473	204,5	84	104	39	24,5	16,5	10,5	126	176,5	178
1997	69254	40842	17209	494	216,5	26	187	16,5	4	1	35,5	9,5	20,5	190,5	298
1998	68676	51443	30647	166,5	412,5	233,5	268,5	100	238,5	131,5	7,5	105	384	244,5	495
1999	75947	51486	23195	563,5	390,5	319	318,5	135	31	51,5	20,5	38	185	313	614
2000	74933	50748	21763	382,5	333,5	330,5	376	194	42,5	9,5	32,5	25	218	374,5	112,5
2001	73564	48651	20298	258,5	281,5	158	169	105	117	78,5	5,5	48	200,5	258	308
2002	69471	52990	17644	458	466,5	306,5	163,5	54,5	98,5	32,5	31	18,5	8	246,5	269,5
2003	73291	49656	15143	312,5	326,5	294,5	122,5	108,5	152	63	3,5	13,5	14	274,5	287,5
2004	69181	50017	16175	300	289	236	42,5	137	10	7,5	1	10	57,5	150,5	590
2005	71683	51492	16017	186	345	260,5	121,5	95	110	29	15	6	120	98	427
2006	70467	51309	17677	354,5	369,5	337,5	237	186,5	9,5	55,5	3,5	14,5	39,5	75,5	364
2007	67891	54566	16394	107	239	158,5	198,5	151	113	19,5	27,5	6	52	335,5	441
2008	66156	56523	15972	310	249,5	492,5	108	102,5	40	1	43	6	226,5	272,5	353
2009	74937	59565	17868	474,5	314,5	164,5	119	149,5	104,5	45,5	3,5	19	107,5	151,5	230,5
2010	76086	55467	21778	470	357	116	354	249	168,5	110,5	13,5	247	379,5	394,5	347
2011	76496	60215	18396	456	302	436	390	224,5	24	17,5	4999,5	18,5	102	325,5	691

Lampiran 2: Hasil Uji Distribusi dengan Easy Fit

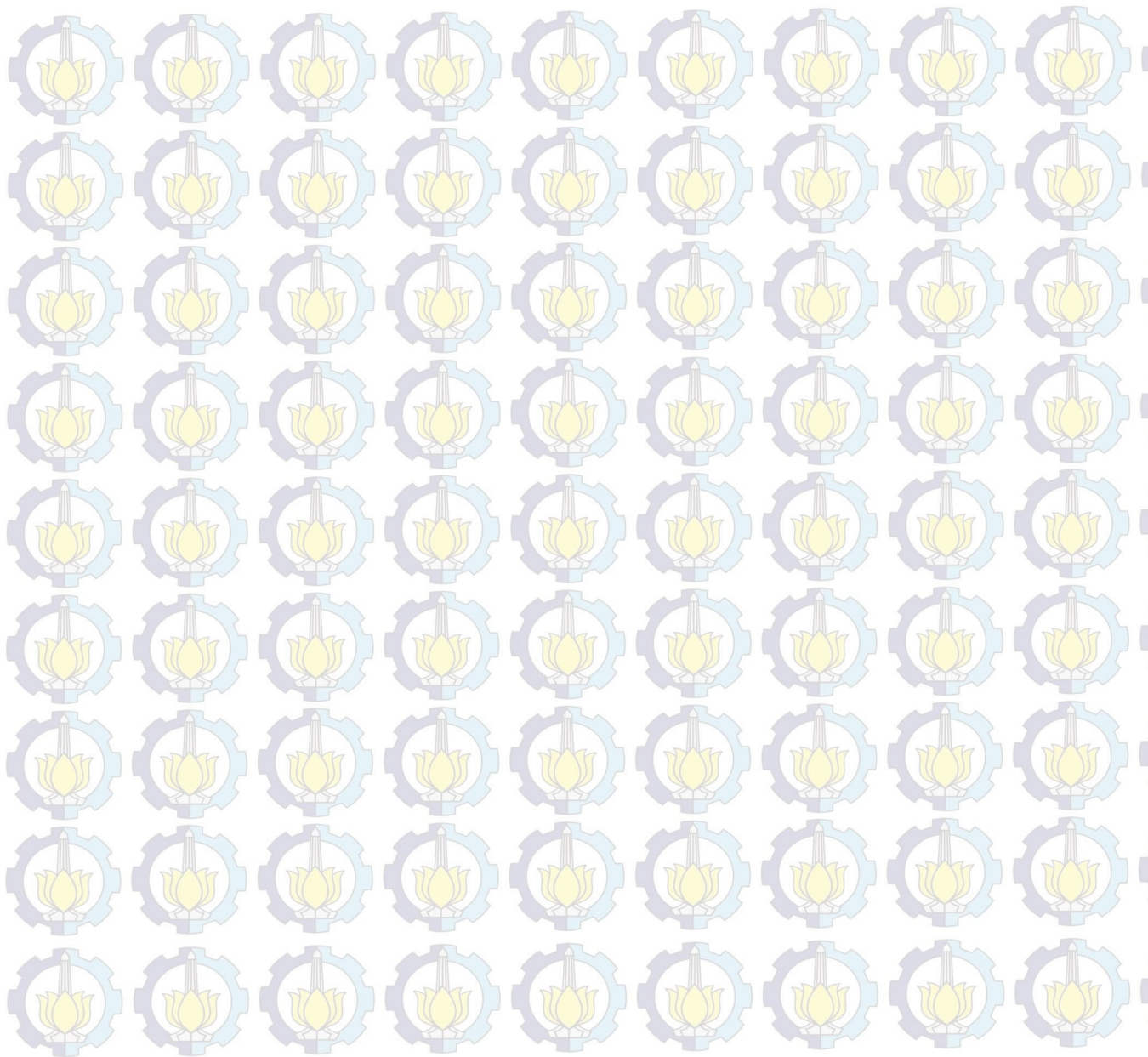
LP1	LP2	LP3	CH JANUARI	CH FEBRUARI
GenExtreme(-0.36727; 3848.4; 70440.0)	Hypersecant(5058.4; 50405.0)	LogLogistic(2.584; 3247.6; 14581.0)	JohnsonSB(-0.219; 0.75673; 519.44; 63.493)	LogLogistic(7.6203E+7; 4.0239E+9; -4.0239E+9)
JohnsonSB(-0.71454; 1.4755; 24565.0; 56662.0)	Laplace(2.7958E-4; 50405.0)	Frechet(3.8002; 6305.8; 10894.0)	Error(6.5767; 129.31; 351.23)	Logistic(52.622; 314.02)
Error(2.5501; 3626.6; 71598.0)	LogLogistic(100.75; 2.8114E+5; -2.3078E+5)	Pearson5(4.3757; 17756.0; 13462.0)	Dagum(0.08555; 23.896; 525.91)	Hypersecant(95.447; 314.02)
LogPearson3(21.203; -0.01111; 11.413)	Logistic(2788.9; 50405.0)	Pearson6(81.241; 4.4187; 217.25; 13554.0)	GenGamma(18.676; 0.06196; 458.81; 102.96)	Dagum(0.33947; 9.532; 386.83)
Normal(3626.6; 71598.0)	Burr(1.4489; 16.016; 51948.0)	GenExtreme(0.32203; 1565.8; 17102.0)	GenExtreme(-0.39498; 140.08; 311.35)	Error(1.9387; 95.447; 314.02)
Erlang(213; 248.68; 18717.0)	Error(1.9579; 5058.4; 50405.0)	Lognormal(0.65148; 8.1597; 14379.0)	LogPearson3(4.6145; -0.20311; 6.7187)	Normal(95.447; 314.02)
InvGaussian(2.7906E+7; 71598.0)	JohnsonSU(-1.2275; 9.901; 49446.0; 44227.0)	InvGaussian(10055.0; 4556.3; 14171.0)	Normal(129.31; 351.23)	InvGaussian(7.2869E+7; 8629.6; -8315.5)
LogGamma(47744.0; 2.3411E-4)	Cauchy(2504.4; 50437.0)	GenGamma(0.50726; 6.9285; 75.94; 14772.0)	Erlang(77; 14.796; -782.67)	FatigueLife(0.00656; 14200.0; -13886.0)
Gamma(389.77; 183.69)	Normal(5058.4; 50405.0)	FatigueLife(0.65889; 3681.8; 14250.0)	Weibull(4.0537; 487.63; -89.698)	JohnsonSB(-8.2178; 6.8609; 3674.0; -2504.4)
Nakagami(99.303; 5.1388E+9)	FatigueLife(0.01596; 3.0974E+5; -2.5938E+5)	Frechet(9.7266; 17102.0)	ChiSqr(8013; -7662.8)	ChiSqr(4379; -4065.2)
InvGaussian(6.6620E+9; 4.3944E+5; -3.6784E+5)	InvGaussian(5.5976E+8; 2.3934E+5; -1.8893E+5)	Gamma(1.5328; 2417.1; 15023.0)	InvGaussian(3.7495E+7; 8413.2; -8061.9)	Lognormal(0.03864; 7.7928; -2109.9)
GenGamma(2.3688; 83.97; 11853.0; -5219.1)	Nakagami(25.109; 2.5651E+9)	Weibull(1.1735; 3828.9; 15106.0)	Burr(520.96; 3.1527; 2861.9)	GenGamma(1.5816; 107.72; 79.491; -1217.0)
Lognormal(0.02922; 11.706; -49748.0)	LogPearson3(66.164; -0.01245; 11.647)	LogLogistic(13.435; 18051.0)	FatigueLife(0.008; 15740.0; -15390.0)	Laplace(0.01482; 314.02)
GenGamma(1.0044; 400.07; 183.69)	Lognormal(0.04762; 11.551; -53553.0)	Cauchy(997.65; 17624.0)	Lognormal(0.04321; 7.9827; -2581.2)	Erlang(141; 8.0238; -816.94)
Gamma(205.17; 250.58; 20171.0)	GenGamma(2.3102; 7.3219; 13261.0; 19546.0)	GumbelMax(2619.7; 17215.0)	Weibull(2.5168; 389.09)	Gamma(125.85; 8.4594; -749.91)
FatigueLife(0.04999; 71508.0)	Erlang(104; 489.87; -526.09)	Pearson6(4117.7; 46.851; 208.03)	Pearson5(241.91; 4.8009E+5; -1641.4)	GenExtreme(-0.33457; 99.005; 282.31)
Lognormal(0.04998; 11.178)	Gamma(99.292; 507.64)	Pearson5(46.544; 8.5137E+5)	LogLogistic(8.3926E+7; 6.3806E+9; -6.3806E+9)	Weibull(4.4884; 401.98; -52.633)
FatigueLife(0.00413; 8.5315E+5; -7.8155E+5)	Gamma(103.37; 490.44; -295.51)	LogGamma(3938.2; 0.00249)	Gamma(105.63; 12.321; -952.35)	Burr(258.48; 3.8069; 1492.3)
Pearson6(20091.0; 406.02; 1443.4)	GenGamma(1.0057; 101.94; 507.64)	Lognormal(0.15296; 9.825)	Frechet(1.5686E+8; 1.8955E+10; -1.8955E+10)	Pearson5(282.38; 4.4461E+5; -1265.6)
Pearson5(397.86; 2.8415E+7)	Pearson5(244.22; 1.8882E+7; -27296.0)	FatigueLife(0.15386; 18509.0)	Rayleigh(211.1; 80.735)	Pearson6(40.201; 1.6544E+7; 2.5625E+8; -308.28)

Lampiran 2 Hasil Uji Distribusi dengan Easy Fit (Lanjutan)

CH MARET	CH APRIL	CH MEI	CH JUNI	CH JULI
GenExtreme(-0.21884; 113.92; 212.64)	GenExtreme(-0.00888; 84.848; 140.45)	Dagum(0.12964; 8.2512; 205.41)	Exp(0.0145)	Dagum(0.27709; 2.7413; 60.086)
JohnsonSB(0.53852; 2.221; 1088.5; -223.85)	LogPearson3(10.346; -0.1904; 7.0512)	JohnsonSB(0.54534; 1.3331; 412.55; -58.06)	GenPareto(-0.15378; 85.313; -4.9873)	GenPareto(0.04827; 34.29; -1.097)
Error(2.355; 115.52; 257.73)	LogLogistic(3.8862; 214.56; -45.088)	GenExtreme(-0.17909; 64.616; 83.69)	Pareto2(94.552; 6338.6)	GenExtreme(0.26928; 19.349; 16.829)
Weibull(2.9971; 346.08; -51.207)	FatigueLife(0.38656; 246.39; -76.133)	Error(2.8103; 67.09; 111.11)	JohnsonSB(1.5274; 1.0054; 406.01; -19.674)	Pearson6(0.9205; 4.1691E+7; 1.5736E+9)
Pearson6(8302.5; 487.99; 142.16; -2165.9)	InvGaussian(1880.3; 272.27; -83.584)	Normal(67.09; 111.11)	Dagum(0.16243; 4.5863; 149.14)	Burr(9778.9; 0.95768; 5.0343E+5)
FatigueLife(0.05976; 1886.0; -1631.6)	Lognormal(0.37134; 5.5338; -82.164)	ChiSqr(2128; -2017.4)	Burr(427.84; 1.0703; 20362.0)	GenGamma(0.97161; 0.97073; 35.141)
Lognormal(0.06437; 7.4669; -1495.0)	Pearson5(14.304; 4866.9; -176.77)	Lognormal(0.16871; 5.9516; -278.74)	Pearson6(1.0997; 6.3249E+7; 3.9633E+9)	Frechet(2.27; 38.538; -22.556)
Erlang(68; 13.702; -672.9)	Pearson6(42.176; 14.654; 104.15; -132.71)	LogPearson3(1.4043; -0.82374; 5.5695)	Weibull(0.94589; 65.689)	Gamma(0.99403; 35.141)
Gamma(62.959; 14.238; -639.62)	Frechet(3.5536E+7; 2.8500E+9; -2.8500E+9)	Pearson6(18.959; 1560.4; 23320.0; -172.52)	GenGamma(0.95673; 1.1887; 56.3)	LogPearson3(4.8789; -0.63129; 5.9946)
Normal(115.52; 257.73)	GenGamma(0.99167; 3.3843; 55.047)	FatigueLife(0.18667; 348.49; -243.45)	LogPearson3(17.396; -0.28253; 8.6283)	Pareto2(335.27; 11677.0)
ChiSqr(6354; -6096.4)	Gamma(3.0193; 60.371; 6.4054)	Gamma(8.7564; 22.711; -87.752)	GenExtreme(0.14753; 42.373; 37.32)	Exp(0.02863)
InvGaussian(5.3008E+5; 1891.1; -1633.4)	GumbelMax(79.462; 142.82)	Rayleigh(100.24; -14.576)	Gamma(1.2248; 56.3)	InvGaussian(41.948; 40.97; -6.038)
Pearson5(160.67; 2.2869E+5; -1177.6)	Erlang(3; 60.371; 6.4054)	LogLogistic(10.465; 401.24; -294.61)	GumbelMax(48.58; 40.913)	Lognormal(0.99427; 3.2075; -3.0179)
GenGamma(3.9155; 0.5069; 383.11; -7.6142)	Gamma(3.4276; 55.047)	Weibull(1.9709; 140.41; -13.527)	Frechet(1.9011; 61.376; -30.041)	JohnsonSB(1.4368; 0.71225; 195.62; -0.51317)
Dagum(0.21; 8.3264; 383.5)	Pearson6(3.3913; 2891.3; 1.5959E+5)	Burr(106.81; 1.9631; 1503.6; -12.856)	Pearson5(2.2921; 126.79; -19.651)	FatigueLife(1.0785; 23.862; -3.1859)
LogLogistic(21.067; 1383.0; -1129.7)	Nakagami(0.99902; 45515.0)	Logistic(36.989; 111.11)	Lognormal(1.1513; 3.7135)	Weibull(0.79027; 32.646)
Logistic(63.687; 257.73)	Rayleigh(150.55)	Erlang(9; 22.711; -87.752)	Lognormal(1.2059; 3.6666; 0.91283)	GumbelMax(27.318; 19.164)
Burr(9.2621; 2.3105; 733.24)	Rice(64.332; 143.83)	InvGaussian(10545.0; 359.66; -248.55)	InvGaussian(58.761; 74.624; -5.6691)	Lognormal(1.3624; 2.9146)
Frechet(1.1464E+8; 1.2116E+10; -1.2116E+10)	Weibull(1.5978; 177.62; 28.886)	Frechet(1.0437E+8; 6.0062E+9; -6.0062E+9)	FatigueLife(1.2847; 36.788)	LogLogistic(1.0817; 16.795)
Rice(217.54; 126.17)	Weibull(1.8206; 205.96)	GenPareto(-0.77407; 191.53; 3.1502)	LogLogistic(1.3084; 37.7)	Cauchy(13.38; 20.784)

Lampiran 2: Hasil Uji Distribusi dengan Easy Fit (Lanjutan)

CH AGUSTUS	CH SEPTEMBER	CH OKTOBER	CH NOPEMBER	CH DESEMBER
Burr(0.60792; 1.4575; 7.2589)	Burr(0.29656; 3.7472; 9.516)	JohnsonSB(1.2618; 0.65561; 547.29; 4.57)	JohnsonSB(0.90166; 1.6524; 734.95; -34.743)	LogLogistic(4.6687; 375.35; -58.408)
Dagum(2.3316; 0.95397; 3.8821)	LogPearson3(4.4258; 0.46491; 0.98961)	LogPearson3(63.079; -0.1348; 12.767)	GenExtreme(-0.15095; 91.673; 201.24)	Dagum(0.70568; 4.4615; 357.45)
Pearson6(2.1772; 0.90781; 3.8624)	Pearson6(249.78; 1.6001; 0.0948)	FatigueLife(1.1283; 69.922; -0.88085)	LogPearson3(8.7856; -0.15082; 6.7275)	Frechet(3.2588E+7; 3.9397E+9; -3.9397E+9)
Frechet(0.87036; 8.0212; -0.80008)	Frechet(1.1331; 10.743; 2.2289)	Lognormal(1.046; 4.2637)	Nakagami(1.7433; 67624.0)	GenExtreme(3.2278E-4; 124.07; 270.3)
Pareto2(1.0415; 13.136)	Pearson5(1.1949; 12.922; 2.4696)	FatigueLife(1.1578; 67.837)	Burr(102.31; 2.7854; 1431.0)	Burr(2.1134; 3.1748; 432.88)
LogLogistic(1.2699; 10.399)	Pearson5(1.5889; 23.657)	Lognormal(1.0843; 4.2272; 1.4329)	Weibull(2.2138; 224.44; 43.237)	Pearson5(17.306; 9712.7; -253.44)
Pearson5(0.64658; 3.4595)	GenExtreme(0.62464; 10.709; 13.59)	Gamma(1.0877; 105.23)	FatigueLife(0.17959; 523.19; -289.54)	Pearson6(392.31; 17.312; 24.272; -241.54)
InvGaussian(5.9148; 243.3; -0.13963)	Frechet(1.2994; 12.5)	Dagum(0.72252; 1.8391; 98.903)	Lognormal(0.17065; 6.3078; -314.77)	GumbelMax(118.65; 273.47)
Lognormal(1.6941; 2.6225)	LogGamma(9.7068; 0.31392)	Exp(0.00874)	Gamma(12.228; 27.483; -93.971)	Lognormal(0.33039; 6.0493; -105.44)
Levy(5.3505)	InvGaussian(10.27; 33.126; 3.9196)	InvGaussian(96.603; 120.53; -6.074)	Pearson5(67.111; 51014.0; -529.52)	InvGaussian(4019.5; 451.66; -109.71)
Levy(5.6314; -0.0914)	GenPareto(0.56154; 13.874; 5.4025)	Pareto2(161.39; 18294.0)	Pearson6(1877.5; 67.13; 26.716; -516.39)	FatigueLife(0.33783; 419.4; -101.39)
Frechet(0.85614; 5.6309)	LogLogistic(1.7988; 18.727)	GenPareto(0.04127; 109.53; 0.20402)	Dagum(0.39132; 6.4499; 305.59)	Gamma(5.0495; 67.72)
Cauchy(10.21; 13.21)	FatigueLife(1.7419; 12.772; 4.9304)	Pearson6(1.3488; 8.4338; 633.18)	Rayleigh(149.18; 53.703)	LogPearson3(27.678; -0.08868; 8.191)
GenExtreme(0.97116; 6.9165; 7.2572)	InvGaussian(17.26; 37.045)	Burr(11.298; 1.1363; 941.19)	LogLogistic(8.9004; 488.19; -254.21)	GenGamma(1.0109; 5.1455; 67.72)
Weibull(0.92607; 18.337)	Lognormal(0.95557; 3.0472)	LogLogistic(1.3814; 64.801; 5.8077)	ChiSqr(4470; -4228.8)	Erlang(5; 67.72)
ChiSqr(76; -60.28)	Lognormal(1.6924; 2.3369; 5.6489)	GenGamma(1.0232; 1.1157; 105.23)	Normal(97.189; 242.09)	Gamma(4.04; 75.703; 36.114)
Gamma(0.12826; 6212.3; 1.0)	Levy(5.7473; 4.7143)	Pearson5(1.9451; 145.02; -18.715)	Error(2.3584; 97.189; 242.09)	Erlang(4; 75.703; 36.114)
LogGamma(2.2875; 1.1464)	FatigueLife(1.0752; 24.163)	Frechet(1.6498; 78.407; -28.01)	GenGamma(0.99038; 6.0867; 39.017)	Lognormal(0.45581; 5.7365)
InvGaussian(12.737; 243.16)	Pareto2(3.2883; 84.558)	Weibull(1.0582; 107.74)	Gamma(6.2047; 39.017)	JohnsonSB(1.3383; 1.2534; 1035.4; 51.537)
Pearson5(0.78725; 5.8808; 1.0)	Exp(0.02699)	LogLogistic(1.4879; 65.589)	Frechet(4.2450E+7; 3.5756E+9; -3.5756E+9)	Weibull(1.7165; 281.22; 90.616)



Lampiran 3: Syntax Membuat Scatter Plot

```
LP1 = data(:,1);  
LP2 = data(:,2);  
LP3 = data(:,3);  
CHJan = data(:,4);  
CHFeb = data(:,5);  
CHMar = data(:,6);  
CHApr = data(:,7);  
CHMei = data(:,8);  
CHJun = data(:,9);  
CHJul = data(:,10);  
CHAgust = data(:,11);  
CHSep = data(:,12);  
CHOkt = data(:,13);  
CHNop = data(:,14);  
CHDes = data(:,15);
```

```
scatterhist(CHJan,LP1)  
xlabel('CHJan')  
ylabel('LP1')  
scatterhist(CHFeb,LP1)  
xlabel('CHFeb')  
ylabel('LP1')  
scatterhist(CHMar,LP1)  
xlabel('CHMar')  
ylabel('LP1')  
scatterhist(CHApr,LP1)  
xlabel('CHApr')  
ylabel('LP1')  
scatterhist(CHMei,LP2)  
xlabel('CHMei')  
ylabel('LP2')  
scatterhist(CHJun,LP2)  
xlabel('CHJun')  
ylabel('LP2')
```

```
scatterhist(CHJul,LP2)  
xlabel('CHJul')  
ylabel('LP2')  
scatterhist(CHAgust,LP2)  
xlabel('CHAgust')  
ylabel('LP2')  
scatterhist(CHSep,LP3)  
xlabel('CHSep')  
ylabel('LP3')  
scatterhist(CHOkt,LP3)  
xlabel('CHOkt')  
ylabel('LP3')  
scatterhist(CHNop,LP3)  
xlabel('CHNop')  
ylabel('LP3')  
scatterhist(CHDes,LP3)  
xlabel('CHDes')  
ylabel('LP3')
```


Lampiran 4: Syntax Transformasi Variabel Random

```
v1 = ksdensity(LP1,LP1,'function','cdf');
u11 = ksdensity(CHJan,CHJan,'function','cdf');
u21 = ksdensity(CHFeb,CHFeb,'function','cdf');
u31 = ksdensity(CHMar,CHMar,'function','cdf');
u41 = ksdensity(CHApr,CHApr,'function','cdf');
v2 = ksdensity(LP2,LP2,'function','cdf');
u12 = ksdensity(CHMei,CHMei,'function','cdf');
u22 = ksdensity(CHJun,CHJun,'function','cdf');
u32 = ksdensity(CHJul,CHJul,'function','cdf');
u42 = ksdensity(CHAgust,CHAgust,'function','cdf');
v3 = ksdensity(LP3,LP3,'function','cdf');
u13 = ksdensity(CHSep,CHSep,'function','cdf');
u23 = ksdensity(CHOkt,CHOkt,'function','cdf');
u33 = ksdensity(CHNop,CHNop,'function','cdf');
u43 = ksdensity(CHDes,CHDes,'function','cdf');
A=[v1 v2 v3 u11 u21 u31 u41 u12 u22 u32 u42 u13 u23 u33 u43]
```

```
scatterhist(u11,v1)
```

```
xlabel('u1')
```

```
ylabel('v1')
```

```
scatterhist(u21,v1)
```

```
xlabel('u2')
```

```
ylabel('v1')
```

```
scatterhist(u31,v1)
```

```
xlabel('u3')
```

```
ylabel('v1')
```

```
scatterhist(u41,v1)
```

```
xlabel('u4')
```

```
ylabel('v1')
```

```
scatterhist(u12,v2)
```

```
xlabel('u1')
```

```
ylabel('v2')
```

```
scatterhist(u22,v2)
```

```
xlabel('u2')
```

```
ylabel('v2')
```

```
scatterhist(u32,v2)
```

```
xlabel('u3')
```

```
ylabel('v2')
```

```
scatterhist(u42,v2)
```

```
xlabel('u4')
```

```
ylabel('v2')
```

```
scatterhist(u13,v3)
```

```
xlabel('u1')
```

```
ylabel('v3')
```

```
scatterhist(u23,v3)
```

```
xlabel('u2')
```

```
ylabel('v3')
```

```
scatterhist(u33,v3)
```

```
xlabel('u3')
```

```
ylabel('v3')
```

```
scatterhist(u43,v3)
```

```
xlabel('u4')
```

```
ylabel('v3')
```


Lampiran 5: Syntax Estimasi Parameter Copula

[Rho] = copulafit('Gumbel',[u11 v1])	[Rho] = copulafit('Gumbel',[u12 u42])
[Rho] = copulafit('Gumbel',[u21 v1])	[Rho] = copulafit('Gumbel',[u22 u32])
[Rho] = copulafit('Gumbel',[u31 v1])	[Rho] = copulafit('Gumbel',[u22 u42])
[Rho] = copulafit('Gumbel',[u41 v1])	[Rho] = copulafit('Gumbel',[u32 u42])
[Rho] = copulafit('Gumbel',[u11 u21])	[Rho] = copulafit('Gumbel',[u13 v3])
[Rho] = copulafit('Gumbel',[u11 u31])	[Rho] = copulafit('Gumbel',[u23 v3])
[Rho] = copulafit('Gumbel',[u11 u41])	[Rho] = copulafit('Gumbel',[u33 v3])
[Rho] = copulafit('Gumbel',[u21 u31])	[Rho] = copulafit('Gumbel',[u43 v3])
[Rho] = copulafit('Gumbel',[u21 u41])	[Rho] = copulafit('Gumbel',[u13 u23])
[Rho] = copulafit('Gumbel',[u31 u41])	[Rho] = copulafit('Gumbel',[u13 u33])
[Rho] = copulafit('Gumbel',[u12 v2])	[Rho] = copulafit('Gumbel',[u13 u43])
[Rho] = copulafit('Gumbel',[u22 v2])	[Rho] = copulafit('Gumbel',[u23 u33])
[Rho] = copulafit('Gumbel',[u32 v2])	[Rho] = copulafit('Gumbel',[u23 u43])
[Rho] = copulafit('Gumbel',[u42 v2])	[Rho] = copulafit('Gumbel',[u33 u43])
[Rho] = copulafit('Gumbel',[u12 u22])	
[Rho] = copulafit('Gumbel',[u12 u32])	
[Rho] = copulafit('Clayton',[u11 v1])	[Rho] = copulafit('Clayton',[u12 u32])
[Rho] = copulafit('Clayton',[u21 v1])	[Rho] = copulafit('Clayton',[u12 u42])
[Rho] = copulafit('Clayton',[u31 v1])	[Rho] = copulafit('Clayton',[u22 u32])
[Rho] = copulafit('Clayton',[u41 v1])	[Rho] = copulafit('Clayton',[u22 u42])
[Rho] = copulafit('Clayton',[u11 u21])	[Rho] = copulafit('Clayton',[u32 u42])
[Rho] = copulafit('Clayton',[u11 u31])	[Rho] = copulafit('Clayton',[u13 v3])
[Rho] = copulafit('Clayton',[u11 u41])	[Rho] = copulafit('Clayton',[u23 v3])
[Rho] = copulafit('Clayton',[u21 u31])	[Rho] = copulafit('Clayton',[u33 v3])
[Rho] = copulafit('Clayton',[u21 u41])	[Rho] = copulafit('Clayton',[u43 v3])
[Rho] = copulafit('Clayton',[u31 u41])	[Rho] = copulafit('Clayton',[u13 u23])
[Rho] = copulafit('Clayton',[u12 v2])	[Rho] = copulafit('Clayton',[u13 u33])
[Rho] = copulafit('Clayton',[u22 v2])	[Rho] = copulafit('Clayton',[u13 u43])
[Rho] = copulafit('Clayton',[u32 v2])	[Rho] = copulafit('Clayton',[u23 u33])
[Rho] = copulafit('Clayton',[u42 v2])	[Rho] = copulafit('Clayton',[u23 u43])
[Rho] = copulafit('Clayton',[u12 u22])	[Rho] = copulafit('Clayton',[u33 u43])
[Rho] = copulafit('Frank',[u11 v1])	[Rho] = copulafit('Frank',[u42 v2])
[Rho] = copulafit('Frank',[u21 v1])	[Rho] = copulafit('Frank',[u12 u22])
[Rho] = copulafit('Frank',[u31 v1])	[Rho] = copulafit('Frank',[u12 u32])
[Rho] = copulafit('Frank',[u41 v1])	[Rho] = copulafit('Frank',[u12 u42])
[Rho] = copulafit('Frank',[u11 u21])	[Rho] = copulafit('Frank',[u22 u32])
[Rho] = copulafit('Frank',[u11 u31])	[Rho] = copulafit('Frank',[u22 u42])
[Rho] = copulafit('Frank',[u11 u41])	[Rho] = copulafit('Frank',[u32 u42])
[Rho] = copulafit('Frank',[u21 u31])	[Rho] = copulafit('Frank',[u13 v3])
[Rho] = copulafit('Frank',[u21 u41])	[Rho] = copulafit('Frank',[u23 v3])
[Rho] = copulafit('Frank',[u31 u41])	[Rho] = copulafit('Frank',[u33 v3])
[Rho] = copulafit('Frank',[u12 v2])	[Rho] = copulafit('Frank',[u43 v3])
[Rho] = copulafit('Frank',[u22 v2])	[Rho] = copulafit('Frank',[u13 u23])
[Rho] = copulafit('Frank',[u32 v2])	[Rho] = copulafit('Frank',[u13 u33])

Lampiran 5: Syntax Estimasi Parameter Copula (Lanjutan)

[Rho] = copulafit('Frank',[u13 u43]) [Rho] = copulafit('Frank',[u23 u33])	[Rho] = copulafit('Frank',[u23 u43]) [Rho] = copulafit('Frank',[u33 u43])
[Rho1] = copulafit('Gaussian',[u11 v1]) [Rho2] = copulafit('Gaussian',[u21 v1]) [Rho3] = copulafit('Gaussian',[u31 v1]) [Rho4] = copulafit('Gaussian',[u41 v1]) [Rho5] = copulafit('Gaussian',[u11 u21]) [Rho6] = copulafit('Gaussian',[u11 u31]) [Rho7] = copulafit('Gaussian',[u11 u41]) [Rho8] = copulafit('Gaussian',[u21 u31]) [Rho9] = copulafit('Gaussian',[u21 u41]) [Rho10] = copulafit('Gaussian',[u31 u41]) [Rho11] = copulafit('Gaussian',[u12 v2]) [Rho12] = copulafit('Gaussian',[u22 v2]) [Rho13] = copulafit('Gaussian',[u32 v2]) [Rho14] = copulafit('Gaussian',[u42 v2]) [Rho15] = copulafit('Gaussian',[u12 u22])	[Rho16] = copulafit('Gaussian',[u12 u32]) [Rho17] = copulafit('Gaussian',[u12 u42]) [Rho18] = copulafit('Gaussian',[u22 u32]) [Rho19] = copulafit('Gaussian',[u22 u42]) [Rho20] = copulafit('Gaussian',[u32 u42]) [Rho21] = copulafit('Gaussian',[u13 v3]) [Rho22] = copulafit('Gaussian',[u23 v3]) [Rho23] = copulafit('Gaussian',[u33 v3]) [Rho24] = copulafit('Gaussian',[u43 v3]) [Rho25] = copulafit('Gaussian',[u13 u23]) [Rho26] = copulafit('Gaussian',[u13 u33]) [Rho27] = copulafit('Gaussian',[u13 u43]) [Rho28] = copulafit('Gaussian',[u23 u33]) [Rho29] = copulafit('Gaussian',[u23 u43]) [Rho30] = copulafit('Gaussian',[u33 u43])
r = copularnd('Gaussian',Rho1,1000); u11a = r(:,1); v11a = r(:,2); scatterhist(u11a,v11a) xlabel('u11') ylabel('v1') set(get(gca,'children'),'marker','.')	r = copularnd('Gaussian',Rho11,1000); u11e = r(:,1); v11e = r(:,2); scatterhist(u11e,v11e) xlabel('u12') ylabel('v2') set(get(gca,'children'),'marker','.')
r = copularnd('Gaussian',Rho2,1000); u11b = r(:,1); v11b = r(:,2); scatterhist(u11b,v11b) xlabel('u21') ylabel('v1') set(get(gca,'children'),'marker','.')	r = copularnd('Gaussian',Rho12,1000); u11f = r(:,1); v11f = r(:,2); scatterhist(u11f,v11f) xlabel('u22') ylabel('v2') set(get(gca,'children'),'marker','.')
r = copularnd('Gaussian',Rho3,1000); u11c = r(:,1); v11c = r(:,2); scatterhist(u11c,v11c) xlabel('u31') ylabel('v1') set(get(gca,'children'),'marker','.')	r = copularnd('Gaussian',Rho13,1000); u11g = r(:,1); v11g = r(:,2); scatterhist(u11g,v11g) xlabel('u32') ylabel('v2') set(get(gca,'children'),'marker','.')
r = copularnd('Gaussian',Rho4,1000); u11d = r(:,1); v11d = r(:,2); scatterhist(u11d,v11d) xlabel('u41') ylabel('v1') set(get(gca,'children'),'marker','.')	r = copularnd('Gaussian',Rho14,1000); u11h = r(:,1); v11h = r(:,2); scatterhist(u11h,v11h) xlabel('u42') ylabel('v2') set(get(gca,'children'),'marker','.')

Lampiran 5: Syntax Estimasi Parameter Copula (Lanjutan)

```

r = copularnd('Gaussian',Rho21,1000);
u11i = r(:,1);
v11i = r(:,2);
scatterhist(u11i,v11i)
xlabel('u13')
ylabel('v3')
set(get(gca,'children'),'marker','.')

r = copularnd('Gaussian',Rho22,1000);
u11j = r(:,1);
v11j = r(:,2);
scatterhist(u11j,v11j)
xlabel('u23')
ylabel('v3')
set(get(gca,'children'),'marker','.')

r = copularnd('Gaussian',Rho23,1000);
u11k = r(:,1);
v11k = r(:,2);
scatterhist(u11k,v11k)
xlabel('u33')
ylabel('v3')
set(get(gca,'children'),'marker','.')

r = copularnd('Gaussian',Rho24,1000);
u11l = r(:,1);
v11l = r(:,2);
scatterhist(u11l,v11l)
xlabel('u43')
ylabel('v3')
set(get(gca,'children'),'marker','.')

x11 =
ksdensity(CHJan,u11a,'function','icdf');
y1 = ksdensity(LP1,v11a,'function','icdf');
scatterhist(x11,y1)
xlabel('X1')
ylabel('Y1')
set(get(gca,'children'),'marker','.')

x21 =
ksdensity(CHFeb,u11b,'function','icdf');
y1 = ksdensity(LP1,v11b,'function','icdf');
scatterhist(x21,y1)
xlabel('X2')
ylabel('Y1')
set(get(gca,'children'),'marker','.')

x31 =
ksdensity(CHMar,u11c,'function','icdf');
y1 = ksdensity(LP1,v11c,'function','icdf');
scatterhist(x31,y1)
xlabel('X3')
ylabel('Y1')
set(get(gca,'children'),'marker','.')

x41 =
ksdensity(CHApr,u11d,'function','icdf');
y1 = ksdensity(LP1,v11d,'function','icdf');
scatterhist(x41,y1)
xlabel('X4')
ylabel('Y1')
set(get(gca,'children'),'marker','.')

x12 =
ksdensity(CHMei,u11e,'function','icdf');
y2 = ksdensity(LP2,v11e,'function','icdf');
scatterhist(x12,y2)
xlabel('X1')
ylabel('Y2')
set(get(gca,'children'),'marker','.')

x22 =
ksdensity(CHJun,u11f,'function','icdf');
y2 = ksdensity(LP2,v11f,'function','icdf');
scatterhist(x22,y2)
xlabel('X2')
ylabel('Y2')
set(get(gca,'children'),'marker','.')

x32 =
ksdensity(CHJul,u11g,'function','icdf');
y2 = ksdensity(LP2,v11g,'function','icdf');
scatterhist(x32,y2)
xlabel('X3')
ylabel('Y2')
set(get(gca,'children'),'marker','.')

x42 =
ksdensity(CHAgust,u11h,'function','icdf');
y2 = ksdensity(LP2,v11h,'function','icdf');
scatterhist(x42,y2)
xlabel('X4')
ylabel('Y2')
set(get(gca,'children'),'marker','.')

```


Lampiran 5: Syntax Estimasi Parameter Copula (Lanjutan)

```
x13 = ksdensity(CHSep,u11i,'function','icdf');  
y3 = ksdensity(LP3,v11i,'function','icdf');  
scatterhist(x13,y3)  
xlabel('X1')  
ylabel('Y3')  
set(get(gca,'children'),'marker','.')
```

```
x23 = ksdensity(CHOkt,u11j,'function','icdf');  
y3 = ksdensity(LP3,v11j,'function','icdf');  
scatterhist(x23,y3)  
xlabel('X2')  
ylabel('Y3')  
set(get(gca,'children'),'marker','.')
```

```
x33 = ksdensity(CHNop,u11k,'function','icdf');  
y3 = ksdensity(LP3,v11k,'function','icdf');  
scatterhist(x33,y3)  
xlabel('X3')  
ylabel('Y3')  
set(get(gca,'children'),'marker','.')
```

```
x43 = ksdensity(CHDes,u11l,'function','icdf');  
y3 = ksdensity(LP3,v11l,'function','icdf');  
scatterhist(x43,y3)  
xlabel('X4')  
ylabel('Y3')  
set(get(gca,'children'),'marker','.')
```

Lampiran 6: Syntax Prediksi dan RMSE

```
u=70440.0
s=3848.4
e=-0.36727
LP1a=(exp(-(1+e*(((u+s*((gamma(1-e)-1)/e))-u)/s))^(1/e))-0.5)/0.271661308
%GEV
k1=0.08555
a1=23.896
b1=525.91
CHJana=((1+(CHJan/b1).^a1).^k1) %Dagum
u2=314.02
s2=52.622
CHFeba=((1+exp(-(CHFeb-u2)/s2)).^-1)%logistic
u3=212.64
s3=113.92
e3=-0.21884
CHMara=exp(-(1+e3*(((CHMar-u3)/s3))).^(1/e3)) %GEV
e4=-0.00888
s4=84.848
u4=140.45
CHApra=exp(-(1+e4*(((CHApr-u4)/s4))).^(1/e4)) %GEV
LP1topi=u+s*((gamma(1-e)-1)/e)*exp(-0.5*(((LP1a-0.122*CHJana-
0.1519*CHFeba+0.0617*CHMara-0.5174*CHApra).^2)/0.6408)-
(LP1a).^2)/0.8005
error=LP1-LP1topi
RMSE=sqrt(mean(error.^2))

u=50405
s=2788.9
LP2a=((1+exp(-(u-u)/s)).^-1) %logistic
k4=0.12964
a4=8.2512
b4=205.41
CHMeia=((1+(CHMei/b4).^a4).^k4)%Dagum
k5=0.16243
a5= 4.5863
b5=149.14
CHJuna=((1+(CHJun/b5).^a5).^k5) %Dagum
k6=0.27709
a6=2.7413
b6=60.086
CHJula=((1+(CHJul/b6).^a6).^k6) %Dagum
k7=2.3316
a7=0.95397
b7=3.8821
CHAgusta=((1+(CHAgust/b7).^a7).^k7)%Dagum
```

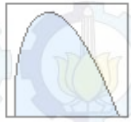

Lampiran 6: Syntax Prediksi dan RMSE (Lanjutan)

```
LP2topi=u*exp(-0.5*(((LP2a-0.5759*CHMeia-0.459*CHJuna+0.2015*CHJula-
0.2478*CHAgusta).^2)/0.4841)-(LP2a).^2)/0.6958
error=LP2-LP2topi
RMSE=sqrt(mean(error.^2))

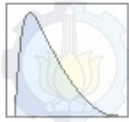
u=17102.0
s=1565.8
e=0.32203
LP3a=exp(-(1+e*(((u+s*((gamma(1-e)-1)/e))-u)/s))^(1/e)) %GEV iniyg di pake
k8=0.29656
a8=3.7472
b8=9.516
CHSepa=(1-((1+(CHSep/b8).^a8).^k8)) %Burr
k9=0.72252
a9=1.8391
b9=98.903
CHOkta=((1+(CHOk/b9).^a9).^k9) %Dagum
u10=201.24
s10=91.673
e10=-0.15095
CHNopa=exp(-(1+e10*(((CHNop-u10)/s10))))^(1/e10)) %GEV
k11=0.70568
a11=4.4615
b11=357.45
CHDesa=((1+(CHDes/b11).^a11).^k11) %Dagum
LP3topi=u+s*((gamma(1-e)-1)/e)*exp(-0.5*(((LP3a-0.5159*CHSepa-
0.4123*CHOkta-0.0436*CHNopa+0.0502*CHDesa).^2)/0.3548)-
(LP3a).^2)/0.5957
error=LP3-LP3topi
RMSE=sqrt(mean(error.^2))
```

Lampiran 7: Pola Distribusi

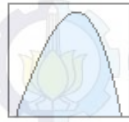
Available Distributions (Bounded)



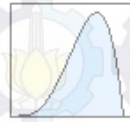
Beta



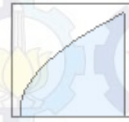
Johnson SB



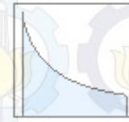
Kumaraswamy



Pert



Power Function



Reciprocal

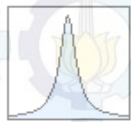


Triangular



Uniform

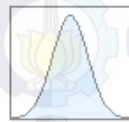
Available Distributions (Unbounded)



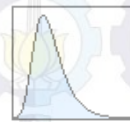
Cauchy



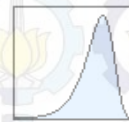
Error



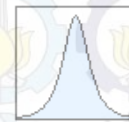
Error Function



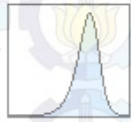
Gumbel Max



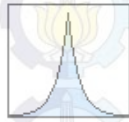
Gumbel Min



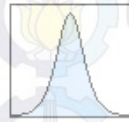
Hypersecant



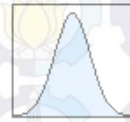
Johnson SU



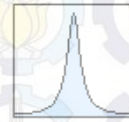
Laplace



Logistic



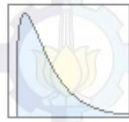
Normal



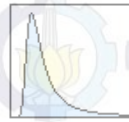
Student's t



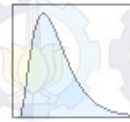
Burr



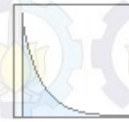
Chi-Squared



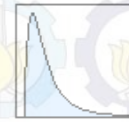
Dagum



Erlang



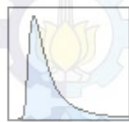
Exponential



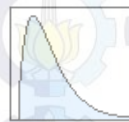
F



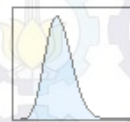
Fatigue Life



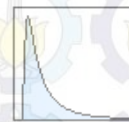
Frechet



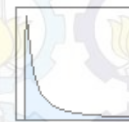
Gamma



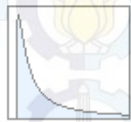
Gen. Gamma



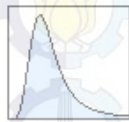
Inv. Gaussian



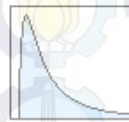
Levy



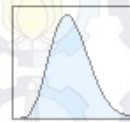
Log-Gamma



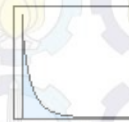
Log-Logistic



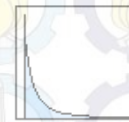
Lognormal



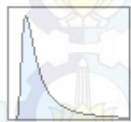
Nakagami



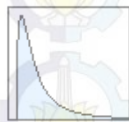
Pareto



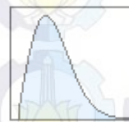
Pareto 2



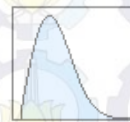
Pearson 5



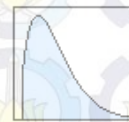
Pearson 6



Rayleigh



Rice

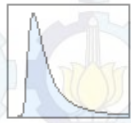


Weibull

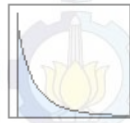
Lampiran 7: Pola Distribusi

Lampiran 7: Pola Distribusi (Lanjutan)

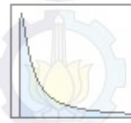
Available Distributions (Advanced)



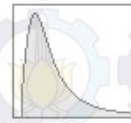
Gen. Extreme Value



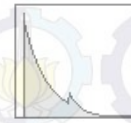
Gen. Pareto



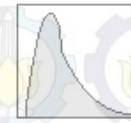
Log-Pearson 3



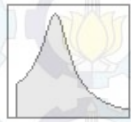
Gen. Logistic



Phased Bi-Exp.



Phased Bi-Weibull



Wakeby

Available Distributions (Discrete)



Bernoulli



Binomial



D. Uniform



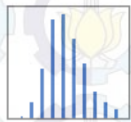
Geometric



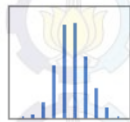
Hypergeom.



Logarithmic



Neg. Binomial



Poisson