ITS
Institut
Teknologi
Sepuluh Nopember

TUGAS AKHIR - ST 1325

PERBANDINGAN METODE PENDUGAAN KEMUNGKINAN MAKSIMUM (MLE) DAN PENDUGAAN KUADRAT TERKECIL (LSE) MENGGUNAKAN SIMULASI MONTE CARLO

WINARTI
NRP 1303 100 022

Dosen Pembimbing
Drs. I Nyoman Latra, MS

JURUSAN STATISTIKA
Fakultas Matematika Dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2007

ITS
Institut
Teknologi
Sepuluh Nopember

FINAL PROJECT - ST 1325

COMPARISON BETWEEN MAXIMUM LIKELIHOOD ESTIMATION (MLE) AND LEAST SQUARE ESTIMATION (LSE) USING MONTE CARLO SIMULATION

VINARTI
NRP 1303 100 022

Advisor Lecture
Drs. I Nyoman Latra, MS

DEPARTMENT Of STATISTICS
Faculty Of Mathematics And Natural Sciences
Sepuluh Nopember Institute Of Technology
Surabaya 2007

LEMBAR PENGESAHAN

PERBANDINGAN METODE PENDUGAAN KEMUNGKINAN MAKSIMUM (MLE) DAN PENDUGAAN KUADRAT TERKECIL (LSE) MENGGUNAKAN SIMULASI MONTE CARLO

TUGAS AKHIR

Diajukan Untuk Memenuhi Salah Satu Syarat
Kelulusan Di Program Studi Strata Satu Statistika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya

Oleh :
WINARTI
Nrp. 1303 100 022

Disetujui oleh Pembimbing Tugas Akhir :

Drs. I Nyoman Latra, MS
(NIP. 130 701 283)

Mengetahui
Ketua Jurusan Statisitika FMIPA-ITS

Ir. Mutiah Salamah, Mkes
(NIP. 131 283 368)

SURABAYA
FEBRUARI, 2007

PERBANDINGAN METODE PENDUGAAN KEMUNGKINAN MAKSIMUM (MLE) DAN PENDUGAAN KUADRAT TERKECIL (LSE) MENGGUNAKAN SIMULASI MONTE CARLO

Nama Mahasiswa	**: WINARTI**
NRP	**: 1303 100 022**
Jurusan	**: Statistika FMIPA-ITS**
Dosen Pembimbing	**: Drs. I Nyoman Latra, MS**

Abstrak

Dalam analisis kehandalan, pemilihan metode pendugaan yang terbaik diperlukan untuk mendapatkan penduga parameter distribusi yang telah dianggap paling sesuai untuk mendeskripsikan lama hidup suatu komponen tertentu. Pada penelitian ini Metode Kemungkinan Maksimun (MLE) dibandingkan dengan Metode Kuadrat Terkecil (LSE) yang meliputi metode Median Rank dan Modified Kaplan-Meier untuk menduga parameter distribusi Normal $\left(\mu,\sigma^2\right)$, *Lognormal* $\left(\mu,\sigma^2\right)$, *Weibull* (θ,β), *dan Eksponensial*(θ) *menggunakan simulasi monte carlo. Metode terbaik adalah metode yang menghasilkan penduga dengan tingkat akurasi dan presisi paling tinggi. Jika terdapat satu metode yang menghasilkan penduga dengan tingkat akurasi paling tinggi, sedangkan satu metode yang lain menghasilkan penduga dengan tingkat presisi paling tinggi maka kesimpulan yang dapat diambil adalah diperlukan kriteria atau cara pembandingan lain untuk mengetahui metode yang mana yang lebih baik antara dua metode tersebut. Dalam penelitian ini tidak dibahas cara atau kriteria lain untuk kasus tersebut.*

***Kata kunci :** Analisis kehandalan, MLE, LSE, tingkat akurasi, tingkat presisi, penduga, parameter, distribusi, simulasi monte carlo.*

COMPARISON BETWEEN MAXIMUM LIKELIHOOD ESTIMATION (MLE) AND LEAST SQUARE ESTIMATION (LSE) USING MONTE CARLO SIMULATION

Name	**: WINARTI**
NRP	**: 1303 100 022**
Department	**: Statistika FMIPA-ITS**
Advisor Lecture	**: Drs. I Nyoman Latra, MS**

Abstract

In reliability analysis, election of estimation method is needed to get estimator for parameter of a distribution which have been assumed most appropriate fit the lifetime data. At this study, Maximum Likelihood Estimation Method (MLE) compared to Least Square Estimation Method (LSE) covering Median Rank and Modified Kaplan-Meier Method to estimate the parameter(s) of $Normal(\mu,\sigma^2)$, $Lognormal(\mu,\sigma^2)$, $Weibull(\theta,\beta)$, *and* $Eksponensial(\theta)$ *using monte carlo simulation. The best method is methods giving estimator with highest acuration and precision. If there are one method giving highest acuration, while another method giving highest precision, hence conclucion able to be taken is there are another criterions or ways of other comparing to know which the better method needed. In this study do not be studied the criterions or ways for that case.*

Keywords : ***reliability analysis, MLE, LSE, acuration, precision, estimator, parameter, distribution, monte carlo simulation.***

Kata Pengantar

Puji syukur penulis ucapkan kepada Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan hidayahNya sehingga penulisan Tugas Akhir yang berjudul **Perbandingan Metode Pendugaan Kemungkinan Maksimum (MLE) dan Pendugaan Kuadrat Terkecil (LSE) Menggunakan Simulasi Monte Carlo** ini dapat terselesaikan.

Ucapan terima kasih penulis ucapkan kepada semua pihak yang telah banyak membantu sampai dengan terselesaikannya penyusunan Tugas Akhir ini. Terima kasih penulis ucapkan kepada :

1. Ibu Mutiah Salamah selaku ketua jurusan Statistika Fakultas MIPA – ITS.
2. Ibu Vita Ratnasari selaku koordinator Tugas Akhir.
3. Bapak I Nyoman Latra selaku dosen pembimbing yang telah memberikan bimbingan kepada penulis dalam menyusun Tugas Akhir ini.
4. Seluruh dosen pengajar di jurusan Statistika Fakultas MIPA - ITS yang juga turut membimbing dan bersedia membagi pengetahuannya kepada penulis.
5. Bapak, ibu dan kakak tercinta yang telah memberikan dukungan dan do'anya kepada penulis.
6. Seluruh mahasiswa jurusan Statistika angkatan 2003 yang telah berbagi suka dan duka selama perkuliahan di jurusan Statistika Fakultas MIPA – ITS.

Penulis menyadari bahwa Tugas Akhir ini masih sangat jauh dari sempurna. Oleh karena itu penulis bersedia menerima kritik dan saran yang bersifat membangun. Dan akhirnya penulis berharap semoga Tugas Akhir ini dapat bermanfaat bagi para pembaca maupun bagi pihak penulis sendiri tentunya. Amin.

Surabaya, Februari 2007

Penulis,

Daftar Isi

Daftar Tabel

Daftar Gambar

Daftar Lampiran

BAB I
PENDAHULUAN

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Secara umum statistika dibedakan menjadi dua yaitu Statistika Deskriptif dan Statistika Inferensia. Statistika Deskriptif adalah statistika yang digunakan untuk menggambarkan dan menganalisis suatu data hasil pengamatan, namun kesimpulan yang diambil dari Statistika Deskriptif masih bersifat deduktif dan umumnya belum bisa digeneralisasikan. Sedangkan Statistika Inferensia adalah statistika yang digunakan untuk menganalisis data yang umumnya berupa sampel dan hasilnya bisa menginduksi populasi di mana sampel tersebut diambil (Sugiyono, 2004).

Salah satu bagian penting dari Statistika Inferensia adalah pendugaan titik. Pendugaan titik mendasari terbentuknya inferensi statistika seperti pendugaan interval (selang kepercayaan) dan pengujian hipotesis. Oleh karena itu perlu dicari suatu *estimator* atau penduga yang sesuai untuk parameter populasi yang memiliki distribusi tertentu (Murray, 1994).

Ada beberapa metode yang digunakan untuk mendapatkan suatu penduga titik seperti Metode Momen, Metode Kemungkinan Maksimum (*Maxsimum Likelihood Estimation* ; MLE), Metode Kuadrat Terkecil (*Least Square Estimation* ; LSE), Metode Minimum Fungsi Kerugian (*Minimum Loss Function*), Metode *Bayesian*, Metode *Minimax* dan lainnya. Semua metode tersebut mempunyai motivasi dan cara yang berbeda-beda untuk mendapatkan penduga titik atau estimator (Hoog & Craig, 1978).

Metode MLE merupakan metode pendugaan titik yang seringkali digunakan untuk menduga parameter distribusi tertentu. Selain metode MLE, metode pendugaan yang kadang pula digunakan untuk menduga parameter distribusi-distribusi dalam analisis kehandalan untuk mendeskripsikan usia pakai komponen atau produk tertentu adalah Metode Regresi Rank

(*Rank Regression* ; RR) atau dikenal dengan istilah metode LSE yang menggunakan Metode Kuadrat Terkecil Biasa (*Ordinary Least Square* ; OLS) untuk mendapatkan penduga titik.

Telah banyak penelitian yang dilakukan untuk membandingkan metode-metode pendugaan yang ada. Salah satu penelitian dalam *Reliability Hot Wire* (Issue 16, June 2002) yang berjudul *Comparison of MLE and Rank Regression Analysis When the Data Set Contains Suspension* membandingkan metode MLE dan RR untuk menduga parameter distribusi Weibull dari dua data yang diambil pada kondisi yang sama. Ternyata dengan menggunakan metode RR diperoleh penduga parameter yang sama nilainya untuk kedua data tersebut. Sedangkan dengan metode MLE diperoleh penduga yang berbeda dan perbedaan yang cukup berarti terjadi pada hasil pendugaan parameter lokasinya.

Penelitian yang membandingkan metode MLE dan RR juga dilakukan oleh Yashihiko Nishiyama dan Susumu Osada. Dalam penelitian mereka yang berjudul *Statistical Theory of Rank Size Rule Regression Under Pareto Distribution* dilakukan analisis terhadap data besarnya jumlah penduduk di kota-kota di suatu negara. Dobkins dan Loannides (2000) merekomendasikan untuk tidak menggunakan metode RR dalam menduga parameternya dan berbeda dengan Hill (1975) yang menggunakan metode MLE untuk menduga parameter data *United State* (US). Berdasarkan kriteria bias dan ragam penduga yang diperoleh, metode MLE lebih baik dari RR jika asumsi distribusi Pareto terpenuhi. Namun jika asumsi tersebut tidak terpenuhi maka metode RR menjadi lebih baik karena menghasilkan penduga yang tegar (*robust*).

Penelitian yang berjudul *Comparison of Methods for Interval Data Using Monte Carlo Simulations* juga dilakukan oleh Todd A. Marquart (*Senior Reliability Engineer, Micron Technolgy, Inc.*) untuk membandingkan metode MLE dengan RR. Data yang digunakan adalah data hasil simulasi monte carlo. Kedua metode tersebut dibandingkan berdasarkan tingkat akurasi dan tingkat presisi penduga parameternya. Hasil yang diperoleh adalah bahwa metode MLE lebih baik daripada metode RR. Diperoleh pula kesimpulan bahwa dengan menganggap Y sebagai fungsi X dalam metode RR akan memberikan hasil yang lebih baik daripada menganggap X sebagai fungsi Y.

Distribusi Weibull merupakan salah satu distribusi dalam kehandalan yang digunakan untuk mendeskripsikan distribusi usia pakai atau lama waktu suatu komponen dapat berfungsi dengan baik. Selain distribusi Weibull, distribusi lama hidup suatu komponen juga seringkali didekati dengan distribusi Normal, Lognormal, dan Eksponensial.

Pemilihan distribusi yang sesuai untuk mendeskripsikan distribusi usia pakai suatu komponen merupakan hal yang sangat penting. Demikian halnya dengan pendugaan parameter. Pemilihan metode pendugaan yang terbaik diperlukan untuk mendapatkan penduga parameter distribusi yang telah dianggap paling sesuai untuk lama hidup suatu komponen tersebut. Oleh karena itu, peneliti ingin membandingkan antara metode MLE dan metode LSE untuk menduga parameter beberapa distribusi dalam analisis kehandalan yang umumnya digunakan untuk mendeskripsikan distribusi usia pakai suatu komponen. Beberapa distribusi tersebut meliputi distribusi Normal, Lognormal, Weibull, dan Eksponensial.

1.2 Perumusan Masalah

Permasalahan yang akan dibahas dalam penelitian ini adalah metode manakah yang terbaik antara metode MLE dan LSE untuk menduga parameter beberapa distribusi dalam analisis kehandalan yang meliputi distribusi Normal (μ, σ^2), Lognormal (μ, σ^2), Weibull (θ, β), dan Eksponensial (θ).

1.3 Tujuan Penelitian

Dari rumusan masalah di atas, maka tujuan yang ingin dicapai dari penelitian ini adalah :

1. Membandingkan metode MLE dan LSE untuk menduga parameter-parameter distribusi Normal (μ, σ^2).
2. Membandingkan metode MLE dan LSE untuk menduga parameter-parameter distribusi Lognormal (μ, σ^2).
3. Membandingkan metode MLE dan LSE untuk menduga parameter-parameter distribusi Weibull (θ, β).
4. Membandingkan metode MLE dan LSE untuk menduga parameter-parameter distribusi Eksponensial (θ).

1.4 Batasan Masalah

Batasan masalah dalam penelitian ini antara lain :

1. Data yang digunakan adalah data simulasi monte carlo. Pembangkitan data menggunakan Matlab 6.5.1
2. Beberapa distribusi kehandalan yang akan diteliti dibatasi hanya pada distribusi Normal (μ, σ^2), Lognormal (μ, σ^2), Weibull (θ, β), dan Eksponensial (θ).
3. Perumusan nilai fungsi distribusi kumulatif (Y) yang digunakan dalam penelitian ini adalah $\frac{i-0.3}{n+0.4}$ dan $\frac{i-0.5}{n}$ dimana $i = 1,2,...,n$.
4. Ukuran sampel (n) yang digunakan antara lain 10, 20, 30, 100 dan 1000.
5. Dalam metode LSE, model regresi antara Y dan X diduga dengan menganggap Y sebagai fungsi dari X.
6. Seluruh perhitungan dalam penelitian ini dilakukan dengan menggunakan Matlab 6.5.1

7. Perbandingan antara metode pendugaan yang digunakan adalah berdasarkan tingkat akurasi dan presisi penduga parameternya. Metode terbaik adalah metode yang menghasilkan penduga dengan tingkat akurasi dan presisi paling tinggi. Jika terdapat satu metode yang menghasilkan penduga dengan tingkat akurasi paling tinggi, sedangkan satu metode yang lain menghasilkan penduga dengan tingkat presisi paling tinggi maka kesimpulan yang dapat diambil adalah diperlukan kriteria atau cara pembandingan lain untuk mengetahui metode yang mana yang lebih baik antara dua metode tersebut. Dalam penelitian ini tidak dibahas cara atau kriteria lain untuk kasus tersebut.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat yang dapat diperoleh dari hasil penelitian ini adalah dapat memberikan informasi kepada para peneliti mengenai metode pendugaan terbaik antara metode MLE dan LSE untuk menduga parameter distribusi kehandalan yang dibatasi hanya untuk distribusi Normal (μ, σ^2), Lognormal (μ, σ^2), Weibull (θ, β), dan Eksponensial (θ).

BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Pendugaan Titik

Pendugaan titik merupakan bagian penting dari Statistika Inferensia karena mendasari terbentuknya Inferensi Statistika, seperti pendugaan Interval (selang kepercayaan) dan uji hipotesis (Murray, 1994). Pentingnya peranan pendugaan titik ini menyebabkan harus dicari penduga titik yang sesuai untuk parameter populasi yang mempunyai distribusi tertentu. Terdapat beberapa metode yang digunakan untuk mendapatkan suatu pendugaan titik, seperti Metode Momen, Metode Kemungkinan Maksimum (*Maxsimum Likelihood Estimation* ; MLE), Metode Kuadrat Terkecil (*Least Square Estimation* ; LSE), Metode Minimum Fungsi Kerugian (*Minimum Loss Function*), Metode *Bayesian*, Metode *Minimax* dan lainnya (Hoog & Craig, 1978).

Misalkan populasi berdistribusi tertentu dengan fungsi peluang $f(x,\theta)$ dimana $\theta \in \Omega$ merupakan parameter distribusi populasi tersebut. Dan misalkan $\{X_1, X_2,..., X_n\}$ sampel acak dari populasi tersebut, maka untuk menduga parameter θ berdasarkan sampel $\{X_1, X_2,..., X_n\}$ dapat digunakan metode-metode pendugaan yang ada. Dari sampel ini, diharapkan diperoleh suatu kuantitas yang disebut dengan *statistik* yaitu kuantitas yang nilainya hanya tergantung pada $\{X_1, X_2,..., X_n\}$ yaitu :

$$\hat{\theta} = \varpi(x_1, x_2,..., x_n) \tag{2.1}$$

Kuantitas $\hat{\theta}$ tersebut merupakan penduga bagi parameter θ (Hakim, A. dan Rambe, A., 1984).

2.1.1 Sifat-sifat Penduga Titik

A. Penduga Tak Bias

Setiap fungsi peubah atau peubah acak yang diamati merupakan penduga tak bias bagi parameter θ, kalau nilai harapannya sama dengan parameter tersebut. Jadi apabila

$\hat{\theta} = \varpi(x_1, x_2, ..., x_n)$ merupakan fungsi atau *statistik* yang menjadi penduga tak bias bagi θ, haruslah :

$$E(\hat{\theta}) = E(\varpi(x_1, x_2, ..., x_n)) = \theta \qquad (2.2)$$

Jika persamaan (2.2) tidak terpenuhi maka $\hat{\theta}$ dikatakan sebagai penduga yang berbias bagi θ dan besarnya bias ini, $B(\varpi, \theta)$ sama dengan $E(\hat{\theta}) - \theta$. Jika $\hat{\theta}$ penduga tak bias bagi θ maka $E((\hat{\theta}) - \theta)^2$ sama dengan ragam $\hat{\theta}$. Tetapi jika $\hat{\theta}$ penduga yang bias maka nilai harapan ini disebut *kuadrat-tengah galat* dari penduga $\hat{\theta}$. Sedangkan $|\hat{\theta} - \theta|$ disebut juga sebagai *galat pendugaan* θ (Hakim, A. dan Rambe, A., 1984).

B. Kekonsistenan

Apabila $\hat{\theta}_n$ merupakan penduga parameter θ yang ditentukan berdasarkan sampel berukuran n, maka $\hat{\theta}_n$ disebut penduga yang konsisten apabila $\hat{\theta}_n$ konvergen dalam peluang ke θ untuk $n \to \infty$ atau untuk setiap $\varepsilon > 0$,

$$\lim_{n \to \infty} P(|\hat{\theta}_n - \theta| > \varepsilon) = 0 \qquad (2.3)$$

Misalkan nilai tengah sampel $\overline{X}$ adalah yang ditentukan dari suatu populasi nilai-nilai X berdistribusi Normal(θ, σ^2), telah diketahui memiliki sifat $E(\overline{X}) = \theta$ dan $\sigma_{\overline{X}}^2 = \frac{\sigma^2}{n}$. Ini berarti $\overline{X}$ penduga tak bias bagi θ dan untuk $n \to \infty$ mempunyai ragam yang mendekati nilai nol. Dengan demikian untuk nilai n yang cukup besar, $\overline{X}$ mendekati sifat suatu konstanta yang bernilai sama dengan θ, sehingga $\overline{X}$ juga merupakan penduga yang konsisten bagi θ. Kekonsistenan ini pada dasarnya adalah sifat sampel berukuran besar. (Hakim, A. dan Rambe, A., 1984).

C. Ragam Minimum

Apabila untuk suatu parameter terdapat lebih dari satu macam penduga tak bias, maka penduga yang dipilih sebagai penduga terbaik ialah yang memiliki ragam sekecil-kecilnya. Hal ini disebabkan karena ragam penduga tersebut adalah ukuran penyebaran penduga di sekitar nilai tengah populasi. Jika misalnya $\hat{\theta}$ penduga tak bias bagi θ maka sesuai dengan pertidaksamaan Chebyshev

$$P\left(\left|\hat{\theta}_n - \theta\right| < \varepsilon\right) \geq 1 - \frac{\sigma_{\hat{\theta}}^2}{\varepsilon^2}, \varepsilon > 0 \tag{2.4}$$

Dengan demikian, makin bertambah kecil $\sigma_{\hat{\theta}}^2$ akan semakin bertambah besar pula batas bawah peluang memperoleh θ di dalam selang $(\theta - \varepsilon, \theta + \varepsilon)$ (Hakim, A. dan Rambe, A., 1984).

Suatu penduga tak bias yang memiliki ragam terkecil di antara semua penduga tak bias lainnya, dan sifat ragam terkecil ini berlaku untuk semua kemungkinan nilai-nilai parameter, dinamakan penduga tak bias dengan ragam minimum seragam θ (Hakim, A. dan Rambe, A., 1984).

D. Keefisienan

Suatu penduga $\hat{\theta}_n$ bagi θ yang ditentukan berdasarkan sampel acak berukuran n dikatakan efisien jika ragam dari $\hat{\theta}_n$ yang dilambangkan dengan $\sigma_{\hat{\theta}_n}^2$ lebih kecil dari ragam setiap penduga lainnya bagi θ (Hakim, A. dan Rambe, A., 1984).

2.1.2 Metode Kemungkinan Maksimum (*Maximum Likelihood Estimation*; MLE)

Salah satu metode yang seringkali digunakan untuk mendapatkan penduga titik bagi parameter $\boldsymbol{\theta} \in \Omega$ adalah MLE. Misalkan bahwa dari suatu populasi telah ditarik suatu sampel acak berukuran n, dengan nilai-nilai $\{x_1, x_2, ..., x_n\}$. Berdasarkan fungsi kepekatan atau fungsi peluang $f(x,\boldsymbol{\theta}')$ dari distribusi populasinya diketahui bahwa frekuensi timbulnya x_i adalah $f(x_i,\theta_1,\theta_2,...,\theta_k)$ disingkat dengan $f(x_i,\boldsymbol{\theta}')$ (Hakim, A. dan Rambe, A., 1984).

Untuk keperluan pendugaan menurut cara ini telah dibatasi suatu pengertian $\{x_1,x_2,...,x_n\}$ yang dinamakan *fungsi kemungkinan* dari sampel dengan pengamatan-pengamatan $\{x_1,x_2,...,x_n\}$. Fungsi ini merupakan fungsi kepekatan bersama dari nilai-nilai tersebut dan sama dengan

$$\begin{aligned} L(\boldsymbol{\theta}) &= f(x_1;\boldsymbol{\theta}')f(x_2;\boldsymbol{\theta}')...f(x_n;\boldsymbol{\theta}') \\ &= \prod_{i=1}^{n} f(x_i;\boldsymbol{\theta}') \qquad (2.5) \end{aligned}$$

Lambang L diambil dari *Likelihood*, yaitu istilah asli fungsi kemungkinan di dalam bahasa Inggris. Karena $\{x_1,x_2,...,x_n\}$ merupakan himpunan nilai-nilai yang telah didapatkan dari sampel, maka secara intuisi dapat diterima bahwa peluang mendapatkannya harus lebih besar daripada peluang mendapatkan suatu himpunan nilai yang lain susunannya. Oleh karena itu, apabila nilai-nilai yang didapatkan dari sampel itu disisipkan ke dalam $L(\boldsymbol{\theta}')$ sebagai fungsi kepekatan bersamanya, haruslah fungsi ini mencapai nilainya yang maksimum. Dengan menggunakan cara berpikir ini, penduga $\boldsymbol{\theta}$ didapatkan dari $L(\boldsymbol{\theta}')$ dengan membuatnya mencapai nilai yang sebesar-besarnya. Sehingga suatu penduga MLE untuk parameter $\boldsymbol{\theta}$ adalah nilai $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{MLE} \in \Omega$ yang memaksimumkan $L(\boldsymbol{\theta}')$ yaitu

$$\begin{aligned} L(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{MLE}) &= \underset{\boldsymbol{\theta}\in\Omega}{Max}\left\{\prod_{i=1}^{n} f(x_i;\boldsymbol{\theta})\right\} \\ &= \underset{\boldsymbol{\theta}\in\Omega}{Max}\{L(\boldsymbol{\theta}')\} \qquad (2.6) \end{aligned}$$

Maksimum dari $L(\boldsymbol{\theta}')$ diperoleh yaitu dengan membuat turunan $L(\boldsymbol{\theta}')$ terhadap setiap parameter $\theta_i, i=1,2,...,k$ sama dengan nol.

Karena mencari turunan $L(\boldsymbol{\theta}')$ sangat sulit, biasanya yang dicari maksimumnya bukanlah $L(\boldsymbol{\theta}')$ melainkan $\ln L(\boldsymbol{\theta}')$ sehingga terdapatlah gugus persamaan berikut

$$\begin{pmatrix} \dfrac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta}')}{\partial \theta_1} \\ \dfrac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta}')}{\partial \theta_2} \\ . \\ . \\ . \\ \dfrac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta}')}{\partial \theta_k} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ . \\ . \\ . \\ 0 \end{pmatrix} \qquad (2.7)$$

Penurunan parsial ini akan menghasilkan himpunan persamaan linear homogin dalam $\theta_1, \theta_2, ..., \theta_k$. Vektor penyelesaian persamaan linear homogin inilah yang menjadi penduga parameter $\boldsymbol{\theta}$ berdasarkan cara kemungkinan maksimum (Hakim, A. dan Rambe, A., 1984). Syarat lain yang harus dipenuhi untuk memperoleh suatu estimator berdasarkan metode Kemungkinan Maksimum adalah matrik turunan parsial orde kedua dari $\ln L(\boldsymbol{\theta}')$ haruslah definit negatif. Matrik turunan parsial orde kedua dari $\ln L(\boldsymbol{\theta}')$ terhadap parameter $\boldsymbol{\theta}$ adalah sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} \dfrac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\theta}')}{\partial \theta_1^{\,2}} & \dfrac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\theta}')}{\partial \theta_1 \partial \theta_2} & . \; . \; . & \dfrac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\theta}')}{\partial \theta_1 \partial \theta_k} \\ \dfrac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta}')}{\partial \theta_2 \partial \theta_1} & \dfrac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta}')}{\partial \theta_2^{\,2}} & . \; . \; . & \dfrac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta}')}{\partial \theta_2 \partial \theta_k} \\ . & . & . & . \\ . & . & . & . \\ . & . & . & . \\ \dfrac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta}')}{\partial \theta_k \partial \theta_1} & \dfrac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta}')}{\partial \theta_k \partial \theta_2} & . \; . \; . & \dfrac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta}')}{\partial \theta_k^{\,2}} \end{bmatrix} \qquad (2.8)$$

Cara lain untuk mendapatkan suatu penduga dengan metode MLE adalah tidak dengan melakukan penurunan melainkan dengan memaksimumkan secara langsung fungsi Likelohoodnya. Metode ini biasanya digunakan terutama bila penurunan fungsi Likelihoodnya cenderung rumit atau sulit untuk mendapatkan perumusan untuk penduga parameter. Namun kadang kala metode ini menjadi lebih sulit karena tidak ada ketentuan yang tetap untuk mendapatkan nilai yang memaksimumkan fungsi Likelihood. Secara umum tujuan dari metode ini adalah menemukan batas atas global fungsi Likelihoodnya lalu menentukan suatu titik tunggal yang menyebabkan fungsi Likelihood mencapai batas atas tersebut.

2.1.3 Metode Kuadrat Terkecil (*Ordinary Least Square*; OLS)

Suatu hubungan garis lurus dapat sangat berguna untuk menyatakan ketergantungan suatu peubah pada peubah lainnya. Misalkan terdapat dua peubah yang saling berhubungan yaitu peubah dependen yang dilambangkan dengan Y dan peubah independen yang dilambangkan dengan X. Diasumsikan hubungan kedua peubah tersebut adalah

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon \tag{2.9}$$

Tanpa memeriksa semua kemungkinan pasangan Y dan X, dapat diduga nilai β_0 dan β_1 dengan b_0 dan b_1. Jadi dapat dituliskan :

$$\hat{Y} = b_0 + b_1 X \tag{2.10}$$

Dalam hal ini Y dibaca "Y bertopi" , melambangkan nilai *ramalan* Y untuk suatu X tertentu bila b_0 dan b_1 telah ditentukan (Drapper & Smith, 1992).

Dalam metode OLS akan digunakan prosedur pendugaan dengan kuadrat terkecil. Misalkan dipunyai n pasangan amatan $(X_1;Y_1),(X_2;Y_2),...,(X_n;Y_n)$ dan diasumsikan hubungan kedua peubah tersebut dinyatakan seperti pada persamaan (2.9) maka persamaan tersebut dapat ditulis :

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i, \quad i = 1,2,...,n. \tag{2.11}$$

Persamaan (2.11) juga dapat dinyatakan dalam bentuk matrik sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ . \\ . \\ . \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & X_1 \\ 1 & X_2 \\ . & . \\ . & . \\ . & . \\ 1 & X_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ . \\ . \\ . \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \tag{2.12}$$

sehingga jumlah kuadrat semua simpangan dari garis yang sebenarnya adalah

$$S = \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2 = \boldsymbol{\varepsilon}'\boldsymbol{\varepsilon} = (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})'(\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})$$

$$= \mathbf{y}'\mathbf{y} - 2(\mathbf{X}'\mathbf{y})'\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} \tag{2.13}$$

sebagai nilai dugaan akan dipilih $\mathbf{b} = (b_0 \quad b_1)'$ yang memiliki nilai yang jika nilai-nilai itu disubstitusikan ke dalam $\boldsymbol{\beta} = (\beta_0 \quad \beta_1)'$ pada persamaan (2.13), maka akan menghasilkan nilai S yang paling kecil. Maka nilai b_0 dan b_1 ditentukan dengan cara mendiferensialkan persamaan (2.13) terhadap $\boldsymbol{\beta}$ kemudian menyamakan hasil pendiferensialan itu dengan nol.

$$\frac{\partial S}{\partial \boldsymbol{\beta}} = 0$$

$$-2\mathbf{X}'\mathbf{y} + 2\mathbf{X}'\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} = 0$$

$$\mathbf{X}'\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} = \mathbf{X}'\mathbf{y}$$

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y}$$

$$\mathbf{b} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y} \tag{2.14}$$

Penyelesaian untuk b_1 berdasarkan persamaan (2.14) yaitu

$$b_1 = \frac{n\sum_{i=1}^{n} X_i Y_i - \left[\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} Y_i\right)\right]}{n\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \overline{X}\right)\left(Y_i - \overline{Y}\right)}{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \overline{X}\right)^2} \qquad (2.15)$$

Sedangkan penyelesaian untuk b_0 akan lebih sederhana jika diambil dari persamaan (2.10).

$$b_0 = \overline{Y} - b_1\overline{X} \qquad (2.16)$$

2.2 Plot Peluang (*Probability Plot*)

Plot Peluang adalah plot yang digunakan untuk menduga model antara kumulatif peluang (*cumulative probabilities*) $Y = F\left(x \mid \mu, \sigma^2\right)$ dengan data (X). Model yang digunakan adalah fungsi distribusi kumulatif (*cumulative distribution function* ; CDF) dari kandidat distribusi data. Sering kali dilakukan transformasi terhadap kedua peubah tersebut sedemikian hingga model yang akan diduga menjadi linier atau dapat dinyatakan dalam bentuk $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$. Nilai β_0 dan β_1 diduga dengan menggunakan metode OLS. Terdapat beberapa metode untuk merumuskan nilai kumulatif peluangnya yaitu (Ebeling, 1997) :

1. *Mean Rank* atau *Herd-Johnson Method*, perumusan nilai CDF dengan metode ini adalah :

$$\frac{i}{n+1} \quad , \quad i = 1,2,\ldots,n \qquad (2.17)$$

2. *Median Rank* atau *Benard Method*, perumusan nilai CDF dengan metode ini adalah :

$$\frac{i-0.3}{n+0.4} \quad , \quad i = 1,2,\ldots,n \qquad (2.18)$$

3. *Modified Kaplan-Meier* atau *Hazen Method*, perumusan nilai CDF dengan metode ini adalah :

$$\frac{i-0.5}{n} \quad , \quad i = 1,2,\ldots,n \qquad (2.19)$$

2.3 Reliabilitas atau Kehandalan

Reliabilitas atau kehandalan dalam pengertian sehari-hari dapat diartikan sebagai kemampuan atau tingkat berfungsinya suatu alat atau komponen. Reliabilitas juga diartikan sebagai probabilitas pada kondisi yang berada pada standar operasi dalam suatu periode waktu (Ebeling, 1997).

Penentuan distribusi yang tepat untuk peubah waktu antar kerusakan komponen diawali dengan mengumpulkan data waktu kerusakan antar komponen. Selanjutnya terdapat tiga langkah untuk menentukan distribusinya yaitu mengidentifikasi kandidat distribusi, menduga parameter-parameternya dan menerapkan *goodness-of-fit-test* (Ebeling, 1997).

Plot Peluang merupakan metode informal untuk menentukan distribusi suatu data. Plot Peluang adalah plot antara Y' dengan data X' (dimana Y' dan X' merupakan hasil transformasi Y dan X sedemikian hingga fungsi distribusi kumulatif dari kandidat distribusi datanya menjadi linear atau dapat dinyatakan dalam bentuk $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$. Plot antara titik-titik Y' dan X' akan mendekati suatu bentuk garis lurus. Hal ini dikarenakan hubungan antara Y' dan X' adalah linear. Dari Plot Peluang juga dimungkinkan untuk memperoleh dugaan parameter distribusi data. Pendugaan parameter juga dapat dilakukan dengan metode-metode pendugaan yang ada termasuk metode MLE. Langkah akhir dalam penentuan distribusi untuk suatu data tertentu adalah melakukan *goodness-of-fit-test* terhadap distribusi yang dijadikan kandidat pada langkah awal. Hasil dari *goodness-of-fit-test* akan dapat menyimpulkan apakah data yang sedang diteliti dapat dianggap berdistribusi sesuai dengan kandidat distribusi yang telah dipilih. Beberapa distribusi yang seringkali digunakan untuk mendeskripsikan distribusi lama waktu suatu komponen dapat berfungsi dengan baik antara lain adalah distribusi Normal, Lognormal, Weibull dan Eksponensial (Ebeling, 1997).

2.3.1 DISTRIBUSI NORMAL (μ, σ^2)

Distribusi Normal merupakan salah satu distribusi yang digunakan untuk mendeskripsikan masa pakai suatu komponen.

PDF : $f(x \mid \mu, \sigma^2) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$, $-\infty < x < \infty$ (2.20)

μ merupakan mean, $-\infty < \mu < \infty$

σ merupakan simpangan baku, $0 < \sigma < \infty$

CDF : $y = F(x \mid \mu, \sigma^2)$

$$y = \phi\left(-\frac{\mu}{\sigma} + \frac{1}{\sigma} x\right) \quad (2.21)$$

dimana ϕ adalah kumulatif distribusi normal baku

$$\phi(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz$$

Penduga untuk μ dan σ dengan metode MLE adalah :

$$\hat{\mu}_{MLE} = \bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \quad (2.22)$$

$$\hat{\sigma}^2_{MLE} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \hat{\mu}_{MLE})^2}{n-1} \quad (2.23)$$

Pendugaan μ dan σ dengan metode LSE diawali dengan melinierkan CDF Normal (μ, σ^2) pada persamaan (2.21)

$$y = \phi\left(-\frac{\mu}{\sigma} + \frac{1}{\sigma} x\right)$$

$$\phi^{-1}(y) = -\frac{\mu}{\sigma} + \frac{1}{\sigma} x$$

$$y' = -\frac{\mu}{\sigma} + \frac{1}{\sigma} x \quad (2.24)$$

$$y' = b_0 + b_1 x \quad (2.25)$$

Sehingga dari persamaan (2.24) dan (2.25) diperoleh penduga dengan metode LSE untuk parameter μ dan σ yaitu :

$$\hat{\mu}_{LSE} = -\frac{b_0}{b_1} \qquad (2.26)$$

$$\hat{\sigma}_{LSE} = \frac{1}{b_1} \qquad (2.27)$$

2.3.2 DISTRIBUSI LOGNORMAL (μ, σ^2)

Peubah acak X dikatakan berdistribusi Lognormal jika logaritma dari X berdistribusi Normal. Distribusi Lognormal digunakan untuk memodelkan peubah acak kontinyu ketika bentuk sebaran datanya miring ke kanan (*skew to the right*) seperti peubah lama hidup item (*life time product*).

PDF : $$f(x \mid m, \sigma^2) = \frac{1}{x\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{\frac{-\left(\ln\frac{x}{m}\right)^2}{2\sigma^2}}, \; 0 < x < \infty \qquad (2.28)$$

m (median) merupakan parameter lokasi, $0 < m < \infty$

σ merupakan parameter skala, $0 < \sigma < \infty$

PDF alternative : $$f(x \mid \mu, \sigma^2) = \frac{1}{x\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{\frac{-(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}}, \; 0 < x < \infty \qquad (2.29)$$

μ (mean) merupakan parameter lokasi, $-\infty < \mu < \infty$

σ merupakan parameter skala, $0 < \sigma < \infty$

Hubungan antara m dan μ adalah $m = e^{\mu}$ atau $\mu = \ln m$

CDF : $y = F(x \mid m, \sigma^2)$

$$y = \phi\left(-\frac{\ln m}{\sigma} + \frac{1}{\sigma}\ln x\right) \qquad (2.30)$$

CDF alternative : $y = F(x \mid \mu, \sigma^2)$

$$y = \phi\left(-\frac{\mu}{\sigma} + \frac{1}{\sigma}\ln x\right) \qquad (2.31)$$

Penduga untuk μ dan σ dengan metode MLE adalah :

$$\hat{\mu}_{MLE} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \ln x_i \tag{2.32}$$

$$\hat{m}_{MLE} = e^{\hat{\mu}_{MLE}} = e^{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \ln x_i} \tag{2.33}$$

$$\hat{\sigma}^2_{MLE} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\ln x_i - \hat{\mu}_{MLE})^2}{n-1} \tag{2.34}$$

Pendugaan terhadap μ dan σ menggunakan metode LSE diawali dengan melinierkan CDF Lognormal(μ, σ^2) pada persamaan (2.31)

$$y = \phi\left(-\frac{\mu}{\sigma} + \frac{1}{\sigma}\ln x\right)$$

$$\phi^{-1}(y) = -\frac{\mu}{\sigma} + \frac{1}{\sigma}\ln x$$

$$y' = -\frac{\mu}{\sigma} + \frac{1}{\sigma}x' \tag{2.35}$$

$$y' = b_0 + b_1 x' \tag{2.36}$$

Sehingga dari persamaan (2.35) dan (2.36) diperoleh penduga dengan metode LSE untuk parameter μ dan σ yaitu :

$$\hat{\mu}_{LSE} = -\frac{b_0}{b_1} \tag{2.37}$$

$$\hat{\sigma}_{LSE} = \frac{1}{b_1} \tag{2.38}$$

2.3.3 DISTRIBUSI WEIBULL (θ, β)

Distribusi Weibull digunakan untuk mengukur usia pakai suatu item atau komponen. Parameter bentuk (β) pada distribusi Weibull(θ, β) memiliki arti sebagai berikut :

1. Jika $\beta = 1$ maka distribusi Weibull merupakan distribusi Eksponensial dengan 2 parameter, yang berarti juga pada keadaan ini laju kerusakan adalah konstan.
2. Jika $\beta < 1$ maka distribusi Weibull menunjukkan laju kerusakan yang menurun sejalan dengan waktu.
3. Jika $\beta > 1$ maka distribusi Weibull menunjukkan laju kerusakan yang meningkat sejalan dengan waktu.

PDF : $f(x \mid \theta, \beta) = \frac{\beta}{\theta^{\beta}} x^{\beta-1} e^{-\left(\frac{x}{\theta}\right)^{\beta}}$, $0 < x < \infty$ (2.39)

θ merupakan parameter skala, $0 < \theta < \infty$

β merupakan parameter bentuk, $0 < \beta < \infty$

CDF : $y = F(x \mid \theta, \beta)$

$$y = 1 - e^{-\left(\frac{x}{\theta}\right)^{\beta}} \tag{2.40}$$

Penduga untuk θ dan β dengan metode MLE adalah :

$$\hat{\theta}_{MLE} = \left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^{\hat{\beta}_{MLE}}\right]^{1/\hat{\beta}_{MLE}} \tag{2.41}$$

$$\hat{\beta}_{MLE} = \frac{n}{\frac{1}{\hat{\theta}_{MLE}} \sum_{i=1}^{n} x_i^{\hat{\beta}_{MLE}} \log x_i - \sum_{i=1}^{n} \log x_i} \tag{2.42}$$

Pendugaan θ dan β dengan metode LSE diawali dengan melinierkan CDF Weibull(θ, β) pada persamaan (2.40)

$$y = 1 - e^{-\left(\frac{x}{\theta}\right)^{\beta}}$$

$$\ln\left(\ln\left(\frac{1}{1-y}\right)\right) = -\beta \ln\theta + \beta \ln x$$

$$y' = -\beta \ln\theta + \beta x' \tag{2.43}$$

$$y' = b_0 + b_1 x' \tag{2.44}$$

Sehingga dari persamaan (2.43) dan (2.44) diperoleh penduga dengan metode LSE untuk parameter θ dan β yaitu :

$$\hat{\theta}_{LSE} = e^{-\frac{b_0}{b_1}} \tag{2.45}$$

$$\hat{\beta}_{LSE} = b_1 \tag{2.46}$$

2.3.4 DISTRIBUSI EKSPONENSIAL (θ)

Dalam reliabilitas, distribusi Eksponensial diterapkan sebagai distribusi masa pakai suatu komponen dengan laju kerusakan yang tetap.

PDF : $f(x \mid \theta) = \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta}$, $0 < x < \infty$ (2.47)

θ adalah mean, $0 < \theta < \infty$

CDF : $y = F(x \mid \theta)$

$$y = 1 - e^{-x/\theta} \tag{2.48}$$

Penduga untuk θ dengan metode MLE adalah :

$$\hat{\theta}_{MLE} = \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i \tag{2.49}$$

Pendugaan θ dengan metode LSE diawali dengan melinierkan CDF Eksponensial (θ) pada persamaan (2.48).

$$y = 1 - e^{-x/\theta}$$

$$\ln(1 - y) = -x/\theta$$

$$y' = -x/\theta \tag{2.50}$$

$$y' = b_1 x \tag{2.51}$$

Sehingga dari persamaan (2.50) dan (2.51) diperoleh penduga dengan metode LSE untuk parameter θ yaitu

$$\hat{\theta}_{LSE} = -\frac{1}{b_1} \tag{2.52}$$

BAB III
METODOLOGI PENELITIAN

BAB III
METODOLOGI

1.1 Data

Data yang digunakan adalah data simulasi hasil bangkitan Matlab 6.5.1 dengan distribusi-distribusi yang diteliti meliput distribusi Normal (μ, σ^2), Lognormal (μ, σ^2), Weibull (θ, β), dan Eksponensial (θ). Pada penelitian ini peubah yang digunakan meliputi peubah X yang datanya merupakan hasil bangkitan menggunakan Matlab 6.5.1 dan peubah Y yang nilainya ditentukan berdasarkan metode Median Rank dan Modified Kaplan-Meier.

1.2 Metode Analisis

Semua bangkitan data berdistribusi tertentu menggunakan Matlab 6.5.1. Satu himpunan data terdiri atas 1000 data yang saling bebas yang dibangkitkan bagi setiap simulasi dengan ukuran sampel dan kombinasi nilai parameter tertentu. Penduga parameter dihitung dari setiap data hasil bangkitan. Ukuran sampel yang digunakan dalam penelitian ini adalah 10, 20, 30, 100 dan 1000.

Rata-rata (*mean*) dan 95 % selang kepercayaan dua sisi dihitung untuk penduga yang diperoleh dari setiap metode pada satu himpunan data. Setelah penduga yang diperoleh dari setiap metode pada himpunan data tertentu diurutkan, batas bawah dan batas atas 95 % selang kepercayaan dua sisinya diambil dari urutan ke-25 dan ke-975.

Metode untuk menduga parameter peubah X adalah metode MLE dan metode LSE. Dalam metode LSE, perumusan nilai CDF (Y) yang digunakan adalah $\frac{i-0.3}{n+0.4}$ (Median Rank) dan $\frac{i-0.5}{n}$ (Modified Kaplain-Meier) dimana $i = 1,2,...,n$. Selanjutnya dilakukan pembandingan antara penduga yang diperoleh dari metode LSE dengan penduga yang diperoleh dengan metode MLE. Metode terbaik adalah metode yang menghasilkan penduga paling akurat (yang nilai biasnya paling kecil) dan paling presisi (yang 95 % selang kepercayaan dua sisinya paling sempit).

Adapun tahapan-tahapan analisis yang digunakan dalam penentuan metode pendugaan terbaik untuk menduga parameter distribusi tertentu yang diteliti adalah sebagai berikut :

Tahap I. Pendugaan Parameter dengan Metode LSE dan MLE

1. Dibangkitkan data sampel berukuran n untuk peubah X berdistribusi tertentu. Pembangkitan ini dilakukan sebanyak 1000 kali sehingga diperoleh satu himpunan data berisi 1000 data yang saling bebas berukuran n.
2. Dihitung penduga parameter distribusinya dengan metode MLE untuk setiap data dalam himpunan tersebut sehingga diperoleh sebanyak 1000 nilai penduga dengan metode MLE.
3. Dihitung pula penduga dengan metode LSE untuk setiap data dalam himpunan tersebut sehingga diperoleh sebanyak 1000 nilai penduga dengan metode LSE. Langkah-langkah untuk memperoleh penduga dengan metode LSE adalah :
   - Ditentukan perumusan untuk mensimulasikan nilai CDF (peubah Y).
   - Data peubah X diurutkan dari nilai terkecil sampai yang terbesar.
   - Menentukan fungsi distribusi untuk peubah X yang berdistribusi tertentu
   - Melinierkan persamaan fungsi distribusi tersebut lalu dimisalkan dengan $Y'=b_0+b_1X'$
   - Meregresikan antara peubah Y' dan peubah X' sehingga diperoleh nilai b_0 dan b_1
   - Penduga dengan metode LSE dihitung setelah diperoleh nilai b_0 dan b_1

Tahap II. Penentuan Metode Yang Menghasilkan Penduga Terbaik.

1. Dihitung penduga bagi parameter distribusinya (baik yang diperoleh dengan metode MLE maupun LSE) yaitu rata-rata (mean) dari 1000 nilai penduga yang diperoleh dari 1000 data yang dibangkitkan dalam satu himpunan data tertentu.
2. Dilakukan pengurutan pada 1000 buah nilai penduga (baik yang diperoleh dengan metode MLE maupun LSE) pada himpunan data yang diteliti. Selanjutnya dicari nilai batas bawah dan batas atas dari 95 % selang kepercayaan dua sisinya masing-masing diperoleh dari nilai pada urutan ke-25 dan 975.
3. Besarnya bias penduga yang dihasilkan oleh masing-masing metode dihitung dari selisih antara nilai dugaan dengan nilai parameter sebenarnya. Semakin kecil nilai bias yang dihasilkan maka semakin tinggi tingkat akurasi penduganya. Sedangkan besarnya panjang selang kepercayaan penduga dihitung dari selisih antara batas atas dan batas bawah 95 % selang kepercayaan dua sisinya. Semakin kecil panjang selang kepercayaannya maka semakin tinggi tingkat presisinya.
4. Metode pendugaan terbaik adalah metode yang menghasilkan penduga dengan bias paling kecil (tingkat akurasinya paling tinggi) dan panjang selang kepercayaan paling kecil pula (tingkat presisinya paling tinggi).
5. Jika diantara tiga metode yang digunakan terdapat satu metode yang menghasilkan penduga dengan tingkat akurasi paling tinggi, sedangkan satu metode yang lain menghasilkan penduga dengan tingkat presisi paling tinggi maka kesimpulan yang dapat diambil adalah diperlukan kriteria atau cara pembandingan lain untuk mengetahui metode yang mana yang lebih baik antara dua metode tersebut.

Algoritma Metode Analisis

Dibangkitkan data untuk himpunan data tertentu. Satu himpunan data berisi 1000 bangkitan data

Dihitung penduga parameter distribusinya dengan metode MLE dan LSE (Median Rank dan Modified Kaplan-Meier) dari setiap bangkitan data

Penduga parameter diperoleh dari rata-rata (mean) seribu penduga yang diperoleh untuk himpunan data tertentu. Bias penduganya dihitung dari selisih antara nilai dugaan parameter dengan nilai parameter sebenarnya

Batas bawah dan atas 95% selang kepercayaan penduga diperoleh dari nilai ke-25 dan 975 setelah nilai penduganya diurutkan. Dihitung panjang 95% selang kepercayaan penduganya yaitu selisih antara batas bawah dan atas

Metode terbaik adalah metode yang menghasilkan penduga dengan bias dan panjang 95% selang kepercayaan paling kecil

BAB IV
ANALISIS DAN PEMBAHASAN

BAB IV
ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Data yang dianalisis dalam penelitian ini adalah data hasil simulasi menggunakan Matlab 6.5.1. Ukuran sampel yang digunakan dalam simulasi adalah 10, 20, 30, 100 dan 1000. Metode yang digunakan untuk menduga parameter peubah X berdistribusi tertentu berdasarkan data hasil simulasi adalah Metode MLE dan LSE. Kedua metode tersebut dibandingkan berdasarkan tingkat akurasi dan presisi penduganya. Distribusi yang diteliti meliputi Normal$\left(\mu,\sigma^2\right)$, Lognormal$\left(\mu,\sigma^2\right)$, Weibull$(\theta,\beta)$, dan Eksponensial$(\theta)$.

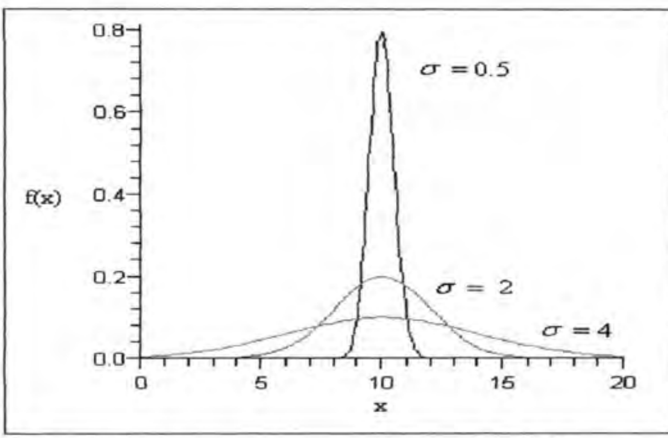
4.1 Pendugaan Parameter Distribusi Normal $\left(\mu,\sigma^2\right)$

Peubah X berdistribusi Normal$\left(\mu,\sigma^2\right)$ dibangkitkan dengan kombinasi ukuran sampel dan nilai parameter yang telah ditentukan pada Tabel 4.1. Pendugaan parameter μ dan σ dilakukan berdasarkan data hasil bangkitan tersebut. Penduga parameter μ dan σ berdasarkan metode MLE menggunakan persamaan (2.22) dan (2.23). Sedangkan pendugaan berdasarkan metode LSE adalah berdasarkan persamaan (2.26) dan (2.27). Perumusan nilai peubah Y berdasarkan metode Median Rank dan Modified Kaplan-Meier adalah seperti pada persamaan (2.18) dan (2.19). Nilai b_0 dan b_1 diduga dengan menggunakan metode OLS yaitu berdasarkan persamaan (2.15) dan (2.16).

Dibangkitkan 1000 kali data berdistribusi Normal$\left(\mu,\sigma^2\right)$ dengan kombinasi nilai n, μ dan σ telah yang ditentukan untuk setiap himpunan data pada Tabel 4.1. Pendugaan parameter dilakukan berdasarkan data bangkitan tersebut dengan menggunakan metode MLE, Median Rank dan Modified Kaplan-Meier.

Tabel 4.1 Kombinasi ukuran sampel n dan nilai parameter distribusi Normal (μ, σ^2) yang digunakan.

Himpunan Data	n	μ	σ
1	10	10	0.5
2	10	10	2
3	10	10	4
4	20	10	0.5
5	20	10	2
6	20	10	4
7	30	10	0.5
8	30	10	2
9	30	10	4
10	100	10	0.5
11	100	10	2
12	100	10	4
13	1000	10	0.5
14	1000	10	2
15	1000	10	4



Gambar 4.1 Bentuk PDF distribusi Normal (μ, σ^2) untuk $\mu = 10$ dan beberapa nilai σ

Berdasarkan himpunan data 1 sampai 15 pada Tabel A.1, terlihat bahwa metode MLE, Median Rank dan Modified Kaplan-Meier menghasilkan penduga bagi μ dengan bias yang tidak berbeda (dengan pembulatan beberapa angka dibelakang koma). Panjang selang kepercayaannya pun terlihat sama untuk pembulatan beberapa angka dibelakang koma. Dapat pula dikatakan bahwa tingkat akurasi dan presisi penduga bagi μ yang dihasilkan dari ketiga metode yang digunakan tidak jauh berbeda. Sehingga untuk semua ukuran sampel, ketiga metode tersebut tidak jauh berbeda dalam pendugaan parameter μ distribusi Normal (μ, σ^2).

Dalam pendugaan σ, himpunan data 1 sampai 15 pada Tabel A.1 menunjukkan bahwa metode Modified Kaplan-Meier menghasilkan penduga dengan bias paling kecil sedangkan metode MLE menghasilkan penduga dengan panjang selang kepercayaan yang paling kecil untuk semua ukuran sampel. Dengan kata lain metode Modified Kaplan-Meier ternyata menghasilkan penduga dengan tingkat akurasi tertinggi sedangkan metode MLE menghasilkan penduga dengan tingkat presisi tertinggi. Sehingga untuk menentukan metode mana yang lebih baik antara MLE dan Modified Kaplan-Meier, diperlukan cara atau kriteria pembandingan yang lain.

Dari himpunan data 13, 14 dan 15 Tabel A.1 dapat dilihat bahwa bias dan panjang selang kepercayaan dari penduga μ dan σ yang diperoleh dengan semua metode semakin kecil untuk nilai n = 1000. Sehingga dapat dikatakan bahwa tingkat akurasi dan presisi penduga μ dan σ semakin tinggi untuk ukuran sampel yang semakin besar. Hal ini menunjukkan bahwa penduga μ dan σ distribusi Normal (μ, σ^2) yang diperoleh dengan ketiga metode yang digunakan yaitu MLE, Median Rank dan Modified Kaplan-Meier adalah penduga yang konsisten.

Hasil yang diperoleh dari analisis data simulasi berdistribusi Normal$\left(\mu,\sigma^2\right)$ untuk berbagai ukuran sampel dan metode yang digunakan (MLE, Median Rank dan Modified Kaplan-Meier) disajikan pada Tabel 4.2

Tabel 4.2 Hasil Analisis Data Simulasi Berdistribusi Normal$\left(\mu,\sigma^2\right)$

Metode	Pendugaan μ			
	$n=10$		$n\geq 20$	
	Akurasi	Presisi	Akurasi	Presisi
MLE	Sama	Sama	Sama	Sama
Median Rank	Sama	Sama	Sama	Sama
Modified Kaplan-Meier	Sama	Sama	Sama	Sama

Tabel 4.2 Hasil Analisis Data Simulasi Berdistribusi Normal$\left(\mu,\sigma^2\right)$ (lanjutan)

Metode	Pendugaan σ			
	$n=10$		$n\geq 20$	
	Akurasi	Presisi	Akurasi	Presisi
MLE		Tertinggi		Tertinggi
Median Rank				
Modified Kaplan-Meier	Tertinggi		Tertinggi	

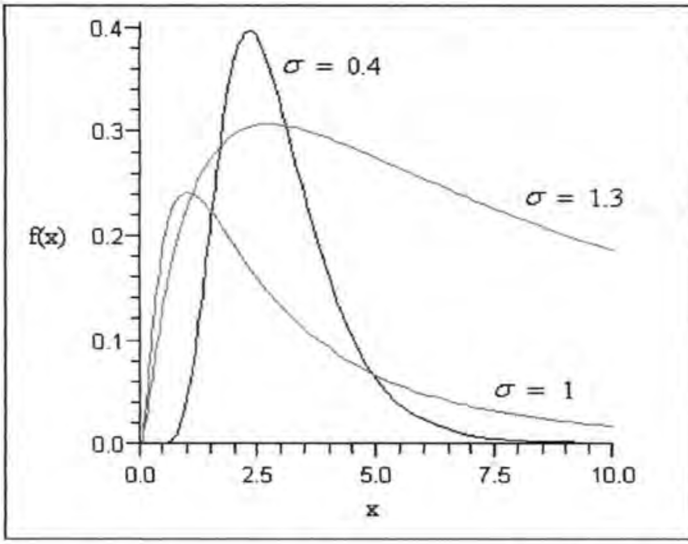
4.2 Pendugaan Parameter Distribusi Lognormal (μ, σ^2)

Peubah X berdistribusi Lognormal (μ, σ^2) dibangkitkan dengan kombinasi ukuran sampel dan nilai parameter yang telah ditentukan pada Tabel 4.3. Kemudian dilakukan pendugaan terhadap parameternya berdasarkan data hasil bangkitan tersebut. Rumus yang digunakan menduga parameter μ dan σ berdasarkan metode MLE adalah seperti pada persamaan (2.32) dan (2.34). Sedangkan pendugaan berdasarkan metode LSE adalah berdasarkan persamaan (2.37) dan (2.38). Perumusan nilai peubah Y berdasarkan metode Median Rank dan Modified Kaplan-Meier adalah seperti pada persamaan (2.18) dan (2.19). Nilai b_0 dan b_1 diduga dengan menggunakan metode OLS yaitu berdasarkan persamaan (2.15) dan (2.16).

Tabel 4.3 Kombinasi ukuran sampel n dan nilai parameter distribusi Lognormal (μ, σ^2) yang digunakan.

Himpunan Data	n	μ	σ
1	10	1	0.4
2	10	1	1
3	10	1	1.3
4	20	1	0.4
5	20	1	1
6	20	1	1.3
7	30	1	0.4
8	30	1	1
9	30	1	1.3
10	100	1	0.4
11	100	1	1
12	100	1	1.3
13	1000	1	0.4
14	1000	1	1
15	1000	1	1.3

Berdasarkan kombinasi nilai n, μ dan σ dalam himpunan data pada Tabel 4.3, dibangkitkan 1000 kali data berdistribusi Lognormal$\left(\mu, \sigma^2\right)$ untuk setiap himpunan data. Metode yang digunakan untuk menduga parameter distribusi data bangkitan tersebut adalah MLE, Median Rank dan Modified Kapan-Meier. Penduga berdasarkan data bangkitan untuk parameter μ dan σ merupakan mean dari seribu penduga yang didapatkan pada setiap himpunan data.



Gambar 2. Bentuk PDF distribusi Lognormal$\left(\mu, \sigma^2\right)$ untuk $\mu = 1$ dan beberapa nilai σ

Dari himpunan data 1 sampai 11 pada Tabel A.2, terlihat bahwa metode MLE, Median Rank dan Modified Kaplan-Meier menghasilkan penduga bagi μ dengan bias yang tidak berbeda untuk pembulatan beberapa angka dibelakang koma. Demikian pula dengan panjang selang kepercayaannya yang juga terlihat tidak berbeda untuk pembulatan beberapa angka dibelakang koma. Sehingga untuk semua ukuran sampel, ketiga metode tersebut tidak jauh berbeda dalam pendugaan parameter μ distribusi Lognormal$\left(\mu, \sigma^2\right)$.

Dalam kasus pendugaan parameter σ, berdasarkan himpunan data 1, 2 dan 3 ternyata metode Modified Kaplan-Meier menghasilkan penduga dengan bias dan panjang selang kepercayaan paling kecil. Sedangkan berdasarkan himpunan data 4 sampai dengan 15 ternyata metode MLE menghasilkan penduga dengan bias dan panjang selang kepercayaan paling kecil. Sehingga untuk ukuran sampel n = 10, Modified Kaplan-Meier adalah metode yang lebih baik dalam pendugaan parameter σ distribusi Lognormal$\left(\mu, \sigma^2\right)$ dibandingkan metode MLE dan Median Rank. Sedangkan untuk ukuran sampel $n \geq 20$, MLE adalah metode yang lebih baik dalam pendugaan parameter σ distribusi Lognormal$\left(\mu, \sigma^2\right)$ dibandingkan metode Modified Kaplan-Meier dan Median Rank.

Berdasarkan himpunan data 13, 14 dan 15 Tabel A.2 dapat dilihat bahwa bias dan panjang selang kepercayaan dari penduga μ dan σ yang diperoleh dengan semua metode semakin kecil untuk n = 1000. Dapat dikatakan bahwa tingkat akurasi dan presisi penduga μ dan σ yang diperoleh semakin tinggi untuk nilai n yang semakin besar. Hal ini menunjukkan bahwa penduga μ dan σ distribusi Lognormal$\left(\mu, \sigma^2\right)$ yang diperoleh dengan semua metode yang digunakan (MLE, Median Rank dan Modified Kaplan-Meier) adalah penduga yang konsisten.

Hasil yang diperoleh dari analisis data simulasi berdistribusi Lognormal (μ, σ^2) untuk berbagai ukuran sampel dan metode yang digunakan (MLE, Median Rank dan Modified Kaplan-Meier) disajikan pada Tabel 4.4

Tabel 4.4 Hasil Analisis Data Simulasi Berdistribusi Lognormal (μ, σ^2)

Metode	Pendugaan μ			
	$n = 10$		$n \geq 20$	
	Akurasi	Presisi	Akurasi	Presisi
MLE	Sama	Sama	Sama	Sama
Median Rank	Sama	Sama	Sama	Sama
Modified Kaplan-Meier	Sama	Sama	Sama	Sama

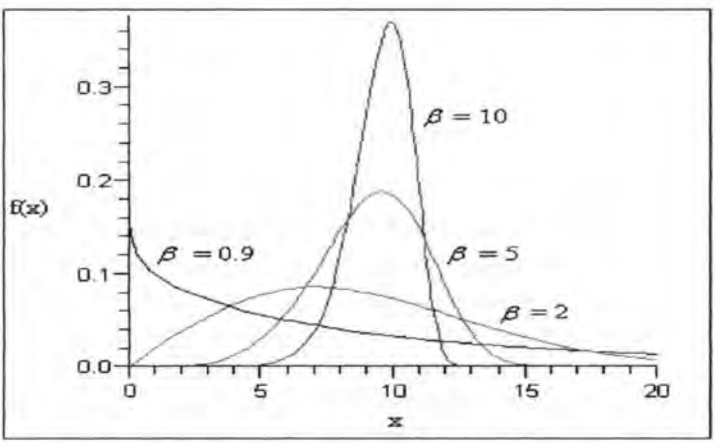
Tabel 4.2 Hasil Analisis Data Simulasi Berdistribusi Lognormal (μ, σ^2) (lanjutan)

Metode	Pendugaan σ			
	$n = 10$		$n \geq 20$	
	Akurasi	Presisi	Akurasi	Presisi
MLE			Tertinggi	Tertinggi
Median Rank				
Modified Kaplan-Meier	Tertinggi	Tertinggi		

4.3 Pendugaan Parameter Distribusi Weibull (θ, β)

Peubah X berdistribusi Weibull(θ, β) dibangkitkan dengan kombinasi n dan nilai parameter yang telah ditentukan pada Tabel 4.5. Rumus yang digunakan menduga parameter θ dan β berdasarkan metode MLE adalah seperti pada persamaan (2.41) dan (2.42). Sedangkan pendugaan berdasarkan metode LSE adalah berdasarkan persamaan (2.45) dan (2.46). Perumusan nilai peubah Y berdasarkan metode Median Rank dan Modified Kaplan-Meier adalah seperti pada persamaan (2.18) dan (2.19). Nilai b_0 dan b_1 diduga dengan menggunakan metode OLS yaitu berdasarkan persamaan (2.15) dan (2.16).

Berdasarkan kombinasi nilai n, θ dan β dalam himpunan data pada Tabel 4.5, dibangkitkan 1000 kali data berdistribusi Weibull(θ, β) untuk setiap himpunan data. Metode yang digunakan dalam pendugaan parameter distribusi data hasil bangkitan tersebut adalah metode MLE, Median Rank dan Modified Kaplan-Meier.



Gambar 3. Bentuk PDF distribusi Weibull (θ, β) untuk $\theta = 10$ dan beberapa nilai β

Tabel 4.5 Kombinasi ukuran sampel n dan nilai parameter distribusi Weibull(θ, β) yang digunakan.

Himpunan Data	n	θ	β
1	10	10	0.9
2	10	10	2
3	10	10	5
4	10	10	10
5	20	10	0.9
6	20	10	2
7	20	10	5
8	20	10	10
9	30	10	0.9
10	30	10	2
11	30	10	5
12	30	10	10
13	100	10	0.9
14	100	10	2
15	100	10	5
16	100	10	10
17	1000	10	0.9
18	1000	10	2
19	1000	10	5
20	1000	10	10

Himpunan data 1, 2, 3 dan 4 Tabel A.3, terlihat bahwa metode pendugaan yang menghasilkan penduga bagi β dengan tingkat akurasi dan tingkat presisi tertinggi adalah metode Median Rank. Lalu berdasarkan himpunan data 5 sampai 20, ternyata metode yang menghasilkan penduga dengan bias paling kecil adalah metode Modified Kaplan-Meier. Sedangkan metode yang menghasilkan penduga dengan panjang selang kepercayaan paling kecil adalah metode MLE. Sehingga untuk ukuran sampel n = 10, metode Median Rank adalah metode terbaik untuk menduga parameter β distribusi Weibull(θ, β). Sedangkan untuk ukuran sampel $n \geq 20$, diperlukan cara atau kriteria pembandingan lain untuk mengetahui metode mana yang lebih baik antara Median Rank dan Modified Kaplan-Meier.

Pada himpunan data 1, 2, 3 dan 4 Tabel A.3 juga terlihat untuk nilai β=0.9 dan β=2, metode MLE ternyata menghasilkan penduga parameter θ dengan bias dan panjang selang kepercayaan paling kecil. Untuk nilai $\beta = 5$ dan $\beta = 10$, metode Modified Kaplan-Meier menghasilkan penduga parameter θ dengan bias yang paling kecil, sedangkan metode MLE menghasilkan penduga dengan panjang selang kepercayaan paling kecil. Dari himpunan data 5 sampai 20, terlihat bahwa metode yang menghasilkan penduga parameter θ dengan bias dan panjang selang kepercayaan paling kecil adalah metode MLE.

Sehingga untuk ukuran sampel $n \geq 20$, metode terbaik untuk menduga parameter distribusi $\text{Weibull}(\theta, \beta)$ adalah metode MLE. Untuk $n = 10$, metode terbaik dalam pendugaan parameter θ distribusi $\text{Weibull}(\theta, \beta)$ dengan nilai taksiran parameter β yang kurang dari satu atau $\text{Weibull}(\theta, \beta)$ dengan bentuk PDF menyerupai lonceng yang miring ke kiri adalah metode MLE. Sedangkan dalam pendugaan parameter θ distribusi $\text{Weibull}(\theta, \beta)$ dengan bentuk PDF menyerupai distribusi normal dan yang menyerupai lonceng yang miring ke kanan, diperlukan kriteria atau cara pembandingan lain untuk mengetahui metode mana yang lebih baik antara MLE dan Modified Kaplan-Meier.

Berdasarkan himpunan data 17, 18, 19 dan 20 Tabel A.3 dapat dilihat bahwa bias dan panjang selang kepercayaan dari penduga θ dan β yang diperoleh dengan semua metode semakin kecil untuk nilai n yang besar. Hal ini menunjukkan bahwa penduga θ dan β distribusi $\text{Weibull}(\theta, \beta)$ yang diperoleh dengan metode MLE dan LSE (yang meliputi metode Median Rank dan Modified Kaplan-Meier) adalah penduga yang konsisten.

Hasil yang diperoleh dari analisis data simulasi berdistribusi Weibull(θ,β) untuk berbagai ukuran sampel dan metode yang digunakan (MLE, Median Rank dan Modified Kaplan-Meier) disajikan pada Tabel 4.6

Tabel 4.6 Hasil Analisis Data Simulasi Berdistribusi Weibull(θ,β)

Metode	Pendugaan β			
	$n = 10$		$n \geq 20$	
	Akurasi	Presisi	Akurasi	Presisi
MLE				Tertinggi
Median Rank	Tertinggi	Tertinggi		
Modified Kaplan-Meier			Tertinggi	

Tabel 4.6 Hasil Analisis Data Simulasi Berdistribusi Weibull(θ,β) (lanjutan)

Metode	Pendugaan θ			
	$n = 10$		$n \geq 20$	
	Akurasi	Presisi	Akurasi	Presisi
MLE	Tertinggi untuk β=0.9 dan β=2	Tertinggi	Tertinggi	Tertinggi
Median Rank				
Modified Kaplan-Meier	Tertinggi untuk β=5 dan β=10			

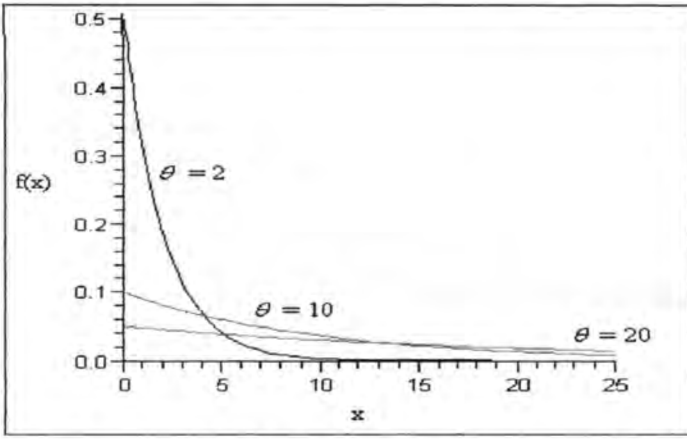
4.3 Pendugaan Parameter Distribusi Eksponensial (θ)

Peubah X berdistribusi Eksponensial(θ) dibangkitkan dengan kombinasi ukuran sampel n dan nilai parameter yang telah ditentukan pada Tabel 4.7. Berdasarkan data hasil bangkitan tersebut, dilakukan pendugaan terhadap parameter θ. Persamaan yang digunakan menduga parameter θ berdasarkan metode MLE adalah seperti pada persamaan (2.49). Sedangkan pendugaan berdasarkan metode LSE adalah berdasarkan persamaan (2.52). Perumusan nilai peubah Y berdasarkan metode Median Rank dan Modified Kaplan-Meier adalah seperti pada persamaan (2.18) dan (2.19). Nilai b_0 dan b_1 diduga dengan menggunakan metode OLS yaitu berdasarkan persamaan (2.15) dan (2.16).

Tabel 4.7 Kombinasi ukuran sampel n dan nilai parameter distribusi Eksponensial(θ) yang digunakan.

Himpunan Data	n	θ
1	10	2
2	10	10
3	10	20
4	20	2
5	20	10
6	20	20
7	30	2
8	30	10
9	30	20
10	100	2
11	100	10
12	100	20
13	1000	2
14	1000	10
15	1000	20

Dibangkitkan 1000 kali data berdistribusi Eksponensial(θ) untuk setiap himpunan data pada Tabel 4.7. Metode Pendugaan yang digunakan adalah MLE, Median Rank dan Modofied Kaplan-Meier. Penduga berdasarkan data bangkitan untuk parameter θ merupakan mean dari seribu penduga yang didapatkan pada setiap himpunan data.



Gambar 4. Bentuk PDF distribusi Eksponensial(θ) untuk beberapa nilai θ

Berdasarkan himpunan data 1 sampai 15 Tabel 4.20, terlihat bahwa ternyata metode MLE menghasilkan penduga dengan tingkat akurasi dan presisi paling tinggi karena penduga yang dihasilkan oleh metode ini memiliki bias dan panjang selang kepercayaan yang lebih kecil daripada metode Median Rank dan Modified Kaplan-Meier. Hal ini berlaku untuk semua nilai θ yang digunakan sehingga untuk semua ukuran sampel, metode MLE adalah metode yang terbaik untuk menduga parameter θ distribusi Eksponensial(θ).

Dari himpunan data 13, 14 dan 15 Tabel A.4 juga dapat dilihat bahwa bias dari penduga θ yang diperoleh dengan semua metode semakin kecil atau dapat dikatakan bahwa akurasi penduga θ yang diperoleh semakin besar untuk nilai n yang semakin besar. Hal ini menunjukkan bahwa penduga θ distribusi Eksponensial(θ) yang diperoleh dengan metode MLE dan LSE (yang meliputi metode Median Rank dan Modified Kaplan-Meier) adalah penduga yang konsisten.

Hasil yang diperoleh dari analisis data simulasi berdistribusi Eksponensial(θ) untuk berbagai ukuran sampel dan metode yang digunakan (MLE, Median Rank dan Modified Kaplan-Meier) disajikan pada Tabel 4.8

Tabel 4.8 Hasil Analisis Data Simulasi Berdistribusi Eksponensial(θ)

Metode	Pendugaan θ			
	$n = 10$		$n \geq 20$	
	Akurasi	Presisi	Akurasi	Presisi
MLE	Tertinggi	Tertinggi	Tertinggi	Tertinggi
Median Rank				
Modified Kaplan-Meier				

BAB V
KESIMPULAN DAN SARAN

BAB V
KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan maka diperoleh kesimpulan sebagai berikut :

1. Untuk semua ukuran sampel metode MLE ternyata tidak jauh berbeda dengan metode LSE (yang meliputi metode Median Rank dan Modified Kaplan-Meier) untuk menduga parameter μ distribusi Normal$\left(\mu, \sigma^2\right)$. Sedangkan untuk pendugaan parameter σ distribusi Normal$\left(\mu, \sigma^2\right)$, ternyata dibutuhkan cara atau kriteria pembandingan lain untuk mengetahui metode yang lebih baik antara metode MLE dan Modified Kaplan-Meier.
2. Untuk semua ukuran sampel ternyata metode MLE tidak jauh berbeda dengan metode LSE untuk menduga parameter μ distribusi Lognormal$\left(\mu, \sigma^2\right)$. Sedangkan pada pendugaan parameter σ distribusi Lognormal$\left(\mu, \sigma^2\right)$, ternyata metode Modified Kaplan-Meier lebih baik dibandingkan metode lain jika ukuran sampelnya $n = 10$ dan untuk $n \geq 20$ ternyata metode MLE lebih baik dibandingkan dengan metode LSE.
3. Pada pendugaan parameter β distribusi Weibull(θ, β), ternyata metode Median Rank lebih baik dibandingkan metode MLE dan Modified Kaplan-Meier jika ukuran sampelnya $n = 10$ dan untuk ukuran sampel $n \geq 20$ ternyata dibutuhkan cara atau kriteria pembandingan lain untuk mengetahui metode yang lebih baik antara metode MLE dan Modified Kaplan-Meier. Sedangkan pada pendugaan parameter θ distribusi Weibull(θ, β), ternyata metode MLE lebih baik dari metode LSE jika ukuran sampelnya $n \geq 20$. Untuk ukuran sampel $n = 10$, metode terbaik untuk menduga parameter θ distribusi Weibull(θ, β) dengan nilai taksiran

parameter β yang kurang dari satu atau distribusi Weibull(θ, β) dengan bentuk PDF menyerupai lonceng yang miring ke kiri adalah metode MLE. Sedangkan untuk menduga parameter θ distribusi Weibull(θ, β) dengan bentuk PDF menyerupai distribusi normal dan distribusi Weibull(θ, β) dengan bentuk PDF menyerupai lonceng yang miring ke kanan, diperlukan cara atau kriteria pembandingan lain untuk mengetahui metode terbaik antara metode MLE dan Modified Kaplan-Meier.

4. Pada pendugaan parameter θ distribusi Eksponensial(θ), ternyata metode MLE lebih baik daripada metode LSE untuk semua ukuran sampel.
5. Penduga parameter distribusi-distribusi pada penelitian ini yang diperoleh menggunakan metode MLE dan LSE merupakan penduga yang konsisten.

5.2 Saran

Dari kesimpulan penelitian ini maka saran yang perlu mendapat perhatian adalah sebagai berikut :

1. Dalam penentuan selang kepercayaan penduga parameter distribusi tertentu, perlu dipertimbangkan keseimbangan atau keadilan nilai densitasnya (tidak sekedar atas pertimbangan keseimbangan luasan) dalam penentuan nilai batas bawah dan batas atas jika distribusi parameter atau penduga parameternya tidak simetri.
2. Agar hasil analisis yang diperoleh dalam penelitian ini dapat lebih bermanfaat dan dapat digunakan secara meluas pada data-data usia pakai yang ingin dianalisis, maka untuk penelitian selanjutnya disarankan dilakukan pada distribusi Weibull dengan tiga parameter dan distribusi Eksponensial dengan dua parameter.

DAFTAR PUSTAKA

DAFTAR PUSTAKA

Casella, G. dan Berger, R.L., (2002), *Statistical Inference*, edisi kedua, Wadsworth Group, Duxbury.

Drapper, N.R. dan Smith, H., (1992), *Analisis Regresi Terapan*, edisi kedua, PT Gramedia Pustaka Utama, Jakarta.

Ebeling, C. E., (1997), *An Introduction to Reliability and Maintainability Engineering*, McGraw-Hill Companies, Singapure.

Evans, M., Hastings, N., dan Peacock, B., (2000), *Statistical Distribution*, edisi ketiga, John Willey, New York.

Hakim, A. dan Rambe, A., (1984), *Teori Statistika*, Bhratara Karya Aksara, Jakarta.

Hoog, R.V. dan Craig, A.T., (1978), *Introduction to Mathematical Statistics*, Milan Publishing Co. Ins, New York.

Lewis, E.E., (1996), *Introduction to Reliability Engineering*, edisi kedua, John Wiley and Sons, Canada.

Marquart, T. A., (1998), 'Comparison of Methods for Interval Data Using Monte Carlo Simulations', Weibull News (Issue 13). www.bobabernethy.com/docs. 29-Sept-2006.

O'Connor, P.D.T., (1995), *Practical Reliability Engineering*, John Wiley LTD, New York.

Roussas, G.G., (1972), *A First Course in Mathematical Statistics*, Addison Wesley Publishing Company, London.

Sugiyono, (2004), *Statistika Untuk Penelitian*, edisi keenam, Alfabet, Bandung.

LAMPIRAN

Lampiran A : Hasil Pendugaan Parameter Berdasarkan Metode MLE, Median Rank dan Modified Kaplan-Meier

Tabel A.1 Hasil Pendugaan Parameter μ dan σ untuk data simulasi berdistribusi Normal$\left(\mu,\sigma^2\right)$

Himp Data	1									
true value	Mean = 10					Sigma = 0.5				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	10.003	0.00332	9.7123	10.305	0.59282	0.47946	0.020542	0.25287	0.72455	0.47168
Median Rank	10.003	0.00332	9.7123	10.305	0.59282	0.54373	0.043731	0.28918	0.81221	0.52304
Mod Kap-Mei	10.003	0.00332	9.7123	10.305	0.59282	0.50315	0.003149	0.26689	0.75325	0.48636
Himp Data	2									
true value	Mean = 10					Sigma = 2				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	10.002	0.001783	8.6238	11.299	2.6753	1.9305	0.069541	1.1706	2.8126	1.642
Median Rank	10.002	0.001783	8.6238	11.299	2.6753	2.1928	0.19283	1.332	3.247	1.915
Mod Kap-Mei	10.002	0.001783	8.6238	11.299	2.6753	2.029	0.029032	1.233	3.0015	1.7685
Himp Data	3									
true value	Mean = 10					Sigma = 4				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	9.9894	0.010588	7.3469	12.523	5.176	3.875	0.12496	2.0891	5.8563	3.7673
Median Rank	9.9894	0.010588	7.3469	12.523	5.176	4.3942	0.39423	2.345	6.6883	4.3432
Mod Kap-Mei	9.9894	0.010588	7.3469	12.523	5.176	4.0666	0.066569	2.1691	6.1978	4.0287

Tabel A.1 Hasil Pendugaan Parameter μ dan σ untuk data simulasi berdistribusi Normal(μ,σ^2) (lanjutan)

Himp Data	4									
true value	Mean = 10					Sigma = 0.5				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	10.003	0.00312	9.7767	10.214	0.437	0.48984	0.010161	0.34127	0.65567	0.3144
Median Rank	10.003	0.00312	9.7767	10.214	0.437	0.52947	0.029469	0.36809	0.70701	0.33892
Mod Kap-Mei	10.003	0.00312	9.7767	10.214	0.437	0.50448	0.0044788	0.3512	0.67329	0.3221
Himp Data	5									
true value	Mean = 10					Sigma = 2				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	10.019	0.019082	9.2057	10.868	1.6619	1.9678	0.032154	1.3942	2.6084	1.2142
Median Rank	10.019	0.019082	9.2057	10.868	1.6619	2.1275	0.12749	1.4995	2.8241	1.3246
Mod Kap-Mei	10.019	0.019082	9.2057	10.868	1.6619	2.0271	0.027143	1.4256	2.6961	1.2705
Himp Data	6									
true value	Mean = 10					Sigma = 4				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	10.005	0.005321	8.208	11.804	3.5963	3.9107	0.089254	2.6324	5.1611	2.5287
Median Rank	10.005	0.005321	8.208	11.804	3.5963	4.2257	0.22575	2.8513	5.5781	2.7268
Mod Kap-Mei	10.005	0.005321	8.208	11.804	3.5963	4.0266	0.026573	2.7143	5.3156	2.6013

Tabel A.1 Hasil Pendugaan Parameter μ dan σ untuk data simulasi berdistribusi Normal$\left(\mu,\sigma^2\right)$ (lanjutan)

Himp Data	7									
true value	Mean = 10					Sigma = 0.5				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	10.003	0.002645	9.8144	10.181	0.367	0.49392	0.006078	0.3697	0.62601	0.25631
Median Rank	10.003	0.002645	9.8144	10.181	0.367	0.52331	0.023312	0.39245	0.66361	0.27116
Mod Kap-Mei	10.003	0.002645	9.8144	10.181	0.367	0.50469	0.004690	0.3794	0.64054	0.26114
Himp Data	8									
true value	Mean = 10					Sigma = 2				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	10.009	0.008564	9.27	10.741	1.4708	1.9606	0.039449	1.4764	2.4817	1.0053
Median Rank	10.009	0.008564	9.27	10.741	1.4708	2.0757	0.075667	1.5621	2.6381	1.076
Mod Kap-Mei	10.009	0.008564	9.27	10.741	1.4708	2.0017	0.001655	1.5073	2.5498	1.0425
Himp Data	9									
true value	Mean = 10					Sigma = 4				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	10.048	0.047611	8.5893	11.498	2.9085	3.9353	0.064684	2.9277	5.0071	2.0794
Median Rank	10.048	0.047611	8.5893	11.498	2.9085	4.1672	0.16721	3.0896	5.2681	2.1785
Mod Kap-Mei	10.048	0.047611	8.5893	11.498	2.9085	4.0191	0.019132	2.9802	5.0849	2.1048

Tabel A.1 Hasil Pendugaan Parameter μ dan σ untuk data simulasi berdistribusi Normal$\left(\mu,\sigma^2\right)$ (lanjutan)

Himp Data	10									
true value	Mean = 10					Sigma = 0.5				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	10.001	0.00093	9.8959	10.095	0.19898	0.49679	0.003210	0.43182	0.56838	0.13656
Median Rank	10.001	0.00093	9.8959	10.095	0.19898	0.50807	0.008070	0.4412	0.58058	0.13938
Mod Kap-Mei	10.001	0.00093	9.8959	10.095	0.19898	0.50062	0.000620	0.43509	0.57221	0.13711
Himp Data	11									
true value	Mean = 10					Sigma = 2				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	10.002	0.002188	9.598	10.4	0.80159	1.9898	0.010213	1.7235	2.278	0.55451
Median Rank	10.002	0.002188	9.598	10.4	0.80159	2.0347	0.034658	1.7622	2.3325	0.57023
Mod Kap-Mei	10.002	0.002188	9.598	10.4	0.80159	2.0049	0.004878	1.7359	2.299	0.56306
Himp Data	12									
true value	Mean = 10					Sigma = 4				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	10.004	0.004289	9.2069	10.77	1.5635	3.9703	0.029669	3.4242	4.5353	1.1111
Median Rank	10.004	0.004289	9.2069	10.77	1.5635	4.0612	0.061163	3.5064	4.6379	1.1315
Mod Kap-Mei	10.004	0.004289	9.2069	10.77	1.5635	4.0017	0.001658	3.453	4.568	1.1150

Tabel A.1 Hasil Pendugaan Parameter μ dan σ untuk data simulasi berdistribusi Normal$\left(\mu,\sigma^2\right)$ (lanjutan)

Himp Data	13									
true value	Mean = 10					Sigma = 0.5				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	10.0001	0.000182	9.9706	10.03	0.05959	0.49887	0.001126	0.45874	0.53144	0.0727
Median Rank	10.0001	0.000182	9.9706	10.03	0.05959	0.50875	0.012432	0.45766	0.57616	0.1185
Mod Kap-Mei	10.0001	0.000182	9.9706	10.03	0.05959	0.50072	0.000777	0.45791	0.57931	0.1214
Himp Data	14									
true value	Mean = 10					Sigma = 2				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	9.99953	0.000465	9.8617	10.122	0.25996	1.9964	0.003563	1.9112	2.15311	0.24191
Median Rank	9.99953	0.000465	9.8617	10.122	0.25996	2.0098	0.009861	1.9172	2.16535	0.24815
Mod Kap-Mei	9.99953	0.000465	9.8617	10.122	0.25996	2.0008	0.000828	1.9140	2.15777	0.24377
Himp Data	15									
true value	Mean = 10					Sigma = 4				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	9.99933	0.000672	9.7454	10.236	0.49056	3.9974	0.001428	3.9026	4.16347	0.26087
Median Rank	9.99933	0.000672	9.7454	10.236	0.49056	4.0120	0.01284	3.8724	4.14121	0.26881
Mod Kap-Mei	9.99933	0.000672	9.7454	10.236	0.49056	4.0005	0.000516	3.8167	4.17542	0.26342

Tabel A.2 Hasil Pendugaan Parameter μ dan σ untuk data simulasi berdistribusi Lognormal(μ, σ^2)

Himp Data	1									
true value	Mean = 1					Sigma = 0.4				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	1.0027	0.00265	0.76987	1.2441	0.47426	0.41145	0.011454	0.22011	0.61737	0.39726
Median Rank	1.0027	0.00265	0.76987	1.2441	0.47426	0.44276	0.042758	0.24274	0.66917	0.42643
Mod Kap-Mei	1.0027	0.00265	0.76987	1.2441	0.47426	0.40973	0.009730	0.22473	0.61842	0.39369
Himp Data	2									
true value	Mean = 1					Sigma = 1				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	1.0129	0.012914	0.35973	1.604	1.2442	1.0108	0.010785	0.5331	1.5275	0.99438
Median Rank	1.0129	0.012914	0.35973	1.604	1.2442	1.0875	0.087461	0.57835	1.6244	1.0461
Mod Kap-Mei	1.0129	0.012914	0.35973	1.604	1.2442	1.0063	0.006299	0.53379	1.5065	0.97272
Himp Data	3									
true value	Mean = 1					Sigma = 1.3				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	0.98381	0.016185	0.14828	1.7524	1.6041	1.3085	0.008458	0.7496	1.9827	1.2331
Median Rank	0.98381	0.016185	0.14828	1.7524	1.6041	1.4083	0.10828	0.80077	2.1267	1.326
Mod Kap-Mei	0.98381	0.016185	0.14828	1.7524	1.6041	1.3033	0.003304	0.74193	1.9741	1.2322

Tabel A.2 Hasil Pendugaan Parameter μ dan σ untuk data simulasi berdistribusi Lognormal$\left(\mu,\sigma^2\right)$ (lanjutan)

Himp Data	4									
true value	Mean = 1					Sigma = 0.4				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	0.99731	0.00269	0.80572	1.1683	0.363	0.40013	0.000128	0.27689	0.53113	0.25424
Median Rank	0.99731	0.00269	0.80572	1.1683	0.363	0.42132	0.021320	0.29053	0.55957	0.26905
Mod Kap-Mei	0.99731	0.00269	0.80572	1.1683	0.363	0.40143	0.001433	0.27681	0.53312	0.25631
Himp Data	5									
true value	Mean = 1					Sigma = 1				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	1.0078	0.007778	0.59241	1.4345	0.84205	1.0031	0.003085	0.67520	1.3238	0.64860
Median Rank	1.0078	0.007778	0.59241	1.4345	0.84205	1.0564	0.056437	0.71283	1.3945	0.68170
Mod Kap-Mei	1.0078	0.007778	0.59241	1.4345	0.84205	1.0066	0.006643	0.67858	1.3289	0.65031
Himp Data	6									
true value	Mean = 1					Sigma = 1.3				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	0.99726	0.002741	0.38355	1.5651	1.1816	1.3070	0.006966	0.88642	1.7061	0.81972
Median Rank	0.99726	0.002741	0.38355	1.5651	1.1816	1.3770	0.076999	0.92832	1.8004	0.87209
Mod Kap-Mei	0.99726	0.002741	0.38355	1.5651	1.1816	1.3119	0.011947	0.88367	1.7155	0.83182

Tabel A.2 Hasil Pendugaan Parameter μ dan σ untuk data simulasi berdistribusi Lognormal (μ, σ^2) (lanjutan)

Himp Data	7									
true value	Mean = 1					Sigma = 0.4				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	1.0014	0.001435	0.85272	1.1439	0.291	0.40042	0.000422	0.30289	0.50232	0.19928
Median Rank	1.0014	0.001435	0.85272	1.1439	0.291	0.41721	0.017206	0.31632	0.52290	0.20658
Mod Kap-Mei	1.0014	0.001435	0.85272	1.1439	0.291	0.40232	0.002315	0.30480	0.50408	0.19943
Himp Data	8									
true value	Mean = 1					Sigma = 1				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	0.99818	0.001820	0.65057	1.3807	0.73012	1.0090	0.008994	0.75329	1.2787	0.52540
Median Rank	0.99818	0.001820	0.65057	1.3807	0.73012	1.0507	0.050702	0.77733	1.3305	0.55318
Mod Kap-Mei	0.99818	0.001820	0.65057	1.3807	0.73012	1.0134	0.013365	0.75019	1.2815	0.53128
Himp Data	9									
true value	Mean = 1					Sigma = 1.3				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	0.99784	0.002161	0.54316	1.4376	0.89447	1.3072	0.007234	0.97868	1.6308	0.65208
Median Rank	0.99784	0.002161	0.54316	1.4376	0.89447	1.3615	0.061535	1.02500	1.7028	0.67775
Mod Kap-Mei	0.99784	0.002161	0.54316	1.4376	0.89447	1.3131	0.013068	0.99024	1.6449	0.65463

Tabel A.2 Hasil Pendugaan Parameter μ dan σ untuk data simulasi berdistribusi Lognormal (μ, σ^2) (lanjutan)

Himp Data	10									
true value	Mean = 1					Sigma = 0.4				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	0.99876	0.001237	0.9237	1.0758	0.15206	0.40085	0.000848	0.34118	0.45914	0.11796
Median Rank	0.99876	0.001237	0.9237	1.0758	0.15206	0.40797	0.007966	0.34709	0.46788	0.12079
Mod Kap-Mei	0.99876	0.001237	0.9237	1.0758	0.15206	0.40199	0.001985	0.34214	0.46104	0.11889
Himp Data	11									
true value	Mean = 1					Sigma = 1				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	0.9988	0.001199	0.81157	1.1821	0.37052	0.99998	0.000022	0.86411	1.1381	0.27402
Median Rank	0.9988	0.001199	0.81157	1.1821	0.37052	1.01750	0.017532	0.87729	1.1574	0.28008
Mod Kap-Mei	0.9988	0.001199	0.81157	1.1821	0.37052	1.00260	0.002623	0.86460	1.1406	0.27596
Himp Data	12									
true value	Mean = 1					Sigma = 1.3				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	0.99731	0.002687	0.73397	1.2815	0.54754	1.3048	0.004789	1.1289	1.4887	0.35973
Median Rank	0.99731	0.002687	0.73397	1.2815	0.54754	1.3277	0.027684	1.1516	1.5188	0.36719
Mod Kap-Mei	0.99731	0.002687	0.73397	1.2815	0.54754	1.3083	0.008250	1.1343	1.4958	0.36147

Tabel A.2 Hasil Pendugaan Parameter μ dan σ untuk data simulasi berdistribusi Lognormal (μ, σ^2) (lanjutan)

Himp Data	13									
true value	Mean = 1					Sigma = 0.4				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	1.0007	0.000706	0.97651	1.0242	0.047679	0.40014	0.000142	0.38100	0.41786	0.036862
Median Rank	1.0007	0.000706	0.97651	1.0242	0.047679	0.40126	0.001257	0.38190	0.41887	0.036973
Mod Kap-Mei	1.0007	0.000706	0.97651	1.0242	0.047679	0.40034	0.000337	0.38064	0.41758	0.036940
Himp Data	14									
true value	Mean = 1					Sigma = 1				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	0.99989	0.000103	0.941	1.0621	0.12106	1.0004	0.000376	0.95576	1.0455	0.089780
Median Rank	0.99989	0.000103	0.941	1.0621	0.12106	1.0032	0.003179	0.95803	1.0479	0.089906
Mod Kap-Mei	0.99989	0.000103	0.941	1.0621	0.12106	1.0009	0.000878	0.95515	1.0449	0.089794
Himp Data	15									
true value	Mean = 1					Sigma = 1.3				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	1.0007	0.000684	0.9208	1.0777	0.15694	1.3007	0.000683	1.2431	1.3595	0.11637
Median Rank	1.0007	0.000684	0.9208	1.0777	0.15694	1.3043	0.004325	1.2463	1.3636	0.11724
Mod Kap-Mei	1.0007	0.000684	0.9208	1.0777	0.15694	1.3013	0.001332	1.2434	1.3605	0.11706

Tabel A.3 Hasil Pendugaan Parameter θ dan β untuk data simulasi berdistribusi Weibull(θ, β)

Himp Data	1									
true value	Parameter bentuk (β) = 0.9					Parameter Skala (θ) = 10				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	1.05040	0.150410	0.63620	1.8016	1.1654	10.030	0.029627	4.1442	18.941	14.797
Median Rank	0.87020	0.029801	0.45131	1.5934	1.1421	10.728	0.727580	4.4389	20.186	15.748
Mod Kap-Mei	0.95095	0.050948	0.49922	1.7309	1.2317	10.451	0.451150	4.3521	19.673	15.321
Himp Data	2									
true value	Parameter bentuk (β) = 2					Parameter Skala (θ) = 10				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	2.3497	0.349690	1.40580	4.2423	2.8364	9.9865	0.013503	6.7635	13.330	6.5660
Median Rank	1.9552	0.044808	0.96238	3.6698	2.7074	10.2970	0.297240	7.1306	13.861	6.7302
Mod Kap-Mei	2.1359	0.135850	1.05460	3.9940	2.9394	10.1770	0.177430	7.0084	13.684	6.6751
Himp Data	3									
true value	Parameter bentuk (β) = 5					Parameter Skala (θ) = 10				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	5.7998	0.79979	3.4514	10.1800	6.7284	9.9543	0.045662	8.6363	11.159	2.5226
Median Rank	4.8239	0.17611	2.4555	8.5775	6.1220	10.0690	0.069208	8.7281	11.398	2.6700
Mod Kap-Mei	5.2700	0.27000	2.7166	9.3684	6.6517	10.0230	0.022980	8.6880	11.273	2.5846

Tabel A.3 Hasil Pendugaan Parameter θ dan β untuk data simulasi berdistribusi Weibull(θ, β) (lanjutan)

Himp Data	4									
true value	Parameter bentuk (β) = 10					Parameter Skala (θ) = 10				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	11.7950	1.7946	6.8952	20.655	13.760	9.9538	0.0462410	9.2639	10.538	1.2742
Median Rank	9.7296	0.27045	5.0296	17.647	12.617	10.0140	0.0142050	9.3274	10.636	1.3087
Mod Kap-Mei	10.6340	0.63378	5.4967	19.296	13.799	9.9909	0.0091197	9.3050	10.611	1.3059
Himp Data	5									
true value	Parameter bentuk (β) = 0.9					Parameter Skala (θ) = 10				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	0.96107	0.0610740	0.67207	1.4178	0.74577	10.186	0.18633	5.5773	15.967	10.39
Median Rank	0.85442	0.0455770	0.51991	1.2717	0.75183	10.64	0.6398	5.7385	17.119	11.38
Mod Kap-Mei	0.90646	0.0064574	0.55489	1.3508	0.79595	10.461	0.46075	5.6581	16.792	11.134
Himp Data	6									
true value	Parameter bentuk (β) = 2					Parameter Skala (θ) = 10				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	2.1430	0.143010	1.4931	3.1623	1.6692	10.014	0.014259	7.9288	12.435	4.5061
Median Rank	1.7815	0.218500	1.1667	3.0173	1.8506	10.204	0.20419	8.0137	12.659	4.6453
Mod Kap-Mei	1.9147	0.085286	1.0801	2.8070	1.7270	10.128	0.12827	7.9637	12.584	4.6199

Tabel A.3 Hasil Pendugaan Parameter θ dan β untuk data simulasi berdistribusi Weibull(θ, β) (lanjutan)

Himp Data	7									
true value	Parameter bentuk (β) = 5					Parameter Skala (θ) = 10				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	5.3589	0.358860	3.7428	7.7644	4.0216	9.9819	0.018077	9.0424	10.895	1.8522
Median Rank	4.7637	0.236350	2.8724	7.2623	4.3899	10.074	0.073676	9.0687	11.061	1.9925
Mod Kap-Mei	5.0531	0.053086	3.0617	7.6934	4.6317	10.042	0.041683	9.0442	11.037	1.9929
Himp Data	8									
true value	Parameter bentuk (β) = 10					Parameter Skala (θ) = 10				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	10.7850	0.78492	7.5819	15.367	7.7853	9.992	0.0079514	9.5143	10.426	0.912
Median Rank	9.6022	0.39777	5.7323	14.372	8.6397	10.031	0.031294	9.5545	10.492	0.93777
Mod Kap-Mei	10.1830	0.18307	6.1154	15.221	9.1055	10.016	0.016055	9.5442	10.474	0.93011
Himp Data	9									
true value	Parameter bentuk (β) = 0.9					Parameter Skala (θ) = 10				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	0.94527	0.045273	0.71094	1.2842	0.57330	10.128	0.12849	6.2379	14.705	8.4673
Median Rank	0.86876	0.031237	0.58420	1.2150	0.63078	10.458	0.45819	6.3209	15.492	9.1715
Mod Kap-Mei	0.90948	0.0094798	0.61504	1.2712	0.65614	10.322	0.32205	6.2392	15.196	8.9573

Tabel A.3 Hasil Pendugaan Parameter θ dan β untuk data simulasi berdistribusi Weibull(θ, β) (lanjutan)

Himp Data	10									
true value	Parameter bentuk (β) = 2					Parameter Skala (θ) = 10				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	2.0868	0.0868260	1.5621	2.7942	1.2321	9.9819	0.018136	8.1853	11.846	3.6612
Median Rank	1.9121	0.0879060	1.2622	2.6524	1.3902	10.144	0.14413	8.2744	12.079	3.8043
Mod Kap-Mei	2.0017	0.0017139	1.3289	2.7741	1.4452	10.083	0.082918	8.2389	11.982	3.7432
Himp Data	11									
true value	Parameter bentuk (β) = 5					Parameter Skala (θ) = 10				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	5.1917	0.1917400	3.9718	6.9276	2.9558	9.989	0.011007	9.2481	10.724	1.4754
Median Rank	4.7770	0.2230300	3.1147	6.7460	3.6313	10.056	0.055763	9.2877	10.84	1.5518
Mod Kap-Mei	5.0017	0.0016662	3.2911	7.0262	3.7351	10.031	0.031297	9.2627	10.806	1.5434
Himp Data	12									
true value	Parameter bentuk (β) = 10					Parameter Skala (θ) = 10				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	10.5200	0.52009	7.8775	13.859	5.9813	9.9932	0.0067771	9.6151	10.356	0.74067
Median Rank	9.6323	0.36773	6.1721	13.500	7.3282	10.027	0.026792	9.6388	10.423	0.78451
Mod Kap-Mei	10.0850	0.08451	6.5050	14.128	7.6232	10.015	0.014575	9.6328	10.409	0.77596

Tabel A.3 Hasil Pendugaan Parameter θ dan β untuk data simulasi berdistribusi Weibull(θ, β) (lanjutan)

Himp Data	13									
true value	Parameter bentuk (β) = 0.9					Parameter Skala (θ) = 10				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	0.91026	0.010261	0.78191	1.0608	0.27891	10.05	0.050494	7.9596	12.427	4.4679
Median Rank	0.87706	0.022944	0.70512	1.0585	0.35339	10.212	0.21239	8.0358	12.699	4.6633
Mod Kap-Mei	0.89564	0.004359	0.72081	1.0807	0.35994	10.146	0.146	7.9806	12.642	4.661
Himp Data	14									
true value	Parameter bentuk (β) = 2					Parameter Skala (θ) = 10				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	2.0306	0.030615	1.7204	2.3492	0.62887	10.009	0.0094274	8.9803	11.091	2.1107
Median Rank	1.9524	0.047602	1.5857	2.3378	0.75205	10.085	0.085263	9.0228	11.19	2.1668
Mod Kap-Mei	1.9938	0.006161	1.6189	2.3877	0.76877	10.055	0.055411	8.9899	11.156	2.1663
Himp Data	15									
true value	Parameter bentuk (β) = 5					Parameter Skala (θ) = 10				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	5.0802	0.080154	4.3679	5.9255	1.5577	10.008	0.0084534	9.62	10.421	0.80143
Median Rank	4.9117	0.088322	3.8654	5.9162	2.0508	10.038	0.038406	9.6303	10.458	0.82819
Mod Kap-Mei	5.0161	0.016073	3.9601	6.0395	2.0794	10.027	0.026594	9.6209	10.444	0.82341

Tabel A.3 Hasil Pendugaan Parameter θ dan β untuk data simulasi berdistribusi Weibull(θ, β) (lanjutan)

Himp Data	16									
true value	Parameter bentuk (β) = 10					Parameter Skala (θ) = 10				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	10.1150	0.114890	8.5638	11.970	3.4065	9.9985	0.0015188	9.7785	10.189	0.41081
Median Rank	9.7398	0.260210	7.7581	11.744	3.9861	10.014	0.013506	9.7921	10.217	0.42454
Mod Kap-Mei	9.9462	0.053771	7.9597	11.985	4.0249	10.008	0.0075957	9.7873	10.209	0.4215
Himp Data	17									
true value	Parameter bentuk (β) = 0.9					Parameter Skala (θ) = 10				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	0.90135	0.001233	0.86199	0.94390	0.081912	10.014	0.014256	9.3909	10.725	1.3340
Median Rank	0.89516	0.004843	0.83669	0.95350	0.116810	10.041	0.041069	9.3785	10.796	1.4179
Mod Kap-Mei	0.89877	0.001346	0.84007	0.95747	0.117400	10.027	0.026729	9.3612	10.779	1.4174
Himp Data	18									
true value	Parameter bentuk (β) = 2					Parameter Skala (θ) = 10				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	2.0031	0.003065	1.9099	2.1025	0.19261	9.9971	0.002911	9.6618	10.300	0.63808
Median Rank	1.9884	0.011612	1.8613	2.1117	0.25043	10.0100	0.009745	9.6725	10.316	0.64395
Mod Kap-Mei	1.9964	0.003551	1.8696	2.1200	0.25036	10.0030	0.003291	9.6667	10.310	0.64373

Tabel A.3 Hasil Pendugaan Parameter θ dan β untuk data simulasi berdistribusi Weibull(θ, β) (lanjutan)

Himp Data	19									
true value	Parameter bentuk (β) = 5					Parameter Skala (θ) = 10				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	5.0079	0.007905	4.7915	5.2379	0.44634	10.0020	0.001752	9.8806	10.129	0.24863
Median Rank	4.9719	0.028128	4.6483	5.3017	0.65336	10.0040	0.004364	9.8834	10.132	0.24853
Mod Kap-Mei	4.9919	0.008077	4.6671	5.3238	0.65676	9.9981	0.001869	9.8760	10.125	0.25967
Himp Data	20									
true value	Parameter bentuk (β) = 10					Parameter Skala (θ) = 10				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	10.0170	0.016974	9.5455	10.524	0.97818	9.9992	0.000757	9.9299	10.061	0.13073
Median Rank	9.9431	0.056880	9.2927	10.600	1.30680	10.0020	0.002192	9.9322	10.068	0.13578
Mod Kap-Mei	9.9833	0.016715	9.3293	10.640	1.31050	10.0010	0.000891	9.9309	10.067	0.1360

Tabel A.4 Hasil Pendugaan Parameter θ untuk data simulasi berdistribusi Eksponensial (θ)

Himp Data	1				
true value	Mean =2				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	1.9939	0.00606	0.92271	3.5681	2.6453
Median Rank	2.2811	0.28111	0.98057	4.2479	3.2673
Mod Kap-Mei	2.1325	0.13247	0.92345	3.9347	3.0112
Himp Data	2				
true value	Mean = 10				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	9.9146	0.08541	4.5072	17.069	12.561
Median Rank	11.2160	1.21560	4.8516	19.919	15.067
Mod Kap-Mei	10.4920	0.49183	4.5725	18.595	14.023
Himp Data	3				
true value	Mean = 20				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	19.939	0.0606	9.2271	35.681	26.453
Median Rank	22.811	2.8111	9.8057	42.479	32.673
Mod Kap-Mei	21.325	1.3247	9.2345	39.347	30.112
Himp Data	4				
true value	Mean = 2				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	1.9941	0.00589	1.2066	2.9383	1.7317
Median Rank	2.1650	0.16495	1.2430	3.3620	2.1191
Mod Kap-Mei	2.0664	0.066368	1.1941	3.1949	2.0008
Himp Data	5				
true value	Mean = 10				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	10.042	0.04181	5.9564	14.870	8.914
Median Rank	10.937	0.93674	6.4829	17.333	10.850
Mod Kap-Mei	10.437	0.43658	6.1713	16.478	10.307

Tabel A.4 Hasil Pendugaan Parameter θ untuk data simulasi berdistribusi Eksponensial (θ) (lanjutan)

Himp Data	6				
true value	Mean = 20				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	20.052	0.05214	12.282	30.161	17.878
Median Rank	21.901	1.90140	13.038	34.252	21.214
Mod Kap-Mei	20.898	0.89837	12.486	32.641	20.156
Himp Data	7				
true value	Mean =2				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	1.9961	0.003858	1.3879	2.7875	1.3996
Median Rank	2.1406	0.140620	1.4202	3.0470	1.6268
Mod Kap-Mei	2.0622	0.062241	1.3667	2.9353	1.5686
Himp Data	8				
true value	Mean = 10				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	9.9877	0.012286	8.1748	12.071	3.8961
Median Rank	10.3200	0.320340	8.2530	12.876	4.6226
Mod Kap-Mei	10.1410	0.141330	8.1274	12.629	4.5019
Himp Data	9				
true value	Mean = 20				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	20.051	0.05084	13.790	27.953	14.163
Median Rank	21.380	1.38010	14.216	30.757	16.541
Mod Kap-Mei	20.600	0.60049	13.738	29.611	15.873
Himp Data	10				
true value	Mean = 2				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	2.0006	0.000579	1.6110	2.4036	0.79259
Median Rank	2.0633	0.063301	1.6504	2.5769	0.92652
Mod Kap-Mei	2.0276	0.027644	1.6189	2.5294	0.91051

Tabel A.4 Hasil Pendugaan Parameter θ untuk data simulasi berdistribusi Eksponensial (θ) (lanjutan)

Himp Data	11				
true value	Mean = 10				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	9.9925	0.007451	8.2376	12.059	3.8217
Median Rank	10.2990	0.299230	8.2187	12.775	4.5562
Mod Kap-Mei	10.1210	0.121050	8.0840	12.585	4.5014
Himp Data	12				
true value	Mean = 20				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	19.997	0.003462	16.499	24.273	7.7741
Median Rank	20.574	0.574360	16.636	25.336	8.6998
Mod Kap-Mei	20.220	0.219850	16.349	24.854	8.5055
Himp Data	13				
true value	Mean = 0.1				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	2.0002	0.000208	1.8752	2.1248	0.24961
Median Rank	2.0112	0.011234	1.8689	2.1585	0.28952
Mod Kap-Mei	2.0044	0.004449	1.8637	2.1515	0.28782
Himp Data	14				
true value	Mean = 10				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	9.9976	0.002428	9.3886	10.592	1.2032
Median Rank	10.0440	0.044244	9.3658	10.745	1.3795
Mod Kap-Mei	10.0100	0.010349	9.3351	10.705	1.3699
Himp Data	15				
true value	Mean = 100				
	Mean	Bias	Lim Bwh	Lim Atas	Panj SK
Mle	19.998	0.001842	18.803	21.307	2.5042
Median Rank	20.105	0.104990	18.731	21.651	2.9199
Mod Kap-Mei	20.037	0.037365	18.666	21.577	2.9111

Lampiran B : Program Matlab Untuk Pendugaan Parameter Berdasarkan Metode MLE, Median Rank dan Modified Kaplan-Meier

B.1 Program Pendugaan Parameter Distribusi Normal (μ,σ^2)

```
clear;
n=100;
a=100;
b=4;
for i=1:1000,
   x=normrnd(a,b,n,1);
   est=mle('norm',x);
   est(2)=sqrt(n/(n-1))*est(2);
   mlea(i)=est(1);
   mleb(i)=est(2);
   x=sort(x);
   for j=1:n,
      r=(j-0.3)/(n+0.4);
      y1(j)=norminv(r,0,1);
      r=(j-0.5)/n;
      y1(j)=norminv(r,0,1);
   end
   reg1=regstats(y1,x,'linear',{'beta'});
   reg2=regstats(y2,x,'linear',{'beta'});
   rra(i,1)=-reg1.beta(1)/reg1.beta(2);
   rra(i,2)=-reg2.beta(1)/reg2.beta(2);
   rrb(i,1)=1/reg1.beta(2);
   rrb(i,2)=1/reg2.beta(2);
end
mlea=sort(mlea);
rra=sort(rra);
mleb=sort(mleb);
rrb=sort(rrb);
hasila(1,1)=mean(mlea);
hasila(1,2)=abs(a-mean(mlea));
```

```
hasila(1,3)=mlea(25);
hasila(1,4)=mlea(975);
hasila(1,5)=abs(hasila(1,4)-hasila(1,3));
hasilb(1,1)=mean(mleb);
hasilb(1,2)=abs(b-mean(mleb));
hasilb(1,3)=mleb(25);
hasilb(1,4)=mleb(975);
hasilb(1,5)=abs(hasilb(1,4)-hasilb(1,3));
rataa=mean(rra,1);
ratab=mean(rrb,1);
for i=1:2,
   hasila(i+1,1)=rataa(i);
   hasila(i+1,2)=abs(a-rataa(i));
   hasila(i+1,3)=rra(25,i);
   hasila(i+1,4)=rra(975,i);
   hasila(i+1,5)=abs(hasila(i+1,4)-hasila(i+1,3));
   hasilb(i+1,1)=ratab(i);
   hasilb(i+1,2)=abs(b-ratab(i));
   hasilb(i+1,3)=rrb(25,i);
   hasilb(i+1,4)=rrb(975,i);
   hasilb(i+1,5)=abs(hasilb(i+1,4)-hasilb(i+1,3));
end
```

B.2 Program Pendugaan Parameter Distribusi Lognormal (μ, σ^2)

```
clear;
n=50;
a=100;
b=20;
for i=1:1000,
   x=lognrnd(a,b,n,1);
   est=lognfit(x);
   est(2)=sqrt(n/(n-1))*est(2);
   mlea(i)=est(1);
   mleb(i)=est(2);
   x=sort(x);
```

```
    x=log(x);
    for j=1:n,
       r=(j-0.3)/(n+0.4);
       y1(j)=norminv(r,0,1);
       r=(j-0.5)/n;
       y2(j)=norminv(r,0,1);
    end
    reg1=regstats(y1,x,'linear',{'beta'});
    reg2=regstats(y2,x,'linear',{'beta'});
    p=exp(-reg1.beta(1)/reg1.beta(2));
    rra(i,1)=log(p);
    p=exp(-reg2.beta(1)/reg2.beta(2));
    rra(i,2)=log(p);
    rrb(i,1)=1/reg1.beta(2);
    rrb(i,2)=1/reg2.beta(2);
end
mlea=sort(mlea);
rra=sort(rra);
mleb=sort(mleb);
rrb=sort(rrb);
hasila(1,1)=mean(mlea);
hasila(1,2)=abs(a-mean(mlea));
hasila(1,3)=mlea(25);
hasila(1,4)=mlea(975);
hasila(1,5)=abs(hasila(1,4)-hasila(1,3));
hasilb(1,1)=mean(mleb);
hasilb(1,2)=abs(b-mean(mleb));
hasilb(1,3)=mleb(25);
hasilb(1,4)=mleb(975);
hasilb(1,5)=abs(hasilb(1,4)-hasilb(1,3));
rataa=mean(rra,1);
ratab=mean(rrb,1);
for i=1:2,
    hasila(i+1,1)=rataa(i);
    hasila(i+1,2)=abs(a-rataa(i));
```

```
  hasila(i+1,3)=rra(25,i);
  hasila(i+1,4)=rra(975,i);
  hasila(i+1,5)=abs(hasila(i+1,4)-hasila(i+1,3));
  hasilb(i+1,1)=ratab(i);
  hasilb(i+1,2)=abs(b-ratab(i));
  hasilb(i+1,3)=rrb(25,i);
  hasilb(i+1,4)=rrb(975,i);
  hasilb(i+1,5)=abs(hasilb(i+1,4)-hasilb(i+1,3));
end
```

B. 3 Program Pendugaan Parameter Distribusi Weibull (θ, β)

```
clear;
n=1000;
a=1000;
b=50;
for i=1:1000,
  x=wblrnd(a,b,n,1);
  est=mle('wbl',x);
  mlea(i)=est(1);
  mleb(i)=est(2);
  x=sort(x);
  x=log(x);
  for j=1:n,
    r=(j-0.3)/(n+0.4);
    y1(j)=log(log(1/(1-r)));
    r=(j-0.5)/n;
    y2(j)=log(log(1/(1-r)));
  end
  reg1=regstats(y1,x,'linear',{'beta'});
  reg2=regstats(y2,x,'linear',{'beta'});
  rra(i,1)=exp(-reg1.beta(1)/reg1.beta(2));
  rra(i,2)=exp(-reg2.beta(1)/reg2.beta(2));
  rrb(i,1)=reg1.beta(2);
  rrb(i,2)=reg2.beta(2);
end
```

```
mlea=sort(mlea);
rra=sort(rra);
mleb=sort(mleb);
rrb=sort(rrb);
hasila(1,1)=mean(mlea);
hasila(1,2)=abs(a-mean(mlea));
hasila(1,3)=mlea(25);
hasila(1,4)=mlea(975);
hasila(1,5)=abs(hasila(1,4)-hasila(1,3));
hasilb(1,1)=mean(mleb);
hasilb(1,2)=abs(b-mean(mleb));
hasilb(1,3)=mleb(25);
hasilb(1,4)=mleb(975);
hasilb(1,5)=abs(hasilb(1,4)-hasilb(1,3));
rataa=mean(rra,1);
ratab=mean(rrb,1);
for i=1:2,
   hasila(i+1,1)=rataa(i);
   hasila(i+1,2)=abs(a-rataa(i));
   hasila(i+1,3)=rra(25,i);
   hasila(i+1,4)=rra(975,i);
   hasila(i+1,5)=abs(hasila(i+1,4)-hasila(i+1,3));
   hasilb(i+1,1)=ratab(i);
   hasilb(i+1,2)=abs(b-ratab(i));
   hasilb(i+1,3)=rrb(25,i);
   hasilb(i+1,4)=rrb(975,i);
   hasilb(i+1,5)=abs(hasilb(i+1,4)-hasilb(i+1,3));
end
```

B.4 Program Pendugaan Parameter Distribusi Eksponensial (θ)

```
clear;
n=100;
a=100;
for i=1:1000,
   x=exprnd(a,n,1);
```

```
    est=mle('exp',x);
    mlea(i)=est(1);
    x=sort(x);
    for j=1:n,
       r=(j-0.3)/(n+0.4);
       y1(j)=log(1-r);
       r=(j-0.5)/n;
       y2(j)=log(1-r);
    end
    reg1=regress(y1',x);
    reg2=regress(y2',x);
    rra(i,1)=-1/reg1;
    rra(i,2)=-1/reg2;
end
mlea=sort(mlea);
rra=sort(rra);
hasila(1,1)=mean(mlea);
hasila(1,2)=abs(a-mean(mlea));
hasila(1,3)=mlea(25);
hasila(1,4)=mlea(975);
hasila(1,5)=abs(hasila(1,4)-hasila(1,3));
rataa=mean(rra,1);
for i=1:2,
    hasila(i+1,1)=rataa(i);
    hasila(i+1,2)=abs(a-rataa(i));
    hasila(i+1,3)=rra(25,i);
    hasila(i+1,4)=rra(975,i);
    hasila(i+1,5)=abs(hasila(i+1,4)-hasila(i+1,3));
end
```

RIWAYAT PENULIS

RIWAYAT PENULIS

Winarti dilahirkan di Lamongan, 17 September 1985, adalah anak kedua dari dua bersaudara. Pendidikan formal penulis adalah SD Negeri Segoromadu Gresik, SLTP Negeri II Gresik, dan SMU Negeri 1 Gresik. Pada tahun 2003 penulis diterima di jurusan Statistika FMIPA – ITS melalui jalur PMDK (Penelusuran Minat dan Kemampuan) dan terdaftar dengan
Nrp. 1303 100 022.