



TESIS - SS235401

**ESTIMASI PARAMETER DAN PENGUJIAN HIPOTESIS
PADA MODEL *GEOGRAPHICALLY WEIGHTED
BIVARIATE ZERO-INFLATED NEGATIVE BINOMIAL
REGRESSION***

**HENNI JOVITA SARI
NRP.6003221016**

Dosen Pembimbing:
Prof. Dr. Purnadi, M.Sc.
Jerry Dwi Trijoyo Purnomo, S.Si., M.Si., Ph.D.

Program Studi Magister Statistika
Departemen Statistika
Fakultas Sains dan Analitika Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya
2024



TESIS - SS235401

**ESTIMASI PARAMETER DAN PENGUJIAN HIPOTESIS
PADA MODEL *GEOGRAPHICALLY WEIGHTED BIVARIATE
ZERO-INFLATED NEGATIVE BINOMIAL REGRESSION***

**HENNI JOVITA SARI
NRP.6003221016**

**Dosen Pembimbing:
Prof. Dr. Purhadi, M.Sc.
Jerry Dwi Trijoyo Purnomo, S.Si., M.Si., Ph.D.**

**Program Studi Magister Statistika
Departemen Statistika
Fakultas Sains dan Analitika Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya
2024**



THESIS - SS235401

**PARAMETERS ESTIMATION AND MODEL
HYPOTHESIS TESTING ON GEOGRAPHICALLY
WEIGHTED BIVARIATE ZERO-INFLATED NEGATIVE
BINOMIAL REGRESSION**

**HENNI JOVITA SARI
NRP.6003221016**

**Supervisors:
Prof. Dr. Purhadi, M.Sc.
Jerry Dwi Trijoyo Purnomo, S.Si., M.Si., Ph.D.**

**Master of Statistics Study Program
Department of Statistics
Faculty of Science and Data Analytics
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya
2024**

LEMBAR PENGESAHAN TESIS

Tesis disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar
Magister Statistika (M.Stat)

di

Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Oleh:

HENNI JOVITA SARI

NRP: 6003221016

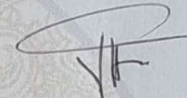
Tanggal Ujian: 19 Juli 2024

Periode Wisuda: September 2024

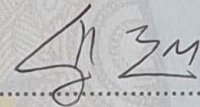
Disetujui oleh:

Pembimbing:

1. Prof. Dr. Drs. Purhadi, M.Sc
NIP: 19620204 198701 1 001

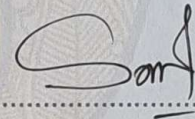


1. Jerry Dwi Trijoyo Purnomo, S.Si, M.Si, Ph.D
NIP: 19810223 200812 1 003

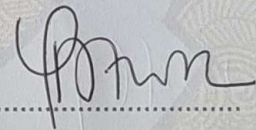


Penguji:

2. Santi Wulan Purnami, S.Si, M.Si, Ph.D
NIP: 19720923 199803 2 001



3. Widhianingsih Tintrim Dwi Ary, S.Si, M.Stat, Ph.D
NIP: 2022199512001



Kepala Departemen Statistika
Fakultas Sains dan Analitika Data



Dr. Dra. Kartika Fithriasari, M.Si
NIP: 19691212 199303 2 002



(Halaman ini sengaja dikosongkan)

ESTIMASI PARAMETER DAN PENGUJIAN HIPOTESIS PADA MODEL *GEOGRAPHICALLY WEIGHTED BIVARIATE ZERO-INFLATED NEGATIVE BINOMIAL REGRESSION*

Nama : Henni Jovita Sari
NRP : 6003221016
Pembimbing : Prof. Dr. Purnadi, M.Sc.
Co-Pembimbing : Jerry Dwi Trijoyo P., S.Si., M.Si., Ph.D.

ABSTRAK

Geographically Weighted Bivariate Zero-Inflated Negative Binomial Regression (GWBZINBR) adalah salah satu metode yang dapat digunakan untuk menganalisis variabel respon cacahan yang mengalami overdispersi diakibatkan adanya *excess zero*. GWBZINBR merupakan pengembangan regresi *bivariate Negative Binomial* dengan adanya *excess zero* dan mengakomodasi heterogenitas spasial antar observasi, dimana setiap observasi akan diberikan pembobot *Adaptive Gaussian Kernel*. Estimasi parameter model GWBZINBR dilakukan dengan menggunakan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dengan iterasi numerik *Berndt-Hall-Hall-Hausman* (BHHH), sedangkan pengujian hipotesis menggunakan *Maximum Likelihood Ratio Test* (MLRT). Selanjutnya, metode GWBZINBR diaplikasikan pada kasus jumlah kematian ibu hamil dan jumlah kematian ibu nifas di Kabupaten Cilacap dan Kabupaten Kebumen tahun 2021 dengan menggunakan 4 variabel prediktor yang diduga berpengaruh terhadap jumlah kematian ibu hamil dan jumlah kematian ibu nifas di Kabupaten Cilacap dan Kabupaten Kebumen tahun 2021. Pada penelitian ini diketahui bahwa GWBZINBR lebih baik daripada BZINBR yang ditunjukkan dengan nilai *Akaike Information Criterion Corrected* (AICc) dan *Sum Square Error* (SSE) pada model GWBZINBR lebih kecil dibandingkan dengan *Bivariate Zero-Inflated Negative Binomial Regression* (BZINBR). Pemodelan GWBZINBR menghasilkan 3 kelompok kecamatan berdasarkan kesamaan variabel yang signifikan terhadap jumlah kematian ibu hamil maupun jumlah kematian ibu nifas, namun untuk *zero-inflated state* tidak membentuk kelompok karena seluruh variabel prediktor berpengaruh signifikan terhadap jumlah kematian ibu hamil dan jumlah kematian ibu nifas. Persentase ibu hamil yang mendapatkan tablet tambah darah berpengaruh signifikan pada semua kecamatan berdasarkan jumlah kematian ibu hamil dan jumlah kematian ibu nifas.

Kata kunci: BHHH, *Excess Zero*, GWBZINBR, MLE, MLRT, Kematian Ibu

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

***PARAMETERS ESTIMATION AND MODEL HYPOTHESIS
TESTING ON GEOGRAPHICALLY WEIGHTED BIVARIATE
ZERO-INFLATED NEGATIVE BINOMIAL REGRESSION***

Name : Henni Jovita Sari
NRP : 6003221016
Supervisor : Prof. Dr. Purhadi, M.Sc.
Co-supervisor : Jerry Dwi Trijoyo P., S.Si., M.Si., Ph.D.

ABSTRACT

Geographically Weighted Bivariate Zero-Inflated Negative Binomial Regression (GWBZINBR) is one of the methods that can be used to analyze response variables with overdispersion due to excess zero. GWBZINBR is a development of bivariate Negative Binomial regression with excess zero and accommodates spatial heterogeneity between observations, where each observation will be given an Adaptive Gaussian Kernel weight. Parameter estimation of the GWBZINBR model uses Maximum Likelihood Estimation (MLE) with Berndt-Hall-Hausman (BHHH) numerical iteration, while hypothesis testing uses Maximum Likelihood Ratio Test (MLRT). Furthermore, the GWBZINBR method is applied to the case of the number of deaths of pregnant women and the number of deaths of postpartum women in Cilacap and Kebumen in 2021 using 4 predictor variables that are thought to affect the number maternal mortality and the number postpartum mortality in Cilacap and Kebumen in 2021. In this study, it is known that GWBZINBR is better than Bivariate Zero-Inflated Negative Binomial Regression (BZINBR), which is indicated by the value of Akaike Information Criterion Corrected (AICc) and Sum Square Error (SSE) of the GWBZINBR model is smaller than BZINBR. GWBZINBR modeling produces 3 groups of sub-districts based on the similarity of variables that are significant to the number of maternal mortality and the number of postpartum mortality, but the zero-inflated state does not form groups because all predictor variables have a significant effect. The percentage of pregnant women who received blood supplement tablets was significant in all sub-districts based on the number of maternal mortality and the number of postpartum mortality.

Keywords: *BHHH, Excess Zero, GWBZINBR, Maternal Mortality, MLE, MLRT*

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan ke hadirat Allah SWT karena atas karunia-Nya, tesis yang berjudul “Estimasi Parameter dan Pengujian Hipotesis pada Model *Geographically Weighted Bivariate Zero-Inflated Negative Binomial Regression*” dapat diselesaikan tepat waktu. Tesis ini digunakan untuk memenuhi salah satu persyaratan untuk menyelesaikan pendidikan pada Program Magister, Departemen Statistika, Fakultas Sains dan Analitika Data ITS.

Pada penyusunan tesis ini tentunya tidak akan berjalan dengan baik tanpa dukungan dan bimbingan dari berbagai pihak, sehingga penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Ayah Prin Siswoyo dan Ibu Siti Nurhayatin selaku orang tua penulis yang senantiasa memberikan doa dan dukungan kepada penulis.
2. Mas Randa Hanif Saputra selaku suami penulis yang telah memberikan banyak dukungan dan motivasi kepada penulis.
3. Mbak Ines Melita, Mas Ridzky Yuda, dan Mbak Pritha selaku saudara penulis yang memberikan banyak dukungan kepada penulis.
4. Bapak Prof. Dr. Purhadi, M.Sc. selaku dosen pembimbing dan Bapak Jerry Dwi Trijoyo Purnomo, S.Si., M.Si., Ph.D. selaku co-pembimbing yang telah memerikan arahan selama penyusunan tesis ini.
5. Ibu Santi Wulan Purnami, S.Si.,M.Si. Ph.D. selaku Sekretaris I Departemen Statistika ITS sekaligus sebagai dosen penguji dan Ibu Widhianingsih Tintrim Dwi Ary, S.Si., M.Stat., Ph.D. selaku dosen penguji yang telah memberikan masukan terkait dengan tesis ini.
6. Ibu Dr. Kartika Fithriasari selaku Kepala Departemen Statistika, Fakultas Sains dan Analitika Data ITS.
7. Bapak Dr.rer.pol. Dedy Dwi Prastyo selaku Kepala Program Studi Pascasarjana Departemen Statistika, Fakultas Sains dan Analitika Data, ITS.
8. Ibu Prof. Dr. Vita Ratnasari, M.Si. selaku Sekertaris Departemen II Statistika ITS.

9. Seluruh dosen dan tenaga pendidikan Departemen Statistika, Fakultas Sains dan Analitika Data, ITS.
10. Teman-teman mahasiswa Program Magister Statistika ITS yang memberikan banyak bantuan dan inspirasi kepada penulis.

Penulis menyadari bahwa masih banyak kekurangan terkait dengan penyusunan tesis ini. Akhir kata penulis berharap semoga laporan tesis ini bermanfaat dan memberikan pengetahuan baru bagi pembaca.

Surabaya, Juli 2024

Penulis

DAFTAR ISI

LEMBAR PENGESAHAN	i
ABSTRAK	iii
ABSTRACT	v
KATA PENGANTAR	vii
DAFTAR ISI.....	ix
DAFTAR TABEL.....	xiii
DAFTAR GAMBAR	xv
DAFTAR LAMPIRAN.....	xvii
BAB 1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	6
1.3 Tujuan Penelitian	6
1.4 Manfaat Penelitian	6
1.5 Batasan Masalah	7
1.6 <i>Roadmap</i> Penelitian	8
BAB 2 TINJAUAN PUSTAKA	9
2.1 <i>Negative Binomial Regression</i>	9
2.1.1 <i>Univariate Negative Binomial Regression</i>	9
2.1.2 <i>Bivariate Negative Binomial Regression</i>	10
2.2 <i>Zero-Inflated Negative Binomial Regression</i>	11
2.2.1 <i>Univariate Zero-Inflated Negative Binomial Regression</i>	11
2.2.2 <i>Bivariate Zero-Inflated Negative Binomial Regression</i>	14
2.3 <i>Geographically Weighted Bivariate Zero-Inflated Negative Binomial Regression</i>	20
2.4 Equidispersi, Korelasi, dan Multikolinearitas	21
2.4.1 Equidispersi.....	21
2.4.2 Korelasi.....	22
2.4.3 Multikolinearitas.....	22
2.5 Efek Spasial	23
2.5.1 Heterogenitas Spasial.....	23

2.5.2 Matriks Pembobot	24
2.6 Kriteria Pemilihan Model Terbaik	25
2.7 Jumlah Kematian Ibu Hamil dan Ibu Nifas	26
BAB 3 METODE PENELITIAN	31
3.1 Tahapan Estimasi Parameter GWBZINBR.....	31
3.2 Tahapan Pengujian Hipotesis GWBZINBR.....	36
3.3 Sumber Data.....	38
3.4 Variabel Penelitian	39
3.5 Struktur Data	41
3.6 Tahapan Pemodelan GWBZINBR Pada Kasus Kematian Ibu Hamil dan Kematian Ibu Nifas	41
3.7 Diagram Alir	43
BAB 4 HASIL DAN PEMBAHASAN	45
4.1 Estimasi Parameter Model GWBZINBR	45
4.2 Pengujian Hipotesis Model GWBZINBR	47
4.2.1 Pengujian Serentak.....	47
4.2.2 Pengujian Parsial	51
4.3 Pemodelan Model GWBZINBR	52
4.3.1 Gambaran Umum Kabupaten Cilacap dan Kebumen.....	52
4.3.2 Gambaran Umum Variabel Penelitian.....	53
4.3.3 Deteksi Equidispersi	57
4.3.4 Pengujian Korelasi Variabel Respon	57
4.3.5 Deteksi Multikolinieritas	58
4.3.6 Korelasi Variabel Respon dan Variabel Prediktor.....	58
4.3.7 Pemodelan Jumlah Kematian Ibu Hamil dan Jumlah Kematian Ibu Nifas di Kabupaten Cilacap dan Kebumen 2021 dengan BZINBR ...	59
4.3.8 Pemodelan Jumlah Kematian Ibu Hamil dan Jumlah Kematian Ibu Nifas di Kabupaten Cilacap dan Kebumen 2021 dengan GWBZINBR	61
4.3.9 Pemilihan Model Terbaik	68
BAB 5 KESIMPULAN DAN SARAN	71
5.1 Kesimpulan	71

5.2	Saran	72
	DAFTAR PUSTAKA	73
	LAMPIRAN.....	77
	BIOGRAFI PENULIS	153

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Penelitian Terdahulu	28
Tabel 3.1	Data Kecamatan Berdasarkan GWBZINBR Tipe II.....	39
Tabel 3.2	Variabel Penelitian	39
Tabel 3.3	Struktur Data Penelitian	41
Tabel 4.1	Nilai Awal untuk Mendapatkan Estimator BZINBR	46
Tabel 4.1	Analisis Deskriptif Variabel Penelitian.....	53
Tabel 4.2	Deteksi Multikolinieritas.....	58
Tabel 4.3	Korelasi Variabel Prediktor dan Variabel Respon	59
Tabel 4.4	Nilai Taksiran Parameter Model BZINBR.....	60
Tabel 4.5	Uji kesamaan model BZINBR dan GWBZINBR	62
Tabel 4.6	Nilai Taksiran Parameter Model GWBZINBR.....	63
Tabel 4.7	Perbandingan Tanda Korelasi dan Taksiran Parameter Model GWBZINBR di Kecamatan Petanahan (<i>Negative Binomial State</i>) ...	66
Tabel 4.8	Perbandingan Tanda Korelasi dan Taksiran Parameter Model GWBZINBR di Kecamatan Petanahan (<i>Zero-Inflated State</i>).....	66
Tabel 4.9	Variabel Signifikan Terhadap Jumlah Kematian Ibu Hamil pada Setiap Kecamatan.....	68
Tabel 4.10	Variabel Signifikan Terhadap Jumlah Kematian Ibu Nifas pada Setiap Kecamatan.....	69
Tabel 4.11	Pemilihan Model Terbaik.....	69
Tabel 4.12	Perbandingan MSE Model BZINBR dan GWBZINBR	70

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1. 1 Persebaran (a) Kematian Ibu Hamil dan (b) Kematian Ibu Nifas	4
Gambar 1. 2 <i>Roadmap</i> Penelitian	8
Gambar 2. 1 Kerangka Teori Determinan Penyebab Kematian Ibu (McCharty & Maine, 1992)	27
Gambar 2. 2 Kerangka Konsep Penelitian.....	30
Gambar 3. 1 Diagram Alir Estimasi Parameter GWBZINBR	35
Gambar 3. 2 Diagram Alir Pengujian Hipotesis GWBZINBR.....	38
Gambar 3. 3 Peta Kabupaten Cilacap dan Kabupaten Kebumen.....	39
Gambar 3. 4 Kerangka Kerja Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Jumlah Kematian Ibu Hamil dan Ibu Nifas	40
Gambar 3. 5 Diagram Alir Tahap Pemodelan GWBZINBR Secara Aplikatif	43
Gambar 4. 1 Peta Wilayah Kabupaten Cilacap dan Kabupaten Kebumen.....	52
Gambar 4. 2 Persebaran Persentase Kunjungan Ibu Hamil K4	54
Gambar 4. 3 Persebaran Persentase Ibu Hamil Mendapatkan TTD	55
Gambar 4. 4 Persebaran Persentase Rumah Tangga dengan Sanitasi Layak	56
Gambar 4. 5 Persebaran Persentase Rasio Bidan Per 100.000 Penduduk	56
Gambar 4. 6 Pengelompokan Kecamatan untuk Model <i>Negative Binomial State</i> Pada Jumlah Kematian Ibu Hamil	67
Gambar 4. 7 Pengelompokan Kecamatan untuk Model <i>Negative Binomial State</i> Pada Jumlah Kematian Ibu Nifas.....	68

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Data Penelitian.....	77
Lampiran 2 Fungsi <i>Likelihood</i> GWBZINBR.....	79
Lampiran 3 Fungsi <i>ln Likelihood</i> GWBZINBR.....	81
Lampiran 4 Turunan Pertama <i>ln Likelihood</i> GWBZINBR.....	83
Lampiran 5 Fungsi <i>Likelihood</i> Himpunan Parameter di Bawah H_0 GWBZINBR	100
Lampiran 6. Fungsi <i>ln Likelihood</i> Himpunan Parameter di Bawah H_0 GWBZINBR $L(\omega)$	102
Lampiran 7 Turunan Fungsi <i>ln Likelihood</i> Himpunan Parameter di Bawah H_0 GWBZINBR $L(\omega)$	104
Lampiran 8 <i>Output</i> Statistika Deskriptif.....	121
Lampiran 9 <i>Output</i> Korelasi.....	122
Lampiran 10 <i>Output</i> Deteksi Multikolinieritas	123
Lampiran 11 <i>Output</i> Uji Serentak BZINBR	124
Lampiran 12 <i>Output</i> Uji Parsial BZINBR	125
Lampiran 13 <i>Output</i> Uji Heterogenitas Spasial	126
Lampiran 14 Jarak Euclidean.....	127
Lampiran 15 Pembobot Fungsi Kernel <i>Adaptive Gaussian</i>	128
Lampiran 16 <i>Output</i> Uji Serentak GWBZINBR.....	129
Lampiran 17 <i>Output</i> Penaksir Parameter β Model GWBZINBR.....	130
Lampiran 18 <i>Output</i> Penaksir Parameter δ Model GWBZINBR.....	132
Lampiran 19 <i>Output</i> P-value Parameter β Model GWBZINBR	134
Lampiran 20 <i>Output</i> P-value Parameter δ Model GWBZINBR	136
Lampiran 21 Syntax Estimasi Parameter GWBZINBR.....	138

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Data cacahan dalam statistik mengacu pada data banyak kejadian dalam kurun waktu tertentu dan merupakan variabel random bernilai non negatif (Hilbe, 2014). Data dengan kasus variabel respon berupa cacahan sering menggunakan distribusi Poisson dengan analisis regresi Poisson (Agresti, 2002). Regresi Poisson merupakan regresi non linier dengan variabel respon yang diasumsikan berasal dari distribusi Poisson. Salah satu asumsi yang harus dipenuhi adalah equidispersi. Equidispersi merupakan kondisi adanya kesamaan nilai mean dan varians pada variabel respon. Namun pada kenyataannya equidispersi tidak terpenuhi pada kasus riil. Data riil dapat memiliki nilai mean lebih besar daripada varians (underdispersi) atau nilai mean kurang dari nilai varians (overdispersi). Overdispersi dapat menyebabkan standar eror estimasi menjadi diragukan sehingga suatu variabel prediktor dapat signifikan pada model walaupun secara teori tidak signifikan (Hilbe, 2014). Data dengan overdispersi tidak dapat dianalisis menggunakan regresi Poisson sehingga perlu dianalisis dengan pengembangan dari regresi Poisson.

Salah satu penyebab adanya overdispersi adalah persentase nilai nol yang berlebih (*excess zeros*) pada data yang dianalisis. Distribusi *Mixture* Poisson dapat dipertimbangkan sebagai metode untuk mengatasi overdispersi. Distribusi *mixture* Poisson adalah perpaduan antara distribusi Poisson dan distribusi yang lain baik diskrit maupun kontinu. Salah satu jenis *mixture* Poisson adalah *Zero-Inflated* Poisson (ZIP) (Lambert, 1992), *Generalized* Poisson (Consul dan Famoye, 1992) dan *Negative Binomial* (Hutchinson dan Holman, 2005).

Model ZIP dapat digunakan untuk mengatasi overdispersi yang disebabkan oleh *excess zeros* dimana model tersebut terdiri dari dua bagian yaitu model Poisson *state* dan model logit. Model Poisson *state* digunakan untuk mewakili data cacahan yang bukan bernilai nol sedangkan model logit digunakan untuk mewakili data cacahan yang bernilai nol. Data yang dianalisis menggunakan ZIP adalah variabel

respon . Distribusi ZIP dapat digunakan apabila variabel respon memiliki data bernilai nol diatas 50% (Lambert, 1992). ZIP dapat menangani data dengan banyak nilai nol maupun tidak nol, namun ZIP memiliki kelemahan dalam mengatasi data bernilai bukan nol sehingga pengembangan dari ZIP dapat dilakukan dengan menggabungkan distribusi ZI dengan distribusi Binomial Negatif (Ridout dkk, 2001). Metode Binomial Negatif memiliki kelebihan dibandingkan dengan model Poisson karena tidak mengharuskan nilai rata-rata sama dengan nilai varians sehingga dapat digunakan dalam mengatasi overdispersi (Hilbe, 1993).

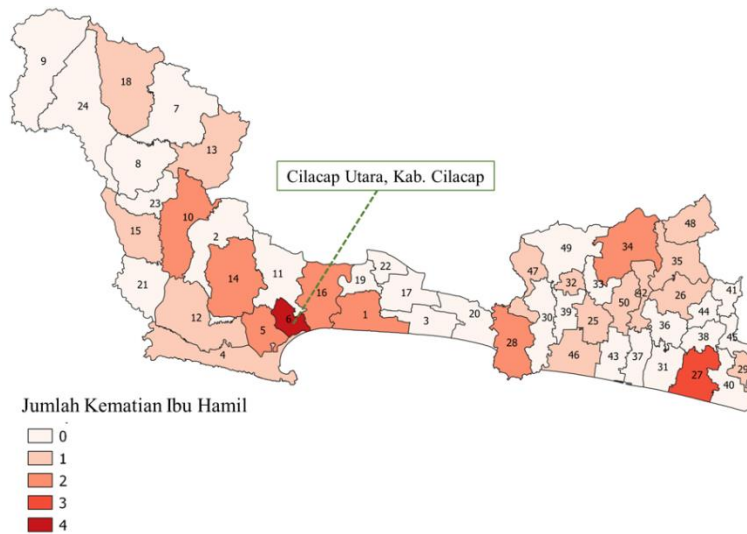
Perpaduan antara ZI dan distribusi Binomial Negatif dapat dikembangkan menjadi metode baru yaitu *Zero-Inflated Negative Binomial* (ZINB). ZINB dapat digunakan untuk mengatasi *excess zero* dan overdispersi pada data cacahan. Menurut Mamun (2014) persentase nilai nol sebesar 20% hingga 60% dapat dengan baik digunakan untuk model ZIP dan ZINB, senagkan persentase diatas 80% membuat overdispersi pada data menjadi tidak signifikan. Pemodelan ZINBR selanjutnya dapat dikembangkan menjadi ZINBR bivariat (BZINBR). Model BZINBR dibedakan menjadi dua tipe yaitu tipe I dan tipe II. Model BZINBR tipe I memiliki variabel respon yang hanya terdiri atas $Y_1, Y_2 = 0$ dan $Y_1, Y_2 \neq 0$ sedangkan model BZINBR tipe II memiliki variabel respon yang terdiri dari empat kombinasi nilai Y_1 dan Y_2 (Ismail dan Zamani, 2013). Azwarini (2023) pernah melakukan penaksiran dan pengujian hipotesis pada model BZINBR yang dimana hasil pemodelan BZINBR adalah seluruh variabel prediktor berpengaruh terhadap variabel respon.

Pemodelan statistik yang sering digunakan untuk memodelkan hubungan antar variabel adalah regresi dimana parameter yang dihasilkan berlaku secara global yang artinya model yang terbentuk dianggap sesuai untuk seluruh lokasi pengamatan. Fotheringham, dkk (1998) mengembangkan model regresi secara spasial yang dikenal sebagai *Geographically Weighted Regression* (GWR). GWR merupakan pemodelan spasial dengan pendekatan titik yang bersifat lokal sehingga parameter model yang dihasilkan akan berbeda-beda pada setiap lokasi. Hasil akhir dari GWR adalah perbedaan pengaruh variabel prediktor terhadap variabel respon berdasarkan lokasi. Penelitian dengan pendekatan spasial untuk respon diskrit yang

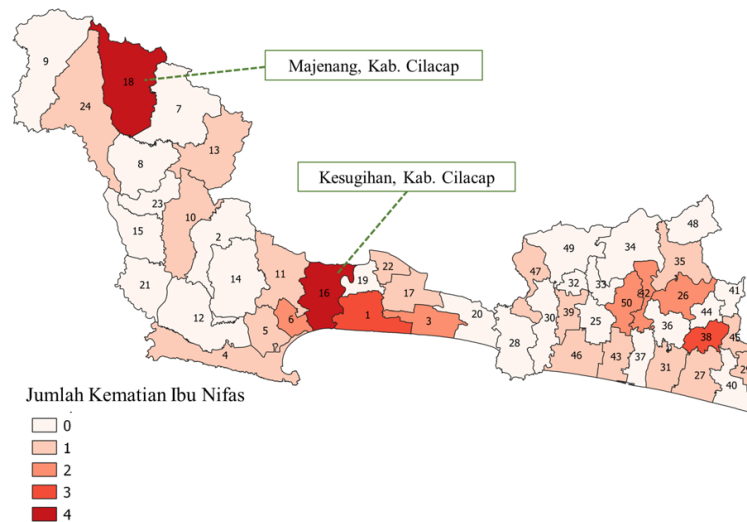
mengalami overdispersi dikarenakan adanya *excess zeros* telah dilakukan oleh beberapa peneliti yaitu *Geographically Weighted Multivariate Zero-Inflated Generalized Poisson Regression* (Sari, dkk., 2021) dan *Geographically Weighted Bivariate Zero-Inflated Poisson Inverse Gaussian Regression* (Sari, dkk., 2021).

Pada penelitian ini dikembangkan model *Geographically Weighted* untuk model BZINBR agar dapat mengakomodasi heterogenitas spasial untuk data cacahan yang tidak memenuhi asumsi equidispersi karena adanya *excess zeros*. Perbedaan BZINBR dan GWBZINBR terletak pada pembobot spasial dan terdapat titik koordinat pada masing-masing lokasi. Penelitian ini menggunakan fungsi pembobot *Adaptive Gaussian Kernel*. Penaksiran parameter dilakukan dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Persamaan yang dihasilkan oleh metode MLE belum tentu *close form* yang artinya dalam persamaan masih terdapat parameter yang tidak diketahui sehingga diperlukan iterasi numerik untuk mendapatkan taksiran parameter (Pratiwi & Ispriyanti, 2006). Metode iterasi numerik yang dapat digunakan antara lain *Newton Raphson*, *Berndt-Hall-Hall-Hausman* (BHHH) dan *Expectation-Maximization* (EM) (Mardalena, 2022).

GWBZINBR dengan iterasi numerik BHHH dapat diterapkan pada kasus jumlah kematian ibu karena merupakan data cacahan berdistribusi Poisson dimana frekuensi kematian ibu selalu bernilai non negatif namun terdapat *overdispersi* sehingga dapat menggunakan pendekatan distribusi Binomial Negatif. Pada tahun 2017 hingga 2021 angka kematian ibu di Jawa Tengah terus mengalami peningkatan dimana peningkatan jumlah kematian ibu tertinggi terdapat pada tahun 2021. Berdasarkan 35 Kabupaten/Kota di Jawa Tengah, Kabupaten Cilacap dan Kabupaten Kebumen merupakan daerah yang memiliki kasus kematian ibu yang tinggi dimana masing-masing terdapat 45 dan 38 kasus. Kematian ibu di Provinsi Jawa Tengah pada tahun 2021 sebesar 50,74% merupakan kematian ibu saat nifas, 41,94% kematian ibu saat hamil, dan 7,32% kematian ibu saat persalinan. Berdasarkan data tersebut, maka dapat dikatakan dua penyebab tertinggi dari AKI di Jawa Tengah disebabkan oleh kematian ibu saat nifas dan saat hamil (Dinas Kesehatan Jawa Tengah, 2021). Persebaran kasus kematian ibu hamil dan kematian ibu nifas sesuai pada Gambar 1.1.



(a)



(b)

Gambar 1. 1 Persebaran (a) Kematian Ibu Hamil dan (b) Kematian Ibu Nifas

Persentase nilai nol pada jumlah kematian ibu hamil dan ibu nifas pada penelitian ini masing-masing sebesar 52% dan 48% hal tersebut juga dapat dilihat pada peta persebaran jumlah kematian ibu hamil dan nifas pada Gambar 1.1. Berdasarkan Gambar 1.1 diketahui bahwa sebagian besar kecamatan yang terdapat dalam Kabupaten Cilacap dan Kebumen tidak memiliki kasus kematian ibu hamil maupun ibu nifas. Jumlah kematian ibu hamil tertinggi sebanyak empat kasus yang terdapat pada Kecamatan Cilacap Utara, Kabupaten Cilacap, sedangkan jumlah kematian ibu nifas tertinggi sebanyak empat kasus terdapat pada Kecamatan Kesugihan dan Majenang yang terdapat di Kabupaten Cilacap. Salah satu syarat

analisis regresi bivariat adalah adanya hubungan antar variabel respon baik secara konsep maupun perhitungan. Kematian ibu hamil dan ibu nifas di Kabupaten Cilacap dan Kabupaten Kebumen tahun 2021 memiliki korelasi sebesar 0,327 dan secara teori juga saling berkorelasi dikarenakan penyebab kematian tersebut dapat terjadi ketika dalam masa kehamilan. Kematian ibu hamil dapat disebabkan adanya penyakit pada saat masa kehamilan begitu pula dengan kematian ibu nifas (Azizah dan Rosyidah, 2019).

Beberapa penelitian mengenai kematian ibu diantaranya adalah Ermawati, dkk (2022) dengan menggunakan variabel respon berupa jumlah kematian ibu dan jumlah kematian neonatal di Provinsi Sulawesi Selatan tahun 2018 menggunakan metode *Bivariate Zero-Inflated Poisson Invers Gaussian Regression*. Penelitian tersebut menghasilkan seluruh variabel prediktor berpengaruh signifikan terhadap variabel respon. Sari, dkk (2021) juga melakukan penelitian terkait kematian ibu dimana menggunakan tiga variabel respon yaitu jumlah kematian ibu bersalin, jumlah kematian ibu nifas, dan jumlah bayi lahir mati di Eks Karesidenan Pekalongan tahun 2017 dengan empat variabel prediktor menggunakan metode *Multivariate Zeron Inflated Generalized Poisson Regression* yang diperoleh kesimpulan seluruh variabel prediktor berpengaruh signifikan terhadap respon.

Penelitian terkait kematian ibu hamil dan ibu nifas dilakukan oleh Aini, dkk (2020) di Provinsi Jawa Tengah tahun 2017 dengan menggunakan tujuh variabel prediktor. Penelitian tersebut menggunakan metode *Bivariate ZeronInflated Generalized Poisson Regression* yang diperoleh seluruh variabel prediktor berpengaruh signifikan terhadap jumlah kematian ibu hamil dan ibu nifas di Provinsi Jawa Tengah tahun 2017. Putri, dkk (2019) melakukan penelitian dengan menggunakan metode *Poisson Bivariate Regression* dengan variabel respon adalah jumlah kematian ibu hamil dan ibu nifas di Provinsi Jawa Tengah tahun 2017 dengan menggunakan tujuh variabel prediktor. Penelitian tersebut menghasilkan tidak semua variabel prediktor berpengaruh signifikan terhadap respon. Variabel prediktor yang berpengaruh terhadap jumlah kematian ibu hamil dan ibu nifas adalah persentase ibu hamil melaksanakan kunjungan pertama dan persentase ibu hamil mendapatkan pelayanan kesehatan nifas.

Berdasarkan penjelasan yang telah diuraikan maka penelitian ini bertujuan untuk mendapatkan estimasi parameter dan pengujian hipotesis model GWBZINBR yaitu model pengembangan dari BZINBR dengan mempertimbangkan efek spasial yang diaplikasikan pada data jumlah kematian ibu hamil dan jumlah kematian ibu nifas di Kabupaten Cilacap dan Kabupaten Kebumen tahun 2021 sehingga dapat mengetahui faktor-faktor yang berpengaruh terhadap jumlah kematian ibu hamil dan jumlah kematian ibu nifas.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang, maka permasalahan dalam penelitian ini dirumuskan sebagai berikut:

1. Bagaimana bentuk penaksir parameter model GWBZINBR?
2. Bagaimana bentuk statistik uji beserta distribusi untuk pengujian GWBZINBR?
3. Faktor- faktor apa saja yang berpengaruh terhadap jumlah kematian ibu hamil dan jumlah kematian ibu nifas di Kabupaten Cilacap dan Kabupaten Kebumen jika mempertimbangkan efek spasial?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang telah diuraikan, maka tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini sebagai berikut:

1. Mendapatkan penaksir model GWBZINBR.
2. Mendapatkan statistik uji beserta distribusi dari statistik uji untuk pengujian GWBZINBR.
3. Mendapatkan faktor- faktor yang mempengaruhi jumlah kematian ibu hamil dan jumlah kematian ibu nifas di Kabupaten Cilacap dan Kabupaten Kebumen dengan model GWBZINBR.

1.4 Manfaat Penelitian

Hasil dari penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat secara keilmuan dan aplikasi. Manfaat keilmuan yang diperoleh adalah pengembangan ilmu statistika dengan dikembangkannya model GWBZINBR yang dapat digunakan untuk memodelkan dua variabel respon berupa data cacahan yang saling

berkorelasi, memiliki nilai *excess zeros*, terdapat overdispersi, dan memiliki heterogenitas spasial. Sedangkan manfaat aplikatif adalah memperoleh faktor-faktor yang berpengaruh terhadap jumlah kematian ibu hamil dan ibu nifas di setiap kecamatan di Kabupaten Cilacap dan Kabupaten Kebumen, sehingga penelitian ini dapat menjadi bentuk peringatan dini agar masyarakat lebih berhati-hati terhadap kasus tersebut.

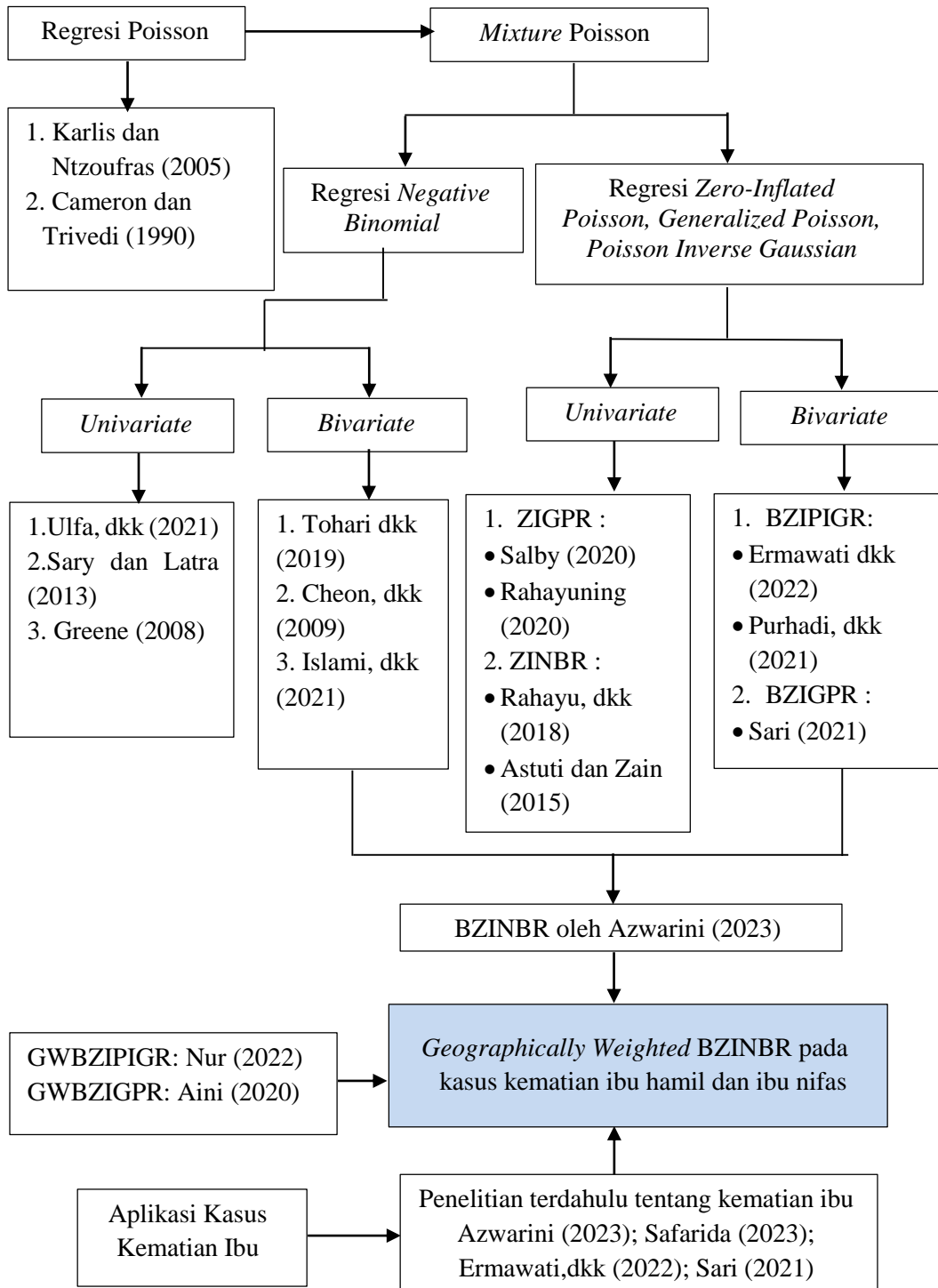
1.5 Batasan Masalah

Batasan masalah pada penelitian ini yaitu:

1. Unit observasi penelitian adalah seluruh kecamatan di Kabupaten Cilacap dan Kabupaten Kebumen Provinsi Jawa Tengah.
2. Data kematian ibu hamil dan ibu nifas yang berupa data kematian yang terjadi di puskesmas.
3. Metode yang digunakan yaitu *Geographically Weighted Bivariate Zero-Inflated Negative Binomial Regression* tipe II dengan iterasi *Berndt-Hall-Hall-Hausman* (BHHH). Alasan menggunakan iterasi BHHH adalah hanya diperlukan turunan pertama dari fungsi *ln likelihood* dalam membentuk matriks Hessian.
4. Tidak melakukan pengujian distribusi BZINB secara langsung disebabkan uji distribusi data BZINB tidak tersedia pada *software Easyfit* sehingga dilakukan identifikasi distribusi data berupa pengujian equidispersi.
5. Dalam penyusunan pembobot spasial, fungsi pembobot yang digunakan adalah *Adaptive Gaussian Kernel*.
6. Titik lokasi yang digunakan adalah titik koordinat dari kantor kecamatan.

1.6 Roadmap Penelitian

Roadmap penelitian ditampilkan pada Gambar 1.2.



Gambar 1. 2 Roadmap Penelitian

Keterangan:

: Penelitian yang dilakukan

BAB 2

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 *Negative Binomial Regression*

Model *Negative Binomial Regression* merupakan model regresi berdistribusi *Negative Binomial* yang dapat dibentuk melalui pendekatan distribusi campuran Poisson-Gamma. Distribusi Poisson dan distribusi Gamma merupakan anggota dari keluarga *Generalized Linear Models* (GLMs), begitu pula halnya dengan distribusi *Negative Binomial*. Distribusi *Negative Binomial* tidak mengharuskan nilai rata-ran sama dengan nilai varians sehingga dapat digunakan dalam mengatasi overdispersi (Hilbe, 1993)

2.1.1 *Univariate Negative Binomial Regression*

Model *Univariate Negative Binomial Regression* (NBR) terdiri atas satu variabel respon yang terbentuk berdasarkan distribusi *Negative Binomial*. Berikut merupakan fungsi distribusi peluang *Negative Binomial* dengan pendekatan distribusi Poisson-Gamma (Greene, 2008).

$$P(Y = y) = \frac{\Gamma\left(y + \frac{1}{\tau}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{\tau}\right) y!} \left(\frac{1}{1 + \tau}\right)^\tau \left(\frac{\tau\lambda}{1 + \tau\lambda}\right)^y \quad (2.1)$$

Nilai rata-rata dan varians sesuai pada persamaan (2.2)

$$E(Y) = \lambda \text{ dan } Var(Y) = \lambda(1 + \tau\lambda) \quad (2.2)$$

Apabila nilai $\tau = 0$ maka distribusi *univariate Negative Binomial* akan mendekati distribusi Poisson dengan mean dan varians yang sama seperti pada persamaan (2.3)

$$E(Y) = Var(Y) = \lambda \quad (2.3)$$

Model *Negative Binomial Regression* dapat dinyatakan melalui fungsi penghubung logaritma atau *log link* yang terdefinisi pada interval $(0, \infty)$. Pendekatan distribusi *Negative Binomial* yang digunakan dalam penelitian ini yaitu pendekatan distribusi campuran Poisson-Gamma, hal ini dikarenakan dalam pendekatan ini

variabilitas antar individu juga dipertimbangkan seperti pada data yang mengalami overdispersi (Hilbe, 2011).

$$\ln [E(Y_i | \mathbf{x}_i)] = \ln(\lambda_i) = \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.4)$$

Sehingga dapat diperoleh $\lambda_i = \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})$

Persamaan (2.4) selanjutnya disubstitusikan pada persamaan (2.1) sehingga fungsi peluang untuk model NBR menjadi:

$$P(Y_i = y_i) = \frac{\Gamma\left(y_i + \frac{1}{\tau}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{\tau}\right) y_i!} \left(\frac{1}{1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})} \right)^{\frac{1}{\tau}} \left(\frac{\tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})}{1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})} \right)^{y_i} \quad (2.5)$$

Penaksiran parameter model *Univariate Negative Binomial Regression* dapat menggunakan metode MLE yang dilanjutkan dengan iterasi numerik. Parameter-parameter yang telah diperoleh kemudian dilakukan pengujian, baik secara serentak maupun secara parsial. Pengujian parameter model NBR dilakukan dengan menggunakan metode MLRT.

2.1.2 Bivariate Negative Binomial Regression

Variabel random Y_1 dan Y_2 secara bersama-sama berdistribusi *Bivariate Negative Binomial* dengan fungsi peluang bersama seperti pada persamaan (2.6) (Cheon dkk, 2009).

$$P(Y_1 = y_1, Y_2 = y_2) = \frac{\Gamma(\tau^{-1} + y_1 + y_2)}{\Gamma(\tau^{-1}) \Gamma(y_1 + 1) \Gamma(y_2 + 1)} \lambda_1^{y_1} \lambda_2^{y_2} \tau^{-\tau^{-1}} \times (\tau^{-1} + \lambda_1 + \lambda_2)^{-(\tau^{-1} + y_1 + y_2)} \quad (2.6)$$

Dimana $\tau > 0$ adalah parameter dispersi. Fungsi peluang bersama pada persamaan (2.6) dapat dituliskan sebagai $(Y_1, Y_2) \sim BNB(\lambda_1, \lambda_2, \tau)$. Nilai mean, varians, dan kovarian dari (Y_1, Y_2) yaitu

$$\begin{aligned} E(Y_k) &= \lambda_k; k = 1, 2 \\ \text{Var}(Y_k) &= \lambda_k (1 + \tau \lambda_k); k = 1, 2 \\ \text{Cov}(Y_1, Y_2) &= (\lambda_1 \lambda_2 \tau)^2 \end{aligned} \quad (2.7)$$

Model *Bivariate Negative Binomial Regression* (BNBR) dapat ditampilkan yaitu

$$\begin{aligned}
(Y_1, Y_2) &\sim \text{BNB}(\lambda_1, \lambda_2, \tau) \\
\lambda_k &= e^{\mathbf{x}^T \boldsymbol{\beta}_k}; k = 1, 2 \\
\mathbf{x} &= [1 \quad x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_h]^T \\
\boldsymbol{\beta}_k &= [\beta_{k0} \quad \beta_{k1} \quad \beta_{k2} \quad \cdots \quad \beta_{kh}]^T
\end{aligned} \tag{2.8}$$

Jika diambil n sampel random $(Y_{1i}, Y_{2i}) \sim \text{BNB}(\lambda_{1i}, \lambda_{2i}, \tau); i = 1, 2, \dots, n$ sehingga model BNBR adalah $\lambda_k = e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_k}; k = 1, 2$ dimana $\mathbf{x}_i = [1 \quad x_{1i} \quad x_{2i} \quad \cdots \quad x_{hi}]^T$.

Persamaan (2.8) selanjutnya disubstitusikan pada persamaan (2.6), sehingga fungsi peluang untuk model BNBR dapat dituliskan sesuai persamaan (2.9).

$$\begin{aligned}
P(y_{1i}, y_{2i}) &= \frac{\Gamma(\tau^{-1} + y_{1i} + y_{2i})}{\Gamma(\tau^{-1})\Gamma(y_{1i} + 1)\Gamma(y_{2i} + 1)} \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1)^{y_{1i}} \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2)^{y_{2i}} \tau^{-\tau^{-1}} \\
&\times (\tau^{-1} + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2))^{-(\tau^{-1} + y_{1i} + y_{2i})}
\end{aligned} \tag{2.9}$$

Penaksiran Parameter *Bivariate Negative Binomial Regression* (BNBR) menggunakan metode MLE, namun pada proses penaksiran parameter diperoleh hasil yang tidak *close form* sehingga dilakukan proses iterasi secara numerik. Setelah mendapatkan taksiran parameter selanjutnya dilakukan pengujian secara serentak dan parsial menggunakan metode MLRT.

2.2 Zero-Inflated Negative Binomial Regression

Model *Zero-Inflated Negative Binomial Regression* (ZINBR) dibentuk dari campuran distribusi Poisson dan distribusi Gamma. Model ZINBR digunakan untuk memodelkan data diskrit yang memuat nilai nol berlebih (*excess zero*) pada variabel respon serta data mengalami overdispersi (Garay dkk, 2011).

2.2.1 Univariate Zero-Inflated Negative Binomial Regression

Misalkan terdapat variabel random Y yang terdiri atas dua keadaan dimana keadaan pertama menghasilkan pengamatan yang bernilai nol (*Zero-Inflated*) serta keadaan kedua yang menghasilkan sebaran *Negative Binomial*. Fungsi peluang

pada model *Zero-Inflated Negative Binomial* (ZINB) $Y \sim ZINB$ dapat dituliskan sebagai berikut (Garay dkk, 2011).

$$P(Y = y) = \begin{cases} p + (1-p) \left(\frac{1}{1 + \tau\lambda} \right)^{\frac{1}{\tau}}, & y = 0 \\ (1-p) \frac{\Gamma\left(y + \frac{1}{\tau}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{\tau}\right) y!} \left(\frac{1}{1 + \tau\lambda} \right)^{\frac{1}{\tau}} \left(\frac{\tau\lambda}{1 + \tau\lambda} \right)^y, & y > 0 \end{cases} \quad (2.10)$$

dimana $0 \leq p \leq 1$, $p \geq 0$, τ merupakan parameter dispersi dan $\Gamma(\cdot)$ adalah fungsi *Gamma*. Jika nilai $p = 0$ maka variabel random Y memiliki sebaran *Negative Binomial* dengan rata-rata λ dan parameter dispersi τ , sehingga $Y \sim ZINB(\lambda, \tau)$

Nilai rata-rata dan varians dari ZINB adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned} E(Y) &= (1-p)\lambda \\ Var(Y) &= (1-p)\lambda(1 + \lambda\tau + p\lambda) \end{aligned} \quad (2.11)$$

Jika diambil n sampel random $Y_i \sim ZINB(\lambda_i, \tau); i = 1, 2, \dots, n$ dan model ZINBR dibedakan atas model untuk *Negative Binomial* serta model untuk *Zero-Inflated* yang dapat dijabarkan sebagai berikut.

- Model untuk *Negative Binomial* (λ_i)

$$\begin{aligned} \lambda_i &= \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}) \\ \ln(\lambda_i) &= \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta} \end{aligned} \quad (2.12)$$

- Model untuk *Zero-Inflated*

$$\log it(p_i) = \ln\left(\frac{p_i}{1-p_i}\right) = \ln\left(\frac{\left(\frac{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta})}{1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta})}\right)}{\left(\frac{1}{1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta})}\right)}\right) = \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta} \quad (2.13)$$

Persamaan (2.12) dan (2.13) selanjutnya disubstitusikan pada persamaan (2.10), sehingga fungsi peluang untuk model ZINBR dapat dituliskan sebagai berikut.

$$P(Y_i = y_i) = \begin{cases} \frac{e^{x_i^T \delta}}{1 + e^{x_i^T \delta}} + \frac{1}{1 + e^{x_i^T \delta}} \left(\frac{1}{1 + \tau e^{x_i^T \beta}} \right)^{\frac{1}{\tau}}, & y_i = 0 \\ \frac{1}{1 + e^{x_i^T \delta}} \frac{\Gamma\left(y_i + \frac{1}{\tau}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{\tau}\right) y_i!} \left(\frac{1}{1 + \tau e^{x_i^T \beta}} \right)^{\frac{1}{\tau}} \left(\frac{\tau e^{x_i^T \beta}}{1 + \tau e^{x_i^T \beta}} \right)^{y_i}, & y_i > 0 \end{cases} \quad (2.14)$$

Penaksiran parameter model ZINBR dapat dilakukan menggunakan metode MLE. Fungsi *likelihood* yang digunakan pada metode MLE adalah sebagai berikut.

$$L(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\delta}, \tau) = \begin{cases} \prod_{i=1}^n \frac{e^{x_i^T \delta}}{1 + e^{x_i^T \delta}} + \frac{1}{1 + e^{x_i^T \delta}} \left(\frac{1}{1 + \tau e^{x_i^T \beta}} \right)^{\frac{1}{\tau}}, & y_i = 0 \\ \prod_{i=1}^n \frac{1}{1 + e^{x_i^T \delta}} \frac{\Gamma\left(y_i + \frac{1}{\tau}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{\tau}\right) y_i!} \left(\frac{1}{1 + \tau e^{x_i^T \beta}} \right)^{\frac{1}{\tau}} \left(\frac{\tau e^{x_i^T \beta}}{1 + \tau e^{x_i^T \beta}} \right)^{y_i}, & y_i > 0 \end{cases} \quad (2.15)$$

Berdasarkan fungsi *likelihood* pada persamaan (2.15), selanjutnya menentukan fungsi *ln likelihood* sebagai berikut.

$$\ln L(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\delta}, \tau) = \begin{cases} \sum_{i=1}^n \ln \left(\frac{e^{x_i^T \delta}}{1 + e^{x_i^T \delta}} + \frac{1}{1 + e^{x_i^T \delta}} \left(\frac{1}{1 + \tau e^{x_i^T \beta}} \right)^{\frac{1}{\tau}} \right), & y_i = 0 \\ \sum_{i=1}^n \ln \left(\frac{1}{1 + e^{x_i^T \delta}} \frac{\Gamma\left(y_i + \frac{1}{\tau}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{\tau}\right) y_i!} \left(\frac{1}{1 + \tau e^{x_i^T \beta}} \right)^{\frac{1}{\tau}} \left(\frac{\tau e^{x_i^T \beta}}{1 + \tau e^{x_i^T \beta}} \right)^{y_i} \right), & y_i > 0 \end{cases} \quad (2.16)$$

Penaksiran parameter dengan metode MLE tidak menghasilkan bentuk yang *close form* sehingga perlu dilanjutkan dengan iterasi numerik. Parameter-parameter yang telah diperoleh kemudian dilakukan pengujian, baik secara serentak maupun secara parsial. Pengujian parameter model ZINBR dilakukan dengan menggunakan metode MLRT yang bertujuan untuk mengetahui signifikansi parameter dalam model.

2.2.2 Bivariate Zero-Inflated Negative Binomial Regression

Distribusi *Bivariate Zero-Inflated Negative Binomial* (BZINB) merupakan pengembangan dari distribusi ZINB dengan dua variabel respon. BZINB merupakan *mixed distribution* yang terdiri atas distribusi *Zero-Inflated* dan distribusi *Negative Binomial* yang dapat digunakan untuk menangani permasalahan overdispersi ketika terdapat banyak nilai nol pada data bivariat yang diamati (Choddk, 2021).

Berdasarkan variabel responnya, terdapat 2 tipe untuk model distribusi BZINB yaitu model tipe I dan tipe II. Model BZINB tipe I memiliki variabel respon yang hanya terdiri atas $(Y_1 = 0, Y_2 = 0)$ dan $(Y_1 \neq 0, Y_2 \neq 0)$ sedangkan model regresi BZINB tipe II memiliki variabel respon yang terdiri atas beberapa kombinasi nilai (Ismail dan Zamani, 2013).

Misalkan terdapat variabel random Y_1 dan Y_2 yang saling berkorelasi dan berdistribusi BZINB, $(Y_1, Y_2) \sim BZINB(\lambda_1, \lambda_2, p_1, p_2, \tau)$ dimana dilakukan pengambilan sampel sebanyak n $(Y_{1i}, Y_{2i}) \sim BZINB(\lambda_{1i}, \lambda_{2i}, p_{1i}, p_{2i}, \tau); i = 1, 2, \dots, n$ maka fungsi peluang bersama distribusi BZINB tipe II adalah sesuai pada persamaan (2.17).

$$P(Y_{1i} = y_{1i}, Y_{2i} = y_{2i}) = \begin{cases} P(Y_{1i} = 0, Y_{2i} = 0) \\ P(Y_{1i} > 0, Y_{2i} = 0) \\ P(Y_{1i} = 0, Y_{2i} > 0) \\ P(Y_{1i} > 0, Y_{2i} > 0) \end{cases} \quad (2.17)$$

Selanjutnya dapat dituliskan terkait kombinasi fungsi peluang sebagai berikut.

a. Untuk $Y_{1i} = 0, Y_{2i} = 0$

$$P(Y_{1i} = 0, Y_{2i} = 0) = p_{1i}p_{2i} + p_{1i}(1-p_{2i})P(Y_{2i} = 0) + p_{2i}(1-p_{1i})P(Y_{1i} = 0) + (1-p_{1i})(1-p_{2i})P(Y_{1i} = 0, Y_{2i} = 0) \quad (2.18)$$

$$\begin{aligned}
&= p_{1i}p_{2i} + p_{1i}(1-p_{2i})\left(\frac{1}{1+\lambda_{2i}}\right)^{\frac{1}{\tau}} + p_{2i}(1-p_{1i})\left(\frac{1}{1+\tau\lambda_{1i}}\right)^{\frac{1}{\tau}} \\
&\quad + (1-p_{1i})(1-p_{2i})\left(\frac{1}{1+\tau(\lambda_{1i}+\lambda_{2i})}\right)^{\frac{1}{\tau}}
\end{aligned}$$

b. Untuk $Y_{1i} > 0, Y_{2i} = 0$

$$P(Y_{1i} > 0, Y_{2i} = 0) = p_{2i}(1-p_{1i})P(Y_{1i} = y_{1i}) + (1-p_{1i})(1-p_{2i})P(Y_{1i} = y_{1i}, Y_{2i} = 0) \quad (2.19)$$

$$\begin{aligned}
&= p_{2i}(1-p_{1i})\frac{\Gamma\left(y_{1i} + \frac{1}{\tau}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{\tau}\right)y_{1i}!}\left(\frac{1}{1+\tau\lambda_{1i}}\right)^{\frac{1}{\tau}}\left(\frac{\tau\lambda_{1i}}{1+\tau\lambda_{1i}}\right)^{y_{1i}} + (1-p_{1i})(1-p_{2i}) \\
&\quad \times \frac{\Gamma\left(y_{1i} + \frac{1}{\tau}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{\tau}\right)y_{1i}!}\left(\frac{1}{1+\tau(\lambda_{1i}+\lambda_{2i})}\right)^{\frac{1}{\tau}}\left(\frac{\tau((\lambda_{1i}+\lambda_{2i}))}{1+\tau((\lambda_{1i}+\lambda_{2i}))}\right)^{y_{1i}}
\end{aligned}$$

c. Untuk $Y_{1i} = 0, Y_{2i} > 0$

$$\begin{aligned}
P(Y_{1i} = 0, Y_{2i} > 0) &= p_{1i}(1-p_{2i})P(Y_{2i} = y_{2i}) + (1-p_{1i})(1-p_{2i})P(Y_{1i} = 0, Y_{2i} = y_{2i}) \\
&= p_{1i}(1-p_{2i})\frac{\Gamma\left(y_{2i} + \frac{1}{\tau}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{\tau}\right)y_{2i}!}\left(\frac{1}{1+\tau\lambda_{2i}}\right)^{\frac{1}{\tau}}\left(\frac{\tau\lambda_{2i}}{1+\tau\lambda_{2i}}\right)^{y_{2i}} + (1-p_{1i})(1-p_{2i}) \\
&\quad \times \frac{\Gamma\left(y_{2i} + \frac{1}{\tau}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{\tau}\right)y_{2i}!}\left(\frac{1}{1+\tau(\lambda_{1i}+\lambda_{2i})}\right)^{\frac{1}{\tau}}\left(\frac{\tau(\lambda_{1i}+\lambda_{2i})}{1+\tau(\lambda_{1i}+\lambda_{2i})}\right)^{y_{2i}}
\end{aligned} \quad (2.20)$$

d. Untuk $Y_{1i} > 0, Y_{2i} > 0$

$$\begin{aligned}
P(Y_{1i} > 0, Y_{2i} > 0) &= (1-p_{1i})(1-p_{2i})P(Y_{1i} = y_{1i}, Y_{2i} = y_{2i}) \\
&= (1-p_{1i})(1-p_{2i})\frac{\Gamma\left(y_{1i} + y_{2i} + \frac{1}{\tau}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{\tau}\right)y_{1i}!y_{2i}!}\left(\frac{1}{1+\tau(\lambda_{1i}+\lambda_{2i})}\right)^{\frac{1}{\tau}} \\
&\quad \times \left(\frac{\tau(\lambda_{1i}+\lambda_{2i})}{1+\tau(\lambda_{1i}+\lambda_{2i})}\right)^{y_{1i}+y_{2i}}
\end{aligned} \quad (2.21)$$

dimana λ_{1i} dan λ_{2i} adalah parameter rata-rata distribusi *Negative Binomial* dan τ adalah parameter dispersi.

Model BZINBR dibedakan atas model untuk *Bivariate Negative Binomial* dan model untuk *Zero-Inflated* yang dapat dijabarkan sebagai berikut.

- Model untuk *Bivariate Negative Binomial* (λ_{ki})

$$\lambda_{ki} = \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_k) \quad ; k = 1, 2 \quad (2.22)$$

- Model untuk *Zero-Inflated*

$$\log it(p_{ki}) = \ln\left(\frac{p_{ki}}{1-p_{ki}}\right) = \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_k \quad ; k = 1, 2 \quad (2.23)$$

$$\text{dengan } p_{ki} = \frac{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_k)}{1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_k)} \text{ dan } 1 - p_{ki} = \frac{1}{1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_k)}$$

dimana $\mathbf{x}_i = [1 \ x_{1i} \ x_{2i} \ \dots \ x_{hi}]_{1 \times (1+h)}^T$, $\boldsymbol{\beta}_k = [\beta_{k0} \ \beta_{k1} \ \beta_{k2} \ \dots \ \beta_{kh}]_{1 \times (h+1)}^T$,

dan $\boldsymbol{\delta}_k = [\delta_{k0} \ \delta_{k1} \ \delta_{k2} \ \dots \ \delta_{kh}]_{1 \times (1+h)}^T$ dengan $k = 1, 2$ menyatakan sebagai banyaknya variabel respon, $j = 1, 2, \dots, h$ menyatakan banyaknya variabel prediktor, dan $i = 1, 2, \dots, n$ menyatakan banyaknya pengamatan.

$$\begin{aligned} \text{Var}(Y_k) &= \tau^2 \lambda_k^2 (p_1 + p_2)(1 - p_1 - p_2) + \tau \lambda_k (\lambda_k + 1)(p_1 + p_2) \\ \text{Cov}(Y_1, Y_2) &= \tau \lambda_1 \lambda_2 (p_1 + p_2) - \tau \lambda_1 \lambda_2 p_1 \\ \text{Corr}(Y_1, Y_2) &= \frac{\text{Cov}(Y_1, Y_2)}{\sqrt{\text{Var}(Y_1)} \sqrt{\text{Var}(Y_2)}} \end{aligned} \quad (2.24)$$

Estimasi parameter model BZINBR dengan metode MLE dilakukan dengan membentuk fungsi *likelihood* BZINBR.

Misalkan $\boldsymbol{\theta}_{BZINBR} = [\boldsymbol{\beta}_1^T \ \boldsymbol{\beta}_2^T \ \boldsymbol{\delta}_1^T \ \boldsymbol{\delta}_2^T \ \tau]^T$ maka fungsi *likelihood* sesuai pada persamaan (2.25)

$$\begin{aligned}
& L(\boldsymbol{\theta}_{BZINBR}) \\
&= \left(\prod_{i=1}^{n_1} P(y_{1i} = 0, y_{2i} = 0) \right) \left(\prod_{i=1}^{n_2} P(y_{1i} = 0, y_{2i} > 0) \right) \left(\prod_{i=1}^{n_3} P(y_{1i} > 0, y_{2i} = 0) \right) \\
&\quad \left(\prod_{i=1}^{n_4} P(y_{1i} > 0, y_{2i} > 0) \right) \\
&= (L_1(\boldsymbol{\theta}_{BZINBR}))(L_2(\boldsymbol{\theta}_{BZINBR}))(L_3(\boldsymbol{\theta}_{BZINBR}))(L_4(\boldsymbol{\theta}_{BZINBR}))
\end{aligned} \tag{2.25}$$

Setelah mendapatkan fungsi *likelihood* langkah selanjutnya yaitu membentuk fungsi *ln likelihood* berdasarkan persamaan (2.26)

$$\ln L(\boldsymbol{\theta}_{BZINBR}) = \ln \left[(L_1(\boldsymbol{\theta}_{BZINBR}))(L_2(\boldsymbol{\theta}_{BZINBR}))(L_3(\boldsymbol{\theta}_{BZINBR}))(L_4(\boldsymbol{\theta}_{BZINBR})) \right] \tag{2.26}$$

Langkah berikutnya yaitu menurunkan fungsi *ln likelihood* $\ln L(\boldsymbol{\theta}_{BZINBR}) = \ln L(\boldsymbol{\beta}_1, \boldsymbol{\beta}_2, \boldsymbol{\delta}_1, \boldsymbol{\delta}_2, \tau)$ terhadap masing-masing parameter, kemudian disamadengankan nol sesuai pada persamaan (2.27).

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \ln(L(\boldsymbol{\theta}_{BZINBR}))}{\partial \boldsymbol{\theta}_{BZINBR}} &= \frac{\partial \ln(L_1(\boldsymbol{\theta}_{BZINBR}))}{\partial \boldsymbol{\theta}_{BZINBR}} + \frac{\partial \ln(L_2(\boldsymbol{\theta}_{BZINBR}))}{\partial \boldsymbol{\theta}_{BZINBR}} \\
&\quad + \frac{\partial \ln(L_3(\boldsymbol{\theta}_{BZINBR}))}{\partial \boldsymbol{\theta}_{BZINBR}} + \frac{\partial \ln(L_4(\boldsymbol{\theta}_{BZINBR}))}{\partial \boldsymbol{\theta}_{BZINBR}}
\end{aligned} \tag{2.27}$$

Estimasi yang diperoleh masih mengandung parameter maka dapat diatasi dengan iterasi numerik BHHH. Estimasi parameter yang diperoleh berdasarkan iterasi BHHH kemudian dilakukan pengujian baik secara serentak maupun secara parsial. Pengujian hipotesis secara serentak maupun parsial diawali dengan penentuan hipotesis kemudian menentukan statistik uji dan distribusinya, selanjutnya menentukan daerah penolakan H_0 dan membuat kesimpulan serta interpretasi.

Hipotesis yang digunakan pada pengujian serentak adalah sebagai berikut.

$$H_0: \beta_{k1} = \beta_{k2} = \dots = \beta_{kj} = \delta_{k1} = \delta_{k2} = \dots = \delta_{kj} = 0; k = 1, 2$$

$$H_1: \text{Paling sedikit terdapat satu } \beta_{kj} \neq 0 \text{ atau } \delta_{kj} \neq 0$$

dimana k adalah indeks untuk variabel respon dan j merupakan indeks dari variabel prediktor.

Himpunan parameter di bawah populasi (Ω_{BZINBR}) dapat didefinisikan yaitu $\Omega_{BZINBR} = \{\beta_1, \beta_2, \delta_1, \delta_2, \tau\}$, sedangkan himpunan parameter di bawah H_0 (ω_{BZINBR}) yaitu $\omega_{BZINBR} = \{\beta_{10}, \beta_{20}, \delta_{10}, \delta_{20}, \tau\}$. Fungsi *likelihood* untuk himpunan parameter di bawah populasi yaitu.

$$\begin{aligned} L(\Omega_{BZINBR}) &= L(\beta_1, \beta_2, \delta_1, \delta_2, \tau) \\ &= \prod_{i=1}^n P(y_k | \beta_1, \beta_2, \delta_1, \delta_2, \tau) \end{aligned} \quad (2.28)$$

Selanjutnya fungsi *likelihood* untuk himpunan parameter di bawah H_0 tanpa melibatkan variabel prediktor adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned} L(\omega_{BZINBR}) &= L(\beta_{10}, \beta_{20}, \delta_{10}, \delta_{20}, \tau) \\ &= \prod_{i=1}^n P(y_k | \beta_{10}, \beta_{20}, \delta_{10}, \delta_{20}, \tau) \end{aligned} \quad (2.29)$$

Setelah mendapat fungsi *likelihood*, selanjutnya dapat dibentuk fungsi *ln likelihood* untuk himpunan di bawah H_0 tanpa melibatkan variabel prediktor adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \ln L(\omega_{BZINBR}) &= \ln(L_1(\omega_{BZINBR})) + \ln(L_2(\omega_{BZINBR})) \\ &\quad + \ln(L_3(\omega_{BZINBR})) + \ln(L_4(\omega_{BZINBR})) \end{aligned} \quad (2.30)$$

Tahapan berikutnya yaitu menurunkan fungsi *ln likelihood* $\ln L(\omega_{BZINBR}) = \ln L(\beta_{10}, \beta_{20}, \delta_{10}, \delta_{20}, \tau)$ terhadap masing-masing parameter di bawah H_0 yaitu $\theta_{\omega_{BZINBR}} = [\beta_{10} \ \beta_{20} \ \delta_{10} \ \delta_{20} \ \tau]^T$, kemudian menentukan nilai maksimum fungsi *ln likelihood* untuk himpunan parameter di bawah populasi yaitu

$$\begin{aligned} L(\Omega_{BZINBR}) &= L(\beta_1, \beta_2, \delta_1, \delta_2, \tau) \\ &= \prod_{i=1}^n P(y_k | \beta_1, \beta_2, \delta_1, \delta_2, \tau; k = 1, 2) \end{aligned} \quad (2.31)$$

$$L(\hat{\Omega}_{BZINBR}) = \max_{\Omega_{BZINBR}} L(\Omega_{BZINBR})$$

dan nilai maksimum fungsi *ln likelihood* di bawah H_0 ,

$$\begin{aligned} L(\omega_{BZINBR}) &= L(\beta_{10}, \beta_{20}, \delta_{10}, \delta_{20}, \tau) \\ &= \prod_{i=1}^n P(y_k | \beta_{10}, \beta_{20}, \delta_{10}, \delta_{20}, \tau; k = 1, 2) \end{aligned} \quad (2.32)$$

$$L(\hat{\omega}_{BZINBR}) = \max_{\omega_{BZINBR}} L(\omega_{BZINBR})$$

tahapan berikutnya adalah melakukan perhitungan rasio *likelihood*. Perhitungan rasio *likelihood* dilakukan sesuai pada persamaan (2.33).

$$\Lambda_1 = \frac{L(\hat{\omega}_{BZINBR})}{L(\hat{\Omega}_{BZINBR})} \quad (2.33)$$

Daerah kritis pengujian hipotesis ditentukan dengan memperhatikan persamaan (2.33) sehingga diperoleh sesuai pada persamaan (2.34).

$$\begin{aligned} \alpha &= P(\Lambda_1 < \Lambda_0 | H_0) \text{ dimana } 0 < \Lambda_0 \leq 1 \\ &= P(\ln \Lambda_1^2 < \ln \Lambda_0^2) \\ &= P(-\ln \Lambda_1^2 > -\ln \Lambda_0^2) \\ &= P(G_{BZINBR}^2 > \chi_{(v,\alpha)}^2) \end{aligned} \quad (2.34)$$

Selanjutnya dapat dituliskan penjabaran dari statistik uji G_{BZINBR}^2 yaitu

$$\begin{aligned} G_{BZINBR}^2 &= -\ln(\Lambda_1^2) \\ &= -2 \ln \Lambda_1 \\ &= -2 \left(\ln(L(\hat{\omega}_{BZINBR})) - \ln(L(\hat{\Omega}_{BZINBR})) \right) \end{aligned} \quad (2.35)$$

Tahapan berikutnya setelah melakukan pengujian serentak dan diperoleh hasil pengujian serentak tolak H_0 maka dapat dilanjutkan dengan pengujian parsial parameter model BZINBR. Pengujian parsial dilakukan untuk menguji signifikansi pengaruh dari masing-masing variabel prediktor terhadap variabel respon. Beberapa parameter yang dilakukan pengujian parsial diantaranya β_{kj} , δ_{kj} , dan τ

Pengujian parsial diawali dengan mendefinisikan hipotesis sebagai berikut

- Untuk parameter β_{kj}

$$H_0: \beta_{kj} = 0$$

$$H_1: \beta_{kj} \neq 0; k = 1, 2; j = 1, 2, \dots, h$$

- Untuk parameter δ_{kj}

$$H_0: \delta_{kj} = 0$$

$$H_1: \delta_{kj} \neq 0; k = 1, 2; j = 1, 2, \dots, h$$

- Untuk parameter τ

$$H_0: \tau = 0$$

$$H_1: \tau \neq 0$$

Selanjutnya statistik uji yang digunakan untuk pengujian parsial pada masing-masing parameter adalah sebagai berikut.

- Untuk parameter β_{kj}

$$Z_{\beta_{kj},hitung} = \frac{\hat{\beta}_{kj}}{se(\hat{\beta}_{kj})} \text{ dimana } se(\hat{\beta}_{kj}) = \sqrt{\hat{v}\hat{a}r(\hat{\beta}_{kj})} \quad (2.36)$$

- Untuk parameter δ_{kj}

$$Z_{\delta_{kj},hitung} = \frac{\hat{\delta}_{kj}}{se(\hat{\delta}_{kj})} \text{ dimana } se(\hat{\delta}_{kj}) = \sqrt{\hat{v}\hat{a}r(\hat{\delta}_{kj})} \quad (2.37)$$

- Untuk parameter τ

$$Z_{\tau,hitung} = \frac{\hat{\tau}}{se(\hat{\tau})} \text{ dimana } se(\hat{\tau}) = \sqrt{\hat{v}\hat{a}r(\hat{\tau})} \quad (2.38)$$

dimana nilai $\hat{v}\hat{a}r(\hat{\beta}_{kj})$, $\hat{v}\hat{a}r(\hat{\delta}_{kj})$, dan $\hat{v}\hat{a}r(\hat{\tau})$ diperoleh dari elemen diagonal utama yang bersesuaian dengan $\hat{\beta}_{kj}$, $\hat{\delta}_{kj}$, dan $\hat{\tau}$ yang diperoleh dari matriks varians kovarians $Cov(\hat{\theta}_{BZINBR}) = -\mathbf{H}^{-1}(\hat{\theta}_{BZINBR})$. Daerah penolakan H_0 pada pengujian parsial adalah H_0 ditolak jika $|Z|$ lebih besar dari $Z_{\frac{\alpha}{2}}$

2.3 Geographically Weighted Bivariate Zero-Inflated Negative Binomial Regression

Geographically Weighted Bivariate Zero-Inflated Negative Binomial Regression (GWBZINBR) merupakan model lokal dari BZINBR dengan penaksir parameter yang diperoleh bersifat lokal. Didefinisikan bahwa untuk masing-masing observasi pada variabel respon diambil dari lokasi observasi berupa koordinat lintang dan bujur. Berdasarkan fungsi peluang BZINBR, maka model GWBZINBR dapat dituliskan:

$$\begin{aligned}
\lambda_{ki} &= \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_k(u_i, v_i)); \quad k=1, 2 \\
p_{ki} &= \frac{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_k(u_i, v_i))}{1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_k(u_i, v_i))} \\
1 - p_{ki} &= \frac{1}{1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_k(u_i, v_i))}
\end{aligned} \tag{2.39}$$

Model GWBZINBR akan diestimasi menggunakan MLE. Turunan pertama terhadap masing-masing parameter menunjukkan persamaan yang tidak *close form*, sehingga digunakan iterasi BHHH untuk memperoleh nilai estimator. Model yang diperoleh kemudian dilakukan pengujian parameter secara serentak dan parsial menggunakan MLRT.

2.4 Equidispersi, Korelasi, dan Multikolinearitas

Berikut merupakan deteksi equidispersi, pengujian korelasi, dan deteksi multikolinearitas.

2.4.1 Equidispersi

Pada pemodelan regresi Poisson terdapat asumsi yang harus dipenuhi yaitu equidispersi. Equidispersi merupakan kondisi dimana nilai mean dan varians pada variabel respon, namun seringkali dijumpai kondisi yang sebaliknya dimana nilai mean kurang dari varians yang disebut sebagai overdispersi. Overdispersi dapat menyebabkan kesalahan dalam interpretasi model karena menghasilkan *standard error* yang *underestimate*. Salah satu cara untuk mendeteksi adanya overdispersi adalah dengan menggunakan *Variance Test* (VT). Berikut merupakan persamaan VT (Karlis & Xekalaki, 2000).

$$\begin{aligned}
VT_k &= \sum_{i=1}^n \frac{(y_{ki} - \bar{y}_k)^2}{\bar{y}_k} \\
&= (n-1) \frac{s_k^2}{\bar{y}_k}
\end{aligned} \tag{2.40}$$

Nilai VT merupakan rasio varians terhadap mean yang biasa disebut sebagai indeks dispersi. VT_k merupakan indeks disperse pada variabel respon ke- k dimana $k=1,2$ sedangkan s_k^2 adalah nilai varians pada variable respon ke- k . Terjadi overdispersi apabila indeks dispersi $VT > 1$.

2.4.2 Korelasi

Korelasi merupakan suatu indikator untuk mengetahui hubungan antara dua variabel. Dalam regresi bivariat disyaratkan untuk terdapat korelasi antara dua variabel respon Y_1 dan Y_2 . Berikut adalah pengujian korelasi yang dapat digunakan:

$$H_0 : \rho_{Y_1, Y_2} = 0$$

$$H_1 : \rho_{Y_1, Y_2} \neq 0$$

Statistik uji:

$$t = \frac{r_{Y_1, Y_2} \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-(r_{Y_1, Y_2})^2}} \quad (2.41)$$

dimana $r_{Y_1, Y_2} = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_{1i} - \bar{Y}_1)(Y_{2i} - \bar{Y}_2)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (Y_{1i} - \bar{Y}_1)^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (Y_{2i} - \bar{Y}_2)^2}}$ dengan kriteria ujinya adalah tolak H_0

apabila $|t| > t_{\alpha/2; (n-2)}$ atau $p\text{-value} < \alpha$ yang artinya variabel respon Y_1 dan Y_2 saling berhubungan.

2.4.3 Multikolinearitas

Salah satu asumsi dalam regresi adalah tidak terjadi multikolinearitas pada data. Multikolinearitas didefinisikan sebagai hubungan antar variabel prediktor. Jika terjadi multikolinearitas maka standar error cenderung besar dan akan membawa probabilitas keputusan untuk gagal tolak H_0 semakin besar. Akibatnya, penaksir yang seharusnya signifikan menjadi tidak signifikan (Salby, 2023). Metode untuk mendeteksi adanya multikolinearitas adalah dengan menggunakan *Variance Inflation Factors* (VIF) yang dirumuskan sebagai berikut:

$$VIF_j = \frac{1}{1-R_j^2} \quad (2.42)$$

dengan $R_j^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{x}_{ij} - \bar{x}_j)^2}{\sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_j)^2}$ adalah koefisien determinasi yang diperoleh dengan

meregresikan variabel prediktor x_j dengan variabel prediktor lainnya. \hat{x}_{ij} merupakan nilai taksiran x_{ij} dan \bar{x}_j adalah nilai rata-rata variable prediktor ke- j . nilai R_j^2 berkisar antara 0 hingga 1. Apabila nilai VIF kurang dari 10 maka dapat dikatakan tidak terdapat multikolinieritas (Gujarati, 2003).

2.5 Efek Spasial

Adanya efek spasial dapat diketahui melalui pengujian heterogenitas spasial dimana heterogenitas spasial mengindikasikan adanya perbedaan karakteristik pada setiap observasi sehingga setiap lokasi memiliki bentuk fungsi dan parameter yang berbeda. Uji heterogenitas spasial merupakan asumsi yang harus dipenuhi dalam GWR berbasis titik.

2.5.1 Heterogenitas Spasial

Heterogenitas spasial pada suatu pemodelan regresi merupakan kondisi dimana suatu model regresi umum (global) tidak mampu menjelaskan hubungan antar variabel-variabel oleh karena karakteristik antar wilayah teramati yang bervariasi secara spasial. Statistik uji yang digunakan untuk menentukan heterogenitas spasial menggunakan uji Glejser. Pada pengujian glejser Model regresi yang akan diuji secara serentak dengan (Johnson dan Wichern, 2007).

$$\hat{\varepsilon}_{kj} = \beta_{k0} + \beta_{k1}x_{1i} + \beta_{k2}x_{2i} + \dots + \beta_{kh}x_{hi}; k = 1, 2; j = 1, 2, \dots, h; i = 1, 2, \dots, n$$

Hipotesis untuk uji Glejser dapat dituliskan:

$$H_0 : \beta_{11} = \beta_{12} = \dots = \beta_{1h} = \beta_{21} = \beta_{22} = \dots = \beta_{2h} = 0$$

$$H_1 : \text{minimal ada satu } \beta_{kj} \neq 0; k = 1, 2; j = 1, 2, \dots, h$$

Dengan statistik uji yang digunakan adalah :

$$G = - \left[n - h - 1 - \frac{1}{2}(l - h + 1) \right] \ln \left(\frac{|\hat{\Sigma}_\Omega|}{|\hat{\Sigma}_\omega|} \right) \quad (2.43)$$

$G \sim \chi^2_{(\alpha, kj)}$ dimana $\hat{\Sigma}_{\Omega}$ adalah matriks varian kovarian dibawah populasi sedangkan $\hat{\Sigma}_{\theta}$ adalah matriks varian kovarian dibawah H_0 , sedangkan n merupakan banyaknya sampel dan h adalah banyaknya variabel prediktor. Kriteria uji adalah tolak H_0 apabila $|G| > \chi^2_{(\alpha, kj)}$.

2.5.2 Matriks Pembobot

Keragaman spasial antar lokasi dinyatakan dalam nilai pembobot spasial, nilai pembobot spasial diberikan kedalam sebuah matriks pembobot. Matriks pembobot menyatakan lokasi pengamatan sekaligus menggambarkan kedekatan hubungan lokasi pengamatan yang berdekatan. Elemen matriks pembobot ditentukan berdasarkan kedekatan titik pengamatan i dengan titik pengamatan i^* . Pada analisis spasial, penaksiran parameter di suatu titik pengamatan i bisa saja dipengaruhi oleh titik-titik yang dekat dengan lokasi i . Berdasarkan uraian diatas maka lokasi yang berdekatan akan menunjukkan karakteristik yang mirip. Matriks pembobot spasial dituliskan $W(u_i, v_i)$ dimana elemen-elemennya adalah fungsi jarak *Euclidean* antar lokasi. Berikut merupakan fungsi pembobot *Adaptive Gaussian Kernel* yang digunakan dalam penelitian ini.

$$w_{ii^*} = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{d_{ii^*}}{b_i}\right)^2\right) \quad (2.46)$$

dengan $d_{ii^*} = \sqrt{(u_i - u_{i^*})^2 + (v_i - v_{i^*})^2}$ adalah jarak *euclidean* antara lokasi ke- i dan lokasi ke- i^* , b_i merupakan *adaptive bandwidth* yaitu parameter non negatif atau parameter penghalus. Fotheringham (2002) menyatakan pemilihan *bandwidth* yang optimum akan mempengaruhi ketepatan hasil regresi. Apabila Nilai *bandwidth* terlalu besar menyebabkan model yang dihasilkan terlalu mulus (*oversmoothing*) sehingga model lokal mirip dengan model global, sebaliknya apabila nilai *bandwidth* terlalu kecil menyebabkan model akan terlalu kasar (*undersmoothing*) sehingga parameter yang diperoleh sangat bersifat lokal dengan bias kecil namun memiliki varians yang sangat besar. Pemilihan *bandwidth* yang optimum dapat dilakukan dengan menggunakan metode *Generalized Cross Validation* (GCV).

Metode GCV optimal secara asimtotik karena tidak mengandung parameter populasi. Metode GCV dituliskan:

$$GCV = n \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - \hat{y}_i(b))^T (y_i - \hat{y}_i(b))}{(n-a)^2} \quad (2.48)$$

dimana $\hat{y}_i(b)$ adalah nilai taksiran dari y_i dan $a = tr(\mathbf{S})$ adalah banyaknya parameter efektif dalam model. Matriks

$\mathbf{S} = \mathbf{X}(\mathbf{X}^T \mathbf{W}_i \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X} \mathbf{W}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1^T \hat{\boldsymbol{\beta}}(u_1, v_1) & \mathbf{x}_2^T \hat{\boldsymbol{\beta}}(u_2, v_2) & \dots & \mathbf{x}_n^T \hat{\boldsymbol{\beta}}(u_n, v_n) \end{bmatrix}^T$ dimana nilai *bandwidth* optimum adalah dengan nilai GCV terkecil.

2.6 Kriteria Pemilihan Model Terbaik

Salah satu kriteria pemilihan model terbaik berdasarkan fungsi *ln likelihood* adalah *Akaike Information Criterion* (AIC). Namun AIC memiliki kelemahan yaitu tidak bergantung pada ukuran sampel (n). Ketika n kecil maka AIC akan cenderung memilih model yang mengandung banyak parameter. Oleh karena itu, terdapat kriteria pemilihan model yang lain yaitu AICc yang memperhitungkan ukuran sampel dengan meningkatkan penalti relatif untuk model yang kompleks dengan himpunan data yang kecil. Semakin besar ukuran n , AICc akan konvergen ke AIC (Burnham & Anderson, 2002). AICc untuk model lokal dirumuskan sesuai Persamaan (2.49).

$$AICc = -2 \ln(L(\boldsymbol{\beta}_1^*, \boldsymbol{\beta}_2^*, \boldsymbol{\delta}_1^*, \boldsymbol{\delta}_2^*, \tau)) + 2p + \frac{2p(p+1)}{n-p-1} \quad (2.49)$$

dimana * menunjukkan koordinat lintang dan bujur pada setiap observasi atau dapat ditulis sebagai koordinat (u_i, v_i) . Selain itu pemilihan model terbaik dapat dilakukan dengan perhitungan nilai Sum Square Error (SSE), dimana model terbaik adalah model yang memiliki nilai SSE terkecil. Berikut merupakan persamaan untuk perhitungan SSE (Burham & Anderson, 2002).

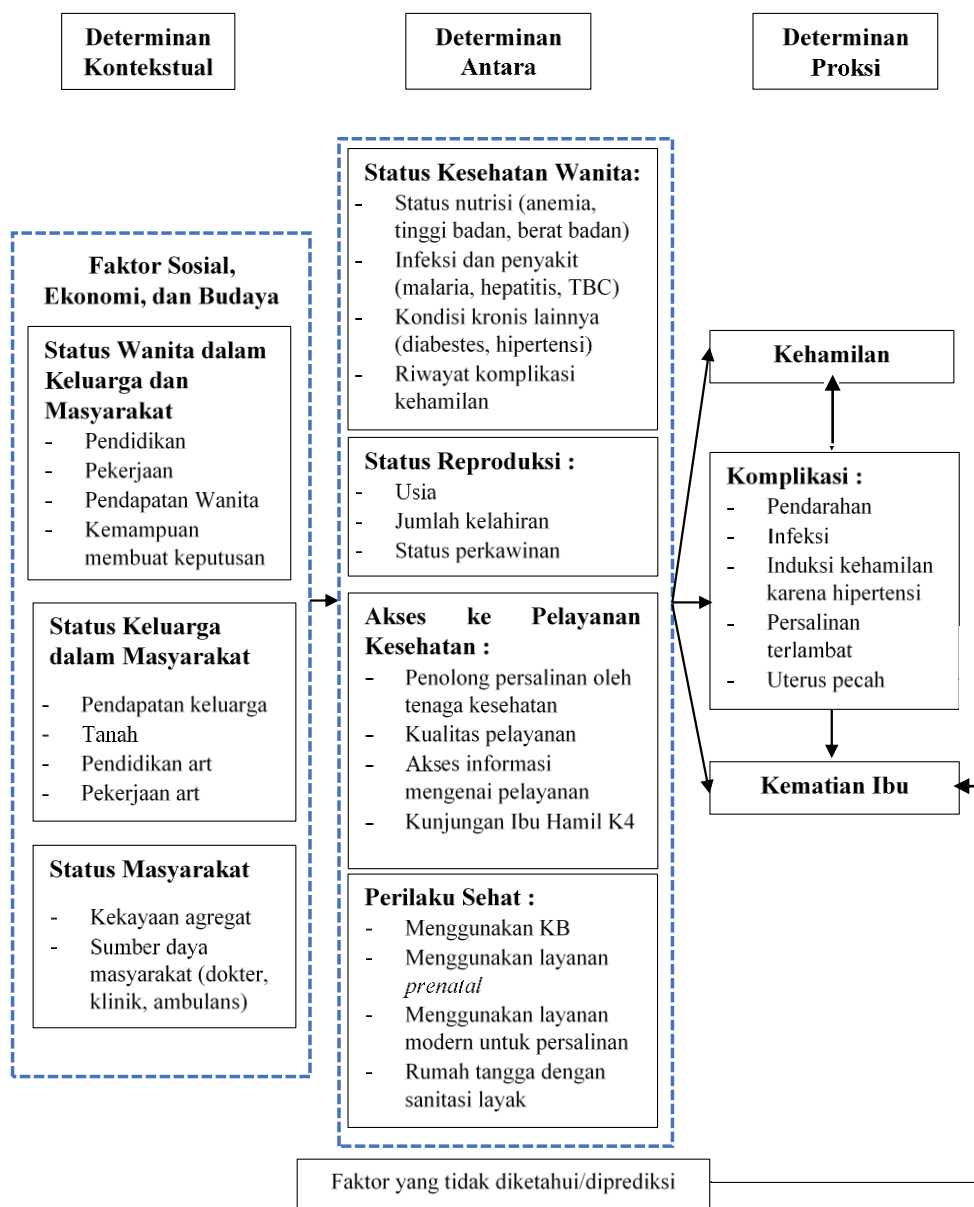
$$SSE = \sum_{k=1}^2 \sum_{i=1}^n (y_{ki} - \hat{y}_{ki})^2 \quad (2.50)$$

dimana y_{ki} adalah nilai variabel respon ke- k pada observasi ke- i , sedangkan \hat{y}_{ki} merupakan prediksi yang diperoleh dari hasil estimasi.

2.7 Jumlah Kematian Ibu Hamil dan Ibu Nifas

Kesehatan ibu merupakan salah satu tujuan *Sustainable Development Goals* (SDGs) sehingga kesehatan ibu merupakan prioritas pembangunan di Indonesia. Keberhasilan program kesehatan ibu dapat dilihat melalui indikator Angka Kematian Ibu (AKI). AKI adalah rasio kematian ibu pada masa kehamilan, persalinan, dan nifas yang disebabkan oleh pengelolaannya, bukan karena sebab lain seperti kecelakaan atau insidental yang terjadi pada setiap 100.000 kelahiran hidup (Kemenkes RI, 2018). Provinsi Jawa Tengah merupakan provinsi ketiga dengan jumlah kematian ibu tertinggi di Indonesia pada tahun 2021 yaitu sebesar 976 orang (Kementerian Kesehatan RI, 2021). Pada tahun 2017 hingga 2021 angka kematian ibu di Jawa Tengah terus mengalami peningkatan dimana peningkatan jumlah kematian ibu tertinggi terdapat pada tahun 2021. Berdasarkan 35 Kabupaten/Kota di Jawa Tengah, Kabupaten Cilacap dan Kabupaten Kebumen merupakan daerah dengan kasus kematian ibu yang tinggi dimana masing- masing terdapat 45 dan 38 kasus. Kematian ibu di Provinsi Jawa Tengah pada tahun 2021 sebesar 50,74% merupakan kematian ibu saat nifas, 41,94% kematian ibu saat hamil, dan 7,32% kematian ibu saat persalinan. Berdasarkan data tersebut, maka dapat dikatakan dua penyebab tertinggi dari AKI di Jawa Tengah disebabkan oleh kematian ibu saat nifas dan saat hamil (Dinas Kesehatan Jawa Tengah, 2021).

McCharty dan Maine (1992) mendeskripsikan faktor penyebab kematian ibu didasari oleh tiga faktor yaitu determinan kontekstual (faktor secara tidak langsung), determinan antara (faktor berdasarkan status/keadaan ibu hamil), dan determinan proksi (faktor selama kehamilan). Determinan proksi meliputi kejadian berurutan yang dimulai dari masa kehamilan, risiko kehamilan yang dapat dialami ibu hamil (komplikasi), dan terakhir yaitu kematian ibu apabila ibu yang mengalami komplikasi selama masa kehamilan tidak mendapatkan penanganan. Determinan kontekstual tidak berperan secara langsung terhadap kematian ibu, melainkan ada peran faktor- faktor dalam determinan antara yang mempengaruhi kematian ibu. Selain faktor- faktor tersebut, terdapat faktor lain yang tidak diketahui atau tidak dapat diprediksi yang dapat mempengaruhi komplikasi kematian yang berujung pada kematian ibu. Gambar 2.1 merupakan kerangka teori mengenai kematian ibu menurut McCharty dan Maine (1992)



Gambar 2. 1 Kerangka Teori Determinan Penyebab Kematian Ibu (McCharty dan Maine, 1992)

Kematian ibu hamil dan kematian ibu nifas memiliki hubungan yaitu komplikasi yang terjadi pada saat kehamilan dapat menyebabkan kematian ibu pada saat hamil atau pada saat nifas. Masa nifas adalah periode setelah persalinan yang dilalui ibu setelah kelahiran bayi dan plasenta yang berakhir hingga 42 hari yang ditandai dengan berhentinya pendarahan. Masa nifas adalah masa kritis bagi ibu setelah melahirkan dimana sekitar 50% kematian ibu dapat terjadi dalam 24 jam pertama masa nifas yang diakibatkan oleh pendarahan atau komplikasi yang diderita pada masa kehamilan (Azizah dan Rosyidah, 2019).

Tabel 2. 1 Penelitian Terdahulu

Peneliti	Variabel	Kesimpulan
Putri, dkk (2019)	<p>Variabel respon:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Jumlah kematian ibu hamil 2. Jumlah kematian ibu nifas <p>Variabel prediktor:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Persentase ibu hamil melaksanakan kunjungan pertama 2. Persentase ibu hamil melaksanakan kunjungan keempat 3. Persentase ibu hamil yang mendapatkan Fe3 4. Persentase persalinan ditolong tenaga kesehatan 	<p>Penelitian terdapat di Provinsi Jawa Tengah tahun 2017 dengan menggunakan metode <i>Bivariate Zero-Inflated Generalize Poisson Regression</i> dimana dihasilkan seluruh variabel prediktor berpengaruh signifikan terhadap variabel respon.</p>
Aini, dkk (2020)	<p>Variabel respon:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Jumlah kematian ibu hamil 2. Jumlah kematian ibu nifas <p>Variabel prediktor:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Persentase pemeriksaan kehamilan K1 2. Persentase pemeriksaan kehamilan K4 3. Persentase persalinan ditolong oleh tenaga kesehatan 4. Persentase imunisasi TT2+ pada ibu hamil 5. Persentase ibu hamil yang mendapatkan Fe3 6. Persentase penanganan komplikasi kebidanan 7. Rasio bidan per 100.000 penduduk 	<p>Penelitian dengan metode <i>Geographically Weighted Bivariate Zero-Inflated Generalize Poisson Regression</i> dengan cakupan area di Provinsi Jawa Tengah tahun 2017 dimana model <i>GWBZIGPR</i> lebih baik daripada <i>BZIGPR</i> dan menghasilkan 6 kelompok kecamatan yang signifikan terhadap kematian ibu hamil dan 8 kecamatan yang signifikan terhadap kematian ibu nifas</p>
Ermawati, dkk (2021)	<p>Variabel respon:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Jumlah kematian ibu 2. Jumlah kematian neonatal <p>Variabel prediktor:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Persentase kunjungan ibu hamil 2. Persentase ibu hamil yang mendapatkan tablet Fe3 3. Persentase persalinan oleh tenaga kesehatan 4. Persentase kunjungan ibu nifas tiga kali 5. Persentase posyandu aktif 6. Persentase komplikasi obstetri ditangani 	<p>Penelitian terkait <i>Bivariate Zero-Inflated Poisson Invers Gaussian</i> di Provinsi Sulawesi Selatan tahun 2018 dimana menghasilkan seluruh variabel prediktor berpengaruh signifikan terhadap variabel respon.</p>

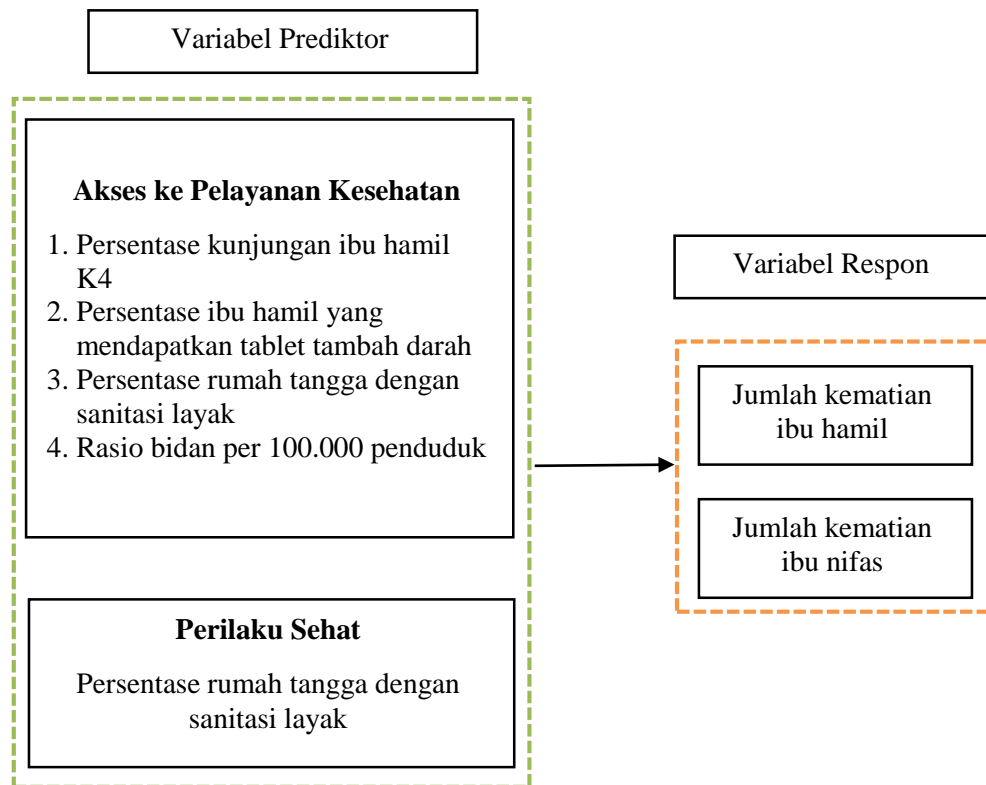
Tabel 2. 1 Penelitian Terdahulu (Lanjutan)

Peneliti	Variabel	Kesimpulan
Sari, dkk (2021)	<p>Variabel respon:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Jumlah kematian ibu bersalin 2. Jumlah kematian ibu nifas 3. Jumlah bayi lahir mati <p>Variabel prediktor:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Persentase persalinan ditolong oleh tenaga kesehatan 2. Persentase imunisasi TT2+ pada ibu hamil 3. Persentase penanganan komplikasi kebidanan 4. Rasio bidan per 100.000 penduduk 	<p>Penelitian tentang <i>Multivariate Zero- Inflated Generalized Poisson Regression</i> di Eks Karesidenan Pekalongan Provinsi Jawa Tengah 2017 dimana Seluruh variabel prediktor berpengaruh signifikan terhadap variabel respon</p>
Nur (2022)	<p>Variabel respon:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Jumlah kasus kusta kering 2. Jumlah kasus kusta basah <p>Variabel prediktor</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Persentase perilaku hidup sehat 2. Persentase rumah sehat 3. Persentase penduduk dengan sanitasi layak 4. Rasio tenaga medis 7. 5. Kepadatan penduduk 	<p>Penelitian tentang <i>Geographically Weighted Bivariate Zero-Inflated Poisson Inverse Gaussian Regression</i> di Kabupaten Kebuman dan Banjarnegara dimana GWBZIPIGR lebih baik daripada BZIPIGR dan hampir semua variabel signifikan pada tiap kecamatan kecuali pada 7 kecamatan.</p>
Azwarini (2023)	<p>Variabel respon:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Jumlah kematian ibu hamil usia 20-34 tahun 2. Jumlah kematian ibu nifas usia 20-34 tahun <p>Variabel prediktor:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Persentase kunjungan ibu hamil K1 2. Persentase kunjungan ibu hamil K4 3. Persentase persalinan ditolong oleh tenaga kesehatan 4. Persentase imunisasi TT2+ pada ibu hamil 5. Persentase ibu hamil yang mendapatkan tablet FE 3 6. Persentase penanganan komplikasi kebidanan 7. Persentase rumah tangga dengan sanitasi layak 	<p>Penelitian tentang Estimasi Parameter dan Pengujian Hipotesis <i>Bivariate Zero-Inflated Negative Binomial Regression</i> dimana diperoleh hasil model BZINBR dengan <i>exposure</i> lebih baik daripada BZINBR tanpa <i>exposure</i> dan seluruh variabel berpengaruh signifikan</p>

Berdasarkan penelitian terdahulu yang terdapat pada Tabel 2.1 dapat diketahui bahwa semua variabel prediktor berpengaruh signifikan terhadap variabel

respon pada model global dan terkait dengan GWR menunjukkan bahwa model lokal lebih baik daripada model global.

Variabel-variabel yang digunakan dalam penelitian ini dijelaskan dalam kerangka konsep pada Gambar 2.2.



Gambar 2. 2 Kerangka Kosep Penelitian

Berdasarkan beberapa penelitian terkait dengan kematian ibu terdapat beberapa variabel yang dapat mempengaruhi kematian ibu, dengan mempertimbangkan ketersediaan data pada tingkat kecamatan dan kesesuaian hubungan antara varaiabel respon dan prediktor maka tidak semua variabel yang terdapat pada Gambar 2.1 digunakan dalam penelitian ini.

BAB 3

METODE PENELITIAN

Pada bab ini akan membahas tahapan analisis secara teori dan aplikatif dimana tahapan analisis secara teori berupa langkah-langkah penaksiran parameter dan pengujian hipotesis model GWBZINBR, sedangkan tahapan analisis secara aplikatif merupakan langkah-langkah analisis yang digunakan untuk mengetahui faktor-faktor yang berpengaruh pada jumlah kematian ibu hamil dan kematian ibu nifas di Kabupaten Cilacap dan Kebumen. Selain itu juga menjelaskan terkait dengan sumber data dan variabel-variabel yang digunakan dalam analisis.

3.1 Tahapan Estimasi Parameter GWBZINBR

Estimasi parameter GWBZINBR dilakukan dengan menggunakan MLE dan iterasi BHHH. Berikut merupakan langkah-langkah untuk mendapatkan parameter GWBZINBR.

1. Membentuk fungsi distribusi peluang dengan model GWBZINBR berikut.

$$\lambda_{ki} = \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_k(u_i, v_i)); \quad k = 1, 2$$

$$p_{ki} = \frac{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_k(u_i, v_i))}{1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_k(u_i, v_i))}$$

$$1 - p_{ki} = \frac{1}{1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_k(u_i, v_i))}$$

Berikut merupakan fungsi distribusi peluang yang terbentuk.

- Untuk $Y_{1i} = 0, Y_{2i} = 0$

$$\begin{aligned} & P(Y_{1i} = 0, Y_{2i} = 0) \\ &= \frac{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i))}{1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i))} \frac{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_2(u_i, v_i))}{1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_2(u_i, v_i))} \\ &+ \frac{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i))}{1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i))} \frac{1}{1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_2(u_i, v_i))} \left(\frac{1}{1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))} \right)^{\frac{1}{\tau}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_2(u_i, v_i))}{1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_2(u_i, v_i))} \frac{1}{1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i))} \left(\frac{1}{1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i))} \right)^{\frac{1}{\tau}} \\
& + \left(\frac{1}{1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i))} \right) \left(\frac{1}{1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_2(u_i, v_i))} \right) \\
& \times \left(\frac{1}{1 + \tau (\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)))} \right)^{\frac{1}{\tau}}
\end{aligned}$$

• Untuk $Y_{1i} > 0, Y_{2i} = 0$

$$\begin{aligned}
& P(Y_{1i} > 0, Y_{2i} = 0) \\
& = \frac{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_2(u_i, v_i))}{1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_2(u_i, v_i))} \frac{1}{1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i))} \\
& \times \frac{\Gamma\left(y_{1i} + \frac{1}{\tau}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{\tau}\right) y_{1i}!} \left(\frac{1}{1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i))} \right)^{\frac{1}{\tau}} \left(\frac{\tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i))}{1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i))} \right)^{y_{1i}} \\
& + \frac{1}{1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i))} \frac{1}{1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_2(u_i, v_i))} \frac{\Gamma\left(y_{1i} + \frac{1}{\tau}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{\tau}\right) y_{1i}!} \\
& \times \left(\frac{1}{1 + \tau (q_{1i} \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)))} \right)^{\frac{1}{\tau}} \\
& \times \left(\frac{\tau (\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)))}{1 + \tau (q_{1i} \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)))} \right)^{y_{1i}}
\end{aligned}$$

• Untuk $Y_{1i} = 0, Y_{2i} > 0$

$$\begin{aligned}
& P(Y_{1i} = 0, Y_{2i} > 0) \\
& = \frac{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i))}{1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i))} \frac{1}{1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_2(u_i, v_i))} \frac{\Gamma\left(y_{2i} + \frac{1}{\tau}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{\tau}\right) y_{2i}!} \left(\frac{1}{1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))} \right)^{\frac{1}{\tau}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \left(\frac{\tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))}{1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))} \right)^{y_{2i}} + \frac{1}{1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i))} \frac{1}{1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_2(u_i, v_i))} \frac{\Gamma\left(y_{2i} + \frac{1}{\tau}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{\tau}\right) y_{2i}!} \\ & \times \left(\frac{1}{1 + \tau (\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)))} \right)^{\frac{1}{\tau}} \\ & \times \left(\frac{\tau (\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)))}{1 + \tau (\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)))} \right)^{y_{2i}} \end{aligned}$$

- Untuk $Y_{1i} > 0, Y_{2i} > 0$

$$\begin{aligned} & P(Y_{1i} > 0, Y_{2i} > 0) \\ & = \frac{1}{1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i))} \frac{1}{1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_2(u_i, v_i))} \frac{\Gamma\left(y_{1i} + y_{2i} + \frac{1}{\tau}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{\tau}\right) y_{1i}! y_{2i}!} \\ & \times \left(\frac{1}{1 + \tau (\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)))} \right)^{\frac{1}{\tau}} \\ & \times \left(\frac{\tau (\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)))}{1 + \tau (\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)))} \right)^{y_{1i} + y_{2i}} \end{aligned}$$

2. Membentuk fungsi *likelihood* untuk lokasi ke- i pada model GWBZINBR

$$L(\boldsymbol{\beta}_k(u_i, v_i), \boldsymbol{\delta}_k(u_i, v_i), \tau; k = 1, 2; i = 1, 2, \dots, n) = \prod_{i=1}^n P(y_{1i}, y_{2i})$$

3. Menentukan pembobot w_{ii^*} untuk setiap lokasi ke- i dengan pembobot *Adaptive Gaussian Kernel* sesuai Persamaan (2.46). Nilai *bandwidth* optimum b ditentukan dengan metode *Generalized Cross-Validation* (GCV).
4. Menentukan fungsi *ln likelihood* untuk lokasi ke- i dari model GWBZINBR berikut.

$$\ln L(\boldsymbol{\beta}_k(u_i, v_i), \boldsymbol{\delta}_k(u_i, v_i), \tau; k = 1, 2; i = 1, 2, \dots, n) = \sum_{i=1}^n w_{ii^*} \ln P(y_{1i}, y_{2i})$$

5. Mencari turunan pertama dari $\ln L(\boldsymbol{\beta}_k(u_i, v_i), \boldsymbol{\delta}_k(u_i, v_i), \tau; k=1, 2; i=1, 2, \dots, n)$ terhadap parameter $\boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)$, $\boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)$, $\boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i)$, $\boldsymbol{\delta}_2(u_i, v_i)$, τ kemudian disamadengankan nol.
6. Mendapatkan penaksir parameter $\hat{\boldsymbol{\beta}}_1(u_i, v_i)$, $\hat{\boldsymbol{\beta}}_2(u_i, v_i)$, $\hat{\boldsymbol{\delta}}_1(u_i, v_i)$, $\hat{\boldsymbol{\delta}}_2(u_i, v_i)$, dan $\hat{\tau}$ dengan menggunakan algoritma BHHH berikut.

- a. Menentukan nilai awal (*initial value*) $\boldsymbol{\theta}$ pada iterasi ke $m=0$, dinotasikan sebagai berikut.

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_i = \left[\hat{\boldsymbol{\beta}}_1^{T(0)}(u_i, v_i), \hat{\boldsymbol{\beta}}_2^{T(0)}(u_i, v_i), \hat{\boldsymbol{\delta}}_1^{T(0)}(u_i, v_i), \hat{\boldsymbol{\delta}}_2^{T(0)}(u_i, v_i), \hat{\tau}^{(0)} \right]^T \text{ dimana}$$

$\hat{\boldsymbol{\beta}}_1^{T(0)}(u_i, v_i), \hat{\boldsymbol{\beta}}_2^{T(0)}(u_i, v_i), \hat{\boldsymbol{\delta}}_1^{T(0)}(u_i, v_i), \hat{\boldsymbol{\delta}}_2^{T(0)}(u_i, v_i), \hat{\tau}^{(0)}$ diperoleh dari taksiran BZINBR.

- b. Menghitung vektor gradien untuk GWBZINBR.

$$\mathbf{g}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_i^{(m)}) = \left[\frac{\partial L(\bullet)}{\partial \hat{\boldsymbol{\beta}}_1^{T(0)}(u_i, v_i)}, \frac{\partial L(\bullet)}{\partial \hat{\boldsymbol{\beta}}_2^{T(0)}(u_i, v_i)}, \frac{\partial L(\bullet)}{\partial \hat{\boldsymbol{\delta}}_1^{T(0)}(u_i, v_i)}, \frac{\partial L(\bullet)}{\partial \hat{\boldsymbol{\delta}}_2^{T(0)}(u_i, v_i)}, \frac{\partial L(\bullet)}{\partial \hat{\tau}} \right]^T$$

- c. Membentuk matriks Hessian

$$\mathbf{H}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_i^{(m)}) = - \sum_{i=1}^n \mathbf{g}_i(\hat{\boldsymbol{\theta}}_i^{(m)}) \mathbf{g}_i(\hat{\boldsymbol{\theta}}_i^{(m)})^T$$

$$\mathbf{g}_i(\hat{\boldsymbol{\theta}}_i^{(m)}) = \frac{\partial \ln P(y_{1i}, y_{2i}; \boldsymbol{\theta}_i)}{\partial \boldsymbol{\theta}_i}$$

- d. Mensubstitusikan nilai $\hat{\boldsymbol{\theta}}_i^{(m)}$ pada elemen $\mathbf{g}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_i^{(m)})$ dan matriks Hessian

$$\mathbf{H}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_i^{(m)})$$

- e. Melakukan iterasi dimulai saat $m=0$ dengan persamaan

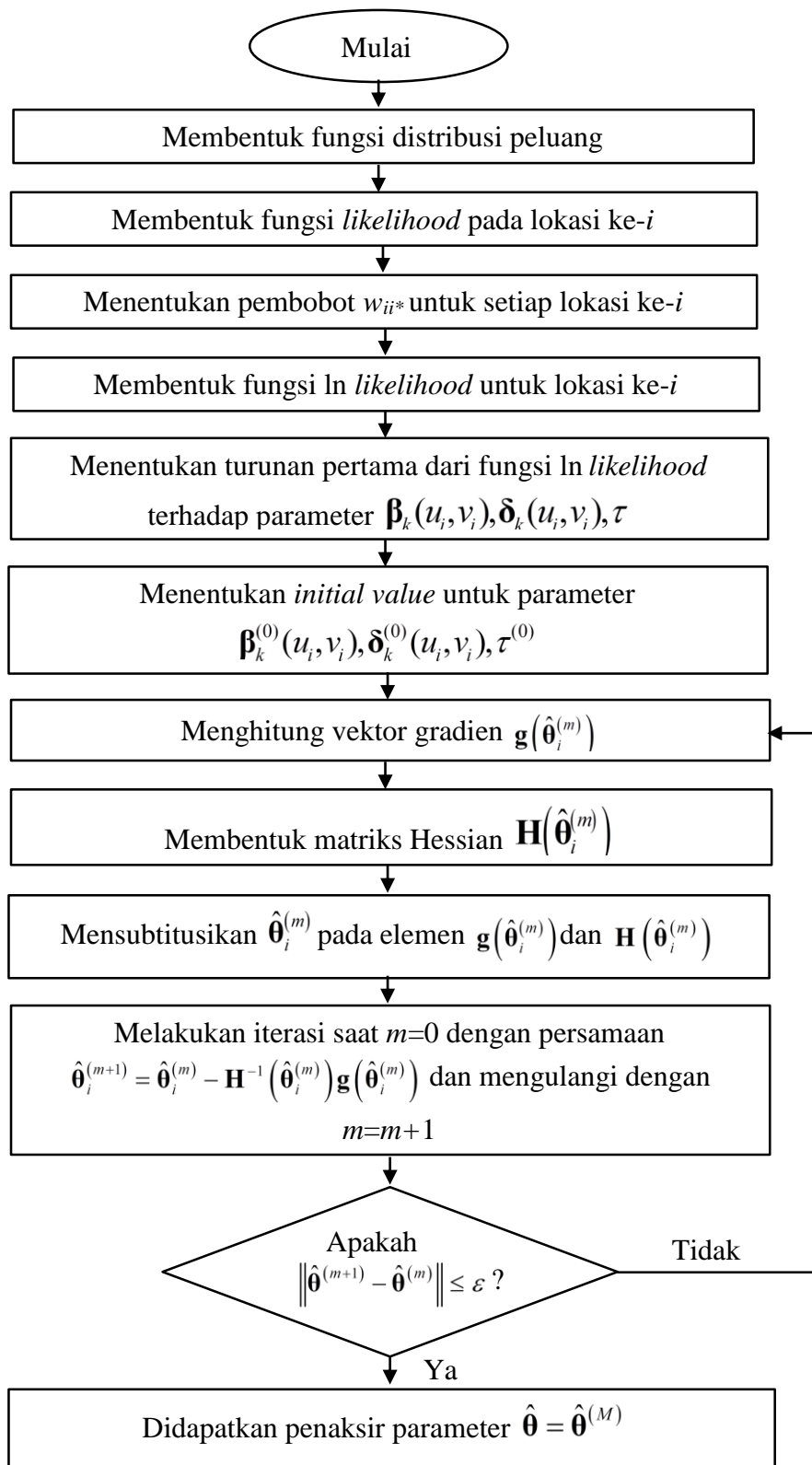
$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_i^{(m+1)} = \hat{\boldsymbol{\theta}}_i^{(m)} - \mathbf{H}^{-1}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_i^{(m)}) \mathbf{g}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_i^{(m)}).$$

- f. Melakukan perulangan pada langkah b dengan $m=m+1$

- g. Iterasi akan berhenti jika $\|\hat{\boldsymbol{\theta}}_{GWBZINBR}^{(m+1)} - \hat{\boldsymbol{\theta}}_{GWBZINBR}^{(m)}\| \leq \varepsilon$, dimana ε adalah bilangan positif yang sangat kecil mendekati 0

- h. Didapatkan penaksir parameter $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{GWBZINBR} = \hat{\boldsymbol{\theta}}_{GWBZINBR}^{(M)}$

- i. Lakukan langkah (a) sampai (h) untuk $i=1, 2, \dots, n$



Gambar 3.1 Diagram Alir Estimasi Parameter GWBZINBR

3.2 Tahapan Pengujian Hipotesis GWBZINBR

Pengujian hipotesis parameter GWBZINBR terbagi menjadi pengujian serentak dan parsial sebagai berikut.

1. Pengujian serentak parameter $\beta_{kj}(u_i, v_i)$ dan $\delta_{kj}(u_i, v_i)$

Parameter $\beta_{kj}(u_i, v_i)$ dan $\delta_{kj}(u_i, v_i)$ diuji secara serentak dengan hipotesis:

$$H_0 : \beta_{k1}(u_i, v_i) = \beta_{k2}(u_i, v_i) = \dots = \beta_{kh}(u_i, v_i) = \delta_{k1}(u_i, v_i) \\ = \delta_{k2}(u_i, v_i) = \dots = \delta_{kh}(u_i, v_i) = 0; k = 1, 2; i = 1, 2, \dots, n$$

H_1 : paling sedikit terdapat satu $\beta_{kj}(u_i, v_i) \neq 0$ atau $\delta_{kj}(u_i, v_i) \neq 0$

- a. Menentukan fungsi *likelihood* untuk model penuh (*saturated*) pada himpunan parameter dibawah populasi

$$\Omega = \{\beta_1(u_i, v_i), \beta_2(u_i, v_i), \delta_1(u_i, v_i), \delta_2(u_i, v_i), \tau; i = 1, 2, \dots, n\}$$

dan himpunan parameter dibawah H_0

$$\omega = \{\beta_{10}(u_i, v_i), \beta_{20}(u_i, v_i), \delta_{10}(u_i, v_i), \delta_{20}(u_i, v_i), \tau; i = 1, 2, \dots, n\}$$

- b. Membuat *odd likelihood lambda*

$$\Lambda = \frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})}$$

- c. Kriteria menolak H_0 adalah jika $\Lambda_2 < \Lambda_0$, $0 < \Lambda_0 < 1$

- d. $\alpha = P(\Lambda < \Lambda_0 | H_0 \text{ benar})$

$$= P(\ln \Lambda^2 < \ln \Lambda_0^2)$$

$$= P(-\ln \Lambda^2 > -\ln \Lambda_0^2)$$

$$= P(G_{GWBZINBR}^2 > \chi_{(v, \alpha)}^2)$$

- e. Menghitung $G_{GWBZINBR}^2$ dengan rumus berikut.

$$G_{GWBZINBR}^2 = -\ln(\Lambda^2)$$

$$= -2 \ln \Lambda$$

$$= -2 \ln \left(\frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})} \right)$$

$$= -2 \left[\ln(L(\hat{\omega})) - \ln(L(\hat{\Omega})) \right]$$

f. Menentukan $G_{GWBZINBR}^2$ dan daerah penolakannya dimana daerah penolakan H_0 pada pengujian GWBZINBR secara serentak adalah

$$G_{GWBZINBR}^2 > \chi_{(v,\alpha)}^2$$

2. Pengujian parsial parameter

Apabila pengujian serentak parameter-parameter adalah tolak H_0 maka dilanjutkan dengan menguji parameter-parameter secara parsial berikut.

- a. $H_0 : \beta_{kj}(u_i, v_i) = 0$
 $H_1 : \beta_{kj}(u_i, v_i) \neq 0; k = 1, 2; i = 1, 2, \dots, n$
- b. $H_0 : \delta_{kj}(u_i, v_i) = 0$
 $H_1 : \delta_{kj}(u_i, v_i) \neq 0; k = 1, 2; i = 1, 2, \dots, n$
- c. $H_0 : \tau = 0$
 $H_1 : \tau \neq 0$

Menghitung statistik uji Wald:

- Untuk parameter $\beta_{kj}(u_i, v_i)$

$$Z_{\beta_{kj}(u_i, v_i) \text{hitung}} = \frac{\hat{\beta}_{kj}(u_i, v_i)}{se(\hat{\beta}_{kj}(u_i, v_i))} \text{ dimana } se(\hat{\beta}_{kj}(u_i, v_i)) = \sqrt{\text{vâr}(\hat{\beta}_{kj}(u_i, v_i))}$$

- Untuk parameter $\delta_{kj}(u_i, v_i)$

$$Z_{\delta_{kj}(u_i, v_i) \text{hitung}} = \frac{\hat{\delta}_{kj}(u_i, v_i)}{se(\hat{\delta}_{kj}(u_i, v_i))} \text{ dimana } se(\hat{\delta}_{kj}(u_i, v_i)) = \sqrt{\text{vâr}(\hat{\delta}_{kj}(u_i, v_i))}$$

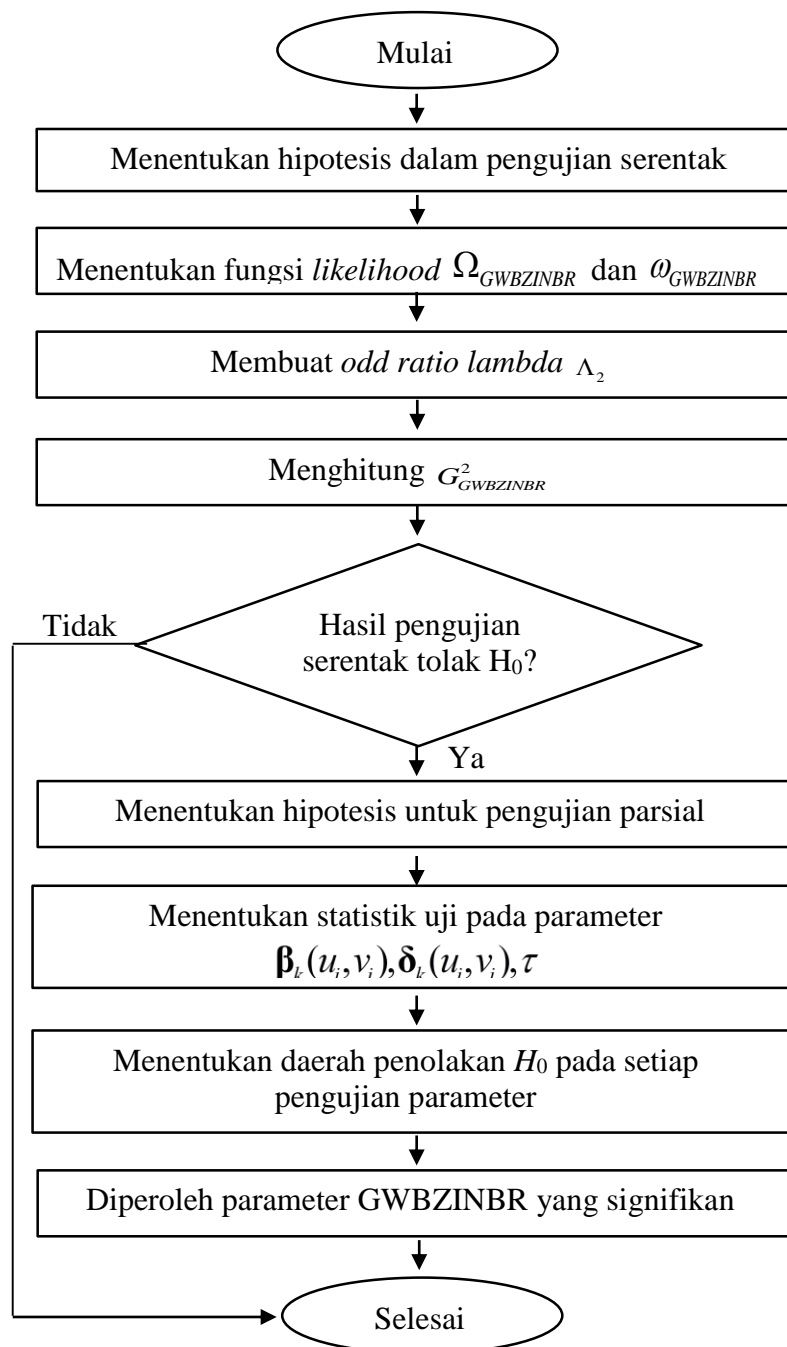
- Untuk parameter τ

$$Z_{\tau \text{hitung}} = \frac{\hat{\tau}}{se(\hat{\tau})} \text{ dimana } se(\hat{\tau}) = \sqrt{\text{vâr}(\hat{\tau})}$$

Menentukan daerah penolakan H_0 dimana H_0 ditolak apabila

$$|Z_{\text{hitung}}| > Z_{\alpha/2}$$

Berdasarkan langkah analisis yang telah dijabarkan pada subbab 3.1 dan 3.2 selanjutnya dapat dibentuk diagram alir sesuai pada Gambar 3.1.

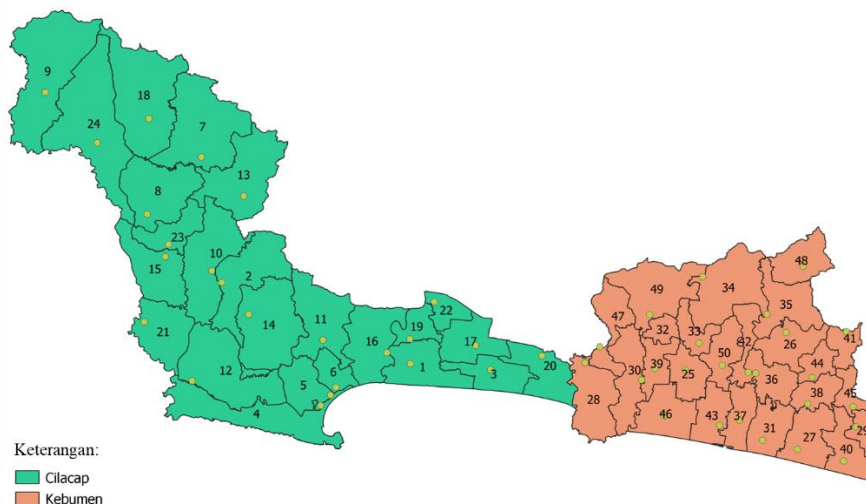


Gambar 3.2 Diagram Alir Pengujian Hipotesis GWBZINBR

3.3 Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang diperoleh dari Dinas Kesehatan Kabupaten Cilacap dan Kabupaten Kebumen tahun 2021 dengan total unit observasi sebanyak 50 kecamatan dimana sebanyak 24 Kecamatan yang terdapat dalam Kabupaten Cilacap dan 26 Kecamatan di

Kabupaten Kebumen sesuai pada Gambar 3.3. Keterangan terkait dengan penomoran pada Gambar 3.3 selengkapnya dapat dilihat pada Lampiran 1.



Gambar 3. 3 Peta Kabupaten Cilacap dan Kabupaten Kebumen

Berdasarkan wilayah administrasi peta Kabupaten Cilacap dan Kebumen, pengelompokan nilai nol untuk variabel respon yaitu Kematian Ibu Hamil (Y_1) dan kematian ibu nifas (Y_2) menyesuaikan dengan tipe II GWBZINBR sesuai pada Tabel 3.1.

Tabel 3. 1 Data Kecamatan Berdasarkan GWBZINBR Tipe II

Wilayah	Untuk $Y_1=Y_2=0$	Untuk $Y_1=0, Y_2>0$	Untuk $Y_1>0, Y_2=0$	Untuk $Y_1>0, Y_2>0$
Kab. Cilacap	24%	4%	8%	12%
Kab. Kebumen	22%	10%	8%	12%
Total	46%	14%	16%	24%

3.4 Variabel Penelitian

Berikut merupakan variabel penelitian beserta definisi yang digunakan pada penelitian ini.

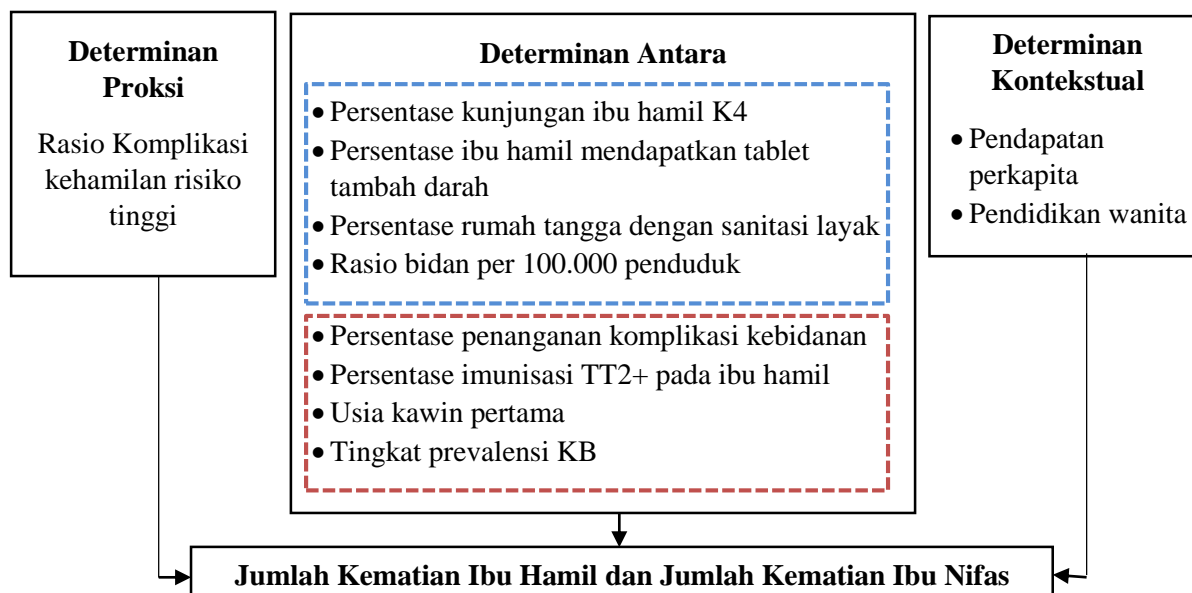
Tabel 3. 2 Variabel Penelitian

Notasi	Variabel	Definisi Variabel	Skala Data
Y_1	Jumlah kematian ibu hamil	Jumlah ibu yang meninggal pada saat hamil di suatu kecamatan dalam kurun waktu satu tahun.	Rasio

Tabel 3. 3 Variabel Penelitian (Lanjutan)

Notasi	Variabel	Definisi Variabel	Skala Data
Y ₂	Jumlah kematian ibu nifas	Jumlah ibu yang meninggal pada saat nifas di suatu kecamatan dalam kurun waktu satu tahun.	Rasio
X ₁	Persentase kunjungan ibu hamil K4	Persentase ibu hamil di suatu kecamatan yang mendapatkan pelayanan antenatal dalam 4 kali kunjungan	Rasio
X ₂	Persentase ibu hamil yang mendapatkan tablet tambah darah	Jumlah ibu hamil yang mendapat (90) tablet tambah darah selama periode kehamilannya dibagi dengan jumlah ibu hamil di kecamatan yang bersangkutan pada kurun waktu yang sama dikali 100 persen	Rasio
X ₃	Persentase rumah tangga dengan sanitasi layak	Jumlah rumah tangga yang memiliki akses terhadap layanan sanitasi layak dibagi dengan jumlah rumah tangga pada kecamatan bersangkutan dalam kurun waktu yang sama dikali 100 persen.	Rasio
X ₄	Rasio bidan per 100.000 penduduk di suatu Kecamatan	Hasil bagi antara jumlah bidan dengan jumlah penduduk di suatu Kecamatan pada kurun waktu satu tahun dikalikan 100.000	Rasio

Berdasarkan uraian pada sub bab 2.7 dan tabel 3.2 maka kerangka kerja yang digunakan pada penelitian ini sesuai pada Gambar 3.4.



Gambar 3.4 Kerangka Kerja Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Jumlah Kematian Ibu Hamil dan Ibu Nifas

Keterangan:

 : Variabel prediktor yang digunakan dalam penelitian ini

 : Variabel prediktor yang tidak digunakan dalam penelitian ini

3.5 Struktur Data

Struktur data yang digunakan pada penelitian ini sesuai pada Tabel 3.3.

Tabel 3.3 Struktur Data Penelitian

Kecamatan	Lokasi		Respon		Variabel Prediktor			
	u	v	Y_1	Y_2	X_1	X_2	X_3	X_4
1	u_1	v_1	$Y_{1,1}$	$Y_{2,1}$	$X_{1,1}$	$X_{2,1}$	$X_{3,1}$	$X_{4,1}$
2	u_2	v_2	$Y_{1,2}$	$Y_{2,2}$	$X_{1,2}$	$X_{2,2}$	$X_{3,2}$	$X_{4,2}$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
i	u_i	v_i	$Y_{1,i}$	$Y_{2,i}$	$X_{1,i}$	$X_{2,i}$	$X_{3,i}$	$X_{4,i}$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
50	u_{50}	v_{50}	$Y_{1,50}$	$Y_{2,50}$	$X_{1,50}$	$X_{2,50}$	$X_{3,50}$	$X_{4,50}$

Koordinat lintang (u_i) dan bujur (v_i) pada penelitian ini berdasarkan koordinat pusat kecamatan masing-masing.

3.6 Tahapan Pemodelan GWBZINBR Pada Kasus Kematian Ibu Hamil dan Kematian Ibu Nifas

Berikut langkah-langkah untuk mendapatkan faktor-faktor yang berpengaruh terhadap jumlah kematian ibu hamil dan ibu nifas di Kabupaten Cilacap dan Kabupaten Kebumen dengan metode GWBZINBR.

- 1) Membuat analisis deskriptif dan peta tematik variabel respon dan prediktor. Statistik deskriptif yang digunakan adalah nilai minimum, nilai maksimum, rata-rata, dan koefisien variasi.
- 2) Menguji korelasi antar variabel respon.
- 3) Mendeteksi adanya multikolinieritas dari variabel prediktor dengan menggunakan kriteria VIF
- 4) Melakukan deteksi overdispersi dengan *Variance Test* (VT).
- 5) Memodelkan data dengan metode BZINBR sesuai langkah-langkah berikut.
 - a) Melakukan penaksiran parameter model BZINBR.
 - b) Melakukan pengujian hipotesis secara serentak dan parsial pada model BZINBR.
- 6) Melakukan pengujian heterogenitas spasial.
- 7) Memodelkan GWBZINBR dengan langkah-langkah berikut:
 - a) Menghitung jarak *euclidean* pada koordinat (u_i, v_i) antar lokasi pengamatan.

- b) Menentukan fungsi pembobot spasial yaitu fungsi pembobot *fixed bisquare*.
- c) Mendapatkan *bandwidth* optimum model GWBZINBR untuk setiap lokasi pengamatan dengan GCV.
- d) Melakukan penaksiran parameter GWBZINBR dengan MLE.
- e) Menguji kesamaan model BZINBR dan GWBZINBR dengan membandingkan nilai devians BZINBR dan GWBZINBR.

Pengujian kesamaan model BZINBR dan GWBZINBR dilakukan untuk menguji pengaruh faktor lokasi dalam pembentukan model. Pengujian ini dilakukan dengan membandingkan model BZINBR dan GWBZINBR sebagai berikut.

$$H_0 : \beta_{kj}(u_i, v_i) = \beta_{kj}, k=1,2; j=1,2,3,4; i=1,2,\dots,50$$

$$H_1 : \text{minimal ada satu } \beta_{kj}(u_i, v_i) \neq \beta_{kj}$$

Statistik uji yang digunakan adalah:

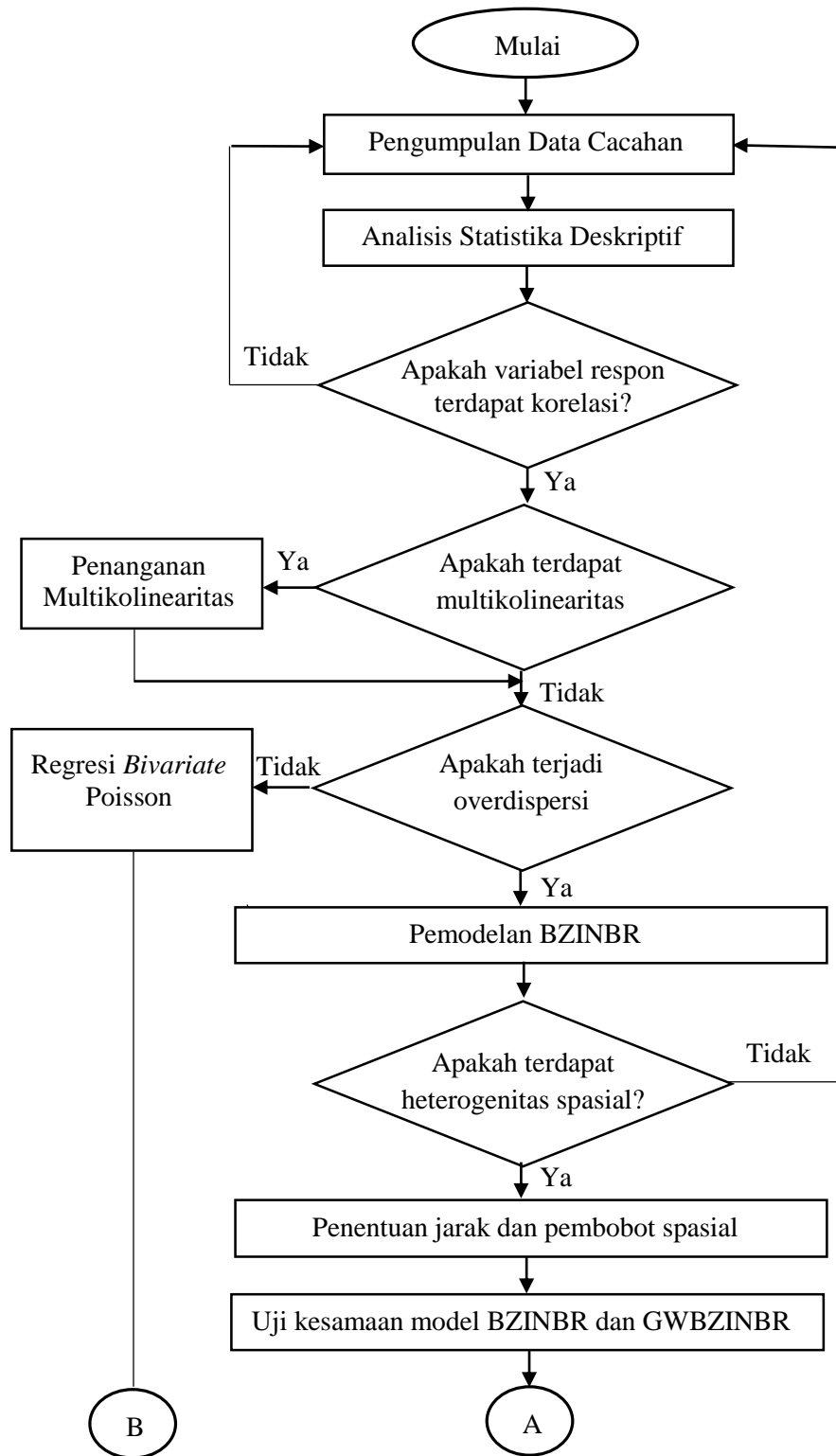
$$F = \frac{\frac{G_{BZINBR}^2}{df_{BZINBR}}}{\frac{G_{GWBZINBR}^2}{df_{GWBZINBR}}}$$

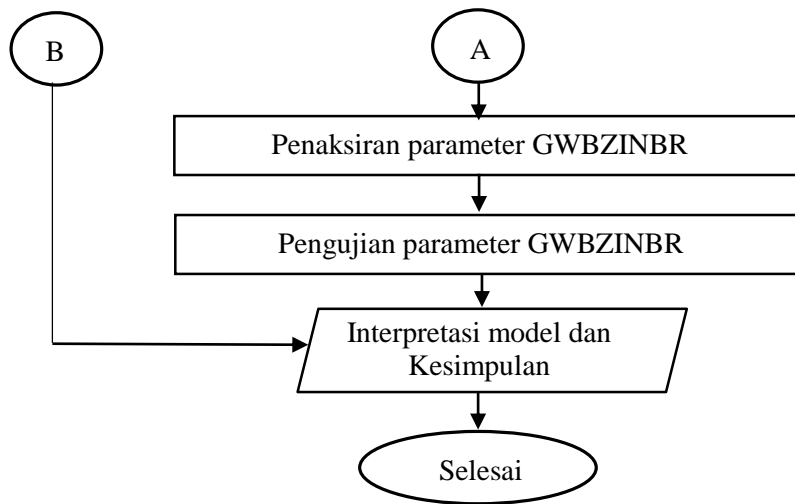
Dimana daerah penolakan H_0 adalah $F > F_{\alpha; df_{BZINBR}; df_{GWBZINBR}}$

- f) Melakukan pengujian hipotesis model GWBZINBR secara serentak dan parsial.
- g) Menentukan model terbaik berdasarkan AICc.
- h) Melakukan interpretasi model yang telah diperoleh.

3.7 Diagram Alir

Berikut merupakan diagram alir pada penelitian ini.





Gambar 3.5 Diagram Alir Tahap Pemodelan GWBZINBR Secara Aplikatif

BAB 4 HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Estimasi Parameter Model GWBZINBR

Model GWBZINBR merupakan model pengembangan dari BZINBR dimana pada model ini memasukkan karakteristik lokasi atau geografis sehingga diperoleh nilai estimasi yang bersifat lokal. Penambahan karakteristik di setiap pengamatan dilakukan dengan memberikan koordinat lokasi berupa koordinat lintang dan bujur yang kemudian disebut sebagai pembobot wilayah (w_{i^*}). Estimasi parameter model GWBZINBR dilakukan dengan menggunakan metode MLE. Misalkan $(Y_{1i}, Y_{2i}) \sim BZINB(\boldsymbol{\beta}_1, \boldsymbol{\beta}_2, \boldsymbol{\delta}_1, \boldsymbol{\delta}_2, \tau)$ untuk $i = 1, 2, \dots, n$ maka model GWBZINBR adalah:

$$\lambda_{ki} = \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_k), k = 1, 2; i = 1, 2, \dots, n$$

$$p_{ki} = \frac{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_k)}{1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_k)} \text{ dan } (1 - p_{ki}) = \frac{1}{1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_k)}$$

Sehingga diperoleh fungsi distribusi peluang sebagai berikut.

$$P(y_{1i}, y_{2i}) = \begin{cases} A_i, (y_{1i} = 0, y_{2i} = 0) \\ B_i, (y_{1i} = 0, y_{2i} > 0) \\ C_i, (y_{1i} > 0, y_{2i} = 0) \\ D_i, (y_{1i} > 0, y_{2i} > 0) \end{cases}$$

Dimana persamaan A_i, B_i, C_i , dan D_i sesuai pada Lampiran 2. Tahap pertama estimasi parameter dengan metode MLE adalah membentuk fungsi *likelihood* sebagai berikut.

$$\begin{aligned} L(\boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i), \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i), \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i), \boldsymbol{\delta}_2(u_i, v_i)) &= \prod_{i^*=1}^n P(y_{1i}, y_{2i}; \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i), \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i), \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i), \boldsymbol{\delta}_2(u_i, v_i))^{w_{i^*}} \\ &= \prod_{i^*=1}^n \left((A_i)^{1-b_i-c_i-d_i} (B_i)^{b_i} (C_i)^{c_i} (D_i)^{d_i} \right)^{w_{i^*}} \end{aligned}$$

Tahap kedua adalah membentuk fungsi *ln likelihood*

$$\begin{aligned} \ell(\boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i), \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i), \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i), \boldsymbol{\delta}_2(u_i, v_i)) &= \ln L(\boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i), \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i), \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i), \boldsymbol{\delta}_2(u_i, v_i)) \\ &= \sum_{i^*=1}^n w_{i^*} (1 - b_i - c_i - d_i) \ln A_i + \sum_{i^*=1}^n w_{i^*} (b_i) \ln B_i + \sum_{i^*=1}^n w_{i^*} (c_i) \ln C_i + \sum_{i^*=1}^n w_{i^*} (d_i) \ln D_i \end{aligned}$$

Dimana $\ln A_i$, $\ln B_i$, $\ln C_i$, dan $\ln D_i$ dapat dilihat pada Lampiran 3. Selanjutnya untuk mendapatkan parameter $\beta_1(u_i, v_i)$, $\beta_2(u_i, v_i)$, $\delta_1(u_i, v_i)$, dan $\delta_2(u_i, v_i)$ maka fungsi $\ell(\beta_1(u_i, v_i), \beta_2(u_i, v_i), \delta_1(u_i, v_i), \delta_2(u_i, v_i))$ masing-masing parameter dan disamadengankan nol sehingga diperoleh turunan pertama sesuai pada Lampiran 4.

Diketahui bahwa turunan pertama diperoleh persamaan yang tidak *close form* maka selanjutnya estimasi parameter diselesaikan dengan iterasi numerik BHHH. Berikut merupakan langkah-langkah iterasi BHHH.

- a. Menentukan nilai awal (*initial value*) θ pada iterasi ke $m=0$, dinotasikan sebagai berikut.

$$\hat{\theta}_i = \left[\hat{\beta}_1^{T(0)}(u_i, v_i), \hat{\beta}_2^{T(0)}(u_i, v_i), \hat{\delta}_1^{T(0)}(u_i, v_i), \hat{\delta}_2^{T(0)}(u_i, v_i), \hat{\tau}^{(0)} \right]^T \text{ dimana}$$

$$\hat{\beta}_1^{T(0)}(u_i, v_i), \hat{\beta}_2^{T(0)}(u_i, v_i), \hat{\delta}_1^{T(0)}(u_i, v_i), \hat{\delta}_2^{T(0)}(u_i, v_i), \hat{\tau}^{(0)}$$

diperoleh dari taksiran BZINBR sesuai pada Tabel 4.5 dan nilai awal BZINBR diperoleh dari hasil taksiran ZINBR. Berikut merupakan nilai awal untuk mengestimasi parameter BZINBR.

Tabel 4.1 Nilai Awal untuk Mendapatkan Estimator BZINBR

Parameter	Nilai Taksiran	Parameter	Nilai Taksiran
β_{10}	-7,07834	δ_{11}	0,04
β_{11}	0,005001	δ_{12}	0,04
β_{12}	0,074376	δ_{13}	0,04
β_{13}	-0,00225	δ_{14}	0,04
β_{14}	-0,01686	δ_{20}	0,015
β_{20}	-1,57056	δ_{21}	0,015
β_{21}	-0,11686	δ_{22}	0,015
β_{22}	0,129268	δ_{23}	0,015
β_{23}	0,00679	δ_{24}	0,015
β_{24}	-0,0124	τ	0,12
δ_{10}	0,04		

- b. Menghitung vektor gradien untuk GWBZINBR.

$$\mathbf{g}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_i^{(m)}) = \left[\frac{\partial L(\bullet)}{\partial \hat{\boldsymbol{\beta}}_1^{T(0)}(u_i, v_i)} \frac{\partial L(\bullet)}{\partial \hat{\boldsymbol{\beta}}_2^{T(0)}(u_i, v_i)} \frac{\partial L(\bullet)}{\partial \hat{\boldsymbol{\delta}}_1^{T(0)}(u_i, v_i)} \frac{\partial L(\bullet)}{\partial \hat{\boldsymbol{\delta}}_2^{T(0)}(u_i, v_i)} \frac{\partial L(\bullet)}{\partial \hat{\tau}} \right]^T$$

Vektor gradien $\mathbf{g}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_i^{(m)})$ merupakan penjumlahan dari gradien pada masing-masing lokasi observasi $\left(\mathbf{g}_i(\hat{\boldsymbol{\theta}}_i^{(m)}) \right)$.

- c. Membentuk matriks Hessian

$$\mathbf{H}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_i^{(m)}) = - \sum_{i=1}^n \mathbf{g}_i(\hat{\boldsymbol{\theta}}_i^{(m)}) \mathbf{g}_i(\hat{\boldsymbol{\theta}}_i^{(m)})^T$$

$$\mathbf{g}_i(\hat{\boldsymbol{\theta}}_i^{(m)}) = \frac{w_{i^*} \partial \ln P(y_{1i}, y_{2i}; \boldsymbol{\theta}_i)}{\partial \boldsymbol{\theta}_i}$$

- d. Mensubstitusikan nilai $\hat{\boldsymbol{\theta}}_i^{(m)}$ pada elemen $\mathbf{g}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_i^{(m)})$ dan matriks Hessian

$$\mathbf{H}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_i^{(m)})$$

- e. Melakukan iterasi dimulai saat $m=0$ dengan persamaan

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_i^{(m+1)} = \hat{\boldsymbol{\theta}}_i^{(m)} - \mathbf{H}^{-1}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_i^{(m)}) \mathbf{g}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_i^{(m)}).$$

- f. Melakukan perulangan pada langkah b dengan $m=m+1$

- g. Iterasi akan berhenti jika $\left\| \hat{\boldsymbol{\theta}}_{GWBZINBR}^{(m+1)} - \hat{\boldsymbol{\theta}}_{GWBZINBR}^{(m)} \right\| \leq \varepsilon$ atau maksimal 100 iterasi, dimana ε pada penelitian ini sebesar 0,01.

- h. Didapatkan penaksir parameter $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{GWBZINBR} = \hat{\boldsymbol{\theta}}_{GWBZINBR}^{(M)}$

- i. Lakukan langkah (a) sampai (h) untuk $i=1, 2, \dots, n$

4.2 Pengujian Hipotesis Model GWBZINBR

Berikut diberikan penjabaran mengenai pengujian hipotesis parameter model GWBZINBR yang terdiri dari pengujian hipotesis secara serentak dan pengujian hipotesis secara parsial.

4.2.1 Pengujian Serentak

Pada tahapan pengujian serentak parameter $\boldsymbol{\beta}_{kj}(u_i, v_i)$ dan $\boldsymbol{\delta}_{kj}(u_i, v_i)$ didefinisikan hipotesis sebagai berikut.

$$H_0 : \beta_{k1}(u_i, v_i) = \beta_{k2}(u_i, v_i) = \dots = \beta_{kh}(u_i, v_i) = \delta_{k1}(u_i, v_i) \\ = \delta_{k2}(u_i, v_i) = \dots = \delta_{kh}(u_i, v_i) = 0; k = 1, 2; i = 1, 2, \dots, n$$

H_1 : Paling sedikit terdapat satu $\beta_{kj}(u_i, v_i) \neq 0$ atau $\delta_{kj}(u_i, v_i) \neq 0$

Tahapan berikutnya adalah menentukan fungsi *likelihood* dibawah populasi $L(\Omega)$ dan fungsi *likelihood* dibawah H_0 $L(\omega)$. Didefinisikan himpunan parameter dibawah populasi adalah $\Omega = \{\beta_1(u_i, v_i), \beta_2(u_i, v_i), \gamma_1(u_i, v_i), \gamma_2(u_i, v_i)\}$, sedangkan himpunan parameter di bawah $H_0(\omega)$ yaitu $\omega = \{\beta_{10}(u_i, v_i), \beta_{20}(u_i, v_i), \delta_{10}(u_i, v_i), \delta_{20}(u_i, v_i)\}$ kemudian dapat dituliskan fungsi *likelihood* untuk himpunan parameter di bawah populasi yaitu

$$L(\Omega) = L(\beta_1(u_i, v_i), \beta_2(u_i, v_i), \delta_1(u_i, v_i), \delta_2(u_i, v_i); i = 1, 2, \dots, n) \quad (4.10) \\ = \prod_{i=1}^n P(y_{1i}, y_{2i})$$

dimana nilai maksimum fungsi *likelihood* untuk himpunan parameter di bawah populasi $L(\Omega)$ adalah $L(\hat{\Omega})$. Selanjutnya fungsi *likelihood* untuk himpunan parameter di bawah H_0 tanpa melibatkan variabel prediktor adalah sebagai berikut.

$$L(\omega) = L(\beta_{10}(u_i, v_i), \beta_{20}(u_i, v_i), \delta_{10}(u_i, v_i), \delta_{20}(u_i, v_i); i = 1, 2, \dots, n) \quad (4.11) \\ = \prod_{i=1}^n P(y_{1i}, y_{2i} | \beta_{10}(u_i, v_i), \beta_{20}(u_i, v_i), \delta_{10}(u_i, v_i), \delta_{20}(u_i, v_i))$$

Penjabaran untuk fungsi *likelihood* pada persamaan (4.11) selengkapnya dapat dilihat pada Lampiran 5. Setelah mendapat fungsi *likelihood*, selanjutnya dapat dibentuk fungsi *ln likelihood* untuk himpunan di bawah H_0 tanpa melibatkan variabel prediktor adalah sebagai berikut.

$$\ln L(\omega) = \ln \left[(L_1(\omega))(L_2(\omega))(L_3(\omega))(L_4(\omega)) \right] \quad (4.12) \\ = \ln(L_1(\omega)) + \ln(L_2(\omega)) + \ln(L_3(\omega)) + \ln(L_4(\omega))$$

Fungsi *ln likelihood* selengkapnya dijabarkan pada Lampiran 6. Tahapan berikutnya yaitu menurunkan fungsi *ln likelihood* $\ln L(\omega) = \ln L(\beta_{10}(u_i, v_i), \beta_{20}(u_i, v_i), \delta_{10}(u_i, v_i), \delta_{20}(u_i, v_i))$ terhadap masing-masing parameter di bawah H_0 yaitu $\theta_\omega = [\beta_{10}(u_i, v_i) \quad \beta_{20}(u_i, v_i) \quad \delta_{10}(u_i, v_i) \quad \delta_{20}(u_i, v_i)]^T$.

Secara lebih detail penjabaran turunan pertama fungsi $\ln L(\beta_{10}(u_i, v_i), \beta_{20}(u_i, v_i), \delta_{10}(u_i, v_i), \delta_{20}(u_i, v_i))$ terhadap θ_ω terdapat pada Lampiran 7.

Berdasarkan hasil Lampiran 7 terkait turunan pertama terhadap parameter fungsi \ln likelihood di bawah H_0 diperoleh hasil perhitungan yang tidak *close form*, hal ini menyebabkan nilai penaksir untuk masing-masing parameter tidak dapat diperoleh. Sehingga proses penaksiran parameter dilanjutkan dengan iterasi numerik BHHH. Iterasi BHHH dilakukan melalui langkah-langkah sebagai berikut.

a. Menentukan nilai awal $\theta_{\omega_{\text{GWBZINBR}}}$ pada iterasi ke $m=0$, dinotasikan sebagai berikut

$$\theta_\omega = \left[\beta_{10}^{(0)}(u_i, v_i) \quad \beta_{20}^{(0)}(u_i, v_i) \quad \gamma_{10}^{(0)}(u_i, v_i) \quad \gamma_{20}^{(0)}(u_i, v_i) \right]^T$$

dimana $\beta_{10}^{(0)}(u_i, v_i), \beta_{20}^{(0)}(u_i, v_i), \delta_{10}^{(0)}(u_i, v_i), \delta_{20}^{(0)}(u_i, v_i)$ diperoleh dari taksiran BZINBR.

b. Mendefinisikan vektor gradien untuk GWBZINBR.

$$\mathbf{g}(\hat{\theta}_\omega^{(m)}) = \left[\left[\frac{\partial \ln L(\theta_\omega)}{\partial \beta_1(u_i, v_i)} \right]^T \quad \left[\frac{\partial \ln L(\theta_\omega)}{\partial \beta_2(u_i, v_i)} \right]^T \quad \left[\frac{\partial \ln L(\theta_\omega)}{\partial \delta_1(u_i, v_i)} \right]^T \quad \left[\frac{\partial \ln L(\theta_\omega)}{\partial \gamma_2(u_i, v_i)} \right]^T \right]^T$$

c. Membentuk pendekatan matriks Hessian

$$\mathbf{H}(\hat{\theta}_\omega^{(m)}) = - \sum_{i=1}^n \mathbf{g}_i(\hat{\theta}_\omega^{(m)}) \mathbf{g}_i(\hat{\theta}_\omega^{(m)})^T$$

dengan $\mathbf{g}_i(\hat{\theta}_\omega^{(m)})$ merupakan gradien yang didapatkan dari turunan pertama fungsi

$\ln L(\theta_\omega)$ terhadap parameter-parameter model GWBZINBR

$\theta_\omega = [\beta_{10}(u_i, v_i) \quad \beta_{20}(u_i, v_i) \quad \delta_{10}(u_i, v_i) \quad \delta_{20}(u_i, v_i)]^T$ untuk tiap pengamatan individu.

d. Mensubstitusikan nilai $\hat{\theta}_\omega^{(m)}$ pada elemen $\mathbf{g}(\hat{\theta}_\omega^{(m)})$ dan matriks Hessian $\mathbf{H}(\hat{\theta}_\omega^{(m)})$

e. Mendapatkan penaksir parameter θ_ω dengan proses iterasi BHHH mulai dari $m=0$

dengan persamaan $\hat{\theta}_\omega^{(m+1)} = \hat{\theta}_\omega^{(m)} - \mathbf{H}^{-1}(\hat{\theta}_\omega^{(m)}) \mathbf{g}(\hat{\theta}_\omega^{(m)})$.

f. Mengulangi langkah b dan seterusnya dengan $m=m+1$.

g. Iterasi akan berhenti jika $\|\hat{\theta}_\omega^{(m+1)} - \hat{\theta}_\omega^{(m)}\| \leq \varepsilon$, dimana ε sebesar 0,01 atau iterasi

berhenti maksimal 100 iterasi

Setelah menentukan nilai maksimum fungsi \ln likelihood untuk himpunan parameter di bawah populasi yaitu

$$\begin{aligned} L(\Omega) &= L(\beta_1(u_i, v_i), \beta_2(u_i, v_i), \delta_1(u_i, v_i), \delta_2(u_i, v_i)) \\ &= \prod_{i=1}^n P(y_i | \beta_1(u_i, v_i), \beta_2(u_i, v_i), \delta_1(u_i, v_i), \delta_2(u_i, v_i); k = 1, 2) \\ L(\hat{\Omega}) &= \max_{\Omega} L(\Omega) \end{aligned}$$

dan nilai maksimum fungsi \ln likelihood di bawah H_0 ,

$$\begin{aligned} L(\omega) &= L(\beta_{10}(u_i, v_i), \beta_{20}(u_i, v_i), \delta_{10}(u_i, v_i), \delta_{20}(u_i, v_i)) \\ &= \prod_{i=1}^n P(y_k | \beta_{10}(u_i, v_i), \beta_{20}(u_i, v_i), \delta_{10}(u_i, v_i), \delta_{20}(u_i, v_i); k = 1, 2) \\ L(\hat{\omega}) &= \max_{\omega} L(\omega) \end{aligned}$$

tahapan berikutnya adalah melakukan perhitungan rasio *likelihood*. Perhitungan rasio *likelihood* dilakukan dengan rumus sebagai berikut.

$$\Lambda_1 = \frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})}$$

Daerah kritis pengujian hipotesis ditentukan dengan memperhatikan persamaan diatas

$$\begin{aligned} \alpha &= P(\Lambda_1 < \Lambda_0 | H_0) \text{ dimana } 0 < \Lambda_0 \leq 1 \\ &= P(\ln \Lambda_1^2 < \ln \Lambda_0^2) \\ &= P(\ln \Lambda_1^2 < \ln \Lambda_0^2) \\ &= P(-\ln \Lambda_1^2 > -\ln \Lambda_0^2) \\ &= P(G_{GWBZINBR}^2 > \chi_{(v, \alpha)}^2) \end{aligned}$$

Selanjutnya dapat dituliskan penjabaran dari statistik uji $G_{GWBZINBR}^2$ yaitu

$$\begin{aligned}
G_{GWBZINBR}^2 &= -\ln(\Lambda_1^2) \\
&= -2 \ln \Lambda_1 \\
&= -2 \ln \left(\frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})} \right) \\
&= -2 \left(\ln(L(\hat{\omega})) - \ln(L(\hat{\Omega})) \right)
\end{aligned}$$

Statistik uji $G_{GWBZINBR}^2$ berdistribusi *Chi-square* dengan taraf signifikansi α dan derajat bebas ν , dalam hal ini ν menunjukkan selisih dari jumlah parameter di bawah populasi dan jumlah parameter di bawah H_0 . Berdasarkan persamaan diatas, daerah penolakan H_0 pada pengujian GWBZINBR secara serentak adalah $G_{GWBZINBR}^2 > \chi_{(\nu, \alpha)}^2$.

4.2.2 Pengujian Parsial

Tahapan berikutnya setelah melakukan pengujian serentak dan diperoleh hasil pengujian serentak tolak H_0 maka dapat dilanjutkan dengan pengujian parsial parameter model GWBZINBR. Pengujian parsial dilakukan untuk menguji signifikansi pengaruh dari masing-masing variabel prediktor terhadap variabel respon. Beberapa parameter yang dilakukan pengujian parsial diantaranya $\beta_{kj}(u_i, v_i)$ dan $\gamma_{kj}(u_i, v_i)$

Pengujian parsial diawali dengan mendefinisikan hipotesis sebagai berikut

i) Untuk parameter $\beta_{kj}(u_i, v_i)$

$$H_0: \beta_{kj}(u_i, v_i) = 0$$

$$H_1: \beta_{kj}(u_i, v_i) \neq 0; k = 1, 2; j = 1, 2, \dots, h; i = 1, 2, \dots, n$$

ii) Untuk parameter $\delta_{kj}(u_i, v_i)$

$$H_0: \delta_{kj}(u_i, v_i) = 0$$

$$H_1: \delta_{kj}(u_i, v_i) \neq 0; k = 1, 2; j = 1, 2, \dots, h; i = 1, 2, \dots, n$$

Selanjutnya statistik uji yang digunakan untuk pengujian parsial pada masing-masing parameter adalah sebagai berikut.

i) Untuk parameter $\beta_{kj}(u_i, v_i)$

$$Z_{\beta_{kj}(u_i, v_i)} = \frac{\hat{\beta}_{kj}(u_i, v_i)}{se(\hat{\beta}_{kj}(u_i, v_i))} \text{ dimana } se(\hat{\beta}_{kj}(u_i, v_i)) = \sqrt{\hat{v}ar(\hat{\beta}_{kj}(u_i, v_i))}$$

ii) Untuk parameter $\delta_{kj}(u_i, v_i)$

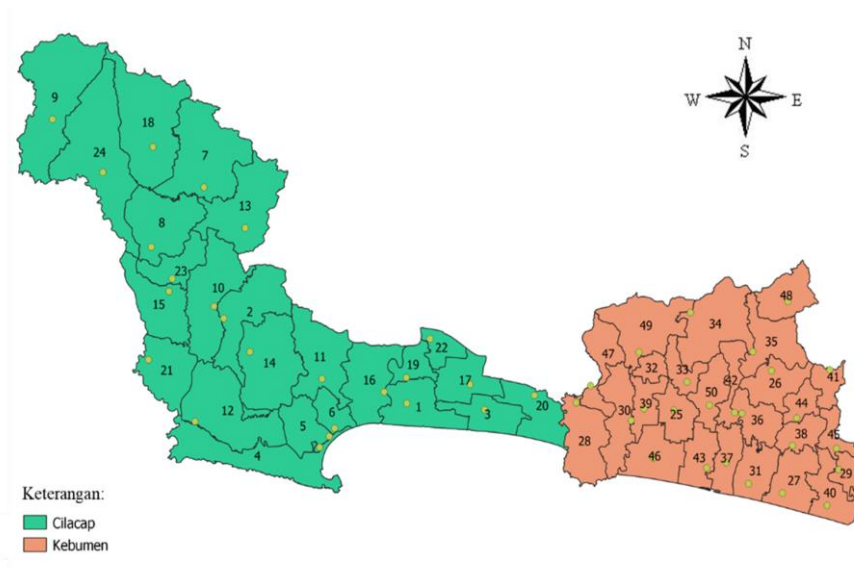
$$Z_{\delta_{kj}(u_i, v_i)} = \frac{\hat{\delta}_{kj}(u_i, v_i)}{se(\hat{\delta}_{kj}(u_i, v_i))} \text{ dimana } se(\hat{\delta}_{kj}(u_i, v_i)) = \sqrt{\hat{v}ar(\hat{\delta}_{kj}(u_i, v_i))}$$

dimana nilai $\hat{v}ar(\hat{\beta}_{kj}(u_i, v_i))$ dan $\hat{v}ar(\hat{\delta}_{kj}(u_i, v_i))$ diperoleh dari elemen diagonal utama yang bersesuaian dengan $\hat{\beta}_{kj}(u_i, v_i)$ dan $\hat{\delta}_{kj}(u_i, v_i)$ yang diperoleh dari matriks varians kovarians $Cov(\hat{\theta}) = -\mathbf{H}^{-1}(\hat{\theta})$. Daerah penolakan H_0 pada pengujian parsial adalah H_0 ditolak jika $|Z|$ lebih besar dari $Z_{\frac{\alpha}{2}}$.

4.3 Pemodelan Model GWBZINBR

Pada sub bab ini akan menjelaskan terkait dengan aplikasi model BZINBR dan GWBZINBR dan mengetahui model terbaik untuk mendapatkan faktor-faktor yang berpengaruh signifikan terhadap jumlah kematian ibu hamil dan jumlah kematian ibu nifas di Kabupaten Cilacap dan Kebumen tahun 2021.

4.3.1 Gambaran Umum Kabupaten Cilacap dan Kebumen



Gambar 4.1 Peta Wilayah Kabupaten Cilacap dan Kabupaten Kebumen

Kabupaten Cilacap dan Kebumen terletak di Provinsi Jawa Tengah dimana terdapat 24 kecamatan di Kabupaten Cilacap dan 26 kecamatan di Kabupaten Kebumen. Titik koordinat masing-masing kecamatan pada Gambar 4.1 digambarkan dengan plot berwarna kuning yang merupakan titik koordinat kantor kecamatan. Kabupaten Cilacap merupakan kabupaten terluas di Jawa Tengah dengan luas sebesar 2.138,5 km² dimana secara geografis terletak diantara 108⁰ 4'30"-190⁰ 30'30" dan 7⁰ 30'-70 45'20" LS dan secara administratif berbatasan dengan:

- Sebelah timur : Kabupaten Kebumen dan Kabupaten Banyumas
- Sebelah barat : Kota Banjar, Kabupaten Ciamis, dan Kabupaten Kuningan
- Sebelah utara : Kabupaten Brebes dan Kabupaten Banyumas
- Sebelah selatan : Samudera Hindia

Kabupaten Kebumen memiliki luas wilayah sebesar 1.281,115 km² dimana terletak pada 7⁰27'-7⁰50' LS dan 109⁰22' – 109⁰50' BT. Secara geografis Kabupaten Kebumen terletak di bagian selatan Provinsi Jawa Tengah dengan batas wilayah berikut:

- Sebelah timur : Kabupaten Purworejo
- Sebelah selatan : Samudera Hindia
- Sebelah barat : Kabupaten Cilacap dan Kabupaten Banyumas
- Sebelah utara : Kabupaten Wonosobo dan Kabupaten Banjarnegara

4.3.2 Gambaran Umum Variabel Penelitian

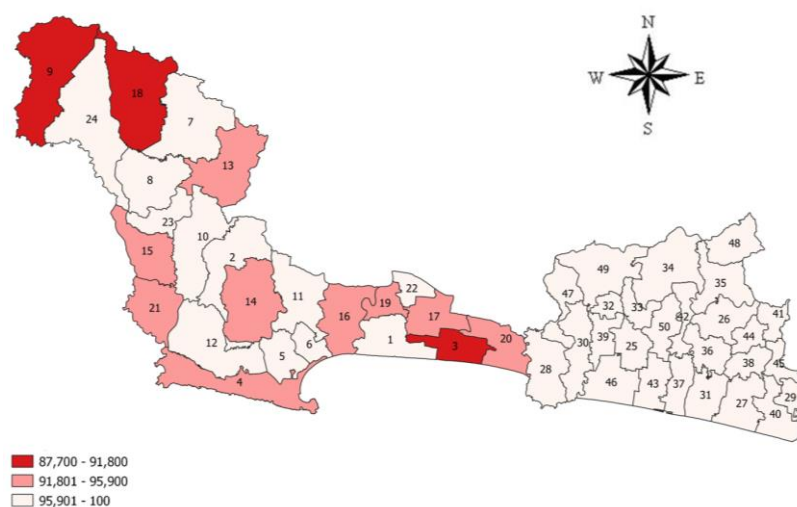
Pada tahapan ini dilakukan perhitungan statistika deskriptif untuk menggambarkan karakteristik dari setiap variabel dimana pada penelitian ini menggunakan 2 variabel respon dan 4 variabel prediktor. Hasil perhitungan sesuai pada tabel 4.2.

Tabel 4.2 Analisis Deskriptif Variabel Penelitian

Variabel	Min	Max	Mean	Varian
Jumlah kematian ibu hamil	0	4	0,720	0,859
Jumlah kematian ibu nifas	0	4	0,820	1,089
Persentase kunjungan ibu hamil K4	87,7	100	97,646	9,977
Persentase ibu hamil mendapatkan TTD	76,9	100	98,093	17,876
Persentase rumah tangga dengan sanitasi layak	27,6	100	91,22	183,10
Rasio bidan per 100.000 penduduk	2,258	10,606	5,285	3,145

Pada Tabel 4.2 menampilkan informasi bahwa jumlah kematian ibu hamil dan kematian ibu nifas tertinggi sebesar 4 orang dan terendah tidak terdapat kasus kematian ibu hamil maupun ibu nifas di suatu kecamatan namun rata-rata kasus tertinggi adalah kematian ibu nifas yaitu sebanyak 0,82. Persentase kunjungan ibu hamil K4 tertinggi adalah 100% dan terendah sebesar 87,7% dengan rata-rata persentase kunjungan ibu hamil K4 di Kabupaten Cilacap dan Kebumen tahun 2021 sebesar 97,646%. Persentase ibu hamil yang mendapatkan tablet tambah darah tertinggi sebesar 100% dan terendah sebesar 76,9% dimana rata-rata persentase ibu hamil yang mendapatkan tablet tambah darah sebesar 98,093%. Rata-rata persentase rumah tangga dengan sanitasi layak di Kabupaten Cilacap dan Kabupaten Kebumen sebesar 91,22% dimana terdapat satu kecamatan dengan persentase sanitasi layak jauh dibawah kecamatan lainnya yaitu sebesar 27,6%, kecamatan tersebut adalah Kampung Laut sedangkan persentase tertinggi sebesar 100%. Rasio bidan per 100.000 penduduk paling tinggi sebesar 10,606 dan terendah sebesar 2,258 dengan rata-rata sebesar 5,285. Selanjutnya untuk mengetahui persebaran persentase kunjungan ibu hamil K4, Persentase ibu hamil yang mendapatkan tablet tambah darah, persentase rumah tangga dengan sanitasi layak, dan rasio bidan per 100.000 penduduk untuk setiap daerah dapat dilakukan visualisasi sebagai berikut.

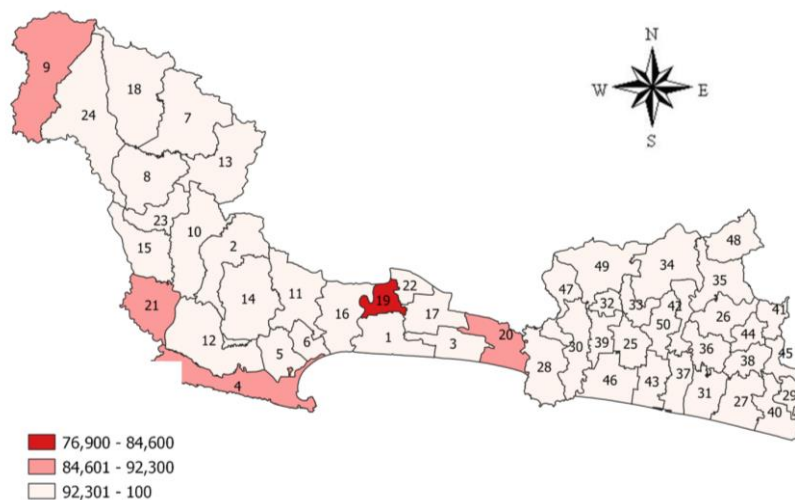
a. Persebaran Persentase Kunjungan Ibu Hamil K4



Gambar 4.2 Persebaran Persentase Kunjungan Ibu Hamil K4

Berdasarkan Gambar 4.2 diperoleh informasi bahwa semakin gelap warna daerah maka memiliki persentase kunjungan ibu hamil K4 yang semakin rendah. Persentase kunjungan ibu hamil cenderung lebih tinggi berada pada Kabupaten Kebumen sedangkan kecamatan yang terdapat pada Kabupaten Cilacap memiliki persentase kunjungan ibu hamil K4 yang cenderung lebih rendah dibandingkan dengan kecamatan yang terdapat pada Kabupaten Kebumen dan terdapat tiga kecamatan di Kabupaten Cilacap yang memiliki warna merah tua yang artinya kecamatan tersebut memiliki persentase kunjungan ibu hamil K4 paling rendah.

b. Persebaran Persentase Ibu Hamil Mendapatkan Tablet Tambah Darah



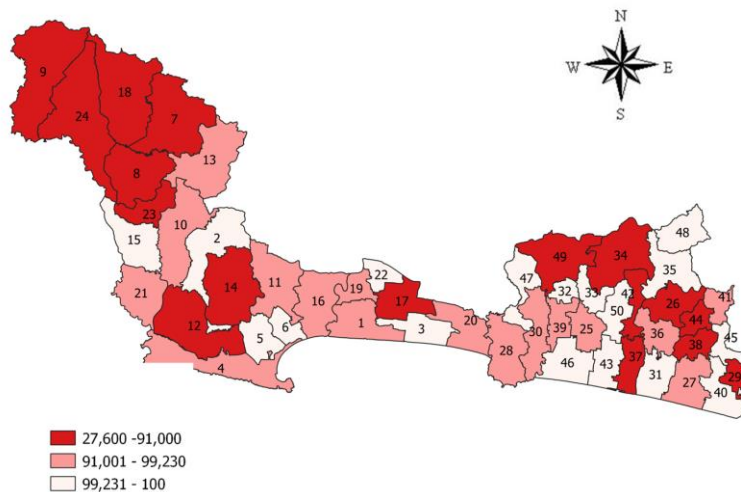
Gambar 4.3 Persebaran Persentase Ibu Hamil Mendapatkan TTD

Gambar 4.3 diperoleh informasi bahwa mayoritas kecamatan yang terdapat pada Kabupaten Cilacap dan Kabupaten Kebumen memiliki persentase ibu hamil yang mendapatkan TTD paling tinggi dimana ditunjukkan pada daerah berwarna putih. Pada Gambar 4.3 juga dapat diketahui bahwa semakin gelap warna kecamatan maka semakin rendah persentase ibu hamil yang mendapatkan TTD. Terdapat satu kecamatan yang memiliki persentase ibu hamil mendapatkan TTD paling rendah yang ditunjukkan pada daerah berwarna merah tua yaitu Kecamatan Maos.

c. Persebaran Persentase Rumah Tangga dengan Sanitasi Layak

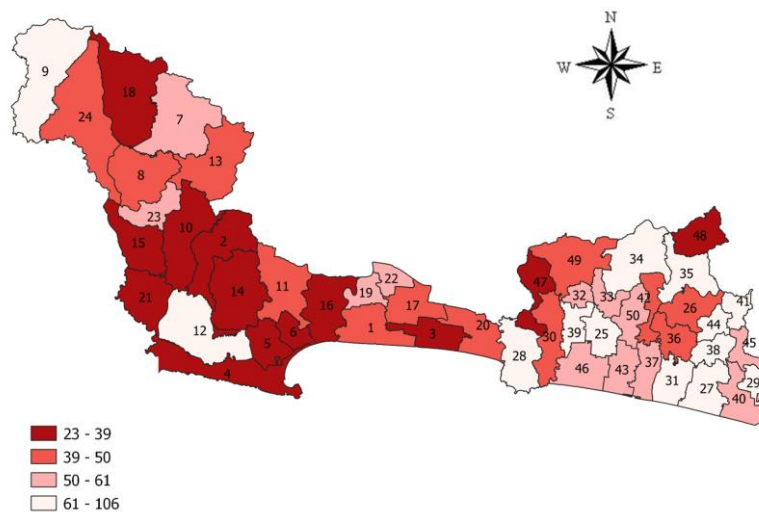
Berdasarkan Gambar 4.4 diketahui bahwa persebaran persentase rumah tangga dengan sanitasi layak terbagi kedalam 3 kelompok yaitu kecamatan dengan

persentase rumah tangga dengan sanitasi layak yang rendah ditunjukkan pada kecamatan yang berwarna merah tua, kecamatan dengan persentase rumah tangga dengan sanitasi layak yang sedang ditunjukkan pada lokasi berwarna merah muda, sedangkan persentase rumah tangga dengan sanitasi layak yang tinggi ditunjukkan pada kecamatan yang berwarna putih. Berdasarkan Gambar 4.4 diketahui bahwa persebaran persentase rumah tangga dengan sanitasi layak cenderung menyebar namun terdapat satu kecamatan yang memiliki persentase rumah tangga dengan sanitasi layak paling kecil yaitu sebesar 27,6% yang terdapat di Kecamatan Kampung Laut Kabupaten Cilacap.



Gambar 4.4 Persebaran Persentase Rumah Tangga dengan Sanitasi Layak

d. Persebaran Rasio Bidan Per 100.000 Penduduk



Gambar 4.5 Persebaran Rasio Bidan Per 100.000 Penduduk

Berdasarkan Gambar 4.5 diketahui bahwa persebaran persentase rasio bidan memiliki 4 kategori dimana kategori tersebut cenderung menyebar secara merata di Kabupaten Cilacap dan Kebumen. Kecamatan dengan rasio bidan paling tinggi ditunjukkan dengan daerah yang berwarna putih sedangkan kecamatan yang memiliki rasio bidan terendah ditunjukkan dengan warna merah tua. Rasio bidan terendah yaitu pada rentang 23 hingga 39 cenderung terdapat pada kecamatan yang berada di Kabupaten Cilacap.

4.3.3 Deteksi Equidispersi

Variabel respon berupa data cacahan sering dianalisis dengan menggunakan regresi Poisson namun distribusi Poisson memiliki asumsi adanya kondisi ekuidispersi sehingga pada penelitian ini akan dilakukan deteksi ekuidispersi dengan menggunakan nilai VT sebagai berikut.

$$VT_1 = (n-1) \frac{s_1^2}{\bar{y}_1} = (50-1) \frac{0,859}{0,72} = 58,444$$

$$VT_2 = (n-1) \frac{s_2^2}{\bar{y}_2} = (50-1) \frac{1,089}{0,82} = 65,098$$

Kondisi dikatakan ekuidispersi apabila memiliki nilai VT sama dengan 1, terjadi overdispersi apabila nilai $VT > 1$ dan underdispersi apabila nilai $VT < 1$. Pada penelitian ini diperoleh nilai VT masing-masing variabel respon sebesar 58,444 dan 65,098 sehingga dapat diketahui bahwa data jumlah kematian ibu hamil dan jumlah kematian ibu nifas terdapat overdispersi maka regresi Poisson tidak dapat digunakan selanjutnya dapat dianalisis dengan menggunakan distribusi *Negative Binomial*.

4.3.4 Pengujian Korelasi Variabel Respon

Pada saat melakukan analisis regresi *bivariate* terdapat kondisi yang harus dipenuhi yaitu adanya hubungan antar variabel respon. Hubungan antar variabel respon dapat diketahui dengan pengujian korelasi. Berikut merupakan hasil uji korelasi untuk jumlah kematian ibu hamil dan jumlah kematian ibu nifas.

$H_0 : \rho_{Y_1, Y_2} = 0$ (tidak terdapat hubungan antara Y_1 dan Y_2)

$H_1 : \rho_{Y_1, Y_2} \neq 0$ (terdapat hubungan antara Y_1 dan Y_2)

Statistik uji:

$$t = \frac{r_{Y_1, Y_2} \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-(r_{Y_1, Y_2})^2}} = \frac{0,327 \sqrt{50-2}}{\sqrt{1-0,327^2}} = 2,537$$

Berdasarkan hasil perhitungan diperoleh bahwa korelasi antara jumlah kematian ibu hamil dan jumlah kematian ibu nifas sebesar 0,327 dimana korelasi tersebut bertanda positif yang artinya semakin tinggi jumlah kematian ibu hamil maka jumlah kematian ibu nifas juga akan semakin tinggi. Hasil pengujian korelasi diperoleh t sebesar 2,537 dimana hasil tersebut lebih besar $t_{0,025;48} = 2,314$ sehingga diputuskan tolak H_0 yang artinya terdapat hubungan antara variabel respon jumlah kematian ibu hamil dan jumlah kematian ibu nifas.

4.3.5 Deteksi Multikolinieritas

Multikolinieritas merupakan kondisi adanya hubungan antar variabel prediktor. Multikolinieritas dapat diketahui dari perhitungan *Variance Inflating Factors* (VIF) dimana nilai VIF masing-masing variabel prediktor sesuai pada Tabel 4.3.

Tabel 4.3 Deteksi Multikolinieritas

	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄
VIF	1,74	1,44	1,08	1,26

Hasil perhitungan VIF pada Tabel 4.3 diperoleh sesuai dengan *output* pada Lampiran 10 bahwa nilai VIF masing- masing variabel prediktor cukup kecil dimana berkisar antara 1,08 hingga 1,74 sehingga dapat diartikan bahwa tidak terdapat multikolinieritas antar variabel prediktor.

4.3.6 Korelasi Variabel Respon dan Variabel Prediktor

Pemeriksaan hubungan antar variabel prediktor dan variabel respon dapat diketahui dari tanda koefisien korelasi. Berikut merupakan korelasi antara variabel prediktor dan variabel respon.

Tabel 4.4 Korelasi Variabel Prediktor dan Variabel Respon

Variabel	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄
Y ₁	0,017 0,908*	0,13 0,368*	0,007 0,963*	-0,167 0,248*
Y ₂	-0,265 0,062*	0,117 0,419*	0,062 0,668*	-0,240 0,094*

Keterangan : * adalah nilai P-value

Berdasarkan Tabel 4.4 dan Lampiran 9 diperoleh informasi bahwa terdapat 3 variabel respon yang memiliki hubungan positif terhadap kematian ibu hamil (Y₁) yaitu persentase kunjungan ibu hamil K4, persentase ibu hamil yang mendapatkan tablet tambah darah (X₂), dan persentase rumah tangga dengan sanitasi layak (X₃), sedangkan rasio bidan per 100.000 penduduk (X₄) memiliki hubungan negatif. Terdapat 2 variabel prediktor yang memiliki hubungan positif terhadap kematian ibu nifas (Y₂) yaitu persentase ibu hamil yang mendapatkan tablet tambah darah (X₂) dan persentase rumah tangga dengan sanitasi layak (X₃) sedangkan untuk variabel persentase kunjungan ibu hamil K4 dan rasio bidan per 100.000 penduduk memiliki hubungan negatif.

4.3.7 Pemodelan Jumlah Kematian Ibu Hamil dan Jumlah Kematian Ibu Nifas di Kabupaten Cilacap dan Kebumen 2021 dengan BZINBR

Estimator yang dihasilkan oleh model BZINBR memiliki nilai yang sama untuk setiap lokasi pengamatan, sehingga faktor- faktor yang berpengaruh terhadap jumlah kematian ibu hamil dan jumlah kematian ibu nifas berlaku untuk semua kecamatan yang terdapat pada Kabupaten Cilacap dan Kabupaten Kebumen. Hasil pemodelan BZINBR secara lengkap terdapat pada Lampiran 11.

$$H_0 : \beta_{11} = \beta_{12} = \dots = \beta_{24} = \delta_{11} = \delta_{12} = \dots = \delta_{24} = 0$$

$$H_1 : \text{minimal ada satu } \beta_{kj} \neq 0 \text{ atau } \delta_{kj} \neq 0$$

Berdasarkan pengujian serentak BZINBR untuk taraf signifikansi $\alpha = 5\%$ diperoleh nilai G_{BZINBR}^2 sebesar 872,378 dan nilai $\chi_{(0,05;16)}^2 = 26,296$ sehingga diperoleh keputusan tolak H₀ yang artinya minimal terdapat satu variabel yang berpengaruh terhadap jumlah kematian ibu hamil dan jumlah kematian ibu nifas di Kabupaten Cilacap dan Kebumen tahun 2021.

Tabel 4.5 Nilai Taksiran Parameter Model BZINBR

Parameter	Nilai Taksiran	SE	Z _{hitung}	P-value
β_{10}	-7,07836	$3,184 \times 10^{-5}$	$-2,22 \times 10^5$	<0,001
β_{11}	0,004298	$1,470 \times 10^{-3}$	2,923	0,003
β_{12}	0,07342	$1,882 \times 10^{-3}$	39,010	<0,001
β_{13}	0,001552	$5,248 \times 10^{-3}$	0,296	0,767*
β_{14}	-0,01959	$3,642 \times 10^{-3}$	-5,377	$7,6 \times 10^{-8}$
β_{20}	-1,57058	$1,630 \times 10^{-5}$	$9,63 \times 10^4$	<0,001
β_{21}	-0,11672	$4,645 \times 10^{-4}$	-251,272	<0,001
β_{22}	0,129332	$6,100 \times 10^{-4}$	212,017	<0,001
β_{23}	0,007246	$7,047 \times 10^{-4}$	10,282	<0,001
β_{24}	-0,01386	$4,203 \times 10^{-3}$	-3,297	$9,76 \times 10^{-4}$
δ_{10}	0,039983	$2,984 \times 10^{-5}$	$1,34 \times 10^3$	<0,001
δ_{11}	0,039505	$1,561 \times 10^{-3}$	25,308	<0,001
δ_{12}	0,039477	$1,600 \times 10^{-3}$	24,677	<0,001
δ_{13}	0,040108	$2,356 \times 10^{-3}$	17,023	<0,001
δ_{14}	0,040531	$4,289 \times 10^{-3}$	9,450	<0,001
δ_{20}	0,014996	$2,044 \times 10^{-5}$	733,699	<0,001
δ_{21}	0,014734	$1,898 \times 10^{-3}$	7,761	<0,001
δ_{22}	0,014747	$1,916 \times 10^{-3}$	7,695	<0,001
δ_{23}	0,014402	$1,905 \times 10^{-3}$	7,561	<0,001
δ_{24}	0,016036	$2,945 \times 10^{-3}$	5,446	$5,2 \times 10^{-8}$
τ	0,120003	$1,262 \times 10^{-6}$	$9,51 \times 10^4$	<0,001

*: Parameter tidak signifikan untuk $\alpha = 5\%$

Berdasarkan tabel 4.5 diperoleh model BZINBR untuk jumlah kematian ibu hamil dan jumlah kematian ibu nifas di Kabupaten Cilacap dan Kebumen tahun 2021 sebagai berikut:

$$\hat{\lambda}_1 = \exp(-7,07836 + 0,004298X_1 + 0,07342X_2 + 0,001552X_3 - 0,01959X_4)$$

$$\hat{\lambda}_2 = \exp(-1,57058 - 0,11672X_1 + 0,129332X_2 + 0,007246X_3 - 0,01386X_4)$$

$$\text{logit}(\hat{p}_1) = \exp(0,039983 + 0,039505X_1 + 0,039477X_2 + 0,040108X_3 - 0,040531X_4)$$

$$\text{logit}(\hat{p}_2) = \exp(0,014996 + 0,014734X_1 + 0,014747X_2 + 0,014402X_3 + 0,016036X_4)$$

4.3.8 Pemodelan Jumlah Kematian Ibu Hamil dan Jumlah Kematian Ibu Nifas di Kabupaten Cilacap dan Kebumen 2021 dengan GWBZINBR

Sebelum melakukan analisis GWBZINBR maka diperlukan pengujian heterogenitas spasial untuk mengetahui perbedaan karakteristik antar wilayah. Perbedaan karakteristik antar wilayah pengamatan menyebabkan adanya heterogenitas spasial, untuk mengetahui kondisi tersebut maka dilakukan pengujian heterogenitas spasial dengan menggunakan uji Glejser berikut.

$$H_0 : \beta_{11} = \beta_{12} = \dots = \beta_{14} = \beta_{21} = \beta_{22} = \dots = \beta_{24} = 0$$

$$H_1 : \text{minimal ada satu } \beta_{kj} \neq 0; k = 1, 2; j = 1, 2, 3, 4$$

Berdasarkan hasil pengolahan uji Glejser pada Lampiran 13 diperoleh informasi bahwa G sebesar 110,816 yang lebih besar dari $\chi_{0,05,8}$ sebesar 18,307 sehingga dapat diputuskan tolak H_0 yang artinya terdapat heterogenitas spasial antar kecamatan. Dikarenakan terdapat heterogenitas spasial maka penelitian ini dapat dikembangkan untuk pemodelan GWBZINBR.

Pemodelan GWBZINBR menghasilkan estimasi parameter yang berbeda di setiap kecamatan karena adanya pengaruh dari penambahan pembobot geografis yaitu koordinat lintang dan bujur pada setiap kecamatan. Informasi letak geografis tersebut digunakan untuk menghitung jarak euclidean sesuai pada Lampiran 14.

Penelitian ini menggunakan fungsi pembobot *Adaptive Gaussian Kernel* dengan perhitungan pembobot merujuk pada subbab 2.5.2. Pemilihan *bandwidth* optimum dengan menggunakan metode GCV. setelah mendapatkan jarak *euclidean* dan nilai *bandwidth* maka selanjutnya dilakukan pembobotan untuk masing-masing kecamatan. Pembobot spasial untuk masing-masing kecamatan kemudian digunakan untuk mengestimasi parameter model GWBZINBR. Pembobot spasial dengan fungsi *Adaptive Gaussian Kernel* sesuai pada Lampiran 15. Pemodelan GWBZINBR dengan pembobot *Adaptive Gaussian Kernel* menghasilkan parameter yang berbeda untuk setiap kecamatan dikarenakan adanya pembobot

spasial sehingga diperlukan pengujian kesamaan model BZINBR dan GWBZINBR. Pengujian tersebut bertujuan untuk mengetahui signifikansi faktor geografis terhadap model, berikut merupakan hipotesis yang digunakan.

$$H_0 : \beta_{kj}(u_i, v_i) = \beta_{kj}, k = 1, 2; j = 1, 2, 3, 4; i = 1, 2, \dots, 50$$

$$H_1 : \text{minimal ada satu } \beta_{kj}(u_i, v_i) \neq \beta_{kj}$$

Tabel 4.6 Uji Kesamaan Model BZINBR dan GWBZINBR

Model	G^2	df	F_{hitung}	F_{tabel}
BZINBR	872,478	16	43,274	1,962
GWBZINBR	1008,083	800		

Pada taraf signifikansi $\alpha = 5\%$ diperoleh nilai F_{hitung} sebesar 43,274 dimana nilai tersebut lebih dari $F_{(0,05;16;800)}$ sebesar 1,962 sehingga diputuskan tolak H_0 yang memiliki arti terdapat perbedaan yang signifikan antara model BZINBR dan GWBZINBR sehingga faktor lokasi memberikan pengaruh signifikan.

Setelah diperoleh informasi terkait dengan model BZINBR dan GWBZINBR berbeda, selanjutnya dilakukan pengujian serentak GWBZINBR. Pengujian serentak dilakukan untuk mengetahui model memiliki minimal satu variabel prediktor yang berpengaruh terhadap jumlah kematian ibu hamil dan jumlah kematian ibu nifas atau tidak terdapat variabel prediktor yang berpengaruh. Berikut merupakan hipotesis yang digunakan.

$$H_0 : \beta_{11}(u_i, v_i) = \dots = \beta_{24}(u_i, v_i) = \delta_{11}(u_i, v_i) = \dots = \delta_{24}(u_i, v_i) = 0; i = 1, 2, \dots, 50$$

$$H_1 : \text{minimal ada satu } \beta_{kj}(u_i, v_i) \neq 0 \text{ atau } \delta_{kj}(u_i, v_i) \neq 0$$

Berdasarkan lampiran 16 diperoleh informasi bahwa nilai G^2 model GWBZINBR adalah sebesar 1008,083 dimana nilai tersebut lebih dari $\chi^2_{(0,05;800)} = 866,911$ sehingga dapat diputuskan tolak H_0 yang artinya minimal ada satu variabel yang berpengaruh terhadap jumlah kematian ibu hamil dan jumlah kematian ibu nifas di Kabupaten Cilacap dan Kebumen tahun 2021. Dikarenakan pengujian serentak diputuskan tolak H_0 maka selanjutnya dilakukan pengujian parsial pada setiap kecamatan untuk mengetahui variabel yang berpengaruh terhadap jumlah kematian ibu hamil dan jumlah kematian ibu nifas di Kabupaten Cilacap dan Kebumen tahun 2021.

$$H_0: \beta_{kj}(u_i, v_i) = 0$$

$$H_1: \beta_{kj}(u_i, v_i) \neq 0; k = 1, 2, \dots; j = 1, 2, \dots, h; i = 1, 2, \dots, n$$

$$H_0: \delta_{kj}(u_i, v_i) = 0$$

$$H_1: \delta_{kj}(u_i, v_i) \neq 0; k = 1, 2; j = 1, 2, \dots, h; i = 1, 2, \dots, n$$

Pada tabel 4.7 ditampilkan salah satu hasil pengujian parsial untuk Kecamatan Petanahan. Hasil pengujian parsial untuk setiap kecamatan sesuai pada lampiran 19 dan Lampiran 20.

Tabel 4.7 Nilai Taksiran Parameter Model GWBZINBR

Parameter	Nilai Taksiran	SE	Z _{hitung}	P-value
$\beta_{10}(u_{43}, v_{43})$	-7,078	$4,00 \times 10^{-5}$	$-1,88 \times 10^5$	<0,001
$\beta_{11}(u_{43}, v_{43})$	0,006	$2,78 \times 10^{-3}$	2,059	0,039
$\beta_{12}(u_{43}, v_{43})$	0,076	$3,76 \times 10^{-3}$	20,224	<0,001
$\beta_{13}(u_{43}, v_{43})$	-0,001	$7,28 \times 10^{-3}$	-0,093	0,925*
$\beta_{14}(u_{43}, v_{43})$	-0,022	$6,00 \times 10^{-3}$	-3,740	$2,00 \times 10^{-4}$
$\beta_{20}(u_{43}, v_{43})$	-1,571	$3,00 \times 10^{-5}$	$-5,39 \times 10^4$	<0,001
$\beta_{21}(u_{43}, v_{43})$	-0,117	$5,40 \times 10^{-4}$	-217,246	<0,001
$\beta_{22}(u_{43}, v_{43})$	0,130	$9,90 \times 10^{-4}$	130,635	0.000
$\beta_{23}(u_{43}, v_{43})$	0,006	$1,52 \times 10^{-3}$	3,900	$1,00 \times 10^{-4}$
$\beta_{24}(u_{43}, v_{43})$	-0,009	$6,04 \times 10^{-3}$	-1,482	0,138*
$\delta_{10}(u_{43}, v_{43})$	0,040	$3,00 \times 10^{-5}$	$1,27 \times 10^3$	<0,001
$\delta_{11}(u_{43}, v_{43})$	0,043	$2,14 \times 10^{-3}$	20,152	<0,001
$\delta_{12}(u_{43}, v_{43})$	0,043	$2,19 \times 10^{-3}$	19,733	<0,001
$\delta_{13}(u_{43}, v_{43})$	0,044	$2,26 \times 10^{-3}$	19,500	<0,001
$\delta_{14}(u_{43}, v_{43})$	0,038	$4,50 \times 10^{-3}$	8,495	<0,001
$\delta_{20}(u_{43}, v_{43})$	0,015	$2,00 \times 10^{-5}$	$6,30 \times 10^2$	<0,001
$\delta_{21}(u_{43}, v_{43})$	0,016	$2,17 \times 10^{-3}$	7,556	<0,001

Tabel 4.7 Nilai Taksiran Parameter Model GWBZINBR (Lanjutan)

Parameter	Nilai Taksiran	SE	Z_{hitung}	P-value
$\delta_{22} (u_{43}, v_{43})$	0,016	$2,32 \times 10^{-3}$	7,132	<0,001
$\delta_{23} (u_{43}, v_{43})$	0,017	$2,22 \times 10^{-3}$	7,513	<0,001
$\delta_{24} (u_{43}, v_{43})$	0,013	$3,96 \times 10^{-3}$	3,359	$8,00 \times 10^{-4}$

*: Parameter tidak signifikan untuk $\alpha = 5\%$

Penelitian ini menggunakan taraf signifikan $\alpha = 5\%$ dan diperoleh nilai $Z_{0,025} = 1,96$. Berdasarkan hasil uji parsial sesuai pada Tabel 4.7 diketahui bahwa variabel prediktor yang memiliki nilai diatas $Z_{0,025}$ dan P-value kurang dari α maka menandakan bahwa variabel tersebut berpengaruh signifikan terhadap jumlah kematian ibu hamil atau jumlah kematian ibu nifas. Pada Tabel 4.7 terdapat 3 variabel prediktor yang berpengaruh signifikan terhadap jumlah kematian ibu hamil dan jumlah kematian ibu nifas untuk *Negative Binomial state* dan seluruh variabel prediktor berpengaruh signifikan untuk *zero-inflated state* di Kecamatan Petanahan.

Tabel 4.8 Perbandingan Tanda Korelasi dan Taksiran Parameter Model GWBZINBR di Kecamatan Petanahan (*Negative Binomial State*)

Variabel Respon	Variabel Prediktor	Korelasi	Model GWBZINBR
Y ₁	X ₁	+	+
	X ₂	+	+
	X ₃	+	-
	X ₄	-	-
Y ₂	X ₁	-	-
	X ₂	+	+
	X ₃	+	+
	X ₄	-	-

Berdasarkan Tabel 4.8 terdapat satu variabel prediktor yang memiliki tanda berwarna merah yaitu pada variabel X₃ yang terdapat pada Y₁. Tanda berwarna merah tersebut menunjukkan bahwa terdapat perbedaan tanda antara korelasi jumlah kematian ibu hamil dan persentase rumah tangga memiliki sanitasi layak dengan taksiran parameter model GWBZINBR, namun variabel lainnya memiliki tanda

yang konsisten antara korelasi dan taksiran parameter. Selanjutnya dapat dilihat perbedaan tanda untuk *zero-inflated state* sesuai pada Tabel 4.9.

Tabel 4.9 Perbandingan Tanda Korelasi dan Taksiran Parameter Model GWBZINBR di Kecamatan Petanahan (*Zero-Inflated State*)

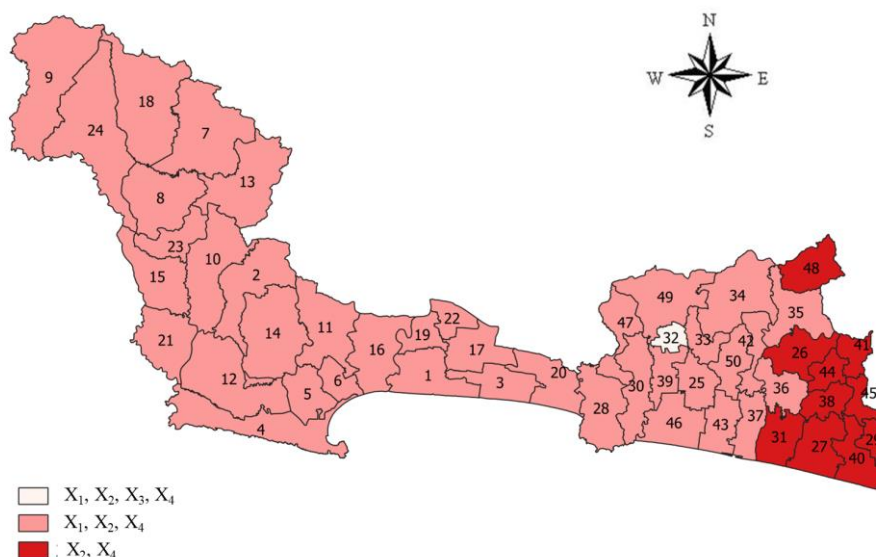
Variabel Respon	Variabel Prediktor	Korelasi	Model GWBZINBR
Y ₁	X ₁	+	+
	X ₂	+	+
	X ₃	+	+
	X ₄	-	+
Y ₂	X ₁	-	+
	X ₂	+	+
	X ₃	+	+
	X ₄	-	+

Tabel 4.9 diketahui bahwa terdapat tiga variabel prediktor yang berwarna merah pada kondisi Y₁ dan Y₂ dimana warna merah menunjukkan tanda yang tidak konsisten anatar korelasi dan taksiran parameter GWBZINBR untuk kondisi *zero-inflated state*. Pada jumlah kematian ibu hamil (Y₁) terdapat variabel rasio bidan per 100.000 penduduk memiliki tanda yang tidak konsisten, sedangkan pada jumlah kematian ibu nifas (Y₂) variabel persentase kunjungan ibu hamil K4 (X₁) dan rasio bidan per 100.000 penduduk (X₄) memiliki tanda yang tidak konsisten.

Ketidakonsistenan tanda yang terjadi pada Tabel 4.8 dan Tabel 4.9 dapat diakibatkan karena adanya pengaruh data yang digunakan di level individu dimana jumlah kematian ibu hamil dan jumlah kematian ibu nifas dianalisis dengan pendaketan regional. Konsistensi tanda pada setiap kecamatan dapat berbeda sehingga perbedaan tanda antara korelasi dan taksiran parameter secara lengkap sesuai pada Lampiran 17 dan Lampiran 18. Selain itu pada Lampiran 17 dan 18 dapat diketahui bahwa perubahan tanda yang terjadi pada setiap variabel prediktor hanya terdapat pada variabel persentase rumah tangga dengan sanitasi layak (X₃) untuk jumlah kematian ibu hamil (β_{13}) dimana pada variabel tersebut daerah

pertama hingga ke-24 memiliki tanda estimator positif sedangkan daerah ke-25 hingga 50 memiliki tanda estimator negatif.

Selanjutnya untuk mengetahui variabel signifikan pada setiap kecamatan dapat dilakukan visualisasi. Berikut merupakan visualisasi pengelompokan kecamatan di Kabupaten Cilacap dan Kebumen tahun 2021.



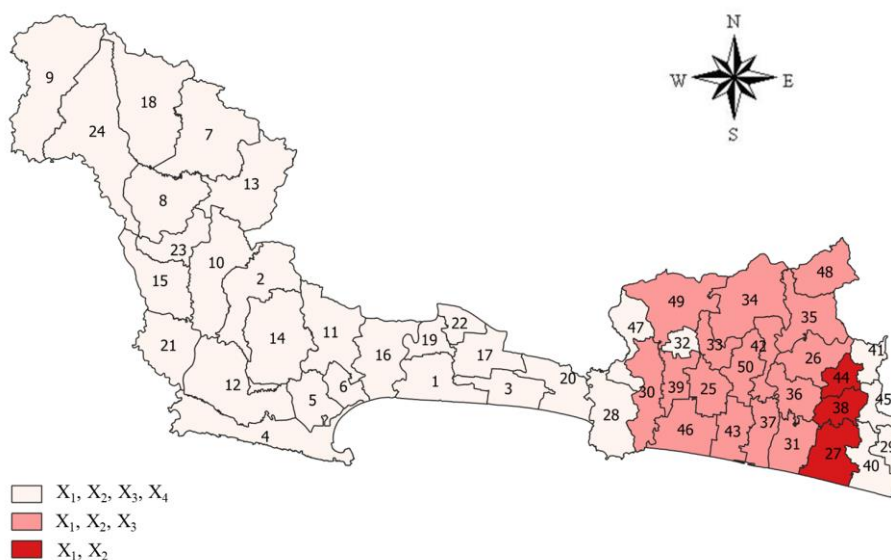
Gambar 4.6 Pengelompokan Kecamatan untuk Model *Negative Binomial State* Pada Jumlah Kematian Ibu Hamil

Gambar 4.6 diketahui bahwa variabel yang berpengaruh signifikan pada jumlah kematian ibu hamil terbagi menjadi 3 kelompok yaitu semua variabel prediktor berpengaruh signifikan ditunjukkan dengan warna putih, 3 variabel prediktor yang berpengaruh signifikan ditunjukkan dengan warna merah muda, dan hanya 2 variabel yang berpengaruh signifikan yang ditunjukkan dengan warna merah tua. Berdasarkan Gambar 4.6 diketahui bahwa hanya ada 1 kecamatan yang memiliki seluruh variabel prediktor berpengaruh signifikan terhadap jumlah kematian ibu hamil yaitu kecamatan Gombong, sedangkan sebagian besar kecamatan memiliki variabel prediktor signifikan yaitu persentase kunjungan ibu hamil K4, persentase ibu hamil yang mendapatkan tablet tambah darah, dan rasio bidan per 100.000 penduduk yang ditunjukkan pada daerah berwarna merah muda. Kelompok kecamatan berwarna merah muda dapat dikategorikan kedalam kelompok dengan persentase rumah tangga memiliki sanitasi layak yang rendah. Daerah dengan 2 variabel signifikan berpengaruh terhadap jumlah kematian ibu

hamil seluruhnya terdapat pada Kabupaten Kebumen. Berikut merupakan informasi kecamatan yang terdapat pada masing-masing kelompok.

Tabel 4.10 Variabel Signifikan Terhadap Jumlah Kematian Ibu Hamil pada Setiap Kecamatan

Kecamatan	Variabel Signifikan
Gombang	X_1, X_2, X_3, X_4
Dayehluhur, Wanareja, Majenang, Cimanggu, Karangpucung, Cipari, Sidareja, Kedungreja, Patimuan, Gandrungmangu, Bantasari, Kawungaten, Jeruklegi, Kesugihan, Adipala, Maos, Sampang, Kriya, Binangun, Nusawungu, Cilacap Selatan, Cilacap Tengah, Cilacap Utara, Kampung Laut, Ayah, Buayan, Puring, Petanahan, Klirong, Kebumen, Pejagon, Sruweng, Adimulyo, Kuwarasan, Rowokele, Sempor, Karanganyar, Karanggayam, Karangsembung	X_1, X_2, X_4
Buluspesantren, Ambal, Mirit, Prembun, Bonorowo, Kutowinangun, Alian, Padureso, Poncowarno, Sadang	X_2, X_4



Gambar 4.7 Pengelompokan Kecamatan untuk Model *Negative Binomial State* Pada Jumlah Kematian Ibu Nifas

Gambar 4.7 diketahui bahwa terdapat 3 kelompok variabel prediktor yang berpengaruh signifikan terhadap jumlah kematian ibu nifas berdasarkan kecamatan dimana sebagian besar kecamatan yang terdapat pada Kabupaten Cilacap dan Kebumen memiliki seluruh variabel prediktor yang berpengaruh signifikan. Sebagian besar wilayah dengan seluruh variabel prediktor berpengaruh signifikan pada jumlah kematian ibu nifas terdapat pada Kabupaten Cilacap, sedangkan hanya terdapat 3 kecamatan yang memiliki 2 variabel prediktor berpengaruh signifikan

terhadap jumlah kematian ibu nifas. Untuk informasi lebih lengkap terkait dengan signifikansi variabel prediktor di setiap kecamatan sesuai pada Tabel 4.11.

Tabel 4.11 Variabel Signifikan Terhadap Jumlah Kematian Ibu Nifas pada Setiap Kecamatan

Kecamatan	Variabel Signifikan
Dayehluhur, Wanareja, Majenang, Cimanggu, Karangpucung, Cipari, Sidareja, Kedungreja, Patimuan, Gandrungmangu, Bantasari, Kawungaten, Jeruklegi, Kesugihan, Adipala, Maos, Sampang, Kriya, Binangun, Nusawungu, Cilacap Selatan, Cilacap Tengah, Cilacap Utara, Kampung Laut, Ayah, Mirit, Bonorowo, Prembun, Padureso, Rowokele, Gombang,	X_1, X_2, X_3, X_4
Buayan, Puring, Petanahan, Klirong, Buluspesantren, Alian, Kebummen, Pejagon, Sruweng, Adimulyo, Kuwarasan, Sempor, Karanganyar, Karanggayam, Karangsambung, Sadang	X_1, X_2, X_3
Kutowinangun, Ambal, Poncowarno	X_1, X_2

Berdasarkan Gambar 4.6 dan 4.7 dapat diketahui bahwa variabel yang tidak signifikan untuk jumlah kematian ibu hamil maupun jumlah kematian ibu nifas terdapat pada persentase rumah tangga dengan sanitasi layak dan rasio bidan per 100.000 penduduk. Persentase rumah tangga dengan sanitasi layak tidak signifikan pada seluruh kecamatan untuk jumlah kematian ibu hamil kecuali kecamatan Gombang kemungkinan dapat disebabkan oleh nilai korelasi sesuai Tabel 4.4 yang paling mendekati nol yang artinya hubungan antara jumlah kematian ibu hamil dan persentase rumah tangga dengan sanitasi layak sangat rendah. Selain itu dapat terjadi karena adanya observasi yang jauh berbeda daripada observasi lain seperti pada kecamatan Kampung Laut yang memiliki persentase rumah tangga dengan sanitasi layak sebesar 27,6% dimana kecamatan ini merupakan daerah pesisir yang masih banyak ditemukan rumah dengan sanitasi yang kurang memadai. Sedangkan rasio bidan per 100.000 penduduk selain dikarenakan memiliki korelasi yang tidak signifikan kemungkinan dikarenakan rasio bidan pada setiap kecamatan tergolong tinggi dengan jumlah kematian ibu hamil maupun ibu nifas yang sangat rendah. Kecamatan dengan rasio bidan per 100.000 penduduk tidak signifikan cenderung memiliki *bandwidth* yang kecil dibandingkan dengan kecamatan lainnya.

4.3.9 Pemilihan Model Terbaik

Pemilihan model terbaik berdasarkan nilai AICc sesuai pada tabel 4.12. dimana model terbaik yang terpilih adalah model dengan nilai AICc terkecil.

Tabel 4.12 Pemilihan Model Terbaik

Model	AICc
BZINBR	1134,841
GWBZINBR	1016,400

Berdasarkan Tabel 4.12 diketahui bahwa nilai AICc terkecil adalah model GWBZINBR sebesar 1016,400 sehingga model GWBZINBR merupakan model terbaik untuk mengetahui faktor- faktor yang berpengaruh terhadap jumlah kematian ibu hamil dan jumlah kematian ibu nifas di Kabupaten Cilacap dan Kabupaten Kebumen tahun 2021, selain itu dapat dibuktikan dengan perhitungan nilai SSE untuk mengetahui model terbaik berdasarkan dari hasil prediksi model BZINBR dan GWBZINBR sesuai pada Tabel 4.13.

Tabel 4.13 Perbandingan MSE Model BZINBR dan GWBZINBR

Model	SSE
BZINBR	155,000
GWBZINBR	154,483

Model terbaik ditunjukkan dengan nilai SSE terkecil, berdasarkan Tabel 4.13 diketahui bahwa nilai SSE terkecil terdapat pada model GWBZINBR yaitu sebesar 154,483. Hasil pemilihan model terbaik berdasarkan nilai AICc sesuai dengan SSE yaitu diperoleh bahwa model GWBZINBR lebih baik memodelkan jumlah kematian ibu hamil dan jumlah kematian ibu nifas di Kabupaten Cilacap dan Kabupaten Kebumen tahun 2021.

Setelah diketahui bahwa GWBZINBR merupakan model terbaik maka selanjutnya dilakukan penulisan model GWBZINBR, dalam penelitian ini menggunakan Kecamatan Petanahan sebagai berikut:

$$\hat{\lambda}_1 = \exp(-7,078 + 0,006X_1 + 0,076X_2 - 0,001X_3 - 0,022X_4)$$

$$\hat{\lambda}_2 = \exp(-1,571 - 0,117X_1 + 0,130X_2 + 0,006X_3 - 0,009X_4)$$

1. Setiap kenaikan persentase kunjungan ibu hamil K4 sebesar 1% maka akan meningkatkan rata-rata jumlah kematian ibu hamil sebesar $e^{0,06} = 1,006$ kali dan menurunkan rata-rata jumlah kematian ibu nifas sebesar $e^{0,117} = 1,124$ kali dengan asumsi variabel lain konstan

2. Setiap kenaikan persentase ibu hamil yang mendapatkan tablet tambah darah sebesar 1% maka akan meningkatkan rata-rata jumlah kematian ibu hamil sebesar $e^{0,076} = 1,079$ kali dan meningkatkan rata-rata jumlah kematian ibu nifas sebesar $e^{0,130} = 1,139$ kali dengan asumsi variabel lain konstan
3. Setiap kenaikan persentase rumah tangga yang memiliki sanitasi layak sebesar 1% maka akan menurunkan rata-rata jumlah kematian ibu hamil sebesar $e^{0,001} = 1,001$ kali dan meningkatkan rata-rata jumlah kematian ibu nifas sebesar $e^{0,008} = 1,006$ kali dengan asumsi variabel lain konstan
4. Setiap pertambahan 1% rasio bidan maka akan menurunkan rata-rata jumlah kematian ibu hamil sebesar $e^{0,022} = 1,022$ kali dan menurunkan resiko kematian ibu nifas sebesar $e^{0,013} = 1,013$ kali dengan asumsi variabel lain konstan

$$\text{logit}(\hat{p}_1) = \exp(0,040 + 0,043X_1 + 0,043X_2 + 0,044X_3 + 0,038X_4)$$

$$\text{logit}(\hat{p}_2) = \exp(0,015 + 0,016X_1 + 0,016X_2 + 0,017X_3 + 0,013X_4)$$

1. Setiap kenaikan persentase kunjungan ibu hamil K4 sebesar 1% maka akan meningkatkan resiko kematian ibu hamil sebesar $e^{0,043} = 1,044$ kali dan meningkatkan resiko kematian ibu nifas sebesar $e^{0,016} = 1,016$ kali.
2. Setiap kenaikan persentase ibu hamil yang mendapatkan tablet tambah darah sebesar 1% maka akan meningkatkan resiko kematian ibu hamil sebesar $e^{0,043} = 1,044$ kali dan meningkatkan resiko kematian ibu nifas sebesar $e^{0,016} = 1,016$ kali.
3. Setiap kenaikan persentase rumah tangga dengan sanitasi layak sebesar 1% maka akan menurunkan resiko kematian ibu hamil sebesar $e^{0,044} = 1,045$ kali dan meningkatkan resiko kematian ibu nifas sebesar $e^{0,017} = 1,017$ kali.
4. Setiap kenaikan 1% rasio bidan maka akan meningkatkan resiko kematian ibu hamil sebesar $e^{0,038} = 1,039$ kali dan meningkatkan resiko kematian ibu nifas sebesar $e^{0,013} = 1,013$ kali

BAB 5 KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis yang telah dilakukan untuk pemodelan kasus kematian ibu hamil dan kematian ibu nifas di Kabupaten Cilacap dan Kabupaten Kebumen tahun 2021 dengan metode GWBZINBR, maka berikut merupakan kesimpulan yang dapat diambil dari hasil analisis tersebut.

1. Penaksiran parameter dengan menggunakan MLE menghasilkan bentuk yang tidak *close form* sehingga untuk mendapatkan estimator dilakukan iterasi numerik BHHH.
2. Pengujian hipotesis GWBZINBR secara serentak menggunakan *Maximum Likelihood Ratio Test* diperoleh statistik uji $G_{GWBZINBR}^2 \sim \chi_{(v,\alpha)}^2$ dimana v menunjukkan selisih dari jumlah parameter di bawah populasi dan jumlah parameter di bawah H_0 dan daerah penolakan H_0 adalah $G_{GWBZINBR}^2 > \chi_{(v,\alpha)}^2$. Pengujian hipotesis secara parsial menggunakan statistik uji Z yang berdistribusi Normal dengan daerah penolakan H_0 adalah $|Z| > Z_{\frac{\alpha}{2}}$.
3. Pemodelan dengan metode GWBZINBR dengan menggunakan *Adaptive Gaussian Kernel* terhadap jumlah kematian ibu hamil dan jumlah kematian ibu nifas dengan empat variabel prediktor hanya terbentuk kelompok untuk *Negative Binomial State* sedangkan *zero-inflated state* tidak membentuk kelompok berdasarkan signifikansi variabel. Pada model *Negative Binomial state* menghasilkan 3 kelompok kecamatan berdasarkan kesamaan variabel prediktor yang signifikan terhadap jumlah kematian ibu hamil dan ibu nifas. Persentase ibu hamil yang mendapatkan tablet tambah darah berpengaruh signifikan untuk semua lokasi. Model GWBZINBR lebih baik dalam menganalisis kasus jumlah kematian ibu hamil dan jumlah kematian ibu nifas di Kabupaten Cilacap dan Kabupaten Kebumen tahun 2021 dibandingkan BZINBR.

5.2 Saran

Saran yang diberikan untuk penelitian selanjutnya adalah:

1. Iterasi BHHH digunakan untuk kemudahan dan efisiensi komputasi sehingga mempermudah peneliti dalam mengolah data, diharapkan pada penelitian selanjutnya agar memperhatikan efisiensi dalam hal estimasi agar informasi yang ada pada model dapat diakomodasi dan menghasilkan estimasi yang lebih baik.
2. Penelitian selanjutnya dapat menambahkan variabel prediktor yang diduga berpengaruh terhadap jumlah kematian ibu hamil dan jumlah kematian ibu nifas. Penelitian ini hanya menggunakan 4 variabel prediktor dikarenakan terdapat keterbatasan data untuk tingkat kecamatan.
3. Dikarenakan persentase ibu hamil yang mendapatkan tablet tambah darah berpengaruh signifikan untuk semua lokasi observasi sehingga penelitian selanjutnya dapat dikembangkan dengan menggunakan *Mixed Geographically Weighted Bivariate Zero-Inflated Negative Binomial Regression*.
4. Saran untuk Dinas Kesehatan Kabupaten Cilacap dan Kebumen agar meningkatkan kesesuaian data dengan kondisi di lapangan serta meningkatkan kualitas entry data agar tidak terdapat kesalahan pada data yang telah dipublikasikan.

DAFTAR PUSTAKA

- Agresti, A., (2002). *Categorical Data Analysis (Second Edition)*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.
- Aini, Q., Puhadi, & Irhamah. (2020). Bivariate ZeroInflated Generalized Poisson Regression Model in The Number of Pregnant Maternal Mortality and The Number of Postpartum Maternal Mortality in The Central Java Province in 2017. *Journal of Physics: Conference Series*.
- Astuti, C. C., & Zain, I. (2015). Pemodelan Regresi Zero Inflated Negative Binomial (ZINB) pada Kasus Tetanus Neonatrum di Provinsi Jawa Timur. *Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika*.
- Azizah, N., & Rosyidah, R. (2019). *Buku Ajar Mata Kuliah Asuhan Kebidanan Nifas dan Menyusui*. Sidoarjo: UMSIDA Press.
- Azwarini, R. (2023). Penaksiran Parameter dan Pengujian Hipotesis Pada Model Regresi *Bivariate Zero-Inflated Negative Binomial*. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- Breusch, T. & Pagan, A., (1979). A Simple Test for Heteroscedasticity. *Econometrica*, 47(5), pp. 1287-1294.
- Burnham, K., & Anderson, D. (2002). *Model Selection and Multimodel Inference: a Practical Information-Theoretic Approach*. New York: Springer-Verlag.
- Cameron, A., & Trivedi, P. (1990). Regression-Based Tests for Overdispersion in the Poisson Model. *Journal of Econometrics*, Vol. 46, No. 347.
- Cheon, S., Song, S., & Jung, B. (2009). Test for Independence in a Bivariate Negative Binomial Model. *Journal of the Korean Statistical Society Vol.38*, 185-190.
- Consul, P., & Famoye, F. (1992). Generalized Poisson Regression Model . *Communications in Statistics - Theory and Methods*, Vol 21, No. 1.
- Dinas Kesehatan Jawa Tengah. (2018). *Profil Kesehatan Provinsi Jawa Tengah Tahun 2017*. Semarang: Dinas Kesehatan Provinsi Jawa Tengah.
- Dinas Kesehatan Jawa Tengah. (2021). *Profil Kesehatan Provinsi Jawa Tengah Tahun 2021*. Semarang: Dinas Kesehatan Provinsi Jawa Tengah.
- Ermawati, Puhadi, & Rahayu, S. P. (2022). A Comparison of Bivariate Zero-Inflated Poisson Inverse Gaussian Regression Models with and without Exposure Variables. *symmetry*.
- Fotheringham, A. S., Brudsdon, C. & Charlton, M., (2002). *Geographically Weighted Regression-the analysis of spatially varying relationship*. West Sussex: John Wiley

- Garay, A., Hashimoto, E., Ortega, E., & Lachos, V. (2011). On Estimation and Influence Diagnostics for Zero Inflated Negative Binomial Regression Model. *Computational Statistics and Data Analysis*.
- Greene, W. (2008). Functional Forms For The Negative Binomial Model For Count Data. *Economics Letters*.
- Gujarati, D. N. (2003). *Basic Economics (Fourth Edition)*. New York: McGraw-Hill Inc.
- Hilbe, J. M. (2011). *Negative Binomial Regression*. New York: Cambridge University Press.
- Hilbe, J. M. (1993). Log Negative Binomial Regression as a Generalized Linear Model. *Technical Report, Department of Sociology, Arizona State University*.
- Hilbe, J. M., 2014. *Modeling Count Data*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Hutchinson, M. K. & Holtman, M. C., (2005). Analysis of Count Data Using Poisson Regression. *Research in Nursing & Health*, pp. 408-418
- Islami, Y., Ispriyanti, D., & Kartikasari, P. (2021). Perbandingan Model Regresi Binomial Negatif Bivariat dengan Model Geographically Weighted Negative Binomial Bivariat Regression (GWNBBR) pada Kasus Angka Kematian Bayi dan Kematian Ibu di Jawa Tengah. *Jurnal Gaussian, Vol.10, No.4*.
- Ismail, N., & Zamani, H. (2013). Estimation of Claim Count Data using Negative Binomial, Generalized Poisson, Zero-Inflated Negative Binomial and Zero-Inflated Generalized Poisson Regression Models. *Casualty Actuarial Society E-Forum, Spring*.
- Johnson, R. dan Wichern, D. (2007), *Applied Multivariate Statistical Analysis*, Harlow: Pearson Education Limited
- Karlis, D., & Ntzoufras, I. (2005). Bivariate Poisson Regression Models in R. *Journal of Statistical Software*.
- Karlis, D., & Xekalaki, E. (2000). A Simulation Comparison of Several Procedures for Testing the Poisson Assumption. *The Statistician*.
- Kementerian Kesehatan RI. (2021). *Profil Kesehatan Indonesia Tahun 2021*. Jakarta: Kementerian Kesehatan Republik Indonesia.
- Lambert, D. (1992). Zero-Inflated Poisson Regression, with an Application to Defects in Manufacturing. *Technometrics, Vol.34, No.1, 34*.
- Mamun, M. (2014). *Zero-Inflated Regression Models for Count Data: An Application to Under-5 Death*. Ball State University.

- Mardalena, S., Purnomo, J. & Prastyo, D., 2022. The Geographically Weighted Multivariate Poisson Inverse Gaussian Regression Model and Its Applications. *applied sciences*.
- McCharty, J., & Maine, D. (1992). A Framework for Analyzing the Determinants of Maternal Mortality. *Studies in Family Planning*.
- Nugraha, J., 2017. Metode Maksimum Likelihood Dalam Model Pemilihan Diskrit. Cetakan Pertama penyunt. Yogyakarta: Universitas Islam Indonesia.
- Nur, M.S. (2022). Estimasi Parameter dan Pengujian Hipotesis *Geographically Weighted Bivariate Zero-Inflated Poisson Invers Gaussian Regression*. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- Pratiwi, R. & Ispriyanti, D., 2006. Estimasi Parameter Regresi Terpotong Kiri dengan Menggunakan Maximum Likelihood. *Jurnal Matematika*, 9(Agustus No 2), pp. 165-170.
- Purhadi, Ermawati, Noviyana, R., & Sutikno. (2021). Bivariate Zero-Inflated Poisson Inverse Gaussian Regression Model and Its Application. *International Journal on Advanced Science Engineering Information Technology (IJASEIT)*, Vol. 11, No. 6.
- Rahayuning, H. A., & Purhadi. (2020). Pemodelan Jumlah Kematian Ibu Nifas di Karesidenan Pekalongan Provinsi Jawa Tengah Tahun 2017 Menggunakan Regresi Zero-Inflated Poisson Inverse Gaussian. *INFERENSI*, Vol. 3, No.2.
- Ridout, M., Hinde, J., & Demetrio, C. (2001). A Score Test for Testing a Zero-Inflated Poisson Regression Model against Zero-Inflated Negative Binomial Alternatives. *Biometrics*, Vol.57, No.1, 219-223.
- Safarida, R. (2023). Model Regresi *Geographically Weighted Compound Correlated Bivariate Poisson*. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- Salby, S., & Purhadi. (2020). Pemodelan Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Jumlah Kematian Ibu Hamil di 4 Kabupaten/Kota Provinsi Jawa Timur Menggunakan Regresi Zero-Inflated Generalized Poisson (ZIGP). *Jurnal Sains dan Seni ITS*.
- Sari, D., Purhadi, Rahayu, S., & Irhamah. (2021). Bivariate Zero-Inflated Generalized Poisson Regression on Modelling Stillbirth and Maternal Death. *7th International Conference on Mathematics: Pure, Applied and Computation Mathematics of Quantum Computing*.
- Sari, D., Purhadi, Rahayu, S., & Irhamah. (2021). Estimation and Hypothesis Testing for the Parameters of Multivariate Zero Inflated Generalized Poisson Regression Model. *Symmetry*.

- Sary, S., & Latra, I. (2013). Pemodelan Jumlah Kematian Bayi di Provinsi Jawa Timur Tahun 2011 dengan Pendekatan Regresi Binomial Negatif. *Jurnal Sains dan Seni POMITS*, Vol. 2, No. 2.
- Tohari, A., Chamidah, N., & Fatmawati. (2019). Modeling of HIV and AIDS in Indonesia Using Bivariate Negative Binomial Regression. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*.
- Ulfa, Y., Soleh, A., & Sartono, B. (2021). Handling of Overdispersion in the Poisson Regression Model with Negative Binomial for The Number of New Cases of Leprosy in Java. *Indonesian Journal of Statistics and Its Applications (IJSA)*, Vol.5, No.1

LAMPIRAN

Lampiran 1. Data Penelitian

No.	Kecamatan	Y_1	Y_2	X_1	X_2	X_3	X_4	u_i	v_i
1	Adipala	2	3	97,3	100	97,45	45,73	-7,66879	109,5544
2	Bantarsari	0	0	97,1	100	100	30,35	-7,65927	109,1485
3	Binangun	0	2	88,4	100	100	37,29	-7,61326	109,7027
4	Cilacap Selatan	1	1	95,65	91,45	97,9	22,58	-7,78541	109,7193
5	Cilacap Tengah	2	1	95,95	98,35	100	27,77	-7,65796	109,4061
6	Cilacap Utara	4	2	97,5	98,65	99,4	33,62	-7,53955	108,8702
7	Cimanggu	0	0	99,3	98,4	82,2	53,53	-7,66809	109,2668
8	Cipari	0	0	98,7	96	85,8	40,23	-7,7522	109,8051
9	Dayeuhluhur	0	0	91,8	87,05	68,6	74,84	-7,68331	109,4896
10	Gandrungmangu	2	1	96,95	96,15	92,2	39,20	-7,77219	109,6679
11	Jeruklegi	0	1	96,85	99,1	97,75	50,13	-7,72088	109,0162
12	Kampung Laut	1	0	96,8	100	27,6	82,08	-7,7054	109,0307
13	Karangpucung	1	1	93,4	93,05	94,6	47,64	-7,69424	109,0388
14	Kawunganten	2	0	94,9	100	67,9	29,93	-7,35505	108,8402
15	Kedungreja	1	0	94	96,9	100	37,89	-7,43915	108,7601
16	Kesugihan	2	4	95,15	98,1	98,05	36,20	-7,25954	108,6099
17	Kroya	0	1	94,5	98,1	90,4	47,84	-7,52266	108,8556
18	Majenang	1	4	87,7	95,5	77,8	35,14	7,60698	109,5144
19	Maos	0	0	94,1	76,9	98,2	54,84	-7,62455	109,0196
20	Nusawungu	0	0	93,75	90,45	94,5	47,94	-7,68479	108,8266
21	Patimuan	0	0	92	91,8	93,2	35,71	-7,62904	109,5742
22	Sampang	0	1	96,5	100	100	54,34	-7,53144	109,5797
23	Sidareja	0	0	98,8	100	88	50,47	-7,41247	108,9028
24	Wanareja	0	1	96,5	100	77	44,06	-7,58638	109,6744
25	Adimulyo	1	0	100	100	98,5	75,13	-7,58657	108,91
26	Alian	1	2	100	100	70,6	44,98	-7,67325	109,6578
27	Ambal	3	1	100	100	98,15	75,41	-7,50154	108,787
28	Ayah	2	0	100	100	94,4	61,99	-7,64303	109,114
29	Bonorowo	1	1	100	100	65,2	66,33	-7,74244	109,6339
30	Buayan	0	0	100	100	98,9	47,38	-7,63253	109,2447
31	Buluspesantren	0	1	100	100	100	68,39	-7,71846	109,7347
32	Gombong	1	0	100	100	100	55,75	-7,66659	109,5089
33	Karanganyar	0	0	100	100	100	58,80	-7,29829	108,7627
34	Karanggayam	2	0	99,8	99,8	88,5	66,42	-7,62294	109,1478
35	Karangsambung	1	1	100	100	100	106,06	-7,80252	109,7872
36	Kebumen	0	0	100	100	97,8	45,38	-7,64777	109,3425
37	Klirong	0	0	100	100	87,7	60,99	-7,61208	109,7914

No.	Kecamatan	Y_1	Y_2	X_1	X_2	X_3	X_4	u_i	v_i
38	Kutowinangun	0	3	100	100	87,3	64,82	-7,59785	108,7558
39	Kuwarasan	0	1	100	100	98,7	61,33	-7,67199	109,6469
40	Mirit	0	0	99,7	99,7	100	53,79	-7,74989	109,6044
41	Padureso	0	0	100	100	98,6	96,44	-7,67977	109,7412
42	Pejagoan	1	2	100	100	86,7	39,80	-7,72269	109,8016
43	Petanahan	0	1	100	100	100	56,52	-7,73574	109,5229
44	Poncowarno	0	0	100	100	88,1	92,96	-7,63432	109,4279
45	Prembun	0	1	99,2	99,2	100	59,54	-7,51586	109,7277
46	Puring	1	1	100	100	100	50,36	-7,56837	109,1838
47	Rowokele	1	1	100	100	100	39,31	-7,5872	109,5014
48	Sadang	1	0	100	100	100	38,08	-7,48369	108,7918
49	Sempor	0	0	100	100	73,2	45,12	-7,66166	109,6084
50	Sruweng	1	2	100	100	100	52,26	-7,33404	108,6865

Lampiran 2 Fungsi Likelihood GWBZINBR

$$A_i = \prod_{\substack{i=1 \\ y_{1i}=0, y_{2i}=0}}^n \frac{1}{1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i))} \frac{1}{1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_2(u_i, v_i))} \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i)) \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_2(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i)) \left(\frac{1}{1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))} \right)^{\frac{1}{\tau}} \right. \\ \left. + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_2(u_i, v_i)) \left(\frac{1}{1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i))} \right)^{\frac{1}{\tau}} + \left(\frac{1}{1 + \tau (\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i))) (\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)))} \right)^{\frac{1}{\tau}} \right)$$

79

$$B_i = \prod_{\substack{i=1 \\ y_{1i}>0, y_{2i}=0}}^n \left[\frac{1}{1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i))} \frac{1}{1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_2(u_i, v_i))} \frac{\Gamma\left(y_{1i} + \frac{1}{\tau}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{\tau}\right) y_{1i}!} \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_2(u_i, v_i)) \left(\frac{1}{1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i))} \right)^{\frac{1}{\tau}} \left(\frac{\tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i))}{1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i))} \right)^{y_{1i}} \right. \right. \\ \left. \left. + \left(\frac{1}{1 + \tau (\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i))) (\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)))} \right)^{\frac{1}{\tau}} \left(\frac{\tau (\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i))) (\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)))}{1 + \tau (\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i))) (\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)))} \right)^{y_{1i}} \right) \right]$$

$$\begin{aligned}
C_i &= \prod_{\substack{i=1 \\ y_{1i}=0, y_{2i}>0}}^n \left[\frac{1}{1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i))} \frac{1}{1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_2(u_i, v_i))} \frac{\Gamma\left(y_{2i} + \frac{1}{\tau}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{\tau}\right) y_{2i}!} \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i)) \left(\frac{1}{1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))} \right)^{\frac{1}{\tau}} \left(\frac{\tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))}{1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))} \right)^{y_{2i}} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \left(\frac{1}{1 + \tau (\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i))) (\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)))} \right)^{\frac{1}{\tau}} \left(\frac{\tau (\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i))) (\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)))}{1 + \tau (\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i))) (\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)))} \right)^{y_{2i}} \right) \right] \\
D_i &= \prod_{\substack{i=1 \\ y_{1i}=0, y_{2i}>0}}^n \left[\frac{1}{1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i))} \frac{1}{1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_2(u_i, v_i))} \frac{\Gamma\left(y_{1i} + y_{2i} + \frac{1}{\tau}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{\tau}\right) y_{1i}! y_{2i}!} \left(\frac{1}{1 + \tau (\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i))) (\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)))} \right)^{\frac{1}{\tau}} \right. \\
&\quad \left. + \left(\frac{\tau (\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i))) (\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)))}{1 + \tau (\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i))) (\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)))} \right)^{y_{1i} + y_{2i}} \right]
\end{aligned}$$

Lampiran 3 Fungsi ln Likelihood GWBZINBR

$$\begin{aligned} \ln(A_i) = & \sum_{\substack{i=1 \\ y_{1i}=0, y_{2i}=0}}^n \left(-\ln\left(1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i))\right) \left(1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_2(u_i, v_i))\right) \right) \\ & + \sum_{\substack{i=1 \\ y_{1i}=0, y_{2i}=0}}^n \ln \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i)) \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_2(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i)) \left(1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))\right)^\tau \right) \\ & + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_2(u_i, v_i)) \left(1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i))\right)^\tau + \left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i))\right) \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))\right)\right)^\tau \end{aligned}$$

81

$$\begin{aligned} \ln(B_i) = & \sum_{\substack{i=1 \\ y_{1i}>0, y_{2i}=0}}^n \ln \left(\frac{1}{1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i))} \frac{1}{1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_2(u_i, v_i))} \frac{\Gamma\left(y_{1i} + \frac{1}{\tau}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{\tau}\right) y_{1i}!} \right) \\ & + \sum_{\substack{i=1 \\ y_{1i}>0, y_{2i}=0}}^n \ln \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_2(u_i, v_i)) \left(1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i))\right)^\tau \left(\frac{\tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i))}{1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i))} \right)^{y_{1i}} \right) \\ & + \left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i))\right) \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))\right)\right)^\tau \left(\frac{\tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i))\right) \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))\right)}{1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i))\right) \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))\right)} \right)^{y_{1i}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\ln(C_i) &= \sum_{\substack{i=1 \\ y_{1i}=0, y_{2i}>0}}^n \ln \left(\frac{1}{1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i))} \frac{1}{1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_2(u_i, v_i))} \frac{\Gamma\left(y_{2i} + \frac{1}{\tau}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{\tau}\right) y_{2i}!} \right) \\
&+ \sum_{\substack{i=1 \\ y_{1i}=0, y_{2i}>0}}^n \ln \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i)) (1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)))^\tau \left(\frac{\tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))}{1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))} \right)^{y_{2i}} \right) \\
&+ \left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) \right) \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^\tau \left(\frac{\tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) \right) \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)}{1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) \right) \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)} \right)^{y_{2i}} \Bigg)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\ln(D_i) &= \sum_{\substack{i=1 \\ y_{1i}=0, y_{2i}>0}}^n \ln \left(\frac{1}{1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i))} \frac{1}{1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_2(u_i, v_i))} \frac{\Gamma\left(y_{1i} + y_{2i} + \frac{1}{\tau}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{\tau}\right) y_{1i}! y_{2i}!} \right) \\
&+ \sum_{\substack{i=1 \\ y_{1i}=0, y_{2i}>0}}^n \ln \left(\left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) \right) \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^\tau \right. \\
&\left. + \left(\frac{\tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) \right) \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)}{1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) \right) \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)} \right)^{y_{1i} + y_{2i}} \right)
\end{aligned}$$

Lampiran 4 Turunan Pertama ln *Likelihood* GWBZINBR

$$\frac{\partial \ln(A_i)}{\partial \beta_1(u_i, v_i)} = \sum_{\substack{i=1 \\ y_{1i}=0, y_{2i}=0}}^n \left(\frac{\mathbf{x}_i^T \tau^2 \exp(\mathbf{x}_i^T \delta_2(u_i, v_i)) \exp(\mathbf{x}_i^T \beta_1(u_i, v_i)) (1 + \tau q_{1i} \exp(\mathbf{x}_i^T \beta_1(u_i, v_i)))^{\tau-1} + \mathbf{x}_i^T \tau^2 \exp(\mathbf{x}_i^T \beta_1(u_i, v_i)) (1 + \tau (\exp(\mathbf{x}_i^T \beta_1(u_i, v_i)) (\exp(\mathbf{x}_i^T \beta_2(u_i, v_i))))^{\tau-1}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \delta_1(u_i, v_i)) \exp(\mathbf{x}_i^T \delta_2(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \delta_1(u_i, v_i)) (1 + \tau q_{2i} \exp(\mathbf{x}_i^T \beta_2(u_i, v_i)))^\tau + \exp(\mathbf{x}_i^T \delta_2(u_i, v_i)) (1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \beta_1(u_i, v_i)))^\tau + (1 + \tau (\exp(\mathbf{x}_i^T \beta_1(u_i, v_i)) (\exp(\mathbf{x}_i^T \beta_2(u_i, v_i))))^\tau} \right)$$

$$\frac{\partial \ln(B_i)}{\partial \beta_1}$$

$$\infty = \sum_{\substack{i=1 \\ y_{1i}>0, y_{2i}=0}}^n \left(\frac{\frac{\partial}{\partial \beta_1} \exp(\mathbf{x}_i^T \delta_2) (1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \beta_1))^\tau \left(\frac{\tau \exp(\mathbf{x}_i^T \beta_1)}{1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \beta_1)} \right)^{y_{1i}} + \frac{\partial}{\partial \beta_1} (1 + \tau (\exp(\mathbf{x}_i^T \beta_1)) (q_{2i} \exp(\mathbf{x}_i^T \beta_2)))^\tau \left(\frac{\tau (\exp(\mathbf{x}_i^T \beta_1)) (\exp(\mathbf{x}_i^T \beta_2))}{1 + \tau (\exp(\mathbf{x}_i^T \beta_1)) (\exp(\mathbf{x}_i^T \beta_2))} \right)^{y_{1i}}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \delta_2) (1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \beta_1))^\tau \left(\frac{\tau \exp(\mathbf{x}_i^T \beta_1)}{1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \beta_1)} \right)^{y_{1i}} + (1 + \tau (\exp(\mathbf{x}_i^T \beta_1)) (\exp(\mathbf{x}_i^T \beta_2)))^\tau \left(\frac{\tau (\exp(\mathbf{x}_i^T \beta_1)) (\exp(\mathbf{x}_i^T \beta_2))}{1 + \tau (\exp(\mathbf{x}_i^T \beta_1)) (\exp(\mathbf{x}_i^T \beta_2))} \right)^{y_{1i}}} \right)$$

Dimana dalam hal ini

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)} \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_2(u_i, v_i)) (1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)))^\tau \left(\frac{\tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i))}{1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i))} \right)^{y_i} \\
&= \left[\tau \mathbf{x}_i^T \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_2(u_i, v_i)) \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) \left(\frac{\tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i))}{1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i))} \right)^{y_i} \right] \\
&+ \left[\frac{\left\{ \tau \mathbf{x}_i^T y_i q_i \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) \left\{ \left(\tau q_i \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) \right)^{y_i-1} (1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)))^{y_i} - (1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)))^{y_i-1} (\tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)))^{y_i} \right\}}{\left((1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i))) \right)^2} \right\}}{\right. \\
&\left. \times \left\{ \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_2(u_i, v_i)) + (1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)))^\tau \right\} \right]
\end{aligned}$$

84

Serta didapatkan pula

$$\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)} \left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) \right) \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^\tau \left(\frac{\tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) \right) + \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)}{1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) \right) + \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)} \right)^{y_i}$$

$$\begin{aligned}
&= \left[\mathbf{x}_i^T \tau^2 \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) \left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))\right)\right)^{\tau-1} \left(\frac{\tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))\right)}{1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))\right)} \right)^{y_{1i}} \right] \\
&+ \left[\frac{\tau \mathbf{x}_i^T y_{1i} \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) \left(\left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))\right)^{y_{1i}-1} - \left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))\right)\right)^{y_{1i}-1} \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))\right)^{y_{1i}} \right)}{\left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))\right)\right)^{2y_{1i}}} \right] \\
&\times \left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))\right)\right)^{\tau} \Big]
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial \ln(C_i)}{\partial \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)}$$

85

$$= \sum_{\substack{i=1 \\ y_{1i}=0, y_{2i}>0}}^n \left(\frac{\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)} \left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))\right)\right)^{\tau} \left(\frac{\tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))\right)}{1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))\right)} \right)^{y_{2i}}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1) \left(1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))\right)^{\tau} \left(\frac{\tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))}{1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))} \right)^{y_{2i}} + \left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))\right)\right)^{\tau} \left(\frac{\tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))\right)}{1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))\right)} \right)^{y_{2i}}} \right)$$

dimana dalam hal ini

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)} \left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^\tau \left(\frac{\tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)}{1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)} \right)^{y_{2i}} \\
&= \left[\mathbf{x}_i^T \tau^2 \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) \left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^{\tau-1} \left(\frac{\tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)}{1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)} \right)^{y_{2i}} \right] \\
&+ \left[\frac{\tau \mathbf{x}_i^T y_{2i} \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i))}{\left(\left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^{y_{2i}} \right)^2} \left\{ \frac{\left(\tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^{y_{2i}-1} \left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^{y_{2i}}}{\left(\left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^{y_{2i}} \right)^2} \right. \\
&\left. - \frac{\left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^{y_{2i}-1} \left(\tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^{y_{2i}}}{\left(\left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^{y_{2i}} \right)^2} \right\} \left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^\tau \right] \\
&\frac{\partial \ln D_i}{\partial \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)} = \sum_{\substack{i=1 \\ y_{1i}=0, y_{2i}>0}}^n \left(\frac{\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)} \left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^\tau \left(\frac{\tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)}{1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)} \right)^{y_{1i}+y_{2i}}}{\left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^\tau \left(\frac{\tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)}{1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)} \right)^{y_{1i}+y_{2i}}} \right)
\end{aligned}$$

dimana dalam hal ini

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)} \left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^\tau \left(\frac{\tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)}{1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)} \right)^{y_{1i} + y_{2i}} \\
&= \left[\mathbf{x}_i^T \tau^2 \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) \left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^\tau \left(\frac{\tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)}{1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)} \right)^{y_{1i} + y_{2i}} \right] \\
&+ \left[\frac{\tau \mathbf{x}_i^T (y_{1i} + y_{2i}) \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i))}{\left(\left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^{y_{1i} + y_{2i}} \right)^2} \left\{ \frac{\left(\tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^{y_{1i} + y_{2i} - 1} \left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^{y_{1i} + y_{2i}}}{\left(\left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^{y_{1i} + y_{2i}} \right)^2} \right. \\
&\left. - \frac{\left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^{y_{1i} + y_{2i}} \left(\tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^{y_{1i} + y_{2i}}}{\left(\left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^{y_{1i} + y_{2i}} \right)^2} \right\} \left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^\tau \right]
\end{aligned}$$

87

2. Turunan pertama $\ln(L(\boldsymbol{\theta}_{BZINBR}))$ terhadap parameter $\boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \ln A_i}{\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)} \\
&= \sum_{y_{1i}=0, y_{2i}=0}^n \left(\frac{\mathbf{x}_i^T \tau^2 \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\gamma}_2(u_i, v_i)) \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) \left(1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) \right)^{\tau-1} + \mathbf{x}_i^T \tau^2 \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) \left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^{\tau-1}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\gamma}_1(u_i, v_i)) \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\gamma}_2(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\gamma}_1(u_i, v_i)) \left(1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)^\tau + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\gamma}_2(u_i, v_i)) \left(1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) \right)^\tau + \left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^\tau} \right) \\
& \frac{\partial \ln B_i}{\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)}
\end{aligned}$$

$$= \sum_{\substack{i=1 \\ y_i > 0, y_{2i} = 0}}^n \left(\frac{\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)} \left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^\tau \left(\frac{\tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)}{1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)} \right)^{y_i}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_2(u_i, v_i)) \left(1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) \right)^\tau \left(\frac{\tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i))}{1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i))} \right)^{y_i} + \left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^\tau \left(\frac{\tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)}{1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)} \right)^{y_i}} \right)$$

dimana dalam hal ini

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)} \left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^\tau \left(\frac{\tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)}{1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)} \right)^{y_i} \\ \infty &= \left[\mathbf{x}_i^T \tau^2 \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^{\tau-1} \left(\frac{\tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)}{1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)} \right)^{y_i} \right] \\ &+ \left[\frac{\tau \mathbf{x}_i^T y_i \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))}{\left(\left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^{y_i} \right)^2} \left\{ \frac{\left(\tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^{y_i-1} \left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^{y_i}}{\left(\left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^{y_i} \right)^2} \right. \right. \\ &\left. \left. - \frac{\left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^{y_i} \left(\tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^{y_i}}{\left(\left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^{y_i} \right)^2} \right\} \left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^\tau \right] \\ &\frac{\partial \ln C_i}{\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)} \end{aligned}$$

$$= \sum_{\substack{i=1 \\ y_i=0, y_{2i}>0}}^n \left(\frac{\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)} \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i)) (1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)))^\tau \left(\frac{\tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))}{1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))} \right)^{y_{2i}} + \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\beta}_2} \left(1 + \tau (\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))) \right)^\tau \left(\frac{\tau (\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)))}{1 + \tau (\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)))} \right)^{y_{2i}}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i)) (1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)))^\tau \left(\frac{\tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))}{1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))} \right)^{y_{2i}} + \left(1 + \tau (\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))) \right)^\tau \left(\frac{\tau (\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)))}{1 + \tau (\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)))} \right)^{y_{2i}}} \right)$$

dimana dalam hal ini

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)} \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i)) (1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)))^\tau \left(\frac{\tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))}{1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))} \right)^{y_{2i}} \\ 68 \quad & = \left[\tau \mathbf{x}_i^T \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i)) \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \left(\frac{\tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))}{1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))} \right)^{y_{2i}} \right] \\ & + \left[\frac{\left\{ \tau \mathbf{x}_i^T y_{2i} \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \left(\tau (\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)))^{y_{2i}-1} (1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)))^{y_{2i}} - (1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)))^{y_{2i}-1} (\tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)))^{y_{2i}} \right) \right\}}{\left((1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)))^{y_{2i}} \right)^2} \right] \end{aligned}$$

serta didapatkan pula

$$\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)} \left(1 + \tau (\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))) \right)^\tau \left(\frac{\tau (\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)))}{1 + \tau (\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)))} \right)^{y_{2i}}$$

06

$$\begin{aligned}
&= \left[\mathbf{x}_i^T \tau^2 \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^{\tau-1} \left(\frac{\tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)}{1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)} \right)^{y_{2i}} \right] \\
&+ \left[\frac{\tau \mathbf{x}_i^T y_{1i} \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))}{\left(\left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^{y_{2i}} \right)^2} \left\{ \frac{\left(\tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^{y_{2i}-1} \left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^{y_{2i}}}{\left(\left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^{y_{2i}} \right)^2} \right. \\
&\left. - \frac{\left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^{y_{2i}-1} \left(\tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^{y_{2i}}}{\left(\left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^{y_{2i}} \right)^2} \left\{ \left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^\tau \right. \right. \\
&\left. \left. \times \left\{ \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i)) + \left(1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)^\tau \right\} \right]
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial \ln D_i}{\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)}$$

$$= \sum_{\substack{i=1 \\ y_{1i}>0, y_{2i}>0}}^n \left(\frac{\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)} \left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^\tau \left(\frac{\tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)}{1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)} \right)^{y_{1i} + y_{2i}}}{\left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^\tau \left(\frac{\tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)}{1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)} \right)^{y_{1i} + y_{2i}}} \right) \quad \text{dimana dalam}$$

hal ini

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)} \left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^\tau \left(\frac{\tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)}{1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)} \right)^{y_{1i} + y_{2i}} \\ \text{I6} = & \left[\mathbf{x}_i^T \tau^2 \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) \left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^{\tau-1} \left(\frac{\tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)}{1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)} \right)^{y_{1i} + y_{2i}} \right] \\ & + \left[\frac{\tau \mathbf{x}_i^T (y_{1i} + y_{2i}) \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))}{\left(\left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^{y_{1i} + y_{2i}} \right)^2} \left\{ \frac{\left(\tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^{y_{1i} + y_{2i} - 1} \left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^{y_{1i} + y_{2i}}}{\left(\left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^{y_{1i} + y_{2i}} \right)^2} \right. \\ & \left. - \frac{\left(1 + \tau \left(q_{1i} \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^{y_{1i} + y_{2i}} \left(\tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^{y_{1i} + y_{2i}}}{\left(\left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^{y_{1i} + y_{2i}} \right)^2} \right\} \left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^\tau \right] \end{aligned}$$

3. Turunan pertama $\ln(L(\boldsymbol{\theta}))$ terhadap parameter $\boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i)$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \ln A_i}{\partial \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i)} \\ &= \sum_{\substack{i=1 \\ y_{1i}=0, y_{2i}=0}}^n \frac{-\mathbf{x}_i^T \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i)) (1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_2(u_i, v_i)))}{(1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i))) (1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_2(u_i, v_i)))} \\ &+ \sum_{\substack{i=1 \\ y_{1i}>0, y_{2i}=0}}^n \frac{\mathbf{x}_i^T \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i)) \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_2(u_i, v_i)) + \mathbf{x}_i^T \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i)) (1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)))^\tau}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i)) \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_2(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i)) (1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)))^\tau + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_2(u_i, v_i)) (1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)))^\tau + (1 + \tau (\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))))^\tau} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 92 \quad \frac{\partial \ln B_i}{\partial \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i)} &= \sum_{\substack{i=1 \\ y_{1i}>0, y_{2i}=0}}^n \frac{-\mathbf{x}_i^T \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i)) (1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_2(u_i, v_i))) \left(\Gamma\left(\frac{1}{\tau}\right) y_{1i}! \right)}{(1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i))) (1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_2(u_i, v_i))) \left(\Gamma\left(\frac{1}{\tau}\right) y_{1i}! \right)} \\ &= \sum_{\substack{i=1 \\ y_{1i}>0, y_{2i}=0}}^n \frac{-\mathbf{x}_i^T \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i))}{(1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i)))} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \ln C_i}{\partial \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i)} \\ &= \sum_{\substack{i=1 \\ y_{1i}=0, y_{2i}>0}}^n \frac{-\mathbf{x}_i^T \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i))}{(1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i)))} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{i=1}^n \frac{\mathbf{x}_i^T \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i)) (1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)))^\tau \left(\frac{\tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))}{1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))} \right)^{y_{2i}}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i)) (1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)))^\tau \left(\frac{\tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))}{1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))} \right)^{y_{2i}} + (1 + \tau (\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))))^\tau \left(\frac{\tau (\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)))}{1 + \tau (\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)))} \right)^{y_{2i}}} \\
\frac{\partial \ln D_i}{\partial \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i)} &= \sum_{i=1}^n \frac{-\mathbf{x}_i^T \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i)) (1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_2(u_i, v_i))) \left(\Gamma\left(\frac{1}{\tau}\right) y_{1i}! y_{2i}! \right)}{(1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i))) (1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_2(u_i, v_i))) \left(\Gamma\left(\frac{1}{\tau}\right) y_{1i}! y_{2i}! \right)} \\
&= \sum_{i=1}^n \frac{-\mathbf{x}_i^T \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i))}{(1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i)))}
\end{aligned}$$

∞ 4. Turunan pertama $\ln(L(\boldsymbol{\theta}))$ terhadap parameter $\boldsymbol{\delta}_2(u_i, v_i)$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \ln A_i}{\partial \boldsymbol{\delta}_2(u_i, v_i)} \\
&= \sum_{i=1}^n \frac{-\mathbf{x}_i^T \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_2(u_i, v_i)) (1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i)))}{(1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i))) (1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_2(u_i, v_i)))} \\
&+ \sum_{i=1}^n \frac{\mathbf{x}_i^T \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\gamma}_1(u_i, v_i)) \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\gamma}_2(u_i, v_i)) + \mathbf{x}_i^T \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\gamma}_2(u_i, v_i)) (1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)))^\tau}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\gamma}_1(u_i, v_i)) \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\gamma}_2(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\gamma}_1(u_i, v_i)) (1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)))^\tau + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\gamma}_2(u_i, v_i)) (1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)))^\tau + (1 + \tau (\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))))^\tau}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \ln B_i}{\partial \delta_2(u_i, v_i)} &= \sum_{\substack{i=1 \\ y_{1i}>0, y_{2i}=0}}^n \frac{-\mathbf{x}_i^T \exp(\mathbf{x}_i^T \delta_2(u_i, v_i))}{(1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \delta_2(u_i, v_i)))} \\
&+ \sum_{\substack{i=1 \\ y_{1i}>0, y_{2i}=0}}^n \frac{\mathbf{x}_i^T \exp(\mathbf{x}_i^T \delta_2(u_i, v_i)) (1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \beta_1(u_i, v_i)))^\tau \left(\frac{\tau \exp(\mathbf{x}_i^T \beta_1(u_i, v_i))}{1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \beta_1(u_i, v_i))} \right)^{y_{1i}}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \delta_2(u_i, v_i)) (1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \beta_1(u_i, v_i)))^\tau \left(\frac{\tau \exp(\mathbf{x}_i^T \beta_1(u_i, v_i))}{1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \beta_1(u_i, v_i))} \right)^{y_{1i}} + (1 + \tau (\exp(\mathbf{x}_i^T \beta_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \beta_2(u_i, v_i))))^\tau \left(\frac{\tau (\exp(\mathbf{x}_i^T \beta_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \beta_2(u_i, v_i)))}{1 + \tau (\exp(\mathbf{x}_i^T \beta_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \beta_2(u_i, v_i)))} \right)^{y_{1i}}} \\
\frac{\partial \ln C_i}{\partial \delta_2(u_i, v_i)} &= \sum_{\substack{i=1 \\ y_{1i}=0, y_{2i}>0}}^n \frac{-\mathbf{x}_i^T \exp(\mathbf{x}_i^T \delta_1(u_i, v_i)) (1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \delta_1(u_i, v_i))) \left(\Gamma\left(\frac{1}{\tau}\right) y_{2i}! \right)}{(1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \delta_1(u_i, v_i))) (1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \delta_2(u_i, v_i))) \left(\Gamma\left(\frac{1}{\tau}\right) y_{2i}! \right)} \\
&= \sum_{\substack{i=1 \\ y_{1i}=0, y_{2i}>0}}^n \frac{-\mathbf{x}_i^T \exp(\mathbf{x}_i^T \delta_1(u_i, v_i))}{(1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \delta_2(u_i, v_i)))} \\
\frac{\partial \ln D_i}{\partial \delta_2(u_i, v_i)} &= \sum_{\substack{i=1 \\ y_{1i}>0, y_{2i}>0}}^n \frac{-\mathbf{x}_i^T \exp(\mathbf{x}_i^T \delta_2(u_i, v_i)) (1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \delta_1(u_i, v_i))) \left(\Gamma\left(\frac{1}{\tau}\right) y_{1i}! y_{2i}! \right)}{(1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \delta_1(u_i, v_i))) (1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \delta_2(u_i, v_i))) \left(\Gamma\left(\frac{1}{\tau}\right) y_{1i}! y_{2i}! \right)} \\
&= \sum_{\substack{i=1 \\ y_{1i}>0, y_{2i}>0}}^n \frac{-\mathbf{x}_i^T \exp(\mathbf{x}_i^T \delta_2(u_i, v_i))}{(1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \delta_2(u_i, v_i)))}
\end{aligned}$$

5. Turunan pertama $\ln(L(\boldsymbol{\theta}))$ terhadap parameter τ

$$\frac{\partial \ln A_i}{\partial \tau}$$

$$= \sum_{\substack{i=1 \\ y_{1i}=0, y_{2i}=0}}^n \frac{\frac{\partial}{\partial \tau} \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i))(1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)))^\tau + \frac{\partial}{\partial \tau} \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_2(u_i, v_i))(1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)))^\tau + \frac{\partial}{\partial \tau} (1 + \tau (q_{1i} \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))))^\tau}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i)) \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_2(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i))(1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)))^\tau + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_2(u_i, v_i))(1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)))^\tau + (1 + \tau (\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))))^\tau}$$

dimana dalam hal ini

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i))(1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)))^\tau$$

$$= \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i))(1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)))^\tau \left[\ln(1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))) + \frac{\tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))}{1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))} \right] \text{Lalu didapatkan}$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_2(u_i, v_i))(1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)))^\tau$$

$$= \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_2(u_i, v_i))(1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)))^\tau \left[\ln(1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i))) + \frac{\tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i))}{1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i))} \right]$$

Serta didapatkan pula

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \tau} \left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^\tau \\ &= \left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^\tau \left[\ln \left(1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) + \frac{\tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))}{1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))} \right] \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \ln B_i}{\partial \tau}$$

$$= \sum_{\substack{i=1 \\ y_{1i} > 0, y_{2i} = 0}}^n \frac{-\psi \left(y_{1i} + \frac{1}{\tau} \right)}{\tau^2} - \sum_{\substack{i=1 \\ y_{1i} > 0, y_{2i} = 0}}^n \frac{-\psi \left(\frac{1}{\tau} \right)}{\tau^2}$$

96

$$+ \sum_{\substack{i=1 \\ y_{1i} > 0, y_{2i} = 0}}^n \frac{\frac{\partial}{\partial \tau} \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_2(u_i, v_i)) \left(1 + \tau q_{1i} \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) \right)^\tau \left(\frac{\tau q_{1i} \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i))}{1 + \tau q_{1i} \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i))} \right)^{y_{1i}} + \frac{\partial}{\partial \tau} \left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^\tau \left(\frac{\tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)}{1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)} \right)^{y_{1i}}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_2(u_i, v_i)) \left(1 + \tau q_{1i} \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) \right)^\tau \left(\frac{\tau q_{1i} \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i))}{1 + \tau q_{1i} \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i))} \right)^{y_{1i}} + \left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^\tau \left(\frac{\tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)}{1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)} \right)^{y_{1i}}}$$

dimana dalam hal ini

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial \tau} \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_2(u_i, v_i)) \left(1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i))\right)^\tau \left(\frac{\tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i))}{1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i))} \right)^{y_{1i}} \\
&= \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_2(u_i, v_i)) \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) \right)^{y_{1i}} \left[y_{1i} \tau^{y_{1i}-1} \left(1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i))\right)^{\tau-y_{1i}} \right. \\
&\quad \left. + \tau^{y_{1i}} \left(1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i))\right)^{\tau-y_{1i}} \left\{ \ln \left(1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i))\right) + \frac{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i))(\tau - y_{1i})}{\left(1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i))\right)} \right\} \right] \quad \text{Serta didapatkan pula} \\
& \frac{\partial}{\partial \tau} \left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)\right)^\tau \left(\frac{\tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)}{1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)} \right)^{y_{1i}} \\
&= \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)^{y_{1i}} \left[y_{1i} \tau^{y_{1i}-1} \left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)\right)^{\tau-y_{1i}} \right. \\
&\quad \left. + \tau^{y_{1i}} \left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)\right)^{\tau-y_{1i}} \times \left[\left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)\right) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{\left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) (\tau - y_{1i})}{1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)} \right] \right] \\
&\quad \frac{\partial \ln C_i}{\partial \tau} \\
&= \sum_{\substack{i=1 \\ y_{1i}=0, y_{2i}>0}}^n \frac{-\psi\left(y_{2i} + \frac{1}{\tau}\right)}{\tau^2} - \sum_{\substack{i=1 \\ y_{1i}=0, y_{2i}>0}}^n \frac{-\psi\left(\frac{1}{\tau}\right)}{\tau^2} \\
&+ \sum_{\substack{i=1 \\ y_{1i}=0, y_{2i}>0}}^n \frac{\frac{\partial}{\partial \tau} \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i)) \left(1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))\right)^\tau \left(\frac{\tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))}{1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))} \right)^{y_{2i}} + \frac{\partial}{\partial \tau} \left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)\right)^\tau \left(\frac{\tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)}{1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)} \right)^{y_{2i}}}{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i)) \left(1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))\right)^\tau \left(\frac{\tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))}{1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))} \right)^{y_{2i}} + \left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)\right)^\tau \left(\frac{\tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)}{1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)} \right)^{y_{2i}}}
\end{aligned}$$

dimana dalam hal ini

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \tau} \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i)) \left(1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))\right)^\tau \left(\frac{\tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))}{1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))}\right)^{y_{2i}} \\ &= \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}_1(u_i, v_i)) \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))\right)^{y_{2i}} \left[y_{2i} \tau^{y_{2i}-1} \left(1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))\right)^{\tau-y_{2i}} \right. \\ & \quad \left. + \tau^{y_{2i}} \left(1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))\right)^{\tau-y_{2i}} \left\{ \ln\left(1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))\right) + \frac{\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))(\tau - y_{2i})}{1 + \tau \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))} \right\} \right] \end{aligned}$$

serta didapatkan pula

86

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \tau} \left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))\right)\right)^\tau \left(\frac{\tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))\right)}{1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))\right)}\right)^{y_{2i}} \\ &= \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))\right)^{y_{2i}} \left[y_{2i} \tau^{y_{2i}-1} \left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))\right)\right)^{\tau-y_{2i}} + \tau^{y_{2i}} \left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))\right)\right)^{\tau-y_{2i}} \right. \\ & \quad \left. \times \left\{ \ln\left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))\right)\right) + \frac{\left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))\right)(\tau - y_{2i})}{1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))\right)} \right\} \right] \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \ln(L_4(\boldsymbol{\theta}_{BZINBR}))}{\partial \tau} = \sum_{\substack{i=1 \\ y_{1i} > 0, y_{2i} > 0}}^n \frac{-\psi\left(y_{2i} + y_{2i} + \frac{1}{\tau}\right)}{\tau^2} - \sum_{\substack{i=1 \\ y_{1i} > 0, y_{2i} > 0}}^n \frac{-\psi\left(\frac{1}{\tau}\right)}{\tau^2}$$

$$+ \sum_{\substack{i=1 \\ y_{1i} > 0, y_{2i} > 0}}^n \frac{\frac{\partial}{\partial \tau} \left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^\tau \left(\frac{\tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)}{1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)} \right)^{y_{1i} + y_{2i}}}{\left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^\tau \left(\frac{\tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)}{1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)} \right)^{y_{1i} + y_{2i}}} \quad \text{dimana dalam hal ini}$$

66

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \tau} \left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^\tau \left(\frac{\tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)}{1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)} \right)^{y_{1i} + y_{2i}} \\ &= \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)^{y_{1i} + y_{2i}} \left[(y_{1i} + y_{2i}) \tau^{(y_{1i} + y_{2i}) - 1} \left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^{\tau - (y_{1i} + y_{2i})} + \tau^{(y_{1i} + y_{2i})} \left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right)^{\tau - (y_{1i} + y_{2i})} \right] \\ & \times \left\{ \ln \left(1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) \right) + \frac{\left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) (\tau - (y_{1i} + y_{2i}))}{1 + \tau \left(\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) + \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right)} \right\} \end{aligned}$$

Lampiran 5 Fungsi *Likelihood* Himpunan Parameter di Bawah H_0 GWBZINBR
 Pada penelitian ini menggunakan $q=1$

$$A_{2i} = \prod_{i=1}^n P(y_{1i}, y_{2i}) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{1 + \exp(\delta_{10}(u_i, v_i))} \frac{1}{1 + \exp(\delta_{20}(u_i, v_i))} \left(\exp(\delta_{10}(u_i, v_i)) \exp(\delta_{20}(u_i, v_i)) + \exp(\delta_{10}(u_i, v_i)) \left(\frac{1}{1 + \tau \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))} \right)^{\frac{1}{\tau}} \right. \\ \left. + \exp(\delta_{20}(u_i, v_i)) \left(\frac{1}{1 + \tau \exp(\beta_{10}(u_i, v_i))} \right)^{\frac{1}{\tau}} \left(\frac{1}{1 + \tau (\exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))} \right)^{\frac{1}{\tau}} \right)$$

100

$$B_{2i} = \prod_{i=1}^n P(y_{1i}, y_{2i}) \\ = \prod_{i=1}^n \left[\frac{1}{1 + \exp(\delta_{10}(u_i, v_i))} \frac{1}{1 + \exp(\delta_{20}(u_i, v_i))} \frac{\Gamma\left(y_{1i} + \frac{1}{\tau}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{\tau}\right) y_{1i}!} \left(\exp(\delta_{20}(u_i, v_i)) \left(\frac{1}{1 + \tau \exp(\beta_{10}(u_i, v_i))} \right)^{\frac{1}{\tau}} \left(\frac{\tau \exp(\beta_{10}(u_i, v_i))}{1 + \tau \exp(\beta_{10}(u_i, v_i))} \right)^{y_{1i}} \right. \right. \\ \left. \left. + \left(\frac{1}{1 + \tau (\exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))} \right)^{\frac{1}{\tau}} \left(\frac{\tau (\exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))}{1 + \tau (\exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))} \right)^{y_{1i}} \right] \right]$$

$$\begin{aligned}
C_{2i} &= \prod_{i=1}^n P(y_{1i}, y_{2i}) \\
&\quad y_{1i}=0, y_{2i}>0 \\
&= \prod_{i=1}^n \left[\frac{1}{1 + \exp(\delta_{10}(u_i, v_i))} \frac{1}{1 + \exp(\delta_{20}(u_i, v_i))} \frac{\Gamma\left(y_{2i} + \frac{1}{\tau}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{\tau}\right) y_{2i}!} \left(\exp(\delta_{10}(u_i, v_i)) \left(\frac{1}{1 + \tau \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))} \right)^{\frac{1}{\tau}} \left(\frac{\tau \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))}{1 + \tau \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))} \right)^{y_{2i}} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \left(\frac{1}{1 + \tau (\exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))} \right)^{\frac{1}{\tau}} \left(\frac{\tau (\exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))}{1 + \tau (\exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))} \right)^{y_{2i}} \right) \right]
\end{aligned}$$

101

$$\begin{aligned}
D_{2i} &= \prod_{i=1}^n P(y_{1i}, y_{2i}) \\
&\quad y_{1i}>0, y_{2i}>0 \\
&= \prod_{i=1}^n \left[\frac{1}{1 + \exp(\delta_{10}(u_i, v_i))} \frac{1}{1 + \exp(\delta_{20}(u_i, v_i))} \frac{\Gamma\left(y_{1i} + y_{2i} + \frac{1}{\tau}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{\tau}\right) y_{1i}! y_{2i}!} \left(\frac{1}{1 + \tau (\exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))} \right)^{\frac{1}{\tau}} \right. \\
&\quad \left. \times \left(\frac{\tau (\exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))}{1 + \tau (\exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))} \right)^{y_{1i} + y_{2i}} \right]
\end{aligned}$$

Lampiran 6. Fungsi ln *Likelihood* Himpunan Parameter di Bawah H_0 GWBZINBR $L(\omega)$

$$\ln(A_{2i}) = \sum_{\substack{i=1 \\ y_{1i}=0, y_{2i}=0}}^n \left(-\ln(1 + \exp(\delta_{10}(u_i, v_i)))(1 + \exp(\delta_{20}(u_i, v_i))) \right) + \sum_{\substack{i=1 \\ y_{1i}=0, y_{2i}=0}}^n \ln \left(\exp(\delta_{10}(u_i, v_i)) \exp(\delta_{20}(u_i, v_i)) + \exp(\delta_{10}(u_i, v_i)) (1 + \tau \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))^\tau \right. \\ \left. + \exp(\delta_{20}(u_i, v_i)) (1 + \tau \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)))^\tau + \left((1 + \tau (\exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))))^\tau \right) \right)$$

$$\ln(B_{2i}) = \sum_{\substack{i=1 \\ y_{1i}>0, y_{2i}=0}}^n \ln \left(\frac{1}{1 + \exp(\delta_{10}(u_i, v_i))} \frac{1}{1 + \exp(\delta_{20}(u_i, v_i))} \frac{\Gamma\left(y_{1i} + \frac{1}{\tau}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{\tau}\right) y_{1i}!} \right) + \sum_{\substack{i=1 \\ y_{1i}>0, y_{2i}=0}}^n \ln \left(\exp(\delta_{20}(u_i, v_i)) (1 + \tau \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)))^\tau \left(\frac{\tau \exp(\beta_{10}(u_i, v_i))}{1 + \tau \exp(\beta_{10}(u_i, v_i))} \right)^{y_{1i}} \right. \\ \left. + \left(1 + \tau (\exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))) \right)^\tau \left(\frac{\tau (\exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))}{1 + \tau (\exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))} \right)^{y_{1i}} \right)$$

$$\ln(C_{2i}) = \sum_{\substack{i=1 \\ y_{1i}=0, y_{2i}>0}}^n \ln \left(\frac{1}{1 + \exp(\delta_{10}(u_i, v_i))} \frac{1}{1 + \exp(\delta_{20}(u_i, v_i))} \frac{\Gamma\left(y_{2i} + \frac{1}{\tau}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{\tau}\right) y_{2i}!} \right) + \sum_{\substack{i=1 \\ y_{1i}=0, y_{2i}>0}}^n \ln \left(\exp(\delta_{10}(u_i, v_i)) (1 + \tau \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))^\tau \left(\frac{\tau \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))}{1 + \tau \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))} \right)^{y_{2i}} \right. \\ \left. + \left(1 + \tau (\exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))) \right)^\tau \left(\frac{\tau (\exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))}{1 + \tau (\exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))} \right)^{y_{2i}} \right)$$

$$\ln(D_{2i}) = \sum_{\substack{i=1 \\ y_{1i} > 0, y_{2i} > 0}}^n \ln \left(\frac{1}{1 + \exp(\delta_{10}(u_i, v_i))} \frac{1}{1 + \exp(\delta_{20}(u_i, v_i))} \frac{\Gamma\left(y_{1i} + y_{2i} + \frac{1}{\tau}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{\tau}\right) y_{1i}! y_{2i}!} \right)$$

$$+ \sum_{\substack{i=1 \\ y_{1i} > 0, y_{2i} > 0}}^n \ln \left(\left(1 + \tau(\exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))\right)^\tau \left(\frac{\tau(\exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))}{1 + \tau(\exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))}\right)^{y_{1i} + y_{2i}} \right)$$

Lampiran 7 Turunan Fungsi ln Likelihood Himpunan Parameter di Bawah H_0 GWBZINBR $L(\omega)$

1. Turunan pertama $\ln(L(\omega_{GWBZINBR}))$ terhadap parameter β_{10}

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \ln(A_{2i})}{\partial \beta_{10}(u_i, v_i)} \\ &= \sum_{i=1}^n \left(\frac{\tau^2 \exp(\delta_{20}(u_i, v_i)) \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) (1 + \tau \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)))^{\tau-1} + \tau^2 \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) (1 + \tau (\exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))))^{\tau-1}}{\exp(\delta_{10}(u_i, v_i)) \exp(\delta_{20}(u_i, v_i)) + \exp(\delta_{10}(u_i, v_i)) (1 + \tau \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))^\tau + \exp(\delta_{20}(u_i, v_i)) (1 + \tau \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)))^\tau + (1 + \tau (\exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))))^\tau} \right) \\ & \frac{\partial \ln(B_{2i})}{\partial \beta_{10}(u_i, v_i)} \\ &= \sum_{i=1}^n \left(\frac{\frac{\partial}{\partial \beta_{10}(u_i, v_i)} \exp(\delta_{20}(u_i, v_i)) (1 + \tau \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)))^\tau \left(\frac{\tau \exp(\beta_{10}(u_i, v_i))}{1 + \tau \exp(\beta_{10}(u_i, v_i))} \right)^{y_i} + \frac{\partial}{\partial \beta_{10}(u_i, v_i)} (1 + \tau (\exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))))^\tau \left(\frac{\tau (\exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))}{1 + \tau (\exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))} \right)^{y_i}}{\exp(\delta_{02}(u_i, v_i)) (1 + \tau \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)))^\tau \left(\frac{\tau \exp(\beta_{10}(u_i, v_i))}{1 + \tau \exp(\beta_{10}(u_i, v_i))} \right)^{y_i} + (1 + \tau (\exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))))^\tau \left(\frac{\tau (\exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))}{1 + \tau (\exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))} \right)^{y_i}} \right) \end{aligned}$$

dimana dalam hal ini

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial \beta_{10}(u_i, v_i)} \exp(\delta_{20}(u_i, v_i)) (1 + \tau \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)))^\tau \left(\frac{\tau \exp(\beta_{10}(u_i, v_i))}{1 + \tau \exp(\beta_{10}(u_i, v_i))} \right)^{y_i} \\
&= \left[\tau \exp(\delta_{20}(u_i, v_i)) \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) \left(\frac{\tau q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i))}{1 + \tau q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i))} \right)^{y_i} \right] \\
&+ \left[\frac{\left\{ \tau y_i q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) \left\{ (\tau q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)))^{y_i-1} (1 + \tau q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)))^{y_i} - (1 + \tau q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)))^{y_i-1} (\tau q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)))^{y_i} \right\} \right\}}{\left((1 + \tau q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)))^{y_i} \right)^2} \right] \\
&\times \left\{ \exp(\delta_{20}(u_i, v_i)) + (1 + \tau q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)))^\tau \right\}
\end{aligned}$$

Serta didapatkan pula

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial \beta_{10}(u_i, v_i)} (1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))))^\tau \left(\frac{\tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))}{1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))} \right)^{y_i} \\
&= \left[\tau^2 q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) (1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))))^{\tau-1} \left(\frac{\tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))}{1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))} \right)^{y_i} \right] \\
&+ \left[\frac{\tau y_i q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i))}{\left((1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))))^{y_i} \right)^2} \left(\frac{(\tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))))^{y_i-1} (1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))))^{y_i}}{\left((1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))))^{y_i} \right)^2} \right) \right]
\end{aligned}$$

$$\left. \frac{\left(1 + \tau \left(q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))\right)\right)^{y_{1i}-1} \left(\tau \left(q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))\right)\right)^{y_{1i}}}{\left(\left(1 + \tau \left(q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))\right)\right)^{y_{1i}}\right)^2} \right]$$

$$\frac{\partial \ln(C_{2i})}{\partial \beta_{10}(u_i, v_i)}$$

$$= \sum_{\substack{i=1 \\ y_{1i}=0, y_{2i}>0}}^n \left(\frac{\frac{\partial}{\partial \beta_{10}(u_i, v_i)} \left(1 + \tau \left(q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))\right)\right)^\tau \left(\frac{\tau \left(q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))\right)}{1 + \tau \left(q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))\right)}\right)^{y_{2i}}}{\exp(\delta_{10}(u_i, v_i)) \left(1 + \tau q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))\right)^\tau \left(\frac{\tau q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))}{1 + \tau q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))}\right)^{y_{2i}} + \left(1 + \tau \left(q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))\right)\right)^\tau \left(\frac{\tau \left(q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))\right)}{1 + \tau \left(q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))\right)}\right)^{y_{2i}}}} \right)$$

106 dimana dalam hal ini

$$\frac{\partial}{\partial \beta_{10}(u_i, v_i)} \left(1 + \tau \left(q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))\right)\right)^\tau \left(\frac{\tau \left(q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))\right)}{1 + \tau \left(q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))\right)}\right)^{y_{2i}}$$

$$\begin{aligned}
&= \left[\tau^2 \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) \left(1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))\right)^{\tau-1} \left(\frac{\tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))}{1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))} \right)^{y_{2i}} \right] \\
&+ \left[\frac{\tau y_{2i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i))}{\left((1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))) \right)^{y_{2i}} \right)^2} \left(\frac{\left(\tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))) \right)^{y_{2i}-1} \left(1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))) \right)^{y_{2i}}}{\left((1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))) \right)^{y_{2i}} \right)^2} \right. \\
&\left. - \frac{\left(1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))) \right)^{y_{2i}-1} \left(\tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))) \right)^{y_{2i}}}{\left((1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))) \right)^{y_{2i}} \right)^2} \left(1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))) \right)^{\tau} \right]
\end{aligned}$$

107

$$\frac{\partial \ln(D_{2i})}{\partial \beta_{10}(u_i, v_i)}$$

$$= \sum_{\substack{i=1 \\ y_{1i}>0, y_{2i}>0}}^n \left(\frac{\frac{\partial}{\partial \beta_{10}} \left(1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))) \right)^{\tau} \left(\frac{\tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))}{1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))} \right)^{y_{1i} + y_{2i}}}{\left(1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))) \right)^{\tau} \left(\frac{\tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))}{1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))} \right)^{y_{1i} + y_{2i}}} \right)$$

dimana dalam hal ini

$$\frac{\partial}{\partial \beta_{10}(u_i, v_i)} \left(1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))) \right)^{\tau} \left(\frac{\tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))}{1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))} \right)^{y_{1i} + y_{2i}}$$

$$\begin{aligned}
&= \left[\tau^2 q_{1i} \exp(\beta_{10}) (1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}) + q_{2i} \exp(\beta_{20})))^{\tau-1} \left(\frac{\tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}) + q_{2i} \exp(\beta_{20}))}{1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}) + q_{2i} \exp(\beta_{20}))} \right)^{y_{1i} + y_{2i}} \right] \\
&+ \left[\frac{\tau (y_{1i} + y_{2i}) q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i))}{\left((1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))))^{(y_{1i} + y_{2i})} \right)^2} \left(\frac{\tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))^{(y_{1i} + y_{2i})-1} (1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))))^{(y_{1i} + y_{2i})}}{\left((1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))))^{(y_{1i} + y_{2i})} \right)^2} \right. \right. \\
&\left. \left. - \frac{(1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))))^{(y_{1i} + y_{2i})} (\tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))))^{(y_{1i} + y_{2i})}}{\left((1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))))^{(y_{1i} + y_{2i})} \right)^2} \right) (1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))))^{\tau} \right]
\end{aligned}$$

2. Turunan pertama $\ln(L(\omega))$ terhadap parameter $\beta_{20}(u_i, v_i)$

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial \ln(A_{2i}(\omega_{GWBZINBR}))}{\partial \beta_{20}(u_i, v_i)} \\
&= \sum_{\substack{i=1 \\ y_{1i}=0, y_{2i}=0}}^n \left(\frac{\tau^2 \exp(\delta_{10}(u_i, v_i)) q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)) (1 + \tau q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))^{\tau-1} + \tau^2 q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)) (1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))))^{\tau-1}}{\exp(\delta_{10}(u_i, v_i)) \exp(\delta_{20}(u_i, v_i)) + \exp(\delta_{10}(u_i, v_i)) (1 + \tau q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))^{\tau} + \exp(\delta_{20}(u_i, v_i)) (1 + \tau q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)))^{\tau} + (1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))))^{\tau}} \right) \\
&\frac{\partial \ln(B_{2i}(\omega_{GWBZINBR}))}{\partial \beta_{20}(u_i, v_i)}
\end{aligned}$$

$$= \sum_{i=1}^n \left(\frac{\frac{\partial}{\partial \beta_{20}(u_i, v_i)} (1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))))^\tau \left(\frac{\tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))}{1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))} \right)^{y_{1i}}}{\exp(\delta_{20}(u_i, v_i)) (1 + \tau q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)))^\tau \left(\frac{\tau q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i))}{1 + \tau q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i))} \right)^{y_{1i}} + (1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))))^\tau \left(\frac{\tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))}{1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))} \right)^{y_{1i}}} \right)$$

dimana dalam hal ini

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \beta_{20}(u_i, v_i)} (1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))))^\tau \left(\frac{\tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))}{1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))} \right)^{y_{1i}} \\ &= \left[\tau^2 \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)) (1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))))^{\tau-1} \left(\frac{\tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))}{1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))} \right)^{y_{1i}} \right] \\ &+ \left[\frac{\tau y_{1i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))}{\left((1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))))^{y_{1i}} \right)^2} \left(\frac{\tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))^{y_{1i}-1} (1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))))^{y_{1i}}}{\left((1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))))^{y_{1i}} \right)^2} \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{(1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))))^{y_{1i}-1} (\tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))))^{y_{1i}}}{\left((1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))))^{y_{1i}} \right)^2} \right) (1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))))^\tau \right] \end{aligned}$$

109

$$\frac{\partial \ln(C_{2i}(\omega_{GWBZINBR}))}{\partial \beta_{20}(u_i, v_i)}$$

$$= \sum_{i=1}^n \left(\frac{\frac{\partial}{\partial \beta_{20}} \exp(\delta_{10}(u_i, v_i))(1 + \tau q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))^\tau \left(\frac{\tau q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))}{1 + \tau q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))} \right)^{y_{2i}} + \frac{\partial}{\partial \beta_{20}(u_i, v_i)} (1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))))^\tau \left(\frac{\tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))}{1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))} \right)^{y_{2i}}}{\exp(\delta_{10}(u_i, v_i))(1 + \tau q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))^\tau \left(\frac{\tau q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))}{1 + \tau q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))} \right)^{y_{2i}} + (1 + \tau (\exp(\beta_{01}(u_i, v_i)) + \exp(\beta_{02}(u_i, v_i))))^\tau \left(\frac{\tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))}{1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))} \right)^{y_{2i}}} \right)$$

dimana dalam hal ini

$$\frac{\partial}{\partial \beta_{20}(u_i, v_i)} \exp(\delta_{10}(u_i, v_i))(1 + \tau q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))^\tau \left(\frac{\tau q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))}{1 + \tau q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))} \right)^{y_{2i}}$$

$$= \left[\tau \exp(\delta_{10}(u_i, v_i)) q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)) \left(\frac{\tau q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))}{1 + \tau q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))} \right)^{y_{2i}} \right]$$

110

$$+ \left[\frac{\tau y_{2i} q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))}{\left((1 + \tau q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))^{y_{2i}} \right)^2} \left(\frac{(\tau q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))^{y_{2i}-1} (1 + \tau q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))^{y_{2i}}}{\left((1 + \tau q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))^{y_{2i}} \right)^2} \right. \right.$$

$$\left. \left. - \frac{(1 + \tau q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))^{y_{2i}-1} (\tau q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))^{y_{2i}}}{\left((1 + \tau q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))^{y_{2i}} \right)^2} \right\} \exp(\delta_{10}(u_i, v_i)) + (1 + \tau q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))^\tau \right]$$

Serta didapatkan pula

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial \beta_{20}(u_i, v_i)} \left(1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))) \right)^\tau \left(\frac{\tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))}{1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))} \right)^{y_{2i}} \\
&= \left[\tau^2 q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)) \left(1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))) \right)^{\tau-1} \left(\frac{\tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))}{1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))} \right)^{y_{2i}} \right] \\
&+ \left[\frac{\tau y_{1i} q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))}{\left(\left(1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))) \right)^{y_{2i}} \right)^2} \left(\frac{\left(\tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))) \right)^{y_{2i}-1} \left(1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))) \right)^{y_{2i}}}{\left(\left(1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))) \right)^{y_{2i}} \right)^2} \right) \right] \\
&\equiv \left[\times - \frac{\left(1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))) \right)^{y_{2i}-1} \left(\tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))) \right)^{y_{2i}}}{\left(\left(1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))) \right)^{y_{2i}} \right)^2} \left(1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))) \right)^\tau \right]
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial \ln(D_{2i})}{\partial \beta_{20}(u_i, v_i)}$$

$$= \sum_{\substack{i=1 \\ y_{1i} > 0, y_{2i} > 0}}^n \left(\frac{\frac{\partial}{\partial \beta_{20}(u_i, v_i)} \left(1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))) \right)^\tau \left(\frac{\tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))}{1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))} \right)^{y_{1i} + y_{2i}}}{\left(1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))) \right)^\tau \left(\frac{\tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))}{1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))} \right)^{y_{1i} + y_{2i}}} \right)$$

dimana dalam hal ini

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial \beta_{20}(u_i, v_i)} \left(1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))) \right)^\tau \left(\frac{\tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))}{1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))} \right)^{y_{1i} + y_{2i}} \\
&= \left[\tau^2 q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)) \left(1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))) \right)^{\tau-1} \left(\frac{\tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))}{1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))} \right)^{y_{1i} + y_{2i}} \right] \\
&+ \left[\frac{\tau (y_{1i} + y_{2i}) q_{2i} \exp(\beta_{20})}{\left((1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}) + q_{2i} \exp(\beta_{20})))^{(y_{1i} + y_{2i})} \right)^2} \left(\frac{(\tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}) + q_{2i} \exp(\beta_{20})))^{(y_{1i} + y_{2i})-1} (1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}) + q_{2i} \exp(\beta_{20})))^{(y_{1i} + y_{2i})}}{\left((1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}) + q_{2i} \exp(\beta_{20})))^{(y_{1i} + y_{2i})} \right)^2} \right. \right. \\
&\left. \left. - \frac{(1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}) + q_{2i} \exp(\beta_{20})))^{(y_{1i} + y_{2i})} (\tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}) + q_{2i} \exp(\beta_{20})))^{(y_{1i} + y_{2i})}}{\left((1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}) + q_{2i} \exp(\beta_{20})))^{(y_{1i} + y_{2i})} \right)^2} \right) \left(1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}) + q_{2i} \exp(\beta_{20})))^\tau \right]
\end{aligned}$$

3. Turunan pertama $\ln(L(\omega))$ terhadap parameter $\delta_{10}(u_i, v_i)$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \ln(A_{2i})}{\partial \delta_{01}(u_i, v_i)} \\
&= \sum_{i=1}^n \frac{-\exp(\delta_{10}(u_i, v_i))(1 + \exp(\delta_{20}(u_i, v_i)))}{(1 + \exp(\delta_{10}(u_i, v_i)))(1 + \exp(\delta_{20}(u_i, v_i)))} \\
&+ \sum_{i=1}^n \frac{\exp(\delta_{10}(u_i, v_i)) \exp(\delta_{20}(u_i, v_i)) + \exp(\delta_{10}(u_i, v_i)) (1 + \tau q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))^\tau}{\exp(\delta_{10}(u_i, v_i)) \exp(\delta_{20}(u_i, v_i)) + \exp(\delta_{10}(u_i, v_i)) (1 + \tau q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))^\tau + \exp(\delta_{20}(u_i, v_i)) (1 + \tau q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)))^\tau + (1 + \tau (q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))))^\tau}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln(B_{2i})}{\partial \delta_{10}(u_i, v_i)} &= \sum_{y_{1i} > 0, y_{2i} = 0}^n \frac{-\frac{\partial}{\partial \delta_{10}} \left((1 + \exp(\delta_{10}(u_i, v_i)))(1 + \exp(\delta_{20}(u_i, v_i))) \left(\Gamma\left(\frac{1}{\tau}\right) y_{1i}! \right) \right)}{(1 + \exp(\delta_{10}(u_i, v_i)))(1 + \exp(\delta_{20}(u_i, v_i))) \left(\Gamma\left(\frac{1}{\tau}\right) y_{1i}! \right)} \\ &= \sum_{y_{1i} > 0, y_{2i} = 0}^n \frac{-\exp(\delta_{10}(u_i, v_i))(1 + \exp(\delta_{20}(u_i, v_i))) \left(\Gamma\left(\frac{1}{\tau}\right) y_{1i}! \right)}{(1 + \exp(\delta_{10}(u_i, v_i)))(1 + \exp(\delta_{20}(u_i, v_i))) \left(\Gamma\left(\frac{1}{\tau}\right) y_{1i}! \right)} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \ln(C_{2i})}{\partial \delta_{10}(u_i, v_i)}$$

113

$$= \sum_{y_{1i} = 0, y_{2i} > 0}^n \frac{-\exp(\delta_{10}(u_i, v_i))(1 + \exp(\delta_{20}(u_i, v_i))) \left(\Gamma\left(\frac{1}{\tau}\right) y_{2i}! \right)}{(1 + \exp(\delta_{10}(u_i, v_i)))(1 + \exp(\delta_{20}(u_i, v_i))) \left(\Gamma\left(\frac{1}{\tau}\right) y_{2i}! \right)}$$

$$+ \sum_{y_{1i} = 0, y_{2i} > 0}^n \frac{\exp(\delta_{10}(u_i, v_i))(1 + \tau q_{2i} \exp(\beta_{20}))^\tau \left(\frac{\tau q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))}{1 + \tau q_{2i} \exp(\beta_{20})} \right)^{y_{2i}}}{\exp(\delta_{10}(u_i, v_i))(1 + \tau q_{2i} \exp(\beta_{20}))^\tau \left(\frac{\tau q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))}{1 + \tau q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))} \right)^{y_{2i}} + (1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))))^\tau \left(\frac{\tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))}{1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))} \right)^{y_{2i}}}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \ln(D_{2i})}{\partial \delta_{10}(u_i, v_i)} &= \sum_{i=1}^n \frac{-\frac{\partial}{\partial \delta_{10}}(1 + \exp(\delta_{10}(u_i, v_i)))(1 + \exp(\delta_{20}(u_i, v_i))) \left(\Gamma\left(\frac{1}{\tau}\right) y_{1i}! y_{2i}! \right)}{(1 + \exp(\delta_{10}(u_i, v_i)))(1 + \exp(\delta_{20}(u_i, v_i))) \left(\Gamma\left(\frac{1}{\tau}\right) y_{1i}! y_{2i}! \right)} \\
&= \sum_{i=1}^n \frac{-\exp(\delta_{10}(u_i, v_i))(1 + \exp(\delta_{20}(u_i, v_i))) \left(\Gamma\left(\frac{1}{\tau}\right) y_{1i}! y_{2i}! \right)}{(1 + \exp(\delta_{10}(u_i, v_i)))(1 + \exp(\delta_{20}(u_i, v_i))) \left(\Gamma\left(\frac{1}{\tau}\right) y_{1i}! y_{2i}! \right)}
\end{aligned}$$

4. Turunan pertama $\ln(L(\omega))$ terhadap parameter $\delta_{20}(u_i, v_i)$

114

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial \ln(A_{2i})}{\partial \delta_{20}(u_i, v_i)} \\
&= \sum_{i=1}^n \frac{-\exp(\delta_{20}(u_i, v_i))(1 + \exp(\delta_{10}(u_i, v_i)))}{(1 + \exp(\delta_{10}(u_i, v_i)))(1 + \exp(\delta_{20}(u_i, v_i)))} \\
&+ \sum_{i=1}^n \frac{\exp(\delta_{10}(u_i, v_i)) \exp(\delta_{20}(u_i, v_i)) + \exp(\delta_{20}(u_i, v_i))(1 + \tau q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))^\tau}{\exp(\delta_{10}(u_i, v_i)) \exp(\delta_{20}(u_i, v_i)) + \exp(\delta_{10}(u_i, v_i))(1 + \tau q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))^\tau + \exp(\delta_{20}(u_i, v_i))(1 + \tau q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)))^\tau + (1 + \tau(q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))))^\tau}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \ln(B_{2i})}{\partial \delta_{20}(u_i, v_i)} \\
&= \sum_{i=1}^n \frac{-\exp(\delta_{20}(u_i, v_i))(1 + \exp(\delta_{10}(u_i, v_i))) \left(\Gamma\left(\frac{1}{\tau}\right) y_{1i}! \right)}{(1 + \exp(\delta_{10}(u_i, v_i)))(1 + \exp(\delta_{20}(u_i, v_i))) \left(\Gamma\left(\frac{1}{\tau}\right) y_{1i}! \right)} \\
&+ \sum_{i=1}^n \frac{\exp(\delta_{20}(u_i, v_i))(1 + \tau q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)))^\tau \left(\frac{\tau q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i))}{1 + \tau q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i))} \right)^{y_{1i}}}{\exp(\delta_{20}(u_i, v_i))(1 + \tau q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)))^\tau \left(\frac{\tau q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i))}{1 + \tau q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i))} \right)^{y_{1i}} + (1 + \tau(q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))))^\tau \left(\frac{\tau(q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))}{1 + \tau(q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))} \right)^{y_{1i}}} \\
& \frac{\partial \ln(C_{2i})}{\partial \delta_{20}(u_i, v_i)} = \sum_{i=1}^n \frac{-\frac{\partial}{\partial \delta_{20}}(1 + \exp(\delta_{10}(u_i, v_i)))(1 + \exp(\delta_{20}(u_i, v_i))) \left(\Gamma\left(\frac{1}{\tau}\right) y_{2i}! \right)}{(1 + \exp(\delta_{10}(u_i, v_i)))(1 + \exp(\delta_{20}(u_i, v_i))) \left(\Gamma\left(\frac{1}{\tau}\right) y_{2i}! \right)} \\
&= \sum_{i=1}^n \frac{-\exp(\delta_{20}(u_i, v_i))(1 + \exp(\delta_{10}(u_i, v_i))) \left(\Gamma\left(\frac{1}{\tau}\right) y_{2i}! \right)}{(1 + \exp(\delta_{10}(u_i, v_i)))(1 + \exp(\delta_{20}(u_i, v_i))) \left(\Gamma\left(\frac{1}{\tau}\right) y_{2i}! \right)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln(D_{2i})}{\partial \delta_{20}(u_i, v_i)} &= \sum_{\substack{i=1 \\ y_{1i} > 0, y_{2i} > 0}}^n \frac{-\frac{\partial}{\partial \delta_{20}(u_i, v_i)} (1 + \exp(\delta_{10}(u_i, v_i)))(1 + \exp(\delta_{20}(u_i, v_i))) \left(\Gamma\left(\frac{1}{\tau}\right) y_{1i}! y_{2i}! \right)}{(1 + \exp(\delta_{10}(u_i, v_i)))(1 + \exp(\delta_{20}(u_i, v_i))) \left(\Gamma\left(\frac{1}{\tau}\right) y_{1i}! y_{2i}! \right)} \\ &= \sum_{\substack{i=1 \\ y_{1i} > 0, y_{2i} > 0}}^n \frac{-\exp(\delta_{20}(u_i, v_i))(1 + \exp(\delta_{10}(u_i, v_i))) \left(\Gamma\left(\frac{1}{\tau}\right) y_{1i}! y_{2i}! \right)}{(1 + \exp(\delta_{10}(u_i, v_i)))(1 + \exp(\delta_{20}(u_i, v_i))) \left(\Gamma\left(\frac{1}{\tau}\right) y_{1i}! y_{2i}! \right)} \end{aligned}$$

5. Turunan pertama $\ln(L(\omega))$ terhadap parameter τ

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \ln(A_{2i})}{\partial \tau} \\ &= \sum_{\substack{i=1 \\ y_{1i}=0, y_{2i}=0}}^n \frac{\frac{\partial}{\partial \tau} \exp(\delta_{10}(u_i, v_i))(1 + \tau q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))^\tau + \frac{\partial}{\partial \tau} \exp(\delta_{20}(u_i, v_i))(1 + \tau q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)))^\tau + \frac{\partial}{\partial \tau} (1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))))^\tau}{\exp(\delta_{10}(u_i, v_i)) \exp(\delta_{20}(u_i, v_i)) + \exp(\delta_{10}(u_i, v_i))(1 + \tau q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))^\tau + \exp(\delta_{20}(u_i, v_i))(1 + \tau q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)))^\tau + (1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))))^\tau} \end{aligned}$$

dimana dalam hal ini

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \tau} \exp(\delta_{10}(u_i, v_i))(1 + \tau q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))^\tau \\ &= \exp(\delta_{10}(u_i, v_i))(1 + \tau q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))^\tau \left[\ln(1 + \tau q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))) + \frac{\tau q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))}{1 + \tau q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))} \right] \end{aligned}$$

lalu didapatkan

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \tau} \exp(\delta_{20}(u_i, v_i)) (1 + \tau q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)))^\tau \\ &= \exp(\delta_{20}(u_i, v_i)) (1 + \tau q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)))^\tau \left[\ln(1 + \tau q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i))) + \frac{\tau q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i))}{1 + \tau q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i))} \right] \end{aligned}$$

serta didapatkan pula

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \tau} \exp(\delta_{20}(u_i, v_i)) (1 + \tau q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)))^\tau + (1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))))^\tau \\ &= (1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))))^\tau \left[\ln(1 + \tau q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))) + \frac{\tau q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))}{1 + \tau q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \ln(B_{2i})}{\partial \tau} \\ &= \sum_{\substack{i=1 \\ y_{1i}>0, y_{2i}=0}}^n \frac{-\psi\left(y_{1i} + \frac{1}{\tau}\right)}{\tau^2} - \sum_{\substack{i=1 \\ y_{1i}>0, y_{2i}=0}}^n \frac{-\psi\left(\frac{1}{\tau}\right)}{\tau^2} \\ &+ \sum_{\substack{i=1 \\ y_{1i}>0, y_{2i}=0}}^n \frac{\frac{\partial}{\partial \tau} \exp(\delta_{20}(u_i, v_i)) (1 + \tau q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)))^\tau \left(\frac{\tau q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i))}{1 + \tau q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i))} \right)^{y_{1i}} + \frac{\partial}{\partial \tau} (1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))))^\tau \left(\frac{\tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))}{1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))} \right)^{y_{1i}}}{\exp(\delta_{20}(u_i, v_i)) (1 + \tau q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)))^\tau \left(\frac{\tau q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i))}{1 + \tau q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i))} \right)^{y_{1i}} + (1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))))^\tau \left(\frac{\tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))}{1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))} \right)^{y_{1i}}} \end{aligned}$$

dimana dalam hal ini

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial \tau} \exp(\delta_{20}(u_i, v_i)) (1 + \tau q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)))^\tau \left(\frac{\tau q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i))}{1 + \tau q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i))} \right)^{y_{1i}} \\
&= \exp(\delta_{20}(u_i, v_i)) (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)))^{y_{1i}} \left[y_{1i} \tau^{y_{1i}-1} (1 + \tau q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)))^{\tau-y_{1i}} \right. \\
&\quad \left. + \tau^{y_{1i}} (1 + \tau q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)))^{\tau-y_{1i}} \left\{ \ln(1 + \tau q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i))) + \frac{q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i))(\tau - y_{1i})}{(1 + \tau q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)))} \right\} \right]
\end{aligned}$$

Serta didapatkan pula

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial \tau} \left(1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))) \right)^\tau \left(\frac{\tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))}{1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))} \right)^{y_{1i}} \\
&= (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))^{y_{1i}} \left[y_{1i} \tau^{y_{1i}-1} (1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))))^{\tau-y_{1i}} \right. \\
&\quad \left. + \tau^{y_{1i}} (1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))))^{\tau-y_{1i}} \left\{ \ln(1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))) + \frac{(q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))(\tau - y_{1i})}{1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))} \right\} \right]
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial \ln(C_{2i})}{\partial \tau}$$

$$= \sum_{\substack{i=1 \\ y_{1i}=0, y_{2i}>0}}^n \frac{-\psi\left(y_{2i} + \frac{1}{\tau}\right)}{\tau^2} - \sum_{\substack{i=1 \\ y_{1i}=0, y_{2i}>0}}^n \frac{-\psi\left(\frac{1}{\tau}\right)}{\tau^2}$$

$$+ \sum_{i=1}^n \frac{\frac{\partial}{\partial \tau} \exp(\delta_{10}(u_i, v_i))(1 + \tau q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))^{\tau} \left(\frac{\tau q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))}{1 + \tau q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))} \right)^{y_{2i}} + \frac{\partial}{\partial \tau} (1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{01}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))))^{\tau} \left(\frac{\tau (q_{1i} \exp(\beta_{01}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))}{1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{01}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))} \right)^{y_{2i}}}{\exp(\delta_{10}(u_i, v_i))(1 + \tau q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))^{\tau} \left(\frac{\tau q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))}{1 + \tau q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))} \right)^{y_{2i}} + (1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{01}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))))^{\tau} \left(\frac{\tau (q_{1i} \exp(\beta_{01}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))}{1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{01}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))} \right)^{y_{2i}}}$$

dimana dalam hal ini

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \exp(\delta_{10}(u_i, v_i))(1 + \tau \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))^{\tau} \left(\frac{\tau q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))}{1 + \tau q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))} \right)^{y_{2i}}$$

$$= \exp(\delta_{10}(u_i, v_i))(q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))^{y_{2i}}$$

$$\times \left[y_{2i} \tau^{y_{2i}-1} (1 + \tau q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))^{\tau-y_{2i}} + \tau^{y_{2i}} (1 + \tau q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))^{\tau-y_{2i}} \left\{ \ln(1 + \tau q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))) + \frac{q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))(\tau - y_{2i})}{(1 + \tau q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))} \right\} \right]$$

Serta didapatkan pula

$$\frac{\partial}{\partial \tau} (1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i))))^{\tau} \left(\frac{\tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))}{1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))} \right)^{y_{2i}}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln(D_{2i})}{\partial \tau} &= \sum_{i=1}^n \frac{-\psi\left(y_{1i} + y_{2i} + \frac{1}{\tau}\right)}{\tau^2} - \sum_{i=1}^n \frac{-\psi\left(\frac{1}{\tau}\right)}{\tau^2} \\ &+ \sum_{i=1}^n \frac{\frac{\partial}{\partial \tau} \left(1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))\right)^\tau \left(\frac{\tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))}{1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))}\right)^{y_{1i} + y_{2i}}}{\left(1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))\right)^\tau \left(\frac{\tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))}{1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))}\right)^{y_{1i} + y_{2i}}} \end{aligned}$$

dimana dalam hal ini

$$\begin{aligned} &120 \quad \frac{\partial}{\partial \tau} \left(1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))\right)^\tau \left(\frac{\tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))}{1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))}\right)^{y_{1i} + y_{2i}} \\ &= (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))^{(y_{1i} + y_{2i})} \left[(y_{1i} + y_{2i}) \tau^{(y_{1i} + y_{2i}) - 1} \left(1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))\right)^{\tau - (y_{1i} + y_{2i})} \right. \\ &\quad \left. + \tau^{(y_{1i} + y_{2i})} \left(1 + \tau (q_{1i} \exp(\beta_{10}(u_i, v_i)) + q_{2i} \exp(\beta_{20}(u_i, v_i)))\right)^{\tau - (y_{1i} + y_{2i})} \right] \\ &\quad \times \left\{ \ln \left(1 + \tau (\exp(\beta_{01}(u_i, v_i)) + \exp(\beta_{02}(u_i, v_i)))\right) + \frac{(\exp(\beta_{01}(u_i, v_i)) + \exp(\beta_{02}(u_i, v_i))) (\tau - (y_{1i} + y_{2i}))}{1 + \tau (\exp(\beta_{01}(u_i, v_i)) + \exp(\beta_{02}(u_i, v_i)))} \right\} \end{aligned}$$

Lampiran 8 *Output* Statistika Deskriptif

Variable	Mean	Variance	Minimum	Maximum
y1	0.720	0.859	0.000	4.000
y2	0.820	1.089	0.000	4.000
X1	97.646	9.977	87.700	100.000
X2	98.093	17.876	76.900	100.000
X3	91.22	183.10	27.60	100.00
X4	52.85	314.52	22.58	106.06

Lampiran 9 *Output* Korelasi

	y1	y2	x1	x2	x3
y2	0.327 0.021				
x1	0.017 0.908	-0.265 0.062			
x2	0.130 0.368	0.117 0.419	0.537 0.000		
x3	0.007 0.963	0.062 0.668	0.127 0.379	0.006 0.967	
x4	-0.167 0.248	-0.240 0.094	0.394 0.005	0.131 0.363	-0.148 0.304

Lampiran 10 *Output* Deteksi Multikolinieritas

Term	Coef	SE Coef	T-Value	P-Value	VIF
Constant	-2.26	4.47	-0.51	0.615	
X1	0.0057	0.0562	0.10	0.919	1.74
X2	0.0319	0.0381	0.84	0.407	1.44
X3	-0.0018	0.0103	-0.17	0.864	1.08
X4	-0.01031	0.00852	-1.21	0.233	1.26

Lampiran 11 *Output* Uji Serentak BZINBR

```
=====
Uji Serentak Model BZINBR
=====
      G_kuadrat C.S_tabel taraf_sig keputusan
[1,] "872.478" "26.296" "0.05"  "Tolak H0"
=====
```

Lampiran 12 Output Uji Parsial BZINBR

```

=====
Estimasi Parameter BZINBR di bawah Populasi
=====

```

	Estimate	Std Error	Z value	P-value
intercept.beta1	-7.078364851	3.184211e-05	-222295.7163	0.000000000
beta1.1	0.004297648	1.470437e-03	2.9227	0.003470096
beta1.2	0.073420168	1.882081e-03	39.0101	0.000000000
beta1.3	0.001552027	5.247968e-03	0.2957	0.767429644
beta1.4	-0.019585619	3.642420e-03	-5.3771	0.000000076
intercept.beta2	-1.570576796	1.630136e-05	-96346.3594	0.000000000
beta2.1	-0.116724849	4.645366e-04	-251.2716	0.000000000
beta2.2	0.129332471	6.100106e-04	212.0168	0.000000000
beta2.3	0.007245919	7.047117e-04	10.2821	0.000000000
beta2.4	-0.013860423	4.203403e-03	-3.2974	0.000975744
delta1.0	0.039983265	2.983905e-05	1339.9644	0.000000000
delta1.1	0.039504712	1.560928e-03	25.3085	0.000000000
delta1.2	0.039476939	1.599722e-03	24.6774	0.000000000
delta1.3	0.040108074	2.356073e-03	17.0233	0.000000000
delta1.4	0.040530844	4.288949e-03	9.4501	0.000000000
delta2.0	0.014996482	2.043955e-05	733.6991	0.000000000
delta2.1	0.014733691	1.898342e-03	7.7613	0.000000000
delta2.2	0.014747432	1.916538e-03	7.6948	0.000000000
delta2.3	0.014401522	1.904751e-03	7.5608	0.000000000
delta2.4	0.016035733	2.944696e-03	5.4456	0.000000052
tou	0.120002656	1.261593e-06	95119.9517	0.000000000

```

=====

```

Lampiran 13 *Output* Uji Heterogenitas Spasial

```
=====
Uji Heterogenitas
=====
Gvalue Titik_kritis Pvalue Kesimpulan
110.8163 18.30704 3.652114e-19 Tolak H0 (ada
heterogenitas)
=====
```

Lampiran 14 Jarak Euclidean

Kec,	1	2	3	4	5	6	7	...	50
1	0,000	0,107	0,158	0,249	0,330	0,234	0,289	...	1,147
2	0,107	0,000	0,084	0,155	0,230	0,128	0,183	...	1,057
3	0,158	0,084	0,000	0,096	0,181	0,141	0,188	...	0,989
4	0,249	0,155	0,096	0,000	0,085	0,116	0,137	...	0,902
5	0,330	0,230	0,181	0,085	0,000	0,145	0,132	...	0,831
6	0,234	0,128	0,141	0,116	0,145	0,000	0,055	...	0,971
7	0,289	0,183	0,188	0,137	0,132	0,055	0,000	...	0,936
8	0,300	0,195	0,205	0,156	0,146	0,068	0,018	...	0,941
9	0,368	0,273	0,300	0,257	0,237	0,159	0,120	...	0,975
10	0,360	0,253	0,243	0,168	0,120	0,127	0,075	...	0,872
11	0,382	0,276	0,264	0,187	0,131	0,149	0,096	...	0,858
12	0,444	0,337	0,324	0,242	0,174	0,210	0,157	...	0,821
13	0,549	0,442	0,415	0,324	0,242	0,319	0,268	...	0,716
14	0,633	0,527	0,492	0,397	0,313	0,408	0,359	...	0,627
15	0,671	0,565	0,528	0,433	0,348	0,446	0,398	...	0,597
16	0,649	0,544	0,504	0,408	0,323	0,429	0,382	...	0,590
17	0,652	0,550	0,500	0,404	0,321	0,443	0,401	...	0,546
18	0,736	0,633	0,587	0,491	0,407	0,522	0,477	...	0,497
19	0,774	0,670	0,625	0,529	0,445	0,556	0,510	...	0,485
20	0,829	0,727	0,677	0,581	0,499	0,619	0,575	...	0,407
21	0,615	0,508	0,493	0,406	0,329	0,381	0,326	...	0,740
22	0,613	0,506	0,487	0,399	0,320	0,380	0,326	...	0,722
23	0,611	0,504	0,483	0,393	0,313	0,378	0,325	...	0,712
24	0,477	0,378	0,392	0,330	0,283	0,254	0,204	...	0,917
25	0,890	0,789	0,737	0,642	0,560	0,682	0,638	...	0,352
26	0,976	0,876	0,823	0,728	0,646	0,769	0,726	...	0,291
27	1,030	0,928	0,877	0,782	0,699	0,818	0,773	...	0,300
28	1,109	1,008	0,955	0,860	0,779	0,900	0,855	...	0,265
29	1,132	1,032	0,978	0,883	0,802	0,925	0,881	...	0,245
30	1,176	1,075	1,022	0,927	0,845	0,967	0,922	...	0,263
31	1,228	1,127	1,073	0,979	0,898	1,020	0,975	...	0,270
32	1,296	1,196	1,142	1,047	0,967	1,089	1,045	...	0,293
33	1,293	1,194	1,137	1,044	0,964	1,091	1,048	...	0,249
34	1,279	1,181	1,122	1,029	0,951	1,079	1,038	...	0,220
35	1,215	1,116	1,059	0,966	0,886	1,014	0,972	...	0,203
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
50	1,147	1,057	0,989	0,902	0,831	0,971	0,936		0,000

Lampiran 15 Pembobot Fungsi Kernel *Adaptive* Gaussian

i	1	2	3	4	5	6	7	...	50	b_i
1	1,000	0,976	0,949	0,876	0,793	0,890	0,838	...	0,061	0,288
2	0,976	1,000	0,985	0,950	0,894	0,966	0,931	...	0,093	0,427
3	0,949	0,985	1,000	0,981	0,933	0,959	0,928	...	0,125	0,439
4	0,876	0,950	0,981	1,000	0,985	0,972	0,961	...	0,178	0,467
5	0,793	0,894	0,933	0,985	1,000	0,956	0,964	...	0,231	0,338
6	0,890	0,966	0,959	0,972	0,956	1,000	0,994	...	0,135	0,633
7	0,838	0,931	0,928	0,961	0,964	0,994	1,000	...	0,155	0,414
8	0,826	0,922	0,915	0,950	0,956	0,990	0,999	...	0,153	0,545
9	0,750	0,854	0,826	0,869	0,888	0,948	0,970	...	0,133	0,321
10	0,759	0,873	0,882	0,942	0,970	0,966	0,988	...	0,199	0,414
11	0,733	0,851	0,862	0,928	0,964	0,954	0,981	...	0,210	0,503
12	0,658	0,786	0,800	0,883	0,938	0,910	0,949	...	0,239	0,487
13	0,528	0,661	0,693	0,800	0,883	0,806	0,859	...	0,336	0,483
14	0,427	0,554	0,598	0,715	0,813	0,702	0,760	...	0,434	0,701
15	0,385	0,508	0,553	0,671	0,773	0,655	0,715	...	0,470	0,756
16	0,409	0,533	0,583	0,702	0,801	0,676	0,733	...	0,478	0,950
17	0,406	0,526	0,588	0,707	0,803	0,659	0,711	...	0,531	0,649
18	0,316	0,427	0,482	0,600	0,704	0,561	0,617	...	0,592	15,256
19	0,281	0,386	0,436	0,552	0,657	0,519	0,576	...	0,606	0,483
20	0,232	0,325	0,378	0,488	0,590	0,444	0,496	...	0,703	0,663
21	0,448	0,578	0,597	0,705	0,795	0,735	0,797	...	0,312	0,310
22	0,450	0,580	0,604	0,713	0,805	0,736	0,798	...	0,330	0,341
23	0,453	0,583	0,610	0,720	0,812	0,739	0,800	...	0,341	0,624
24	0,617	0,739	0,722	0,794	0,844	0,872	0,915	...	0,168	0,416
25	0,186	0,267	0,316	0,417	0,514	0,373	0,421	...	0,769	0,588
26	0,132	0,196	0,238	0,325	0,412	0,285	0,327	...	0,835	0,391
27	0,105	0,161	0,195	0,273	0,354	0,241	0,281	...	0,826	0,719
28	0,073	0,116	0,144	0,208	0,276	0,179	0,212	...	0,862	0,419
29	0,066	0,104	0,131	0,191	0,255	0,163	0,192	...	0,880	0,375
30	0,053	0,086	0,109	0,161	0,219	0,137	0,164	...	0,863	0,404
31	0,041	0,067	0,087	0,131	0,181	0,110	0,133	...	0,857	0,471
32	0,028	0,048	0,063	0,097	0,138	0,080	0,098	...	0,834	0,308
33	0,029	0,048	0,064	0,099	0,139	0,080	0,097	...	0,877	0,793
34	0,031	0,052	0,069	0,105	0,147	0,084	0,102	...	0,903	0,409
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
50	0,061	0,093	0,125	0,178	0,231	0,135	0,155	...	1,000	0,853

Lampiran 16 Output Uji Serentak GWBZINBR

```
=====
Uji Serentak Model GWBZINBR
=====
      G_kuadrat  C.S_tabel taraf_sig keputusan
[1,] "1008.083" "866.911" "0.05"   "Tolak H0"
```

Lampiran 17 Output Penaksir Parameter β Model GWBZINBR

Kec.	β_{10}	β_{11}	β_{12}	β_{13}	β_{14}	β_{20}	β_{21}	β_{22}	β_{23}	β_{24}
1	-7,0784	0,0045	0,0734	0,0015	-0,0197	-1,5706	-0,1165	0,1296	0,0081	-0,0170
2	-7,0784	0,0041	0,0731	0,0024	-0,0191	-1,5706	-0,1169	0,1295	0,0076	-0,0141
3	-7,0783	0,0047	0,0739	0,0008	-0,0198	-1,5706	-0,1167	0,1296	0,0076	-0,0149
4	-7,0784	0,0036	0,0724	0,0049	-0,0215	-1,5706	-0,1167	0,1295	0,0079	-0,0154
5	-7,0784	0,0036	0,0725	0,0047	-0,0214	-1,5706	-0,1167	0,1295	0,0079	-0,0154
6	-7,0784	0,0037	0,0725	0,0046	-0,0214	-1,5706	-0,1167	0,1295	0,0079	-0,0153
7	-7,0784	0,0042	0,0732	0,0018	-0,0183	-1,5706	-0,1169	0,1295	0,0077	-0,0140
8	-7,0784	0,0041	0,0731	0,0020	-0,0179	-1,5706	-0,1169	0,1295	0,0077	-0,0139
9	-7,0784	0,0037	0,0722	0,0033	-0,0157	-1,5706	-0,1169	0,1296	0,0079	-0,0139
10	-7,0784	0,0042	0,0732	0,0021	-0,0188	-1,5706	-0,1169	0,1295	0,0076	-0,0140
11	-7,0784	0,0037	0,0726	0,0044	-0,0212	-1,5706	-0,1167	0,1295	0,0079	-0,0151
12	-7,0784	0,0042	0,0732	0,0018	-0,0186	-1,5706	-0,1169	0,1295	0,0076	-0,0139
13	-7,0784	0,0041	0,0731	0,0024	-0,0193	-1,5706	-0,1169	0,1295	0,0077	-0,0141
14	-7,0784	0,0039	0,0729	0,0033	-0,0200	-1,5706	-0,1169	0,1295	0,0077	-0,0144
15	-7,0784	0,0042	0,0732	0,0019	-0,0182	-1,5706	-0,1169	0,1295	0,0076	-0,0139
16	-7,0784	0,0045	0,0732	0,0018	-0,0198	-1,5706	-0,1164	0,1296	0,0082	-0,0175
17	-7,0784	0,0046	0,0737	0,0009	-0,0197	-1,5706	-0,1167	0,1296	0,0077	-0,0154
18	-7,0784	0,0041	0,0730	0,0021	-0,0177	-1,5706	-0,1169	0,1295	0,0078	-0,0140
19	-7,0784	0,0045	0,0733	0,0015	-0,0197	-1,5706	-0,1165	0,1296	0,0081	-0,0170
20	-7,0783	0,0048	0,0742	0,0005	-0,0201	-1,5706	-0,1168	0,1294	0,0073	-0,0134
21	-7,0784	0,0043	0,0733	0,0012	-0,0176	-1,5706	-0,1169	0,1295	0,0075	-0,0139
22	-7,0784	0,0045	0,0735	0,0013	-0,0197	-1,5706	-0,1165	0,1297	0,0079	-0,0165
23	-7,0784	0,0042	0,0732	0,0019	-0,0182	-1,5706	-0,1169	0,1295	0,0076	-0,0139
24	-7,0784	0,0040	0,0727	0,0025	-0,0171	-1,5706	-0,1169	0,1295	0,0078	-0,0139
25	-7,0783	0,0054	0,0755	-0,0003	-0,0218	-1,5706	-0,1169	0,1290	0,0064	-0,0099
26	-7,0784	0,0061	0,0764	-0,0007	-0,0236	-1,5706	-0,1163	0,1291	0,0051	-0,0080
27	-7,0784	0,0062	0,0765	-0,0007	-0,0238	-1,5706	-0,1159	0,1292	0,0045	-0,0074
28	-7,0783	0,0049	0,0745	0,0003	-0,0205	-1,5706	-0,1169	0,1293	0,0070	-0,0122
29	-7,0784	0,0032	0,0722	0,0037	-0,0186	-1,5706	-0,1173	0,1287	0,0075	-0,0117
30	-7,0783	0,0052	0,0750	-0,0001	-0,0211	-1,5706	-0,1169	0,1291	0,0067	-0,0108
31	-7,0784	0,0061	0,0764	-0,0009	-0,0233	-1,5706	-0,1163	0,1290	0,0052	-0,0080
32	-7,0784	0,0058	0,0749	0,0030	-0,0188	-1,5706	-0,1167	0,1293	0,0073	-0,0139
33	-7,0783	0,0055	0,0756	-0,0003	-0,0220	-1,5706	-0,1169	0,1290	0,0063	-0,0096
34	-7,0783	0,0055	0,0756	-0,0002	-0,0221	-1,5706	-0,1169	0,1289	0,0064	-0,0096
35	-7,0784	0,0059	0,0762	-0,0006	-0,0233	-1,5706	-0,1165	0,1290	0,0055	-0,0083
36	-7,0784	0,0059	0,0762	-0,0007	-0,0231	-1,5706	-0,1165	0,1290	0,0056	-0,0084
37	-7,0784	0,0059	0,0761	-0,0008	-0,0228	-1,5706	-0,1166	0,1290	0,0057	-0,0086
38	-7,0784	0,0062	0,0764	-0,0006	-0,0239	-1,5706	-0,1159	0,1292	0,0044	-0,0075
39	-7,0783	0,0052	0,0751	-0,0001	-0,0213	-1,5706	-0,1169	0,1291	0,0066	-0,0105

Kec.	β_{10}	β_{11}	β_{12}	β_{13}	β_{14}	β_{20}	β_{21}	β_{22}	β_{23}	β_{24}
40	-7,0784	0,0033	0,0723	0,0034	-0,0183	-1,5706	-0,1172	0,1288	0,0075	-0,0119
41	-7,0784	0,0032	0,0722	0,0041	-0,0192	-1,5706	-0,1172	0,1288	0,0075	-0,0120
42	-7,0784	0,0059	0,0761	-0,0007	-0,0230	-1,5706	-0,1166	0,1290	0,0057	-0,0086
43	-7,0783	0,0057	0,0759	-0,0007	-0,0225	-1,5706	-0,1167	0,1290	0,0059	-0,0090
44	-7,0784	0,0062	0,0764	-0,0005	-0,0240	-1,5706	-0,1159	0,1292	0,0044	-0,0075
45	-7,0784	0,0032	0,0722	0,0038	-0,0187	-1,5706	-0,1172	0,1288	0,0075	-0,0118
46	-7,0783	0,0053	0,0753	-0,0003	-0,0215	-1,5706	-0,1169	0,1290	0,0065	-0,0102
47	-7,0783	0,0049	0,0746	0,0003	-0,0206	-1,5706	-0,1169	0,1292	0,0069	-0,0119
48	-7,0784	0,0062	0,0765	-0,0006	-0,0240	-1,5706	-0,1161	0,1291	0,0049	-0,0077
49	-7,0783	0,0051	0,0750	0,0001	-0,0213	-1,5706	-0,1170	0,1291	0,0067	-0,0107
50	-7,0784	0,0057	0,0758	-0,0005	-0,0225	-1,5706	-0,1167	0,1290	0,0060	-0,0091

Lampiran 18 Output Penaksir Parameter δ Model GWBZINBR

Kec.	δ_{10}	δ_{11}	δ_{12}	δ_{13}	δ_{14}	δ_{20}	δ_{21}	δ_{22}	δ_{23}	δ_{24}
1	0,04001	0,0433	0,0434	0,0418	0,0462	0,01500	0,0148	0,0149	0,0142	0,0186
2	0,04000	0,0423	0,0423	0,0432	0,0418	0,01502	0,0166	0,0166	0,0162	0,0169
3	0,04003	0,0434	0,0434	0,0432	0,0438	0,01500	0,0149	0,0148	0,0145	0,0168
4	0,04000	0,0430	0,0431	0,0440	0,0432	0,01500	0,0156	0,0157	0,0150	0,0174
5	0,04000	0,0431	0,0431	0,0439	0,0433	0,01500	0,0155	0,0156	0,0150	0,0174
6	0,04000	0,0431	0,0431	0,0439	0,0433	0,01500	0,0155	0,0156	0,0150	0,0173
7	0,04001	0,0425	0,0425	0,0428	0,0420	0,01502	0,0169	0,0169	0,0164	0,0170
8	0,04001	0,0423	0,0423	0,0426	0,0420	0,01502	0,0170	0,0170	0,0165	0,0171
9	0,04001	0,0428	0,0428	0,0431	0,0424	0,01502	0,0174	0,0174	0,0168	0,0173
10	0,04001	0,0423	0,0423	0,0429	0,0418	0,01502	0,0167	0,0167	0,0162	0,0169
11	0,04000	0,0429	0,0429	0,0438	0,0429	0,01501	0,0157	0,0158	0,0152	0,0172
12	0,04001	0,0425	0,0424	0,0430	0,0419	0,01502	0,0167	0,0167	0,0163	0,0168
13	0,04001	0,0425	0,0425	0,0433	0,0419	0,01502	0,0166	0,0166	0,0161	0,0169
14	0,04000	0,0424	0,0424	0,0437	0,0418	0,01501	0,0164	0,0164	0,0159	0,0170
15	0,04001	0,0423	0,0423	0,0426	0,0419	0,01502	0,0169	0,0169	0,0164	0,0170
16	0,04000	0,0433	0,0434	0,0413	0,0468	0,01500	0,0149	0,0150	0,0142	0,0191
17	0,04003	0,0434	0,0434	0,0430	0,0442	0,01500	0,0148	0,0148	0,0145	0,0172
18	0,04001	0,0425	0,0425	0,0429	0,0421	0,01502	0,0171	0,0171	0,0166	0,0171
19	0,04001	0,0433	0,0434	0,0418	0,0462	0,01500	0,0149	0,0149	0,0142	0,0187
20	0,04003	0,0434	0,0434	0,0437	0,0422	0,01500	0,0151	0,0151	0,0149	0,0157
21	0,04001	0,0424	0,0424	0,0420	0,0424	0,01502	0,0170	0,0169	0,0165	0,0171
22	0,04002	0,0433	0,0434	0,0424	0,0455	0,01500	0,0148	0,0149	0,0143	0,0182
23	0,04001	0,0423	0,0423	0,0426	0,0419	0,01502	0,0169	0,0169	0,0164	0,0170
24	0,04001	0,0425	0,0424	0,0428	0,0421	0,01502	0,0172	0,0172	0,0167	0,0172
25	0,04002	0,0432	0,0432	0,0438	0,0388	0,01501	0,0162	0,0163	0,0162	0,0137
26	0,04000	0,0428	0,0430	0,0446	0,0373	0,01502	0,0166	0,0168	0,0176	0,0129
27	0,03999	0,0427	0,0429	0,0452	0,0372	0,01502	0,0164	0,0167	0,0182	0,0128
28	0,04003	0,0434	0,0434	0,0438	0,0411	0,01500	0,0154	0,0154	0,0152	0,0150
29	0,04001	0,0423	0,0423	0,0422	0,0403	0,01502	0,0170	0,0170	0,0158	0,0155
30	0,04003	0,0433	0,0433	0,0438	0,0397	0,01501	0,0159	0,0159	0,0157	0,0142
31	0,04000	0,0429	0,0431	0,0445	0,0375	0,01502	0,0165	0,0167	0,0174	0,0129
32	0,04000	0,0412	0,0412	0,0418	0,0415	0,01503	0,0178	0,0179	0,0175	0,0178
33	0,04002	0,0431	0,0432	0,0438	0,0386	0,01501	0,0163	0,0164	0,0163	0,0136
34	0,04002	0,0433	0,0434	0,0440	0,0385	0,01501	0,0164	0,0165	0,0163	0,0134
35	0,04000	0,0430	0,0431	0,0443	0,0375	0,01502	0,0166	0,0168	0,0172	0,0130
36	0,04000	0,0429	0,0431	0,0442	0,0377	0,01502	0,0165	0,0167	0,0171	0,0131
37	0,04001	0,0430	0,0431	0,0442	0,0379	0,01502	0,0165	0,0166	0,0170	0,0131
38	0,03999	0,0426	0,0428	0,0452	0,0371	0,01502	0,0165	0,0168	0,0182	0,0128
39	0,04002	0,0432	0,0433	0,0438	0,0395	0,01501	0,0160	0,0160	0,0159	0,0140

Kec.	δ_{10}	δ_{11}	δ_{12}	δ_{13}	δ_{14}	δ_{20}	δ_{21}	δ_{22}	δ_{23}	δ_{24}
40	0,04001	0,0423	0,0423	0,0423	0,0404	0,01502	0,0169	0,0169	0,0158	0,0156
41	0,04001	0,0423	0,0423	0,0423	0,0404	0,01502	0,0169	0,0169	0,0157	0,0156
42	0,04001	0,0430	0,0431	0,0442	0,0378	0,01502	0,0165	0,0167	0,0170	0,0131
43	0,04001	0,0431	0,0432	0,0441	0,0382	0,01502	0,0164	0,0165	0,0167	0,0133
44	0,03999	0,0426	0,0428	0,0452	0,0371	0,01502	0,0165	0,0168	0,0183	0,0128
45	0,04001	0,0423	0,0423	0,0422	0,0403	0,01502	0,0169	0,0170	0,0158	0,0155
46	0,04002	0,0432	0,0433	0,0438	0,0392	0,01501	0,0161	0,0161	0,0160	0,0139
47	0,04003	0,0433	0,0434	0,0438	0,0407	0,01501	0,0155	0,0155	0,0153	0,0148
48	0,03999	0,0429	0,0431	0,0450	0,0370	0,01502	0,0166	0,0169	0,0179	0,0127
49	0,04002	0,0433	0,0434	0,0438	0,0396	0,01501	0,0159	0,0160	0,0158	0,0141
50	0,04001	0,0431	0,0432	0,0439	0,0382	0,01502	0,0164	0,0166	0,0166	0,0133

Lampiran 19 *Output* P-value Parameter β Model GWBZINBR

Kec.	β_{10}	β_{11}	β_{12}	β_{13}	β_{14}	β_{20}	β_{21}	β_{22}	β_{23}	β_{24}
1	<0,001	0,029	<0,001	0,966	10^{-4}	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	0,087
2	<0,001	0,018	<0,001	0,826	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	0,002
3	<0,001	0,057	<0,001	0,932	4×10^{-4}	<0,001	<0,001	<0,001	0,0183	0,193
4	<0,001	0,071	<0,001	0,927	0,001	<0,001	<0,001	<0,001	0,108	0,262
5	<0,001	0,018	<0,001	0,964	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	0,032
6	<0,001	0,028	<0,001	0,756	0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001
7	<0,001	0,017	<0,001	0,907	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	0,009
8	<0,001	0,193	<0,001	0,626	0,003	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	0,019
9	<0,001	0,023	<0,001	0,993	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	0,059
10	<0,001	0,055	<0,001	0,910	6×10^{-4}	<0,001	<0,001	<0,001	0,012	0,204
11	<0,001	0,032	<0,001	0,472	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001
12	<0,001	0,028	<0,001	0,478	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001
13	<0,001	0,025	<0,001	0,484	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001
14	<0,001	<0,001	<0,001	0,142	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001
15	<0,001	<0,001	<0,001	0,131	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001
16	<0,001	0,015	<0,001	0,178	0,002	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001
17	<0,001	0,027	<0,001	0,787	0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001
18	<0,001	<0,001	<0,001	0,042	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001
19	<0,001	0,027	<0,001	0,514	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001
20	<0,001	0,022	<0,001	0,795	0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001
21	<0,001	0,031	<0,001	0,964	10^{-4}	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	0,095
22	<0,001	0,035	<0,001	0,974	10^{-4}	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	0,102
23	<0,001	0,040	<0,001	0,771	0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001
24	<0,001	0,050	<0,001	0,934	3×10^{-4}	<0,001	<0,001	<0,001	0,003	0,167
25	<0,001	0,033	<0,001	0,660	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001
26	<0,001	0,046	<0,001	0,926	2×10^{-4}	<0,001	<0,001	<0,001	0,002	0,160
27	<0,001	<0,001	<0,001	0,129	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001
28	<0,001	0,019	<0,001	0,791	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	0,001
29	<0,001	0,044	<0,001	0,919	3×10^{-4}	<0,001	<0,001	<0,001	8×10^{-4}	0,160
30	<0,001	0,017	<0,001	0,889	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	0,007
31	<0,001	0,069	<0,001	0,941	0,001	<0,001	<0,001	<0,001	0,1146	0,244
32	<0,001	0,024	<0,001	0,988	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	0,065
33	<0,001	<0,001	<0,001	0,152	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001
34	<0,001	0,018	<0,001	0,824	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	0,002
35	<0,001	0,204	<0,001	0,666	0,004	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	0,016
36	<0,001	0,017	<0,001	0,936	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	0,019
37	<0,001	0,165	<0,001	0,573	0,002	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	0,011
38	<0,001	0,019	<0,001	0,857	0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001
39	<0,001	0,044	<0,001	0,929	2×10^{-4}	<0,001	<0,001	<0,001	7×10^{-4}	0,151

Kec.	β_{10}	β_{11}	β_{12}	β_{13}	β_{14}	β_{20}	β_{21}	β_{22}	β_{23}	β_{24}
40	<0,001	0,039	<0,001	0,926	2×10^{-4}	<0,001	<0,001	<0,001	8×10^{-4}	0,138
41	<0,001	0,069	<0,001	0,946	0,001	<0,001	<0,001	<0,001	0,116	0,238
42	<0,001	0,183	<0,001	0,613	0,003	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	0,016
43	<0,001	0,028	<0,001	0,963	10^{-4}	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	0,082
44	<0,001	0,019	<0,001	0,968	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	0,037
45	<0,001	0,071	<0,001	0,940	7×10^{-4}	<0,001	<0,001	<0,001	0,045	0,225
46	<0,001	0,018	<0,001	0,849	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	0,004
47	<0,001	0,024	<0,001	0,993	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	0,060
48	<0,001	<0,001	<0,001	0,129	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001
49	<0,001	0,036	<0,001	0,943	10^{-4}	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	0,120
50	<0,001	0,001	<0,001	0,151	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001

Kec.	δ_{10}	δ_{11}	δ_{12}	δ_{13}	δ_{14}	δ_{20}	δ_{21}	δ_{22}	δ_{23}	δ_{24}
40	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	0.001
41	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	$1,3 \times 10^{-3}$
42	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001
43	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	5×10^{-4}
44	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	3×10^{-4}
45	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	$2,4 \times 10^{-3}$
46	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	10^{-4}
47	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	5×10^{-4}
48	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001
49	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	6×10^{-4}
50	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001

Lampiran 21 Syntax Estimasi Parameter GWBZINBR

```
data=read.csv(file = "E:/Henni/Tesis/Syntax dan Data/Fix Tanpa X2/Data Lokal 3
Tanpa X2.csv")
head(data)
library(MASS)
y=as.matrix(data[,2:3])
y1=as.matrix(data[,2])
y2=as.matrix(data[,3])
n=nrow(data)
x=as.matrix(cbind(rep(1,n),data[,4:7]))
p=ncol(x)
p
#### dummy #####
a=matrix(0,n,1)
b=matrix(0,n,1)
c=matrix(0,n,1)
d=matrix(0,n,1)
dum=matrix(0,n,4)
for(i in 1:n)
{
  if ((y[i,1]!=0)&(y[i,2]==0))
  {
    a[i]=1
    b[i]=0
    c[i]=0
    d[i]=0
  }
  if ((y[i,1]==0)&(y[i,2]!=0))
  {
    a[i]=0
    b[i]=1
    c[i]=0
    d[i]=0
  }
  if ((y[i,1]!=0)&(y[i,2]!=0))
  {
    a[i]=0
    b[i]=0
    c[i]=1
    d[i]=0
  }
  d[i]=1-a[i]-b[i]-c[i]
  dum[i,]=cbind(a[i],b[i],c[i],d[i])
}
a=dum[,1]
b=dum[,2]
c=dum[,3]
d=dum[,4]
gabung<-read.csv(file = "E:/Henni/Tesis/Syntax dan Data/Fix Tanpa X2/teta1(delta 0.04
d 0.015) tanpa q.csv")
beta1_0<-as.matrix(gabung[1:5,2])
```

```

beta2_0<-as.matrix(gabung[6:10,2])
gamma1_00<-as.matrix(gabung[11:15,2])
gamma2_00<-as.matrix(gabung[16:20,2])
tou<-gabung[21,2]
w1=read.csv(file = "E:/Henni/Tesis/Syntax dan Data/Fix Tanpa X2/pembobot.ag2.csv")
w=w1[,-1]
## iterasi
pb1x=matrix(0,n,1)
pb2x=matrix(0,n,1)
pgam1x=matrix(0,n,1)
pgam2x=matrix(0,n,1)
pt=matrix(0,n,1)
set.seed(100)
for (gw in 1:n)
{
  eps=1
  iterasi=0
  while (eps>0.01 && iterasi<100)
  {
    tetaawal<-as.matrix(c(beta1_0,beta2_0,gamma1_00,gamma2_00,tou))
    b1_x=x%%beta1_0
    b2_x=x%%beta2_0
    gam1_x=x%%gamma1_00
    gam2_x=x%%gamma2_00
    e_b1x=exp(b1_x)
    e_b2x=exp(b2_x)
    e_gam1x=exp(gam1_x)
    e_gam2x=exp(gam2_x)
    tob1b2=matrix(0,n,p)
    tob1=matrix(0,n,p)
    tob2=matrix(0,n,p)
    tpb1b2=matrix(0,n,p)
    tpb1=matrix(0,n,p)
    tpb2=matrix(0,n,p)
    tog1g2=matrix(0,n,p)
    tpg1g2=matrix(0,n,p)

    for(i in 1:n)
    {
      tob1b2[i,]=1+tou*(e_b1x[i]+e_b2x[i])
      tob1[i,]=(1+tou*(e_b1x[i]))
      tob2[i,]=(1+tou*(e_b2x[i]))
      tpb1b2[i,]=(tou*(e_b1x[i]+e_b2x[i]))/tob1b2[i,]
      tpb1[i,]=(tou*(e_b1x[i]))/tob1[i,]
      tpb2[i,]=(tou*(e_b1x[i]))/tob2[i,]

      tog1g2[i,]=e_gam1x[i]*e_gam2x[i]
      tpg1g2[i,]=(1+e_gam1x[i])*(1+e_gam2x[i])
    }
    ##### turunan beta1 #####
    Ab1_pb1=matrix(0,n,p)

```

```

Ab1_pb2=matrix(0,n,p)
Ab1_py1=matrix(0,n,p)
Ab1_py2=matrix(0,n,p)
Ab1_py3=matrix(0,n,p)
Ab1_py4=matrix(0,n,p)
Ab1=matrix(0,n,p)

Bb1_pb1=matrix(0,n,p)
Bb1_pb2a=matrix(0,n,p)
Bb1_pb2b=matrix(0,n,p)
Bb1_pb3=matrix(0,n,p)
Bb1_pb4a=matrix(0,n,p)
Bb1_pb4b=matrix(0,n,p)
Bb1_py1=matrix(0,n,p)
Bb1_py2=matrix(0,n,p)
Bb1=matrix(0,n,p)

Cb1_pb1=matrix(0,n,p)
Cb1_pb2a=matrix(0,n,p)
Cb1_pb2b=matrix(0,n,p)
Cb1_py1=matrix(0,n,p)
Cb1_py2=matrix(0,n,p)
Cb1=matrix(0,n,p)

Db1_pb1=matrix(0,n,p)
Db1_pb2a=matrix(0,n,p)
Db1_pb2b=matrix(0,n,p)
Db1_py1=matrix(0,n,p)
Db1=matrix(0,n,p)

pers.beta11=matrix(0,n,p) #Persamaan terhadap beta1 kondisi yg
pertama(y1=0,y2=0)
pers.beta12=matrix(0,n,p)
pers.beta13=matrix(0,n,p)
pers.beta14=matrix(0,n,p)
dlnbeta1=matrix(0,n,p)
for (j in 1:p)
  for (i in 1:n)
    {
      {
        ##Kondisi A (y1=0,y2=0)
        ##SYNTAX ERROR ab1_pb1 dan Ab1_pb2
        Ab1_pb1[i,]=x[i,]*tou^2*e_gam2x[i]*(tob1[i]^(tou-1))
        Ab1_pb2[i,]=x[i,]*tou^2*e_b1x[i]*(tob1b2[i]^(tou-1))
        Ab1_py1[i,]=e_gam1x[i]*e_gam2x[i]
        Ab1_py2[i,]=e_gam1x[i]*(tob2[i]^tou)
        Ab1_py3[i,]=e_gam2x[i]*(tob1[i]^tou)
        Ab1_py4[i,]=(tob1b2[i]^tou)
      }
    }

```

```

Ab1[i,]=(Ab1_pb1[i,]+Ab1_pb2[i,])/(Ab1_py1[i,]+Ab1_py2[i,]+Ab1_py3[i,]+Ab1_py4
[i,])
#pers.beta11[i,]=as.matrix(1-a[i]-b[i]-c[i])*Ab1[i,]
pers.beta11[i,]=w[gw,i]*(1-a[i]-b[i]-c[i])*Ab1[i,]

#Turunan terhadap Beta1
##Kondisi B(y1>0,y2=0)
Bb1_pb1[i,]=tou*x[i,]*e_gam2x[i]*e_b1x[i]*(tpb1[i]^y1[i])
Bb1_pb2a[i,]=((tou*x[i,]*y1[i]*e_b1x[i]*(((tou*e_b1x[i])^y1[i]-
1)*(tob1[i]^y1[i])))-((tob1[i]^y1[i]-
1))*((tou*e_b1x[i])^y1[i]))))/(((tob1[i]^y1[i])^2))
Bb1_pb2b[i,]=e_gam2x[i]+(tob1[i]^tou)
Bb1_pb3[i,]=x[i,]*tou^2*e_b1x[i]*(tob1b2[i]^(tou-1))*(tpb1b2[i]^y1[i])
Bb1_pb4a[i,]=((tou*x[i,]*y1[i]*e_b1x[i]*((tou*(e_b1x[i]+e_b2x[i]))^(y1[i]-
1))*(tob1b2[i]^y1[i]-
((tob1b2[i]^(y1[i]-
1))*((tou*(e_b1x[i]+e_b2x[i]))^y1[i])))/(((tob1b2[i]^y1[i])^2))
Bb1_pb4b[i,]=(tob1b2[i]^tou)
Bb1_py1[i,]=e_gam2x[i]*(tob1[i]^tou)*(tpb1[i]^y1[i])
Bb1_py2[i,]=(tob1b2[i]^tou)*(tpb1b2[i]^y1[i])

Bb1[i,]=((Bb1_pb1[i,]+(Bb1_pb2a[i,]*Bb1_pb2b[i,]))+Bb1_pb3[i,]+(Bb1_pb4a[i,]*Bb1
_pb4b[i,]))/(Bb1_py1[i,]+Bb1_py2[i,])
pers.beta12[i,]=w[gw,i]*a[i]*Bb1[i,]

#Turunan terhadap Beta1
##Kondisi C(y1=0,y2>0)
Cb1_pb1[i,]=x[i,]*(tou^2)*e_b1x[i]*(tob1b2[i]^(tou-1))*(tpb1b2[i]^y2[i])
Cb1_pb2a[i,]=((tou*x[i,]*y2[i]*e_b1x[i]*(((tou*(e_b1x[i]+e_b2x[i]))^(y2[i]-
1))*(tob1b2[i]^y2[i]-
((tob1b2[i]^(y2[i]-
1))*((tou*(e_b1x[i]+e_b2x[i]))^y2[i])))/(((tob1b2[i]^y2[i])^2))
Cb1_pb2b[i,]=(tob1b2[i]^tou)
Cb1_py1[i,]=e_gam1x[i]*(tob2[i]^tou)*(tpb2[i]^y2[i])
Cb1_py2[i,]=(tob1b2[i]^tou)*(tpb1b2[i]^y2[i])

Cb1[i,]=((Cb1_pb1[i,]+(Cb1_pb2a[i,]*Cb1_pb2b[i,]))/(Cb1_py1[i,]+Cb1_py2[i,]))
pers.beta13[i,]=w[gw,i]*b[i]*Cb1[i,]

#Turunan terhadap Beta1
##Kondisi D(y1>0,y2>0)
Db1_pb1[i,]=x[i,]*(tou^2)*e_b1x[i]*(tob1b2[i]^(tou-
1))*(tpb1b2[i]^(y1[i]+y2[i]))

Db1_pb2a[i,]=((tou*x[i,]*(y1[i]+y2[i])*e_b1x[i]*(((tou*(e_b1x[i]+e_b2x[i]))^(y1[

```

```

i]+y2[i]-1))*(tob1b2[i]^(y1[i]+y2[i])))-
((tob1b2[i]^(y1[i]+y2[i]))*((tou*((e_b1x[i]+e_b2x[i]))^(y1[i]+y2[i]))))/((tob1b2[
i]^(y1[i]+y2[i]))^2)
Db1_pb2b[i,]=(tob1b2[i]^tou)
Db1_py1[i,]=(tob1b2[i]^tou)*(tpb1b2[i]^(y1[i]+y2[i]))
Db1[i,]=(Db1_pb1[i,]+(Db1_pb2a[i,]*Db1_pb2b[i,]))/(Db1_py1[i,])
pers.beta14[i,]=w[gw,i]*c[i]*Db1[i,]
}
}
dlnbeta1=pers.beta11+pers.beta12+pers.beta13+pers.beta14
dlnbeta1=ifelse(is.nan(dlnbeta1),0,dlnbeta1)
dlnbeta1

##### turunan beta2 #####
Ab2_pb1=matrix(0,n,p)
Ab2_pb2=matrix(0,n,p)
Ab2_py1=matrix(0,n,p)
Ab2_py2=matrix(0,n,p)
Ab2_py3=matrix(0,n,p)
Ab2_py4=matrix(0,n,p)
Ab2=matrix(0,n,p)

Bb2_pb1=matrix(0,n,p)
Bb2_pb2a=matrix(0,n,p)
Bb2_pb2b=matrix(0,n,p)
Bb2_py1=matrix(0,n,p)
Bb2_py2=matrix(0,n,p)
Bb2=matrix(0,n,p)

Cb2_pb1=matrix(0,n,p)
Cb2_pb2a=matrix(0,n,p)
Cb2_pb2b=matrix(0,n,p)
Cb2_pb3=matrix(0,n,p)
Cb2_pb4a=matrix(0,n,p)
Cb2_pb4b=matrix(0,n,p)
Cb2_py1=matrix(0,n,p)
Cb2_py2=matrix(0,n,p)
Cb2=matrix(0,n,p)

Db2_pb1=matrix(0,n,p)
Db2_pb2a=matrix(0,n,p)
Db2_pb2b=matrix(0,n,p)
Db2_py1=matrix(0,n,p)
Db2=matrix(0,n,p)

pers.beta21=matrix(0,n,p) #Persamaan terhadap beta2 kondisi yg
pertama(y1=0,y2=0)
pers.beta22=matrix(0,n,p)
pers.beta23=matrix(0,n,p)
pers.beta24=matrix(0,n,p)

```

```

dlnbeta2=matrix(0,n,p)

for (j in 1:p)
  for (i in 1:n)
  {
    {
      ##Kondisi A (y1=0,y2=0)
      Ab2_pb1[i,]=x[i,]*tou^2*e_gam2x[i]*((tob2[i])^(tou-1))
      Ab2_pb2[i,]=x[i,]*tou^2*e_b1x[i]*((tob1b2[i])^(tou-1))
      Ab2_py1[i,]=e_gam1x[i]*e_gam2x[i]
      Ab2_py2[i,]=e_gam1x[i]*(tob2[i]^tou)
      Ab2_py3[i,]=e_gam2x[i]*(tob1[i]^tou)
      Ab2_py4[i,]=(tob1b2[i]^tou)

      Ab2[i,]=((Ab2_pb1[i,]+Ab2_pb2[i,])/(Ab2_py1[i,]+Ab2_py2[i,]+Ab2_py3[i,]+Ab2_py4[i,]))
      pers.beta21[i,]=w[gw,i]*(1-a[i]-b[i]-c[i])*Ab2[i,]

      #Turunan terhadap Beta 2
      ##Kondisi B(y1>0,y2=0)
      Bb2_pb1[i,]=x[i,]*tou^2*e_b2x[i]*(tob1b2[i]^(tou-1))*(tpb1b2[i]^y1[i])
      Bb2_pb2a[i,]=((tou*x[i,]*y1[i]*e_b2x[i]*(((tou*(e_b1x[i]+e_b2x[i]))^y1[i]-1)*(tob1b2[i]^y1[i])))-((tob1b2[i]^y1[i]-1))*((tou*(e_b1x[i]+e_b2x[i]))^y1[i]))))/(((tob1b2[i]^y1[i])^2))
      Bb2_pb2b[i,]=(tob1b2[i]^tou)
      Bb2_py1[i,]=e_gam2x[i]*(tob1[i]^tou)*(tpb1[i]^y1[i])
      Bb2_py2[i,]=(tob1b2[i]^tou)*(tpb1b2[i]^y1[i])

      Bb2[i,]=((Bb2_pb1[i,]+(Bb2_pb2a[i,]*Bb2_pb2b[i,]))/(Bb2_py1[i,]+Bb2_py2[i,]))
      pers.beta22[i,]=w[gw,i]*a[i]*Bb2[i,]

      #Turunan terhadap Beta 2
      ##Kondisi C(y1=0,y2>0)
      Cb2_pb1[i,]=tou*x[i,]*e_gam1x[i]*e_b2x[i]*(tpb2[i]^y2[i])
      Cb2_pb2a[i,]=((tou*x[i,]*y2[i]*e_b2x[i]*(((tou*e_b2x[i])^(y2[i]-1))*(tob2[i]^y2[i])))-((tob2[i]^y2[i]-1))*((tou*e_b2x[i])^y2[i]))))/(((tob2[i]^y2[i])^2))
      Cb2_pb2b[i,]=e_gam1x[i]+(tob2[i]^tou)
      Cb2_pb3[i,]=x[i,]*tou^2*e_b2x[i]*(tob1b2[i]^(tou-1))*(tpb1b2[i]^y2[i])
      Cb2_pb4a[i,]=((tou*x[i,]*y2[i]*e_b2x[i]*((tou*(e_b1x[i]+e_b2x[i]))^(y2[i]-1))*(tob1b2[i]^y2[i])-((tob1b2[i]^y2[i]-1))*((tou*(e_b1x[i]+e_b2x[i]))^y2[i]))))/(((tob1b2[i]^y2[i])^2))
      Cb2_pb4b[i,]=(tob1b2[i]^tou)
      Cb2_py1[i,]=e_gam1x[i]*(tob2[i]^tou)*(tpb2[i]^y2[i])
      Cb2_py2[i,]=(tob1b2[i]^tou)*(tpb1b2[i]^y2[i])

```

```

Cb2[i,]=((Cb2_pb1[i,]+(Cb2_pb2a[i,]*Cb2_pb2b[i,])+Cb2_pb3[i,]+(Cb2_pb4a[i,]*Cb2
_pb4b[i,]))/(Cb2_py1[i,]+Cb2_py2[i,]))
pers.beta23[i,]=w[gw,i]*b[i]*Cb2[i,]

#Turunan terhadap Beta 2
##Kondisi D(y1>0,y2>0)
Db2_pb1[i,]=x[i,]*(tou^2)*e_b2x[i]*(tob1b2[i]^(tou-
1))*(tpb1b2[i]^(y1[i]+y2[i]))

Db2_pb2a[i,]=((tou*x[i,]*(y1[i]+y2[i])*e_b2x[i])*(((tou*(e_b1x[i]+e_b2x[i]))^(y1[
i]+y2[i])-1))*(tob1b2[i]^(y1[i]+y2[i])))-
((tob1b2[i]^(y1[i]+y2[i]))*(tou*((e_b1x[i]+e_b2x[i]))^(y1[i]+y2[i]))))/((tob1b2[
i]^(y1[i]+y2[i]))^2)
Db2_pb2b[i,]=(tob1b2[i]^tou)
Db2_py1[i,]=(tob1b2[i]^tou)*(tpb1b2[i]^(y1[i]+y2[i]))
Db2[i,]=((Db2_pb1[i,]+(Db2_pb2a[i,]*Db2_pb2b[i,]))/(Db2_py1[i,]))
pers.beta24[i,]=w[gw,i]*c[i]*Db2[i,]
}
}
dlnbeta2=pers.beta21+pers.beta22+pers.beta23+pers.beta24
dlnbeta2=ifelse(is.nan(dlnbeta2),0,dlnbeta2)
dlnbeta2
##### turunan delta1 #####
Ag1_pb1=matrix(0,n,p)
Ag1_pb2=matrix(0,n,p)
Ag1_py1=matrix(0,n,p)
Ag1_py2=matrix(0,n,p)
Ag1=matrix(0,n,p)
Bg1=matrix(0,n,p)
Cg1_pb1=matrix(0,n,p)
Cg1_pb2=matrix(0,n,p)
Cg1_py1=matrix(0,n,p)
Cg1_py2=matrix(0,n,p)
Cg1=matrix(0,n,p)
Dg1=matrix(0,n,p)
pers.gamma11=matrix(0,n,p) #Persamaan terhadap gamma1 kondisi
pertama(y1=0,y2=0)
pers.gamma12=matrix(0,n,p)
pers.gamma13=matrix(0,n,p)
pers.gamma14=matrix(0,n,p)
dlngamma1 =matrix(0,n,p)
for (i in 1:n)
  for (j in 1:p)
  {
  {
  ##Kondisi A (y1=0,y2=0)
  Ag1_pb1[i,]=(-x[i,]*e_gam1x[i]*(1+e_gam2x[i]))/(tpg1g2[i])
  Ag1_pb2[i,]=(x[i,]*tog1g2[i])+(x[i,]*e_gam1x[i]*(tob2[i]^tou))
  Ag1_py1[i,]=tog1g2[i]+(e_gam1x[i]*(tob2[i]^tou))

```



```

Ag1_py2[i,]=(e_gam2x[i]*(tob1[i]^tou))+(tob1b2[i]^tou)
Ag1[i,]=((Ag1_pb1[i,])+(Ag1_pb2[i,]/(Ag1_py1[i,]+Ag1_py2[i,])))
pers.gamma11[i,]=w[gw,i]*(1-a[i]-b[i]-c[i])*Ag1[i,]

#Turunan terhadap Gamma1
##Kondisi B(y1>0,y2=0)
Bg1[i,]=(-x[i,]*e_gam1x[i])/(1+e_gam1x[i])
pers.gamma12[i,]=w[gw,i]*a[i]*Bg1[i,]
#Turunan terhadap Gamma1
##Kondisi C(y1=0,y2>0)
Cg1_pb1[i,]=(-x[i,]*e_gam1x[i])/(1+e_gam1x[i])
Cg1_pb2[i,]=x[i,]*e_gam1x[i]*(tob2[i]^tou)*(tpb2[i]^y2[i])
Cg1_py1[i,]=x[i,]*e_gam1x[i]*(tob2[i]^tou)*(tpb2[i]^y2[i])
Cg1_py2[i,]=(tob1b2[i]^tou)*(tpb1b2[i]^y2[i])
Cg1[i,]=((Cg1_pb1[i,])+(Cg1_pb2[i,]/(Cg1_py1[i,]+Cg1_py2[i,])))
pers.gamma13[i,]=w[gw,i]*b[i]*Cg1[i,]

#Turunan terhadap Gamma1
##Kondisi D(y1>0,y2>0)
Dg1[i,]=((-x[i,]*e_gam1x[i])/(1+e_gam1x[i]))
pers.gamma14[i,]=w[gw,i]*c[i]*Dg1[i,]
}
}
dlngamma1=pers.gamma11+pers.gamma12+pers.gamma13+pers.gamma14
dlngamma1=ifelse(is.nan(dlngamma1),0,dlngamma1)
dlngamma1

##### turunan delta2 #####
Ag2_pb1=matrix(0,n,p)
Ag2_pb2=matrix(0,n,p)
Ag2_py1=matrix(0,n,p)
Ag2_py2=matrix(0,n,p)
Ag2=matrix(0,n,p)

Bg2_pb1=matrix(0,n,p)
Bg2_pb2=matrix(0,n,p)
Bg2_py1=matrix(0,n,p)
Bg2_py2=matrix(0,n,p)
Bg2=matrix(0,n,p)

Cg2=matrix(0,n,p)

Dg2=matrix(0,n,p)

pers.gamma21=matrix(0,n,p) #Persamaan terhadap gamma2 kondisi
pertama(y1=0,y2=0)
pers.gamma22=matrix(0,n,p)
pers.gamma23=matrix(0,n,p)
pers.gamma24=matrix(0,n,p)
dlngamma2=matrix(0,n,p)
for (i in 1:n)

```

```

for (j in 1:p)
{
  {
    ##Kondisi A (y1=0,y2=0)
    Ag2_pb1[i,]=(-x[i,]*e_gam2x[i]*(1+e_gam1x[i]))/(tpg1g2[i])
    Ag2_pb2[i,]=(x[i,]*tog1g2[i])+(x[i,]*e_gam2x[i]*(tob2[i]^tou))
    Ag2_py1[i,]=tog1g2[i]+(e_gam1x[i]*(tob2[i]^tou))
    Ag2_py2[i,]=(e_gam2x[i]*(tob1[i]^tou))+(tob1b2[i]^tou)
    Ag2[i,]=((Ag2_pb1[i,])+(Ag2_pb2[i,]/(Ag2_py1[i,]+Ag2_py2[i,])))
    pers.gamma21[i,]=w[gw,i]*(1-a[i]-b[i]-c[i])*Ag2[i,]

    #Turunan terhadap Gamma2
    ##Kondisi B(y1>0,y2=0)
    Bg2_pb1[i,]=(-x[i,]*e_gam2x[i])/(1+e_gam2x[i])
    Bg2_pb2[i,]=x[i,]*e_gam2x[i]*(tob1[i]^tou)*(tpb1[i]^y1[i])
    Bg2_py1[i,]=e_gam2x[i]*(tob1[i]^tou)*(tpb1[i]^y1[i])
    Bg2_py2[i,]=(tob1b2[i]^tou)*(tpb1b2[i]^y1[i])
    Bg2[i,]=((Bg2_pb1[i,])+(Bg2_pb2[i,]/(Bg2_py1[i,]+Bg2_py2[i,])))
    pers.gamma22[i,]=w[gw,i]*a[i]*Bg2[i,]

    #Turunan terhadap Gamma2
    ##Kondisi C(y1=0,y2>0)
    Cg2[i,]=(-x[i,]*e_gam2x[i])/(1+e_gam2x[i])
    pers.gamma23[i,]=b[i]*Cg2[i,]

    #Turunan terhadap Gamma2
    ##Kondisi D(y1>0,y2>0)
    Dg2[i,]=((-x[i,]*e_gam2x[i])/(1+e_gam2x[i]))
    pers.gamma24[i,]=w[gw,i]*c[i]*Dg2[i,]
  }
}
dlngamma2=pers.gamma21+pers.gamma22+pers.gamma23+pers.gamma24
dlngamma2=ifelse(is.nan(dlngamma2),0,dlngamma2)
dlngamma2
##### Turunan terhadap tou #####
Atou_pb1=matrix(0,n,1)
Atou_pb2=matrix(0,n,1)
Atou_pb3=matrix(0,n,1)
Atou_py1=matrix(0,n,1)
Atou_py2=matrix(0,n,1)
Atou=matrix(0,n,1)

Btou_pb1a=matrix(0,n,1)
Btou_pb1b=matrix(0,n,1)
Btou_pb1c=matrix(0,n,1)
Btou_pb1d=matrix(0,n,1)
Btou_pb1e=matrix(0,n,1)
Btou_pb1f=matrix(0,n,1)
Btou_pb1g=matrix(0,n,1)
Btou_py1=matrix(0,n,1)
Btou_py2=matrix(0,n,1)

```

```

Btou=matrix(0,n,1)

Ctou_pb1a=matrix(0,n,1)
Ctou_pb1b=matrix(0,n,1)
Ctou_pb1c=matrix(0,n,1)
Ctou_pb1d=matrix(0,n,1)
Ctou_pb1e=matrix(0,n,1)
Ctou_pb1f=matrix(0,n,1)
Ctou_pb1g=matrix(0,n,1)
Ctou_py1=matrix(0,n,1)
Ctou_py2=matrix(0,n,1)
Ctou=matrix(0,n,1)

Dtou_pb1a=matrix(0,n,1)
Dtou_pb1b=matrix(0,n,1)
Dtou_pb1c=matrix(0,n,1)
Dtou_pb1d=matrix(0,n,1)
Dtou_py1=matrix(0,n,1)
Dtou=matrix(0,n,1)
dlntou=matrix(0,n,1)

pers.tou1=matrix(0,n,1) #Persamaan terhadap tou kondisi yg pertama(y1=0,y2=0)
pers.tou2=matrix(0,n,1)
pers.tou3=matrix(0,n,1)
pers.tou4=matrix(0,n,1)
sumdlntou=matrix(0,1)

for (i in 1:n)
{
  ##Kondisi A (y1=0,y2=0)
  Atou_pb1[i]=(e_gam1x[i]*(tob2[i]^tou))*(log(tob2[i])+tpb2[i])
  Atou_pb2[i]=(e_gam2x[i]*(tob1[i]^tou))*(log(tob1[i])+tpb1[i])
  Atou_pb3[i]=((tob1b2[i]^tou))*(log(tob1b2[i])+tpb1b2[i])
  Atou_py1[i]=tog1g2[i]+(e_gam1x[i]*(tob2[i]^tou))
  Atou_py2[i]=(e_gam2x[i]*(tob1[i]^tou))+(tob1b2[i]^tou)
  Atou[i]=((Atou_pb1[i]+Atou_pb2[i]+Atou_pb3[i])/(Atou_py1[i]+Atou_py2[i]))
  pers.tou1[i]=(1-a[i]-b[i]-c[i])*Atou[i]

  #Turunan terhadap Tou
  ##Kondisi B(y1>0,y2=0)
  Btou_pb1a[i]=((-psigamma(y1[i]+(1/tou)))/(tou^2))-((psigamma(1/tou))/(tou^2))
  Btou_pb1b[i]=(e_gam2x[i]*(e_b1x[i]^y1[i]))
  Btou_pb1c[i]=(y1[i]*(tou^(y1[i]-1))*(tob1[i]^(tou-y1[i])))
  Btou_pb1d[i]=((tou^y1[i]*(tob1[i]^(tou-y1[i]))*(log(tob1[i]))+(e_b1x[i]*(tou-
y1[i]))/(tob1[i])))
  Btou_pb1e[i]=((e_b1x[i]+e_b2x[i])^y1[i])
  Btou_pb1f[i]=(y1[i]*tou^(y1[i]-1))*(tob1b2[i]^(tou-y1[i]))
  Btou_pb1g[i]=(tou^y1[i]*(tob1b2[i]^(tou-
y1[i]))*(log(tob1b2[i]))+(((e_b1x[i]+e_b2x[i])*(tou-y1[i]))/(tob1b2[i])))
  Btou_py1[i]=e_gam2x[i]*(tob1[i]^tou)*(tpb1[i]^y1[i])
  Btou_py2[i]=(tob1b2[i]^tou)*(tpb1b2[i]^y1[i])

```

```

Btou[i]=(Btou_pb1a[i]+(Btou_pb1b[i]*(Btou_pb1c[i]+Btou_pb1d[i]))+(Btou_pb1e[i]*(
Btou_pb1f[i]+Btou_pb1g[i])))/(Btou_py1[i]+Btou_py2[i])
pers.tou2[i]=a[i]*Btou[i]

#Turunan terhadap Tou
##Kondisi C(y1=0,y2>0)
Ctou_pb1a[i]=((-psigamma(y2[i]+(1/tou)))/(tou^2))-((-psigamma(1/tou))/(tou^2))
Ctou_pb1b[i]=(e_gam1x[i]*(e_b2x[i]^y2[i]))
Ctou_pb1c[i]=(y2[i]*(tou^(y2[i]-1))*(tob2[i]^(tou-y2[i])))
Ctou_pb1d[i]=((tou^y2[i]*(tob2[i]^(tou-y2[i]))*(log(tob2[i])+((e_b2x[i]*(tou-
y2[i]))/(tob2[i]))))
Ctou_pb1e[i]=((e_b1x[i]+e_b2x[i])^y2[i])
Ctou_pb1f[i]=(y2[i]*tou^(y2[i]-1))*(tob1b2[i]^(tou-y2[i]))
Ctou_pb1g[i]=(tou^y2[i]*(tob1b2[i]^(tou-
y2[i]))*(log(tob1b2[i])+((e_b1x[i]+e_b2x[i]*(tou-y2[i]))/(tob1b2[i]))))
Ctou_py1[i]=e_gam1x[i]*(tob2[i]^tou)*(tpb2[i]^y2[i])
Ctou_py2[i]=(tob1b2[i]^tou)*(tpb1b2[i]^y1[i])

Ctou[i]=(Ctou_pb1a[i]+(Ctou_pb1b[i]*(Ctou_pb1c[i]+Ctou_pb1d[i]))+(Ctou_pb1e[i]*(
Ctou_pb1f[i]+Ctou_pb1g[i])))/(Ctou_py1[i]+Ctou_py2[i])
pers.tou3[i]=b[i]*Ctou[i]
#Turunan terhadap Tou
##Kondisi D(y1>0,y2>0)
Dtou_pb1a[i]=((-psigamma(y1[i]+y2[i]+(1/tou)))/(tou^2))-(-
(psigamma(1/tou))/(tou^2))
Dtou_pb1b[i]=(e_b1x[i]+e_b2x[i])^(y1[i]+y2[i])
Dtou_pb1c[i]=((y1[i]+y2[i])*tou^(y1[i]+y2[i]-1))*(tob1b2[i]^(tou-(y1[i]+y2[i])))
Dtou_pb1d[i]=(tou^(y1[i]+y2[i]))*(tob1b2[i]^(tou-
(y1[i]+y2[i]))*(log(tob1b2[i])+((e_b1x[i]+e_b2x[i]*(tou-
(y1[i]+y2[i]))/(tob1b2[i]))))
Dtou_py1[i]=(tob1b2[i]^tou)*(tpb1b2[i]^(y1[i]+y2[i]))

Dtou[i]=(Dtou_pb1a[i]+(Dtou_pb1b[i]*(Dtou_pb1c[i]+Dtou_pb1d[i])))/(Dtou_py1[i])
pers.tou4[i]=c[i]*Dtou[i]
}
dlntou=pers.tou1+pers.tou2+pers.tou3+pers.tou4
dlntou=ifelse(is.nan(dlntou),0,dlntou)
sumdlntou<-sum(dlntou)
dlntou
sumdlntou

b111=rep(NA,p)
for (l in 1:p)
for(i in 1:n)
{
b111[l]=sum(dlnbeta1[,l])
}

```

```

b112=rep(NA,p)
for (l in 1:p)
  for(i in 1:n)
  {
    b112[l]=sum(dlnbeta2[,l])
  }
g111=rep(NA,p)
for (l in 1:p)
  for(i in 1:n)
  {
    g111[l]=sum(dlngamma1[,l])
  }
g112=rep(NA,p)
for (l in 1:p)
  for(i in 1:n)
  {
    g112[l]=sum(dlngamma2[,l])
  }
#parameter
I<-cbind(dlnbeta1,dlnbeta2,dlngamma1,dlngamma2,dln tou)
g<-as.matrix(c(b111,b112,g111,g112,sumdln tou))
Hinv<-ginv(t(I)%*(I))
teta1<-tetaawal-(Hinv%*g)
eps<-(norm(teta1-tetaawal,type="2"))
pbeta1<-teta1[1:5]
pbeta2<-teta1[6:10]
#gama1<-ifelse(gama1>0,gama1,0.1)
pgamma1<-teta1[11:15]
pgamma2<-teta1[16:20]
ptou<-teta1[21]
teta1=as.matrix(c(pbeta1,pbeta2,pgamma1,pgamma2,ptou))
tetaawal<-teta1
iterasi<-iterasi+1
}
se<-sqrt(diag(Hinv))
Z<-teta1/se
pval=2*pnorm(abs(Z),lower.tail = FALSE)
pb1x[gw]=x[gw,]%*pbeta1
pb2x[gw]=x[gw,]%*pbeta2
pgam1x[gw]=x[gw,]%*pgamma1
pgam2x[gw]=x[gw,]%*pgamma2
pt[gw]=ptou[gw]
{
  {
cat("=====",
"\n")
  cat(" Estiamsi Parameter GWBZIGPR di bawah H1 Lokasi ke",gw,"\n")

cat("=====",
"\n")
  }
}

```

```

table=cbind(teta1=round(teta1,5),se=round(se,5),Z=round(Z,4),pval= round(pval,4))
table1=data.frame(table,stringsAsFactors=FALSE)
rownames(table1)=c("beta1.0","beta1.1","beta1.2","beta1.3","beta1.4",
                  "beta2.0","beta2.1","beta2.2","beta2.3","beta2.4",
                  "delta1.0","delta1.1","delta1.2","delta1.3","delta1.4",
                  "delta2.0","delta2.1","delta2.2","delta2.3","delta2.4","tou")
colnames(table1)=c("Estimate","Std Error","Z value","P-value")
print(table1)
{ cat("=====
", "\n")
  }
}
}

t<-tou
pp1<-1+(exp(pgam1x))
pp2<-1+(exp(pgam2x))
p1<-exp(pgam1x)
p2<-exp(pgam2x)
exb1<-exp(pb1x)
exb2<-exp(pb2x)
f1=matrix(0,n,1)
f2=matrix(0,n,1)
f3=matrix(0,n,1)
h1=matrix(0,n,1)
h2=matrix(0,n,1)
h3=matrix(0,n,1)
h4=matrix(0,n,1)
h5=matrix(0,n,1)
m1=matrix(0,n,1)
m2=matrix(0,n,1)
m3=matrix(0,n,1)
m4=matrix(0,n,1)
m5=matrix(0,n,1)
r1=matrix(0,n,1)
r2=matrix(0,n,1)
r3=matrix(0,n,1)
kondisi_a=matrix(0,n,1)
kondisi_b=matrix(0,n,1)
kondisi_c=matrix(0,n,1)
kondisi_d=matrix(0,n,1)
for (i in 1:n)
{
  #Kondisi A
  f1[i]<-(-log(pp1[i]*pp2[i]))
  f2[i]<-(-
log((1/p1[i]*(1/p2[i]))+((1/p1[i]*(1/p2[i))*((1+t*exb2[i])^(1/t)))+(1/p1[i]*(1+t*exb1[i]
)^(1/t)))+(1+t*exb1[i]*exb2[i])^(1/t)))
  f3[i]<-f1[i]+f2[i]
  kondisi_a[i]<-(1-a[i]-b[i]-c[i])*f3[i]
  kondisi_a[i]=ifelse(is.nan(kondisi_a[i]),0,kondisi_a[i])
}

```

```

#Kondisi B
h1[i]<-log((1/pp1[i])*(1/pp2[i])*(gamma(y1[i]+(1/t)))/gamma(factorial(y1[i])*1/t))
h2[i]<-(-p2[i]*((1+t*exb1[i])^t))*((t*exb1[i])/((1+(t*exb1[i]))^y1[i]))
h3[i]<-
((1+(t*(exb1[i]+exb2[i])))^t)*(((t*(exb1[i]+exb2[i]))/(1+t*(exb1[i]+exb2[i]))))^y1[i])
h4[i]<-log(h2[i]+h3[i])
h5[i]<-h1[i]+h4[i]
kondisi_b[i]<-a[i]*h5[i]
kondisi_b[i]=ifelse(is.nan(kondisi_b[i]),0,kondisi_b[i])

#Kondisi C
m1[i]<-log((1/pp1[i])*(1/pp2[i])*(gamma(y2[i]+(1/t)))/gamma(factorial(y2[i])*1/t))
m2[i]<-(-p1[i]*((1+t*exb2[i])^t))*((t*exb2[i])/((1+(t*exb2[i]))^y1[i]))
m3[i]<-
((1+(t*(exb1[i]+exb2[i])))^t)*(((t*(exb1[i]+exb2[i]))/(1+t*(exb1[i]+exb2[i]))))^y2[i])
m4[i]<-log(m2[i]+m3[i])
m5[i]<-m1[i]+m4[i]
kondisi_c[i]<-b[i]*m5[i]
kondisi_c[i]=ifelse(is.nan(kondisi_c[i]),0,kondisi_c[i])

#Kondisi D
r1[i]<-(-
log(pp1[i]*pp2[i]*(gamma(1/t)*factorial(y1[i])*factorial(y2[i]))/gamma(y1[i]+y2[i]+(1/
t))))
r2[i]<-(-
log(((1+t*(exb1[i]+exb2[i]))^(1/t))*((t*(exb1[i]+exb2[i]))/(1+(t*(exb1[i]+exb2[i]))))^1/(y
1[i]+y2[i]))))
r3[i]<-r1[i]+r2[i]
kondisi_d[i]<-c[i]*r3[i]
kondisi_d[i]=ifelse(is.nan(kondisi_d[i]),0,kondisi_d[i])
}
LLP<-sum(kondisi_a)+sum(kondisi_b)+sum(kondisi_c)+sum(kondisi_d)
r=8
p=n*2*r
aic1=(-2*LLP)+(2*p)
aic2=aic1+((2*p*(p+1))/(n-p-1));aic

```


BIOGRAFI PENULIS



Penulis bernama lengkap Henni Jovita Sari yang lahir di Surabaya, 26 Juni 1996 namun saat ini penulis berdomisili di Kabupaten Sidoarjo. Penulis memasuki pendidikan formal pada tahun 2003 di SDN Ngampelsari, selanjutnya penulis melanjutkan ke jenjang pendidikan SMP di SMPN 2 Candi pada tahun 2009, hingga pada tahun 2012 penulis melanjutkan pendidikan di SMAN 3 Sidoarjo. Penulis pertama kali berkuliah di Institut Teknologi Sepuluh Nopember pada tahun 2015 di Departemen Statistika Bisnis, Fakultas Vokasi hingga tahun 2018. Pada tahun 2020 hingga 2019 hingga 2021 penulis melanjutkan pendidikan lintas jalur untuk program studi S1 Statistika, Fakultas Sains dan Analitika Data dan melanjutkan kembali pendidikan Pasca-Sarjana Statistika pada tahun 2022. Penulis berkeyakinan pasti ada jalan selama kita berusaha, jika ingin berdiskusi lebih lanjut terkait dengan tesis ini dapat menghubungi melalui email hennijovitasr@gmail.com