Institut Teknologi Sepuluh Nopember

TUGAS AKHIR SM 1330

ESTIMASI HARGA EUROPEAN CALL OPTION MENGGUNAKAN METODE PENGHALUSAN OPTIMAL

DEWI PUJI UTAMI
NRP 1201 100 039

Dosen Pembimbing
Endah Rokhmati M.P., SSi, MT
Dr. Erna Apriliani, MSi

JURUSAN MATEMATIKA
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2007

ITS
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

FINAL PROJECT SM 1330

EUROPEAN CALL OPTION PRICING ESTIMATION USING OPTIMAL SMOOTHING METHOD

DEWI PUJI UTAMI
NRP 1201 100 039

Supervisor
Endah Rokhmati M.P., SSi, MT
Dr. Erna Apriliani, MSi

DEPARTEMENT OF MATHEMATICS
Faculty of Mathematics and Natural Sciences
Sepuluh Nopember Institute of Technology
Surabaya 2007

LEMBAR PENGESAHAN

ESTIMASI HARGA *EUROPEAN CALL OPTION* MENGGUNAKAN METODE PENGHALUSAN OPTIMAL

TUGAS AKHIR

Diajukan Untuk Memenuhi Salah Satu Syarat
Memperoleh Gelar Sarjana Sains
Pada
Bidang Minat Riset Operasi dan Simulasi
Program Studi S-1 Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Oleh :
DEWI PUJI UTAMI
Nrp. 1201 100 039

Disetujui oleh Pembimbing Tugas Akhir :

1. **Endah Rokhmati M.P., Ssi.,MT** (........................)

2. **Dr. Erna Apriliani, MSi** (........................)

DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
JURUSAN MATEMATIKA

SURABAYA, MARET, 2007

ESTIMASI HARGA *EUROPEAN CALL OPTION* MENGGUNAKAN METODE PENGHALUSAN OPTIMAL

Nama Mahasiswa	**: Dewi Puji Utami**
NRP	**: 1201 100 039**
Jurusan	**: Matematika FMIPA-ITS**
Dosen Pembimbing	**: 1. Endah Rokhmati M.P.,Ssi.,MT**
	2. Dr. Erna Apriliani, MSi

Abstrak

Option adalah suatu kontrak keuangan yang memberikan hak kepada pemegang kontrak untuk membeli atau menjual suatu aset tertentu dengan harga tertentu dalam jangka waktu tertentu. Terdapat beberapa model yang digunakan dalam menentukan harga option, salah satu model tersebut adalah model Black-Scholes. Salah satu faktor yang mempengaruhi model Black-Scholes adalah volatilitas. Volatilitas merupakan besaran stokastik dan tidak dapat diamati secara langsung. Ada beberapa metode yang dapat digunakan dalam mengestimasi volatilitas salah satunya adalah dengan menggunakan metode GARCH(1,1), metode Extended Kalman Filter dan metode penghalusan optimal. Metode penghalusan optimal adalah metode yang dibangun oleh Filter Kalman, Filter Informasi, dan penghalusan. Selanjutnya, dari hasil estimasi call option dengan menggunakan metode GARCH(1,1), metode Extended Kalman Filter dan metode penghalusan optimal dapat ditemukan harga European call option dan metode terbaik untuk mengestimasi harga European call option berdasarkan penghitungan error dengan menggunakan relative price error. Hasil penghitungan error menunjukkan bahwa estimasi dengan menggunakan metode Extended Kalman Filter lebih baik dibandingkan estimasi dengan menggunakan metode GARCH(1,1) dan metode penghalusan optimal.

Kata kunci:* *Option, model Black-Scholes, volatilitas, GARCH(1,1), Extended Kalman Filter, penghalusan optimal.

EUROPEAN CALL OPTION PRICING ESTIMATION USING OPTIMAL SMOOTHING METHOD

Name : **Dewi Puji Utami**
NRP : **1201 100 039**
Department : **Mathematics FMIPA-ITS**
Supervisor : **1. Endah Rokhmati M.P.,Ssi.,MT**
2. Dr. Erna Apriliani, MSi

Abstrak

Option is a financial contract that gives the holder the right to buy or sell an asset for a certain price on a certain date. There are certain models used to estimate the option price, one of the models is Black-Scholes model. One of the factor that influences Black-Scholes model is a volatility. Volatility is a stochastic variable and can not be observed directly. There are some methods that can be use to estimate volatility, namely GARCH(1,1) *method, Extended Kalman Filter method, and optimal estimation method. Optimal estimation method is a method that is built by Kalman Filter, Information Filter and smoothing. The next, from the call option estimation result using GARCH*(1,1)*, Extended Kalman Filter, and optimal estimation method, can be found European call option and the best method to estimate European call option pricing based on error calculation using relative price error. The result of error calculation show that estimation using Extended Kalman Filter method is better to be compared by estimation using GARCH*(1,1) *method and optimal estimation method.*

Key word: Option, Black-Scholes model, volatility, GARCH(1,1), Extended Kalman Filter, optimal smoothing.

KATA PENGANTAR

Segala puja dan puji syukur bagi Allah yang Maha Pengasih dan Penyayang. Hanya karena rahmat dan karunia-Nya, penulis dapat menyelesaikan tugas akhir ini.

Penelitian ini dapat berjalan lancar berkat dorongan dan bantuan dari beberapa pihak. Oleh karena itu pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Endah Rokhmati M.P.,Ssi.,MT dan Dr. Erna Apriliani, Msi, selaku dosen pembimbing tugas akhir saya, yang penuh perhatian, semangat dan kesabaran memberikan bimbingan dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini.
2. Bapak, ibu, kakak dan adek tercinta yang telah memberikan cinta, perhatian dan dorongan serta do'a hingga terselesainya Tugas Akhir ini.
3. Bapak dan ibu Soejono atas doa, perhatian dan cinta kasihnya.
4. Mas Bayu Endrie Cahyono yang telah memberikan doa, semangat dan bantuan baik moril maupun material, you're the best that i ever had.
5. Keluarga Mbak Yen, andra dan dea yang bisa mbuat pikiran jadi rileks.
6. Keluarga besar Madiun, Klaten dan Jakarta.
7. Vanita 02, makasih atas bantuannya selama ini ya, sory banyak ngrepoti.
8. Frans, Setyo, Sincan 'Mesin 00' atas dukungan, semangat, dan do'a nya, thanks a lot BRO!!! "GANBATTE KUDASAI", juga Angga, Dwi Pus, Romli 02, atas printernya.
9. Dan semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Penulis menyadari sepenuhnya bahwa penulisan tugas akhir ini masih banyak kekurangan, sehingga saran dan kritik yang bersifat membangun sangat diharapkan. Akhir kata semoga Tugas Akhir ini dapat bermanfaat bagi kita semua.

Surabaya, 2007
Dewi Puji Utami

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR TABEL

DAFTAR SIMBOL

Simbol		Pemakaian pertama kali pada hal.
S_k	Harga saham (*stock price*)	15
X	*Strike price*	15
S_T	Harga saham pada saat jatuh tempo	16
c	*Call option*	19
$N(.)$	*CDF* dari variabel yang berdistribusi normal standard	19
r	Suku bunga bebas resiko	19
T	*Maturity date*	19
σ	*Volatilitas*	19
u_k	*Stock return*	20
α	Bobot	22
V	*Long run average volatility*	22
γ	Bobot	22
σ^2	*Variance*	23
ω	Bobot	23
β	Bobot	23
x_k	Variabel keadaan	26
P_k	Matriks kovariansi kesalahan estimasi	26
P_k^{-1}	Matriks informasi kesalahan estimasi	26
A_k	Matriks transisi dari waktu ke-*k* menuju waktu ke-*k*+1	26
B_k	Matriks koefisien masukan deterministik	26
u_k	Masukan deterministik	26
z_k	Variabel pengukuran	27
H_k	Matriks koefisien pengukuran	27
$\hat{x}_k$	Estimasi variabel keadaan	27
L	Matriks observer	27
$\widetilde{x}_k$	Kesalahan estimasi keadaan	27
G_k	Matriks koefisien gangguan sistem	28
w_k	Variabel derau pada sistem	28
v_k	Variabel derau pada pengukuran	28
$h(.,.)$	Matriks yang mempengaruhi pengukuran	36

BAB I
PENDAHULUAN

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Pasar keuangan memberikan peran besar bagi perekonomian suatu negara, karena pasar keuangan merupakan suatu faktor yang mutlak untuk menjamin pembentukan modal yang memadai dan pertumbuhan ekonomi dalam perekonomian suatu negara. Pasar keuangan dapat dibagi menjadi dua, yaitu pasar modal dan pasar uang.

Pasar modal merupakan pasar untuk berbagai instrumen keuangan jangka panjang yang bisa diperjualbelikan, baik dalam bentuk utang ataupun modal sendiri. Pasar modal menyediakan fasilitas atau wahana yang mempertemukan dua kepentingan yaitu pihak yang memiliki kelebihan dana (*investor*) dan pihak yang memerlukan dana (*issuer*). Pasar modal diharapkan dapat meningkatkan aktivitas perekonomian karena pasar modal merupakan alternatif pendanaan bagi perusahaan untuk dapat meningkatkan pendapatan perusahaan pada khususnya serta dapat memberikan kemakmuran masyarakat luas pada umumnya. Di dalam pasar modal diperjualbelikan instrumen keuangan seperti saham, obligasi, *warant*, *right*, dan berbagai produk turunan (*derivative*) seperti *option* (*put* atau *call*).

Option adalah suatu kontrak keuangan yang memberikan hak kepada pemegang kontrak untuk membeli atau menjual suatu aset tertentu dengan harga tertentu dalam jangka waktu tertentu. *Option* memberikan kesempatan kepada investor untuk mendapat keuntungan yang besar dan meminimalkan kerugian. Pada awal tahun 1970, *Fischer Black*, *Myron Scholes* dan *Robert Merton* menemukan inovasi dalam menentukan harga *option*, yang dikenal dengan model *Black-Scholes*. Model *Black-Scholes* dipengaruhi oleh harga saham, *strike price*, *maturity date*, suku bunga bebas resiko, dan volatilitas. Volatilitas mengukur pergerakan harga saham yang berubah-ubah. Semakin tinggi nilai volatilitas artinya pergerakan saham dalam kurun waktu tertentu semakin fluktuatif. Volatilitas yang tinggi akan berpengaruh terhadap kenaikan nilai *call option*. Volatilitas merupakan besaran stokastik dan tidak dapat diamati secara langsung. Dengan tidak diketahuinya nilai volatilitas maka model *Black-Scholes* tidak dapat diselesaikan secara langsung.

1.2 Rumusan Permasalahan

Berdasarkan penjelasan sebelumnya, maka permasalahan yang muncul adalah bagaimana mengestimasi nilai volatilitas dengan menggunakan metode penghalusan optimal.

1.3 Batasan Masalah

Dalam pengerjaan tugas akhir ini diberikan beberapa batasan masalah, yaitu:

1. Metode *Historical Data* yang digunakan adalah metode $GARCH(1,1)$.
2. Data yang digunakan adalah data harga saham harian *Apple Computer Inc.* tanggal 16 November 2006 dan tanggal 17 November 2006 dengan selang waktu pengambilan adalah setiap 5 menit sekali.

1.4 Asumsi

Dalam penulisan tugas akhir ini diberikan beberapa asumsi, yaitu:

1. Suku bunga *bank* bebas resiko, konstan dan berlaku sepanjang jangka waktu *option*.
2. Tidak ada biaya transaksi, pembagian *dividen* dan pajak.
3. Distribusi perubahan harga saham adalah berdistribusi normal.
4. Tidak terjadi tindakan arbritase.

1.5 Tujuan dan Manfaat

Tujuan pengerjaan tugas akhir ini adalah mengetahui nilai volatilitas dengan menggunakan metode penghalusan optimal sehingga harga *European call option* dapat diestimasi.

Manfaat pengerjaan tugas akhir ini adalah :

1. Memberikan informasi prediksi perubahan harga saham di dalam pasar keuangan.
2. Menambah pengetahuan akan ilmu matematika keuangan, stokastik, dan *optimal estimation*.
3. Secara teoritis bagi pengembangan aplikasi ilmu matematika dalam ilmu matematika keuangan sehingga hasil penelitian ini dapat dipergunakan sebagai referensi penelitian selanjutnya.

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan yang akan disusun pada laporan Tugas Akhir ini adalah sebagai berikut :

BAB I : Pendahuluan

Bab ini berisi paparan tentang latar belakang dilaksanakannya penelitian, perumusan masalah yang akan dibahas, batasan masalah, tujuan yang ingin dicapai, manfaat penelitian, serta sistematika penulisan.

BAB II : Dasar Teori

Pada bab ini dijelaskan tentang teori-teori yang melandasi penelitian ini atau yang digunakan sebagai pedoman untuk menyelesaikan permasalahan yang terdapat didalam Tugas Akhir ini.

BAB III : Metodologi Penelitian

Pada bab ini diuraikan tentang tahapan-tahapan pengerjaan yang akan dilakukan dalam penelitian secara terstruktur, mulai dari tahap persiapan sampai tahap penarikan kesimpulan.

BAB IV : Estimasi Harga *European Call Option* Menggunakan Metode Penghalusan Optimal

Pada bab ini dijelaskan mengenai bagaimana mengestimasi *European call option* dengan menggunakan metode penghalusan optimal.

BAB V : KESIMPULAN DAN SARAN

Bab ini merupakan tahap akhir, berisi kesimpulan hasil penelitian serta saran-saran sebagai bahan pertimbangan untuk penelitian selanjutnya.

BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

2. 1 Pasar Keuangan

Pasar keuangan (*financial market*) adalah pasar dimana dana dipindahkan oleh beberapa orang yang memiliki kelebihan dana kepada beberapa orang yang membutuhkan dana. Pasar keuangan memiliki peran penting karena pasar keuangan dapat menaikkan efisiensi ekonomi dengan cara menyalurkan dana dari seseorang yang tidak mempunyai suatu bidang usaha produktif kepada mereka yang memiliki bidang usaha yang lebih produktif. Di dalam pasar keuangan diperjualbelikan suatu dana jangka panjang maupun dana jangka pendek, oleh karena itu pasar keuangan dapat dibagi menjadi dua, yaitu pasar modal (*capital market*) dan pasar uang (*money market*).

2. 2 Pasar Modal

Pasar modal (*capital market*) merupakan pasar untuk berbagai instrumen keuangan jangka panjang yang bisa diperjualbelikan, baik dalam bentuk utang maupun modal sendiri. Instrumen keuangan yang terdapat di pasar modal adalah instrumen yang bersifat penyertaan atau ekuitas (*equity*) yang dikenal dengan saham (*stock*) dan instrumen yang bersifat pendapatan tetap (*fixed income*) atau instrumen yang bersifat utang yang dikenal dengan obligasi (*bond*). Sedangkan instrumen keuangan lainnya merupakan turunan (*derivative*) dari kedua bentuk tersebut, antara lain *warant*, *option*, dan lain-lain. Produk *derivative* merupakan suatu instrumen surat berharga yang harganya tergantung dari harga atau kinerja surat berharga lainnya.

2. 3 Saham (*Stock*)

Saham dapat didefinisikan sebagai tanda penyertaan modal dalam suatu perusahaan/PT atau merupakan bukti kepemilikan seseorang atas suatu badan dalam suatu perusahaan. Wujud saham adalah selembar kertas yang menerangkan bahwa pemilik kertas tersebut adalah pemilik perusahaan yang menerbitkan kertas tersebut. Porsi kepemilikan atas saham ditentukan oleh seberapa besar penyertaan yang ditanamkan di perusahaan tersebut. Saham merupakan salah satu dari instrumen berharga dasar yang mempunyai turunan (*derivative*), salah satu *derivative* saham adalah *option*.

2. 4 *Option*

Option adalah suatu kontrak keuangan yang memberikan hak kepada pemegang kontrak untuk membeli atau menjual suatu instrumen keuangan pokok dengan harga tertentu dalam jangka waktu tertentu. Penjual *option* wajib untuk membeli atau menjual instrumen keuangan kepada pembeli jika pemilik *option* menjalankan hak untuk menjual atau membeli. Pemilik atau pembeli dari suatu *option* tidak diizinkan untuk menjalankan *option*, pemilik dan pembeli berhak melepaskan *option* yang telah habis masa berlakunya tanpa harus mempergunakannya. Oleh sebab itu pemilik *option* tidak wajib melakukan tindakan apapun, tetapi cukup memiliki hak untuk menjalankan kontrak jika dia memutuskan. Sedangkan penjual *option* tidak mempunyai pilihan dalam berbagai keadaan, penjual harus membeli atau menjual instrumen keuangan jika pemilik *option* menjalankan *option*-nya. Penjual *option* biasa juga disebut sebagai *writer* karena mereka melakukan penjaminan (*underwriter*) atas kewajiban untuk menyampaikan atau menerima saham yang tercantum dalam *option* tersebut. Karena hak untuk membeli atau menjual suatu instrumen keuangan pada suatu harga tertentu memiliki nilai, pemilik *option* harus membayar hak tersebut, nilai tersebut dikenal dengan istilah *premium* (premi).

Macam-macam kontrak *option*:

1. *Call option* adalah suatu kontrak yang memberikan hak, tetapi bukan kewajiban, kepada pemilik kontrak untuk

membeli suatu instrumen keuangan pada harga yang telah ditentukan dalam periode waktu yang telah ditentukan.

2. *Put option* adalah suatu kontrak yang memberikan hak, tetapi bukan kewajiban, kepada pemilik kontrak untuk menjual suatu instrumen keuangan dengan harga yang telah ditentukan dalam periode waktu yang ditentukan.

Pembeli kontrak *put option* hanya perlu menyerahkan instrumen keuangan yang mendasarinya (saham) jika dia meng-*exercise*-nya.

Jenis kontrak *option*:

1. *American option* adalah *option* yang dapat dijalankan sewaktu-waktu sepanjang tanggal berakhirnya kontrak.
2. *European option* adalah *option* yang hanya dapat dijalankan pada tanggal berakhirnya kontrak.

Meng-*exercise option* pada kontrak *call option* memiliki arti bahwa investor menjalankan haknya untuk membeli suatu instrumen keuangan yang mendasari *option* (saham) pada harga yang telah ditentukan, sedangkan meng-*exercise option* pada kontrak *put option* memiliki arti bahwa investor menjalankan haknya untuk menjual suatu instrumen keuangan yang mendasari *option* (saham) pada harga yang telah ditentukan.

2.4.1 Mekanisme *Call Option*

Seorang investor membeli sebuah kontrak *option*, *European call option*, atas saham IBM dengan *strike price* \$100, disini berarti investor telah membeli hak untuk membeli 100 lembar saham IBM dengan harga masing-masing lembar saham adalah \$100.

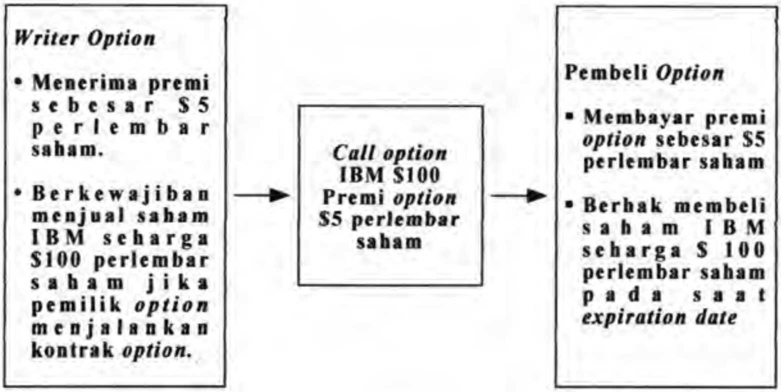
Misalkan harga saham yang sedang beredar pada saat itu adalah \$98, *expiration date* kontrak *option* tersebut adalah dua bulan, dan *option price* (premi *option*) tiap lembar saham adalah \$5. Karena kontrak *option* yang dibeli berjenis *European option*, maka investor dapat menjalankan *option* hanya pada tanggal jatuh tempo kontrak *option*. Jika harga saham pada saat *expiration date* kurang dari \$100, investor akan memilih untuk tidak meng-

exercise option, karena investor tidak akan mendapatkan keuntungan jika membeli saham dengan harga $100 dengan harga pasar kurang dari $100, dan investor harus membayar sebesar $500 sebagai biaya premi *option*.

Jika harga saham pada saat *expiration date* diatas $100, *option* akan di-*exercise*, karena investor akan mendapatkan keuntungan. Andaikan, harga saham saat itu $115. Dengan meng-*exercise option*, investor dapat membeli 100 lembar saham dengan harga per lembar saham adalah $100. Jika saham tersebut langsung dijual kembali oleh *writer option*, maka investor akan mendapatkan keuntungan sebesar $15 ($115-$100=$15) per lembar saham atau sebesar $1500 per *option* ($\$15 \times 100 = \$1500$), dengan mengabaikan biaya transaksi. Jika *option price* (premi *option*) dimasukkan kedalam laporan keuangan, keuntungan bersih yang didapatkan investor adalah $10 per lembar saham (keuntungan penjualan premi *option*, $15-$5=$10) atau $1000 per *option* ($\$10 \times 100 = \$1000$).

Misalkan harga per lembar saham saat *expiration date* adalah $103, maka investor harus meng-*exercise option*. Saat *option* dijual kembali, investor akan memperoleh keuntungan sebesar $3 per lembar saham ($\$103 - \$100 = \$3$) atau $300 per *option* ($\$3 \times 100 = \$300$), dengan mengabaikan biaya transaksi. Jika *option price* (*premi option*) dimasukkan kedalam laporan keuangan, maka investor akan mengalami kerugian sebesar $200 (keuntungan penjualan premi *option*, $\$300 - \$500 = -\$200$). Keputusan ini lebih baik dibandingkan jika ia tidak meng-*exercise* option yang dimilikinya, karena jika investor tidak meng-*exercise option*, maka investor akan mengalami kerugian sebesar $500 untuk membayar premi *option*.

Mekanisme *call option* dapat digambarkan kedalam gambar 2.1 di bawah ini:



Gambar 2.1 Mekanisme *Call Option*

Berdasarkan ilustrasi diatas dapat ditarik kesimpulan bahwa pembeli *call option* berharap harga saham yang beredar didalam pasar modal tinggi.

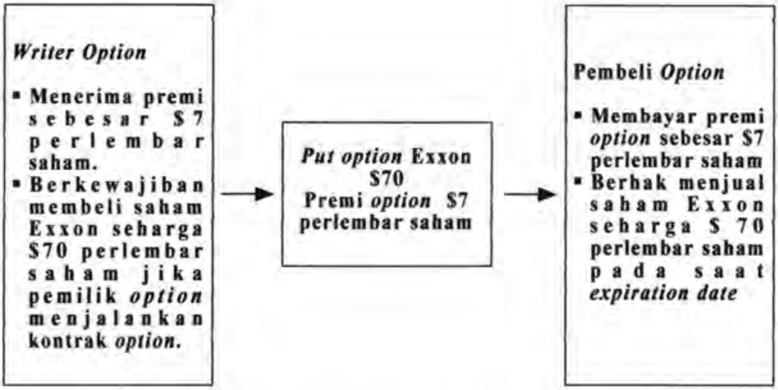
2.4.2 Mekanisme *Put Option*

Seorang investor membeli sebuah kontrak *option, European put option*, pada Exxon dengan *strike price* $70, disini berarti investor telah membeli hak untuk menjual 100 lembar saham Exxon dengan harga masing-masing lembar saham adalah $70.

Misalkan harga saham yang sedang beredar saat itu adalah $75, *expiration date* kontrak *option* tersebut adalah tiga bulan dan *option price* (premi *option*) tiap lembar saham adalah $7. Karena kontrak *option* yang dibeli oleh investor berjenis *European option*, maka investor dapat menjalankan *option* tersebut hanya pada tanggal jatuh tempo kontrak *option*. Jika harga saham pada saat *expiration date* lebih besar dari harga beli *option* (*strike price*), maka investor akan memilih untuk tidak meng-*exercise option*, karena investor tidak akan mendapatkan keuntungan jika menjual saham dengan harga $70 tiap lembar saham dengan harga saham yang beredar didalam pasar modal lebih besar dari harga beli *option* (*strike price*), yaitu \$70, sehingga investor harus membayar biaya premi *option* sebesar \$700 ($\$7 \times 100 = \$700$).

Jika harga saham pada saat *expiration date* dibawah *strike price*, \$70, maka investor akan memilih untuk meng-*exercise option*, karena investor akan mendapatkan keuntungan. Misalkan harga saham pada saat *expiration date* adalah \$50, maka investor dapat membeli 100 lembar saham dengan harga masing-masing lembar saham adalah \$50 karena kontrak *option* tersebut adalah berjenis *put option*, maka investor dapat menjual saham tersebut dengan harga tiap lembar saham adalah \$70, sehingga investor mendapatkan keuntungan sebesar \$20 tiap lembar saham (*strike price* - harga saham saat *expiration date*, $\$70 - \$50 = \$20$), dengan mengabaikan biaya transaksi. Jika *option price* (premi *option*) dimasukkan kedalam laporan keuangan, maka keuntungan bersih yang diperoleh investor adalah \$13 tiap lembar saham (keuntungan penjualan - premi option, $\$20 - \$7 = \$13$) atau \$1300 (\$13 x 100 = \$1300).

Misalkan harga tiap lembar saham yang beredar saat *expiration date* adalah \$66, maka investor akan memilih untuk meng-*exercise* kontrak *option* tersebut, karena investor akan mendapatkan keuntungan jika membeli *option* dengan harga \$70 tiap lembar saham dengan harga saham yang beredar di pasar modal kurang dari \$70 tiap lembar saham, dengan mengabaikan biaya transaksi. Sehingga investor mendapatkan keuntungan sebesar \$4 tiap lembar saham (*strike price* - harga saham saat *expiration date*, $\$70 - \$66 = \$4$), dengan mengabaikan biaya transaksi Jika *option price* (premi *option*) dimasukkan kedalam laporan keuangan, maka investor akan mengalami kerugian sebesar \$3 (keuntungan penjualan - *premi option*, $\$4 - \$7 = -\$3$). Keputusan ini lebih baik, karena jika investor tidak meng-*exercise option*, maka investor akan mengalami kerugian sebesar \$700 ($\$7 \times 100 = \$700$) untuk membayar premi *option*. Mekanisme *put option* dapat digambarkan kedalam gambar 2.2 di bawah ini:



Gambar 2.2 Mekanisme *Put Option*

Berdasarkan ilustrasi diatas dapat ditarik kesimpulan bahwa pembeli kontrak *put option* berharap harga saham yang beredar didalam pasar modal turun.

2.4.3 Komponen dalam Kontrak *Option*

Ada beberapa komponen dasar yang mendasari kontrak *option*, komponen tersebut antara lain:

1. Sekuritas yang mendasari kontrak *option*

Option yang diperdagangkan didalam pasar *option* hanya tersedia untuk sekuritas-sekuritas tertentu dan indeks-indeks yang disetujui. Sekuritas ini disebut sebagai sekuritas-sekuritas yang mendasari atau saham-saham yang mendasari. Sekuritas tersebut harus diperdagangkan didalam pasar modal dan dipilih oleh organisasi *clearing* sesuai dengan persyaratan tertentu.

2. *Maturity date*

Maturity date adalah tanggal jatuh tempo kontrak *option*. Saat *maturity date* tiba, keputusan untuk melakukan atau tidak melakukan *exercise* harus diambil oleh pemilik *option*.

Maturity date option mengikuti satu dari tiga siklus kuartalan berikut ini:

a. Januari, April, Juli, Oktober
b. Februari, Mei, Agustus, November
c. Maret, Juni, September, Desember

Contoh siklus *option*: siklus jatuh tempo Januari, April, Juli, Oktober; misalkan *option* didaftarkan seri Juli 2003, Oktober 2003 dan Januari 2004. ketika seri Juli 2003 *option* jatuh tempo, *option* seri April 2004 akan didaftarkan, dan demikan seterusnya.

3. *Strike price*

Strike price adalah harga pembelian atau harga penjualan yang telah ditentukan untuk saham yang mendasari *option*, jika *option* di-*exercise*. Umumnya, terdapat perbedaan *strike price* untuk *option-option* yang mempunyai *maturity date* yang sama. *Strike price* baru dicantumkan jika harga saham yang mendasari *option* berubah. Umumnya, perbedaan *strike price* meliputi satu *strike price* yang dekat dengan harga saat ini dan dua *strike price* di bawah harga saham yang mendasari *option* pada saat jatuh tempo (*maturity date*).

Misalkan saham yang mendasari *option* memiliki nilai sebesar $3.50. Sangat mungkin kontrak *option* yang beredar di pasar modal memiliki *strike price* yang didaftarkan didalam pasar modal sebesar $3.00, $3.25, $3.50, $3.75 dan $4.00. Perbedaan *strike price* ini memberi kesempatan investor untuk lebih cermat mencocokkan prediksi mereka terhadap gerakan harga saham yang mendasari ke posisi *option* mereka.

4. Premi

Premi adalah harga *option* yang ditentukan oleh negosiasi antara pembeli dan penjual *option*. Premi adalah satu-satunya komponen *option* yang tidak ditentukan oleh organisasi *clearing*. Premi ini harus dibayarkan ketika terjadi transaksi antara pembeli dan penjual *option*.

5. Ukuran kontrak

Dalam perdagangan *option*, ukuran kontrak *option* distandardisasi pada 100 saham yang mendasarinya, artinya, satu kontrak *option* mewakili 100 saham yang mendasari *option* tersebut.

2.4.4 Keuntungan dari Perdagangan *Option*

Keuntungan yang didapat oleh investor bila menggunakan *option* adalah:

1. Manajemen Resiko

Investor yang memiliki saham diberi kesempatan untuk melakukan *hedge* (melindungi) terhadap kemungkinan jatuhnya harga saham yang dimilikinya, yaitu dengan cara membeli kontrak *put option*. Pemilik kontrak *put option*, tetap dapat menjual saham dengan harga yang tertera pada kontrak *option* meskipun harga saham yang beredar didalam pasar modal turun, hal ini dapat dianggap sebagai menggunakan asuransi untuk menjaga terhadap kemungkinan kejatuhan harga.

Gambar 2.3 Manajemen Resiko

2. Waktu Untuk Memutuskan

Option memberikan waktu kepada pemilik *option* untuk menjalankan haknya. Dengan membeli *call option*, harga beli untuk saham yang mendasari *option* tersebut dikunci. Ini memberikan kesempatan pemilik *call option* sampai saat *maturity date* untuk memutuskan apakah dirinya ingin meng-*exercise option* dan membeli saham yang mendasarinya atau tidak. Dan sebaliknya, dengan membeli *put option*, harga jual untuk saham yang mendasarinya dikunci. Ini memberi waktu kepada pemilik *put option* sampai saat *maturity date* untuk memutuskan apakah dirinya ingin meng-*exercise* *option* dan menjual saham yang mendasarinya atau tidak.

Gambar 2.4 Waktu Untuk Memutuskan

3. Spekulasi

Option memberikan kesempatan kepada investor untuk melakukan spekulasi dengan tujuan untuk mendapatkan keuntungan yang besar serta meminimalkan kerugian. Kemudahan dari *option* adalah adanya kemungkinan untuk menjual atau membeli *option* tanpa maksud untuk meng-*exercise* *option* tersebut. Jika investor mengharapkan pasar akan naik, investor akan membeli *call option*. Dan sebaliknya jika investor mengharapkan pasar akan turun, investor akan membeli *put option*.

4. Penambahan Pendapatan

Pemegang saham dapat memperoleh pendapatan ekstra selain dari dividen, yaitu dengan cara menulis *call option* atas saham yang dimilikinya. Dengan menulis *call option*, pemegang saham menerima pembayaran premi dimuka. Sementara pemegang saham menerima pembayaran premi, ada kemungkinan *option* akan di-*exercise* dan pemegang saham selanjutnya harus menyerahkan sahamnya ke pembeli *option* pada harga yang telah ditentukan (harga *exercise*).

5. *Leverage* (daya)

Leverage menyediakan cara untuk mendapatkan pengembalian yang lebih tinggi dengan modal awal yang lebih kecil daripada jika melakukan investasi secara langsung. Perdagangan *option* dapat memberikan kesempatan investor untuk mendapatkan keuntungan dari perubahan harga saham tanpa harus membayar secara penuh harga saham tersebut.

2.4.5 Jenis *Option* Berdasarkan Nilai Intrinsik

Nilai intrinsik adalah perbedaan antara harga *exercise* dari *option* dan harga saham yang mendasari *option* pada suatu waktu. Jenis *option* berdasarkan pada nilai intrinsiknya adalah sebagai berikut:

1. *In the money*

   Misalkan S menyatakan harga saham dan X adalah *strike price*, *call option* dikatakan *in the money* jika $S > X$, sedangkan *put option* dikatakan *in the money* jika $S < X$.
2. *At the money*

   Misalkan S menyatakan harga saham dan X adalah *strike price*, *call option* dikatakan *at the money* jika $S = X$ dan *put option* dikatakan *at the money* jika $S = X$.
3. *Out the money*

   Misalkan S menyatakan harga saham dan X adalah *strike price*, *call option* dikatakan *out the money* jika $S < X$, sedangkan *put option* dikatakan *out the money* jika $S > X$.

2.4.6 Diagram *Pay-off*

Diagram *Pay-off* menunjukan potensi keuntungan dan kerugian dalam suatu strategi pada harga-harga saham yang berbeda pada tanggal jatuh tempo. Diagram ini menunjukan kapan posisi suatu *option* menguntungkan dan kapan merugikan saat di-*exercise* pada tanggal jatuh tempo.

Ada empat posisi utama didalam *option*, yaitu:

1. *Long position* pada *call option*.

Long position pada *call option* berarti investor membeli *call option.*

2. *Long position* pada *put option.*
   Long position pada *put option* berarti investor membeli *put option.*
3. *Short position* pada *call option.*
   Short position pada *call option* berarti investor menjual *call option.*
4. *Short position* pada *put option.*
   Short position pada *put option* berarti investor menjual *put option.*

Empat posisi di dalam *option* tersebut seringkali diperlukan dalam mengkarakteristik *European option position* dalam hal menentukan besarnya keuntungan atau kerugian yang akan didapat oleh investor saat *maturity date*. Jika X adalah *strike price* dan S_T harga akhir dari aset dasar (harga saham pada saat jatuh tempo/*maturity date*), maka persamaan *pay-off* dari *long position* pada *European call option* adalah

$$\max (S_T - X, 0) \tag{2.1}$$

Persamaan (2.1) menunjukkan bahwa *option* akan di*exercise* jika $S_T > X$ dan tidak akan di*exercise* jika $S_T \leq X$. Sedangkan persamaan *pay-off* dari *short position* pada *European call option* adalah

$$-\max (S_T - X, 0) \tag{2.2}$$

atau

$$\min (X - S_T, 0)$$

persamaan *pay-off* dari *long position* pada *European put option* adalah

$$\max (X - S_T, 0) \tag{2.3}$$

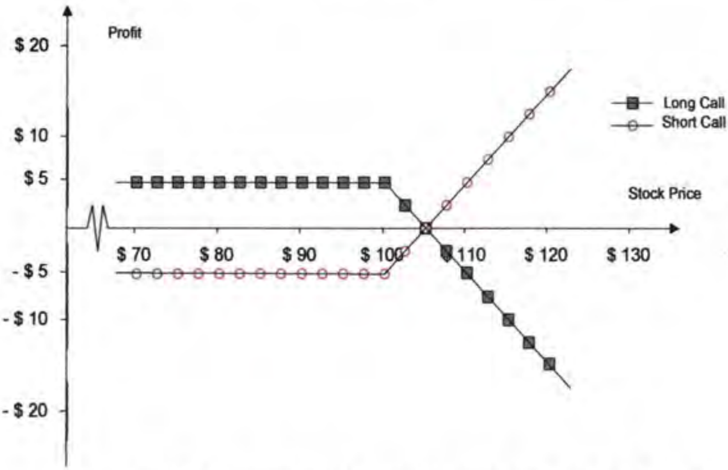
dan *pay-off* dari *short position* pada *European put option* adalah

$$-\max (X - S_T, 0) \tag{2.4}$$

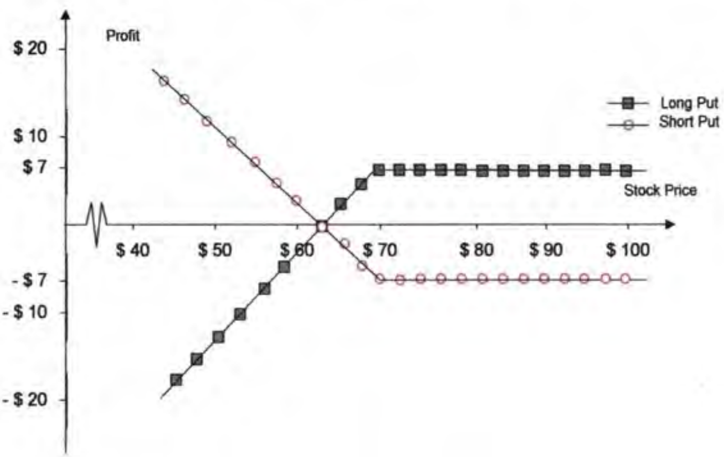
atau

$$\min (S_T - X, 0)$$

berdasarkan pengertian dari persamaan (2.1) sampai dengan persamaan (2.4) maka diagram *pay-off* pada posisi-posisi dasar *option* dari posisi yang paling sederhana diperlihatkan kedalam gambar 2.5 dan gambar 2.6 di bawah ini:



Gambar 2.5 *Long* dan *Short Position* pada *Call Option*



Gambar 2.6 *Long* dan *Short Position* pada *Put Option*

2.4.7 Faktor yang Mempengaruhi *Stock Option*

Faktor-faktor yang mempengaruhi *stock option* adalah:

1. Harga saham yang beredar saat ini (*the current stock option*). Semakin tinggi harga saham maka nilai *call option* akan semakin tinggi, sedangkan nilai *put option* semakin rendah. Dan sebaliknya, semakin rendah harga saham maka nilai *call option* akan semakin rendah, sedangkan nilai *put option* semakin tinggi.
2. *Strike price*.
   Nilai *call option* akan turun jika *strike price* tinggi, dan sebaliknya nilai *call option* akan naik jika *strike price* rendah. Sedangkan nilai *put option* akan semakin tinggi jika *strike price* tinggi, dan sebaliknya nilai *put option* akan turun jika *strike price* turun.
3. Volatilitas Harga Saham.
   Nilai *call option* akan tinggi jika volatilitas naik dan sebaliknya nilai *call option* akan turun jika volatilitas turun.
4. Suku Bunga Bebas Resiko.
   Jika suku bunga naik maka nilai pertumbuhan harga saham yang diperkirakan akan cenderung naik. Nilai *call option* akan tinggi jika suku bunga bernilai tinggi, dan sebaliknya nilai *call option* akan rendah jika suku bunga bernilai kecil.
5. Waktu Berakhirnya *Option* (*Maturity Date* atau *Expiration Date*).
   European put option dan *European call option* tidak terpengaruh dengan waktu jatuh tempo (*maturity date*), karena *option* yang berjenis *European option* hanya dapat di-*exercise* pada saat waktu jatuh temponya (*maturity date*).
6. Dividen.
   Pembagian dividen menyebabkan harga saham turun. Nilai *call option*, mempunyai hubungan negatif dengan ukuran *dividen* yang diharapkan dan nilai *put option* memilki hubungan positif dengan ukuran *dividen* yang diharapkan. Disini berarti pembagian dividen menyebabkan nilai *call option* turun dan menyebabkan nilai *put option* naik.

2. 5 *Black-Scholes*

Pada awal tahun 1970, Fischer Black, Myron Scholes, dan Robert Merton menemukan inovasi dalam menentukan harga *option* yang dapat membantu para pialang saham menentukan apakah sebuah *option* terlalu mahal atau sebaliknya terlalu murah relatif terhadap harga saham pada saat itu, terobosan tersebut dikenal dengan nama model *Black-Scholes*. Model *Black-Scholes* digunakan untuk menentukan harga *option* baik itu *call option* maupun *put option*. Rumus *Black-Scholes* untuk *European call option* dengan tanpa adanya pembagian dividen saham diberikan oleh persamaan (2.5) dibawah ini:

$$c = SN(d_1) - Xe^{-rT} N(d_2) \tag{2.5}$$

dengan

$$\begin{aligned} d_1 &= \frac{\ln\left(S/X\right) + \left(r + \sigma^2/2\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \\ d_2 &= \frac{\ln\left(S/X\right) + \left(r - \sigma^2/2\right)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T} \end{aligned} \tag{2.6}$$

dimana c adalah *call option*, S adalah harga saham (*stock price*), $N(x)$ adalah *CDF* (*Cumulative Distribution Function*) dari sebuah variabel yang berdistribusi normal dengan mean nol dan standar deviasi 1.0, X adalah *strike price*, r adalah suku bunga bebas resiko, σ adalah volatilitas dan T adalah *maturity date option*.

Model *Black-Scholes* dipengaruhi oleh harga saham, *strike price*, *maturity date*, suku bunga bebas resiko dan volatilitas. Informasi mengenai nilai dari parameter-parameter yang membangun model *Black-Scholes* tersebut tersedia di dalam pasar modal. Akan tetapi terdapat parameter yang tidak dapat diobservasi secara langsung, parameter tersebut adalah volatilitas. Pada mulanya didalam rumus *Black-Scholes*, volatilitas diasumsikan sebagai suatu konstanta. Tetapi penyederhanaan ini jauh dari sempurna, karena asumsi yang digunakan sulit ditemukan pada kejadian nyata, sehingga rumusan *Black-Scholes* juga jauh dari kejadian sebenarnya. Dalam prakteknya, volatilitas, seperti harga saham, adalah suatu variabel stokastik. Tidak seperti harga saham, volatilitas tidak dapat diobservasi secara langsung.

2. 6 Volatilitas

Volatilitas menunjukkan peluang suatu saham untuk berfluktuasi. Meramal volatilitas penting dilakukan untuk mengukur resiko, karena volatilitas mengukur pergerakan saham yang berubah-ubah. Dalam tugas akhir ini pendekatan yang digunakan adalah metode *GARCH*(1,1).

2.6.1 *Stock Return*

Untuk mengestimasi volatilitas harga saham digunakan interval waktu tetap, misalnya setiap hari, minggu atau bulan. Didefinisikan persamaan *stock return* dengan tanpa adanya pembagian dividen:

$$u_k = \ln\left(\frac{S_k}{S_{k-1}}\right) \tag{2.7}$$

dengan:

S_k : harga saham pada akhir waktu ke-k, $S_{k-1} \neq 0$

u_k : *return kontinu* selama waktu-k.

k : satuan waktu dengan $k = 1,2,..,m$

Estimasi tak bias (*unbiased*) dari volatilitas pada waktu ke-k dari pengamatan sebanyak m adalah:

$$\sigma_k^2 = \frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}(u_{k-i} - \bar{u})^2 \tag{2.8}$$

didefinisikan $\bar{u} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} u_{k-i}$, sehingga

$$\sigma_k^2 = \frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}(u_{k-i}^2 - 2u_{k-i}\bar{u} + \bar{u}^2)$$

$$=\frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}u_{k-i}^{2}-\frac{1}{m-1}\cdot 2\bar{u}\sum_{i=1}^{m}u_{k-i}+\frac{1}{m-1}\cdot m\bar{u}^{2}$$

$$=\frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}u_{k-i}^{2}-\frac{2m\bar{u}^{2}}{m-1}+\frac{m\bar{u}^{2}}{m-1}$$

$$=\frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}u_{k-i}^{2}-\frac{m}{m-1}\bar{u}^{2}$$

$$=\frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}u_{k-i}^{2}-\frac{m}{m-1}\left(\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}u_{k-i}\right)^{2}$$

$$=\frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}u_{k-i}^{2}-\frac{m}{m^{2}(m-1)}\left(\sum_{i=1}^{m}u_{k-i}\right)^{2}$$

$$\sigma_k^2=\frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}u_{k-i}^{2}-\frac{1}{m(m-1)}\left(\sum_{i=1}^{m}u_{k-i}\right)^{2}$$

Untuk mendapatkan *variance rate*, persamaan (2.8) diubah dengan cara sebagai berikut:

1. u_k didefinisikan sebagai perubahan proporsional pada variabel pasar diantara akhir waktu ke-k–1 dan waktu ke k sehingga, *stock return* pada waktu ke-k adalah:

$$u_k=\frac{S_k-S_{k-1}}{S_{k-1}},S_{k-1}\neq 0 \tag{2.9}$$

2. $\bar{u}$ diasumsikan nol.
3. m-1 digantikan dengan m.

Ketiga perubahan di atas mengakibatkan perubahan pada persamaan (2.8), menjadi:

$$\sigma_k^2=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}u_{k-1}^{2} \tag{2.10}$$

2.6.2 Pola Bobot

Pada persamaan (2.10), *stock return*, u_k, dianggap mempunyai bobot yang sama. Untuk memonitor tingkat volatilitas pada saat sekarang diperlukan pembedaan bobot pada data, sehingga persamaan (2.10) berubah menjadi

$$\sigma^2{}_k = \sum_{i=1}^{m} \alpha_i u_{k-i}^2 \tag{2.11}$$

Variabel α_i adalah jumlah dari pembobotan yang diberikan pada pengamatan *i*-hari yang lalu. Karena diharapkan bobot berkurang pada pengamatan yang lebih dahulu, $\alpha_i < \alpha_j$ saat $i < j$. Bobot haruslah berjumlah satu yang dinyatakan sebagai berikut:

$$\sum_{i=1}^{m} \alpha_i = 1.$$

Selain itu, persamaan (2.11) diasumsikan terdapat *long run average volatility (V)* yang juga mempunyai bobot (γ), sehingga persamaan (2.11) menjadi:

$$\sigma_k^2 = \gamma\, V + \sum_{i=1}^{m} \alpha_i u_{k-i}^2 \tag{2.12}$$

Persamaan (2.12) disebut juga dengan persamaan *ARCH(m)*. Didefinisikan $\omega = \gamma V$, sehingga persamaan (2.12) menjadi

$$\sigma_k^2 = \omega + \sum_{i=1}^{m} \alpha_i u_{k-i}^2 \tag{2.13}$$

Banyak model yang dikembangkan untuk mendekati karakteristik volatilitas dari suatu proses stokastik. Salah satu yang telah dikenal luas adalah model *ARCH*, model pendekatan yang dibangun oleh model ARCH yang diperkenalkan oleh Bollerslev pada tahun 1986 disebut dengan model GARCH

2.6.3 *GARCH* (1,1)

Didefinisikan σ_k sebagai suatu volatilitas dari variabel pasar pada waktu *k*. Pangkat dua dari volatilitas pada waktu *k*, σ_k^2, menyatakan *variance*. Untuk mengestimasi volatilitas harga saham, harga saham biasanya diamati pada interval waktu tetap.

Model *GARCH*(1,1) yang dikemukakan oleh Bollerslev pada tahun 1986 merupakan salah satu model paling populer yang digunakan untuk mengestimasi volatilitas dari *underlying stock returns*. (1,1) didalam *GARCH*(1,1) menunjukkan bahwa σ_k^2 berdasar pada pengamatan yang paling terbaru dari u^2 dan estimasi yang paling terbaru dari nilai *variance*. Model *GARCH*(p,q) yang lebih umum menghitung σ_k^2 dari p pengamatan yang paling terbaru dari u^2 dan q estimasi yang paling terbaru dari nilai *variance*. Model *GARCH*(1,1) diberikan oleh persamaan (2.14) dibawah ini:

$$\sigma_k^2 = \omega + \alpha u_{k-1}^2 + \beta \sigma_{k-1}^2 \qquad (2.14)$$

dimana u_k adalah *stock return* pada waktu ke-k, S adalah harga saham (*stock price*) pada waktu ke-k, ω adalah bobot, α adalah bobot yang ditentukan untuk u_{k-1}^2, dan β adalah bobot yang ditentukan untuk σ_{k-1}^2. Sebelum menggunakan model *GARCH*(1,1), terlebih dahulu perlu dilakukan estimasi parameter-parameter ω, α dan β. Metode estimasi yang digunakan untuk mendapatkan nilai parameter-parameter yang membangun model *GARCH*(1,1) adalah metode *maximum-likelihood*.

2.6.4 Metode *Maximum Likelihood*

Untuk menentukan parameter ω, α, β yang digunakan dalam penghitungan volatilitas dengan menggunakan metode *historical data* pada persamaan (2.14) dibutuhkan pendekatan yang dinamakan *Maximum Likelihood Method*. Metode ini menentukan parameter dengan memilih dari nilai kemungkinan yang maksimum dari data yang tersedia.

Diasumsikan perubahan harga saham berdistribusi normal dengan mean μ dan varian σ^2, *pdf* (*probability density function*) dari variabel random x adalah:

$$f(x;\mu,\sigma)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-((x-\mu)/\sigma)^2/2} \tag{2.17}$$

Pdf variabel random, *u*, yang berdistribusi normal dengan mean nol dan variance *v* untuk pengamatan ke-*k*, u_k, adalah:

$$f(u;\mu,\sigma)=\frac{1}{\sqrt{2\pi v}}e^{-(u_k-0)^2/v)/2}$$

$$f(u;\mu,\sigma)=\frac{1}{\sqrt{2\pi v}}\exp\left(\frac{-u_k^2}{2v}\right) \tag{2.18}$$

Sedangkan pdf dari *m*-pengamatan adalah:

$$f(u;\mu,\sigma)=\prod_{k=1}^{m}\left[\frac{1}{\sqrt{2\pi v}}\exp\left(\frac{-u_k^2}{2v}\right)\right] \tag{2.19}$$

Misalkan $L=f(u_1,u_2,...,u_m;\omega,\alpha,\beta)$ adalah pdf bersama dari variabel acak $U_1,U_2,...,U_m$ dan $\hat{\omega},\hat{\alpha},\hat{\beta}$ yang merupakan estimasi parameter ω,α,β. Nilai estimasi parameter $(\hat{\omega},\hat{\alpha},\hat{\beta})$ sehingga L maksimum dinamakan *Maximum Likelihood Estimation* dari ω,α,β, atau bisa ditulis:

$$f(u_1,u_2,...,u_m;\hat{\omega},\hat{\alpha},\hat{\beta}) = \max f(u_1,u_2,...,u_m;\omega,\alpha,\beta)$$

$$f(u_1,u_2,...,u_m;\hat{\omega},\hat{\alpha},\hat{\beta}) = \max\left(\prod_{k=1}^{m}\left[\frac{1}{\sqrt{2\pi v}}\exp\left(\frac{-u_k^2}{2v}\right)\right]\right) \tag{2.20}$$

Karena memaksimumkan sebuah persamaan dan memaksimumkan hasil logaritma dari persamaan tersebut adalah ekuivalen, maka:

$$f(u_1,u_2,...,u_m;\hat{\omega},\hat{\alpha},\hat{\beta}) = \max\left(\ln\sum_{k=1}^{m}\left[\frac{1}{\sqrt{2\pi v}}\exp\left(\frac{-u_k^2}{2v}\right)\right]\right) \tag{2.21}$$

Dengan mengabaikan faktor pengganda, didapatkan:

$$f(u_1, u_2, ..., u_m; \hat{\omega}, \hat{\alpha}, \hat{\beta}) = \max\left(\sum_{k=1}^{m}\left[-\ln(v) - \frac{u_k^2}{v}\right]\right) \quad (2.22)$$

Nilai maksimun didapatkan dengan menurunkan $\left(\sum_{k=1}^{m}\left[-\ln(v) - \frac{u_k^2}{v}\right]\right)$ terhadap v dan mengatur hasilnya menjadi nol. Apabila varian berubah setiap waktu, didefinisikan $v_k = \sigma_k^2$ sebagai varian yang diestimasi pada hari ke-k. Diasumsikan distribusi peluang dari u_k untuk varian adalah normal. Analisis yang sama seperti di atas berlaku pula untuk memaksimumkan:

$$\prod_{k=1}^{m}\left[\frac{1}{\sqrt{2\pi v_k}}\exp\left(\frac{-u_k^2}{2v_k}\right)\right]$$

Karena memaksimumkan sebuah persamaan dan memaksimumkan hasil logaritma dari persamaan tersebut adalah ekuivalen, maka:

$$f(u_1, u_2, ..., u_m; \hat{\omega}, \hat{\alpha}, \hat{\beta}) = \max\left(\ln\sum_{k=1}^{m}\left[\frac{1}{\sqrt{2\pi v_k}}\exp\left(\frac{-u_k^2}{2v_k}\right)\right]\right)$$

Dengan mengabaikan faktor pengganda, didapatkan:

$$f(u_1, u_2, ..., u_m; \hat{\omega}, \hat{\alpha}, \hat{\beta}) = \max\left(\sum_{k=1}^{m}\left[-\ln(v_k) - \frac{u_k^2}{v_k}\right]\right) \quad (2.23)$$

Secara iteratif, estimasi parameter-parameter ω, α, β dapat ditemukan.

2. 7 Filter Kalman

Dalam kehidupan sehari-hari, seringkali dilakukan prediksi atau estimasi sesuatu hal, misalnya estimasi terhadap pergerakan harga saham. Estimasi ini perlu dilakukan karena tidak semua besaran-besaran tersebut dapat diukur secara langsung. Misalnya pada estimasi *call option*, nilai volatilitas yang membangun *call* *option* tidak dapat diukur secara langsung, karena informasi mengenai volatilitas tidak tersedia didalam pasar modal. Karena sistem *call option* dipengaruhi oleh besaran stokastik, salah satunya adalah volatilitas, maka sistem yang terbentuk merupakan sistem dinamik stokastik. Sistem dinamik stokastik merupakan sistem dinamik yang memuat derau pada sistem (*system noise*) serta derau pada pengukuran (*measurement noise*). Estimasi variabel-variabel dari sistem dinamik stokastik dilakukan dengan menggunakan Filter Kalman.

Filter Kalman adalah algoritma rekursif untuk mengestimasi variabel keadaan dari sistem dinamik stokastik. Pada Filter Kalman, penaksiran dilakukan dengan cara memprediksi variabel keadaan berdasarkan sistem dinamik dan selanjutnya berdasarkan data-data pengukuran dilakukan koreksi untuk memperbaiki hasil estimasi. Tahap prediksi dan koreksi dilakukan secara rekursi, dengan cara meminimumkan kovariansi kesalahan estimasi.

Pada estimasi dengan Filter Kalman terdapat dua algoritma pemfilteran dasar yaitu Filter Kalman atau Filter Kovariansi dan Filter Informasi. Pada Filter Kalman diperlukan informasi awal dari variabel keadaan x_0 dengan kovariansi kesalahan estimasi awal P_0. Adakalanya pada suatu sistem tidak dapat diperoleh informasi awal dari variabel keadaan x_0 dengan kovariansi kesalahan estimasi awal P_0 atau peneliti memberikan informasi awal tersebut dengan tingkat kepercayaan yang rendah. Pada kasus tersebut, hasil estimasi dari Filter Kalman tidak akurat lagi. Sebagai alternatif, estimasi dapat dilakukan dengan menggunakan Filter Informasi. Estimasi ini dilakukan dengan cara mendefinisikan matriks informasi P_0^{-1} yang merupakan invers dari matriks kovariansi P_0. Filter Informasi ini juga diperlukan pada algoritma penghalusan (*smoothing*).

2.7.1 Filter Kovariansi

Misalkan diberikan suatu sistem dinamik deterministik invarian terhadap waktu:

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k \tag{2.24}$$

dengan pengukuran

$$z_k = Hx_k \tag{2.25}$$

dimana $x_k \in R^n$ adalah variabel keadaan pada waktu k, $u_k \in R^m$ variabel masukan deterministik pada waktu k, $z_k \in R^p$ variabel pengukuran atau keluaran pada waktu k dan A, B, H adalah matriks-matriks konstan dengan ukuran yang bersesuaian.

Pada saat melakukan pengukuran, tidak semua variabel keadaan yang diinginkan dapat terukur, karena mahalnya biaya pengukuran atau tidak memungkinkan dilakukannya pengukuran. Oleh karena itu, untuk mendapatkan semua variabel keadaan yang diinginkan, perlu dilakukan estimasi pada variabel-variabel tersebut.

Estimasi variabel keadaan x_k, $\hat{x}_k$, dapat dilakukan dengan menggunakan estimator:

$$\hat{x}_{k+1} = A\hat{x}_k + L(z_k - H\hat{x}_k) + Bu_k \tag{2.26}$$

dalam estimasi variabel keadaan x_k, nilai dari matriks A, B, dan H telah diketahui, sehingga muncul suatu permasalahan, yaitu bagaimana menentukan matriks observer L sedemikian hingga kesalahan estimasi pada waktu k adalah $\tilde{x}_k = x_k - \hat{x}_k$ atau kesalahan estimasi pada waktu $k + 1$ adalah

$$\begin{aligned}\tilde{x}_{k+1} &= x_{k+1} - \hat{x}_{k+1} \\ &= (A - LH)\tilde{x}_k \end{aligned} \tag{2.27}$$

konvergen ke nol untuk setiap kondisi awal x_0 yang diberikan. Matriks observer L dapat ditentukan jika sistem (2.24) dan (2.25) terobservasi.

Oleh karena tidak ada model matematika dari suatu sistem yang sempurna, yaitu digunakannya asumsi-asumsi untuk membatasi permasalahan serta adanya derau-derau pada sistem yang tidak dapat dimodelkan atau dijadikan sebagai masukan atau input deterministik, dan tidak ada peralatan pengukuran yang betul-betul tepat hasil pengukurannya melainkan mempunyai faktor kesalahan pengukuran atau derau pengukuran, maka perlu ditambahkan faktor stokastik pada model dinamik (2.24) dan model pengukuran (2.25), sehingga model dinamik (2.24) dan model pengukuran (2.25) tersebut secara umum dapat ditulis kedalam sistem dinamik stokastik diskrit:

$$x_{k+1} = A_k x_k + B_k u_k + G_k w_k \tag{2.28}$$

dengan pengukuran

$$z_k = H_k x_k + v_k \tag{2.29}$$

dimana $w_k \in R^p$ derau pada sistem yang merupakan besaran stokastik pada waktu k, $v_k \in R^m$ derau pada pengukuran yang merupakan besaran stokastik pada waktu k. Derau pada sistem dan pengukuran, w_k dan v_k, adalah derau putih (*white noise*) dengan *mean* nol dan *covariance* masing-masing adalah $Q_k \geq 0$ dan $R_k > 0$ sedemikian hingga $w_k \sim (0, Q)$, $v_k \sim (0, R)$ dan tidak berkorelasi satu sama lain.

Pada sistem dinamik stokastik diskrit yang nampak pada persamaan (2.28) dan (2.29) tidak dapat dilakukan estimasi variabel keadaan x_k dengan cara membentuk sistem dinamik kesalahan estimasi seperti pada persamaan (2.27), karena kesalahan estimasi sistem dinamik stokastik diskrit tidak konvergen, sehingga estimasi variabel keadaan sistem dinamik stokastik diskrit dapat dilakukan dengan menggunakan Filter Kalman.

Pada Filter Kalman, penaksiran dilakukan dengan cara memprediksi variabel keadaaan berdasarkan sistem dinamik yang disebut dengan tahap prediksi dan selanjutnya berdasarkan data-data pengukuran dilakukan koreksi untuk memperbaiki hasil estimasi yang disebut dengan tahap koreksi. Hasil koreksi yang diperoleh digunakan sebagai informasi untuk prediksi berikutnya. Tahap prediksi dan koreksi dilakukan secara rekursi.

Misalkan diberikan estimasi awal dari variabel keadaan x_k yaitu $\hat{x}_0 = \bar{x}_0 = E(x_0)$ dengan kovariansi kesalahan estimasi awal $E([x_0 - \hat{x}_0][x_0 - \hat{x}_0]^T) = P_0$. Maka estimasi variabel keadaan x_k adalah mean dari x_k dan kovariansi kesalahan estimasi variabel keadaan x_k adalah kovarian dari kesalahan estimasi pada waktu k

sehingga estimasi variabel keadaan x_{k+1} diberikan oleh persamaan (2.30) di bawah ini:

$$\hat{x}_{k+1} = \bar{x}_{k+1} = E(x_{k+1}) = E(A_k x_k + B_k u_k + G_k w_k)$$
$$= A_k \hat{x}_k + B_k u_k \qquad (2.30)$$

sedangkan kovariansi kesalahan estimasi variabel keadaan x pada waktu $k+1$, diberikan oleh persamaan

$$P_{k+1} = \mathrm{cov}(\tilde{x}_{k+1}, \tilde{x}_{k+1}{}^T) = E\left[(x_{k+1} - \hat{x}_{k+1})(x_{k+1} - \hat{x}_{k+1})^T\right]$$
$$= E\left[(x_{k+1} - \bar{x}_{k+1})(x_{k+1} - \bar{x}_{k+1})^T\right]$$
$$= E\begin{bmatrix} (A_k x_k + B_k u_k + G_k w_k - (A_k \bar{x}_k + B_k u_k)) \cdot \\ (A_k x_k + B_k u_k + G_k w_k - (A_k \bar{x}_k + B_k u_k))^T \end{bmatrix}$$
$$= A_k P_k A_k{}^T + G_k Q_k G_k{}^T \qquad (2.31)$$

Persamaan (2.30) dan (2.31) berturut-turut merupakan suatu estimasi keadaan Filter Kalman pada tahap prediksi dan kovariansi kesalahan estimasi Filter Kalman pada tahap prediksi. Didefinisikan $P_k(-)$ sebagai kovariansi kesalahan estimasi variabel keadaan x_k pada tahap prediksi, dan P_k sebagai kovariansi kesalahan estimasi variabel keadaan x_k pada tahap pengukuran (tahap koreksi), sedangkan $\hat{x}_k(-)$ sebagai estimasi keadaan pada tahap prediksi dan $\hat{x}_k$ sebagai estimasi keadaan pada tahap pengukuran. Sehingga algoritma Filter Kalman secara lengkap dapat dituliskan dalam bentuk algoritma dibawah ini :

- **Tahap prediksi**

  Estimasi : $\hat{x}_{k+1}(-) = A_k \hat{x}_k + B_k u_k$

  Kovarian Error : $P_{k+1}(-) = A_k P_k A_k{}^T + G_k Q_k G_k{}^T$

- **Tahap koreksi**

  Estimasi :

  $$\hat{x}_{k+1} = \hat{x}_{k+1}(-) + K_{k+1}\left[z_{k+1} - H_k \hat{x}_{k+1}(-)\right]$$

  Kovarian Error :

  $$P_{k+1} = (I - K_{k+1} H_k) P_{k+1}(-)$$

  Kalman Gain (koefisien bobot residual) :

$$K_{k+1} = P_{k+1}(-)H_k^T\left(H_k P_{k+1}(-)H_k^T + R_{k+1}\right)^{-1}$$

2.7.2 Filter Informasi

Tidak semua sistem dinamik stokastik mempunyai informasi awal variabel keadaan. Jika informasi awal variabel keadaan tidak diketahui atau tingkat kepercayaan estimasi awal cukup kecil, maka Filter Kalman tidak dapat dipergunakan untuk mengestimasi variabel keadaan x_k. Dalam hal ini, estimasi dapat dilakukan dengan menggunakan algoritma Filter Informasi. Didalam Filter Informasi akan terlihat bahwa arah alami untuk aliran waktu adalah mundur.

Akan didapatkan suatu filter yang memberikan estimasi terbaik untuk x_k yang diberikan oleh data yang berada dalam interval waktu $k < j \leq N$. Diasumsikan $|A| \neq 0$, berdasarkan persamaan (2.28) maka persamaan vektor keadaan, x_k, adalah:

$$A_k x_k = x_{k+1} - B_k u_k - G_k w_k$$

$$x_k = A_k^{-1} x_{k+1} - A_k^{-1} B_k u_k - A_k^{-1} G_k w_k \quad (2.32)$$

Persamaan vektor keadaan (2.32) merupakan suatu bentuk persamaan rekursi untuk pengurangan k dimulai pada $k = N$. Pada waktu k, sebelum data z_k dimasukkan, terdapat suatu estimasi sebelumnya $\hat{x}_k(-)$. Setelah data z_k dimasukkan kedalam persamaan vektor keadaan maka akan didapatkan estimasi selanjutnya $\hat{x}_k$.

Estimasi variabel keadaan x_k adalah mean dari x_k dan kovariansi kesalahan estimasi variabel keadaan x_k adalah kovarian dari kesalahan estimasi pada waktu k, sehingga estimasi variabel keadaan x_k pada tahap prediksi diberikan oleh persamaan:

$$\hat{x}_k = \bar{x}_k = E(x_k) = E\left(A_k^{-1} x_{k+1} - A_k^{-1} B_k u_k - A_k^{-1} G_k w_k\right)$$

$$= A_k^{-1} \hat{x}_{k+1} - A_k^{-1} B_k u_k \quad (2.33)$$

dan kovariansi kesalahan estimasi variabel keadaan x_k pada tahap prediksi diberikan oleh persamaan:

$$P_k = \text{cov}\left(\tilde{x}_k, \tilde{x}_k^{\,T}\right) = E\left[(x_k - \hat{x}_k)(x_k - \hat{x}_k)^T\right]$$
$$= E\left[(x_k - \bar{x}_k)(x_k - \bar{x}_k)^T\right]$$
$$= E\begin{bmatrix}\left(A_k^{-1}x_{k+1} - A_k^{-1}B_k u_k - A_k^{-1}G_k w_k - \left(A_k^{-1}\hat{x}_{k+1} - A_k^{-1}B_k u_k\right)\right)\bullet \\ \left(A_k^{-1}x_{k+1} - A_k^{-1}B_k u_k - A_k^{-1}G_k w_k - \left(A_k^{-1}\hat{x}_{k+1} - A_k^{-1}B_k u_k\right)\right)^T\end{bmatrix}$$
$$= A_k^{-1}\left(P_{k+1} + G_k Q_k G_k^{\,T}\right)A_k^{-T} \qquad (2.34)$$

Didefinisikan $P_k(-)$ sebagai kovariansi kesalahan estimasi variabel keadaan x_k pada tahap prediksi, dan P_k sebagai kovariansi kesalahan estimasi variabel keadaan x_k pada tahap pengukuran. Sehingga kovariansi kesalahan estimasi variabel keadaan x_k pada tahap prediksi diberikan oleh persamaan:

$$P_k(-) = A_k^{-1}\left(P_{k+1} + G_k Q_k G_k^{\,T}\right)A_k^{-T}$$

Diberikan kovariansi kesalahan estimasi variabel keadaan x_k pada tahap koreksi adalah sebagai berikut:

$$P_k^{-1} = \left(P_k(-)\right)^{-1} + H_k^{\,T} R_k^{-1} H_k \qquad (2.35)$$

Diketahui $A_k^{-T} \underline{\underline{\Delta}} \left(A_k^{-1}\right)^T$, dengan menggunakan lemma invers matriks

$$\left(A_{11}^{-1} + A_{12}A_{22}A_{21}\right)^{-1} = A_{11} - A_{11}A_{12}\left(A_{21}A_{11}A_{12} + A_{22}^{-1}\right)^{-1} A_{21}A_{11}$$

dan definisi matrik informasi

$$S_k \underline{\underline{\Delta}} P_k^{-1} \qquad (2.36)$$

$$S_k(-) \underline{\underline{\Delta}} \left(P_k(-)\right)^{-1} \qquad (2.37)$$

maka persamaan (2.34) dan persamaan (2.35) dapat ditulis kembali ke dalam bentuk persamaan

$$S_k(-) = A_k^{\,T}\left[S_{k+1} - S_{k+1}G_k\left(G_k^{\,T} S_{k+1} G_k + Q_k^{-1}\right)^{-1} G_k^{\,T} S_{k+1}\right]A_k \qquad (2.38)$$

$$S_k = S_k(-) + H_k^{\,T} R_k^{-1} H_k \qquad (2.39)$$

persamaan (2.38) dan persamaan (2.39) berturut-turut adalah kovariansi kesalahan estimasi variabel keadaan x_k pada tahap

prediksi dan kovariansi kesalahan variabel keadaan x_k pada tahap koreksi dari Filter Informasi.
Didefinisikan matriks gain:

$$K_k = S_{k+1} G_k \left(G_k^T S_{k+1} G_k + Q_k^{-1} \right)^{-1} \quad (2.40)$$

selanjutnya persamaan (2.40) disubstitusikan kedalam persamaan (2.38) sehingga kovariansi kesalahan variabel keadaan x_k pada tahap prediksi menjadi:

$$S_k(-) = A_k^T \left(I - K_k G_k^T \right) S_{k+1} A_k \quad (2.41)$$

Didefinisikan variabel keadaan untuk Filter Informasi

$$\hat{y}_k = P_k^{-1} \hat{x}_k = S_k \hat{x}_k \quad (2.42)$$

atau

$$\hat{y}_k(-) = \left(P_k(-) \right)^{-1} \hat{x}_k(-) = S_k^- \hat{x}_k(-) \quad (2.43)$$

dan *measurement update* pada Filter Kalman adalah

$$P_k^{-1} \hat{x}_k = \left(P_k(-) \right)^{-1} \hat{x}_k^- + H_k^T R_k^{-1} z_k \quad (2.44)$$

sehingga persamaan variabel keadaan untuk Filter Informasi berbentuk

$$\hat{y}_k = \hat{y}_k(-) + H_k^T R_k^{-1} z_k \quad (2.45)$$

Persamaan (2.45) merupakan suatu estimasi keadaan Filter Informasi pada tahap koreksi. Sedangkan estimasi kedaan Filter Informasi pada tahap prediksi berdasarkan persamaan (2.33) dan persamaan (2.42), diberikan oleh persamaan

$$\hat{y}_k(-) = S_k(-) A_k^{-1} \left(S_{k+1}^{-1} \hat{y}_{k+1} - B_k u_k \right) \quad (2.46)$$

mensubstitusikan persamaan (2.41) ke dalam persamaan (2.46) menghasilkan persamaan

$$\hat{y}_k(-) = A_k^T \left(I - K_k G_k^T \right) \left(\hat{y}_{k+1} - S_{k+1} B_k u_k \right) \quad (2.47)$$

Persamaan (2.39), (2.40), (2.45) dan (2.47) merupakan suatu algoritma Filter Informasi. Dari penjelasan diatas dapat dituliskan suatu bentuk algoritma Filter Informasi secara lengkap, sebagai berikut :

- **Tahap prediksi**

  Estimasi : $\hat{y}_k(-) = A_k^T \left(I - K_k G_k^T \right) \left(\hat{y}_{k+1} - S_{k+1} B_k u_k \right)$

Kovarian Error : $S_k(-) = A_k^T \left(I - K_k G_k^T\right) S_{k+1} A_k$

- **Tahap koreksi**

  Estimasi : $\hat{y}_k = \hat{y}_k(-) + H_k^T R_k^{-1} z_k$

  Kovarian Error : $S_k = S_k(-) + H_k^T R_k^{-1} H_k$

  Kalman Gain (koefisien bobot residual) :

$$K_k = S_{k+1} G_k \left(G_k^T S_{k+1} G_k + Q_k^{-1}\right)^{-1}$$

2. 8 *Smoothing*

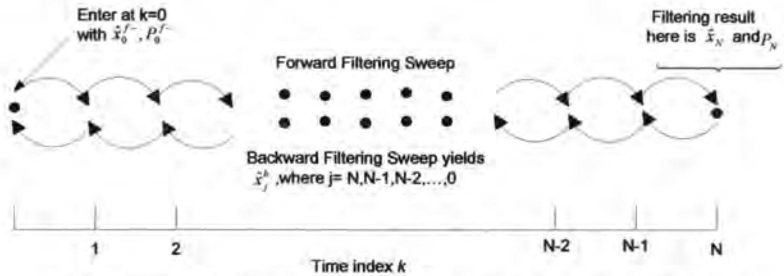
Misalkan data tersedia sepanjang interval waktu (0,N]. Penentuan estimasi keadaan $\hat{x}_k$ untuk $k \in (0, N)$ menggunakan seluruh data, sebelum dan sesudah, disebut penghalusan (*smoothing*). Penghalusan dapat diklasifikasikan kedalam tiga kategori, yaitu *fixed-interval smoothing, fixed-point smoothing* dan *fixed-lag smoothing*. Dalam tugas akhir ini, jenis *smoothing* yang digunakan adalah *fixed-interval smoothing*.

2.8.1 *Fixed Interval Smoothing*

Fixed-interval smoothing merupakan suatu penghalusan dimana interval pengukuran telah ditentukan. Penentuan estimasi keadaan optimal *fixed-interval smoothing* adalah dengan menggunakan seluruh data, sebelum dan sesudah, sepanjang interval waktu (0,N].

Untuk mendapatkan estimasi keadaan optimal $\hat{x}_k$ pada waktu k di dalam interval waktu (0,N] akan digunakan nilai dari data z_j dalam interval waktu $0 < j \leq k$ dan $k < j \leq N$. Estimasi keadaan x_k dengan menggunakan data z_j yang berada pada interval waktu $0 < j \leq k$ merupakan suatu estimasi keadaan maju (filter maju), $\hat{x}_k^f$, dan dikatakan estimasi keadaan mundur (filter mundur), $\hat{x}_k^b$, jika vektor keadaan x_k diestimasi dengan menggunakan data z_j selama selang waktu $k < j \leq N$. Estimasi keadaan optimal diperoleh dengan cara menggabungkan estimasi keadaan maju

$\hat{x}_k^f$ dan mundur $\hat{x}_k^{b-}$, sedangkan kovariansi kesalahan estimasi keadaan dari seluruh data diperoleh melalui penggabungan kovariansi kesalahan estimasi keadaan maju dan mundur. Penjelasan tersebut diatas dapat digambarkan kedalam betuk diagram waktu berikut ini:



Gambar 2.7 Prosedur Langkah Pengerjaan *Fixed Interval Smoothing*

Penghalusan dengan pendekatan maju merupakan suatu bentuk dari Filter Kalman, sedangkan penghalusan dengan pendekatan mundur merupakan suatu bentuk dari Filter Informasi. Didalam algoritma Filter Kalman dan Filter Informasi akan muncul suatu *superscript* "*f*" dan "*b*" dimana *superscript* tersebut memiliki arti *forward* (maju) untuk "*f*" dan *backward* (mundur) untuk "*b*.

Misalkan Filter Kalman telah dijalankan dalam interval waktu [0,N] untuk setiap k berdasarkan pada data z_j selama interval $0 < j \le k$ sehingga didapatkan estimasi keadaan maju $\hat{x}_k^f$, dan Filter Informasi, secara terpisah, telah dijalankan mundur untuk setiap k menggunakan data z_j selama interval $k < j \le N$ untuk mendapatkan suatu estimasi keadaan mundur $\hat{x}_k^{b-}$.

Estimasi keadaan optimal $\hat{x}_k$ dan kovariansi kesalahan dari seluruh data diperoleh melalui penggabungan estimasi keadaan maju $\hat{x}_k^f$ dan mundur $\hat{x}_k^{b-}$, serta penggabungan kovariansi kesalahan maju dan mundur. Sehingga proses penghalusan optimal, yang dibangun oleh Filter Kalman, Filter Informasi dan penghalusan, dapat digambarkan kedalam algoritma dibawah ini. Algoritma penghalusan secara lengkap adalah:

- **Model Sistem dan Model Data Pengukuran**:

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + Gw_k,$$

$$z_k = Hx_k + v_k,$$

$$x \sim (\overline{x_0}, P_0),\ w_k \sim (0, Q),\ v_k \sim (0, R).$$

x_0, w_k, v_k tidak berkorelasi

- **Filter Maju**:

Inisialisasi $\hat{x}_0{}^f = \bar{x}_0, \qquad P_0^f = P_0$

Tahap Prediksi

Estimasi: $\hat{x}_{k+1}{}^f(-) = A_k \hat{x}_k{}^f + B_k u_k$

Kovarian Error: $P_{k+1}{}^f(-) = A_k P_k{}^f A_k{}^T + G_k Q_k G_k{}^T$

Tahap Koreksi

Estimasi: $\hat{x}_k^f = \hat{x}_k{}^f(-) + K_k^f\left(z_k - H_k \hat{x}_k{}^f(-)\right)$

Kovarian Error: $P_k^f = \left(I - K_k^f H_k\right) P_k{}^f(-)$

Kalman Gain: $K_k^f = P_k{}^f(-) H_k{}^T \left(H_k P_k{}^f(-) H_k{}^T + R_k\right)^{-1}$

- **Filter Mundur**:

Inisialisasi $\hat{y}_N(-) = 0, \qquad S_N(-) = 0$

Tahap Prediksi

Estimasi: $\hat{y}_k(-) = A_k{}^T\left(I - K_k^b G_k{}^T\right)\left(\hat{y}_{k+1} - S_{k+1} B_k u_k\right)$

Kovarian Error: $S_k(-) = A_k{}^T\left(I - K_k^b G_k{}^T\right) S_{k+1} A_k$

Kalman Gain: $K_k^b = S_{k+1} G_k \left(G_k{}^T S_{k+1} G_k + Q_k{}^{-1}\right)^{-1}$

Tahap Koreksi

Estimasi: $\hat{y}_k = \hat{y}_k(-) + H_k{}^T R_k{}^{-1} z_k$

Kovarian Error: $S_k = S_k(-) + H_k{}^T R_k{}^{-1} H_k$

- **Penghalusan**:

Estimasi: $\hat{x}_k = \left(I - K_k\right)\hat{x}_k{}^f + P_k \hat{y}_k(-)$

Kovarian Error: $P_k = (I - K_k)P_k^f$

Kalman Gain: $K_k = P_k^f S_k(-)\left(I + P_k^f S_k(-)\right)^{-1}$

2. 9 *Extended Kalman Filter (EKF)*

Filter Kalman yang menggabungkan data pengukuran dan model prediksi hanya bisa digunakan jika sistem diskrit linier, padahal pada keadaan yang sesungguhnya, seringkali ditemukan sistem dinamik kontinu dan sistem dinamik yang tidak linier. Untuk sistem semacam ini, Filter Kalman tidak bisa secara langsung diterapkan. Oleh karena itu diperlukan pendekatan lain yang merupakan perluasan dari Filter Kalman, yaitu *Extended Kalman Filter*. *Extended Kalman Filter* dapat digunakan untuk sistem yang tak linier dan juga pada sistem yang kontinu. Dalam *Extended Kalman Filter* sistem semacam ini perlu dilinierisasi (apabila sistem tidak linier), pendiskritan sistem (apabila sistem kontinu), dan beberapa tahapan lain.

Apabila sebuah sistem mempunyai model pengukuran yang tidak linier, maka model pengukuran tersebut memenuhi persamaan sebagai berikut:

$$z_k = h(x(t_k), k) + v_k \tag{2.48}$$

dengan,

z_k : vektor pengukuran atau keluaran

v_k : *white noise* pada sistem yang merupakan besaran stokastik pada waktu k yang mempunyai *mean* 0 dan *variance* R

$h(x(t_k), t_k)$: merupakan matrik yang mempengaruhi pengukuran dengan dimensi yang bersesuaian.

2. 10 Uji Normalitas Data

Salah satu uji formal yang dapat digunakan untuk menguji apakah suatu data menyebar normal adalah uji keselarasan sampel-tunggal Kolmogorov-Smirnov. Apabila diterapkan uji keselarasan sampel-tunggal Kolmogorov-Smirnov, maka ada dua buah fungsi *distribusi kumulatif* yang harus diperhatikan, yaitu distribusi kumulatif yang dihipotesakan dan distribusi kumulatif yang teramati. Distribusi kumulatif dinotasikan dengan $F(x)$.

Apabila sebuah sampel diambil secara acak (*random*) dari suatu distribusi $F(x)$ yang belum diketahui, maka akan dipastikan apakah $F(x)=F_0(x)$ untuk semua nilai x. $F_0(x)$ adalah fungsi distribusi yang dihipotesiskan (fungsi peluang kumulatif). Jika $S(x)=F_0(x)$ diharapkan terdapat kecocokan yang erat antara $F_0(x)$ dan $S(x)$, dimana $S(x)$ adalah fungsi distribusi sampel (teramati) atau fungsi distribusi empirik.

Uji sampel Kolmogorov-Smirnov dapat diringkas kedalam langkah-langkah berikut ini :

1. Asumsi-asumsi
   Data terdiri atas hasil-hasil pengamatan bebas $x_1, x_2, \ldots, x_n$, yang merupakan sampel acak berukuran n dari suatu fungsi distribusi yang belum diketahui dan dinyatakan dengan $F(x)$.
2. Hipotesis
   $H_0 : F(x) = F_0(x)$
   $H_1 : F(x) \neq F_0(x)$
3. Statistik Uji
   $$D = \sup_x |S(x) - F_0(x)|$$
   Apabila kedua fungsi tersebut disajikan secara grafik, D adalah jarak vertikal terjauh antara $S(x)$ dan $F_0(x)$.
4. Kaidah Pengambilan Keputusan
   Menolak H_0 pada taraf nyata α jika statistik uji D lebih besar dari $D_{1-\alpha}$ (kuantil 1-α) yang terdapat dalam lampiran 13.

BAB III
METODOLOGI PENELITIAN

BAB III
METODOLOGI PENELITIAN

Penelitian Tugas Akhir ini dilakukan dengan langkah-langkah sebagaimana yang telah disajikan pada Gambar 3.1, yaitu :

3. 1 Tahap Persiapan

Tahap ini merupakan tahap awal dari penelitian, mencakup identifikasi masalah dan pengumpulan informasi awal yang berguna bagi penelitian. Tahap persiapan ini terdiri dari:

1. Identifikasi dan perumusan masalah
   Yaitu bagaimana mendapatkan estimasi nilai volatilitas dengan menggunakan metode penghalusan optimal.
2. Penentuan tujuan penelitian
   Memberikan arah pada pelaksanaan penelitian, menerapkan langkah implementasi penghalusan optimal pada volatilitas untuk mendapatkan harga *European call option.*
3. Studi pustaka
   Merupakan tahap penelusuran referensi yang bersumber pada buku, jurnal atau penelitian-penelitian sebelumnya, yang berkaitan dengan pemecahan masalah yang dihadapi dalam penelitian.

3. 2 Tahap Pengumpulan dan Pengolahan Data

Tahap ini merupakan tahap dimana seluruh data yang diperlukan dikumpulkan dan diolah sesuai dengan metodologi yang telah ditetapkan. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang diperoleh dari internet (*yahoo.com*). Data yang diperoleh merupakan data saham harian *Apple Computer Inc*. Pengambilan data dilakukan setiap 5 menit sekali pada tanggal 16 November 2006 dan tanggal 17 November 2006. Suku bunga yang dipergunakan diperoleh dari *LIBOR* (*London Interbank Offer Rate*). Harga saham yang dipergunakan dalam penelitian ini adalah harga saham yang memiliki nilai lebih besar dari *strike price*.

3. 3 Tahap Pengerjaan Penelitian

Langkah-langkah dalam pengerjaan tahap ini adalah sebagai berikut:

1. Menentukan *Stock Return*
   Pada tahap ini dilakukan estimasi untuk menentukan *stock return* harga saham *Apple Computer Inc.* pada tanggal 16 November 2006 dan tannggal 17 November 2006. Proses untuk menentukan nilai *stock return* mengacu pada persamaan (2.9).
2. Estimasi Parameter Metode *GARCH*(1,1)
   Pada tahap ini dilakukan estimasi parameter *GARCH*(1,1), yaitu parameter ω, α dan β. Proses penentuan parameter tersebut mengacu pada persamaan (2.14).
3. Estimasi *European Call Option* Menggunakan Metode *GARCH*(1,1)
   Pada tahap ini dilakukan estimasi *European call option* dengan mengacu pada persamaan (2.5) dan persamaan (2.6).
4. Estimasi *European Call Option* Menggunakan Metode Penghalusan Optimal
   Pada tahap ini dilakukan estimasi *European call option* dengan menggunakan metode penghalusan optimal. Terdapat beberapa langkah awal dalam mengestimasi nilai *European call option* dengan menggunakan metode penghalusan optimal, langkah tersebut adalah:
   a. Menentukan model dinamik dan model pengukuran
      Model dinamik yang digunakan adalah Model *GARCH* (1,1) dan model pengukuran yang digunakan adalah *market option price*.
   b. Membuat suatu algoritma penghalusan optimal berdasarkan teori penghalusan optimal.
      Algoritma penghalusan optimal terdiri dari algoritma filter maju, filter mundur dan algoritma penghalusan.

- Filter maju

  Algoritma filter maju terdiri dari dua tahap pengerjaan, yaitu tahap prediksi dan tahap koreksi.
  - Tahap prediksi

    Pada tahap ini ditentukan estimasi keadaan dan kovariansi kesalahan estimasi pada tahap prediksi.
  - Menentukan *Kalman gain*

    Pada tahap ini akan dicari *Kalman gain* yang selanjutnya akan digunakan pada tahap koreksi.
  - Tahap koreksi

    Pada tahap ini ditentukan estimasi keadaan dan kovariansi kesalahan estimasi pada tahap koreksi.
- Filter mundur

  Algoritma filter mundur terdiri dari dua tahap pengerjaan, yaitu tahap prediksi dan tahap koreksi.
  - Tahap prediksi

    Pada tahap ini ditentukan estimasi keadaan dan kovariansi kesalahan estimasi pada tahap prediksi.
  - Estimasi tahap koreksi

    Pada tahap ini ditentukan estimasi keadaan dan kovariansi kesalahan estimasi pada tahap koreksi.
  - Menentukan *Kalman gain*

    Pada tahap ini akan dicari *Kalman gain* yang selanjutnya akan digunakan pada tahap prediksi.
- Penghalusan

  Pada estimasi penghalusan, dilakukan langkah penggabungan antara filter maju dan filter mundur, sehingga didapatkan estimasi keadaan *smoothing* (penghalusan), kovariansi kesalahan estimasi *smoothing* (penghalusan) dan *smoother gain.*

c. Mengestimasi nilai *European call option*

Setelah mendapatkan estimasi keadaan, maka langkah selanjutnya adalah mendapatkan nilai volatilitas kemudian dilakukan langkah estimasi nilai *European call option* dengan mengacu pada persamaan (2.5) dan persamaan (2.6).

5. Perbandingan Metode
   Pada tahap ini akan dicari nilai *error* dari seluruh metode yang digunakan untuk mengestimasi nilai *European call option*, antara lain metode *GARCH*(1,1), metode *Extended Kalman Filter* dan metode penghalusan optimal (*Extended Kalman Smoother*) dengan menggunakan *relative price error*.

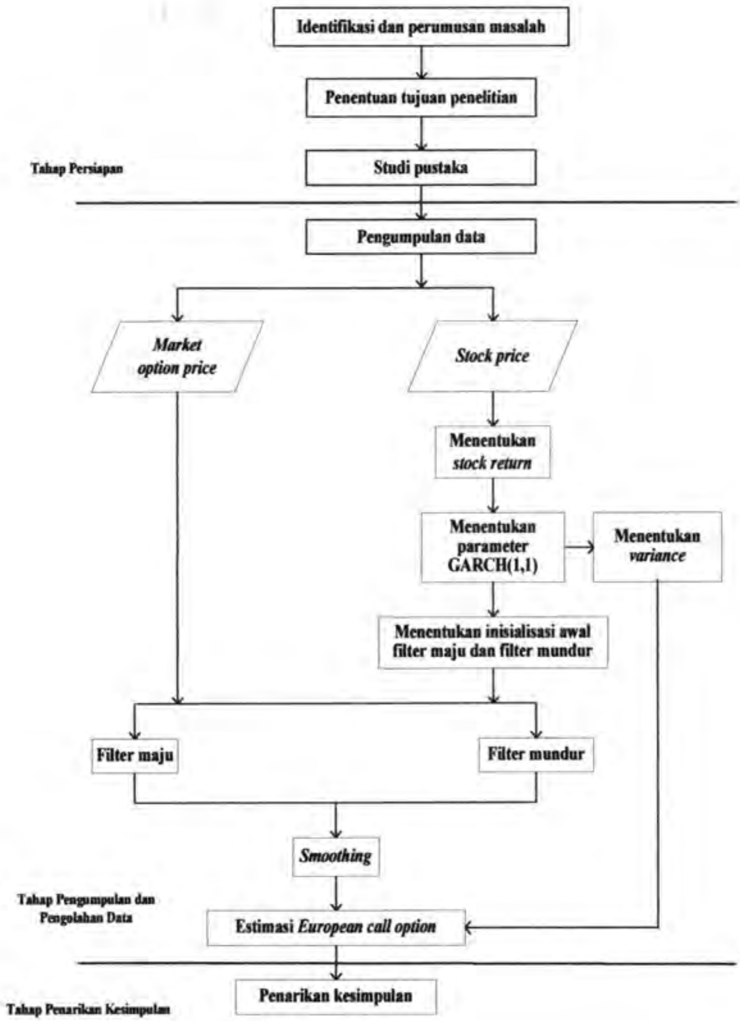
3. 4 Tahap Penarikan Kesimpulan

Tahap penarikan kesimpulan ini merupakan proses terakhir dari pengerjaan penelitian ini, yaitu tahap di mana seluruh tahap persiapan, tahap pengumpulan dan pengolahan data serta tahap pengerjaan penelitian telah terselesaikan, selanjutnya dilakukan penarikan kesimpulan terhadap hasil penelitian yang telah dilakukan.

3. 5 Tahap Penulisan

Membuat dokumentasi secara tertulis dari seluruh kegiatan yang telah dilakukan mulai dari awal hingga terselesaikannya penelitian ini yang direalisasikan dalam bentuk buku laporan Tugas Akhir.

METODOLOGI PENELITIAN



Gambar 3.1 Diagram Alir Metodologi Penelitian

”Halaman ini sengaja dikosongkan”

BAB IV
ESTIMASI HARGA *EUROPEAN CALL OPTION* MENGGUNAKAN METODE PENGHALUSAN OPTIMAL

BAB IV
ESTIMASI HARGA *EUROPEAN CALL OPTION* MENGGUNAKAN METODE PENGHALUSAN OPTIMAL

Di dalam bab ini akan dibahas secara lengkap mengenai tahap-tahap estimasi harga *European call option* dengan menggunakan metode penghalusan optimal.

4. 1 Estimasi *European Call Option*

Sebelum melakukan estimasi *European call option*, terlebih dahulu perlu melakukan estimasi volatilitas karena volatilitas merupakan salah satu parameter yang membangun model *Black-Scholes*, seperti yang telah dijelaskan di dalam bab II dan karena informasi mengenai volatilitas tidak tersedia di dalam bursa saham. Dalam tugas akhir ini, volatilitas diestimasi dengan menggunakan metode *GARCH*(1,1).

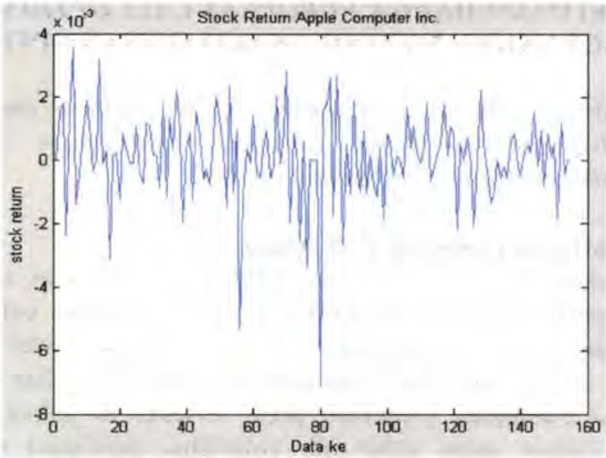
Ada beberapa tahapan yang perlu dilakukan sebelum melakukan estimasi volatilitas dengan menggunakan metode *GARCH*(1,1). Tahap pertama adalah menentukan nilai *stock return*, kemudian dilanjutkan dengan menentukan estimasi parameter *GARCH*(1,1), yaitu parameter ω, α dan β. Tahap ketiga adalah menentukan nilai variance dan tahap terakhir adalah menentukan nilai volatilitas. Setelah nilai volatilitas diperoleh, maka estimasi harga *European call option* dapat dilakukan dengan menggunakan beberapa langkah pengerjaan.

4.1. 1 Menentukan Nilai *Stock Return*

Berdasarkan persamaan (2.9) maka rumus *stock return* diberikan oleh persamaan di bawah ini:

$$u_k = \frac{S_k - S_{k-1}}{S_{k-1}}, S_{k-1} \neq 0$$

sehingga pergerakan *stock return* harga saham *Apple Computer Inc.* menggunakan program Matlab dapat disajikan dalam bentuk gambar 4.1 dibawah ini:



Gambar 4.1 *Stock Return* Saham *Apple Computer Inc.*

sedangkan hasil dari penghitungan *stock return* dapat dilihat pada lampiran 14.

4.1. 2 Pengujian Asumsi

Untuk melakukan simulasi estimasi *call option* pada Model *Black-Scholes*, perlu dilakukan pengujian asumsi terlebih dahulu. Pengujian dilakukan pada *stock return* yang telah diperoleh pada pengerjaan sebelumnya. Dalam uji normalitas ini akan digunakan uji sampel tunggal Kolmogorov-Smirnov. Berikut ini adalah uji normalitas *stock return.*

1. Hipotesa

$H_0 : S(x) = F_0(x)$ (*stock return* berdistribusi normal)

$H_1 : S(x) \neq F_0(x)$ (*stock return* tidak berdistribusi normal)

Dimana :

$S(x)$: fungsi distribusi kumulatif sampel (teramati),

$F_0(x)$: fungsi distribusi kumulatif yang dihipotesakan.

2. Statistik uji :

$$D = \sup_x | S(x) - F_0(x) |$$

$$D = 0{,}107$$

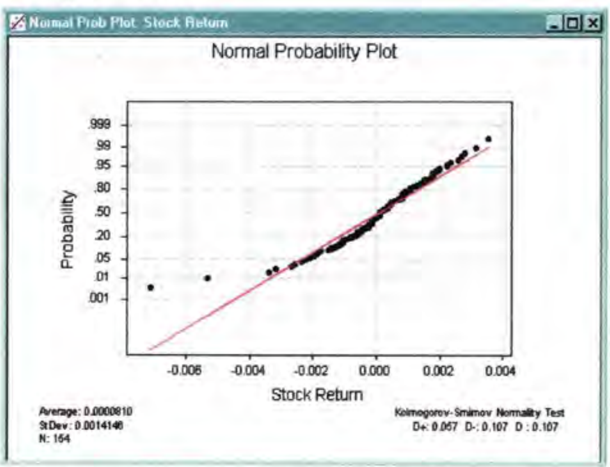
Nilai $D_{1-\alpha}$ untuk uji dua sisi dengan $\alpha = 0.05$ dihitung dengan menggunakan pendekatan $D_{1-\alpha} = {}^{1{,}36}\!/\!_{\sqrt{n}}$, dengan n *stock return* adalah sama dengan 154, maka

$$D_{1-\alpha} = D_{0{,}95} = \frac{1{,}36}{\sqrt{154}} = 0{,}10959$$

3. Keputusan

Karena $D < D_{1-\alpha}$ dengan demikian H_0 diterima, maka dapat disimpulkan bahwa *stock return* berdistribusi normal.

Nilai D apabila disajikan dalam grafik merupakan jarak terjauh antara $S(x)$ dan $F_0(x)$ seperti yang dapat dilihat pada gambar 4.2 dibawah ini. Dari gambar 4.2 secara visual dapat dilihat bahwa *stock return* berdistribusi normal, karena plot data hampir membentuk garis lurus.



Gambar 4.2 *Normal Probability Plot Stock Return*

4.1. 3 Estimasi Parameter Metode *GARCH*(1,1)

Metode *GARCH*(1,1) diberikan oleh persamaan (2.14) dibawah ini:

$$\sigma_k^2 = \omega + \alpha u_{k-1}^2 + \beta \sigma_{k-1}^2$$

dengan σ_k^2 menyatakan *variance*, u_k menyatakan *stock return*, dan ω, α, β merupakan parameter yang membangun metode *GARCH*(1,1). Dengan menggunakan program Matlab pendekatan nilai parameter-parameter ω, α, β menggunakan metode *maximum-likelihood* adalah sebagai berikut:

Tabel 4.1 Nilai Parameter GARCH(1,1)

Parameter	Nilai Estimasi
Omega	0.0000000867033543973 14
Alpha	0.85863466832572966000 0
Beta	0.10360527396598136000 0

4.1. 4 Estimasi *European Call Option* Menggunakan Metode *GARCH*(1,1)

Model *Black-Scholes* digunakan untuk menentukan harga *option*. Nilai *European call option* dapat diperoleh dengan menggunakan persamaan (2.5) dan persamaan (2.6) seperti yang terlihat pada persamaan dibawah ini:

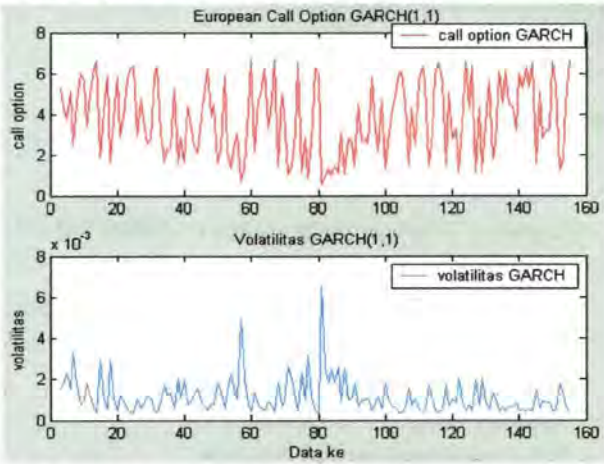
$$c = SN(d_1) - Xe^{-rT} N(d_2)$$

dengan

$$d_1 = \frac{\ln\left(S/X\right) + \left(r + \sigma^2/2\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

dan $$d_2 = \frac{\ln\left(S/X\right) + \left(r - \sigma^2/2\right)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

Dengan memberikan nilai awal untuk $r = 0.0532$, $T = 0.25$ dan $X = 80$, kemudian memasukkan nilai awal tersebut, harga saham dan nilai volatilitas kedalam formula *Black-Scholes*, maka akan didapatkan harga *European call option*. Nilai volatilitas didapatkan dengan cara mengakar-kuadratkan *variance*. Nilai *variance* diperoleh dengan cara iterasi dengan memasukkan parameter ω, α dan β dan nilai *stock return* kedalam persamaan (2.14). Hasil estimasi volatilitas dan *European call option* menggunakan metode *GARCH*(1,1) disajikan oleh gambar 4.3 dibawah ini, sedangkan hasil dari penghitungan volatilitas dan *European call option* menggunakan metode *GARCH*(1,1) dapat dilihat pada lampiran 14 dan lampiran 15.



Gambar 4.3 *European Call Option* dan Volatilitas Menggunakan Metode *GARCH*(1,1)

4.1. 5 Estimasi *European Call Option* Menggunakan Metode Penghalusan Optimal

Sebelum melakukan estimasi *European call option* dengan menggunakan metode penghalusan optimal, terlebih dahulu dilakukan estimasi volatilitas dengan menggunakan metode penghalusan optimal, yang selanjutnya dilakukan estimasi

European call option. Dibawah ini akan dibahas secara lengkap mengenai tahap estimasi volatilitas dan estimasi *European call option* menggunakan metode penghalusan optimal.

4.1.5.1 Model Sistem dan Model Pengukuran

Didalam pengerjaan dengan menggunakan metode penghalusan optimal, dibutuhkan dua model dasar, yaitu model dinamik dan model pengukuran. Model dinamik dalam tugas akhir ini adalah model *GARCH*(1,1) yang diberikan oleh persamaan (2.14) dan model pengukuran pada tugas akhir ini adalah *market option price*. Sehingga algoritma lengkap untuk model dinamik dan model pengukuran dari penghalusan optimal diberikan oleh persamaan dibawah ini:

Model dinamik:

$$v_k = \omega + \alpha u_{k-1}^2 + \beta v_{k-1} + w_k$$

Model pengukuran:

$$c_k = BS(v_k) + z_k$$

dimana:

v_k = Variabel keadaan pada waktu *k*, dalam hal ini adalah *variance*.

u_{k-1}^2 = Vektor masukan deterministik pada waktu *k-1*, dalam hal ini adalah *stock return*.

ω = Omega (parameter model dinamik)

α = Alpha (parameter model dinamik)

β = Beta (parameter model dinamik)

w_k = *Noise* pada sistem dengan *mean* nol dan kovarian Q

$$E\{w_k\} = 0, \quad Cov\{w_k, w_k\} = E(w_k w_k^T) = Q$$

c_k = Vektor pengukuran, yang dalam hal ini adalah *market option price*

z_k = *Noise* pada pengukuran dengan *mean* nol dan kovarian *R*

$$E\{z_k\} = 0, \quad Cov\{z_k, z_k\} = E(z_k z_k^T) = R$$

$BS(v_k)$ = Model yang berasal dari persamaan *Black-Scholes*, yaitu:

$$c = SN(d_1) - Xe^{-rT}N(d_2)$$

dengan:

$$d_1 = \frac{\ln(S_0 / X) + (r + v/2)T}{\sqrt{vT}}$$

dan $$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

4.1.5.2 Estimasi *Call Option*

Metode penghalusan optimal adalah metode yang dibangun oleh Filter Kalman, Filter Informasi dan penghalusan. Didalam estimasi penghalusan optimal, variabel keadaan v_n diestimasi melalui tiga tahap pengestimasian. Tahap pertama melakukan estimasi maju yang selanjutnya disebut dengan filter maju (Filter Kalman), tahap kedua adalah melakukan estimasi mundur yang selanjutnya disebut dengan istilah filter mundur (Filter Informasi), kemudian tahap terakhir adalah melakukan estimasi penghalusan.

Didalam estimasi maju dan estimasi mundur terdapat dua langkah estimasi untuk mengestimasi variabel keadaan v_k, langkah pertama adalah mengestimasi variabel keadaan berdasarkan model dinamik yang kemudian disebut dengan tahap prediksi, dan tahap kedua adalah mengestimasi variabel keadaan v_k dengan data pengukuran, yaitu *market option price*, yang selanjutnya disebut dengan tahap koreksi. Algoritma filter maju, filter mundur dan penghalusan optimal diberikan oleh persamaan di bawah ini:

1. Filter Maju
   - Tahap prediksi

     $$v_k(-) = \omega + \alpha\, u_{k-1}^2 + \beta\, v_{k-1}(-)$$

     $$P_k(-) = \beta^2 P_{k-1} + Q$$

- Tahap koreksi

Pada tahap koreksi, hasil pengamatan baru, $c_k(-)$, dan data pengukuran digunakan untuk memperbarui estimasi variabel keadaan, v_k, sehingga didapatkan estimasi variabel keadaan baru. Karena model pengukuran pada persamaan (3.1) tidak linier, maka perlu untuk melakukan linierisasi pada pengukuran. Proses linierisasi dilakukan dengan cara menderetkan taylor orde satu. Hasil penderetan dari deret taylor secara langsung merujuk dari paper [6] adalah sebagai berikut:

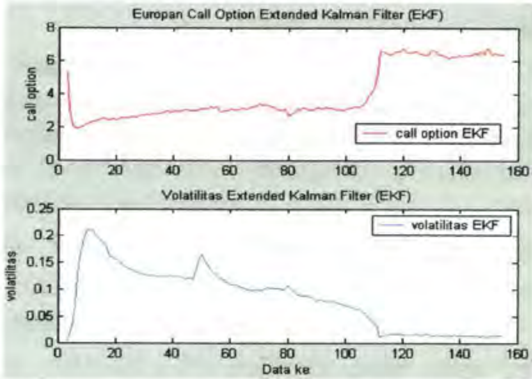
$$H_k = 0.5S_0 v_k(-)^{-\frac{1}{2}} T^{\frac{1}{2}} N(d_1)$$

$$K_k = \frac{P_k(-)H_k}{P_k(-)H_k^2 + R}$$

$$P_k = (1 - K_k H_k)P_k(-)$$

$$v_k = v_k(-) + K_k(c_k - c_k(-))$$

Didalam filter maju, model dinamik dan model pengukuran dikerjakan maju sepanjang interval waktu tertentu, yaitu (0,155]. Diberikan inisialisasi awal pada proses filter maju, yaitu: $Q = 10^{-8}$ merupakan kovariansi *white noise* w_k, $R = 10^{-7}$ merupakan kovariansi *white noise* v_k, $v_1(-) = v_2(-) = 0, v_3(-) = u_2{}^2$ merupakan *variance* (v) pada tahap prediksi, $v_1 = v_2 = 0$ merupakan *variance* (v) pada tahap koreksi, $P_1(-) = P_2(-) = 10^{-7}$ merupakan kovariansi kesalahan estimasi pada tahap prediksi, $P_1 = P_2 = 10^{-6}$ merupakan kovariansi kesalahan estimasi pada tahap koreksi, $t = 0.25$ merupakan *maturity date*, $r = 0.0532$ merupakan suku bunga bebas resiko, $X = 80$ merupakan *strike price*, $\omega = 0.00000008670335439731\,4$, $\alpha = 0.85863466832572966$ dan $\beta = 0.10360527396598136$ merupakan parameter *GARCH*(1,1). Gambar 4.4 dibawah ini memperlihatkan hasil estimasi volatilitas dan *European call option* menggunakan metode *Extended Kalman Filter*.



Gambar 4.4 *European Call Option* dan Volatilitas Menggunakan Metode *Extended Kalman Filter*

Sedangkan hasil dari penghitungan volatilitas dan *European call option* menggunakan metode *Extended Kalman Filter* dapat dilihat pada lampiran 14 dan lampiran 15.

2. Filter Mundur
   - Tahap prediksi

$$y_k(-) = \beta\ (1 - K_k)\left(y_{k+1} - \alpha\ S_{k+1}\, u_k^{\ 2}\right)$$

$$S_k(-) = \beta^{\ 2}(1 - K_k)S_{k+1}$$

dimana $v_k(-) = S_k(-)^{-1} \cdot Y_k(-)$

dan $P_k(-) = S_k(-)^{-1}$

   - Tahap koreksi

$$H_k = 0.5 S_0 v_k(-)^{-\frac{1}{2}} T^{\frac{1}{2}} N(d_1)$$

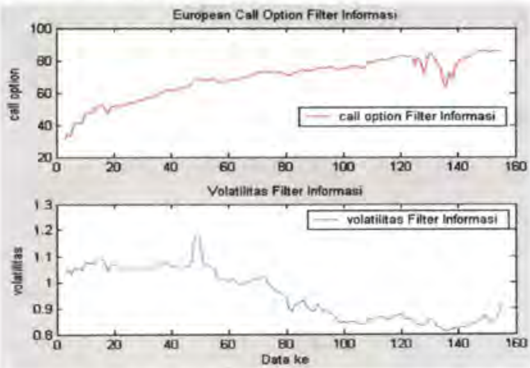
$$K_k = \frac{S_{k+1}}{S_{k+1} + 1/Q}$$

$$y_k = y_k(-) + \frac{H_k c_k}{R}$$

$$S_k = S_k(-) + \frac{H_k^{\ 2}}{R}$$

dimana $v_k = S_k^{-1} \cdot y_k$ dan $P_k = S_k^{-1}$

Didalam filter mundur, estimasi dilakukan dengan menggunakan pendekatan mundur yaitu model dinamik dan model pengukuran dikerjakan mundur sepanjang interval waktu tertentu, yaitu (0,155]. Diberikan inisialisasi awal pada filter mundur, yaitu: $y_1(-) = y_2(-) = 0$ merupakan variabel keadaan filter mundur pada tahap prediksi, $y_1 = y_2 = 0$ merupakan variabel keadaan filter mundur pada tahap koreksi, $S_1(-) = S_2(-) = 0.1$ merupakan kovariansi kesalahan estimasi filter mundur pada tahap prediksi, $S_1 = S_2 = 0.1$ merupakan kovariansi kesalahan estimasi filter mundur pada tahap koreksi, $S_{155}(-) = 0.01$ merupakan kovariansi kesalahan estimasi filter mundur saat t=155 pada tahap prediksi, $y_{155}(-) = 0.1$ merupakan variabel keadaan filter mundur saat t=155 pada tahap prediksi, nilai variabel keadaan filter mundur dan nilai kovariansi kesalahan estimasi filter mundur saat t=155 tidak dianggap nol, karena jika $S_{155}(-)$ dan $y_{155}(-)$ sama dengan nol, maka v_k dan P_k akan tak terdefinisi. Gambar 4.5 dibawah ini memperlihatkan hasil estimasi volatilitas dan *European call option* menggunakan metode filter mundur (Filter Informasi).



Gambar 4.5 *European Call Option* dan Volatilitas Menggunakan Metode Filter Informasi

3. *Smoothing*

Dalam proses penghalusan dilakukan penggabungan antara filter maju dan filter mundur. Algoritma penghalusan secara lengkap adalah sebagai berikut:

- Model sistem dan model pengukuran

  Model sistem : $v_k = \omega + \alpha u_{k-1}^2 + \beta v_{k-1} + w_k$

  Model pengukuran : $c_k = BS(v_k) + z_k$

- Filter maju

  Tahap prediksi :

$$v_k(-) = \omega + \alpha\ u_{k-1}^2 + \beta\ v_{k-1}(-)$$

$$P_k(-) = \beta^{\,2} P_{k-1} + Q$$

  Tahap koreksi :

$$H_k = 0.5 S_0 v_k(-)^{-1/2} T^{1/2} N(d_1)$$

$$K_k = \frac{P_k(-) H_k}{P_k(-) H_k^2 + R}$$

$$P_k = (1 - K_k H_k) P_k(-)$$

$$v_k = v_k(-) + K_k (c_k - c_k(-))$$

- Filter mundur

  Tahap prediksi

$$y_k(-) = \beta\ (1 - K_k)\left(y_{k+1} - \alpha\ S_{k+1} u_k^{\,2}\right)$$

$$S_k(-) = \beta^{\,2}(1 - K_k) S_{k+1}$$

  Tahap koreksi

$$H_k = 0.5 S_0 v_k(-)^{-1/2} T^{1/2} N(d_1)$$

$$K_k = \frac{S_{k+1}}{S_{k+1} + \dfrac{1}{Q}}$$

$$y_k = y_k(-) + \frac{H_k c_k}{R}$$

$$S_k = S_k(-) + \frac{H_k^{\ 2}}{R}$$

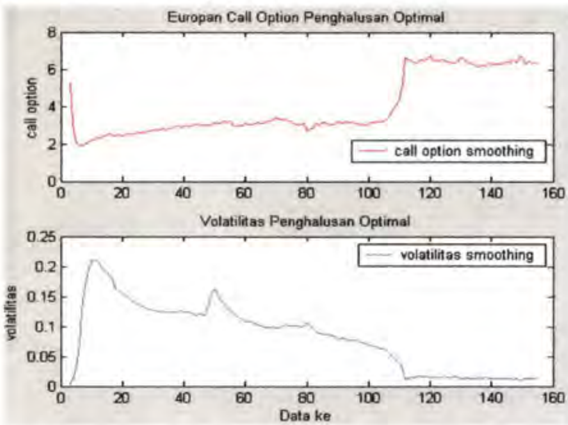
- Penghalusan

$$v_k = (1 - K_k)v_k^{\ f} + P_k y_k(-)$$

$$P_k = (1 - K_k)P_k^{\ f}$$

$$K_k = \frac{P_k^{\ f} S_k(-)}{(1 + P_k^{\ f} S_k(-))}$$

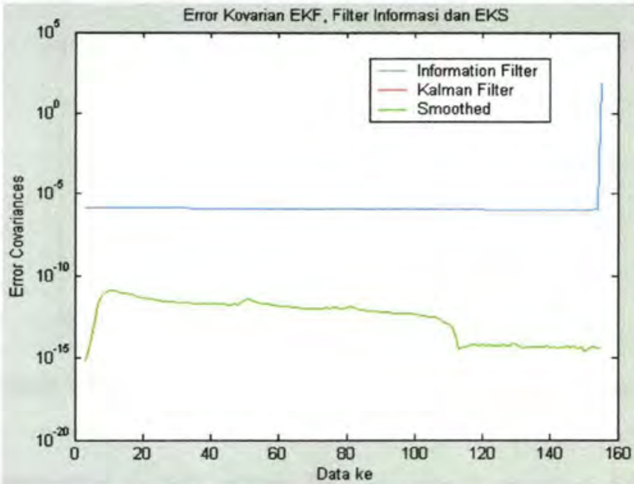
dimana $v_k^{\ f}, P_k^{\ f}$ berturut-turut adalah variabel keadaan dan kovariansi kesalahan pada tahap koreksi pada filter maju. Gambar 4.6 dibawah ini memperlihatkan hasil estimasi volatilitas dan *European call option* menggunakan metode penghalusan optimal, sedangkan hasil penghitungan volatilitas dan *European call option* menggunakan metode penghalusan optimal dapat dilihat pada lampiran 14 dan lampiran 15.



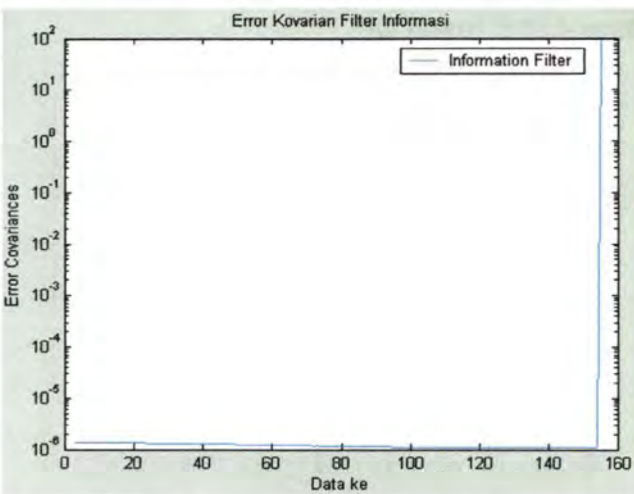
Gambar 4.6 *European Call* Option dan Volatilitas Menggunakan Metode Penghalusan Optimal

Hasil plot kovariansi kesalahan tiga metode, yaitu: *Extended Kalman Filter*, Filter Informasi dan penghalusan optimal

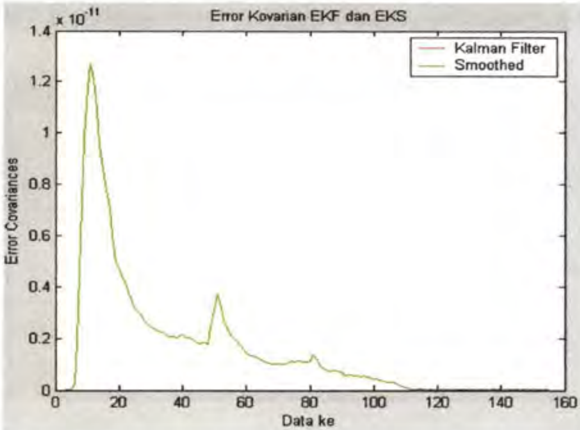
(*Extended Kalman Smoothing*) nampak pada gambar 4.7 dibawah ini:



Gambar 4.7 Kovariansi Kesalahan Estimasi *Extended Kalman Filter*, Filter Informasi dan Penghalusan Optimal

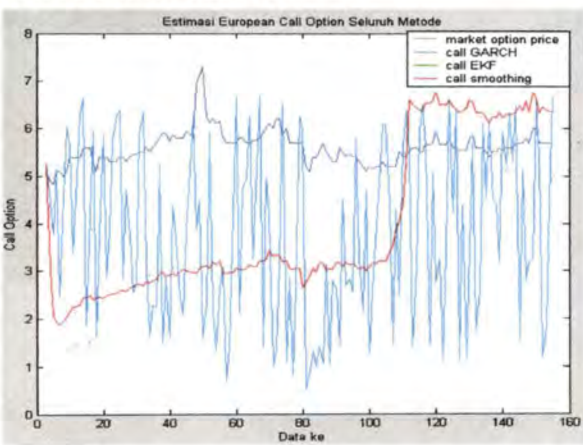


Gambar 4.8 Kovariansi Kesalahan Estimasi Filter Informasi



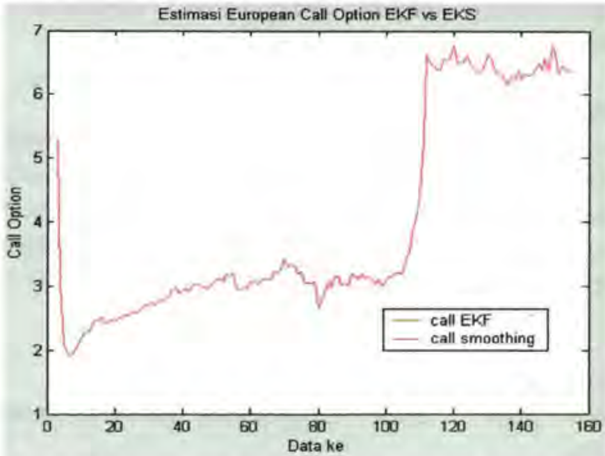
Gambar 4.9 Kovariansi Kesalahan Estimasi *Extended Kalman Filter* dan Penghalusan Optimal

dan hasil estimasi *European call option* dengan menggunakan seluruh metode, yaitu: metode *GARCH*(1,1), metode *Extended Kalman Filter*, metode penghalusan optimal (*Extended Kalman Smoothing*) dan *market option price* dapat digambarkan kedalam plot gambar 4.10 di bawah ini:



Gambar 4.10 *European Call Option* Seluruh Metode

Hasil estimasi *European call option* dengan menggunakan metode *Extended Kalman Filter* dan metode penghalusan optimal (*Extended Kalman Smoothing*) diperlihatkan pada gambar 4.11 di bawah ini:



Gambar 4.11 *European Call Option Extended Kalman Filter* dan Penghalusan Optimal (*Extended Kalman Smoothing*)

Hal yang menonjol dari gambar 4.10 adalah: pertama, terlihat jelas bahwa estimasi *European call option* menggunakan metode penghalusan optimal (*Extended Kalman Smoothing*) dan metode *Extended Kalman Filter* memiliki nilai yang sama besar, hal ini terjadi karena nilai kovariansi kesalahan estimasi pada filter maju dan filter mundur sangat kecil sehingga tidak berpengaruh besar pada perubahan estimasi keadaan dalam metode penghalusan optimal. Kedua, estimasi dengan menggunakan metode *Extended Kalman Smoothing* dan metode *Extended Kalman Filter* terlihat lebih halus dibandingkan dengan menggunakan metode *GARCH*(1,1), hal ini disebabkan karena didalam metode *Extended Kalman Smoothng* dan metode *Extended Kalman Filter* terdapat penggabungan model dinamik dan model pengukuran. Ketiga, estimasi dengan menggunakan metode *Extended Kalman*

Smoothing dan metode *Extended Kalman Filter* terlihat lebih dekat dengan *real value* (*market option price*), sehingga dapat ditarik kesimpulan bahwa kedua metode ini, yaitu metode *Extended Kalman Smoothing* dan metode *Extended Kalman Filter*, merupakan metode yang baik digunakan untuk mengestimasi harga *European call option*.

4. 2 Perbandingan Metode

Pada subbab ini akan dibandingkan beberapa metode yang telah diestimasi pada tahap sebelumnya. Dengan melakukan perbandingan beberapa metode diharapkan akan diketahui metode mana yang dianggap sebagai metode terbaik dalam mengestimasi *European call option*. Metode yang dianggap terbaik adalah metode yang menghasilkan error terkecil.

4.2.1 *Relative Price Error*

Relative price error dirumuskan kedalam persamaan dibawah ini :

$$\frac{|BS(\hat{v})-c|}{c}$$

Dimana $\hat{v}$ adalah estimasi dari *return variance* dan c adalah *market option price*. Penghitungan *relative price error* dengan menggunakan program Matlab adalah sebagai berikut :

Tabel 4.2 *Relative Price Error*

Metode	*Relative price error*
GARCH(1,1)	0.2039624970
Extended Kalman Filter	0.1345596484
Extended Kalman Smoothing	0.1345706660

Berdasarkan hasil yang diperlihatkan pada tabel 4.2 maka dapat ditarik suatu kesimpulan bahwa, pertama: metode *GARCH*(1,1) memiliki nilai *error* yang lebih besar dibandingkan dengan kedua metode yang lain, kedua: metode *Extended Kalman Filter* memiliki nilai *error* yang paling kecil dibandingkan kedua metode yang lain. Sehingga metode *Extended Kalman Filter* merupakan metode yang baik digunakan untuk mengestimasi *European call option*, tetapi hasil ini tidak terlalu signifikan karena beda *error* metode *Extended Kalman Filter* dengan metode *Extended Kalman Smoothing* tidak terlalu besar, yaitu sebesar 0.0000110176.

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

BAB V
KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan yang telah dilakukan pada bab sebelumnya mengenai estimasi harga *European call option* menggunakan metode penghalusan optimal, dapat diambil beberapa kesimpulan sebagai berikut:

1. Estimasi volatilitas dapat dilakukan dengan menggunakan metode penghalusan optimal, dimana metode penghalusan optimal menggabungkan antara model dinamik dan model pengukuran. Model dinamik yang digunakan adalah model *GARCH*(1,1) dan data pengukuran yang digunakan adalah *market option price*.
2. Didalam estimasi menggunakan metode penghalusan optimal, volatilitas diestimasi melalui tiga tahap pengestimasian, yaitu tahap pertama adalah dengan melakukan estimasi maju (*Extended Kalman Filter*), tahap kedua melakukan estimasi mundur (*Filter Informasi*) dan tahap ketiga adalah melakukan estimasi penghalusan (*Extended Kalman Smoothing*). Hasil estimasi volatilitas digunakan untuk mengestimasi harga *European call option* dengan menggunakan persamaan *Black-Scholes*.

5.2 Saran

Adapun saran yang dapat disampaikan oleh penulis setelah melakukan penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Adanya penelitian lebih lanjut dengan menggunakan data yang mempunyai periode waktu yang lebih panjang (*long periode*) sehingga diharapkan dapat diketahui perbedaan yang terjadi antara data dengan periode waktu panjang dan pendek.

2. Dalam penghitungan estimasi nilai *call option*, *strike price* yang digunakan disarankan berbeda-beda, sehingga akan diketahui pengaruhnya terhadap hasil estimasi.
3. Disarankan untuk menggunakan jenis *option* dan model volatilitas yang lain.
4. Hasil estimasi *call option* pada tugas akhir ini dapat digunakan sebagai bahan analisis dan kajian dalam melakukan strategi investasi dalam perdagangan *option*.

DAFTAR PUSTAKA

DAFTAR PUSTAKA

[1] Apriliani, E. 2002. **Reduksi Rang Pada Filter Informasi Akar Kuadrat Dan Modifikasi Filter Kovariansi Akar Kuadrat Dengan Rang Tereduksi Untuk Sistem Berderau Vektor**. Disertasi. Institut Teknologi Bandung.

[2] Darmadji, Tjiptono. dan Fakhruddin, Hendy M. 2001. **Pasar Modal di Indonesia**. Jakarta: PT. Salemba Empat Patria.

[3] Fakhruddin, M. dan Hadianto, M. Sopian. 2001. **Perangkat dan Model Analisis Investasi di Pasar Modal**. Jakarta: PT. Elex Media komputindo.

[4] Hull, C. 2002. **Option Futures and Other Derivatives**. Prentice Hall.

[5] Lewis, Frank L. 1986. **Optimal Estimation With An Introduction To Stochastic Control Theory**. Atlanta, Georgia: John Wiley & Sons, Inc.

[6] Liao, L. 2003. **Option Pricing Using Bayes Filter**. <URL: http://www. Washington.edu.pdf>.

[7] Mart, Terry. 2001. **Ekonofisika, Ilmu Fisika untuk Bersaing di Pasar Saham**. <URL:http://www, kompas.com/kompas-cetak/0110/05/iptek/ekon43.htm>.

[8] Mishkin, Frederic S. 2004. **The Economics of Money, Banking, and Financial Markets**. Pearson Addison Wesley.

[9] -----. 16 November 2006. 9:48 AM. **Option Price.** <URL:http://finance.yahoo.com/q/op?s==APPL>.

[10] -----. 17 November 2006. 9:22 AM. **Option Price**. <URL:http://finance.yahoo.com/q/op?s==APPL>.

[11] -----. 23 November 2006. 9:48 PM. ***LIBOR data***. <URL:http://www.economagic.com/libor.htm>.

[12] -----. -----. **Kolmogorov-Smirnov Goodness-of-Fit Test**. <URL:http://www.basic.northwestern.edu / statguidefiles / n-dist_exam_res.html # Kolmogorov>.

LAMPIRAN

LAMPIRAN 1
M-File *Stock Return* dan Parameter *GARCH*(1,1)

```
clear;
clc;
warning off MATLAB:divideByZero;

% Memanggil nilai saham (S)
load apel

%-------------------------------------------------------

% Mencari Stock Return
U(1)=0;
for i=2:155
    % Formula Stock Return
    U(i)=(S(i)-S(i-1))/S(i-1);
end
%-------------------------------------------------------

% Set the simulation parameters of GARCH(P,Q) =
GARCH(1,1) process.

P = 1;     % Model order P (P = length of Alpha).
Q = 1;     % Model order Q (Q = length of Beta).
NumSamples=155;

[Omega,Alpha,Beta]=ugarch(U', P, Q);
%-------------------------------------------------------

% Cetak hasil estimasi parameter proses.
fprintf(' Estimasi Parameter GARCH(1,1) \n')
fprintf(' ---------------------------------------\n')
fprintf('  Omega = %5.21f\n',Omega)
fprintf('  Alpha = %5.15f\n',Alpha)
fprintf('  Beta  = %5.15f\n',Beta)
fprintf(' ---------------------------------------\n')

% Cetak Gambar
i=1:155;
plot(i,U(i))
title('Stock Return Apple Computer Inc.')
xlabel('Data ke'), ylabel('stock return')
```

LAMPIRAN 2
M-File *European Call Option* Menggunakan Metode GARCH(1,1)

```
clear;
clc;
warning off MATLAB:divideByZero;

format long e

T0=cputime;
% Memanggil nilai saham (S)
load apel

%-------------------------------------------------------

%Inisialisasi
A=0.00000008670335439731 4;  % Omega
B=0.85863466832572966000 0;  % Alpha
C=0.10360527396598136000 0;  % Beta
X=80;                        % Strike price
r=0.0532;                    % Suku bunga bebas resiko
T=0.25;                      % Maturity date
%-------------------------------------------------------

% Stock Return
U(1)=0;
for i=2:155
    % Formula Stock Return
    U(i)=(S(i)-S(i-1))/S(i-1);
end
%-------------------------------------------------------

% Estimasi Variance Menggunakan GARCH(1,1)
i=1:2;
vargarch(i)=0;
% Formula variance saat t=3
vargarch(3)=U(2)^2;
for i=4:155
    % Formula variance
    vargarch(i)=A+B*U(i-1)^2+C*vargarch(i-1);
end
%-------------------------------------------------------
```

```
% Estimasi Volatilitas Menggunakan GARCH(1,1)
for i=1:155
    % Formula variance
    volgarch(i)=sqrt(vargarch(i));
end
%-----------------------------------------------------

% Estimasi European Call Option menggunakan GARCH(1,1)
cgarch(1)=0;
cgarch(2)=0;
for i=3:155

d1(i)=(log(S(i)/X)+(r+(vargarch(i)/2))*T)/sqrt(vargarc
h(i)*T);
    d2(i)=d1(i)-sqrt(vargarch(i)*T);
    Nd1(i)=normcdf(d1(i),mean(d1),std(d1));
    Nd2(i)=normcdf(d2(i),mean(d2),std(d2));

    % Formula Europan Call Option
    cgarch(i)=S(i)*Nd1(i)-X*exp(-r*T)*Nd2(i);
end
%-----------------------------------------------------

Tgarch=cputime-T0;
% Cetak proses waktu.
fprintf('TGARCH=%5.15f\n',Tgarch)
%-----------------------------------------------------

% Cetak plot
i=3:155;
subplot(2,1,1), plot(i,cgarch(i),'r')
title('European Call Option GARCH(1,1)')
legend('call option GARCH'), ylabel('call option')

subplot(2,1,2), plot(i,volgarch(i))
title('Volatilitas GARCH(1,1)')
legend('volatilitas GARCH')
xlabel('Data ke'), ylabel('volatilitas')
```

LAMPIRAN 3
M-File *European Call Option* Menggunakan Metode *Extended Kalman Filter*

```
clear;
clc;
warning off MATLAB:divideByZero;

format long e

T0=cputime;
% Memanggil nilai saham (S) dan cmarket
load apel

%-------------------------------------------------------

% Inisialisasi parameter-parameter
A=0.000000086703354397314;  % Omega
B=0.858634668325729660000;  % Alpha
C=0.103605273965981360000;  % Beta
Q=1e-8;                     % Covariance white noise wk
R=1e-7;                     % Covariance white noise vk
T=0.25;                      % Maturity date
r=0.0532;                    % Suku bunga bebas resiko
X=80;                        % Strike price
%-------------------------------------------------------

% Stock Return
U(1)=0;
for i=2:155
    % Formula Stock Return
    U(i)=(S(i)-S(i-1))/S(i-1);
end
%-------------------------------------------------------

% FILTER MAJU
% Estimasi saat t=1
i=1;
Vpre(i)=0;
Ppre(i)=1e-7;
Pkor(i)=1e-6;
Vkor(i)=0;
cestimasi(i)=0;
```

```
cEKF(i)=0;

% Estimasi saat t=2
i=2;
Vpre(i)=0;
Ppre(i)=1e-7;
Pkor(i)=1e-6;
Vkor(i)=0;
cestimasi(i)=0;
cEKF(i)=0;

% Estimasi saat t=3
i=3;
Vpre(i)=U(i-1)^2;
Ppre(i)=(C^2)*Pkor(i-1)+Q;
c_estimasi;
H(i)=(0.5)*S(i)*(1/(sqrt(Vpre(i))))*sqrt(T)*Nd1(i);
K_EKF(i)=(Ppre(i)*H(i))/(Ppre(i)*(H(i)^2)+R);
beda(i)=abs(cmarket(i)-cestimasi(i));
Vkor(i)=Vpre(i)+(K_EKF(i)*beda(i));
Pkor(i)=(1-(K_EKF(i)*H(i)))*Ppre(i);
c_EKF;

% Estimasi saat t=4 s.d. 155
for i=4:155
    Vpre(i)=A+B*(U(i-1)^2)+C*Vkor(i-1);
    Ppre(i)=(C^2)*Pkor(i-1)+Q;
    c_estimasi;
    H(i)=0.5*S(i)*(1/(sqrt(Vpre(i))))*sqrt(T)*Nd1(i);
    K_EKF(i)=(Ppre(i)*H(i))/(Ppre(i)*(H(i)^2)+R);
    beda(i)=abs(cmarket(i)-cestimasi(i));
    Vkor(i)=Vpre(i)+(K_EKF(i)*beda(i));
    Pkor(i)=(1-(K_EKF(i)*H(i)))*Ppre(i);
    c_EKF;
end
%-------------------------------------------------------

% Time process
TEKF=cputime-T0;
% Cetak proses waktu.
fprintf('TEKF=%5.15f\n',TEKF)
%-------------------------------------------------------

% Volatilitas EKF
```

```
for i=1:155
    volEKF(i)=sqrt(Vkor(i));
end
%-----------------------------------------------------

% Cetak Grafik
i=3:155;
subplot(2,1,1), plot(i,cEKF(i),'r')
title('Europan  Call  Option  Extended  Kalman  Filter
(EKF)')
ylabel('call option'), legend('call option EKF')

subplot(2,1,2), plot(i,volEKF(i))
title('Volatilitas Extended Kalman Filter (EKF)')
ylabel('volatilitas'), xlabel(' Data ke ')
legend('volatilitas EKF')
```

LAMPIRAN 4
M-File c_estimasi

```
d1(i)=((log(S(i)/X))+(r+(Vpre(i)/2))*T)/sqrt(T*Vpre(i)
);
d2(i)=d1(i)-sqrt(Vpre(i)*T);

Nd1(i)=normcdf(d1(i),mean(d1),std(d1));
Nd2(i)=normcdf(d2(i),mean(d2),std(d2));

cestimasi(i)=(S(i)*Nd1(i))-(X*exp(-r*T)*Nd2(i));
```

LAMPIRAN 5
M-File c_EKF

```
d1EKF(i)=((log(S(i)/X))+(r+(Vkor(i)/2))*T)/sqrt(T*Vkor
(i));
d2EKF(i)=d1EKF(i)-sqrt(Vkor(i)*T);

Nd1EKF(i)=normcdf(d1EKF(i),mean(d1EKF),std(d1EKF));
Nd2EKF(i)=normcdf(d2EKF(i),mean(d2EKF),std(d2EKF));

cEKF(i)=(S(i)*Nd1EKF(i))-(X*exp(-r*T)*Nd2EKF(i));
```

LAMPIRAN 6

M-File *European Call Option* Menggunakan Metode *Filter Informasi*

```
clear;
clc;
warning off MATLAB:divideByZero;

format long e
% Memanggil nilai saham (S) dan cmarket
load apel

%-------------------------------------------------------

% Inisialisasi parameter-parameter
A=0.00000008670335439731 4;  % Omega
B=0.85863466832572966000 0;  % Alpha
C=0.10360527396598136000 0;  % Beta
Q=1e-8;                     % Covariance white noise wk
R=1e-7;                     % Covariance white noise vk
T=0.25;                      % Maturity date
r=0.0532;                    % Suku bunga bebas resiko
X=80;                        % Strike price
%-------------------------------------------------------

% Stock Return
U(1)=0;
for i=2:155
    % Formula Stock Return
    U(i)=(S(i)-S(i-1))/S(i-1);
end
%-------------------------------------------------------

% FILTER MUNDUR
% Estimasi saat t=155
i=155;
Ypre(i)=0.1;
Spre(i)=0.01;
Vpre_M(i)=Ypre(i)/Spre(i);
call_garch_M;
H(i)=0.5*S(i)*(1/(sqrt(Vpre_M(i))))*sqrt(T)*Nd1estmun(
i);
Ykor(i)=Ypre(i)+(H(i)*cmarket(i)/R);
```

```
Skor(i)=Spre(i)+((H(i)^2)/R);
Vkor_M(i)=Ykor(i)/Skor(i);
call_mundur;

% Estimasi saat t=154 s.d. 3
for i=154:-1:3
    K_FI(i)=Skor(i+1)/(Skor(i+1)+(1/Q));
    Ypre(i)=C*(1-K_FI(i))*(Ykor(i+1)-
(Skor(i+1)*B*(U(i)^2)));
    Spre(i)=C^2*(1-K_FI(i))*Skor(i+1);
    Vpre_M(i)=Ypre(i)/Spre(i);
    call_garch_M;

H(i)=0.5*S(i)*(1/(sqrt(Vpre_M(i))))*sqrt(T)*Nd1estmun(
i);
    Ykor(i)=Ypre(i)+(H(i)*cmarket(i)/R);
    Skor(i)=Spre(i)+((H(i)^2)/R);
    Vkor_M(i)=Ykor(i)/Skor(i);
    call_mundur;
end

% Estimasi saat t=2
i=2;
Ypre(i)=0;
Spre(i)=0.1;
Skor(i)=0.1;
Ykor(i)=0;
Vkor_M(i)=Ykor(i)/Skor(i);
Vpre_M(i)=Ypre(i)/Spre(i);
cmundur(i)=0;

% Estimasi saat t=1
i=1;
Ypre(i)=0;
Spre(i)=0.1;
Skor(i)=0.1;
Ykor(i)=0;
Vkor_M(i)=Ykor(i)/Skor(i);
Vpre_M(i)=Ypre(i)/Spre(i);
cmundur(i)=0;
%-------------------------------------------------------

for i=1:155
    volmundur(i)=sqrt(Vkor_M(i));
```

```
    Ppre_mundur(i)=1/Spre(i);
    Pkor_mundur(i)=1/Skor(i);
end
%-----------------------------------------------------

% Cetak Grafik
i=3:155;
subplot(2,1,1), plot(i,cmundur(i),'r')
title('European Call Option Filter Informasi')
ylabel('call option'), legend('call option Filter
Informasi')

subplot(2,1,2), plot(i,volmundur(i))
title('Volatilitas Filter Informasi')
ylabel('volatilitas'), xlabel(' Data ke ')
legend('volatilitas Filter Informasi')
```

LAMPIRAN 7
M-File call_garch_M

```
d1estmun(i)=((log(S(i)/X))+(r+(Vpre_M(i)/2))*T)/sqrt(T
*Vpre_M(i));
d2estmun(i)=d1estmun(i)-sqrt(Vpre_M(i)*T);

Nd1estmun(i)=normcdf(d1estmun(i),mean(d1estmun),std(d1
estmun));
Nd2estmun(i)=normcdf(d2estmun(i),mean(d2estmun),std(d2
estmun));
```

LAMPIRAN 8
M-File call_mundur

```
d1mundur(i)=((log(S(i)/X))+(r+(Vkor_M(i)/2))*T)/sqrt(T
*Vkor_M(i));
d2mundur(i)=d1mundur(i)-sqrt(Vkor_M(i)*T);

Nd1mundur(i)=normcdf(d1mundur(i),mean(d1mundur),std(d1
mundur));
Nd2mundur(i)=normcdf(d2mundur(i),mean(d2mundur),std(d2
mundur));

cmundur(i)=(S(i)*Nd1mundur(i))-(X*exp(-
r*T)*Nd2mundur(i));
```

LAMPIRAN 9
M-File *European Call Option* Menggunakan Metode Penghalusan Optimal

```
clear;
clc;
warning off MATLAB:divideByZero;

format long e

T0=cputime;
% Memanggil nilai saham (S) dan cmarket
load apel

%-----------------------------------------------------

% Inisialisasi parameter-parameter
A=0.0000000867033543973l4;  % Omega
B=0.85863466832572966000O;  % Alpha
C=0.10360527396598136000O;  % Beta
Q=1e-8;                    % Covariance white noise wk
R=1e-7;                    % Covariance white noise vk
T=0.25;                     % Maturity date
r=0.0532;                   % Suku bunga bebas resiko
X=80;                       % Strike price
%-----------------------------------------------------

% Stock Return
U(1)=0;
for i=2:155
    % Formula Stock Return
    U(i)=(S(i)-S(i-1))/S(i-1);
end
%-----------------------------------------------------

% FILTER MAJU
% Estimasi saat t=1,2
i=1:2;
Ppre(i)=1e-7;
Pkor(i)=1e-6;

% Estimasi saat t=3
i=3;
```

```
Vpre(i)=U(i-1)^2;
Ppre(i)=(C^2)*Pkor(i-1)+Q;
c_estimasi;
H_EKF(i)=(0.5)*S(i)*(1/(sqrt(Vpre(i))))*sqrt(T)*Nd1(i)
;
K_EKF(i)=(Ppre(i)*H_EKF(i))/(Ppre(i)*(H_EKF(i)^2)+R);
beda(i)=abs(cmarket(i)-cestimasi(i));
Vkor(i)=Vpre(i)+(K_EKF(i)*beda(i));
Pkor(i)=(1-(K_EKF(i)*H_EKF(i)))*Ppre(i);

% Estimasi saat t=4 s.d. 155
for i=4:155
    Vpre(i)=A+B*(U(i-1)^2)+C*Vkor(i-1);
    Ppre(i)=(C^2)*Pkor(i-1)+Q;
    c_estimasi;

H_EKF(i)=0.5*S(i)*(1/(sqrt(Vpre(i))))*sqrt(T)*Nd1(i);

K_EKF(i)=(Ppre(i)*H_EKF(i))/(Ppre(i)*(H_EKF(i)^2)+R);
    beda(i)=abs(cmarket(i)-cestimasi(i));
    Vkor(i)=Vpre(i)+(K_EKF(i)*beda(i));
    Pkor(i)=(1-(K_EKF(i)*H_EKF(i)))*Ppre(i);
end
%---------------------------------------------------

% FILTER MUNDUR
% Estimasi saat t=155
i=155;
Ypre(i)=0.1;
Spre(i)=0.01;
Vpre_M(i)=Ypre(i)/Spre(i);
call_garch_M;
H_FI(i)=0.5*S(i)*(1/(sqrt(Vpre_M(i))))*sqrt(T)*Nd1estm
un(i);
Ykor(i)=Ypre(i)+(H_FI(i)*cmarket(i)/R);
Skor(i)=Spre(i)+((H_FI(i)^2)/R);

% Estimasi saat t=154 s.d. 3
for i=154:-1:3
    K_FI(i)=Skor(i+1)/(Skor(i+1)+(1/Q));
    Ypre(i)=C*(1-K_FI(i))*(Ykor(i+1)-
(Skor(i+1)*B*(U(i)^2)));
    Spre(i)=C^2*(1-K_FI(i))*Skor(i+1);
    Vpre_M(i)=Ypre(i)/Spre(i);
```

```
    call_garch_M;
H_FI(i)=0.5*S(i)*(1/(sqrt(Vpre_M(i))))*sqrt(T)*Nd1estm
un(i);
    Ykor(i)=Ypre(i)+(H_FI(i)*cmarket(i)/R);
    Skor(i)=Spre(i)+((H_FI(i)^2)/R);
end

% Estimasi saat t=1,2
i=1:2;
Ypre(i)=0;
Spre(i)=0.1;
Skor(i)=0.1;
Ykor(i)=0;
%-------------------------------------------------------

% SMOOTHING
% Estimasi saat t=1
i=1;
K_smoothing(i)=(Pkor(i)*Spre(i))/
                (1+(Pkor(i)*Spre(i)));
P(i)=(1-K_smoothing(i))*Pkor(i);
V(i)=0;
csmoothing(i)=0;

% Estimasi saat t=2
i=2;
K_smoothing(i)=(Pkor(i)*Spre(i))/(1+(Pkor(i)*Spre(i)))
;
P(i)=(1-K_smoothing(i))*Pkor(i);
V(i)=0;
csmoothing(i)=0;

% Estimasi saat t=3 s.d 155
for i=3:155
    K_smoothing(i)=(Pkor(i)*Spre(i))/
                    (1+(Pkor(i)*Spre(i)));
    P(i)=(1-K_smoothing(i))*Pkor(i);
    V(i)=(1-K_smoothing(i))*Vkor(i)+P(i)*Ypre(i);
    d1smoothing(i)=((log(S(i)/X))+(r+(V(i)/2))*T)/
                    (sqrt(T)*sqrt(V(i)));
    d2smoothing(i)=d1smoothing(i)-(sqrt(V(i)*T));
    Nd1smoothing(i)=normcdf(d1smoothing(i),
                            mean(d1smoothing),
```

```
                              std(d1smoothing));
    Nd2smoothing(i)=normcdf(d2smoothing(i),
                              mean(d2smoothing),
                              std(d2smoothing));
    csmoothing(i)=(S(i)*Nd1smoothing(i))-
                  (X*exp(-r*T)*Nd2smoothing(i));
end
%-------------------------------------------------------

% Time process
Tsmoothing=cputime-T0;
fprintf('Tsmoothing = %5.15f\n', Tsmoothing)
%-------------------------------------------------------

% Volatilitas Smoothing
for i=1:155
    volsmoothing(i)=sqrt(V(i));
end
%-------------------------------------------------------

% Cetak Grafik
i=3:155;
subplot(2,1,1), plot(i,csmoothing(i),'r')
title('Europan Call Option Penghalusan Optimal')
ylabel('call option'), legend('call option smoothing')

subplot(2,1,2), plot(i,volsmoothing(i))
title('Volatilitas Penghalusan Optimal')
ylabel('volatilitas'), xlabel(' Data ke ')
legend('volatilitas smoothing')
```

LAMPIRAN 10
M-File *European Call Option* Empat Metode

```
clear;
clc;

load c4metod;

% Cetak Hasil
i=3:155;
figure(1)
plot(i,cmarket(i),'b',i,cgarch(i),'c',i,cEKF(i),'g',i,
     csmoothing(i),'r')
title('Estimasi European Call Option Seluruh Metode')
xlabel(' Data ke '), ylabel('Call Option')
legend('market option price','call GARCH','call
        EKF','call smoothing')

figure(2), plot(i,cEKF(i),'g',i,csmoothing(i),'r')
title('Estimasi European Call Option EKF vs EKS')
xlabel(' Data ke '), ylabel('Call Option')
legend('call EKF','call smoothing')
```

LAMPIRAN 11
M-FILE *Error Covariances* Tiga Metode

```
clear;
clc;

format long e
load P3metod;

% Cetak Hasil
i=3:155;
subplot(2,1,1);
semilogy(i,Ppre_mundur(i),'b',i,Pkor(i),'r',i,P(i),
         'g')
legend('Information Filter','Kalman Filter',
       'Smoothed')
title('Relation of Forward, Backward, and Smoothed
       Error Covariances')
xlabel(' Data ke '), ylabel('Error Covariances')

subplot(2,2,3), plot(i,Ppre_mundur(i))
legend('Information Filter')
xlabel(' Data ke '), ylabel('Error Covariances')

subplot(2,2,4), plot(i,Pkor(i),'r',i,P(i),'g')
legend('Kalman Filter','Smoothed')
xlabel(' Data ke '), ylabel('Error Covariances')
```

LAMPIRAN 12
M-File *Relative Price Error*

```
clear;
clc;

warning off MATLAB:divideByZero;
load c4metod;

for i=75:155;
    %Eror Metode GARCH(1,1)
    rpe1(i)=abs(cgarch(i)'-cmarket(i))/cmarket(i);
    %Eror Metode EKF
    rpe2(i)=abs(cEKF(i)'-cmarket(i))/cmarket(i);
    %Eror Metode Smoothing
    rpe3(i)=abs(csmoothing(i)'-cmarket(i))/cmarket(i);
    hasil1=mean(rpe1);     %AVERAGE EROR GARCH(1,1)
    hasil2=mean(rpe2);     %AVERAGE EROR EKF
    hasil3=mean(rpe3);     %AVERAGE EROR Smoothing
end

% Prosedur cetak hasil
fprintf('  // Relatif Price Error (RPE) //\n')
fprintf(' ------------------------------- \n')
fprintf(' RPE GARCH(1,1)=%2.10f\nRPE EKF =%2.10f\nRPE
          Smoothing =%2.10f\n',hasil1,hasil2,hasil3)
```

LAMPIRAN13
Tabel Statistik Uji Kolmogorov-Smirnov

Uji dua sisi	p = 0.80	0.90	0.95	0.98	0.99
n = 1	.900	.950	.975	.990	.995
2	.684	.776	.842	.900	.929
3	.565	.636	.708	.785	.829
4	.493	.565	.624	.689	.734
5	.447	.509	.563	.627	.669
6	.410	.468	.519	.577	.617
7	.381	.436	.483	.538	.576
8	.358	.410	.454	.507	.542
9	.339	.387	.430	.480	.513
10	.323	.369	.409	.457	.489
11	.308	.352	.391	.437	.468
12	.296	.338	.375	.419	.449
13	.285	.325	.361	.404	.432
14	.275	.314	.349	.390	.418
15	.266	.304	.338	.377	.404
16	.258	.295	.327	.366	.392
17	.250	.286	.318	.355	.381
18	.244	.279	.309	.346	.371
19	.237	.271	.301	.337	.361
20	.232	.265	.294	.329	.352
21	.226	.259	.287	.321	.344
22	.221	.253	.281	.314	.337
23	.216	.247	.275	.307	.330
24	.212	.242	.269	.301	.323
25	.208	.238	.264	.295	.317
26	.204	.233	.259	.290	.311
27	.200	.229	.254	.284	.305
28	.197	.225	.250	.279	.300
29	.193	.221	.246	.275	.295
30	.190	.218	.242	.270	.290
31	.187	.214	.238	.266	.285
32	.184	.211	.234	.262	.281
33	.182	.208	.231	.258	.277

34	.179	.205	.227	.254	.273
35	.177	.202	.224	.251	.269
36	.174	.199	.221	.247	.265
37	.172	.196	.218	.244	.262
38	.170	.194	.215	.241	.258
39	.168	.191	.213	.238	.255
40	.165	.189	.210	.235	.252
Aproksimasi					
Untuk n > 40	$\frac{1.07}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.22}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.36}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.52}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.63}{\sqrt{n}}$

LAMPIRAN 14

***Stock Return* dan Volatilitas Saham *Apple Computer Inc.* Menggunakan Metode *GARCH*(1,1), Metode *Extended Kalman Filter* dan Penghalusan Optimal (*Extended Kalman Smoothing*)**

No.	*Stock Price*	*Stock Return*	Volatilitas		
			GARCH	EKF	EKS
1	84.680				
2	84.810	0.00154			
3	84.960	0.00177	0.001535	0.004050	0.004051
4	84.760	-0.00235	0.001737	0.010713	0.010713
5	84.880	0.00142	0.002271	0.030006	0.030009
6	85.180	0.00353	0.001530	0.070564	0.070577
7	85.060	-0.00141	0.003325	0.125979	0.126037
8	85.020	-0.00047	0.001714	0.168674	0.168813
9	85.100	0.00094	0.000762	0.193855	0.194066
10	85.260	0.00188	0.000952	0.209423	0.209657
11	85.350	0.00106	0.001793	0.211495	0.211744
12	85.320	-0.00035	0.001173	0.207812	0.208052
13	85.320	0.00000	0.000579	0.201312	0.201544
14	85.590	0.00316	0.000349	0.196069	0.196277
15	85.578	-0.00014	0.002949	0.190380	0.190575
16	85.600	0.00026	0.001002	0.184233	0.184404
17	85.330	-0.00315	0.000498	0.173056	0.173216
18	85.340	0.00012	0.002942	0.160710	0.160864
19	85.360	0.00023	0.000998	0.158129	0.158258
20	85.250	-0.00129	0.000487	0.156264	0.156387
21	85.320	0.00082	0.001240	0.153090	0.153208
22	85.350	0.00035	0.000908	0.147424	0.147538
23	85.340	-0.00012	0.000528	0.142905	0.143010
24	85.330	-0.00012	0.000357	0.139190	0.139291
25	85.420	0.00105	0.000334	0.137032	0.137127
26	85.384	-0.00042	0.001026	0.135269	0.135358
27	85.320	-0.00075	0.000590	0.132059	0.132149
28	85.420	0.00117	0.000778	0.130201	0.130286
29	85.510	0.00105	0.001153	0.128377	0.128459
30	85.520	0.00012	0.001085	0.126478	0.126559
31	85.530	0.00012	0.000470	0.125506	0.125583
32	85.450	-0.00094	0.000348	0.125254	0.125330
33	85.600	0.00176	0.000922	0.124709	0.124783
34	85.500	-0.00116	0.001679	0.123370	0.123445

35	85.610	0.00128	0.001242	0.122659	0.122733
36	85.640	0.00035	0.001287	0.123322	0.123395
37	85.830	0.00222	0.000603	0.123135	0.123208
38	85.900	0.00082	0.002086	0.123835	0.123907
39	85.730	-0.00198	0.001053	0.125846	0.125916
40	85.760	0.00035	0.001888	0.123610	0.123685
41	85.830	0.00082	0.000749	0.123388	0.123458
42	85.720	-0.00128	0.000847	0.122942	0.123012
43	85.850	0.00152	0.001254	0.120878	0.120947
44	85.910	0.00070	0.001491	0.118431	0.118500
45	85.857	-0.00062	0.000858	0.119452	0.119516
46	85.830	-0.00031	0.000700	0.119603	0.119669
47	85.760	-0.00082	0.000472	0.118514	0.118594
48	85.820	0.00070	0.000825	0.136096	0.136164
49	85.990	0.00198	0.000760	0.150422	0.150508
50	86.100	0.00128	0.001875	0.163354	0.163439
51	86.120	0.00023	0.001362	0.152243	0.152350
52	85.990	-0.00151	0.000570	0.143445	0.143543
53	86.190	0.00233	0.001441	0.136655	0.136740
54	86.100	-0.00104	0.002224	0.130864	0.130943
55	86.180	0.00093	0.001239	0.126493	0.126562
56	85.720	-0.00534	0.000994	0.122034	0.122101
57	85.620	-0.00117	0.004965	0.118638	0.118702
58	85.650	0.00035	0.001952	0.114901	0.114961
59	85.640	-0.00012	0.000766	0.112008	0.112065
60	85.760	0.00140	0.000399	0.108181	0.108236
61	85.720	-0.00047	0.001338	0.107333	0.107384
62	85.670	-0.00058	0.000677	0.107099	0.107148
63	85.700	0.00035	0.000653	0.104736	0.104786
64	85.780	0.00093	0.000486	0.101745	0.101793
65	85.730	-0.00058	0.000927	0.100529	0.100574
66	85.710	-0.00023	0.000684	0.099667	0.099712
67	85.880	0.00198	0.000426	0.097760	0.097804
68	85.870	-0.00012	0.001866	0.097812	0.097854
69	85.940	0.00082	0.000678	0.098567	0.098609
70	86.180	0.00279	0.000840	0.097837	0.097879
71	86.010	-0.00197	0.002618	0.097915	0.097958
72	86.080	0.00081	0.002034	0.100102	0.100143
73	86.070	-0.00012	0.001041	0.101998	0.102038
74	85.850	-0.00256	0.000459	0.100628	0.100673
75	85.900	0.00058	0.002391	0.101455	0.101496
76	85.610	-0.00338	0.000985	0.100582	0.100625
77	85.610	0.00000	0.003158	0.100162	0.100205
78	85.610	0.00000	0.001058	0.099342	0.099383

79	85.610	0.00000	0.000450	0.098578	0.098618
80	85.000	-0.00713	0.000328	0.105454	0.105490
81	85.130	0.00153	0.006610	0.102603	0.102648
82	85.280	0.00176	0.002573	0.094962	0.095006
83	85.500	0.00258	0.001854	0.090960	0.090997
84	85.350	-0.00175	0.002481	0.089184	0.089219
85	85.580	0.00269	0.001835	0.086392	0.086426
86	85.590	0.00012	0.002583	0.087038	0.087068
87	85.360	-0.00269	0.000889	0.087120	0.087150
88	85.400	0.00047	0.002524	0.085357	0.085387
89	85.310	-0.00105	0.000967	0.082971	0.083000
90	85.470	0.00188	0.001066	0.078647	0.078677
91	85.460	-0.00012	0.001796	0.079427	0.079452
92	85.370	-0.00105	0.000658	0.079672	0.079697
93	85.450	0.00094	0.001041	0.077355	0.077381
94	85.360	-0.00105	0.000976	0.077485	0.077509
95	85.370	0.00012	0.001067	0.076272	0.076296
96	85.300	-0.00082	0.000465	0.075934	0.075956
97	85.200	-0.00117	0.000828	0.075436	0.075459
98	85.230	0.00035	0.001157	0.073026	0.073049
99	85.070	-0.00188	0.000576	0.071161	0.071183
100	85.140	0.00082	0.001774	0.070049	0.070069
101	85.190	0.00059	0.000997	0.067292	0.067312
102	85.150	-0.00047	0.000697	0.065681	0.065699
103	85.160	0.00012	0.000571	0.063819	0.063836
104	85.150	-0.00012	0.000364	0.063361	0.063377
105	85.100	-0.00059	0.000335	0.062127	0.062142
106	85.240	0.00165	0.000628	0.058848	0.058863
107	85.270	0.00035	0.001566	0.054885	0.054899
108	85.360	0.00106	0.000669	0.048676	0.048689
109	85.380	0.00023	0.001044	0.044790	0.044800
110	85.370	-0.00012	0.000497	0.038301	0.038310
111	85.410	0.00047	0.000352	0.028265	0.028273
112	85.560	0.00176	0.000537	0.010600	0.010608
113	85.500	-0.00070	0.001663	0.013530	0.013531
114	85.480	-0.00023	0.000892	0.014313	0.014314
115	85.490	0.00012	0.000465	0.015280	0.015281
116	85.530	0.00047	0.000348	0.015769	0.015770
117	85.680	0.00175	0.000536	0.015623	0.015625
118	85.690	0.00012	0.001661	0.015798	0.015800
119	85.780	0.00105	0.000620	0.016103	0.016105
120	85.850	0.00082	0.001036	0.014593	0.014594
121	85.660	-0.00221	0.000877	0.015098	0.015099
122	85.700	0.00047	0.002091	0.015337	0.015338

123	85.700	0.00000	0.000853	0.015287	0.015288
124	85.760	0.00070	0.000403	0.014591	0.014592
125	85.750	-0.00012	0.000724	0.015909	0.015911
126	85.570	-0.00210	0.000391	0.014059	0.014061
127	85.570	0.00000	0.001971	0.014610	0.014611
128	85.760	0.00222	0.000700	0.016160	0.016161
129	85.800	0.00047	0.002091	0.015928	0.015930
130	85.770	-0.00035	0.000852	0.013746	0.013748
131	85.650	-0.00140	0.000517	0.012543	0.012544
132	85.570	-0.00093	0.001340	0.013831	0.013832
133	85.570	0.00000	0.001011	0.013654	0.013655
134	85.520	-0.00058	0.000439	0.013254	0.013255
135	85.500	-0.00023	0.000632	0.013726	0.013726
136	85.450	-0.00058	0.000418	0.013893	0.013894
137	85.500	0.00059	0.000631	0.013202	0.013203
138	85.570	0.00082	0.000650	0.014063	0.014064
139	85.550	-0.00023	0.000840	0.012626	0.012627
140	85.510	-0.00047	0.000455	0.013176	0.013177
141	85.530	0.00023	0.000544	0.012636	0.012637
142	85.570	0.00047	0.000405	0.013058	0.013059
143	85.590	0.00023	0.000540	0.013015	0.013016
144	85.720	0.00152	0.000405	0.013559	0.013560
145	85.700	-0.00023	0.001444	0.012414	0.012415
146	85.780	0.00093	0.000591	0.013779	0.013780
147	85.710	-0.00082	0.000933	0.011419	0.011420
148	85.780	0.00082	0.000865	0.013658	0.013658
149	85.790	0.00012	0.000858	0.010137	0.010139
150	85.830	0.00047	0.000418	0.011682	0.011682
151	85.670	-0.00186	0.000540	0.012541	0.012541
152	85.770	0.00117	0.001761	0.012433	0.012434
153	85.730	-0.00047	0.001256	0.012457	0.012458
154	85.730	0.00000	0.000661	0.012553	0.012554
155	85.730	0.00000	0.000363	0.012440	0.012440

LAMPIRAN 15
***European Call Option* Saham *Apple Computer Inc.* Menggunakan Metode *GARCH*(1,1), Metode *Extended Kalman Filter* dan Penghalusan Optimal (*Extended Kalman Smoothing*)**

No.	*Stock Price*	*Market Option Price*	*European Call Option*		
			GARCH	EKF	EKS
1	84.680	5.00			
2	84.810	4.65			
3	84.960	5.10	5.270212	5.270212	5.270212
4	84.760	4.90	4.457660	3.035282	3.035412
5	84.880	4.84	3.763987	2.071520	2.071536
6	85.180	5.12	5.139649	1.935327	1.935298
7	85.060	5.10	2.471793	1.901946	1.901927
8	85.020	5.00	4.569866	1.961416	1.961447
9	85.100	5.10	6.035689	2.058292	2.058375
10	85.260	5.40	5.655585	2.173103	2.173208
11	85.350	5.38	3.357307	2.251939	2.252045
12	85.320	5.38	4.968221	2.279675	2.279765
13	85.320	5.38	6.293282	2.311920	2.311988
14	85.590	5.58	6.629279	2.444145	2.444176
15	85.578	5.59	1.875858	2.467073	2.467086
16	85.600	5.60	4.164611	2.500762	2.500750
17	85.330	5.26	5.940844	2.413096	2.413064
18	85.340	5.10	1.617037	2.437349	2.437282
19	85.360	5.40	3.740368	2.466167	2.466092
20	85.250	5.40	5.855521	2.438198	2.438124
21	85.320	5.40	2.843574	2.485935	2.485852
22	85.350	5.30	3.859083	2.516511	2.516412
23	85.340	5.30	5.744605	2.528903	2.528794
24	85.330	5.30	6.290271	2.540443	2.540326
25	85.420	5.40	6.374167	2.596382	2.596261
26	85.384	5.40	2.846790	2.593574	2.593454
27	85.320	5.30	4.726973	2.578150	2.578022
28	85.420	5.40	3.737575	2.638433	2.638301
29	85.510	5.45	2.547056	2.694333	2.694196
30	85.520	5.45	2.733470	2.711775	2.711634
31	85.530	5.50	5.887812	2.727542	2.727403
32	85.450	5.50	6.342430	2.697432	2.697299
33	85.600	5.59	3.076447	2.781266	2.781131

34	85.500	5.50	1.625497	2.741903	2.741766
35	85.610	5.60	2.280906	2.806204	2.806063
36	85.640	5.70	2.232103	2.827471	2.827336
37	85.830	5.80	5.256080	2.932299	2.932157
38	85.900	5.90	1.495227	2.973597	2.973461
39	85.730	5.90	2.864229	2.887885	2.887772
40	85.760	5.73	1.592751	2.914550	2.914415
41	85.830	5.87	4.374307	2.957631	2.957505
42	85.720	5.80	3.693455	2.906902	2.906779
43	85.850	5.80	2.441902	2.986342	2.986205
44	85.910	5.80	2.063085	3.030940	3.030788
45	85.857	5.94	3.853338	3.004333	3.004205
46	85.830	5.90	4.764018	2.994281	2.994152
47	85.760	5.80	6.269124	2.964515	2.964343
48	85.820	6.96	3.868580	2.961281	2.961235
49	85.990	7.10	4.472076	3.034596	3.034585
50	86.100	7.30	1.574762	3.085149	3.085187
51	86.120	6.23	2.302137	3.108614	3.108583
52	85.990	6.10	5.926675	3.057204	3.057143
53	86.190	6.20	2.162209	3.179198	3.179107
54	86.100	6.10	1.327734	3.148547	3.148439
55	86.180	6.16	2.659452	3.208656	3.208548
56	85.720	5.80	3.051552	2.971982	2.971871
57	85.620	5.70	0.678736	2.930373	2.930254
58	85.650	5.70	1.395604	2.962798	2.962669
59	85.640	5.70	4.195125	2.971131	2.970996
60	85.760	5.70	6.672617	3.059918	3.059760
61	85.720	5.80	2.116811	3.043406	3.043265
62	85.670	5.80	4.732071	3.018002	3.017871
63	85.700	5.70	4.939479	3.050247	3.050097
64	85.780	5.70	6.261402	3.117672	3.117507
65	85.730	5.74	3.250894	3.097021	3.096866
66	85.710	5.74	4.664109	3.092438	3.092282
67	85.880	5.80	6.687649	3.212808	3.212633
68	85.870	5.89	1.389949	3.208036	3.207873
69	85.940	6.00	4.968086	3.248225	3.248070
70	86.180	6.10	4.155665	3.408169	3.408004
71	86.010	6.00	1.019428	3.300423	3.300255
72	86.080	6.20	1.356273	3.329397	3.329262
73	86.070	6.20	3.102875	3.310560	3.310447
74	85.850	5.85	6.505639	3.184249	3.184103
75	85.900	6.00	1.091980	3.211510	3.211398
76	85.610	5.70	2.856965	3.038995	3.038871
77	85.610	5.70	0.815419	3.043587	3.043464

78	85.610	5.70	2.641855	3.050830	3.050709
79	85.610	5.70	6.254599	3.057795	3.057676
80	85.000	5.70	5.981712	2.654486	2.654440
81	85.130	5.20	0.507781	2.745763	2.745661
82	85.280	5.10	0.914611	2.883289	2.883125
83	85.500	5.40	1.330808	3.056416	3.056267
84	85.350	5.38	0.992160	2.975038	2.974896
85	85.580	5.50	1.416611	3.155929	3.155766
86	85.590	5.70	1.055743	3.156914	3.156800
87	85.360	5.50	3.125682	3.002774	3.002662
88	85.400	5.40	1.030981	3.048055	3.047925
89	85.310	5.30	2.796675	3.012909	3.012769
90	85.470	5.30	2.618927	3.177323	3.177136
91	85.460	5.60	1.438998	3.160409	3.160294
92	85.370	5.50	4.507645	3.094131	3.094017
93	85.450	5.40	2.687136	3.182602	3.182454
94	85.360	5.48	2.827516	3.116336	3.116223
95	85.370	5.40	2.539883	3.140931	3.140804
96	85.300	5.40	5.809158	3.095323	3.095214
97	85.200	5.30	3.255079	3.030350	3.030242
98	85.230	5.20	2.155032	3.088011	3.087884
99	85.070	5.10	4.685236	2.998621	2.998491
100	85.140	5.20	1.262126	3.069207	3.069091
101	85.190	5.15	2.572182	3.156695	3.156557
102	85.150	5.20	3.961990	3.156478	3.156357
103	85.160	5.20	4.869162	3.202730	3.202603
104	85.150	5.30	6.093189	3.204186	3.204090
105	85.100	5.20	6.091463	3.190649	3.190540
106	85.240	5.20	4.410452	3.388612	3.388478
107	85.270	5.20	1.446865	3.531186	3.531039
108	85.360	5.20	4.295439	3.845080	3.844873
109	85.380	5.50	2.473078	4.043458	4.043352
110	85.370	5.40	5.620884	4.407238	4.407078
111	85.410	5.40	6.387170	5.265501	5.265233
112	85.560	5.50	5.512315	6.615051	6.615036
113	85.500	5.60	1.406583	6.507969	6.508038
114	85.480	5.60	3.068201	6.444507	6.444604
115	85.490	5.50	5.952643	6.386758	6.386897
116	85.530	5.50	6.515546	6.381647	6.381796
117	85.680	5.68	5.612691	6.546963	6.547093
118	85.690	5.66	1.456014	6.528336	6.528466
119	85.780	5.70	5.076202	6.590095	6.590243
120	85.850	5.95	2.760988	6.765814	6.765893
121	85.660	5.66	3.235429	6.497425	6.497558

122	85.700	5.66	1.131752	6.506291	6.506408
123	85.700	5.66	3.426711	6.493997	6.494130
124	85.760	5.80	6.609570	6.608970	6.609076
125	85.750	5.60	4.224767	6.451794	6.451972
126	85.570	5.60	6.415759	6.408901	6.408982
127	85.570	5.54	1.133907	6.339207	6.339323
128	85.760	5.54	4.383354	6.373524	6.373718
129	85.800	5.54	1.144358	6.434014	6.434120
130	85.770	5.80	3.452418	6.618410	6.618465
131	85.650	5.86	5.710322	6.568713	6.568773
132	85.570	5.60	1.758870	6.340736	6.340866
133	85.570	5.60	2.558721	6.344945	6.345050
134	85.520	5.59	6.103034	6.315174	6.315274
135	85.500	5.50	4.522331	6.220635	6.220765
136	85.450	5.40	6.120641	6.123172	6.123299
137	85.500	5.52	4.492574	6.256572	6.256660
138	85.570	5.50	4.441887	6.213431	6.213571
139	85.550	5.60	3.176313	6.357335	6.357389
140	85.510	5.54	5.954797	6.227003	6.227120
141	85.530	5.60	5.243014	6.305481	6.305558
142	85.570	5.60	6.326386	6.284015	6.284124
143	85.590	5.60	5.324645	6.299260	6.299352
144	85.720	5.67	6.500683	6.365085	6.365201
145	85.700	5.70	1.534379	6.483292	6.483321
146	85.780	5.70	5.124968	6.371063	6.371202
147	85.710	5.80	2.792915	6.586742	6.586740
148	85.780	5.70	3.185817	6.350939	6.351091
149	85.790	6.00	3.233128	6.767077	6.767053
150	85.830	6.00	6.572138	6.654680	6.654781
151	85.670	5.70	5.396945	6.327960	6.328071
152	85.770	5.70	1.195095	6.452866	6.452904
153	85.730	5.70	1.831517	6.386057	6.386118
154	85.730	5.70	4.452340	6.356243	6.356310
155	85.730	5.70	6.673145	6.361176	6.361430

BIOGRAFI

Penulis dilahirkan di Madiun pada tanggal 9 April 1983, merupakan anak kedua dari 3 bersaudara. Penulis telah menempuh pendidikan formal yaitu di TK Kuncup Bunga Surabaya pada tahun 1987, kemudian pada tahun 1989 penulis meneruskan pendidikan di SDN Dr. Soetomo VI Surabaya, selanjutnya pada tahun 1995 penulis meneruskan pendidikannya di SMPN 12 Surabaya dan pada tahun 1998 penulis melanjutkan pendidikan ke SMAN 9 Surabaya. Penulis lulus dari SMAN 9 Surabaya pada tahun 2001 kemudian penulis mengikuti UMPTN pada tahun 2001 dan diterima di Jurusan Matematika FMIPA-ITS pada tahun 2001 dan terdaftar dengan NRP. 1201 100 039.

Di Jurusan Matematika ini Penulis mengambil Bidang Minat Riset Operasi dan Simulasi. Penelitian ini dibuat sebagai salah satu prasyarat guna mendapatkan gelar sarjana di Perguruan Tinggi tersebut. Namun semuanya tidak dapat tercapai tanpa bantuan dari beberapa pihak, salah satunya adalah doa, dorongan, semangat yang diberikan oleh orang tua, terima kasih bapak dan ibu.