



TESIS - KS185411

**ANALISIS TINGKAT KESEJAHTERAAN RUMAH TANGGA  
DAN PEKERJAAN KEPALA RUMAH TANGGA SEKTOR  
PERTANIAN DAN NON PERTANIAN DI PROVINSI  
PAPUA BARAT DENGAN PENDEKATAN ANALISIS  
PROBIT BINER BIVARIAT REKURSIF**

**SYIRRUL HADI UTAMA  
6003201022**

Dosen Pembimbing  
Dr. Vita Ratnasari, M.Si  
Dr. Ismaini Zain, M.Si

Program Studi Magister Statistika  
Departemen Statistika  
Fakultas Sains dan Analitika Data  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember  
Surabaya  
2022





**TESIS - KS185411**

**ANALISIS TINGKAT KESEJAHTERAAN RUMAH TANGGA  
DAN PEKERJAAN KEPALA RUMAH TANGGA SEKTOR  
PERTANIAN DAN NON PERTANIAN DI PROVINSI  
PAPUA BARAT DENGAN PENDEKATAN ANALISIS  
PROBIT BINER BIVARIAT REKURSIF**

**SYIRRUL HADI UTAMA  
6003201022**

**Dosen Pembimbing  
Dr. Vita Ratnasari, M.Si  
Dr. Ismaini Zain, M.Si**

**Program Studi Magister Statistika  
Departemen Statistika  
Fakultas Sains dan Analitika Data  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember  
Surabaya  
2022**





**THESIS - KS185411**

**ANALYSIS OF HOUSEHOLD WELFARE LEVEL AND  
JOB SECTOR OF HEAD OF HOUSEHOLD BETWEEN  
AGRICULTURAL AND NON AGRICULTURAL SECTORS  
IN WEST PAPUA PROVINCE WITH BINARY RECURSIVE  
BIVARIATE PROBIT APPROACH**

**SYIRRUL HADI UTAMA  
6003201022**

**Supervisors**

**Dr. Vita Ratnasari, M.Si**

**Dr. Ismaini Zain, M.Si**

**Master of Statistics Study Program  
Statistics Departement  
Faculty of Science and Data Analytics  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember  
Surabaya  
2022**



# LEMBAR PENGESAHAN TESIS

Tesis disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar

**Magister Statistika (M.Stat)**

Di

**Institut Teknologi Sepuluh Nopember**

Oleh:

**SYIRRUL HADI UTAMA**

**NRP. 6003201022**

Tanggal Ujian: 29 Juli 2022

Periode Wisuda: September 2022

Disetujui Oleh:

**Pembimbing:**

1. Dr. Vita Ratnasari, M.Si.  
NIP. 19700910 199702 2 001

*Ratnasari*

2. Dr. Dra. Ismaini Zain, M.Si.  
NIP. 19600525 198803 2 001

*Ismaini Zain*

**Penguji:**

1. Dr. Dra. Agnes Tuti Rumiati, M.Sc.  
NIP. 19570724 198503 2 002

*Agnes Tuti Rumiati*

2. Dr. Muhammad Sjahid Akbar, M.Si.  
NIP. 19720705 199802 1 001

*Muhammad Sjahid Akbar*



Kepala Departemen Statistika  
Fakultas Sains dan Analitika Data

Dr. Dra. Kartika Fithriasari, M.Si  
NIP. 19691212 199303 2 002

*Kartika Fithriasari*





**ANALISIS TINGKAT KESEJAHTERAAN RUMAH TANGGA DAN  
PEKERJAAN KEPALA RUMAH TANGGA SEKTOR PERTANIAN DAN  
NON PERTANIAN DI PROVINSI PAPUA BARAT DENGAN  
PENDEKATAN ANALISIS PROBIT BINER BIVARIAT REKURSIF**

Oleh : Syirrul Hadi Utama  
Pembimbing : Dr. Vita Ratnasari, M.Si  
Co- pembimbing : Dr. Ismaini Zain, M.Si

**ABSTRAK**

Kemiskinan saat ini masih menjadi masalah global yang harus segera diatasi sesuai dengan *Sustainable Development Goals (SDG's)* ke- 1 yaitu mengakhiri kemiskinan di manapun dan dalam bentuk apapun. Pada tahun 2021, provinsi Papua Barat merupakan provinsi dengan persentase penduduk miskin terbesar ke-2 setelah provinsi Papua dengan 21,84% penduduk miskin yang didominasi oleh kepala rumah tangga yang bekerja pada sektor pertanian sebanyak 65,1%. Dalam penelitian ini akan dilakukan pemodelan secara bersama antara tingkat kesejahteraan rumah tangga dengan sektor pekerjaan Kepala Rumah Tangga (KRT) di provinsi Papua Barat. Diduga kedua variabel ini memiliki masalah endogenitas, dimana salah satu variabel respon menjadi variabel prediktor pada persamaan lainnya, sehingga digunakan model regresi probit biner bivariat rekursif. Estimasi parameter regresi probit biner bivariat rekursif menggunakan Maximum Likelihood Estimation (MLE) namun hasilnya tidak *closed form* sehingga dilanjutkan dengan menggunakan metode iterasi Newton-Raphson. Hasil pengujian hipotesis menunjukkan bahwa secara partial, variabel yang signifikan mempengaruhi tingkat kesejahteraan rumah tangga antara lain variabel status perkawinan, KRT pekerja formal/informal, keluhan kesehatan, status kepemilikan aset, status migrasi, jumlah anggota rumah tangga, kalsifikasi wilayah tempat tinggal (desa/kota), umur KRT, dan sektor pekerjaan KRT. Sedangkan variabel yang signifikan mempengaruhi pilihan bekerja pada sektor pertanian antara lain pendidikan KRT, klasifikasi wilayah tempat tinggal (desa/kota), dan umur KRT.

**Kata kunci:** Probit Bivariat Rekursif, Kesejahteraan, Sektor Pekerjaan, MLE, Newton-Raphson

*(Halaman ini sengaja dikosongkan)*

**ANALYSIS OF HOUSEHOLD WELFARE LEVEL AND JOB SECTOR  
OF HEAD OF HOUSEHOLD BETWEEN AGRICULTURAL AND NON  
AGRICULTURAL SECTORS IN WEST PAPUA PROVINCE WITH  
BINARY RECURSIVE BIVARIATE PROBIT APPROACH**

Name : Syirrul Hadi Utama  
Supervisor : Dr. Vita Ratnasari, M.Si  
Co- supervisor : Dr. Ismaini Zain, M.Si

**ABSTRACT**

Poverty is a global problem that must be solved immediately. According to the Sustainable Development Goals (SDG's), the first goal is to end poverty in all its forms everywhere by 2030. In 2021, Papua Barat province is the 2nd largest percentage of poor people after Papua province with 21,84% of the poor population. Poor households in Papua Barat province are dominated by the head of households who work in the agricultural sector with 65,1%. There are two response variables in this study, the level of the household's welfare and the job sector of the head of the household. Joint modelling will be conducted between two response variables. It is suspected that these two variables have an endogeneity problem, where one of the response variables becomes a predictor variable in the other equation, therefore a binary recursive bivariate probit modelling will be used. The parameter estimation of the binary bivariate recursive probit using Maximum Likelihood Estimation (MLE) has no closed-form result, so it will be solved by the Newton-Raphson iteration method. The results of hypothesis testing show that partially, the variables that significantly affect the level of household welfare are marital status, head of household work status, health complaints, asset ownership status (house), migration status, number of household members, classification of residential area (urban/rural), the age of the head of household, and the occupation of the head of household. Meanwhile, variables that significantly affect the choice of working in the agricultural sector are the education of the head of household, classification of the area of residence (urban/rural), and age of the head of household.

**Keywords:** Recursive Bivariate Probit, Welfare, Job sector, MLE, Newton-Raphson

*(Halaman ini sengaja dikosongkan)*

## KATA PENGANTAR

Alhamdulillah Robbil ‘alamin penulis panjatkan atas segala puji dan syukur kehadirat Allah SWT atas limpahan rahmat, hidayah, serta pertolongan-Nya sehingga tesis yang berjudul “Analisis Tingkat Kesejahteraan Rumah Tangga dan Pekerjaan Kepala Rumah Tangga Sektor Pertanian dan Non Pertanian di Provinsi Papua Barat dengan Pendekatan Analisis Regresi Probit Biner Bivariat Rekursif”. Tesis ini disusun sebagai salah satu syarat dalam menyelesaikan pendidikan pada Program Pascasarjana Departemen Statistika, Fakultas Sains dan Analitika Data, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS). Penyusunan tesis ini tidak terlepas dari bimbingan, bantuan, dan dukungan dari berbagai pihak baik secara teknis maupun non-teknis. Oleh karena itu, melalui kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada yang terhormat:

1. Ibu Dr. Vita Ratnasari, M.Si selaku dosen pembimbing dan Ibu Dr. Ismaini Zain, M.Si selaku dosen co-pembimbing yang telah memberikan banyak arahan, saran, dan nasihat dalam menyelesaikan tesis ini.
2. Ibu Dr. Agnes Tuti Rumiati, M.Sc., dan Bapak Dr. Muhammad Sjahid Akbar, M.Si. selaku dosen penguji yang telah memberikan saran bagi perbaikan tesis ini.
3. Ibu Dr. Kartika Fithriasari, M.Si selaku Kepala Departemen Statistika FSAD ITS, Ibu Santi Wulan Purnami, M.Si., Ph.D selaku Sekretaris Departemen I (Bidang Akademik, Kemahasiswaan, Penelitian dan Pengabdian Kepada Masyarakat) dan Ibu Dr. Vita Ratnasari, M.Si selaku Sekretaris Departemen II (Bidang Sumber Daya Keuangan, Sumber Daya Manusia, dan Sarana Prasarana) sekaligus dosen wali yang telah memfasilitasi sarana dan prasarana untuk kegiatan belajar dan mengajar selama studi di ITS.
4. Bapak Dr.rer.pol. Dedy Dwi Prastyo, S.Si, M.Si selaku Kepala Program Studi Pascasarjana Statistika Departemen Statistika ITS yang telah memfasilitasi dan mengatur kelancaran kegiatan belajar mengajar dan penyelesaian tesis mahasiswa tahap demi tahap.

5. Bapak dan Ibu dosen pengajar Departemen Statistika ITS, atas ilmu yang telah diajarkan.
6. Bapak/Ibu Staf Tata Usaha (TU) dan karyawan Departemen Statistika ITS Surabaya yang telah membantu dalam masalah administrasi dan lain sebagainya selama masa studi di ITS.
7. Kepala BPS, Kepala Pusdiklat BPS, Kepala BPS Provinsi Papua Barat beserta jajarannya yang telah memberikan kesempatan dan kepercayaan kepada penulis untuk menempuh tugas belajar serta dukungan moril maupun materiil.
8. Kedua orang tua, mertua, istri, dan semua keluarga penulis yang telah mendukung dan mendoakan demi terselesaikannya tesis ini. Semua sahabat dan rekan-rekan mahasiswa TB BPS angkatan 2020 dan 2019 serta rekan-rekan mahasiswa Pascasarjana Statistika ITS atas semua bantuan, dukungan, doa, dan saran yang sangat berharga bagi terselesaikannya tesis ini.

Penulis menyadari bahwa tesis ini masih sangat jauh dari kesempurnaan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan saran dan kritik yang bersifat membangun untuk perbaikan.

Surabaya, Agustus 2022

Penulis

## DAFTAR ISI

<b>LEMBAR PENGESAHAN</b> .....	i
<b>ABSTRAK</b> .....	iii
<b>ABSTRACT</b> .....	v
<b>KATA PENGANTAR</b> .....	vii
<b>DAFTAR ISI</b> .....	ix
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	xii
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	xiii
<b>DAFTAR NOTASI</b> .....	xv
<b>BAB 1 PENDAHULUAN</b> .....	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Perumusan Masalah.....	4
1.3 Tujuan Penelitian.....	4
1.4 Manfaat Penelitian.....	4
1.5 Batasan Penelitian .....	5
<b>BAB 2 TINJAUAN PUSTAKA</b> .....	7
2.1 Tingkat Kesejahteraan Rumah Tangga dan Sektor Pekerjaan Kepala Rumah Tangga .....	7
2.2 Model Regresi Probit Biner Bivariat.....	14
2.3 Model Regresi Probit Biner Bivariat Rekursif .....	16
2.4 Uji Independensi Variabel Respon .....	21
2.5 Pendeteksian Multikolinearitas .....	23
2.6 Uji Endogenitas Variabel Respon .....	23
2.7 Pengujian Signifikansi Model .....	24
2.7.1 Uji Simultan .....	24
2.7.2 Uji Parsial.....	25
2.8 Kriteria Keباikan Model.....	26
2.9 Perbandingan Model dengan Metode Bootstrap .....	26

<b>BAB 3 METODE PENELITIAN .....</b>	<b>29</b>
3.1 Sumber Data.....	29
3.2 Variabel Penelitian.....	29
3.3 Tahapan Penelitian.....	35
3.3.1 Estimasi Model Probit Biner Bivariat Rekursif.....	35
3.3.2 Pemodelan dengan Probit Biner Bivariat Rekursif.....	37
3.4 Diagram Alir Analisis Data.....	37
<b>BAB 4 ANALISIS DAN PEMBAHASAN .....</b>	<b>41</b>
4.1 Estimasi Parameter.....	41
4.2 Karakteristik Data Faktor-Faktor yang Berpengaruh Terhadap Kesejahteraan Rumah Tangga dan Sektor Pekerjaan Kepala Rumah Tangga .....	60
4.3 Pemodelan Menggunakan Regresi Probit Biner Bivariat Rekursif .....	65
4.3.1 Uji Independensi Variabel Respon.....	65
4.3.2 Pendeteksian Multikolinearitas.....	66
4.3.3 Uji Endogenitas Variabel Respon.....	67
4.3.4 Pemodelan Tingkat Kesejahteraan dan Sektor Pekerjaan Kepala Rumah Tangga dengan Probit Biner Bivariat Rekursif Uji Simultan.....	67
4.3.5 Uji Simultan.....	69
4.3.6 Uji Parsial .....	69
4.3.7 Kriteria Keباikan Model .....	72
4.3.8 Interpretasi Model.....	72
4.3.9 Efek Marjinal.....	74
4.4 Pemodelan Menggunakan Regresi Probit Biner Bivariat Rekursif .....	83
<b>BAB 5 KESIMPULAN DAN SARAN .....</b>	<b>85</b>
5.1 Kesimpulan .....	85
5.2 Saran.....	86
<b>LAMPIRAN .....</b>	<b>87</b>
<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>	<b>103</b>



## DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Penelitian Terdahulu Tentang Faktor-Faktor yang Berpengaruh Terhadap Kesejahteraan Rumah Tangga.....	13
Tabel 2.2	Penelitian Terdahulu Tentang Faktor-Faktor yang Berpengaruh Terhadap Pemilihan Sektor Pekerjaan Kepala Rumah Tangga.	13
Tabel 2.3	Tabel Frekuensi Dua Arah Variabel $Y_1$ dan $Y_2$ .....	19
Tabel 2.4	Tabel Kontingensi Berdasarkan Dua Variabel .....	22
Tabel 3.1	Variabel Penelitian Tingkat Kesejahteraan Rumah Tangga dan Sektor Pekerjaan Kepala Rumah Tangga .....	29
Tabel 3.2	Struktur Data Penelitian .....	35
Tabel 4.1	Jumlah dan Persentase Rumah Tangga berdasarkan Tingkat Kesejahteraan Rumah Tangga dan Sektor Pekerjaan Kepala Rumah Tangga.....	61
Tabel 4.2	Jumlah dan Persentase Rumah Tangga berdasarkan Variabel Prediktor .....	62
Tabel 4.3	Rata-rata Jam Kerja, Jumlah Anggota Rumah Tangga, dan Umur Kepala Rumah Tangga berdasarkan Tingkat Kesejahteraan dan Sektor Pekerjaan KRT .....	65
Tabel 4.4	Deteksi Multikolinearitas pada Variabel Prediktor .....	66
Tabel 4.5	Hasil Estimasi Parameter Model Awal Probit Biner Bivariat Rekursif .....	68
Tabel 4.6	Pengujian Signifikansi Parameter pada Model Awal Probit Biner Bivariat Rekursif.....	70
Tabel 4.7	Estimasi Parameter Model Akhir Probit Biner Bivariat Rekursif dan Probit Biner Bivariat dengan Variabel Prediktor Signifikan .....	71
Tabel 4.8	Perbandingan Kebaikan Model Probit Biner Bivariat Rekursif dengan Bivariate Probit berdasarkan AIC .....	72

*(Halaman ini sengaja dikosongkan)*

## DAFTAR GAMBAR

Gambar 3.1	Diagram Alir Estimasi Parameter Regresi Probit Biner Bivariat Rekursif .....	38
Gambar 3.2	Diagram Alir Analisis Data dalam Menentukan Faktor-Faktor yang Berpengaruh Terhadap Kesejahteraan Rumah Tangga dan Sektor Pekerjaan Kepala Rumah Tangga di Provinsi Papua Barat Tahun 2021 .....	39
Gambar 3.3	Kerangka Konseptual Faktor-Faktor yang Diduga Berpengaruh Terhadap Tingkat Kesejahteraan Rumah Tangga dan Sektor Pekerjaan Kepala Rumah Tangga .....	40
Gambar 4.1	Persentase Rumah Tangga berdasarkan Tingkat Kesejahteraan Rumah Tangga dan Sektor Pekerjaan Kepala Rumah Tangga..	61
Gambar 4.2	Persentase Rumah Tangga Berdasarkan Tingkat Kesejahteraan Rumah Tangga dan Kepala Rumah Tangga Pekerja Formal/ Informal .....	62
Gambar 4.3	Persentase Rumah Tangga Berdasarkan Tingkat Kesejahteraan Rumah Tangga dan Wilayah Tempat Tinggal.....	63
Gambar 4.4	Persentase Rumah Tangga Berdasarkan Sektor Pekerjaan Kepala Rumah Tangga dan Klasifikasi Wilayah Tempat Tinggal.....	63
Gambar 4.5	Persentase Rumah Tangga Berdasarkan Sektor Pekerjaan Kepala Rumah Tangga dan Pendidikan Terakhir yang Ditamatkan Kepala Rumah Tangga .....	64
Gambar 4.6	Persentase Rumah Tangga Berdasarkan Sektor Pekerjaan Kepala Rumah Tangga dan Jenis Kelamin Kepala Rumah Tangga .....	64
Gambar 4.7	Perbandingan Standar Error Model Probit Bivariat Rekursif dan Model Probit Bivariat (a) Sampel Sebanyak 100%, (b) Sampel Sebanyak 80%, (c) Sampel Sebanyak 60%. .....	83

*(Halaman ini sengaja dikosongkan)*

## DAFTAR NOTASI

$Y_i$	Variabel respon ke- $i$
$X_j$	Variabel prediktor ke- $j$
$p$	Banyaknya variabel predictor
$i$	Unit observasi
$n$	Banyaknya unit observasi
$y_i^*$	Variabel laten ke- $i$
$\beta_j$	Koefisien regresi untuk variabel predictor ke- $j$
$y_1^*$	variabel respon tak teramati pada persamaan 1
$y_2^*$	variabel respon tak teramati pada persamaan 2
$\sigma^2$	Varians
$\gamma_i$	threeshold ke- $i$ pada persamaan ke 1
$\delta_i$	threeshold ke- $i$ pada persamaan ke 2
<b>g</b>	Vektor gradien
<b>H</b>	Matriks Hessian
$\alpha$	Taraf Signifikansi
$Z$	Distribusi normal standar
$\rho$	Korelasi antara $Y_1$ dan $Y_2$
$\varepsilon_i$	error ke- $i$
$\Phi(\cdot)$	CDF distribusi normal standar
$\Phi(\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2)$	CDF distribusi normal standar bivariat
$P_{cd}$	Probability ke- $c$ dan ke- $j$
$\Sigma$	matriks varians covarians
$\rho$	koefisien korelasi
<b><math>\theta</math></b>	vektor parameter
<b><math>w_i</math></b>	<b>vector variabel predictor unit observasi ke-<math>i</math></b>
$L(\ )$	Fungsi <i>likelihood</i>
<b>Q</b>	Fungsi <i>ln likelihood</i>
$\Omega$	Himpunan parameter dibawah populasi
$\omega$	Himpunan parameter dibawah $H_0$

$G^2$	Statistik uji pada uji serentak
$r$	Indeks persamaan ke- $r$
$s$	Indeks variabel respon ke- $s$

# **BAB 1**

## **PENDAHULUAN**

### **1.1 Latar Belakang**

Undang-Undang Nomor 11 Tahun 2009 pasal 1 menyebutkan bahwa kesejahteraan sosial adalah kondisi terpenuhinya kebutuhan material, spiritual, dan sosial warga negara agar dapat hidup layak dan mampu mengembangkan diri, sehingga dapat melaksanakan fungsi sosialnya. Salah satu pendekatan dalam pengukuran tingkat kesejahteraan suatu rumah tangga adalah dengan pendekatan secara moneter melalui pendapatan (*World Bank, 2004*). Namun, untuk mendapatkan data pendapatan rumah tangga sangat sulit di Indonesia. Oleh karena itu, pengukuran pendapatan rumah tangga didekati dengan konsumsi dan pengeluaran (BPS, 2020).

Salah satu indikator kesejahteraan berdasarkan pendekatan pengeluaran adalah persentase penduduk miskin. Kemiskinan adalah berkurangnya kesejahteraan (*World Bank, 2004*). Seseorang dikatakan miskin apabila pengeluarannya dibawah garis kemiskinan. Survei Sosial Ekonomi Nasional (Susenas) yang dilakukan oleh Badan Pusat Statistik (BPS) pada tahun 2021 menunjukkan bahwa di Indonesia terdapat sebanyak 10,14% penduduk miskin. Provinsi dengan persentase penduduk miskin terbesar ke-2 setelah provinsi Papua adalah provinsi Papua Barat dengan 21,84% penduduk miskin. Kemiskinan harus segera diatasi sesuai dengan tujuan *Sustainable Development Goals (SDG's)* ke- 1 yaitu mengakhiri kemiskinan di manapun dan dalam bentuk apapun.

Papua Barat merupakan provinsi dengan Tingkat Pengangguran Terbuka (TPT) sebanyak 6,18%. Angka ini idak jauh berbeda dengan angka TPT nasional sebesar 6,26 %. Provinsi Papua Barat menempati urutan ke-25 dengan TPT terendah (BPS, 2021). Namun ironisnya, rendahnya TPT ini tidak menyebabkan rendahnya kemiskinan di Papua Barat. Hal ini mungkin disebabkan oleh rendahnya pendapatan yang diperoleh dari pekerja di sektor pertanian.

Sektor pertanian adalah sektor pekerjaan utama di Papua Barat. Berdasarkan hasil Survei Angkatan Kerja Nasional (Sakernas) yang dilakukan oleh BPS pada

bulan februari 2021, sektor pertanian merupakan sektor pekerjaan dengan persentase pekerja terbanyak yaitu sebesar 32,69%, diikuti sektor perdagangan besar, eceran, dan farmasi sebesar 18,12%, administrasi pemerintah 13,75%, dan sektor-sektor lainnya sebesar 63,56%.

Penelitian Astuti (2018) menunjukkan bahwa salah satu faktor yang berpengaruh terhadap besarnya pengeluaran rumah tangga adalah sektor lapangan pekerjaan utama kepala rumah tangga. Berdasarkan hasil Susenas Maret 2021, sebanyak 87,74% penduduk miskin bekerja pada sektor pertanian dan sebanyak 65,10% rumah tangga miskin dengan kepala rumah tangga bekerja pada sektor pertanian. Rata-rata pengeluaran perkapita rumah tangga dengan kepala rumah tangga bekerja pada sektor pertanian jauh lebih rendah dibandingkan kepala rumah tangga yang bekerja pada sektor non pertanian dengan nilai sebesar Rp.1.354.419,- untuk sektor pertanian dan sebesar Rp.2.042.855,- untuk sektor non pertanian.

Indikator kesejahteraan lainnya menurut *World Bank* adalah ketimpangan pengeluaran antara penduduk dengan tingkat pengeluaran 40% terendah dibandingkan dengan penduduk 60% tertinggi. Ketimpangan diukur dengan menghitung proporsi pengeluaran penduduk 40% terbawah (BPS,2022). Dimana saat ini di Papua Barat proporsi pengeluaran penduduk 40% terbawah sebesar 22,57%. Artinya, Papua Barat memiliki tingkat ketimpangan yang rendah namun tingkat kemiskinan yang sangat tinggi. Hal ini menunjukkan bahwa masih banyak penduduk yang tidak tergolong miskin namun pengeluaran perkapita dekat dengan garis kemiskinan.

Dalam penelitian tentang kesejahteraan, sering digunakan variabel respon bersifat kategorik. Salah satu metode yang dapat digunakan untuk memodelkan beberapa variabel respon bersifat kategorik adalah regresi probit. Regresi probit adalah metode regresi yang digunakan untuk menganalisis variabel dependen yang bersifat kualitatif dan variabel independen yang bersifat kualitatif, kuantitatif, atau gabungan dari kualitatif dan kuantitatif dengan pendekatan *Cumulative Distribution Function (CDF)* distribusi normal standar untuk mengestimasi parameter sehingga terbentuk model probit (Greene, 2012).

Model probit yang menggunakan dua variabel dikotomi sebagai variabel responnya, sedangkan variabel bebasnya dapat berupa variabel yang bersifat diskrit maupun variabel yang bersifat kontinu dan juga dapat berupa variabel kualitatif



yaitu variabel nominal atau ordinal disebut model probit biner bivariat (Ratnasari, 2012). Untuk melakukan pemodelan pada model bivariat, maka syarat yang harus dipenuhi adalah kedua variabel respon pada model harus memiliki hubungan (dependen). Jika terdapat masalah endogenitas antara kedua persamaan dalam probit bivariat, maka model probit bivariat tidak dapat memberikan hasil yang akurat. Oleh karena itu, dikembangkan model probit biner bivariat rekursif (Greene,2012). Regresi probit bivariat rekursif merupakan metode dimana dua persamaan probit yang *error*-nya saling berkorelasi dan salah satu variabel respon menjadi faktor endogen pada variabel dependen lainnya (Isnaini,2020). Model regresi probit biner bivariat rekursif tidak hanya baik digunakan dalam pemodelan variabel dengan variabel respon biner yang terdapat endogenitas saja tetapi juga dapat dilakukan interpretasi secara parsial (Li,dkk, 2018). Nilai parameter korelasi pada probit bivariat rekursif tidak sama dengan korelasi pada probit bivariat. Hal itu karena pada probit bivariat rekursif terjadi endogenitas sehingga dapat mempengaruhi nilai parameter korelasi (Fillippini, dkk, 2018).

Model probit biner bivariat rekursif dapat digunakan dalam penelitian di berbagai bidang, seperti ekonomi, kesehatan, sosial, dll.. Wang, dkk (2021) meneliti tentang faktor-faktor yang berpengaruh terhadap tingkat cedera dan ketidak disiplinan berkendara pengemudi mobil non-truk pada kecelakaan yang melibatkan truk besar di Florida. Isnaini (2020) meneliti tentang faktor-faktor yang berpengaruh terhadap pemberian ASI eksklusif dan status bekerja ibu di Kota Surabaya tahun 2017. Olawuyi,dkk (2020) meneliti tentang faktor-faktor yang berpengaruh terhadap akuisisi informasi dan adopsi konservasi pertanian oleh petani kecil di barat daya Nigeria. Joshi,dkk (2015) melakukan identifikasi hubungan antara keputusan pemilik lahan untuk menentukan manajemen perencanaan dan minat mereka terhadap panen kayu pada masa mendatang.

Pada penelitian ini dilakukan pemodelan secara bersama antara tingkat kesejahteraan rumah tangga dengan sektor pekerjaan kepala rumah tangga di provinsi Papua Barat. Diduga kedua variabel ini memiliki masalah endogenitas, dimana variabel sektor pekerjaan kepala rumah tangga berpengaruh terhadap tingkat kesejahteraan rumah tangga. Sehingga dalam pemodelan variabel respon sektor pekerjaan kepala rumah tangga akan menjadi variabel prediktor dari variabel

respon tingkat kesejahteraan rumah tangga. Oleh karena itu, metode analisis yang digunakan adalah regresi probit biner bivariat rekursif.

## **1.2 Perumusan Masalah**

Berdasarkan uraian latar belakang di atas, maka terlihat bahwa terdapat permasalahan kesejahteraan di Papua Barat. Dimana kesejahteraan diukur dengan pendekatan pengeluaran rumah tangga. Selain itu, sebanyak 65,10% rumah tangga miskin merupakan rumah tangga dengan kepala rumah tangga bekerja pada sektor pertanian. Sehingga perlu dikaji faktor-faktor yang mempengaruhi tingkat kesejahteraan rumah tangga dan sektor pekerjaan kepala rumah tangga. Oleh karena itu, akan dilakukan estimasi parameter pada regresi probit biner bivariat rekursif kemudian memodelkan faktor-faktor yang berpengaruh terhadap kesejahteraan rumah tangga dan sektor pekerjaan kepala rumah tangga di provinsi Papua Barat berdasarkan model probit biner bivariat rekursif.

## **1.3 Tujuan Penelitian**

Berdasarkan rumusan masalah yang telah diuraikan diatas, maka tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Mendapatkan estimasi parameter regresi probit biner bivariat rekursif
2. Mendeskripsikan karakteristik penduduk berdasarkan tingkat kesejahteraan dan sektor pekerjaan kepala rumah tangga di provinsi Papua Barat.
3. Memodelkan faktor-faktor yang berpengaruh terhadap tingkat kesejahteraan rumah tangga dan sektor pekerjaan kepala rumah tangga di provinsi Papua Barat berdasarkan model regresi probit biner bivariat rekursif.
4. Membandingkan model probit biner bivariat rekursif dengan model probit biner bivariat.

## **1.4 Manfaat Penelitian**

Berdasarkan uraian sebelumnya dapat dirumuskan manfaat yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Menambah wawasan keilmuan mengenai pemanfaatan regresi probit biner bivariat rekursif

2. Sebagai bahan masukan bagi pemerintah Provinsi Papua Barat dalam mengambil kebijakan dalam meningkatkan kesejahteraan penduduk.

### **1.5 Batasan Penelitian**

Adapun batasan-batasan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Variabel yang digunakan dalam penelitian ini adalah data yang dihasilkan melalui Survei Sosial Ekonomi Nasional Maret 2021 yang dilaksanakan oleh Badan Pusat Statistik di Provinsi Papua Barat.
2. Kesejahteraan mengacu kepada kesejahteraan secara moneter dengan pendekatan pengeluaran.
3. Metode Iterasi yang digunakan dalam melakukan estimasi parameter adalah *Newton-Raphson*.

*(Halaman ini sengaja dikosongkan)*

## **BAB 2**

### **TINJAUAN PUSTAKA**

Tinjauan pustaka terdiri atas dua bagian, yaitu tinjauan non-statistika dan tinjauan statistika. Tinjauan non-statistika membahas tentang faktor-faktor yang diduga berpengaruh terhadap kesejahteraan rumah tangga dan sektor pekerjaan kepala rumah tangga di Provinsi Papua Barat Tahun 2021. Sedangkan tinjauan statistika membahas tentang Regresi Probit Biner Bivariat, Regresi Probit Biner Bivariat Rekursif, uji hipotesis, uji independensi variabel respon, pendeteksian multikolinearitas, pendeteksian endogenitas, pemilihan model terbaik menggunakan AIC, dan efek marginal.

#### **2.1 Tingkat Kesejahteraan Rumah Tangga dan Sektor Pekerjaan Kepala Rumah Tangga**

Undang-Undang Nomor 11 Tahun 2009 pasal 1 menyebutkan bahwa kesejahteraan sosial adalah kondisi terpenuhinya kebutuhan material, spiritual, dan sosial warga negara agar dapat hidup layak dan mampu mengembangkan diri, sehingga dapat melaksanakan fungsi sosialnya. *World Bank* (2004) mendefinisikan bahwa berkurangnya kesejahteraan disebut dengan kemiskinan. Kemiskinan adalah kondisi ketidakmampuan individu dalam memenuhi standar kebutuhan dasar seperti makanan, pakaian, perumahan, pendidikan, dan kesehatan (Bappenas, 2018). Kesejahteraan dapat diukur dengan pendapatan, kesehatan, nutrisi, pendidikan, kepemilikan aset, perumahan, dan hak asasi lainnya yang berlaku di masyarakat seperti kebebasan berbicara. Salah satu ukuran yang paling dapat diandalkan untuk melihat tingkat kesejahteraan suatu negara adalah pendapatan perkapita (BPS, 2016).

Salah satu solusi terbaik dalam pengukuran tingkat kesejahteraan penduduk yang dapat dibandingkan antar wilayah dan mudah dalam penggunaannya adalah metode pengukuran secara moneter dengan pendekatan *basic needs approach*. Metode ini menggabungkan antara pengukuran kemiskinan berdasarkan konsumsi nilai kalori makanan dan nilai konsumsi non makanan perkapita per

hari. Pengukuran tingkat kesejahteraan dengan menggunakan pendekatan konsumsi berhubungan langsung dengan kesejahteraan secara ekonomi (*World Bank*, 2017). Konsumsi adalah makanan atau barang dan jasa yang dihabiskan/digunakan oleh seseorang, baik yang berasal dari pembelian, pemberian, maupun produksi sendiri (BPS, 2020). Keuntungan pendekatan konsumsi dibandingkan dengan pendekatan pendapatan antara lain konsumsi relatif stabil dalam waktu yang lama dan rumah tangga lebih mudah mengingat apa yang dikeluarkan dibanding apa yang diperoleh/didapat.

Dalam mengukur pengeluaran, BPS melakukan Survei Sosial Ekonomi Nasional (Susenas) di seluruh kabupaten/kota di Indonesia. Salah satu indikator yang diperoleh untuk membandingkan tingkat kesejahteraan adalah pengeluaran perkapita. Pengeluaran perkapita diperoleh dari total pengeluaran rumah tangga untuk komoditas makanan dan non makanan dibagi dengan jumlah anggota rumah tangga.

Salah satu indikator kesejahteraan adalah persentase penduduk miskin (*Head Count Index*) (BPS, 2022). Seseorang dikatakan miskin apabila pengeluarannya dibawah garis kemiskinan. Garis kemiskinan diperoleh dengan menghitung nilai pengeluaran pada penduduk referensi untuk 52 komoditas makanan dan 51 komoditas non makanan untuk perkotaan, serta 47 komoditas non makanan untuk pedesaan. Hasil Susenas menunjukkan bahwa pada tahun 2021 di Indonesia terdapat sebanyak 10,14% penduduk miskin. Sedangkan di Provisis Papua Barat sebanyak 21,84%. Hal ini menempatkan Papua Barat menjadi provinsi dengan persentase penduduk miskin tertinggi ke-2 setelah Papua (BPS, 2021).

Indikator kesejahteraan lainnya menurut *World Bank* adalah ketimpangan pengeluaran antara penduduk dengan tingkat pengeluaran 40% terendah dibandingkan dengan penduduk 60% tertinggi. Ketimpangan diukur dengan menghitung proporsi pengeluaran penduduk 40% terbawah (BPS, 2022). Penduduk 40% terendah terdiri dari penduduk miskin dan rentan miskin. Penduduk rentan miskin adalah kelompok penduduk dengan tingkat pengeluaran dekat dengan garis kemiskinan. Saat ini di Papua Barat proporsi pengeluaran penduduk 40% terbawah sebesar 22,57%. Artinya, Papua Barat memiliki tingkat ketimpangan yang rendah namun kemiskinan yang sangat tinggi.

Pekerjaan utama kepala rumah tangga sangat berpengaruh terhadap tingkat kesejahteraan suatu rumah tangga. Hal ini dikarenakan setiap jenis pekerjaan memiliki tingkat upah yang berbeda-beda. Pekerjaan pada sektor pertanian, tingkat upah minimum yang akan diterima oleh pekerjanya lebih rendah dibandingkan dengan sektor non pertanian. Di Indonesia, kepala rumah tangga miskin cenderung bekerja pada sektor pertanian, baik dalam sub sektor pertanian tanaman pangan, perkebunan, maupun perikanan.

Berdasarkan status sektor pekerjaannya, pekerja dibagi menjadi dua yaitu pekerja formal dan pekerja informal. Pekerja informal adalah pekerja yang mempunyai status berusaha sendiri, berusaha dibantu buruh tidak tetap/buruh tidak dibayar, pekerja bebas di pertanian, pekerja bebas di non pertanian serta pekerja keluarga tidak dibayar. Pada umumnya persentase kemiskinan pada kepala rumah tangga pekerja informal lebih tinggi dibandingkan tenaga kerja formal (BPS, 2020).

Widiana,dkk (2019) melakukan penelitian tentang pengaruh jam kerja dan pengalaman kerja terhadap pendapatan dan kesejahteraan pekerja menggunakan path analysis. Hasilnya menunjukkan bahwa jam kerja, pengalaman kerja dan pendapatan pekerja berpengaruh positif dan signifikan terhadap kesejahteraan pekerja.

Penelitian Sari (2018) tentang pengaruh status perkawinan dan kondisi ekonomi rumah tangga terhadap kemiskinan anak di provinsi Banten Tahun 2017 menunjukkan bahwa status perkawinan, status bekerja kepala rumah tangga, dan jumlah anak dalam rumah tangga signifikan mempengaruhi tingkat kemiskinan rumah tangga anak.

Astuti (2018) menyatakan bahwa faktor-faktor yang signifikan mempengaruhi kemiskinan rumah tangga di Kabupaten Semarang (dengan pengaruh dari yang paling besar) adalah angka ketergantungan, jumlah anggota rumah tangga, tingkat pendidikan kepala rumah tangga, dan sektor pekerjaan kepala rumah tangga. Hal itu dikuatkan dengan penelitian Satrio (2018) yang menunjukkan bahwa variabel usia kepala rumah tangga, lama pendidikan kepala rumah tangga, dan pekerjaan kepala rumah tangga di sektor industri dan perdagangan, mengurangi kemungkinan menjadi miskin, sedangkan pekerjaan di sektor pertanian dikaitkan dengan

kemungkinan terbesar rumah tangga untuk menjadi miskin. Hal senada juga dapat dilihat pada penelitian Putri (2013) yang menyatakan bahwa faktor pendidikan dan pekerjaan berpengaruh positif dan signifikan terhadap pendapatan rumah tangga miskin di desa Bebandem, Karangasem.

Salah satu faktor yang mempengaruhi tingkat kesejahteraan adalah migrasi. Migrasi adalah perpindahan seseorang dari tempat lahir ke tempat tinggal sekarang. Migran semasa hidup adalah seseorang yang berpindah tanpa melihat kapan pindahnya. Migran semasa hidup diperoleh dari keterangan tempat lahir dan tempat tinggal sekarang, jika kedua keterangan ini berbeda maka termasuk migrasi semasa hidup (BPS, 2020). Migran cenderung memiliki kesejahteraan yang lebih baik jika dibandingkan dengan non migran, hal ini ditunjukkan dengan kepemilikan perumahan dan kepemilikan aset (Alabshar, 2021).

Faktor kesehatan juga menjadi faktor yang sangat penting dalam peningkatan kesejahteraan. Rendahnya tingkat kesehatan bagi penduduk akan menghasilkan pekerjaan yang kurang produktif. Hal ini menyebabkan tingkat output yang dihasilkan juga rendah. Menurut Jacobus (2018), faktor pendidikan dan kesehatan berpengaruh negatif signifikan terhadap kemiskinan rumah tangga sedangkan kepemilikan aset memberikan pengaruh positif dan signifikan terhadap kemiskinan.

Jumlah anggota rumah tangga merupakan salah satu indikasi dalam menentukan miskin atau tidaknya suatu rumah tangga. Semakin besar jumlah anggota rumah tangga akan semakin besar pendapatan yang dikeluarkan untuk biaya hidup. Sehingga pada masyarakat miskin, jumlah anggota keluarga yang banyak akan mengakibatkan kondisi menjadi semakin miskin. Penelitian Nasmiwati (2019) menunjukkan hasil bahwa jumlah tanggungan berpengaruh positif dan signifikan terhadap kemiskinan rumah tangga di Kecamatan Bayang Kabupaten Pesisir Selatan. Hal ini juga didukung oleh penelitian Yani dkk (2018) yang menunjukkan bahwa tingkat pendidikan, jenis pekerjaan, dan jumlah tanggungan secara parsial berpengaruh positif dan signifikan terhadap pendapatan kepala rumah tangga miskin.

Penelitian Utami (2019) tentang faktor-faktor yang mempengaruhi kemiskinan rumah tangga di kecamatan Pujut kabupaten Lombok Tengah



menunjukkan bahwa jenis kelamin kepala rumah tangga, umur kepala rumah tangga, jumlah anggota rumah tangga, pendidikan kepala rumah tangga, pekerjaan kepala rumah tangga, dan status kepemilikan tempat tinggal berpengaruh terhadap kemiskinan rumah tangga. Athoillah, dkk (2021) menambahkan faktor wilayah dan suku dalam penelitiannya yang hasilnya menunjukkan bahwa ukuran rumah tangga, usia kepala rumah tangga, pendidikan kepala rumah tangga, wilayah perkotaan, dan suku berpengaruh terhadap kesejahteraan rumah tangga.

Salah satu faktor yang berkaitan erat dengan tingkat kesejahteraan rumah tangga adalah sektor pekerjaan kepala rumah tangga. Berdasarkan Klasifikasi Baku Lapangan Usaha Indonesia (KBLI) Tahun 2020, terdapat sebanyak 21 sektor sektor pekerjaan. Secara garis besar, sektor pekerjaan dapat dibagi menjadi sektor pertanian dan non pertanian. Sektor pekerjaan pertanian (*Agriculture*) terdiri atas pertanian yang termasuk di dalamnya adalah pertanian tanaman pangan, perkebunan, kehutanan, peternakan, perikanan dan perburuan, serta jasa pertanian (BPS, 2022).

Sektor Pekerjaan pertanian merupakan salah satu sektor terbesar di Indonesia. Sektor pertanian memiliki peran penting dalam perekonomian nasional, terutama dalam menampung tenaga kerja. Sektor pertanian adalah salah satu sektor utama bagi penduduk Papua Barat. Terdapat sebanyak 32,69% penduduk yang bekerja pada sektor pertanian (BPS, 2021). Dimana share sektor pertanian terhadap PDRB sebesar 10,32%. Kondisi tanah yang subur dan luasnya daratan dan lautan yang ada menjadi salah satu faktor pemicu potensi unggulan pertanian di wilayah Papua Barat (BPS,2021).

Tingkat kesejahteraan petani dapat dilihat melalui Nilai Tukar Petani (NTP). NTP berguna untuk mengukur kemampuan tukar produk yang dijual petani dengan produk yang dibutuhkan petani. NTP Provinsi Papua Barat pada maret 2021 sebesar 100,99 persen. Artinya, petani hanya surplus 0,99 persen. Hal ini menunjukkan bahwa pendapatan yang diperoleh petani hanya lebih 0,99 persen dari pengeluaran yang dibutuhkan (BPS,2022).

Terdapat banyak alasan seseorang untuk memilih jenis Sektor Pekerjaan. Xing, dkk (2021) melakukan penelitian tentang partisipasi rumah tangga pertanian untuk bekerja pada sektor non pertanian. Hasilnya menunjukkan bahwa status

kepala rumah tangga, usia, status perkawinan, suku, dan pendidikan mempengaruhi keputusan rumah tangga pertanian untuk berpartisipasi bekerja pada sektor non pertanian. Barau, dkk (2017) melakukan penelitian pada mahasiswa jurusan pertanian di Northwest, Nigeria dan menunjukkan hasil bahwa faktor-faktor yang mempengaruhi keinginan mahasiswa untuk berpartisipasi sebagai *agripreneur* antara lain jenis kelamin, asal komunitas (kota/desa), *background* keluarga (entrepreneur atau tidak), status ekonomi keluarga, dan etnis.

Jumlah tanggungan dalam rumah tangga menjadi salah satu faktor yang berkaitan dengan pemilihan Sektor Pekerjaan. Menurut Afifah (2014), jumlah tanggungan memiliki pengaruh yang negatif terhadap keputusan bekerja pada sektor pertanian. Semakin banyaknya jumlah orang yang harus ditanggung akan memberikan tuntutan atas pemasukan yang lebih tinggi. Sehingga tenaga kerja akan cenderung memilih pekerjaan di luar sektor pertanian yang menawarkan pendapatan lebih tinggi.

Khaafidh (2013) melakukan penelitian tentang faktor-faktor yang mempengaruhi pilihan untuk bekerja pada sektor pertanian. Hasilnya antara lain kepemilikan lahan, pengalaman bertani, pendidikan, usia dan pendapatan berpengaruh signifikan. Hal ini dikuatkan dengan penelitian Alassaf (2010) yang menunjukkan bahwa usia dan pendidikan kepala rumah tangga berpengaruh signifikan terhadap pemilihan Sektor Pekerjaan pertanian.

Tocco, dkk (2013) melakukan penelitian tentang faktor penyebab perpindahan tenaga kerja dari sektor pertanian ke sektor lainnya. Hasilnya menunjukkan bahwa orang yang lebih muda cenderung berpindah ke sektor non pertanian, sementara orang yang usia lanjut cenderung bekerja pada sektor pertanian. Orang dengan status berusaha sendiri dan pekerja keluarga cenderung tetap di sektor pertanian dan orang dengan pendidikan lebih rendah sulit untuk berpindah ke sektor non pertanian.

Adapun rangkuman penelitian terdahulu tentang faktor-faktor yang berpengaruh terhadap tingkat kesejahteraan rumah tangga dan Sektor Pekerjaan kepala rumah tangga dapat dilihat pada Tabel 2.1 dan Tabel 2.2..

Tabel 2.1 Penelitian Terdahulu Tentang Faktor-Faktor yang Berpengaruh Terhadap Kesejahteraan Rumah Tangga

No.	Variabel	Peneliti
1.	Status Perkawinan	Sari (2018)
2.	KRT Pekerja Formal/ Informal	Astuti (2018), dan BPS (2020)
3.	Keluhan kesehatan	Jacobus (2018)
4.	Jam kerja	Widiana, dkk. (2019)
5.	Kepemilikan rumah	Utami (2019)
6.	Migrasi	Alabshar (2021)
7.	Sektor Pekerjaan kepala rumah tangga	Astuti (2018), Putri (2013), Utami (2019), Satrio (2018), Indrajaya (2018), dan Sari (2018)
8.	Jumlah anggota rumah tangga	Astuti (2018), Nasmiwati (2019), Utami (2019), Athoillah, dkk. (2021), Indrajaya (2018), dan Sari (2018)
9.	Pendidikan yang ditamatkan kepala rumah tangga	Astuti (2018), Jacobus (2018), Putri (2013), Utami (2019), Athoillah, dkk.(2021), Satrio (2018), dan Indrajaya (2018)
10.	Klasifikasi wilayah (desa/kota)	Athoillah, dkk. (2021)
11.	Umur kepala rumah tangga	Athoillah, dkk. (2021), dan Satrio (2018)
12.	Jenis Kelamin kepala rumah tangga	Utami (2019)

Tabel 2.2 Penelitian Terdahulu Tentang Faktor-Faktor yang Berpengaruh Terhadap Pemilihan Sektor Pekerjaan Kepala Rumah Tangga

No	Variabel	Peneliti
1.	Jumlah anggota rumah tangga	Alassaf (2011) dan Afifah (2014)
2.	Pendidikan yang ditamatkan kepala rumah tangga	Khaafidh (2013), Susilo (2018), Xing, dkk. (2021), dan Alassaf (2010)
3.	Klasifikasi wilayah	Barau, dkk. (2017)
4.	Umur kepala rumah tangga	Khaafidh (2013), Susilo (2018), Barau, dkk. (2017), Alassaf (2010), dan Tocco, dkk. (2013)
5.	Jenis Kelamin kepala rumah tangga	Susilo (2018), dan Alassaf (2011)

## 2.2 Model Regresi Probit Biner Bivariat

Model regresi probit bivariat adalah salah satu model yang sering digunakan dalam penelitian (Han, 2017). Model Regresi probit bivariat merupakan metode yang menggambarkan hubungan antara dua variabel respon yang bersifat kualitatif dan beberapa variabel prediktor yang bersifat kualitatif, kuantitatif, atau gabungan dari kualitatif dan kuantitatif dengan pendekatan CDF (*Cumulative Distribution Function*) distribusi normal untuk mengestimasi parameter sehingga terbentuk model probit (Greene,2012). Dalam model probit bivariat, asumsi yang harus terpenuhi adalah antar variabel respon saling memiliki hubungan (dependen). Oleh karena itu, sebelum melakukan pemodelan, harus dilakukan uji dependensi antar variabel respon. Model probit biner bivariat memiliki dua variabel respon kualitatif  $Y_1$  dan  $Y_2$  yang diasumsikan berasal dari variabel yang tidak teramati  $y_1^*$  dan  $y_2^*$  dengan masing-masing variabel respon tersebut mempunyai dua kategori (Ratnasari,2012). Adapun persamaan dari kedua variabel tersebut didefinisikan sebagaimana persamaan 2.1.

$$\begin{aligned} y_1^* &= \mathbf{X}_1^T \boldsymbol{\beta}_1 + \varepsilon_1 \\ y_2^* &= \mathbf{X}_2^T \boldsymbol{\beta}_2 + \varepsilon_2 \end{aligned} \quad (2.1)$$

dimana

$$\mathbf{y}_1^* = \begin{bmatrix} y_{11}^* \\ y_{12}^* \\ \vdots \\ y_{1n}^* \end{bmatrix}, \mathbf{X}_1^T = \begin{bmatrix} 1 & x_{111} & x_{121} & \cdots & x_{1p1} \\ 1 & x_{112} & x_{122} & \cdots & x_{1p2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{11n} & x_{12n} & \cdots & x_{1pn} \end{bmatrix}, \boldsymbol{\beta}_1 = \begin{bmatrix} \beta_{10} \\ \beta_{11} \\ \vdots \\ \beta_{1p} \end{bmatrix}, \boldsymbol{\varepsilon}_1 = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{12} \\ \vdots \\ \varepsilon_{1n} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{y}_2^* = \begin{bmatrix} y_{21}^* \\ y_{22}^* \\ \vdots \\ y_{2n}^* \end{bmatrix}, \mathbf{X}_2^T = \begin{bmatrix} 1 & x_{211} & x_{221} & \cdots & x_{2p1} \\ 1 & x_{212} & x_{222} & \cdots & x_{2p2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{21n} & x_{22n} & \cdots & x_{2pn} \end{bmatrix}, \boldsymbol{\beta}_2 = \begin{bmatrix} \beta_{20} \\ \beta_{21} \\ \vdots \\ \beta_{2p} \end{bmatrix}, \boldsymbol{\varepsilon}_2 = \begin{bmatrix} \varepsilon_{21} \\ \varepsilon_{22} \\ \vdots \\ \varepsilon_{2n} \end{bmatrix}$$

dan  $p$  adalah banyaknya variabel predictor untuk  $\mathbf{X}_1$  berukuran  $(p+1) \times n$ ,  $q$  adalah banyaknya variabel prediktor untuk  $\mathbf{X}_2$  berukuran  $(q+1) \times n$ .  $\boldsymbol{\beta}_1$  dan  $\boldsymbol{\beta}_2$  adalah koefisien regresi pada masing-masing persamaan. Error pada masing-masing persamaan dinotasikan  $\varepsilon_1$  dan  $\varepsilon_2$  yang diasumsikan berdistribusi Normal standar dengan mean=0 dan varians=1. Sehingga  $y_1^*$  dan  $y_2^*$  dinotasikan dengan

$\mathbf{y}_1^* \sim N(\boldsymbol{\beta}_1^T \mathbf{X}_1, 1)$  dan  $\mathbf{y}_2^* \sim N(\boldsymbol{\beta}_2^T \mathbf{X}_2, 1)$ . Pembentukan kategori pada variabel respon model regresi probit biner bivariat tidak berbeda dengan model regresi probit univariat yaitu dengan menentukan threshold tertentu pada masing-masing variabel yang tidak teramati  $y_1^*$  dan  $y_2^*$ , misal  $\gamma$  dan  $\delta$ .

Pada kasus model regresi probit biner bivariat, *threshold* yang digunakan dalam pengkategorian diasumsikan  $\gamma = 0$  dan  $\delta = 0$ . Kategori yang terbentuk dari variabel yang tidak teramati  $y_{1i}^*$  dan  $y_{2i}^*$  seperti pada persamaan 2.2.

$$Y_{1i} = 0 \text{ jika } y_{1i}^* \leq 0 \text{ dan } Y_{1i} = 1 \text{ jika } y_{1i}^* > 0$$

$$Y_{2i} = 0 \text{ jika } y_{2i}^* \leq 0 \text{ dan } Y_{2i} = 1 \text{ jika } y_{2i}^* > 0 \quad (2.2)$$

Dalam persamaan model regresi probit biner bivariat, terdapat dua buah variabel random yang berdistribusi normal, yaitu  $y_{1i}^*$  dan  $y_{2i}^*$ . Oleh karena itu, terbentuklah distribusi normal bivariat. Adapun PDF (probability density function) distribusi normal bivariat adalah sebagaimana persamaan 2.3.

$$f(y_{1i}^*, y_{2i}^*) = \frac{1}{2\pi\sqrt{|\Sigma|}} \exp\left(-\frac{1}{2} \begin{bmatrix} y_{1i}^* - \mathbf{x}_1^T \boldsymbol{\beta}_1 \\ y_{2i}^* - \mathbf{x}_2^T \boldsymbol{\beta}_2 \end{bmatrix}^T \Sigma^{-1} \begin{bmatrix} y_{1i}^* - \mathbf{x}_1^T \boldsymbol{\beta}_1 \\ y_{2i}^* - \mathbf{x}_2^T \boldsymbol{\beta}_2 \end{bmatrix}\right) \quad (2.3)$$

Fungsi pada persamaan 2.4 dapat dinotasikan seperti persamaan 2.5.

$$(y_{1i}^*, y_{2i}^*) \sim N_2\left(\begin{bmatrix} \mathbf{x}_1^T \boldsymbol{\beta}_1 \\ \mathbf{x}_2^T \boldsymbol{\beta}_2 \end{bmatrix}, \Sigma\right) \quad (2.4)$$

Dengan

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} \\ \rho_{21} & 1 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Dimana  $\rho_{12} = \rho_{21} = \rho$

Kemudian PDF normal standar bivariat pada persamaan 2.6.

$$\phi(z_{1i}, z_{2i}) = \frac{1}{2\pi\sqrt{|\Sigma|}} \exp\left(-\frac{1}{2(1-\rho^2)}(z_{1i}^2 - 2\rho z_{1i}z_{2i} + z_{2i}^2)\right) \quad (2.6)$$

Dimana  $z_{1i} = \frac{y_{1i}^* - \mathbf{x}_{1i}^T \boldsymbol{\beta}_1}{\sigma_{11}}$ , jika  $\sigma_{11} = 1$  maka  $z_{1i} = y_{1i}^* - \mathbf{x}_{1i}^T \boldsymbol{\beta}_1$  dengan  $z_{1i} \sim N(0,1)$

dan  $z_{2i} = \frac{y_{2i}^* - \mathbf{x}_{2i}^T \boldsymbol{\beta}_2}{\sigma_{22}}$ , jika  $\sigma_{22} = 1$  maka  $z_{2i} = y_{2i}^* - \mathbf{x}_{2i}^T \boldsymbol{\beta}_2$  dengan  $z_{2i} \sim N(0,1)$

Sehingga probabilitas bersama  $z_{1i}$  dan  $z_{2i}$  seperti persamaan 2.7.

$$\begin{aligned}
 P(y_{1i}^* < \gamma, y_{2i}^* < \delta) &= P(Z_1 < \gamma - \mathbf{x}_{1i}^T \boldsymbol{\beta}_1, Z_2 < \delta - \mathbf{x}_{2i}^T \boldsymbol{\beta}_2) \\
 &= P(Z_1 < z_{1i}, Z_2 < z_{2i}) \\
 &= \int_{-\infty}^{z_{2i}} \int_{-\infty}^{z_{1i}} \phi(z_1, z_2) dz_1 dz_2 \\
 &= \Phi(z_{1i}, z_{2i})
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

dengan  $P(Y_{1i} = 0, Y_{2i} = 0)$  atau  $P_{00}(x)$ . Adapun  $\Phi(z_{1i}, z_{2i}) = \Phi(\cdot)$  adalah CDF dari distribusi normal standar bivariat.

### 2.3 Model Regresi Probit Biner Bivariat Rekursif

Model regresi probit biner bivariat rekursif merupakan pengembangan dari model regresi probit biner bivariat. Pada model regresi bivariat probit biner rekursif, terdapat dua variabel respon bersifat dikotomi dan dengan beberapa variabel prediktor bersifat kualitatif, kuantitatif, atau gabungan keduanya. Selain itu, model regresi bivariat probit biner rekursif memiliki error yang saling berkorelasi dan salah satu variabel respon pada salah satu persamaan menjadi variabel endogen pada persamaan lainnya. (Fillipini, dkk., 2017). Persamaan model regresi bivariat probit seperti pada persamaan 2.8.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{y}_1^* &= \mathbf{X}_1^T \boldsymbol{\beta}_1 + v \mathbf{y}_2^* + \boldsymbol{\varepsilon}_1, & Y_1 &= 1 \text{ jika } y_1^* > 0 \text{ dan } Y_1 = 0 \text{ jika } y_1^* \leq 0 \\
 \mathbf{y}_2^* &= \mathbf{X}_2^T \boldsymbol{\beta}_2 + \boldsymbol{\varepsilon}_2, & Y_2 &= 1 \text{ jika } y_2^* > 0 \text{ dan } Y_2 = 0 \text{ jika } y_2^* \leq 0
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

Dimana

$$\mathbf{y}_1^* = \begin{bmatrix} y_{11}^* \\ y_{12}^* \\ \vdots \\ y_{1n}^* \end{bmatrix}, \mathbf{X}_1^T = \begin{bmatrix} 1 & x_{111} & x_{121} & \cdots & x_{1p1} \\ 1 & x_{112} & x_{122} & \cdots & x_{1p2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{11n} & x_{12n} & \cdots & x_{1pn} \end{bmatrix}, \boldsymbol{\beta}_1 = \begin{bmatrix} \beta_{10} \\ \beta_{11} \\ \vdots \\ \beta_{1p} \end{bmatrix}, \boldsymbol{\varepsilon}_1 = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{12} \\ \vdots \\ \varepsilon_{1n} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{y}_2^* = \begin{bmatrix} y_{21}^* \\ y_{22}^* \\ \vdots \\ y_{2n}^* \end{bmatrix}, \mathbf{X}_2^T = \begin{bmatrix} 1 & x_{211} & x_{221} & \cdots & x_{2p1} \\ 1 & x_{212} & x_{222} & \cdots & x_{2p2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{21n} & x_{22n} & \cdots & x_{2pn} \end{bmatrix}, \boldsymbol{\beta}_2 = \begin{bmatrix} \beta_{20} \\ \beta_{21} \\ \vdots \\ \beta_{2p} \end{bmatrix}, \boldsymbol{\varepsilon}_2 = \begin{bmatrix} \varepsilon_{21} \\ \varepsilon_{22} \\ \vdots \\ \varepsilon_{2n} \end{bmatrix}$$

Dimana  $\mathbf{y}_1^*$  dan  $\mathbf{y}_2^*$  adalah variabel respon tak teramati.  $\boldsymbol{\beta}_1$  dan  $\boldsymbol{\beta}_2$  adalah vektor koefisien regresi pada masing-masing persamaan.  $\mathbf{X}_1$  dan  $\mathbf{X}_2$  adalah matriks variabel prediktor pada masing-masing persamaan.  $\nu$  adalah koefisien regresi untuk faktor endogen  $\mathbf{y}_2^*$ . Batas yang digunakan dalam pengkategorian variabel respon dalam penelitian ini adalah 0.  $\varepsilon_{1i}$  dan  $\varepsilon_{2i}$  diasumsikan berdistribusi normal standar dengan mean = 0, varians = 1 dan koefisien korelasi =  $\rho$ .  $\varepsilon_{1i}$  dan  $\varepsilon_{2i}$  dapat dinotasikan seperti pada persamaan 2.9 (Li, dkk.,2018).

$$(\varepsilon_{1i}, \varepsilon_{2i}) \sim N_2 \left( \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{bmatrix} \right) \quad (2.9)$$

Model regresi probit biner bivariat rekursif dapat disederhanakan dengan memisalkan  $\boldsymbol{\eta}_1 = \boldsymbol{\theta}_1^T \mathbf{W}$  dan  $\boldsymbol{\eta}_2 = \boldsymbol{\theta}_2^T \mathbf{X}$  dimana  $\mathbf{W}$  adalah matriks variabel prediktor persamaan  $\mathbf{y}_1^*$  yang terdiri dari  $\mathbf{X}_1$  dan  $\mathbf{y}_2^*$ . Sedangkan  $\mathbf{X}$  adalah variabel prediktor persamaan  $\mathbf{y}_2^*$ . Dimana untuk setiap amatan  $\mathbf{w}_{1i} = (1, x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}, \dots, x_{pi}, y_{2i}^*)^T$  dan  $\mathbf{x}_i = (1, x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}, \dots, x_{qi})^T$ . Vektor  $\boldsymbol{\theta}_1^T$  terdiri dari komponen  $\boldsymbol{\beta}_1^T$  dan  $\nu$ , sedangkan  $\boldsymbol{\theta}_2^T$  terdiri dari komponen  $\boldsymbol{\beta}_2^T$  seperti pada persamaan 2.10.

$$\begin{aligned} y_{1i}^* &= \mathbf{w}_{1i}^T \boldsymbol{\theta}_1 + \varepsilon_{1i}, & \mathbf{Y}_{1i} &= 1 \text{ jika } y_{1i}^* > 0 \text{ dan } \mathbf{Y}_{1i} = 0 \text{ jika } y_{1i}^* \leq 0 \\ y_{2i}^* &= \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\theta}_2 + \varepsilon_{2i}, & \mathbf{Y}_{2i} &= 1 \text{ jika } y_{2i}^* > 0 \text{ dan } \mathbf{Y}_{2i} = 0 \text{ jika } y_{2i}^* \leq 0 \end{aligned} \quad (2.10)$$

Pada persamaan 2.10 terdapat dua variabel random yang mengikuti distribusi normal sehingga dihasilkan distribusi normal bivariat. PDF (*Probability Density Function*) dari distribusi normal bivariat ditunjukkan pada persamaan 2.11.

$$f(y_{1i}^*, y_{2i}^*) = \frac{1}{2\pi\sqrt{|\Sigma|}} \exp \left( -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} y_{1i}^* - \mathbf{w}_{1i}^T \boldsymbol{\theta}_1 \\ y_{2i}^* - \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\theta}_2 \end{bmatrix}^T \Sigma^{-1} \begin{bmatrix} y_{1i}^* - \mathbf{w}_{1i}^T \boldsymbol{\theta}_1 \\ y_{2i}^* - \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\theta}_2 \end{bmatrix} \right) \quad (2.11)$$

Dengan

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11}^2 & \sigma_{12}^2 \\ \sigma_{21}^2 & \sigma_{22}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sigma_{12}^2 \\ \sigma_{21}^2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} \\ \rho_{21} & 1 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Dimana  $\rho_{12} = \rho_{21} = \rho$

Kemudian PDF normal standar bivariat pada persamaan 2.13.

$$\phi(z_{1i}, z_{2i}) = \frac{1}{2\pi\sqrt{|\Sigma|}} \exp\left(-\frac{1}{2(1-\rho^2)}(z_{1i}^2 - 2\rho z_{1i}z_{2i} + z_{2i}^2)\right) \quad (2.13)$$

Dimana  $z_{1i} = \frac{y_{1i}^* - \mathbf{w}_i^T \boldsymbol{\theta}_1}{\sigma_{11}}$ , atau  $z_{1i} = y_{1i}^* - \mathbf{w}_i^T \boldsymbol{\theta}_1$  dengan  $z_{1i} \sim N(0,1)$  dan

$$z_{2i} = \frac{y_{2i}^* - \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\theta}}{\sigma_{22}} \text{ atau } z_{2i} = y_{2i}^* - \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\theta}_2 \text{ dengan } z_{2i} \sim N(0,1).$$

Probabilitas suatu observasi untuk dikategorikan dalam kategori tertentu dapat dilakukan dengan menggunakan rumus probabilitas bersama. Misalnya, pada kasus probit bivariat rekursif dengan variabel respon bersifat biner dengan batas pengkategorian 0, probabilitas suatu observasi untuk dikategorikan ke dalam kategori  $Y_{1i} = 0$  dan  $Y_{2i} = 0$  dapat diperoleh dengan persamaan 2.14 (Septadianti, 2016).

$$\begin{aligned} P(Y_{1i} = 0, Y_{2i} = 0) &= P(y_{1i}^* < \gamma, y_{2i}^* < \delta) \\ &= P(\mathbf{w}_i^T \boldsymbol{\theta}_1 + \varepsilon_1 < \gamma, \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\theta}_2 + \varepsilon_2 < \delta) \\ &= P(\varepsilon_1 < \gamma - \mathbf{w}_i^T \boldsymbol{\theta}_1, \varepsilon_2 < \delta - \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\theta}_2) \\ &= P(z_1 < \gamma - \mathbf{w}_i^T \boldsymbol{\theta}_1, z_2 < \delta - \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\theta}_2) \\ &= P(z_1 < z_{10i}, z_2 < z_{20i}) \\ &= \int_{-\infty}^{z_{20i}} \int_{-\infty}^{z_{10i}} \phi(z_1, z_2) dz_1 dz_2 \\ &= \Phi(z_{10i}, z_{20i}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(Y_{1i} = 1, Y_{2i} = 0) &= P(y_{1i}^* > \gamma, y_{2i}^* < \delta) \\ &= P(\mathbf{w}_i^T \boldsymbol{\theta}_1 + \varepsilon_1 > \gamma, \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\theta}_2 + \varepsilon_2 < \delta) \\ &= P(\varepsilon_1 > \gamma - \mathbf{w}_i^T \boldsymbol{\theta}_1, \varepsilon_2 < \delta - \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\theta}_2) \\ &= P(z_1 > \gamma - \mathbf{w}_i^T \boldsymbol{\theta}_1, z_2 < \delta - \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\theta}_2) \\ &= P(z_1 > z_{10}, z_2 < z_{20i}) \\ &= \int_{-\infty}^{z_{20}} \int_{z_{10}}^{\infty} \phi(z_1, z_2) dz_1 dz_2 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
&= \Phi(z_{20i}) - \Phi(z_{10i}, z_{20i}) \\
P(Y_{1i} = 0, Y_{2i} = 1) &= P(y_{1i}^* < \gamma, y_{2i}^* > \delta) \\
&= P(\mathbf{w}_i^T \boldsymbol{\theta}_1 + \varepsilon_1 < \gamma, \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\theta}_2 + \varepsilon_2 > \delta) \\
&= P(\varepsilon_1 < \gamma - \mathbf{w}_i^T \boldsymbol{\theta}_1, \varepsilon_2 > \delta - \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\theta}_2) \\
&= P(z_1 < \gamma - \mathbf{w}_i^T \boldsymbol{\theta}_1, z_2 > \delta - \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\theta}_2) \\
&= P(z_1 < z_{10i}, z_2 > z_{20i}) \\
&= \int_{z_{20i}}^{\infty} \int_{-\infty}^{z_{10i}} \phi(z_1, z_2) dz_1 dz_2 \\
&= \Phi(z_{10i}) - \Phi(z_{10i}, z_{20i}) \\
P(Y_{1i} = 1, Y_{2i} = 1) &= P(y_{1i}^* > \gamma, y_{2i}^* > \delta) \\
&= P(\mathbf{w}_i^T \boldsymbol{\theta}_1 + \varepsilon_1 > \gamma, \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\theta}_2 + \varepsilon_2 > \delta) \\
&= P(\varepsilon_1 > \gamma - \mathbf{w}_i^T \boldsymbol{\theta}_1, \varepsilon_2 > \delta - \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\theta}_2) \\
&= P(z_1 > \gamma - \mathbf{w}_i^T \boldsymbol{\theta}_1, z_2 > \delta - \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\theta}_2) \\
&= P(z_1 > z_{10i}, z_2 > z_{20i}) \\
&= \int_{z_{20i}}^{\infty} \int_{z_{10i}}^{\infty} \phi(z_1, z_2) dz_1 dz_2 \\
&= 1 - \Phi(z_{10i}) - \Phi(z_{20i}) + \Phi(z_{10i}, z_{20i}) \tag{2.14}
\end{aligned}$$

Dimana  $z_{10i} = \gamma - \mathbf{w}_i^T \boldsymbol{\theta}_1$ ,  $z_{20i} = \delta - \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\theta}_2$ , dan  $\Phi(z_{10i}, z_{20i})$  merupakan fungsi distribusi kumulatif distribusi normal standar bivariat. Tabel kontingensi dua arah variabel  $Y_1$  dan  $Y_2$  ditampilkan pada Tabel 2.1.

Tabel 2.3 Tabel Frekuensi Dua Arah Variabel  $Y_1$  dan  $Y_2$

Variabel $Y_1$	Variabel $Y_2$		Total
	$Y_2=0$	$Y_2=1$	
$Y_1=0$	$Y_{00}(P_{00})$	$Y_{01}(P_{01})$	$Y_{0+}(P_{0+})$
$Y_1=1$	$Y_{10}(P_{10})$	$Y_{11}(P_{11})$	$Y_{1+}(P_{1+})$
<b>Total</b>	$Y_{+0}(P_{+0})$	$Y_{+1}(P_{+1})$	$Y_{++}(P_{++})$

Berdasarkan Tabel 2.3 diketahui bahwa variabel  $\mathbf{Y} = [Y_{11} \ Y_{10} \ Y_{01i} \ Y_{00i}]^T$ , berdistribusi multinomial sehingga dapat dnotasikan sebagai  $\mathbf{Y} \sim M(1; P_{11}, P_{10i}, P_{01i}, P_{00i})$ .

Probabilitas dari regresi probit bivariat biner rekursif yang menggunakan fungsi distribusi bivariat normal standar dengan korelasi  $\rho$  seperti pada persamaan 2.15 (Li, et.al, 2018).

$$P_{cdi} = \Phi((2c - 1)\eta_{1i}, (2d - 1)\eta_{2i}, (2c - 1)(2d - 1)\rho) \quad (2.15)$$

Dengan  $c = 0,1$ ;  $d = 0,1$ ; dan  $i = 1,2, \dots, n$ ; dimana  $n$  adalah banyaknya amatan.

Sehingga dapat dituliskan probabilitas  $P_{cdi}$  seperti persamaan 2.16.

$$\begin{aligned} P_{11i} &= (y_{1i} = 1, y_{2i} = 1) = \Phi(\mathbf{w}_i^T \boldsymbol{\theta}_1, \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\theta}_2, \rho) \\ P_{10i} &= (y_{1i} = 1, y_{2i} = 0) = \Phi(\mathbf{w}_i^T \boldsymbol{\theta}_1, -\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\theta}_2, -\rho) \\ P_{01i} &= (y_{1i} = 0, y_{2i} = 1) = \Phi(-\mathbf{w}_i^T \boldsymbol{\theta}_1, \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\theta}_2, -\rho) \\ P_{00i} &= (y_{1i} = 0, y_{2i} = 0) = \Phi(-\mathbf{w}_i^T \boldsymbol{\theta}_1, -\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\theta}_2, \rho) \end{aligned} \quad (2.16)$$

Dalam menginterpretasikan regresi probit, dapat dilakukan dengan menggunakan efek marjinal (Greene, 2012). Efek marginal model probit biner rekursif sebagaimana persamaan 2.17.

$$\frac{\partial P_{cdi}}{\partial x_{rs}} \quad (2.17)$$

dengan  $c = 0,1$ ;  $d = 0,1$ ;  $r = 1,2$ ;  $s = 1,2, \dots, p, q$ ; dan  $i = 1,2, \dots, n$ ; dimana  $n$  adalah banyaknya observasi.

$x_{rs}$  = Variabel prediktor ke- $s$  pada persamaan ke- $r$

Estimasi parameter pada model regresi Probit Biner Bivariat Rekursif menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation (MLE)*. Metode ini bekerja dengan prinsip memaksimumkan fungsi likelihood. Estimasi parameter menggunakan *MLE* tidak *closed form*. Oleh karena itu, dilanjutkan dengan salah satu pendekatan dalam melakukan estimasi parameter, yaitu dengan menggunakan metode iterasi Newton-Raphson. Dalam melakukan iterasi Newton-Raphson diperlukan vektor  $\mathbf{g}$  dan matriks Hessian  $\mathbf{H}$  yang diperoleh menggunakan metode *MLE*. Langkah pertama metode *MLE* untuk mendapatkan vektor  $\mathbf{g}$  dengan mendapatkan turunan pertama dari  $\ln$  likelihood terhadap parameter  $\boldsymbol{\theta}$ , dimana

$\boldsymbol{\theta} = (\boldsymbol{\theta}_1, \boldsymbol{\theta}_2, \rho)$ . Setelah didapatkan vektor  $\mathbf{g}$ , kemudian dibentuk matriks  $\mathbf{H}$  yang komponennya berupa turunan kedua dari vektor  $\mathbf{g}$  terhadap parameter  $\boldsymbol{\theta}$ . Vektor  $\mathbf{g}$  dan matriks  $\mathbf{H}$  dapat dinotasikan seperti pada persamaan 2.18 dan 2.19.

$$\mathbf{g}(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \ln Q}{\partial \boldsymbol{\theta}_1} \\ \frac{\partial \ln Q}{\partial \boldsymbol{\theta}_2} \\ \frac{\partial \ln Q}{\partial \rho} \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

$$\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \ln Q}{\partial \boldsymbol{\theta}_1 \partial \boldsymbol{\theta}_1} & \frac{\partial^2 \ln Q}{\partial \boldsymbol{\theta}_1 \partial \boldsymbol{\theta}_2} & \frac{\partial^2 \ln Q}{\partial \boldsymbol{\theta}_1 \partial \rho} \\ \frac{\partial^2 \ln Q}{\partial \boldsymbol{\theta}_2 \partial \boldsymbol{\theta}_1} & \frac{\partial^2 \ln Q}{\partial \boldsymbol{\theta}_2 \partial \boldsymbol{\theta}_2} & \frac{\partial^2 \ln Q}{\partial \boldsymbol{\theta}_2 \partial \rho} \\ \frac{\partial^2 \ln Q}{\partial \rho \partial \boldsymbol{\theta}_1} & \frac{\partial^2 \ln Q}{\partial \rho \partial \boldsymbol{\theta}_2} & \frac{\partial^2 \ln Q}{\partial \rho \partial \rho} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Kemudian dilakukan iterasi menggunakan metode Newton-Raphson hingga konvergen dengan rumus iterasi seperti pada persamaan 2.20.

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(m)} = \hat{\boldsymbol{\theta}}^{(m-1)} - \left( [\mathbf{H}(\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(m-1)})]^{-1} \mathbf{g}(\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(m-1)}) \right) \quad (2.20)$$

Algoritma untuk mendapatkan estimasi parameter menggunakan metode iterasi Newton-Raphson adalah sebagai berikut:

1. Menentukan starting value atau menentukan nilai awal dari  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$  pada saat  $m=0$  dengan persamaan 2.20.
2. Selanjutnya dilakukan iterasi pertama mulai dari  $m=1$  dengan menghitung  $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(m)} = \hat{\boldsymbol{\theta}}^{(m-1)} - [\mathbf{H}(\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(m-1)})]^{-1} \mathbf{g}(\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(m-1)})$ .
3. Jika  $\|\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(m)} - \hat{\boldsymbol{\theta}}^{(m-1)}\| \leq \theta$ , dimana  $\theta$  adalah bilangan yang sangat kecil mendekati 0, maka iterasi berhenti. Jika tidak, maka ulangi langkah sebelumnya hingga konvergen (Garret,2015).

## 2.4 Uji Independensi Variabel Respon

Asumsi yang digunakan dalam model probit biner bivariat rekursif adalah antar variabel respon harus memiliki hubungan (dependen). Jadi, harus terdapat korelasi antara dua variabel respon. Untuk melihat hubungan antar variabel respon digunakan uji Chi-Square (Ramachandran, dkk., 2009). Dalam melakukan uji Chi-Square, langkah pertama yang harus dilakukan adalah membuat tabel kontingensi. Tabel kontingensi diklasifikasikan berdasarkan dua faktor yaitu faktor baris yang memiliki tingkat  $r$  kategori dan faktor kolom yang memiliki tingkat  $c$  kategori. Data penelitian akan ditampilkan dalam contoh tabel kontingensi berikut, dimana  $i_{jn}$  adalah jumlah data dibawah baris  $i$  dan kolom  $j$ . Berikut tabel kontingensi dua arah dengan  $i=1,2,\dots,r$  dan  $j=1,2,\dots,c$  (Ramachandran, dkk., 2009).

Tabel 2.4 Tabel Kontingensi Berdasarkan Dua Variabel ( $r \times c$ )

Variabel 1	Variabel 2				Total baris
	1	2	...	c	
1	$n_{11}$	$n_{12}$	...	$n_{1c}$	$n_{1+}$
2	$n_{21}$	$n_{22}$	...	$n_{2c}$	$n_{2+}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
r	$n_{r1}$	$n_{r2}$	...	$n_{rc}$	$n_{r+}$
Total Kolom	$n_{+1}$	$n_{+2}$	...	$n_{+c}$	$n_{++}$

Tabel 2.4 terdiri dari dua variabel dengan masing-masing sebanyak  $r$  dan  $c$  kategori. Dengan  $n_{++}$  adalah total data penelitian. Hipotesis dalam uji *Chi-Square* untuk melihat hubungan antar dua variabel adalah sebagai berikut:

$H_0$  : variabel 1 dan variabel 2 saling bebas (independen)

$H_1$  : variabel 1 dan variabel 2 tidak saling bebas (dependen)

Statistik ujinya adalah:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{(n_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}} \quad (2.21)$$

Dengan  $e_{ij} = \frac{n_{i+} \times n_{+j}}{n_{++}}$

dimana:

$i$  : kategori ke- $i$  pada variabel 1

$j$  : kategori ke- $j$  pada variabel 2

$r$  : banyaknya kategori pada variabel 1

$c$  : banyaknya kategori pada variabel 2

Statistik uji  $\chi^2$  di bawah  $H_0$  memiliki pendekatan distribusi *Chi-Square* dengan derajat bebas  $(r-1)(c-1)$ . Sehingga berdasarkan statistik uji  $\chi^2$  keputusan untuk menolak  $H_0$  jika  $\chi^2 > \chi_{\alpha, (r-1)(c-1)}^2$ . Asumsi yang digunakan dalam uji *Chi-Square* adalah nilai harapan dalam tiap sel tidak boleh kurang dari satu dan tidak boleh lebih dari 20 persen sel mempunyai nilai harapan kurang dari 5 (Ramachandran, dkk., 2009).

## 2.5 Pendeteksian Multikolinearitas

Multikolinieritas menunjukkan keadaan dimana terdapat hubungan linier yang kuat antar variabel prediktor pada suatu model dan dapat menimbulkan hasil yang bias dalam suatu analisis regresi (Kim,2019). Pengecekan multikolinieritas dapat dilakukan dengan melihat nilai *Variance Inflating Factors* (VIF) pada setiap variabel prediktor (Hair,dkk, 2018). Model dikatakan terjadi multikolinearitas apabila nilai VIF lebih dari 5 (Kim,2019). Hal itu juga senada dengan Hair,dkk (2011) menyatakan bahwa multikolinearitas ditunjukkan dengan nilai VIF lebih dari 5. VIF dapat dinotasikan dengan persamaan 2.22.

$$VIF_{rs} = \frac{1}{1 - R_{rs}^2} \quad (2.22)$$

Dimana:

$R_{rs}^2$  = koefisien determinasi variabel prediktor ke- $s$  pada persamaan ke- $r$

$r=1,2$

$s= 1,2,\dots,p,q.$

## 2.6 Uji Endogenitas Variabel Respon

Pengujian hipotesis endogenitas berdasarkan nilai  $\rho$ , yaitu korelasi antara error pada kedua persamaan. Jika  $\rho = 0$  maka  $\varepsilon_{1i}$  dan  $\varepsilon_{2i}$  tidak berkorelasi yang

berarti bahwa terdapat eksogenitas. Jika  $\rho \neq 0$  maka terdapat endogenitas. Jika terjadi endogenitas, berarti antara dua error persamaan bivariat saling independen. Pengujian hipotesis untuk menguji endogenitas dapat dilakukan dengan Lagrange Multiplier (LM) Test dengan hipotesis sebagai berikut.

$$H_0: \rho = 0$$

$$H_1: \rho \neq 0$$

Dengan statistik uji Lagrange Multiplier sebagai berikut.

$$LM = d(\theta_0)^T I(\theta_0)^{-1} d(\theta_0) \xrightarrow{H_0} \chi^2_{(1,\alpha)} \quad (2.23)$$

Dimana

$$d(\theta_0)^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\partial \ln Q}{\partial \rho} \end{bmatrix}$$

$$I(\theta_0) = E[d(\theta_0)d^T(\theta_0)]$$

$Q$  : fungsi likelihood  $L(\theta)$

$\rho$  : korelasi antara variabel tidak teramati

$$\theta = (\theta_1, \theta_2, \rho)$$

$\alpha$  : tingkat signifikansi

Statistik uji  $LM$  mengikuti distribusi Chi-Square. jika  $LM > \chi^2_{(1,\alpha)}$  maka tolak  $H_0$  (Fabbri, dkk, 2004).

## 2.7 Pengujian Signifikansi Model

Setelah didapatkan model dari hasil estimasi parameter, variabel-variabel prediktor dapat diuji signifikansinya terhadap di dalam model. Pengujian signifikansi variabel prediktor terhadap variabel respon bertujuan untuk mengetahui apakah variabel prediktor berpengaruh secara signifikan terhadap variabel respon atau tidak. Pada model probit biner bivariat rekursif digunakan metode *Likelihood Ratio Test (LRT)* dalam menguji signifikansi parameter. Terdapat dua uji signifikansi yaitu uji signifikansi secara serentak (uji simultan) dan uji signifikansi secara parsial.

### 2.7.1 Uji Simultan

Hipotesis dalam pengujian parameter secara serentak adalah sebagai berikut:

$$H_0 : \beta_{11} = \beta_{12} = \dots = \beta_{1p} = \beta_{21} = \beta_{22} = \dots = \beta_{2q} = 0$$

$H_1$  : minimal ada satu  $\beta_{rs} \neq 0$ , untuk  $r=1,2$  dan  $s=1,2,\dots,p,q$

Dimana  $\beta_{rs}$  menunjukkan koefisien regresi pada persamaan ke- $r$  dan variabel predictor ke- $s$ .

Statistik uji yang digunakan dalam pengujian parameter model regresi probit bivariat secara serentak menggunakan *likelihood ratio* ( $G^2$ ) sebagaimana persamaan 2.24.

$$G^2 = -2 \ln \left[ \frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})} \right] = 2 \left[ \ln L(\hat{\Omega}) - \ln L(\hat{\omega}) \right] \quad (2.24)$$

Dengan

$\hat{\Omega} = \{\theta_1, \theta_2, \rho\}$  adalah himpunan parameter di bawah populasi

$\hat{\omega} = \{\rho\}$  adalah himpunan parameter di bawah  $H_0$

$$\begin{aligned} L(\hat{\Omega}) &= \max_{\Omega} L(\Omega) \\ &= \max_{\Omega} \prod_{i=1}^n f(y_i; \theta_1, \theta_2, \rho) \\ &= \max_{\Omega} \prod_{i=1}^n \prod_{d=1}^l \prod_{c=1}^k f(y_{cdi}; \theta_1, \theta_2, \rho) \end{aligned} \quad (2.25)$$

$$\begin{aligned} L(\hat{\omega}) &= \max_{\omega} L(\omega) \\ &= \max_{\omega} \prod_{i=1}^n f(y_i; \rho) \\ &= \max_{\omega} \prod_{i=1}^n \prod_{d=1}^l \prod_{c=1}^k f(y_{cdi}; \rho) \end{aligned} \quad (2.26)$$

Tolak  $H_0$  jika nilai  $G^2 > \chi_{df, \alpha}^2$  dengan derajat bebas (*degree of freedom*) yaitu banyaknya parameter dibawah populasi dikurangi dengan banyaknya parameter di bawah  $H_0$  (Ratnasari, 2011).

### 2.7.2 Uji Parsial

Pengujian selanjutnya adalah untuk mengetahui variabel prediktor mana yang berpengaruh signifikan terhadap variabel respon adalah dengan uji signifikansi secara parsial. Uji yang dapat digunakan untuk menguji signifikansi parameter secara parsial adalah Uji Wald. Hipotesis dalam pengujian parameter secara parsial adalah sebagai berikut:

$$H_0: \beta_{rs} = 0$$

$$H_0: \beta_{rs} \neq 0 \text{ ; untuk } r=1,2 \text{ dan } s=1,2,\dots,p,q$$

Dimana  $\beta_{rs}$  menunjukkan koefisien regresi pada persamaan ke- $r$  dan variabel predictor ke- $s$ .

Statistik uji yang digunakan untuk menguji signifikansi parameter secara parsial dapat dinotasikan seperti pada persamaan 2.27.

$$t_{rs} = \frac{\beta_{rs}}{SE(\beta_{rs})} \quad (2.27)$$

Dimana  $SE$  adalah standar error. Pada sampel besar,  $t$  mengikuti distribusi normal standar. Daerah penolakan  $H_0$  yaitu nilai  $t_{rs}$  dibandingkan dengan nilai  $Z_{tabel}$  pada taraf signifikan  $\alpha$  yang digunakan. Jika  $|t_{rs}| > Z_{\alpha/2}$  maka diputuskan untuk menolak  $H_0$  (Ratnasari,2011).

### 2.8 Kriteria Kebaikan Model

Model yang terbaik adalah yang sesuai dengan prinsip parsimony, yaitu model yang sederhana namun dapat menjelaskan informasi dengan maksimal (Bozdogan, 1987). Model yang menggunakan MLE untuk estimasi parameternya, pemilihan model terbaiknya dapat menggunakan AIC. AIC mengukur ketidaktepatan (*inaccuracy*) atau bias dari parameter MLE dan kompleksitas model. Oleh karena itu model yang baik adalah model dengan nilai AIC paling kecil. Untuk mendapatkan AIC, dapat menggunakan persamaan 2.28 (Greene,2012).

$$AIC = -2 \ln(L(\theta)) + 2k \quad (2.28)$$

dengan

$$\theta = (\theta_1, \theta_2, \rho)$$

$L(\theta)$ : fungsi likelihood untuk parameter  $\theta$



$k$  : banyaknya parameter yang diestimasi

## 2.9 Perbandingan Model dengan Metode Bootstrap

Metode bootstrap adalah pengambilan sampel secara acak dengan pengembalian dari kumpulan data asli untuk digunakan dalam memperoleh perkiraan statistik. Secara umum, langkah dalam meelakukan bootstrap dimulai dari pengambil sampel secara acak berukuran  $n$  dengan pengembalian. Kemudian dari sampel yang diperoleh dilakukan estimasi parameter statistik. Selanjutnya dilakukan pengulangan bootstrap hingga didapatkan sebanyak  $B$  pengulangan yang diinginkan. Nilai statistik bootstrap adalah rata-rata nilai statistik untuk keseluruhan pengulangan. Sedangkan standard error bootstrap adalah standar deviasi dari nilai keseluruhan pengulangan (Dito, 2022).

$$\bar{\theta}_{rs} = \frac{\sum_{i=1}^B \hat{\theta}_{rsi}}{B} \quad (2.29)$$

$$s_{\hat{\theta}_{rs}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^B (\hat{\theta}_{rsi} - \bar{\theta}_{rs})^2}{B-1}}$$

(2.30)

Dengan

$\theta$  : Parameter yang di estimasi

$rs$  : parameter ke- $s$  pada persamaan ke  $r$

$B$  : banyaknya pengulangan

$s_{\hat{\theta}_{rs}}$  : Standar error pada parameter ke- $s$  pada persamaan ke  $r$

*(Halaman ini sengaja dikosongkan)*

## BAB 3

### METODE PENELITIAN

Bab ini membahas sumber data yang digunakan, penjelasan mengenai variabel respon dan variabel prediktor yang digunakan, dan langkah-langkah metode analisis.

#### 3.1 Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang merupakan hasil dari Survei Sosial Ekonomi Nasional (Susenas) Maret 2021 yang dilakukan oleh Badan Pusat Statistik (BPS) Provinsi Papua Barat. Data meliputi 5.930 rumah tangga yang tersebar di seluruh kabupaten/kota di Papua Barat yang terdiri dari 12 kabupaten dan 1 kota dengan unit penelitian rumah tangga.

#### 3.2 Variabel Penelitian

Model yang digunakan dalam penelitian ini mengikuti model berikut:

$$y_{1i}^* = \beta_{10} + \beta_{11}x_1 + \beta_{12}x_2 + \beta_{13}x_3 + \beta_{14}x_4 + \beta_{15}x_5 + \beta_{16}x_6 + \beta_{17}x_7 + \beta_{18}x_8 + \beta_{19}x_9 + \beta_{10}x_{10} + \beta_{11}x_{11} + \nu y_2^* + \varepsilon_1$$

$$y_{2i}^* = \beta_{20} + \beta_{21}x_7 + \beta_{22}x_8 + \beta_{23}x_9 + \beta_{24}x_{10} + \beta_{25}x_{11} + \varepsilon_{2i}$$

Penelitian ini terdiri dari dua variabel respon dan sebelas variabel prediktor. variabel yang digunakan terdapat pada Tabel 3.1.

Tabel 3.1 Variabel Penelitian Tingkat Kesejahteraan Rumah Tangga dan Sektor Pekerjaan Kepala Rumah Tangga

Nama Variabel	Variabel	Skala Data	Kode
Y <sub>1</sub>	Tingkat kesejahteraan rumah tangga	Kategori	1= Rumah tangga dengan pengeluaran 40 % terendah 0= Lainnya
Y <sub>2</sub>	Sektor Pekerjaan kepala rumah tangga	Kategori	1= Pertanian 0= Non pertanian
X <sub>1</sub>	Status Perkawinan kepala rumah tangga	Kategori	1= Kawin 0= Lainnya

Tabel 3.1 (Lanjutan)

<b>Nama Variabel</b>	<b>Variabel</b>	<b>Skala Data</b>	<b>Kode</b>
X <sub>2</sub>	KRT pekerja formal/ informal	Kategori	1= Pekerja formal 0= Pekerja Informal
X <sub>3</sub>	Keluhan kesehatan kepala rumah tangga	Kategori	1= Ada keluhan kesehatan 0= Tidak ada keluhan kesehatan
X <sub>4</sub>	Jam kerja kepala rumah tangga	Rasio	
X <sub>5</sub>	Kepemilikan rumah	Kategori	1= Rumah milik sendiri 0= Lainnya
X <sub>6</sub>	Migrasi kepala rumah tangga	Kategori	1= Non-migran 0= Migran
X <sub>7</sub>	Jumlah anggota rumah tangga	Rasio	
X <sub>8</sub>	Pendidikan yang ditamatkan kepala rumah tangga	Kategori	1= SMA ke Atas 0= SMP ke bawah
X <sub>9</sub>	Klasifikasi wilayah	Kategori	1= Kota 0=Desa
X <sub>10</sub>	Umur kepala rumah tangga	Rasio	
X <sub>11</sub>	Jenis Kelamin kepala rumah tangga	Kategori	1= laki-laki 0= perempuan

Definisi operasional dalam penelitian ini sebagai berikut:

1. Tingkat kesejahteraan rumah tangga (Y<sub>1</sub>)

Tingkat kesejahteraan diukur menggunakan pengeluaran perkapita rumah tangga.

1= kelompok pengeluaran 40% terendah

0= kelompok pengeluaran di atas 40% terendah

2. Status Perkawinan (x<sub>1</sub>)

Pernah kawin terdiri dari status kawin dan cerai. Seseorang dikatakan kawin apabila pada saat pencacahan hidup sebagai suami atau istri berdasarkan

peraturan hukum/adat/agama, baik yang mendapatkan surat nikah maupun tidak, namun sah menurut hukum/adat/agama.

1= Pernah kawin

0= Belum kawin

3. Status Sektor Pekerjaan ( $x_2$ )

Status Sektor Pekerjaan dilihat berdasarkan status usaha formal dan informal.

1= Informal

0= Formal

4. Keluhan kesehatan ( $x_3$ )

Keluhan kesehatan adalah keadaan seseorang yang mengalami gangguan kesehatan atau kejiwaan, baik karena gangguan/penyakit yang sering dialami, seperti: panas, batuk, pilek, diare, sakit kepala, maupun karena penyakit akut, penyakit kronis (meskipun selama sebulan terakhir tidak mempunyai keluhan), karena kecelakaan, kriminalitas atau keluhan kesehatan lainnya. Keluhan yang dimaksud adalah keluhan fisik maupun psikis. Jangka waktu mengalami keluhan kesehatan adalah 1 bulan yang berakhir 1 hari sebelum pencacahan.

1= Terdapat keluhan kesehatan

0= Tidak terdapat keluhan kesehatan

5. Jam kerja ( $x_4$ )

Jumlah jam kerja adalah lama waktu (dalam jam) yang digunakan untuk bekerja dari pekerjaan utama yang dilakukan selama seminggu terakhir.

6. Kepemilikan rumah ( $x_5$ )

Rumah milik sendiri apabila dimana pada waktu pencacahan rumah yang ditempati oleh rumah tangga merupakan milik kepala rumah tangga atau salah seorang anggota rumah tangga. Status Rumah dinas dimana tempat tinggal tersebut dimiliki dan disediakan oleh suatu instansi tempat bekerja salah satu anggota rumah tangga baik dengan membayar sewa maupun tidak.

1= Rumah milik sendiri dan rumah dinas

0= lainnya (kos, sewa, dll)

7. Migrasi ( $x_6$ )

Seseorang disebut migran seumur hidup, bila tempat lahirnya berbeda dengan tempat tinggal sekarang/saat pencacahan (tidak termasuk kasus numpang lahir).

1= Non-migran

0= Migran

8. Sektor Pekerjaan KRT ( $Y_2$ )

Sektor Sektor Pekerjaan secara garis besar dibagi menjadi dua, yaitu sektor pertanian dan non pertanian.

1= Sektro pertanian

0= Sektor Non pertanian

9. Jumlah Anggota Rumah Tangga (ART ) ( $X_7$ )

Semua orang yang biasanya bertempat tinggal di suatu rumah tangga (KRT, suami/istri, anak, menantu, cucu, orang tua/mertua, famili lain, pembantu rumah tangga atau ART lainnya) yang sudah tinggal 6 bulan atau lebih atau kurang dari 6 bulan, tetapi berniat menetap.

10. Pendidikan yang ditamatkan KRT ( $X_8$ )

Tamat sekolah/satuan pendidikan adalah menyelesaikan pelajaran yang ditandai dengan lulus ujian akhir pada kelas atau tingkat terakhir suatu jenjang pendidikan formal dan nonformal (Paket A/B/C), baik di sekolah negeri maupun swasta dengan mendapatkan tanda tamat belajar/ijazah. Seseorang yang belum mengikuti pelajaran pada kelas tertinggi, tetapi sudah mengikuti ujian akhir dan lulus, dianggap tamat sekolah/satuan pendidikan.

1 = SMA ke atas

0 = SMP ke bawah

11. Klasifikasi wilayah ( $X_9$ )

Perkotaan adalah status suatu wilayah administrasi setingkat desa/kelurahan yang memenuhi kriteria klasifikasi wilayah perkotaan. Sedangkan perdesaan adalah status suatu wilayah administrasi setingkat desa/kelurahan yang belum memenuhi kriteria klasifikasi wilayah perkotaan.

1=Kota

0=Desa

12. Umur KRT ( $X_{10}$ )

Umur dihitung dalam tahun dengan pembulatan ke bawah atau umur pada waktu ulang tahun yang terakhir.

13. Jenis Kelamin KRT ( $X_{11}$ )

1= Laki-laki

0= Perempuan

Penelitian ini menggunakan 2 variabel respon dan 11 variabel prediktor. Variabel prediktor yang berpengaruh negatif terhadap rendahnya tingkat kesejahteraan rumah tangga yaitu variabel  $X_1$  (status perkawinan),  $X_2$  (Status lapangan usaha), variabel  $X_4$  (jam kerja), Variabel  $X_5$  (status kepemilikan rumah), variabel  $X_6$  (migrasi),  $X_8$  (Pendidikan yang ditamatkan),  $X_9$  (klasifikasi wilayah (desa/kota)),  $X_{10}$  (umur kepala rumah tangga), dan  $X_{11}$  (jenis kelamin kepala rumah tangga). Sedangkan variabel yang berpengaruh positif terhadap rendahnya tingkat kesejahteraan rumah tangga antara lain variabel  $X_3$  (keluhan kesehatan),  $Y_2$  (sektor pekerjaan kepala rumah tangga), dan  $X_7$  (jumlah anggota rumah tangga).

Variabel prediktor yang berpengaruh negatif terhadap rendahnya kesejahteraan rumah tangga adalah sebagai berikut: Sesuai dengan penelitian Sari (2018) yang menyatakan bahwa seseorang yang berstatus kawin lebih cenderung tidak miskin daripada yang berstatus cerai; Kepala rumah tangga yang bekerja pada sektor informal cenderung memiliki kesejahteraan yang rendah (Astuti (2018) dan Utami (2019)). Semakin tinggi jam kerja, semakin kecil kecenderungan untuk memiliki kesejahteraan rendah (Widiana, dkk, 2019). Kepemilikan rumah berpengaruh negatif terhadap kemiskinan, namun dalam penelitian utami (2019) dan Jacobus (2018), kepemilikan rumah berpengaruh positif terhadap rendahnya kesejahteraan. Migran cenderung memiliki kesejahteraan yang lebih baik daripada non-migran (Alabshar, 2021). Semakin tinggi pendidikan, maka semakin kecil kecenderungan untuk memiliki kesejahteraan rendah (Astuti (2018), Jacobus (2018), Putri (2013), Utami (2019), Athoillah, dkk.(2021), Satrio (2018), dan Indrajaya (2018)). Orang yang tinggal di kota memiliki kecenderungan lebih rendah untuk memiliki kesejahteraan rendah (Athoillah, dkk., 2021). Semakin tinggi umur, maka semakin kecil kemungkinan untuk memiliki kesejahteraan rendah (Athoillah, dkk. (2021), Utami (2019), dan Satrio (2018)). Rumah tangga dengan KRT laki-laki memiliki kecenderungan lebih rendah untuk memiliki kesejahteraan rendah dibandingkan perempuan (Utami, 2019).

Variabel prediktor yang berpengaruh positif terhadap rendahnya kesejahteraan rumah tangga adalah sebagai berikut: Kepala rumah tangga yang memiliki keluhan kesehatan cenderung memiliki kesejahteraan yang rendah (Jacobus, 2018). KRT yang bekerja pada sektor pertanian cenderung memiliki kesejahteraan yang rendah (Astuti (2018; Putri, 2013; Satrio, 2018; Indrajaya, 2018; dan Sari, 2018). Semakin banyak jumlah anggota rumah tangga, semakin besar kecenderungan untuk memiliki kesejahteraan rendah. (Astuti, (2018), Nasmiwati (2019), Utami (2019), Athoillah, dkk. (2021), Indrajaya (2018), dan Sari (2018)).

Variabel predktor yang berpengaruh negatif terhadap pemilihan Sektor Pekerjaan kepala rumah tangga antara lain variabel jumlah anggota rumah tangga (ART) berpengaruh negatif terhadap pemilihan sektor pekerjaan pertanian. Karena semakin banyak ART, biaya yang dibutuhkan semakin besar sehingga KRT lebih cenderung memilih untuk mencari pekerjaan non-pertanian yang upahnya lebih tinggi (Afifah, 2014). Semakin tinggi pendidikan, maka kemampuan bekerja di sektor non-pertanian semakin baik. Oleh karena itu, semakin kecil kecenderungan untuk memilih sektor pekerjaan pertanian (Khaafidh (2013), Susilo (2018), Xing, dkk. (2021), dan Alassaf (2010)). Orang yang tinggal di kota memiliki kecenderungan lebih rendah untuk memilih pekerjaan sektor pertanian (Barau, dkk., 2017).

Variabel predktor yang berpengaruh positif terhadap pemilihan Sektor Pekerjaan kepala rumah tangga antara lain umur kepala rumah tangga. Semakin tinggi umur, maka semakin kecil kecenderungan untuk memilih sektor pertanian. Penduduk usia muda lebih cenderung bekerja pada sektor non-pertanian (Khaafidh (2013), Susilo (2018), Barau, dkk. (2017), Alassaf (2010), dan Tocco, dkk. (2013)). Variabel jenis kelamin kepala rumah tangga berpengaruh positif terhadap pemilihan sektor pekerjaan pertanian. KRT laki-laki memiliki kecenderungan lebih tinggi untuk memilih sektor pekerjaan pertanian dibandingkan perempuan (Susilo (2018) dan Alassaf (2011)).

Penelitian ini menggunakan dua variabel respon dan sebelas variabel prediktor dengan amatan sebanyak  $n$ . Struktur data pada penelitian ini dapat dilihat pada Tabel 3.2.



Tabel 3.2 Struktur Data Penelitian

Respon		Variabel Prediktor				
Y <sub>1</sub>	Y <sub>2</sub>	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	...	X <sub>11</sub>
Y <sub>1,1</sub>	Y <sub>2,1</sub>	X <sub>1,1</sub>	X <sub>2,1</sub>	X <sub>3,1</sub>		X <sub>11,1</sub>
Y <sub>1,2</sub>	Y <sub>2,2</sub>	X <sub>1,2</sub>	X <sub>2,2</sub>	X <sub>3,2</sub>		X <sub>11,2</sub>
·	·	·	·	·		·
·	·	·	·	·		·
Y <sub>1,i</sub>	Y <sub>2,i</sub>	X <sub>1,i</sub>	X <sub>2,i</sub>	X <sub>3,i</sub>		X <sub>11,i</sub>
·	·	·	·	·		·
·	·	·	·	·		·
Y <sub>1,n</sub>	Y <sub>2,n</sub>	X <sub>1,n</sub>	X <sub>2,n</sub>	X <sub>3,n</sub>		X <sub>11,n</sub>

### 3.3 Tahapan Penelitian

Tahapan penelitian ini mengacu pada tujuan penelitian pada subbab 1.3. Tahapan penelitian ini terdiri atas dua bagian, yaitu kajian teori dan aplikasi.

#### 3.3.1 Estimasi Model Regresi Probit Biner Bivariat Rekursif

Langkah-langkah dalam melakukan estimasi model regresi probit biner bivariat rekursif adalah sebagai berikut :

1. Membentuk fungsi likelihood pada variabel Y dengan fungsi likelihood sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 Q = L(\theta) &= \prod_{i=1}^n P(Y_{11i} = y_{11i}, Y_{10i} = y_{10i}, Y_{01i} = y_{01i}, Y_{00i} = y_{00i}) \\
 &= \prod_{i=1}^n P_{11i}^{y_{11i}} P_{10i}^{y_{10i}} P_{01i}^{y_{01i}} P_{00i}^{y_{00i}}
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

Dimana

$Q = L(\theta) =$  Likelihood function for  $\theta$

$\theta = (\theta_1, \theta_2, \rho)$

2. Mendapatkan turunan pertaman dari fungsi ln likelihood terhadap parameter untuk  $\theta_1, \theta_2$ , dan  $\rho$  kemudian disamakan dengan 0. selanjutnya hitung nilai parameternya seperti pada persamaan 3.2.

$$\frac{\partial \ln Q}{\partial \theta_1} = 0 \tag{3.2}$$

$$\frac{\partial \ln Q}{\partial \theta_2} = 0 \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial \ln Q}{\partial \rho} = 0 \quad (3.4)$$

3. Karena metode estimasi pada langkah 2 tidak *closed form*, maka dilanjutkan dengan metode iterasi Newton-Raphson dengan menggunakan vektor gradien  $\mathbf{g}$  yang merupakan komponen turunan pertama dari  $\ln$  likelihood  $Q$  terhadap  $\theta_1, \theta_2$ , dan  $\rho$  seperti pada persamaan 3.5.

$$\mathbf{g}(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \ln Q}{\partial \theta_1} \\ \frac{\partial \ln Q}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial \ln Q}{\partial \rho} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

4. Mendapatkan turunan kedua  $\ln$  likelihood terhadap parameter  $\theta_1, \theta_2$ , dan  $\rho$  atau matriks Hessian  $\mathbf{H}$ , dimana komponen dari matriks  $\mathbf{H}$  seperti pada persamaan 3.6.

$$\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \ln Q}{\partial \theta_1 \partial \theta_1} & \frac{\partial^2 \ln Q}{\partial \theta_1 \partial \theta_2} & \frac{\partial^2 \ln Q}{\partial \theta_1 \partial \rho} \\ \frac{\partial^2 \ln Q}{\partial \theta_2 \partial \theta_1} & \frac{\partial^2 \ln Q}{\partial \theta_2 \partial \theta_2} & \frac{\partial^2 \ln Q}{\partial \theta_2 \partial \rho} \\ \frac{\partial^2 \ln Q}{\partial \rho \partial \theta_1} & \frac{\partial^2 \ln Q}{\partial \rho \partial \theta_2} & \frac{\partial^2 \ln Q}{\partial \rho \partial \rho} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

5. Dilakukan iterasi dengan metode Newton-Raphson hingga konvergen dengan rumus iterasi seperti persamaan 3.7.

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(m)} = \hat{\boldsymbol{\theta}}^{(m-1)} - [\mathbf{H}(\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(m-1)})]^{-1} \mathbf{g}(\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(m-1)}) \quad (3.7)$$

6. Algoritma iterasi menggunakan metode Newton-Raphson sebagai berikut:
- Menentukan starting value atau menentukan nilai awal dari  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$  pada saat  $m=0$ .
  - Selanjutnya dilakukan iterasi pertama mulai dari  $m=1$  dengan menghitung  $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(m)} = \hat{\boldsymbol{\theta}}^{(m-1)} - [\mathbf{H}(\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(m-1)})]^{-1} \mathbf{g}(\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(m-1)})$ .

- c. Jika  $\|\hat{\theta}^{(m)} - \hat{\theta}^{(m-1)}\| \leq \theta$ , dimana  $\theta$  adalah bilangan yang sangat kecil mendekati 0, maka iterasi berhenti. Jika tidak, maka ulangi langkah sebelumnya hingga konvergen (Garret,2015).

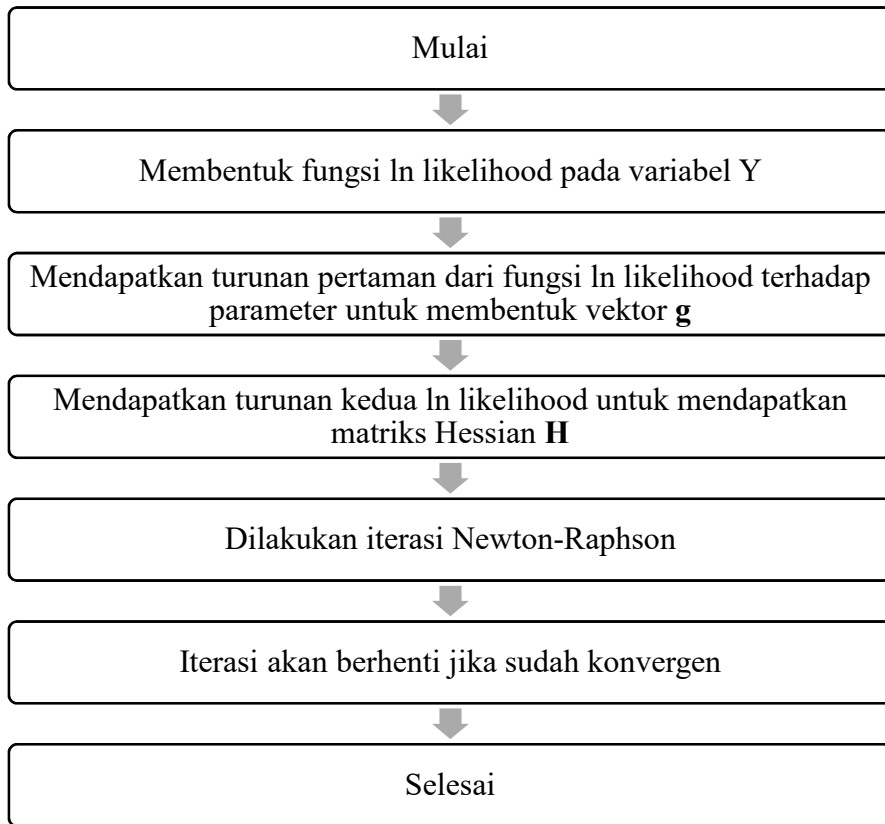
### 3.3.2 Pemodelan dengan Regresi Probit Biner Bivariat Rekursif

Langkah-langkah pemodelan kasus dengan model regresi probit bivariat rekursif adalah sebagai berikut :

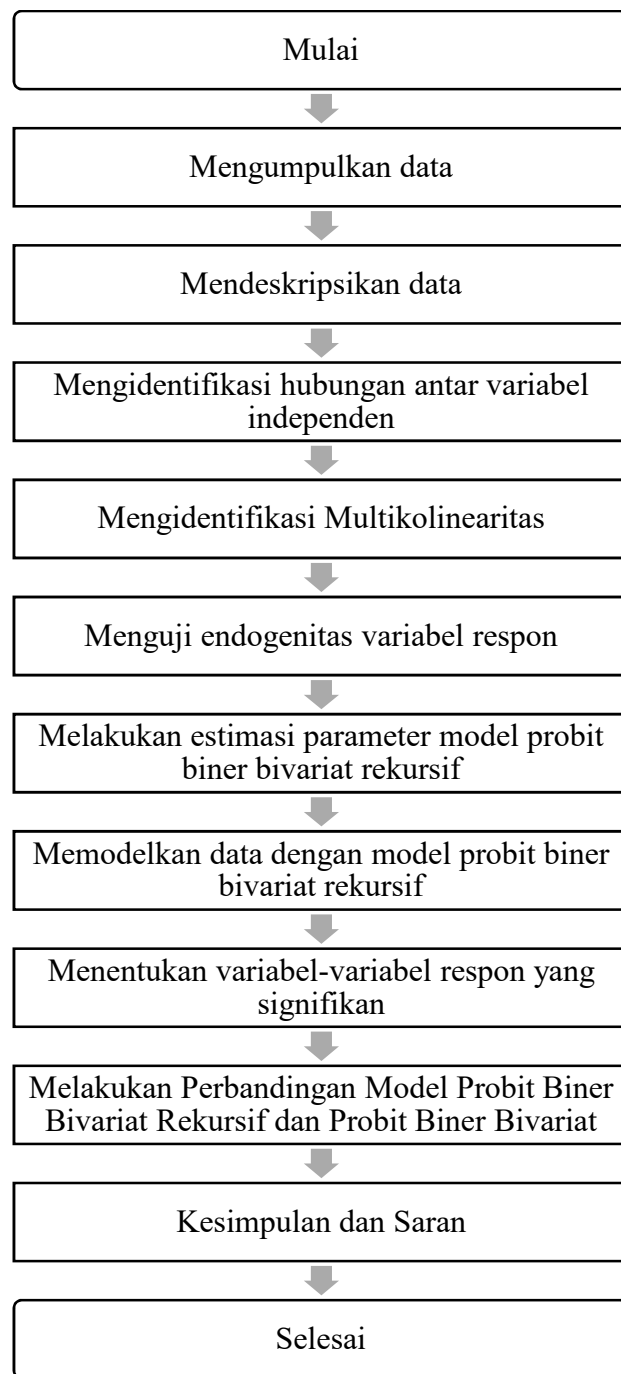
1. Melakukan analisis deskriptif data kesejahteraan rumah tangga dan Sektor Pekerjaan kepala rumah tangga di Papua Barat Tahun 2021
2. Mengidentifikasi hubungan (dependensi) antar variabel respon  $Y_1$  dan  $Y_2$  dengan menggunakan uji chi-square.
3. Mengidentifikasi multikolinieritas dengan melihat hubungan antar variabel prediktor dengan menggunakan VIF.
4. Melakukan pemodelan antara variabel respon dan variabel prediktor dengan model regresi probit biner bivariat rekursif.
5. Melakukan uji hipotesis variabel eksogen menggunakan uji Lagrange Multiplier.
6. Menguji signifikansi parameter model secara simultan.
7. Menguji signifikansi parameter model secara parsial.
8. Menyimpulkan dan menginterpretasi model regresi probit biner bivariat rekursif.

### 3.4 Diagram Alir Analisis Data

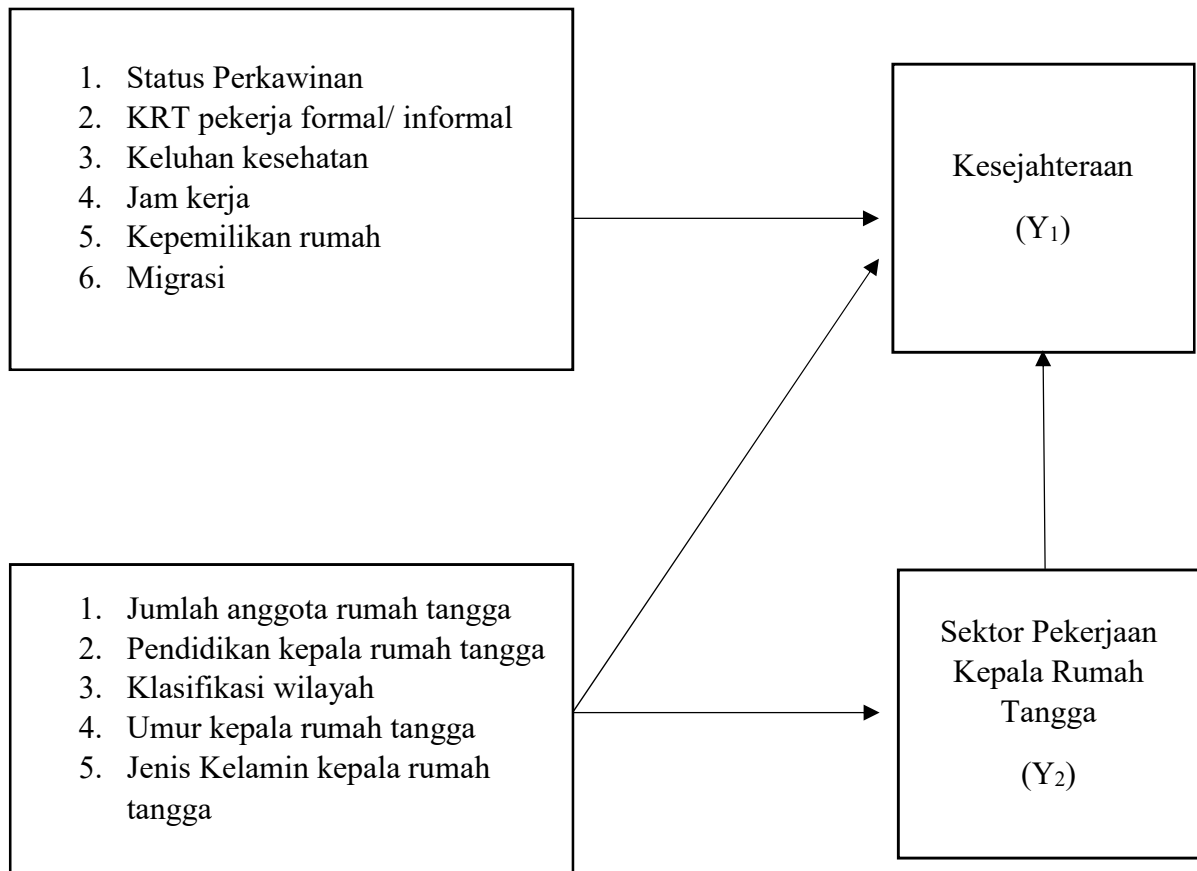
Diagram alir untuk langkah-langkah estimasi parameter model regresi probit biner bivariat rekursif seperti pada gambar 3.1. Diagram alir untuk langkah-langkah pemodelan tingkat kesejahteraan rumah tangga dan Sektor Pekerjaan kepala rumah tangga di Provinsi Papua Barat Tahun 2021 dengan metode analisis regresi probit biner bivariat rekursif seperti pada gambar 3.2. Berdasarkan tinjauan pustaka pada bagian 2.1, maka faktor-faktor yang diduga berpengaruh terhadap tingkat kesejahteraan rumah tangga dan Sektor Pekerjaan kepala rumah tangga seperti kerangka konseptual pada gambar 3.3.



Gambar 3.1 Diagram Alir Estimasi Parameter Regresi Probit Biner Bivariat Rekursif



Gambar 3.2 Diagram Alir Analisis Data dalam Menentukan Faktor-Faktor yang Berpengaruh Terhadap Kesejahteraan Rumah Tangga dan Sektor Pekerjaan Kepala Rumah Tangga di Provinsi Papua Barat Tahun 2021



Gambar 3.3 Kerangka Konseptual Faktor-Faktor yang Diduga Berpengaruh Terhadap Tingkat Kesejahteraan Rumah Tangga dan Sektor Pekerjaan Kepala Rumah Tangga

## BAB 4

### ANALISIS DAN PEMBAHASAN

#### 4.1 Estimasi Parameter Probit Biner Bivariat Rekursif

Untuk mendapatkan estimasi parameter pada model probit biner bivariat rekursif digunakan metode maksimum likelihood estimation (MLE) sesuai dengan langkah-langkah di bab 3. Dari pembahasan di Bab 2, diketahui bahwa variabel  $\mathbf{Y} = [Y_{11} \ Y_{10} \ Y_{01i} \ Y_{00i}]^T$  berdistribusi multinomial sehingga dapat dinotasikan sebagai  $\mathbf{Y} \sim M(1; P_{11i}, P_{10i}, P_{01i}, P_{00i})$ . Dimana total probabilitas adalah  $P_{++} = \sum_{d=1}^2 \sum_{c=1}^2 P_{cd} = 1$ .

Persamaan model probit biner bivariat rekursif dapat ditulis seperti pada persamaan 4.1.

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_1^* &= \mathbf{X}_1^T \boldsymbol{\beta}_1 + v \mathbf{y}_2^* + \boldsymbol{\varepsilon}_1, & Y_1 &= 1 \text{ jika } y_1^* > 0 \text{ dan } Y_1 = 0 \text{ jika } y_1^* \leq 0 \\ \mathbf{y}_2^* &= \mathbf{X}_2^T \boldsymbol{\beta}_2 + \boldsymbol{\varepsilon}_2, & Y_2 &= 1 \text{ jika } y_2^* > 0 \text{ dan } Y_2 = 0 \text{ jika } y_2^* \leq 0 \end{aligned} \quad (4.1)$$

Untuk memudahkan dalam melakukan estimasi parameter, model probit biner bivariat rekursif dapat disederhanakan dengan memisalkan  $\boldsymbol{\eta}_1 = \mathbf{W}^T \boldsymbol{\theta}_1$  dan  $\boldsymbol{\eta}_2 = \mathbf{X}^T \boldsymbol{\theta}_2$  dimana  $\mathbf{W}$  adalah matriks variabel prediktor persamaan pertama yang terdiri dari  $\mathbf{X}_1$  dan  $\mathbf{y}_2^*$ . Sedangkan  $\mathbf{X}$  adalah variabel prediktor persamaan ke dua yang terdiri dari  $\mathbf{X}_2$ . Dimana untuk setiap amatan  $\mathbf{w}_{1i} = (1, x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}, \dots, x_{pi}, y_{2i}^*)^T$  dan  $\mathbf{x}_i = (1, x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}, \dots, x_{qi})^T$ .  $\boldsymbol{\theta}_1$  terdiri dari komponen  $\boldsymbol{\beta}_1^T$  dan  $v$ , sedangkan  $\boldsymbol{\theta}_2$  berisikan komponen  $\boldsymbol{\beta}_2^T$  seperti pada persamaan 4.2.

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_1^* &= \mathbf{W}^T \boldsymbol{\theta}_1 + v \mathbf{y}_2^* + \boldsymbol{\varepsilon}_1, & Y_1 &= 1 \text{ jika } y_1^* > 0 \text{ dan } Y_1 = 0 \text{ jika } y_1^* \leq 0 \\ \mathbf{y}_2^* &= \mathbf{X}^T \boldsymbol{\theta}_2 + \boldsymbol{\varepsilon}_2, & Y_2 &= 1 \text{ jika } y_2^* > 0 \text{ dan } Y_2 = 0 \text{ jika } y_2^* \leq 0 \end{aligned} \quad (4.2)$$

Dimana setiap observasi dapat dihitung dengan persamaan 4.3.

$$\begin{aligned} y_{1i}^* &= \mathbf{w}_i^T \boldsymbol{\theta}_1 + \varepsilon_{1i}, & Y_{1i} &= 1 \text{ jika } y_{1i}^* > 0 \text{ dan } Y_{1i} = 0 \text{ jika } y_{1i}^* \leq 0 \\ y_{2i}^* &= \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\theta}_2 + \varepsilon_{2i}, & Y_{2i} &= 1 \text{ jika } y_{2i}^* > 0 \text{ dan } Y_{2i} = 0 \text{ jika } y_{2i}^* \leq 0 \end{aligned} \quad (4.3)$$

Peluang suatu responden untuk dikategorikan ke dalam salah satu kategori adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned} P_{11} &= P(Y_{1i} = 1, Y_{2i} = 1) \\ &= P(y_{1i}^* > 0, y_{2i}^* > 0) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= P(\varepsilon_{1i} > -\mathbf{w}_i^T \boldsymbol{\theta}_1, \varepsilon_{2i} > -\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\theta}_2) \\
&= P(\varepsilon_{1i} \leq \mathbf{w}_i^T \boldsymbol{\theta}_1, \varepsilon_{2i} \leq \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\theta}_2) \\
&= P(\varepsilon_{1i} \leq \eta_{1i}, \varepsilon_{2i} \leq \eta_{2i}) \\
&= \int_{-\infty}^{\eta_{2i}} \int_{-\infty}^{\eta_{1i}} \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i}) d\eta_{1i} d\eta_{2i} \\
&= \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})
\end{aligned} \tag{4.4}$$

$$\begin{aligned}
P_{10} &= P(Y_1 = 1, Y_2 = 0) \\
&= P(y_1^* > 0, y_2^* \leq 0) \\
&= P(\varepsilon_{1i} > -\mathbf{w}_i^T \boldsymbol{\theta}_1, \varepsilon_{2i} \leq -\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\theta}_2) \\
&= P(\varepsilon_{1i} \leq \mathbf{w}_i^T \boldsymbol{\theta}_1, \varepsilon_{2i} > \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\theta}_2) \\
&= P(\varepsilon_{1i} \leq \eta_{1i}, \varepsilon_{2i} > \eta_{2i}) \\
&= \int_{\eta_{2i}}^{\infty} \int_{-\infty}^{\eta_{1i}} \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i}) d\eta_{1i} d\eta_{2i} \\
&= \Phi(\eta_{1i}) - \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})
\end{aligned} \tag{4.5}$$

$$\begin{aligned}
P_{01} &= P(Y_1 = 0, Y_2 = 1) \\
&= P(y_1^* \leq 0, y_2^* > 0) \\
&= P(\varepsilon_{1i} \leq -\mathbf{w}_i^T \boldsymbol{\theta}_1, \varepsilon_{2i} > -\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\theta}_2) \\
&= P(\varepsilon_{1i} > \mathbf{w}_i^T \boldsymbol{\theta}_1, \varepsilon_{2i} \leq \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\theta}_2) \\
&= P(\varepsilon_{1i} > \eta_{1i}, \varepsilon_{2i} \leq \eta_{2i}) \\
&= \int_{-\infty}^{\eta_{2i}} \int_{\eta_{1i}}^{\infty} \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i}) d\eta_{1i} d\eta_{2i} \\
&= \Phi(\eta_{2i}) - \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})
\end{aligned} \tag{4.6}$$

$$\begin{aligned}
P_{00i} &= P(Y_1 = 0, Y_2 = 0) \\
&= P(Y_1^* \leq 0, Y_2^* \leq 0) \\
&= P(\varepsilon_{1i} \leq -\mathbf{w}_i^T \boldsymbol{\theta}_1, \varepsilon_{2i} \leq -\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\theta}_2) \\
&= P(\varepsilon_{1i} > \mathbf{w}_i^T \boldsymbol{\theta}_1, \varepsilon_{2i} > \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\theta}_2) \\
&= P(\varepsilon_{1i} > \eta_{1i}, \varepsilon_{2i} > \eta_{2i})
\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
&= \int_{\eta_{2i}}^{\infty} \int_{\eta_{1i}}^{\infty} \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i}) d\eta_{1i} d\eta_{2i} \\
&= 1 - \phi(\eta_{1i}) - \phi(\eta_{2i}) + \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})
\end{aligned} \tag{4.7}$$

Fungsi likelihood dari variabel random bivariat dapat dibentuk berdasarkan probabilitas pada persamaan 4.4, 4.5, 4.6, dan 4.7 sehingga diperoleh persamaan 4.8.

$$\begin{aligned}
Q = L(\theta) &= \prod_{i=1}^n P(Y_{11i} = y_{11i}, Y_{10i} = y_{10i}, Y_{01i} = y_{01i}, Y_{00i} = y_{00i}) \\
&= \prod_{i=1}^n P_{11i}^{y_{11i}} P_{10i}^{y_{10i}} P_{01i}^{y_{01i}} P_{00i}^{y_{00i}}
\end{aligned} \tag{4.8}$$

Dimana  $\theta = (\theta_1, \theta_2, \rho)$ .

Setelah didapatkan fungsi likelihood probit biner bivariat rekursif, kemudian dibentuk logaritma natural dari fungsi likelihood seperti pada persamaan 4.9.

$$\begin{aligned}
\ln L(\theta) &= \ln \prod_{i=1}^n (P_{11i}^{y_{11i}} P_{10i}^{y_{10i}} P_{01i}^{y_{01i}} P_{00i}^{y_{00i}}) \\
&= \sum_{i=1}^n (y_{11i} \ln p_{11i} + y_{10i} \ln p_{10i} + y_{01i} \ln p_{01i} + y_{00i} \ln p_{00i})
\end{aligned} \tag{4.9}$$

Untuk mendapatkan estimasi parameter, Langkah selanjutnya adalah memaksimumkan fungsi  $\ln L(\theta)$  dengan menurunkan fungsi  $\ln L(\theta)$  terhadap parameter  $\theta_1, \theta_2$ , dan  $\rho$  kemudian disamakan dengan nol.

Adapun turunan pertama  $\ln L(\theta)$  terhadap  $\theta_1$  sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial \theta_1} &= \frac{\partial}{\partial \theta_1} \sum_{i=1}^n (y_{11i} \ln p_{11i} + y_{10i} \ln p_{10i} + y_{01i} \ln p_{01i} + y_{00i} \ln p_{00i}) \\
&= \sum_{i=1}^n \left( y_{11i} \frac{1}{p_{11i}} \frac{\partial p_{11i}}{\partial \theta_1} + y_{10i} \frac{1}{p_{10i}} \frac{\partial p_{10i}}{\partial \theta_1} + y_{01i} \frac{1}{p_{01i}} \frac{\partial p_{01i}}{\partial \theta_1} + y_{00i} \frac{1}{p_{00i}} \frac{\partial p_{00i}}{\partial \theta_1} \right)
\end{aligned} \tag{4.10}$$

Rumus  $p_{11}, p_{10i}, p_{01},$  dan  $p_{00}$  masih mengandung  $\theta_1$ , maka dicari turunan masing-masing terhadap  $\theta_1$ .

$$\begin{aligned}
\frac{\partial p_{11i}}{\partial \theta_1} &= \frac{\partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_1} \\
\frac{\partial p_{10}}{\partial \theta_1} &= \frac{\partial \Phi(\eta_{1i}) - \partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_1}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\partial \phi(\mathbf{w}_i^T \boldsymbol{\theta}_1) - \partial \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_1} \\
&= \mathbf{w}_i \phi(\mathbf{w}_i^T \boldsymbol{\theta}_1) - \frac{\partial \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_1} \\
&= \mathbf{w}_i \phi(\eta_{1i}) - \frac{\partial \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_1} \\
\frac{\partial p_{01i}}{\partial \theta_1} &= \frac{\partial \phi(\eta_{2i}) - \partial \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_1} \\
&= \frac{\partial \phi(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\theta}_2) - \partial \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_1} \\
&= -\frac{\partial \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_1} \\
\frac{\partial p_{00i}}{\partial \theta_1} &= \frac{1 - \partial \phi(\eta_{1i}) - \partial \phi(\eta_{2i}) + \partial \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_1} \\
&= \frac{1 - \partial \phi(\mathbf{w}_i^T \boldsymbol{\theta}_1) - \partial \phi(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\theta}_2) + \partial \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_1} \\
&= -(\mathbf{w}_i) \phi(\mathbf{w}_i^T \boldsymbol{\theta}_1) + \frac{\partial \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_1} \\
&= -\mathbf{w}_i \phi(\eta_{1i}) + \frac{\partial \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_1} \tag{4.11}
\end{aligned}$$

Dimana turunan kumulatif distribusi normal bivariat  $\phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})$  terhadap  $\theta_1$ , adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial p_{11i}}{\partial \theta_1} &= \frac{\partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i}, \rho)}{\partial \theta_1} \\
\frac{\partial p_{11i}}{\partial \theta_1} &= \frac{\partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i}, \rho)}{\partial \theta_1} \frac{\partial \eta_{1i}}{\partial \theta_1} \\
\frac{\partial p_{11i}}{\partial \theta_1} &= \frac{\partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i}, \rho)}{\partial \eta_{1i}} \frac{\partial \eta_{1i}}{\partial \theta_1} \\
\frac{\partial p_{11i}}{\partial \theta_1} &= \frac{\partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i}, \rho)}{\partial \eta_{1i}} \frac{\partial (\mathbf{w}_i^T \boldsymbol{\theta}_1)}{\partial \theta_1} \\
&= \frac{\partial}{\partial \eta_{1i}} \int_{-\infty}^{\eta_{2i}} \int_{-\infty}^{\eta_{1i}} \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i}, \rho) \partial \eta_{1i} \partial \eta_{2i} (\mathbf{w}_i)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \int_{-\infty}^{\partial\eta_{2i}} \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i}, \rho) \partial\eta_{2i}(\mathbf{w}_i) \\
&= \int_{-\infty}^{\partial\eta_{2i}} \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left(-\frac{\eta_{1i}^2 - 2\rho\eta_{1i}\eta_{2i} + \eta_{2i}^2}{2(1-\rho^2)}\right) \partial\eta_{2i}(\mathbf{w}_i) \\
&= \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}} \int_{-\infty}^{\partial\eta_{2i}} \exp\left(-\frac{\eta_{1i}^2(1-\rho)^2 + (\eta_{2i} - \rho\eta_{1i})^2}{2(1-\rho^2)}\right) \partial\eta_{2i}(\mathbf{w}_i) \\
&= \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left(-\frac{\eta_{1i}^2(1-\rho)^2}{2(1-\rho^2)}\right) \int_{-\infty}^{\partial\eta_{2i}} \exp\left(-\frac{(\eta_{2i} - \rho\eta_{1i})^2}{2(1-\rho^2)}\right) \partial\eta_{2i}(\mathbf{w}_i) \\
&= (\mathbf{w}_i)\phi(\eta_{1i})\Phi\left(\frac{\eta_{2i} - \rho\eta_{1i}}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) \tag{4.12}
\end{aligned}$$

Sehingga diperoleh hasil turunan pertama fungsi likelihood terhadap  $\theta_1$  yang merupakan komponen dari vektor  $\mathbf{g}(\boldsymbol{\theta})$  seperti pada persamaan 4.12.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_1} &= \sum_{i=1}^n \left[ y_{11i} \frac{1}{p_{11}} \frac{\partial p_{11}}{\partial \theta_1} + y_{10i} \frac{1}{p_{10i}} \frac{\partial p_{10i}}{\partial \theta_1} + y_{01i} \frac{1}{p_{01i}} \frac{\partial p_{01i}}{\partial \theta_1} \right. \\
&\quad \left. + y_{00} \frac{1}{p_{00}} \frac{\partial p_{00}}{\partial \theta_1} \right] \\
&= \sum_{i=1}^n \left[ \frac{y_{11}}{p_{11i}} \frac{\partial(\phi(\eta_{1i}\eta_{2i}))}{\partial \theta_1} + \frac{y_{10}}{p_{10}} \left( \mathbf{w}_i \phi(\eta_{1i}) - \frac{\partial \phi(\eta_{1i}\eta_{2i})}{\partial \theta_1} \right) \right. \\
&\quad \left. + \frac{y_{01}}{p_{01}} \left( -\frac{\partial \phi(\eta_{1i}\eta_{2i})}{\partial \theta_1} \right) + \frac{y_{00i}}{p_{00}} \left( -\mathbf{w}_i \phi(\eta_{1i}) + \frac{\partial \phi(\eta_{1i}\eta_{2i})}{\partial \eta_{1i}} \right) \right] \\
&= \sum_{i=1}^n \frac{y_{11}}{p_{11}} \left[ \mathbf{w}_i \phi(\eta_{1i}) \Phi\left(\frac{\eta_{2i} - \rho\eta_{1i}}{\sqrt{(1-\rho^2)}}\right) \right] \\
&\quad + \frac{y_{10i}}{p_{10i}} \left[ \mathbf{w}_i \phi(\eta_{1i}) - \left( \mathbf{w}_i \phi(\eta_{1i}) \Phi\left(\frac{\eta_{2i} - \rho\eta_{1i}}{\sqrt{(1-\rho^2)}}\right) \right) \right] \\
&\quad + \frac{y_{01}}{p_{01}} \left[ -\left( \mathbf{w}_i \phi(\eta_{1i}) \Phi\left(\frac{\eta_{2i} - \rho\eta_{1i}}{\sqrt{(1-\rho^2)}}\right) \right) \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{y_{00i}}{p_{00}} \left[ -\mathbf{w}_i \phi(\eta_{1i}) + \left( \mathbf{w}_i \phi(\eta_{1i}) \Phi \left( \frac{\eta_{2i} - \rho \eta_{1i}}{\sqrt{(1 - \rho^2)}} \right) \right) \right] \\
= & \sum_{i=1}^n \frac{y_{11}}{p_{11}} \left[ \mathbf{w}_i \phi(\eta_{1i}) \Phi \left( \frac{\eta_{2i} - \rho \eta_{1i}}{\sqrt{(1 - \rho^2)}} \right) \right] \\
& + \frac{y_{10i}}{p_{10}} \left[ \mathbf{w}_i \phi(\eta_{1i}) - \left( \mathbf{w}_i \phi(\eta_{1i}) \Phi \left( \frac{\eta_{2i} - \rho \eta_{1i}}{\sqrt{(1 - \rho^2)}} \right) \right) \right] \\
& + \frac{y_{01}}{p_{01}} \left[ \left( -\mathbf{w}_i \phi(\eta_{1i}) \Phi \left( \frac{\eta_{2i} - \rho \eta_{1i}}{\sqrt{(1 - \rho^2)}} \right) \right) \right] \\
& + \frac{y_{00}}{p_{00}} \left[ -\mathbf{w}_i \phi(\eta_{1i}) + \left( \mathbf{w}_i \phi(\eta_{1i}) \Phi \left( \frac{\eta_{2i} - \rho \eta_{1i}}{\sqrt{(1 - \rho^2)}} \right) \right) \right] \\
= & \sum_{i=1}^n \mathbf{w}_i \phi(\eta_{1i}) \left[ \frac{y_{11i}}{p_{11}} \Phi \left( \frac{\eta_{2i} - \rho \eta_{1i}}{\sqrt{(1 - \rho^2)}} \right) + \frac{y_{10i}}{p_{10}} \left( 1 - \Phi \left( \frac{\eta_{2i} - \rho \eta_{1i}}{\sqrt{(1 - \rho^2)}} \right) \right) \right. \\
& \left. - \frac{y_{01}}{p_{01}} \Phi \left( \frac{\eta_{2i} - \rho \eta_{1i}}{\sqrt{(1 - \rho^2)}} \right) - \frac{y_{00i}}{p_{00}} \left( 1 - \Phi \left( \frac{\eta_{2i} - \rho \eta_{1i}}{\sqrt{(1 - \rho^2)}} \right) \right) \right] \\
= & \sum_{i=1}^n \mathbf{w}_i \phi(\eta_{1i}) \left[ \left( \frac{y_{11}}{p_{11}} - \frac{y_{01i}}{p_{01}} \right) \Phi \left( \frac{\eta_{2i} - \rho \eta_{1i}}{\sqrt{(1 - \rho^2)}} \right) \right. \\
& \left. + \left( \frac{y_{10i}}{p_{10i}} - \frac{y_{00}}{p_{00i}} \right) \left( 1 - \Phi \left( \frac{\eta_{2i} - \rho \eta_{1i}}{\sqrt{(1 - \rho^2)}} \right) \right) \right] \tag{4.13}
\end{aligned}$$

Dengan langkah yang sama, dilakukan penurunan fungsi  $\ln L(\boldsymbol{\theta})$  terhadap  $\boldsymbol{\theta}_2$ .

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}_2} &= \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}_2} \sum_{i=1}^n (y_{11i} \ln p_{11i} + y_{10i} \ln p_{10i} + y_{01i} \ln p_{01i} + y_{00i} \ln p_{00i}) \\
&= \sum_{i=1}^n \left( y_{11i} \frac{1}{p_{11i}} \frac{\partial p_{11i}}{\partial \boldsymbol{\theta}_2} + y_{10i} \frac{1}{p_{10i}} \frac{\partial p_{10i}}{\partial \boldsymbol{\theta}_2} + y_{01i} \frac{1}{p_{01i}} \frac{\partial p_{01i}}{\partial \boldsymbol{\theta}_2} + y_{00i} \frac{1}{p_{00i}} \frac{\partial p_{00i}}{\partial \boldsymbol{\theta}_2} \right) \tag{4.14}
\end{aligned}$$

Rumus  $p_{11}, p_{10}, p_{01i}$ , dan  $p_{00}$  masih mengandung  $\boldsymbol{\theta}_2$ , maka dicari turunan masing-masing terhadap  $\boldsymbol{\theta}_2$ .

$$\begin{aligned}
\frac{\partial p_{11i}}{\partial \boldsymbol{\theta}_2} &= \frac{\partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \boldsymbol{\theta}_2} \\
\frac{\partial p_{10i}}{\partial \boldsymbol{\theta}_2} &= \frac{\partial \phi(\eta_{1i}) - \partial \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \boldsymbol{\theta}_2} \\
&= \frac{\partial \phi(\mathbf{w}_i^T \boldsymbol{\theta}_1) - \partial \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \boldsymbol{\theta}_2} \\
&= -\frac{\partial \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \boldsymbol{\theta}_2} \\
\frac{\partial p_{01i}}{\partial \boldsymbol{\theta}_2} &= \frac{\partial \phi(\eta_{2i}) - \partial \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \boldsymbol{\theta}_2} \\
&= \frac{\partial \phi(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\theta}_2) - \partial \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \boldsymbol{\theta}_2} \\
&= \mathbf{x}_i \phi(\eta_{2i}) - \frac{\partial \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \boldsymbol{\theta}_2} \\
\frac{\partial p_{00}}{\partial \boldsymbol{\theta}_2} &= \frac{1 - \partial \phi(\eta_{1i}) - \partial \phi(\eta_{2i}) + \partial \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \boldsymbol{\theta}_2} \\
&= \frac{1 - \partial \phi(\mathbf{w}_i^T \boldsymbol{\theta}_1) - \partial \phi(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\theta}_2) + \partial \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \boldsymbol{\theta}_2} \\
&= -\mathbf{x}_i \phi(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\theta}_2) + \frac{\partial \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \boldsymbol{\theta}_2} \\
&= -\mathbf{x}_i \phi(\eta_{2i}) + \frac{\partial \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \boldsymbol{\theta}_2} \tag{4.15}
\end{aligned}$$

Dimana turunan kumulatif distribusi normal bivariat  $\Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})$  terhadap  $\boldsymbol{\theta}_2$  adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial p_{11i}}{\partial \theta_2} &= \frac{\partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i}, \rho)}{\partial \theta_2} \\
\frac{\partial p_{11i}}{\partial \theta_2} &= \frac{\partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i}, \rho)}{\partial \theta_2} \frac{\partial \eta_{2i}}{\partial \eta_{2i}} \\
\frac{\partial p_{11i}}{\partial \theta_2} &= \frac{\partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i}, \rho)}{\partial \eta_{2i}} \frac{\partial \eta_{2i}}{\partial \theta_2} \\
&= \frac{\partial}{\partial \eta_{2i}} \int_{-\infty}^{\eta_{2i}} \int_{-\infty}^{\eta_{1i}} \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i}, \rho) \partial \eta_{1i} \partial \eta_{2i} (\mathbf{x}_i)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \int_{-\infty}^{\partial\eta_{1i}} \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i}, \rho) \partial\eta_{1i}(\mathbf{x}_i) \\
&= \int_{-\infty}^{\partial\eta_{1i}} \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left(-\frac{\eta_{1i}^2 - 2\rho\eta_{1i}\eta_{2i} + \eta_{2i}^2}{2(1-\rho^2)}\right) \partial\eta_{1i}(\mathbf{x}_i) \\
&= \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}} \int_{-\infty}^{\partial\eta_{1i}} \exp\left(-\frac{\eta_{2i}^2(1-\rho)^2 + (\eta_{1i} - \rho\eta_{2i})^2}{2(1-\rho^2)}\right) \partial\eta_{1i}(\mathbf{x}_i) \\
&= \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left(-\frac{\eta_{2i}^2(1-\rho)^2}{2(1-\rho^2)}\right) \int_{-\infty}^{\partial\eta_{1i}} \exp\left(-\frac{(\eta_{1i} - \rho\eta_{2i})^2}{2(1-\rho^2)}\right) \partial\eta_{1i}(\mathbf{x}_i) \\
&= (\mathbf{x}_i)\phi(\eta_{2i})\Phi\left(\frac{\eta_{1i} - \rho\eta_{2i}}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) \tag{4.16}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}_2} &= \sum_{i=1}^n \frac{y_{11i}}{p_{11i}} \frac{\partial p_{11i}}{\partial \boldsymbol{\theta}_2} + \frac{y_{10}}{p_{10}} \frac{\partial p_{10i}}{\partial \boldsymbol{\theta}_2} + \frac{y_{01}}{p_{01i}} \frac{\partial p_{01}}{\partial \boldsymbol{\theta}_2} + \frac{y_{00}}{p_{00i}} \frac{\partial p_{00i}}{\partial \boldsymbol{\theta}_2} \\
&= \sum_{i=1}^n \left[ \frac{y_{11}}{p_{11}} \left( \mathbf{x}_i \phi(\eta_{2i}) \Phi\left(\frac{\eta_{1i} - \rho\eta_{2i}}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) \right) + \frac{y_{10}}{p_{10i}} \left( \mathbf{x}_i \phi(\eta_{2i}) \Phi\left(\frac{\eta_{1i} - \rho\eta_{2i}}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) \right) \right. \\
&\quad \left. + \frac{y_{01i}}{p_{01}} \left( \mathbf{x}_i \phi(\eta_{2i}) - \mathbf{x}_i \phi(\eta_{2i}) \Phi\left(\frac{\eta_{1i} - \rho\eta_{2i}}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) \right) \right. \\
&\quad \left. + \frac{y_{00}}{p_{00i}} \left( -\mathbf{x}_i \phi(\eta_{2i}) + \mathbf{x}_i \phi(\eta_{2i}) \Phi\left(\frac{\eta_{1i} - \rho\eta_{2i}}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) \right) \right] \\
&= \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i \phi(\eta_{2i}) \left[ \frac{y_{11i}}{p_{11}} \Phi\left(\frac{\eta_{1i} - \rho\eta_{2i}}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) - \frac{y_{10i}}{p_{10i}} \left( \Phi\left(\frac{\eta_{1i} - \rho\eta_{2i}}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) \right) \right. \\
&\quad \left. + \frac{y_{01i}}{p_{01}} \left( 1 - \Phi\left(\frac{\eta_{1i} - \rho\eta_{2i}}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) \right) - \frac{y_{00i}}{p_{00i}} \left( 1 - \Phi\left(\frac{\eta_{1i} - \rho\eta_{2i}}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) \right) \right] \\
&= \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i \phi(\eta_{2i}) \left[ \left( \frac{y_{11i}}{p_{11}} - \frac{y_{10}}{p_{10i}} \right) \Phi\left(\frac{\eta_{1i} - \rho\eta_{2i}}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) \right.
\end{aligned}$$

$$+ \left( \frac{y_{01i}}{p_{01}} - \frac{y_{00i}}{p_{00i}} \right) \left( 1 - \Phi \left( \frac{\eta_{1i} - \rho \eta_{2i}}{\sqrt{(1 - \rho^2)}} \right) \right) \Bigg] \quad (4.17)$$

Selanjutnya dicari turunan fungsi ln likelihood terhadap parameter  $\rho$ .

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \rho} &= \frac{\partial}{\partial \rho} \sum_{i=1}^n (y_{11i} \ln p_{11i} + y_{10i} \ln p_{10i} + y_{01i} \ln p_{01i} + y_{00i} \ln p_{00i}) \\ &= \sum_{i=1}^n \left( y_{11i} \frac{1}{p_{11i}} \frac{\partial p_{11i}}{\partial \rho} + y_{10i} \frac{1}{p_{10i}} \frac{\partial p_{10i}}{\partial \rho} + y_{01i} \frac{1}{p_{01i}} \frac{\partial p_{01i}}{\partial \rho} + y_{00i} \frac{1}{p_{00i}} \frac{\partial p_{00i}}{\partial \rho} \right) \end{aligned} \quad (4.18)$$

Rumus  $p_{11}, p_{10i}, p_{01},$  dan  $p_{00}$  masih mengandung  $\rho$ , maka dicari turunan masing-masing terhadap  $\rho$ .

$$\begin{aligned} \frac{\partial p_{11i}}{\partial \rho} &= \frac{\partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \rho} \\ \frac{\partial p_{10i}}{\partial \rho} &= \frac{\partial \Phi(\eta_{1i},) - \partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \rho} = - \frac{\partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \rho} \\ \frac{\partial p_{01i}}{\partial \rho} &= \frac{\partial \Phi(\eta_{2i},) - \partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \rho} = - \frac{\partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \rho} \\ \frac{\partial p_{00i}}{\partial \rho} &= \frac{1 - \partial \Phi(\eta_{1i},) - \partial \Phi(\eta_{2i},) + \partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \rho} = \frac{\partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \rho} \end{aligned} \quad (4.19)$$

Dimana turunan kumulatif distribusi normal bivariat  $\Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})$  terhadap  $\rho$  adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \frac{\partial p_{11i}}{\partial \rho} &= \frac{\partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i}, \rho)}{\partial \rho} \\ \frac{\partial p_{11}}{\partial \rho} &= \frac{\partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i}, \rho)}{\partial \rho} \\ &= \frac{\partial}{\partial \rho} \int_{-\infty}^{\eta_{2i}} \int_{-\infty}^{\eta_{1i}} \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i}, \rho) \partial \eta_{1i} \partial \eta_{2i} \\ &= \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i}) \frac{\partial \rho}{\partial \rho^*} \end{aligned}$$

Nilai  $\rho$  berada antara nilai -1 hingga 1 sehingga untuk memenuhi asumsi perhitungan estimasi MLE dilakukan transformasi tanh (Marra,dkk, 2017).

$$\rho^* = \tanh^{-1}(\rho)$$

$$\rho = \tanh(\rho^*)$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\sinh(\rho^*)}{\cosh(\rho^*)} \\
&= \frac{e^{2\rho^*} - 1}{e^{2\rho^*} + 1}
\end{aligned}$$

Berdasarkan persamaan 4.19, maka turunan pertama ln likelihood terhadap  $\rho$  menjadi seperti persamaan 4.20.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \rho} &= \sum_{i=1}^n \left( \frac{y_{11i}}{p_{11}} \frac{\partial p_{11}}{\partial \rho} + \frac{y_{10i}}{p_{10}} \frac{\partial p_{10i}}{\partial \rho} + \frac{y_{01}}{p_{01i}} \frac{\partial p_{01}}{\partial \rho} + \frac{y_{00i}}{p_{00}} \frac{\partial p_{00}}{\partial \rho} \right) \\
&= \sum_{i=1}^n \left( \frac{y_{11}}{p_{11}} \frac{\partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \rho} + \frac{y_{10}}{p_{10}} \left( -\frac{\partial \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \rho} \right) \right. \\
&\quad \left. + \frac{y_{01}}{p_{01}} \left( -\frac{\partial \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \rho} \right) + \frac{y_{00i}}{p_{00}} \frac{\partial \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \rho} \right) \\
&= \sum_{i=1}^n \left( \frac{y_{11i}}{p_{11}} \frac{\partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \rho} - \frac{y_{10}}{p_{10}} \frac{\partial \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \rho} - \frac{y_{01i}}{p_{01}} \frac{\partial \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \rho} \right. \\
&\quad \left. + \frac{y_{00}}{p_{00}} \frac{\partial \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \rho} \right) \\
&= \sum_{i=1}^n \left( \frac{y_{11i}}{p_{11i}} - \frac{y_{10}}{p_{10i}} - \frac{y_{01i}}{p_{01i}} + \frac{y_{00}}{p_{00i}} \right) \frac{\partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \rho} \\
&= \sum_{i=1}^n \left( \frac{y_{11}}{p_{11i}} - \frac{y_{10}}{p_{10i}} - \frac{y_{01}}{p_{01}} + \frac{y_{00}}{p_{00i}} \right) \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i}) \frac{\partial \rho}{\partial \rho^*} \tag{4.20}
\end{aligned}$$

Dengan

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \rho}{\partial \rho^*} &= \frac{d(e^{2\rho^*} - 1 / e^{2\rho^*} + 1)}{\partial \rho^*} \\
&= \frac{(2 \exp(2\rho^*))(\exp(2\rho^*) + 1) - (\exp(2\rho^*) - 1)(2 \exp(2\rho^*))}{(\exp(2\rho^*) + 1)^2} \\
&= \frac{(2 \exp(4\rho^*) + 2 \exp(2\rho^*)) - (2 \exp(4\rho^*) - 2 \exp(2\rho^*))}{(\exp(2\rho^*) + 1)^2} \\
&= \frac{4 \exp(2\rho^*)}{(\exp(2\rho^*) + 1)^2}
\end{aligned}$$

Sehingga diperoleh turunan pertama persamaan ln likelihood terhadap  $\rho$  seperti pada persamaan 4.21.



$$\frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \rho} = \sum_{i=1}^n \left( \frac{y_{11i}}{p_{11i}} - \frac{y_{10}}{p_{10}} - \frac{y_{01}}{p_{01i}} + \frac{y_{00}}{p_{00i}} \right) \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i}) \frac{4 \exp(2\rho^*)}{(\exp(2\rho^*) + 1)^2} \quad (4.21)$$

Dari hasil turunan pertama fungsi ln likelihood tersebut disama dengankan dengan 0. Namun tidak diperoleh hasil yang *closed form* sehingga dilakukan pendekatan estimasi parameter menggunakan metode Newton-Raphson. Metode ini menggunakan vektor  $\mathbf{g}(\boldsymbol{\theta})$  yang elemennya merupakan turunan pertama fungsi ln likelihood terhadap parameter dan matriks hessian  $\mathbf{H}$ . Untuk mendapatkan komponen matriks  $\mathbf{H}$ , dilakukan turunan pada setiap elemen vektor  $\mathbf{g}(\boldsymbol{\theta})$  terhadap  $\theta_1, \theta_2$ , dan  $\rho$ .

Turunan pada setiap elemen vektor  $\mathbf{g}(\boldsymbol{\theta})$  terhadap  $\theta_1$  sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p_{11}}{\partial \theta_1} &= \frac{\partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_1} \\ \frac{\partial p_{10}}{\partial \theta_1} &= \frac{\partial \Phi(\eta_{1i}) - \partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_1} \\ &= \frac{\partial \Phi(\mathbf{w}_i^T \boldsymbol{\theta}_1) - \partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_1} \\ &= \frac{\partial (\mathbf{w}_i \phi(\mathbf{w}_i^T \boldsymbol{\theta}_1))}{\partial \theta_1} - \frac{\partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_1} \\ &= \mathbf{w}_i (-\mathbf{w}_i) (\mathbf{w}_i^T \boldsymbol{\theta}_1) \phi(\mathbf{w}_i^T \boldsymbol{\theta}_1) - \frac{\partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_1} \\ &= -\mathbf{w}_i^2 \eta_{1i} \phi(\eta_{1i}) - \frac{\partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_1} \\ \frac{\partial p_{01i}}{\partial \theta_1} &= \frac{\partial \Phi(\eta_{2i}) - \partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_1} = \frac{\partial \Phi(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\theta}_2) - \partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_1} = -\frac{\partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_1} \\ \frac{\partial p_{00}}{\partial \theta_1} &= \frac{1 - \partial \Phi(\eta_{1i}) - \partial \Phi(\eta_{2i}) + \partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_1} \\ &= \frac{1 - \partial \Phi(\mathbf{w}_i^T \boldsymbol{\theta}_1) - \partial \Phi(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\theta}_2) + \partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_1} \\ &= \frac{-\partial (\mathbf{w}_i \phi(\mathbf{w}_i^T \boldsymbol{\theta}_1))}{\partial \theta_1} + \frac{\partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_1} \\ &= -(\mathbf{w}_i (-\mathbf{w}_i) (\mathbf{w}_i^T \boldsymbol{\theta}_1) \phi(\mathbf{w}_i^T \boldsymbol{\theta}_1)) + \frac{\partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_1} \end{aligned}$$

$$= \mathbf{w}_i^2 \eta_{1i} \phi(\eta_{1i}) + \frac{\partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_1 \partial \theta_1}$$

Dimana turunan ke dua kumulatif distribusi normal bivariat  $\Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})$  terhadap  $\theta_1$  adalah sebagai berikut.

$$\frac{\partial p_{11i}}{\partial \theta_1 \partial \theta_1} = \frac{\partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_1 \partial \theta_1} = \frac{\partial \left( \mathbf{w} \phi(\eta_{1i}) \Phi \left( \frac{\eta_{2i} - \rho \eta_{1i}}{\sqrt{(1-\rho^2)}} \right) \right)}{\partial \theta_1} = u'v + uv'$$

$$u = \mathbf{w} \phi(\eta_{1i})$$

$$u' = \frac{\partial (\mathbf{w} \phi(\eta_{1i}))}{\partial \theta_1} = \frac{\partial (\mathbf{w} \phi(\mathbf{w}_i^T \boldsymbol{\theta}_1))}{\partial \theta_1} = \mathbf{w}_i (-\mathbf{w}_i) \mathbf{w}_i^T \boldsymbol{\theta}_1 \phi(\mathbf{w}_i^T \boldsymbol{\theta}_1) \\ = -\mathbf{w}_i^2 \eta_{1i} \phi(\eta_{1i})$$

$$v = \Phi \left( \frac{\eta_{2i} - \rho \eta_{1i}}{\sqrt{(1-\rho^2)}} \right)$$

$$v' = \frac{-\rho \mathbf{w}_i}{\sqrt{(1-\rho^2)}} \phi \left( \frac{\eta_{2i} - \rho \eta_{1i}}{\sqrt{(1-\rho^2)}} \right)$$

$$\frac{\partial p_{11}}{\partial \theta_1 \theta_1} = \frac{\partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_1 \partial \theta_1}$$

$$= u'v + uv'$$

$$= -\mathbf{w}_i^2 \eta_{1i} \phi(\eta_{1i}) \Phi \left( \frac{\eta_{2i} - \rho \eta_{1i}}{\sqrt{(1-\rho^2)}} \right) + \mathbf{w}_i \phi(\eta_{1i}) \frac{-\rho \mathbf{w}_i}{\sqrt{(1-\rho^2)}} \phi \left( \frac{\eta_{2i} - \rho \eta_{1i}}{\sqrt{(1-\rho^2)}} \right)$$

Maka,

$$\frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_1 \partial \theta_1} = \sum_{i=1}^n \left( \frac{y_{11i}}{p_{11}} \frac{\partial p_{11i}}{\partial \theta_1 \partial \theta_1} + \frac{y_{10i}}{p_{10i}} \frac{\partial p_{10}}{\partial \theta_1 \partial \theta_1} + \frac{y_{01}}{p_{01i}} \frac{\partial p_{01i}}{\partial \theta_1 \partial \theta_1} + \frac{y_{00}}{p_{00i}} \frac{\partial p_{00}}{\partial \theta_1 \partial \theta_1} \right) \\ = \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{y_{11i}}{p_{11}} \frac{\partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_1 \partial \theta_1} + \frac{y_{10i}}{p_{10i}} \left( -\mathbf{w}_i^2 \eta_{1i} \phi(\eta_{1i}) - \frac{\partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_1 \partial \theta_1} \right) \right. \\ \left. + \frac{y_{01}}{p_{01i}} \left( -\frac{\partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_1 \partial \theta_1} \right) + \frac{y_{00i}}{p_{00}} \left( \mathbf{w}_i^2 \eta_{1i} \phi(\eta_{1i}) + \frac{\partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_1 \partial \theta_1} \right) \right\}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{y_{11i}}{p_{11i}} \frac{\partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_1 \partial \theta_1} + \left( -\frac{y_{10i}}{p_{10i}} \mathbf{w}_i^2 \eta_{1i} \phi(\eta_{1i}) - \frac{y_{10}}{p_{10i}} \frac{\partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_1 \partial \theta_1} \right) \right. \\
&\quad + \left( -\frac{y_{01i}}{p_{01i}} \frac{\partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_1 \partial \theta_1} \right) + \left( \frac{y_{00i}}{p_{00i}} \mathbf{w}_i^2 \eta_{1i} \phi(\eta_{1i}) \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{y_{00i}}{p_{00i}} \frac{\partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_1 \partial \theta_1} \right) \right\} \\
&= \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{y_{11i}}{p_{11i}} \frac{\partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_1 \partial \theta_1} + \left( -\frac{y_{10i}}{p_{10i}} \frac{\partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_1 \partial \theta_1} \right) + \left( -\frac{y_{01i}}{p_{01i}} \frac{\partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_1 \partial \theta_1} \right) \right. \\
&\quad \left. + \frac{y_{00i}}{p_{00i}} \frac{\partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_1 \partial \theta_1} - \frac{y_{10i}}{p_{10i}} \mathbf{w}_i^2 \eta_{1i} \phi(\eta_{1i}) + \left( \frac{y_{00i}}{p_{00i}} \mathbf{w}_i^2 \eta_{1i} \phi(\eta_{1i}) \right) \right\} \\
&= \sum_{i=1}^n \left\{ \left( \frac{y_{11i}}{p_{11i}} - \frac{y_{10i}}{p_{10i}} - \frac{y_{01i}}{p_{01i}} + \frac{y_{00i}}{p_{00i}} \right) \frac{\partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_1 \partial \theta_1} + \left( \frac{y_{00i}}{p_{00i}} - \frac{y_{10i}}{p_{10i}} \right) \mathbf{w}_i^2 \eta_{1i} \phi(\eta_{1i}) \right\} \\
&= \sum_{i=1}^n \left\{ \left( \frac{y_{11}}{p_{11i}} - \frac{y_{10i}}{p_{10i}} - \frac{y_{01i}}{p_{01i}} + \frac{y_{00i}}{p_{00i}} \right) \left( -\mathbf{w}_i^2 \eta_{1i} \phi(\eta_{1i}) \Phi \left( \frac{\eta_{2i} - \rho \eta_{1i}}{\sqrt{1 - \rho^2}} \right) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \mathbf{w}_i \phi(\eta_{1i}) \frac{-\rho \mathbf{w}_i}{\sqrt{1 - \rho^2}} \phi \left( \frac{\eta_{2i} - \rho \eta_{1i}}{\sqrt{1 - \rho^2}} \right) \right) + \left( \frac{y_{00i}}{p_{00i}} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \frac{y_{10i}}{p_{10i}} \right) \mathbf{w}_i^2 \eta_{1i} \phi(\eta_{1i}) \right\} \\
&= \sum_{i=1}^n \phi(\eta_{1i}) \left\{ \left( \frac{y_{11i}}{p_{11i}} - \frac{y_{10i}}{p_{10i}} - \frac{y_{01i}}{p_{01i}} + \frac{y_{00i}}{p_{00i}} \right) \left( -\mathbf{w}_i^2 \eta_{1i} \Phi \left( \frac{\eta_{2i} - \rho \eta_{1i}}{\sqrt{1 - \rho^2}} \right) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \mathbf{w}_i^2 \frac{\rho}{\sqrt{1 - \rho^2}} \phi \left( \frac{\eta_{2i} - \rho \eta_{1i}}{\sqrt{1 - \rho^2}} \right) \right) + \left( \frac{y_{00i}}{p_{00i}} - \frac{y_{10i}}{p_{10i}} \right) \mathbf{w}_i^2 \eta_{1i} \right\} \\
&= \sum_{i=1}^n \phi(\eta_{1i}) \mathbf{w}_i^2 \left\{ \left( \frac{y_{11i}}{p_{11i}} - \frac{y_{10i}}{p_{10i}} - \frac{y_{01i}}{p_{01i}} + \frac{y_{00i}}{p_{00i}} \right) \left( -\eta_{1i} \Phi \left( \frac{\eta_{2i} - \rho \eta_{1i}}{\sqrt{1 - \rho^2}} \right) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \frac{\rho}{\sqrt{1 - \rho^2}} \phi \left( \frac{\eta_{2i} - \rho \eta_{1i}}{\sqrt{1 - \rho^2}} \right) \right) + \left( \frac{y_{00}}{p_{00}} - \frac{y_{10i}}{p_{10}} \right) \eta_{1i} \right\} \quad (4.22)
\end{aligned}$$

Dengan cara yang sama dilakukan turunan kedua ln likelihood terhadap  $\theta_{2i}$ .

$$\frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_2 \partial \theta_2} = \sum_{i=1}^n \left( \frac{y_{11i}}{p_{11i}} \frac{\partial p_{11i}}{\partial \theta_2 \partial \theta_2} + \frac{y_{10i}}{p_{10i}} \frac{\partial p_{10i}}{\partial \theta_2 \partial \theta_2} + \frac{y_{01i}}{p_{01i}} \frac{\partial p_{01i}}{\partial \theta_2 \partial \theta_2} + \frac{y_{00}}{p_{00i}} \frac{\partial p_{00i}}{\partial \theta_2 \partial \theta_2} \right) \quad (4.23)$$

Dimana

$$\begin{aligned} \frac{\partial p_{11i}}{\partial \theta_2 \partial \theta_2} &= \frac{\partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_2 \partial \theta_2} \\ \frac{\partial p_{10i}}{\partial \theta_2 \partial \theta_2} &= \frac{\partial \Phi(\eta_{1i}) - \partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_2 \partial \theta_2} = \frac{\partial \Phi(\mathbf{w}_i^T \boldsymbol{\theta}_1) - \partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_2 \partial \theta_2} = -\frac{\partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_2 \partial \theta_2} \\ \frac{\partial p_{01}}{\partial \theta_2 \partial \theta_2} &= \frac{\partial \Phi(\eta_{2i}) - \partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_2 \partial \theta_2} \\ &= \frac{\partial \Phi(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\theta}_2) - \partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_2 \partial \theta_2} \\ &= \frac{\partial (\mathbf{x}_i \phi(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\theta}_2))}{\partial \theta_2} - \frac{\partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_2 \partial \theta_2} \\ &= \mathbf{x}_i (-\mathbf{x}_i) (\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\theta}_2) \phi(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\theta}_2) - \frac{\partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_2 \partial \theta_2} \\ &= -\mathbf{x}_i^2 \eta_{2i} \phi(\eta_{2i}) - \frac{\partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_2 \partial \theta_2} \\ \frac{\partial p_{00}}{\partial \theta_2 \partial \theta_2} &= \frac{1 - \partial \Phi(\eta_{1i}) - \partial \Phi(\eta_{2i}) + \partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_2 \partial \theta_2} \\ &= \frac{1 - \partial \Phi(\mathbf{w}_i^T \boldsymbol{\theta}_1) - \partial \Phi(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\theta}_2) + \partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_2 \partial \theta_2} \\ &= \frac{-\partial (\mathbf{x}_i \phi(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\theta}_2))}{\partial \theta_2} + \frac{\partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_2 \partial \theta_2} \\ &= -(\mathbf{x}_i (-\mathbf{x}_i) (\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\theta}_2) \phi(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\theta}_2)) + \frac{\partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_2 \partial \theta_2} \\ &= \mathbf{x}_i^2 \eta_{2i} \phi(\eta_{2i}) + \frac{\partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_2 \partial \theta_2} \end{aligned}$$

Dimana turunan ke dua kumulatif distribusi normal bivariat  $\Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})$  terhadap  $\theta_2$  adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial p_{11i}}{\partial \theta_2 \partial \theta_2} &= \frac{\partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_2 \partial \theta_2} = \frac{\partial \left( \mathbf{x}_i \phi(\eta_{2i}) \Phi \left( \frac{\eta_{1i} - \rho \eta_{2i}}{\sqrt{1 - \rho^2}} \right) \right)}{\partial \theta_2} = u'v + uv' \\
u &= \mathbf{x}_i \phi(\eta_{2i}) \\
u' &= \frac{\partial (\mathbf{x}_i \phi(\eta_{2i}))}{\partial \theta_{2i}} = \frac{\partial (\mathbf{x}_i \phi(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\theta}_2))}{\partial \theta_{2i}} = \mathbf{x}_i (-\mathbf{x}_i) \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\theta}_2 \phi(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\theta}_2) \\
&= -\mathbf{x}_i^2 \eta_{2i} \phi(\eta_{2i}) \\
v &= \Phi \left( \frac{\eta_{1i} - \rho \eta_{2i}}{\sqrt{1 - \rho^2}} \right) \\
v' &= \frac{-\rho \mathbf{x}_i}{\sqrt{1 - \rho^2}} \phi \left( \frac{\eta_{1i} - \rho \eta_{2i}}{\sqrt{1 - \rho^2}} \right) \\
\frac{\partial p_{11i}}{\partial \theta_2 \partial \theta_2} &= \frac{\partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_2 \partial \theta_2} \\
&= u'v + uv' = -\mathbf{x}_i^2 \eta_{2i} \phi(\eta_{2i}) \Phi \left( \frac{\eta_{1i} - \rho \eta_{2i}}{\sqrt{1 - \rho^2}} \right) \\
&\quad + \mathbf{x}_i \phi(\eta_{2i}) \frac{-\rho \mathbf{x}_i}{\sqrt{1 - \rho^2}} \phi \left( \frac{\eta_{1i} - \rho \eta_{2i}}{\sqrt{1 - \rho^2}} \right)
\end{aligned}$$

Maka diperoleh

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_2 \partial \theta_2} &= \sum_{i=1}^n \left( \frac{y_{11i}}{p_{11i}} \frac{\partial p_{11}}{\partial \theta_2 \partial \theta_2} + \frac{y_{10}}{p_{10i}} \frac{\partial p_{10i}}{\partial \theta_2 \partial \theta_2} + \frac{y_{01}}{p_{01}} \frac{\partial p_{01}}{\partial \theta_2 \partial \theta_2} + \frac{y_{00}}{p_{00i}} \frac{\partial p_{00}}{\partial \theta_2 \partial \theta_2} \right) \\
&= \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{y_{11}}{p_{11}} \frac{\partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_2 \partial \theta_2} + \frac{y_{10i}}{p_{10i}} \left( -\frac{\partial \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_2 \partial \theta_2} \right) \right. \\
&\quad \left. + \frac{y_{01i}}{p_{01i}} \left( -\mathbf{x}_i^2 \eta_{2i} \phi(\eta_{2i}) - \frac{\partial \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_2 \partial \theta_2} \right) \right. \\
&\quad \left. + \frac{y_{00i}}{p_{00}} \left( \mathbf{x}_i^2 \eta_{2i} \phi(\eta_{2i}) + \frac{\partial \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_2 \partial \theta_2} \right) \right\} \\
&= \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{y_{11i}}{p_{11}} \frac{\partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_2 \partial \theta_2} - \frac{y_{10}}{p_{10i}} \frac{\partial \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_2 \partial \theta_2} - \frac{y_{01i}}{p_{01i}} \mathbf{x}_i^2 \eta_{2i} \phi(\eta_{2i}) \right. \\
&\quad \left. + \frac{y_{01}}{p_{01i}} \frac{\partial \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_2 \partial \theta_2} + \frac{y_{00}}{p_{00}} \mathbf{x}_i^2 \eta_{2i} \phi(\eta_{2i}) + \frac{y_{00}}{p_{00}} \frac{\partial \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_2 \partial \theta_2} \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{i=1}^n \left( \frac{y_{11}}{p_{11i}} - \frac{y_{10i}}{p_{10i}} + \frac{y_{01i}}{p_{01i}} + \frac{y_{00}}{p_{00i}} \right) \frac{\partial \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \theta_2 \partial \theta_2} + \left( \frac{y_{00}}{p_{00i}} - \frac{y_{01i}}{p_{01i}} \right) \mathbf{x}_i^2 \eta_{2i} \phi(\eta_{2i}) \\
&= \sum_{i=1}^n \left( \frac{y_{11}}{p_{11}} - \frac{y_{10i}}{p_{10}} + \frac{y_{01i}}{p_{01i}} + \frac{y_{00i}}{p_{00}} \right) \left[ -\mathbf{x}_i^2 \eta_{2i} \phi(\eta_{2i}) \Phi \left( \frac{\eta_{1i} - \rho \eta_{2i}}{\sqrt{(1-\rho^2)}} \right) \right. \\
&\quad \left. + \mathbf{x}_i \phi(\eta_{2i}) \frac{-\rho \mathbf{x}_i}{\sqrt{(1-\rho^2)}} \phi \left( \frac{\eta_{1i} - \rho \eta_{2i}}{\sqrt{(1-\rho^2)}} \right) \right] + \left( \frac{y_{00}}{p_{00}} - \frac{y_{01i}}{p_{01i}} \right) \mathbf{x}_i^2 \eta_{2i} \phi(\eta_{2i}) \\
&= \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i^2 \phi(\eta_{2i}) \left( \left( \frac{y_{11}}{p_{11i}} - \frac{y_{10}}{p_{10}} + \frac{y_{01i}}{p_{01}} + \frac{y_{00}}{p_{00}} \right) \left[ -\eta_{2i} \Phi \left( \frac{\eta_{1i} - \rho \eta_{2i}}{\sqrt{(1-\rho^2)}} \right) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{\rho}{\sqrt{(1-\rho^2)}} \phi \left( \frac{\eta_{1i} - \rho \eta_{2i}}{\sqrt{(1-\rho^2)}} \right) \right] + \left( \frac{y_{00i}}{p_{00}} - \frac{y_{01}}{p_{01}} \right) \eta_{2i} \right) \quad (4.24)
\end{aligned}$$

Dengan cara yang sama dilakukan turunan ln likelihood terhadap  $\theta_1$  dan  $\theta_2$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_1 \partial \theta_2} &= \frac{\partial}{\partial \theta_2} \sum_{i=1}^n \mathbf{w}_i \phi(\eta_{1i}) \left[ \left( \frac{y_{11}}{p_{11i}} - \frac{y_{01}}{p_{01i}} \right) \Phi \left( \frac{\eta_{2i} - \rho \eta_{1i}}{(1-\rho^2)} \right) z \right. \\
&\quad \left. + \left( \frac{y_{10}}{p_{10i}} - \frac{y_{00}}{p_{00i}} \right) \left( 1 - \Phi \left( \frac{\eta_{2i} - \rho \eta_{1i}}{(1-\rho^2)} \right) \right) \right] \quad (4.25)
\end{aligned}$$

Dimisalkan,

$$\begin{aligned}
v &= \Phi \left( \frac{\eta_{2i} - \rho \eta_{1i}}{\sqrt{(1-\rho^2)}} \right) \\
v' &= \frac{\partial v}{\partial \theta_2} = \frac{\mathbf{x}_i}{\sqrt{(1-\rho^2)}} \phi \left( \frac{\eta_{2i} - \rho \eta_{1i}}{\sqrt{(1-\rho^2)}} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\partial}{\partial \theta_2} \sum_{i=1}^n \mathbf{w}_i \phi(\eta_{1i}) \left[ \left( \frac{y_{11}}{p_{11}} - \frac{y_{01}}{p_{01}} \right) \Phi \left( \frac{\eta_{2i} - \rho \eta_{1i}}{(1-\rho^2)} \right) \right. \\
&\quad \left. + \left( \frac{y_{10}}{p_{10i}} - \frac{y_{00}}{p_{00}} \right) \left( 1 - \Phi \left( \frac{\eta_{2i} - \rho \eta_{1i}}{(1-\rho^2)} \right) \right) \right] \\
&= \sum_{i=1}^n \mathbf{w}_i \phi(\eta_{1i}) \left[ \left( \frac{y_{11}}{p_{11i}} - \frac{y_{01}}{p_{01}} \right) \left( \frac{\mathbf{x}_i}{\sqrt{(1-\rho^2)}} \phi \left( \frac{\eta_{2i} - \rho \eta_{1i}}{\sqrt{(1-\rho^2)}} \right) \right) \right. \\
&\quad \left. - \left( \frac{y_{10}}{p_{10i}} - \frac{y_{00}}{p_{00}} \right) \left( \frac{\mathbf{x}_i}{\sqrt{(1-\rho^2)}} \phi \left( \frac{\eta_{2i} - \rho \eta_{1i}}{\sqrt{(1-\rho^2)}} \right) \right) \right]
\end{aligned}$$

$$= \sum_{i=1}^n \mathbf{w}_i \phi(\eta_{1i}) \left[ \left( \frac{y_{11i}}{p_{11i}} - \frac{y_{01i}}{p_{01i}} - \frac{y_{10}}{p_{10i}} + \frac{y_{00}}{p_{00}} \right) \left( \frac{\mathbf{x}_i}{\sqrt{(1-\rho^2)}} \phi \left( \frac{\eta_{2i} - \rho\eta_{1i}}{\sqrt{(1-\rho^2)}} \right) \right) \right] \quad (4.26)$$

Turunan  $\ln L(\boldsymbol{\theta})$  terhadap  $\theta_1$  dan  $\rho$  adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_1 \partial \rho} &= \frac{\partial}{\partial \rho} \sum_{i=1}^n \mathbf{w}_i \phi(\eta_{1i}) \left[ \left( \frac{y_{11i}}{p_{11i}} - \frac{y_{01i}}{p_{01i}} \right) \Phi \left( \frac{\eta_{2i} - \rho\eta_{1i}}{\sqrt{(1-\rho^2)}} \right) \right. \\ &\quad \left. + \left( \frac{y_{10}}{p_{10i}} - \frac{y_{00i}}{p_{00}} \right) \left( 1 - \Phi \left( \frac{\eta_{2i} - \rho\eta_{1i}}{\sqrt{(1-\rho^2)}} \right) \right) \right] \end{aligned} \quad (4.27)$$

Misal:

$$u = \eta_{2i} - \rho\eta_{1i}$$

$$u' = \frac{\partial u}{\partial \rho} = -\eta_{1i}$$

$$v = \sqrt{(1-\rho^2)} = (1-\rho^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$v' = \frac{\partial v}{\partial \rho} = \frac{1}{2} (1-\rho^2)^{\frac{1}{2}-1} (-2\rho) = -\rho(1-\rho^2)^{-\frac{1}{2}}$$

$$\frac{\partial \left( \frac{\eta_{2i} - \rho\eta_{1i}}{\sqrt{(1-\rho^2)}} \right)}{\partial \rho} = \frac{u'v + uv'}{v^2} = \frac{-\eta_{1i}(1-\rho^2)^{\frac{1}{2}} + (\eta_{2i} - \rho\eta_{1i}) - \rho(1-\rho^2)^{-\frac{1}{2}}}{(1-\rho^2)}$$

Maka,

$$\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial \rho} \Phi \left( \frac{\eta_{2i} - \rho\eta_{1i}}{\sqrt{(1-\rho^2)}} \right) \\ &= \phi \left( \frac{\eta_{2i} - \rho\eta_{1i}}{\sqrt{(1-\rho^2)}} \right) \frac{-\eta_{1i}(1-\rho^2)^{\frac{1}{2}} + (\eta_{2i} - \rho\eta_{1i}) - \rho(1-\rho^2)^{-\frac{1}{2}}}{(1-\rho^2)} \end{aligned}$$

Oleh karena itu,

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \ln L(\cdot)}{\partial \theta_1 \partial \rho} &= \sum_{i=1}^n \mathbf{w}_i \phi(\eta_{1i}) \left[ \left( \frac{y_{11i}}{p_{11i}} - \frac{y_{01}}{p_{01}} \right) \frac{\partial}{\partial \rho} \Phi \left( \frac{\eta_{2i} - \rho \eta_{1i}}{\sqrt{(1-\rho^2)}} \right) \right. \\
&\quad \left. + \left( \frac{y_{10}}{p_{10i}} - \frac{y_{00}}{p_{00}} \right) \left( \frac{\partial}{\partial \rho} 1 - \frac{\partial}{\partial \rho} \Phi \left( \frac{\eta_{2i} - \rho \eta_{1i}}{\sqrt{(1-\rho^2)}} \right) \right) \right] \\
\frac{\partial \ln L(\cdot)}{\partial \theta_1 \partial \rho} &= \sum_{i=1}^n \mathbf{w}_i \phi(\eta_{1i}) \left[ \left( \frac{y_{11i}}{p_{11i}} - \frac{y_{01}}{p_{01}} \right) \frac{\partial}{\partial \rho} \Phi \left( \frac{\eta_{2i} - \rho \eta_{1i}}{\sqrt{(1-\rho^2)}} \right) \right. \\
&\quad \left. + \left( \frac{y_{10}}{p_{10}} - \frac{y_{00i}}{p_{00}} \right) \left( \frac{\partial}{\partial \rho} 1 - \frac{\partial}{\partial \rho} \Phi \left( \frac{\eta_{2i} - \rho \eta_{1i}}{\sqrt{(1-\rho^2)}} \right) \right) \right] \\
&= \sum_{i=1}^n \mathbf{w}_i \phi(\eta_{1i}) \left[ \left( \frac{y_{11i}}{p_{11i}} - \frac{y_{01}}{p_{01i}} \right) \frac{\partial}{\partial \rho} \Phi \left( \frac{\eta_{2i} - \rho \eta_{1i}}{\sqrt{(1-\rho^2)}} \right) \right. \\
&\quad \left. + \left( \frac{y_{10}}{p_{10}} - \frac{y_{00i}}{p_{00}} \right) \left( \frac{\partial}{\partial \rho} 1 - \frac{\partial}{\partial \rho} \Phi \left( \frac{\eta_{2i} - \rho \eta_{1i}}{\sqrt{(1-\rho^2)}} \right) \right) \right] \\
&= \sum_{i=1}^n \mathbf{w}_i \phi(\eta_{1i}) \left[ \left( \frac{y_{11}}{p_{11i}} - \frac{y_{01}}{p_{01}} \right) \frac{\partial}{\partial \rho} \Phi \left( \frac{\eta_{2i} - \rho \eta_{1i}}{\sqrt{(1-\rho^2)}} \right) \right. \\
&\quad \left. + \left( \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \frac{y_{10i}}{p_{10}} - \frac{y_{00}}{p_{00i}} \right) - \left( \frac{y_{10i}}{p_{10}} - \frac{y_{00}}{p_{00i}} \right) \frac{\partial}{\partial \rho} \Phi \left( \frac{\eta_{2i} - \rho \eta_{1i}}{\sqrt{(1-\rho^2)}} \right) \right) \right] \\
&= \sum_{i=1}^n \mathbf{w}_i \phi(\eta_{1i}) \left[ \left( \frac{y_{11}}{p_{11}} - \frac{y_{01}}{p_{01}} \right) \frac{\partial}{\partial \rho} \Phi \left( \frac{\eta_{2i} - \rho \eta_{1i}}{\sqrt{(1-\rho^2)}} \right) + \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \frac{y_{10}}{p_{10}} - \frac{y_{00i}}{p_{00i}} \right) \right. \\
&\quad \left. - \left( \frac{y_{10}}{p_{10i}} - \frac{y_{00i}}{p_{00i}} \right) \frac{\partial}{\partial \rho} \Phi \left( \frac{\eta_{2i} - \rho \eta_{1i}}{\sqrt{(1-\rho^2)}} \right) \right] \\
&= \sum_{i=1}^n \mathbf{w}_i \phi(\eta_{1i}) \left[ \left( \frac{y_{11}}{p_{11}} - \frac{y_{01i}}{p_{01}} - \frac{y_{10}}{p_{10}} + \frac{y_{00}}{p_{00i}} \right) \frac{\partial}{\partial \rho} \Phi \left( \frac{\eta_{2i} - \rho \eta_{1i}}{\sqrt{(1-\rho^2)}} \right) \right. \\
&\quad \left. + \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \frac{y_{10}}{p_{10}} - \frac{y_{00}}{p_{00}} \right) \right]
\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
&= \sum_{i=1}^n \mathbf{w}_i \phi(\eta_{1i}) \left[ \left( \frac{y_{11i}}{p_{11}} - \frac{y_{01i}}{p_{01i}} - \frac{y_{10}}{p_{10i}} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{y_{00}}{p_{00}} \right) \left( \phi \left( \frac{\eta_{2i} - \rho \eta_{1i}}{\sqrt{(1-\rho^2)}} \right) \frac{-\eta_{1i}(1-\rho^2)^{\frac{1}{2}} + (\eta_{2i} - \rho \eta_{1i}) - \rho(1-\rho^2)^{-\frac{1}{2}}}{(1-\rho^2)} \right) \right] \\
&\hspace{20em} (4.28)
\end{aligned}$$

Dengan cara yang sama dengan di atas, diperoleh turunan  $\ln L(\boldsymbol{\theta})$  terhadap  $\theta_2$  dan  $\rho$  sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_2 \partial \rho} &= \frac{\partial}{\partial \rho} \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i \phi(\eta_{2i}) \left[ \left( \frac{y_{11i}}{p_{11i}} - \frac{y_{10}}{p_{10}} \right) \Phi \left( \frac{\eta_{1i} - \rho \eta_{2i}}{\sqrt{(1-\rho^2)}} \right) \right. \\
&\quad \left. + \left( \frac{y_{01}}{p_{01i}} - \frac{y_{00i}}{p_{00}} \right) \left( 1 - \Phi \left( \frac{\eta_{1i} - \rho \eta_{2i}}{\sqrt{(1-\rho^2)}} \right) \right) \right] \\
&= \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i \phi(\eta_{2i}) \left[ \left( \frac{y_{11i}}{p_{11}} - \frac{y_{01}}{p_{01}} - \frac{y_{10}}{p_{10}} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{y_{00}}{p_{00}} \right) \left( \phi \left( \frac{\eta_{1i} - \rho \eta_{2i}}{\sqrt{(1-\rho^2)}} \right) \frac{-\eta_{2i}(1-\rho^2)^{\frac{1}{2}} + (\eta_{1i} - \rho \eta_{2i}) - \rho(1-\rho^2)^{-\frac{1}{2}}}{(1-\rho^2)} \right) \right]
\end{aligned}$$

Diperoleh turunan ke dua  $\ln L(\boldsymbol{\theta})$  terhadap  $\rho$  sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \rho \partial \rho} &= \frac{\partial}{\partial \rho} \sum_{i=1}^n \left( \frac{y_{11}}{p_{11}} - \frac{y_{10i}}{p_{10i}} - \frac{y_{01}}{p_{01}} + \frac{y_{00}}{p_{00}} \right) \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i}) \frac{\partial \rho}{\partial \rho^*} \\
&= \frac{\partial}{\partial \rho} \sum_{i=1}^n \left( \frac{y_{11}}{p_{11}} - \frac{y_{10}}{p_{10i}} - \frac{y_{01i}}{p_{01i}} + \frac{y_{00}}{p_{00}} \right) \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i}) \frac{4 \exp(2\rho^*)}{(\exp(2\rho^*) + 1)^2} \\
&= \frac{\partial}{\partial \rho} \sum_{i=1}^n \left( \frac{y_{11i}}{p_{11}} - \frac{y_{10i}}{p_{10i}} - \frac{y_{01}}{p_{01}} + \frac{y_{00i}}{p_{00i}} \right) \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i}) \frac{4 \exp(2\rho^*)}{(\exp(2\rho^*) + 1)^2}
\end{aligned}$$

Missal,

$$u = \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})$$

$$u' = \frac{\partial \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial \rho} = \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i}) \frac{-2\eta_{1i}\eta_{2i}2(1-\rho^2) - 2\rho\eta_{1i}\eta_{2i}(-2\rho^2(1-\rho^2))}{4(1-\rho^2)^2}$$

$$= \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i}) \frac{(-\eta_{1i}\eta_{2i}) + 2\rho^2\eta_{1i}\eta_{2i}}{(1-\rho^2)}$$

$$\begin{aligned}
v &= \frac{4 \exp(2\rho^*)}{(\exp(2\rho^*) + 1)^2} \\
v' &= \frac{\partial \rho}{\partial \rho^* \partial \rho^*} = \frac{\partial}{\partial \rho^*} \frac{4 \exp(2\rho^*)}{(\exp(2\rho^*) + 1)^2} \\
&= \frac{8 \exp(2\rho^*)(\exp(2\rho^*) + 1)^2 - 4 \exp(2\rho^*) 2 (\exp(2\rho^*) + 1) 2}{(\exp(2\rho^*) + 1)^4} \\
&= \frac{8 \exp(2\rho^*)(\exp(2\rho^*) + 1) - 16 \exp(2\rho^*)}{(\exp(2\rho^*) + 1)^3}
\end{aligned}$$

Maka

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \rho \partial \rho} &= \frac{\partial}{\partial \rho} \sum_{i=1}^n \left( \frac{y_{11}}{p_{11i}} - \frac{y_{10}}{p_{10i}} - \frac{y_{01i}}{p_{01i}} + \frac{y_{00}}{p_{00i}} \right) \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i}) \frac{4 \exp(2\rho^*)}{(\exp(2\rho^*) + 1)^2} \\
&= \sum_{i=1}^n \left( \frac{y_{11}}{p_{11}} - \frac{y_{10i}}{p_{10i}} - \frac{y_{01}}{p_{01}} + \frac{y_{00}}{p_{00i}} \right) \left[ \left( \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i}) \frac{(-\eta_{1i}\eta_{2i}) + 2\rho^2 \eta_{1i}\eta_{2i}}{(1 - \rho^2)} \frac{4 \exp(2\rho^*)}{(\exp(2\rho^*) + 1)^2} \right) \right. \\
&\quad \left. + \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i}) \frac{8 \exp(2\rho^*)(\exp(2\rho^*) + 1) - 16 \exp(2\rho^*)}{(\exp(2\rho^*) + 1)^3} \right] \quad (4.29)
\end{aligned}$$

Setelah mendapatkan matriks hessian  $\mathbf{H}$ , dilakukan iterasi dengan metode Newton-Raphson hingga konvergen dengan tahapan sebagai berikut.

1. Menentukan starting value atau menentukan nilai awal dari  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$  pada saat  $m=0$ .
2. Selanjutnya dilakukan iterasi pertama mulai dari  $m=1$  dengan menghitung

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(m)} = \hat{\boldsymbol{\theta}}^{(m-1)} - [\mathbf{H}(\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(m-1)})]^{-1} \hat{\boldsymbol{\theta}}(\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(m-1)}).$$

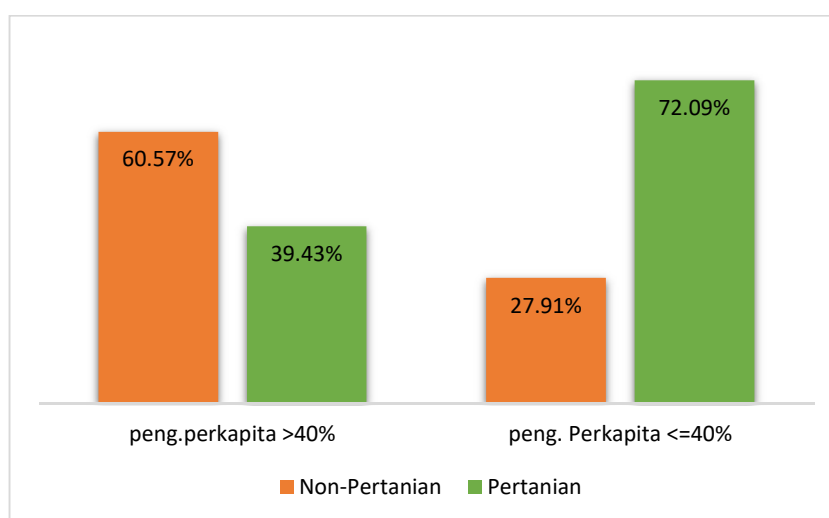
Jika  $\|\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(m)} - \hat{\boldsymbol{\theta}}^{(m-1)}\| \leq \theta$ , dimana  $\theta$  adalah bilangan yang sangat kecil mendekati 0, maka iterasi berhenti dan diperoleh hasil estimasi parameter.

## 4.2 Karakteristik Data Faktor-Faktor yang Berpengaruh Terhadap Kesejahteraan Rumah Tangga dan Sektor Pekerjaan Kepala Rumah Tangga

Analisis deskriptif digunakan untuk melihat karakteristik dari data tingkat kesejahteraan rumah tangga dan sektor pekerjaan kepala rumah tangga. Tabel 4.1 menunjukkan bahwa dalam penelitian terdapat sebanyak 5.930 responden yang tersebar di 13 kabupaten/kota di provinsi Papua Barat dengan sebanyak 52,50 persen kepala rumah tangga (KRT) bekerja pada sektor pertanian.

Tabel 4. 1 Jumlah dan Persentase Rumah Tangga berdasarkan Tingkat Kesejahteraan Rumah Tangga dan Sektor Pekerjaan Kepala Rumah Tangga

Variabel		Jumlah	Persentase
Tingkat kesejahteraan	Klp Perkapita >40%	3558	60.00%
	Klp.40% terendah	2372	40.00%
Sektor pekerjaan KRT	Non Pertanian	2817	47.50%
	Pertanian	3113	52.50%



Gambar 4.1 Persentase Rumah Tangga berdasarkan Tingkat Kesejahteraan Rumah Tangga dan Sektor Pekerjaan Kepala Rumah Tangga

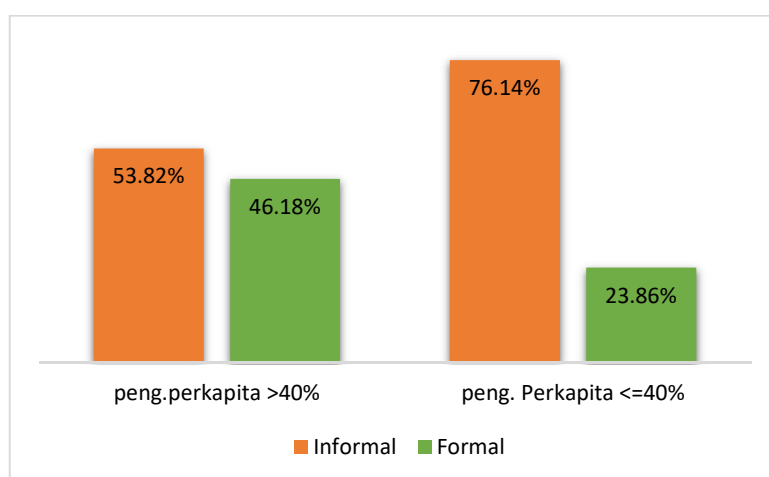
Gambar 4.1 menunjukkan bahwa rumah tangga dengan tingkat kesejahteraan rendah (rumah tangga dengan pengeluaran perkapita <40%) didominasi oleh rumah tangga dengan KRT bekerja pada sektor pertanian mencapai 72,09%. Sedangkan pada kelompok rumah tangga dengan kelompok pengeluaran 40% ke atas didominasi oleh rumah tangga dengan KRT bekerja pada sektor non pertanian sebanyak 60,57 persen.

Sebelum melakukan pemodelan dengan regresi probit biner bivariat rekursif, perlu dilakukan analisis deskriptif untuk melihat karakteristik rumah tangga di Papua Barat berdasarkan variabel prediktor. Tabel 4.2 menunjukkan bahwa terdapat 3,76% KRT yang belum pernah kawin, sebanyak 11,33% KRT berjenis kelamin perempuan, KRT dengan ijazah pendidikan terakhir SMA ke atas sebanyak 58,92%, KRT yang bekerja pada sektor formal sebanyak 37,25%, sebanyak 8,74% KRT mengalami keluhan kesehatan dalam 1 bulan terakhir.

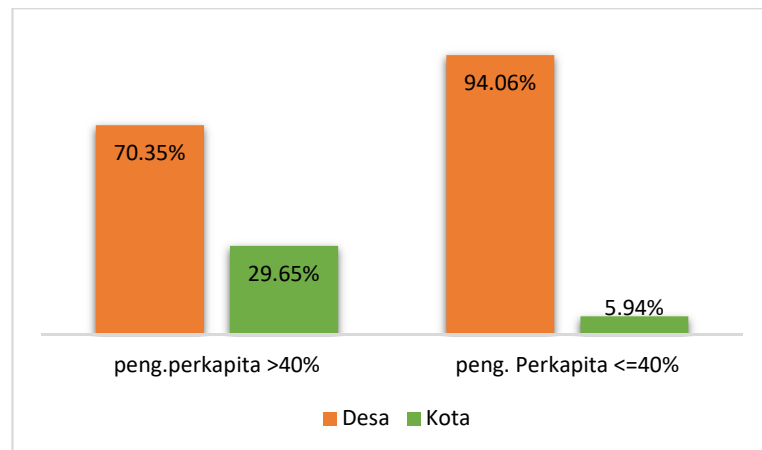
Rumah tangga yang bertempat tinggal diperdesaan mencapai 79,83%, dan rumah tangga yang menempati rumah milik sendiri dan dinas sebanyak 85,19%.

Tabel 4. 2 Jumlah dan Persentase Rumah Tangga berdasarkan Variabel Prediktor

Variabel		Persentase
Status perkawinan KRT	Belum Kawin	3.76%
	Pernah Kawin	96.24%
Jenis kelamin KRT	Laki-laki	88.67%
	Perempuan	11.33%
Pendidikan tertinggi KRT	SMP ke bawah	41.08%
	SMA ke atas	58.92%
KRT Pekerja Formal/ Informal	Informal	62.75%
	Formal	37.25%
Keluhan kesehatan KRT	Tidak	91.26%
	Ya	8.74%
Jumlah jam kerja per minggu	Jam kerja <35 jam	40.98%
	Pekerja penuh	59.02%
Klasifikasi_wilayah	Desa	79.83%
	Kota	20.17%
Kepemilikan_Rumah	Lainnya	14.81%
	Rumah Milik Sendiri dan Dinas	85.19%

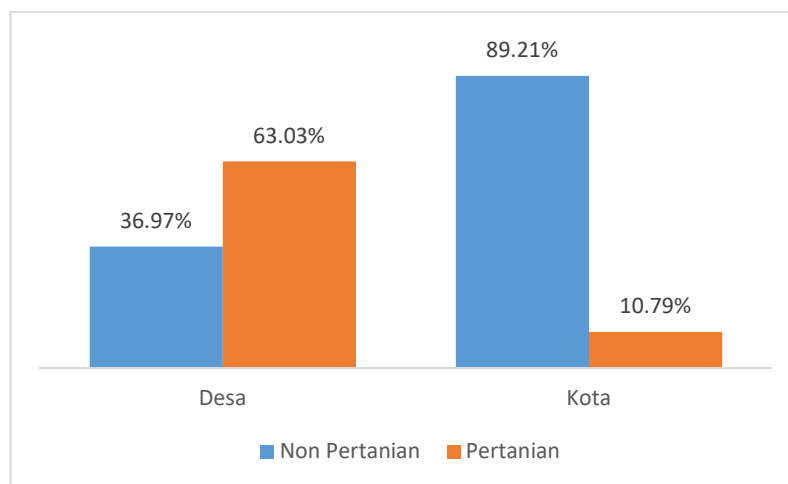


Gambar 4.2 Persentase Rumah Tangga Berdasarkan Tingkat Kesejahteraan Rumah Tangga dan Kepala Rumah Tangga Pekerja Formal/ Informal



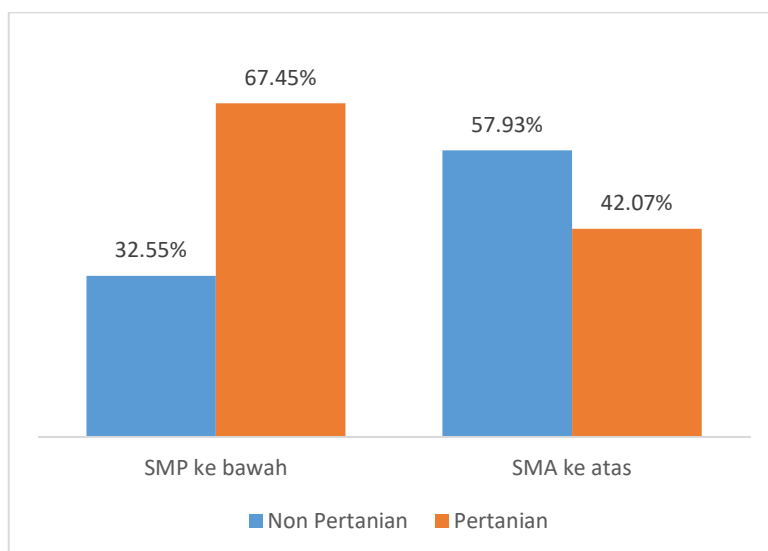
Gambar 4.3 Persentase Rumah Tangga Berdasarkan Tingkat Kesejahteraan Rumah Tangga dan Wilayah Tempat Tinggal

Gambar 4.3 menunjukkan bahwa rumah tangga dengan kelompok pengeluaran perkapita 40% terendah didominasi oleh rumah tangga yang tinggal di wilayah perdesaan dengan persentase mencapai 94,06% dan sisanya merupakan rumah tangga yang tinggal di wilayah perkotaan.



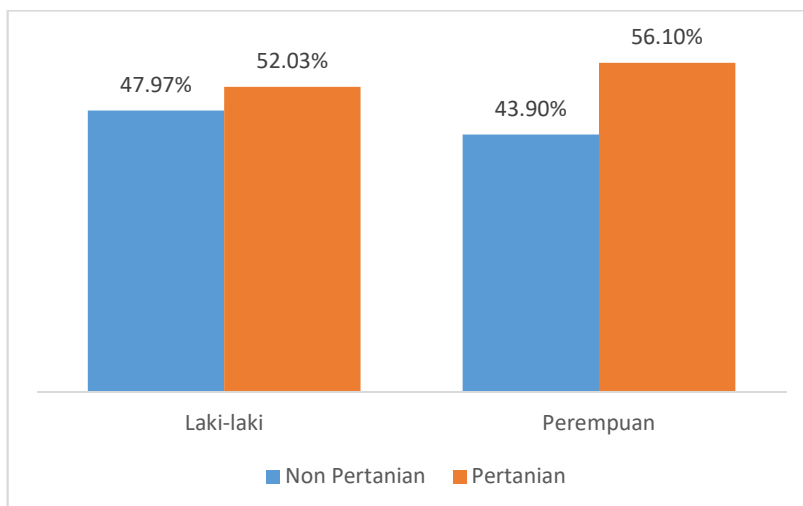
Gambar 4.4 Persentase Rumah Tangga Berdasarkan Sektor Pekerjaan Kepala Rumah Tangga dan Klasifikasi Wilayah Tempat Tinggal

Gambar 4.4 menunjukkan bahwa di daerah perdesaan sebagian besar KRT bekerja pada sektor pertanian dengan persentase mencapai 63,03%. sedangkan di daerah perkotaan hanya sebanyak 10,79% KRT yang bekerja pada sektor pertanian.



Gambar 4.5 Persentase Rumah Tangga Berdasarkan Sektor Pekerjaan Kepala Rumah Tangga dan Pendidikan Terakhir yang Ditamatkan Kepala Rumah Tangga

Berdasarkan Gambar 4.5, KRT dengan pendidikan SMP ke bawah paling banyak bekerja pada sektor pertanian dengan persentase mencapai 67,45%. Sedangkan KRT dengan pendidikan SMA ke atas paling banyak bekerja pada sektor non pertanian dengan presentase mencapai 57,93%.



Gambar 4.6 Persentase Rumah Tangga Berdasarkan Sektor Pekerjaan Kepala Rumah Tangga dan Jenis Kelamin Kepala Rumah Tangga

Gambar 4.6 menunjukkan bahwa pekerjaan KRT, baik berjenis kelamin laki-laki maupun perempuan sebagian besar bekerja pada sektor pertanian yang

merupakan sektor terbesar di Papua Barat. KRT berjenis kelamin laki-laki sebanyak 47,97% bekerja pada sektor non-pertanian, sedangkan persentase perempuan yang bekerja pada sektor non-pertanian sebesar 43,90%.

Tabel 4.3 Rata-rata Jam Kerja, Jumlah Anggota Rumah Tangga, dan Umur Kepala Rumah Tangga berdasarkan Tingkat Kesejahteraan dan Sektor Pekerjaan KRT

Variabel	Tingkat Kesejahteraan		Sektor Pekerjaan	
	Perkapita >40%	40% terendah	Non Pertanian	Pertanian
Jam Kerja	42.30	40.37	43.15	40.06
Jumlah ART	3.56	5.47	4.23	4.41
Umur KRT	43.75	43.91	42.61	44.91

Tabel 4.3 menunjukkan bahwa rumah tangga yang memiliki tingkat kesejahteraan lebih tinggi dengan rata-rata jam kerja KRT lebih tinggi yaitu selama 42,30 jam dalam seminggu. Jam kerja sektor non pertanian lebih tinggi dibandingkan sektor non pertanian dengan rata-rata selisih selama 3,09 jam dalam seminggu. Terdapat rata-rata jumlah anggota rumah tangga yang lebih tinggi pada rumah tangga dengan tingkat kesejahteraan rendah yaitu sebanyak 5-6 orang, sedangkan pada rumah tangga dengan tingkat kesejahteraan tinggi sebanyak 3-4 orang. Sedangkan rata-rata umur KRT pada kedua tingkat kesejahteraan tidak jauh berbeda yaitu dengan umur 43,75 tahun pada kelompok tingkat kesejahteraan tinggi dan 43,91 tahun pada tingkat kesejahteraan rendah. Sementara rata-rata umur KRT dengan pekerjaan pada sektor pertanian lebih tinggi dibandingkan non pertanian masing-masing 44,91 tahun dan 42,61 tahun.

### 4.3 Pemodelan Menggunakan Regresi Probit Biner Bivariat Rekursif

#### 4.3.1 Uji Independensi Variabel Respon

Untuk melakukan pemodelan bivariat, asumsi pertama yang harus dipenuhi adalah adanya hubungan (dependensi) antar variabel respon. Hipotesis yang digunakan dalam pengujian independensi variabel respon menggunakan uji *chi-square* adalah sebagai berikut:

Ho : Tidak ada hubungan antara kesejahteraan rumah tangga dengan sektor pekerjaan kepala rumah tangga

H<sub>1</sub>: Terdapat hubungan antara kesejahteraan rumah tangga dengan sektor pekerjaan kepala rumah tangga

Ho ditolak apabila nilai p-value <  $\alpha$  . Berdasarkan hasil uji independensi yang diperoleh, p-value sebesar 0,00. Dengan menggunakan  $\alpha = 5\%$  , Ho ditolak dan dapat disimpulkan bahwa terdapat hubungan (dependensi) antara tingkat kesejahteraan rumah tangga dengan sektor pekerjaan kepala rumah tangga. Output uji independensi dapat dilihat pada lampiran 1.

#### 4.3.2 Pendeteksian Multikolinearitas

Multikolinieritas tidak boleh terjadi di dalam suatu pemodelan regresi. Adanya masalah multikolinearitas dapat menghasilkan estimasi yang bias. Deteksi multikolinieritas dapat dilakukan dengan melihat nilai *Variance Inflating Factors* (VIF) pada setiap variabel prediktor. Model dikatakan terjadi multikolinearitas apabila nilai VIF lebih dari 5.

Tabel 4.4 Deteksi Multikolinearitas pada Variabel Prediktor

Variabel		VIF
<b>Tingkat kesejahteraan</b>		
Status_Kawin	X <sub>1</sub>	1.092
KRT Pekerja Formal/ Informal	X <sub>2</sub>	1.922
Keluhan_kesehatan	X <sub>3</sub>	1.021
Jam_kerja	X <sub>4</sub>	1.066
Kepemilikan_Rumah	X <sub>5</sub>	1.236
Migrasi	X <sub>6</sub>	1.326
Jumlah ART	X <sub>7</sub>	1.110
Pendidikan_KRT_SMA	X <sub>8</sub>	1.107
Klasifikasi_wilayah	X <sub>9</sub>	1.177
Umur KRT	X <sub>10</sub>	1.378
JK	X <sub>11</sub>	1.128
Sektor_Pekerjaan	Y <sub>2</sub>	2.225
<b>Sektor Pekerjaan KRT</b>		
JK	X <sub>7</sub>	1.078
Pendidikan_KRT_SMA	X <sub>8</sub>	1.043
Klasifikasi_wilayah	X <sub>9</sub>	1.067
Umur KRT	x <sub>10</sub>	1.013
Jumlah ART	X <sub>11</sub>	1.058



Berdasarkan kriteria VIF, seluruh variabel bebas tidak mengalami masalah multikolinearitas dengan nilai  $VIF < 5$  sehingga seluruh variabel dapat digunakan dalam model regresi probit biner bivariat rekursif.

### 4.3.3 Uji Endogenitas Variabel Respon

Pemodelan menggunakan regresi probit bivariat rekursif digunakan jika terjadi masalah endogenitas. Jika tidak terjadi endogenitas, maka yang digunakan adalah regresi probit biner bivariat. Pengujian hipotesis untuk menguji endogenitas dilakukan menggunakan Lagrange Multiplier Test dengan hipotesis sebagai berikut.

$H_0: \rho = 0$  ( tidak terdapat endogenitas)

$H_1: \rho \neq 0$  (terdapat endogenitas)

Hasil pengujian menunjukkan bahwa *P-value* sebesar  $0,0000 < \alpha = 0,05$ , maka keputusannya adalah tolak  $H_0$  yang berarti bahwa terdapat hubungan residual antara kedua model. Hal ini menunjukkan bahwa terdapat masalah endogenitas di dalam model sehingga pemodelan yang digunakan adalah regresi probit biner bivariat rekursif.

### 4.3.4 Pemodelan Tingkat Kesejahteraan dan Sektor Pekerjaan Kepala Rumah Tangga dengan Probit Biner Bivariat Rekursif

Berdasarkan hasil uji multikolinearitas bahwa tidak terjadi masalah multikolinearitas pada semua variabel prediktor sehingga dapat digunakan dalam melakukan pemodelan. Selain itu, berdasarkan hasil Lagrange Multiplier Test, terdapat endogenitas pada model probit biner bivariat sehingga model yang tepat adalah dengan menggunakan probit biner bivariat rekursif. Hasil estimasi parameter menggunakan model awal probit bivariat rekursif dengan menggunakan 11 variabel predictor seperti pada Tabel 4.5.

Berdasarkan hasil estimasi parameter di atas, maka diperoleh model probit biner bivariat sebagai berikut.

$$y_{1i}^* = -2,3178 + 0,5244x_1 + 0,1607x_2 - 0,2375x_3 - 0,0021x_4 - 0,1325x_5 \\ + 0,3533x_6 + 0,3170x_7 - 0,1353x_8 - 0,6448x_9 - 0,0081x_{10}$$

$$y_{2i}^* = 0,1931 + 0,0181x_7 - 0,5881x_8 - 1,5654x_9 + 0,0069x_{10} + 0,0976x_{11} + 0,0354x_{11} + 0,9689y_2^*$$

(4.30)

Tabel 4.5 Hasil Estimasi Parameter Model Awal Probit Biner Bivariat Rekursif

		Estimate
<b>Kesejahteraan</b>		
	Konstanta	-2,3178
Status_Kawin	X <sub>1</sub>	0,5244
KRT Pekerja Formal/ Informal	X <sub>2</sub>	0,1607
Keluhan_kesehatan	X <sub>3</sub>	-0,2375
Jam_kerja	X <sub>4</sub>	-0,0021
Kepemilikan_Rumah	X <sub>5</sub>	-0,1325
Migrasi	X <sub>6</sub>	0,3533
Jumlah ART	X <sub>7</sub>	0,3170
Pendidikan_KRT_SMA	X <sub>8</sub>	-0,1353
Klasifikasi_wilayah	X <sub>9</sub>	-0,6448
Umur KRT	X <sub>10</sub>	-0,0081
Jenis Kelamin KRT	X <sub>11</sub>	0,0354
Sektor_Pekerjaan	y <sub>2</sub>	0,9689
<b>Sektor Pekerjaan KRT</b>		
	Konstanta	0,1931
Jumlah ART	X <sub>7</sub>	0,0181
Pendidikan_KRT_SMA	X <sub>8</sub>	-0,5881
Klasifikasi_wilayah	X <sub>9</sub>	-1,5654
Umur KRT	X <sub>10</sub>	0,0069
Jenis Kelamin KRT	X <sub>11</sub>	0,0976

Setelah dilakukan pemodelan, dilakukan pengujian parameter untuk mengetahui apakah terdapat variabel prediktor yang signifikan berpengaruh terhadap tingkat kesejahteraan rumah tangga dan sektor pekerjaan kepala rumah tangga. Pengujian parameter pada model ini dilakukan sebanyak 2 tahap yaitu pengujian parameter secara simultan dan pengujian parameter secara parsial.

#### 4.3.5 Uji Simultan

Hipotesis dalam pengujian parameter secara serentak adalah sebagai berikut:

$$H_0 : \beta_{11} = \beta_{12} = \dots = \beta_{111} = \beta_{27} = \beta_{28} = \dots = \beta_{211} = 0$$

$$H_1 : \text{minimal ada satu } \beta_{1j} \neq 0 \text{ atau } \beta_{2k} \neq 0 \text{ untuk } j=1,2,\dots,11 \text{ dan } k=7,8,\dots,11.$$

Dimana  $\beta_{1j}$  menunjukkan koefisien regresi pada persamaan ke-1 dan variabel prediktor ke- $j$  dan  $\beta_{2k}$  adalah koefisien regresi pada persamaan ke-2 dan variabel prediktor ke- $k$ .

Statistik uji yang digunakan dalam pengujian parameter model regresi probit bivariat secara serentak menggunakan *likelihood ratio* ( $G^2$ ) dan diperoleh nilai p-value sebesar 0,0000 dan  $< \alpha=5\%$  sehingga dapat diputuskan untuk menolak  $H_0$  dan dapat disimpulkan bahwa minimal terdapat 1 variabel prediktor yang signifikan berpengaruh terhadap variabel respon.

#### 4.3.6 Uji Parsial

Pengujian selanjutnya adalah untuk mengetahui variabel prediktor mana yang berpengaruh signifikan terhadap variabel respon dengan uji signifikansi secara parsial menggunakan uji Wald. Hipotesis dalam pengujian parameter secara parsial untuk tingkat kesejahteraan rumah tangga adalah sebagai berikut:

$$H_0: \beta_{1j} = 0$$

$$H_0: \beta_{1j} \neq 0 ; \text{ untuk } j=1,2,\dots,11$$

Hipotesis untuk persamaan sektor pekerjaan KRT adalah sebagai berikut.

$$H_0: \beta_{2k} = 0$$

$$H_0: \beta_{2k} \neq 0 ; \text{ untuk } k=7,8,\dots,11$$

Tabel 4.6 menunjukkan hasil uji Wald pada model probit bivariat rekursif menggunakan seluruh variabel dengan tingkat signifikansi  $\alpha=5\%$ . Terdapat 3 variabel yang tidak signifikan pada model tingkat kesejahteraan rumah tangga dan 1 variabel yang tidak signifikan pada model sektor pekerjaan KRT. Variabel yang tidak signifikan pada model tingkat kesejahteraan rumah tangga antara lain  $X_4$  (jam kerja),  $X_8$  (pendidikan KRT), dan  $X_{11}$  (jenis kelamin KRT). Sedangkan variabel

yang tidak signifikan pada model sektor pekerjaan kepala rumah tangga antara lain  $X_7$  (Jumlah ART) dan  $X_{11}$  (jenis kelamin KRT).

Untuk mendapatkan model terbaik, dilakukan penyederhanaan model dengan melakukan eliminasi variabel secara *backward* dengan cara mengeluarkan satu persatu variabel dimulai dari variabel dengan *p-value* terbesar sampai didapatkan model yang terdiri dari semua variabel yang signifikan saja. Selanjutnya dilakukan perbandingan hasil uji terhadap model probit biner bivariat rekursif dengan model probit biner bivariat menggunakan variabel prediktor yang signifikan saja. Hasil pemodelan akhir menggunakan variabel yang signifikan dapat dilihat pada Tabel 4.7.

Tabel 4.6 Pengujian Signifikansi Parameter pada Model Awal Probit Biner Bivariat Rekursif

		Estimate	Pr(> z )
<b>Kesejahteraan</b>			
	Konstanta	-2,3178	0,0000
Status_Kawin	X <sub>1</sub>	0,5244	0,0003*
KRT Pekerja Formal/ Informal	X <sub>2</sub>	0,1607	0,0051*
Keluhan_kesehatan	X <sub>3</sub>	-0,2375	0,0009*
Jam_kerja	X <sub>4</sub>	-0,0021	0,0741
Kepemilikan_Rumah	X <sub>5</sub>	-0,1325	0,0343*
Migrasi	X <sub>6</sub>	0,3533	0,0000*
Jumlah ART	X <sub>7</sub>	0,3170	0,0000*
Pendidikan_KRT_SMA	X <sub>8</sub>	-0,1353	0,2187
Klasifikasi_wilayah	X <sub>9</sub>	-0,6448	0,0138*
Umur KRT	X <sub>10</sub>	-0,0081	0,0000*
Jenis Kelamin KRT	X <sub>11</sub>	0,0354	0,6017
Sektor_Pekerjaan	y <sub>2</sub>	0,9689	0,0307*
<b>Sektor Pekerjaan KRT</b>			
	Konstanta	0,1931	0,0548
Jumlah ART	X <sub>7</sub>	0,0181	0,0253*
Pendidikan_KRT_SMA	X <sub>8</sub>	-0,5881	0,0000*
Klasifikasi_wilayah	X <sub>9</sub>	-1,5654	0,0000*
Umur KRT	X <sub>10</sub>	0,0069	0,0000*
Jenis Kelamin KRT	X <sub>11</sub>	0,0976	0,1012

\* : signifikan pada  $\alpha = 5\%$

Berdasarkan hasil pengujian parameter secara parsial pada Tabel 4.7, diperoleh variabel yang signifikan mempengaruhi tingkat kesejahteraan rumah tangga antara lain variabel status perkawinan ( $X_1$ ), KRT Pekerja Formal/ Informal ( $X_2$ ), keluhan kesehatan ( $X_3$ ), status kepemilikan aset (rumah) ( $X_5$ ), status migrasi ( $X_6$ ), jumlah ART ( $X_7$ ), kalsifikasi wilayah tempat tinggal (desa/kota) ( $X_9$ ), umur KRT ( $X_{10}$ ), dan sektor pekerjaan KRT ( $y_2^*$ ). Sedangkan variabel yang signifikan mempengaruhi pilihan bekerja pada sektor pertanian antara lain pendidikan KRT( $X_8$ ), klasifikasi wilayah tempat tinggal ( $X_9$ ), dan umur KRT( $X_{10}$ ).

Tabel 4.7 Estimasi Parameter Model Akhir Probit Biner Bivariat Rekursif dan Probit Biner Bivariat dengan Variabel Prediktor Signifikan

Variabel	Probit Biner Bivariat Rekursif		Probit Biner Bivariat	
	Estimate	Pr(> z )	Estimate	Pr(> z )
<b>Tingkat kesejahteraan</b>				
Konstanta	-2,5512	0,0000	-2,1373	0,0000
$X_1$	0,4804	0,0004	0,5207	0,0003
$X_2$	0,1469	0,0053	0,2890	0,0000
$X_3$	-0,2189	0,0011	-0,2256	0,0015
$X_5$	-0,1235	0,0355	-0,1327	0,0330
$X_6$	0,3422	0,0000	0,3970	0,0000
$X_7$	0,2986	0,0000	0,3145	0,0000
$X_9$	-0,4154	0,0000	-1,1247	0,0000
$X_{10}$	-0,0080	0,0000	-0,0034	0,0354
$y_2^*$	1,3608	0,0000	-	-
<b>Sektor Pekerjaan KRT</b>				
Konstanta	0,3540	0,0000	0,3229	0,0000
$X_8$	-0,5923	0,0000	-0,5573	0,0000
$X_9$	-1,5590	0,0000	-1,5641	0,0000
$X_{10}$	0,0075	0,0000	0,0078	0,0000

Dengan demikian, diperoleh model probit biner bivariat rekursif seperti pada persamaan berikut.

$$y_{1i}^* = -2,5512 + 0,4804x_1 + 0,1469x_2 - 0,2189x_3 - 0,1235x_5 + 0,3422x_6 + 0,2986x_7 - 0,4154x_9 - 0,0080x_{10} + 1,3608y_2^*$$

$$y_{2i}^* = 0,3540 - 0,5923x_8 - 1,5590x_9 + 0,0075x_{10} \quad (4.31)$$

#### 4.3.7 Kriteria Keباikan Model

Dari kedua pemodelan dengan variabel yang signifikan, dilakukan pemilihan model terbaik yang akan digunakan. Model terbaik dapat dilihat melalui nilai AIC. Model terbaik adalah model dengan nilai AIC terendah dan model paling sederhana. Berdasarkan Tabel 4.8, terlihat bahwa model probit biner bivariat rekursif memiliki nilai AIC yang lebih rendah dengan AIC sebesar 12.475,01 dibandingkan model probit biner bivariat yang memiliki AIC sebesar 12.539,77. Oleh karena itu, model probit biner bivariat rekursif dipilih sebagai model terbaik untuk digunakan dalam analisis karena memiliki nilai AIC paling rendah dan model paling sederhana. Hal ini juga bersesuaian dengan hasil uji endogenitas yang menunjukkan bahwa terjadi masalah endogenitas pada kedua model sehingga model yang lebih tepat digunakan adalah model probit biner bivariat rekursif.

Tabel 4.8 Perbandingan Keباikan Model Probit Biner Bivariat Rekursif dengan Model Probit Bivariat berdasarkan AIC

No	Model	AIC
1	Probit Biner Bivariat Rekursif	12.475,01
2	Probit Biner Bivariat	12.539,77

#### 4.3.8 Interpretasi Model

Probabilitas bersama antara  $Y_{1i}$  dan  $Y_{2i}$  pada model probit biner bivariat rekursif adalah sebagai berikut.

$$P_{11i} = \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})$$

$$P_{10i} = \Phi(\eta_{1i}) - \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})$$

$$P_{01i} = \Phi(\eta_{2i}) - \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})$$

$$P_{00i} = 1 - \Phi(\eta_{1i}) - \Phi(\eta_{2i}) + \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})$$

Dimana  $P_{11}$  adalah probabilitas suatu rumah tangga dikategorikan menjadi rumah tangga dengan tingkat kesejahteraan rendah dan KRT bekerja pada sektor pertanian,  $P_{10i}$  adalah probabilitas suatu rumah tangga dikategorikan menjadi rumah tangga dengan tingkat kesejahteraan rendah dan KRT bekerja pada sektor

non pertanian,  $P_{01i}$  adalah probabilitas suatu rumah tangga dikategorikan menjadi rumah tangga dengan tingkat kesejahteraan tinggi dan KRT bekerja pada sektor pertanian, dan  $P_{00i}$  adalah probabilitas suatu rumah tangga dikategorikan menjadi rumah tangga dengan tingkat kesejahteraan tinggi dan KRT bekerja pada sektor non pertanian.

Berdasarkan pemilihan model terbaik, maka nilai  $\eta_{1i} = y_{1i}^*$  dan  $\eta_{2i} = y_{2i}^*$  diperoleh dengan menggunakan persamaan probit biner bivariat rekursif seperti pada persamaan berikut.

$$y_{1i}^* = -2,5512 + 0,4804x_1 + 0,1469x_2 - 0,2189x_3 - 0,1235x_5 + 0,3422x_6 \\ + 0,2986x_7 - 0,4154x_9 - 0,0080x_{10} + 1,3608y_2^*$$

$$y_{2i}^* = 0,3540 - 0,5923x_8 - 1,5590x_9 + 0,0075x_{10}$$

Untuk melakukan interpretasi model probit biner bivariat rekursif, digunakan data suatu rumah tangga dengan kepala rumah tangga berstatus kawin ( $x_1=1$ ), KRT bekerja pada sektor formal ( $x_2=1$ ), KRT tidak mengalami keluhan kesehatan ( $x_3=0$ ), Rumah tangga menempati rumah milik sendiri ( $x_5=1$ ), KRT merupakan non migran ( $x_6=1$ ), jumlah ART sebanyak 11 orang ( $x_7=11$ ), pendidikan tertinggi yang ditamatkan KRT adalah SMP ( $x_8=0$ ), kalsifikasi wilayah tempat tinggal perdesaan ( $x_9=0$ ), umur KRT 55 tahun ( $x_{10}=55$ ).

Maka nilai  $y_{1i}$  dan  $y_{2i}$  adalah sebagai berikut:

$$y_{1i}^* = -2,5512 + 0,4804(1) + 0,1469(1) - 0,2189(0) - 0,1235(1) \\ + 0,3422(1) + 0,2986(11) - 0,4154(0) - 0,0080(55) \\ + 1,3608(2,1821) = 0,7681$$

$$y_{2i}^* = 0,3540 - 0,5923(0) - 1,5590(0) + 0,0075(55) = 2,1821$$

Dari persamaan di atas, diperoleh hasil perhitungan probabilitas sebagai berikut:

$$P_{11i} = \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i}) \\ = \Phi(0,7681 ; 2,1821) \\ = 0,7643$$

$$P_{10i} = \Phi(\eta_{1i}) - \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i}) \\ = \Phi(0,7681) - \Phi(0,7681 ; 2,1821) \\ = 0,2211$$

$$P_{01} = \Phi(\eta_{2i}) - \Phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})$$

$$= \phi(2,1821) - \phi(0,7681 ; 2,1821)$$

$$= 0,0144$$

$$P_{00} = 1 - \phi(\eta_{1i}) - \phi(\eta_{2i}) + \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})$$

$$= 1 - \phi(0,7681) - \phi(2,1821) + \phi(0,7681 ; 2,1821)$$

$$= 0,0001$$

Berdasarkan perhitungan di atas, diperoleh nilai peluang terbesar pada  $P_{11}$ , yaitu probabilitas  $Y_1 = 1$  dan  $Y_2 = 1$  dengan nilai 0,7643. Hal ini menunjukkan bahwa rumah tangga tersebut memiliki peluang lebih besar untuk dikategorikan ke dalam rumah tangga dengan tingkat kesejahteraan rendah dan kepala rumah tangga bekerja pada sektor pertanian.

#### 4.3.9 Efek Marginal

Penghitungan efek marginal dilakukan untuk mengetahui besarnya pengaruh suatu variabel prediktor terhadap model. Sebagai gambaran interpretasi efek marginal, dilakukan penghitungan efek marginal untuk rumah tangga dengan KRT berstatus kawin ( $x_1=1$ ), KRT bekerja pada sektor informal ( $x_2=1$ ), KRT tidak mengalami keluhan kesehatan ( $x_3=0$ ), Rumah tangga menempati rumah milik sendiri ( $x_5=1$ ), KRT merupakan non migran ( $x_6=1$ ), jumlah ART sebanyak 11 orang ( $x_7=11$ ), pendidikan tertinggi yang ditamatkan KRT adalah SMP ( $x_8=0$ ), kalsifikasi wilayah tempat tinggal perdesaan ( $x_9=0$ ), dan umur KRT 55 tahun ( $x_{10}=55$ ) adalah sebagai berikut.

##### 1. Efek marginal secara bivariat

Efek marginal secara bivariat dihitung pada variabel yang digunakan pada persamaan  $y_{1i}^*$  dan  $y_{2i}^*$  secara bersama-sama yaitu pada variabel klasifikasi wilayah tempat tinggal ( $X_9$ ) dan variabel umur kepala rumah tangga ( $X_{10}$ ).

##### a. Efek marginal variabel klasifikasi wilayah tempat tinggal ( $X_9$ )

Efek marginal untuk variabel wilayah tempat tinggal dapat dihitung dengan persamaan sebagai berikut.

$$\frac{\partial p_{11}}{\partial x_9} = \frac{\partial \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial x_9}$$



$$\begin{aligned}
&= \beta_{1,9}\phi(\eta_{1i})\phi\left(\frac{\partial\phi(\eta_{2i}-\rho\eta_{1i})}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) + \beta_{2,9}\phi(\eta_{2i})\phi\left(\frac{\partial\phi(\eta_{1i}-\rho\eta_{2i})}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) \\
&= -0,4154\phi(\eta_{1i})\phi\left(\frac{\partial\phi(\eta_{2i}-\rho\eta_{1i})}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) - 1,5590\phi(\eta_{2i})\phi\left(\frac{\partial\phi(\eta_{1i}-\rho\eta_{2i})}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) \\
&= -0,4777
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial p_{10}}{\partial x_9} &= \frac{\partial\phi(\eta_{1i}) - \partial\phi(\eta_{1i},\eta_{2i})}{\partial x_9} \\
&= \beta_{19}\phi(\eta_{1i}) - \beta_{19}\phi(\eta_{1i})\phi\left(\frac{\partial\phi(\eta_{2i}-\rho\eta_{1i})}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) \\
&\quad - \beta_{29}(\eta_{2i})\phi\left(\frac{\partial\phi(\eta_{1i}-\rho\eta_{2i})}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) \\
&= -0,4154\phi(\eta_{1i}) + 0,4154\phi(\eta_{1i})\phi\left(\frac{\partial\phi(\eta_{2i}-\rho\eta_{1i})}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) \\
&\quad + 1,5590\phi(\eta_{2i})\phi\left(\frac{\partial\phi(\eta_{1i}-\rho\eta_{2i})}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) \\
&= 0,4624
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial p_{01i}}{\partial x_9} &= \frac{\partial\phi(\eta_{2i}) - \partial\phi(\eta_{1i},\eta_{2i})}{\partial x_9} \\
&= \beta_{29}\phi(\eta_{2i}) - \beta_{19}\phi(\eta_{1i})\phi\left(\frac{\partial\phi(\eta_{2i}-\rho\eta_{1i})}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) \\
&\quad - \beta_{29}\phi(\eta_{2i})\phi\left(\frac{\partial\phi(\eta_{1i}-\rho\eta_{2i})}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) \\
&= -1,5590\phi(\eta_{2i}) - 0,4154\phi(\eta_{1i})\phi\left(\frac{\partial\phi(\eta_{2i}-\rho\eta_{1i})}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) \\
&\quad + 1,5590\phi(\eta_{2i})\phi\left(\frac{\partial\phi(\eta_{1i}-\rho\eta_{2i})}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) \\
&= 0,0146
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial p_{00}}{\partial x_9} = \frac{1 - \partial\phi(\eta_{1i}) - \partial\phi(\eta_{2i}) + \partial\phi(\eta_{1i},\eta_{2i})}{\partial x_9}$$

$$\begin{aligned}
&= -\beta_{19}\phi(\eta_{1i}) - \beta_{29}\phi(\eta_{2i}) + \beta_{19}\phi(\eta_{1i})\phi\left(\frac{\partial\phi(\eta_{2i} - \rho\eta_{1i})}{\sqrt{1 - \rho^2}}\right) \\
&\quad + \beta_{29}\phi(\eta_{2i})\phi\left(\frac{\partial\phi(\eta_{1i} - \rho\eta_{2i})}{\sqrt{1 - \rho^2}}\right) \\
&= 0,4154\phi(\eta_{1i}) + 1,5590\phi(\eta_{2i}) - 0,4154\phi(\eta_{1i})\phi\left(\frac{\partial\phi(\eta_{2i} - \rho\eta_{1i})}{\sqrt{1 - \rho^2}}\right) \\
&\quad - 1,5590\phi(\eta_{2i})\phi\left(\frac{\partial\phi(\eta_{1i} - \rho\eta_{2i})}{\sqrt{1 - \rho^2}}\right) \\
&= 0,0007
\end{aligned}$$

Nilai efek marginal tertinggi adalah -0,4777 pada probabilitas  $p_{11}$  sehingga dapat diambil kesimpulan bahwa variabel wilayah tempat tinggal perdesaan mengurangi kontribusi untuk rumah tangga dikategorikan ke dalam kelompok rumah tangga dengan tingkat kesejahteraan rendah dan KRT bekerja pada sektor pertanian adalah sebesar 47,77%. Namun memiliki efek marginal dengan nilai 0,4624 pada  $p_{10}$  yang berarti bahwa variabel wilayah tempat tinggal perdesaan meningkatkan kontribusi untuk rumah tangga dikategorikan ke dalam kelompok rumah tangga dengan tingkat kesejahteraan rendah dan KRT bekerja pada sektor non pertanian adalah sebesar 46,24%.

Jika wilayah tempat tinggal diubah menjadi daerah perkotaan dan variabel lainnya dianggap konstan, maka dengan cara yang sama diperoleh nilai efek marginal sebagai berikut.

$$\frac{\partial p_{11i}}{\partial x_9} = -0.1011$$

$$\frac{\partial p_{10i}}{\partial x_9} = -0.0546$$

$$\frac{\partial p_{01i}}{\partial x_9} = -0.3538$$

$$\frac{\partial p_{00i}}{\partial x_9} = 0.5095$$

Nilai efek marginal tertinggi diperoleh dengan nilai 0,5095 pada probabilitas  $p_{00}$  sehingga dapat disimpulkan bahwa variabel wilayah tempat tinggal perkotaan meningkatkan kontribusi untuk rumah tangga dikategorikan ke dalam kelompok rumah tangga dengan tingkat kesejahteraan tinggi dan KRT bekerja pada sektor non-pertanian adalah sebesar 50,95%.

b. Efek marginal variabel umur kepala rumah tangga ( $X_{10}$ )

Efek marginal untuk variabel umur kepala rumah tangga dapat dihitung dengan persamaan sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial p_{11i}}{\partial x_{10}} &= \frac{\partial \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial x_{10}} \\
&= \beta_{1.10} \phi(\eta_{1i}) \phi\left(\frac{\partial \phi(\eta_{2i} - \rho \eta_{1i})}{\sqrt{1 - \rho^2}}\right) + \beta_{2.10} \phi(\eta_{2i}) \phi\left(\frac{\partial \phi(\eta_{1i} - \rho \eta_{2i})}{\sqrt{1 - \rho^2}}\right) \\
&= -0,0080 \phi(\eta_{1i}) \phi\left(\frac{\partial \phi(\eta_{2i} - \rho \eta_{1i})}{\sqrt{1 - \rho^2}}\right) \\
&\quad + 0,0075 \phi(\eta_{2i}) \phi\left(\frac{\partial \phi(\eta_{1i} - \rho \eta_{2i})}{\sqrt{1 - \rho^2}}\right) \\
&= 0,0019
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial p_{10i}}{\partial x_{10}} &= \frac{\partial \phi(\eta_{1i}) - \partial \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial x_{10}} \\
&= \beta_{1.10} \phi(\eta_{1i}) - \beta_{1.10} \phi(\eta_{1i}) \phi\left(\frac{\partial \phi(\eta_{2i} - \rho \eta_{1i})}{\sqrt{1 - \rho^2}}\right) \\
&\quad - \beta_{2.10} \phi(\eta_{2i}) \phi\left(\frac{\partial \phi(\eta_{1i} - \rho \eta_{2i})}{\sqrt{1 - \rho^2}}\right) \\
&= -0,0080 \phi(\eta_{1i}) + 0,0080 \phi(\eta_{1i}) \phi\left(\frac{\partial \phi(\eta_{2i} - \rho \eta_{1i})}{\sqrt{1 - \rho^2}}\right) \\
&\quad - 0,0075 \phi(\eta_{2i}) \phi\left(\frac{\partial \phi(\eta_{1i} - \rho \eta_{2i})}{\sqrt{1 - \rho^2}}\right) \\
&= -0,0022
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial p_{01i}}{\partial x_{10}} &= \frac{\partial \phi(\eta_{2i}) - \partial \phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial x_{10}} \\
&= \beta_{2.10} \phi(\eta_{2i}) - \beta_{1.10} \phi(\eta_{1i}) \phi\left(\frac{\partial \phi(\eta_{2i} - \rho \eta_{1i})}{\sqrt{1 - \rho^2}}\right) \\
&\quad - \beta_{2.10} \phi(\eta_{2i}) \phi\left(\frac{\partial \phi(\eta_{1i} - \rho \eta_{2i})}{\sqrt{1 - \rho^2}}\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= 0,0075\phi(\eta_{2i}) + 0,0080\phi(\eta_{1i})\phi\left(\frac{\partial\phi(\eta_{2i} - \rho\eta_{1i})}{\sqrt{1 - \rho^2}}\right) \\
&\quad - 0,0075\phi(\eta_{2i})\phi\left(\frac{\partial\phi(\eta_{1i} - \rho\eta_{2i})}{\sqrt{1 - \rho^2}}\right) \\
&= 0,0003
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial p_{00i}}{\partial x_{10}} &= \frac{1 - \partial\phi(\eta_{1i}) - \partial\phi(\eta_{2i}) + \partial\phi(\eta_{1i}, \eta_{2i})}{\partial x_{10}} \\
&= -\beta_{1.10}\phi(\eta_{1i}) - \beta_{2.10}\phi(\eta_{2i}) + \beta_{1.10}\phi(\eta_{1i})\phi\left(\frac{\partial\phi(\eta_{2i} - \rho\eta_{1i})}{\sqrt{1 - \rho^2}}\right) \\
&\quad + \beta_{2.10}\phi(\eta_{2i})\phi\left(\frac{\partial\phi(\eta_{1i} - \rho\eta_{2i})}{\sqrt{1 - \rho^2}}\right) \\
&= 0,0080\phi(\eta_{1i}) - 0,0075\phi(\eta_{2i}) - 0,0080\phi(\eta_{1i})\phi\left(\frac{\partial\phi(\eta_{2i} - \rho\eta_{1i})}{\sqrt{1 - \rho^2}}\right) \\
&\quad + 0,0075\phi(\eta_{2i})\phi\left(\frac{\partial\phi(\eta_{1i} - \rho\eta_{2i})}{\sqrt{1 - \rho^2}}\right) \\
&= 0,0000
\end{aligned}$$

Diperoleh nilai efek marginal tertinggi dengan nilai -0,0022 pada probabilitas  $p_{10}$  sehingga dapat diambil kesimpulan bahwa pada umur kepala rumah tangga 55 tahun, jika umur bertambah 1 tahun maka akan mengurangi kontribusi untuk rumah tangga dikategorikan ke dalam kelompok rumah tangga dengan tingkat kesejahteraan rendah dan KRT bekerja pada sektor non pertanian adalah sebesar 0,22%.

## 2. Efek marginal secara univariate

Efek marginal secara univariat diperoleh dengan cara menghitung efek marginal pada variabel yang hanya digunakan pada salah satu persamaan saja.

### a. Efek marginal variabel status perkawinan ( $X_1$ )

Efek marginal juga dapat dihitung untuk variabel yang signifikan pada salah satu persamaan saja. Berikut adalah perhitungan efek marginal untuk variabel status perkawinan KRT.

$$\frac{\partial P(Y_1 = 1|\mathbf{x})}{\partial x_1} = \beta_{11}\phi(\eta_{1i})$$

$$= 0,0177$$

Nilai efek marginal untuk variabel KRT dengan status kawin adalah 0,0177. Ini berarti bahwa KRT berstatus kawin berkontribusi menambah probabilitas rumah tangga untuk dikategorikan sebagai kelompok dengan tingkat kesejahteraan rendah sebesar 1,77%. Hal ini dapat disebabkan penghasilan yang diperoleh rumah tangga terbagi untuk memenuhi kebutuhan lebih banyak orang sehingga pengeluaran perkapita rumah tangga dengan status kawin lebih rendah.

Nilai efek marginal untuk variabel KRT dengan status belum kawin adalah 0,0451. Ini berarti bahwa KRT berstatus belum kawin berkontribusi menambah probabilitas rumah tangga untuk dikategorikan sebagai kelompok dengan tingkat kesejahteraan rendah sebesar 4,51%.

b. Efek marginal variabel KRT pekerja formal/ informal ( $X_2$ )

Efek Marginal untuk variabel KRT pekerja formal/ Informal sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \frac{\partial P(Y_1 = 1|\mathbf{x})}{\partial x_2} &= \beta_{12}\phi(\eta_{1i}) \\ &= 0,0054 \end{aligned}$$

Diperoleh nilai efek marginal untuk KRT yang bekerja di sektor informal adalah 0,0054. Ini berarti bahwa KRT yang bekerja pada sektor informal berkontribusi menambah probabilitas rumah tangga sebanyak 0,0054 atau 0,54% untuk dikategorikan sebagai kelompok dengan tingkat kesejahteraan rendah. Hal ini sesuai dengan hasil penelitian (Astuti (2018) dan Utami (2019) yang menyatakan bahwa kepala rumah tangga yang bekerja pada sektor informal cenderung memiliki kesejahteraan yang rendah. Sektor formal biasanya memberikan pendapatan yang lebih baik dibandingkan sektor informal.

c. Efek marginal variabel keluhan kesehatan KRT ( $X_3$ )

Efek Marginal untuk variabel keluhan kesehatan KRT sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \frac{\partial P(Y_1 = 1|\mathbf{x})}{\partial x_3} &= \beta_{13}\phi(\eta_{1i}) \\ &= -0,0081 \end{aligned}$$

Nilai efek marginal untuk variabel keluhan kesehatan sebesar -0,0081. Ini berarti bahwa KRT yang tidak mengalami keluhan kesehatan selama sebulan terakhir

berkontribusi mengurangi probabilitas rumah tangga untuk dikategorikan sebagai kelompok dengan tingkat kesejahteraan rendah sebanyak 0,81%. Hal ini sesuai dengan hasil penelitian Jacobus (2018) yang menyatakan bahwa kepala rumah tangga yang memiliki keluhan kesehatan cenderung memiliki kesejahteraan yang rendah.

d. Efek marginal variabel status kepemilikan rumah ( $X_5$ )

Efek Marginal untuk variabel status kepemilikan rumah sebagai berikut.

$$\begin{aligned}\frac{\partial P(Y_1 = 1|\mathbf{x})}{\partial x_5} &= \beta_{15}\phi(\eta_{1i}) \\ &= -0,0046\end{aligned}$$

Nilai efek marginal untuk variabel status kepemilikan rumah sebesar -0,0046. Ini berarti bahwa KRT yang menempati rumah milik sendiri akan mengurangi probabilitas rumah tangga untuk dikategorikan sebagai kelompok dengan tingkat kesejahteraan rendah sebanyak 0,46%. Hasil ini sesuai dengan hasil penelitian penelitian utami (2019) dan Jacobus (2018). Hal ini dapat disebabkan karena sebagian besar rumah tangga miskin memiliki rumah namun memiliki penghasilan yang rendah untuk memenuhi keperluan sehari-hari.

e. Efek marginal variabel status migrasi ( $X_6$ )

Efek Marginal untuk variabel status migrasi KRT adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned}\frac{\partial P(Y_1 = 1|\mathbf{x})}{\partial x_6} &= \beta_{16}\phi(\eta_{1i}) \\ &= 0,0126\end{aligned}$$

Nilai efek marginal untuk variabel migrasi sebesar 0,0126. Ini berarti bahwa KRT yang berstatus sebagai non migran akan meningkatkan probabilitas rumah tangga untuk dikategorikan sebagai kelompok dengan tingkat kesejahteraan rendah sebanyak 1,26%. Hasil ini sesuai dengan penelitian Alabshar (2021). Hal ini dapat disebabkan oleh motivasi migran datang untuk memperoleh penghasilan yang lebih baik daripada daerah asal.

f. Efek marginal variabel jumlah anggota rumah tangga ( $X_7$ )

Efek Marginal untuk variabel jumlah anggota rumah tangga sebagai berikut.

$$\frac{\partial P(Y_1 = 1|\mathbf{x})}{\partial x_7} = \beta_{17}\phi(\eta_{1i})$$

$$= 0,0110$$

Nilai efek marginal untuk variabel jumlah anggota rumah tangga sebesar 0,0110. Ini berarti bahwa rumah tangga dengan jumlah anggota rumah tangga sebanyak 11, jika bertambah sebanyak 1 anggota rumah tangga maka akan berkontribusi meningkatkan probabilitas rumah tangga untuk dikategorikan sebagai kelompok dengan tingkat kesejahteraan rendah sebanyak 1,10%. Hal ini sesuai dengan hasil penelitian sebelumnya oleh Astuti, (2018), Nasmiwati (2019), Utami (2019), Athoillah, dkk. (2021), Indrajaya (2018), dan Sari (2018), dimana semakin banyak jumlah anggota rumah tangga, semakin besar kecenderungan untuk memiliki kesejahteraan rendah.

g. Efek marginal variabel sektor pekerjaan KRT ( $y_2$ )

Efek Marginal untuk variabel sektor pekerjaan KRT adalah sebagai berikut.

$$\frac{\partial P(Y_1 = 1|\mathbf{x})}{\partial y_2} = d\phi(\eta_{1i})$$

$$= 0,0502$$

Nilai efek marginal untuk variabel sektor pekerjaan KRT sebesar 0,0502. Ini berarti bahwa rumah tangga dengan KRT bekerja pada sektor pertanian berkontribusi meningkatkan probabilitas rumah tangga untuk dikategorikan sebagai kelompok dengan tingkat kesejahteraan rendah sebanyak 5,02%. Hal ini sesuai dengan hasil penelitian sebelumnya. Sektor non pertanian memberikan pendapatan yang lebih baik daripada sektor pertanian.

h. Efek marginal variabel pendidikan KRT ( $X_8$ )

Efek marginal untuk variabel pendidikan KRT adalah sebagai berikut.

$$\frac{\partial P(Y_2 = 1|\mathbf{x})}{\partial x_8} = \beta_{18}\phi(\eta_{1i})$$

$$= -0,1759$$

Nilai efek marginal untuk variabel pendidikan KRT sebesar -0,1759. Hal ini berarti bahwa rumah tangga dengan pendidikan KRT SMA ke atas berkontribusi mengurangi probabilitas KRT untuk bekerja pada sektor pertanian sebanyak 17,59%. Semakin tinggi pendidikan seseorang, maka semakin besar kesempatan untuk memperoleh pekerjaan yang lebih baik dengan pendapatan yang lebih tinggi. Hal ini sesuai dengan hasil penelitian yang dilakukan oleh Astuti (2018), Jacobus

(2018), Putri (2013), Utami (2019), Athoillah, dkk.(2021), Satrio (2018), dan Indrajaya (2018).

Berdasarkan efek marginal masing-masing variabel diperoleh bahwa adalah variabel klasifikasi wilayah tempat tinggal di desa memiliki pengaruh paling besar terhadap pengelompokan rumah tangga ke dalam kelompok rumah tangga dengan tingkat kesejahteraan rendah dan KRT bekerja pada sektor pertanian dengan kontribusi sebesar 47,77%. Sedangkan variabel klasifikasi wilayah tempat tinggal di kota memiliki pengaruh paling besar terhadap pengelompokan rumah tangga ke dalam kelompok rumah tangga dengan tingkat kesejahteraan tinggi dan KRT bekerja pada sektor non pertanian dengan kontribusi sebesar 50,95%. Sedangkan variabel umur kepala rumah tangga 55 tahun, jika umur bertambah 1 tahun maka akan mengurangi kontribusi untuk rumah tangga dikategorikan ke dalam kelompok rumah tangga dengan tingkat kesejahteraan rendah dan KRT bekerja pada sektor non pertanian adalah sebesar 0,22%. Hal ini dapat disebabkan karena fasilitas di daerah perkotaan lebih baik dibandingkan dengan wilayah perdesaan.

Variabel dengan efek marginal yang meningkatkan kontribusi pada pengelompokan rumah tangga ke dalam kelompok dengan kesejahteraan rendah dengan efek marginal tertinggi adalah variabel pekerjaan KRT di sektor pertanian dengan kontribusi sebesar 5,02%. Diikuti oleh KRT non migran sebesar 1,26%, KRT berstatus kawin sebesar 1,77%, jumlah ART sebanyak 1,10%, dan KRT bekerja di sektor informal sebesar 0,54%. Sedangkan variabel dengan efek marginal yang menurunkan kontribusi pada pengelompokan rumah tangga ke dalam kelompok dengan kesejahteraan rendah antara lain KRT tidak mengalami keluhan kesehatan sebesar 0,81 % dan rumah tangga menempati rumah milik sendiri sebesar 0,46%.

Variabel dengan efek marginal yang menurunkan kontribusi pada pengelompokan rumah tangga ke dalam kelompok dengan KRT bekerja pada sektor pertanian adalah variabel pendidikan tertinggi yang ditamatkan KRT SMP ke bawah sebesar 17,59 %.

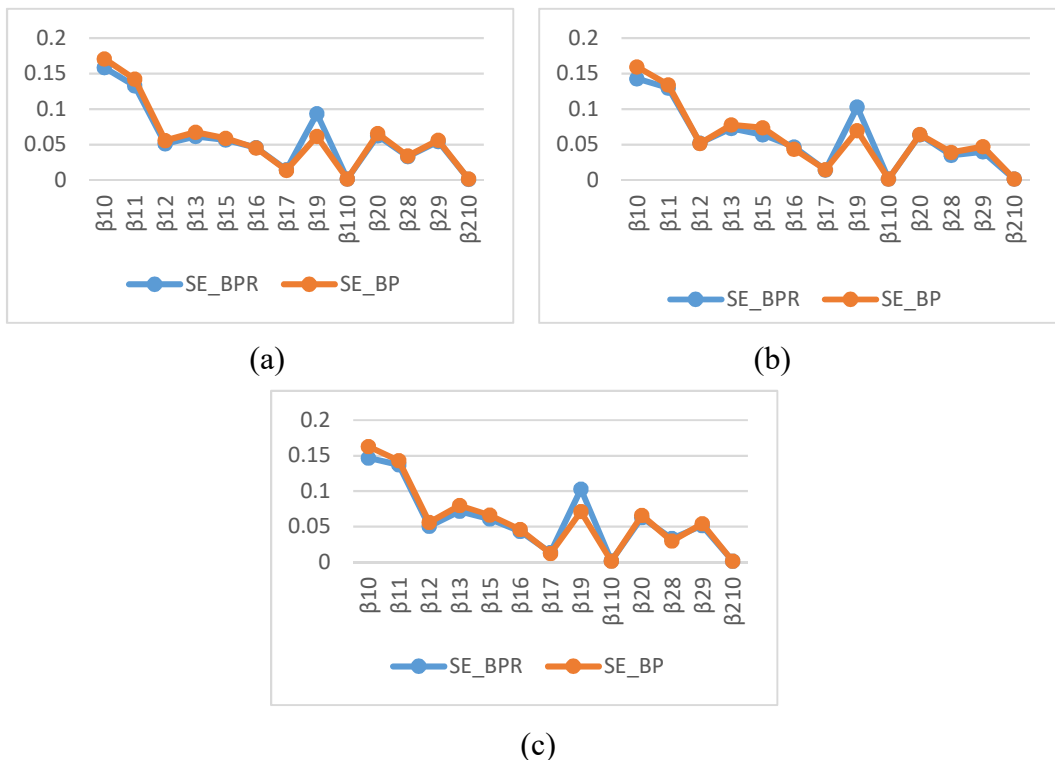


#### 4.4 Perbandingan Model Probit Bivariat Rekursif dan Model Probit Bivariat

##### Bivariat

Dalam membandingkan model mana yang terbaik antara model probit biner bivariat rekursif dan model probit bivariat dilakukan simulasi menggunakan metode bootstrap dengan repetisi sebanyak 100 kali. Metode bootstrap dilakukan dengan pengambilan sampel dengan pengembalian sebanyak 100%, 80%, dan 60% dari jumlah observasi. Selanjutnya, dibandingkan standar error dari hasil estimasi parameter seperti terlihat pada Gambar 4.7.

Pada Gambar 4.7 terlihat bahwa nilai standar error probit bivariat rekursif secara umum lebih rendah dibandingkan model probit bivariat. Hal ini menunjukkan bahwa model probit bivariat rekursif lebih tepat digunakan pada model yang memiliki masalah endogenitas sesuai dengan hasil uji endogenitas yang menunjukkan bahwa terdapat masalah endogenitas pada model.



Gambar 4.7 Perbandingan Standar Error Model Probit Bivariat Rekursif dan Model Probit Bivariat (a) Sampel Sebanyak 100%, (b) Sampel Sebanyak 80%, (c) Sampel Sebanyak 60%.

Selain itu, Model probit biner bivariat rekursif memiliki nilai AIC yang lebih rendah dengan AIC sebesar 12.475,01 dibandingkan model probit biner bivariat yang memiliki AIC sebesar 12.539,77. Oleh karena itu, model probit biner bivariat rekursif dipilih sebagai model terbaik untuk digunakan dalam analisis karena memiliki nilai AIC paling rendah dan memiliki nilai standar error lebih rendah pada hasil estimasi parameter. Hasil ini menunjukkan bahwa pada model probit bivariat yang memiliki masalah endogenitas, lebih tepat dilakukan pemodelan dengan menggunakan model probit bivariat rekursif. Hal ini juga bersesuaian dengan hasil uji endogenitas pada kasus pemodelan tingkat kesejahteraan kepala rumah tangga dan sektor pekerjaan kepala rumah tangga di provinsi Papua Barat yang menunjukkan bahwa terjadi masalah endogenitas pada kedua model sehingga model yang lebih tepat digunakan adalah model probit biner bivariat rekursif.

## **BAB 5**

### **KESIMPULAN DAN SARAN**

#### **5.1 Kesimpulan**

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan, diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Rumah tangga dengan tingkat kesejahteraan rendah (rumah tangga dengan pengeluaran perkapita <40%) didominasi oleh rumah tangga dengan KRT bekerja pada sektor pertanian mencapai 72,09%. Sedangkan pada kelompok rumah tangga dengan kelompok pengeluaran 40% ke atas didominasi oleh rumah tangga dengan KRT bekerja pada sektor non pertanian sebanyak 60,57 persen. Terdapat 3,76% KRT yang belum pernah kawin, sebanyak 11,33% KRT berjenis kelamin perempuan, KRT dengan ijazah pendidikan terakhir SMA ke atas sebanyak 58,92%, KRT yang bekerja pada sektor formal sebanyak 37,25%, sebanyak 8,74% KRT mengalami keluhan kesehatan dalam 1 bulan terakhir, rumah tangga yang bertempat tinggal di wilayah perdesaan mencapai 79,83%, dan rumah tangga yang menempati rumah milik sendiri dan dinas sebanyak 85,19%.
2. Pemodelan dengan model Probit Biner Bivariat Rekursif menunjukkan bahwa variabel yang signifikan berpengaruh terhadap tingkat kesejahteraan rumah tangga antara lain variabel status perkawinan, KRT pekerja formal/ informal, keluhan kesehatan, status kepemilikan aset (rumah), status migrasi, jumlah ART, kalsifikasi wilayah tempat tinggal (desa/kota), umur KRT, dan sektor pekerjaan KRT. Sedangkan variabel yang signifikan mempengaruhi pilihan sektor pekerjaan KRT antara lain pendidikan KRT, klasifikasi wilayah tempat tinggal (desa/kota), dan umur KRT.
3. Berdasarkan efek marginal masing-masing variabel diperoleh bahwa variabel klasifikasi wilayah tempat tinggal di perkotaan memiliki pengaruh paling besar terhadap pengelompokan rumah tangga ke dalam kelompok rumah tangga dengan tingkat kesejahteraan tinggi dan KRT bekerja pada sektor non pertanian dengan kontribusi sebesar 50,95%. Variabel dengan efek marginal yang

meningkatkan kontribusi pada pengelompokan rumah tangga ke dalam kelompok dengan kesejahteraan rendah dengan efek marginal tertinggi adalah variabel pekerjaan KRT di sektor pertanian dengan kontribusi sebesar 5,02%. Diikuti oleh KRT non migran sebesar 1,26%, KRT berstatus kawin sebesar 1,77%, jumlah ART sebanyak 1,10%, dan KRT bekerja di sektor informal sebesar 0,54%. Sedangkan variabel dengan efek marginal yang menurunkan kontribusi pada pengelompokan rumah tangga ke dalam kelompok dengan kesejahteraan rendah antara lain KRT tidak mengalami keluhan kesehatan sebesar 0,81 % dan rumah tangga menempati rumah milik sendiri sebesar 0,46%. Variabel dengan efek marginal yang menurunkan kontribusi pada pengelompokan rumah tangga ke dalam kelompok dengan KRT bekerja pada sektor pertanian adalah variabel pendidikan tertinggi yang ditamatkan KRT dengan jenjang SMA ke atas sebesar 17,59 %.

4. Perbandingan model probit biner bivariat rekursif dengan model probit biner bivariat menggunakan metode bootstrap menunjukkan bahwa model yang lebih tepat untuk digunakan ketika terdapat masalah endogenitas adalah model probit biner bivariat rekursif.

## 5.2 Saran

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan, saran yang dapat diberikan adalah sebagai berikut.

Berdasarkan hasil penelitian ini, variabel yang dapat meningkatkan probabilitas rumah tangga untuk memiliki tingkat kesejahteraan yang lebih baik antara lain pekerjaan di sektor non pertanian, pekerjaan di sektor formal, tingkat pendidikan SMA ke atas, tidak mengalami keluhan kesehatan, jumlah ART rendah, dan wilayah tempat tinggal di perkotaan. Oleh karena itu, disarankan kepada pemerintah untuk meningkatkan produktifitas sektor pertanian, mempermudah akses ke fasilitas pendidikan sehingga penduduk dapat memenuhi kualifikasi untuk masuk ke sektor pekerjaan yang lebih baik, meningkatkan program KB agar jumlah anggota rumah tangga dapat terkendali, meningkatkan akses penduduk ke fasilitas kesehatan, serta meningkatkan sarana dan prasarana di wilayah perdesaan.

## LAMPIRAN

### Lampiran 1. Data Penelitian

No.	Variabel Penelitian												
	Y1	Y2	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11
1	1	1	1	1	0	24	1	1	11	0	0	55	1
2	1	1	1	1	0	38	1	1	14	1	0	64	1
3	1	1	1	1	0	30	1	1	17	1	0	46	1
4	1	1	1	1	0	36	1	1	19	1	0	32	1
5	1	1	1	1	0	24	1	1	9	0	0	70	1
6	1	1	1	1	0	30	1	1	8	1	0	70	1
7	1	1	1	1	0	36	1	1	15	1	0	51	1
8	1	1	1	1	1	12	1	1	11	1	0	75	1
9	1	1	1	1	0	40	1	1	10	1	0	58	1
10	1	1	1	1	0	0	1	1	11	0	0	60	2
11	1	1	1	1	0	36	1	1	10	1	0	42	1
12	1	1	1	1	0	36	1	1	9	0	0	36	1
13	1	1	1	1	0	36	1	1	7	0	0	46	1
14	1	1	1	1	0	24	1	1	7	0	0	61	1
15	1	1	1	1	0	32	1	1	9	1	0	55	1
16	1	1	1	1	0	45	1	1	10	0	0	44	1
17	1	0	1	0	0	36	1	1	10	0	0	46	1
18	1	1	1	1	0	20	1	1	8	1	0	49	1
19	1	1	1	1	0	28	1	1	13	1	0	72	1
20	1	1	1	1	0	30	1	1	8	0	0	40	1
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
5926	0	0	1	0	0	35	1	0	9	1	1	56	1
5927	0	1	1	1	0	84	1	0	6	1	0	39	1
5928	0	0	1	0	0	63	1	0	7	1	0	42	1
5929	0	0	1	0	0	54	0	0	1	1	1	39	1
5930	0	0	1	0	0	63	1	0	1	1	1	50	1

## Lampiran 2. Output Uji Independensi Variabel Respon

### Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)	Exact Sig. (2-sided)	Exact Sig. (1-sided)
Pearson Chi-Square	608.709 <sup>a</sup>	1	.000		
Continuity Correction <sup>b</sup>	607.400	1	.000		
Likelihood Ratio	624.772	1	.000		
Fisher's Exact Test				.000	.000
Linear-by-Linear Association	608.606	1	.000		
N of Valid Cases	5930				

a. 0 cells (0.0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 1126.80.

b. Computed only for a 2x2 table

### Symmetric Measures

	Value	Asymp. Std. Error <sup>a</sup>	Approx. T <sup>b</sup>	Approx. Sig.
Interval by Interval Pearson's R	.320	.012	26.041	.000 <sup>c</sup>
Ordinal by Ordinal Spearman Correlation	.320	.012	26.041	.000 <sup>c</sup>
N of Valid Cases	5930			

a. Not assuming the null hypothesis.

b. Using the asymptotic standard error assuming the null hypothesis.

c. Based on normal approximation.

### Lampiran 3. Output VIF

Coefficients <sup>a</sup>								
Model		Coefficients		ed	t	Sig.	Collinearity Statistics	
		B	Std. Error	Beta			Tolerance	VIF
1	(Constant)	.010	.044		.235	.814		
	Status_Ka	.060	.029	.023	2.067	.039	.915	1.092
	Status_La	.046	.015	.045	3.027	.002	.520	1.922
	Keluhan_k	-.059	.019	-.034	-3.141	.002	.980	1.021
	Jam Kerja	.000	.000	-.015	-1.374	.170	.938	1.066
	Kepemilik	-.033	.017	-.024	-1.999	.046	.809	1.236
	Migrasi	.106	.013	.104	8.390	.000	.754	1.326
	JK	.003	.018	.002	.176	.861	.901	1.110
	Pendidika	-.066	.011	-.066	-5.810	.000	.903	1.107
	Umur KRT	-.002	.000	-.051	-4.401	.000	.850	1.177
	Klasifikasi	-.196	.015	-.160	-12.654	.000	.726	1.378
	Jumlah	.086	.002	.394	34.360	.000	.886	1.128
	Lapus_KR	.157	.016	.160	9.949	.000	.449	2.225

a. Dependent Variable: Kesejahteraan

Coefficients <sup>a</sup>								
Model		Coefficients		ed	t	Sig.	Collinearity Statistics	
		B	Std. Error	Beta			Tolerance	VIF
1	(Constant)	.584	.032		18.017	.000		
	JK	.032	.019	.020	1.685	.092	.928	1.078
	Pendidika	-.199	.012	-.196	-16.722	.000	.959	1.043
	Umur KRT	.002	.000	.055	4.626	.000	.937	1.067
	Klasifikasi	-.495	.014	-.398	-34.517	.000	.987	1.013
	Jumlah ART	.006	.003	.026	2.177	.030	.945	1.058

a. Dependent Variable: Lapus\_KRT

#### Lampiran 4. Syntax Probit Bivariat Rekursif dan Probit Bivariat

```
data1 =  
read.csv("C:/Users/syirr/Documents/1.S2_ITS/Thesis/Data/biprobit_4_bekerja.csv",header=TRUE, sep=",")  
  
y1=as.factor(data1$Kesejahteraan)  
x1=as.factor(data1$r404_kawin)  
x2=as.factor(data1$Status_Lapus)  
x3=as.factor(data1$Keluhan_kesehatan)  
x4=data1$Jam_kerja  
x5=as.factor(data1$Kepemilikan_Rumah)  
x6=as.factor(data1$Migrasi)  
y2=as.factor(data1$Lapus_KRT)  
x7=data1$r301_ART  
x8=as.factor(data1$Pendidikan_KRT_SMA)  
x9= as.factor(data1$Klasifikasi_wilayah)  
x10=data1$r407_Umur  
x11=as.factor(data1$r405_JK)  
  
library(GJRM)  
#Bivariate probit recursive semua variabel  
E1 <- y1 ~ x1+x2+x3+x4+x5+x6+x7+x8+x9+x10+x11+y2  
E2 <- y2 ~ x7+x8+x9+x10+x11  
f.list <- list(E1, E2)  
mr <- c("probit", "probit")  
mydata=data.frame(y1,y2,x1,x2,x3,x4,x5,x6,x7,x8,x9,x10,x11)  
rbvp1 <- gjrm(f.list, data = mydata , Model="B", margins=mr)  
summary(rbvp1)  
  
#Bivariate probit recursive (SIGNIFIKAN SAJA)  
E1 <- y1 ~ x1+x2+x3+x5+x6+x7+x9+x10+y2  
E2 <- y2 ~ x8+x9+x10
```



```
f.list <- list(E1, E2)
mr <- c("probit", "probit")
mydata=data.frame(y1,y2,x1,x2,x3,x5,x6,x7,x8,x9,x10,x11)
rbvp2 <- gjrm(f.list, data = mydata , Model="B", margins=mr)
summary(rbvp2)
```

```
#Bivariate probit
```

```
E1 <- y1 ~ x1+x2+x3+x5+x6+x7+x9+x10
```

```
E2 <- y2 ~ x8+x9+x10
```

```
f.list <- list(E1, E2)
```

```
mr <- c("probit", "probit")
```

```
mydata=data.frame(y1,y2,x1,x2,x3,x5,x6,x7,x8,x9,x10,x11)
```

```
bvp <- gjrm(f.list, data = mydata , Model="B", margins=mr)
```

```
summary(bvp)
```

```
#AIC
```

```
a=AIC(rbvp1)
```

```
b=AIC(rbvp2)
```

```
c=AIC(bvp)
```

```
AIC_GAB=cbind.data.frame(AIC(rbvp1),AIC(rbvp2),AIC(bvp))
```

```
AIC_GAB
```

```
#Bivariate probit tanpa variabel bebas
```

```
E1 <- y1 ~ 1
```

```
E2 <- y2 ~ 1
```

```
f.list <- list(E1, E2)
```

```
mr <- c("probit", "probit")
```

```
mydata=data.frame(y1,y2,x1,x2,x3,x5,x6,x7,x8,x9,x10,x11)
```

```
library(GJRM)
```

```
bvp0 <- gjrm(f.list, data = mydata , Model="B", margins=mr)
```

```

#Likelihood Ratio Test
Gk=-2*(as.numeric(L0)-as.numeric(Lm))
Gk
p.val <- pchisq(Gk, df = 13, lower.tail = FALSE)
p.val

#mengecek fit
fitsim=rbvp2$fit
fitsim$p11
fitsim$p10
fitsim$p01
fitsim$p00
fits=cbind.data.frame(fitsim$p11,fitsim$p10,fitsim$p01,fitsim$p00)

#Uji Endogentas dengan Lagrange Multiplier
E1 <- y1 ~ x1+x2+x3+x5+x6+x7+x9+x10
E2 <- y2 ~ x8+x9+x10
f.list <- list(y1 ~ x1+x2+x3+x5+x6+x7+x9+x10+y2, y2 ~ x8+x9+x10)
B=LM.bpm(list(y1 ~ x1+x2+x3+x5+x6+x7+x9+x10+y2, y2 ~ x8+x9+x10),
          data=data.frame(y1,y2,x1,x2,x3,x5,x6,x7,x8,x9,x10,x11) , Model = "B")

```

## Lampiran 5. Syntax Probabilitas dan Efek Marginal

B10=-2.551194325

B11=0.480416846

B12=0.146885048

B13=-0.218889467

B15=-0.123543284

B16=0.342165788

B17=0.298559677

B19=-0.41541108

B110=-0.008034838

d=1.360759116

B20=0.354001029

B28=-0.59226345

B29=-1.55901418

B210=0.007528521

B1=matrix(c(B10,B11,B12,B13,B15,B16,B17,B19,B110,d),1,10)

B2=matrix(c(B20,B28,B29,B210),1,4)

x=matrix(c(1,0,0,55),1,4)

eta2=B2%\*%t(x)

w=matrix(c(1,1,1,0,1,1,1,0,55,eta2),1,10)

eta1=B1%\*%t(w)

eta1

eta2

mu=c(0,0)

ro=-0.532

k1=(eta2-eta1\*ro)/sqrt(1-ro^2)

k2=(eta1-eta2\*ro)/sqrt(1-ro^2)

```
sigm=matrix(c(1,ro,ro,1),2,2)
```

```
#Probabilitas
```

```
nc1=pnorm(eta1,0,1)
```

```
nc2=pnorm(eta2,0,1)
```

```
library(pbivnorm)
```

```
eta12=cbind(eta1,eta2)
```

```
nc12=pbivnorm(eta12,rho=ro)
```

```
p11=nc12
```

```
p10=nc1-nc12
```

```
p01=nc2-nc12
```

```
p00=1-nc1-nc2+nc12
```

```
p11
```

```
p10
```

```
p01
```

```
p00
```

```
#Efek marginal
```

```
np1=dnorm(eta1,0,1)      #pdf untuk eta1
```

```
np2=dnorm(eta2,0,1)      #pdf untuk eta2
```

```
#library(mvtnorm)
```

```
#np12=dmvnorm(eta1,eta2)
```

```
#np12
```

```
library(VGAM)
```

```
np12=dbinorm(eta1,eta2)  #pdf bivariat normal untuk eta1 dan eta2
```

```
dPHI1=np1*pnorm(k1,0,1)
```

```
dPHI2=np2*pnorm(k2,0,1)
```

#Efek marginal pada variabel yang digunakan pada kedua persamaan

$$dp11x9=B19*dPHI1+B29*dPHI2$$

dp11x9

$$dp10x9=B19*np1-B19*dPHI1-B29*dPHI2$$

dp10x9

$$dp01x9=B29*np2-B19*dPHI1-B29*dPHI2$$

dp01x9

$$dp00x9=-B19*np1-B29*np2+B19*dPHI1+B29*dPHI2$$

dp00x9

$$dp11x10=B110*dPHI1+B210*dPHI2$$

dp11x10

$$dp10x10=B110*np1-B110*dPHI1-B210*dPHI2$$

dp10x10

$$dp01x10=B210*np2-B110*dPHI1-B210*dPHI2$$

dp01x10

$$dp00x10=-B110*np1-B210*np2+B110*dPHI1+B210*dPHI2$$

dp00x10

#resume marginal 1

variabel=c("x9","x10")

dp11=c(dp11x9,dp11x10)

dp10=c(dp10x9,dp10x10)

dp01=c(dp01x9,dp01x10)

dp00=c(dp00x9,dp00x10)

marginal1=cbind.data.frame(variabel,dp11,dp10,dp01,dp00)

marginal1

#Efek marginal pada variabel yang digunakan pada Salah satu persamaan saja

$dp1x1=B11*np1$

$dp1x2=B12*np1$

$dp1x3=B13*np1$

$dp1x5=B15*np1$

$dp1x6=B16*np1$

$dp1x7=B17*np1$

$dp1y2=d*np1$

$dp2x8=B28*np2$

`variabel=c("dp1x1","dp1x2","dp1x3","dp1x5","dp1x6","dp1x7","dp1y2","dp2x8)`

`dp=c(dp1x1,dp1x2,dp1x3,dp1x5,dp1x6,dp1x7,dp1y2,dp2x8)`

`marginal2=cbind.data.frame(variabel,dp)`

`marginal2`

## Lampiran 6. Syntax Bootsrap

# Probit Bivariat Rekursif

```
boot.probit=function(data,index){
  E1 <- y1 ~ x1+x2+x3+x5+x6+x7+x9+x10+y2
  E2 <- y2 ~ x8+x9+x10
  f.list <- list(E1, E2)
  mr <- c("probit", "probit")
  mydata=data.frame(y1,y2,x1,x2,x3,x5,x6,x7,x8,x9,x10,x11)
  rbvp <- gjrm(f.list, data = mydata2 , Model="B", margins=mr, subset=index)

  return(coef(rbvp))
}
boot.probit(mydata,1:5930)# FOR ALL
set.seed(5)
boot.probit(mydata,sample(5930, 5930,replace=T))# FOR SAMPLING 100%
boot(mydata,boot.probit,R=100)# FOR SAMPLING 100% & REPLIKASI 100
boot.probit(mydata,sample(5930,4744,replace=T))# FOR SAMPLING 80%
boot(mydata,boot.probit,R=100)# FOR SAMPLING 80% & REPLIKASI 100
boot.probit(mydata,sample(5930,3558,replace=T))# FOR SAMPLING 60%
boot(mydata,boot.probit,R=100)# FOR SAMPLING 60% & REPLIKASI 100

#Bivariate probit
E1 <- y1 ~ x1+x2+x3+x5+x6+x7+x9+x10
E2 <- y2 ~ x8+x9+x10
f.list <- list(E1, E2)
mr <- c("probit", "probit")
mydata=data.frame(y1,y2,x1,x2,x3,x5,x6,x7,x8,x9,x10,x11)
bvp <- gjrm(f.list, data = mydata2 , Model="B", margins=mr, subset=index)

return(coef(bvp))
}
```

```
boot.probit(mydata,1:5930)# FOR ALL
set.seed(5)
boot.probit(mydata,sample(5930,5930,replace=T))# FOR SAMPLING 100%
boot(mydata,boot.probit,R=100)# FOR SAMPLING 100% & REPLIKASI 100
boot.probit(mydata,sample(5930,4744,replace=T))# FOR SAMPLING 80%
boot(mydata,boot.probit,R=100)# FOR SAMPLING 80% & REPLIKASI 100
boot.probit(mydata,sample(5930,3558,replace=T))# FOR SAMPLING 60%
boot(mydata,boot.probit,R=100)# FOR SAMPLING 60% & REPLIKASI 100
```



**Lampiran 7. Output Bootstrap Probit Bivariat Rekursif**

Sampel 100%

Mean parameter	Estimasi	Bias	SE
t1*	-2.551194325	-2.85E-03	0.158438711
t2*	0.480416846	7.75E-03	0.132929799
t3*	0.146885048	-3.59E-03	0.051264143
t4*	-0.218889467	-9.12E-04	0.061410595
t5*	-0.123543284	4.14E-03	0.056742021
t6*	0.342165788	-6.20E-03	0.045756175
t7*	0.298559677	-2.35E-03	0.014477841
t8*	-0.41541108	7.07E-03	0.093414524
t9*	-0.008034838	7.70E-05	0.001608189
t10*	1.360759116	7.05E-03	0.122440247
t11*	0.354001029	-5.00E-03	0.062262906
t12*	-0.59226345	-7.42E-04	0.033085962
t13*	-1.55901418	-9.83E-04	0.054316941
t14*	0.007528521	3.15E-05	0.001283076
t15*	-0.592403008	-1.54E-02	0.116069169

Sampel 80%

Mean parameter	Estimasi	Bias	SE
t1*	-2.55119	0.007215	0.142944
t2*	0.480417	-0.00585	0.129748
t3*	0.146885	0.002481	0.051963
t4*	-0.21889	-0.00388	0.072865
t5*	-0.12354	0.008762	0.06363
t6*	0.342166	-0.00237	0.046591
t7*	0.29856	-0.00032	0.014016
t8*	-0.41541	-0.00149	0.103115
t9*	-0.00803	-0.00015	0.001449
t10*	1.360759	-0.00231	0.115423
t11*	0.354001	0.00758	0.063663
t12*	-0.59226	-0.0017	0.034712
t13*	-1.55901	0.002539	0.039664
t14*	0.007529	-0.00014	0.001348
t15*	-0.5924	-0.00021	0.100557

Sampel 60%

---

Mean parameter	Estimasi	Bias	SE
t1*	-2.55119	-0.01098	0.146733
t2*	0.480417	0.01858	0.13705
t3*	0.146885	0.009494	0.050484
t4*	-0.21889	-0.00423	0.071945
t5*	-0.12354	0.001857	0.060914
t6*	0.342166	-0.00129	0.043281
t7*	0.29856	0.003529	0.01365
t8*	-0.41541	-0.01567	0.102779
t9*	-0.00803	-0.00033	0.001612
t10*	1.360759	-0.02683	0.122689
t11*	0.354001	-0.00438	0.062864
t12*	-0.59226	0.000399	0.033216
t13*	-1.55901	-0.00372	0.051481
t14*	0.007529	0.000125	0.001298
t15*	-0.5924	0.021597	0.106878

---

## Lampiran 8. Output Bootstrap Probit Bivariat

Sampel 100%

Mean parameter	Estimasi	Bias	SE
t1*	-2.13731	-1.05E-02	0.1708
t2*	0.520704	1.45E-02	0.142228
t3*	0.288975	-4.36E-03	0.055451
t4*	-0.22561	-2.35E-03	0.067477
t5*	-0.13272	3.38E-03	0.058929
t6*	0.397045	-5.43E-03	0.045264
t7*	0.314495	-1.73E-03	0.013549
t8*	-1.12471	7.36E-04	0.061509
t9*	-0.00339	1.12E-04	0.001615
t10*	0.322885	-3.35E-03	0.065407
t11*	-0.55732	-4.87E-04	0.034214
t12*	-1.5641	-2.04E-03	0.056324
t13*	0.007822	4.53E-06	0.001329
t14*	0.252292	2.41E-03	0.031326

Sampel 80%

Mean parameter	Estimasi	Bias	SE
t1*	-2.13731	5.80E-03	0.159505
t2*	0.520704	7.89E-03	0.134171
t3*	0.288975	2.72E-03	0.05157
t4*	-0.22561	2.28E-03	0.077733
t5*	-0.13272	7.73E-03	0.07377
t6*	0.397045	-1.46E-03	0.043325
t7*	0.314495	-1.70E-03	0.014532
t8*	-1.12471	-9.31E-04	0.06981
t9*	-0.00339	-3.30E-04	0.001495
t10*	0.322885	7.35E-03	0.0644
t11*	-0.55732	-3.13E-04	0.039178
t12*	-1.5641	1.13E-03	0.046918
t13*	0.007822	-8.64E-05	0.001318
t14*	0.252292	-4.50E-04	0.029466

Sampel 60%

Mean parameter	Estimasi	Bias	SE
t1*	-2.13731	-2.78E-02	0.162949
t2*	0.520704	3.43E-02	0.143212
t3*	0.288975	7.04E-04	0.056026
t4*	-0.22561	-1.48E-02	0.079721
t5*	-0.13272	4.72E-03	0.066422
t6*	0.397045	-2.04E-03	0.04619
t7*	0.314495	2.80E-04	0.012319
t8*	-1.12471	5.42E-03	0.071204
t9*	-0.00339	-2.91E-04	0.001572
t10*	0.322885	-4.94E-03	0.066038
t11*	-0.55732	2.78E-03	0.029916
t12*	-1.5641	-2.68E-03	0.054038
t13*	0.007822	7.57E-05	0.00138
t14*	0.252292	4.82E-03	0.038969

## DAFTAR PUSTAKA

- Afifah,N.Y., (2014), “Analisis Faktor-Faktor Yang Mempengaruhi Keputusan Tenaga Kerja Untuk Tetap Bekerja di Sektor Pertanian (Studi Kasus Kecamatan Pujon)”, *Jurnal Ilmiah Jurusan Ilmu Ekonomi Fakultas Ekonomi dan Bisnis Universitas Brawijaya*, Malang. <https://adoc.pub/analisis-faktor-faktor-yang-mempengaruhi-keputusan-tenaga-ke.html>.
- Alabshar, N, Giyarsih,S.R., & Pitoyo, A.J., (2021), “Analisis Kesejahteraan Migran di Indonesia”, *Jurnal Litbang Sukowati*, Vol. 5, No. 1, November 2021, Hal 1-10.
- Alassaf, A, Majdalwai, M, & Nawash,O., (2011) “Factors affecting farmer’s decision to continue farm activity in marginal areas of Jordan”, *African Journal of Agricultural Research* Vol. 6(12), pp. 2755-2760, 18 June, 2011 Available online at <http://www.academicjournals.org/AJAR>. DOI: 10.5897/AJAR11.481 ISSN 1991-637X ©2011 Academic Journals
- Ariyani, D. D., (2020), *Pemodelan Inisiasi Menyusui Dini dan ASI Eksklusif dengan Pendekatan Seemingly Unrelated Bivariate Probit (Studi Kasus di Provinsi Jawa Timur Tahun 2017)*, Tesis Master, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.
- Astuti, E., (2018), “Analisis Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Kemiskinan Rumah Tangga (Kasus di Kabupaten Semarang)”, *Economics Development Analysis Journal*, 7(2), 162-185. <https://doi.org/10.15294/edaj.v7i2.23415>
- Athoillah,M., Wiguna,A.B., Kornitasari.Y., (2021), “The Effect of Ethnicity, Demographic and Socioeconomic On Households’ Welfare in Indonesia”, *Advances in Economics, Business and Management Research*, volume 206.
- Badan Pusat Statistik, (2016), *Potret Awal Tujuan Pembangunan Berkelanjutan (Sustainable Development Goals) di Indonesia*, Badan Pusat Statistik
- Badan Pusat Statistik, (2020), *Penghitungan dan Analisis Kemiskinan Makro Indonesia 2020*, Badan Pusat Statistik
- Badan Pusat Statistik, (2021), “Persentase Penduduk Miskin (P0) Menurut Provinsi dan Daerah”.
- Badan Pusat Statistik, (2021), “Keadaan Ketenagakerjaan Provinsi Papua Barat Agustus 2021”, *Berita Resmi Statistik* No.68/11/91 Th. XV.
- Badan Pusat Statistik, (2022), “Sektor Pekerjaan Pertanian”, <https://sirusa.bps.go.id/sirusa/index.php/variabel/1161>
- Badan Pusat Statistik, (2022), *Statistik Nilai Tukar Petani Provinsi Papua Barat 2021*, Manokwari: BPS Provinsi Papua Barat.

- Badan Pusat Statistik, (2021), "Pertumbuhan Ekonomi Provinsi Papua Barat Triwulan I-2021", Berita Resmi Statistik, No. 30/05/91/Th. XV, 5 Mei 2021
- Bappenas, (2018), Analisis Wilayah dengan Kemiskinan Tinggi, Cetakan 1., Jakarta: Bappenas.
- Barau,A.A, dan Adesiji,G.B., (2017) "Socioeconomic Determinants Influencing the Willingness of Agriculture Undergraduates to Participate in Agripreneurship in Northwest Nigeria", *International Journal of Agricultural Management and Development (IJAMAD)* Available online on: [www.ijamad.iaurasht.ac.ir](http://www.ijamad.iaurasht.ac.ir) ISSN: 2159-5852 (Print) ISSN:2159-5860 (Online)
- Bozdogan, H., (1987), "Model selection and Akaike's Information Criterion (AIC): The general theory and its analytical extensions". *Psychometrika* 52, 345–370 (1987). <https://doi.org/10.1007/BF02294361>.
- Dito, G.A., (2022), "Resampling", <https://rpubs.com/gdito/resampling>.
- Fabbri, Daniele, Monfardini, Chiara, Radice, & Rosalba, (2004), "Testing exogeneity in the bivariate probit model: Monte Carlo evidence and an application to health economics", *Quaderni - Working Paper DSE*, No. 514, Alma Mater Studiorum - Università di Bologna, Dipartimento di Scienze Economiche (DSE), Bologna, <https://doi.org/10.6092/unibo/amsacta/4778>
- Filippini, M., Greene, W. H., Kumar, N., & Martinez-Cruz, A. L., (2018) "A note On The Different Interpretation Of The Correlation Parameters In The Bivariate Probit and the Recursive Bivariate Probit", *Economics Letters*, Volume 167, hal. 104-107.
- Garret, S., J., (2015), *Introduction to Actuarial and Financial Mathematical Methods*, Academic Press, Pages 411-463, ISBN 9780128001561, <https://www.sciencedirect.com/topics/mathematics/newton-raphson-method>, <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-800156-1.00013-3>.
- Greene, W., (2012). *Econometric Analysis*, 7th ed. New York: Prentice hall.
- Gujarati, D., (2004), *Basic Econometrics*, 4th ed. New York: The McGraw-Hill.
- Hair, J., F., Ringle,C., M., & Sarstedt, M., (2011), "PLS-SEM: Indeed a Silver Bullet", *Journal of Marketing Theory and Practice*, 19:2, 139-152 <http://dx.doi.org/10.2753/MTP1069-6679190202>
- Isnaini, Fadhila, (2020), *Pemodelan Pemberian ASI Eksklusif dan Status Bekerja Ibu dengan Regresi Probit Bivariat Rekursif (Studi Kasus di Kota Surabaya Tahun 2017)*, Tesis Master, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.
- Jacobus,E.H., Kindangen,P., Walewangko,E.N., (2018), "Anailisis Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Kemiskinan Rumah Tangga di Sulawesi Utara", *Jurnal Pembangunan Ekonomi dan Keuangan Daerah* Vol.19 No.3.

- Joshi,O., Grebner,D., Munn,I., & Grala,R.,(2015),” Issues concerning Landowner Management Plan Adoption Decisions: A Recursive Bivariate Probit Approach”, *Hindawi Publishing Corporation International Journal of Forestry Research*,Volume 2015, Article ID 926303, 8 pages <http://dx.doi.org/10.1155/2015/926303>
- Khaafidh,M, Poerwono,D., (2013), “Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Keputusan Tenaga Kerja untuk Bekerja di Kegiatan Pertanian (Studi Kasus :Kabupaten Rembang)”, *Diponegoro Journal of Economics* Volume 2, Nomor2, Tahun 2013, Halaman 1-13.<http://ejournal-s1.undip.ac.id/index.php/jme>
- Kim, J., H., (2019), “Multicollinearity and misleading statistical results”, *Korean J of Anesthesiology*”, 72(6): 558-569, <https://doi.org/10.4097/kja.19087>
- Li, C., Poskitt, D.S., and Zhao,X., (2018), “The Bivariate Probit Model, Maximum Likelihood Estimation, Pseudo True Parameters and Partial Identification. *Journal of Econometrics*, <https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2018.07.009>
- Marra, G. & Radice, R., (2017), “A Joint Regression Modeling Framework For Analyzing Bivariate Binary Data In R”, *Dependence Modeling*, 5(1), pp. 268-294. doi: 10.1515/demo-2017-0016
- Marra, G., Radice, R., & Filippou, P., (2017), “Regression spline bivariate probit models: A practical approach to testing for exogeneity”, *Communications in Statistics - Simulation and Computation*, 46(3), pp. 2283-2298. doi:10.1080/03610918.2015.1041974
- Nasmiwati, (2019), “Analisis Faktor-faktor yang Mempengaruhi Kemiskinan Rumah Tangga di Kecamatan Bayang Kabupaten Pesisir Selatan 2019”, *Jurnal Kajian Ekonomi dan Pembangunan* , Volume 1, Nomor 1, Februari 2019, Hal 213 – 222.
- Olawuyi, S.O., & Mushunje A., (2020), “Information acquisition and adoption of conservation agriculture by smallholder farmers in South-West Nigeria: Recursive bivariate probit estimation”, *African Journal of Science, Technology, Innovation and Development*, DOI: 10.1080/20421338.2019.1701774
- Ramachandran, K., M., & Tsokos, C., P., (2009), *Mathematical Statistics with Applications*, Elsevier Academic Press, USA.
- Ratnasari, V., (2012), *Estimasi Parameter dan Uji Signifikansi Model Probit Bivariat*, Disertasi, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.
- Ratnasari,V., Puhadi, Ismaini, & Suhartono. (2011), “Estimation and Test Statistic in Bivariate Probit Model (r x c)”, *Journal of Basic and Applied Scientific Research* , J. Basic. Appl. Sci. Res., 1(3)178-188, 2011
- Sari, E., N., (2018), “Pengaruh Status Perkawinan dan Kondisi Ekonomi Rumah Tangga Terhadap Kemiskinan Anak di Provinsi Banten Tahun 2017”, *Jurnal Penelitian Kesejahteraan Sosial*, Vol. 17 No. 4. <https://ejournal.kemsos.go.id/index.php/jpks/article/view/1576>

- Satrio & Indra, (2018), “Sektor Pertanian: Faktor Utama Penentu Kemiskinan Jawa Barat 2018”, *Jurnal Sosial Ekonomi dan Kebijakan Pertanian* <http://journal.trunojoyo.ac.id/agriekonomika> Agriekonomika Volume 7, Nomor 2, 2018
- Septadianti, A.T., (2016), *Pendekatan Model Probit Biner Bivariat Pada Data Penolong Kelahiran dan Partisipasi Kerja di Provinsi Papua Barat*, Tesis Master, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.
- Tocco,B., Bailey,A., & Davidova, S., (2013), “Determinants to Leave Agriculture and Change Occupational Sector: Evidence from an Enlarged EU”, *Factor Markets Working Paper*. No. 46, May 2013.[http://aei.pitt.edu/58566/1/Factor\\_Markets\\_46.pdf](http://aei.pitt.edu/58566/1/Factor_Markets_46.pdf)
- Undang-Undang Nomor 11 Tahun 2009
- Utami, R.,R., (2019), “Analisis Regresi Probit Biner Pada Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Kemiskinan Rumah Tangga di Kecamatan Pujut Kabupaten Lombok Tengah”, <http://eprints.unram.ac.id/7721/1/JURNAL%20Rara%20Restia%20Utami.pdf>
- Wang, Z.,Vasili, A., Yang, R., & Lin,P., (2021), ”Recursive Bivariate Probit Analysis of Injury Severity and Non-Truck Improper Actions in Large Truck-Related Crashes on Florida Suburban Roads”, *Transportation Research Record* 1–11, National Academy of Sciences: Transportation Research Board 2021,Article reuse guidelines:[sagepub.com/journals-permissions](https://www.sagepub.com/journals-permissions), DOI: 10.1177/0361198121997146.
- Widiana, I,W.,A., & Wenagama, I,W., (2019), “Pengaruh Jam Kerja dan Pengalaman Kerja Terhadap Pendapatan dan Kesejahteraan Pekerja Pada Industri Genteng”, *E-Jurnal Ekonomi dan Bisnis Universitas Udayana* 8.7 (2019):772-804
- World Bank, (2020), “Poverty And Shared Prosperity 2020”.
- Xing,Z., Gounder,R., (2021), “Determinants of Off-Farm Labour Participation and Time Allocation: Double-Hurdle Results in the Case of Fiji”, *Asia-Pacific Journal of Rural Development* 31(1) 62–90 2021 © 2021 Centre on Integrated Rural Development for Asia and the Pacific Reprints and permissions: [in.sagepub.com/journals-permissions-india](https://www.in.sagepub.com/journals-permissions-india) DOI: 10.1177/10185291211027452 [journals.sagepub.com/home/jrd](https://www.journals.sagepub.com/home/jrd)
- Yani,N.,P.,W.,& Indrajaya, I,G.,B., (2018), “Analisis Beberapa Faktor Yang Berpengaruh Terhadap Pendapatan Kepala Rumah Tangga miskin di Kecamatan Seririt Kabupaten Buleleng”, *E-Jurnal Ekonomi Pembangunan Universitas Udayana* Vol.7, No.3 Maret 2018.



## BIOGRAFI PENULIS



Penulis yang bernama lengkap Syirrul Hadi Utama lahir di Lombok Tengah tanggal 24 Juli 1989 dari pasangan Bpk. H.M.Tasyrik dan Ibu Hj. Sri Nurhayati. Penulis merupakan anak pertama dari tiga bersaudara. Penulis adalah suami dari Henny Eka Wardhani, putri dari pasangan Bpk. H.Sarjuanto dan Ibu Hj. Sri Handayani, yang saat ini telah dikaruniai 3 orang anak (Rois, Anami, dan Layyin). Penulis telah menempuh pendidikan formal di SDN 1 Aikmual (1996-2002), SMPN 1 Praya (2002-2005), SMAN 1 Praya (2005-2008), dan Sekolah Tinggi Ilmu Statistik (STIS) angkatan 50 (2008-2012). Ketika di STIS, penulis mengambil jurusan Statistika peminatan Statistik Sosial dan Kependudukan. Penulis melanjutkan studi untuk program magister di jurusan Statistika FSAD ITS melalui program Tugas Belajar APBN BPS pada Tahun 2020. Penulis diterima dengan NRP 6003201022. Pengalaman yang diperoleh penulis selama kuliah S2 Statistika di ITS memberikan pelajaran dan pengalaman hidup yang sangat berharga sebagai proses pendewasaan diri dengan rasa syukur yang luar biasa. Semoga penulis dapat mengamalkan ilmu yang telah didapat serta mengimplementasikan dalam dunia kerja sekaligus menjadi amal sholih yang penuh keberkahan. Aamiin. Penulis yang akrab dipanggil Syirrul dapat dihubungi melalui alamat email [syirrul\\_hadi@bps.go.id](mailto:syirrul_hadi@bps.go.id) atau [syirrulhadiutama@gmail.com](mailto:syirrulhadiutama@gmail.com) untuk diskusi lebih lanjut terkait tulisan yang pernah dibuat. Semoga Bermanfaat.