



TESIS - BM185407

OPTIMASI PERENCANAAN PRODUKSI DI AIR SEPARATION UNIT MENGGUNAKAN MODEL MIXED INTEGER LINEAR PROGRAMMING

**Febri Iswahyudi
6032222146**

**Dosen Pembimbing:
Prof. Nurhadi Siswanto, S.T., M.S.I.E., Ph.D**

**PROGRAM STUDI MAGISTER MANAJEMEN TEKNOLOGI
SEKOLAH INTERDISIPLIN MANAJEMEN DAN TEKNOLOGI
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
2025**

LEMBAR PENGESAHAN TESIS

Tesis disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar

Magister Manajemen Teknologi (M.MT)

di

Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Oleh:

Febri Iswahyudi

NRP: 6032222146

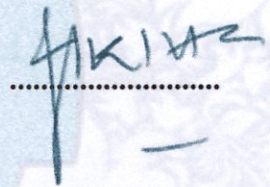
Tanggal Ujian: 29 Juli 2025

Periode Wisuda: September 2025

Disetujui oleh:

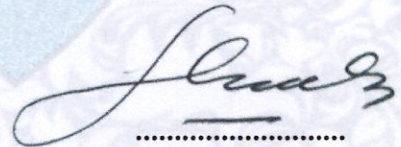
Pembimbing:

1. Prof. Nurhadi Siswanto, S.T., M.S.I.E., Ph.D.
NIP: 197005231996011001

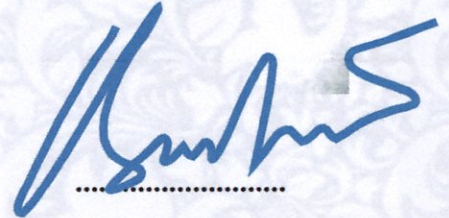


Penguji:

1. Prof. Dr. Ir. Abdullah Shahab, M.Sc.
NIP: 195204171979031002



2. Prof. Dr. Ir. Budisantoso Wirjodirdjo, M.E.
NIP: 195503081979031001



DEKAN SEKOLAH INTERDISIPLIN MANAJEMEN DAN TEKNOLOGI,



Prof. Dr. Tri Arief Sardjono, S.T., M.T.
NIP: 197002121995121001

Halaman ini sengaja dikosongkan

OPTIMASI PERENCANAAN PRODUKSI DI AIR SEPARATION UNIT MENGGUNAKAN MODEL MIXED INTEGER LINEAR PROGRAMMING

Nama : Febri Iswahyudi
NRP : 6032222146
Pembimbing : Prof. Nurhadi Siswanto, S.T., M.S.I.E., Ph.D.

ABSTRAK

Permasalahan utama yang dihadapi dalam perencanaan produksi di PT. XYZ adalah adanya ketidakpastian permintaan produk dari pelanggan. Hal ini ditunjukkan pada periode 2019 hingga 2023, terjadi ketidakseimbangan permintaan produk oksigen cair dengan produk nitrogen cair. Permintaan oksigen cair selama periode 2019 hingga 2023 berada di kisaran 2,954,446 m³ hingga 4,058,586 m³. Sedangkan, permintaan nitrogen cair berkisar antara 1,601,738 m³ hingga 2,760,897 m³. Perusahaan berkewajiban untuk memenuhi seluruh permintaan oksigen cair dari pelanggan. Di sisi lain terjadi surplus produksi nitrogen cair akibat rendahnya permintaan dan keterbatasan pada kapasitas tangki penyimpanan sehingga mengakibatkan pembuangan sebagian produk nitrogen cair. Kondisi tersebut menunjukkan perlunya evaluasi pada perencanaan produksi di *air separation unit* PT. XYZ. Salah satu alternatif yang dapat dilakukan untuk mengevaluasi kondisi tersebut dengan melakukan pengembangan optimasi pada perencanaan produksi menggunakan model *mixed integer linear programming (MILP)*. Penelitian ini bertujuan untuk mengembangkan model optimasi pada perencanaan produksi di *air separation unit* PT. XYZ dengan metode MILP untuk dapat meminimumkan jumlah *losses* produk berlebih pada nitrogen cair. Variabel penelitian yang diharapkan pada penelitian ini berupa variabel keputusan yang optimal meliputi jumlah produk yang dihasilkan, kebutuhan jam kerja normal dan jam kerja produksi, serta volume persediaan. Analisa hasil penelitian dilakukan dengan membandingkan antara strategi perencanaan produksi yang dilaksanakan oleh PT XYZ dengan strategi alternatif hasil pengembangan model menggunakan *software* Lindo 18.0. Hasil optimasi perencanaan produksi didapatkan bahwa strategi alternatif yang diusulkan dapat mengurangi jumlah produk berlebih khususnya produk nitrogen cair sebanyak 1.5% atau sebesar 27,885 m³ selama 12 bulan waktu perencanaan. Skenario Solusi terbaik hasil pengembangan optimasi perencanaan produksi berupa pengurangan jumlah produksi, pengurangan kebutuhan jam kerja produksi dan pengurangan volume persediaan.

Kata Kunci: perencanaan produksi, *mixed integer linear programming (MILP)*, *air separation unit*, produk berlebih.

OPTIMIZATION OF PRODUCTION PLANNING IN AIR SEPARATION UNIT USING MIXED INTEGER LINEAR PROGRAMMING MODEL

Name : Febri Iswahyudi
NRP : 6032222146
Supervisor : Prof. Nurhadi Siswanto, S.T., M.S.I.E., Ph.D.

ABSTRACT

The main problem encountered in production planning at PT XYZ is the uncertainty of product demand from customers. This is shown in the period 2019 to 2023, there is an imbalance in demand for liquid oxygen products with liquid nitrogen products. Demand for liquid oxygen during the period 2019 to 2023 ranges from 2,954 m³ to 4,058,586 m³. Meanwhile, liquid nitrogen demand ranges from 1,601,738 m³ to 2,760,897 m³. The company is required to fulfill all liquid oxygen demand from customers. On the other hand, there is liquid nitrogen production was overproduced because of low demand for liquid nitrogen and the limitations on the storage tank, so that causing the disposal of liquid nitrogen products. These conditions indicate that is needed for evaluation of production planning in the air separation unit of PT XYZ. One of alternatives to evaluate these conditions is optimization on production planning using mixed integer linear programming (MILP) model. The purpose of this research is developing an optimization model for production planning in the air separation unit of PT XYZ using the MILP method to minimize the excess product losses in liquid nitrogen. The research variables expected in this research are optimal decision variables include the number of products, normal working hours and production requirements, inventory volume that minimize the excess products. Analysis of the results of this research by comparing the production planning strategy implemented by PT XYZ with alternative strategy from the result of model development using Lindo 18.0 software. The results of production planning optimization found that the proposed alternative strategy reduces the number of excess products especially liquid nitrogen products by 1.5% or 27,885 m³ during the 12 months of planning time. The best solution scenario resulting from the development of production planning optimization are reduction in production, production working hours and inventory volume.

Keywords: production planning, mixed integer linear programming (MILP), air separation unit, excess product.

KATA PENGANTAR

Syukur Alhamdulillah atas rahmat dan hidayah Allah SWT sehingga penulis dapat menyelesaikan proposal penelitian tesis dengan judul “Optimasi Perencanaan Produksi di Air Separation Unit Menggunakan Model Mixed Integer Linear Programming”. Penyusunan proposal tesis ini dibuat dalam rangka menyelesaikan tugas akhir untuk memperoleh gelar Magister Manajemen Teknologi di Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya.

Penyelesaian proposal tesis ini tidak terlepas dari bimbingan dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, pada kesempatan ini penulis ingin menyampaikan terima kasih kepada:

1. Kedua orang tua penulis beserta istri dan saudara penulis, yang selalu memberikan dukungan dan nasehat dalam menempuh pendidikan di SIMT ITS.
2. Bapak Prof. Nurhadi Siswanto, S.T., M.S.I.E., Ph.D., selaku dosen pembimbing yang telah bersedia menyediakan waktu, tenaga dan pikiran untuk mengarahkan penulis dalam menyelesaikan tesis ini.
3. Bapak Prof. Dr. Tri Arief Sardjono, S.T., M.T., selaku dekan Sekolah Interdisiplin Manajemen dan Teknologi ITS.
4. Bapak Prof. Dr. Ir. Abdullah Shahab, M.Sc., atas kesediaan beliau sebagai penguji tesis sekaligus memberikan saran dan masukan demi perbaikan tesis ini.
5. Bapak Prof. Dr. Ir. Budisantoso Wirjodirdjo, M.E., atas kesediaan beliau sebagai penguji tesis sekaligus memberikan saran dan masukan demi perbaikan tesis ini.
6. Staf, supervisor dan manager PT XYZ yang telah membantu dalam proses pengambilan data untuk penelitian ini.
7. Rekan-rekan program studi Manajemen Industri MMT ITS angkatan 2023, serta semua pihak yang telah membantu penulis dalam penyusunan proposal tesis ini yang tidak dapat disebutkan satu persatu.

Apabila terdapat kesalahan dan kekurangan, penulis memohon saran dan masukan dari pembaca sehingga dapat memberikan manfaat dalam penyempurnaan proposal tesis ini. Semoga penelitian ini dapat memberikan manfaat bagi semua pihak.

Surabaya, Juli 2025

Penulis

DAFTAR ISI

ABSTRAK	ii
KATA PENGANTAR.....	iv
DAFTAR ISI.....	v
DAFTAR GAMBAR.....	vi
DAFTAR TABEL	vii
DAFTAR LAMPIRAN	
BAB 1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang Masalah	1
1.2 Perumusan Masalah	10
1.3 Tujuan Penelitian	10
1.4 Manfaat Penelitian	11
1.5 Batasan Masalah dan Asumsi	12
1.6 Sistematika Penulisan	13
BAB 2 TINJAUAN PUSTAKA.....	15
2.1 Air Separation Unit	15
2.2 Perencanaan Produksi Agregat	17
2.3 Mixed Integer Linear Programming	19
2.4 Analisis Bibliometrik	22
2.5 Penelitian Terdahulu	24
2.6 Analisis Penelitian Terdahulu	30
BAB 3 METODOLOGI PENELITIAN	35
3.1 Tahap Pengumpulan Data	36
3.2 Tahap Pengembangan Model dan Optimasi	38
3.3 Analisis Sensitivitas	47
3.4 Tahap Analisis.....	47
3.5 Tahap Kesimpulan dan Saran.....	48
BAB 4 PENGUMPULAN DATA, HASIL DAN PEMBAHASAN	49
4.1 Sistem Kerja Pengembangan Model	49
4.2 Pengumpulan Data	51

4.2.1	Produk yang dihasilkan dari <i>air separation unit</i> di PT. XYZ	51
4.2.2	Komponen biaya produksi <i>air separation unit</i> di PT. XYZ	52
4.2.3	Rencana produksi.....	55
4.2.4	Kapasitas penyimpanan produk	57
4.2.5	Ringkasan data masukan perencanaan produksi.....	58
4.3	Pengolahan Data	60
4.3.1	Formulasi fungsi tujuan	60
4.3.2	Formulasi fungsi pembatas	65
4.4	Analisis Hasil Penelitian.....	72
4.4.1	Analisis jumlah produk yang diproduksi.....	75
4.4.2	Analisis kebutuhan jam kerja normal dan jam kerja produksi	77
4.4.3	Analisis jumlah persediaan produk	80
4.5	Analisa Sensitivitas	83
4.5.1	Sensitivitas perubahan parameter jumlah permintaan terhadap solusi optimal.....	83
4.5.2	Sensitivitas perubahan parameter jumlah minimal persediaan terhadap Solusi optimal	87
4.6	Implikasi Manajerial.....	92
BAB 5 KESIMPULAN DAN SARAN		95
5.1	Kesimpulan.....	95
5.2	Saran	96
Daftar Pustaka		97
LAMPIRAN		

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1.1 Flow Diagram <i>Proses Air Separation Unit</i> PT. XYZ	3
Gambar 1.2 Grafik Permintaan Produk <i>Liquid</i> Oksigen dan <i>Liquid</i> Nitrogen PT. XYZ periode 2019 - 2023	4
Gambar 1.3 Kurva Pengaruh <i>Liquid</i> Nitrogen yang dibuang terhadap COGM.....	6
Gambar 1.4 Kurva Pengaruh <i>Liquid</i> Nitrogen yang dibuang terhadap Permintaan dan Produksi <i>Liquid</i> Nitrogen.....	7
Gambar 1.5 Kurva Pengaruh <i>Liquid</i> Nitrogen yang dibuang terhadap Permintaan dan Produksi <i>Liquid</i> Oxygen	7
Gambar 1.6 Kurva Pengaruh <i>Liquid</i> Nitrogen yang dibuang terhadap Jam Kerja Produksi	8
Gambar 2.1 <i>Proses Air Separation Unit</i>	15
Gambar 2.2 Diagram Konseptual <i>Aggregate Production Planning</i>	18
Gambar 2.3 Visual Jaringan Analisis Bibliometrik	23
Gambar 2.4 Perkembangan Penggunaan Kata Kunci pada Analisis Bibliometrik	24
Gambar 3.1 <i>Flowchart</i> Penelitian	35
Gambar 4.1 Ilustrasi Pengembangan Model Perencanaan Produksi.....	49
Gambar 4.2. Jumlah <i>Losses</i> Produk Berlebih pada Produk Nitrogen Cair	73
Gambar 4.3 Jumlah Permintaan Produk, Jumlah Produk yang Terpenuhi, dan Jumlah <i>Losses</i> Produk Berlebih pada Produk Nitrogen Cair.....	74
Gambar 4.4 Jumlah Produksi dan Permintaan Produk Oksigen Cair	76
Gambar 4.5 Jumlah Produksi, Permintaan, dan <i>Losses</i> Produk Berlebih pada Nitrogen Cair	77
Gambar 4.6 Kebutuhan Jam Kerja Normal untuk Mengoperasikan <i>Air Separation Unit</i>	78
Gambar 4.7 Kebutuhan Jam Kerja Produksi.....	79
Gambar 4.8 Jumlah Persediaan dan Jumlah Permintaan Produk Oksigen Cair Selama Satu Tahun	80
Gambar 4.9 Jumlah Persediaan Produk Nitrogen Cair Selama Satu Tahun	81

Gambar 4.10 Dampak Perubahan Permintaan Produk terhadap <i>Losses</i> Produk Berlebih pada Produk Oksigen Cair.....	83
Gambar 4.11 Dampak Perubahan Permintaan Produk terhadap <i>Losses</i> Produk Berlebih pada Produk Nitrogen Cair.....	84
Gambar 4.12 Dampak Perubahan Permintaan Produk terhadap Jumlah Produksi Oksigen Cair.....	85
Gambar 4.13 Dampak Perubahan Permintaan Produk terhadap Jumlah Produksi Nitrogen Cair.....	85
Gambar 4.14 Dampak Perubahan Permintaan Produk Oksigen Cair terhadap Kebutuhan Jam Kerja Normal.....	86
Gambar 4.15 Dampak Perubahan Permintaan Produk Nitrogen Cair terhadap Kebutuhan Jam Kerja Normal.....	86
Gambar 4.16 Dampak Perubahan Permintaan Produk Oksigen Cair terhadap Kebutuhan Jam Kerja Produksi.....	87
Gambar 4.17 Dampak Perubahan Permintaan Produk Nitrogen Cair terhadap Kebutuhan Jam Kerja Produksi.....	87
Gambar 4.18 Dampak Perubahan Jumlah Minimal Persediaan Produk terhadap <i>Losses</i> Produk Berlebih pada Produk Oksigen Cair.....	88
Gambar 4.19 Dampak Perubahan Jumlah Minimal Persediaan Produk terhadap <i>Losses</i> Produk Berlebih pada Produk Nitrogen Cair.....	88
Gambar 4.20 Dampak Perubahan Jumlah Minimal Persediaan Produk terhadap Jumlah Produksi Oksigen Cair.....	89
Gambar 4.21 Dampak Perubahan Jumlah Minimal Persediaan Produk terhadap Jumlah Produksi Nitrogen Cair.....	90
Gambar 4.22 Dampak Perubahan Jumlah Minimal Persediaan Produk Oksigen Cair terhadap Kebutuhan Jam Kerja Normal	90
Gambar 4.23 Dampak Perubahan Jumlah Minimal Persediaan Produk Nitrogen Cair terhadap Kebutuhan Jam Kerja Normal	91
Gambar 4.24 Dampak Perubahan Jumlah Minimal Persediaan Produk Oksigen Cair terhadap Kebutuhan Jam Kerja Produksi Oksigen Cair.....	91
Gambar 4.25 Dampak Perubahan Jumlah Minimal Persediaan Produk Nitrogen Cair terhadap Kebutuhan Jam Kerja Produksi Nitrogen Cair	92

DAFTAR TABEL

Tabel 1.1 Jumlah Permintaan, Jumlah Produksi dan Jumlah Produk <i>Liquid Nitrogen</i> yang dibuang dari 2021 hingga 2023	5
Tabel 2.1 Daftar Penelitian Terdahulu	32
Tabel 4.1 Biaya Listrik untuk Mengoperasikan <i>Air Separation Unit</i> di PT. XYZ	52
Tabel 4.2 Biaya Depresiasi dan Amortisasi <i>Air Separation Unit</i> PT. XYZ	53
Tabel 4.3 Biaya Tenaga Kerja di <i>Air Separation Unit</i> PT. XYZ.....	54
Tabel 4.4 Rencana Produksi di <i>Air Separation Unit</i> di PT. XYZ Tahun 2024.....	56
Tabel 4.5 Kapasitas Penyimpanan Produk <i>Air Separation Unit</i> di PT. XYZ.....	57
Tabel 4.6 Data Masukan Perencanaan Produksi untuk Pengembangan Model Optimasi	58
Tabel 4.7 Rangkuman dan Hasil Optimasi dari Perencanaan Produksi di <i>Air Separation Unit</i> PT. XYZ.....	74

Halaman ini sengaja dikosongkan

BAB 1

PENDAHULUAN

Pada bab pendahuluan ini akan dijelaskan mengenai latar belakang dari pelaksanaan penelitian, perumusan masalah yang diangkat pada penelitian, tujuan dilakukannya penelitian, manfaat penelitian dan batasan masalah serta sistematika penulisan yang digunakan dalam penelitian ini.

1.1. Latar Belakang

Richard et al., (2006) menuliskan bahwa produktivitas sebuah perusahaan sangat erat berkaitan dengan proses strategi desain perusahaan khususnya dari sudut pandang atau perspektif finansial. Strategi desain dari perspektif finansial terdiri dari dua strategi dasar, yaitu pertumbuhan (*growth*) dan produktivitas (*productivity*). Strategi pertumbuhan pendapatan (*growth*) berfokus pada pengembangan sumber-sumber pendapatan dan profitabilitas baru. Sedangkan, Strategi produktivitas (*productivity*) berfokus pada pengurangan biaya dan efisiensi pelaksanaan kegiatan operasional.

Pengurangan biaya dapat dilakukan dengan menurunkan biaya langsung produk dan jasa, menurunkan biaya tidak langsung, dan berbagi sumber daya bersama dengan bisnis unit lain. Salah satu cara yang dilakukan dalam pengurangan biaya dengan cara perencanaan dan penjadwalan produksi dengan baik. Perencanaan dan penjadwalan produksi pada industri manufaktur digunakan sebagai faktor penting dalam pengambilan keputusan untuk mengurangi biaya, memperpendek siklus produksi, dan meningkatkan efisiensi produksi (Chu et al., 2022).

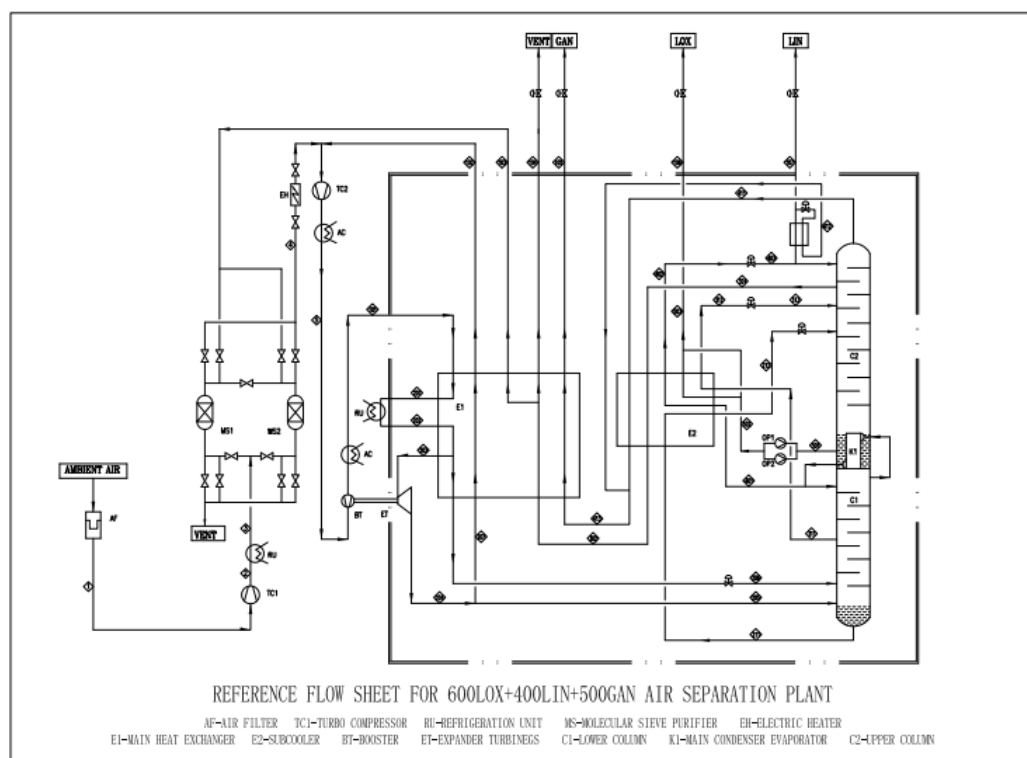
Perencanaan produksi terdiri dari penentuan jumlah produk yang akan diproduksi berdasarkan jumlah pesanan dari pelanggan dan tanggal pengiriman. Tujuan utama dari perencanaan produksi adalah untuk memenuhi persyaratan pesanan dari pelanggan baik dari segi kuantitas maupun kualitas dan diselesaikan dalam waktu yang ditentukan. Sehingga, tujuan utama dari perencanaan adalah

meminimalkan biaya produksi dan waktu produksi (Grieco et al., 2022).

Salah satu cara untuk meminimalkan biaya produksi terkait dengan komponen struktur biaya dengan cara menurunkan biaya langsung produk dan jasa, mengurangi biaya tidak langsung, dan berbagi sumber daya bersama dengan bisnis unit lain. Cara tersebut dapat dijadikan sebagai salah satu solusi alternatif yang dapat dipergunakan oleh PT XYZ khususnya di *air separation unit* dalam meminimalkan biaya produksi di tengah ketatnya persaingan bisnis.

PT XYZ merupakan perusahaan yang bergerak di bidang gas industri yang memproduksi gas industri dalam bentuk gas maupun dalam bentuk cairan melalui *air separation unit*. Kong et al., (2022) menulis *air separation unit* adalah proses pemisahan udara melalui proses kriogenik untuk menghasilkan sebuah produk berupa oksigen, nitrogen dan argon. Proses produksi oksigen cair, nitrogen cair, dan gas nitrogen di *air separation unit* PT. XYZ terdiri dari beberapa mesin yang saling berkaitan, dimulai dari udara atmosfer yang terdiri dari 78% nitrogen, 21% oksigen, 0.9% argon, dan 0,1% gas mulia lainnya diisap oleh kompresor dan disaring oleh filter udara untuk dibersihkan dari partikel debu. Udara yang sudah bersih dari partikel debu kemudian dikompresi oleh kompresor hingga mencapai tekanan 6 bar. Akibat adanya proses kompresi, temperatur udara yang keluar dari kompresor relatif panas sebesar 39.9 °C. Temperatur udara panas selanjutnya diturunkan dengan menggunakan mesin pendingin dari 39.9 °C menjadi 9 °C. Setelah udara mencapai 9 °C, proses berikutnya dilakukan pemurnian udara untuk menghilangkan kandungan uap air, karbon dioksida dan hidrokarbon. Udara yang sudah dimurnikan tersebut selanjutnya dikompresi lagi menggunakan kompresor untuk menaikkan tekanan dari 6 bar menjadi 25 bar untuk digunakan proses ekspansi pada *expander turbine*. Proses ekspansi bertujuan untuk menurunkan tekanan udara murni dari 31 bar menjadi 6 bar dan menghasilkan temperatur udara murni yang sangat dingin sebesar -165 °C hingga -172 °C. Udara murni yang sangat dingin tersebut selanjutnya dialirkan ke dalam kolom distilasi bagian bawah untuk dilakukan pemisahan komponen udara hingga mencapai tingkat kemurnian produk yang ditentukan. Pemisahan dan pemurnian produk di kolom distilasi berdasarkan titik didih setiap komponen udara, titik didih nitrogen sebesar -196 °C dan titik didih oksigen sebesar -183 °C. Setelah kemurnian dari produk sudah tercapai sebesar

$\geq 99.6\%$ O₂ untuk produk oksigen cair dan ≤ 1 ppm O₂ untuk produk nitrogen cair, produk tersebut dapat dialirkan dan disimpan ke dalam tangki penyimpanan. Masing-masing tangki penyimpanan memiliki kapasitas 100 m³ dengan dua tangki penyimpanan untuk setiap produk. Produk yang dihasilkan dari *air separation unit* PT XYZ termasuk multiproduk berupa gas nitrogen sebesar 550 m³/jam, oksigen cair sebesar 660 m³/jam dan nitrogen cair sebesar 440 m³/jam. Flow diagram dari proses *air separation unit* di PT. XYZ ditunjukkan pada Gambar 1.1

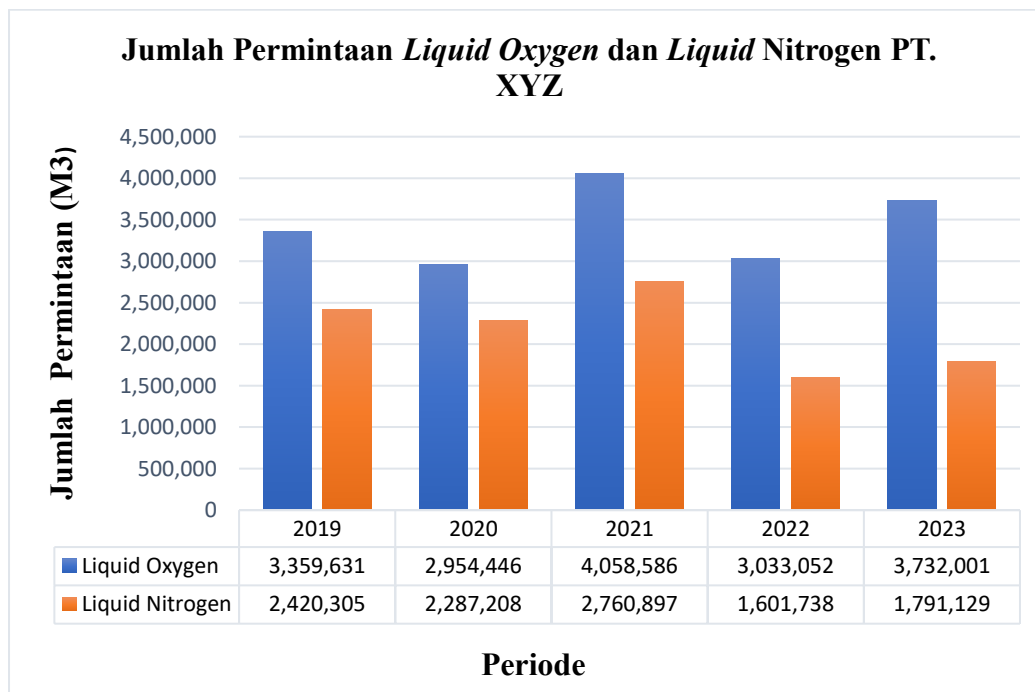


Gambar 1.1 *Flow diagram proses air separation unit PT. XYZ*

Salah satu kendala eksternal dan sering terjadi dalam mengoptimalkan operasi di sebuah air separation unit berupa kondisi pasar eksternal seperti permintaan pelanggan yang berubah-ubah (Adamson et al., 2017). Kondisi tersebut saat ini dialami oleh PT XYZ. Berdasarkan data permintaan produk di PT. XYZ menunjukkan bahwa selama lima tahun terakhir dari 2019 hingga 2023 permintaan nitrogen cair dan oksigen cair cenderung berubah-ubah dan tidak pasti seperti ditunjukkan pada Gambar 1.2.

Pada Gambar 1.2 terkait jumlah permintaan pelanggan dari 2019 hingga

2023 menunjukkan bahwa permintaan nitrogen cair cenderung mengalami penurunan sedangkan permintaan oksigen cair cenderung mengalami peningkatan. Dengan kondisi tersebut, menyebabkan produk nitrogen cair mengalami produksi berlebih. Perusahaan dituntut agar dapat memenuhi semua permintaan oksigen cair, namun di sisi lain hasil produksi nitrogen cair berlebih dan harus dibuang karena produk tidak dapat disimpan di *storage tank*. Produk nitrogen cair yang harus dibuang selama 3 tahun terakhir dari 2021 hingga 2023 mengalami peningkatan. Data tersebut ditunjukkan pada Tabel 1.1 sebagai berikut.

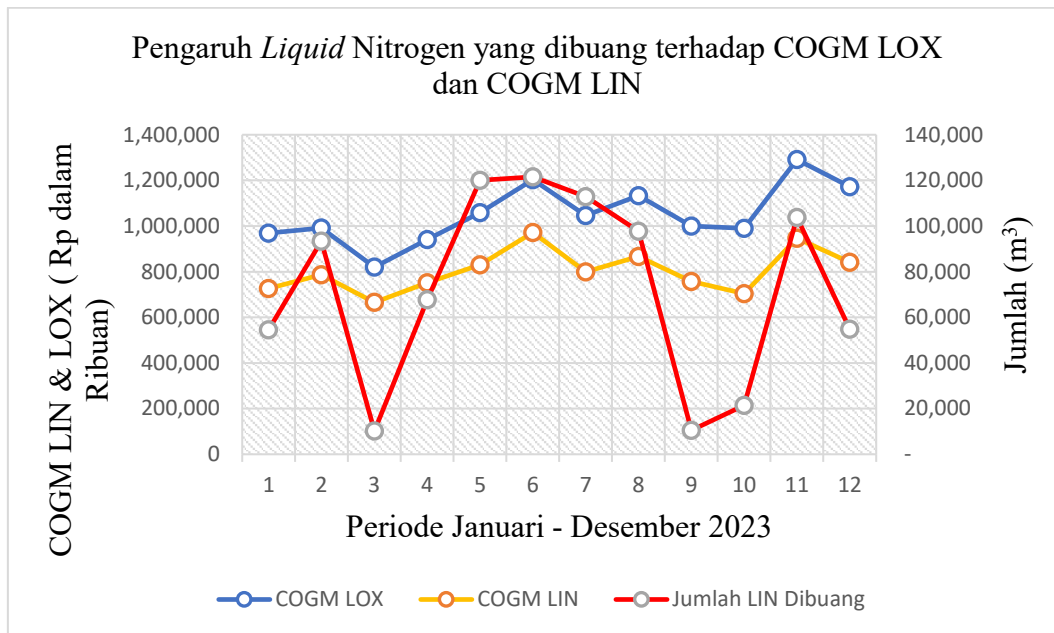


Gambar 1.2 Grafik permintaan produk *liquid* oksigen dan *liquid* nitrogen PT XYZ periode 2019-2023

Tabel 1.1 Jumlah Permintaan, Jumlah Produksi dan Jumlah Produk *Liquid Nitrogen* yang Dibuang dari 2021 hingga 2023

No	Deskripsi	Satuan	Periode		
			2021	2022	2023
1	Jumlah permintaan				
	Oksigen Cair	Ribuan m ³	4,0589	3,033	3,732
	Nitrogen Cair	Ribuan m ³	2,761	1,602	1,791
	Total Permintaan	Ribuan m ³	6,819	4,635	5,523
2	Jumlah Produksi				
	Oksigen Cair	Ribuan m ³	4,006	3,143	3,720
	Nitrogen Cair	Ribuan m ³	3,120	2,163	2,683
	Total Produksi	Ribuan m ³	7,126	5,306	6,403
3	Nitrogen Cair yang dibuang	Ribuan m ³	365	514	868

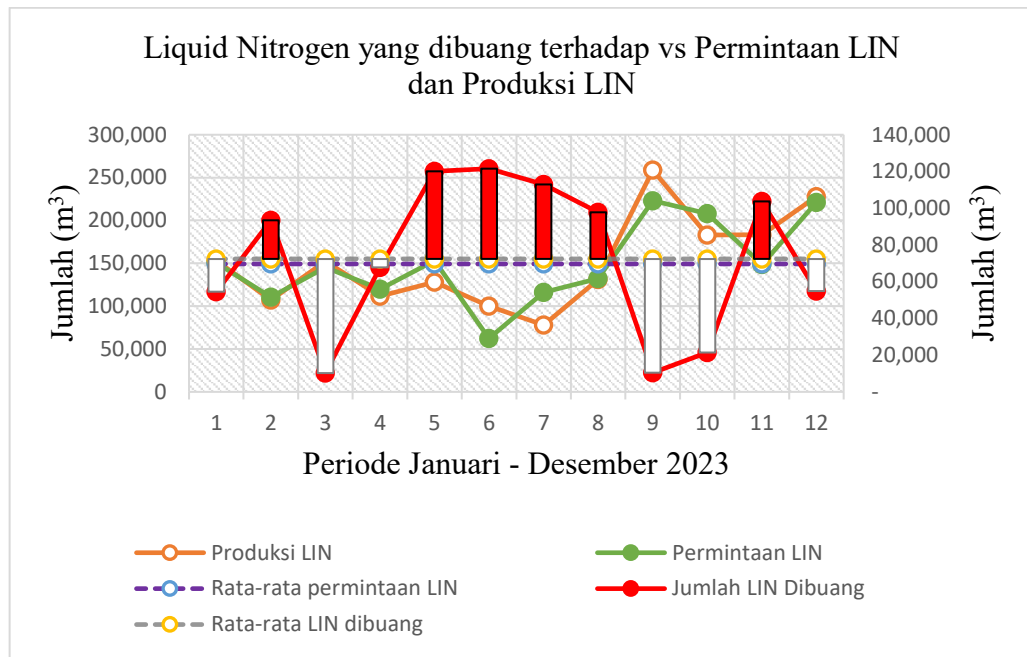
Hasil rekapan data produk nitrogen cair yang dibuang pada Tabel 1.1 menunjukkan bahwa produk nitrogen cair yang dibuang dari 2021 hingga 2023 mengalami peningkatan. Tahun 2021 produk nitrogen cair yang dibuang sebanyak 365.024 M³ mengalami peningkatan sebesar 137.97% di tahun 2023 menjadi 868.666 M³. Jumlah produk nitrogen cair yang dibuang memiliki dampak terhadap *cost of goods manufactured (COGM)*. COGM terdiri dari biaya langsung, biaya tenaga kerja dan biaya tidak langsung. Biaya langsung terdiri dari biaya material seperti bahan baku untuk proses produksi, bahan habis pakai untuk kebutuhan proses produksi, dan bahan yang digunakan untuk pengujian kualitas produk. Sedangkan biaya tidak langsung terdiri dari biaya penyusutan, biaya pemeliharaan, biaya utilitas umum, biaya asuransi dan pajak. Berikut Gambar kurva dampak jumlah liquid nitrogen yang dibuang terhadap biaya operasional pembuatan produk atau COGM.



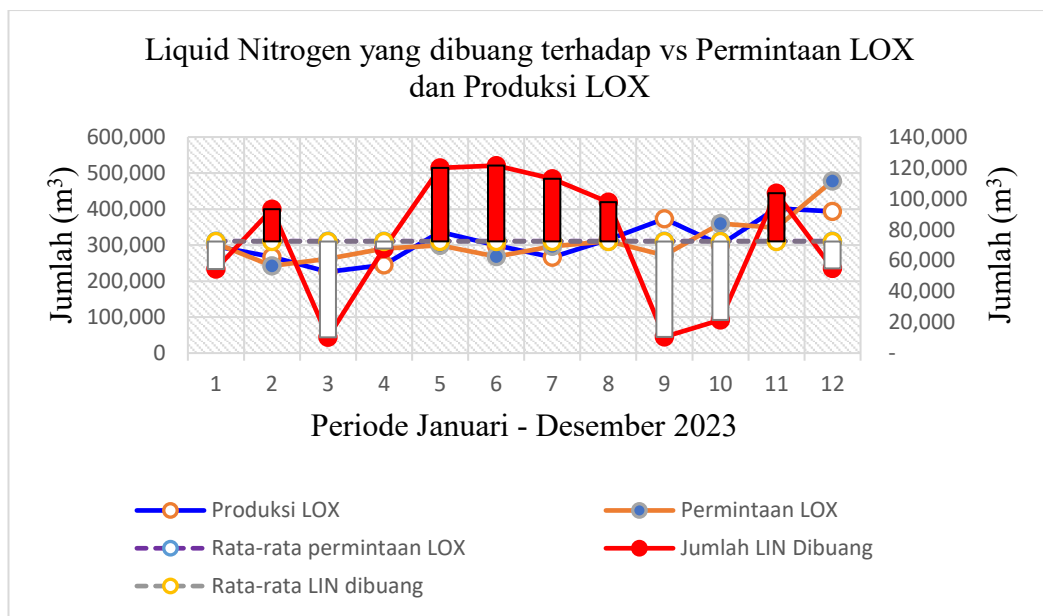
Gambar 1.3 Kurva pengaruh *liquid nitrogen* yang dibuang terhadap COGM

Gambar 1.3 menunjukkan dampak jumlah nitrogen cair yang dibuang terhadap biaya operasional pembuatan suatu produk. Semakin besar dari jumlah produk nitrogen cair yang dibuang berakibat pada semakin besar biaya operasional pembuatan produk baik produk oksigen cair maupun produk nitrogen cair. Begitu juga sebaliknya, ketika jumlah produk nitrogen cair yang dibuang semakin sedikit, maka biaya operasional pembuatan produk menjadi lebih efisien. Jumlah produk nitrogen cair yang dibuang di *air separation unit* PT. XYZ juga dipengaruhi oleh jumlah permintaan nitrogen cair dari pelanggan, seperti ditunjukkan Gambar 1.4.

Gambar 1.4 menunjukkan jumlah permintaan nitrogen cair dari pelanggan berpengaruh terhadap jumlah nitrogen cair yang dibuang. Saat permintaan nitrogen cair di bawah rata-rata permintaan setiap bulan sebesar 149.261 m^3 , jumlah produk nitrogen cair yang dibuang mengalami kenaikan. Pada bulan Februari, Juni, Juli dan Agustus menunjukkan jumlah nitrogen cair yang dibuang terjadi kenaikan. Hal itu disebabkan permintaan nitrogen cair pada bulan tersebut di bawah 149.261 m^3 . Faktor lain yang memengaruhi jumlah produk nitrogen cair yang dibuang adalah jumlah permintaan dan produksi oksigen cair yang mengalami kenaikan, seperti ditunjukkan Gambar 1.5.



Gambar 1.4 Kurva pengaruh *liquid nitrogen* (LIN) yang dibuang terhadap permintaan dan produksi *liquid nitrogen*

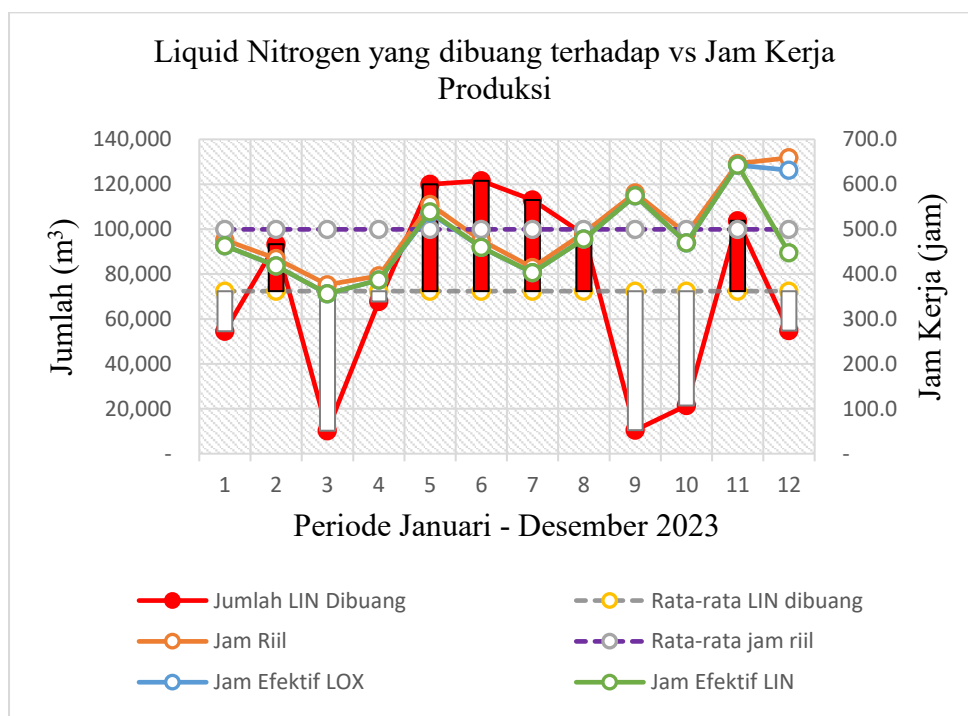


Gambar 1.5 Kurva pengaruh *liquid nitrogen* yang dibuang terhadap permintaan dan produksi *liquid oxygen*

Gambar 1.5 menunjukkan adanya kenaikan permintaan oksigen pada bulan Agustus sebesar 311.015 m³ dan bulan November sebesar 348.406 m³. Kenaikan permintaan tersebut di atas rata-rata permintaan setiap bulan selama 2023 sebesar

311.000 m³. Selain itu, pada bulan Mei 2023 terjadi kenaikan produksi oksigen cair sebesar 336.211 m³. Atas kenaikan permintaan dan produksi tersebut, menyebabkan produksi nitrogen cair yang dibuang semakin besar, yaitu di atas rata-rata bulanan sebesar 72.389 m³. Produksi nitrogen cair yang dibuang pada bulan Mei, Agustus, dan November masing-masing sebesar 120.034 m³, 97.786 m³ dan 103.723 m³.

Selain faktor yang menyebabkan kenaikan pada produk nitrogen cair yang dibuang, terdapat faktor yang menyebabkan penurunan pada produk nitrogen cair yang dibuang. Faktor tersebut berupa peningkatan permintaan nitrogen cair di atas rata-rata dan penurunan jam kerja produksi. Seperti ditunjukkan pada Gambar 1.4 dan Gambar 1.6 sebagai berikut.



Gambar 1.6 Kurva pengaruh *liquid nitrogen* yang dibuang terhadap jam kerja produksi

Gambar 1.6 menunjukkan jumlah produk nitrogen cair yang dibuang mengalami penurunan di bulan Januari, Maret, April, September, Oktober dan Desember. Penurunan tersebut disebabkan oleh peningkatan permintaan produk nitrogen cair di atas rata-rata di bulan September, Oktober, dan Desember, seperti

ditunjukkan Gambar 1.4. Selain disebabkan oleh adanya peningkatan permintaan nitrogen juga disebabkan oleh penurunan jam kerja riil produksi dan jam kerja produksi efektif. Jam kerja riil merupakan jam kerja yang dihitung sejak mesin dijalankan hingga mesin diberhentikan. Sedangkan, jam kerja produksi efektif merupakan jam kerja yang hanya dihitung saat mesin menghasilkan produk. Jam kerja produksi riil dan jam kerja produksi efektif di bulan Januari, Maret dan April mengalami penurunan di bawah rata-rata. Jam kerja riil di bulan Januari, Maret dan April masing-masing sebesar 476 jam, 376 jam dan 396 jam.

Salah satu permasalahan di *air separation unit* PT. XYZ berupa meningkatnya jumlah *losses* produk berlebih pada nitrogen cair. Salah satu faktor penyebab adanya peningkatan jumlah *losses* produk berlebih pada nitrogen adalah ketidakseimbangan antara permintaan pelanggan dengan jumlah produk nitrogen cair yang diproduksi. Jumlah produksi lebih tinggi dibandingkan dengan jumlah permintaan untuk produk nitrogen cair. Ketidakseimbangan antara permintaan produk oksigen cair dan produk nitrogen cair juga menjadi faktor penyebab kenaikan dari jumlah *losses* produk berlebih. Pada periode tertentu, permintaan oksigen cair mengalami peningkatan, sedangkan permintaan nitrogen cair mengalami penurunan. Oleh sebab itu, diperlukan penelitian yang dapat menurunkan jumlah *losses* produk berlebih akibat ketidakseimbangan permintaan pelanggan dengan jumlah produksi dan ketidakseimbangan permintaan produk oksigen cair dan produk nitrogen cair. Penelitian tersebut berupa optimasi pada perencanaan produksi di *air separation unit* PT. XYZ dengan menggunakan metode *Mixed Integer Linear Programming* (MILP). Optimasi perencanaan produksi menggunakan metode MILP bertujuan untuk menurunkan jumlah *losses* produk berlebih pada nitrogen cair berupa skenario yang optimal dari kebutuhan produk yang diproduksi, kebutuhan jam kerja produksi dan jumlah produk yang mengalami *losses* produk berlebih.

Menurut Cedillo-Robles et al. (2021), penggunaan model optimasi *Mixed Integer Linear Programming* pada perencanaan produksi agregat di perusahaan manufaktur makanan ringan di Monterrey, Meksiko bertujuan untuk memaksimalkan keuntungan dengan mempertimbangkan ketidakpastian permintaan. Hasil dari penggunaan model optimasi *mixed integer linear*

programming berupa meningkatnya keuntungan perusahaan. Faktor bias peramalan dan tingkat *safety stock* menjadi faktor yang sangat berpengaruh terhadap keuntungan perusahaan.

Donatus Feriyanto Simamora (2017), menggunakan model *mixed integer linear programming (MILP)* untuk meminimalkan biaya produksi perakitan *wiring hardness*. Hasil penelitian menunjukkan bahwa model MILP dapat memberikan solusi yang efektif berupa penurunan biaya produksi sebesar 0.4% melalui strategi penambahan jumlah karyawan. Menurut Vanzetti et al. (2021) hasil penggunaan model optimasi energi menggunakan MILP pada operasi penggergajian kayu pada tahap pengeringan berupa penurunan biaya dan konsumsi bahan bakar. Hasil penggunaan optimasi MILP menunjukkan perbedaan yang signifikan pada biaya pengeringan dan konsumsi bahan bakar, sehingga penggunaan sumber daya menjadi lebih efisien.

Perencanaan produksi yang tidak tepat dapat memengaruhi biaya produksi dan jumlah produk yang dihasilkan. Mengatasi hal ini diperlukan penelitian dan pengkajian dalam perencanaan produksi yang tepat agar proses produksi terutama terkait dengan masalah produk berlebih dan pemborosan biaya produksi dapat diminimalkan. Penyusunan rencana produksi yang sesuai dan tepat untuk memenuhi kebutuhan dari pelanggan dapat berakibat berkurangnya biaya produksi dan meningkatkan margin profit bagi perusahaan.

Penelitian ini diharapkan dapat mengembangkan model optimasi pada perencanaan produksi di PT. XYZ menggunakan *mixed integer linear programming* yang disebabkan adanya ketidakpastian permintaan pelanggan sehingga dapat mempengaruhi rencana produksi dan biaya produksi. Fungsi tujuan yang diharapkan berupa penurunan biaya produksi dan penurunan jumlah produk berlebih.

1.2. Perumusan Masalah

Ketidakseimbangan permintaan produk dari pelanggan dengan jumlah produk yang diproduksi berakibat meningkatnya jumlah produk berlebih dan harus dibuang mendorong peneliti untuk melakukan evaluasi dan perbaikan perencanaan produksi *air separation unit* di PT. XYZ. Evaluasi dan perbaikan perencanaan

produksi dilakukan dengan menggunakan pendekatan optimasi *mixed integer linear programming*. Hasil optimasi perencanaan produksi yang optimal akan menghasilkan skenario perencanaan produksi yang dapat meminimalkan produk berlebih pada produk nitrogen cair. Permasalahan *air separation unit* PT. XYZ dapat dirumuskan sebagai berikut:

1. Bagaimana mengembangkan model perencanaan produksi di *air separation unit* PT. XYZ?
2. Bagaimana mengembangkan skenario perencanaan produksi yang paling optimal di *air separation unit* PT. XYZ?

1.3. Tujuan Penelitian

Tujuan dilakukannya penelitian ini adalah:

1. Mengembangkan model optimasi menggunakan *mixed integer linear programming* untuk meminimalkan produk berlebih khususnya produk nitrogen cair pada perencanaan produksi di *air separation unit* PT. XYZ.
2. Memberikan skenario solusi terbaik pada perencanaan produksi untuk meminimumkan produk berlebih khususnya produk nitrogen cair di *air separation unit* PT. XYZ.

1.4. Manfaat Penelitian

Adapun beberapa manfaat yang dapat diperoleh dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Dari hasil optimasi, diperoleh skenario perencanaan produksi *air separation unit* PT. XYZ yang optimal yang dapat meminimalkan jumlah *losses* produk berlebih pada produk nitrogen cair.
2. Dengan didapatkan perencanaan produksi yang dapat meminimalkan jumlah *losses* produk berlebih dan berakibat menurunnya biaya produksi, sehingga perusahaan menjadi lebih kompetitif di pasar gas industri.

1.5. Batasan Masalah dan Asumsi

Dalam pembahasan permasalahan, maka digunakan batasan atau asumsi sebagai berikut:

1.5.1. Batasan Masalah

1. Penelitian ini dilakukan pembatasan pada perencanaan produksi *air separation unit* di PT. XYZ yang berlokasi di kawasan industri Makassar
2. Penelitian ini bertujuan untuk mengembangkan model perencanaan produksi menggunakan metode MILP dengan hasil pengolahan berupa skenario optimal dari perencanaan produksi di *air separation unit* PT. XYZ yang dapat meminimumkan *losses* produk berlebih pada nitrogen cair.
3. Semua permintaan pelanggan berupa permintaan produk oksigen cair dan produk nitrogen nitrogen harus dapat terpenuhi.
4. Data perencanaan produksi yang diperlukan untuk proses optimasi yang terdiri dari jenis produk yang dihasilkan, komponen biaya produksi, rencana produksi, dan kapasitas penyimpanan produk berdasarkan kondisi aktual di *air separation unit* PT. XYZ periode januari 2024 hingga Desember 2024.
5. Metode optimasi perencanaan produksi menggunakan metode *mixed integer linear programming (MILP)*. Salah satu hasil variabel keputusan yaitu variabel Op_{it} merupakan bilangan *integer* berjenis *0-1 Integer Programming*. Variabel Op_{it} merupakan variabel keputusan berupa bilangan *integer*, yang menjelaskan jenis produk i yang mengalami produk berlebih pada periode t . Variabel Op_{it} bernilai 0 apabila produk i pada periode t tidak mengalami produksi berlebih, dan bernilai 1 apabila produk i pada periode t mengalami produksi berlebih. Sedangkan fungsi dari *linear programming* meliputi variabel keputusan berupa bilangan real atau bilangan bulat. Variabel keputusan tersebut meliputi jumlah total produksi, jumlah kebutuhan jam kerja normal, jumlah kebutuhan jam kerja produksi, jumlah persediaan produk, dan jumlah *losses* produk berlebih pada produk i selama periode t .

6. Jenis Produk di *air separation unit* PT. XYZ yang digunakan objek penelitian berupa oksigen cair dan nitrogen cair.
7. Biaya produksi terdiri dari biaya bahan pembantu, biaya listrik selama proses *cooling down* dan proses produksi, biaya sewa dan asuransi, biaya perawatan dan perbaikan, biaya amortisasi dan depresiasi, biaya *losses* produksi dan *losses* produk berlebih, dan biaya tenaga kerja.

1.5.2. Asumsi Penelitian

Asumsi penelitian yang digunakan oleh peneliti adalah sebagai berikut:

1. Jumlah permintaan produk dari pelanggan berubah-ubah di setiap periode t , sehingga hasil perencanaan produksi ikut berubah menyesuaikan jumlah permintaan pelanggan, jumlah persediaan produk di periode sebelumnya, dan fungsi-fungsi batasan produksi lainnya yang telah ditentukan.
2. Kapasitas produksi dari *air separation unit* PT. XYZ untuk produk i selama periode t jumlahnya konstan atau tetap, yaitu sebesar $615 \text{ m}^3/\text{jam}$ untuk kapasitas produksi oksigen cair, dan $480 \text{ m}^3/\text{jam}$ untuk kapasitas produksi nitrogen cair.
3. Kebutuhan jam kerja *cooling down* selama periode t sebesar 16 jam kerja dan hanya terjadi 1x *cooling down* untuk setiap periode t
4. Tidak ada biaya tenaga kerja lembur selama periode t .

1.6. Sistematika Penulisan

Untuk mempermudah penyajian penelitian ini, peneliti membuat uraian secara garis besar setiap bagian bab sebagai berikut:

BAB I Pendahuluan

Memuat latar belakang penelitian tentang optimasi rencana produksi di *air separation unit*, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, dan batasan yang digunakan dalam menyelesaikan masalah serta susunan atau sistematika penulisan dari penelitian.

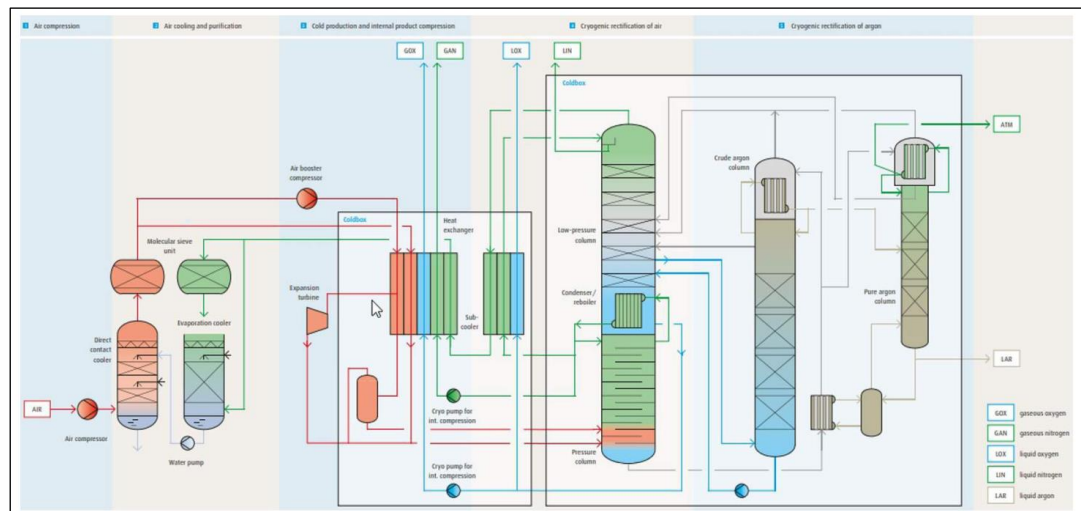
BAB II	Tinjauan Pustaka Teori-teori yang melandasi dari penelitian, meliputi teori terkait dengan perencanaan produksi, <i>air separation unit</i> dan optimasi menggunakan model <i>mixed integer linear programming (MILP)</i>.
BAB III	Metode Penelitian Membahas tentang metode-metode yang digunakan dalam penelitian serta langkah-langkah yang dilakukan dalam menyelesaikan permasalahan.
BAB IV	Pengumpulan dan Pengolahan Data, serta Analisis Hasil Penelitian Membahas tentang proses pengumpulan dan pengolahan data yang dilakukan selama penelitian. Pengolahan data dilakukan dengan menerapkan metode <i>Mixed Integer Linear Programming</i> dengan bantuan <i>software</i> Lingo 18.0. Analisis hasil penelitian dilakukan dengan membandingkan strategi perencanaan produksi yang dilaksanakan di PT. XYZ dengan strategi alternatif dari hasil optimasi.
BAB IV	Kesimpulan dan saran Kesimpulan terhadap hasil penelitian yang dilakukan untuk menjawab tujuan penelitian. Saran diberikan untuk memperbaiki penelitian yang akan datang berdasarkan kelemahan dan kekurangan pada penelitian

BAB 2

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Air Separation Unit

Air Separation Unit adalah proses pemisahan udara menjadi komponen-komponen utama penyusunnya berupa nitrogen, oksigen dan argon melalui distilasi kriogenik (Loterio et al., 2018). Proses distilasi kriogenik merupakan proses pemisahan udara melalui proses distilasi bertingkat berdasarkan perbedaan temperatur titik didih dari komponen udara. Komposisi udara di atmosfer terdiri dari 78.08% nitrogen, 20.95% oksigen, 0.93% argon dan 0.04 gas mulia lainnya. Proses dari *Air Separation Unit* terdiri dari beberapa tahapan seperti ditunjukkan pada Gambar 2.1 sebagai berikut:



Gambar 2.1 Proses *air separation unit* (Linde, 2019)

2.1.1 Kompresi Udara (*Air Compression*)

Udara sebelum dilakukan proses kompresi oleh kompresor udara dilakukan penyaringan pada filter udara. Proses penyaringan ini bertujuan untuk membersihkan udara dari debu dan partikel lain. Udara bersih yang sudah melalui proses penyaringan, selanjutnya dilakukan proses kompresi oleh kompresor udara berdasar tekanan, temperatur dan kapasitas proses yang diperlukan.

2.1.2 Pendinginan Udara dan Purifikasi (*Air Cooling and Purification*)

Pada tahap ini akan dilakukan proses pendinginan udara dan purifikasi. Pada tahap pendinginan udara akan dilakukan pengurangan kandungan uap air dengan cara menurunkan temperatur udara dari 40 °C menjadi 5 °C hingga 10 °C. Sedangkan tahap purifikasi merupakan proses pemurnian udara untuk menghilangkan kandungan air, karbon dioksida dan hidrokarbon dengan bantuan *molecular sieve adsorber*. Purifikasi atau pemurnian udara dilakukan pada dua bejana adsorber yang beroperasi secara bergantian. Satu bejana adsorber melakukan pemurnian udara proses, sedangkan satu bejana lain melakukan proses regenerasi.

2.1.3 Proses Pendinginan dan kompresi produk internal (*Cold Production and Internal Product Compression*)

Proses pendinginan bertujuan untuk mendinginkan udara kering yang masuk ke dalam kolom distilasi bagian bawah atau kolom distilasi *high pressure*. Pendinginan udara kering dilakukan oleh ekspansi turbin hingga mendekati temperatur titik didih sebesar -165 °C hingga -172 °C. Proses kompresi pada produk internal menggunakan pompa kriogenik melalui *main heat exchanger*. Proses kompresi produk internal bertujuan untuk merubah bentuk produk dari cairan menjadi gas yang bertekanan tinggi.

2.1.4 Rektifikasi udara secara kriogenik (*Cryogenic rectification of air*)

Rektifikasi udara secara bertujuan untuk memisahkan, memurnikan dan mencairkan produk berupa oksigen, nitrogen dan argon berdasarkan temperatur titik didih. Pada kolom distilasi *high pressure* udara dipisahkan menjadi nitrogen murni di bagian atas dan oksigen tidak murni di bagian bawah. Sedangkan kolom distilasi *low pressure* memiliki tujuan untuk memurnikan oksigen (Leiva et al., 2020).

2.1.5 Rektifikasi Argon secara Kriogenik (*Cryogenic rectification of argon*)

Rektifikasi argon bertujuan untuk memurnikan udara yang memiliki kandungan kaya argon pada kolom distilasi LP menjadi argon murni. Udara yang memiliki kandungan kaya argon dilakukan pemurnian menjadi argon mentah yang bebas dari oksigen di kolom argon mentah atau *crude argon column*. Sedangkan,

pemurnian argon mentah menjadi argon murni dengan menghilangkan kandungan nitrogen dilakukan di kolom argon murni atau pure *argon column*.

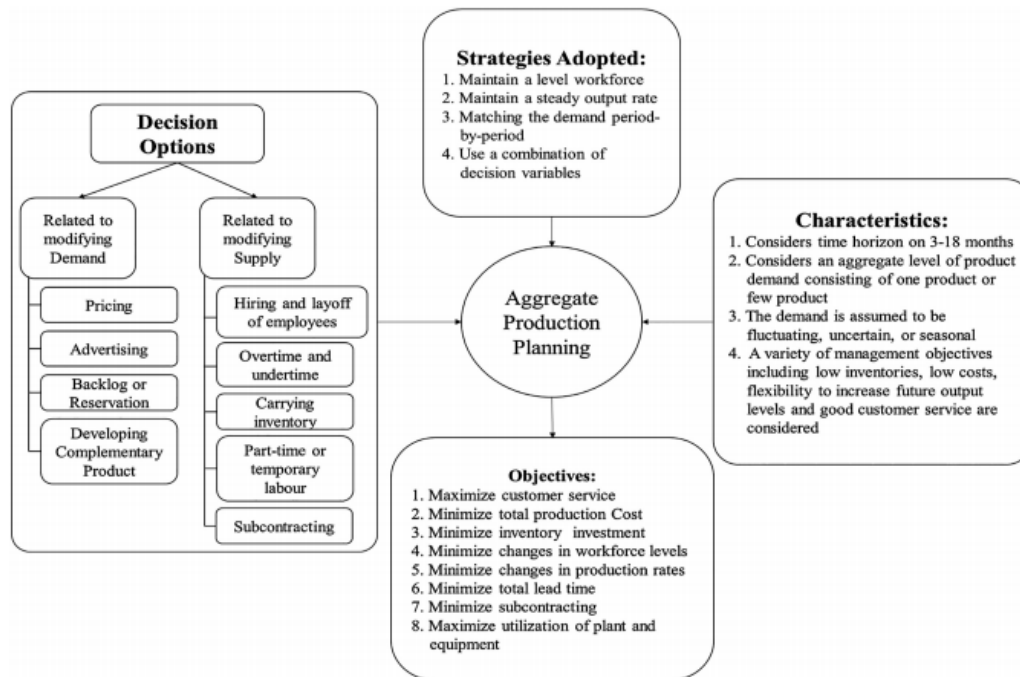
2.2 Perencanaan Produksi Agregat

Menurut Richard et al. (2006), perencanaan agregat produksi atau *Aggregate Production Planning* (APP) merupakan penetapan tingkat produksi berdasarkan kelompok produk atau kategori luas lainnya untuk jangka menengah antara 3 hingga 18 bulan. Sebuah proses perencanaan dibentuk melalui pemanfaatan sumber daya yang tersedia secara optimal untuk memenuhi semua permintaan pelanggan (Simamora D. F., 2017).

Tujuan utama dari perencanaan agregat produksi adalah untuk menentukan kombinasi optimal dari jumlah produksi, jumlah tenaga kerja, dan jumlah persediaan yang ada. Jumlah produksi berdasar pada unit yang diselesaikan per unit waktu (per jam atau per hari). Jumlah tenaga kerja berdasar pada jumlah pekerja yang dibutuhkan untuk menjalankan proses produksi ($\text{produksi} = \text{jumlah produksi} \times \text{jumlah tenaga kerja}$). Jumlah persediaan berdasarkan pada jumlah produk yang disimpan dari produk yang tidak terpakai atau terjual dari periode sebelumnya. Sebuah proses perencanaan yang disusun berfungsi sebagai solusi terbaik untuk memenuhi perkiraan permintaan dengan biaya produksi minimum dengan menyeimbangkan kapasitas produksi yang ada dalam jangka waktu menengah antara 3-18 bulan (Dohale et al., 2022).

Teknik optimasi matematis banyak digunakan dalam studi APP, seperti ditunjukkan pada Gambar 2.2. Menurut Dohale et al. (2022), APP terdiri dari delapan jenis fungsi tujuan yang berbeda, meliputi:

1. Memaksimalkan layanan ke pelanggan
2. Meminimalkan total biaya produksi,
3. Meminimalkan investasi persediaan,
4. Meminimalkan perubahan tingkat tenaga kerja,
5. Meminimalkan perubahan tingkat produksi,
6. Meminimalkan total waktu tunggu,
7. Meminimalkan subkontrak
8. Memaksimalkan pemanfaatan pabrik dan peralatan.



Gambar 2.2 Diagram konseptual *aggregate production planning* (Dohale et al., 2022)

Selain itu, Gambar 2.2 menunjukkan karakteristik dari perencanaan agregat produksi, meliputi:

1. Jangka waktu perencanaan agregat produksi tergolong jangka waktu menengah, yaitu 3 hingga 18 bulan dan dilakukan evaluasi setiap bulan
2. Tingkat agregat permintaan produk terdiri dari satu produk atau beberapa produk
3. Permintaan pelanggan bersifat fluktuatif, tidak pasti, atau musiman
4. Tujuan manajemen yang bervariasi seperti untuk meminimalkan jumlah persediaan produk dan biaya produksi, serta untuk meningkatkan kapasitas produksi dan pelayanan ke pelanggan.

Menurut Aboelseod et al. (2023), terdapat tiga strategi utama untuk melakukan perencanaan agregat produksi yaitu *level* strategi, *chase* strategi, dan *mixed* strategi. *Level* strategi bertujuan untuk mempertahankan tingkat produksi yang stabil dengan menggunakan jumlah tenaga kerja yang tetap dan persediaan yang berlebih saat terjadi fluktuasi permintaan. *Chase* strategi bertujuan untuk

menyesuaikan permintaan pelanggan dengan tingkat produksi pada periode sekarang hingga periode kedepan melalui berbagai metode seperti penyesuaian atau variasi jumlah tenaga kerja, subkontrak, jam lembur, dan optimalisasi peralatan. *Mixed* strategi dilakukan dengan cara menyesuaikan jumlah produksi dan jumlah persediaan untuk menerapkan rencana produksi yang paling efektif.

Menurut Aboelseod et al. (2023), teknik-teknik untuk mendapatkan solusi atas permasalahan perencanaan agregat produksi dapat bersifat informal, optimal, atau mendekati optimal. Teknik informal dilakukan dengan pembuatan alat bantu visual seperti tabel atau grafik untuk membantu perencanaan dengan memanfaatkan kapasitas produksi dalam memenuhi permintaan. Selain itu, teknik informal dapat dilakukan melalui pengembangan rencana alternatif. Sedangkan, teknik optimal dalam mencari solusi permasalahan perencanaan agregat produksi menggunakan model optimasi seperti model optimasi *linear programming*, *transportation methods*, *goal programming*, *linear decision rules* untuk mendapatkan solusi yang optimal.

2.3 Mixed Integer Linear Programming

Mixed Integer Linear Programming merupakan penggabungan variabel bernilai real, bilangan bulat, dan bilangan biner dalam matematika linear serta merupakan hasil pengembangan dari *linear programming*. Metode *linear programming* menghasilkan variabel keputusan berupa sebagian bilangan bulat dan sebagian bilangan pecahan, maka metode tersebut dinamakan *mixed integer linear programming* (Wildan et al., 2014). Menurut Sampurno & Sudiarso (2018), *mixed integer linear programming* adalah salah satu teknik dimana variabel keputusan menggunakan nilai yang integer atau bilangan bulat.

2.3.1 Linear Programming

Menurut Richard et al. (2006), *linear programming* merupakan penggunaan teknik optimasi matematis dalam mengalokasikan sumber daya yang terbatas untuk dapat memenuhi permintaan pelanggan yang berubah-ubah dengan cara yang optimal. *Linear programming* merupakan teknik dalam manajemen sains yang digunakan untuk menentukan cara optimal untuk mencapai tujuan yang disesuaikan dengan batasan dan dalam kondisi semua hubungan matematis bersifat *linear*

(Wildan et al., 2014). Pemrograman *linear programming* merupakan metode untuk meminimalkan atau memaksimalkan fungsi tujuan linear yang disesuaikan pada persamaan batasan atau persamaan linear (Rosenhahn, 2023).

Penerapan *linear programming* untuk mendapatkan solusi dari permasalahan operasi manajemen (Richard et al., 2006), meliputi:

1. Perencanaan agregat penjualan dan operasi

Penggunaan model optimasi *linear programming* bertujuan untuk menentukan jadwal produksi dengan biaya minimum. Solusi yang diharapkan untuk mengembangkan rencana operasi dan penjualan selama tiga hingga enam bulan untuk memenuhi permintaan pelanggan berupa kapasitas produksi dan jumlah tenaga kerja yang optimal. Hambatan dan tantangan yang harus dipertimbangkan meliputi tarif tenaga kerja waktu reguler dan waktu lembur, perekrutan dan pengurangan karyawan, subkontrak, dan biaya penyimpanan bahan baku atau produk.

2. Analisa produktivitas layanan atau manufaktur

Penggunaan model optimasi *linear programming* bertujuan untuk membandingkan efisiensi hasil layanan dan manufaktur pada unit yang menggunakan sumber daya sendiri dengan unit lain yang memiliki kinerja terbaik. Hal tersebut dilakukan dengan menggunakan pendekatan *data envelopment analysis*.

3. Perencanaan produksi

Penggunaan model optimasi *linear programming* bertujuan untuk memperoleh jumlah produk yang optimal atas perbedaan biaya produksi dan sumber daya.

4. Penentuan rute produksi

Penggunaan model optimasi *linear programming* bertujuan untuk memperoleh cara optimal untuk menghasilkan dan menjalankan proses produksi secara berurutan melalui beberapa titik pusat mesin, dengan setiap titik pusat mesin memiliki karakteristik biaya dan kapasitas berbeda-beda.

5. Penjadwalan kendaraan atau kru kendaraan

Menemukan cara optimal dalam penggunaan sumber daya transportasi beserta kru pengoperasiannya untuk menyediakan layanan transportasi dan pengangkutan material dari lokasi asal ke lokasi tujuan.

6. Pengendalian proses produksi

Penggunaan model optimasi *linear programming* bertujuan untuk meminimalkan jumlah bahan baku yang tersisa dari proses produksi.

7. Pengendalian persediaan

Penggunaan model optimasi *linear programming* bertujuan untuk menemukan jumlah produk yang optimal untuk disimpan di gudang penyimpanan.

8. Penjadwalan pengiriman

Penggunaan model optimasi *linear programming* bertujuan untuk mendapatkan jadwal pengiriman yang optimal dalam mendistribusikan produk antara pabrik dengan gudang atau antara gudang dengan lokasi pengecer.

9. Studi penentuan lokasi pabrik

Penggunaan model optimasi *linear programming* bertujuan untuk menemukan lokasi optimal untuk pabrik baru dengan mengevaluasi biaya pengiriman antara lokasi alternatif dengan sumber pemasok dan pelanggan.

10. Pemindahan material atau *material handling*

Penggunaan model optimasi *linear programming* bertujuan untuk menemukan rute dengan biaya minimum dari pemindahan material antar departemen di satu lokasi pabrik, atau pemindahan material dari lokasi pemasok ke lokasi pabrik. Faktor yang menjadi pertimbangan berupa kapasitas dan kemampuan setiap unit pemindah material yang berbeda-beda.

Terdapat lima (5) kondisi permasalahan penting yang berkaitan dengan *linear programming*, yaitu:

1. Adanya sumber daya yang terbatas, seperti: jumlah pekerja, peralatan, keuangan, dan material yang terbatas.
2. Memiliki tujuan yang jelas, seperti: memaksimalkan keuntungan atau meminimalkan biaya.
3. Terdapat linearitas atau hubungan yang bersifat proporsional antara dua variabel. Contoh, jika waktu yang dibutuhkan untuk membuat satu unit produk selama tiga jam, maka waktu yang dibutuhkan untuk membuat dua produk selama enam jam dan waktu yang dibutuhkan untuk membuat tiga produk selama sembilan jam.

4. Adanya homogenitas, yang berarti produk yang dihasilkan dari sebuah mesin bersifat identik.
5. Adanya pembagian, pemrograman linear normal mengasumsikan produk dan sumber daya dapat dibagi menjadi beberapa bagian.

2.3.2 Integer Programming

Integer Programming (IP) merupakan formulasi pemrograman linear untuk memecahkan masalah dengan mengharuskan nilai dari suatu sumber daya berupa nilai bilangan bulat (integer). Contoh dari sumber daya yang harus memiliki nilai bilangan bulat yaitu manusia, mesin, kendaraan, dan aktivitas dalam jumlah bilangan bulat. Model matematis untuk *integer programming* adalah model pemrograman linear dengan beberapa batasan tambahan, bahwa variabel-variabel keputusan harus bernilai bilangan bulat. Jika hanya sebagian variabel yang harus memiliki nilai bilangan bulat, model ini disebut dengan *mixed integer programming*.

Beberapa penerapan *integer programming* yang melibatkan dari pengembangan dari pemrograman linear, dimana asumsi keterbagian harus dihilangkan. Variabel keputusan dalam *integer programming* hanya dibatasi pada dua nilai yang saling terkait, yaitu 0 dan 1. Contohnya keputusan ya atau tidak terhadap j , seperti ditunjukkan sebagai berikut

$$x_j = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$$

dimana jika variabel $x_j = 1$ berarti keputusan terhadap j adalah ya, apabila $x_j = 0$ berarti keputusan terhadap j adalah tidak. Variabel-variabel tersebut disebut dengan variabel biner atau variabel 0-1. *Integer programming* yang hanya berisi variabel biner disebut dengan *Binary Integer Programming (BIP)*.

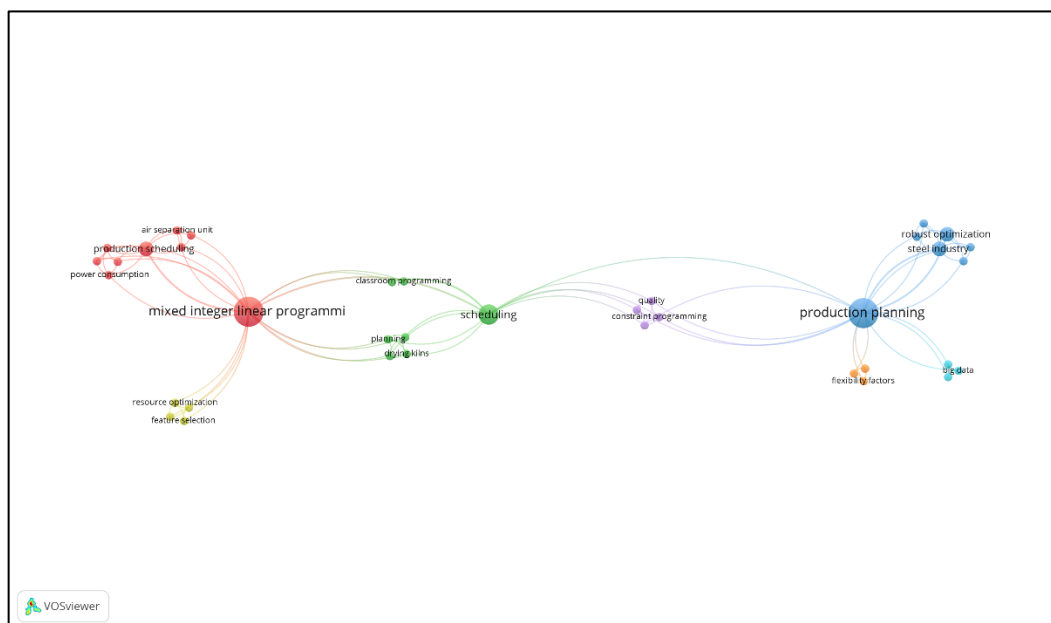
2.4 Analisis Bibliometrik

Analisis bibliometrik dilakukan untuk mempelajari lebih dalam tentang masalah optimasi perencanaan produksi menggunakan *mixed integer linear programming*. Menurut Sierra-Henao et al. (2019) dalam jurnal (Suarez-Rodriguez et al., 2021), analisis bibliometrik dapat membantu memahami siapa penulis yang lebih tertarik pada topik tertentu, jurnal, negara, dan institusi yang lebih banyak

mengerjakan. Selain itu, analisis bibliometrik dalam digunakan untuk menganalisis kutipan yang dapat membantu mengidentifikasi penulis, artikel, dan topik yang paling banyak dikutip.

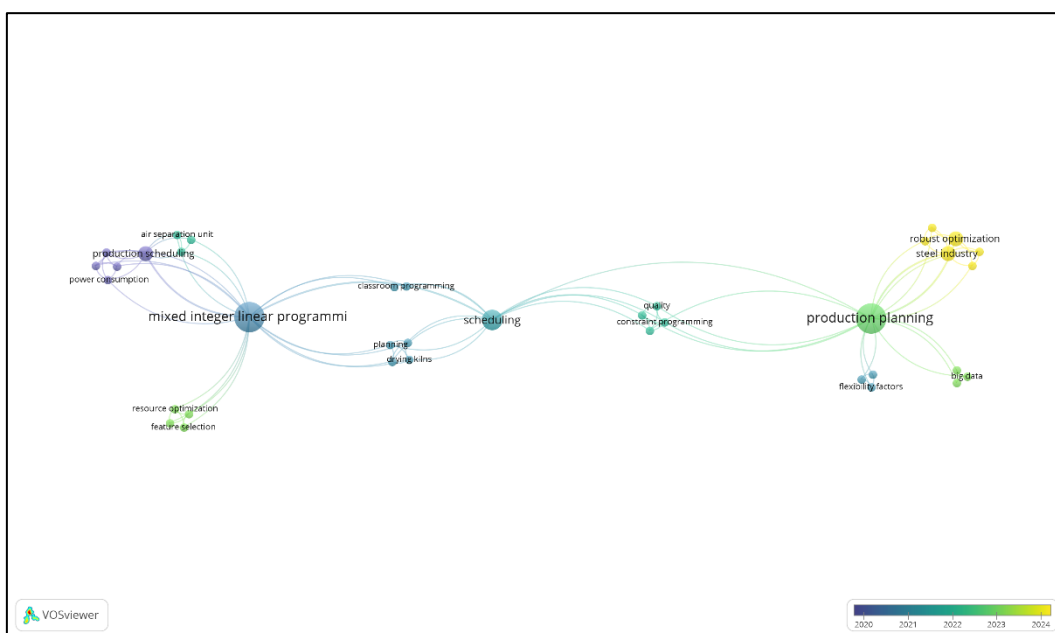
Analisis bibliometrik menggunakan bantuan sebuah perangkat lunak yang disebut *VOSviewer*. *VOSviewer* merupakan sebuah perangkat lunak yang dapat membangun dan memvisualisasikan jaringan bibliometrik untuk mendapatkan pemahaman yang lebih baik dan untuk mendeteksi pengulangan yang tidak relevan untuk dikeluarkan dari daftar kutipan.

Jurnal yang digunakan sebagai referensi dan kutipan untuk penelitian tahap awal dilakukan analisis bibliometrik terhadap kata kunci peneliti atau *author keyword* menggunakan *software VOSViewer*. Hasil analisis menunjukkan sebanyak 37 kata kunci yang paling sering muncul yang terdiri dari 7 klaster dengan warna yang berbeda, seperti ditunjukkan pada Gambar 2.3. Setiap kata kunci muncul diwakili oleh lingkaran, dimana lingkaran terbesar mewakili kata kunci yang sering digunakan. Kata kunci yang sering digunakan ditunjukkan dengan warna merah dan biru dengan kata kunci *mixed integer linear programming* dan *production planning*. Sehingga *model mixed integer linear programming* dipilih untuk memecahkan masalah terkait perencanaan produksi.



Gambar 2.3 Visual jaringan analisis bibliometrik

Perkembangan penggunaan kata kunci pada jurnal yang digunakan referensi dari tahun 2020 hingga 2024 ditunjukkan pada Gambar 2.4. Kata kunci yang sering digunakan selama tahun 2024 yaitu optimasi robust, penggantian produk, dan emisi rumah kaca yang ditunjukkan dengan lingkaran warna kuning. Sedangkan kata kunci yang terkait perencanaan produksi dan *mixed integer linear programming* pada tahun 2024 sudah jarang digunakan. Kata kunci perencanaan produksi dan *mixed integer linear programming* pada publikasi jurnal digunakan pada tahun 2020 hingga 2022. Penulis Lige Tong, Yuxin Liu, Li Wang, dan Fulin Kong merupakan penulis yang paling relevan dan paling banyak dikutip tentang perencanaan produksi dan *mixed integer linear programming*.



Gambar 2.4 Perkembangan penggunaan kata kunci pada analisis bibliometrik

2.5 Penelitian Terdahulu

1. Judul Penelitian : *A Comparative study of optimization techniques for aggregate production planning aApplied in the steel pipes industry*
- Peneliti : Mostafa Ali, Shaban Abdou, shady Aly, dan Hanan Kouta
- Tahun Terbit : 2023

Ringkasan Penelitian :

Perencanaan produksi agregat pada industri pipa atau *internasional pipe industry Company* (IPIC) melalui pengembangan matematik berupa model optimasi *linear programming*, *genetic algorithms*, dan *Hybrid Genetic Algorithms*. Model optimasi tersebut bertujuan meminimalkan biaya produksi dan biaya penyimpanan. Penelitian tersebut berhasil mengurangi biaya lembur pekerja sebesar 12%, serta dapat menurunkan biaya produksi dan biaya penyimpanan secara signifikan dengan nilai masing-masing sebesar \$109,832.76 dan \$45,478.40. Selain itu, model tersebut juga berhasil meningkatkan profit perusahaan 9% sebesar \$226,842.48.

2. Judul Penelitian : *A Production planning MILP optimization model for a manufacturing company*

Peneliti : Juan Antonio Cedillo-Robles, Neale R. Smith,
Rosa G. Gonzalez-Ramirez, Julio Alonso-Stocker,
Joaquín Alonso-Stocker, dan Ronald G. Askin,

Tahun Terbit : 2021

Ringkasan Penelitian :

Penggunaan model optimasi *Mixed Integer Linear Programming* (MILP) untuk memecahkan masalah perencanaan produksi agregat pada perusahaan manufaktur makanan ringan di Monterrey, Meksiko. Model optimasi MILP digunakan bertujuan untuk memaksimalkan keuntungan dengan mempertimbangkan faktor adanya ketidakpastian permintaan dan fleksibilitas sistem produksi. Hasil penelitian menunjukkan bahwa faktor bias peramalan berpengaruh signifikan terhadap keuntungan perusahaan. Selain itu, tingkat *safety stock* memiliki dampak terhadap total keuntungan yang diperoleh.

3. Judul Penelitian : *Aggregate production planning and energy supply management in steel industry with an onsite energy generation system: A multi-objective robust optimization model*

Peneliti : Amin Karimi-Zare, Hamed Shakouri G., Aliyeh
Kazemi, Eun Seok Kim

Tahun Terbit : 2024

Ringkasan Penelitian :

Optimasi multi objektif untuk perencanaan produksi agregat dan manajemen pasokan energi di industri baja. Model optimasi yang digunakan *Mixed Integer Linear Programming* (MILP) dengan tujuan memaksimalkan keuntungan dan meminimalkan konsumsi energi serta emisi gas rumah kaca (GHG). Model optimasi yang diusulkan mempertimbangkan berbagai faktor seperti teknologi pembangkit energi, biaya, tenaga kerja, dan polutan yang dihasilkan. Hasil penelitian menunjukkan bahwa perencanaan produksi dan strategi pembangkit energi di industri baja yang optimal dengan meningkatnya keuntungan perusahaan dan berkurangnya polusi yang dihasilkan.

4. Judul Penelitian : *Optimization of co-production air separation unit based on MILP under multi-product deterministic demand*

Peneliti : Fulin Kong, Yuxin Liu, Lige Tong, Wei Guo,
Yinan Qiu, Li Wang

Tahun Terbit : 2022

Ringkasan Penelitian :

Penelitian tersebut terkait dengan permasalahan permintaan beberapa produk *air separation unit* (ASU) yang deterministik. Fokus utama penelitian tersebut adalah mengoptimalkan penjadwalan produksi multi produk untuk meningkatkan efisiensi dan mengurangi emisi produk dengan menghindari operasi *start* dan *stop* yang sering terjadi pada ASU. Model optimasi penjadwalan produksi menggunakan MILP dengan mempertimbangkan faktor status operasional ASU, produksi produk gas dan cairan, status liquefier dan vaporizer, serta jumlah nitrogen yang dikompresi ke dalam tekanan rendah. Model optimasi yang dikembangkan berhasil mengoptimalkan distribusi gas, mengurangi biaya produksi, dan meningkatkan efisiensi operasional.

5. Judul Penelitian : *A novel economic scheduling of multi-product deterministic demand for co-production air*

separation system with liquid air energy storage

Peneliti : Fulin Kong, Yuxin Liu, Minghai Shen, Lige Tong,
Shaowu Yin, Li Wang

Tahun Terbit : 2023

Ringkasan Penelitian :

Penelitian tersebut terkait pengembangan model matematis pada sistem pemisahan udara kriogenik (CASS) dengan penyimpanan energi udara cair (LAES) untuk mengoptimalkan proses penyimpanan dan pelepasan energi. Model optimasi yang diusulkan berupa *mixed-integer nonlinear programming* (MINLP) yang bertujuan untuk memaksimalkan penggunaan energi udara cair pada CASS. Faktor yang menjadi pertimbangan pada model tersebut meliputi permintaan multi produk yang deterministik, kendala operasional, dan konsumsi energi. Hasil penelitian menunjukkan peningkatan konsumsi listrik selama jam beban non-puncak dan penurunan konsumsi listrik selama jam beban puncak, sehingga memberikan manfaat secara ekonomi berupa efisiensi penggunaan energi.

6. Judul Penelitian : Optimasi perencanaan produksi perakitan *wiring hardness* dengan menggunakan model *mixed integer linear programming* pada CV. XYZ Cikarang

Peneliti : Donatus Feriyanto Simamora

Tahun Terbit : 2017

Ringkasan Penelitian :

Penelitian tersebut terkait perencanaan produksi agregat di CV.XYZ dengan metode *mixed integer linear programming* untuk meminimalkan biaya produksi perakitan *wiring hardness*. Model optimal yang diperoleh berupa strategi penambahan jumlah karyawan sebesar 7 orang dengan jumlah tenaga kerja sebesar 50 orang. Hasil penelitian menunjukkan penurunan biaya produksi perakitan *wiring hardness* di CV. XYZ sebesar 0.4% atau Rp. 7.221.630.

7. Judul Penelitian : *Robust optimization for a steel production planning problem with uncertain demand and product*

substitution

Peneliti : Gongshu Wang, Jing Wu, Yang Yang, Lijie Su

Tahun Terbit : 2024

Ringkasan Penelitian :

Penelitian tersebut bertujuan untuk mengembangkan model optimasi robust dua tahap yang dapat memberikan solusi atas ketidakpastian permintaan dan substitusi produk dalam perencanaan produksi baja. Model tersebut diselesaikan menggunakan *Algoritma enhanced Benders Decomposition*. Hasil penelitian menunjukkan bahwa *Algoritma Enhanced Benders Decomposition* yang diusulkan terbukti lebih efisien dibandingkan versi konvensional dalam hal konvergensi ke solusi. Selain itu, model optimasi optimal berupa robust dua tahap yang dikembangkan dalam perencanaan produksi baja menunjukkan hasil yang baik dalam mengatasi ketidakpastian permintaan dan substitusi produk.

8. Judul Penelitian : *Energy Optimization for the Operation of a Sawmill*

Peneliti : Nicolas Vanzetti, Nestor G. Steitzer, Gabriela
Corsano, Jorge Montagna

Tahun Terbit : 2021

Ringkasan Penelitian :

Penelitian tersebut tentang model optimasi energi pada operasi penggergajian kayu pada tahap pengeringan menggunakan *Mixed Integer Linear Programming* (MILP). Terdapat tiga fungsi tujuan pada model optimasi tersebut, yaitu memaksimalkan jumlah papan kayu yang dikeringkan, meminimalkan biaya pengeringan, dan meminimalkan waktu penyelesaian. Hasil penelitian menunjukkan terdapat perbedaan yang signifikan pada biaya pengeringan dan konsumsi bahan bakar, yang dipengaruhi oleh fungsi tujuan yang digunakan. Selain itu, hasil model optimasi memungkinkan penggunaan sumber daya yang efisien dalam perencanaan tahap pengeringan di penggergajian kayu.

9. Judul Penelitian : *A multi-product and multi-period aggregate
production plan: a case of automobile component
manufacturing firm*

Peneliti : Vishwas Dohale, Priya Ambilkar, Angappa
Gunasekaran, Vijay Bilolika

Tahun Terbit : 2022

Ringkasan Penelitian :

Penelitian tersebut membahas pengembangan metode hibrida yaitu menggabungkan teknik FAHP dan MOLP untuk mengoptimalkan perencanaan agregat produksi multi-produk dan multi periode di perusahaan manufaktur. Tujuan dari optimasi tersebut adalah untuk meminimalkan total biaya produksi dan waktu tunggu, serta memaksimalkan kinerja manufaktur. Hasil penelitian menunjukkan bahwa metode MOLP yang digunakan dalam APP berhasil mengoptimalkan total biaya produksi kurang dari 40,000 unit moneter dengan waktu tunggu kurang dari 175 jam untuk setiap jenis bagian.

10. Judul Penelitian : *Data-driven optimization for production planning with multiple demand features*

Peneliti : Xiaoli Su, Lijun Zeng, Bo Shao, Binlong Lin

Tahun Terbit : 2023

Ringkasan Penelitian :

Penelitian tersebut mengusulkan model perencanaan produksi berbasis data dengan menggunakan pendekatan GP-U-MIDAS untuk meramalkan permintaan dan pengambilan keputusan produksi. Model tersebut dirancang untuk mengatasi ketidakpastian permintaan dengan memanfaatkan data frekuensi campuran dan fitur berdimensi tinggi. Hasil penelitian menunjukkan bahwa model GP-U-MIDAS yang diusulkan lebih unggul dalam hal akurasi peramalan, pengelolaan biaya, dan peningkatan tingkat layanan dibandingkan dengan metode tradisional seperti AR dan U-MIDAS.

11. Judul Penelitian : *Application of fuzzy sets to aggregate production planning with multi products and multi time periods*

Peneliti : Tien Fu Liang, Hung Wen Cheng, Ping Yen Chen
Kuan Hsinung Shen

Tahun Terbit : 2011

Ringkasan Penelitian :

Penelitian tersebut untuk mengembangkan metode pemrograman matematis *fuzzy* dan *linear programming* untuk menyelesaikan masalah keputusan perencanaan produksi agregat (APP) dengan melibatkan multi-produk dan multi-waktu dalam lingkungan *fuzzy*. Model APP *fuzzy* yang dikembangkan bertujuan untuk meminimalkan biaya total dari jumlah persediaan, jumlah tenaga kerja, kapasitas mesin, tempat penyimpanan dan anggaran biaya. Model linear programming bertujuan untuk mendapatkan solusi awal terhadap masing-masing fungsi tujuan. Hasil penelitian menunjukkan model optimasi yang diusulkan menghasilkan solusi yang efisien dan menyajikan kepuasan pengambil keputusan secara keseluruhan terhadap nilai tujuan yang diberikan.

2.6 Analisis Penelitian terdahulu

Data penelitian terdahulu menunjukkan penggunaan pendekatan optimasi seperti *mixed integer linear programming (MILP)*, *mixed-integer nonlinear programming (MINLP)*, *linear programming*, *Generic Algorithm*, *fuzzy logic* dan *mixed data sampling (MIDAS)* untuk memecahkan persoalan-persoalan secara efektif dan optimal. Persoalan tersebut terkait dengan pengoptimalan perencanaan produksi agregat, pengoptimalan pasokan energi, dan pengoptimalan penjadwalan produksi multi produk. Pengoptimalan perencanaan produksi agregat merupakan persoalan yang sering dibahas pada penelitian terdahulu.

Tujuan utama pada penelitian-penelitian terdahulu meliputi meminimalkan biaya produksi, biaya penyimpanan, penggunaan energi, dan emisi gas rumah kaca (GHG) serta memaksimalkan kinerja dan keuntungan perusahaan. Meminimalkan biaya produksi menjadi tujuan utama yang sering ingin dicapai pada penelitian terdahulu. diikuti dengan meminimalkan biaya penyimpanan, memaksimalkan keuntungan, meminimalkan penggunaan energi dan emisi gas rumah kaca.

Mixed integer linear programming (MILP) merupakan metode yang paling sering digunakan untuk menyelesaikan persoalan perencanaan produksi agregat terkait persoalan permintaan pelanggan yang bersifat deterministik untuk dapat

meminimalkan biaya produksi. Sedangkan, metode MINLP digunakan pada sistem *non-linear*, seperti pengoptimalan proses penyimpanan dan pemakaian energi udara cair pada sistem pemisahan udara. Metode lain yang dipergunakan pada persoalan perencanaan produksi agregat untuk meminimalkan biaya produksi dan biaya penyimpanan adalah metode *Genetic algorithm*, *linear programming* dan *hybrid Genetic algorithm* serta metode fuzzy dan linear programming.

Hasil penelitian terdahulu dengan menggunakan berbagai metode menunjukkan hasil yang signifikan, salah satunya penurunan biaya produksi dan biaya penyimpanan masing-masing yang sebesar \$109,832.76 dan \$45,478.40 serta peningkatan profit perusahaan 9% sebesar \$226,842.48 melalui kombinasi model matematik *Genetic algorithm*, *linear programming* dan *hybrid Genetic algorithm*.

Tabel 2.1 Daftar Penelitian Terdahulu

No	Penulis, tahun	Multi produk	Multi period	Variabel keputusan							Fungsi tujuan	Metode yang digunakan
				Tingkat produksi	Tenaga kerja	Jam kerja	Sub kontrak	Permintaan / backlog	Persediaan	Biaya produksi		
1	(Aboelseod et al., 2023)	✓	✓	✓		✓		✓	✓	✓	Minimum total biaya produksi & persediaan	LP, Genetic Algoritma, Hybrid Genetic Algoritma
2	(Cedillo-Robles et al., 2021)		✓	✓				✓	✓		Maximum keuntungan	MILP
3	(Karimi-Zare et al., 2024)	✓	✓	✓	✓		✓		✓	✓	Maximum keuntungan & Minimum Emisi	MILP
4	(Kong et al., 2022)	✓	✓	✓					✓		Minimum energi	MILP
5	(Kong et al., 2023)	✓	✓	✓		✓			✓		Maximum energi (teknologi LAES)	MINLP
6	(Simamora,D. F., 2017)	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓	✓	Minimum biaya & Maximum keuntungan	MILP

berlanjut

Tabel 2.1 Daftar Penelitian Terdahulu (lanjutan)

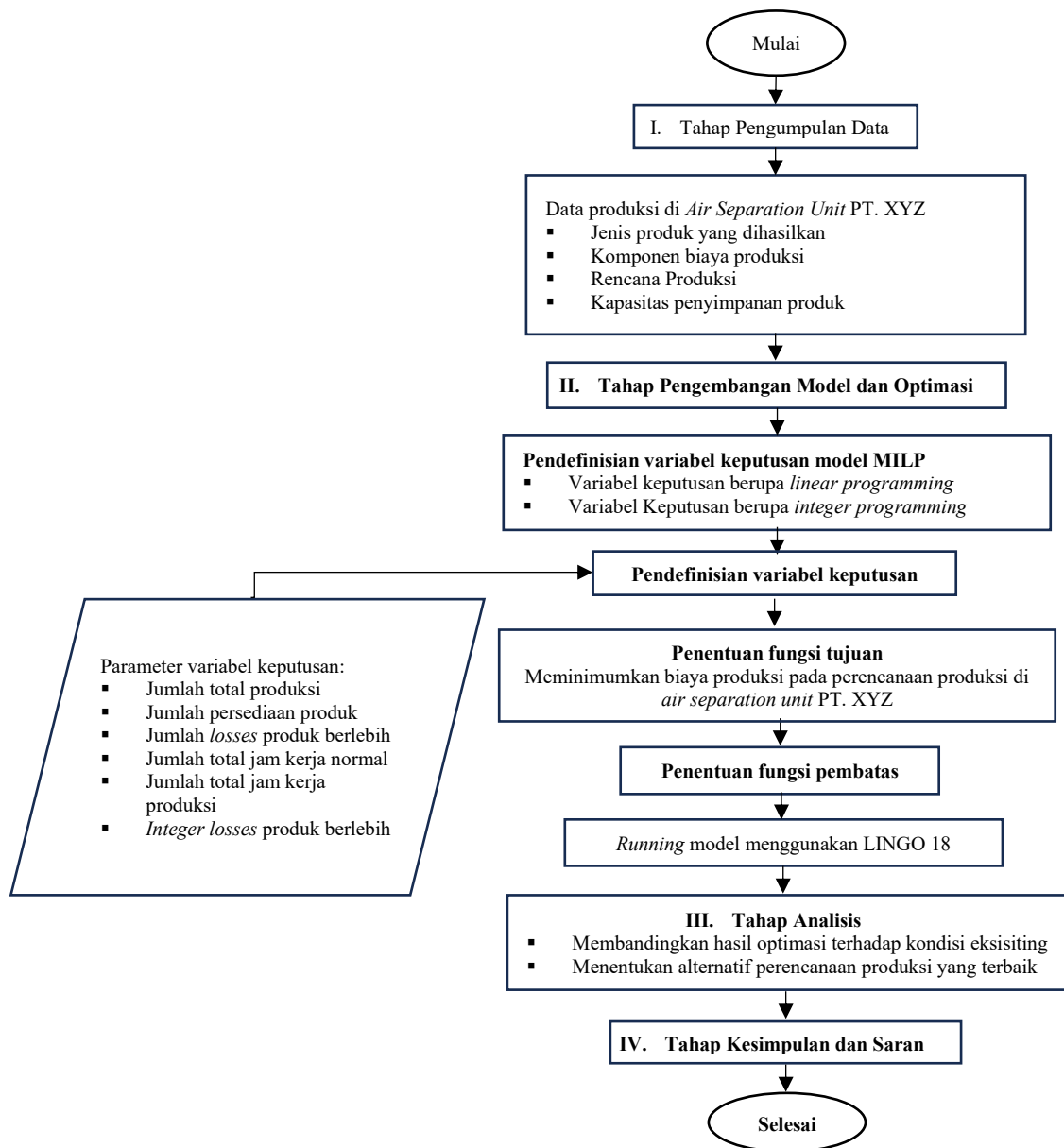
No	Penulis, tahun	Multi produk	Multi period	Variabel keputusan							Fungsi tujuan	Metode yang digunakan
				Tingkat produksi	Tenaga kerja	Jam kerja	Sub kontrak	Permintaan / backlog	Persediaan	Biaya produksi		
7	(Wang et al., 2024)	✓	✓	✓				✓	✓		Minimum biaya & penyimpanan	Robust Optimization (RO)
8	(Vanzetti et al., 2021)	✓	✓	✓		✓			✓	✓	Maximum produk & minimum biaya	MILP
9	(Dohale et al., 2022)	✓	✓	✓		✓		✓	✓	✓	Minimum biaya & waktu tunggu	MOLP & FAHP
10	(Su et al., 2023)		✓	✓			✓	✓			Minimum biaya	Data-driven optimization & GP-U-MIDAS
11	(Liang et al., 2011)	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓	✓	Minimum biaya	Fuzzy & LP
12	Rencana Penelitian ini	✓	✓	✓		✓		✓	✓	✓	Minimum biaya produksi & Penyimpanan	MILP

Halaman ini sengaja dikosongkan

BAB 3

METODOLOGI PENELITIAN

Pada bab ini akan dijelaskan mengenai langkah-langkah yang akan dilakukan dalam penelitian yaitu melakukan optimasi pada perencanaan produksi di *air separation unit*. Langkah-langkah dalam penelitian secara garis besar digambarkan pada *flowchart* sebagai berikut:



Gambar 3.1 *Flowchart* penelitian

3.1 Tahap Pengumpulan Data

Pada tahap ini peneliti akan melakukan pengambilan dan pengumpulan data pada sistem produksi di PT. XYZ sebagai dasar untuk melakukan proses optimasi. Data yang diperlukan dalam penelitian ini diperoleh dari laporan produksi perusahaan dan wawancara dengan supervisor produksi *air separation unit* di PT. XYZ. Pengumpulan data dilakukan dengan beberapa batasan yang telah ditentukan sebagai berikut:

3.1.1 Jenis-jenis produk yang diproduksi

Jenis-jenis produk di *air separation unit* di PT. XYZ meliputi oksigen cair, nitrogen cair dan gas nitrogen. Namun, jenis-jenis produk yang akan menjadi pokok pembahasan pada penelitian ini berupa oksigen cair dan nitrogen cair. Produk gas nitrogen tidak menjadi pembahasan dikarenakan produk tersebut tidak dimanfaatkan atau dibuang ke atmosfer.

3.1.2 Komponen biaya produksi

Biaya pembuatan produk dari *air separation unit* di PT. XYZ terdiri dari biaya bahan baku dan bahan pembantu, biaya listrik, biaya sewa dan asuransi, biaya perbaikan dan pemeliharaan, biaya depresiasi dan amortisasi, biaya *losses*, biaya tenaga kerja langsung, biaya lembur, dan biaya lain-lain.

1. Biaya bahan baku dan bahan pembantu

Biaya bahan baku untuk pembuatan produk di *air separation unit* tidak ada, dikarenakan bahan baku untuk pembuatan produk berasal dari udara bebas. Sedangkan, biaya bahan baku pembantu merupakan seluruh biaya yang timbul atas pemakaian air dan *chemical treatment* air pendingin untuk proses pendinginan dari mesin *air separation unit*.

2. Biaya listrik

Biaya atas pemakaian listrik untuk menjalankan mesin-mesin produksi di *air separation unit*.

3. Biaya sewa dan asuransi

Biaya sewa merupakan biaya yang dikeluarkan atas penggunaan aset berwujud seperti tanah, gedung, mesin, tangki penampungan yang bukan milik perusahaan. Sedangkan, biaya asuransi merupakan biaya yang

dikeluarkan untuk memberikan perlindungan terhadap resiko kerusakan atau kehilangan aset *air separation unit*.

4. Biaya perbaikan dan pemeliharaan

Biaya yang dikeluarkan untuk perbaikan dan perawatan aset di *air separation unit*, seperti mesin, gedung dan tangki penyimpanan.

5. Biaya depresiasi dan amortisasi

Biaya yang dialokasikan untuk membeli aktiva tetap berwujud dengan umur terbatas selama periode penggunaan aktiva tersebut disebut biaya depresiasi atau penyusutan. Sedangkan biaya amortisasi adalah biaya yang timbul atas pengurangan nilai aktiva tetap tidak berwujud secara bertahap dalam jangka waktu tertentu.

6. Biaya *losses*

Biaya yang timbul atas kehilangan produk pada saat transfer produk oksigen cair atau nitrogen cair dari tangki penyimpanan ke tangki kendaraan atau sebaliknya.

7. Biaya tenaga kerja langsung dan biaya lembur

Biaya yang dikeluarkan terkait upah dan gaji karyawan yang bekerja di perusahaan pada jam kerja normal dan diluar jam kerja normal atau hari libur.

8. Biaya lain-lain

Biaya yang dikeluarkan selain biaya yang disebutkan di atas, seperti biaya atas kunjungan petugas dari kantor pusat yang berkaitan dengan kepentingan di *air separation unit*.

3.1.3 Jumlah produk dan jam kerja produksi

Jumlah rencana produk yang akan diproduksi dan jam kerja yang akan dijalankan diperoleh dari data laporan produksi selama 12 bulan, berdasar jumlah permintaan produk dari pelanggan. Data permintaan produk pelanggan tersebut kemudian diolah untuk dijadikan parameter masukan selama 12 bulan mendatang. Jumlah aktual permintaan produk dari pelanggan menjadi input parameter dari perencanaan proses produksi periode 12 bulan mendatang.

3.1.4 Kapasitas tangki penampungan

Metode produksi yang dijalankan PT. XYZ tergolong *make to stock* (MTS), dimana untuk memenuhi permintaan pelanggan, perusahaan memproduksi produk berupa oksigen cair dan nitrogen cair dalam jumlah yang cukup dan disimpan ke dalam tangki penyimpanan. Tangki penyimpanan untuk setiap produk oksigen cair dan nitrogen cair berjumlah 2 tangki dengan kapasitas 100 m^3 .

3.2 Tahap Pengembangan Model dan Optimasi

Pengembangan model optimasi dirumuskan menjadi 3 fungsi model, yaitu fungsi variabel keputusan, fungsi objektif atau fungsi tujuan, dan fungsi kendala-kendala atau batasan. Model optimasi yang akan digunakan adalah model optimasi *Mixed Integer Linear Programming (MILP)*, dimana variabel keputusan bernilai bilangan bulat dan bernilai bilangan *integer*.

3.2.1 Penentuan variabel keputusan

Variabel keputusan yang bernilai bilangan bulat yang digunakan dalam permasalahan ini adalah:

Xp_{it} : Jumlah total produksi pada jam kerja efektif menghasilkan produk i selama periode t (m^3)

Kn_t : Jumlah total jam kerja normal selama proses *cooling down* dan proses produksi pada periode t (jam)

Xs_{it} : Jumlah persediaan produk i yang disimpan di tangki penyimpanan pada akhir periode t (m^3)

Xb_{it} : Jumlah total *losses* berlebih produk i selama periode t (m^3)

Kp_t : Jumlah total jam kerja selama menghasilkan produk pada periode t (m^3)

Sedangkan, variabel keputusan bernilai bilangan *integer* yang digunakan dalam penelitian ini adalah:

Op_{it} : *Integer* dari *losses* produk berlebih pada produk i selama periode t

Variabel Op_{it} merupakan variabel keputusan berupa bilangan integer, menjelaskan jenis produk i yang mengalami produk berlebih pada periode t . Variabel Op_{it}

bernilai 0 apabila produk i pada periode t tidak mengalami produksi berlebih, dan bernilai 1 apabila produk i pada periode t mengalami produksi berlebih

Dengan indeks:

i : jumlah produk yang diproduksi berupa oksigen cair dan nitrogen cair, $i = 1, \dots, i$

t : periode waktu, $t = 1, 2, \dots, 12$

Indeks i menunjukkan jenis produk yang diproduksi di *air separation unit* PT. XYZ dan menjadi pokok pembahasan penelitian. i_1 menunjukkan produk oksigen cair, dan i_2 menunjukkan produk nitrogen cair. Indeks t menunjukkan periode waktu produksi yang digunakan dalam satu periode, yaitu setiap satu bulan selama satu tahun. Periode t_1 menunjukkan periode waktu bulan pertama, t_2 menunjukkan menunjukkan periode waktu bulan kedua, hingga t_{12} periode waktu terakhir atau bulan terakhir selama satu tahun.

Parameter

Bp_{it} : Biaya produksi setiap produk i pada periode waktu t (Rp/unit)

Ba_{it} : Biaya bahan pembantu pada saat memproduksi produk i selama periode t (Rp)

Bl_t : Biaya pemakaian listrik selama proses *cooling down* dan proses produksi pada periode t (Rp)

Bs_{it} : Biaya sewa dan asuransi untuk pembuatan produk i selama periode t (Rp)

Bm_{it} : Biaya perbaikan dan pemeliharaan untuk pembuatan produk i selama periode t (Rp)

Bd_{it} : Biaya depresiasi dan amortisasi untuk pembuatan produk i selama periode t (Rp)

Bb_{it} : Biaya *losses* produk untuk pembuatan produk i selama periode t (Rp)

Bw_{it} : Biaya tenaga kerja untuk pembuatan produk i selama periode t (Rp)

Xcp_i : Kapasitas produk setiap jam yang dapat dihasilkan untuk produk i (m^3/jam)

- Xd_{it} : Jumlah permintaan pelanggan dalam waktu normal untuk produk i selama periode waktu t (m^3)
- Xl_t : Jumlah pemakaian listrik selama proses *cooling down* dan proses produksi pada periode t (kWh)
- Xt_{it} : Jumlah *losses* produksi pada saat kondisi tangki penyimpanan melakukan perpindahan produk untuk produk i selama periode waktu t (m^3)
- $Xs_{i(t-1)}$: Jumlah persediaan produk i yang disimpan di tangki penyimpanan pada periode t sebelumnya (m^3)
- Avn_t : Ketersediaan jam kerja normal untuk menjalankan mesin dan menghasilkan produk selama periode t (jam)
- Kc_t : Jumlah total jam kerja pada saat proses *cooling down* selama periode t (jam)
- Klc_t : Kebutuhan pemakaian listrik setiap jam untuk mengoperasikan mesin produksi pada saat proses *cooling down* selama periode t (kWh/jam)
- Kl_t : Kebutuhan pemakaian listrik setiap jam untuk mengoperasikan mesin produksi pada saat proses *cooling down* atau proses produksi selama periode t (kWh/jam)
- Klp_t : Kebutuhan pemakaian listrik setiap jam untuk menghasilkan produk selama periode t (kWh/jam)
- Tl_t : Tarif listrik yang berlaku dari PLN per satuan daya untuk mengoperasikan mesin produksi pada periode t (Rp/kWh)
- MXs_i : Jumlah maksimal produk i yang dapat disimpan di tangki penyimpanan (m^3)
- P_t : Persentase *losses* produksi berupa *losses* standby dan *losses* perpindahan produk dari tangki penyimpanan ke tangki kendaraan yang ditentukan oleh pihak manajemen

3.2.2 Penentuan fungsi objektif

Fungsi objektif/tujuan yang ingin dicapai pada permasalahan ini untuk meminimalkan jumlah total biaya produksi yang terdiri dari total biaya produksi dalam waktu normal, total biaya *losses* produksi, dan total biaya pemakaian listrik pada perencanaan produksi di PT. XYZ.

1. Total biaya produksi waktu normal

Biaya produksi waktu normal merupakan semua biaya yang timbul untuk memproduksi setiap produk dalam jumlah tertentu pada setiap periode. Biaya produksi normal diperoleh dari perkalian biaya produksi waktu normal per produk untuk produk i selama periode t dengan jumlah produk yang berhasil diproduksi selama waktu normal dalam satu periode waktu, seperti ditunjukkan pada persamaan (3.1) sebagai berikut

$$\text{Biaya normal produksi} = Bp_{it}Xp_{it} \quad (3.1)$$

Untuk biaya produksi waktu normal per produk i selama periode t diperoleh dari jumlah total dari semua biaya produksi yang timbul meliputi jumlah total biaya bahan pembantu, biaya listrik, biaya sewa dan asuransi, biaya perbaikan dan pemeliharaan, biaya depresiasi dan biaya amortisasi, biaya *losses*, dan biaya tenaga kerja dibagi dengan jumlah produk yang diproduksi selama waktu normal produksi pada setiap periode. Seperti ditunjukkan pada persamaan (3.2).

$$Bp_{it} = \sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^T \frac{(Ba_{it} + Bl_{it} + Bs_{it} + Bm_{it} + Bd_{it} + Bb_{it} + Bw_{it})}{Xp_{it}} \quad (3.2)$$

2. Total biaya *losses* produk

Biaya *losses* produk terdiri dari biaya *losses* produksi dan biaya *losses* produk berlebih. Biaya *losses* produksi merupakan biaya yang timbul akibat pembuangan sebagian produk jadi dari tangki penyimpanan ke atmosfer ketika kondisi tangki penyimpanan *standby* dan ketika kondisi tangki penyimpanan dilakukan proses perpindahan produk dari atau menuju tangki kendaraan.

Biaya *losses* produk berlebih merupakan biaya yang timbul akibat pembuangan sebagian produk jadi ke atmosfer yang disebabkan tangki penyimpanan penuh selama waktu tertentu setiap periode. Biaya *losses* produk ditunjukkan pada persamaan (3.3). Sedangkan, biaya *losses* produk berlebih untuk produk *i* selama periode *t* pada variabel *integer* yang diijinkan sebesar 10^9 dari nilai variabel *integer losses* produk berlebih, seperti ditunjukkan pada persamaan (3.4).

$$\text{Biaya losses} = \sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^T Bp_{it}(Xb_{it} + Xt_{it}) \quad (3.3)$$

$$\text{Biaya Losses produk berlebih integer} = \sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^T 10^9(Op_{it}) \quad (3.4)$$

3. Total biaya pemakaian listrik

Biaya pemakaian listrik diperoleh dari jumlah total pemakaian listrik selama proses *cooling down* dan proses produksi pada periode *t* dikalikan tarif listrik yang berlaku persatuan daya. Seperti ditunjukkan pada persamaan (3.5). Sedangkan jumlah pemakaian listrik untuk pembuatan produk selama periode tertentu diperoleh dari jumlah kebutuhan listrik untuk mengoperasikan mesin produksi setiap jam dikalikan waktu kerja normal untuk menghasilkan produk. seperti ditunjukkan pada persamaan (3.6).

$$\text{Biaya pemakaian listrik} = \sum_{t=1}^T Xl_t Tl_t \quad (3.5)$$

$$Xl_t = \sum_{t=1}^T Kl_t Kn_t \quad (3.6)$$

Sehingga persamaan fungsi tujuan utama untuk meminimalkan jumlah total biaya produksi berupa jumlah total biaya produk waktu normal ditambah dengan total biaya *losses* produksi dan total biaya pemakaian listrik, ditunjukkan pada persamaan (3.7).

$$\begin{aligned} \text{Min } Z = & \sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^T (Bp_{it} Xp_{it}) + [Bp_{it}(Xb_{it} + Xt_{it})] + \\ & \sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^T 10^9(Op_{it}) + \sum_{t=1}^T Tl_t (Kl_t Kn_t) \end{aligned} \quad (3.7)$$

3.2.3 Penentuan kendala-kendala atau batasan

1. Fungsi batasan penyimpanan produk

- a) Jumlah produk jadi untuk produk i yang disimpan di tangki penyimpanan selama periode t harus lebih besar atau sama dengan jumlah persediaan minimum. Tangki penyimpanan produk untuk masing-masing produk i berjumlah dua unit dengan kapasitas $100 \text{ m}^3 \text{ H}_2\text{O}$ atau $88,750 \text{ m}^3$ untuk kapasitas setiap tangki penyimpanan produk oksigen cair dan $77,670 \text{ m}^3$ untuk kapasitas setiap tangki penyimpanan produk nitrogen cair. Sedangkan jumlah persediaan minimum untuk produk i ditentukan oleh manajemen PT. XYZ sebesar 50% dari kapasitas maksimal tangki penyimpanan.

$$X_{sit} \geq (0.5)MX_{si} \quad \forall i \quad (3.8)$$

- b) Jumlah produk jadi untuk produk i yang disimpan di tangki penyimpanan selama periode t harus kurang dari atau sama dengan kapasitas maksimum dari tangki penyimpanan. Fungsi batasan ini digunakan bertujuan supaya produk jadi yang dihasilkan dapat disimpan baik di tangki penyimpanan, sehingga tidak akan terjadi produk jadi yang harus dibuang ke atmosfer. Kapasitas maksimum produk jadi yang dapat disimpan di tangki penyimpanan sebesar $2 \times 100 \text{ m}^3 \text{ H}_2\text{O}$ untuk produk i atau $2 \times 88,750 \text{ m}^3$ untuk kapasitas maksimum penyimpanan produk oksigen cair dan $2 \times 77,670 \text{ m}^3$ untuk kapasitas maksimum penyimpanan produk nitrogen cair.

$$X_{sit} \leq MX_{si} \quad \forall i \quad (3.9)$$

2. Fungsi batasan produksi

- a) Jumlah total produksi untuk produk i selama periode t harus lebih kecil atau sama dengan kapasitas produksi dari *air separation unit*. Kapasitas produksi *air separation unit* di PT. XYZ sebesar $660 \text{ m}^3/\text{jam}$ untuk produk oksigen cair dan $440 \text{ m}^3/\text{jam}$ untuk produk nitrogen cair. Volume produksi untuk produk i selama periode t diperoleh dari perkalian dari kapasitas produksi untuk produk i dengan jam kerja yang tersedia selama periode t .

$$Xp_{it} \leq Xcp_i Avn_t \quad \forall i, \forall t \quad (3.10)$$

- b) Jumlah total produksi setiap bulan diperoleh dari perkalian kapasitas produksi produk i setiap jam dikalikan dengan waktu efektif *air separation unit* menghasilkan produk i selama satu bulan atau periode t.

$$Xp_{it} = Xcp_i Kp_t \quad \forall i, \forall t \quad (3.11)$$

3. Fungsi batasan *losses*

- a) Jumlah *losses* produksi, berupa *losses standby* dan *losses* perpindahan produk jadi dari tangki penyimpanan menuju tangki kendaraan untuk produk i selama periode t harus kurang dari persentase jumlah *losses* dari jumlah total produksi berdasar ketentuan pihak manajemen PT. XYZ. Jumlah maksimum persentase *losses* produksi yang ditentukan kurang dari satu persen dari jumlah total produk yang disimpan dan berada di tangki penyimpanan. Nilai *losses* kurang dari satu persen terhadap jumlah total produk berdasarkan jenis isolasi dari tangki penyimpanan berupa *vacuum insulated*.

$$Xt_{it} \leq \sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^T P_t (Xs_{i(t-1)} + Xp_{it} - Xb_{it} - Xs_{it}) \quad \forall i, \forall t \quad (3.12)$$

- b) *Losses* produk berlebih terjadi ketika jumlah produk jadi untuk produk i yang akan disimpan di tangki penyimpanan selama periode t lebih besar dari kapasitas maksimum dari tangki penyimpanan. *Losses* produk berlebih diketahui dari penjumlahan jumlah produk yang disimpan pada awal periode dan jumlah total produksi dalam waktu normal untuk produk i selama periode t dikurangi dengan jumlah permintaan produk i selama periode t dan jumlah *losses* produksi lebih besar dari kapasitas maksimum untuk produk jadi i yang dapat disimpan di tangki penyimpanan. Salah satu penyebab *losses* produk berlebih adalah jumlah permintaan lebih kecil dibandingkan dengan jumlah total produk yang diproduksi.

$$Xb_{it} = \sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^T (Xs_{i(t-1)} + XP_{it} - Xd_{it} - Xs_{it} - Xt_{it}) \quad \forall i, \forall t \quad (3.13)$$

c) *0-1 integer programming* pada variabel *losses* produk berlebih

Pemrograman *integer* bernilai 0 apabila produk *i* selama periode *t* tidak terjadi produksi berlebih, dan bernilai 1 apabila produk *i* selama periode *t* terjadi produksi berlebih.

$$Op_{it} \in \{0,1\} \quad \forall i, \forall t \quad (3.14)$$

variabel $Op_{it} = \text{binary}$, $Op_{it} = 1$ berarti ya atau terjadi *losses* produk berlebih untuk produk *i* selama periode *t*. Apabila $Op_{it} = 0$ berarti tidak terjadi *losses* produk berlebih untuk produk *i* selama periode *t*

d) Jumlah *losses* produk berlebih maksimal berjumlah satu produk

Jumlah produk *i* yang mengalami produk berlebih diijinkan maksimal berjumlah satu produk, salah satu dari produk oksigen cair atau produk nitrogen cair yang boleh terjadi produk berlebih selama periode *t*.

$$Op_{1t} + Op_{2t} \leq 1 \quad \forall t \quad (3.15)$$

e) Jumlah *losses* produk berlebih maksimal satu juta dari nilai *integer* produk berlebih

Jumlah *losses* produk berlebih pada produk *i* maksimal 1,000,000 dari nilai *integer* produk berlebih selama periode *t*

$$Xb_{it} \leq 10^6(Op_{it}) \quad \forall i, \forall t \quad (3.16)$$

4. Fungsi batasan jam kerja normal

a) Jumlah jam kerja normal untuk proses cooling down dan proses produksi selama periode *t* tidak boleh melebihi ketersediaan jam kerja normal selama periode *t*.

$$Kn_t \leq Avn_t \quad \forall i, \forall t \quad (3.17)$$

- b) Jumlah waktu kerja normal untuk mengoperasikan mesin produksi dan menghasilkan produk selama periode t adalah jumlah total dari waktu proses *cooling down* ditambah dengan jumlah waktu produksi untuk menghasilkan produk selama periode t. Sehingga, jumlah jam kerja produksi untuk menghasilkan produk selama periode t diperoleh dari total jumlah waktu kerja normal yang dibutuhkan untuk mengoperasikan dan menghasilkan produk selama periode t dikurangi dengan jumlah waktu yang diperlukan untuk proses *cooling down* selama periode t.

$$Kn_t = Kc_t + Kp_t \quad \forall i, \forall t \quad (3.18)$$

$$Kp_t = Kn_t - Kc_t \quad \forall i, \forall t \quad (3.19)$$

- c) Jumlah waktu yang diperlukan untuk proses *cooling down* hingga menghasilkan cairan produk di kolom distilasi selama periode t sama dengan kebutuhan waktu maksimum untuk *cooling down* selama 16 jam dan diasumsikan terjadi hanya 1x proses *cooling down* pada setiap periode t.

$$Kc_t = 16 \quad \forall t \quad (3.20)$$

- d) Jumlah waktu normal yang dibutuhkan untuk proses *cooling down* dan proses produksi selama periode t harus lebih besar atau sama dengan waktu kerja efektif untuk menghasilkan menghasilkan produk selama periode t.

$$Kn_t \geq Kp_t \quad \forall t \quad (3.21)$$

5. Fungsi batasan non-negatif

Fungsi batasan non-negatif bertujuan untuk menghilangkan nilai-nilai negatif pada variabel keputusan

$$Xp_{it}, Kn_t, Xs_{it}, Xb_{it}, Kp_t \geq 0 \quad (3.22)$$

Setelah ditentukan fungsi pembatasan dari model yang akan direncanakan, proses selanjutnya adalah melakukan proses optimasi dengan menggunakan *software* LINGO 18 yang bertujuan untuk menghasilkan solusi optimum.

3.3 Analisis Sensitivitas

Analisis sensitivitas digunakan untuk menunjukkan bagaimana variabel keputusan berubah seiring dengan nilai parameter masukan. Pada penelitian yang akan dilaksanakan, dilakukan eksplorasi dampak perubahan permintaan pelanggan dan jumlah minimal persediaan pada akhir periode terhadap jumlah produk yang diproduksi, kebutuhan jam kerja normal, kebutuhan jam kerja produksi, dan jumlah produk berlebih. Nilai parameter masukan akan disajikan berdasarkan kondisi riil pada waktu penelitian dengan periode waktu setiap bulan dan jangka waktu penelitian selama 12 bulan.

Skenario perubahan nilai parameter masukan jumlah permintaan dan jumlah minimal persediaan pada akhir periode dengan variasi sebagai berikut:

1. Nilai parameter masukan jumlah permintaan pelanggan berada pada kisaran -15% hingga +15% dari permintaan pelanggan dalam satu tahun.
2. Nilai parameter masukan jumlah minimal persediaan pada akhir periode pada kisaran 35% hingga 65% dari kapasitas maksimum tangki persediaan.

3.4 Tahap Analisis

Tahap ini akan menjelaskan hasil yang diperoleh dari menjalankan model optimasi menggunakan *software* LINGO 18 berupa angka-angka yang dapat dianalisis dan diterjemahkan kedalam bentuk yang lebih mudah dimengerti berdasar parameter dan variabel yang telah ditetapkan sebelumnya. Perbandingan antara kondisi yang dilaksanakan dari perencanaan proses produksi oleh PT. XYZ dengan hasil optimasi dilakukan untuk mengetahui seberapa besar penurunan produk berlebih yang terjadi. Selain itu, pada tahap ini akan dilakukan analisis terkait hasil pengolahan data perencanaan produksi berupa skenario perencanaan

produksi. Hal ini dilakukan untuk menentukan skenario model terbaik pada perencanaan proses produksi berupa penurunan jumlah produk berlebih yang dibuang khususnya produk nitrogen cair.

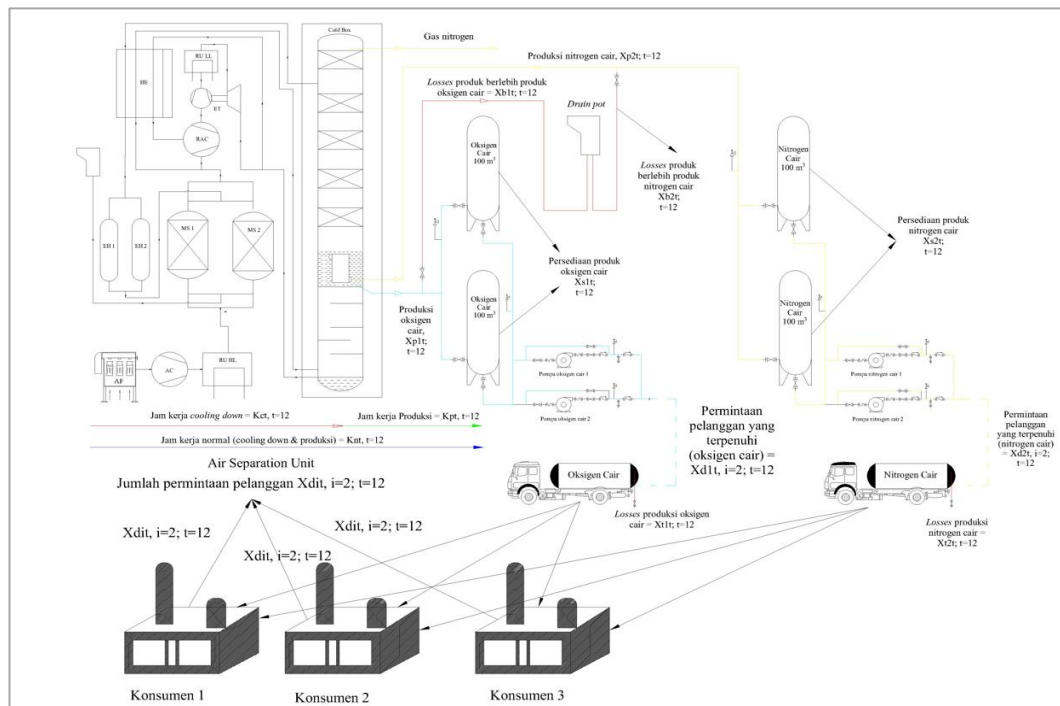
3.5 Tahap Kesimpulan dan Saran

Tahap terakhir pada proses penelitian yang akan dilaksanakan adalah penentuan kesimpulan dari penelitian berupa skenario pada perencanaan produksi yang paling optimum untuk menurunkan jumlah *losses* produk berlebih. Kesimpulan yang dihasilkan berdasarkan hasil analisis data dan harus dapat menjawab dari tujuan penelitian yang akan dilakukan. Kesimpulan dan saran dari rencana penelitian ini, nantinya dapat dijadikan sebuah rekomendasi dan referensi bagi PT. XYZ dalam melakukan perencanaan proses produksi di *air separation unit* secara optimum berupa skenario perencanaan produksi yang dapat meminimalkan produk berlebih pada nitrogen cair.

BAB 4

PENGUMPULAN DATA SERTA HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Sistem Kerja Pengembangan Model



Gambar 4.1. Ilustrasi pengembangan model perencanaan produksi di *air separation unit* PT. XYZ

Pada penelitian ini, dilakukan pemodelan optimasi perencanaan produksi di *air separation unit* PT. XYZ untuk mendapatkan hasil jumlah produksi, jam kerja, dan jumlah penyimpanan terbaik yang dapat meminimalkan jumlah produk berlebih. Pemodelan tersebut mengintegrasikan seluruh permintaan pelanggan dan perencanaan produksi, berupa kebutuhan produk yang akan diproduksi untuk memenuhi seluruh permintaan, kebutuhan jam kerja untuk mengoperasikan dan menghasilkan produk, volume produk yang dapat disimpan di tangki penyimpanan, jumlah produk berlebih yang tidak dapat disimpan dan jumlah produk yang terbuang pada saat proses pemindahan produk. Seperti diilustrasikan pada Gambar 4.1, terdapat permintaan produk pelanggan dari seluruh pelanggan, satu unit *air*

separation unit, jumlah produk yang dihasilkan, jumlah produk yang mengalami produk berlebih dan harus dibuang, empat unit tangki penyimpanan produk, dan terakhir jumlah produk yang terbuang pada saat proses pemindahan produk dari tangki penyimpanan ke tangki kendaraan untuk dikirim ke pelanggan.

Jumlah permintaan pelanggan berupa permintaan produk oksigen cair dan nitrogen cair tidak tetap pada setiap periode. Jumlah permintaan produk setiap bulan selama 12 bulan periode penelitian telah diketahui. Seluruh permintaan berupa oksigen cair dan nitrogen cair harus dapat terpenuhi. Dilakukan pembatasan permintaan pelanggan dengan tidak menjelaskan jumlah permintaan setiap pelanggan, dikarenakan jumlah pelanggan yang cukup besar dan adanya ketidakpastian jumlah permintaan setiap bulan. Variabel total permintaan pelanggan adalah Xd_{it} , dengan i merupakan jumlah produk yang diminta sebanyak dua yaitu oksigen cair dan nitrogen cair dan t merupakan periode waktu penelitian selama 12 bulan.

Kebutuhan jam kerja untuk mengoperasikan *air separation unit* terbagi menjadi dua, yaitu kebutuhan jam kerja untuk proses *cooling down* dan kebutuhan jam kerja untuk menghasilkan produk. Jumlah kebutuhan proses *cooling down* atau variabel Kc_t dimulai dari awal menjalankan mesin hingga terbentuknya cairan produk di tower distilasi dan terpenuhinya kadar produk yang sudah ditentukan setiap periode waktu t . Sedangkan, kebutuhan jam kerja produksi atau variabel Kp_t berawal dari produk cair yang sudah terbentuk dan memenuhi standar yang ditentukan dialirkan ke dalam tangki penyimpanan produk setiap periode waktu t . Tangki penyimpanan produk berjumlah 2 tangki penyimpanan untuk setiap produk, dengan kapasitas penyimpanan setiap tangki penyimpanan sebesar $100 \text{ m}^3 \text{ H}_2\text{O}$.

Produk yang dialirkan dari tower distilasi ke tangki penyimpanan disebut hasil produksi, dengan jumlah total produksi berupa variabel Xp_{it} , dengan i merupakan jumlah produk yang dihasilkan berupa oksigen cair dan nitrogen cair dan t merupakan periode waktu penelitian selama 12 bulan. Sedangkan, produk yang tidak dapat disimpan di tangki penyimpanan dan harus dibuang ke atmosfer disebut *losses* produk berlebih dengan variabel Xb_{it} . Salah satu penyebab terjadinya *losses* produk berlebih adalah minimnya permintaan produk nitrogen cair, serta kondisi kapasitas tangki yang telah mencapai batas maksimum

penyimpanan atau MXS_i .

Salah satu aktivitas logistik dalam perencanaan produksi adalah proses pemindahan produk i dari tangki penyimpanan menuju tangki kendaraan untuk didistribusikan kepada pelanggan. Pada tahap ini, terjadi proses *venting* atau proses pembuangan sebagian produk ke atmosfer untuk menjaga tekanan tangki kendaraan pada batas yang ditentukan. Jumlah produk yang dirilis selama proses pemindahan produk disebut *losses* produksi dengan variabel Xt_{it} . Persentase *losses* produksi selama periode t tidak boleh melebihi nilai persentase atau Pt_{it} yang ditentukan perusahaan yaitu maksimal sebesar 1% dari jumlah produksi (Xp_{it}) dan jumlah produk yang disimpan (XS_{it}).

Produk oksigen cair dan nitrogen cair yang disimpan pada akhir periode disebut dengan variabel XS_{it} . Jumlah produk di akhir periode (XS_{it}) diperoleh dari selisih antara jumlah persediaan diawal periode ($XS_{i(t-1)}$) dan jumlah produk yang dihasilkan (Xp_{it}), dikurangi dengan jumlah permintaan yang dilayani (Xd_{it}), jumlah *losses* produk berlebih (Xb_{it}), dan jumlah *losses* produksi (Xt_{it}) dengan i merupakan jumlah produk yang dihasilkan berupa oksigen cair dan nitrogen cair dan t merupakan periode waktu penelitian selama 12 bulan.

4.2 Pengumpulan Data

Data produksi *air separation unit* di PT. XYZ yang diperlukan untuk proses optimasi perencanaan produksi sebagai berikut:

1. Produk yang dihasilkan dari *air separation unit* di PT. XYZ
2. Komponen biaya produksi *air separation unit* di PT. XYZ
3. Rencana produksi (jumlah permintaan produk, kapasitas produksi dan jam kerja produksi)
4. Kapasitas tempat penyimpanan produk

4.2.1 Produk yang dihasilkan dari *air separation unit* di PT. XYZ

Produk yang dihasilkan oleh *air separation unit* di PT. XYZ berupa oksigen cair, nitrogen cair dan gas nitrogen. Oksigen cair dan nitrogen cair menjadi pokok bahasan penelitian. Sedangkan, produk gas nitrogen tidak menjadi pokok

bahasan dikarenakan produk tersebut tidak dimanfaatkan atau dibuang ke atmosfer.

4.2.2 Komponen biaya produksi air separation unit di PT. XYZ

Biaya produksi yang menjadi pembahasan pada penelitian ini adalah biaya bahan pembantu, biaya listrik, biaya sewa dan asuransi, biaya perawatan dan perbaikan, biaya depresiasi dan amortisasi, biaya *losses* produk, dan biaya tenaga kerja.

1. Biaya bahan pembantu

Biaya bahan pembantu merupakan biaya yang dikeluarkan perusahaan PT. XYZ atas pemakaian air dan bahan kimia untuk pengolahan air, yang digunakan untuk proses pendinginan mesin produksi di *air separation unit*. Biaya bahan pembantu yang diperlukan untuk menghasilkan setiap satuan m³ produk oksigen cair sebesar Rp.15. Sedangkan untuk menghasilkan setiap satuan m³ produk nitrogen cair memerlukan biaya bahan pembantu sebesar Rp.18.

2. Biaya listrik

Biaya listrik merupakan biaya yang dikeluarkan dari pemakaian listrik untuk mengoperasikan mesin produksi di *air separation unit* yang terdiri dari proses *cooling down* atau pendinginan kolom distilasi dan proses menghasilkan produk. Kebutuhan listrik untuk proses *cooling down* sebesar 1,081 kWh setiap jam kerja dengan durasi waktu sebesar 16 jam. Sedangkan, pada proses menghasilkan produk memerlukan listrik sebesar 1,458 kWh setiap jam kerja. Tarif listrik yang diberikan dari perusahaan pemasok listrik sebesar Rp. 1,122 per kWh. Biaya listrik ditunjukkan pada tabel 4.1 sebagai berikut.

Tabel 4.1 Biaya Listrik untuk Mengoperasikan *Air Separation Unit* di PT. XYZ

No	Deskripsi	Satuan	Tahapan Proses produksi	
			<i>Cooling Down</i>	Produksi
1	Kebutuhan listrik	kWh/Jam	1,081	1,458
2	Tarif listrik	Rp/kWh	1,122	1,122

3. Biaya sewa dan asuransi

Berdasarkan data biaya pengeluaran produksi di *air separation unit* PT. XYZ, tidak terdapat biaya sewa dan asuransi selama 1 tahun.

4. Biaya perawatan dan perbaikan

Biaya yang dikeluarkan untuk perbaikan dan perawatan mesin produksi di *air separation unit*. Biaya yang dibutuhkan untuk melakukan perawatan dan perbaikan untuk setiap produk setiap satuan m³ sebesar Rp. 166 untuk produk oksigen cair dan Rp.113 untuk produk nitrogen cair.

5. Biaya depresiasi dan amortisasi

Biaya depresiasi dan amortisasi dari aset *air separation unit* PT. XYZ untuk menghasilkan produk oksigen cair dianggarkan sebesar Rp. 304,203,743 setiap bulan atau sebesar Rp. 3,650,444,915 selama satu tahun. Sedangkan biaya depresiasi dan amortisasi untuk menghasilkan produk nitrogen cair sebesar Rp. 121,205,327 setiap bulan atau sebesar Rp. 1,454,463,918 selama satu tahun. Biaya depresiasi dan amortisasi dari *air separation unit* PT. XYZ dapat ditunjukkan pada tabel 4.2 berikut.

Tabel 4.2 Biaya Depresiasi dan Amortisasi *Air Separation Unit* PT. XYZ

No	Deskripsi	Satuan	Jenis Produk yang dihasilkan	
			Oksigen cair	Nitrogen Cair
1	Biaya depresiasi dan amortisasi setiap bulan	Rp	304,203,743	121,205,327
2	Biaya depresiasi dan amortisasi selama 1 tahun	Rp	3,650,444,915	1,454,463,918
3	Total biaya depresiasi dan amortisasi selama 1 tahun	Rp	5,104,908,833	

6. Biaya *losses* produk

Biaya *losses* produk terdiri dari biaya *losses* produksi dan biaya *losses* produk berlebih. Biaya *losses* produksi adalah biaya yang timbul yang disebabkan adanya kehilangan produk oksigen cair atau nitrogen cair pada saat proses

transfer produk dari tangki penyimpanan menuju ke tangki kendaraan atau sebaliknya. Persentase *losses* produksi untuk produk oksigen cair dan nitrogen cair maksimal sebesar 1%. Sedangkan biaya *losses* produk berlebih merupakan biaya yang timbul akibat kelebihan produk pada saat tangki penyimpanan mencapai kapasitas maksimum, sehingga kelebihan produk tersebut harus dibuang ke atmosfer karena tidak dapat disimpan lagi.

7. Biaya tenaga kerja

Biaya yang dikeluarkan PT. XYZ untuk membayar gaji karyawan yang bekerja di *air separation unit*. Tenaga kerja dari *air separation unit* terdiri dari 1 orang manajer produksi, 1 orang supervisor produksi, 1 orang supervisor pemeliharaan, 1 orang operator pemeliharaan, dan 8 orang operator produksi. Shift kerja karyawan bagian operator produksi terbagi menjadi 3 shift dalam 1 hari, dikarenakan *air separation unit* ketika beroperasi harus dioperasikan penuh selama 24 jam. Selain itu, jam kerja operasional dari *air separation unit* masih dibawah jam kerja yang tersedia, sehingga jam kerja dari karyawan diasumsikan tidak ada tambahan biaya lembur atau gaji karyawan produksi di *air separation unit* diasumsikan tetap. Biaya tenaga kerja dari *air separation unit* PT. XYZ untuk menghasilkan produk oksigen cair sebesar Rp. 38,478,995 setiap bulan atau Rp. 461,747,936 selama satu tahun. Sedangkan biaya tenaga kerja yang diperlukan untuk menghasilkan produk nitrogen cair sebesar Rp. 37,542,540 setiap bulan atau Rp. 450,510,476 selama satu tahun. Biaya tenaga kerja dari *air separation unit* PT. XYZ dapat ditunjukkan pada tabel 4.3 berikut.

Tabel 4.3 Biaya Tenaga Kerja *Air Separation Unit* PT. XYZ

No	Deskripsi	Satuan	Produk yang dihasilkan	
			Oksigen cair	Nitrogen Cair
1	Biaya tenaga kerja per bulan	Rp	38,478,995	37,542,540
2	Biaya tenaga kerja 1 tahun	Rp	461,747,936	450,510,476
3	Total biaya tenaga kerja selama 1 tahun	Rp	912,258,412	

4.2.3 Rencana produksi

Rencana produksi dari *air separation unit* di PT. XYZ tahun 2024 meliputi jumlah produk yang diproduksi, kapasitas produksi, stok produk di awal periode, dan biaya produksi setiap produk yang diharapkan setiap satuan m^3 ,

1. Jumlah produk yang diproduksi

Jumlah produk yang diproduksi selama tahun 2024 berdasarkan jumlah permintaan produk dari pelanggan mulai bulan Januari 2024 hingga Desember 2024. Jumlah permintaan produk dari pelanggan dapat ditunjukkan pada tabel 4.4.

2. Kapasitas produksi

Desain kapasitas produksi dari *air separation unit* di PT. XYZ adalah $660 \text{ m}^3/\text{jam}$ untuk produk oksigen cair dan $440 \text{ m}^3/\text{jam}$ untuk produk nitrogen cair. Namun, di tahun 2024 kapasitas produksi dari *air separation unit* di PT. XYZ sebesar $615 \text{ m}^3/\text{jam}$ untuk produk oksigen cair dan $480 \text{ m}^3/\text{jam}$ untuk produk nitrogen cair.

3. Jam kerja yang tersedia

Jam kerja yang tersedia merupakan total jam sesuai kalender selama satu tahun dikurangi dengan kebutuhan jam kerja untuk perawatan mesin selama 14 hari dalam satu tahun atau 28 jam dalam satu bulan. Sehingga jumlah jam kerja yang tersedia setiap bulan mulai Januari hingga Desember sebesar 716, 668, 716, 692, 716, 692, 716, 716, 692, 716, 692, dan 716 jam.

4. Stok produk pada awal periode

Stok produk oksigen cair dan nitrogen cair di awal periode masing-masing sebesar $141,019 \text{ m}^3$ dan $143,999 \text{ m}^3$

5. Biaya produksi setiap produk yang diharapkan

Biaya produksi setiap produk yang diharapkan PT. XYZ selama tahun 2024 adalah Rp. 3.403 untuk produk oksigen cair dan Rp. 3.378 untuk produk nitrogen cair.

Tabel 4.4 Rencana produksi di *air separation unit* PT. XYZ tahun 2024

No	Deskripsi	Satuan	Jenis Produk	Periode Bulan ke-												Total
				1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
1	Jumlah Permintaan Produk	m ³	Oksigen Cair	324,559	342,316	241,867	318,951	305,487	295,996	345,747	338,056	319,454	364,541	379,400	375,153	3,951,527
			Nitrogen Cair	188,148	228,994	75,763	36,851	79,625	90,237	52,320	39,404	125,451	77,475	58,319	114,833	1,167,420
2	Kapasitas Produksi	m ³ /jam	Oksigen Cair	615	615	615	615	615	615	615	615	615	615	615	615	-
			Nitrogen Cair	480	480	480	480	480	480	480	480	480	480	480	480	-
3	Jam Kerja yang Tersedia	Jam	Oksigen Cair	716	668	716	692	716	692	716	716	692	716	692	716	8,448
			Nitrogen Cair	716	668	716	692	716	692	716	716	692	716	692	716	8,448
4	Stok Produk di Awal Periode	m ³	Oksigen Cair	141,019	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
			Nitrogen Cair	143,999	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
5	Biaya Produksi per Produk (Target)	Rp/ m ³	Oksigen Cair	3,403	3,403	3,403	3,403	3,403	3,403	3,403	3,403	3,403	3,403	3,403	3,403	-
			Nitrogen Cair	3,378	3,378	3,378	3,378	3,378	3,378	3,378	3,378	3,378	3,378	3,378	3,378	-

4.2.4 Kapasitas penyimpanan produk

Produk hasil produksi dari *air separation unit* berupa oksigen cair dan nitrogen cair disimpan ke dalam tangki penyimpanan. Tangki penyimpanan produk oksigen cair berjumlah dua tangki dengan kapasitas penyimpanan setiap tangki sebesar 84,313 m³. Sedangkan untuk produk nitrogen cair disimpan di dua tangki penyimpanan dengan kapasitas penyimpanan setiap tangki sebesar 73,787 m³. Kapasitas penyimpanan produk dari *air separation unit* di PT. XYZ dapat ditunjukkan di tabel 4.5.

Tabel 4.5. Kapasitas Penyimpanan Produk *Air Separation Unit*

No	Deskripsi	Jenis Produk	Satuan	Tangki Penyimpanan Produk		
				Tangki 1	Tangki 2	Total
1	Kapasitas Desain Tangki Penyimpanan	Oksigen Cair	m ³	88,750	88,750	177,500
		Nitrogen Cair		77,670	77,670	155,340
2	Kapasitas Riil Tangki Penyimpanan	Oksigen Cair	m ³	84,313	84,313	168,626
		Nitrogen Cair		73,787	73,787	147,574

4.2.5 Ringkasan Data Masukan Perencanaan Produksi

Untuk memudahkan pembacaan dari pengumpulan data produksi yang akan diolah ke dalam *software* Lingo 18.0, maka dibuat ringkasan data sebagai berikut:

Tabel 4.6 Data Input Perencanaan Produksi untuk Pengembangan Model Optimasi

No	Data	Satuan	Simbol	Jenis Produk	Periode Bulan ke-												Total
					1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
1	Jumlah permintaan Produk	m ³	Xd_{it}	Oksigen	324,559	342,316	241,867	318,951	305,487	295,996	345,747	338,056	319,454	364,541	379,400	375,153	3,951,527
				Nitrogen	188,148	228,994	75,763	36,851	79,625	90,237	52,320	39,404	125,451	77,475	58,319	114,833	1,167,420
2	Kapasitas Produksi	m ³ /Jam	Xcp_i	Oksigen	615	615	615	615	615	615	615	615	615	615	615	615	-
				Nitrogen	480	480	480	480	480	480	480	480	480	480	480	480	-
3	Ketersediaan Jam Kerja	Jam	Avn_t	Oksigen	716	668	716	692	716	692	716	716	692	716	692	716	8,448
				Nitrogen	716	668	716	692	716	692	716	716	692	716	692	716	8,448
4	Stok Produk di Awal Periode	m ³	Xs_{10}	Oksigen	141,019	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
			Xs_{20}	Nitrogen	143,999	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
5	Biaya Produksi per Produk (Target)	Rp/ m ³	Bp_{it}	Oksigen	3,403	3,403	3,403	3,403	3,403	3,403	3,403	3,403	3,403	3,403	3,403	3,403	-
				Nitrogen	3,378	3,378	3,378	3,378	3,378	3,378	3,378	3,378	3,378	3,378	3,378	3,378	-
6	Biaya bahan pembantu	Rp/ m ³	Ba_i	Oksigen	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	-
				Nitrogen	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	-
7	Kebutuhan Listrik	kWh/jam	Kl_t	Cooling Down	1081	1081	1081	1081	1081	1081	1081	1081	1081	1081	1081	1081	-
				Produksi	1458	1458	1458	1458	1458	1458	1458	1458	1458	1458	1458	1458	-

Berlanjut

Tabel 4.6 Data Input Perencanaan Produksi untuk Pengembangan Model Optimasi (lanjutan)

No	Deskripsi	Satuan	Simbol	Jenis Produk	Periode Bulan ke-												Total
					1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	-
8	Tarif Listrik	Rp/kWh	TL_t	Cooling Down	1122	1122	1122	1122	1122	1122	1122	1122	1122	1122	1122	1122	-
				Produksi	1122	1122	1122	1122	1122	1122	1122	1122	1122	1122	1122	1122	-
9	Kebutuhan Jam Kerja	Jam	Kc_t	Cooling Down	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	-
10	Biaya Perawatan & Perbaikan	Rp/m ³	Bm_i	Oksigen	116	116	116	116	116	116	116	116	116	116	116	116	-
				Nitrogen	113	113	113	113	113	113	113	113	113	113	113	113	-
11	Biaya Depresiasi dan Amortisasi	Rp (ribuan)	Bd_{it}	Oksigen	304,204	304,204	304,204	304,204	304,204	304,204	304,204	304,204	304,204	304,204	304,204	304,204	3,650,445
				Nitrogen	121,205	121,205	121,205	121,205	121,205	121,205	121,205	121,205	121,205	121,205	121,205	121,205	1,454,464
12	Persentase Losses Produksi	%	P_t	Oksigen	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-
				Nitrogen	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-
13	Biaya Tenaga Kerja	Rp (ribuan)	Bw_{it}	Oksigen	38,479	38,479	38,479	38,479	38,479	38,479	38,479	38,479	38,479	38,479	38,479	38,479	461,748
				Nitrogen	37,543	37,543	37,543	37,543	37,543	37,543	37,543	37,543	37,543	37,543	37,543	37,543	450,511
14	Kapasitas Penyimpanan Produk	m ³	MXS_i	Oksigen	168,625	168,625	168,625	168,625	168,625	168,625	168,625	168,625	168,625	168,625	168,625	168,625	-
				Nitrogen	147,573	147,573	147,573	147,573	147,573	147,573	147,573	147,573	147,573	147,573	147,573	147,573	-

4.3 Pengolahan Data

Data-data yang sudah dikumpulkan kemudian diolah untuk mengembangkan model optimasi menggunakan bantuan perangkat lunak (*software*). Pengembangan model optimasi perencanaan produksi di *air separation unit* di PT. XYZ menggunakan model *Mixed Integer Linear Programming* dilakukan dengan bantuan perangkat lunak Lingo 18.0. Pengolahan data tersebut dengan mempertimbangkan kondisi aktual di PT. XYZ selama satu tahun, periode januari 2024 hingga desember 2024.

4.3.1 Formulasi Fungsi Tujuan

Fungsi tujuan dari penelitian ini adalah meminimalkan biaya produksi terutama biaya losses produksi dan biaya listrik dalam perencanaan produksi di *air separation unit* dengan durasi waktu bulanan selama 12 bulan. Model optimasi yang digunakan menggunakan model *Mixed Integer Linear Programming* dengan model matematis sebagai berikut:

Indeks

i : Jenis produk yang diproduksi berupa oksigen cair dan nitrogen cair

t : Periode waktu (12 bulan)

Dengan variabel keputusan

Xp_{it} : Jumlah total produksi pada jam kerja efektif menghasilkan produk i selama periode t (m^3)

Kn_t : Jumlah total jam kerja normal selama proses *cooling down* dan proses produksi pada periode t (jam)

Xs_{it} : Jumlah persediaan produk i yang disimpan di tangki penyimpanan pada akhir periode t (m^3)

Xb_{it} : Jumlah total *losses* berlebih produk i selama periode t (m^3)

Op_{it} : *Integer* dari *losses* produk berlebih pada produk i selama periode t

Kp_t : Jumlah total jam kerja selama menghasilkan produk pada periode t (m^3)

Parameter

Bp_{it}	: Biaya produksi setiap produk i pada periode waktu t (Rp/unit)
Ba_{it}	: Biaya bahan pembantu pada saat memproduksi produk i selama periode t (Rp)
Bl_t	: Biaya pemakaian listrik selama proses <i>cooling down</i> dan proses produksi pada periode t (Rp)
Bs_{it}	: Biaya sewa dan asuransi pada saat memproduksi produk i selama periode t (Rp)
Bm_{it}	: Biaya perawatan dan perbaikan pada saat memproduksi produk i selama periode t (Rp)
Bd_{it}	: Biaya depresiasi dan amortisasi pada saat memproduksi produk i selama periode t (Rp)
Bb_{it}	: Biaya <i>losses</i> produk pada saat memproduksi produk i selama periode t (Rp)
Bw_{it}	: Biaya tenaga kerja pada saat memproduksi i selama periode t (Rp)
Xb_{it}	: Jumlah <i>losses</i> produk berlebih pada saat memproduksi produk i selama periode waktu t (m^3)
Xt_{it}	: Jumlah <i>losses</i> produksi pada saat kondisi tangki penyimpanan <i>standby</i> dan kondisi melakukan perpindahan produk untuk produk i selama periode waktu t (m^3)
Xd_{it}	: Jumlah permintaan pelanggan dalam waktu normal untuk produk i selama periode waktu t (m^3)
Xcp_t	: Kapasitas produk setiap jam yang dapat dihasilkan untuk produk i pada periode waktu t (m^3)
Xl_t	: Jumlah pemakaian listrik selama proses <i>cooling down</i> dan proses produksi pada periode t (kWh)
Tl_t	: Tarif listrik yang berlaku dari pemasok per satuan daya untuk mengoperasikan mesin produksi pada periode t (Rp/kWh)
Kl_t	: Kebutuhan pemakaian listrik setiap jam untuk mengoperasikan mesin produksi pada saat proses <i>cooling down</i> atau proses produksi selama periode t (kWh/jam)

- Klc_t : Kebutuhan pemakaian listrik setiap jam untuk mengoperasikan mesin produksi pada saat proses *cooling down* selama periode t (kWh/jam)
- Klp_t : Kebutuhan pemakaian listrik setiap jam untuk mengoperasikan mesin produksi pada saat menghasilkan produk selama periode t (kWh/jam)
- Bm_i : Biaya yang dibutuhkan untuk melakukan perawatan dan perbaikan setiap produk i (Rp/m³)
- $XS_{i(t-1)}$: Jumlah persediaan produk i yang disimpan di tangki penyimpanan pada periode t sebelumnya (m³)
- MXS_i : Jumlah kapasitas maksimal produk i yang dapat disimpan di tangki penyimpanan (m³)
- Kc_t : Jumlah total jam kerja pada saat proses *cooling down* selama periode t (jam)
- Kp_t : Jumlah total jam kerja selama proses menghasilkan produk pada periode t (jam)
- Avn_t : Ketersediaan jam kerja normal untuk mengoperasikan mesin produksi dan menghasilkan produk selama periode t (jam)
- P_t : Persentase *losses* produksi untuk produk i selama periode t (%)

Fungsi tujuan:

Meminimalkan biaya produksi $Z = \text{Biaya bahan pembantu} + \text{biaya listrik} + \text{biaya sewa dan asuransi} + \text{biaya perawatan dan perbaikan} + \text{biaya amortisasi dan depresiasi} + \text{biaya losses} + \text{biaya tenaga kerja}$.

Model matematik dari fungsi tujuan sebagai berikut:

Min Z

$$\begin{aligned}
= & \sum_{i=1}^2 \sum_{t=1}^{12} Ba_{it}Xp_{it} + \sum_{t=1}^{12} Klc_t Kc_t Tl_t + \sum_{t=1}^{12} Klp_t Kp_t Tl_t + \sum_{t=1}^{12} Bs_t \\
& + \sum_{i=1}^2 \sum_{t=1}^{12} Bm_{it}Xp_{it} + \sum_{i=1}^2 \sum_{t=1}^{12} Bd_{it} \\
& + \sum_{i=1}^2 \sum_{t=1}^{12} Bp_{it} (Xs_{i(t-1)} + Xp_{it} - Xd_{it} - Xb_{it} - Xs_{it}) \\
& + \sum_{i=1}^2 \sum_{t=1}^{12} Bp_{it} (Xs_{i(t-1)} + Xp_{it} - Xd_{it} - Xs_{it} - Xt_{it}) \\
& + \sum_{i=1}^2 \sum_{t=1}^{12} 1000000000(Op_{it}) \\
& + \sum_{i=1}^2 \sum_{t=1}^{12} Bw_{it}
\end{aligned} \tag{4.1}$$

Model matematik di atas dapat dijabarkan ke dalam formulasi lindo sebagai berikut:

Minimum biaya produksi z =

1. Biaya pemakaian bahan pembantu

$$\begin{aligned}
& 15Xp_{11} + 15Xp_{12} + 15Xp_{13} + 15Xp_{14} + 15Xp_{15} + 15Xp_{16} + 15Xp_{17} + \\
& 15Xp_{18} + 15Xp_{19} + 15Xp_{110} + 15Xp_{111} + 15Xp_{112} + 19Xp_{21} + 19Xp_{22} + \\
& 19Xp_{23} + 19Xp_{24} + 19Xp_{25} + 19Xp_{26} + 19Xp_{27} + 19Xp_{28} + 19Xp_{29} + \\
& 19Xp_{210} + 19Xp_{211} + 19Xp_{212} +
\end{aligned} \tag{4.2}$$

2. Biaya pemakaian listrik pada saat proses *cooling down*

$$\begin{aligned}
& (1081)(Kc_1)(1122) + (1081)(Kc_2)(1122) + (1081)(Kc_3)(1122) + \\
& (1081)(Kc_4)(1122) + (1081)(Kc_5)(1122) + (1081)(Kc_6)(1122) + \\
& (1081)(Kc_6)(1122) + (1081)(Kc_7)(1122) + (1081)(Kc_8)(1122) + \\
& (1081)(Kc_9)(1122) + (1081)(Kc_{10})(1122) + (1081)(Kc_{11})(1122) + \\
& (1081)(Kc_{12})(1122) +
\end{aligned} \tag{4.3}$$

3. Biaya pemakaian listrik selama menghasilkan produk

$$\begin{aligned}
 & (1458)(Kp_1)(1122) + (1458)(Kp_2)(1122) + (1458)(Kp_3)(1122) + \\
 & (1458)(Kp_4)(1122) + (1458)(Kp_5)(1122) + (1458)(Kp_6)(1122) + \\
 & (1458)(Kp_7)(1122) + (1458)(Kp_8)(1122) + (1458)(Kp_9)(1122) + \\
 & (1458)(Kp_{10})(1122) + (1458)(Kp_{11})(1122) + (1458)(Kp_{12})(1122) + \\
 & \hspace{15em} (4.4)
 \end{aligned}$$

4. Biaya sewa dan asuransi

$$\begin{aligned}
 & 0Bs_1 + 0Bs_2 + 0Bs_3 + 0Bs_4 + 0Bs_5 + 0Bs_6 + 0Bs_7 + 0Bs_8 + 0Bs_9 + \\
 & 0Bs_{10} + 0Bs_{11} + 0Bs_{12} + \\
 & \hspace{15em} (4.5)
 \end{aligned}$$

5. Biaya perawatan dan perbaikan

$$\begin{aligned}
 & 116Xp_{11} + 116Xp_{12} + 116Xp_{13} + 116Xp_{14} + 116Xp_{15} + 116Xp_{16} + \\
 & 116Xp_{17} + 116Xp_{18} + 116Xp_{19} + 116Xp_{110} + 116Xp_{111} + 116Xp_{112} + \\
 & 113Xp_{21} + 113Xp_{22} + 113Xp_{23} + 113Xp_{24} + 113Xp_{25} + 113Xp_{26} + \\
 & 113Xp_{27} + 113Xp_{28} + 113Xp_{29} + 113Xp_{210} + 113Xp_{211} + 113Xp_{212} + \\
 & \hspace{15em} (4.6)
 \end{aligned}$$

6. Biaya depresiasi dan amortisasi

$$\begin{aligned}
 & Bd_{11} + Bd_{12} + Bd_{13} + Bd_{14} + Bd_{15} + Bd_{16} + Bd_{17} + Bd_{18} + Bd_{19} + \\
 & Bd_{110} + Bd_{111} + Bd_{112} + Bd_{21} + Bd_{22} + Bd_{23} + Bd_{24} + Bd_{25} + Bd_{26} + \\
 & Bd_{27} + Bd_{28} + Bd_{29} + Bd_{210} + Bd_{211} + Bd_{212} + \\
 & \hspace{15em} (4.7)
 \end{aligned}$$

7. Biaya *losses* produksi

$$\begin{aligned}
 & (Bp_{11})(Xs_{10} + Xp_{11} - Xd_{11} - Xb_{11} - Xs_{11}) + \\
 & (Bp_{12})(Xs_{11} + Xp_{12} - Xd_{12} - Xb_{12} - Xs_{12}) + \\
 & \hspace{10em} \cdot \\
 & \hspace{10em} \cdot \\
 & \hspace{10em} \cdot \\
 & (Bp_{211})(Xs_{210} + Xp_{211} - Xd_{211} - Xb_{211} - Xs_{211}) + \\
 & (Bp_{212})(Xs_{211} + Xp_{212} - Xd_{212} - Xb_{212} - Xs_{212}) + \\
 & \hspace{15em} (4.8)
 \end{aligned}$$

8. Biaya *losses* produk berlebih

$$\begin{aligned}
& (Bp_{11})(Xs_{10} + Xp_{11} - Xd_{11} - Xs_{11} - Xt_{11}) + \\
& (Bp_{12})(Xt_{11} + Xp_{12} - Xd_{12} - Xs_{12} - Xt_{12}) + \\
& \quad \cdot \\
& \quad \cdot \\
& \quad \cdot \\
& (Bp_{211})(Xs_{210} + Xp_{211} - Xd_{211} - Xs_{211} - Xt_{211}) + \\
& (Bp_{212})(Xs_{211} + Xp_{212} - Xd_{212} - Xs_{212} - Xt_{212}) +
\end{aligned} \tag{4.9}$$

9. Biaya integer *losses* berlebih

$$\begin{aligned}
& 1000000000(Op_{11}) + 1000000000(Op_{12}) + 1000000000Op_{13} + \\
& 1000000000(Op_{14}) + 1000000000(Op_{15}) + 1000000000Op_{16} + \\
& \quad \cdot \\
& \quad \cdot \\
& \quad \cdot \\
& 1000000000(Op_{26}) + 1000000000(Op_{27}) + 1000000000Op_{28} + \\
& 1000000000(Op_{29}) + 1000000000(Op_{210}) + 1000000000Op_{211} +
\end{aligned} \tag{4.10}$$

10. Biaya tenaga kerja

$$\begin{aligned}
& Bw_{11} + Bw_{12} + Bw_{13} + Bw_{14} + Bw_{15} + Bw_{16} + Bw_{17} + Bw_{18} + Bw_{19} + \\
& Bw_{110} + Bw_{111} + Bw_{112} + Bw_{21} + Bw_{22} + Bw_{23} + Bw_{24} + Bw_{25} + \\
& Bw_{26} + Bw_{27} + Bw_{28} + Bw_{29} + Bw_{210} + Bw_{211} + Bw_{212} +
\end{aligned} \tag{4.11}$$

4.3.2 Formulasi Fungsi Pembatas

1. Keseimbangan jumlah produk

Keseimbangan jumlah produk disesuaikan dengan jumlah produk yang dihasilkan pada jam kerja produksi, ditambah dengan jumlah persediaan produk pada periode sebelumnya harus sama dengan penjumlahan dari permintaan produk, jumlah *losses* produksi, jumlah *losses* produk berlebih, dan jumlah persediaan produk di akhir periode untuk produk *i* selama periode *t*.

$$Xs_{it} = Xs_{(t-1)} + Xp_{it} - Xd_{it} - Xt_{it} - Xb_{it} \tag{4.12}$$

dengan:

$$i = 1, 2$$

$$t = 1, \dots, 12$$

Fungsi pembatas dari keseimbangan jumlah produk dapat ditunjukkan pada persamaan 4.13 berikut ini.

$$\begin{aligned} Xs_{11} + Xd_{11} + Xt_{11} + Xb_{11} - Xp_{11} &= Xs_{10} \\ Xs_{12} + Xd_{12} + Xt_{12} + Xb_{12} - Xp_{12} - Xs_{11} &= 0 \\ \cdot & \\ \cdot & \\ \cdot & \\ Xs_{212} + Xd_{212} + Xt_{212} + Xb_{212} - Xp_{212} - Xs_{211} &= 0 \end{aligned} \tag{4.13}$$

2. Jumlah produk i yang disimpan di tangki penyimpanan selama periode t harus lebih besar atau sama dengan dengan jumlah persediaan minimum. Jumlah persediaan minimum untuk setiap produk i yang ditentukan oleh manajemen PT. XYZ sebesar 50% dari kapasitas maksimum tangki persediaan.

$$Xs_{i(t-1)} + Xp_{it} - Xd_{it} - Xt_{it} - Xb_{it} \geq (50\%)(MXs_i) \tag{4.14}$$

dengan:

$$i = 1, 2$$

$$t = 1, \dots, 12$$

Fungsi pembatas dari jumlah produk minimum ditunjukkan pada persamaan 4.15 sebagai berikut.

$$\begin{aligned} Xs_{10} + Xp_{11} - Xd_{11} - Xt_{11} - Xb_{11} &\geq 84313 \\ Xs_{11} + Xp_{12} - Xd_{12} - Xt_{12} - Xb_{12} &\geq 84313 \\ \cdot & \\ \cdot & \\ \cdot & \\ Xs_{211} + Xp_{212} - Xd_{212} - Xt_{212} - Xb_{212} &\geq 73787 \end{aligned} \tag{4.15}$$

3. Jumlah produk i yang dapat disimpan di tangki penyimpanan selama periode t harus kurang dari atau sama dengan kapasitas maksimum dari tangki penyimpanan.

$$Xs_{i(t-1)} + Xp_{it} - Xd_{it} - Xt_{it} - Xb_{it} \leq (MXs_i) \quad (4.16)$$

dengan:

$$i = 1, 2$$

$$t = 1, \dots, 12$$

Fungsi pembatas dari jumlah produk maksimum yang dapat disimpan ditunjukkan pada persamaan 4.17 sebagai berikut.

$$\begin{aligned} Xs_{10} + Xp_{11} - Xd_{11} - Xt_{11} - Xb_{11} &\leq 168625 \\ Xs_{11} + Xp_{12} - Xd_{12} - Xt_{12} - Xb_{12} &\leq 168625 \\ . \\ . \\ . \\ Xs_{211} + Xp_{212} - Xd_{212} - Xt_{212} - Xb_{212} &\leq 147573 \end{aligned} \quad (4.17)$$

4. Jumlah total produk i yang diproduksi selama periode t harus lebih kecil atau sama dengan kapasitas produksi dari *air separation plant* di PT. XYZ.

$$Xcp_i Kp_t = Xp_{it} \quad (4.18)$$

dengan:

$$i = 1, 2$$

$$t = 1, \dots, 12$$

Fungsi pembatas produk yang diproduksi terhadap kapasitas produksi produk i selama periode t dapat ditunjukkan pada persamaan 4.19 sebagai berikut.

$$\begin{aligned} 615(Kp_1) - Xp_{11} &= 0 \\ 615(Kp_2) - Xp_{12} &= 0 \\ . \\ . \end{aligned} \quad (4.19)$$

$$480(Kp_{12}) - Xp_{212} = 0$$

5. Persentase dari *losses* produksi selama periode t tidak melebihi nilai persentase dari *losses* produksi yang ditentukan oleh manajemen PT. XYZ, yaitu sebesar 1% untuk produk oksigen cair dan produk nitrogen cair.

$$Xt_{it} = P_t(Xs_{i(t-1)} + XP_{it} - Xb_{it} - Xt_{it}) \quad (4.20)$$

dengan:

$$i = 1, 2$$

$$t = 1, \dots, 12$$

Fungsi pembatas untuk persentase *losses* produk produksi dapat ditunjukkan pada persamaan 4.21 sebagai berikut

$$\begin{aligned} Xt_{11} &= (0.01)(Xs_{10} + XP_{11} - Xb_{11} - Xs_{11}) \\ Xt_{12} &= (0.01)(Xs_{11} + XP_{12} - Xb_{12} - Xs_{12}) \\ &\vdots \\ &\vdots \\ &\vdots \end{aligned} \quad (4.21)$$

$$Xs_{212} = (0.01)(Xs_{211} + XP_{212} - Xb_{212} - Xs_{212})$$

6. Jumlah total jam kerja normal untuk *proses cooling down* dan proses produksi tidak boleh melebihi ketersediaan jam kerja normal selama periode t .

$$Kn_t \leq Avn_t \quad (4.22)$$

dengan:

$$t = 1, \dots, 12$$

Sehingga, fungsi batasan jumlah maksimal jam kerja normal dapat ditunjukkan pada persamaan 4.23 sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
Kn_1 &\leq 716 \\
Kn_2 &\leq 668 \\
&\cdot \\
&\cdot \\
&\cdot \\
Kn_2 &\leq 716
\end{aligned} \tag{4.23}$$

7. Jumlah jam kerja normal untuk mengoperasikan mesin produksi dan menghasilkan produk selama periode t adalah jumlah total jam kerja pada saat proses *cooling down* ditambah total waktu produksi selama periode t .

$$Kn_t = Kc_t + Kp_t \tag{4.24}$$

dengan:

$$t = 1, \dots, 12$$

Sehingga, fungsi batasan dari total jam kerja untuk mengoperasikan *air separation plant* dapat ditunjukkan pada persamaan 4.25 sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
Kn_1 - Kc_1 - Kp_1 &= 0 \\
Kn_2 - Kc_2 - Kp_2 &= 0 \\
&\cdot \\
&\cdot \\
&\cdot \\
Kn_{12} - Kc_{12} - Kp_{12} &= 0
\end{aligned} \tag{4.25}$$

8. Total jam kerja produksi selama periode t adalah jumlah total jam kerja normal mesin *air separation plant* beroperasi dikurangi dengan jumlah jam kerja selama proses *cooling down*.

$$Kp_t = Kn_t - Kc_t \tag{4.26}$$

dengan:

$$t = 1, \dots, 12$$

Fungsi batasan dari total jam kerja produksi menghasilkan produk ditunjukkan pada persamaan 4.27 sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 Kp_1 &= Kn_1 - Kc_1 \\
 Kp_2 &= Kn_2 - Kc_2 \\
 &\cdot \\
 &\cdot \\
 &\cdot \\
 Kp_{12} &= Kn_{12} - Kc_{12}
 \end{aligned} \tag{4.27}$$

9. Jumlah jam kerja maksimal yang diperlukan untuk proses *cooling down* hingga terbentuknya produk di kolom distilasi selama periode t sama dengan kebutuhan jam kerja maksimum untuk proses *cooling down* sebesar 16 jam.

$$Kc_t = 16 \tag{4.28}$$

dengan:

$$t = 1, \dots, 12$$

Fungsi batasan dari jumlah jam kerja maksimum untuk proses *cooling down* ditunjukkan pada persamaan 4.29 sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 Kc_1 &= 16 \\
 Kc_2 &= 16 \\
 &\cdot \\
 &\cdot \\
 &\cdot \\
 Kc_{12} &= 16
 \end{aligned} \tag{4.29}$$

10. Jumlah jam kerja normal yang dibutuhkan untuk proses *cooling down* dan proses produksi harus lebih besar dari jumlah total jam kerja menghasilkan produk selama periode t .

$$Kn_t \geq Kp_t \quad (4.30)$$

dengan:

$$t = 1, \dots, 12$$

Fungsi batasan dari fungsi ini ditunjukkan pada persamaan 4.31 sebagai berikut.

$$\begin{aligned} Kn_1 &\geq Kp_1 \\ Kn_2 &\geq Kp_2 \\ &\cdot \\ &\cdot \\ &\cdot \\ Kn_{12} &\geq Kp_{12} \end{aligned} \quad (4.31)$$

11. Jumlah *losses* produk berlebih pada produk *i* yang diijinkan selama periode *t* maksimal berjumlah 1 produk

$$Op_{1t} + Op_{2t} \leq 1 \quad (4.32)$$

dengan:

$$i = 1, 2$$

$$t = 1, \dots, 12$$

Fungsi batasan dari jumlah maksimal produk yang mengalami *losses* produk berlebih ditunjukkan pada persamaan 4.33 sebagai berikut.

$$\begin{aligned} Op_{11} + Op_{21} &\leq 1 \\ Op_{12} + Op_{22} &\leq 1 \\ &\cdot \\ &\cdot \\ &\cdot \\ Op_{112} + Op_{212} &\leq 1 \end{aligned} \quad (4.33)$$

12. Jumlah *losses* produk berlebih tidak boleh melebihi dari satu juta dari nilai *integer* produk berlebih

$$Xb_{it} \leq 1000000(Op_{it}) \quad (4.34)$$

dengan:

$$i = 1, 2$$

$$t = 1, \dots, 12$$

Fungsi batasan dari jumlah *losses* produk berlebih tidak boleh melebihi dari satu juta dari nilai *integer* produk berlebih ditunjukkan pada persamaan 4.35 sebagai berikut.

$$\begin{aligned} Xb_{11} &\leq 1000000(Op_{11}) \\ Xb_{12} &\leq 1000000(Op_{12}) \\ &\cdot \\ &\cdot \\ &\cdot \\ Xb_{212} &\leq 1000000(Op_{212}) \end{aligned} \quad (4.35)$$

13. *Integer programming* pada variabel *losses* produk berlebih

$$Op_{it} = \text{binary} \quad (4.36)$$

dengan:

$$i = 1, 2$$

$$t = 1, \dots, 12$$

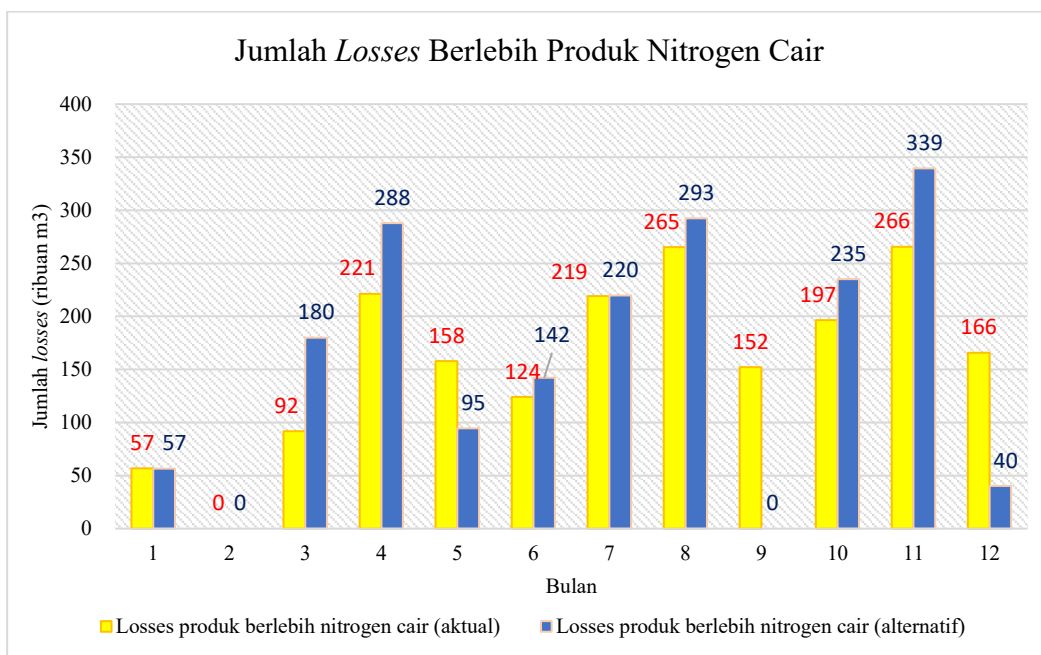
14. Fungsi batasan non-negatif dari variabel Keputusan. Jumlah produksi, jam kerja normal, jumlah persediaan, jumlah *losses* produk berlebih dan jam kerja efektif menghasilkan produk tidak boleh bernilai negatif.

$$Xp_{it}; Kn_t; Xt_{it}; Xb_{it}; Kp_t \text{ non negatives} \quad \forall i, \forall t \quad (4.37)$$

4.4 Analisis Hasil Penelitian

Pengolahan data perencanaan produksi di *air separation unit* PT. XYZ selama tahun 2024 menggunakan metode *mixed integer linear programming* dengan bantuan *software* Lindo 18.0. Hasil dari pengolahan data, selanjutnya

dilakukan analisis data dengan membandingkan dua strategi yaitu strategi perencanaan produksi yang dilaksanakan di PT. XYZ dengan strategi alternatif dari hasil optimasi menggunakan *software* Lindo 18.0. Perbandingan antara kedua strategi tersebut meliputi meliputi parameter kuantitas produksi, kebutuhan jam kerja normal untuk mengoperasikan mesin, volume persediaan produk, jumlah *losses* khususnya *losses* produk berlebih, dan kebutuhan jam kerja produksi untuk menghasilkan produk.

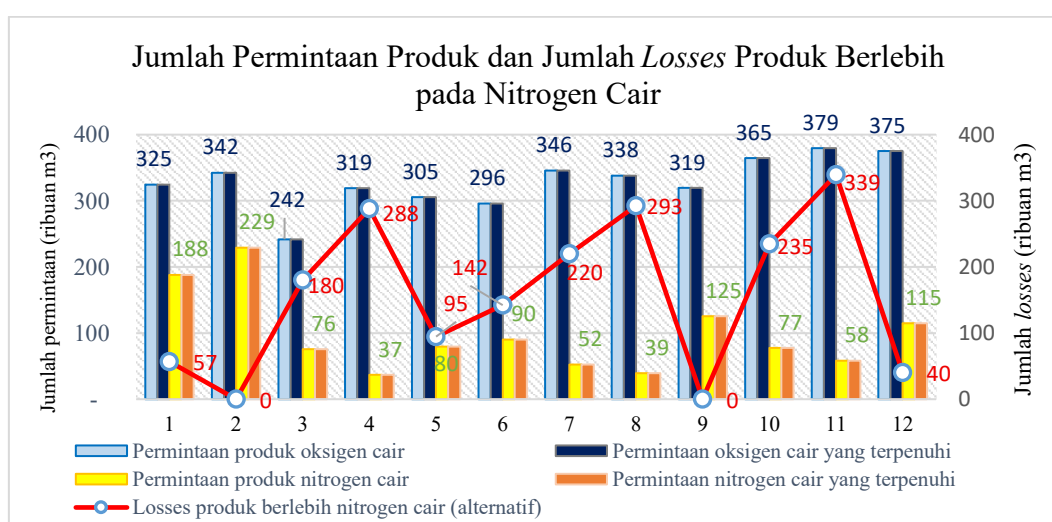


Gambar 4.2 Jumlah *losses* produk berlebih pada produk nitrogen cair

Gambar 4.2 menunjukkan perbandingan jumlah *losses* produk berlebih pada nitrogen cair antara strategi alternatif dengan strategi yang diterapkan PT XYZ. Strategi alternatif perencanaan produksi yang dikembangkan menghasilkan jumlah *losses* produk berlebih pada nitrogen cair yang lebih kecil dibandingkan dengan strategi yang dilaksanakan oleh perusahaan PT. XYZ. *Losses* produk berlebih dapat berkurang 1.5% atau sebesar 27,885 m³ dari 1,916,112 m³ menjadi 1,888,227 m³ selama 12 bulan. Hasil pengolahan data perencanaan produksi di *air separation unit* PT. XYZ dengan menggunakan *software* Lindo 18.0 selama satu tahun ditunjukkan pada tabel 4.7 sebagai berikut.

Tabel 4.7. Rangkuman dari Hasil Pengolahan Data Air Separation Unit PT. XYZ

Deskripsi	Satuan	Strategi		Selisih
		Aktual	Alternatif	
Jumlah Produksi Oksigen Cair	m ³	3,962,366.0	3,934,735.4	(27,630.6)
Jumlah Produksi Nitrogen Cair	m ³	3,096,435.0	3,071,013.1	(25,421.9)
Kebutuhan Jam Kerja Normal	Jam	6,704.1	6,589.9	(114.2)
Jumlah Persediaan Akhir Oksigen Cair	m ³	1,412,100.0	1,468,747.1	56,647.1
Jumlah Persediaan Akhir Nitrogen Cair	m ³	1,636,785.0	1,328,160.0	(308,625.0)
Jumlah <i>Losses</i> Produk Berlebih pada Oksigen Cair)	m ³	0	0	0
Jumlah <i>Losses</i> Produk Berlebih pada Nitrogen Cair	m ³	1,916,112.0	1,888,227.0	(27,885.0)
Kebutuhan Jam Kerja Produksi	Jam	6,446.6	6,397.9	(48.7)



Gambar 4.3 Jumlah permintaan produk, jumlah produk yang terpenuhi, dan jumlah *losses* produk berlebih pada produk nitrogen cair

Gambar 4.3 menunjukkan bahwa seluruh permintaan pelanggan berupa produk oksigen cair dan nitrogen cair selama tahun 2024 dapat dipenuhi. Volume permintaan pelanggan yang terpenuhi sebesar $3,951,527 \text{ m}^3$ untuk oksigen cair, dan $1,167,420 \text{ m}^3$ untuk nitrogen cair. Namun demikian, pada grafik tersebut menunjukkan adanya peningkatan jumlah *losses* produk berlebih pada produk nitrogen cair, terutama pada saat terjadi penurunan permintaan. Seperti, dapat dilihat pada bulan April, Agustus, dan November jumlah *losses* produk berlebih pada produk nitrogen cair di atas $288,000 \text{ m}^3$ dan bahkan mencapai titik tertinggi sebesar $339,357.9 \text{ m}^3$ pada bulan November. Pada periode tersebut, permintaan produk nitrogen cair relatif rendah atau dibawah rata-rata permintaan produk selama satu tahun sebesar $97,285 \text{ m}^3$. Volume permintaan nitrogen cair pada bulan April, Agustus, dan November masing-masing sebesar $36,851 \text{ m}^3$, $39,404 \text{ m}^3$, dan $58,319 \text{ m}^3$.

Peningkatan *losses* produk berlebih pada nitrogen cair selain dipengaruhi adanya penurunan permintaan produk nitrogen cair, juga dipengaruhi oleh adanya peningkatan permintaan produk oksigen cair. Berbeda dengan permintaan nitrogen cair yang mengalami penurunan pada bulan April, Juli, Agustus, Oktober dan November, pada bulan tersebut permintaan oksigen cair justru mengalami peningkatan. Peningkatan permintaan pada periode tersebut di atas $318,950 \text{ m}^3$ dan bahkan mencapai jumlah tertinggi sebesar $379,400 \text{ m}^3$ pada bulan November. Permintaan oksigen cair pada bulan April, Juli, Agustus, Oktober dan November masing-masing sebesar $318,951 \text{ m}^3$, $345,747 \text{ m}^3$, $338,056 \text{ m}^3$, $364,541 \text{ m}^3$, dan $379,400 \text{ m}^3$.

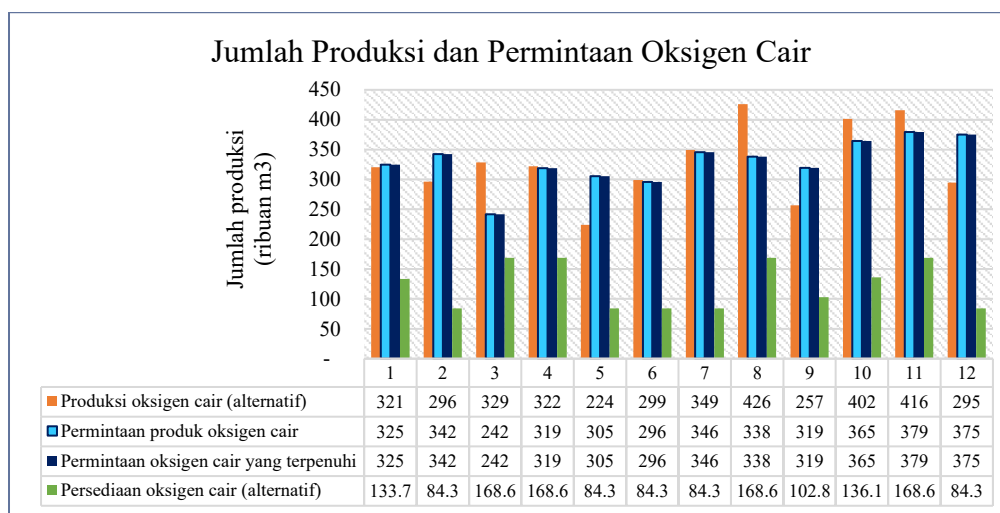
4.4.1 Analisis Jumlah Produk yang diproduksi

Salah satu variabel keputusan yang dihasilkan pada penelitian ini adalah total produk yang berhasil diproduksi atau Xp_{it} . Variabel ini mempresentasikan kuantitas produk i yang berhasil diproduksi berupa oksigen cair dan nitrogen cair selama jam kerja produksi pada periode t , sebagaimana diperlihatkan pada Gambar 4.4 dan Gambar 4.5. Hasil optimasi pada variabel Keputusan jumlah produk yang diproduksi dapat dilihat secara lengkap pada lampiran 1A dan lampiran 1B.

4.4.1.1 Analisis Jumlah Produksi Oksigen Cair

Pada Gambar 4.4 memperlihatkan kuantitas produk oksigen cair yang diproduksi selama periode penelitian. Pada strategi alternatif dapat diketahui kuantitas produksi oksigen cair lebih sedikit dibandingkan dengan strategi yang dilaksanakan. Jumlah produksi oksigen cair pada strategi alternatif sebesar 3,934,735.4 m³ atau lebih kecil 0.7% dibandingkan strategi yang dilaksanakan yaitu 3,962,366 m³.

Jumlah produksi oksigen cair pada strategi alternatif diketahui mampu beradaptasi terhadap volume persediaan produk pada periode sebelumnya dan jumlah permintaan yang tidak pasti. Hal itu ditunjukkan pada bulan Maret, Juni, Juli, dan Agustus, terjadi peningkatan jumlah produksi sebagai respon terhadap minimnya volume persediaan oksigen cair pada periode sebelumnya. Selain itu, peningkatan jumlah produksi terjadi pada bulan Juli, Agustus, Oktober, dan November yang disebabkan adanya peningkatan permintaan produk oksigen cair di atas rata-rata permintaan selama satu tahun atau sebesar 329,294 m³.



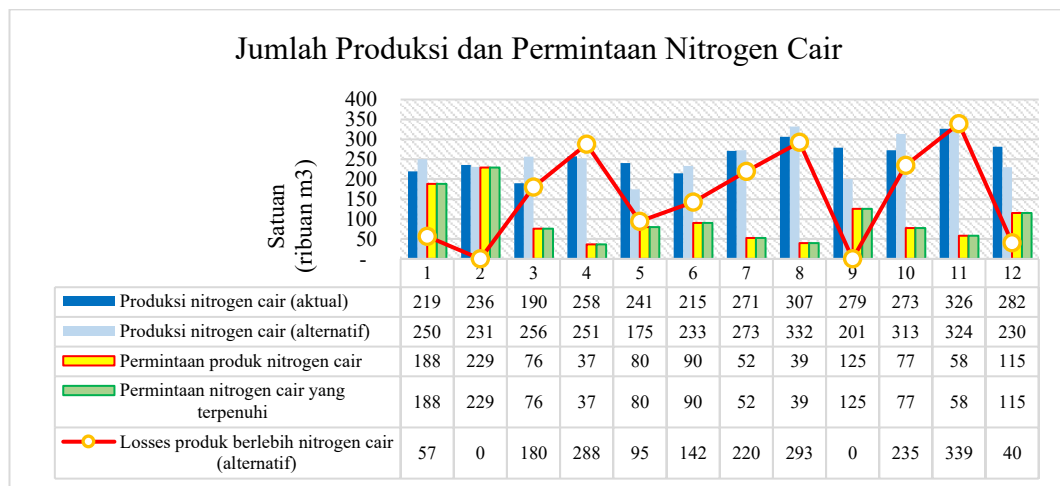
Gambar 4.4 Jumlah produksi dan permintaan oksigen cair

4.4.1.2 Analisis Jumlah Produksi Nitrogen Cair

Pada Gambar 4.5 menunjukkan bahwa seluruh permintaan produk nitrogen cair dari pelanggan dapat dipenuhi. Produksi nitrogen cair pada strategi alternatif maupun pada strategi yang dilakukan PT. XYZ lebih besar dibandingkan

dengan jumlah permintaan. Produksi nitrogen cair tertinggi pada bulan Agustus sebesar 332,318.2 m³. Sedangkan, Jumlah permintaan produk nitrogen cair tertinggi pada bulan Februari sebesar 228,994 m³. Secara keseluruhan jumlah produksi nitrogen cair pada strategi alternatif lebih rendah 0.8% atau sebesar 25,421.9 m³ selama 12 bulan dibandingkan strategi yang dilakukan dari 3,096,453 m³ menjadi 3,071,013.1 m³.

Ketidakseimbangan antara jumlah produksi nitrogen cair dan permintaan khususnya di bulan April, Agustus, dan November menyebabkan peningkatan jumlah *losses* produk berlebih pada produk nitrogen cair. Sedangkan, pada bulan Februari dan September merupakan kondisi dengan jumlah produksi dan jumlah permintaan mendekati seimbang, hal ini ditunjukkan dengan tidak adanya jumlah *losses* produk berlebih pada produk nitrogen cair.



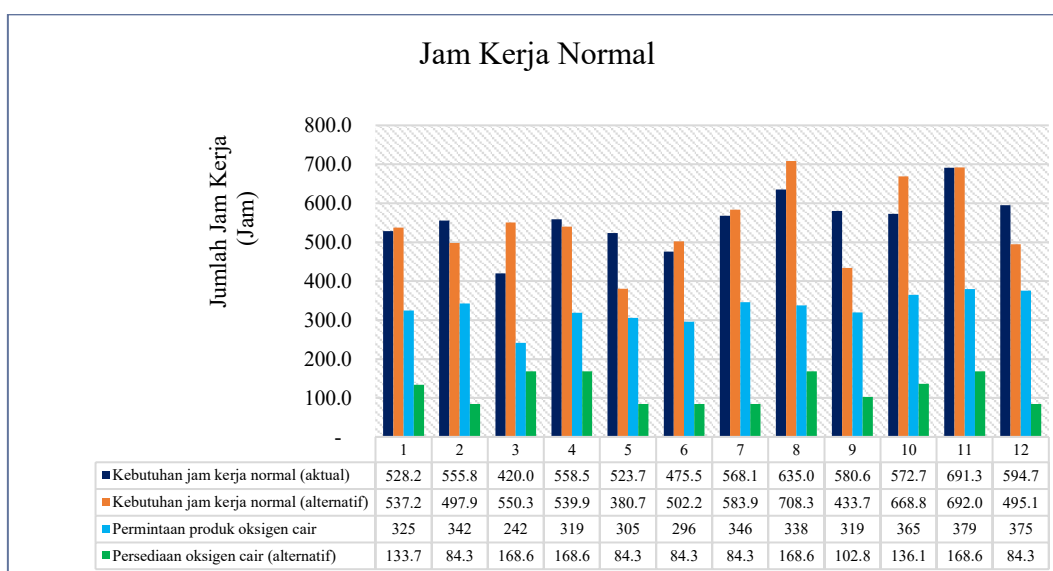
Gambar 4.5 Jumlah produksi, permintaan, dan *losses* produk berlebih pada nitrogen cair

4.4.2 Analisis Jam Kerja Normal untuk Mengoperasikan *Air Separation Unit* dan Jam Kerja Produksi Menghasilkan Produk

Variabel keputusan lain pada penelitian ini adalah kebutuhan jam kerja normal untuk mengoperasikan *air separation unit* dan kebutuhan jam kerja untuk menghasilkan produk. Variabel keputusan dari strategi alternatif menghasilkan kebutuhan jam kerja normal dan jam kerja produksi lebih rendah dibandingkan dengan strategi yang diterapkan di PT. XYZ, seperti ditunjukkan pada Gambar 4.6 dan Gambar 4.7 berikut ini.

4.4.2.1 Jam Kerja Normal

Pada strategi alternatif menunjukkan kebutuhan jam kerja normal untuk mengoperasikan *air separation unit* lebih kecil dibandingkan dengan strategi yang dilaksanakan oleh PT. XYZ. Hal ini disebabkan pada strategi alternatif, diasumsikan hanya terjadi satu kali *cooling down* dengan kebutuhan jam kerja sebesar 16 jam untuk setiap bulan. Sedangkan pada aktualnya terdapat bulan tertentu harus melaksanakan lebih dari satu kali *cooling down* yang disebabkan adanya kendala internal seperti padamnya pasokan listrik dan kendala eksternal seperti adanya kerusakan pada mesin *air separation unit* di luar rencana. Jumlah kebutuhan jam kerja normal untuk mengoperasikan *air separation unit* dapat dilihat secara lebih lengkap pada lampiran 1C.



Gambar 4.6 Kebutuhan jam kerja normal untuk mengoperasikan *air separation unit*

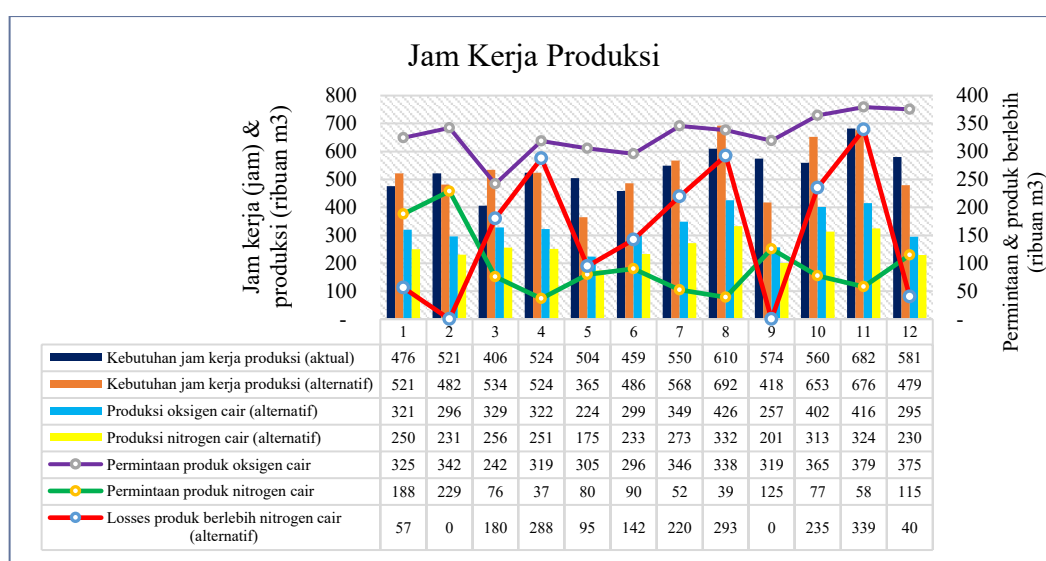
4.4.2.2 Jam Kerja Produksi

Pada Gambar 4.7 menunjukkan kebutuhan jam kerja produksi pada strategi alternatif lebih rendah dibandingkan dengan strategi yang dilaksanakan oleh PT. XYZ. Penurunan kebutuhan jam kerja produksi sebesar 0.8 % atau sebesar 48.7 jam dari 6,446.6 jam menjadi 6,397.2 jam selama 12 bulan. Seiring dengan penurunan 0.8% kebutuhan jam kerja produksi, jumlah produk yang dihasilkan mengalami penurunan. Produksi oksigen cair mengalami penurunan 27,630.6 m³

atau 0.7% dari 3,962,366 m³ menjadi 3,934,735.4 m³. Sedangkan, produksi nitrogen cair mengalami penurunan 0.8% atau sebesar 25,421.9 m³ dari 3,096,435 m³ menjadi 3,071,013.1 m³.

Penurunan kebutuhan jam kerja produksi selain berdampak pada jumlah produk yang dihasilkan, juga berdampak pada penurunan jumlah *losses* produk berlebih pada nitrogen cair. Jumlah *losses* produk berlebih pada nitrogen cair turun sebesar 27,885 m³ atau sebesar 1.5% dari 1,916,112 m³ menjadi 1,888,227 m³. *Losses* produk berlebih pada nitrogen cair tertinggi terjadi di bulan April, Agustus, dan November masing-masing sebesar 288,014.7 m³, 292,516.2 m³, dan 339,357.9 m³. Pada bulan-bulan tersebut terjadi ketidakseimbangan antara permintaan produk oksigen cair dan produk nitrogen cair. Permintaan oksigen cair mengalami peningkatan, sedangkan permintaan nitrogen cair mengalami penurunan.

Selain itu, Gambar 4.7 memperlihatkan bahwa penurunan kebutuhan jam kerja produksi dapat menurunkan jumlah produk yang dihasilkan dan jumlah *losses* produk berlebih pada produk nitrogen cair. Hal ini dapat dilihat pada bulan Februari, Mei, September, dan Desember seiring dengan penurunan kebutuhan jam kerja produksi, jumlah produksi dan jumlah *losses* produk berlebih mengalami penurunan. Jumlah kebutuhan jam kerja produksi dapat dilihat secara lebih lengkap pada lampiran 1D.

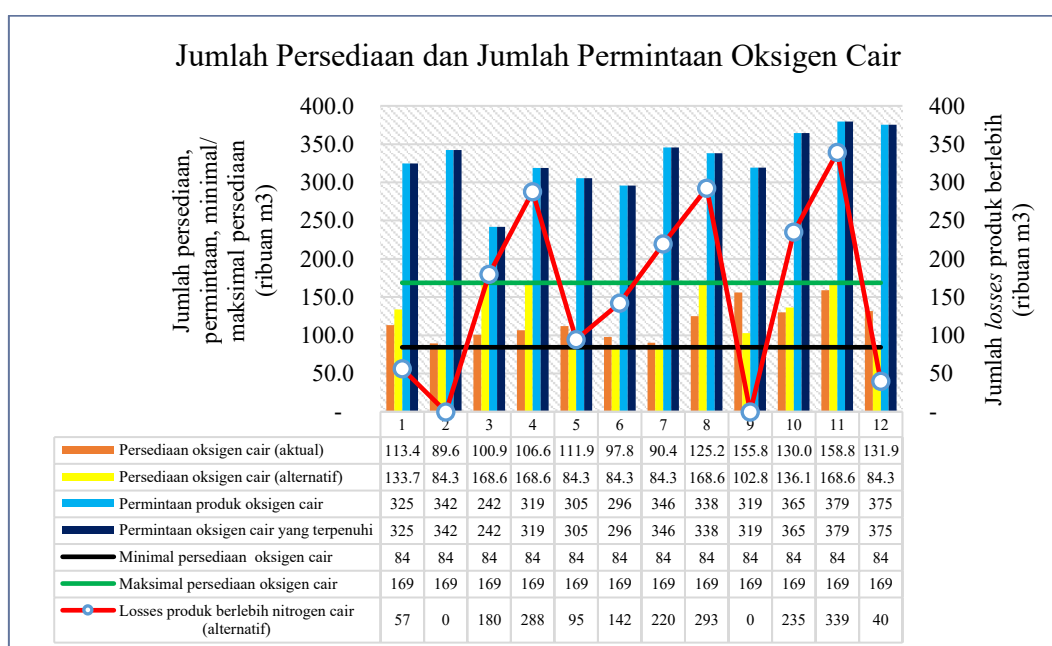


Gambar 4.7 Kebutuhan jam kerja produksi

4.4.3 Analisis Jumlah Persediaan Produk

Variabel persediaan produk bertujuan untuk mengetahui produk selalu tersedia di tangki penyimpanan, sehingga permintaan produk pelanggan yang tidak pasti selalu dapat dipenuhi. Strategi alternatif menunjukkan persediaan produk selalu tersedia baik pada batas minimal maupun batas maksimal yang ditentukan oleh manajemen PT. XYZ. Jumlah persediaan produk oksigen cair dan produk nitrogen cair ditunjukkan pada Gambar 4.8 dan Gambar 4.9 sebagai berikut.

4.4.3.1 Analisis Jumlah Persediaan Oksigen Cair



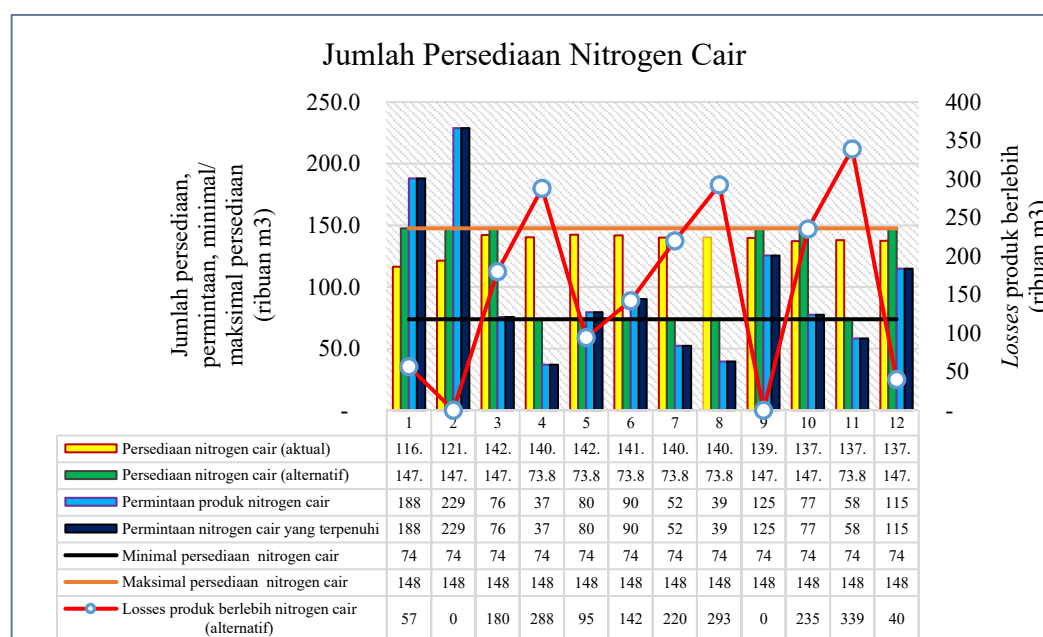
Gambar 4.8 Jumlah persediaan dan jumlah permintaan produk oksigen cair selama satu tahun

Gambar 4.8 menunjukkan hubungan jumlah permintaan, jumlah *losses* produk berlebih pada nitrogen cair, dan jumlah persediaan produk oksigen cair yang disimpan di tangki penyimpanan PT. XYZ selama periode 12 bulan. Berdasarkan grafik tersebut, diketahui bahwa permintaan oksigen cair secara konsisten dapat dipenuhi setiap bulan tanpa terjadi kelebihan. Selain itu, volume persediaan oksigen cair pada strategi alternatif maupun strategi yang dilaksanakan PT. XYZ tidak pernah melebihi batas maksimum yang telah ditetapkan sebesar $168,625 \text{ m}^3$, maupun berada dibawah batas minimum sebesar $84,313 \text{ m}^3$.

Akan tetapi, meskipun seluruh permintaan oksigen cair dapat dipenuhi dan tidak terjadi kelebihan persediaan, *losses* produk berlebih pada nitrogen cair tetap terjadi dalam jumlah yang cukup besar pada beberapa periode. Terutama pada bulan April, Juli dan November, volume *losses* produk berlebih nitrogen cair menunjukkan lebih dari 280,000 m³. Selain itu, pada ketiga bulan tersebut menunjukkan volume persediaan oksigen cair berada tepat pada batas maksimum, yaitu 168,625 m³. Hal ini menunjukkan adanya keterkaitan antara volume persediaan oksigen cair dengan peningkatan *losses* produk berlebih pada produk nitrogen cair.

Sebaliknya, ketika volume persediaan oksigen cair berada mendekati batas minimum sebesar 84,313 m³, volume *losses* produk berlebih pada produk nitrogen cair cenderung mengalami penurunan atau bahkan tidak terjadi sama sekali. Seperti dengan jelas ditunjukkan pada bulan Februari, Mei, September, dan Desember. Hal ini menunjukkan bahwa penurunan volume produksi oksigen cair hingga mendekati persediaan minimum memberikan dampak pada penurunan volume produksi nitrogen cair, sehingga jumlah nitrogen cair yang dihasilkan berada dalam kapasitas penyimpanan dan permintaan.

4.4.3.2 Analisis Jumlah Persediaan Nitrogen Cair



Gambar 4.9 Jumlah persediaan produk nitrogen cair selama satu tahun

Gambar 4.9 menunjukkan hubungan antara jumlah persediaan nitrogen cair, permintaan nitrogen cair, dan jumlah *losses* produk nitrogen cair berlebih pada strategi alternatif selama periode 12 bulan. Persediaan nitrogen cair ditunjukkan dalam dua kondisi, yaitu kondisi aktual dan kondisi alternatif. Grafik tersebut menunjukkan bahwa persediaan produk nitrogen cair pada strategi aktual dengan strategi alternatif berada dalam rentang yang diijinkan, yaitu antara batas minimum sebesar 73,787 m³ dan batas maksimum sebesar 147,573 m³. Pada strategi alternatif, volume persediaan nitrogen cair cenderung berada dengan batas minimum persediaan terutama pada saat terjadi penurunan permintaan.

Volume persediaan nitrogen cair berada pada batas minimum bertujuan agar jumlah *losses* produk berlebih pada nitrogen cair tidak semakin besar, terutama pada saat permintaan nitrogen cair mengalami penurunan. Pada bulan April, Juli, Agustus dan November, diketahui bahwa *losses* produk berlebih pada nitrogen cair di atas 288,000 m³, bahkan mencapai titik tertinggi sebesar 339,357.8 m³ pada bulan November. Pada empat bulan tersebut, volume persediaan cair berada tepat di batas minimum persediaan sebesar 73,787 m³, dan permintaan produk nitrogen cair relatif rendah antara 36,851 m³ hingga 58,319 m³. Hal ini menunjukkan bahwa salah satu penyebab terjadinya *losses* produk berlebih pada produk nitrogen cair disebabkan oleh menurunnya permintaan produk nitrogen cair. Sehingga diperlukan penyesuaian terhadap volume persediaan pada akhir periode agar jumlah *losses* produk berlebih pada nitrogen cair tidak semakin besar.

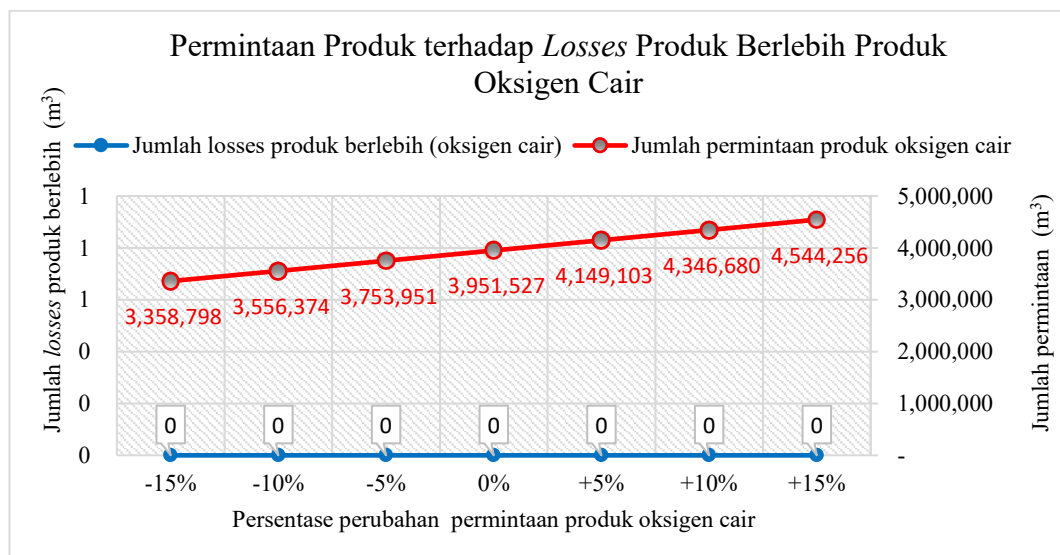
Sebaliknya, pada bulan Januari, Februari, September, dan Desember *losses* produk berlebih pada nitrogen cair relatif kecil di antara 40,176.5 m³ hingga 56,557.4 m³ dan bahkan tidak terjadi *losses* produk berlebih. Pada periode tersebut, volume persediaan akhir tepat berada di batas maksimum persediaan sebesar 147,573 m³, dan permintaan nitrogen cair relatif tinggi di atas 114,800 m³ dan bahkan mencapai puncaknya sebesar 228,994 m³ pada bulan Februari. Hal ini menunjukkan bahwa peningkatan permintaan pada produk nitrogen cair dapat memberikan dampak positif terhadap penurunan *losses* produk berlebih dan volume persediaan persediaan akhir pada batas maksimal persediaan sebesar 147,573 m³.

4.5 Analisa Sensitivitas

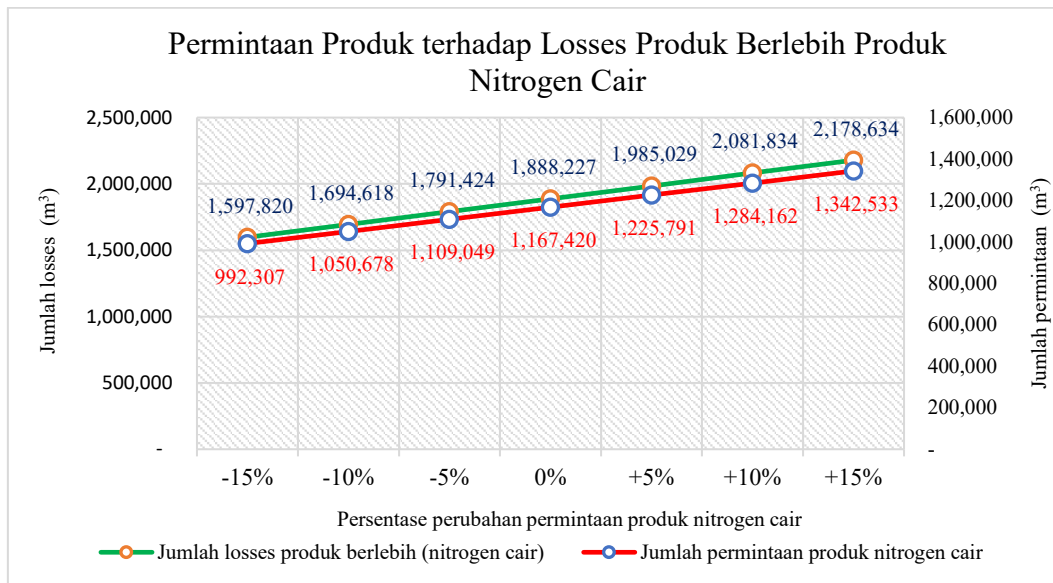
Hasil pengembangan model yang didapat selanjutnya dilakukan analisa kepekaan atau analisa sensitivitas terhadap perubahan nilai parameter masukan. Hal ini bertujuan untuk mengetahui bagaimana variabel keputusan berubah seiring dengan perubahan nilai parameter masukan. Perubahan nilai parameter masukan berupa perubahan parameter jumlah permintaan pelanggan dan jumlah minimum persediaan yang memiliki dampak terhadap jumlah produk yang diproduksi, kebutuhan jam kerja normal, kebutuhan jam kerja produksi, dan jumlah *losses* produk berlebih. Nilai perubahan parameter masukan pada kisaran -15% hingga +15%.

4.5.1 Sensitivitas Perubahan Parameter Jumlah Permintaan terhadap Solusi Optimal

Dampak perubahan permintaan pelanggan terhadap jumlah *losses* produk berlebih ditunjukkan pada Gambar 4.10 dan Gambar 4.11. Gambar 4.10 menunjukkan bahwa perubahan permintaan oksigen cair tidak berpengaruh terhadap jumlah *losses* produk berlebih pada produk oksigen cair.



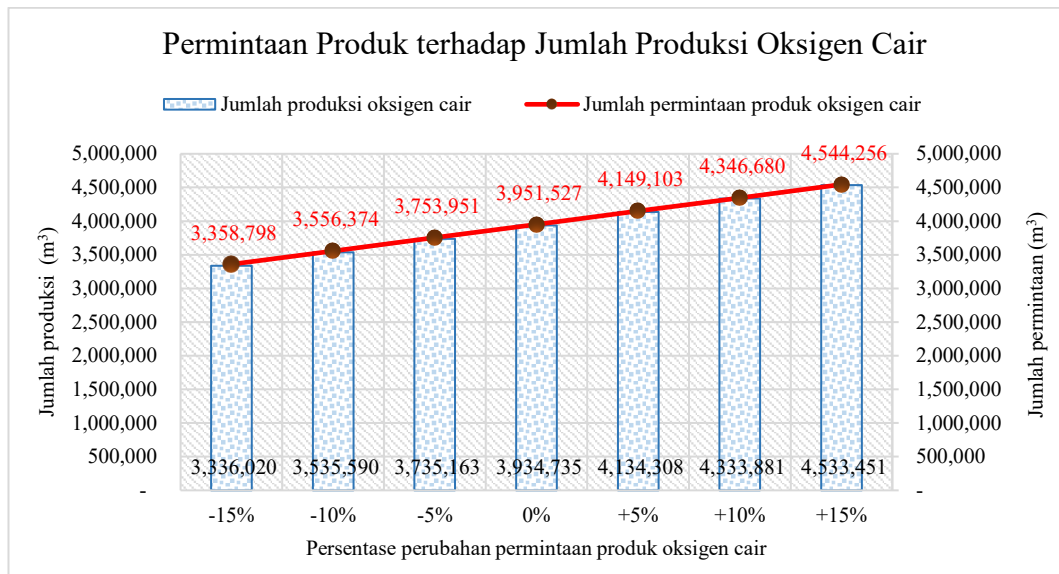
Gambar 4.10 Dampak perubahan permintaan produk terhadap *losses* produk berlebih produk oksigen cair.



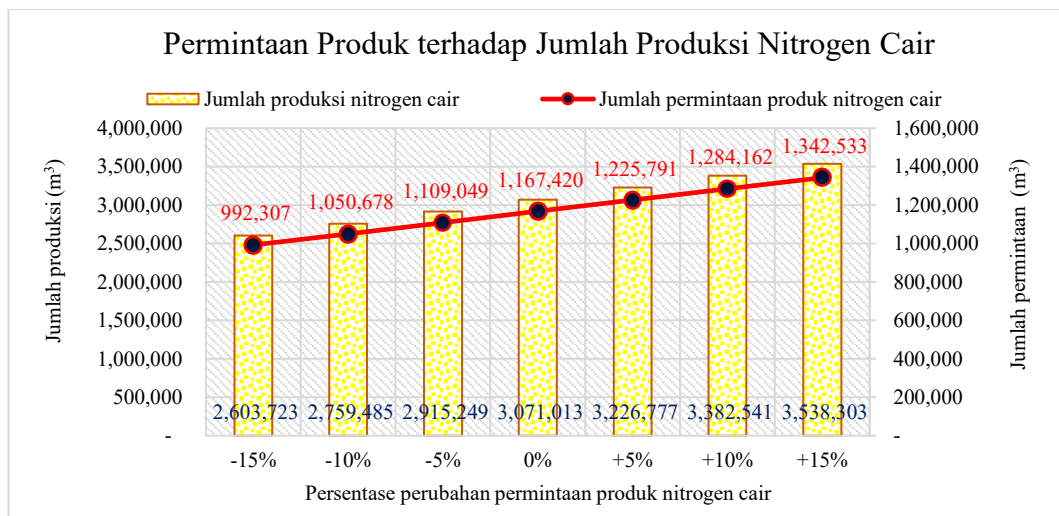
Gambar 4.11 Dampak perubahan permintaan produk terhadap *losses* produk berlebih produk nitrogen cair.

Gambar 4.11 menunjukkan bahwa jumlah *losses* produk berlebih pada nitrogen cair semakin meningkat seiring dengan meningkatnya jumlah permintaan. Perubahan peningkatan jumlah permintaan sebesar 5%, berdampak pada meningkatnya jumlah *losses* produk berlebih pada produk nitrogen cair sebesar 5.1% atau sebesar 96,802.4 m³. Artinya setiap perubahan 1% jumlah permintaan, akan memberikan dampak terhadap 1.03% jumlah *losses* produk berlebih pada produk nitrogen cair. Hal ini menunjukkan bahwa perubahan parameter jumlah permintaan merupakan parameter yang paling rentan terhadap solusi optimal yang diperoleh,

Jumlah produksi mengalami peningkatan seiring dengan meningkatnya jumlah permintaan, seperti ditunjukkan pada Gambar 4.12 dan Gambar 4.13. Perubahan peningkatan jumlah permintaan sebesar 5% berdampak pada peningkatan kebutuhan produk yang harus diproduksi sebesar 5.1% baik produk oksigen cair maupun produk nitrogen cair. Hal ini menunjukkan bahwa, pada saat terjadi perubahan permintaan produk 1%, maka kebutuhan produk yang harus diproduksi harus berubah sebesar 1.01%.



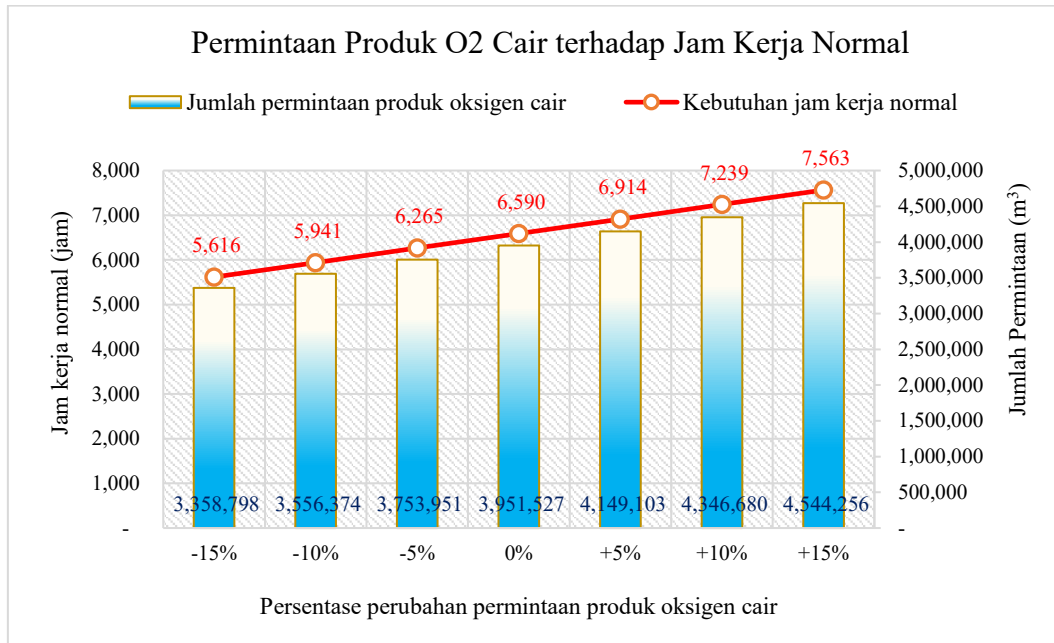
Gambar 4.12 Dampak perubahan permintaan produk terhadap jumlah produksi oksigen cair



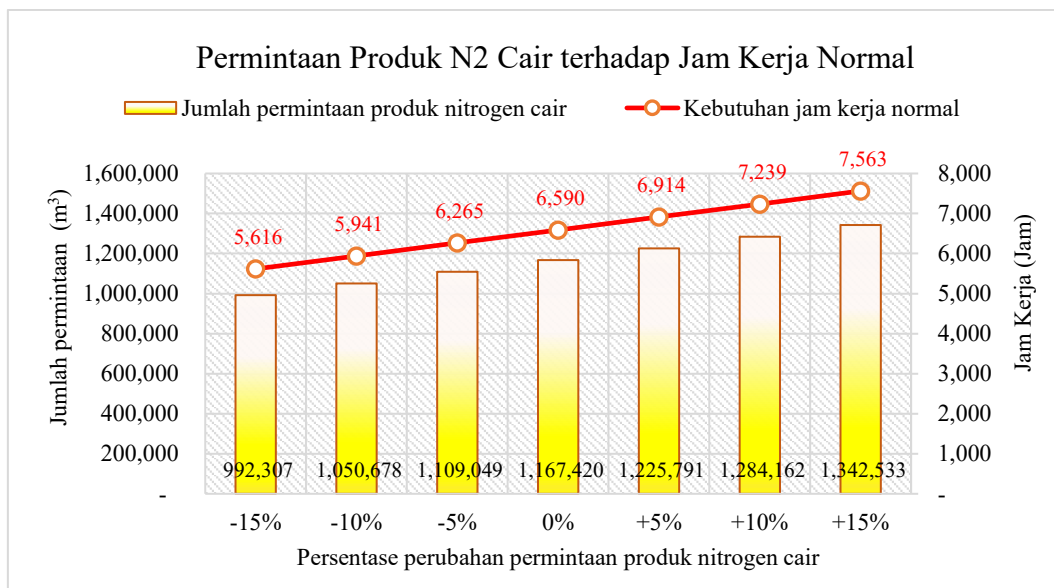
Gambar 4.13 Dampak perubahan permintaan produk terhadap jumlah produksi nitrogen cair

Dua variabel keputusan lain berupa kebutuhan jam kerja normal dan kebutuhan jam kerja produksi mengalami peningkatan seiring dengan peningkatan permintaan pelanggan. Kebutuhan jam kerja normal mengalami kenaikan sebesar 4.9% atau sebesar 325 jam kerja seiring dengan perubahan kenaikan 5% permintaan produk dari pelanggan, seperti ditunjukkan pada Gambar 4.14 dan 4.15. Sedangkan,

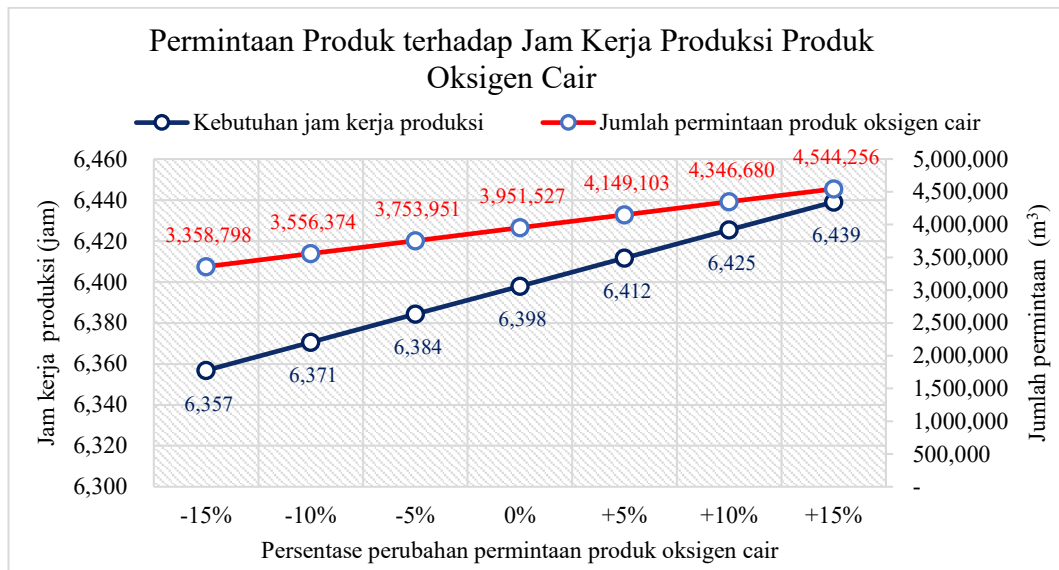
kebutuhan jam kerja produksi terjadi kenaikan 0.2% atau sebesar 14 jam kerja seiring dengan perubahan kenaikan 5 % permintaan produk dari pelanggan, seperti ditunjukkan pada Gambar 4.16 dan 4.17.



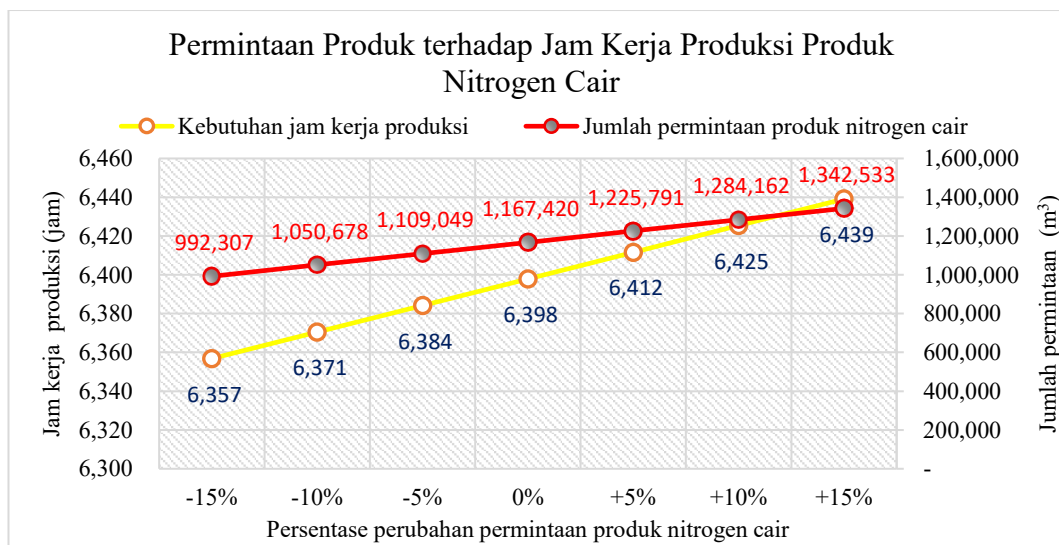
Gambar 4.14 Dampak perubahan permintaan produk oksigen cair terhadap kebutuhan jam kerja normal



Gambar 4.15 Dampak perubahan permintaan produk nitrogen cair terhadap kebutuhan jam kerja normal



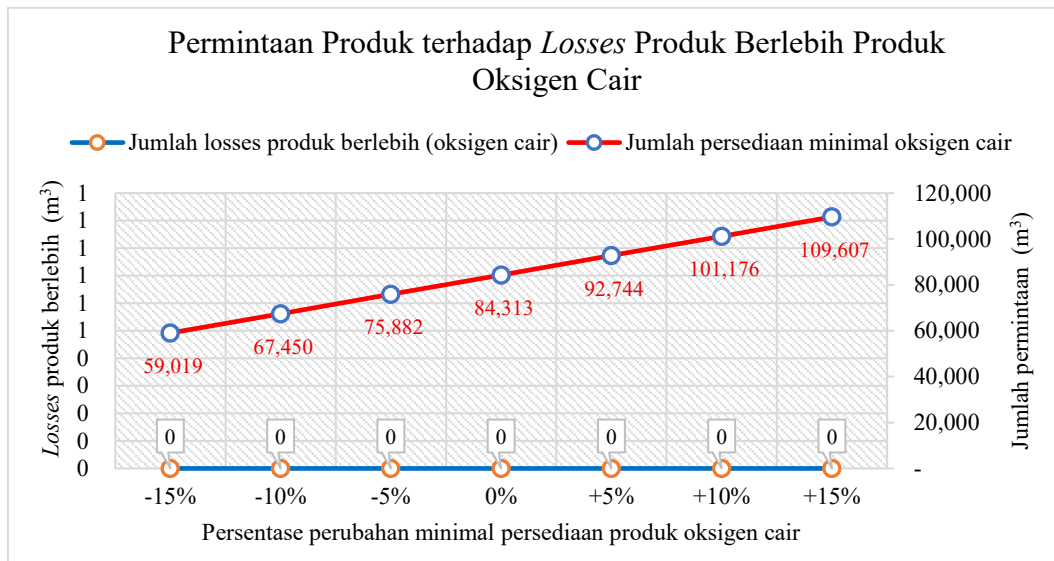
Gambar 4.16 Dampak perubahan permintaan produk nitrogen cair terhadap kebutuhan jam kerja produksi



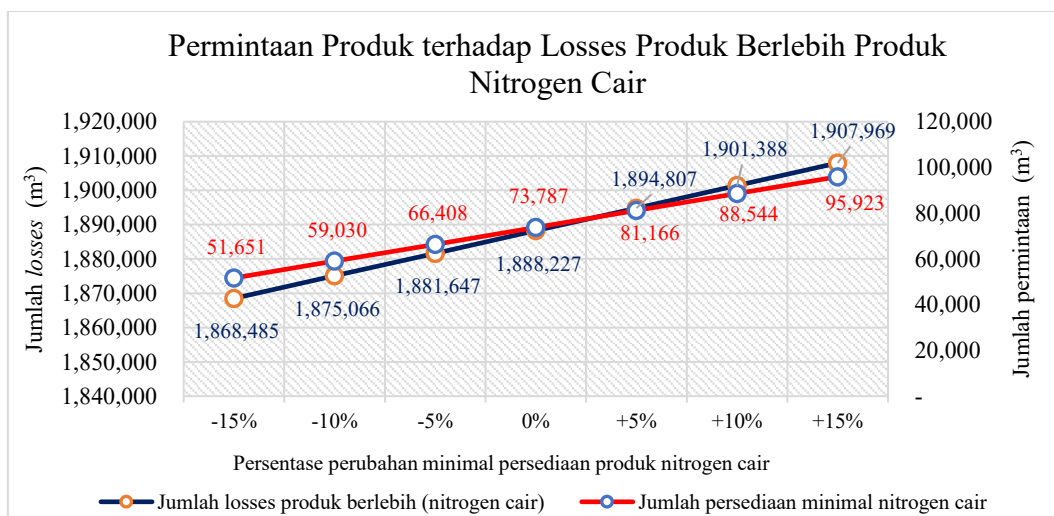
Gambar 4.17 Dampak perubahan permintaan produk nitrogen cair terhadap kebutuhan jam kerja produksi

4.5.2 Sensitivitas Perubahan Parameter Jumlah Minimal Persediaan

Dampak dari perubahan volume minimum persediaan terhadap jumlah *losses* produk berlebih ditunjukkan pada Gambar 4.18 dan Gambar 4.19. Gambar 4.18 menunjukkan perubahan volume minimum persediaan oksigen cair tidak mempengaruhi jumlah *losses* produk berlebih pada oksigen cair.



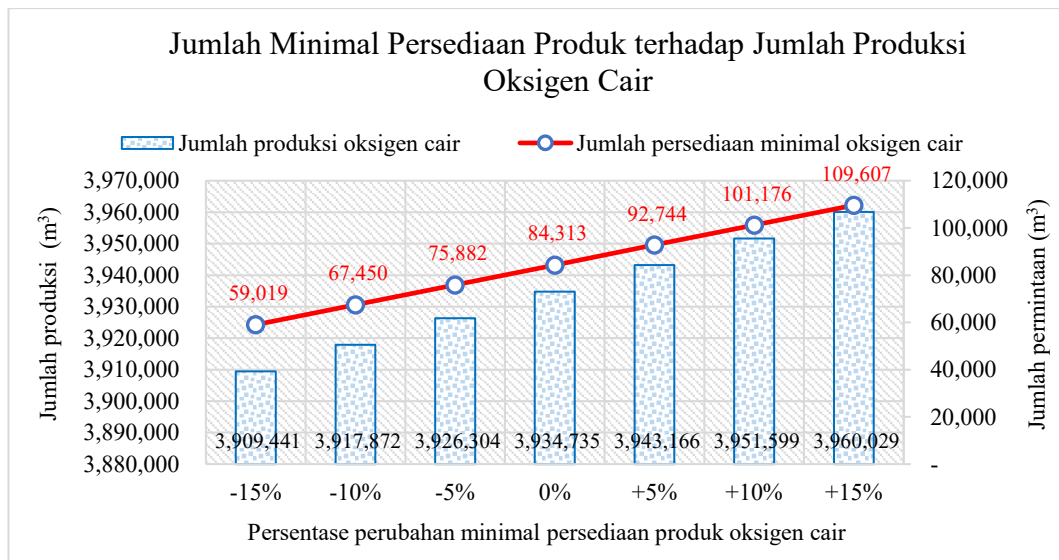
Gambar 4.18 Dampak perubahan jumlah minimal persediaan terhadap jumlah *losses* produk berlebih pada produk oksigen cair.



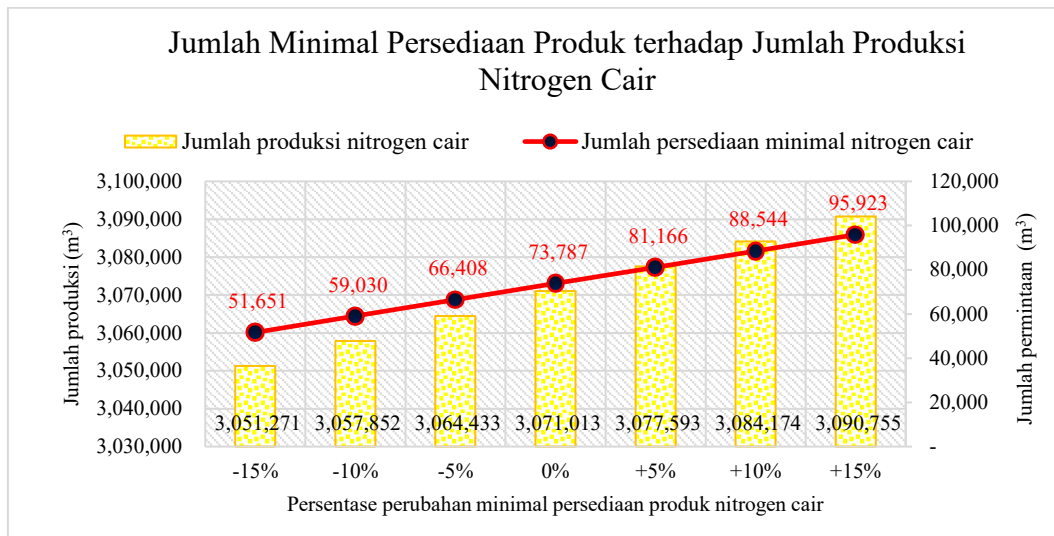
Gambar 4.19 Dampak perubahan jumlah minimal persediaan terhadap jumlah *losses* produk berlebih pada produk nitrogen cair

Gambar 4.19 menunjukkan dampak perubahan pada volume minimum persediaan nitrogen cair, terhadap jumlah *losses* produk berlebih yang dihasilkan. Setiap perubahan 5% dari volume minimum persediaan, akan memberikan perubahan 0.3% atau sebesar 6,580.2 m³ terhadap jumlah *losses* produk berlebih pada produk nitrogen cair. Hal ini menunjukkan bahwa setiap terjadi perubahan 1% volume minimum persediaan, akan memberikan dampak perubahan terhadap jumlah *losses* produk berlebih pada nitrogen cair sebesar 0.07%.

Kebutuhan jumlah produk yang dihasilkan juga mengalami perubahan seiring dengan adanya perubahan kebijakan terhadap volume minimum persediaan produk di setiap akhir periode. Dampak perubahan kebijakan terkait volume minimum persediaan produk di akhir periode terhadap kebutuhan jumlah produksi ditunjukkan pada Gambar 4.20 dan Gambar 4.21. Setiap peningkatan 5% volume minimum persediaan produk oksigen cair dan nitrogen cair akan berdampak pada kenaikan kebutuhan jumlah produksi sebesar 0.2%. Hal ini berarti bahwa kebutuhan jumlah produksi oksigen cair dan nitrogen cair harus disesuaikan 0.04% setiap perubahan 1% pada volume minimum persediaan produk nitrogen cair di akhir periode.

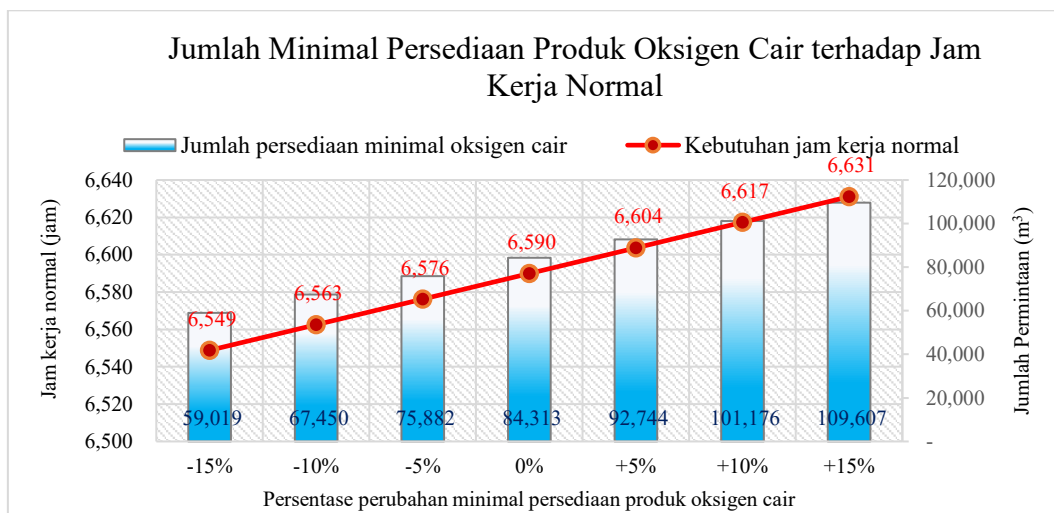


Gambar 4.20 Dampak perubahan jumlah minimal persediaan terhadap jumlah produksi oksigen cair

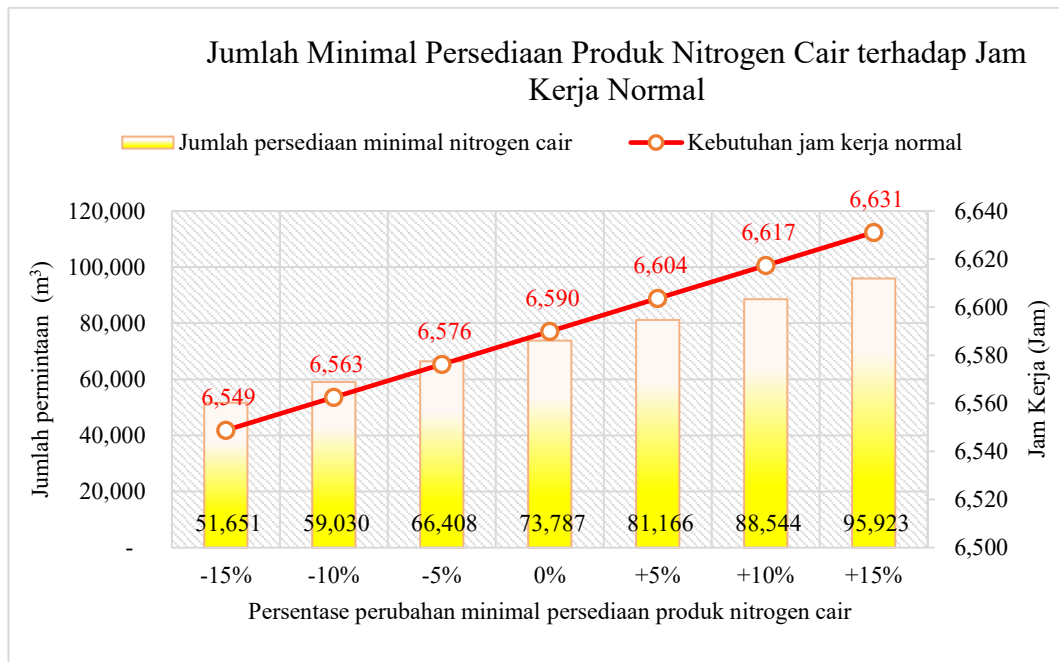


Gambar 4.21 Dampak perubahan jumlah minimal persediaan terhadap jumlah produksi nitrogen cair

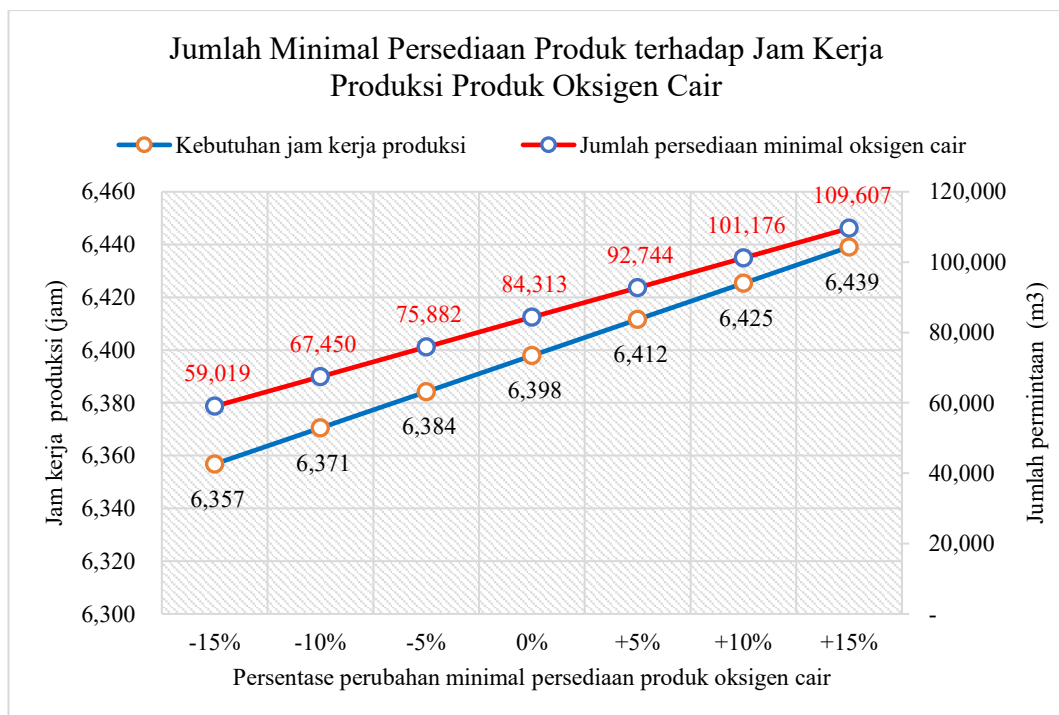
Kebutuhan jam kerja normal dan kebutuhan jam kerja produksi mengalami peningkatan seiring dengan peningkatan volume minimum persediaan produk, seperti ditunjukkan pada Gambar 4.22, 4.23, 4.24, dan 4.25. Kebutuhan jam kerja normal dan jam kerja produksi mengalami kenaikan 0.2% atau sebesar 14 jam seiring dengan peningkatan 5% volume minimum persediaan produk.



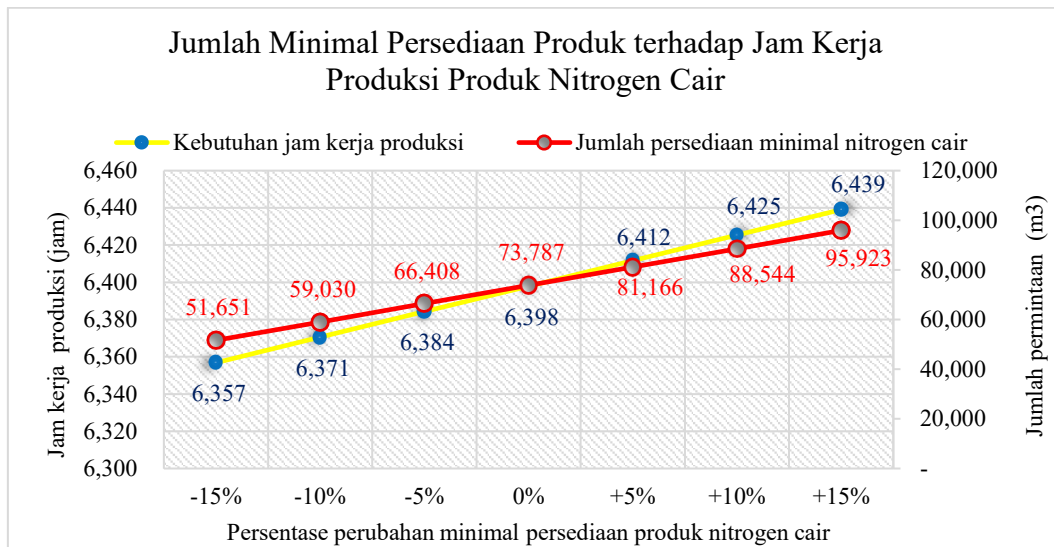
Gambar 4.22 Dampak perubahan jumlah minimal persediaan oksigen cair terhadap kebutuhan jam kerja normal



Gambar 4.23 Dampak perubahan jumlah minimal persediaan nitrogen cair terhadap kebutuhan jam kerja normal



Gambar 4.24 Dampak perubahan jumlah minimal persediaan oksigen cair terhadap kebutuhan jam kerja produksi oksigen cair



Gambar 4.25 Dampak perubahan jumlah minimal persediaan nitrogen cair terhadap kebutuhan jam kerja produksi nitrogen cair

4.6 Implikasi manajerial

Penelitian yang telah dilakukan berupa pengembangan model optimasi pada perencanaan produksi di *air separation unit* PT. XYZ bertujuan untuk meminimumkan jumlah produk berlebih pada produk nitrogen cair. Secara khusus, tujuan utama pada penelitian ini adalah meminimalkan jumlah produk berlebih yang disebabkan adanya ketidakpastian permintaan produk dari pelanggan baik permintaan produk oksigen cair maupun permintaan nitrogen cair. Model yang dikembangkan dalam bentuk *mix integer linear programming* dengan fungsi tujuan meminimalkan biaya produksi yang terdiri dari biaya bahan pembantu, biaya listrik, biaya sewa dan asuransi, biaya perbaikan dan perawatan, biaya amortisasi dan depresiasi, biaya *losses*, dan biaya tenaga kerja. Kontribusi dari penelitian ini adalah pengembangan model perencanaan produksi yang optimal berupa penurunan jumlah produk berlebih dengan mempertimbangan adanya ketidakpastian permintaan produk dari pelanggan.

Berdasar karakteristik dari *air separation unit* di PT. XYZ berupa produksi oksigen cair dan nitrogen cair berlangsung secara simultan dengan rasio 615 m³/jam untuk produk oksigen cair dan 480 m³/jam untuk produk nitrogen cair. Ketika produksi difokuskan untuk menjaga persediaan produk dan pemenuhan seluruh

permintaan pelanggan, potensi produk berlebih tetap cukup besar jika permintaan pelanggan tidak seimbang dengan jumlah produk yang dihasilkan.

Penelitian ini menyajikan sensitivitas keputusan yang diakibatkan dari perubahan parameter yang dapat mempengaruhi tujuan yang ingin dicapai. Analisis sensitivitas menunjukkan bahwa jumlah produk berlebih pada produk nitrogen cair secara signifikan dipengaruhi oleh nilai parameter permintaan produk dari pelanggan. Selain parameter permintaan pelanggan, nilai parameter dari volume minimum persediaan produk di akhir periode turut mempengaruhi jumlah produk berlebih meskipun dampaknya tidak terlalu besar. Dengan demikian, variabel keputusan perencanaan produksi yang optimal dan dapat meminimumkan jumlah produk berlebih berupa: jumlah produk yang akan dihasilkan, kebutuhan jam kerja normal, kebutuhan jam kerja produksi dipengaruhi oleh jumlah permintaan produk dari pelanggan dan volume minimum persediaan produk di akhir periode.

Hasil penelitian menunjukkan bahwa *losses* produk berlebih dapat dikurangi dengan cara pengurangan jumlah produksi dan jam kerja produksi, serta meminimalkan volume persediaan produk di akhir periode di bawah 50 % dari kapasitas maksimum penyimpanan. Namun, usulan ini perlu dieksplorasi lebih lanjut dalam studi mendatang. Selain itu, perluasan studi lain juga penting untuk dilakukan agar mendapatkan solusi lain dalam optimasi perencanaan produksi yang dapat meminimalkan jumlah *losses* produk berlebih. Contohnya studi terkait sistem rantai pasok, transportasi antarmoda yang menghubungkan beberapa *air separation unit* untuk melayani pelanggan di lokasi yang berbeda.

Halaman ini sengaja dikosongkan

BAB 5

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Dari hasil pengolahan data yang telah dilakukan, terdapat beberapa Kesimpulan yang dapat diperoleh dari penelitian ini, yaitu:

1. Pengembangan model optimasi pada perencanaan produksi di *air separation unit* PT. XYZ dengan menggunakan *mixed integer linear programming* yang telah dilakukan berhasil meminimalkan *losses* produk berlebih pada produk nitrogen cair.
2. *Losses* produk berlebih yang dapat diminimalkan atas hasil pengembangan model optimasi pada perencanaan produksi di *air separation unit* PT. XYZ dengan menggunakan *mixed integer linear programming* sebesar 1.5 % atau sebesar 27,885 m³ dari 1,916,112 m³ menjadi 1,888,227 m³.
3. Skenario solusi terbaik hasil pengembangan model optimasi pada perencanaan produksi di *air separation unit* PT. XYZ adalah sebagai berikut:
 - 3.1 Jumlah kebutuhan produksi oksigen cair yang optimal sebesar 3,934,735.4 m³ untuk dapat memenuhi seluruh permintaan pelanggan sebesar 3,951,527 m³ selama 12 bulan.
 - 3.2 Jumlah kebutuhan produksi nitrogen cair yang optimal sebesar 3,071.013.1 m³ untuk dapat memenuhi seluruh permintaan pelanggan sebesar 1,167,420 dan menurunkan *losses* produk berlebih sebesar 27,855 m³ selama 12 bulan.
 - 3.3 Kebutuhan jam kerja produksi dan jam kerja normal yang optimal sebesar 6,397.9 jam dan 6,589.9 jam.
 - 3.4 Volume persediaan oksigen cair yang optimal selama 12 bulan sebesar 1,468,747.1 m³.
 - 3.5 Volume persediaan nitrogen cair yang optimal selama 12 bulan sebesar 1,328,160 m³.
 - 3.6 Jumlah persediaan oksigen cair yang optimal setiap bulan sebesar 84,313 m³ atau pada batas minimal jumlah persediaan.

- 3.7 Jumlah persediaan nitrogen cair yang optimal setiap bulan sebesar 73,787 m³ atau pada batas minimal jumlah persediaan.

5.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian dan adanya sejumlah keterbatasan yang terdapat dalam penelitian ini, diharapkan dapat dilakukan penelitian lebih lanjut untuk dapat mengakomodasi keterbatasan tersebut, meliputi:

1. Penambahan formulasi biaya lembur, dikarenakan pada kondisi aktual biaya lembur tetap ada yang disebabkan adanya hari libur nasional atau menggantikan tim lain yang sedang cuti.
2. Evaluasi dan penyesuaian perencanaan produksi harus dilakukan setiap bulan, disebabkan adanya ketidakpastian permintaan pelanggan terutama permintaan produk nitrogen cair. Sehingga perencanaan produksi dapat berjalan secara optimal dan efisien.
3. Pengembangan optimasi dari jadwal produksi berdasarkan permintaan aktual dengan menerapkan perencanaan produksi berbasis *demand forecasting* mingguan atau bulanan. Alasan pengembangan tersebut, dikarenakan kondisi aktual di perusahaan jadwal produksi masih didasarkan pada jumlah persediaan.
4. Pengembangan sistem simulasi produksi dengan bantuan *software* contohnya Aspen HYSYS, yang bertujuan mendapatkan skenario optimal antara kapasitas produksi dengan jumlah permintaan.
5. Pengembangan formulasi rantai pasok berupa integrasi dari beberapa *air separation plant* baik dari cabang lain atau perusahaan lain, yang disebabkan oleh permintaan produk yang tidak pasti dan fluktuatif. Hasil pengembangan diharapkan mendapatkan biaya operasional lebih efisien dan penurunan jumlah produk berlebih, sehingga rencana produksi dapat berjalan optimal.

DAFTAR PUSTAKA

- Aboelseod, M., Abdou, S., Aly, S., & Kouta, H. (2023). A Comparative Study of Optimization Techniques for Aggregate Production Planning Applied in the Steel Pipes Industry. *Port-Said Engineering Research Journal*, 0(0), 0–0. <https://doi.org/10.21608/pserj.2023.212371.1243>
- Adamson, R., Hobbs, M., Silcock, A., & Willis, M. J. (2017). Integrated real-time production scheduling of a multiple cryogenic air separation unit and compressor plant. *Computers and Chemical Engineering*, 104, 25–37. <https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2017.04.001>
- Cedillo-Robles, J. A., Smith, N. R., González-Ramirez, R. G., Alonso-Stocker, J., Alonso-Stocker, J., & Askin, R. G. (2021). A Production Planning MILP Optimization Model for a Manufacturing Company. *Communications in Computer and Information Science*, 1407 CCIS, 85–96. https://doi.org/10.1007/978-3-030-76307-7_7
- Chu, H., Dong, K., Li, R., Cheng, Q., Zhang, C., Huang, K., Yang, C., & Zheng, Y. (2022). Integrated modeling and optimization of production planning and scheduling in hybrid flow shop for order production mode. *Computers and Industrial Engineering*, 174(August), 108741. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2022.108741>
- Dohale, V., Amblikar, P., Gunasekaran, A., & Bilollikar, V. (2022). A multi-product and multi-period aggregate production plan: a case of automobile component manufacturing firm. *Benchmarking*, 29(10), 3396–3425. <https://doi.org/10.1108/BIJ-07-2021-0425>
- Donatus Feriyanto Simamora. (2017). 1. Optimasi perencanaan produksi perakitan wiring hardness dengan menggunakan model mixed integer linear programming pada CV. XYZ Cikarang. *Jurnal Optimasi Perencanaan Produksi Perakitan Wiring Hardness*, 1–148.
- Grieco, A., Caricato, P., & Arigliano, A. (2022). A production planning and scheduling problem focused on both productivity and quality issues in tannery industries. *Procedia CIRP*, 112(March), 573–578.

- <https://doi.org/10.1016/j.procir.2022.09.101>
- Karimi-Zare, A., Shakouri G, H., Kazemi, A., & Kim, E. S. (2024). Aggregate production planning and energy supply management in steel industry with an onsite energy generation system: A multi-objective robust optimization model. *International Journal of Production Economics*, 269(February 2023), 109149. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2024.109149>
- Kong, F., Liu, Y., Shen, M., Tong, L., Yin, S., Wang, L., & Ding, Y. (2023). A novel economic scheduling of multi-product deterministic demand for co-production air separation system with liquid air energy storage. *Renewable Energy*, 209(March), 533–545. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2023.03.121>
- Kong, F., Liu, Y., Tong, L., Guo, W., Qiu, Y., & Wang, L. (2022). Optimization of co-production air separation unit based on MILP under multi-product deterministic demand. *Applied Energy*, 325(May), 119850. <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2022.119850>
- Leiva, C. A., Poblete, D. A., Aguilera, T. L., Acuña, C. A., & Quintero, F. J. (2020). Air Separation Units (ASUs) Simulation Using Aspen Hysys® at Oxinor i of Air Liquid Chile S.A Plant. *Polish Journal of Chemical Technology*, 22(1), 10–17. <https://doi.org/10.2478/pjct-2020-0003>
- Liang, T. F., Cheng, H. W., Chen, P. Y., & Shen, K. H. (2011). Application of fuzzy sets to aggregate production planning with multiproducts and multitime periods. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 19(3), 465–477. <https://doi.org/10.1109/TFUZZ.2011.2114668>
- Linde. (2019). Air separation plants. *Linde Aktiengesellschaft*. <https://www.linde-engineering.com/en/process-plants/air-separation-plants>
- Lotero, I., Gopalakrishnan, A., & Roba, T. (2018). On improving the online performance of production scheduling: Application to air separation units. *Computers and Chemical Engineering*, 114, 201–210. <https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2017.10.030>
- Richard, B. C., F. Robert, J., & Nicholas, J. A. (2006). *Operations Management for Competitive Advantage 11th edition* (p. 806). McGraw-Hill/Irwin.
- Rosenhahn, B. (2023). Optimization of Sparsity-Constrained Neural Networks as a Mixed Integer Linear Program: NN2MILP. *Journal of Optimization Theory*

- and Applications*, 199(3), 931–954. <https://doi.org/10.1007/s10957-023-02317-x>
- Sampurno, T., & Sudiarso, A. (2018). Simulasi dan Mixed Integer Linear Programming Untuk Masalah Tata Letak Pabrik Baru. *Seminar Dan Konferensi Nasional IDEC, 1991*, 7–8.
- Su, X., Zeng, L., Shao, B., & Lin, B. (2023). Data-driven optimization for production planning with multiple demand features. *Kybernetes*, 20. <https://doi.org/10.1108/K-04-2023-0690>
- Suarez-Rodriguez, J., Pina, J. C., Malagon-Alvarado, L., Blanco, V., Correa, M., De La Rosa, L., Lopera, M., Valderrama, J., & Vega-Mejia, C. A. (2021). An Optimization Model for University Course Timetabling. A Colombian Case Study. *Communications in Computer and Information Science*, 1407 CCIS, 33–46. https://doi.org/10.1007/978-3-030-76307-7_3
- Vanzetti, N., Steitzer, N. G., Corsano, G., & Montagna, J. M. (2021). Energy Optimization for the Operation of a Sawmill. *Communications in Computer and Information Science*, 1407 CCIS, 71–84. https://doi.org/10.1007/978-3-030-76307-7_6
- Wang, G., Wu, J., Yang, Y., & Su, L. (2024). Robust optimization for a steel production planning problem with uncertain demand and product substitution. *Computers and Operations Research*, 165(February), 106569. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2024.106569>
- Wildan, W. R., Setyanto, N. W., & Rahman, A. (2014). Penjadwalan pada Mesin Paralel Identik untuk Meminimasi MAKESPAN dengan Menggunakan Pendekatan Mixed Integer Linear Programming (Studi Kasus Pada PT. Pertamina Production Unit Gresik - Pelumas). *Jurnal Rekayasa Dan Manajemen Industri*, 2, No. 5(5), 1115.

Lampiran 1. Perbandingan Perencanaan Produksi yang dilakukan oleh PT. XYZ dengan Hasil Perencanaan Produksi Alternatif

Lampiran 1A. Perbandingan Kebutuhan Jumlah Produksi Oksigen Cair (m³)

Strategi	Periode									10	11	12	Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9				
Aktual	299,515.0	320,631.0	254,530.0	327,446.0	312,442.0	283,172.0	339,565.0	374,336.0	351,659.0	339,813.0	409,257.0	350,000.0	3,962,366.0
Alternatif	320,542.9	296,362.2	328,622.1	322,172.7	224,260.7	298,985.9	349,239.4	425,782.7	256,896.0	401,500.4	415,740.0	294,630.4	3,934,735.4
Selisih	(21,027.9)	24,268.8	(74,092.1)	5,273.3	88,181.3	(15,813.9)	(9,674.4)	(51,446.7)	94,763.0	(61,687.4)	(6,483.0)	55,369.6	27,630.6

Lampiran 1B. Perbandingan Kebutuhan Jumlah Produksi Nitrogen Cair (m³)

Strategi	Periode									10	11	12	Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9				
Aktual	219,482.0	235,686.0	189,769.0	257,834.0	240,962.0	215,160.0	271,121.0	306,778.0	278,968.0	272,772.0	326,237.0	281,666.0	3,096,435.0
Alternatif	250,179.8	231,307.1	256,485.5	251,451.9	175,032.8	233,354.8	272,577.1	332,318.2	200,504.2	313,366.2	324,480.0	229,955.5	3,071,013.1
Selisih	(30,679.8)	4,378.9	(66,716.5)	6,382.1	65,929.2	(18,194.8)	(1,456.1)	(25,540.2)	78,463.8	(40,594.2)	1,757.0	51,710.5	25,421.9

Lampiran 1C. Perbandingan Kebutuhan Jam Kerja Normal (Jam)

Strategi	Periode									10	11	12	Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9				
Aktual	528.2	555.8	420.0	558.5	523.7	475.5	568.1	635.0	580.6	572.7	691.3	594.7	6,704.1
Alternatif	537.2	497.9	550.3	539.9	380.7	502.2	583.9	708.3	433.7	668.8	692.0	495.1	6,589.9
Selisih	9.0	57.9	(130.3)	18.6	143.0	(26.7)	(15.8)	(73.3)	146.9	(96.1)	(0.7)	99.6	114.2

Lampiran 1D. Perbandingan Kebutuhan Jam Kerja Produksi (Jam)

Strategi	Periode												Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
Aktual	476.1	521.4	405.5	524.4	504.5	458.8	549.8	609.5	574.3	559.9	681.8	580.7	6,446.6
Alternatif	521.2	481.9	534.3	523.9	364.7	486.2	567.9	692.3	417.7	652.8	676.0	479.1	6,397.9
Selisih	(45.1)	39.5	(128.8)	0.6	139.8	(27.4)	(18.1)	(82.8)	156.6	(92.9)	5.8	101.6	48.7

Lampiran 1E. Perbandingan Persediaan Produk Oksigen Cair di Akhir Periode (m³)

Strategi	Periode												Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
Aktual	113,361.0	89,576.0	100,854.0	106,568.0	111,930.0	97,816.0	90,369.0	125,171.0	155,810.0	130,022.0	158,755.0	131,868.0	1,412,100.0
Alternatif	133,724.6	84,313.0	168,625.0	168,625.0	84,313.0	84,313.0	84,313.0	168,625.0	102,840.2	136,117.3	168,625.0	84,313.0	1,468,747.1
Selisih	(20,363.6)	5,263.0	(67,771.0)	(62,057.0)	27,617.0	13,503.0	6,056.0	(43,454.0)	52,969.8	(6,095.3)	(9,870.0)	47,555.0	(56,647.1)

Lampiran 1F. Perbandingan Persediaan Produk Nitrogen Cair di Akhir Periode (m³)

Strategi	Periode												Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
Aktual	116,373.0	121,308.0	142,209.0	140,231.0	142,261.0	141,928.0	140,073.0	140,283.0	139,688.0	137,098.0	137,850.0	137,483.0	1,636,785.0
Alternatif	147,573.0	147,573.0	147,573.0	73,787.0	73,787.0	73,787.0	73,787.0	73,787.0	147,573.0	147,573.0	73,787.0	147,573.0	1,328,160.0
Selisih	(31,200.0)	(26,265.0)	(5,364.0)	66,444.0	68,474.0	68,141.0	66,286.0	66,286.0	(7,885.0)	(10,475.0)	64,063.0	(10,090.0)	308,625.0

Lampiran 1F. Perbandingan Jumlah Losses Produk Berlebih pada Produk Oksigen Cair (m³)

Strategi	Periode									10	11	12	Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9				
Aktual	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Alternatif	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Selisih	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Lampiran 1G. Perbandingan Jumlah Losses Produk Berlebih pada Produk Nitrogen Cair (m³)

Strategi	Periode									10	11	12	Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9				
Aktual	56,777.0	0.0	91,805.0	221,265.0	157,763.0	124,064.0	219,135.0	265,291.0	152,073.0	196,523.0	265,580.0	165,836.0	1,916,112.0
Alternatif	56,557.4	0.0	179,957.3	288,014.7	94,603.5	142,206.3	219,728.6	292,516.2	0.0	235,108.6	339,357.9	40,176.5	1,888,227.0
Selisih	219.6	0.0	(88,152.3)	(66,749.7)	63,159.5	(18,142.3)	(593.6)	(27,225.2)	152,073.0	(38,585.6)	(73,777.9)	125,659.5	27,885.0

Lampiran 2. Hasil Optimasi Pengembangan Model

variabel	Periode												Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
Jumlah Produksi													
Produksi Oksigen Cair	320,542.9	296,362.2	328,622.1	322,172.7	224,260.7	298,985.9	349,239.4	425,782.7	256,896.0	401,500.4	415,740.0	294,630.4	3,934,735.4
Produksi Oksigen Cair	250,179.8	231,307.1	256,485.5	251,451.9	175,032.8	233,354.8	272,577.1	332,318.2	200,504.2	313,366.2	324,480.0	229,955.5	3,071,013.1
Jam Kerja													
Jam Kerja Normal	537.2	497.9	550.3	539.9	380.7	502.2	583.9	708.3	433.7	668.8	692.0	495.1	6,589.9
Jam Kerja <i>Cooling Down</i>	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	192
Jam Kerja Produksi	521.2	481.9	534.3	523.9	364.7	486.2	567.9	692.3	417.7	652.8	676.0	479.1	6,397.9
Jumlah Permintaan Terpenuhi													
Permintaan Oksigen Cair	324,559	342,316	241,867	318,951	305,487	295,996	345,747	338,056	319,454	364,541	379,400	375,153	3,951,527.0
Permintaan Nitrogen Cair	188,148	228,994	75,763	36,851	79,625	90,237	52,320	39,404	125,451	77,475	58,319	114,833	1,167,420.0
Jumlah Losses Produk Berlebih													
<i>Losses</i> Berlebih Oksigen cair	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
<i>Losses</i> Berlebih Nitrogen Cair	56,557.4	0.0	179,957.3	288,014.7	94,603.5	142,206.3	219,728.6	292,516.2	0.0	235,108.6	339,357.9	40,176.5	1,888,227.0
Jumlah Persediaan Produk													
Persediaan Oksigen Cair	133,724.6	84,313.0	168,625.0	168,625.0	84,313.0	84,313.0	84,313.0	168,625.0	102,840.2	136,117.3	168,625.0	84,313.0	1,468,747.1
Persediaan Nitrogen Cair	147,573.0	147,573.0	147,573.0	73,787.0	73,787.0	73,787.0	73,787.0	73,787.0	147,573.0	147,573.0	73,787.0	147,573.0	1,328,160.0
Jumlah Losses Produksi													
<i>Losses</i> Produksi Oksigen Cair	3278.4	3457.7	2443.1	3221.7	3085.7	2989.9	3492.4	3414.7	3226.8	3682.2	3832.3	3789.4	39,914.4
<i>Losses</i> Produksi Nitrogen Cair	1900.5	2313.1	765.3	372.2	804.3	911.5	528.5	398.0	1267.2	782.6	589.1	1159.9	11,792.1
Integer Losses berlebih													
Integer <i>Losses</i> Oksigen Cair	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Integer <i>Losses</i> Nitrogen Cair	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	10

berlanjut

Lampiran 2. Hasil Optimasi Pengembangan Model (lanjutan)

variabel	Periode												Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
Biaya Depresiasi & Amortisasi (Ribuan Rp)													
Dep. & Amor. Oksigen Cair	304,203.7	304,203.7	304,203.7	304,203.7	304,203.7	304,203.7	304,203.7	304,203.7	304,203.7	304,203.7	304,203.7	304,203.7	3,650,444.4
Dep. & Amor. Nitrogen Cair	121,205.3	121,205.3	121,205.3	121,205.3	121,205.3	121,205.3	121,205.3	121,205.3	121,205.3	121,205.3	121,205.3	121,205.3	1,454,463.6
Biaya Tenaga Kerja (Ribuan Rp)													
Tenaga Kerja Oksigen Cair	38,479.0	38,479.0	38,479.0	38,479.0	38,479.0	38,479.0	38,479.0	38,479.0	38,479.0	38,479.0	38,479.0	38,479.0	461,748.0
Tenaga Kerja Nitrogen Cair	37,542.5	37,542.5	37,542.5	37,542.5	37,542.5	37,542.5	37,542.5	37,542.5	37,542.5	37,542.5	37,542.5	37,542.5	450,510.5
Biaya Losses Produk Berlebih (Ribuan Rp)													
Biaya losses Berlebih Oksigen Cair	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Biaya losses Berlebih Nitrogen Cair	191,050.8	0	607.895.6	972,913.5	319,570.5	480.373.0	742,243.2	988,119.7	0	794,196.8	1,146,351.0	135,716.3	6,378,430.4
Biaya pembuatan produk													
Biaya Produk Oksigen Cair / m ³	3,403.0	3,403.0	3,403.0	3,403.0	3,403.0	3,403.0	3,403.0	3,403.0	3,403.0	3,403.0	3,403.0	3,403.0	3,403.0
Biaya Produk Nitrogen Cair / m ³	3,378.0	3,378.0	3,378.0	3,378.0	3,378.0	3,378.0	3,378.0	3,378.0	3,378.0	3,378.0	3,378.0	3,378.0	3,378.0

Lampiran 3. Kontribusi Perubahan Parameter Jumlah Permintaan dan Jumlah Minimal Persediaan

Lampiran 3A. Kontribusi Perubahan Parameter Jumlah Permintaan

Persentase perubahan	Dampak	Perubahan Parameter					
		Produksi Oksigen Cair (m ³)	Produksi Nitrogen Cair (m ³)	Jam Kerja Normal (Jam)	Jam Kerja Produksi (Jam)	Losses Berlebih Oksigen Cair (m ³)	Losses Berlebih Nitrogen Cair (m ³)
-15%	Total	3,336,020	2,603,723	5,616	6,357	0	1,597,820
	Perubahan (%)	-15.2	-15.2	-14.8	-0.6	0.0	-15.4
-10%	Total	3,535,590	2,759,485	5,941	6,3711	0	1,694,618
	Perubahan (%)	-10.1	-10.1	-9.8	-0.4	0.0	-10.3
-5%	Total	3,735,163	2,915,249	6,265	6,384	0	1,791,424
	Perubahan (%)	-5.1	-5.1	-4.9	-0.2	0.0	-5.1
0%	Total	3,934,735	3,071,013	6,590	6,398	0	1,888,227
	Perubahan (%)	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
+5%	Total	4,134,308	3,226,777	6,914	6,412	0	1,985,029
	Perubahan (%)	5.1	5.1	4.9	0.2	0.0	5.1
+10%	Total	4,333,881	3,382,541	7,239	6,425	0	2,081,834
	Perubahan (%)	10.1	10.1	9.8	0.4	0.0	10.3
+15%	Total	4,533,451	3,538,303	7,563	6,439	0	2,178,634
	Perubahan (%)	15.2	15.2	14.8	0.6	0.0	15.4

Lampiran 3B. Kontribusi Perubahan Parameter Jumlah Minimal Persediaan

Persentase perubahan	Dampak	Perubahan Parameter					
		Produksi Oksigen Cair (m ³)	Produksi Nitrogen Cair (m ³)	Jam Kerja Normal (Jam)	Jam Kerja Produksi (Jam)	Losses Berlebih Oksigen Cair (m ³)	Losses Berlebih Nitrogen Cair (m ³)
-15%	Total	3,909,441	3,051,271	6,549	6,357	0	1,868,485
	Perubahan (%)	-0.6	-0.6	-0.6	-0.6	0.0	-1.0
-10%	Total	3,917,872	3,057,852	6,563	6,371	0	1,875,066
	Perubahan (%)	-0.4	-0.4	-0.4	-0.4	0.0	-0.7
-5%	Total	3,926,304	3,064,433	6,576	6,384	0	1,881,647
	Perubahan (%)	-0.2	-0.2	-0.2	-0.2	0.0	-0.3
0%	Total	3,934,735	3,071,013	6,590	6,398	0	1,888,227
	Perubahan (%)	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
+5%	Total	3,943,166	3,077,593	6,604	6,412	0	1,894,807
	Perubahan (%)	0.2	0.2	0.2	0.2	0.0	0.3
+10%	Total	3,951,599	3,084,174	6,617	6,425	0	1,901,388
	Perubahan (%)	0.4	0.4	0.4	0.4	0.0	0.7
+15%	Total	3,960,029	3,090,755	6,631	6,439	0	1,907,969
	Perubahan (%)	0.6	0.6	0.6	0.6	0.0	1.0

Lampiran 4. Formulasi Model Lindo

!Minimize = Biaya bahan pembantu + biaya listrik + biaya sewa dan asuransi
+biaya perbaikan dan perawatan + biaya amortisasi dan
depresiasi + biaya losses + biaya tenaga kerja;

!Minimize = Ba + Blt + Brt + Bmit + Bdit + Bbit + Bwit;

!Minimize = (Ba * XPit) + (Xlct * Tlt) + (Xlpt * Tlt) + Bst + (Bmit * Xpit) +
Bdit + (Bpit * Xsit) + (Bpit * Xbit) + Bwit;

Minimize =

!Biaya Bahan Pembantu (BA), (Rp);

(15*XP11)+(15*XP12)+(15*XP13)+(15*XP14)+(15*XP15)+(15*XP16)+
(15*XP17)+(15*XP18)+(15*XP19)+(15*XP110)+(15*XP111)+(15*XP112)+
(19*XP21)+(19*XP22)+(19*XP23)+(19*XP24)+(19*XP25)+(19*XP26)+
(19*XP27)+(19*XP28)+(19*XP29)+(19*XP210)+(19*XP211)+(19*XP212)+

!Biaya listrik selama proses cooling down (Rp);

(1081)*(1122)*KC1+
(1081)*(1122)*KC2+
(1081)*(1122)*KC3+
(1081)*(1122)*KC4+
(1081)*(1122)*KC5+
(1081)*(1122)*KC6+
(1081)*(1122)*KC7+
(1081)*(1122)*KC8+
(1081)*(1122)*KC9+
(1081)*(1122)*KC10+
(1081)*(1122)*KC11+
(1081)*(1122)*KC12+

!Biaya listrik selama proses menghasilkan produk (Rp);

(1458)*(KP1)*(1122)+
(1458)*(KP2)*(1122)+
(1458)*(KP3)*(1122)+
(1458)*(KP4)*(1122)+
(1458)*(KP5)*(1122)+
(1458)*(KP6)*(1122)+
(1458)*(KP7)*(1122)+
(1458)*(KP8)*(1122)+
(1458)*(KP9)*(1122)+
(1458)*(KP10)*(1122)+
(1458)*(KP11)*(1122)+
(1458)*(KP12)*(1122)+

!Biaya sewa dan asuransi (Rp);

0+0+0+0+0+0+0+0+0+0+0+0+

!Biaya perbaikan dan perawatan (Rp);

(116*XP11)+(116*XP12)+(116*XP13)+(116*XP14)+(116*XP15)+(116*XP16)+
(116*XP17)+(116*XP18)+(116*XP19)+(116*XP110)+(116*XP111)+
(116*XP112)+(113*XP21)+(113*XP22)+(113*XP23)+(113*XP24)+(113*XP25)
+(113*XP26)+(113*XP27)+(113*XP28)+(113*XP29)+(113*XP210)+
(113*XP211)+(113*XP212)+

!Biaya amortisasi dan depresiasi (Rp);

BD11+BD12+BD13+BD14+BD15+BD16+BD17+BD18+BD19+BD110+
BD111+BD112+
BD21+BD22+BD23+BD24+BD25+BD26+BD27+BD28+BD29+BD210+
BD211+BD212+

!Biaya *losses* (Rp);

!Biaya *losses* produksi (XTIT), (Rp);

$(141019+XP11-XD11-XB11-XS11)*(BP11)+$
 $(XS11+XP12-XD12-XB12-XS12)*(BP12)+$
 $(XS12+XP13-XD13-XB13-XS13)*(BP13)+$
 $(XS13+XP14-XD14-XB14-XS14)*(BP14)+$
 $(XS14+XP15-XD15-XB15-XS15)*(BP15)+$
 $(XS15+XP16-XD16-XB16-XS16)*(BP16)+$
 $(XS16+XP17-XD17-XB17-XS17)*(BP17)+$
 $(XS17+XP18-XD18-XB18-XS18)*(BP18)+$
 $(XS18+XP19-XD19-XB19-XS19)*(BP19)+$
 $(XS19+XP110-XD110-XB110-XS110)*(BP110)+$
 $(XS110+XP111-XD111-XB111-XS111)*(BP111)+$
 $(XS111+XP112-XD112-XB112-XS112)*(BP112)+$
 $(143999+XP21-XD21-XB21-XS21)*(BP21)+$
 $(XS21+XP22-XD22-XB22-XS22)*(BP22)+$
 $(XS22+XP23-XD23-XB23-XS23)*(BP23)+$
 $(XS23+XP24-XD24-XB24-XS24)*(BP24)+$
 $(XS24+XP25-XD25-XB25-XS25)*(BP25)+$
 $(XS25+XP26-XD26-XB26-XS26)*(BP26)+$
 $(XS26+XP27-XD27-XB27-XS27)*(BP27)+$
 $(XS27+XP28-XD28-XB28-XS28)*(BP28)+$
 $(XS28+XP29-XD29-XB29-XS29)*(BP29)+$
 $(XS29+XP210-XD210-XB210-XS210)*(BP210)+$
 $(XS210+XP211-XD211-XB211-XS211)*(BP211)+$
 $(XS211+XP212-XD212-XB212-XS212)*(BP212)+$

!Biaya losses produk berlebih (XBIT), (Rp);
 $(BP11)*(141019+XP11-XD11-XS11-XT11)+$
 $(BP12)*(XS11+XP12-XD12-XS12-XT12)+$
 $(BP13)*(XS12+XP13-XD13-XS13-XT13)+$
 $(BP14)*(XS13+XP14-XD14-XS14-XT14)+$
 $(BP15)*(XS14+XP15-XD15-XS15-XT15)+$
 $(BP16)*(XS15+XP16-XD16-XS16-XT16)+$

(BP17)*(XS16+XP17-XD17-XS17-XT17)+
 (BP18)*(XS17+XP18-XD18-XS18-XT18)+
 (BP19)*(XS18+XP19-XD19-XS19-XT19)+
 (BP110)*(XS19+XP110-XD110-XS110-XT110)+
 (BP111)*(XS110+XP111-XD111-XS111-XT111)+
 (BP112)*(XS111+XP112-XD112-XS112-XT112)+
 (BP21)*(143999+XP21-XD21-XS21-XT21)+
 (BP22)*(XS21+XP22-XD22-XS22-XT22)+
 (BP23)*(XS22+XP23-XD23-XS23-XT23)+
 (BP24)*(XS23+XP24-XD24-XS24-XT24)+
 (BP25)*(XS24+XP25-XD25-XS25-XT25)+
 (BP26)*(XS25+XP26-XD26-XS26-XT26)+
 (BP27)*(XS26+XP27-XD27-XS27-XT27)+
 (BP28)*(XS27+XP28-XD28-XS28-XT28)+
 (BP29)*(XS28+XP29-XD29-XS29-XT29)+
 (BP210)*(XS29+XP210-XD210-XS210-XT210)+
 (BP211)*(XS210+XP211-XD211-XS211-XT211)+
 (BP212)*(XS211+XP212-XD212-XS212-XT212)+

!Biaya Integer Losses berlebih;

(1000000000)*(OP11)+(1000000000)*(OP12)+
 (1000000000)*(OP13)+(1000000000)*(OP14)+
 (1000000000)*(OP15)+(1000000000)*(OP16)+
 (1000000000)*(OP17)+(1000000000)*(OP18)+
 (1000000000)*(OP19)+(1000000000)*(OP110)+
 (1000000000)*(OP111)+(1000000000)*(OP112)+
 (1000000000)*(OP21)+(1000000000)*(OP22)+
 (1000000000)*(OP23)+(1000000000)*(OP24)+
 (1000000000)*(OP25)+(1000000000)*(OP26)+
 (1000000000)*(OP27)+(1000000000)*(OP28)+
 (1000000000)*(OP29)+(1000000000)*(OP210)+
 (1000000000)*(OP211)+(1000000000)*(OP212)+

!Biaya tenaga kerja (BW);

BW11+BW12+BW13+BW14+BW15+BW16+BW17+BW18+BW19+BW110+
BW111+BW112+
BW21+BW22+BW23+BW24+BW25+BW26+BW27+BW28+BW29+BW210+
BW211+BW212;

!Batasan

!Permintaan;

XD11=324559;

XD12=342316;

XD13=241867;

XD14=318951;

XD15=305487;

XD16=295996;

XD17=345747;

XD18=338056;

XD19=319454;

XD110=364541;

XD111=379400;

XD112=375153;

XD21=188148;

XD22=228994;

XD23=75763;

XD24=36851;

XD25=79625;

XD26=90237;

XD27=52320;

XD28=39404;

XD29=125451;

XD210=77475;

XD211=58319;

XD212=114833;

!Biaya produk setiap m³ (yang diinginkan);

BP11=3403;

BP12=3403;

BP13=3403;

BP14=3403;

BP15=3403;

BP16=3403;

BP17=3403;

BP18=3403;

BP19=3403;

BP110=3403;

BP111=3403;

BP112=3403;

BP21=3378;

BP22=3378;

BP23=3378;

BP24=3378;

BP25=3378;

BP26=3378;

BP27=3378;

BP28=3378;

BP29=3378;

BP210=3378;

BP211=3378;

BP212=3378;

!Biaya depresiasi dan amortisasi;

BD11=304203743;

BD12=304203743;

BD13=304203743;

BD14=304203743;

BD15=304203743;
BD16=304203743;
BD17=304203743;
BD18=304203743;
BD19=304203743;
BD110=304203743;
BD111=304203743;
BD112=304203743;
BD21=121205327;
BD22=121205327;
BD23=121205327;
BD24=121205327;
BD25=121205327;
BD26=121205327;
BD27=121205327;
BD28=121205327;
BD29=121205327;
BD210=121205327;
BD211=121205327;
BD212=121205327;

!Biaya tenaga kerja;

BW11=38478995;
BW12=38478995;
BW13=38478995;
BW14=38478995;
BW15=38478995;
BW16=38478995;
BW17=38478995;
BW18=38478995;
BW19=38478995;
BW110=38478995;

$BW111=38478995;$
 $BW112=38478995;$
 $BW21=37542540;$
 $BW22=37542540;$
 $BW23=37542540;$
 $BW24=37542540;$
 $BW25=37542540;$
 $BW26=37542540;$
 $BW27=37542540;$
 $BW28=37542540;$
 $BW29=37542540;$
 $BW210=37542540;$
 $BW211=37542540;$
 $BW212=37542540;$

!Keseimbangan produk;

$XS11+XD11+XT11+XB11-XP11=141019;$
 $XS12+XD12+XT12+XB12-XP12-XS11=0;$
 $XS13+XD13+XT13+XB13-XP13-XS12=0;$
 $XS14+XD14+XT14+XB14-XP14-XS13=0;$
 $XS15+XD15+XT15+XB15-XP15-XS14=0;$
 $XS16+XD16+XT16+XB16-XP16-XS15=0;$
 $XS17+XD17+XT17+XB17-XP17-XS16=0;$
 $XS18+XD18+XT18+XB18-XP18-XS17=0;$
 $XS19+XD19+XT19+XB19-XP19-XS18=0;$
 $XS110+XD110+XT110+XB110-XP110-XS19=0;$
 $XS111+XD111+XT111+XB111-XP111-XS110=0;$
 $XS112+XD112+XT112+XB112-XP112-XS111=0;$
 $XS21+XD21+XT21+XB21-XP21=143999;$
 $XS22+XD22+XT22+XB22-XP22-XS21=0;$
 $XS23+XD23+XT23+XB23-XP23-XS22=0;$
 $XS24+XD24+XT24+XB24-XP24-XS23=0;$

$XS25+XD25+XT25+XB25-XP25-XS24=0;$

$XS26+XD26+XT26+XB26-XP26-XS25=0;$

$XS27+XD27+XT27+XB27-XP27-XS26=0;$

$XS28+XD28+XT28+XB28-XP28-XS27=0;$

$XS29+XD29+XT29+XB29-XP29-XS28=0;$

$XS210+XD210+XT210+XB210-XP210-XS29=0;$

$XS211+XD211+XT211+XB211-XP211-XS210=0;$

$XS212+XD212+XT212+XB212-XP212-XS211=0;$

!Jumlah produk yang disimpan (XS);

!Jumlah minimal produk yang disimpan sebesar 50% dari kapasitas maksimal dari tangki penyimpanan;

$141019+XP11-XD11-XT11-XB11 \geq 84313;$

$XS11+XP12-XD12-XT12-XB12 \geq 84313;$

$XS12+XP13-XD13-XT13-XB13 \geq 84313;$

$XS13+XP14-XD14-XT14-XB14 \geq 84313;$

$XS14+XP15-XD15-XT15-XB15 \geq 84313;$

$XS15+XP16-XD16-XT16-XB16 \geq 84313;$

$XS16+XP17-XD17-XT17-XB17 \geq 84313;$

$XS17+XP18-XD18-XT18-XB18 \geq 84313;$

$XS18+XP19-XD19-XT19-XB19 \geq 84313;$

$XS19+XP110-XD110-XT110-XB110 \geq 84313;$

$XS110+XP111-XD111-XT111-XB111 \geq 84313;$

$XS111+XP112-XD112-XT112-XB112 \geq 84313;$

$143999+XP21-XD21-XT21-XB21 \geq 73787;$

$XS21+XP22-XD22-XT22-XB22 \geq 73787;$

$XS22+XP23-XD23-XT23-XB23 \geq 73787;$

$XS23+XP24-XD24-XT24-XB24 \geq 73787;$

$XS24+XP25-XD25-XT25-XB25 \geq 73787;$

$XS25+XP26-XD26-XT26-XB26 \geq 73787;$

$XS26+XP27-XD27-XT27-XB27 \geq 73787;$

$XS27+XP28-XD28-XT28-XB28 \geq 73787;$

$XS28+XP29-XD29-XT29-XB29 \geq 73787;$

$XS29+XP210-XD210-XT210-XB210 \geq 73787;$
 $XS210+XP211-XD211-XT211-XB211 \geq 73787;$
 $XS211+XP212-XD212-XT212-XB212 \geq 73787;$

!Jumlah produk yang dapat disimpan sebesar jumlah maksimal dari kapasitas tangki penyimpanan;

$141019+XP11-XD11-XT11-XB11 \leq 168625;$
 $XS11+XP12-XD12-XT12-XB12 \leq 168625;$
 $XS12+XP13-XD13-XT13-XB13 \leq 168625;$
 $XS13+XP14-XD14-XT14-XB14 \leq 168625;$
 $XS14+XP15-XD15-XT15-XB15 \leq 168625;$
 $XS15+XP16-XD16-XT16-XB16 \leq 168625;$
 $XS16+XP17-XD17-XT17-XB17 \leq 168625;$
 $XS17+XP18-XD18-XT18-XB18 \leq 168625;$
 $XS18+XP19-XD19-XT19-XB19 \leq 168625;$
 $XS19+XP110-XD110-XT110-XB110 \leq 168625;$
 $XS110+XP111-XD111-XT111-XB111 \leq 168625;$
 $XS111+XP112-XD112-XT112-XB112 \leq 168625;$
 $143999+XP21-XD21-XT21-XB21 \leq 147573;$
 $XS21+XP22-XD22-XT22-XB22 \leq 147573;$
 $XS22+XP23-XD23-XT23-XB23 \leq 147573;$
 $XS23+XP24-XD24-XT24-XB24 \leq 147573;$
 $XS24+XP25-XD25-XT25-XB25 \leq 147573;$
 $XS25+XP26-XD26-XT26-XB26 \leq 147573;$
 $XS26+XP27-XD27-XT27-XB27 \leq 147573;$
 $XS27+XP28-XD28-XT28-XB28 \leq 147573;$
 $XS28+XP29-XD29-XT29-XB29 \leq 147573;$
 $XS29+XP210-XD210-XT210-XB210 \leq 147573;$
 $XS210+XP211-XD211-XT211-XB211 \leq 147573;$
 $XS211+XP212-XD212-XT212-XB212 \leq 147573;$

!Jumlah produk yang dihasilkan

!Jumlah total produk yang dihasilkan;

$$(615)*(KP1)-XP11=0;$$

$$(615)*(KP2)-XP12=0;$$

$$(615)*(KP3)-XP13=0;$$

$$(615)*(KP4)-XP14=0;$$

$$(615)*(KP5)-XP15=0;$$

$$(615)*(KP6)-XP16=0;$$

$$(615)*(KP7)-XP17=0;$$

$$(615)*(KP8)-XP18=0;$$

$$(615)*(KP9)-XP19=0;$$

$$(615)*(KP10)-XP110=0;$$

$$(615)*(KP11)-XP111=0;$$

$$(615)*(KP12)-XP112=0;$$

$$(480)*(KP1)-XP21=0;$$

$$(480)*(KP2)-XP22=0;$$

$$(480)*(KP3)-XP23=0;$$

$$(480)*(KP4)-XP24=0;$$

$$(480)*(KP5)-XP25=0;$$

$$(480)*(KP6)-XP26=0;$$

$$(480)*(KP7)-XP27=0;$$

$$(480)*(KP8)-XP28=0;$$

$$(480)*(KP9)-XP29=0;$$

$$(480)*(KP10)-XP210=0;$$

$$(480)*(KP11)-XP211=0;$$

$$(480)*(KP12)-XP212=0;$$

!Losses

!Jumlah *losses* produksi tidak melebihi persentase *losses* yang ditentukan sebesar

1%;

$$XT11=(0.01)*(141019+XP11-XB11-XS11);$$

$$XT12=(0.01)*(XS11+XP12-XB12-XS12);$$

$XT13=(0.01)*(XS12+XP13-XB13-XS13);$
 $XT14=(0.01)*(XS13+XP14-XB14-XS14);$
 $XT15=(0.01)*(XS14+XP15-XB15-XS15);$
 $XT16=(0.01)*(XS15+XP16-XB16-XS16);$
 $XT17=(0.01)*(XS16+XP17-XB17-XS17);$
 $XT18=(0.01)*(XS17+XP18-XB18-XS18);$
 $XT19=(0.01)*(XS18+XP19-XB19-XS19);$
 $XT110=(0.01)*(XS19+XP110-XB110-XS110);$
 $XT111=(0.01)*(XS110+XP111-XB111-XS111);$
 $XT112=(0.01)*(XS111+XP112-XB112-XS112);$
 $XT21=(0.01)*(143999+XP21-XB21-XS21);$
 $XT22=(0.01)*(XS21+XP22-XB22-XS22);$
 $XT23=(0.01)*(XS22+XP23-XB23-XS23);$
 $XT24=(0.01)*(XS23+XP24-XB24-XS24);$
 $XT25=(0.01)*(XS24+XP25-XB25-XS25);$
 $XT26=(0.01)*(XS25+XP26-XB26-XS26);$
 $XT27=(0.01)*(XS26+XP27-XB27-XS27);$
 $XT28=(0.01)*(XS27+XP28-XB28-XS28);$
 $XT29=(0.01)*(XS28+XP29-XB29-XS29);$
 $XT210=(0.01)*(XS29+XP210-XB210-XS210);$
 $XT211=(0.01)*(XS210+XP211-XB211-XS211);$
 $XT212=(0.01)*(XS211+XP212-XB212-XS212);$

!Jam kerja normal;

!Jumlah jam kerja normal tidak melebihi jam kerja yang tersedia;

$KN1 \leq 716;$

$KN2 \leq 668;$

$KN3 \leq 716;$

$KN4 \leq 692;$

$KN5 \leq 716;$

$KN6 \leq 692;$

$KN7 \leq 716;$

$KN8 \leq 716;$

$KN9 \leq 692;$

$KN10 \leq 716;$

$KN11 \leq 692;$

$KN12 \leq 716;$

!Jam kerja normal merupakan penjumlahan jam kerja proses *cooling down* dan jam kerja menghasilkan produk;

$KN1-KC1-KP1=0;$

$KN2-KC2-KP2=0;$

$KN3-KC3-KP3=0;$

$KN4-KC4-KP4=0;$

$KN5-KC5-KP5=0;$

$KN6-KC6-KP6=0;$

$KN7-KC7-KP7=0;$

$KN8-KC8-KP8=0;$

$KN9-KC9-KP9=0;$

$KN10-KC10-KP10=0;$

$KN11-KC11-KP11=0;$

$KN12-KC12-KP12=0;$

!Jam kerja efektif menghasilkan produk merupakan pengurangan jam kerja normal dengan jam kerja proses *cooling down*;

$KP1=KN1-KC1;$

$KP2=KN2-KC2;$

$KP3=KN3-KC3;$

$KP4=KN4-KC4;$

$KP5=KN5-KC5;$

$KP6=KN6-KC6;$

$KP7=KN7-KC7;$

$KP8=KN8-KC8;$

$KP9=KN9-KC9;$

$KP10=KN10-KC10;$

$KP11=KN11-KC11;$

$KP12=KN12-KC12;$

!Jam kerja cooling down sebesar 16 jam;

$KC1=16;$

$KC2=16;$

$KC3=16;$

$KC4=16;$

$KC5=16;$

$KC6=16;$

$KC7=16;$

$KC8=16;$

$KC9=16;$

$KC10=16;$

$KC11=16;$

$KC12=16;$

!Jam kerja normal harus lebih besar atau sama dengan jam kerja efektif menghasilkan produk;

$KN1 \geq KP1;$

$KN2 \geq KP2;$

$KN3 \geq KP3;$

$KN4 \geq KP4;$

$KN5 \geq KP5;$

$KN6 \geq KP6;$

$KN7 \geq KP7;$

$KN8 \geq KP8;$

$KN9 \geq KP9;$

$KN10 \geq KP10;$

$KN11 \geq KP11;$

$KN12 \geq KP12;$

!Jumlah Losses produk berlebih maksimal hanya satu produk (*integer*);

$OP11+OP21 \leq 1;$

$OP12+OP22 \leq 1;$

$OP13+OP23 \leq 1;$

$OP14+OP24 \leq 1;$

$OP15+OP25 \leq 1;$

$OP16+OP26 \leq 1;$

$OP17+OP27 \leq 1;$

$OP18+OP28 \leq 1;$

$OP19+OP29 \leq 1;$

$OP110+OP210 \leq 1;$

$OP111+OP211 \leq 1;$

$OP112+OP212 \leq 1;$

!Sehingga nilai losses berlebih (*integer*);

$XB11 \leq 1000000 * OP11;$

$XB12 \leq 1000000 * OP12;$

$XB13 \leq 1000000 * OP13;$

$XB14 \leq 1000000 * OP14;$

$XB15 \leq 1000000 * OP15;$

$XB16 \leq 1000000 * OP16;$

$XB17 \leq 1000000 * OP17;$

$XB18 \leq 1000000 * OP18;$

$XB19 \leq 1000000 * OP19;$

$XB110 \leq 1000000 * OP110;$

$XB111 \leq 1000000 * OP111;$

$XB112 \leq 1000000 * OP112;$

$XB21 \leq 1000000 * OP21;$

$XB22 \leq 1000000 * OP22;$

$XB23 \leq 1000000 * OP23;$

$XB24 \leq 1000000 * OP24;$

$XB25 \leq 1000000 * OP25;$

$$XB26 \leq 1000000 * OP26;$$

$$XB27 \leq 1000000 * OP27;$$

$$XB28 \leq 1000000 * OP28;$$

$$XB29 \leq 1000000 * OP29;$$

$$XB210 \leq 1000000 * OP210;$$

$$XB211 \leq 1000000 * OP211;$$

$$XB212 \leq 1000000 * OP212;$$

!Perhitungan Biaya losses produk berlebih (XBIT),(Rp);

$$BLXB11 = (BP11) * XB11;$$

$$BLXB12 = (BP12) * XB12;$$

$$BLXB13 = (BP13) * XB13;$$

$$BLXB14 = (BP14) * XB14;$$

$$BLXB15 = (BP15) * XB15;$$

$$BLXB16 = (BP16) * XB16;$$

$$BLXB17 = (BP17) * XB17;$$

$$BLXB18 = (BP18) * XB18;$$

$$BLXB19 = (BP19) * XB19;$$

$$BLXB110 = (BP110) * XB110;$$

$$BLXB111 = (BP111) * XB111;$$

$$BLXB112 = (BP112) * XB112;$$

$$BLXB21 = (BP21) * XB21;$$

$$BLXB22 = (BP22) * XB22;$$

$$BLXB23 = (BP23) * XB23;$$

$$BLXB24 = (BP24) * XB24;$$

$$BLXB25 = (BP25) * XB25;$$

$$BLXB26 = (BP26) * XB26;$$

$$BLXB27 = (BP27) * XB27;$$

$$BLXB28 = (BP28) * XB28;$$

$$BLXB29 = (BP29) * XB29;$$

$$BLXB210 = (BP210) * XB210;$$

$$BLXB211 = (BP211) * XB211;$$

BLXB212=(BP212)*XB212;

!Variabel OPit atau losses berlebih merupakan binary;

@Bin (OP11);

@Bin (OP12);

@Bin (OP13);

@Bin (OP14);

@Bin (OP15);

@Bin (OP16);

@Bin (OP17);

@Bin (OP18);

@Bin (OP19);

@Bin (OP110);

@Bin (OP111);

@Bin (OP112);

@Bin (OP21);

@Bin (OP22);

@Bin (OP23);

@Bin (OP24);

@Bin (OP25);

@Bin (OP26);

@Bin (OP27);

@Bin (OP28);

@Bin (OP29);

@Bin (OP210);

@Bin (OP211);

@Bin (OP212);

!Non-negatif untuk variabel keputusan;

XP11 $\geq$ 0;

XP12 $\geq$ 0;

XP13 $\geq$ 0;

XP14 $\geq$ 0;

XP15 $\geq$ 0;

XP16 $\geq$ 0;

XP17 $\geq$ 0;

XP18 $\geq$ 0;

XP19 $\geq$ 0;

XP110 $\geq$ 0;

XP111 $\geq$ 0;

XP112 $\geq$ 0;

XP21 $\geq$ 0;

XP22 $\geq$ 0;

XP23 $\geq$ 0;

XP24 $\geq$ 0;

XP25 $\geq$ 0;

XP26 $\geq$ 0;

XP27 $\geq$ 0;

XP28 $\geq$ 0;

XP29 $\geq$ 0;

XP210 $\geq$ 0;

XP211 $\geq$ 0;

XP212 $\geq$ 0;

KN1 $\geq$ 0;

KN2 $\geq$ 0;

KN3 $\geq$ 0;

KN4 $\geq$ 0;

KN5 $\geq$ 0;

KN6 $\geq$ 0;

KN7 $\geq$ 0;

KN8>=0;
KN9>=0;
KN10>=0;
KN11>=0;
KN12>=0;
XS11>=0;
XS12>=0;
XS13>=0;
XS14>=0;
XS15>=0;
XS16>=0;
XS17>=0;
XS18>=0;
XS19>=0;
XS110>=0;
XS111>=0;
XS112>=0;
XS21>=0;
XS22>=0;
XS23>=0;
XS24>=0;
XS25>=0;
XS26>=0;
XS27>=0;
XS28>=0;
XS29>=0;
XS210>=0;
XS211>=0;
XS212>=0;
XB11>=0;
XB12>=0;
XB13>=0;

XB14>=0;
XB15>=0;
XB16>=0;
XB17>=0;
XB18>=0;
XB19>=0;
XB110>=0;
XB111>=0;
XB112>=0;
XB21>=0;
XB22>=0;
XB23>=0;
XB24>=0;
XB25>=0;
XB26>=0;
XB27>=0;
XB28>=0;
XB29>=0;
XB210>=0;
XB211>=0;
XB212>=0;
KP1>=0;
KP2>=0;
KP3>=0;
KP4>=0;
KP5>=0;
KP6>=0;
KP7>=0;
KP8>=0;
KP9>=0;
KP10>=0;
KP11>=0;

KP12 $\geq$ 0;

End

Lampiran 5. Output Formulasi Lindo

Global optimal solution found.

Objective value:	0.3419120E+11
Objective bound:	0.3419120E+11
Infeasibilities:	0.000000
Extended solver steps:	2
Total solver iterations:	629
Elapsed runtime seconds:	0.20

Model Class:	MILP
--------------	------

Total variables:	168
Nonlinear variables:	0
Integer variables:	24

Total constraints:	325
Nonlinear constraints:	0

Total nonzeros:	882
Nonlinear nonzeros:	0

Variable	Value	Reduced Cost
XP11	320542.9	0.000000
XP12	296362.2	0.000000
XP13	328622.1	0.000000
XP14	322172.7	0.000000
XP15	224260.7	0.000000
XP16	298985.9	0.000000
XP17	349239.4	0.000000
XP18	425782.7	0.000000

XP19	256896.0	0.000000
XP110	401500.4	0.000000
XP111	415740.0	0.000000
XP112	294630.4	0.000000
XP21	250179.8	0.000000
XP22	231307.1	0.000000
XP23	256485.5	0.000000
XP24	251451.9	0.000000
XP25	175032.8	0.000000
XP26	233354.8	0.000000
XP27	272577.1	0.000000
XP28	332318.2	0.000000
XP29	200504.2	0.000000
XP210	313366.2	0.000000
XP211	324480.0	0.000000
XP212	229955.5	0.000000
KC1	16.00000	0.000000
KC2	16.00000	0.000000
KC3	16.00000	0.000000
KC4	16.00000	0.000000
KC5	16.00000	0.000000
KC6	16.00000	0.000000
KC7	16.00000	0.000000
KC8	16.00000	0.000000
KC9	16.00000	0.000000
KC10	16.00000	0.000000
KC11	16.00000	0.000000
KC12	16.00000	0.000000
KP1	521.2080	0.000000
KP2	481.8897	0.000000
KP3	534.3449	0.000000
KP4	523.8581	0.000000

KP5	364.6516	0.000000
KP6	486.1559	0.000000
KP7	567.8689	0.000000
KP8	692.3296	0.000000
KP9	417.7170	0.000000
KP10	652.8461	0.000000
KP11	676.0000	0.000000
KP12	479.0739	0.000000
BD11	0.3042037E+09	0.000000
BD12	0.3042037E+09	0.000000
BD13	0.3042037E+09	0.000000
BD14	0.3042037E+09	0.000000
BD15	0.3042037E+09	0.000000
BD16	0.3042037E+09	0.000000
BD17	0.3042037E+09	0.000000
BD18	0.3042037E+09	0.000000
BD19	0.3042037E+09	0.000000
BD110	0.3042037E+09	0.000000
BD111	0.3042037E+09	0.000000
BD112	0.3042037E+09	0.000000
BD21	0.1212053E+09	0.000000
BD22	0.1212053E+09	0.000000
BD23	0.1212053E+09	0.000000
BD24	0.1212053E+09	0.000000
BD25	0.1212053E+09	0.000000
BD26	0.1212053E+09	0.000000
BD27	0.1212053E+09	0.000000
BD28	0.1212053E+09	0.000000
BD29	0.1212053E+09	0.000000
BD210	0.1212053E+09	0.000000
BD211	0.1212053E+09	0.000000
BD212	0.1212053E+09	0.000000

XD11	324559.0	0.000000
XB11	0.000000	8933.473
XS11	133724.6	0.000000
BP11	3403.000	0.000000
XD12	342316.0	0.000000
XB12	0.000000	8933.473
XS12	84313.00	0.000000
BP12	3403.000	0.000000
XD13	241867.0	0.000000
XB13	0.000000	8933.473
XS13	168625.0	0.000000
BP13	3403.000	0.000000
XD14	318951.0	0.000000
XB14	0.000000	8933.473
XS14	168625.0	0.000000
BP14	3403.000	0.000000
XD15	305487.0	0.000000
XB15	0.000000	8933.473
XS15	84313.00	0.000000
BP15	3403.000	0.000000
XD16	295996.0	0.000000
XB16	0.000000	8933.473
XS16	84313.00	0.000000
BP16	3403.000	0.000000
XD17	345747.0	0.000000
XB17	0.000000	8933.473
XS17	84313.00	0.000000
BP17	3403.000	0.000000
XD18	338056.0	0.000000
XB18	0.000000	8933.473
XS18	168625.0	0.000000
BP18	3403.000	0.000000

XD19	319454.0	0.000000
XB19	0.000000	8933.473
XS19	102840.2	0.000000
BP19	3403.000	0.000000
XD110	364541.0	0.000000
XB110	0.000000	8933.473
XS110	136117.3	0.000000
BP110	3403.000	0.000000
XD111	379400.0	0.000000
XB111	0.000000	8933.473
XS111	168625.0	0.000000
BP111	3403.000	0.000000
XD112	375153.0	0.000000
XB112	0.000000	8933.473
XS112	84313.00	0.000000
BP112	3403.000	0.000000
XD21	188148.0	0.000000
XB21	56557.36	0.000000
XS21	147573.0	0.000000
BP21	3378.000	0.000000
XD22	228994.0	0.000000
XB22	0.000000	0.000000
XS22	147573.0	0.000000
BP22	3378.000	0.000000
XD23	75763.00	0.000000
XB23	179957.3	0.000000
XS23	147573.0	0.000000
BP23	3378.000	0.000000
XD24	36851.00	0.000000
XB24	288014.7	0.000000
XS24	73787.00	0.000000
BP24	3378.000	0.000000

XD25	79625.00	0.000000
XB25	94603.47	0.000000
XS25	73787.00	0.000000
BP25	3378.000	0.000000
XD26	90237.00	0.000000
XB26	142206.3	0.000000
XS26	73787.00	0.000000
BP26	3378.000	0.000000
XD27	52320.00	0.000000
XB27	219728.6	0.000000
XS27	73787.00	0.000000
BP27	3378.000	0.000000
XD28	39404.00	0.000000
XB28	292516.2	0.000000
XS28	73787.00	0.000000
BP28	3378.000	0.000000
XD29	125451.0	0.000000
XB29	0.000000	0.000000
XS29	147573.0	0.000000
BP29	3378.000	0.000000
XD210	77475.00	0.000000
XB210	235108.6	0.000000
XS210	147573.0	0.000000
BP210	3378.000	0.000000
XD211	58319.00	0.000000
XB211	339357.9	0.000000
XS211	73787.00	0.000000
BP211	3378.000	0.000000
XD212	114833.0	0.000000
XB212	40176.52	0.000000
XS212	147573.0	0.000000
BP212	3378.000	0.000000

XT11	3278.374	0.000000
XT12	3457.737	0.000000
XT13	2443.101	0.000000
XT14	3221.727	0.000000
XT15	3085.727	0.000000
XT16	2989.859	0.000000
XT17	3492.394	0.000000
XT18	3414.707	0.000000
XT19	3226.808	0.000000
XT110	3682.232	0.000000
XT111	3832.323	0.000000
XT112	3789.424	0.000000
XT21	1900.485	0.000000
XT22	2313.071	0.000000
XT23	765.2828	0.000000
XT24	372.2323	0.000000
XT25	804.2929	0.000000
XT26	911.4848	0.000000
XT27	528.4848	0.000000
XT28	398.0202	0.000000
XT29	1267.182	0.000000
XT210	782.5758	0.000000
XT211	589.0808	0.000000
XT212	1159.929	0.000000
OP11	0.000000	0.1000000E+10
OP12	0.000000	0.1000000E+10
OP13	0.000000	0.1000000E+10
OP14	0.000000	0.1000000E+10
OP15	0.000000	0.1000000E+10
OP16	0.000000	0.1000000E+10
OP17	0.000000	0.1000000E+10
OP18	0.000000	0.1000000E+10

OP19	0.000000	0.1000000E+10
OP110	0.000000	0.1000000E+10
OP111	0.000000	0.1000000E+10
OP112	0.000000	0.1000000E+10
OP21	1.000000	0.1000000E+10
OP22	0.000000	0.1000000E+10
OP23	1.000000	0.1000000E+10
OP24	1.000000	0.1000000E+10
OP25	1.000000	0.1000000E+10
OP26	1.000000	0.1000000E+10
OP27	1.000000	0.1000000E+10
OP28	1.000000	0.1000000E+10
OP29	0.000000	0.1000000E+10
OP210	1.000000	0.1000000E+10
OP211	1.000000	0.1000000E+10
OP212	1.000000	0.1000000E+10
BW11	0.3847900E+08	0.000000
BW12	0.3847900E+08	0.000000
BW13	0.3847900E+08	0.000000
BW14	0.3847900E+08	0.000000
BW15	0.3847900E+08	0.000000
BW16	0.3847900E+08	0.000000
BW17	0.3847900E+08	0.000000
BW18	0.3847900E+08	0.000000
BW19	0.3847900E+08	0.000000
BW110	0.3847900E+08	0.000000
BW111	0.3847900E+08	0.000000
BW112	0.3847900E+08	0.000000
BW21	0.3754254E+08	0.000000
BW22	0.3754254E+08	0.000000
BW23	0.3754254E+08	0.000000
BW24	0.3754254E+08	0.000000

BW25	0.3754254E+08	0.000000
BW26	0.3754254E+08	0.000000
BW27	0.3754254E+08	0.000000
BW28	0.3754254E+08	0.000000
BW29	0.3754254E+08	0.000000
BW210	0.3754254E+08	0.000000
BW211	0.3754254E+08	0.000000
BW212	0.3754254E+08	0.000000
KN1	537.2080	0.000000
KN2	497.8897	0.000000
KN3	550.3449	0.000000
KN4	539.8581	0.000000
KN5	380.6516	0.000000
KN6	502.1559	0.000000
KN7	583.8689	0.000000
KN8	708.3296	0.000000
KN9	433.7170	0.000000
KN10	668.8461	0.000000
KN11	692.0000	0.000000
KN12	495.0739	0.000000
BLXB11	0.000000	0.000000
BLXB12	0.000000	0.000000
BLXB13	0.000000	0.000000
BLXB14	0.000000	0.000000
BLXB15	0.000000	0.000000
BLXB16	0.000000	0.000000
BLXB17	0.000000	0.000000
BLXB18	0.000000	0.000000
BLXB19	0.000000	0.000000
BLXB110	0.000000	0.000000
BLXB111	0.000000	0.000000
BLXB112	0.000000	0.000000

BLXB21	0.1910508E+09	0.000000
BLXB22	0.000000	0.000000
BLXB23	0.6078956E+09	0.000000
BLXB24	0.9729135E+09	0.000000
BLXB25	0.3195705E+09	0.000000
BLXB26	0.4803730E+09	0.000000
BLXB27	0.7422432E+09	0.000000
BLXB28	0.9881197E+09	0.000000
BLXB29	0.000000	0.000000
BLXB210	0.7941968E+09	0.000000
BLXB211	0.1146351E+10	0.000000
BLXB212	0.1357163E+09	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	0.3419120E+11	-1.000000
2	0.000000	-5620.757
3	0.000000	-5620.755
4	0.000000	-5620.755
5	0.000000	-5620.756
6	0.000000	-5620.758
7	0.000000	-5620.759
8	0.000000	-5620.756
9	0.000000	-5620.757
10	0.000000	-5620.758
11	0.000000	-5620.771
12	0.000000	-5620.767
13	0.000000	-5620.756
14	0.000000	3377.952
15	0.000000	3377.953
16	0.000000	3377.953
17	0.000000	3377.953
18	0.000000	3377.954

19	0.000000	3377.953
20	0.000000	3377.953
21	0.000000	3377.953
22	0.000000	3377.953
23	0.000000	3377.953
24	0.000000	3377.953
25	0.000000	3377.953
26	0.000000	-3278.422
27	0.000000	-3457.766
28	0.000000	-2443.141
29	0.000000	-3221.766
30	0.000000	-3085.766
31	0.000000	-2989.891
32	0.000000	-3492.422
33	0.000000	-3414.734
34	0.000000	-3226.828
35	0.000000	-3682.266
36	0.000000	-3832.359
37	0.000000	-3789.453
38	0.000000	-58457.89
39	0.000000	-2313.109
40	0.000000	-180722.6
41	0.000000	-288386.9
42	0.000000	-95407.80
43	0.000000	-143117.9
44	0.000000	-220257.1
45	0.000000	-292914.2
46	0.000000	-1267.203
47	0.000000	-235891.2
48	0.000000	-339947.0
49	0.000000	-41336.48
50	0.000000	-1.046875

51	0.000000	-1.046875
52	0.000000	-1.046875
53	0.000000	-1.046875
54	0.000000	-1.046875
55	0.000000	-1.046875
56	0.000000	-1.046875
57	0.000000	-1.046875
58	0.000000	-1.046875
59	0.000000	-1.046875
60	0.000000	-1.046875
61	0.000000	-1.046875
62	0.000000	-1.046875
63	0.000000	-1.046875
64	0.000000	-1.046875
65	0.000000	-1.046875
66	0.000000	-1.046875
67	0.000000	-1.046875
68	0.000000	-1.046875
69	0.000000	-1.046875
70	0.000000	-1.046875
71	0.000000	-1.046875
72	0.000000	-1.046875
73	0.000000	-1.046875
74	0.000000	-1.046875
75	0.000000	-1.046875
76	0.000000	-1.046875
77	0.000000	-1.046875
78	0.000000	-1.046875
79	0.000000	-1.046875
80	0.000000	-1.046875
81	0.000000	-1.046875
82	0.000000	-1.046875

83	0.000000	-1.046875
84	0.000000	-1.046875
85	0.000000	-1.046875
86	0.000000	-1.046875
87	0.000000	-1.046875
88	0.000000	-1.046875
89	0.000000	-1.046875
90	0.000000	-1.046875
91	0.000000	-1.046875
92	0.000000	-1.046875
93	0.000000	-1.046875
94	0.000000	-1.046875
95	0.000000	-1.046875
96	0.000000	-1.046875
97	0.000000	-1.046875
98	0.000000	12426.71
99	0.000000	12426.71
100	0.000000	12426.71
101	0.000000	12426.71
102	0.000000	12426.71
103	0.000000	12426.71
104	0.000000	12426.71
105	0.000000	12426.71
106	0.000000	12426.71
107	0.000000	12426.71
108	0.000000	12426.71
109	0.000000	6896.237
110	0.000000	3378.000
111	0.000000	3378.000
112	0.000000	3378.000
113	0.000000	3378.000
114	0.000000	3378.000

115	0.000000	3378.000
116	0.000000	3378.000
117	0.000000	3378.000
118	0.000000	3378.000
119	0.000000	3378.000
120	0.000000	3378.000
121	0.000000	6756.000
122	49411.55	0.000000
123	0.000000	0.000000
124	84312.00	0.000000
125	84312.00	0.000000
126	0.000000	0.000000
127	0.000000	0.000000
128	0.000000	0.000000
129	84312.00	0.000000
130	18527.17	0.000000
131	51804.32	0.000000
132	84312.00	0.000000
133	0.000000	-5530.473
134	73786.00	0.000000
135	73786.00	0.000000
136	73786.00	0.000000
137	0.000000	0.000000
138	0.000000	0.000000
139	0.000000	0.000000
140	0.000000	0.000000
141	0.000000	0.000000
142	73786.00	0.000000
143	73786.00	0.000000
144	0.000000	0.000000
145	73786.00	0.000000
146	34900.45	0.000000

147	84312.00	0.000000
148	0.000000	0.000000
149	0.000000	0.000000
150	84312.00	0.000000
151	84312.00	0.000000
152	84312.00	0.000000
153	0.000000	0.000000
154	65784.83	0.000000
155	32507.68	0.000000
156	0.000000	0.000000
157	84312.00	0.000000
158	0.000000	0.000000
159	0.000000	0.000000
160	0.000000	0.000000
161	73786.00	0.000000
162	73786.00	0.000000
163	73786.00	0.000000
164	73786.00	0.000000
165	73786.00	0.000000
166	0.000000	0.000000
167	0.000000	0.000000
168	73786.00	0.000000
169	0.000000	3378.000
170	0.000000	-5399.473
171	0.000000	-5399.473
172	0.000000	-5399.473
173	0.000000	-5399.473
174	0.000000	-5399.473
175	0.000000	-5399.473
176	0.000000	-5399.473
177	0.000000	-5399.473
178	0.000000	-5399.473

179	0.000000	-5399.473
180	0.000000	-5399.473
181	0.000000	-5399.473
182	0.000000	3510.000
183	0.000000	3510.000
184	0.000000	3510.000
185	0.000000	3510.000
186	0.000000	3510.000
187	0.000000	3510.000
188	0.000000	3510.000
189	0.000000	3510.000
190	0.000000	3510.000
191	0.000000	3510.000
192	0.000000	3510.000
193	0.000000	3510.000
194	0.000000	-9023.710
195	0.000000	-9023.710
196	0.000000	-9023.710
197	0.000000	-9023.710
198	0.000000	-9023.710
199	0.000000	-9023.710
200	0.000000	-9023.710
201	0.000000	-9023.710
202	0.000000	-9023.710
203	0.000000	-9023.710
204	0.000000	-9023.710
205	0.000000	-9023.710
206	0.000000	0.000000
207	0.000000	0.000000
208	0.000000	0.000000
209	0.000000	0.000000
210	0.000000	0.000000

211	0.000000	0.000000
212	0.000000	0.000000
213	0.000000	0.000000
214	0.000000	0.000000
215	0.000000	0.000000
216	0.000000	0.000000
217	0.000000	0.000000
218	178.7920	0.000000
219	170.1103	0.000000
220	165.6551	0.000000
221	152.1419	0.000000
222	335.3484	0.000000
223	189.8441	0.000000
224	132.1311	0.000000
225	7.670395	0.000000
226	258.2830	0.000000
227	47.15385	0.000000
228	0.000000	0.000000
229	220.9261	0.000000
230	0.000000	0.000000
231	0.000000	0.000000
232	0.000000	0.000000
233	0.000000	0.000000
234	0.000000	0.000000
235	0.000000	0.000000
236	0.000000	0.000000
237	0.000000	0.000000
238	0.000000	0.000000
239	0.000000	0.000000
240	0.000000	0.000000
241	0.000000	0.000000
242	0.000000	0.000000

243	0.000000	0.000000
244	0.000000	0.000000
245	0.000000	0.000000
246	0.000000	0.000000
247	0.000000	0.000000
248	0.000000	0.000000
249	0.000000	0.000000
250	0.000000	0.000000
251	0.000000	0.000000
252	0.000000	0.000000
253	0.000000	0.000000
254	0.000000	-1212882.
255	0.000000	-1212882.
256	0.000000	-1212882.
257	0.000000	-1212882.
258	0.000000	-1212882.
259	0.000000	-1212882.
260	0.000000	-1212882.
261	0.000000	-1212882.
262	0.000000	-1212882.
263	0.000000	-1212882.
264	0.000000	-1212882.
265	0.000000	-1212882.
266	16.00000	0.000000
267	16.00000	0.000000
268	16.00000	0.000000
269	16.00000	0.000000
270	16.00000	0.000000
271	16.00000	0.000000
272	16.00000	0.000000
273	16.00000	0.000000
274	16.00000	0.000000

275	16.00000	0.000000
276	16.00000	0.000000
277	16.00000	0.000000
278	0.000000	0.000000
279	1.000000	0.000000
280	0.000000	0.000000
281	0.000000	0.000000
282	0.000000	0.000000
283	0.000000	0.000000
284	0.000000	0.000000
285	0.000000	0.000000
286	1.000000	0.000000
287	0.000000	0.000000
288	0.000000	0.000000
289	0.000000	0.000000
290	0.000000	0.000000
291	0.000000	0.000000
292	0.000000	0.000000
293	0.000000	0.000000
294	0.000000	0.000000
295	0.000000	0.000000
296	0.000000	0.000000
297	0.000000	0.000000
298	0.000000	0.000000
299	0.000000	0.000000
300	0.000000	0.000000
301	0.000000	0.000000
302	943442.6	0.000000
303	0.000000	0.000000
304	820042.7	0.000000
305	711985.3	0.000000
306	905396.5	0.000000

307	857793.7	0.000000
308	780271.4	0.000000
309	707483.8	0.000000
310	0.000000	0.000000
311	764891.4	0.000000
312	660642.1	0.000000
313	959823.5	0.000000
314	0.000000	0.000000
315	0.000000	0.000000
316	0.000000	0.000000
317	0.000000	0.000000
318	0.000000	0.000000
319	0.000000	0.000000
320	0.000000	0.000000
321	0.000000	0.000000
322	0.000000	0.000000
323	0.000000	0.000000
324	0.000000	0.000000
325	0.000000	0.000000
326	0.000000	0.000000
327	0.000000	0.000000
328	0.000000	0.000000
329	0.000000	0.000000
330	0.000000	0.000000
331	0.000000	0.000000
332	0.000000	0.000000
333	0.000000	0.000000
334	0.000000	0.000000
335	0.000000	0.000000
336	0.000000	0.000000
337	0.000000	0.000000
338	320542.9	0.000000

339	296362.2	0.000000
340	328622.1	0.000000
341	322172.7	0.000000
342	224260.7	0.000000
343	298985.9	0.000000
344	349239.4	0.000000
345	425782.7	0.000000
346	256896.0	0.000000
347	401500.4	0.000000
348	415740.0	0.000000
349	294630.4	0.000000
350	250179.8	0.000000
351	231307.1	0.000000
352	256485.5	0.000000
353	251451.9	0.000000
354	175032.8	0.000000
355	233354.8	0.000000
356	272577.1	0.000000
357	332318.2	0.000000
358	200504.2	0.000000
359	313366.2	0.000000
360	324480.0	0.000000
361	229955.5	0.000000
362	537.2080	0.000000
363	497.8897	0.000000
364	550.3449	0.000000
365	539.8581	0.000000
366	380.6516	0.000000
367	502.1559	0.000000
368	583.8689	0.000000
369	708.3296	0.000000
370	433.7170	0.000000

371	668.8461	0.000000
372	692.0000	0.000000
373	495.0739	0.000000
374	133724.6	0.000000
375	84313.00	0.000000
376	168625.0	0.000000
377	168625.0	0.000000
378	84313.00	0.000000
379	84313.00	0.000000
380	84313.00	0.000000
381	168625.0	0.000000
382	102840.2	0.000000
383	136117.3	0.000000
384	168625.0	0.000000
385	84313.00	0.000000
386	147573.0	0.000000
387	147573.0	0.000000
388	147573.0	0.000000
389	73787.00	0.000000
390	73787.00	0.000000
391	73787.00	0.000000
392	73787.00	0.000000
393	73787.00	0.000000
394	147573.0	0.000000
395	147573.0	0.000000
396	73787.00	0.000000
397	147573.0	0.000000
398	0.000000	0.000000
399	0.000000	0.000000
400	0.000000	0.000000
401	0.000000	0.000000
402	0.000000	0.000000

403	0.000000	0.000000
404	0.000000	0.000000
405	0.000000	0.000000
406	0.000000	0.000000
407	0.000000	0.000000
408	0.000000	0.000000
409	0.000000	0.000000
410	56557.36	0.000000
411	0.000000	0.000000
412	179957.3	0.000000
413	288014.7	0.000000
414	94603.47	0.000000
415	142206.3	0.000000
416	219728.6	0.000000
417	292516.2	0.000000
418	0.000000	0.000000
419	235108.6	0.000000
420	339357.9	0.000000
421	40176.52	0.000000
422	521.2080	0.000000
423	481.8897	0.000000
424	534.3449	0.000000
425	523.8581	0.000000
426	364.6516	0.000000
427	486.1559	0.000000
428	567.8689	0.000000
429	692.3296	0.000000
430	417.7170	0.000000
431	652.8461	0.000000
432	676.0000	0.000000
433	479.0739	0.000000