



TESIS - TE142599

**KONTROL *TRACKING* PADA *QUADROTOR*
MENGUNAKAN *NONLINEAR QUADRATIC*
*TRACKING DENGAN EXTENDED KALMAN FILTER***

MOHAMMAD NUR
2214 202 008

DOSEN PEMBIMBING
Dr. Trihastuti Agustinah, ST.,MT
Ir. Rusdhianto Effendi A.K.,MT

PROGRAM MAGISTER
BIDANG KEAHLIAN TEKNIK SISTEM PENGATURAN
JURUSAN TEKNIK ELEKTRO
FAKULTAS TEKNOLOGI INDUSTRI
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
2017



TESIS - TE142599

**KONTROL *TRACKING* PADA *QUADROTOR*
MENGUNAKAN *NONLINEAR QUADRATIC*
*TRACKING DENGAN EXTENDED KALMAN FILTER***

MOHAMMAD NUR
2214 202 008

DOSEN PEMBIMBING
Dr. Trihastuti Agustinah, ST.,MT
Ir. Rusdhianto Effendi A.K.,MT

PROGRAM MAGISTER
BIDANG KEAHLIAN TEKNIK SISTEM PENGATURAN
JURUSAN TEKNIK ELEKTRO
FAKULTAS TEKNOLOGI INDUSTRI
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
2017

LEMBAR PENGESAHAN

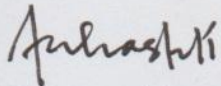
Tesis disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar
Magister Teknik (MT)
di
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

oleh:

Mohammad Nur
NRP. 2214202008

Tanggal Ujian : 5 Januari 2017
Periode Wisuda : Maret 2017

Disetujui oleh:

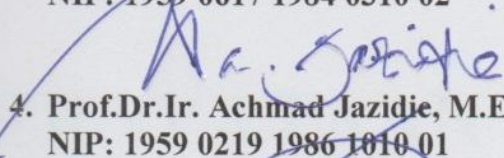


1. Dr. Trihastuti Agustinah, ST.,MT (Pembimbing I)
NIP: 1968 0812 1994 0320 01

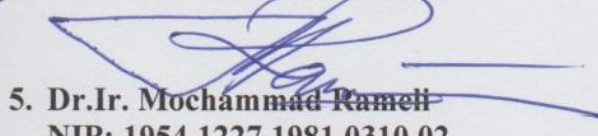


2. Ir. Rusdhianto Effendi A.K.,MT (Pembimbing II)
NIP: 1957 0424 1985 0210 01

3. Prof.Dr.Ir. Mohammad Nuh, DEA (Penguji I)
NIP: 1959 0617 1984 0310 02




4. Prof.Dr.Ir. Achmad Jazidie, M.Eng (Penguji II)
NIP: 1959 0219 1986 1010 01



5. Dr.Ir. Mochammad Rameli (Penguji III)
NIP: 1954 1227 1981 0310 02

an. Direktur Program Pascasarjana
Asisten Direktur

Direktur Program Pascasarjana



Prof. Dr. K. T. Widjaja, M.Eng.
NIP. 19611031 198603 1 001

Prof.Ir. Djauhar Manfaat, M.Sc, Ph.D
NIP. 19601202 198701 1 001

Halaman ini sengaja dikosongkan

PERNYATAAN KEASLIAN TESIS

Dengan ini saya menyatakan bahwa isi keseluruhan Tesis saya dengan judul “**KONTROL TRACKING PADA QUADROTOR MENGGUNAKAN NONLINEAR QUADRATIC TRACKING DENGAN EXTENDED KALMAN FILTER**” adalah benar-benar hasil karya intelektual mandiri, diselesaikan tanpa menggunakan bahan-bahan yang tidak diijinkan dan bukan merupakan karya pihak lain yang saya akui sebagai karya sendiri.

Semua referensi yang dikutip maupun dirujuk telah ditulis secara lengkap pada daftar pustaka. Apabila ternyata pernyataan ini tidak benar, saya bersedia menerima sanksi sesuai peraturan yang berlaku.

Surabaya, Januari 2017

Mohammad Nur

NRP. 2214 202 008

Halaman ini sengaja dikosongkan

KONTROL TRACKING PADA QUADROTOR MENGUNAKAN NONLINEAR QUADRATIC TRACKING DENGAN EXTENDED KALMAN FILTER

Nama mahasiswa : Mohammad Nur
NRP : 2214 202 008
Pembimbing : 1. Dr. Trihastuti Agustinah, ST., MT
2. Ir. Rusdhianto Effendi A.K., MT

ABSTRAK

Quadrotor merupakan salah satu jenis *Unmanned Aerial Vehicle* (UAV) sebagai sistem MIMO dan bersifat nonlinear. Mekanisme gerak rotasi dan gerak translasi pada *quadrotor* memiliki sifat nonlinear yang tinggi dan *input* kontrol yang saling berinteraksi satu sama lain. Permasalahan interaksi antar *input* kontrol menyebabkan sistem tidak stabil. Karakteristik ini menyebabkan *quadrotor* mengalami kesulitan dalam melakukan *tracking* secara otomatis.

Nonlinear Quadratic Tracking (NLQT) adalah metode kontrol nonlinear yang merupakan pengembangan dari metode kontrol *Linear Quadratic Tracking* (LQT). NLQT ini digunakan untuk mengatasi masalah *tracking* pada *quadrotor* dengan tetap mempertahankan sifat linear pada matrik B. Sedangkan *Extended Kalman Filter* (EKF) digunakan sebagai *state estimator* yang digunakan untuk mengatasi *noise* pengukuran.

Berdasarkan hasil pengujian sebelum penambahan estimator EKF, metode NLQT menunjukkan performa yang baik dari *quadrotor* dalam melakukan *tracking*. Secara kuantitatif, *quadrotor* dapat melakukan *tracking* sinyal referensi dengan error posisi untuk sumbu- x sebesar 0.0099m dan sumbu- y sebesar 0.0095m dengan *noise* pengukuran dengan mean nol dan varian 0.009. Setelah penambahan EKF pada sistem kontrol, dengan *noise* pengukuran yang sama sistem menghasilkan error posisi untuk masing-masing sumbu- x dan sumbu- y adalah 0.0062m.

Kata kunci: *Quadrotor, Nonlinear Quadratic Tracking, Extended Kalman Filter*

Halaman ini sengaja dikosongkan

TRACKING CONTROL OF A QUADROTOR USING NONLINEAR QUADRATIC TRACKING WITH EXTENDED KALMAN FILTER

By : Mohammad Nur
Student Identity Number : 2214 202 008
Supervisors : 1. Dr. Trihastuti Agustinah, ST., MT
2. Ir. Rusdhianto Effendi A.K., MT

ABSTRACT

Quadrotor is one of the Unmanned Aerial Vehicle (UAV) which is a MIMO system and has a non-linear dynamics. The nonlinearity properties of rotational motion and translational motion of quadrotor are very high and the control inputs interact each other. The interaction between the control inputs lead to system instability. This characteristic causes difficulties in tracking quadrotor automatically.

Quadratic Nonlinear Tracking (NLQT) is used to overcome the problem of tracking in quadrotor with maintaining the linear nature of the matrix B. NQLT is developed from Linear Quadratic control method Tracking (LQT). The Extended Kalman Filter (EKF) is used as a state estimator to overcome the noise measurement.

Based on the test results before the addition of the EKF, the proposed method provides the excellent performance of quadrotor in tracking. Quantitatively, the quadrotor can track the given reference signal with the position errors of quadrotor are 0.009 on the x-axis and 0.0099m on the y-axis 0.0095m for the measurement noise with zero mean and variance of 0.009. The addition of the EKF on the control system, and by using the same noise properties, the position error along the x-axis and y-axis respectively are 0.0062m and 0.0062m.

Key words: Quadrotor, Nonlinear Quadratic Tracking, Extended Kalman Fiter

Halaman ini sengaja dikosongkan

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan kehadiran Allah SWT yang selalu memberikan rahmatNya sehingga Tesis ini dapat terselesaikan dengan baik. Tesis ini disusun untuk memenuhi sebagian persyaratan guna menyelesaikan pendidikan Strata-2 pada bidang Studi Teknik Sistem Pengaturan, Jurusan Teknik Elektro, Fakultas Teknologi, Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya dengan judul,

**KONTROL *TRACKING* PADA *QUADROTOR* MENGGUNAKAN
NONLINEAR QUADRATIC TRACKING DENGAN *EXTENDED KALMAN*
*FILTER***

Dalam Tesis ini dirancang suatu metode kontrol untuk melakukan tracking dengan metode yang disebutkan pada judul dan komparasi dari segi keefektifan dan efisiensinya. Penulis berterima kasih kepada Ibu Trihastuti Agustinah dan Bapak Rusdhianto Effendi A.K. atas bimbingannya dalam segala hal utamanya dalam menyelesaikan tesis ini. Penulis juga berterima kasih kepada keluarga khususnya kepada istri Tercinta yang selalu memberikan motivasi yang luar biasa kepada penulis, seluruh pengajar dan karyawan Terknik Elektro serta rekan-rekan Lab A202 yang selalu mendukung langkah penulis selama mengerjakan Tesis ini.

Penulis menyadari dan memohon maaf atas segala kekurangan pada Tesis ini. Akhir kata, semoga Tesis ini dapat bermanfaat dalam pengembangan keilmuan dikemudian hari.

Surabaya, 12 Januari 2017

Penulis

Halaman ini sengaja dikosongkan

DAFTAR ISI

LEMBAR PENGESAHAN	iii
PERNYATAAN KEASLIAN TESIS	v
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	ix
DAFTAR ISI	xiii
CONTENTS	xv
DAFTAR GAMBAR	xvii
DAFTAR TABEL	xix
BAB 1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Tujuan	3
1.4 Batasan Masalah	3
1.5 Kontribusi	3
1.6 Metodologi Penelitian	3
BAB 2 KAJIAN PUSTAKA	5
2.1 Kajian Penelitian Terkait	5
2.1.1 <i>An Adaptive Neuro PID for Controlling the Altitude of Quadcopter Robot</i> [3]	5
2.1.2 <i>Full-State observer-one step prediction observer</i> [4]	6
2.1.3 <i>Optimal Path Tracking Control of Quadrotor UAV</i> [5]	7
2.1.4 <i>Quadrotor Aircraft Attitude Estimation and Control Based on Kalman Filter</i> [6]	8
2.2 Teori Dasar	9
2.2.1 Konsep Dasar <i>Quadrotor</i>	9
2.2.2 Konsep Dasar <i>Linear Quadratic Tracking (LQT)</i>	13
2.2.3 Konsep <i>Extended Kalman Filter (EKF)</i> [9]	17
BAB 3 METODOLOGI PENELITIAN	19
3.1 Perancangan Sistem	19
3.2 Perancangan Nonlinear Quadratic Tracking	20
3.3 Kontroler pada Sistem Translasi	24

3.4	Kontroler pada Sistem Rotasi.....	27
3.5	Pemilihan Matriks Q dan Matriks R.....	29
3.6	Perhitungan nilai Ω	29
3.7	Ektended Kalman Filter.....	30
BAB 4 HASIL DAN PEMBAHASAN		31
4.1	Step Respon pada Sistem Rotasi	31
4.2	Respon Sistem tanpa Noise	32
4.3	Respon Sistem dengan Noise	34
4.4	Respon Sistem Berbasis Extended Kalman Fiter tanpa Noise	36
4.5	Respon Sistem Berbasis Extended Kalman Fiter dengan noise	39
4.6	Respon Parameter Ω dan $U1$	41
4.7	Perbandingan Root Mean Square error (RMSE).....	42
BAB 5 PENUTUP		45
5.1	KESIMPULAN	45
5.2	SARAN	45
DAFTAR PUSTAKA.....		47
LAMPIRAN A		49
LAMPIRAN B.....		53
LAMPIRAN C.....		55
LAMPIRAN D		57
LAMPIRAN E.....		59
LAMPIRAN F		61
RIWAYAT HIDUP		65

CONTENTS

VALIDITY SHEET	iii
STATEMENT OF AUTHENTICITY THESIS	v
ABSTRAK	Error! Bookmark not defined.
ABSTRACT	Error! Bookmark not defined.
CONTENTS	xiii
CONTENTS	xv
LIST OF FIGURE	xvii
LIST OF TABLE	xix
BAB 1 INTRODUCTION	1
1.1 Background	1
1.2 Formulation of the Problem	2
1.3 Objective	3
1.4 Scope of Problem	3
1.5 Contribution	3
1.6 Research Methodology	3
BAB 2 LITERATURE REVIEW	5
2.1 Related Research Study	5
2.1.1 <i>An Adaptive Neuro PID for Controlling the Altitude of Quadcopter Robot</i> [3]	5
2.1.2 <i>Full-State observer-one step prediction observer</i> [4]	6
2.1.3 <i>Optimal Path Tracking Control of Quadrotor UAV</i> [5]	7
2.1.4 <i>Quadrotor Aircraft Attitude Estimation and Control Based on Kalman Filter</i> [6]	8
2.2 Basic theory	9
2.2.1 Basic Concepts of <i>Quadrotor</i>	9
2.2.2 Basic Concepts of <i>Linear Quadratic Tracking (LQT)</i>	13
2.2.3 Basic Concepts of <i>Extended Kalman Filter (EKF)</i> [9]	17
BAB 3 RESEARCH METHODOLOGY	19
3.1 System Planning	19
3.2 Planning of Nonlinear Quadratic Tracking	20
3.3 The Controller on Translational Systems	24

3.4	The Controller on Rotation Systems	27
3.5	Selection Matrix Matrix Q and R	29
3.6	The Calculation of Ω value	29
3.7	Ektended Kalman Filter.....	30
BAB 4 RESULTS AND DISCUSSION		31
4.1	Step Response to Rotation System	31
4.2	System response without Noise.....	32
4.3	System response with Noise.....	34
4.4	Response System Based Extended Kalman Filter without Noise	36
4.5	Response System Based Extended Kalman Filter with Noise	39
4.6	Response Parameter Ω dan $U1$	41
4.7	Comparison of Root Mean Square error (RMSE).....	42
BAB 5 CONCLUSION		45
5.1	CONCLUSION	45
5.2	SUGGESTION.....	45
REFERENCES		47
APENDIX A.....		49
APENDIX B		53
APENDIX C.....		55
APENDIX D.....		57
APENDIX E		59
APENDIX F		61
BIOGRAPHY		65

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Diagram Kontrol <i>Adaptive PID</i>	5
Gambar 2.2 Perbandingan Respon Kontrol PID dan LQR <i>Full State Observer</i>	7
Gambar 2.3 Respon Double Gain Kontrol PD.....	8
Gambar 2.4 Konfigurasi Pasangan Motor pada <i>Quadrotor</i>	9
Gambar 2.5 (a) Gerak Altitude; (b) Gerak Roll; (c) Gerak Pitch; (d) Gerak Yaw	10
Gambar 2.6 <i>LQ Tracking</i> dengan Model <i>Following</i>	17
Gambar 2.7 Diagram Alir <i>Extended Kalman Filter</i>	18
Gambar 3.1 Diagram Blok Sistem Kontrol secara Keseluruhan.....	19
Gambar 3.2 <i>NLQ Tracking</i> dengan Model <i>Following</i>	23
Gambar 4.1 Skema Keseluruhan NLQT	31
Gambar 4.2 Pengujian Sistem Rotasi dengan Sinyal Step.....	31
Gambar 4.3 Perilaku Sudut Roll, Pitch, dan Yaw untuk Respon Step	32
Gambar 4.4 Posisi <i>Quadrotor</i> (a) Terhadap Sumbu <i>x</i> ; (b) Terhadap Sumbu <i>y</i> ; (c) Terhadap Sumbu <i>z</i>	33
Gambar 4.5 Posisi <i>Quadrotor</i> terhadap Sumbu <i>x</i> dengan Variasi Noise.....	35
Gambar 4.6 Posisi <i>Quadrotor</i> terhadap Sumbu <i>y</i> dengan Variasi Noise.....	35
Gambar 4.7 Sudut Roll dengan Variasi Noise	35
Gambar 4.8 Sudut Pitch dengan Variasi Noise.....	36
Gambar 4.9 Posisi <i>Quadrotor</i> (a) Terhadap Sumbu <i>x</i> ; (b) Terhadap Sumbu <i>y</i> ; (c) Terhadap Sumbu <i>z</i>	37
Gambar 4.10 (a) Perilaku Sudut <i>Roll</i> ; (b) Perilaku Sudut <i>Pitch</i> ; (c) Perilaku Sudut <i>Yaw</i>	38
Gambar 4.11 (a) Perilaku Sudut Roll dengan Noise; (b) Perilaku Sudut Pitch dengan Noise	39
Gambar 4.12 Posisi <i>Quadrotor</i> dengan Variasi Noise; (a) Terhadap Sumbu- <i>x</i> ; (b) Terhadap Sumbu- <i>y</i> ; (c) Terhadap Sumbu <i>z</i>	40
Gambar 4.13 Tampilan Perilaku Terhadap Sumbu <i>Y</i> dan Sumbu <i>X</i> Dalam 2-D. 41	
Gambar 4.14 Tampilan Perilaku terhadap Sumbu- <i>x</i> , Sumbu- <i>y</i> dan Sumbu- <i>z</i> dalam 3-D	41
Gambar 4.15 Respon Sinyal U1	42

Gambar F.0.1 Diagram Blok Simulasi Simulink Matlab Quadrotor Menggunakan Metode Nonlinear Quadratic Tracking.....	61
Gambar F.0.2 Diagram Blok Simulasi Simulink Matlab Kontrol NLQT pada Sistem Translasi.....	62
Gambar F.0.3 Diagram Blok Simulasi Simulink Matlab Kontrol LQT pada Sistem Rotasi.....	62
Gambar F.0.4 Diagram Blok Simulasi Simulink Matlab Input Nonlinear	62
Gambar F.0.5 Diagram Blok Simulasi Simulink Matlab Simulasi Nilai Omega..	63
Gambar F.0.6 Diagram Blok Simulasi Simulink Matlab Plant Sistem Translasi .	63
Gambar F.0.7 Diagram Blok Simulasi Simulink Matlab Plant Sistem Rotasi	63
Gambar F.0.8 Diagram Blok Simulasi Simulink Matlab Perhitungan Nilai Gain K	64

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1. RMS Error pada Sudut Euler	6
Tabel 2.2 PID Parameter Untuk Masing-masing Simpangan	8
Tabel 2.3 Nilai Parameter Quadroter [8]	12
Tabel 4.1 RMSE NLQT dengan Noise	34
Tabel 4.2 RMSE NLQT dengan EKF	36
Tabel 4.3 RMSE State dengan Varian Berbeda	43

Halaman ini sengaja dikosongkan

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Pada dekade terakhir, dunia robotika mengalami perkembangan pesat dengan hadirnya kendaraan udara tak berawak atau yang biasa disebut *Unmanned Aerial Vehicle* (UAV). Penggunaan UAV ini dapat dikategorikan cukup luas seperti untuk keperluan militer, keamanan, dan yang lainnya [1].

Salah satu jenis UAV yang banyak diteliti saat ini adalah *quadrotor*, UAV jenis mini *helicopter* yang menggunakan empat motor sebagai penggerak utamanya. *Quadrotor* memiliki kemampuan untuk bergerak pada sumbu x, y, dan z. Gerakan dan kecepatan *quadrotor* ditentukan oleh kecepatan masing-masing rotor. Disamping harus mengendalikan kecepatan masing-masing motor, harus diperhatikan juga mengenai pengendalian dalam hal *attitude* dari *quadrotor* antara lain gerakan akselerasi (*throttle*), gerakan miring ke kanan-kiri (*roll*), gerakan mengganggu (*pitch*) dan gerakan memutar (*yaw*). *Quadrotor* sebagaimana fungsinya, harus memiliki keseimbangan yang baik saat terbang, terutama pada gerak rotasi dan translasi yang sangat mempengaruhi kondisi terbang *quadrotor* [2].

Berbagai penelitian tentang *quadrotor* telah dilakukan. Kontrol *adaptive* PID dalam *throttle input* dijadikan sebagai alternative kontrol dalam melakukan tracking pada *quadrotor* [3]. Modifikasi adaptif dilakukan pada *gain* K_p , K_i dan K_d , sehingga menghasilkan sinyal yang mampu mengikuti referensi dengan baik. Jika dibandingkan dengan penggunaan Kontrol PID konvensional, kontrol ini dinilai lebih cocok digunakan karena mampu mengikuti referensi lebih baik dengan error lebih kecil [3].

Dalam penelitian lain, skema kontrol LQR dengan *full-order observer* untuk semua *state*-nya digunakan sebagai kontrol pada gerak rotasi [4]. Pertimbangan tersebut diambil dengan perhitungan untung rugi *cost* untuk sensor, serta memperkenalkan one-step prediction observer. Respon yang dihasilkan dari penggunaan observer tersebut dapat mengikuti sinyal sudut referensi. Hasil

tersebut dibandingkan dengan menggunakan *kontrol PD*. Hasil yang diperoleh lebih baik dari pada menggunakan *kontroler PD*. Kekurangan dari desain kontrol ini terletak pada sinyal sudut angulernya. Sistem tidak mengikuti *track* dengan baik [4].

Kontrol Linear Quadratic Tracking (LQT) kembali digunakan dalam penelitian berjudul “*Optimal Path Tracking Control of Quadrotor UAV*” untuk mengontrol *path tracking* quadrotor [5]. Model Nonlinear dari quadrotor dilinearisasi hanya pada sekitar kondisi hover. Model yang telah dilinerisasi digunakan untuk menyelesaikan permasalahan kontrol optimal. Untung rugi antara performa *tracking* yang baik dengan konsumsi energi diperimbangkan saat mendefinisikan indeks performansi, sehingga *gain* kontroler *state feedback* dicari dengan memecahkan persamaan differensial Riccati waktu diskrit. *Quadrotor* adalah sistem yang Nonlinear, penyelesaian dengan persamaan differensial Riccati lebih cocok untuk sistem linear, karena solusi persamaan differensial Riccati hanya untuk satu subsistem linear saja. Kelebihan dari paper ini adalah kontroler dapat melakukan *tracking* dengan baik, namun pada saat sistem diberi gangguan dari luar respon menunjukkan bahwa pada saat gangguan diberikan pada sumbu z , sistem tidak dapat menangani gangguan dengan baik[5].

Banyak hal yang bisa dikaji dan dijadikan topik penelitian pada *quadrotor*. Berdasarkan keunggulan dan kelebihan dalam penelitian tersebut, dalam penelitian ini diusulkan penggunaan kontroler Nonlinear *Quadratic Tracking* untuk menangani masalah *Tracking* dan *Extended Kalman Filter* untuk mengatasi kesalahan pengukuran state karena *noise*.

1.2 Rumusan Masalah

Permasalahan yang akan dibahas dalam penelitian ini adalah bagaimana mendesain Kontrol NLQT dengan matriks B pada sistem translasi tetap dipertahankan dalam bentuk nonlinear namun tetap stabil dalam melakukan *tracking*.

1.3 Tujuan

Dengan dilakukannya penelitian ini diharapkan dapat diperoleh desain sistem kontrol optimal yang nonlinear serta penggunaan estimator Extended Kalman Filter mampu mengatasi noise pengukuran dalam melakukan tracking sesuai referensi.

1.4 Batasan Masalah

Batasan masalah dalam perancangan dan pengerjaan tesis ini adalah sebagai berikut:

1. Konfigurasi *Quadrotor* yang digunakan adalah *Plus(+)*.
2. Kontrol *tracking* yang digunakan adalah *NLQT* untuk sistem translasi dan LQT untuk sistem rotasi.
3. Tidak membahas kontrol pada saat *take off* dan *landing*.
4. Estimasi state hanya dilakukan pada state *roll*, *pitch*.

1.5 Kontribusi

Dapat memberikan sumbangan pemikiran dan referensi dalam menggunakan metode kontrol *NLQT* berbasis Extended Kalman Filter untuk memperoleh *gain observer* dalam menjaga kestabilan dan pengendalian gerak pada *quadrotor*.

1.6 Metodologi Penelitian

Metodologi yang digunakan dalam pengerjaan Tesis ini sebagai berikut:

1. Studi Literatur

Materi yang diperlukan meliputi konsep tentang dinamika dan kinematika *quadrotor*, pemrograman Matlab dan Simulink, metode kontrol LQT dan Extended Kalman Filter

2. Pemodelan Sistem

Model matematis dari *plant* didapat dari pemodelan sistem fisik, analisis gaya yang terdapat pada *quadrotor* dan konstanta yang terdapat pada pemodelan diperoleh dari parameter sistem. Model yang diperoleh akan

dilinierisasi tanpa operation point. Hal ini untuk menunjukkan model *non-linier* pada matrik B.

3. Perancangan Sistem

Berdasarkan *model* pada *quadrotor*, akan dirancang kontrol *NLQT* serta EKF untuk kestabilan dan pengendalian gerak pada *quadrotor*. Desain kontrol system dilakukan melalui software Matlab – Simulink..

4. Pengujian dan Analisis Hasil Pengujian

Desain metode kontrol yang diterapkan pada *plant* akan diuji melalui simulasi, dan memberikan beberapa kondisi pengujian, yaitu pada kondisi ideal dan kondisi dengan pengaruh gangguan. Analisa hasil pengujian dilakukan untuk mengetahui performansi sistem secara keseluruhan.

5. Kesimpulan

Kesimpulan diperoleh sesuai dengan hasil pengujian dan analisis hasil pengujian khususnya pada matrik B.

6. Penulisan Laporan Tesis

Penulisan laporan Tesis dilakukan sebagai dokumentasi dari hasil penelitian yang dilakukan. Laporan Tesis terdiri dari pendahuluan, dasar teori, perancangan sistem, hasil simulasi dan penutup.

BAB 2

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Kajian Penelitian Terkait

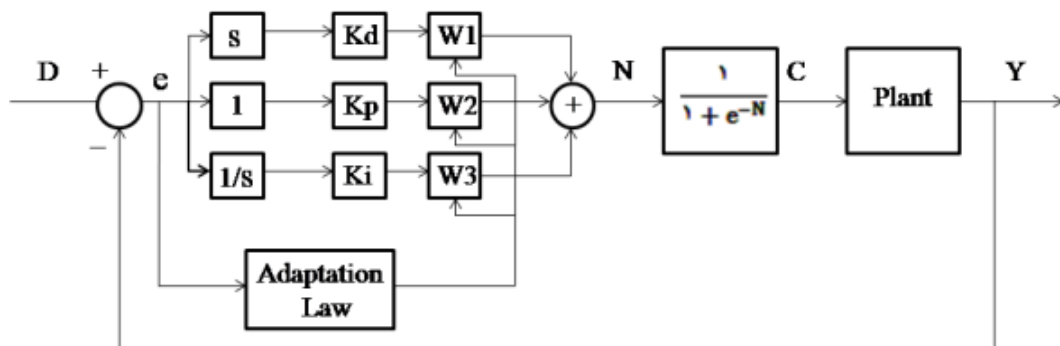
Beberapa metode *kontrol* telah diaplikasikan untuk *stability control*, *height position control*, *waypoint tracking control* sebagaimana dipaparkan pada [3-6]. Metode metode yang dikaji dalam paparan tersebut digunakan untuk *plant quadrotor*.

2.1.1 An Adaptive Neuro PID for Controlling the Altitude of Quadcopter Robot [3]

Kontrol *adaptive* PID dalam *throttle input* dijadikan sebagai alternative kontrol dalam melakukan tracking pada quadrotor. Modifikasi *adaptive* dilakukan pada *gain* K_p , K_i dan K_d , sehingga menghasilkan sinyal yang mampu mengikuti referensi dengan baik. Setiap gain tersebut diberi bobot w_1, w_2, w_3 . Model bobot tersebut dinyatakan dalam persamaan (2.1).

$$w(t + 1) = w(t) - \gamma \frac{\partial F}{\partial w} \quad (2.1)$$

Besaran parameter γ yang dipilih adalah 0.1, differensial bobot $\frac{\partial F}{\partial w}$ merupakan fungsi e (*error*). Sedangkan diagram sistem kontrol tersebut dinyatakan dalam Gambar 2.1 Kontrol adaptive PID dinilai lebih cocok digunakan karena mampu mengikuti referensi lebih baik dari pada PID konvensional [3].



Gambar 2.1 Diagram Kontrol Adaptive PID

2.1.2 Full-State observer-one step prediction observer [4]

Dalam penelitian lain, skema kontrol LQR dengan *full-order observer* untuk semua *state*-nya digunakan sebagai kontrol pada gerak rotasi [4]. Pertimbangan tersebut diambil dengan perhitungan untung rugi *cost* untuk sensor. Kontrol *feedback* dinyatakan dalam Persamaan (2.2) sebagai berikut:

$$u_i = -K_i x_i(k) + N_i r_i(k) \quad (2.2)$$

Sedangkan *design observer* menggunakan metode *one-step prediction observer* yaitu pada kontrol *feedback*, state asal $x(k)$ diganti dengan state $\hat{x}(k)$. Adapun $\hat{x}(k)$ dinyatakan dalam persamaan (2.3)

$$u_i = -K_i \hat{x}_i(k) + N_i r_i(k) \quad (2.2)$$

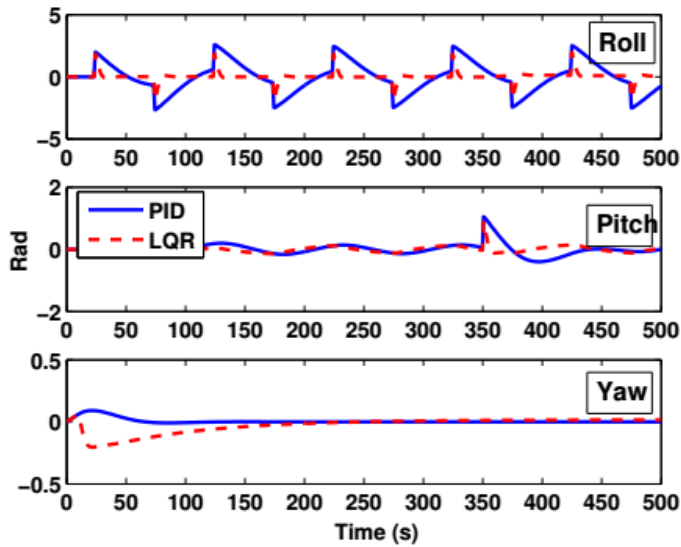
dan

$$\hat{x}_i(k + 1) = F_i \hat{x}_i(k) + G_i u_i(k) + M_i (y_i(k) - C_i \hat{x}_i(k)) \quad (2.3)$$

Respon yang dihasilkan dari penggunaan *observer* tersebut dapat mengikuti sinyal sudut referensi. Respon yang diperoleh menunjukkan peningkatan kinerja yang lebih baik jika dibandingkan dengan penggunaan metode kontrol PID. Kesimpulan tersebut diambil berdasarkan error rata-rata dari hasil simulasi sistem. Perbandingan error rata-rata tersebut ditunjukkan dalam Tabel 2.1. Dalam tabel terlihat bahwa pada sudut *Roll* dan *Pitch* penggunaan metode kontrol LQR menghasilkan Error rata-rata 0.3939 dan 0.1061, angka tersebut lebih kecil dari pada *Error* rata-rata dari metode kontrol PID yang menghasilkan error untuk sudut *Roll* dan *Pitch* 1.2406 dan 0.1912. Walaupun pada sudut Euler yaw *error* yang dihasilkan masih tidak lebih baik dari metode kontrol PID, yaitu 0.0665 atau lebih tinggi 0.0452 dari error rata-rata kontrol PID. Hasil simulasi sistem ditunjukkan pada Gambar 2.2

Tabel 2.1. RMS Error pada Sudut Euler

Conroller	Roll	Pitch	Yaw
PID	1.2406	0.1912	0.0213
LQR	0.3939	0.1061	0.0665



Gambar 2.2 Perbandingan Respon Kontrol PID dan LQR *Full State Observer*

2.1.3 *Optimal Path Tracking Control of Quadrotor UAV* [5]

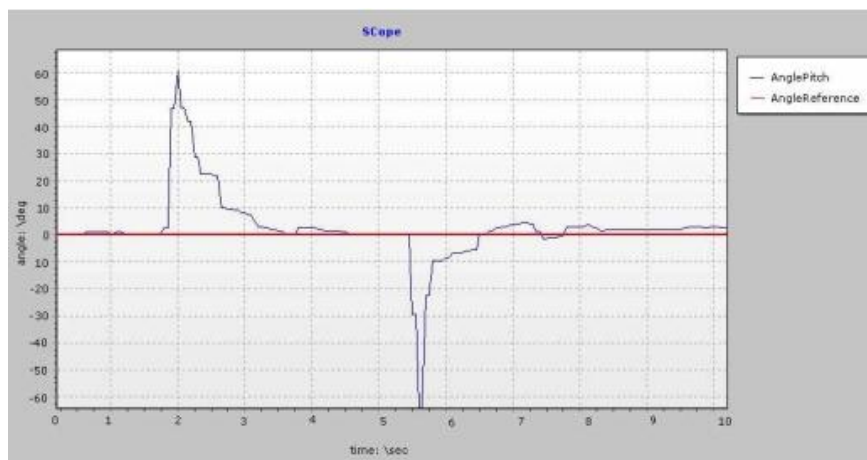
Kontrol Linear Quadratic Tracking (LQT) digunakan dalam penelitian berjudul “*Optimal Path Tracking Control of Quadrotor UAV*” untuk mengontrol *path tracking* quadrotor [5]. Model Nonlinear dari quadrotor dilinearisasi hanya pada sekitar kondisi hover. Model yang telah dilinearisasi digunakan untuk menyelesaikan permasalahan kontrol optimal. Untung rugi antara performa *tracking* yang baik dengan konsumsi energi diperimbangkan saat mendefinisikan indeks performansi, sehingga *gain* kontroler *state feedback* dicari dengan memecahkan persamaan differensial Riccati waktu diskrit. *Quadrotor* adalah sistem yang Nonlinear, penyelesaian dengan persamaan differensial Riccati lebih cocok untuk sistem linear, karena solusi persamaan differensial Riccati hanya untuk satu subsistem linear saja. Kelebihan dari paper ini adalah kontroler dapat melakukan *tracking* dengan baik, namun pada saat sistem diberi gangguan dari luar respon menunjukkan bahwa pada saat gangguan diberikan pada sumbu z , sistem tidak dapat menangani gangguan dengan baik [5].

2.1.4 *Quadrotor Aircraft Attitude Estimation and Control Based on Kalman Filter [6]*

Dalam penelitian ini, metode kontrol yang digunakan adalah kontrol PD dengan menggunakan *double gain*, sedangkan untuk mengatasi noise pengukuran skema estimasi *attitude* yang berbasis pada Kalman Filter digunakan dalam [6]. Penggunaan *double gain* yang dimaksud adalah penggunaan 2 nilai gain yang berbeda untuk 2 daerah kerja, yaitu untuk daerah dengan simpang besar dan simpangan data kecil. Besaran gain yang digunakan dinyatakan dalam Tabel 2.2. *Double Gain* PD diberikan dengan tujuan untuk mengurangi masalah karena sifat Nonlinear pada *quadrotor*. Keluaran menghasilkan sinyal yang tetap dipertahankan disekitar referensi, namun tetap terdapat kekurangan yaitu respon sinyal kontrol yang dihasilkan belum mengikuti referensi dengan baik seperti pada Gambar 2.3

Tabel 2.2 PID Parameter Untuk Masing-masing Simpangan

Gain	Simpangan Kecil		Simpangan Besar	
	Roll	Pitch	Roll	Pitch
K_p	0.8	0.8	1.5	1.5
K_d	0.3	0.3	0.2	0.2



Gambar 2.3 Respon Double Gain Kontrol PD

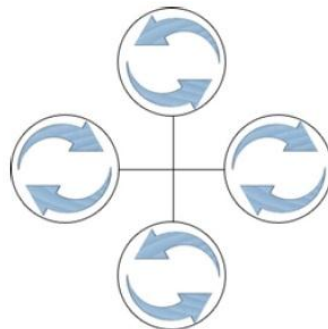
2.2 Teori Dasar

Teori dasar yang digunakan meliputi jenis *quadrotor* yang digunakan beserta pemodelan matematikanya dan teori tentang kontroler yang digunakan pada penelitian ini.

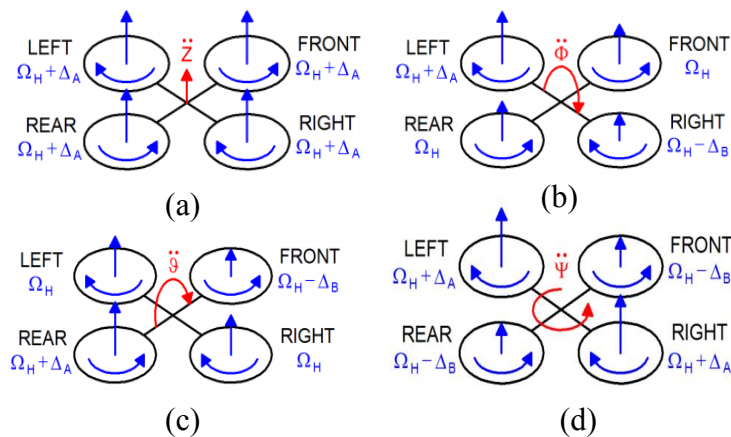
2.2.1 Konsep Dasar *Quadrotor*

Quadrotor merupakan AUV tanpa awak dengan pola plus (+) yaitu pola pergerakan maju – mundur dipengaruhi oleh sudut *pitch* dan pola gerak ke kanan-kiri dipengaruhi oleh sudut *roll*. *Quadrotor* menggunakan dua pasang motor seperti yang terlihat pada Gambar 2.4, dimana pasangan tersebut bergerak berlawanan arah dengan pasangan lainnya. Motor bagian depan dan belakang (motor 1 dan motor 3) *quadrotor* bergerak berlawanan arah jarum jam, sedangkan motor bagian kiri dan kanan (motor 2 dan motor 4) bergerak searah jarum jam. Konfigurasi arah berlawanan dari motor motor ini dapat menggantikan kebutuhan untuk memiliki baling-baling di ekor sebagaimana yang dimiliki helikopter standar, yang digunakan untuk mengatur arah pergerakan. Gaya angkat yang dihasilkan sebanding dengan kecepatan keempat motor.

Quadrotor memiliki ketentuan tersendiri terhadap variasi kecepatan perputaran setiap motornya untuk dapat melakukan pergerakan tertentu. Dalam melakukan terbang melayang di udara, yang dikenal dengan sebutan hover, *quadrotor* perlu menggerakkan keempat motornya dengan kecepatan yang sama. Setiap pasangan motor memiliki arah gaya dorong yang memiliki fungsi berbeda, Dengan adanya pergerakan yang menghasilkan gaya dorong serta gaya tarik yang melawan gaya gravitasi tersebut, *quadrotor* dapat terbang melayang di udara dengan stabil.



Gambar 2.4 Konfigurasi Pasangan Motor pada *Quadrotor*



Gambar 2.5 (a) Gerak Altitude; (b) Gerak Roll; (c) Gerak Pitch; (d) Gerak Yaw

Quadrotor memiliki 6 derajat kebebasan (*degree of freedom*) walaupun hanya memiliki 4 buah rotor. Tiap rotor berkaitan langsung dengan empat gerak dasar yang memungkinkan quadrotor mencapai altitude dan attitude tertentu. Empat Gerak dasar ini diilustrasikan pada Gambar 2.5 (a)-(d)

Gerak *Altitude* adalah gerak naik turun. Untuk melakukan gerak naik turun, quadrotor perlu menaikkan atau menurunkan kecepatan putar setiap motor dengan jumlah yang sama. Menaikkan kecepatan akan mengakibatkan *quadrotor* terbang naik, dan menurunkan kecepatan akan mengakibatkan *quadrotor* turun sebagaimana diilustrasikan pada Gambar 2.5(a).

Gerak *roll* adalah gerak miring ke kanan-kiri. Untuk melakukan gerakan tersebut, perlu dilakukan perubahan kecepatan motor pada salah satu pasangan motor. perubahan kecepatan dilakukan pada pasangan motor kiri dan kanan (motor 2 dan motor 4). Perubahannya adalah salah satu anggota pasangan motor dikurangi kecepatannya dan anggota pasangan motor lainnya dinaikkan dengan selisih kecepatan yang sama, sedangkan motor lainnya dibiarkan dengan kecepatan tetap. Dengan pengaturan seperti ini, *quadrotor* akan bergerak memutar dari arah pasangan motor yang berkecepatan lebih rendah, ke arah pasangan motor yang berkecepatan lebih tinggi sebagaimana diilustrasikan pada Gambar 2.5(b).

Gerak *Pitch* adalah gerak miring kedepan-belakang. Untuk melakukan gerak tersebut perlu dilakukan perubahan kecepatan pada pasangan motor depan

dan belakang (motor 1 dan motor 3). Perubahannya adalah salah satu anggota pasangan motor dikurangi kecepatannya dan anggota pasangan motor lainnya dinaikkan dengan selisih kecepatan yang sama, sedangkan motor lainnya dibiarkan dengan kecepatan tetap. Dengan pengaturan seperti ini, *quadrotor* akan bergerak memutar dari arah pasangan motor yang berkecepatan lebih rendah, ke arah pasangan motor yang berkecepatan lebih tinggi sebagaimana diilustrasikan pada Gambar 2.5(c).

Gerak *Yaw* adalah gerak memutar dengan inti tetap berda pada posisi yang sama. Gerakan ini dilakukan dengan menurunkan kecepatan satu pasangan motor dan menaikkan kecepatan satu pasangan motor lainnya. Nantinya, *quadrotor* akan bergerak berputar ke arah perputaran pasangan motor yang lebih lambat kecepatannya dibandingkan pasangan yang lainnya sebagaimana diilustrasikan pada Gambar 2.5(d).

Quadrotor dianggap tidak memiliki bentuk aerodinamis sehingga gaya aerodinamis dan momen aerodinamis yang terjadi dapat diabaikan. Dari gaya-gaya yang terjadi pada tiap motor di *quadrotor*, dapat dihitung torsi yang terjadi pada *roll*, *pitch*, dan *yaw* dengan Persamaan (2.1) - (2.5).

$$\left. \begin{aligned} U_1 &= F_1 + F_2 + F_3 + F_4 = b(\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2) \\ U_2 &= bl(-\Omega_2^2 + \Omega_4^2) \\ U_3 &= bl(-\Omega_1^2 + \Omega_3^2) \\ U_4 &= d(-\Omega_1^2 + \Omega_2^2 - \Omega_3^2 + \Omega_4^2) \end{aligned} \right\} \quad (2.4)$$

$$\Omega = -\Omega_1 + \Omega_2 - \Omega_3 + \Omega_4 \quad (2.5)$$

Dimana b merupakan konstanta *thrust* dan d adalah konstanta *drag* yang terjadi pada *quadrotor* sedangkan l adalah panjang lengan dari *quadrotor* yang diukur dari titik tengah *quadrotor* menuju titik tengah dari *propeller*. Untuk mencari konstanta b dan d tersebut perlu dilakukan percobaan dan hubungan konstanta tersebut adalah proporsional terhadap kuadrat dari kecepatan motor.

Quadrotor dipengaruhi oleh beberapa efek fisik ketika melakukan penerbangan. Efek aerodinamis akibat rotasi *propeller* dan *blade flapping* dapat mempengaruhi sistem ini. Perubahan kecepatan putaran pada *propeller* akan menyebabkan *inertial counter torques*. Ketika *quadrotor* berputar atau bergerak maju, terjadi efek *gyroscopic* dan gesekan yang mempengaruhi seluruh sistem. Oleh karena itu, pemodelan dinamika dari sistem ini terbilang kompleks. Model dinamis pada *quadrotor* dinyatakan dengan beberapa asumsi penyederhanaan. Ketika *quadrotor* bergerak secara perlahan, efek dari momentum badan *quadrotor* pada gerakan translasi dapat diabaikan. *Frame* yang digunakan pada *quadrotor* diasumsikan rigid dan simetris. Persamaan dinamika dari *quadrotor* pada gerak translasi dan rotasi dituliskan pada Persamaan (2.6) – (2.11)

$$\ddot{x} = (\sin \phi \sin \psi + \cos \phi \sin \theta \cos \psi) \frac{U_1}{m} \quad (2.6)$$

$$\ddot{y} = (-\sin \phi \cos \psi + \cos \phi \sin \theta \sin \psi) \frac{U_1}{m} \quad (2.7)$$

$$\ddot{z} = -g + (\cos \phi \cos \theta) \frac{U_1}{m} \quad (2.8)$$

$$\ddot{\phi} = \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} qr + \frac{J_r}{I_{xx}} q\Omega + \frac{U_2}{I_{xx}} \quad (2.9)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} pr + \frac{J_r}{I_{yy}} p\Omega + \frac{U_3}{I_{yy}} \quad (2.10)$$

$$\ddot{\psi} = \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} pq + \frac{U_4}{I_{zz}} \quad (2.11)$$

Nilai – nilai parameter dari *Quadrotor* yang digunakan diberikan pada Tabel 2.3

Tabel 2.3 Nilai Parameter *Quadrotor* [8]

No	Parameter	Besaran fisik	Nilai	Satuan
1	m	Massa	0.530	Kg
2	l	Panjang lengan	0.232	m
3	d	Konstanta drag	1.516×10^{-7}	
4	b	Konstanta Thrust	2.247×10^{-6}	
5	J_r	Inersia Rotor	1.125×10^{-7}	Kg.m ²
6	I_{xx}	Inersia pada sumbu-x	6.228×10^{-3}	Kg.m ²
7	I_{yy}	Inersia pada sumbu-y	6.228×10^{-3}	Kg.m ²
8	I_{zz}	Inersia pada sumbu-z	1.125×10^{-2}	Kg.m ²
9	g	gravitasi	9.816	m/s ²

Quadrotor memiliki 6 *degree of freedom* (DoF) dengan 12 keluaran, 6 keluaran dari 12 keluaran ini menentukan attitude dari quadrotor. Variabel-variabel tersebut adalah sebagai berikut

- x = posisi quadrotor terhadap sumbu X_e
- y = posisi quadrotor terhadap sumbu Y_e
- z = posisi quadrotor terhadap sumbu Z_e
- u = kecepatan quadrotor diukur pada sumbu X_b
- v = kecepatan quadrotor diukur pada sumbu Y_b
- w = kecepatan quadrotor diukur pada sumbu Z_b
- ϕ = sudut roll terhadap sumbu X_e
- θ = sudut pitch terhadap sumbu Y_e
- ψ = sudut yaw terhadap sumbu Z_e
- p = kecepatan sudut roll diukur pada sumbu X_b
- q = kecepatan sudut pitch diukur pada sumbu Y_b
- r = kecepatan sudut yaw diukur pada sumbu Z_b

2.2.2 Konsep Dasar *Linear Quadratic Tracking* (LQT)

LQT merupakan sistem pengaturan linear yang keluarannya mengikuti (*tracking*) jalur yang telah ditetapkan melalui sinyal referensi. LQT dapat diterapkan untuk mengatur keluaran sistem agar mendekati keluaran yang diinginkan $r(t)$ pada interval waktu yang ditentukan $[t_0, T]$ dengan kontrol energi minimal. Persamaan (2.12) dibawah ini adalah sistem *observable* yang linear.

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= A(t)x(t) + B(t)u(t) \\ y(t) &= C(t)x(t)\end{aligned}\tag{2.12}$$

dengan $x \in R^n, u \in R^m$ dan vektor kesalahan dinyatakan seperti persamaan 2.13

$$e(t) = r(t) - y(t) = r(t) - C(t)x(t)\tag{2.13}$$

dimana $e(t)$ adalah kesalahan yang didapat dari selisih antara referensi $r(t)$ dan keluaran $y(t)$. Dengan indeks performansi dinyatakan seperti persamaan (2.14)

$$J(t_0) = \frac{1}{2}(Cx(T) - r(T))^T P (Cx(T) - r(T))$$

$$+ \frac{1}{2} \int_{t_0}^T [(Cx - r)^T Q(Cx - r) + u^T Ru] dt \quad (2.14)$$

dengan asumsi bahwa $P \geq 0$, $Q \geq 0$, $R > 0$, P , Q , R simetris. *Final state error tracking* dan fungsi *Lagrange* dinyatakan dalam persamaan (2.15)-(2.16)

$$\phi = \frac{1}{2} [(Cx(T) - r(T))^T P(Cx(T) - r(T))] \quad (2.15)$$

$$L = \frac{1}{2} [(Cx - r)^T Q(Cx - r) + u^T Ru] \quad (2.16)$$

Untuk mendapatkan solusi optimal, maka diperlukan persamaan Hamilton yang dinyatakan seperti persamaan (2.17).

$$H(x, u, \lambda) = \frac{1}{2} [(Cx - r)^T Q(Cx - r)] + \frac{1}{2} [u^T Ru] + \lambda^T (Ax + Bu) \quad (2.17)$$

Dari Fungsi Hamilton pada persamaan (2.17) maka diperoleh

Persamaan state

$$\dot{x} = \frac{\partial H}{\partial \lambda} = Ax + Bu \quad (2.17)$$

Persamaan costate

$$\begin{aligned} -\dot{\lambda} &= \frac{\partial H}{\partial x} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial (Cx - r)^T}{\partial x} \right) Q(Cx - r) + \left(\frac{\partial Q(Cx - r)}{\partial x} \right)^T (Cx - r) \right] \\ &\quad + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u^T Ru}{\partial x} \right) \right] + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial x} \right)^T (Ax + Bu) + \left(\frac{\partial (Ax + Bu)}{\partial x} \right)^T \lambda \\ -\dot{\lambda} &= C^T Q(Cx - r) + A^T \lambda \end{aligned} \quad (2.18)$$

Kondisi stasioner

$$\frac{\partial H}{\partial u} = 0$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial u} &= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial (Cx - r)^T Q(Cx - r)}{\partial u} \right) + \left(\frac{\partial u}{\partial u} \right)^T Ru + \left(\frac{\partial Ru}{\partial u} \right)^T u \right] \\ &\quad + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial u} \right)^T (Ax + Bu) + \left(\frac{\partial (Ax + Bu)}{\partial u} \right)^T \lambda \end{aligned}$$

$$0 = Ru + B^T \lambda^T$$

$$u = -R^{-1}B^T\lambda^T \quad (2.19)$$

Kondisi batas

(i) Batas awal

$x(0)$ diketahui

(ii) Batas Akhir untuk kasus free final state

$$(\phi_x + \Psi_x^T v - \lambda)^T dx|_{t=T} + (\phi_t + \Psi_t^T v + H)^T dt|_{t=T} = 0$$

Karena $\Psi = 0$ dan T adalah fixed sehingga $dT = 0$, maka

$$(\phi_x - \lambda)^T dx|_{t=T} = 0 \quad (2.20)$$

Derivative dari persamaan (2.15) diperoleh

$$\frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial(Cx - r)^T}{\partial x} \right) P(Cx - r) + \left(\frac{\partial P(Cx - r)}{\partial x} \right)^T (Cx - r) \right] - \lambda = 0$$

$$\frac{1}{2} [C^T P(Cx - r) + (PC)^T (Cx - r)] - \lambda = 0$$

$$C^T P(Cx - r) - \lambda = 0$$

$$\lambda(T) = C^T P(Cx(T) - r(T))$$

atau untuk semua $t < T$ maka

$$\lambda(t) = C^T P C x(t) - C^T P r(t) \quad (2.21)$$

untuk keperluan penyederhanaan, dapat dimisalkan $C^T P C = S(t)$ dan $C^T P r(t) = v(t)$, maka

$$\lambda(t) = S(t)x(t) - v(t) \quad (2.22)$$

Substitusi persamaan (2.22) ke persamaan (2.19)

$$u(t) = -R^{-1}B^T S(t)x(t) + R^{-1}B^T v(t) \quad (2.23)$$

Diferensialkan persamaan (2.22) dan dengan melakukan substitusi \dot{x} kemudian samakan dengan persamaan (2.18), maka diperoleh

$$-\dot{\lambda} = -\dot{S}x - S\dot{x} + \dot{v} = C^T Q C x - r C^T Q + A^T \lambda$$

$$-\dot{S}x - SAx + SBR^{-1}BSx - SBR^{-1}B^T v + \dot{v} = C^T QCx - rC^T Q + A^T Sx - A^T v$$

$$(-\dot{S} - SA + SBR^{-1}B^T S - A^T S + C^T QC)x = -\dot{v} + SBR^{-1}B^T v - C^T Qr - A^T v \quad (2.24)$$

Solusi trivial dari (2.24) adalah

$$-\dot{S} = A^T S + SA - SBR^{-1}B^T S + C^T QC \quad (2.25)$$

dan

$$-\dot{v} = (A^T - SBR^{-1}B^T)v + C^T Qr \quad (2.26)$$

Persamaan (2.25) adalah PD Riccati dan persamaan (2.26) disebut model *following (pre-filter)*.

Definisikan

$$K(t) = R^{-1}B^T S(t) \quad (2.27)$$

adalah *gain* Kalman, maka model *following* dapat dinyatakan dalam bentuk

$$-\dot{v} = (A - BK)^T v + C^T Qr \quad (2.28)$$

sekuen matriks $S(t)$ adalah *independent* terhadap trayektori *state*, sehingga persamaan Riccati dapat dipecahkan secara *off-line*, dan $S(t)$ dan *gain feedback* $K(t)$ dapat disimpan. Bila sinyal referensi $r(t)$ diketahui sebelumnya, maka fungsi $v(t)$ dapat dihitung lebih dahulu dan disimpan. Jadi, *running control actual* hanya menghitung sinyal kontrol *optimal*

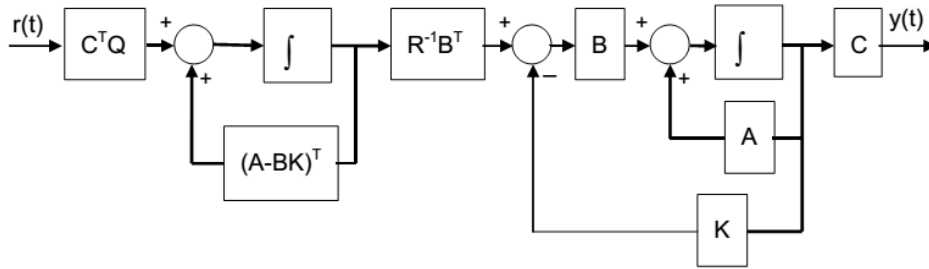
$$u(t) = -K(t)x(t) + R^{-1}B^T v(t).$$

Jika $t_0 = 0$ dan waktu $T \rightarrow \infty$, maka solusi Riccati mencapai *steady-state* yaitu $S(\infty)$. *Gain* Kalman juga mencapai nilai *steady-state* $K(\infty)$. *Optimal tracker* pada kondisi ini disebut *suboptimal tracker* dengan model *following*

$$-\dot{v} = (A - BK(\infty))^T v + C^T Qr \quad (2.29)$$

Dan kontrol optimal

$$u = -K(\infty)x + R^{-1}B^T v \quad (2.30)$$



Gambar 2.6 *LQ Tracking* dengan Model *Following*

Tracker steady-state dapat dipikirkan untuk interval waktu terbatas $[t_0, T]$ dengan menggunakan gain *steady-state* yang diperoleh dari solusi ARE. Kondisi awal $v(0)$ dapat ditentukan secara *off-line* dengan menggunakan persamaan

$$-\dot{v} = (A - BK)^T v + C^T Q r \quad t > 0 \quad (2.31)$$

Simulasi dilakukan dengan menggunakan persamaan(2.28) dan persamaan (2.30) dengan struktur LQT terdapat pada Gambar 2.6.

2.2.3 Konsep *Extended Kalman Filter (EKF)* [9]

Teori dasar EKF merupakan pengembangan dari Kalman Filter, dengan dasar yang sama namun EKF biasa digunakan pada model *Nonlinear* . Persoalan umum untuk EKF adalah mencoba untuk mengestimasi state $x \in R^n$ dari sebuah proses yang dinyatakan oleh persamaan beda stokastik

$$x_{k+1} = A_k(x_k) + BU_k + \omega_k \quad (5.32)$$

$$y_k = C_k(x_k) + v_k \quad (5.33)$$

dengan , $x_k \in R^n, A_k(x_k): R^n \rightarrow R^n$

$$y_k \in R^r, C_k(x_k): R^n \rightarrow R^r$$

$$v_k \in R^r, \omega_k \in R^n$$

dan v_k dan ω_k adalah white noise yang saling independen dengan mean = 0 dan matriks kovarian $E[v_k v_k^T] = R_k, E[\omega_k \omega_k^T] = Q_k$

Iterasi untuk perhitungan *EKF* pada system Nonlinear mengikuti langkah-langkah sebagai berikut :

1. Lakukan estimasi state $\hat{x}(k|k)$
2. Lakukan Linearisasi sistem $x_{k+1} = A_k(x_k) + BU_k + \omega_k$ disekitar equilibrium point $\hat{x}(k|k)$

3. Estimasi pada langkah 1 dapat menjadi masukan pada langkah prediksi untuk memperoleh nilai $\hat{x}(k + 1|k)$ dan $P(k + 1|k)$.
4. Linearisasi observer $y_k = C_k(x_k) + v_k$ disekitar $\hat{x}(k + 1|k)$
5. Update Kalman filter untuk melinearisasi observer dan menghasilkan $\hat{x}(k + 1|k + 1)$ dan $P(k + 1|k + 1)$

Penjelasan singkat untuk memperoleh nilai gain EKF dan *Update* bobot dapat dinyatakan dalam algoritma sebagai berikut:

1. *Predict cycle*

$$\hat{x}(k + 1|k) = A_k(\hat{x}(k|k)) + BU_k + \omega_k$$

$$P(k + 1|k) = \bar{A}(k)P(k|k)\bar{A}^T(k) + Q(k)$$

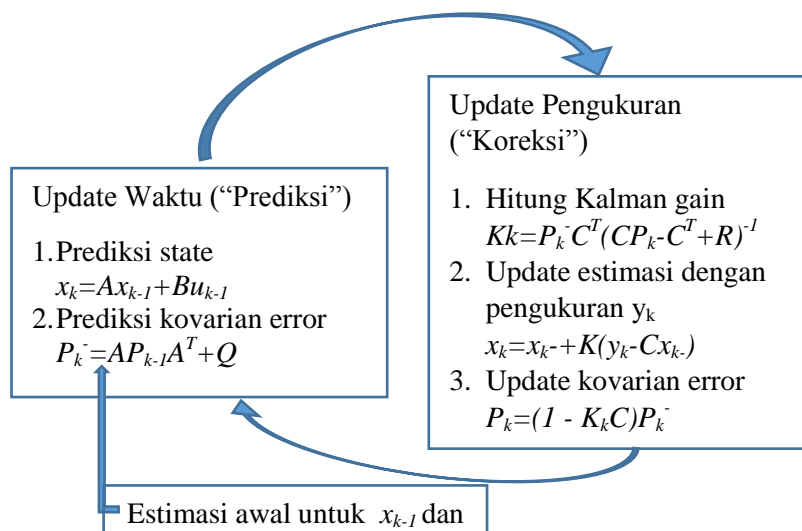
2. *Filtered Cycle*

$$\hat{x}(k + 1|k + 1) = \hat{x}(k + 1|k) + K(k + 1)[y_{k+1} - \bar{C}_{k+1}(\hat{x}(k + 1|k))]$$

$$K(k + 1) = P(k + 1|k)\bar{C}^T(k + 1)[\bar{C}(k + 1)P(k + 1|k)\bar{C}^T(k + 1) + R(k + 1)]^{-1}$$

$$P(k + 1|k + 1) = [I - K(k + 1)\bar{C}(k + 1)]P(k + 1|k)$$

Dengan $\bar{A}(k)$ dan $\bar{C}(k)$ adalah matriks *jacobian* dari $A(x)$ dan $C(x)$ disekitar *equilibrium point*. Algoritma dalam memperoleh *gain EKF* dan *Update* bobot diatas dapat dinyatakan dalam Gambar 2.7.



Gambar 2.7 Diagram Alir *Extended Kalman Filter*

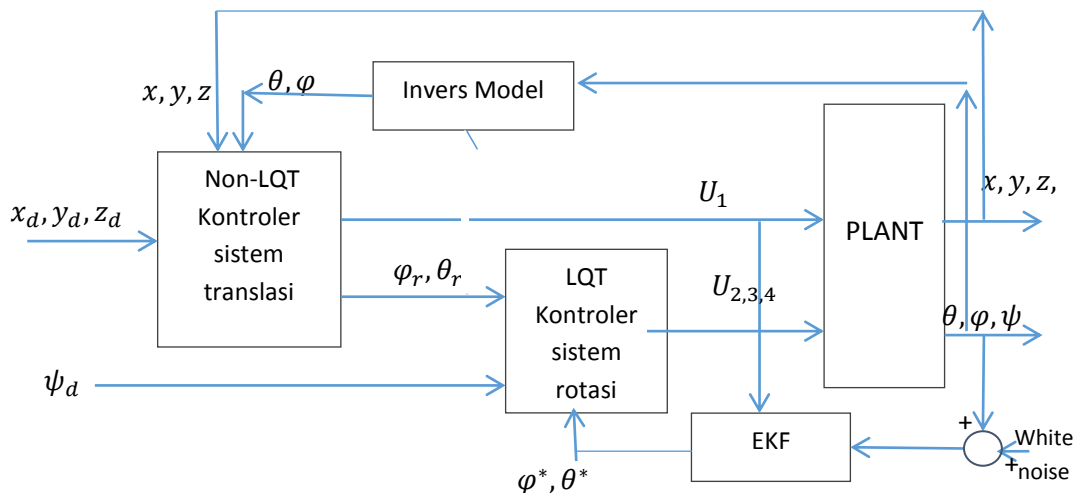
BAB 3

METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Perancangan Sistem

Keseluruhan sistem kontrol terdiri dari 2 subsistem kontrol, yaitu sistem kontrol untuk gerak rotasi dan sistem kontrol untuk gerak translasi, sebagaimana ditunjukkan oleh diagram kontrol pada Gambar 3.1. Hal ini didasarkan pada *model* dinamik *quadrotor* yang telah diperoleh, dimana sudut-sudut dinamik (sudut *pitch*, *roll*, dan *yaw*) beserta turunannya tidak bergantung pada komponen translasi, namun dinamika gerak translasi bergantung pada sudut-sudut dinamik.

Secara umum, sistem navigasi memberikan titik-titik referensi atau posisi yang diharapkan (x_d, y_d, z_d), kemudian sistem kontrol posisi atau sistem kontrol translasi akan memberikan referensi sudut-sudut dinamik yang diperlukan untuk bisa mencapai posisi yang diharapkan pada sistem kontrol rotasi. Sistem kontrol rotasi akan memberikan sinyal kontrol pada aktuator untuk memberikan aksi kontrol yang sesuai pada sistem (*quadrotor*). Variabel-variabel *output* akan diukur oleh sensor untuk kemudian diumpam-balikkan pada kedua sistem kontrol. Strategi kontrol yang diterapkan pada plant ditunjukkan pada Gambar 3.1.



Gambar 3.1 Diagram Blok Sistem Kontrol secara Keseluruhan

3.2 Perancangan Nonlinear Quadratic Tracking

Diberikan *plant* Nonlinear

$$\dot{x}(t) = Ax + f(u) \quad (3.1)$$

$$y(t) = Cx \quad (3.2)$$

kondisi awal

$$x(t_0) = x_0$$

dengan $x \in R^n, u \in R^m$ dan vektor kesalahan dinyatakan seperti persamaan (3.3)

$$e = r - y = r - Cx \quad (3.3)$$

dimana e adalah kesalahan yang didapat dari selisih antara referensi r dan keluaran y . Dengan indeks performansi dinyatakan seperti persamaan (3.4), sebagai berikut:

Indeks performansi

$$J(t_0) = \phi(x(T), T) + \int_{t_0}^T L(x, u, t) dt$$

$$J(t_0) = \frac{1}{2}(Cx - r)^T P(Cx - r) + \frac{1}{2} \int_{t_0}^T \{(Cx - r)^T Q(Cx - r) + u^T Ru\} dt \quad (3.4)$$

dengan asumsi bahwa $P \geq 0, Q \geq 0, R > 0, P, Q, R$ simetris. *Final state error tracking* dinyatakan dalam persamaan (3.5)

$$\phi = \frac{1}{2} \left[(Cx(T) - r(T))^T P(Cx(T) - r(T)) \right] \quad (3.5)$$

Final state constraint tidak didefinisikan, karenanya

$$\psi(x(T), T) = 0$$

Untuk memperoleh kontrol optimal dari persoalan tersebut, dibentuk fungsi Hamilton sebagai berikut:

$$H(x, u, t) = L(x, u, t) + \lambda^T (Ax + f)$$

$$H(x, u, t) = \frac{1}{2} \{(Cx - r)^T Q(Cx - r) + u^T Ru\} + \lambda^T (Ax + f) \quad (3.6)$$

Dari Fungsi Hamilton pada persamaan (3.6) diperoleh syarat batas dan syarat perlu sebagai berikut ini.

State equation

$$\dot{x} = \frac{\partial H}{\partial \lambda} = Ax + f, \quad t \geq t_0 \quad (3.7)$$

Costate equation

$$\begin{aligned} -\dot{\lambda} &= \frac{\partial H}{\partial x} = \frac{\partial f^T}{\partial x} \lambda + \frac{\partial L}{\partial x}, \quad t \geq T \\ -\dot{\lambda} &= \frac{\partial H}{\partial x} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial(Cx - r)^T}{\partial x} \right) Q(Cx - r) + \left(\frac{\partial Q(Cx - r)}{\partial x} \right)^T (Cx - r) \right] \\ &+ \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u^T R u}{\partial x} \right) \right] + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial x} \right)^T (Ax + Bu) + \left(\frac{\partial(Ax + f)}{\partial x} \right)^T \lambda \\ -\dot{\lambda} &= C^T Q(Cx - r) + A^T \lambda \end{aligned} \quad (3.8)$$

Stationary condition

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{\partial H}{\partial u} = \frac{\partial f^T}{\partial u} \lambda + \frac{\partial L}{\partial u} \\ \frac{\partial H}{\partial u} &= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial(Cx - r)^T Q(Cx - r)}{\partial u} \right) + \left(\frac{\partial u}{\partial u} \right)^T R f + \left(\frac{\partial R u}{\partial u} \right)^T f \right] \\ &+ \left(\frac{\partial \lambda}{\partial u} \right)^T (Ax + f) + \left(\frac{\partial(Ax + f)}{\partial u} \right)^T \lambda \\ 0 &= Ru + B^T \lambda^T \\ u &= -R^{-1} B^T \lambda^T \end{aligned} \quad (3.9)$$

Batas Akhir untuk kasus *free final state*

$$(\phi_x + \psi_x^T v - \lambda)^T |_{T} dx(T) + (\phi_t + \psi_t^T v + H) |_{T} dT = 0 \quad (3.10)$$

Karena $\Psi = 0$ dan T adalah *fixed* sehingga $dT = 0$, maka

$$(\phi_x - \lambda)^T |_{T} dx(T) = 0 \quad (3.11)$$

Selanjutnya menyelesaikan persamaan diatas dengan menggunakan *derivative* dari persamaan (3.11) maka diperoleh persamaan

$$\frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial(Cx - r)^T}{\partial x} \right) P(Cx - r) + \left(\frac{\partial P(Cx - r)}{\partial x} \right)^T (Cx - r) \right] - \lambda = 0$$

$$\frac{1}{2} [C^T P(Cx - r) + (PC)^T (Cx - r)] - \lambda = 0$$

$$C^T P(Cx - r) - \lambda = 0$$

$$\lambda(T) = C^T P(Cx(T) - r(T))$$

atau untuk semua $t < T$ maka

$$\lambda(t) = C^T P C x(t) - C^T P r(t) \quad (3.12)$$

Untuk keperluan penyederhanaan, dapat dimisalkan $C^T P C = S(t)$ dan $C^T P r(t) = v(t)$, maka

$$\lambda(t) = S(t)x(t) - v(t) \quad (3.13)$$

Substitusi persamaan (3.13) ke persamaan (3.9)

$$u(t) = -R^{-1}B^T S(t)x(t) + R^{-1}B^T v(t) \quad (3.14)$$

Differensialkan persamaan (3.13) dan dengan melakukan substitusi \dot{x} kemudian samakan dengan persamaan (3.8), maka diperoleh

$$\begin{aligned} -\dot{\lambda} &= -\dot{S}x - S\dot{x} + \dot{v} = C^T Q C x - r C^T Q + A^T \lambda \\ -\dot{S}x - S A x + S B R^{-1} B^T S x - S B R^{-1} B^T v + \dot{v} &= C^T Q C x - r C^T Q + A^T S x - A^T v \\ (-\dot{S} - S A + S B R^{-1} B^T S - A^T S + C^T Q C)x &= -\dot{v} + S B R^{-1} B^T v - C^T Q r - A^T v \end{aligned} \quad (3.15)$$

Solusi trivial dari (3.15) adalah

$$-\dot{S} = A^T S + S A - S B R^{-1} B^T S + C^T Q C \quad (3.16)$$

dan

$$-\dot{v} = (A^T - S B R^{-1} B^T)v + C^T Q r \quad (3.17)$$

Persamaan (3.16) adalah PD Riccati dan persamaan (3.17) disebut model *following (pre-filter)*.

Definisikan

$$K(t) = R^{-1}B^T S(t) \quad (3.18)$$

adalah *gain* Kalman, maka model *following* dapat dinyatakan dalam bentuk

$$-\dot{v} = (A - B K)^T v + C^T Q r \quad (3.19)$$

sekuen matriks $S(t)$ adalah *independent* terhadap trayektori *state*, sehingga persamaan Riccati dapat dipecahkan secara *off-line*, dan $S(t)$ dan *gain feedback* $K(t)$ dapat disimpan. Bila *track* referensi $r(t)$ diketahui sebelumnya, maka fungsi $v(t)$ dapat dihitung lebih dahulu dan disimpan. Jadi, *running kontrol actual* hanya menghitung sinyal kontrol optimal

$$u(t) = -K(t)x(t) + R^{-1}B^T v(t). \quad (3.20)$$

Jika $t_0 = 0$ dan waktu $T \rightarrow \infty$, maka solusi Riccati mencapai *steady-state* yaitu $S(\infty)$. *Gain* Kalman juga mencapai nilai *steady-state* $K(\infty)$. Optimal *tracker* pada kondisi ini disebut suboptimal *tracker* dengan model *following*

$$-\dot{v} = (A - BK(\infty))^T v + C^T Q r \quad (3.21)$$

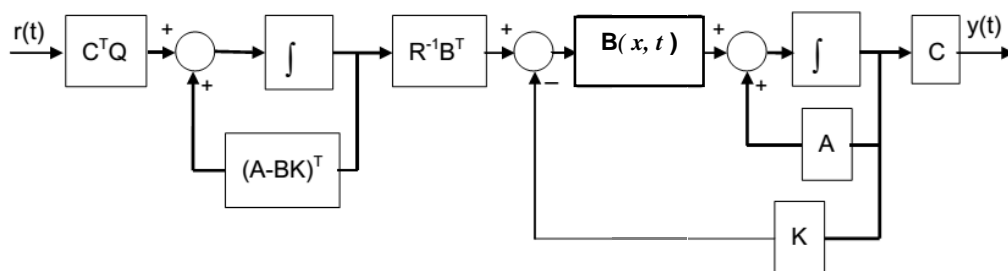
Dan kontrol optimal

$$u = -K(\infty)x + R^{-1}B^T v \quad (3.22)$$

Tracker *steady-state* dapat dipikirkan untuk interval waktu terbatas $[t_0, T]$ dengan menggunakan *gain steady-state* yang diperoleh dari solusi ARE. Kondisi awal $v(0)$ dapat ditentukan secara *off-line* dengan menggunakan persamaan

$$-\dot{v} = (A - BK)^T v + C^T Q r \quad t > 0 \quad (3.23)$$

Simulasi dilakukan dengan menggunakan persamaan(3.19) dan persamaan (3.22) dengan struktur NLQT terdapat pada Gambar 2.3.



Gambar 3.2 NLQ Tracking dengan Model Following

3.3 Kontroler pada Sistem Translasi

Pada model sistem translasi akan digunakan sistem kontrol *Nonlinear Quadratic Tracking (NLQT)* untuk mendapatkan sistem yang stabil, dan bisa mengikuti sinyal referensi. Model sistem translasi dapat dikontrol secara *independent* karena *state* satu dengan *state* yang lain tidak saling mempengaruhi, hal ini karena konfigurasi *quadrotor* yang digunakan adalah *plus (+)*. Akan tetapi karena modelnya yang tidak *linear* maka digunakan cara penurunan persamaan *costate* untuk menentukan matriks *A* dan matriks *B* dari model translasi. Perolehan *gain K* diperoleh dengan menyelesaikan persamaan aljabar Riccati. Nilai matriks *A* dan *B* dapat diperoleh dengan melakukan penyederhanaan persamaan Hamilton dari model sistem translasi. Persamaan model sistem translasi dinyatakan dalam persamaan (3.24)-(3.25) sebagai berikut:

$$\ddot{x} = (\sin \phi \sin \psi + \cos \phi \sin \theta \cos \psi) \frac{U_1}{m} \quad (3.24)$$

$$\ddot{y} = (-\sin \phi \cos \psi + \cos \phi \sin \theta \sin \psi) \frac{U_1}{m} \quad (3.25)$$

$$\ddot{z} = -g + (\cos \phi \cos \theta) \frac{U_1}{m} \quad (3.26)$$

Penyederhanaan (3.24)-(3.25) dapat dilakukan dengan mengubahnya menjadi persamaan *state* orde 1 yang dinyatakan dalam bentuk *state* sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{u} \\ \dot{y} \\ \dot{v} \\ \dot{z} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \\ (\cos \phi \sin \psi + \cos \phi \sin \theta \cos \psi) \frac{U_1}{m} \\ v \\ (-\sin \phi \sin \psi + \cos \phi \sin \theta \sin \psi) \frac{U_1}{m} \\ w \\ -g + (\cos \phi \cos \theta) \frac{U_1}{m} \end{bmatrix} = f(x, u) \quad (3.27)$$

Dalam menyelesaikan permasalahan optimisasi pada model translasi dapat dilakukan dengan cara mendefinisikan fungsi Hamilton dari model sistem translasi.

$$H(x, u, t) = L(x, u) + \lambda^T f(x, u) \quad (3.28)$$

Kemudian menentukan syarat cukup dan syarat perlu keoptimalan

1. Persamaan State

$$\dot{x} = \frac{\partial H}{\partial \lambda} = f(x, u) \quad (3.29)$$

Hasil penyelesaian $\frac{\partial H}{\partial \lambda}$ akan menghasilkan $f(x, u)$ yaitu dinamika *plant*

2. Persamaan costate

$$-\dot{\lambda} = \frac{\partial H}{\partial x} = C^T Q(Cx - r) + A^T \lambda \quad (3.30)$$

Hasil dari $\frac{\partial H}{\partial x}$ menghasilkan $C^T Q(Cx - r) + A^T \lambda$, sehingga dihasilkan nilai matriks A dari model translasi tersebut yang dinyatakan sebagai berikut :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3. Syarat stationer

$$\frac{\partial H}{\partial u} = Ru + B^T \lambda^T \quad (3.31)$$

Hasil dari $\frac{\partial H}{\partial u}$ menghasilkan $Ru + B^T \lambda^T$, sehingga akan diperoleh matriks B untuk sistem translasi yang dinyatakan sebagai berikut:

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ (\cos \phi \cos \theta \cos \psi) \frac{U_1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & (-\cos \phi \cos \psi - \sin \phi \sin \theta \sin \psi) \frac{U_1}{m} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (\cos \phi \cos \theta) \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

Matriks A dan matriks B untuk model translasi seperti pada (3.31) dan (3.32) dengan *state*-nya adalah $x = [x \ u \ y \ v \ z \ w]^T$ dan *input* kontrol $u = [\phi \ \theta \ U_1]^T$. Seperti yang diketahui bahwa model sistem translasi dapat dikontrol secara *independent* maka matriks A dan B dapat dipecah untuk masing masing gerak translasi sumbu- x , sumbu- y dan sumbu- z . Hal ini dilakukan untuk mempermudah perhitungan.

Gerak translasi sumbu- x

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ (\cos \phi \cos \theta \cos \psi) \frac{u_1}{m} \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

Gerak translasi sumbu- y

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ (-\cos \phi \cos \psi - \sin \phi \sin \theta \sin \psi) \frac{u_1}{m} \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

Gerak translasi sumbu- z

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ (\cos \phi \cos \theta) \frac{1}{m} \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

Matriks A dan B untuk masing-masing sumbu dipilih nilai matriks $C = [1 \ 0]$ untuk diselesaikan dalam persamaan Aljabar Riccati. Untuk penyederhanaan perhitungan dimisalkan matriks $B = \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix}$, dengan b adalah nilai elemen *Nonlinear* matriks B pada masing - masing sumbu x,y,z . Dengan gain K diperoleh dari persamaan

$$K(t) = R^{-1}B^T S(t) \quad (3.39)$$

Matriks S bersifat *unique*, *simetris* dan merupakan matriks *definit positif*. Nilai matriks P dapat dicari dengan menyelesaikan persamaan aljabar *riccati*, yang dinyatakan dalam persamaan (3.40) sebagai berikut:

$$A^T S + SA - SBR^{-1}B^T S + C^T QC = 0 \quad (3.40)$$

Sehingga diperoleh nilai *gain K* yang *Nonlinear* (lihat lampiran A) yang dinyatakan dalam (3.41).

$$K = \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{q}{r}} & \sqrt{\frac{2}{b} \frac{q}{r}} \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

Nilai *gain* K yang diperoleh adalah juga bernilai *Nonlinear*, hal ini menunjukkan bahwa kontrol sistem juga bersifat *Nonlinear*. *Optimal control* diberikan oleh persamaan:

$$u(t) = -K(t)x(t) + R^{-1}B^T v(t). \quad (3.42)$$

Adapun nilai input untuk masing-masing fungsi pada matriks B diperoleh dari mencari nilai invers dari masing-masing model sistem translasi. Fungsi invers yang diperoleh dinyatakan dalam persamaan (3.39)-(3.40)

$$\theta_i = \text{asin} \left(\frac{\frac{m}{U_1} u_x - \sin \phi \sin \psi}{\cos \phi \cos \psi} \right) \quad (3.43)$$

$$\phi_i = \text{asin} \left(-\frac{mv_x}{U_1} \right) + \text{atan} \left(\frac{\sin \theta \sin \psi}{\cos \psi} \right) \quad (3.44)$$

Keluaran dari kontroler ini berupa ϕ , θ , dan U_2 . Nilai ϕ , θ akan menjadi sinyal referensi untuk kontroler pada model rotasi dan U_2 sebagai *optimal control* pada model gerak *altitude*.

3.4 Kontroler pada Sistem Rotasi

Kontroler yang akan digunakan untuk sistem rotasi berbeda dengan kontroler pada sistem translasi. Kontroler yang digunakan yaitu Linear Quadratic Tracking. Untuk mendapatkan matriks A masih akan dilakukan linierisasi di sekitar titik equilibrium point. State yang akan digunakan hanya p, q dan r . Penggunaan tiga state ini untuk mengontrol posisi dengan cara mengontrol kecepatannya. Model dinamika sistem rotasi dinyatakan dalam persamaan (3.22).

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\phi} &= \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} qr - \frac{Jr}{I_{xx}} q\Omega + \frac{U_2}{I_{xx}} \\ \ddot{\theta} &= \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} pr + \frac{Jr}{I_{yy}} p\Omega + \frac{U_3}{I_{yy}} \\ \ddot{\psi} &= \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} pq + \frac{U_4}{I_{zz}} \end{aligned} \right\} \quad (3.45)$$

Penyederhanaan (3.22) dapat dinyatakan dalam bentuk *state* sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} \phi \\ \dot{p} \\ \dot{\theta} \\ q \\ \dot{\psi} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p \\ \frac{I_{yy}-I_{zz}}{I_{xx}}qr - \frac{Jr}{I_{xx}}q\Omega + \frac{U_2}{I_{xx}} \\ q \\ \frac{I_{zz}-I_{xx}}{I_{yy}}pr + \frac{Jr}{I_{yy}}p\Omega + \frac{U_3}{I_{yy}} \\ r \\ \frac{I_{xx}-I_{yy}}{I_{zz}}pq + \frac{U_4}{I_{zz}} \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

State yang diperlukan bisa diperoleh dengan dilakukan hanya mengambil tiga state untuk mengontrol posisi dengan kecepatannya seperti tampak pada persamaan (3.47)

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ q \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{I_{yy}-I_{zz}}{I_{xx}}qr - \frac{Jr}{I_{xx}}q\Omega + \frac{U_2}{I_{xx}} \\ \frac{I_{zz}-I_{xx}}{I_{yy}}pr + \frac{Jr}{I_{yy}}p\Omega + \frac{U_3}{I_{yy}} \\ \frac{I_{xx}-I_{yy}}{I_{zz}}pq + \frac{U_4}{I_{zz}} \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

Cara yang hampir sama dilakukan untuk memperoleh nilai matrik A dan B pada sistem translasi. Yaitu dilinierisasi pada titik $p = 0, q = 0$ dan $r = 0$. Sehingga diperoleh matriks sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{I_{xx}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{I_{yy}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{I_{zz}} \end{bmatrix} \quad (3.49)$$

(3.50)

Pemilihan matriks C diberikan sesuai kebutuhan matrik yang akan di ukur,

yaitu $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Matriks C tersebut dipilih untuk menampilkan nilai state

yang butuhkan dalam pengukuran. Matriks C akan digunakan dalam menyelesaikan persamaan Aljabar Riccati. Dengan gain K diperoleh dari persamaan (3.51)

$$K(t) = R^{-1}B^T S(t) \quad (3.51)$$

Matriks S bersifat *unique*, *simetris* dan merupakan matriks *definit positif*. Nilai matriks S dapat dicari dengan menyelesaikan persamaan *Riccati*, yang dinyatakan dalam persamaan (3.52) sebagai berikut:

$$A^T S + SA - SBR^{-1}B^T S + C^T QC = 0 \quad (3.52)$$

Dengan *optimal control* diberikan oleh persamaan:

$$u(t) = -K(t)x(t) + R^{-1}B^T v(t). \quad (3.53)$$

Kontroler yang digunakan tersebut adalah *Linear Quadratic Tracking* (LQT). Referensi untuk kontroler sistem rotasi berasal dari *output* kontroler pada sistem translasi. Sedangkan *output* dari sistem ini berupa U_2, U_3, U_4 , yang digunakan sebagai sinyal *input* untuk gerak rotasi *quadrotor*.

3.5 Pemilihan Matriks Q dan Matriks R

Langkah paling mudah dalam tuning pembobot Q dan R adalah dengan memberikan pembobot secara *trial dan error*. Sehingga dipilih nilai $R = 0.5$. Untuk mengatur bobot Q juga diubah-ubah sesuai dengan hasil respon yang paling baik, semakin besar bobot Q maka respon sistem semakin cepat. Nilai bobot Q untuk gerak translasi dan rotasi juga di beri nilai yang sama yaitu $Q = 999$. Nilai P dan Q tersebut dipilih karena menghasilkan respon yang cukup baik.

3.6 Perhitungan nilai Ω

Besaran nilai Ω ditentukan melalui perhitungan pada saat program berjalan dengan model matematika yang disederhanakan seperti uraian dibawah ini. Dari persamaan (2.1)-(2.5), persamaan Ω dapat diselesaikan dengan persamaan linear empat variabel seperti pada lampiran B. Hasil penyelesaian yang diperoleh dinyatakan dalam Persamaan (3.54)-(3.57). Nilai masing masing omega dalam persamaan (3.54)-(3.57) menjadi variabel masukan untuk model matematik dalam persamaan (2.4)-(2.5).

$$\frac{U_1}{4b} - \frac{U_3}{2bl} - \frac{U_4}{4d} = \Omega_1^2 \Rightarrow \Omega_1 = \sqrt{\frac{U_1}{4b} - \frac{U_3}{2bl} - \frac{U_4}{4d}} \quad (3.54)$$

$$\frac{U_1}{4b} - \frac{U_2}{2bl} + \frac{U_4}{4d} = \Omega_2^2 \Rightarrow \Omega_2 = \sqrt{\frac{U_1}{4b} - \frac{U_2}{2bl} + \frac{U_4}{4d}} \quad (3.55)$$

$$\frac{U_1}{4b} + \frac{U_3}{2bl} - \frac{U_4}{4d} = \Omega_3^2 \Rightarrow \Omega_3 = \sqrt{\frac{U_1}{4b} + \frac{U_3}{2bl} - \frac{U_4}{4d}} \quad (3.56)$$

$$\frac{U_1}{4b} + \frac{U_2}{2bl} + \frac{U_4}{4d} = \Omega_4^2 \Rightarrow \Omega_4 = \sqrt{\frac{U_1}{4b} + \frac{U_2}{2bl} + \frac{U_4}{4d}} \quad (3.57)$$

3.7 Ektended Kalman Filter

Extended kalman filter adalah sebuah estimator, yaitu mengestimasi state dari output/sensor plant yang kotor oleh noise. Pemilihan nilai P dalam estimasi Extended Kalman Filter diberikan nilai umum yaitu nilai matriks nol sebagai berikut:

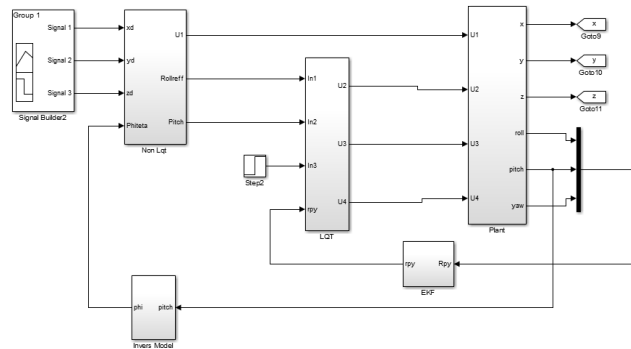
$$P = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

dan $x = (0 \ 0)^T$. Nilai tersebut merupakan nilai estimasi awal dalam perhitungan estimator Extended Kalman Filter.

BAB 4

HASIL DAN PEMBAHASAN

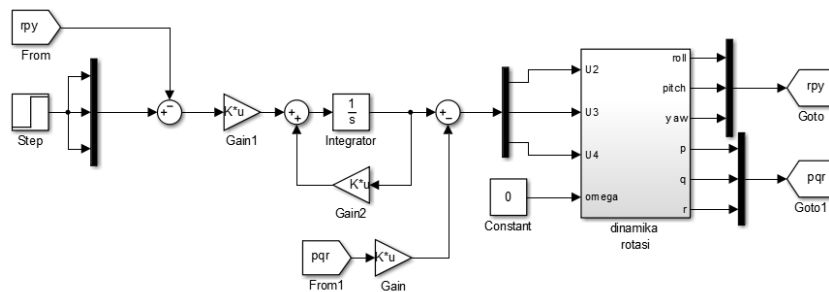
Beberapa pengujian telah dilakukan secara bertahap, sehingga bisa ditelusuri tracking untuk sistem rotasi dan translasi. Adapun skema secara keseluruhan simulink yang akan di jelaskan tiap sub sistem. Skema secara keseluruhan ditunjukkan pada Gambar 4.1



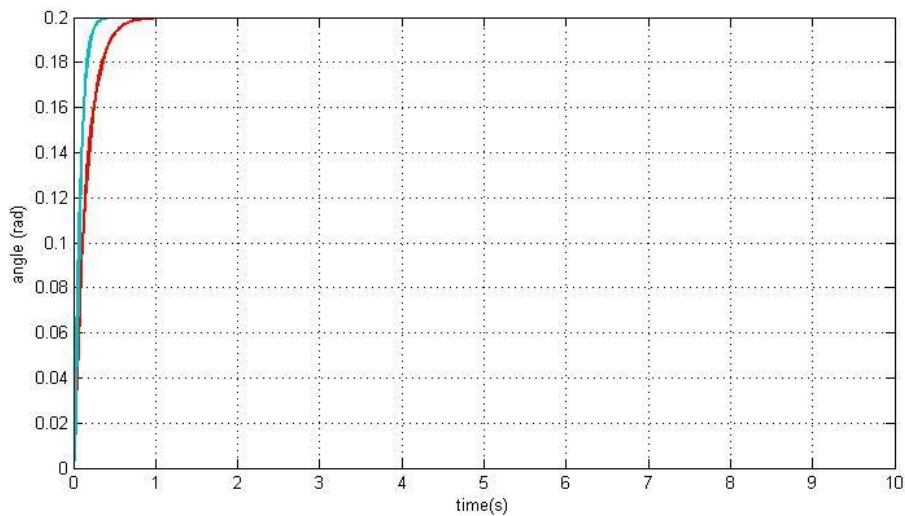
Gambar 4.1 Skema Keseluruhan NLQT

4.1 Step Respon pada Sistem Rotasi

Step respon sistem rotasi merupakan pengujian sistem yang dilakukan dengan memberikan sinyal referensi berupa sinyal step pada sistem rotasi untuk menentukan ukuran kualitas sistem. Diagram simulink pengujian ditunjukkan pada Gambar 4.2. Hasil dari pengujian respon sinyal step pada sistem rotasi ditunjukkan pada Gambar 4.3.



Gambar 4.2 Pengujian Sistem Rotasi dengan Sinyal Step

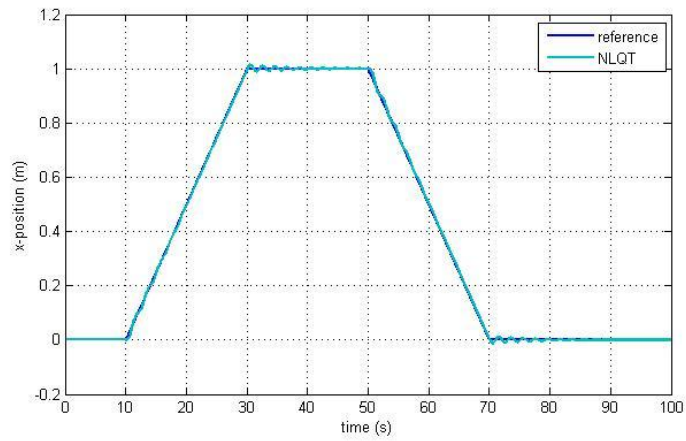


Gambar 4.3 Perilaku Sudut Roll, Pitch, dan Yaw untuk Respon Step

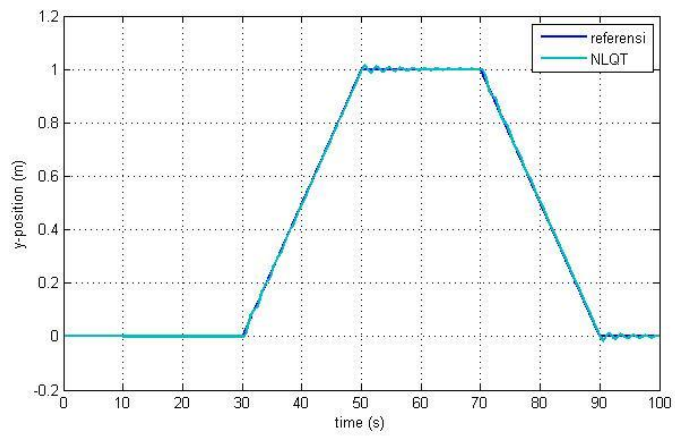
Respon step pada sistem rotasi untuk sudut roll ditunjukkan dengan sinyal berwarna hijau dan respon step untuk sudut pitch ditunjukkan dengan sinyal berwarna merah. Terlihat bahwa respon tersebut hampir berimpit dan waktu yang cukup cepat untuk berada disekitar nilai steady state yaitu kurang dari 1 detik. Sedangkan respon step untuk sudut yaw ditunjukkan oleh sinyal berwarna biru. Terlihat bahwa respon sinyal sudut ini relatif lebih cepat dibandingkan dengan respon pada sudut roll dan sudut pitch. Respon sudut yaw mampu berada pada nilai steady state sekitar 0.5 detik.

4.2 Respon Sistem tanpa Noise

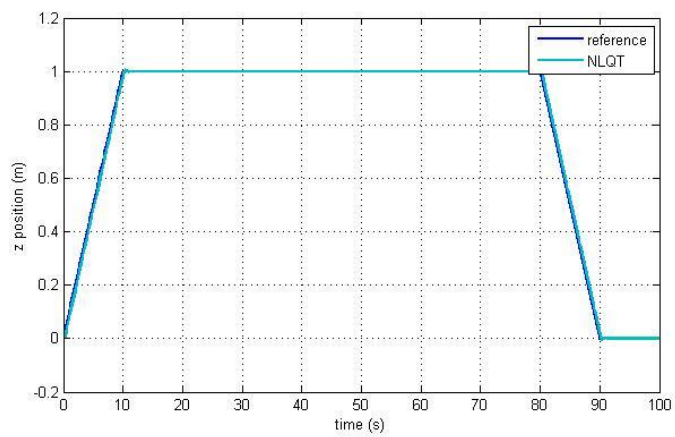
Simulasi sistem Kontrol NLQT tanpa noise dilakukan dengan tujuan menguji performa kontrol NLQT. Hasil Pengujian Simulasi sistem kontrol tersebut dapat dilihat dari Gambar 4.4. Dalam Gambar 4.4 terlihat bahwa respon mengikuti referensi dengan baik. RMSE yang dihasilkan dari sistem ini adalah 0.0033 pada pergerakan terhadap sumbu- x , 0.0032 pada pergerakan terhadap sumbu $-y$ dan 0.0042 pada pergerakan terhadap sumbu- z .



(a)



(b)



(c)

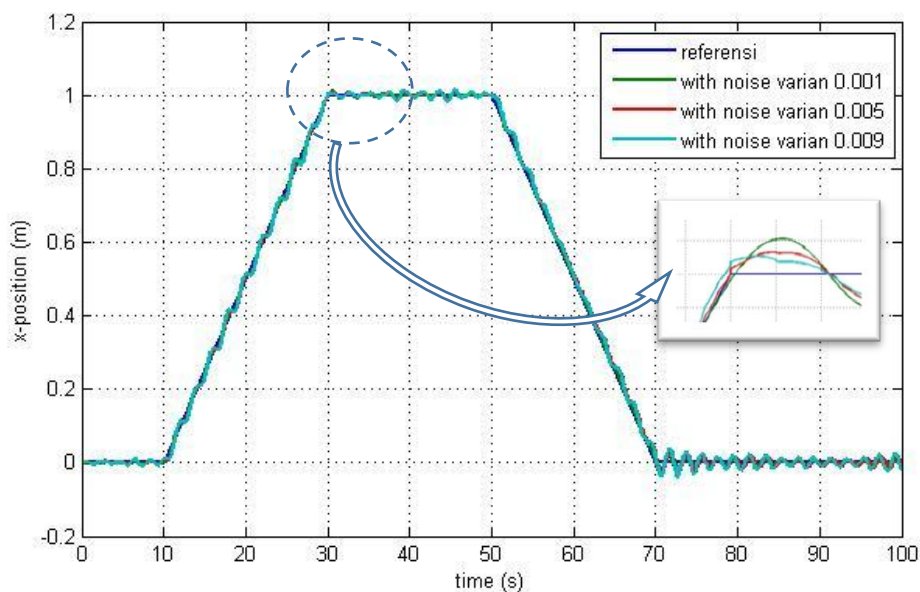
Gambar 4.4 Posisi *Quadrotor* (a) Terhadap Sumbu x ; (b) Terhadap Sumbu y ; (c) Terhadap Sumbu z

4.3 Respon Sistem dengan Noise

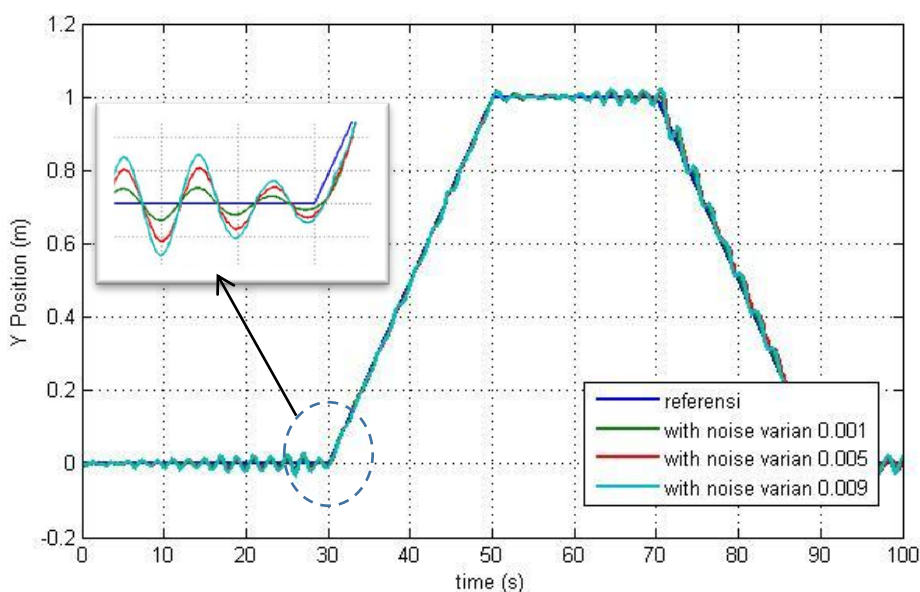
Simulasi sistem Kontrol NLQT dengan noise dilakukan dengan tujuan menguji performa kontrol NLQT jika terjadi noise pada *state roll* dan *pitch*. Noise yang digunakan adalah sinyal random dengan mean nol dan varian bervariasi yaitu antara 0.001 hingga 0.009. variasi ini dipilih berdasarkan toleransi RMSE < 0.01. Hasil Pengujian Simulasi sistem kontrol tersebut dapat dilihat dari Gambar 4.5. Dalam Gambar 4.5 terlihat bahwa respon masih mengikuti referensi dengan baik. Namun semakin besar varian noise menyebabkan RMSE yang dihasilkan semakin besar. Nilai RMSE yang dihasilkan dari simulasi dengan noise, dinyatakan dalam tabel 4.1. Besaran Error pada posisi sumbu-z adalah tetap pada 0.0043, hal ini dikarenakan pergerakan quadrotor pada sumbu-z tidak dipengaruhi oleh noise yang diberikan pada state roll dan pitch.

Tabel 4.1 RMSE NLQT dengan Noise

Varian	Posisi x	Posisi y	Posisi z
0.000	0.0033	0.0032	0.0042
0.001	0.0048	0.0047	0.0043
0.005	0.0078	0.0075	0.0043
0.009	0.0099	0.0095	0.0043

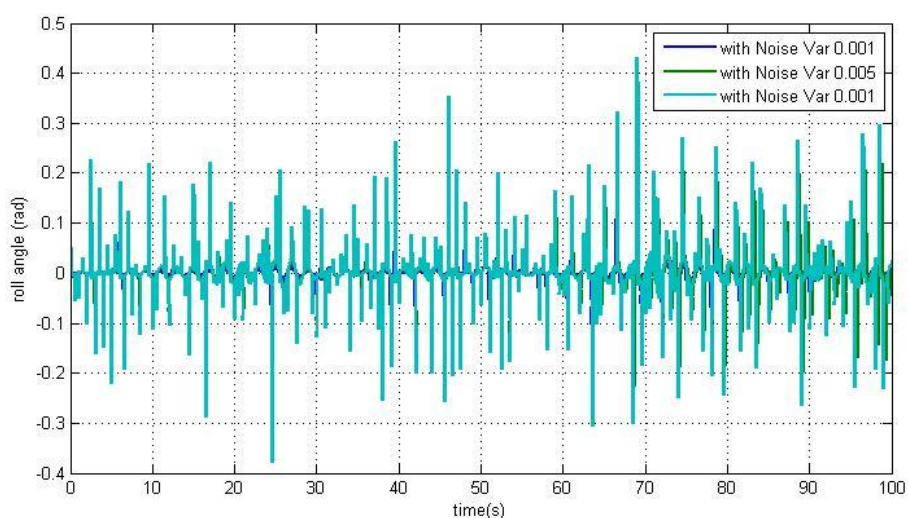


Gambar 4.5 Posisi *Quadrotor* terhadap Sumbu x dengan Variasi Noise

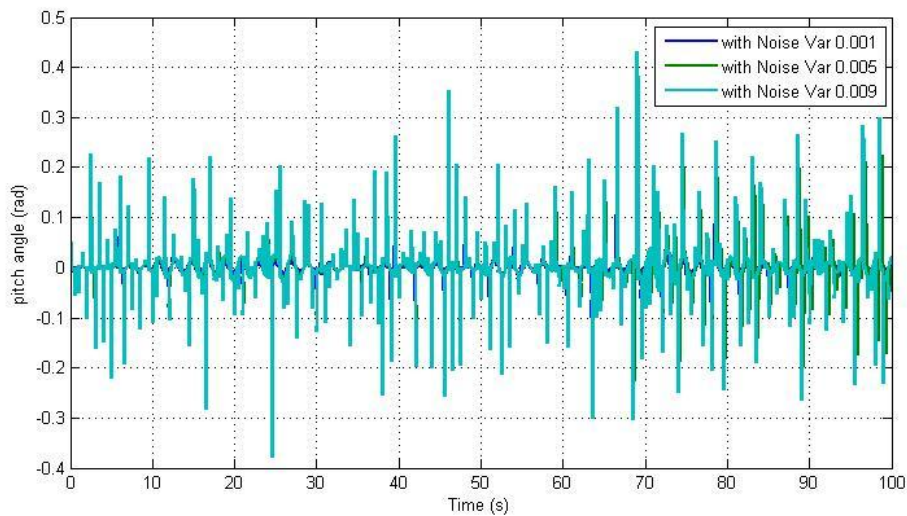


Gambar 4.6 Posisi *Quadrotor* terhadap Sumbu y dengan Variasi Noise

Pada Gambar 4.7 dan Gambar 4.8 terlihat bahwa sudut Euler Roll dan Pitch dari hasil simulasi MATLAB menunjukkan respon yang kurang baik, karena hasil respon berisikasi. Sehingga perlu digunakan estimator untuk mengatasi masalah tersebut. Estimator yang digunakan untuk mengatasi noise tersebut adalah estimator Extended Kalman Filter.



Gambar 4.7 Sudut Roll dengan Variasi Noise



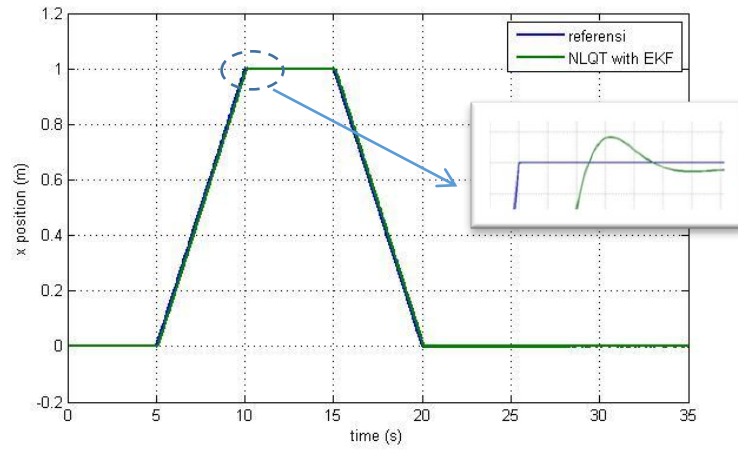
Gambar 4.8 Sudut Pitch dengan Variasi Noise

4.4 Respon Sistem Berbasis Extended Kalman Fiter tanpa Noise

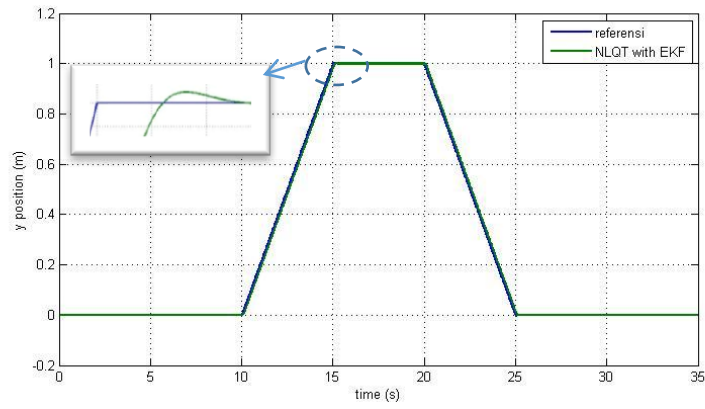
Simulasi sistem kontrol berbasis EKF tanpa adanya noise dilakukan dengan tujuan menguji lebih lanjut performa kontrol NLQT. Hasil pengujian untuk tracking posisi baik untuk sumbu- x , sumbu- y dan sumbu- z dapat dilihat dari Gambar 4.9. Terlihat bahwa posisi quadrotor dapat mengikuti referensi dengan baik untuk sumbu- x ataupun sumbu- y . Selain tracking, perlu diperhatikan pula besar error rata-rata yang dihasilkan oleh sistem. Error rata rata yang diperoleh dari simulasi tersebut relatif kecil yaitu seperti dalam Tabel 4.2

Tabel 4.2 RMSE NLQT dengan EKF

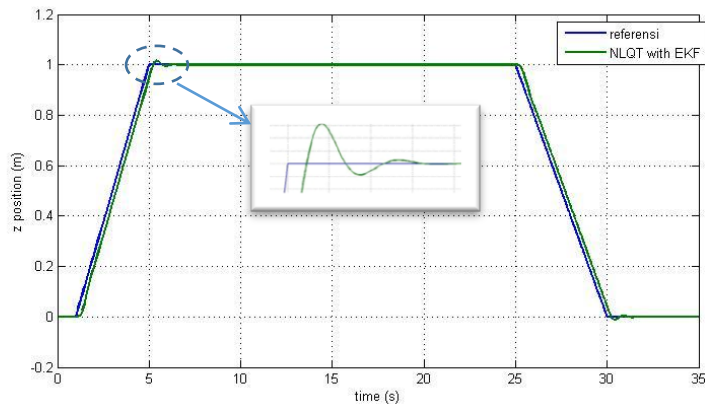
Error	Posisi x	Posisi y	Posisi z
NLQT	0.0055	0.0053	0.0091



(a)



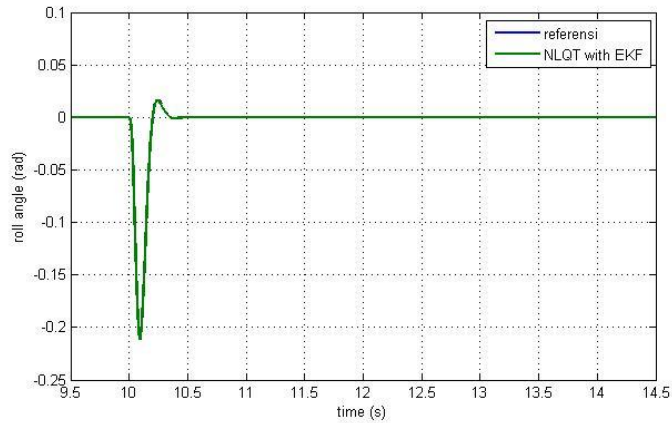
(b)



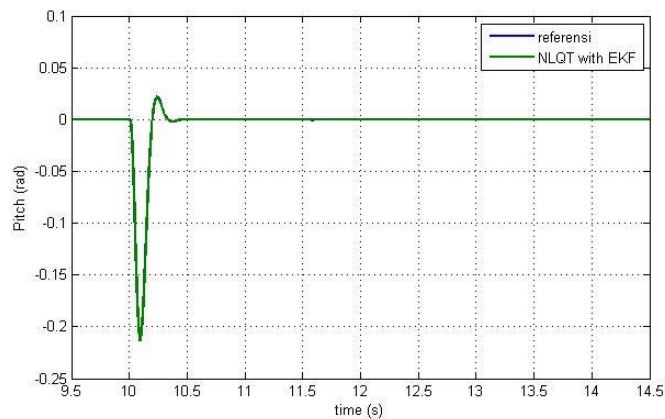
(c)

Gambar 4.9 Posisi *Quadrotor* (a) Terhadap Sumbu x ; (b) Terhadap Sumbu y ; (c) Terhadap Sumbu z

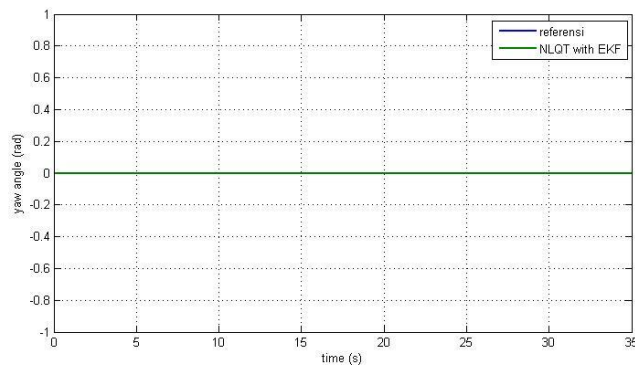
Perilaku sudut roll, pitch dan yaw dari simulasi tersebut secara berurutan ditunjukkan pada Gambar 4.10 (a), (b) dan (c). Terlihat bahwa sistem kontrol NLQT yang di desain mampu menstabilkan sudut Roll, Pitch Dan Yaw yaitu membawa pada nilai 0 rad. Catatan khusus untuk sudut yaw tetap dalam posisi 0 rad karena arah hadap quadrotor memang dipertahankan pada satu arah.



(a)



(b)

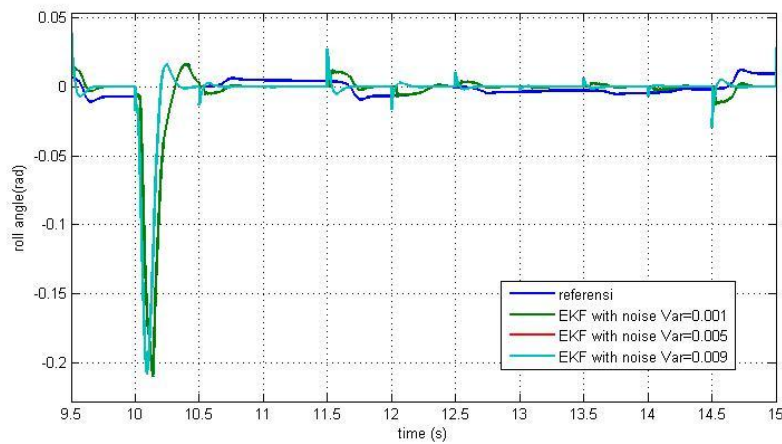


(c)

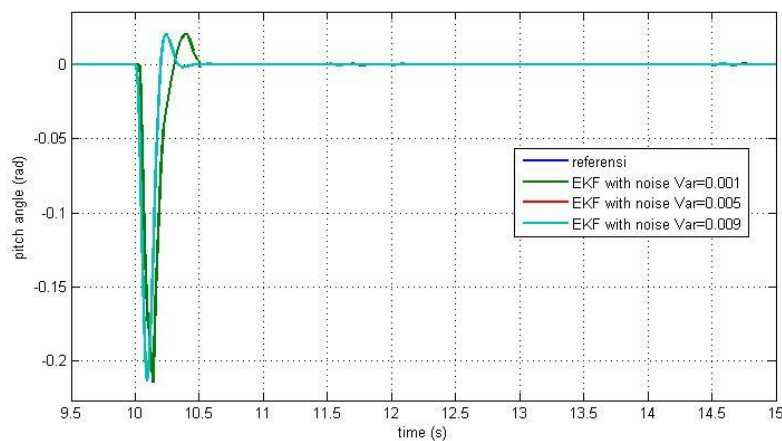
Gambar 4.10 (a) Perilaku Sudut *Roll*; (b) Perilaku Sudut *Pitch*; (c) Perilaku Sudut *Yaw*

4.5 Respon Sistem Berbasis Extended Kalman Fiter dengan noise

Jenis kesalahan sensor yang digunakan dalam simulasi adalah fungsi signal random dengan mean = 0 dan varian = (0.001; 0.005; 0.009). *Sample time noise* yang digunakan pada state roll dan pitch adalah tiap 0.5 detik. Hasil pengujian mengakibatkan posisi sudut Roll dan sudu Pitch mengalami gangguan. Pengaruh Noise tersebut dapat dilihat pada Gambar 4.11. Akibat dari noise pada state Roll dan Pitch menyebabkan tracking posisi baik untuk sumbu x, sumbu y dan sumbu z juga mengalami gangguan namun masih terkontrol, hal ini dapat dilihat pada Gambar 4.12. Terlihat bahwa posisi quadrotor dapat mengikuti referensi terhadap sumbu x dan sumbu y dengan baik.

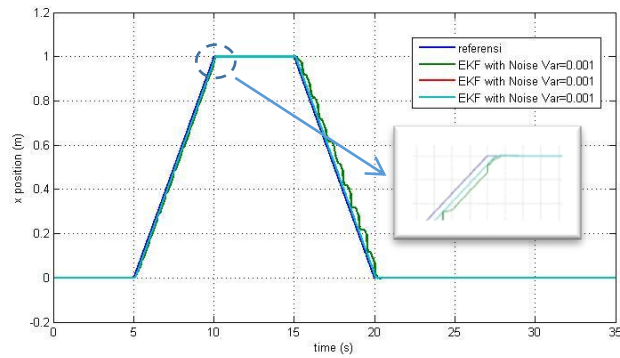


(a)

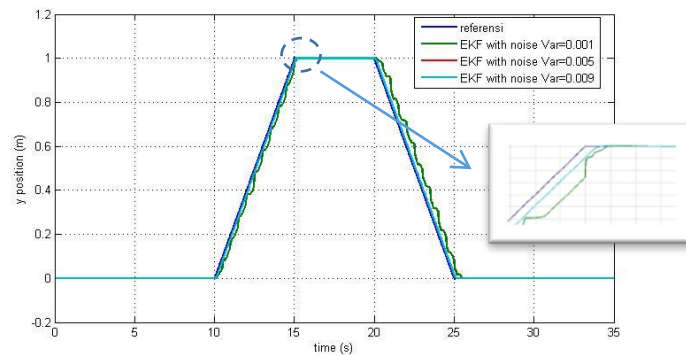


(b)

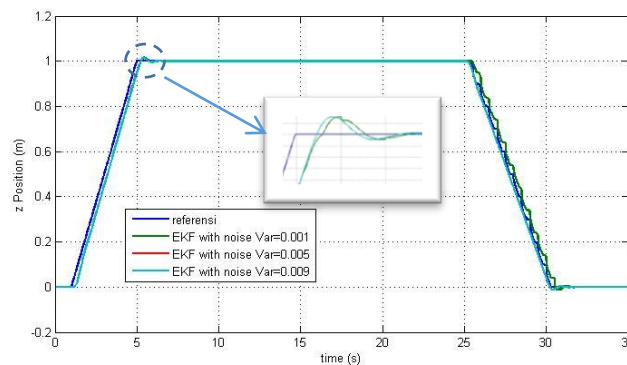
Gambar 4.11 (a) Perilaku Sudut Roll dengan Noise; (b) Perilaku Sudut Pitch dengan Noise



(a)



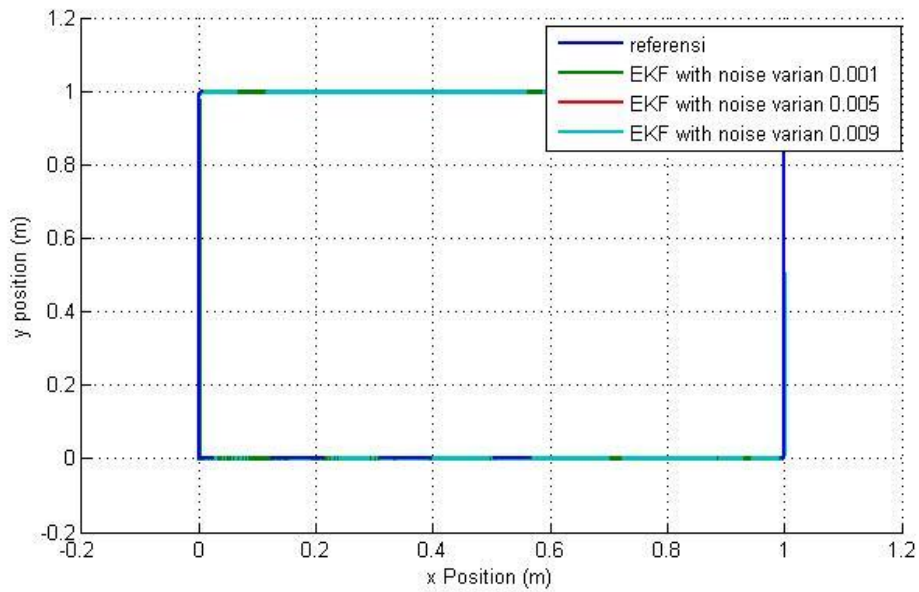
(b)



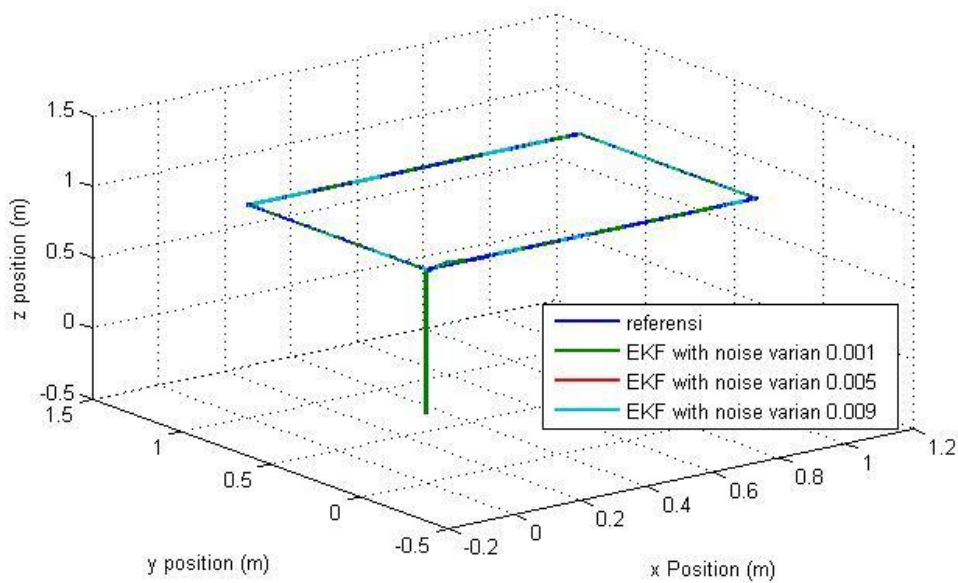
(c)

Gambar 4.12 Posisi *Quadrotor* dengan Variasi Noise; (a) Terhadap Sumbu-x; (b) Terhadap Sumbu-y; (c) Terhadap Sumbu z.

Penyajian *tracking* posisi quadrotor terhadap sumbu x dan terhadap sumbu y disajikan dalam 2 dimensi pada Gambar 4.13. Sedangkan penyajian dalam 3 dimensi dapat dilihat pada Gambar 4.14. dalam gambar 3D tersebut, *tracking* mengalami noise pengukuran dengan beragam varian (0.001;0.005;0.009).



Gambar 4.13 Tampilan Perilaku Terhadap Sumbu Y dan Sumbu X Dalam 2-D

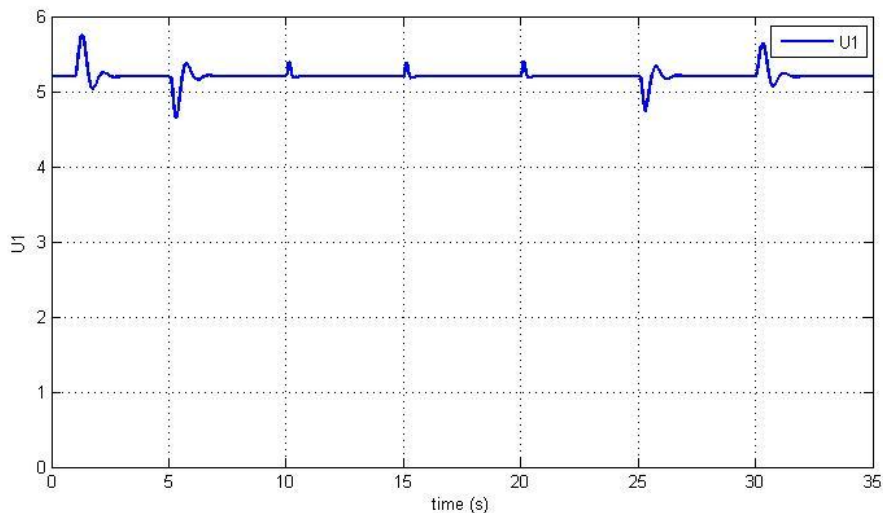


Gambar 4.14 Tampilan Perilaku terhadap Sumbu-x , Sumbu-y dan Sumbu-z dalam 3-D

4.6 Respon Parameter Ω dan U_1

Hasil respon dari parameter Ω *relative* stabil pada angka 0, hal ini menunjukkan bahwa gaya yang bekerja pada masing masing motor sama. Sedangkan U_1 stabil pada angka 5.202 sebanding dengan berat quadrotor yang memiliki massa = 0.530 kg dan percepatan gravitasi sebesar 9.816 m/s^2 .

Perubahan gaya angkat U_1 terjadi pada saat plant melakukan perubahan posisi baik untuk posisi x, posisi y ataupun posisi z. Pada detik ke-1 dan ke-31 terjadi peningkatan nilai sinyal U_1 karena adanya perubahan kecepatan yaitu pada perubahan posisi sumbu-z. Pada detik ke-5 dan ke-25 terjadi penurunan nilai sinyal U_1 karena adanya penurunan gaya angkat *quadrotor* karena *quadrotor* mencapai titik referensi. Sedangkan pada detik ke-10, detik ke -15 dan detik ke -20, terjadi perubahan nilai sinyal U_1 yang *relative* kecil karena pergerakan *quadrotor* terhadap sumbu-x dan sumbu-y untuk mempertahankan posisi terhadap sumbu-z. Perubahan tersebut dapat dilihat pada Gambar 4.13.



Gambar 4.15 Respon Sinyal U1

4.7 Perbandingan Root Mean Square error (RMSE)

Perhitungan dasar dalam memperoleh nilai RMSE adalah dengan menggunakan persamaan 4.1. Tabel 4.3 menunjukkan RMSE masing-masing state dari plant setelah diberikan noise dengan varian beragam. Error tersebut dihitung terhadap referensi yang diinginkan. RMSE pada sudut yaw selalu menunjukkan angka nol dikarenakan noise hanya diberikan pada sudut *Roll* dan sudut *Pitch*, sehingga tidak mempengaruhi sudut *Yaw*.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum e^2} \quad (4.1)$$

Tabel 4.3 RMSE State dengan Varian Berbeda

Varian	x	y	z	Roll	Pitch	Yaw
0	0.0055	0.0053	0.0091	2.3×10^{-5}	2.8×10^{-5}	0
0.001	0.0055	0.0053	0.0122	4.9×10^{-3}	4×10^{-5}	0
0.005	0.0056	0.0053	0.0123	1.1×10^{-2}	7×10^{-5}	0
0.009	0.0062	0.0062	0.123	1.5×10^{-2}	9×10^{-5}	0

Dari Tabel 4.3 menunjukkan bahwa EKF mereduksi noise dengan baik. Pada batas toleransi error yang diberikan sistem mampu mereduksi noise hingga varian 0.009. Penambahan estimator EKF membuat sistem semakin baik dalam melakukan tracking, Estimator EKF mampu mereduksi noise dengan varian 0.009 hingga 0.0062. Beragam varian noise diberikan untuk menunjukkan bahwa semakin besar varian error menghasilkan RMSE yang semakin besar.

Halaman ini sengaja dikosongkan

BAB 5

PENUTUP

5.1 KESIMPULAN

Mengadaptasi dari metode LQT dengan gain K konstan, telah dikembangkan metode NLQT (*Nonlinear quadratic tracking*) dengan mempertahankan nilai *Nonlinear* pada matrik B . Dalam mempertahankan nilai matriks B tersebut membuat nilai *gain* K berubah-ubah. Metode kontrol NLQT tersebut bekerja *relative* baik, Walaupun penggunaan metode tersebut hanya dilakukan pada sistem translasi, hasil simulasi dari sistem tersebut mampu mengikuti *track* yang diharapkan. Error rata-rata yang diperoleh dengan varian noise sebesar 0.009, yaitu hanya 0.0099 untuk gerak terhadap sumbu- x dan 0.0095 untuk gerak terhadap sumbu- y . Penambahan EKF sebagai estimator berpengaruh untuk mereduksi noise. Hal ini terlihat dari RMSE yang dihasilkan untuk noise dengan varian yang sama menjadi 0.0062 untuk gerak terhadap sumbu- x dan sumbu- y .

5.2 SARAN

Beberapa saran yang perlu diperhatikan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Penggunaan Metode NLQT bisa digunakan pula pada system rotasi
2. Uji coba pada gangguan eksternal belum dilakukan

Semoga penelitian selanjutnya dapat menjadikan penggunaan kontrol tersebut menjadi lebih baik.

Halaman ini sengaja dikosongkan

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Dupuls, Mark dkk., Design Optimization of A Quadrotor Capable of Autonomous Flight, *Project report*, Worcester Polytechnic Institute, 2008.
- [2] Moonumca, P. Yamamoto, Y.D epaiwa, N., Adaptive PID for Controlling a Quadrotor in Virtual Outdoor Scenario: Simulation Study, *IEEE. International Conference on Mechatronics and Automation*, pp.1080- 1086, 2013.
- [3] M. Fatan, B.L. Sefidgari & A.V. Barenji, An Adaptive Neuro PID for Controlling the Altitude of Quadcopter Robot, *IEEE International Conference on Methods & Models in Robotics and Automation*, pp. 662-665, 2013.
- [4] Panomrattananarug, Benjamas dkk, Attitude Control of a Quadrotor Aircraft Using LQR State Feedback controller with Full Order State Observer, *SICE Annual Conference*, 2013
- [5] Suicmez, Emre Can & KutayAli Turker, Optimal Path Tracking Control o Quadrotor UAV, *IEEE International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*, 2014
- [6] Wang Shaohua, Yang Ying, Quadrotor Aircraft Attitude Estimation and Control Based on Kalman Filter, *Proceedings of 31st Chinese Control Conference*, 2012
- [7] Lewis, F.L. & Syrmos, V.L., *Optimal Control* 2nd Edition, 1995.
- [8] Bresciani, T., Modelling, Identification and control of a Quadrotor Helicopter, Master Thesis, Lund University, 2008.
- [9] Ribeiro, M., Kalman and Extended Kalman Filters: Concept, Derivation and Properties, Instituto Superior Tecnico, 2004

Halaman ini sengaja dikosongkan

LAMPIRAN A

Perhitungan nilai gain K secara *offline* pada sistem translasi

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 \\ b \end{pmatrix}$$

$$C = (1 \quad 0)$$

Dengan memisalkan nilai

$$Q = q$$

$$R = r$$

$$S(t) \triangleq \begin{bmatrix} s_1 & s_2 \\ s_2 & s_3 \end{bmatrix}$$

Maka persamaan Riccati,

$$-\dot{S} = A^T S + SA - SBR^{-1}B^T S + C^T Q C, t \leq T$$

$$-\begin{bmatrix} \dot{s}_1 & \dot{s}_2 \\ \dot{s}_2 & \dot{s}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1 & s_2 \\ s_2 & s_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_1 & s_2 \\ s_2 & s_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ - \begin{bmatrix} s_1 & s_2 \\ s_2 & s_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix} [r]^{-1} [0 \quad b] \begin{bmatrix} s_1 & s_2 \\ s_2 & s_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} q [1 \quad 0]$$

$$-\begin{bmatrix} \dot{s}_1 & \dot{s}_2 \\ \dot{s}_2 & \dot{s}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ s_1 & s_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & s_1 \\ 0 & s_2 \end{bmatrix} - \frac{1}{r} \begin{bmatrix} bs_2 \\ bs_3 \end{bmatrix} [bs_2 \quad bs_3] + \begin{bmatrix} q & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$-\begin{bmatrix} \dot{s}_1 & \dot{s}_2 \\ \dot{s}_2 & \dot{s}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ s_1 & s_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & s_1 \\ 0 & s_2 \end{bmatrix} - \frac{1}{r} \begin{bmatrix} (bs_2)^2 & b^2 s_2 s_3 \\ b^2 s_2 s_3 & (bs_3)^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} q & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$-\begin{bmatrix} \dot{s}_1 & \dot{s}_2 \\ \dot{s}_2 & \dot{s}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{b^2 s_2^2}{r} + q & s_1 - \frac{b^2 s_2 s_3}{r} \\ s_1 - \frac{b^2 s_2 s_3}{r} & 2s_2 - \frac{b^2 s_3^2}{r} \end{bmatrix}$$

Sehingga persamaan aljabar riccati dari persamaan tersebut adalah

$$-\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{b^2 s_2^2}{r} + q & s_1 - \frac{b^2 s_2 s_3}{r} \\ s_1 - \frac{b^2 s_2 s_3}{r} & 2s_2 - \frac{b^2 s_3^2}{r} \end{bmatrix}$$

$$-\dot{s}_1 = -\frac{b^2 s_2^2}{r} + q = 0$$

$$-\dot{s}_2 = s_1 - \frac{b^2 s_2 s_3}{r} = 0$$

$$-\dot{s}_3 = 2s_2 - \frac{b^2 s_3^2}{r} = 0$$

$$s_2 = \frac{\sqrt{qr}}{b}$$

$$s_3 = \frac{\sqrt{2r s_2}}{b} = \frac{\sqrt{2r \frac{\sqrt{qr}}{b}}}{b} = \sqrt{\frac{2r \sqrt{qr}}{b^3}}$$

$$s_1 = \frac{b^2 s_2 s_3}{r} = \frac{\sqrt{qr \left(2r \frac{\sqrt{qr}}{b}\right)}}{r} = \sqrt{\frac{2q}{b}} \sqrt{qr}$$

$$s = \begin{bmatrix} s_1 & s_2 \\ s_2 & s_3 \end{bmatrix}$$

$$s = \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{2q}{b}} \sqrt{qr} & \frac{\sqrt{qr}}{b} \\ \frac{\sqrt{qr}}{b} & \sqrt{\frac{2r \sqrt{qr}}{b^3}} \end{bmatrix}$$

Diketahui bahwa persamaan gain K adalah $K(t) = R^{-1} B^T S(t)$, sehingga

$$K = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} 0 \\ b \end{pmatrix}^T \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{2q}{b}} \sqrt{qr} & \frac{\sqrt{qr}}{b} \\ \frac{\sqrt{qr}}{b} & \sqrt{\frac{2r \sqrt{qr}}{b^3}} \end{bmatrix}$$

$$K = \frac{1}{r} [0 \quad b] \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{2q}{b} \sqrt{qr}} & \frac{\sqrt{qr}}{b} \\ \frac{\sqrt{qr}}{b} & \sqrt{\frac{2r\sqrt{qr}}{b^3}} \end{bmatrix}$$

$$K = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} \sqrt{qr} & \sqrt{\frac{2r\sqrt{qr}}{b}} \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{q}{r}} & \sqrt{\frac{2}{b} \frac{q}{r}} \end{bmatrix}$$

Nilai persamaan gain K diatas digunakan untuk posisi masing masing sumbu quadrotor dengan mensubstitusi nilai B. Sehingga untuk masing masing sumbu nilai gain K dapat dinyatakan persamaan – persamaan dibawah ini :

1. Gain K pada sumbu x

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{u} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{u} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ (\cos \phi \cos \theta \cos \psi) \frac{U_1}{m} \end{pmatrix} \tilde{\theta}$$

$$b = (\cos \phi \cos \theta \cos \psi) \frac{U_1}{m}$$

$$K = \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{q}{r}} & \sqrt{\frac{2m}{(\cos \phi \cos \theta \cos \psi) U_1} \frac{q}{r}} \end{bmatrix}$$

2. Gain K pada sumbu y

$$\begin{pmatrix} \dot{y} \\ \dot{v} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{y} \\ \tilde{v} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ (-\cos \phi \cos \psi - \sin \phi \sin \theta \sin \psi) \frac{U_1}{m} \end{pmatrix} \tilde{\phi}$$

$$b = (-\cos \phi \cos \psi - \sin \phi \sin \theta \sin \psi) \frac{U_1}{m}$$

$$K = \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{q}{r}} & \sqrt{\frac{2m}{(-\cos \phi \cos \psi - \sin \phi \sin \theta \sin \psi) U_1} \frac{q}{r}} \end{bmatrix}$$

3. Gain K pada sumbu z

$$\begin{pmatrix} \dot{z} \\ \dot{w} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{z} \\ \tilde{w} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ (\cos \phi \cos \theta) \frac{1}{m} & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{U}_1 \\ g \end{pmatrix}$$

$$b = (\cos \phi \cos \theta) \frac{1}{m}$$

$$K = \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{q}{r}} & \sqrt{\frac{2m}{(\cos \phi \cos \theta)}} \sqrt{\frac{q}{r}} \end{bmatrix}$$

LAMPIRAN B

PENURUNAN FUNGSI INVERS

Dimisalkan

$$\ddot{x} = (\sin \phi \sin \psi + \cos \phi \sin \theta \cos \psi) \frac{U_1}{m} = u_x$$

$$\ddot{y} = (-\sin \phi \cos \psi + \cos \phi \sin \theta \sin \psi) \frac{U_1}{m} = v_x$$

B.1 Untuk Menghitung Input θ Digunakan Fungsi u_x

$$(\sin \phi \sin \psi + \cos \phi \sin \theta \cos \psi) \frac{U_1}{m} = u_x$$

$$(\sin \phi \sin \psi + \cos \phi \sin \theta \cos \psi) = \frac{m}{U_1} u_x$$

$$(\cos \phi \sin \theta \cos \psi) = \frac{m}{U_1} u_x - \sin \phi \sin \psi$$

$$\sin \theta = \frac{\frac{m}{U_1} u_x - \sin \phi \sin \psi}{\cos \phi \cos \psi}$$

$$\theta = \text{asin} \left(\frac{\frac{m}{U_1} u_x - \sin \phi \sin \psi}{\cos \phi \cos \psi} \right)$$

Sehingga nilai θ yang digunakan adalah

$$\theta = \text{asin} \left(\frac{\frac{m}{U_1} u_x - \sin \phi \sin \psi}{\cos \phi \cos \psi} \right)$$

B.2 Untuk Menghitung Input ϕ Digunakan Fungsi v_x

$$(-\sin \phi \cos \psi + \cos \phi \sin \theta \sin \psi) \frac{U_1}{m} = v_x$$

Misal $a = \cos \psi$ dan $b = \sin \theta \sin \psi$

$$(-a \sin \phi + b \cos \phi) \frac{U_1}{m} = v_x$$

\Rightarrow Misal $\cos \lambda = a$ dan $\sin \lambda = b$

\Rightarrow Maka $\tan \lambda = \frac{b}{a} \rightarrow \lambda = \text{atan} \frac{b}{a}$

$$(a \sin \phi - b \cos \phi) \frac{U_1}{m} = -v_x$$

$$(\sin \phi \cos \lambda - \cos \phi \sin \lambda) \frac{U_1}{m} = -v_x$$

$$\sin(\phi - \lambda) \frac{U_1}{m} = -v_x$$

$$\sin(\phi - \lambda) = -\frac{mv_x}{U_1}$$

$$(\phi - \lambda) = \text{asin}\left(-\frac{mv_x}{U_1}\right)$$

$$\phi = \text{asin}\left(-\frac{mv_x}{U_1}\right) + \lambda$$

$$\phi = \text{asin}\left(-\frac{mv_x}{U_1}\right) + \text{atan}\frac{b}{a}$$

$$\phi = \text{asin}\left(-\frac{mv_x}{U_1}\right) + \text{atan}\left(\frac{\sin \theta \sin \psi}{\cos \psi}\right)$$

Sehingga nilai θ yang digunakan adalah

$$\phi = \text{asin}\left(-\frac{mv_x}{U_1}\right) + \text{atan}\left(\frac{\sin \theta \sin \psi}{\cos \psi}\right)$$

LAMPIRAN C

LISTING PROGRAM M-file

```
clear
clc
global m g b d l A C Q R Qz Rz;
% inisialisasi parameter
ixx=6.228e-3;
iyy=6.228e-3;
izz=1.125e-2;
Jr=1.125e-7;
m=0.530;
g=9.816;
b=2.247e-6;
d=1.516e-7;
l=0.232;
% linierisasi matrik A,B dan C pada sistem rotasi
A=[0 1;
   0 0];
C=[1 0];
Ar=[0 0 0;
    0 0 0;
    0 0 0];
Br=[1/ixx 0 0;
    0 1/iyy 0;
    0 0 1/izz];
Cr=[1 0 0;
    0 1 0;
    0 0 1];
% pemberian nilai Q dan R untuk perhitungan LQT dan NLQT
Q=999;
R=0.1;
Qr=999*eye(3);
Rr=999*eye(3);
% penggunaan fungsi care untuk memperoleh gain K pada sistem rotasi
[Sz,e,Kr,yz]=care(Ar,Br,Cr'*Qr*Cr,Rr);
```

Halaman ini sengaja dikosongkan

LAMPIRAN D

```
function [RBtx, RBty, RBtz, ABKx, ABKy, ABKz, KtX, KtY, KtZ]=hitungBt(in)
rol=in(1);
pit=in(2);
yow=in(3);
Ust=in(4);
mq=in(5);

Qq=in(6);
Rq=in(7);

x1=in(8);
u1=in(9);
y1=in(10);
v1=in(11);
z1=in(12);
w1=in(13);

Qqz=999;
Rqz=0.1;
Aq=[0 1;0 0];
g=9.816;

Bx1=g*(cos(rol)*cos(pit)*cos(yow));
By1=-g*((cos(rol)*cos(yow))+(sin(rol)*sin(pit)*sin(yow)));
Bz1=(cos(rol)*cos(pit))/mq;

Btx=[0 g]';
Bty=[0 -g]';
Btz=[0 mq]';

Ktx=[sqrt(abs(Qq/Rq)) sqrt(abs(2/Bx1*sqrt(abs(Qq/Rq))))];
Kty=[-sqrt(abs(Qq/Rq)) -sqrt(abs(2/By1*sqrt(abs(Qq/Rq))))];
Ktz=[sqrt(abs(Qqz/Rqz)) sqrt(abs(2/Bz1*sqrt(abs(Qqz/Rqz))))];

RBtx=inv(Rq)*[0 Bx1]';
RBty=inv(Rq)*[0 By1]';
RBtz=inv(Rqz)*[0 mq]';

ABKx=(Aq-Btx*Ktx)';
ABKy=(Aq-Bty*Kty)';
ABKz=(Aq-Btz*Ktz)';

KtX=Ktx*[x1 u1]';
KtY=Kty*[y1 v1]';
KtZ=Ktz*[z1 w1]';

end
```

Halaman ini sengaja dikosongkan

LAMPIRAN E

```
function xhatout= ExtendedKF(input)
y=input(1);
u=input(2);

%Kalman
persistent S P xhat G H C Q R

if isempty(P)
xhat=[0 0]';
P=[0 0;0 0];

G =[ 0 1;
    0 0];
H = [0 1/6.228e-3]';

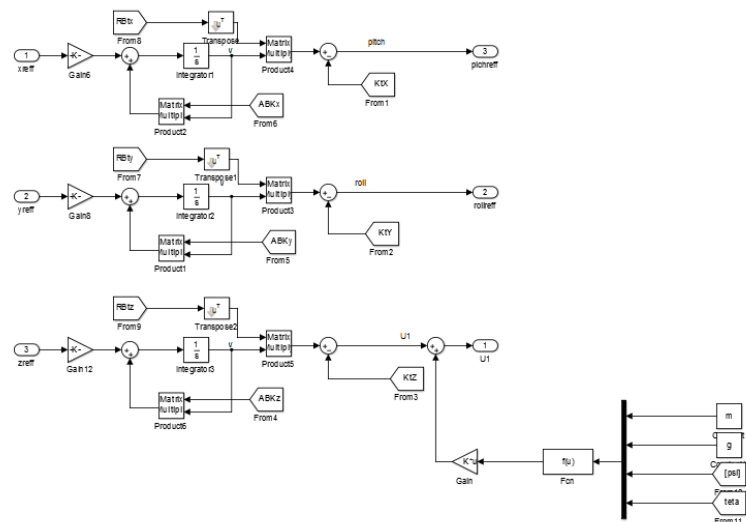
C=[1 0];
Q=110;
R=0.3;
end

%(a priori state)
xhat = G*xhat + H*u;
P = G*P*G'+Q;

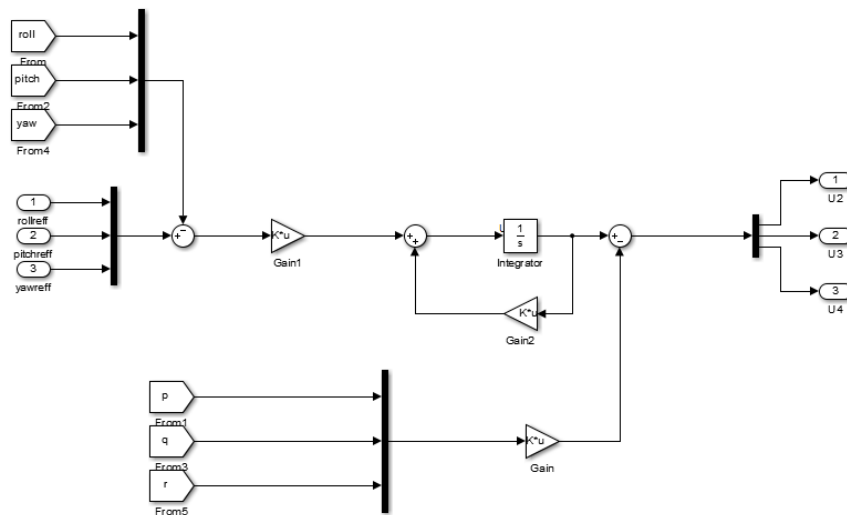
%Gain Kalman
K = P*C'*inv(C*P*C'+R);

%koreksi dan update
xhat = xhat + K*(y-C*xhat);
P = (eye(size(K,1))-K*C)*P;
S =xhat(1);
xhatout = S(1);
```

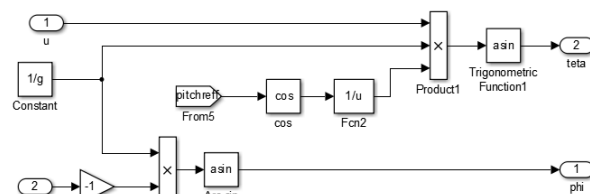
Halaman ini sengaja dikosongkan



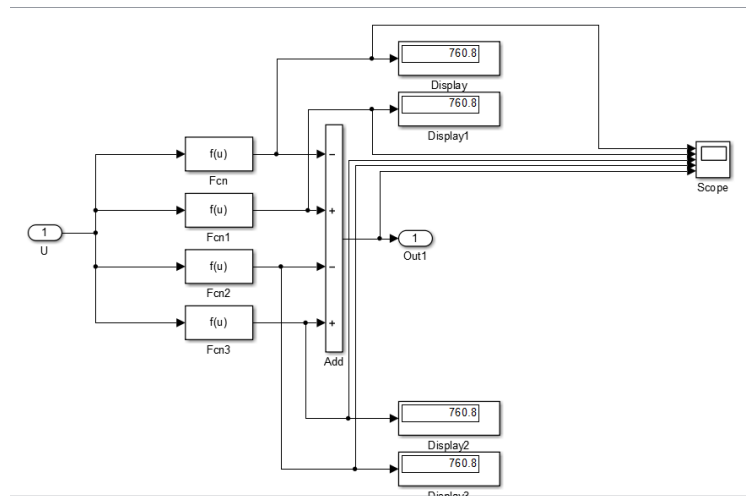
Gambar F.0.2 Diagram Blok Simulasi Simulink Matlab Kontrol NLQT pada Sistem Translasi



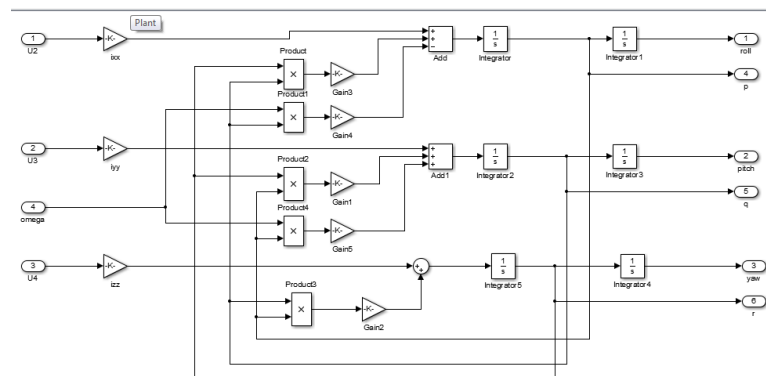
Gambar F.0.3 Diagram Blok Simulasi Simulink Matlab Kontrol LQT pada Sistem Rotasi



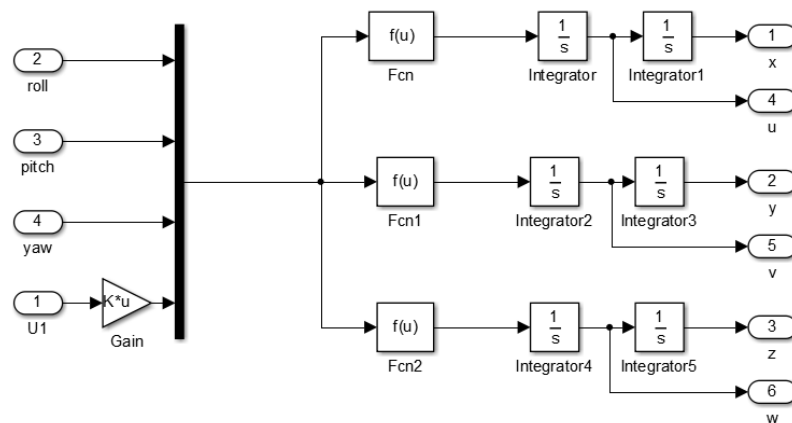
Gambar F.0.4 Diagram Blok Simulasi Simulink Matlab Input Nonlinear



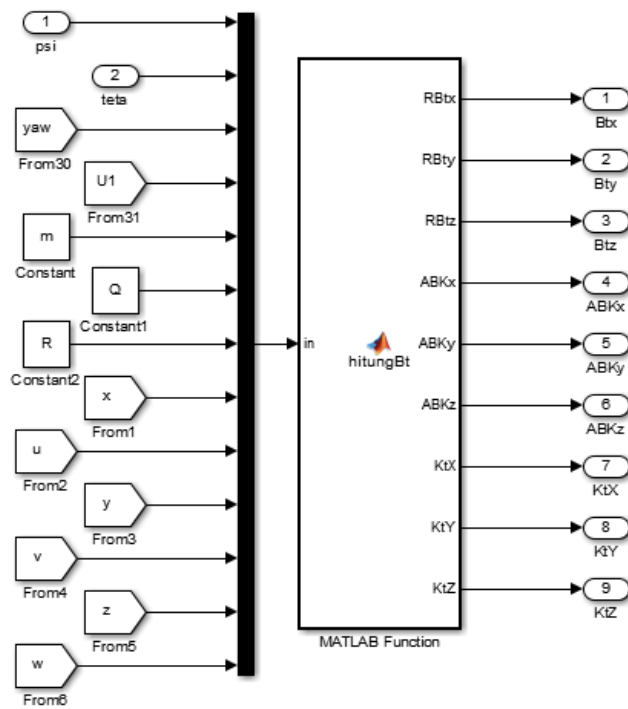
Gambar F.0.5 Diagram Blok Simulasi Simulink Matlab Simulasi Nilai Omega



Gambar F.0.6 Diagram Blok Simulasi Simulink Matlab Plant System Translasi



Gambar F.0.7 Diagram Blok Simulasi Simulink Matlab Plant System Rotasi



Gambar F.0.8 Diagram Blok Simulasi Simulink Matlab Perhitungan Nilai Gain K

RIWAYAT HIDUP



Mohammad Nur dilahirkan di Sampang pada tanggal 08 Mei 1986 merupakan putera kedua dari pasangan H. Achmad Muadi dan Hj. Hosniyah dan bertempat tinggal di dusun Tengginah desa Tambaan Kec Camplong Kab Sampang. Penulis menempuh Pendidikan Stara-1 di Perguruan Tinggi Institute Teknologi Sepuluh Nopember Jurusan Matematika FMIPA pada tahun 2004 dan dinyatakan lulus pada tahun 2008. Penulis kemudian Bekerja di Lembaga swasta selama beberapa tahun dan melanjutkan pendidikan tinggi Strata-2 di Jurusan Teknik Elektro-FTI Institute Teknologi Sepuluh Nopember pada tahun 2014 dan berhasil menyelesaikan pendidikan magisternya pada Maret 2017.

LEMBAR PENGESAHAN

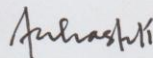
Tesis disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar
Magister Teknik (MT)
di
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

oleh:

Mohammad Nur
NRP. 2214202008

Tanggal Ujian : 5 Januari 2017
Periode Wisuda : Maret 2017

Disetujui oleh:

- 
1. Dr. Trihastuti Agustinah, ST.,MT (Pembimbing I)
NIP: 1968 0812 1994 0320 01
 2. Ir. Rusdhianto Effendi A.K.,MT (Pembimbing II)
NIP: 1957 0424 1985 0210 01
 3. Prof.Dr.Ir. Mohammad Nuh, DEA (Penguji I)
NIP: 1959 0617 1984 0310 02
 4. Prof.Dr.Ir. Achmad Jazidje, M.Eng (Penguji II)
NIP: 1959 0219 1986 1010 01
 5. Dr.Ir. Mochammad Rameli (Penguji III)
NIP: 1954 1227 1981 0310 02

an, Direktur Program Pascasarjana
Asisten Direktur

Direktur Program Pascasarjana



Prof. Dr. K. Te. Widjaja, M.Eng.
NIP. 19611021 198603 1 001

Prof.Ir. Djauhar Manfaat, M.Sc, Ph.D
NIP. 19601202 198701 1 001

Halaman ini sengaja dikosongkan