

ANALISIS METODE LINTASAN FEYNMAN PADA INTERFERENSI 1, 2 DAN 3 CELAH

Mahendra Satria Hadiningrat¹, Endarko¹, Bintoro Anang Subagyo¹

¹Jurusan Fisika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

Email : mahendrasatriahadiningrat@yahoo.com¹, endarko@gmail.com², b_anang@physics.its.ac.id³

Abstrak

Telah didapat solusi analitik interferensi 1, 2 dan 3 celah berdasar metode Integral Lintas Feynman dengan pendekatan difraksi Fresnel dan Fraunhofer. Penurunan formula tersebut sangat rumit, oleh karena itu, secara lebih sederhana diaplikasikan Pinsip aksi klasik sebagai dasar awal penurunan formula tersebut. Metode ini digunakan untuk menghitung probabilitas partikel elektron yang mungkin melewati 1, 2 dan 3 celah sebagai hasil dari pola interferensi yang terdeteksi pada layar dan direpresentasikan dalam grafik.

Kata kunci : Difraksi Fresnel dan Fraunhofer, Integral Lintas Feynman.

PENDAHULUAN

Thomas Young (1773-1829) menunjukkan eksperimen terkenalnya yaitu difraksi celah ganda menggunakan sumber sinar monokromatik, sinar tersebut masuk melalui 2 celah sempit dan diteruskan sampai ke layar. Eksperimen tersebut memperlihatkan pola interferensi (terang-gelap) pada layar. Efek interferensi ini dijelaskan dalam kerangka optika klasik melalui prinsip Huygens-Fresnel. Prinsip ini memberikan penjelasan detail tentang proses difraksi dimana tiap celah diterapkan penjaralan gelombang sferis. Diterapkan konsep mekanika kuantum untuk mendeskripsikan eksperimen ini, salah satunya adalah fenomena perjalanan partikel terhambur, misalnya elektron atau foton. Untuk tinjauan kuantum, yang terlintas adalah seberapa besar probabilitas partikel yang terhitung melalui 2 celah sebagai hasil dari pola interferensi yang terdeteksi pada layar. Dasar untuk menjawab pertanyaan tersebut adalah dengan metode lintasan Feynman (R.P. Feynman, 1963). Set eksperimen yang berhubungan dengan terhamburnya partikel adalah fenomena interferensi celah ganda seperti pada Gambar 1.

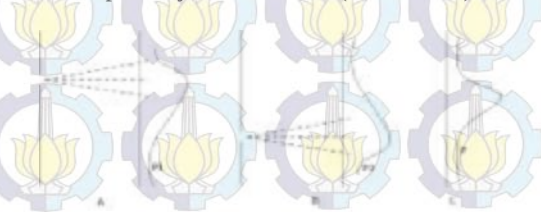


Gambar 1. Set eksperimen interferensi celah ganda

Partikel terhambur dari O sebelum mencapai detector di y yang bergerak sampai ke layar C, partikel bergerak melalui celai 1 dan 2 dengan asumsi sebagai berikut :

- Jika celah 2 ditutup, partikel hanya melewati celah 1 maka distribusi probabilitas partikel yang tercatat pada layar C adalah P_1 (Gambar 2A),

- Jika celah 1 ditutup, partikel hanya melewati celah 2, maka distribusi probabilitas partikel yang tercatat pada layar C adalah P_2 (Gambar 2B).



Gambar 2. Distribusi probabilitas kehadiran partikel di detektor y pada layar C

Dari pernyataan di atas bahwa jika celah 1 dan 2 dibuka maka distribusi probabilitas partikel pada layar C merupakan jumlahan $P = P_1 + P_2$ dan membentuk kurva seperti pada Gambar (2C).

Namun, kenyataan secara eksperimen yang teramati tidak demikian $P \neq P_1 + P_2$, melainkan terdapat fluktuasi dari distribusi partikel yang tertangkap di detektor pada layar C sesuai Gambar (1). Fenomena ini menunjukkan bahwa trayektori partikel dari sumber O menuju detektor mempunyai banyak (alternatif) lintasan seperti pada Gambar (4), bahkan ada yang bergerak zig-zag diantara layar A dan B sebelum mencapai layar C. Lintasan-lintasan inilah yang menggugah inspirasi Feynman untuk mempermudah formulasi pendahulunya dan bermakna lebih fisis. Konsep ini sangat menarik karena menganalisa alternatif lintasan/ perjalanan partikel yang mungkin dan distribusi probabilitas partikel sebagai pembentuk pola interferensi.

FORMULASI FEYNMAN

Integral Lintas Feynman adalah kerangka untuk memformulasikan teori kuantum. Teori Integral tersebut dikembangkan pertama kali oleh P.A.M Dirac (1933) dan R.P Feynman (1948). Integral lintas merupakan dasar untuk menjelaskan teori kuantum, perumusan terakhir integral lintas sangat sederhana namun proses penurunan

membutuhkan matematika rumit. Untuk menghindari permasalahan tersebut, diaplikasikan metode analisis fungsional karena kuantitas fundamental berdasarkan komutasi dari pada operator aljabar dan didasarkan pada Prinsip Aksi Klasik. Dari metode inilah aturan Feynman dapat disederhanakan dengan mudah.

Jika partikel berada di posisi x_a , waktu t_a dan di x_b , waktu $t_b > t_a$ diberikan prinsip Aksi melalui pendekatan klasik bernilai minimum

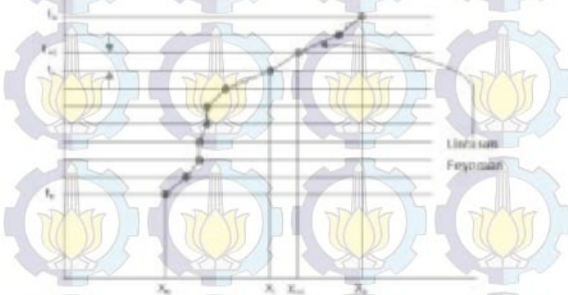
$$\frac{\delta}{\delta x(t)} S[x_b, t_b; x_a, t_a]_{\text{partikel}} = 0$$

Dimana

$$S[x_b, t_b; x_a, t_a] \equiv \int_{t_i}^{t_f} L[x(t), \dot{x}(t), t] dt$$

Konsep probabilitas dalam mekanika kuantum menggunakan prinsip superposisi, yang diartikan sebagai probabilitas total atau jumlahan semua probabilitas yang mungkin untuk tiap lintasan yang berbeda. Untuk tiap satu lintasan kecil $m-n$ berada diantara titik x_i dan x_{i+1} dengan interval waktu $\varepsilon = t_{i+1} - t_i$ (Gambar (3)), dimana proses ini dapat dilakukan dengan tak hingga/ alternatif lintasan yang mungkin, lintasan inilah yang menggugah inspirasi Feynman untuk menghitung formula integral lintas (Gambar (4)). Dari prinsip Aksi di atas, diberikan jumlahan dari tiap aksi (lintasan kecil $m-n$) untuk satu lintasan dari posisi x_a ke x_b (Gambar (3))

$$S[x_b, t_b; x_a, t_a] = \sum_i \left\{ \frac{m}{2} \frac{(x_{i+1} - x_i)^2}{\varepsilon} - \varepsilon V \left(\frac{x_{i+1} + x_i}{2} \right) \right\}$$

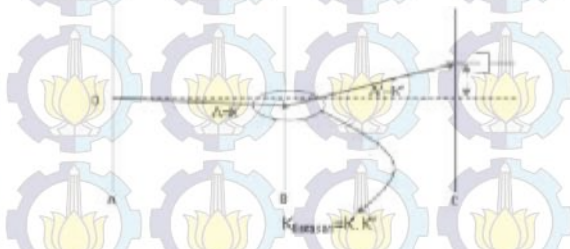


Gambar 3. Plot waktu terhadap posisi, integral lintasan partikel bergerak dari posisi x_a ke x_b , interval waktu dari t_a ke t_b dengan batasan waktu $\varepsilon \rightarrow 0$

Dari Gambar (3), seluruh alternatif lintasan dapat diartikan sebagai Amplitudo (Kernel (K)) untuk partikel yang bergerak dari posisi x_a waktu t_a ke posisi x_b waktu t_b atau perkalian amplitudo dari masing-masing lintasan $m-n$ diberikan

$$K \approx \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\text{const}} \int \dots \int e^{\frac{i}{\hbar} S[x(t)]} \frac{dx_1}{\text{const}} \dots \frac{dx_{n-1}}{\text{const}}$$

Untuk lebih mudah memahami formula di bawah ini secara riil, diberikan set eksperimen interferensi menggunakan 1 celah (Gambar (4)),



Gambar 4. Lintasan partikel pada eksperimen 1 celah

Dalam konsep mekanika kuantum, Amplitudo lintasan total untuk 1 celah sama dengan perkalian amplitudo (K) dan (K') diberikan

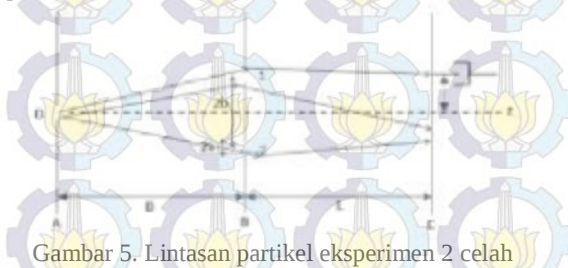
$$K[x_b, t_b; x_a, t_a] = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0, n \rightarrow \infty} \frac{1}{(2i\pi\hbar\varepsilon/m)^{1/2}} \int \frac{dx_1}{(2i\pi\hbar\varepsilon/m)^{1/2}} \int \frac{dx_2}{(2i\pi\hbar\varepsilon/m)^{1/2}} \exp\left(\frac{i}{\hbar} \frac{m(x_2 - x_1)^2}{2\varepsilon}\right)$$

DISTRIBUSI PROBABILITAS DALAM SUKU INTEGRAL FRESNEL

Dalam konsep mekanika kuantum, dikarenakan ukuran lintasan partikel tidak dapat diketahui secara pasti, dengan kata lain, tidak dapat diketahui ketika partikel bergerak melalui celah. Sangat mungkin partikel bergerak melalui celah dalam beberapa kali sebelum sampai di layar, dan probabilitasnya relatif kecil sehingga solusinya diberikan batasan jarak dari sumber ke celah dan dari celah ke layar pada set eksperimen (Gambar (5)) dengan jarak antar kedua celah $2b$ dan lebar kedua celah $2a$, partikel terhambur dari sumber ke celah selama waktu T dan dari celah ke layar selama waktu τ . Kemudian kita menghitung probabilitas amplitudo partikel dari sumber saat posisi awal $O = (x, y, z) = (0, 0, 0)$ dengan waktu $t = 0$ menuju ke layar dan saat di posisi akhir $(x, z = D+L)$ dengan waktu $T + \tau$, untuk posisi di titik pusat antar kedua celah $(w, z = D)$, $-b < w < b$ dengan waktu $t = T$. Pernyataan ini hanya bisa diasumsikan sesuai pandangan klasik. Kemudian diasumsikan panjang gelombang λ , dimana besarnya mendekati atau sama dengan panjang gelombang arah z , $\lambda_z = 2\pi\hbar/(mv_z)$ namun lebih kecil dibanding jarak $\lambda \ll D, L$.

Selanjutnya menghitung amplitudo transisi partikel bergerak dari titik $O = (x, y, z) = (0, 0, 0)$ saat waktu $t = 0$, melalui 2 celah di posisi $(w, z = D)$,

$-b < w < b$ saat waktu $t = T$ dan tiba (layar c) di posisi $(x, z = L + D)$ saat waktu $t = T + \tau$



Gambar 5. Lintasan partikel eksperimen 2 celah

Selanjutnya dihitung amplitudo $A_1(z)$, $A_2(z)$ yang keluar dari masing-masing celah 1 dan 2, kemudian 2 amplitudo tersebut ditambah untuk memperoleh amplitudo total $A(z)$ dan di modulus kuadratkan, didapatkan probabilitas

$$P(z) \equiv |A(z)|^2$$

Eksresi persamaan untuk $A_1(z)$ adalah

$$A_1(x; a, b) = \int_{-b}^b d\omega \frac{e^{i\frac{m(x-\omega)^2}{2\hbar\tau}}}{\sqrt{2i\pi\hbar\tau/m}} \frac{e^{i\frac{m\omega^2}{2\hbar T}}}{\sqrt{2i\pi\hbar T/m}}$$

Lebih lanjut disederhanakan,

$$A_1(x; a, b)$$

$$= \frac{e^{i\frac{mx^2}{2\hbar(T+\tau)}}}{\sqrt{(2i)^2\pi\hbar(T+\tau)/m}} \int_{\alpha_1(1)}^{\alpha_2(1)} d\omega' \exp\left(\frac{i\pi}{2}\omega'^2\right)$$

Kemudian didapatkan ekspresi analitik untuk amplitudo

$$A_1(x; a, b)$$

$$= \frac{e^{i\frac{mx^2}{2\hbar(T+\tau)}}}{\sqrt{(2i)^2\pi\hbar(T+\tau)/m}} \times \frac{(C[\alpha_+(x; a, b)] - C[\alpha_-(x; a, b)] + iS[\alpha_+(x; a, b)] - iS[\alpha_-(x; a, b)])}{\sqrt{(C[\alpha_+(x; a, b)] + C[\alpha_-(x; a, b)]^2 + [S[\alpha_+(x; a, b)] + S[\alpha_-(x; a, b)]^2}}$$

Sehingga didapatkan Distribusi probabilitas untuk 1 celah adalah

$$P(x; a)$$

$$= \frac{1}{2\lambda(L+D)}$$

$$\frac{(C[\alpha_+(x; a, b)] + C[\alpha_-(x; a, b)]^2 + [S[\alpha_+(x; a, b)] + S[\alpha_-(x; a, b)]^2]}{2\lambda(L+D)}$$

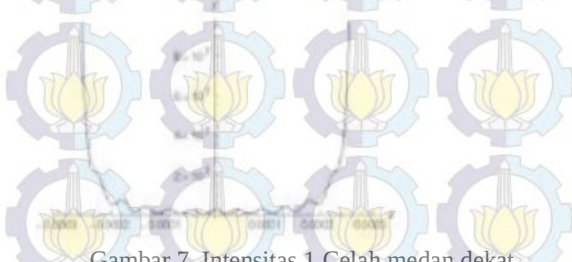
Kemudian menggunakan parameter $\eta = 1 + L/D$ dan $\gamma = \eta - 1$ maka diperoleh distribusi probabilitas untuk 1 celah dengan nilai N_F (medan jauh) = 0.01 (Gambar (6)), nilai N_F (medan dekat) = 10 (Gambar (7)).

$$P(x; a)$$

$$\approx \frac{2\gamma}{\pi^2\eta^2} \left(\frac{a^2}{\left(\frac{x^2}{\eta^2} - a^2\right)^2} + \frac{1}{\eta^2} - a^2 \sin^2\left(\pi N_F(a) \frac{x}{a}\right) \right)$$



Gambar 6. Intensitas 1 Celah medan jauh



Gambar 7. Intensitas 1 Celah medan dekat

PERUMUSAN INTERFERENSI DAN DIFRAKSI

- Dua dan Tiga Celah

Untuk formula probabilitas 2 celah dapat ditentukan

$$P^{2\text{celah}}(x; a, b) = P_1(x; a, b) + P_2(x; a, b) + I_{12}(x; a, b)$$

Dengan suku difraksi

$$P_{12}(x; a, b)$$

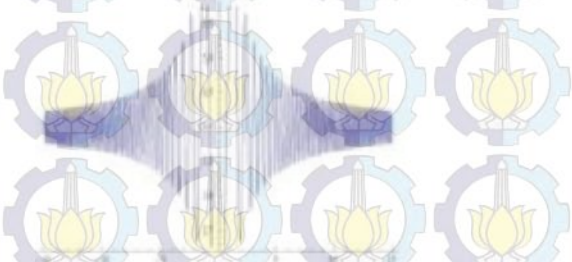
$$= \frac{\gamma}{2\lambda L \eta} \left([C(\alpha_+(x; a, b)) - C(\alpha_-(x; a, b))]^2 + [S(\alpha_+(x; a, b)) - S(\alpha_-(x; a, b))]^2 \right)$$

Dan suku interferensi

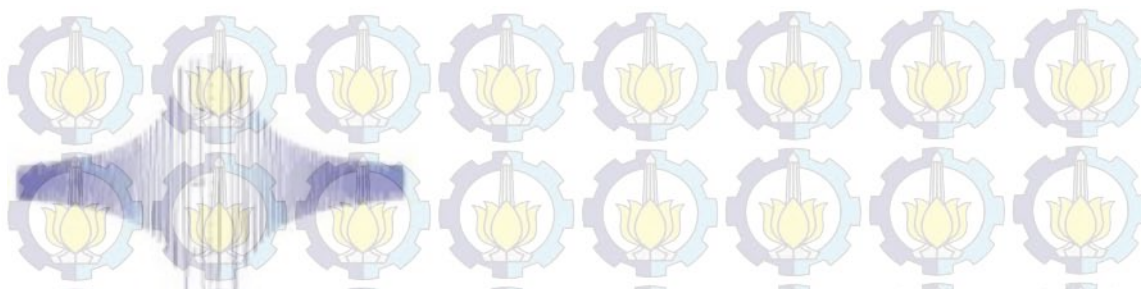
$$I_{12}(x; a, b)$$

$$= \frac{\gamma}{\lambda L \eta} \left([C(\alpha_+(x; a, b)) - C(\alpha_-(x; a, b))] [C(\alpha_+(x; a, b)) - C(\alpha_-(x; a, b))] + [S(\alpha_+(x; a, b)) - S(\alpha_-(x; a, b))] [S(\alpha_+(x; a, b)) - S(\alpha_-(x; a, b))] \right)$$

Kemudian diberikan plot Intensitas 2 celah (Gambar (8)). Dengan konsep sama, maka hasil yang diperoleh juga sama hanya berbeda konstanta (M. Beau, 2011).



Gambar 8. Intensitas 2 Celah



Gambar 9. Intensitas 3 Celah
Dengan cara yang sama, diberikan Distribusi Probabilitas untuk $N = 3$ celah (Gambar (9))

$$P = \frac{\gamma}{2\lambda L \eta} \left(\left[(C(\alpha_+) - C(\alpha_-))^2 + (S(\alpha_+) - S(\alpha_-))^2 \right]_1 \right. \\ \left. + \left[(C(\alpha_+) - C(\alpha_-))^2 + (S(\alpha_+) - S(\alpha_-))^2 \right]_2 \right. \\ \left. + \left[(C(\alpha_+) - C(\alpha_-))^2 + (S(\alpha_+) - S(\alpha_-))^2 \right]_3 \right. \\ \left. + 2 \left(\left[(C(\alpha_+) - C(\alpha_-))^2 + (S(\alpha_+) - S(\alpha_-))^2 \right]_2 \right) \right. \\ \left. + 2 \left(\left[(C(\alpha_+) - C(\alpha_-))^2 + (S(\alpha_+) - S(\alpha_-))^2 \right]_3 \right) \right. \\ \left. + 2 \left[(C(\alpha_+) - C(\alpha_-))^2 + (S(\alpha_+) - S(\alpha_-))^2 \right]_{23} \right)$$

UCAPAN TERIMA KASIH

Terima kasih kepada Bapak Ali Yunus Rohedi, MT., Bapak Endarko, Ph.D., dan Bapak Dr.rer.nat, Bintoro Anang Subagyo atas pembimbingan selama ini serta terima kasih atas koreksinya.

DAFTAR PUSTAKA

- Beau, M., Feynman Integral and one/two slits electrons diffraction : an analytic study, arXiv : 1110.2346v1, 2011
- Feynman, R.P., Hibbs, A.R., Quantum Mechanics and Path Integral, Addison-Wesley, Reading, MA, 1960
- Feynman, R.P., Leighton, R.B., Sands, M.L., The Feynman Lectures on Physics, Addison-Wesley, Reading, MA, 1963
- Rattazzi, R., The Path Integral approach to Quantum Mechanics, Lecture Notes IV, 2009
- Sawant, R., Samuel, J., Aninda Sinha., Supurna Sinha., Urbasi Sinha., Nonclassical Paths in Quantum Interference Experiments, Phys.Rev.Lett.113, 120406, 2014
- Yabuki, H., Feynman Path Integrals in the Young Double-Slit Experiment, Int. J. Theor. Phys 25:2, 159-174, 1986