

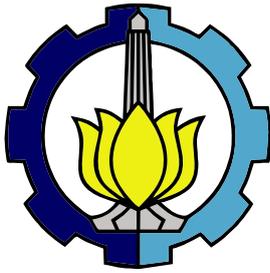
TESIS SS14-2501

**DIAGRAM KONTROL MULTIVARIAT *SHORT PRODUCTION RUN* UNTUK MEMANTAU VARIABILITAS DAN MEAN PROSES**

FATHUR RAHMAN  
NRP 1311201011

DOSEN PEMBIMBING  
Dr. MUHAMMAD MASHURI, M.T

PROGRAM MAGISTER  
JURUSAN STATISTIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER  
SURABAYA  
2017



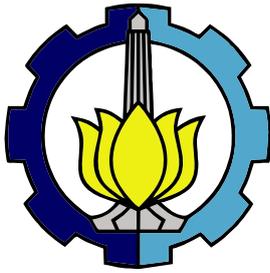
TESIS SS14-2501

**DIAGRAM KONTROL MULTIVARIAT *SHORT  
PRODUCTION RUN* UNTUK MEMANTAU  
VARIABILITAS DAN MEAN PROSES**

FATHUR RAHMAN  
NRP 1311201011

DOSEN PEMBIMBING  
Dr. MUHAMMAD MASHURI, M.T

PROGRAM MAGISTER  
JURUSAN STATISTIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER  
SURABAYA  
2017



TESIS SS14-2501

**MULTIVARIATE SHORT-RUN PRODUCTION  
CONTROL CHART FOR MONITORING  
VARIABILITY AND MEANS PROCESS**

FATHUR RAHMAN  
NRP 1311201011

SUPERVISOR  
Dr. MUHAMMAD MASHURI, M.T

MASTER PROGRAM  
DEPARTMENT OF STATISTICS  
FACULTY OF MATHEMATICS AND NATURAL SCIENCES  
INSTITUTE OF TECHNOLOGY SEPULUH NOPEMBER  
SURABAYA  
2017

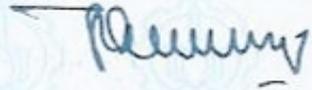
**DIAGRAM KONTROL MULTIVARIAT *SHORT*  
PRODUCTION RUN UNTUK MEMANTAU VARIABILITAS  
DAN MEAN PROSES**

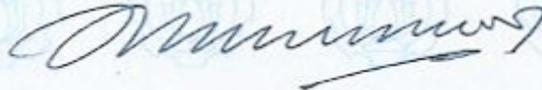
**Tesis ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar  
Magister Sains (M.Si)  
di  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember**

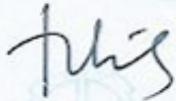
**Oleh :  
FATHUR RAHMAN  
NRP. 1311201011**

**Tanggal Ujian : 3 Oktober 2016  
Periode Wisuda : Maret 2017**

**Disetujui Oleh:.**

  
1. **Dr. Muhammad Mashuri, M.T.** (Pembimbing)  
NIP : 19620408 198701 1 001

  
2. **Dr. Wahyu Wibowo, M.Si.** (Penguji)  
NIP : 19740328 199802 1 001

  
3. **Dr. Irhamah, M.Si.** (Penguji)  
NIP : 19780406 200112 2 002

**an. Direktur Program Pascasarjana,  
Asisten Direktur**  
  
**Prof. Dr. Ir. Tri Widjaja, M.Eng.**  
NIP. 196110211986031001

# **DIAGRAM KONTROL MULTIVARIAT *SHORT PRODUCTION RUN* UNTUK MEMANTAU VARIABILITAS DAN MEAN PROSES**

Nama Mahasiswa : Fathur Rahman  
NRP : 1311201011  
Pembimbing : Dr. Muhammad Mashuri, M.T.

## **ABSTRAK**

Metode statistik proses kontrol untuk memantau proses jangka pendek (*short-run*) dengan mempertimbangkan pengukuran multivariat, atau metode diagram kontrol yang terbilang baru ini bisa juga disebut, diagram kontrol multivariat jangka pendek (*short-run control chart*) untuk memantau proses mean dan variabilitas. Untuk memantau mean proses pada diagram kontrol digunakan fungsi pengaruh mean dan matriks kovarian yang di harapkan dapat mendeteksi pergeseran kecil, dan untuk mengetahui pergeseran pada variabilitas proses maka digunakan komponen utama dan eigenvalue sebagai pengaruh fungsi. Teknik yang digunakan bersifat umum, dan pengaruh fungsi dapat digunakan untuk membangun diagram kontrol multivariat jangka pendek (*short-run*) baik untuk nilai nominal atau estimasi. Metode ini lebih lanjut diterapkan pada data pembuatan pipa bawah laut yang di produksi PT.KHI (*Krakatau Hoogeveen International*) pada periode 2014. Hasil dari penelitian menunjukan penggunaan diagram kontrol konvensional tidak dapat mendeteksi pergeseran variabilitas dan mean proses secara efektif, ini terbukti pada diagram kontrol  $T^2$  hanya dua pergeseran yang dapat dideteksi yaitu pada observasi ke 15 dan 21 sedangkan pada diagram kontrol variabel tidak terdapat satu pun pergeseran yang signifikan. Pada proses penerapan diagram kontrol *Short Production Run* pergeseran variabilitas dan mean proses dapat di deteksi dengan lebih maksimal, dimana digunakan fungsi pengaruh (*IF*) eigen value dan eigen vektor dari komponen utama (*principal component*) untuk mendeteksi pergeseran pada variabilitas proses dan diagram kontrol  $T^2$  berbasis fungsi pengaruh (*IF*) mean dan matriks kovarian dari komponen utama untuk mendeteksi pergeseran mean proses dimana dari masing-masing observasi dapat mendeteksi 3 pergeseran secara bersamaan yaitu pada observasi ke 15, 21 dan 24.

**Kata kunci** : *Statistik Proses Kontrol, Short Production Run, Eigenvalue, Eigen Vector, Pengaruh Fungsi, Komponen Utama*

# MULTIVARIATE SHORT-RUN PRODUCTION CONTROL CHART FOR MONITORING VARIABILITY AND MEANS PROCESS

Name : Fathur Rahman  
NRP : 1311201011  
Supervisor : Dr. Muhammad Mashuri, M.T.

## ABSTRACT

Statistical process control methods to monitor short-run production its considering by multivariate measurement, or the method is relatively new in control charts can also be called, multivariate control charts for short-run production to monitor the process mean and variability. To monitor the process mean control charts used influence function (*IF*) of mean and covariance matrix that is expected to detect small shifts, and to identify shifts in the variability of the process is used as the main component and eigenvalue influence function. The technique used is general, and the influence functions can be used to build multivariate control charts for both short-run nominal value or estimated. The methodology applied to the data creation subsea pipeline in the production PT.KHI (Krakatau Hoogeven International) in the 2014 period. A Results of the study showed the using conventional control charts can not detect a shift for variability and mean processes effectively, as is evident in the  $T^2$  control charts only two shifts that can be detected is the observation to 15 and 21 and on control charts for variables there are not any significant shifts can be detected, In the process of implementing the control charts for Short Production Run the shift of variability and mean the process can be detected with more leverage, which used influence functions (*IF*) of eigenvalue and eigen vectors of the principal component for detecting a shift. in process variability and control chart  $T^2$  based influence functions (*IF*) of mean and matrix covariance of the principal component to detect the mean shift of the process by which each can detect three shifts simultaneously, in the observation to 15, 21 and 24.

**keywords** : *Statistical Process Control, Short Run Production, Eigen value, Eigen vectors, Influence Function, statistik proses kontrol, Principal Component*

## KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan kehadiran Allah SWT karena atas limpahan rahmat, hidayah dan karunianya sehingga akhirnya penulis dapat menyelesaikan tesis dengan judul

### **“DIAGRAM KONTROL MULTIVARIAT *SHORT PRODUCTION RUN* UNTUK MEMANTAU MEAN DAN VARIABILITAS PROSES”**

Tesis ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar Magister Sains (M.Si.) dari Institut Teknologi Sepuluh November (ITS) Surabaya. Pada kesempatan ini penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada:

1. Ibu dan ayah, serta istri tercinta yang telah memberikan dukungan, doa, dan semangat tanpa lelah di setiap langkah penulis.
2. Bapak Dr. Muhammad Mashuri, M.T, selaku dosen pembimbing yang telah banyak memeberikan bimbingan dan arahan kepada penulis untuk dapat menyelesaikan tesis ini.
3. Bapak Dr. Wahyu Wibowo, M.Si dan Ibu Dr. Irhamah, M.Si selaku dosen penguji yang telah memberikan arahan dan masukan kepada penulis.
4. Bapak Heri Kuswanto, Dr.rer.pol. selaku ketua prodi pasca sarjana statistika, dan bapak Dr. Suhartono. M.Sc, selaku ketua jurusan statistika dan dosen wali penulis.
5. Gangga, Gazali, Vendy dan rekan-rekan lain seperjuangan mahasiswa Megister Statistika angkatan 2011, dan semua pihak yang telah bnayak membantu penulis yang tidak dapat di sebutkan satu-persatu.

Akhirnya penulis berharap semoga tesis ini dapat memberikan manfaat dan sumbangan untuk menambah wawasan keilmuan bagi pembaca.

Surabaya, Januari 2017

Fathur Rahman

## DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL .....	i
LEMBAR PENGESAHAN .....	iii
ABSTRAK .....	iv
ABSTRACT .....	v
KATA PENGANTAR .....	vi
DAFTAR ISI .....	vii
DAFTAR TABEL .....	ix
DAFTAR GAMBAR.....	x
DAFTAR LAMPIRAN .....	xi
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Rumusan Masalah .....	3
1.3 Tujuan Penelitian.....	3
1.4 Manfaat Penelitian.....	3
1.5 Batasan Masalah.....	4
BAB II TINJUAN PUSTAKA.....	5
2.1 Profil PT.KHI.....	5
2.2 Statistik Proses Kontrol.....	5
2.3 Diagram kontrol Multivariate.....	6
2.4 Proses Kontrol <i>Short Production Run</i> .....	7
2.4.1 Diagram Kontrol Q.....	7
2.4.2 Diagram Kontrol Berbasis Fungsi Pengaruh ( <i>IF</i> ).....	8
2.5 Fungsi Pengaruh atau <i>Influence Function (IF)</i> .....	8
2.5.1 Fungsi Pengaruh Mean dan Matriks Kovarian.....	10
2.5.2 Fungsi Pengaruh Eigen value dan Eigen vector.....	12
2.6 Kompenen Utama ( <i>Principal Component</i> ).....	12
2.7 Fungsi Pengaruh ( <i>IF</i> ) dan Komponen Utama ( <i>PC</i> ).....	15
2.8 Diagram Kontrol Short Run Berbasis Fungsi Pengaruh Untuk Memantau Variabilitas proses.....	16
2.9 Diagram Kontrol Short Run $T^2$ Berbasis Fungsi Pengaruh Untuk Memantau Mean proses.....	17
2.10 Standarisasi Diagram Kontrol <i>Short Run</i> .....	18

BAB III METODELOGI PENELITIAN.....	20
3.1 Alat dan Bahan Penelitian.....	20
3.2 Sumber Data.....	20
3.3 Teknik Pengambilan Sampel. ....	20
3.4 Metode Penelitian.....	21
BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN.....	24
4.1 Konsep Diagram Kontrol <i>Short Run</i> Berbasis Fungsi Pengaruh Untuk Memantau Variabilitas proses. ....	24
4.2 Konsep Diagram Kontrol <i>Short Run T<sup>2</sup></i> Berbasis Fungsi Pengaruh Untuk Memantau Mean proses.....	26
4.3 Penerapan Diagram Kontrol <i>Short Run</i> Pada proses produksi Pipa Baja.....	27
4.3.1 Diagram kontrol <i>Short Run</i> Untuk Variabilitas Proses.....	28
4.3.2 Diagram kontrol <i>Short Run T<sup>2</sup></i> untuk Mean Proses.....	31
4.4 Diagram Kontrol <i>Short Run</i> Berbasis Fungsi Pengaruh.....	33
4.4.1 Diagram Kontrol <i>Short Run</i> Berbasis Fungsi Pengaruh Untuk Pemantauan Variabilitas Proses.....	35
4.4.2 Diagram Kontrol <i>Short Run T<sup>2</sup></i> Berbasis Fungsi Pengaruh Untuk Pemantauan Mean Proses.....	40
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN .....	44
5.1 Kesimpulan. ....	44
5.2 Saran.....	45
DAFTAR PUSTAKA.....	46
DAFTAR LAMPIRAN.....	48

## DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 4.1 Batas kontrol tanpa menggunakan fungsi pengaruh .....	29
Tabel 4.2 data yang telah di transformasi .....	35
Tabel 4.3 Eigenvalue untuk masing-masing variabel.....	36
Tabel 4.4 Data dengan menggunakan fungsi pengaruh.....	37
Tabel 4.5 Batas kontrol dengan menggunakan fungsi pengaruh .....	38

## DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 4.1 Diagram kontrol shewhart untuk variabel $X_1$ ( <i>Socket External Diameter</i> ) .....	29
Gambar 4.2 Diagram kontrol shewhart untuk variabel $X_2$ ( <i>Barel External Diameter</i> ) .....	30
Gambar 4.3 Diagram kontrol shewhart untuk variabel $X_3$ ( <i>Barel Internal Diameter</i> ) .....	30
Gambar 4.4 Diagram kontrol shewhart untuk variabel $X_4$ ( <i>Overall length</i> ).....	30
Gambar 4.5 Diagram kontrol shewhart didasarkan pada statistik $T^2$ yang digunakan untuk memantau mean proses. ....	33
Gambar 4.6 Diagram kontrol short run untuk variabilitas proses berbasis fungsi pengaruh eigenvalue pertama .....	39
Gambar 4.7 Diagram kontrol short run untuk variabilitas proses berbasis fungsi pengaruh eigenvalue kedua.....	39
Gambar 4.8 Diagram kontrol short run untuk variabilitas proses berbasis fungsi pengaruh eigenvalue ketiga .....	39
Gambar 4.9 Diagram kontrol short run untuk variabilitas proses berbasis fungsi pengaruh eigenvalue keempat.....	40
Gambar 4.10 Diagram kontrol short run berdasarkan $T^2$ berbasis fungsi pengaruh yang digunakan untuk memantau mean proses.....	42

## DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
Lampiran A. Data penelitian .....	48
Lampiran B. Data Transformasi Komponen Utama .....	49
Lampiran C. Data Transformasi Fungsi Pengaruh .....	50
Lampiran D. Tabel Distribusi F .....	51

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Statistik proses kontrol (SPK) merupakan suatu metode untuk mengendalikan kualitas yang dapat memberikan gambaran tentang proses yang sedang berjalan dengan mengambil sample untuk dianalisa dengan menggunakan teknik statistik, sehingga variabilitas dalam proses dapat dikurangi, tujuannya adalah untuk mendeteksi secara cepat kehadiran penyebab kasus dari pergeseran suatu proses sehingga dapat dilakukan perbaikan terhadap proses tersebut sebelum terlalu banyak proses yang tidak sesuai dengan standar berjalan (Bower, K. M. n.d.). Dengan adanya statistik proses kontrol (SPK) pada suatu industri maka pengambilan keputusan dapat diketahui, dimana hal ini menjadi dasar mengenai perlu atau tidaknya melakukan perubahan pada proses produksi agar dapat menghasilkan produk yang sesuai dengan standar yang ditentukan oleh suatu industri tersebut. Untuk sementara teknik ini sangat cocok untuk digunakan pada industri produksi misal jangka panjang (*Long Production Run*), sedangkan untuk produksi dengan kapasitas terbatas kegunaannya masih memerlukan kajian yang lebih mendalam.

Metode yang sering digunakan untuk mengetahui sumber variansi dari proses adalah diagram kontrol (*Control Chart*) dan Analisis Kapabilitas Proses (*Process Capability Analysis*). Diagram kontrol pertama kali dikenalkan oleh Dr. Walter Andrew Shewart dari Bell Telephone Laboratories Amerika Serikat pada tahun 1924 dengan maksud untuk menghilangkan variansi tidak normal melalui pemisahan variansi yang disebabkan oleh Penyebab Khusus dan variansi yang disebabkan oleh penyebab umum (Davis R.Bothe 1988). Pada dasarnya semua proses menampilkan variansi namun manajemen harus mampu mengendalikan proses dengan cara menghilangkan variansi penyebab khusus dari sebuah proses, sehingga variansi yang melekat pada proses hanya disebabkan oleh variansi penyebab umum.

Diagram kontrol *short production run* adalah diagram kontrol yang di gunakan pada proses produksi dengan jumlah yang sangat sedikit dan hanya dilakukan pada saat itu saja, dimana pengumpulan data pada produksi sebelumnya tidak

memungkinkan untuk dilakukan, sehingga tidak cukup data untuk membangun diagram kontrol konvensional (Davis R.Bothe 1988). Dalam proses produksi jangka pendek (*short production run*) sangat tidak dimungkinkan untuk menerapkan teknik diagram kontrol standard, atau yang biasa dilakukan pada proses produksi jangka panjang, karena keterbatasan jumlah data yang ada. Alasan perusahaan manufaktur untuk menggunakan sistem fleksibilitas tinggi atau proses produksi yang bisa berubah setiap saat adalah, dimana mereka membuat spesifikasi khusus yang dipesan oleh pelanggan sehingga menghasilkan spesifikasi yang tidak sama dengan spesifikasi yang umum yang biasa dilakukan pada produksi massal.

PT.KHI (*PT. Krakatau Hoogovens International*), adalah industri yang bergerak dibidang pembuatan pipa baja, dimana mereka memproduksi berbagai tipe pipa baja, dimana beberapa tipe pipa tersebut mempunyai keunggulannya masing-masing. Seiring perkembangannya jenis pemesanan pipa oleh pelanggan semakin bervariasi dengan spesifikasi tertentu sesuai dengan kebutuhannya masing-masing, salah satunya adalah pembuatan pipa baja untuk areal bawah laut, dimana jenis pipa yang biasanya dipesan untuk spesifikasi ini adalah pipa jenis *API 5L-X65* dimana pipa jenis ini terbuat dari campuran baja karbon yang dicetak langsung hingga membentuk pipa tanpa harus melalui proses welding atau penyambungan. Hal ini menimbulkan beberapa kendala dalam pengontrolan jika jumlah yang diproduksi hanya sedikit. Kendala yang sering dihadapi oleh PT.KHI (*PT. Krakatau Hoogovens International*) dalam mengontrol kualitas produk mereka adalah kurangnya data yang diperlukan untuk pengendalian mutu produk untuk proses pembuatan pipa yang dilakukan berdasarkan order konsumen sehingga dibutuhkan penerapan yang efisien untuk proses produksi jangka pendek (*short production run*).

Selanjutnya dalam tulisan ini peneliti akan membahas konsep diagram kontrol multivariate (*short production run*) untuk memantau mean dan variabilitas proses dengan memanfaatkan fungsi pengaruh dari komponen utama dan eigenvalue, dimana konsep tersebut akan diterapkan pada proses produksi pipa jenis *API 5L-X65* oleh PT.KHI (*PT. Krakatau Hoogovens International*), dimana variabel pengukuran yang akan digunakan dalam penelitian ini adalah (X1) *Socket External Diameter*, (X2) *Barel External Diameter*, (X3) *Barel Internal Diameter*, (X4) *Overall length*.

Penelitian terkait yang mencakup diagram kontrol *Short run* pernah dibahas sebelumnya oleh Fangyi He, Wei Jiang dan Lianjie Shu (2008) Meningkatkan kinerja *Self-Starting* diagram kontrol untuk *Short run*, Matthew E. Elam, Kenneth E. Case, dan Jong-Min Kim (2003) diagram kontrol *short run*  $\bar{X}v$  dan  $\bar{X}s$ , Chui Hengjian and Chan Laikow (2007) yang membahas tentang aplikasi diagram kontrol pada proses *short production run*, dan Michael B. C. Khoo dan Nor Hafizah Bt. Moslim (2010) yang membahas tentang studi di diagram kontrol Q untuk *short production run*. L. Jaupi et.al (2013) Diagram kontrol *Short-run* Multivariate pada mean dan variabilitas proses.

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah dijelaskan sebelumnya maka permasalahan yang dapat diangkat dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana konsep diagram kontrol multivariate *short production run* dengan memantau mean dan variabilitas proses?
2. Bagaimana penerapan diagram kontrol multivariat *short production run* pada proses produksi pipa jenis *API 5L-X65* dengan memantau mean dan variabilitas proses?

## 1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah

1. Mendeskripsikan konsep diagram kontrol multivariate untuk *short production run* dalam memantau mean dan variabilitas proses.
2. Menerapkan diagram kontrol multivariat *short production run* pada proses produksi pipa jenis *API 5L-X65* dengan memantau mean dan variabilitas proses.

## 1.4 Manfaat Penelitian

Hasil dari penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat, antara lain: menambah wawasan dalam pengembangan diagram kontrol, terutama mengenai metode yang berkaitan dengan *short production run*. Dan menambah pengetahuan tentang aplikasi diagram kontrol, yang berbasis *short production run*.

### **1.5 Batasan Masalah**

Penelitian yang dilakukan ini menggunakan pendekatan diagram kontrol Multivariat *Short Production Run* dengan memantau mean dan variabilitas proses. Sedangkan pengaplikasian dari penelitian ini hanya dibatasi pada data pengontrolan proses produksi pipa jenis *API 5L-X65* oleh PT KHI (*PT. Krakatau Hoogovens International*).

## **BAB II**

### **TINJUAN PUSTAKA**

#### **2.1 Profil PT.KHI**

PT. KHI Pipe Industries (*PT. Krakatau Hoogovens International*) adalah perusahaan yang mengkhususkan diri dalam pembuatan pipa baja sejak tahun 1972 sebagai anak perusahaan dari PT Krakatau Steel. PT.KHI terletak 100 km barat Jakarta dan di samping pelabuhan cigading (dimiliki dan dioperasikan oleh Krakatau Steel Group) - port terdalam di pulau, yang berfungsi sebagai pintu gerbang Indonesia ke industri internasional dan menawarkan solusi untuk berbagai jenis pipa baja lengkap untuk logistik regional dan menuntut produk dengan kualitas yang tinggi dan pelayanan terbaik. Pengalaman PT.KHI yang lebih dari 40 tahun dalam pembuatan pipa, dengan sertifikasi API 5L telah mengumpulkan pengalaman yang luas dari proyek domestik dan internasional. Dalam mengejar kesempurnaan di berbagai produk, PT.KHI Pipe Industries menerapkan sistem paling ketat manajemen mutu (ISO 9001: 2008).

#### **2.2 Statistik Proses Kontrol**

Dr.Walter Shewhart memperkenalkan konsep statistik proses kontrol (SPK) dan diagram kontrol khusus pada tahun 1931, sebagai sarana pemantauan proses industri dan pengendalian kualitas produk yang diproduksi. Alat statistik lainnya telah terbukti berguna dalam banyak industri. Terlepas dari sifat dan keadaan proses industri, setiap karakteristik produk terukur dari suatu proses atau produk manufaktur akan menunjukkan sejumlah variabilitas. Dalam statistik proses kontrol SPK, perbedaan sering terjadi antara dua jenis variabilitas antara lain adalah: 1. Karena penyebab umum dan lainnya yang dihasilkan dari penyebab khusus, Contoh penyebab umum adalah pengoperasian mesin, persiapan metode, sistem pengukuran dan kondisi lapangan. 2. Variabilitas proses, karena faktor ini adalah salah satu non-kontrol dan tidak dapat dikurangi atau dihilangkan secara ekonomi. Sehingga penyebab khusus dapat ditimbulkan oleh kegagalan mesin, pemakaian alat, bahan baku rusak dan kesalahan operator yang dapat dicegah atau setidaknya diperbaiki atau dikendalikan.

Tujuan utama dari statistik proses kontrol (SPK) adalah untuk membantu mendeteksi keberadaan sumber-sumber asing dari variabilitas sehingga tindakan korektif dapat diambil tepat waktu. Dengan cara ini, diharapkan proses produksi akan

mampu memenuhi spesifikasi produk yang diberikan secara konsisten dan ekonomis. Setelah penyebab umum atau variabilitas diketahui, diagram kontrol dapat digunakan untuk mengetahui kapan dan apakah penyebab khusus tersebut mempengaruhi proses yang sedang berjalan atau tidak. Sebuah proses dikatakan dalam keadaan kontrol statistik (*in control*) jika ia bebas dari pengaruh faktor-faktor tersebut. Jika tidak, maka proses tersebut dikatakan berada di luar kendali (*out of control*). Secara statistik, ini berarti dalam pengaplikasiannya proses kontrol variabel memiliki distribusi konstan. Namun secara umum dianggap mencukupi untuk memenuhi parameter proses seperti mean  $\mu$ , dan standar deviasi  $\sigma$ , untuk tetap konstan.

### **2.3 Diagram Kontrol Multivariat**

Terdapat 7 metode dalam sataistik proses kontrol, yaitu metode histogram, diagram sebab akibat, diagram pareto, *check sheets*, diagram konsentrasi cacat, diagram pencar dan diagram kontrol. Dari ketujuh metode yang telah di sebutkan, yang sering digunakan adalah diagram kontrol. Diagram kontrol merupakan salah satu metode dalam statistik proses kontrol (SPK) yang berbentuk grafik dan berfungsi untuk mengendalikan suatu karakteristik kualitas dari suatu produk dalam suatu proses produksi. Diagram kontrol pertama kali diperkenalkan oleh Dr. Walter Andrew Shewhart pada tahun 1924 yang membuat suatu metode untuk membedakan variansi penyebab umum dan variansi penyebab khusus, yang dikenal sebagai diagram kontrol.

Menurut karakteristik kualitas yang diamati, diagram kontrol dibagi menjadi dua, yaitu diagram kontrol univariat yang digunakan dalam mengontrol proses dengan satu karakteristik kualitas dan diagram kontrol multivariat yang digunakan dengan lebih dari satu karakteristik kualitas, dimana antar variabelnya saling berkorelasi. Karena dalam kasus yang nyata kualitas suatu item sangat bergantung pada beberap karakteristik kualitas, dimana karakteristik kualitasnya saling berkorelasi. Sehingga diagram kontrol yang tepat digunakan adalah diagram kontrol multivariat.

Diagram kontrol multivariat pertama diperkenalkan oleh Hotelling pada tahun 1947. Hotelling memperkenalkan metode statistik yang menggambarkan pengamatan multivariat yang disebut dengan  $T^2$  Hotelling. Pada umumnya, diagram kontrol multivariat terdiri dari garis *Upper Control Limit* (UCL) dan garis *Lower Control Limit* (LCL). Proses dikatakan tidak terkontrol jika nilai statistiknya berada di atas

UCL atau dibawah LCL. Dalam statistik proses kontrol (SPK), perkembangan diagram kontrol multivariat digunakan untuk pengontrolan mean proses dan untuk variabilitas proses, baik pada pengamatan subgrup maupun individual. Pengontrolan variabilitas proses (proses dispersi) pada kasus multivariat untuk pengamatan subgrup pada akhir-akhir ini berkembang pesat. Beberapa diagram kontrol multivariat yang digunakan untuk mengontrol mean dan variabilitas proses antara lain metode Kuantisasi statistik proses kontrol pada diagram kontrol Q (James McNames, William Evans, David Abercrombie 2001), diagram kontrol Short-run Multivariate pada proses mean dan variabilitas. (L. Jaupi et.al 2013).

#### **2.4 Proses Kontrol *Short Production Run***

Proses kontrol *short production run* adalah proses dimana jumlah produksi yang berjalan sangat sedikit dan hanya dilakukan pada saat itu saja, dimana pengumpulan data pada produksi sebelumnya tidak memungkinkan untuk dilakukan, sehingga tidak cukup data untuk membangun diagram kontrol konvensional (Davis R.Bothe 1988). Ada beberapa diagram kontrol yang di gunakan untuk proses *short production run* diantaranya adalah diagram kontrol Q dan diagram kontrol berbasis fungsi pengaruh atau *Influence Function (IF)*.

##### **2.4.1 Diagram kontrol Q**

Diagram kontrol Q pertama kali diperkenalkan oleh (Quesenberry .1991) Dalam kasus pengukuran normal, statistik Q mirip dengan perkiraan sampel kecil pada z-skor, dimana di asumsikan pengukuran sebelum kuantisasi adalah  $v_1, v_2, \dots, v_n$  ketika mean dan varians tidak diketahui dengan mengikuti distribusi normal, dimana metode ini dilakukan dengan cara memplot semua statistik Q pada diagram kontrol yang sama (Quesenberry 2001), kelebihan dari diagram kontrol Q adalah memungkinkan mengontrol proses mulai dari pengamatan pertama dengan mengikuti proses yang berjalan dimana batas kontrol yang di gunakan untuk proses mean dan varians adalah  $3\sigma$ . Kekurangan pada metode ini adalah proses perhitungan yang panjang dan variabel yang di gunakan harus diperiksa secara berkala sampai batas kontrol dapat di uji lagi.

##### **2.4.2 Diagram Kontrol Berbasis Fungsi pengaruh (*Influence Function*)**

Diagram kontrol berbasis fungsi pengaruh atau *influnce function* digunakan untuk menyesuaikan parameter proses yang berbeda dimana fungsi pengaruh dari

mean, dan eigen value digunakan untuk memantau proses, sehingga metode ini mampu mendeteksi pergeseran mean dan variabilitas yang sangat kecil. Kekurangan yang terdapat dimetode ini adalah dimana fungsi pengaruh yang didasarkan pada statistik  $T^2$  atau distribusi  $\chi^2$  dimana metode ini akan efisien jika jumlah karakteristik kualitas tidak lebih besar dari empat. Jika jumlah karakteristik kualitas lebih besar dari empat maka hanya pergeseran besar dapat dideteksi dengan menggunakan diagram kontrol ini. Oleh karena itu untuk proses dengan jumlah data yang besar, maka pengurangan variabel asli harus di pertimbangkan, sehingga variabel yang berperan penting saja yang di ambil (Luan Jaupi 2002).

## 2.5 Fungsi Pengaruh atau *Influence Function (IF)*.

Fungsi pengaruh atau *influence function* pertama kali di perkenalkan oleh Frank Hampel (1968, 1974) untuk menyelidiki pergerakan kecil dalam suatu proses statistik, metode ini juga digunakan pada diagram kontrol multivariat untuk memantau pergerakan proses yang kompleks. Umumnya, masalah kontrol kualitas multivariat melibatkan evaluasi proses berdasarkan perilaku simultan karakteristik kualitas dan parameter proses (L.Jaupi & Gibert Saporta 1997). Ketika penyebab khusus yang hadir dalam proses multivariat mereka dapat mempengaruhi parameter proses yang berbeda pada proses mean atau variabilitas, dan penyebab khusus yang berlaku satu dari parameter ini tidak selalu mempengaruhi lainnya. Artinya adalah diagram kontrol pada situasi yang berbeda diperlukan untuk mendeteksi pergeseran kecil. Subgrup atau variabel yang diambil ketika terdapat penyebab khusus berada dalam proses dan cenderung memiliki pengaruh lebih besar. Oleh karena itu fungsi pengaruh dapat digunakan untuk menyesuaikan diagram kontrol untuk parameter proses yang berbeda.

Fungsi pengaruh dapat digunakan untuk membangun diagram kontrol *short-run* multivariat dengan menggunakan nilai atau perkiraan nominal relatif. Tahap pembangaunan Diagram kontrol *short run* multivariat didasarkan pada fungsi pengaruh eigen value dan eigen vektor dari komponen utama dengan memantau proses mean dan variabilitas proses. Dalam tahap ini proses produksi untuk setiap item ditandai dengan  $p$  karakteristik kualitas vektor dimana  $x = (x_1, x_2, \dots, x_p)$  adalah vektor dari variabel yang diukur dan dibuat pada bagian tertentu pada proses produksi. (L.Jaupi.et.al 2013) mengasumsikan bahwa proses yang stabil berdistribusi  $x$  sebagai  $F$  dengan mean  $\mu$  dan matriks kovarians  $\Sigma$ , yang idealnya menggunakan

multivariat yang berdistribusi normal. Ketika penyebab khusus hadir dalam proses  $x$  maka distribusi acak  $G$ , mencatat maka Sebuah fungsi distribusi yang menggambarkan dua sumber variansi dalam sebuah proses adalah model yang terkontaminasi, dimana fungsi distribusi kualitas vektor  $x$  adalah:

$$F_{\varepsilon H} = (1 - \varepsilon)F + \varepsilon G \quad (2.1)$$

dengan

$$0 \leq \varepsilon \leq 1$$

jika proses berada dalam kontrol maka bisa diartikan  $\varepsilon = 0$ . Tetapi ketika proses tidak stabil maka output proporsi  $\varepsilon$  pada subgrup akan terkontaminasi atau  $\varepsilon \neq 0$ .

Pengukuran fungsi pengaruh digunakan untuk menggambarkan pergeseran ketika terdapat penyebab khusus pada parameter yang di pantau. Sehingga Jika  $T = T(F)$  adalah fungsi statistik (*statistical functional*). Maka fungsi pengaruh  $T$  adalah  $IF(x, T, F)$  dimana  $IF$  adalah fungsi pengaruh atau *influence function*,  $T$  adalah fungsi statistik dan  $F$  di definisikan sebagai batas  $\varepsilon \rightarrow 0$  dari

$$\frac{\{T[(1 - \varepsilon)F + \varepsilon\delta_x] - T(F)\}}{\varepsilon} \quad (2.2)$$

Maka untuk mengukur fungsi pengaruh dari  $x$  pada  $T$ .

$$T(F) = \int x dF(x) = \mu \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned} L_F(x) &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{T((1 - \varepsilon)F + \varepsilon\delta_x) - T(F)}{\varepsilon} \\ &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\int y d((1 - \varepsilon)F + \varepsilon\delta_x)(y) - \int y dF(y)}{\varepsilon} \\ &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{-\varepsilon \int y dF(y) + \varepsilon \int y d\delta_x(y)}{\varepsilon} \\ &= x - \mu \end{aligned}$$

dimana  $\delta_x$  menunjukkan distribusi yang memberikan satuan ke titik  $x \in R^p$ . Gangguan dari  $F$  oleh  $\delta_x$  dilambangkan sebagai

$$F_{\varepsilon x} = (1 - \varepsilon)F + \varepsilon\delta_x \quad (0 \leq \varepsilon \leq 1) \quad (2.4)$$

Dengan demikian fungsi pengaruh ( $IF$ ) digunakan untuk mengukur laju perubahan  $T$  sebagai  $F$  akan sedikit bergeser ke arah  $\delta_x$ . Pentingnya tentang fungsi pengaruh terletak pada interpretasi heuristik yaitu yang menggambarkan efek dari kontaminasi yang sangat kecil pada perkiraan titik  $x$ . Dan diharapkan output yang keluar memiliki pengaruh besar pada parameter yang di pantau muncul, ketika terdapat penyebab khusus dalam proses produksi. Maka fungsi pengaruh dapat dihitung untuk hampir semua parameter proses. Oleh karena itu, berdasarkan langkah-langkah yang di peroleh dari fungsi pengaruh maka dibangun diagram kontrol multivariat untuk parameter proses yang berbeda dan dengan sensitivitas yang berbeda.

### 2.5.1 Fungsi Pengaruh Mean dan Matriks Kovarian.

Misalkan  $x$  adalah variabel random dengan dimensi  $p$  dengan fungsi distribusi  $F$ , dan  $\Sigma$  menjadi  $p \times p$  dari matriks kovarians dan  $\mu$  adalah vektor lokasi dengan dimensi  $p$  yang di definisikan sebagai :

$$\begin{aligned} \int (x - \mu) dF &= 0 \\ \int [(x - \mu)(x - \mu)^t - \Sigma] dF &= 0 \end{aligned} \quad (2.5)$$

Misalkan  $\delta x$  menunjukkan distribusi yang di bebaskan ke titik  $x \in R^p$ . Maka gangguan atau error dari  $F$  dari  $\delta x$  didefinisikan sebagai:

$$F_{\varepsilon x} = (1 - \varepsilon)F + \varepsilon\delta_x$$

Dalam proses ini parameter  $(\mu, \Sigma)$  dianggap menjadi fungsi statistik, sehingga untuk menghitung fungsi pengaruh  $\mu$  dan  $\Sigma$ , maka  $F$  diganti dengan  $F_{\varepsilon x}$  yang mengacu pada persamaan (2.4) dan mengambil turunannya dengan mengacu kepada  $\varepsilon$  dimana  $\varepsilon = 0$ .

Sehingga pembedaan mean memberikan persamaan :

$$IF(x, \mu, F) = x - \mu \quad (2.6)$$

Dan pembedaan persamaan matriks kovariansi memberikan persamaan

$$IF(x, \Sigma, F) = (x - \mu)(x - \mu)^t - \Sigma \quad (2.7)$$

Dalam aplikasinya umumnya fungsi pengaruh ( $IF$ ) adalah distribusi yang tidak diketahui  $F$  yang harus diperkirakan oleh fungsi  $\hat{F}$  dengan distribusi empiris yang didasarkan pada sampel acak  $x_1, x_2, \dots, x_n$  dari  $F$ . Dengan Mengganti  $F$  oleh  $\hat{F}$  dan mengambil  $x = x_i$  pada persamaan (2.5) dan (2.6) sehingga

$$IF(x_i, \mu, \hat{F}) = x_i - \bar{x}$$

$$IF(x_i, \Sigma, \hat{F}) = (x_i - \bar{x})(x_i - \bar{x})^t - \Sigma \quad (2.8)$$

Untuk memantau proses mean, maka yang dihitung dan diplot pada grafik adalah nilai dari bentuk kuadrat. Secara umum, bentuk kuadrat dapat ditulis sebagai  $Y^TMY$ , di mana  $M$  adalah matriks definit positif  $Y \in R^p$ . Dan mengambil  $M = \hat{\Sigma}^{-1}$  Dimana  $\hat{\Sigma}^{-1}$  adalah inverse dari sample matriks kovarian, sehingga bentuk kuadrat  $Y^TMY$  memberikan versi sampel Hotelling  $T^2$  statistik yang yang mengacu pada persamaan (2.7) sehingga menjadi :

$$T_i^2 = IF(x_i; \mu; \hat{F})^t \hat{\Sigma}^{-1} IF(x_i; \mu; \hat{F}) = (x_i - \bar{x})^t \hat{\Sigma}^{-1} (x_i - \bar{x}) \quad (2.9)$$

Dimana  $Y =$  vektor  $(x_i - \bar{x})$  dari data yang telah di transformasi

$$M = \hat{\Sigma}^{-1} \text{ Matrix kovarian}$$

### 2.5.2 Fungsi Pengaruh Eigen value dan Eigen vektor .

Misalkan  $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_p$  adalah eigenvalue dari matriks kovarians  $\Sigma$ . Dan  $a_1, a_2, \dots, a_p$  dilambangkan eigenvektor yang saling berkorelasi. dengan asumsi bahwa semua eigenvalue dari  $\Sigma$  adalah sederhana, sehingga ditemukan untuk fungsi pengaruh dari eigenvalue  $j^{th}$  dan masing-masing eigen vektor berkorelasi dengan matriks kovarians  $\Sigma$ .

dimana:

$$IF(x, \lambda_j, F) = \alpha_j^t IF(x, \Sigma, F) \alpha_j \quad (j = 1, \dots, p)$$

$$IF(x, \alpha_j, F) = \sum_{k=1, k \neq j}^p (\lambda_j - \lambda_k)^{-1} \alpha_k \alpha_k^t IF(x, \Sigma, F) \alpha_j \quad (2.10)$$

Dengan Mengganti  $F$  oleh  $\hat{F}$  dan mengambil  $x = x_i$  sehingga fungsi pengaruh ( $IF$ ) dari eigenvalue mengikuti persamaan,

$$IF(x_i, \lambda_j, \hat{F}) = \hat{a}_j^t IF(x_i, \Sigma, \hat{F}) \hat{a}_j = C_{ij}^2 - \hat{\lambda}_j \quad (2.11)$$

Dimana  $C_{ij}$  adalah komponen utama  $j^{th}$ , ( $j = 1, \dots, p$ ), dari  $i^{th}$  observasi.

## 2.6 Komponen Utama (*Principal Component*).

Analisis Komponen Utama (*Principal Component Analysis*) atau PCA adalah suatu metode yang melibatkan prosedur matematika yang mengubah dan mentransformasikan sejumlah besar variabel yang berkorelasi menjadi sejumlah kecil variabel yang tidak berkorelasi, tanpa menghilangkan informasi penting didalamnya. Analisis Komponen Utama banyak digunakan untuk memproyeksikan atau mengubah suatu kumpulan data berukuran besar menjadi bentuk sajian data dengan ukuran yang lebih kecil. Transformasi analisis komponen utama terhadap sebuah data yang besar akan menghasilkan sejumlah vektor basis ortonormal dalam bentuk kumpulan eigenvektor dari matriks kovarians yang dapat secara optimal menyajikan distribusi data.

Suatu hal yang penting dalam komponen utama adalah membantu menentukan variabel awal yang memiliki peran paling besar dalam varians dari komponen utama. Informasi ini dapat diperoleh dengan menentukan beban pada koefisien yang ditetapkan antara komponen dan variabel awal. komponen utama adalah sebuah analisis didasarkan pada eigen analysis dari matriks kovarians atau matriks korelasi, dimana terdapat kumpulan data  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ , dengan  $M = \Sigma$  adalah matriks kovarian dari seluruh variabel  $x$ .

Untuk membangun diagram kontrol *short run* berbasis fungsi pengaruh ( $IF$ ) maka di butuhkan komponen utama untuk mentransformasi data, dari data awal vektor  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  ke  $Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$  dimana tahap awal untuk tranformasi data adalah menghitung rata-rata dari setiap variabel sampel data atau vektor  $x$  dimana persamaannya adalah:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (2.12)$$

$$\bar{x} = \frac{(x_1 + x_2 + \dots + x_n)}{n} \quad (2.13)$$

Setelah didapatkan hasil rata-rata dari setiap variabel maka langkah selanjutnya adalah menghitung standard deviasi atau varians dari setiap variabel dengan persamaan:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{(n - 1)} \quad (2.14)$$

atau

$$\text{var } X = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(x_i - \bar{x})}{(n - 1)} \quad (2.15)$$

dan untuk kovarian persamaannya:

$$\text{cov } X, Y = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{(n - 1)} \quad (2.16)$$

Untuk menghitung matriks kovarian maka di gunakan persamaan:

$$C_{ij} = \frac{1}{n} \sum_{p=1}^n (x_i^{(p)} - \bar{x}_i)(x_j^{(p)} - \bar{x}_j) \quad (2.17)$$

Dimana bentuk sample matriks kovarians adalah

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1p} \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{p1} & C_{p2} & \dots & C_{pp} \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

$$C = \begin{bmatrix} \text{cov}(x_1, x_1) & \text{cov}(x_2, x_1) & \dots & \text{cov}(x_p, x_1) \\ \text{cov}(x_1, x_2) & \text{cov}(x_2, x_2) & \dots & \text{cov}(x_p, x_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{cov}(x_1, x_p) & \text{cov}(x_2, x_p) & \dots & \text{cov}(x_p, x_p) \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Dimana  $C_{ij}$  adalah komponen utama matrik kovarians dari variabel  $x_i$  dan  $x_j$ , varians dari komponen utama adalah eigenvalue dari matriks  $C$ . Dengan asumsi bahwa eigenvalue diurutkan sebagai  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_p \geq 0$ , maka  $\lambda_i$  sesuai dengan  $i^{\text{th}}$  komponen utama dari obesrvasi.

Untuk mentransformasi data dari variabel awal ke bentuk variabel baru maka dibutuhkan eigen value dan eigen vektor dari matrik kovarians  $\Sigma$  dimana untuk mendapatkan eigen value dan eigen vektor digunakan persamaan :

$$Ax - \lambda x = 0 \quad (2.20)$$

atau

$$(A - \lambda)x = 0 \quad (2.21)$$

di mana  $A$  suatu matriks,  $x$  merupakan vektor, dan  $\lambda$  merupakan nilai eigen dari matriks  $A$ . sebagai contoh jika terdapat bentuk matriks kovarian  $p \times p$  dari sebuah vektor  $x = (1, 2, \dots, n)$  maka untuk menghitung eigenvaluenya adalah:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1p} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{p1} & a_{p2} & \dots & a_{pp} \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

Maka untuk  $(A - \lambda)x = 0$  dapat ditulis

$$\begin{bmatrix} a_{11} - \lambda & a_{12} & \dots & a_{1p} \\ a_{21} & a_{22} - \lambda & \dots & a_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{p1} & a_{p2} & \dots & a_{pp} - \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = 0 \quad (2.23)$$

Dimana untuk persamaan liniernya dapat di tulis

$$\begin{aligned} (a_{11} - \lambda)x_1 + a_{12}x_2 &= 0 \\ a_{21}x_1 + (a_{22} - \lambda)x_2 &= 0 \\ \dots & \dots \dots \\ a_{p1}x_n + (a_{pp} - \lambda)x_n &= 0 \end{aligned}$$

Untuk menghitung eigen vektor mengacu pada persamaan eigenvalue dimana persamaannya adalah

$$(A - \lambda)x = a$$

Untuk mentransformasi variabel awal yaitu  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  ke variabel baru yaitu  $Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$  maka digunakan persamaan

$$Y = \frac{x_i - \bar{x}_i}{\sigma} a \quad (2.24)$$

## 2.7 Fungsi Pengaruh (IF) dan Komponen Utama (PC)

Analisis komponen utama (PCA) dan fungsi pengaruh (IF) memiliki interpretasi dari perspektif diterapkan pada skor komponen utama (PC) yang sangat efektif untuk mendeteksi subset yang berpengaruh dalam sebuah pengamatan, sehingga diharapkan dapat diterapkan dalam beberapa program statistik untuk melakukan analisis sensitivitas dengan mudah (Yuichi Moti .et.all 2002). Hubungan fungsi pengaruh dan komponen utama adalah terletak pada penggunaan eigenvalue, egienvektor dan matriks kovarian dari komponen utama, yang digunakan sebagai fungsi pengaruh untuk membangun diagram kontrol pada proses *short run*, difinisi lain mengenai fungsi pengaruh adalah setiap sample harus di hitung lagi dalam bentuk sample yang berbeda dengan kata lain sample telah di transformasi dalam bentuk sample baru.

## 2.8 Diagram Kontrol *Short Run* Berbasis Fungsi Pengaruh Untuk Memantau Variabilitas Proses

Penyebab khusus yang mempengaruhi variabilitas menyebabkan output tidak meningkat secara signifikan dari total setiap komponen varians  $x$ . Oleh karena itu pendekatan untuk merancang diagram kontrol variabilitas terdiri dari proses pendeteksian setiap output yang signifikan dari tingkat variabilitas yang stabil pada masing-masing variabel.

Jika total varians dari  $x$  adalah sama dengan jumlah dari eigenvalue dari matriks kovariansi  $\Sigma$  maka persamaannya adalah :

$$Var(x) = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_p \quad (2.25)$$

Untuk membangun diagram kontrol di gunakan eigenvalue dari komponen utama sebagai fungsi pengaruh ( $IF$ ) dari penyebaran matriks. Artinya, untuk memantau variabilitas proses sesuai dengan arah  $j^{th}$ , ( $j = 1, \dots, p$ ), maka yang akan dihitung dan diplot pada diagram kontrol adalah nilai-nilai fungsi pengaruh  $j^{th}$  eigenvalue dari komponen utama matriks kovariansi  $\Sigma$ . Dengan demikian, untuk variabel  $i^{th}$ , ( $i=1, \dots, n$ ), yang dihitung dan diplot adalah:

$$IF(x_i, \lambda_j, \hat{F}) = C_{ij}^2 - \hat{\lambda}_j \quad (2.26)$$

Dimana  $C_{ij}$  adalah komponen utama  $j^{th}$  dari  $i^{th}$  observasi, dengan batas kontrol yang digunakan adalah  $3\sigma$

$$\text{Dimana : } UCL = \bar{X} + 3 * \hat{\sigma}$$

$$LCL = \bar{X} - 3 * \hat{\sigma}$$

## 2.9 Diagram Kontrol *Short Run T<sup>2</sup>* Berbasis Fungsi Pengaruh Untuk Memantau Mean Proses.

Diagram kontrol multivariat untuk memonitor proses mean digunakan apabila terdapat beberapa karakteristik kualitas atau variabel yang perlu dikontrol secara bersamaan yang berdasarkan pada vektor mean (Michael B. C. Khoo&T. F. Ng 2005). Untuk memanatau mean proses maka yang dihitung dan di plot adalah bentuk kuadrat, secara umum bentuk kuadrat bisa ditulis sebagai  $YMY$  dimana  $M$  adalah matriks kovarian, dan  $Y$  adalah vektor yang digunakan sebagai fungsi pengaruh dari proses mean, dimana vektor  $Y$  adalah hasil dari transformasi komponen utama atau PCA, yang kemudian dari masing-masing vektor  $Y_i = (y_1, y_2, \dots, y_n)$  membentuk kuadrat  $YMY$  dimana bentuk tersebut memberikan versi sample  $T^2$  hotelling untuk  $i$  ( $i=1, \dots, n$ ).

$$\text{Dimana } Y = IF(x - \hat{\mu})$$

$$M = \hat{\Sigma}^{-1} \text{ (inverse dari matrik kovarian)}$$

sehingga bentuk kuadrat  $YMY$  untuk versi  $T^2$  hotelling adalah

$$T_i^2 = (xi - \hat{\mu})^t \widehat{\Sigma}^{-1} (xi - \hat{\mu}) = (xi - \bar{x})^t \widehat{\Sigma}^{-1} (xi - \bar{x}) \quad (2.27)$$

Dimana :  $xi = (1, 2, \dots, n)$

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \left[ \sum_{j=1}^n x_{ij} \right] \quad (2.28)$$

$$\Sigma = \begin{bmatrix} S_1^2 & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{12} & S_2^2 & S_{23} & S_{24} \\ S_{13} & S_{23} & S_3^2 & S_{34} \\ S_{14} & S_{24} & S_{34} & S_4^2 \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

Masing-masing nilai  $T^2$ , ( $i = 1, \dots, n$ ), dari (2.8) akan dibandingkan dengan,

$$UCL = \frac{(n-1)p}{(n-p)} F_{\alpha, p, n-p} \quad (2.30)$$

Batas kontrol atas adalah merupakan perkiraan, namun yang harus digunakan hanya untuk sejumlah besar pengamatan. Ketika standar standar batas kontrol diketahui, maka standard tersebut digunakan untuk membangun diagram kontrol. Maka Dalam hal ini bentuk kuadrat  $YMY$  memiliki distribusi  $\chi^2$  dengan derajat bebas  $p$ . Diagram kontrol yang didasarkan pada statistik  $T^2$  atau distribusi  $\chi^2$  akan efisien asalkan jumlah variabel karakteristik kualitas tidak lebih besar dari empat. Jika jumlah variabel lebih besar dari empat maka pergeseran besar hanya dapat dideteksi dengan menggunakan grafik ini.

## 2.10 Standarisasi Diagram Control *Short Runs*

Diagram kontrol berbasis fungsi pengaruh yang diterapkan pada proses produksi *short run* adalah merupakan perluasan langsung dari diagram kontrol multivariat konvensional. Dimana prosesnya adalah menggabungkan beberapa data dari beberapa variabel dengan standarisasi pengukuran dan juga standarisasi batas diagram kontrol sesuai dengan karakteristik masing-masing.

Jika karakteristik dari variabel berbeda maka diperlukan standarisasi fungsi pengaruh maka untuk menghitung standarisasi fungsi pengaruh digunakan persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 Q_{\lambda_j}(x_i) &= \frac{IF(x_i, \lambda_j)}{\sqrt{\lambda_i}} & (2.31) \\
 &\Rightarrow \frac{a_j^i IF(x, \Sigma, F) a_j}{\sqrt{\lambda_j}} \\
 &\Rightarrow \frac{a_j^i [(x - \mu)(x - \mu)^{-1}] - \Sigma}{\lambda_j}
 \end{aligned}$$

$$Q_T(X_i) = C_p^{-1} \|Y_i\|^2$$

Dimana

$$C_p = X_{1-\alpha, p}^2$$

$$Y = A \cdot IF(x, \mu)$$

$$Var(IF(x, \mu)) = A^{-t} A^{-1}$$

Tetapi standarisasi tersebut hanya dapat digunakan jika masing karakteristik atau variabel berbeda. Jika masing-masing variabel mempunyai karakteristik yang sama maka standarisasi ketika perlu digunakan.

## BAB III METODELOGI PENELITIAN

### 3.1 Alat dan Bahan Penelitian

Alat dan bahan yang digunakan untuk mendukung proses dalam penyelesaian penelitian ini diuraikan sebagai berikut:

1. Penelitian ini menggunakan alat yang berupa *software* komputer statistik, yaitu MS excel 2010 dan Minitab 16.
2. Jurnal-jurnal yang berkaitan dengan permasalahan dalam penelitian ini, yaitu *Journal of Quality Engineering* dan jurnal lain yang menunjang dalam penyelesaian permasalahan penelitian.
3. Buku-buku referensi yang terkait dengan permasalahan penelitian.
4. Bahan yang digunakan dalam penelitian ini adalah produksi pipa jenis *API 5L-X65* yang di produksi oleh PT.KHI.

### 3.2 Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data skunder yang di peroleh dari PT. KHI (*PT. Krakatau Hoogovens International*) yang terlampir pada halaman lampiran, untuk periode 11 – 14 April 2014, yang berupa data dari proses produksi pipa *API 5L-X65*, dimana variabel pengukuran yang akan di gunakan dalam penelitian ini adalah :

1. *Socket External Diameter (X1)*.
2. *Barel External Diameter (X2)*.
3. *Barel Internal Diameter (X3)*.
4. *Overall lengeth (X4)*

Dimana dari masing-masing sampel dari variabel diambil dengan melakukan pemindaian dengan menggunakan *on stream radiography* yang di pergunakan untuk mengukur ketebalan dan diameter pipa.

### 3.3 Teknik Pengambilan Sampel

Untuk mengetahui standar kualitas dalam produksi pipa baja, maka pipa akan melalui serangkaian proses untuk mengetahui apakah pipa tersebut layak untuk didistribusikan atau tidak, salah satu proses kontrol yang dilalui adalah *sizing mill* dimana akan dilakukan pengecekan ukuran keseluruhan dari pipa, dimana masing-masing sampel akan di ukur secara langsung dengan alat khusus sehingga menampilkan seluruh ukuran dari pipa dalam satu monitor, dimana data dari ukuran keseluruhan pipa tersebut di gunakan sebagai acuan kualitas pipa pada proses awal. Karakteristik data yang digunakan dalam proses pengukuran keseluruhan pipa ini meliputi, diameter luar ujung pipa yang digunakan untuk sambungan (*Socket External Diameter*), diameter luar pipa (*Barel External Diameter*), diameter dalam pipa (*Barel Internal Diameter*), dan panjang keseluruhan dari pipa (*Overall length*).

### 3.4 Metode Penelitian

Sesuai dengan tujuan penelitian ini maka langkah-langkah yang dilakukan terdiri dari dua bagian, yang diuraikan sebagai berikut:

1. Mendeskripsikan konsep diagram control multivariat *short production run* berbasis fungsi pengaruh untuk pemantauan mean dan variabilitas proses.
  - a. Mendeskripsikan diagram kontrol untuk pemantauan variabilitas proses berbasis fungsi pengaruh, dalam hal ini komponen utama dan eigen value digunakan sebagai fungsi pengaruh, untuk mendeteksi pergeseran pada variabilitas proses.
  - b. Mendeskripsikan diagram kontrol  $T^2$  untuk pemantauan mean proses berbasis fungsi pengaruh, dalam hal ini digunakan fungsi pengaruh dari proses mean pada vektor  $Y$  dari data yang telah di transformasi untuk mendeteksi pergeseran pada mean proses.
2. Penerapan diagram control multivariat *short run* pada proses produksi *sameles pipe API5L-X65* untuk pemantauan mean dan variabilitas proses pada data awal.

- a. Menghitung batas kontrol untuk data awal dimana masing-masing batas kontrol yang digunakan adalah  $3\sigma$  :

$$UCL = \bar{X} + 3 * \hat{\sigma}$$

$$LCL = \bar{X} - 3 * \hat{\sigma}$$

pada tahap ini data yang digunakan untuk menghitung batas kontrol adalah data mentah yang diambil pada proses awal pengambilan sampel.

- b. Memplot diagram kontrol *short run* untuk variabilitas proses pada data awal dengan acuan batas kontrol yang telah ditetapkan sebelumnya.
- c. Menghitung batas kontrol untuk diagram kontrol  $T^2$ , dengan mengikuti distribusi  $F$  dimana batas kontrol yang digunakan adalah:

$$UCL = \frac{(n-1)p}{(n-p)} F_{\alpha, p, n-p}$$

- d. Menghitung dan memplot diagram kontrol yang didasarkan pada statistik  $T^2$  untuk proses mean dengan menggunakan data awal,

$$T_i^2 = (x_i - \bar{x})^t \hat{\Sigma}^{-1} (x_i - \bar{x})$$

kemudian dari masing-masing proses akan dibandingkan dengan  $T^2$  berbasis fungsi pengaruh dengan batas kontrol yang sama.

3. Membangun diagram kontrol *short run* berbasis fungsi pengaruh pada variabilitas proses.

- a. Hitung rata-rata vektor  $x_i$  dengan

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

- b. Menghitung  $C_{ij}^2$  komponen utama dan matrik kovarians dari variabel  $x_i$  dan  $x_j$ :

$$C_{ij} = \frac{1}{n} \sum_{p=1}^n (x_i^{(p)} - \bar{x}_i)(x_j^{(p)} - \bar{x}_j)$$

- c. Menghitung eigenvalue  $\lambda$  pada dan eigen vektor  $a$

$$[\lambda I - C] = 0$$

dan

$$[\lambda I - C]a = 0$$

- d. Menghitung fungsi pengaruh komponen utama dan eigenvalue dengan persamaan

$$IF(x_i, \lambda_j, \hat{F}) = C_{ij}^2 - \hat{\lambda}_j$$

Dimana  $C_{ij}^2$  adalah komponen utama dari  $i^{th}$  observasi dan eigen value  $\hat{\lambda}_j$

- e. Menentukan batas kontrol untuk data lanjutan dimana masing-masing variabel adalah bentuk data baru hasil tranformasi dari fungsi pengaruh komponen utama dan eigenvalue:

$$UCL = (\bar{X}) + 3 * \hat{\sigma}$$

$$LCL = (\bar{X}) - 3 * \hat{\sigma}$$

- f. Memplot diagram kontrol *short run* pada data lanjutan yang telah ditransformasi menggunakan fungsi pengaruh untuk variabilitas proses, dengan memplot masing-masing variabel yang kemudian hasil dari proses plotting akan dibandingkan dengan melihat kinerja dari masing masing-diagram kontrol.

4. Membangun diagram kontrol *short run* yang didasarkan pada statistik  $T^2$  berbasis fungsi pengaruh untuk mean proses

- a. Menghitung matriks kovarian untuk masing-masing variabel dari hasil tranformasi dari komponen utama.  
 b. Menghitung  $T^2$  pada data lanjutan yang telah di transformasi dengan persamaan:

$$T_i^2 = IF(x_i; \mu; \hat{F})^t \hat{\Sigma}^{-1} IF(x_i; \mu; \hat{F}) = (x_i - \bar{x})^t \hat{\Sigma}^{-1} (x_i - \bar{x})$$

- c. Menghitung batas kontrol  $T^2$  dengan mengikuti distribusi  $F$  dimana batas kontrol yang digunakan adalah:

$$UCL = \frac{(n-1)p}{(n-p)} F_{\alpha, p, n-p}$$

- d. Memplot diagram kontrol multivariat yang didasarkan pada  $T^2$

*“Halaman ini sengaja di kosongkan”*

## BAB IV

### ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini akan dibahas tentang konsep dan penerapan diagram kontrol multivariat *short production run* untuk memantau mean dan variabilitas proses, yang meliputi diagram kontrol yang didasarkan pada statistik  $T^2$  dengan menggunakan fungsi pengaruh mean pada vektor  $Y$  dari komponen utama yang digunakan untuk mendeteksi pergeseran kecil pada mean proses, dan fungsi pengaruh eigenvalue dari komponen utama  $j^{th}$  dari  $i^{th}$  observasi digunakan untuk memantau variabilitas proses, dengan mengaplikasikan diagram kontrol *short run* pada data proses produksi pipa baja PT.KHI (*PT. Krakatau Hoogovens International*).

#### 4.1 Konsep Diagram Kontrol Untuk Variabilitas Proses Berbasis Fungsi Pengaruh

Ketika terdapat penyebab khusus dalam proses multivariat maka penyebab tersebut dapat mempengaruhi parameter yang berbeda pada proses mean, atau variabilitas, tetapi penyebab khusus yang mempengaruhi salah satu parameter tersebut tidak selalu mempengaruhi lainnya. Sehingga digunakan fungsi pengaruh dari eigenvalue untuk memantau diagram kontrol variabilitas proses.

Untuk membangun diagram kontrol di gunakan dari komponen utama dan eigenvalue sebagai fungsi pengaruh dari penyebaran matriks. Artinya, untuk memantau variabilitas proses sesuai dengan arah  $j^{th}$ , ( $j = 1, \dots, p$ ), maka yang akan dihitung dan diplot pada digram kontrol adalah nilai-nilai dari fungsi pengaruh  $j^{th}$  eigenvalue dari  $\Sigma$  matriks kovariansi. Dengan demikian, untuk  $i^{th}$ , ( $i = 1, \dots, n$ ), maka yang dihitung dan diplot adalah :

$$IF(x_i, \lambda_j, \hat{F}) = C_{ij}^2 - \hat{\lambda}_j$$

Dimana  $C_{ij}$  adalah komponen utama dan  $\hat{\lambda}_j$  adalah eigenvalue.

Untuk selanjutnya masing-masing nilai dari  $C_{ij}$  akan dikurangkan dengan masing - masing eigenvalue dimana persamaanya adalah:

Fungsi pengaruh eigenvalue pertama

$$IF(x_1, \lambda_1, \hat{F}) = C_{ij1} - \hat{\lambda}_1$$

$$IF(x_1, \lambda_1, \hat{F}) = C_{ij2} - \hat{\lambda}_1$$

:

:

$$IF(x_1, \lambda_1, \hat{F}) = C_{ij25} - \hat{\lambda}_1$$

Fungsi pengaruh eigenvalue kedua

$$IF(x_2, \lambda_2, \hat{F}) = C_{ij1} - \hat{\lambda}_2$$

$$IF(x_2, \lambda_2, \hat{F}) = C_{ij2} - \hat{\lambda}_2$$

:

:

$$IF(x_2, \lambda_2, \hat{F}) = C_{ij25} - \hat{\lambda}_2$$

Fungsi pengaruh eigenvalue ketiga

$$IF(x_3, \lambda_3, \hat{F}) = C_{ij1} - \hat{\lambda}_3$$

$$IF(x_3, \lambda_3, \hat{F}) = C_{ij2} - \hat{\lambda}_3$$

:

:

$$IF(x_3, \lambda_3, \hat{F}) = C_{ij25} - \hat{\lambda}_3$$

Fungsi pengaruh eigenvalue keempat

$$IF(x_4, \lambda_4, \hat{F}) = C_{ij1} - \hat{\lambda}_4$$

$$IF(x_4, \lambda_4, \hat{F}) = C_{ij2} - \hat{\lambda}_4$$

:

:

$$IF(x_4, \lambda_4, \hat{F}) = C_{ij25} - \hat{\lambda}_4$$

Dimana  $C_{ij}$  untuk  $x_1$  sampai  $x_4$  adalah bentuk data baru hasil dari perkalian matriks antara data yang telah di normalisasi dengan eigen vektor yang masing-masing nilainya dikurangkan dengan masing-masing eigenvalue.

Setelah semua pengaruh fungsi dari eigenvalue membentuk data baru, maka data tersebut digunakan untuk membngun diagram kontrol untuk variabilitas proses dimana batas kontrol yang digunakan adalah  $3\sigma$  yang sama dengan batas kontrol shewhart standard dimana batas kontrolnya adalah:

$$UCL = \bar{X} + 3 * \hat{\sigma}$$

$$LCL = \bar{X} - 3 * \hat{\sigma}$$

Kelebihan diagram kontrol untuk variabilitas proses dengan menggunakan fungsi pengaruh dari eigenvalue adalah dapat diterapkan pada hampir semua situasi pada kasus real, dan mudah untuk di aplikasikan pada proses produksi *short run*, tetapi kekurangannya adalah diagram kontrol ini membutuhkan satu diagram kontrol untuk satu variabel sehingga jika banyak variabel yang di amati maka semakin banyak pula diagram kontrol yang di butuhkan sehinnnga dirasa kurang efisien jika di gunakan untuk memantau suatu komponen dengan banyak variabel dan subgrup.

#### **4.2 Konsep Diagram Kontrol $T^2$ Hotelling Berbasis Fungsi Pengaruh Untuk Mean proses**

Diagram kontrol yang digunakan didasarkan pada  $T^2$  atau  $\chi^2$  statistik digunakan untuk memantau proses mean dengan menggunakan fungsi pengaruh dari mean. Ketika proses telah mencapai keadaan kontrol statistik, proses mean dan struktur penyebaran matriks dapat stabil dari waktu ke waktu sehingga efek dari observasi atau subgrup pada parameter dapat dievaluasi, dengan menggunakan fungsi pengaruh.

Untuk memnatau mean proses maka yang dihitung dan di plot adalah bentuk kuadrat, secara umum bentuk kuadrat bisa ditulis sebagai  $YMY$  dimana  $M$  adalah matriks kovarian, dan  $Y$  adalah vektor yang digunakan sebagai fungsi pengaruh dari proses mean dimana vektor  $Y$  didapatkan dari hasil transformasi variabel asal kebentuk variabel baru. Kemudian bentuk kuadrat  $YMY$  memberikan versi sample  $T^2$  hotelling untuk  $i$  ( $i=1, \dots, n$ )

$$\text{Dimana } Y = IF(x - \hat{\mu})$$

$$M = \hat{\Sigma}^{-1} \text{ (inverse dari matriks kovarian)}$$

sehingga bentuk kuadrat  $Y'MY$  adalah

$$T_i^2 = (xi - \hat{\mu})^t \hat{\Sigma}^{-1} (xi - \hat{\mu}) = (xi - \bar{x})^t \hat{\Sigma}^{-1} (xi - \bar{x})$$

Masing-masing nilai  $T^2$ , ( $i = 1, \dots, n$ ), dari akan dibandingkan dengan,

$$UCL = \frac{(n-1)p}{(n-p)} F_{\alpha, p, n-p}$$

Dimana poin yang berada di luar batas kontrol menunjukkan saat dimana potensi penyebab khusus terjadi dalam proses.

Kekurangan pada metode ini adalah jika terdapat banyak jumlah variabel dan karakteristik kualitas, maka penggunaan diagram kontrol multivariat berdasarkan  $T^2$  atau  $\chi^2$  statistik tidak biasa di terapkan, karena batas kontrol atas pada diagram kontrol ini menimbulkan perubahan yang signifikan dan tidak efektif dengan jumlah variabel yang banyak. Kelebihan yang didapat dengan menggunakan metode fungsi pengaruh yang didasarkan pada statistik  $T^2$  adalah dapat mengontrol beberapa variabel dan karakteristik kualitas pada satu diagram kontrol sehingga memudahkan pengeontrolan kualitas secara menyeluruh.

### 4.3 Penerapan Diagram Kontrol Short Run Pada Proses Produksi Pipa Baja

Pelaksanaan statistik proses kontrol (SPK) terkonsentrasi pada output dari operasi pembuatan. Untuk melukuan pengembangan diagram kontrol *short-run* pada proses produksi pembuatan pipa baja, Produk yang digunakan pada proses penelitian ini adalah produksi pipa jenis *sameles pipe API5L-X65 H class*. Terdapat 6 variabel indikator dari proses pembuatan pipa jenis ini, tapi hanya 4 variabel indikator penting yang digunakan dalam penelitian ini dimana variabel  $X1$  (*Socket External Diameter*),  $X2$  (*Barel External Diameter*),  $X3$  (*Barel Internal Diameter*),  $X4$  (*Overall length*), dan diambil 25 sampel yang akan diukur dari total 40 pipa yang di produksi. Untuk membangun diagram kontrol pada penelitian ini, digunakan Software Minitab 16, dimana akan dibandingkan, diagram kontrol dengan menggunakan data awal pada proses produksi dan data yang telah di transformasi menggunakan fungsi pengaruh dari komponen utama dan eigenvalue untuk pemantauan variabilitas proses dan mean proses.

### 4.3.1 Diagram Kontrol *Short Run* Untuk Variabilitas Proses.

Diagram kontrol *short run* untuk data awal pada variabilitas proses, dalam tahap ini yang akan dihitung terlebih dahulu adalah batas kontrol untuk variabilitas proses dan memplot data dalam bentuk diagram kontrol shewhart standar, kemudian nanti akan dibandingkan dengan diagram kontrol *short run* pada data lanjutan dimana data tersebut telah melalui proses transformasi dengan menggunakan fungsi pengaruh dari eigenvalue. Sehingga batas kontrol untuk data awal dapat di hitung dengan batas kontrol yang digunakan adalah  $3\sigma$  Dimana :

$$UCL = \bar{x}_i + 3 * \hat{\sigma}$$

$$LCL = \bar{x}_i - 3 * \hat{\sigma}$$

$$\bar{x}_i = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\sum \frac{(x_i - \bar{x}_i)^2}{(n - 1)}}$$

Maka perhitungan batas kontrol untuk data awal adalah

$$\bar{x}_1 = \frac{2060.1 + 2060.1 + \dots + 2060.2}{25} = 2060.2$$

$$\bar{x}_2 = \frac{1880.2 + 1880.1 + \dots + 1879.8}{25} = 1880.2$$

$$\bar{x}_3 = \frac{1625.1 + 1625.0 + \dots + 1625.1}{25} = 1625.3$$

$$\bar{x}_4 = \frac{3180.3 + 3180.0 + \dots + 3180.2}{25} = 3180.2$$

$$\hat{\sigma}_1 = \sqrt{\sum \frac{(x_1 - \bar{x}_1)^2}{(25 - 1)}} = 0.236$$

$$\hat{\sigma}_2 = \sqrt{\sum \frac{(x_2 - \bar{x}_2)^2}{(25 - 1)}} = 0.241$$

$$\hat{\sigma}_3 = \sqrt{\sum \frac{(x_3 - \bar{x}_3)^2}{(25 - 1)}} = 0.272$$

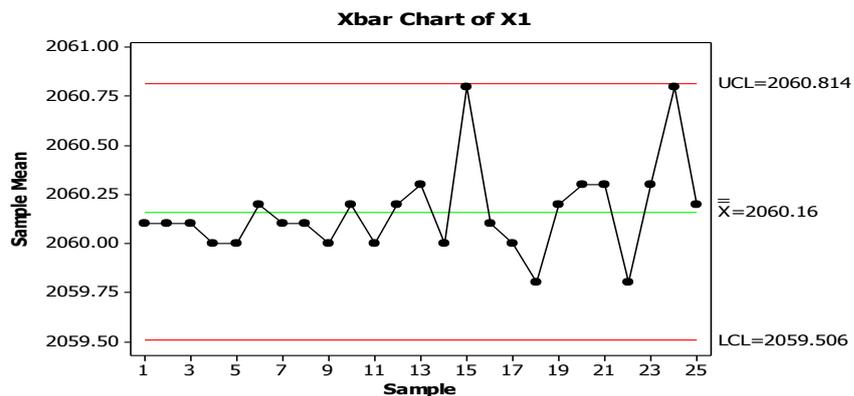
$$\hat{\sigma}_4 = \sqrt{\sum \frac{(x_4 - \bar{x}_4)^2}{(25 - 1)}} = 0.228$$

Sehingga didapatkan batas kontrol untuk data awal tunjukan pada Tabel 4.1

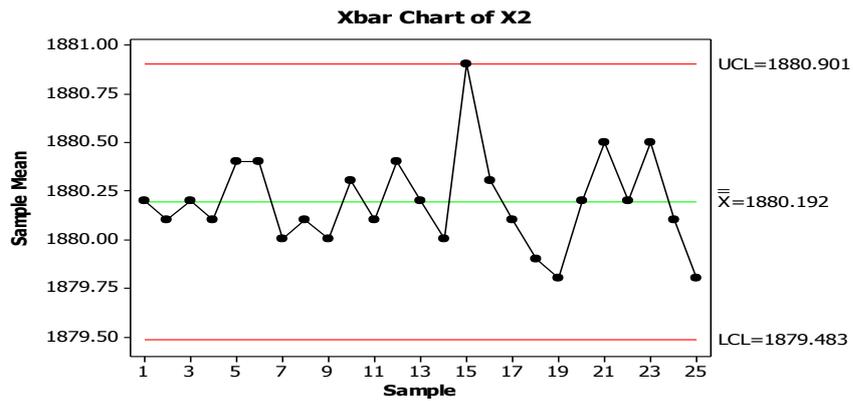
Tabel 4.1 Batas kontrol tanpa menggunakan fungsi pengaruh

Varians Proses	UCL	LCL
X1 2060.2 ± 3 * 0.2362	2060.869	2059.451
X2 1880.2 ± 3 * 0.2413	1880.916	1879.468
X3 1625.3 ± 3 * 0.2725	1626.07	1624.434
X4 3180.2 ± 3 * 0.2282	3180.857	1624.434

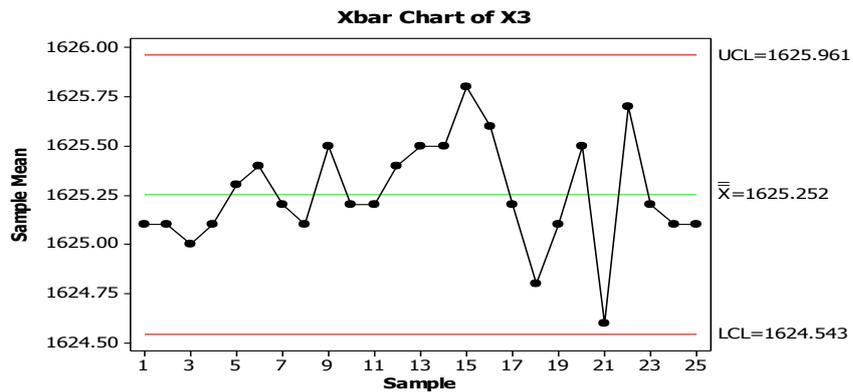
Untuk selanjutnya masing- masing diagram kontrol konvensional akan di bandingkan dengan diagram kontrol yang berbasis fungsi pengaruh dimana Gambar ( 4.1, 4.2, 4.3, dan 4.4) menunjukkan diagram kontrol *shewhart* standard untuk data tanpa menggunakan fungsi pengaruh dari eigenvalue.



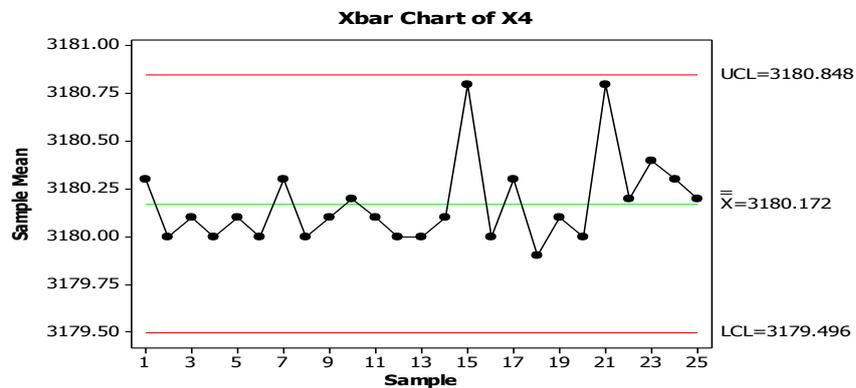
Gambar 4.1 Diagram kontrol shewhart untuk variabel X1 (*Socket External Diameter*)



Gambar 4.2 Diagram kontrol shewhart untuk variabel  $X_2$  (Barel External Diameter)



Gambar 4.3 Diagram kontrol shewhart untuk variabel  $X_3$  (Barel Internal Diameter)



Gambar 4.4 Diagram kontrol shewhart untuk variabel  $X_4$  (Overall length)

Dari gambar diagram kontrol (4.1, 4.2, 4.3 dan 4.4) dapat dilihat bahwa pergeseran kecil pada proses produksi *short run* untuk diagram kontrol shewhart standard tidak dapat di digunakan untuk mendeteksi pergeseran kecil pada proses

produksi *short run* maka selanjutnya penerapan digram kontrol berbasis fungsi pengaruh akan digunakan pada proses ini.

### 4.3.2 Diagram Kontrol *Short Run* $T^2$ Untuk Mean Proses.

Tujuan penggunaan diagram kontrol yang didasarkan statistik  $T^2$  adalah untuk memplot kuantitas diagram kontrol secara bersamaan, dimana untuk menghitung dan memplot diagram kontrol *short run*  $T^2$ , maka yang harus dilakukan terlebih dahulu adalah menghitung rata-rata dari setiap variabel dan mengurangkan dengan masing-masing observasi  $(x_i - \bar{x}_i)$

$$(x_i - \bar{x}_i) = \begin{bmatrix} -0.06 & 0.01 & -0.15 & 0.13 \\ -0.06 & -0.09 & -0.15 & -0.17 \\ -0.06 & 0.01 & -0.25 & -0.07 \\ -0.16 & -0.09 & -0.15 & -0.17 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0.04 & -0.39 & -0.15 & 0.03 \end{bmatrix}$$

Dimana bentuk matriks kovariannya adalah

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 0.055 & 0.026 & 0.008 & 0.028 \\ 0.026 & 0.058 & 0.020 & 0.029 \\ 0.008 & 0.020 & 0.074 & -0.004 \\ 0.028 & 0.029 & -0.004 & 0.052 \end{bmatrix}$$

inverse dari matrik kovarian  $\Sigma'$  didapatkan

$$\Sigma' = \begin{bmatrix} 26.59 & -5.61 & -2.10 & -11.36 \\ -5.61 & 30.25 & -8.69 & -14.85 \\ -2.10 & -8.69 & 16.59 & 7.61 \\ -11.36 & -14.85 & 7.61 & 34.41 \end{bmatrix}$$

Untuk menghitung  $T^2$  maka digunakan perkalian matriks dari masing-masing variabel dan matriks kovarian dimana bentuk matriks dari masing-masing variabel  $(x_1 - \bar{x}_1)$  sampai  $(x_4 - \bar{x}_4)$  adalah

$$(x_i - \bar{x}_i) = \begin{bmatrix} -0.06 & 0.01 & -0.15 & 0.13 \\ -0.06 & -0.09 & -0.15 & -0.17 \\ -0.06 & 0.01 & -0.25 & -0.07 \\ -0.16 & -0.09 & -0.15 & -0.17 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0.04 & -0.39 & -0.15 & 0.03 \end{bmatrix}$$

Untuk menghitung  $T^2$  maka digunakan persamaan

$$T_i^2 = (xi - \hat{\mu})^t \hat{\Sigma}^{-1} (xi - \hat{\mu}) = (xi - \bar{x})^t \hat{\Sigma}^{-1} (xi - \bar{x})$$

Sehinga bentuk matriksnya adalah

$$T^2 = \begin{bmatrix} -0.06 & -0.06 & -0.06 & -0.16 & \dots & 0.04 \\ 0.01 & -0.09 & 0.01 & -0.09 & \dots & -0.39 \\ -0.15 & -0.15 & -0.25 & -0.15 & \dots & -0.15 \\ 0.13 & -0.17 & -0.07 & -0.17 & \dots & 0.03 \end{bmatrix}$$

$$\times \begin{bmatrix} 26.59 & -5.61 & -2.10 & -11.36 \\ -5.61 & 30.25 & -8.69 & -14.85 \\ -2.10 & -8.69 & 16.59 & 7.61 \\ -11.36 & -14.85 & 7.61 & 34.41 \end{bmatrix}$$

$$\times \begin{bmatrix} -0.06 & 0.01 & -0.15 & 0.13 \\ -0.06 & -0.09 & -0.15 & -0.17 \\ -0.06 & 0.01 & -0.25 & -0.07 \\ -0.16 & -0.09 & -0.15 & -0.17 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0.04 & -0.39 & -0.15 & 0.03 \end{bmatrix}$$

Sehingga didapatkan  $T^2$  dari masing variabel adalah :

$$T^2 = \begin{bmatrix} 0.88 \\ 1.10 \\ 1.50 \\ 1.12 \\ 2.56 \\ \vdots \\ 4.50 \end{bmatrix}$$

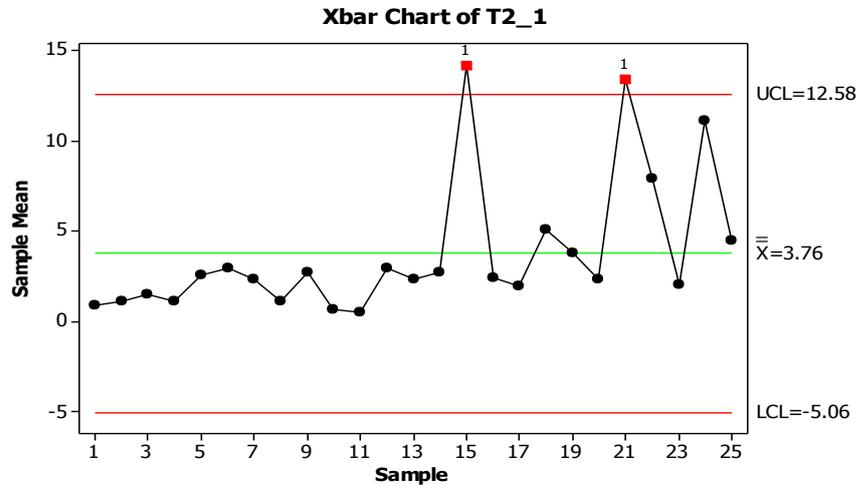
dengan batas kontrol yang digunakan adalah

$$UCL = \frac{(n-1)p}{(n-p)} F_{\alpha, p, n-p}$$

$$= \frac{(25-1)4}{25-4} F_{0.05, 4, 21}$$

$$= 12.58$$

Dari batas kontrol yang didapat maka hasil plotting diagram kontrol *short run* pada data awal yang didasrkan pada statistik  $T^2$  dapat dilihat pada gambar 4.5.



Gambar 4.5 Diagram kontrol shewhart didasarkan pada statistik  $T^2$  yang digunakan untuk memantau mean proses.

#### 4.4 Diagram Kontrol *Short Run* Berbasis Fungsi Pengaruh.

Tahap awal membangun diagram kontrol *short run* berbasis fungsi pengaruh untuk memantau variabilitas dan mean proses adalah menghitung komponen utama  $j^{th}$ , dari seluruh observasi kemudian menghitung eigenvalue dari matriks kovarian  $\Sigma$ , dimana untuk menghitung komponen utama digunakan persamaan

$$C_{ij} = \frac{1}{n} \sum_{p=1}^n (x_i^{(p)} - \bar{x}_i)(x_j^{(p)} - \bar{x}_j)$$

Dimana didapatkan bentuk matriks kovariansya adalah

$$C = \begin{bmatrix} 0.0536 & 0.026 & 0.008 & 0.028 \\ 0.026 & 0.0556 & 0.020 & 0.029 \\ 0.008 & 0.020 & 0.0712 & -0.005 \\ 0.028 & 0.029 & -0.005 & 0.050 \end{bmatrix}$$

Kemudian dari matriks kovarian dihitung eigenvalue  $\lambda$  dan eigen vektor  $a$  dengan persamaan

$$[\lambda I - C] = 0$$

dan

$$[\lambda I - C]a = 0$$

$$\det \left[ \lambda \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.0536 & 0.026 & 0.008 & 0.028 \\ 0.026 & 0.0556 & 0.020 & 0.029 \\ 0.008 & 0.020 & 0.0712 & -0.005 \\ 0.028 & 0.029 & -0.005 & 0.050 \end{bmatrix} \right] = 0$$

$$\det \begin{bmatrix} \lambda - 0.0536 & 0.026 & 0.008 & 0.028 \\ 0.026 & \lambda - 0.0556 & 0.020 & 0.029 \\ 0.008 & 0.020 & \lambda - 0.0712 & -0.005 \\ 0.028 & 0.029 & -0.005 & \lambda - 0.050 \end{bmatrix}$$

$$\det(A - \lambda) = (0.053 - \lambda) \begin{vmatrix} \lambda - 0.055 & 0.020 & 0.029 \\ 0.020 & \lambda - 0.0712 & -0.005 \\ 0.029 & -0.005 & \lambda - 0.050 \end{vmatrix} \\ 0.026 \begin{vmatrix} 0.026 & 0.020 & 0.029 \\ 0.008 & \lambda - 0.0712 & -0.005 \\ 0.029 & -0.005 & \lambda - 0.050 \end{vmatrix} \\ 0.008 \begin{vmatrix} 0.026 & \lambda - 0.0556 & 0.029 \\ 0.008 & 0.020 & -0.005 \\ 0.028 & 0.029 & \lambda - 0.050 \end{vmatrix} \\ 0.028 \begin{vmatrix} 0.026 & \lambda - 0.0556 & 0.020 \\ 0.008 & 0.020 & \lambda - 0.0712 \\ 0.028 & 0.029 & -0.005 \end{vmatrix}$$

Sehingga didapatkan eigenvalue  $\lambda$

$$\lambda = \begin{bmatrix} 0.114 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.072 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.027 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.017 \end{bmatrix}$$

Dan eigen vektor  $a$

$$a = \begin{bmatrix} 0.535 & -0.204 & 0.789 & -0.224 \\ 0.606 & 0.027 & -0.563 & -0.562 \\ 0.333 & 0.886 & 0.091 & 0.310 \\ 0.486 & -0.417 & -0.229 & 0.733 \end{bmatrix}$$

Selanjutnya adalah membentuk variabel baru, dengan melakukan perkalian matriks antara eigenvektor  $a$  dengan variabel  $x_i$  ( $i = 1,2,3,4$ ) yang telah di normalisasi. Untuk membedakan data awal dan data yang telah di transformasi maka variabel  $X$  diganti dengan  $Y$ , dimana  $Y$  adalah bentuk data yang telah di transformasi sehingga hasilnya di dapatkan seperti yang di tunjukkan pada tabel 4.2 untuk data yang telah di transformasi.

Tabel 4.2 data yang telah di transformasi

obs	Y1	Y2	Y3	Y4
1	0.009	1.702	1.313	0.735
2	1.728	0.156	0.131	2.780
3	0.750	1.805	0.495	3.539
4	2.661	0.059	0.348	1.749
5	0.016	0.677	7.204	3.356
6	0.448	2.214	0.156	10.072
:	:	:	:	:
:	:	:	:	:
25	2.244	1.504	7.836	8.087

Dari data pada tabel 4.2 selanjutnya akan di gunakan untk menghitung fungsi pengaruh dari komponen utama dari matriks kovarian yang digunakan untuk memantau variabilitas proses.

#### 4.4.1 Diagram Kontrol *Short Run* Berbasis Fungsi Pengaruh Untuk Pemantauan Variabilitas Proses.

Untuk menghitung fungsi pengaruh maka digunakan data hasil tranformasi dari komponen utama, dimana  $C_{ij}^2$  adalah komponen dari  $i^{th}$  observasi, dan untuk masing-masing variabel pada  $Y_1, Y_2, Y_3,$  dan  $Y_4$  akan di kurangi dengan masing-masing eigenvalue dimana nilai eigenvalue dapat dilihat pada tabel 4.3 untuk masing-masing variabel.

Tabel 4.3 Eigenvalue untuk masing-masing variabel

	Y1	Y2	Y3	Y4
Eigenvalue	0.114	0.072	0.027	0.017
Variability (%)	49.442	31.354	11.905	7.300
Cumulative %	49.442	80.796	92.700	100.000

Sehingga untuk menghitung fungsi pengaruh untuk variabel pertama sampai variabel keempat dapat di hitung sebagai berikut:

Fungsi pengaruh eigenvalue pertama

$$IF(x_1, \lambda_1, \hat{F}) = 0.009 - 0.114 = -0.105$$

$$IF(x_1, \lambda_1, \hat{F}) = 1.728 - 0.114 = 1.614$$

$$IF(x_1, \lambda_1, \hat{F}) = 0.750 - 0.114 = 0.635$$

:

:

$$IF(x_1, \lambda_1, \hat{F}) = 2.244 - 0.144 = 2.130$$

Fungsi pengaruh eigenvalue kedua

$$IF(x_2, \lambda_2, \hat{F}) = 1.702 - 0.072 = 1.629$$

$$IF(x_2, \lambda_2, \hat{F}) = 0.156 - 0.072 = 0.084$$

$$IF(x_2, \lambda_2, \hat{F}) = 1.805 - 0.072 = 1.732$$

:

:

$$IF(x_2, \lambda_2, \hat{F}) = 1.504 - 0.072 = 1.431$$

Fungsi pengaruh eigenvalue ketiga

$$IF(x_3, \lambda_3, \hat{F}) = 1.313 - 0.027 = 0.286$$

$$IF(x_3, \lambda_3, \hat{F}) = 0.131 - 0.027 = 0.104$$

$$IF(x_3, \lambda_3, \hat{F}) = 0.495 - 0.027 = 0.467$$

:

:

$$IF(x_3, \lambda_3, \hat{F}) = 7.836 - 0.027 = 7.808$$

Fungsi pengaruh eigenvalue keempat

$$IF(x_4, \lambda_4, \hat{F}) = 0.735 - 0.017 = 0.718$$

$$IF(x_4, \lambda_4, \hat{F}) = 2.780 - 0.017 = 2.764$$

$$IF(x_4, \lambda_4, \hat{F}) = 3.539 - 0.017 = 3.522$$

:

:

$$IF(x_4, \lambda_4, \hat{F}) = 8.087 - 0.017 = 8.070$$

Sehingga untuk masing-masing variabel didapatkan hasil yang ditunjukkan pada tabel 4.4 dimana data tersebut yang diplot untuk masing-masing kuantitas diagram kontrol *short run* untuk variabilitas proses.

Tabel 4.4 Data dengan menggunakan fungsi pengaruh

Obs	$IF(x1, \lambda1, F)$	$IF(x2, \lambda2, F)$	$IF(x3, \lambda3, F)$	$IF(x4, \lambda4, F)$
1	-0.105	1.629	1.286	0.718
2	1.614	0.084	0.104	2.764
3	0.635	1.732	0.467	3.522
4	2.547	-0.013	0.320	1.732
5	-0.098	0.605	7.177	3.339
6	0.334	2.141	0.128	10.056
:	:	:	:	:
:	:	:	:	:
25	1.614	0.084	0.104	2.764

Untuk memantau variabilitas proses sesuai dengan arah  $j^{th} (j=1, \dots, p)$  maka yg akan di plot adalah pada diagram kontrol adalah nilai dari fungsi pengaruh komponen utama dan eigenvalue  $j^{th}$  dari matriks kovarians  $\Sigma$ , untuk  $i^{th}$  observasi ( $i=1, \dots, k$ ) dengan batas kontrol  $3\sigma$ .

Batas kontrol untuk data dengan fungsi pengaruh

$$\bar{x}_1 = \frac{-0.105 + 1.614 + 0.635 + \dots + 2.130}{25} = 3.886$$

$$\bar{x}_2 = \frac{1.629 + 0.084 + 1.732 + \dots + 1.431}{25} = 3.928$$

$$\bar{x}_3 = \frac{1.286 + 0.104 + 0.467 + \dots + 7.808}{25} = 3.973$$

$$\bar{x}_4 = \frac{0.718 + 2.764 + 3.522 + \dots + 8.070}{25} = 3.983$$

$$\hat{\sigma}_1 = \sqrt{\sum \frac{(x_1 - \bar{x}_1)^2}{(25 - 1)}} = 11.1563$$

$$\hat{\sigma}_2 = \sqrt{\sum \frac{(x_2 - \bar{x}_2)^2}{(25 - 1)}} = 8.1686$$

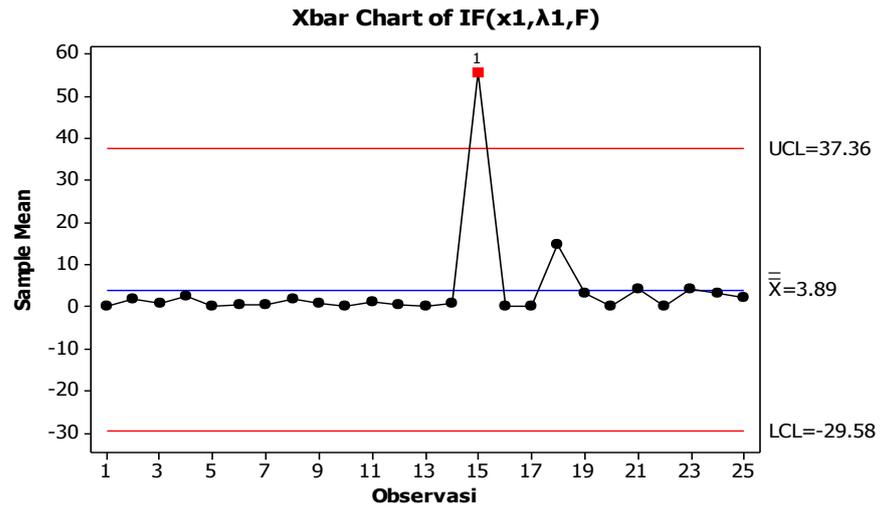
$$\hat{\sigma}_3 = \sqrt{\sum \frac{(x_3 - \bar{x}_3)^2}{(25 - 1)}} = 7.9477$$

$$\hat{\sigma}_4 = \sqrt{\sum \frac{(x_4 - \bar{x}_4)^2}{(25 - 1)}} = 3.7142$$

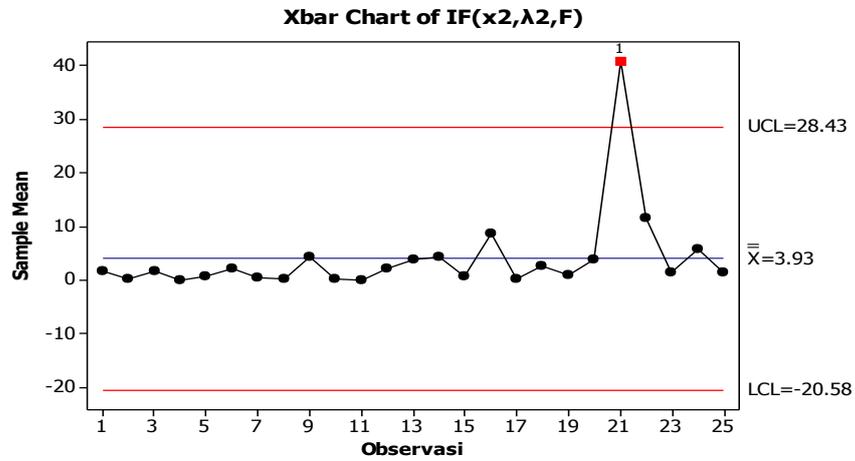
Tabel 4.5 Batas kontrol dengan menggunakan fungsi pengaruh

IF(x <sub>i</sub> , λ <sub>i</sub> , $\hat{F}$ )	Variance Proses	UCL	LCL
IF(x <sub>1</sub> , λ <sub>1</sub> , $\hat{F}$ ):	3.886 ± 3 * 11.1563	37.35501	-29.5833
IF(x <sub>2</sub> , λ <sub>2</sub> , $\hat{F}$ ):	3.928 ± 3 * 8.1686	28.43367	-20.5784
IF(x <sub>3</sub> , λ <sub>3</sub> , $\hat{F}$ ):	3.973 ± 3 * 7.9477	27.81564	-19.8706
IF(x <sub>4</sub> , λ <sub>4</sub> , $\hat{F}$ ):	3.983 ± 3 * 3.7142	15.12579	-7.15949

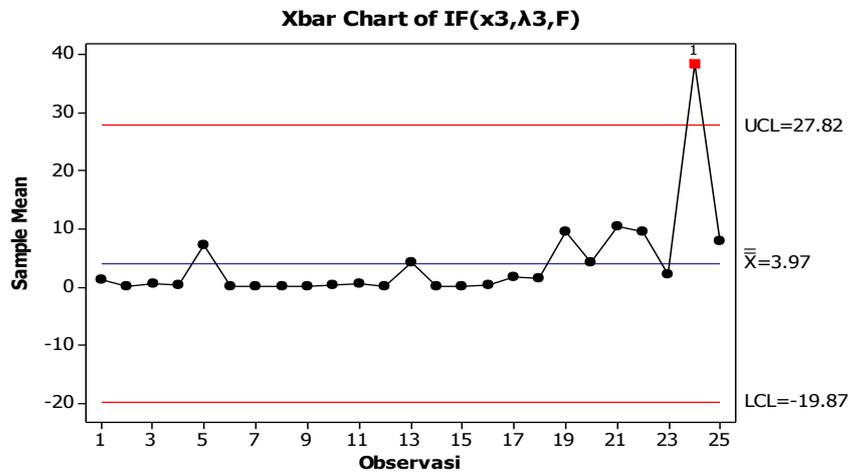
Gambar (4.6, 4.7, 4.8, dan 4.9) menunjukkan diagram kontrol shewhart untuk data dengan menggunakan fungsi pengaruh dari eigenvalue dengan batas kontrol 3σ.



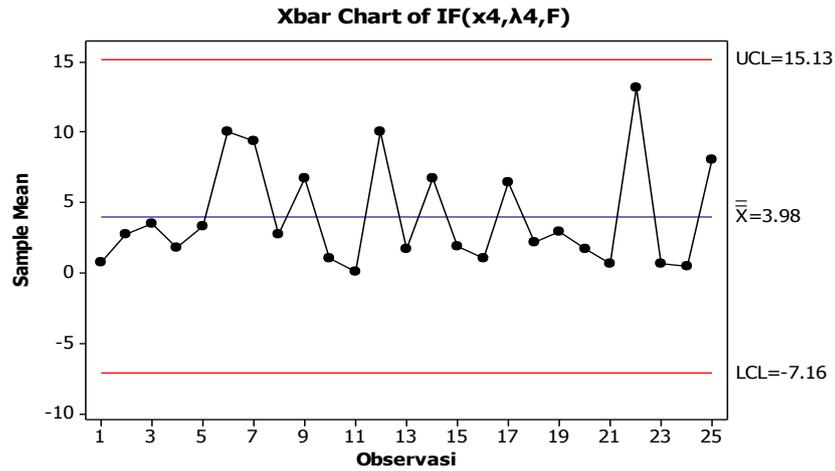
Gambar 4.6 Diagram kontrol short run untuk variabilitas proses berbasis fungsi pengaruh eigenvalue pertama



Gambar 4.7 Diagram kontrol short run untuk variabilitas proses berbasis fungsi pengaruh eigenvalue kedua



Gambar 4.8 Diagram kontrol short run untuk variabilitas proses berbasis fungsi pengaruh eigenvalue ketiga



Gambar 4.9 Diagram kontrol short run untuk variabilitas proses berbasis fungsi pengaruh eigenvalue keempat

Dari gambar 4.6, 4.7, dan 4.9 menunjukkan bahwa pergeseran kecil dapat dideteksi dengan menggunakan diagram kontrol berdasarkan fungsi pengaruh dari eigenvalue, hal ini dapat dilihat pada gambar 4.6 untuk variabel  $X1$  (*Socket External Diameter*) pergeseran variabilitas proses dapat dilihat pada observasi ke 24, sedangkan pada gambar 4.7 untuk variabel  $X2$  (*Barel External Diameter*) pergeseran variabilitas proses dapat dilihat pada observasi ke 15, dan untuk gambar 4.8 pada variabel  $X3$  (*Barel Internal Diameter*) pergeseran variabilitas proses dapat dilihat pada data ke ke 21, dan untuk variabel  $X4$  (*Overall length*), tidak terlihat pergeseran yang signifikan sehingga dapat disimpulkan untuk proses pada variabel  $X4$  berada didalam batas kontrol.

#### 4.4.2 Diagram Kontrol Short Run $T^2$ Berbasis Fungsi Pengaruh Untuk Pemantauan Mean Proses.

Diagram kontrol *short run*  $T^2$  berbasis fungsi pengaruh untuk memantau mean proses digunakan untuk menggabungkan beberapa diagram kontrol menjadi satu diagram kontrol, dimana proses ini akan lebih memudahkan dalam pemantauan proses kontrol secara bersamaan, dalam hal ini vektor  $Y$  akan digunakan sebagai fungsi pengaruh pada diagram kontrol statistik  $T^2$ , dimana vektor  $Y$  adalah bentuk vektor yang didapatkan dari komponen utama atau *principal component* (PC).

Secara umum bentuk kuadrat bisa ditulis sebagai  $YMY$  dimana  $M$  adalah matriks kovarian, untuk selanjutnya adalah menghitung dan memplot diagram kontrol *short run* berbasis fungsi pengaruh (*IF*) pada proses mean yang didasarkan pada statistik  $T^2$  dimana :

$$Y = IF(x - \hat{\mu})$$

$$M = \hat{\Sigma}^{-1} \text{ (inverse dari matrik kovarian)}$$

Dimana vektor  $Y$  adalah

$$Y_{(1,2,3,4)} = \begin{bmatrix} -3.99 & -2.30 & -2.69 & -3.27 \\ -2.27 & -3.84 & -3.87 & -1.22 \\ -3.25 & -2.20 & -3.51 & -0.46 \\ -1.34 & -3.94 & -3.65 & -2.25 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -1.76 & -2.50 & 3.84 & 4.09 \end{bmatrix}$$

Dan bentuk matriks kovariannya adalah

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 124.46 & -4.073 & -6.06 & -7.30 \\ -4.073 & 66.72 & 16.71 & -2.10 \\ -6.065 & 16.71 & 63.16 & -3.84 \\ -7.302 & -2.10 & -3.84 & 13.79 \end{bmatrix}$$

inverse dari matrik kovarian  $\Sigma'$  didapatkan

$$\Sigma' = \begin{bmatrix} 0.0083 & 0.0004 & 0.0009 & 0.0047 \\ 0.0004 & 0.0161 & -0.0041 & 0.0015 \\ 0.0009 & -0.0041 & 0.0173 & 0.0047 \\ 0.0047 & -0.0015 & 0.0047 & 0.0765 \end{bmatrix}$$

Untuk menghitung  $T^2$  maka digunakan persamaan

$$T_i^2 = (xi - \hat{\mu})^t \hat{\Sigma}^{-1} (xi - \hat{\mu}) = (xi - \bar{x})^t \hat{\Sigma}^{-1} (xi - \bar{x})$$

Sehinga bentuk matriksnya adalah

$$T^2 = \begin{bmatrix} -3.99 & -2.30 & -2.69 & -3.27 \\ -2.27 & -3.84 & -3.87 & -1.22 \\ -3.25 & -2.20 & -3.51 & -0.46 \\ -1.34 & -3.94 & -3.65 & -2.25 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -1.76 & -2.50 & 3.84 & 4.09 \end{bmatrix} \times$$

$$\begin{bmatrix} 0.0083 & 0.0004 & 0.0009 & 0.0047 \\ 0.0004 & 0.0161 & -0.0041 & 0.0015 \\ 0.0009 & -0.0041 & 0.0173 & 0.0047 \\ 0.0047 & -0.0015 & 0.0047 & 0.0765 \end{bmatrix}$$

$$\times \begin{bmatrix} -3.99 & -2.27 & -3.25 & -1.34 & \dots & -1.76 \\ -2.30 & -3.84 & -2.20 & -3.94 & \dots & -2.50 \\ -2.69 & -3.87 & -3.51 & -3.65 & \dots & 3.84 \\ -3.27 & -1.22 & -0.46 & -2.25 & \dots & 4.09 \end{bmatrix}$$

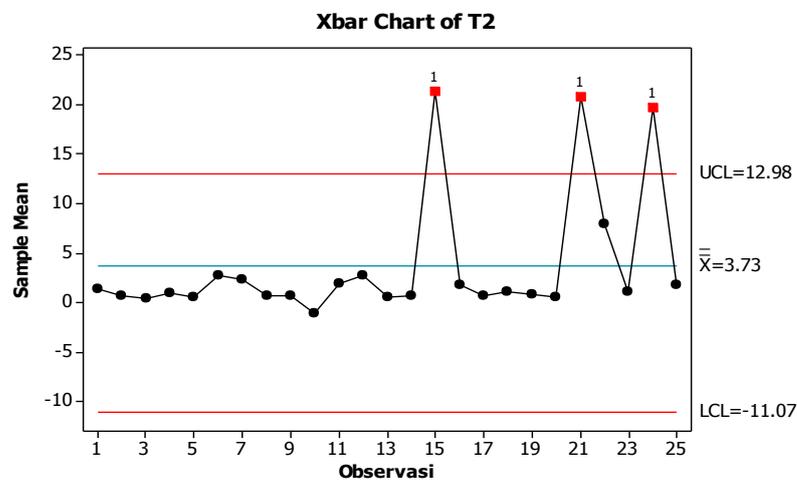
Sehingga didapatkan  $T^2$  dari penggabungan masing variabel adalah :

$$T^2 = \begin{bmatrix} 1.367 \\ 0.640 \\ 0.392 \\ 0.912 \\ 2.752 \\ \vdots \\ 1.776 \end{bmatrix}$$

dengan batas kontrol yang digunakan adalah

$$\begin{aligned} UCL &= \frac{(n-1)p}{(n-p)} F_{\alpha, p, n-p} \\ &= \frac{(25-1)4}{25-4} F_{0.05, 4, 21} \\ &= 12.58 \end{aligned}$$

Dari batas kontrol yang didapat maka hasil plotting diagram kontrol short run pada data awal yang didasari pada statistik  $T^2$  dapat dilihat pada gambar 4.10



Gambar 4.10 Diagram kontrol short run berdasarkan  $T^2$  berdasarkan fungsi pengaruh yang digunakan untuk memantau mean proses.

Dari gambar 4.9 menunjukkan bahwa penggunaan data awal pada diagram kontrol  $T^2$  dapat mendeteksi pergeseran kecil, tetapi dianggap kurang maksimal karena hanya dua pergeseran saja yang dapat dideteksi, sedangkan diagram kontrol  $T^2$  yang memanfaatkan fungsi pengaruh dari mean proses dapat lebih efisien dalam mendeteksi pergeseran kecil hal ini ditunjukkan pada gambar 4.10 dimana tiga pergeseran dapat dideteksi oleh diagram kontrol ini, yaitu pada observasi produk ke 15, 21, dan 24. Sehingga metode ini layak untuk menjadi pertimbangan untuk penggunaan untuk jumlah data yang sedikit.

## BAB 5

### KESIMPULAN DAN SARAN

#### 5.1. Kesimpulan

Dari hasil pembahasan, diperoleh beberapa kesimpulan sebagai berikut :

1. Diagram kontrol untuk memantau proses varians dengan menggunakan fungsi pengaruh lebih efektif digunakan untuk mendeteksi pergeseran kecil pada proses produksi dibanding diagram kontrol shewhart standard, dimana tunjukkan pada gambar.(4.1,4.2,4.3, dan 4.4) dimana pergeseran pada proses tidak dapat dideteksi dengan menggunakan diagram kontrol shewhart standard, sedangkan pada gambar.(4.6,4.7, dan 4.8) pergeseran pada proses dapat di deteksi dengan lebih efektif, dengan menggunakan fungsi pengaruh eigenvalue dari komponen utama dimana ditunjukkan pergeseran varians pada observasi ke 15, 20 dan 24 untuk masing-masing diagram kontrol, dengan menggunakan batas kontrol  $3\sigma$  yang sama dengan diagram kontrol shewhart standard

Dimana : 
$$UCL = \bar{X} + 3 * \hat{\sigma}$$

$$LCL = \bar{X} - 3 * \hat{\sigma}$$

2. Diagram kontrol untuk memantau mean proses yang di dasarkan pada  $T^2$  dengan menggunakan fungsi pengaruh dari vektor  $Y$  dimana  $Y = IF(x-\mu)$  lebih efektif untuk mendeteksi pergeseran pada proses dimana ditunjukkan pada gambar.4.9 dengan menggunakan  $T^2$  hotelling, dan pada gambar.4.10 dengan menggunakan  $T^2$  berbasis fungsi pengaruh,  $T^2$  standard hanya dapat mendeteksi dua pergeseran saja yaitu pada observasi ke 15 dan 20, sedangkan  $T^2$  dengan menggunakan fungsi pengaruh dapat mendeteksi tiga pergeseran pada proses yaitu pada observasi ke 15, 20 dan 24 dimana batas kontrol yang di gunakan adalah

$$UCL = \frac{(n-1)p}{(n-p)} F_{\alpha, p, n-p}$$

## 5.2. Saran

1. Diagram kontrol dengan menggunakan fungsi pengaruh yang didasarkan pada statistik  $T^2$  atau distribusi  $\chi^2$  akan efisien jika jumlah karakteristik kualitas tidak lebih besar dari empat. Jika jumlah karakteristik kualitas lebih besar dari empat maka hanya pergeseran besar dapat dideteksi dengan menggunakan diagram kontrol ini. Oleh karena itu untuk proses dengan jumlah data yang besar, maka pengurangan variabel asli harus di pertimbangkan, sehingga variabel yang berperan penting saja yang di ambil.
2. Diagram kontrol dengan menggunakan fungsi pengaruh dapat diterapkan pada hampir semua situasi pada kasus real, sehingga untuk pengembangan selanjutnya fungsi pengaruh dapat di gunakan untuk mengatur Diagram kontrol dengan batas kontrol probabilistik yang ditetapkan berdasarkan distribusi dari statistik yang digunakan untuk memantau proses dan jenis kesalahan pertama pada fase I. Dan diagram kontrol CUSUM untuk data terukur serta untuk atribut.

## DAFTAR PUSTAKA

- Bower, K. M. (n.d.). *Statistical process control (SPC)*. Retrieved from <http://asq.org/learn-about-quality/statistical-process-control/overview/overview.html>
- Chui Hengjian & Chan Laikow (2007), *Control Chart For Short Run*, Chinese Journal of Applied Probability and statistics, Vol 23 No 2.
- C. P. Quesenberry . (2001). *The Multivariate Short -Run Snapshot Q Chart*. Quality Engineering, Vol. 13 No. 4, pp. 679-683.
- Davis R.Bothe (1988) , *SPC For Short Production Run* , International Quality Institute,.Inc
- Fangyi He, Wei Jiang & Lianjie Shu (2008), *Improved Self-Starting Control Charts for Short Runs*, Quality Technology & Quantitative Management, Vol. 5, No. 3, pp. 289-308
- James McNames, William Evans, David Abercrombie (2001), *Quantization Compensation for SPC Q Charts*, Associate professor of Electrical and Computer Engineering
- Jensen, W. A, Jonas Farmer L.A, Champ C.W, and Woodall W.H (2006). *Effects of Parameter Estimation on Control Chart properties*, Journal of Quality Technology, 40(3) pp 332-344.
- L. Jaupi, D. E. Herwindiati, Ph. Durand, and D. Ghorbanzadeh (2013). *Short-Run Multivariate Control Charts for Process Mean and Variability*. Proceedings of the World Congress on Engineering 2013 Vol I
- L.Jaupi & Gibert Saporta (1997). *Control Chart for Multivariate Process Based on Influence Function*, Confrence on Statistical Science, Verlag basel.
- Luan Jaupi (2002). *Multivariate Control Chart For Complex process*, Multivariate Total Quality Control, A Springer-Verlag Company.
- Matthew E. Elam, Kenneth E. Case, dan Jong-Min Kim (2007). *Two-Stage Short-Run  $\bar{X}v$  and  $\bar{X}s$  Control Chart*, Quality Engineering 15(3) :441-448.
- Michael B. C. Khoo&T. F. Ng (2005) *Enhancing The Performance Of A Short Run Multivariate Control Chart For The Process Mean*, Journal of Modern Applied StatisticalMethods, Vol 4 Is 1

- Mohammed Nasser and Mesbahul Alam . (2006). *Estimators of Influence Function*. Communications in Statistics—Theory and Methods , Taylor & Francis Group, LLC
- Montgomery, D. C., & Runger, G. C. (2003). *Applied statistics and probability for engineers*. (3th ed.). New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Montgomery, D. C. (2005). *Introduction to statistical quality control*. (5th ed.). Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.
- Nelson, L. S. (1988). *Control charts: rational subgroups and effective applications*. Journal of Quality Technology, 20(1), 73–75.
- P. Bickel, P. Diggle, S. Finberg, K. Krickeberg, I. Olkin, N. Wermuth, S. Zeger (2002). *Principal Component Analysis Secon Edition*. I.T. Jolliffe Springer, Series In Statistics ISBN 0-387-95442-2 (alk. Paper)
- Porticus. (n.d.). *Western electric: A brief history*. Retrieved from [http://www.porticus.org/bell/westernelectric\\_history.html](http://www.porticus.org/bell/westernelectric_history.html)
- Prins, J. (2006). Proportions control charts. In NIST & SEMATECH (Eds.), *e-Handbook of Statistical Methods* (chap. 6.3.3.2). Retrieved from <http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/>
- Sower, V. E. (2011). *Essentials of quality with cases and experiential exercises*. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.
- Yuichi Moti , Shingo Watadani, Yoshiro Yamamoto, Tomoyuki Tarumi and Yutaka Tanaka (2002) *Statistical Software SAMMIF for Sensitivity Analysis in Multivariate Methods*, Journal Of Measurement and Multivariate Analysis, Springer Japan, ISBN 978-4-431-65955-6 (eBook)

**Lampiran A**

Tabel Data Pipa

<b>PIPE TYPE 1650 H CLASS</b>				
<b>Obs</b>	<b>A Ø (X1)</b>	<b>C Ø (X2)</b>	<b>D Ø (X3)</b>	<b>L (X4)</b>
<b>Sample (X65) Z CLASS</b>	<b>Socket External Diameter (mm)</b>	<b>Barel External Diameter (mm)</b>	<b>Barel Internal Diameter (mm)</b>	<b>Overall length (mm)</b>
1	2060.1	1880.2	1625.1	3180.3
2	2060.1	1880.1	1625.1	3180.0
3	2060.1	1880.2	1625.0	3180.1
4	2060.0	1880.1	1625.1	3180.0
5	2060.0	1880.4	1625.3	3180.1
6	2060.2	1880.4	1625.4	3180.0
7	2060.1	1880.0	1625.2	3180.3
8	2060.1	1880.1	1625.1	3180.0
9	2060.0	1880.0	1625.5	3180.1
10	2060.2	1880.3	1625.2	3180.2
11	2060.0	1880.1	1625.2	3180.1
12	2060.2	1880.4	1625.4	3180.0
13	2060.3	1880.2	1625.5	3180.0
14	2060.0	1880.0	1625.5	3180.1
15	2060.8	1880.9	1625.8	3180.8
16	2060.1	1880.3	1625.6	3180.0
17	2060.0	1880.1	1625.2	3180.3
18	2059.8	1879.9	1624.8	3179.9
19	2060.2	1879.8	1625.1	3180.1
20	2060.3	1880.2	1625.5	3180.0
21	2060.3	1880.5	1624.6	3180.8
22	2059.8	1880.2	1625.7	3180.2
23	2060.3	1880.5	1625.2	3180.4
24	2060.8	1880.1	1625.1	3180.3
25	2060.2	1879.8	1625.1	3180.2

## Lampiran B

Data tranformasi komponen utama

Obs	X1	X2	X3	X4	T <sup>2</sup>
1	2060.1	1880.2	1625.1	3180.3	0.881015
2	2060.1	1880.1	1625.1	3180.0	1.102997
3	2060.1	1880.2	1625.0	3180.1	1.501526
4	2060.0	1880.1	1625.1	3180.0	1.129722
5	2060.0	1880.4	1625.3	3180.1	2.569396
6	2060.2	1880.4	1625.4	3180.0	2.910905
7	2060.1	1880.0	1625.2	3180.3	2.306778
8	2060.1	1880.1	1625.1	3180.0	1.102997
9	2060.0	1880.0	1625.5	3180.1	2.700256
10	2060.2	1880.3	1625.2	3180.2	0.659118
11	2060.0	1880.1	1625.2	3180.1	0.474891
12	2060.2	1880.4	1625.4	3180.0	2.910905
13	2060.3	1880.2	1625.5	3180.0	2.307468
14	2060.0	1880.0	1625.5	3180.1	2.700256
15	2060.8	1880.9	1625.8	3180.8	14.19209
16	2060.1	1880.3	1625.6	3180.0	2.389353
17	2060.0	1880.1	1625.2	3180.3	1.976075
18	2059.8	1879.9	1624.8	3179.9	5.086739
19	2060.2	1879.8	1625.1	3180.1	3.812155
20	2060.3	1880.2	1625.5	3180.0	2.307468
21	2060.3	1880.5	1624.6	3180.8	13.43135
22	2059.8	1880.2	1625.7	3180.2	7.868266
23	2060.3	1880.5	1625.2	3180.4	2.057345
24	2060.8	1880.1	1625.1	3180.3	11.11673
25	2060.2	1879.8	1625.1	3180.2	4.502894

## Lampiran C

Tabel  
Data Pipa dengan menggunakan Fungsi pengaruh

Obs Num	IF(x1,λ1,F)	IF(x2,λ2,F)	IF(x3,λ3,F)	IF(x4,λ4,F)	T <sup>2</sup>
1	-0.105	1.629	1.286	0.718	1.3674
2	1.614	0.084	0.104	2.764	0.6409
3	0.635	1.732	0.467	3.522	0.3924
4	2.547	-0.013	0.320	1.732	0.9123
5	-0.098	0.605	7.177	3.339	0.6053
6	0.334	2.141	0.128	10.056	2.7525
7	0.261	0.398	0.077	9.385	2.2888
8	1.614	0.084	0.104	2.764	0.6409
9	0.719	4.170	0.037	6.672	0.7594
10	0.128	0.147	0.210	0.993	-1.1098
11	1.199	-0.061	0.544	0.065	1.8842
12	0.334	2.141	0.128	10.056	2.7525
13	0.104	3.748	4.075	1.698	0.6017
14	0.719	4.170	0.037	6.672	0.7594
15	55.426	0.623	-0.005	1.894	21.4516
16	0.037	8.548	0.173	0.996	1.7338
17	0.212	0.192	1.684	6.465	0.6883
18	14.794	2.636	1.383	2.134	1.1663
19	3.075	0.768	9.431	2.920	0.8679
20	0.104	3.748	4.075	1.698	0.6017
21	4.159	40.728	10.282	0.671	20.8427
22	-0.093	11.555	9.370	13.176	7.9679
23	4.299	1.365	2.066	0.657	1.0469
24	3.000	5.619	38.353	0.463	19.7850
25	2.130	1.431	7.808	8.070	1.7768

continued

$F_{\alpha}(v_1, v_2)$        $\alpha = 0.05$

$v_1$  = degrees of freedom for numerator       $v_2$  = degrees of freedom for denominator

$v_1 \backslash v_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	$\infty$
1	161.4	199.5	215.7	224.6	230.2	234.0	236.8	238.9	240.5	241.9	243.9	245.9	248.0	249.1	250.1	251.1	252.2	253.3	254.3
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40	19.41	19.43	19.45	19.45	19.46	19.47	19.48	19.49	19.50
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.57	8.55	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.69	5.66	5.63
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.43	4.40	4.36
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.74	3.70	3.67
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.30	3.27	3.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	3.01	2.97	2.93
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	2.79	2.75	2.71
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.91	2.85	2.77	2.74	2.70	2.66	2.62	2.58	2.54
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.79	2.72	2.65	2.61	2.57	2.53	2.49	2.45	2.40
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.43	2.38	2.34	2.30
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.60	2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	2.30	2.25	2.21
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.53	2.46	2.39	2.35	2.31	2.27	2.22	2.18	2.13
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.48	2.40	2.33	2.29	2.25	2.20	2.16	2.11	2.07
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.42	2.35	2.28	2.24	2.19	2.15	2.11	2.06	2.01
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.38	2.31	2.23	2.19	2.15	2.10	2.06	2.01	1.96
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.34	2.27	2.19	2.15	2.11	2.06	2.02	1.97	1.92
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	1.98	1.93	1.88
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	1.95	1.90	1.84
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.25	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96	1.92	1.87	1.81
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.23	2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.78
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.20	2.13	2.05	2.01	1.96	1.91	1.86	1.81	1.76
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.79	1.73
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.22	2.16	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87	1.82	1.77	1.71
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	2.15	2.07	1.99	1.94	1.90	1.85	1.80	1.75	1.69
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25	2.20	2.13	2.06	1.97	1.93	1.88	1.84	1.79	1.73	1.67
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19	2.12	2.04	1.96	1.91	1.87	1.82	1.77	1.71	1.65
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18	2.10	2.03	1.94	1.90	1.85	1.81	1.75	1.70	1.64
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.09	2.01	1.93	1.89	1.84	1.79	1.74	1.68	1.62
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.00	1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.64	1.58	1.51
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.92	1.84	1.75	1.70	1.65	1.59	1.53	1.47	1.39
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.17	2.09	2.02	1.96	1.91	1.83	1.75	1.66	1.61	1.55	1.50	1.43	1.35	1.25
$\infty$	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.75	1.67	1.57	1.52	1.46	1.39	1.32	1.22	1.00

TABLE 4 SELECTED PERCENTILES OF THE F DISTRIBUTION (continued)