



TESIS - SS142501

**PEMODELAN REGRESI *HURDLE NEGATIVE BINOMIAL* DENGAN VARIABEL DEPENDEN TERSENSOR KANAN PADA KASUS TETANUS NEONATORUM DI INDONESIA**

Riza Yuli Rusdiana  
NRP 1315 201 013

DOSEN PEMBIMBING  
Dr. Dra. Ismaini Zain, M. Si  
Santi Wulan Purnami, S. Si, M. Si, Ph. D.

PROGRAM MAGISTER  
JURUSAN STATISTIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER  
SURABAYA  
2017



THESIS - SS142501

# **HURDLE NEGATIVE BINOMIAL REGRESSION MODELLING WITH RIGHT CENSORED DEPENDENT VARIABLE ON TETANUS NEONATORUM CASE IN INDONESIA**

Riza Yuli Rusdiana  
NRP 1315 201 013

SUPERVISOR

Dr. Dra. Ismaini Zain, M. Si  
Santi WulanPurnami, S. Si, M. Si, Ph. D.

MAGISTER PROGRAM  
STATISTICS DEPARTMENT  
FACULTY OF MATEMATICS AND NATURAL SCIENCES  
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER  
SURABAYA  
2017

**PEMODELAN REGRESI *HURDLE NEGATIVE BINOMIAL*  
DENGAN VARIABEL DEPENDEN TERSENSOR KANAN PADA  
KASUS TETANUS NEONATORUM DI INDONESIA**

Tesis disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar Magister Sains (M.Si)  
di  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember  
Oleh:

**RIZA YULI RUSDIANA  
NRP. 1315 201 013**

Tanggal Ujian : 16 Januari 2017  
Periode Wisuda : Maret 2017

Disetujui oleh:



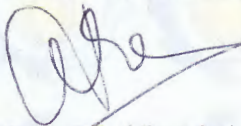
1. Dr. Ismaini Zain, M.Si  
NIP. 19600525 198803 2 001

(Pembimbing I)



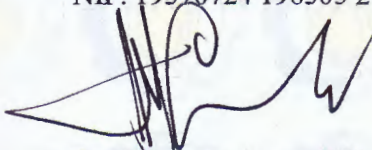
2. Santi Wulan Purnami, M.Si, Ph.D  
NIP. 19720923 199803 2 001

(Pembimbing II)



3. Dr. Agnes Tuti Rumiati, M.Sc  
NIP. 19570724 198503 2 002

(Penguji)



4. Dr. I Nyoman Latra, MS  
NIP. 19511130 197901 1 001

(Penguji)

an. Direktur Program Pascasarjana  
Asisten Direktur

Direktur Program Pasca Sarjana,

Prof. Dr. Ir. Tr. Widjaja, M.Eng.  
NIP. 19611001 198603 1 001

Prof. Ir. Djauhar Manfaat, M.Sc., Ph.D.  
NIP.19601202 198701 1 001



# PEMODELAN REGRESI *HURDLE NEGATIVE BINOMIAL* DENGAN VARIABEL DEPENDEN TERSENSOR KANAN PADA KASUS TETANUS NEONATORUM DI INDONESIA

Nama Mahasiswa : Riza Yuli Rusdiana  
NRP : 1315201013  
Dosen Pembimbing : Dr. Dra. Ismaini Zain, M.Si  
Santi Wulan Purnami, S.Si, M.Si, Ph.D.

## ABSTRAK

Model regresi *Hurdle Negative Binomial* (HNB) adalah metode yang dapat digunakan untuk variabel dependen bertipe data *count* dengan banyak observasi yang bernilai nol (*excess zero*) dan terjadi *overdispersion*. Model HNB menggunakan pendekatan dua bagian (*two part model*), yaitu bagian pertama untuk mengestimasi variabel dependen bernilai nol dan bagian kedua mengestimasi variabel dependen yang bernilai bulat non-negatif. Untuk kasus tertentu variabel dependen tersensor pada nilai tertentu. Jenis sensor yang akan digunakan yaitu sensor kanan. Penelitian ini akan melakukan kajian teori, kajian simulasi dan kajian terapan pada model regresi *Censored Hurdle Negative Binomial* (CHNB). Pada kajian teori dilakukan estimasi parameter model regresi CHNB menggunakan metode *maksimum likelihood* menghasilkan persamaan tidak *closed form*, sehingga untuk menyelesaikan estimasi parameter digunakan metode iterasi Newton Rapshon. Berdasarkan hasil simulasi semakin besar data mengalami penyensoran maka semakin besar pula performa model regresi CHNB dan semakin besar ukuran sampel semakin besar performa model regresi CHNB. Di sisi lain, adapun pemodelan regresi CHNB terhadap kasus *tetanus neonatorum* di Indonesia didapatkan kedua model yaitu *zero hurdle model* dan *truncated negative binomial model*. Variabel imunisasi TT2+, imunisasi TT5 dan persalinan di fasilitas kesehatan berpengaruh terhadap jumlah kasus tetanus neonatorum.

**Kata kunci:** *Hurdle Negative Binomial*, Tersensor Kanan, *Tetanus Neonatorum*, *Two Part Model*

*(Halaman ini sengaja dikosongkan)*

# **HURDLE NEGATIVE BINOMIAL REGRESSION MODELING WITH RIGHT CENSORED DEPENDENT VARIABLE ON TETANUS NEONATORUM CASE IN INDONESIA**

Name : RizaYuliRusdiana  
NRP : 1315201013  
Supervisor : Dr. Dra. Ismaini Zain, M.Si  
Santi Wulan Purnami, S.Si, M.Si, Ph.D.

## **ABSTRACT**

Hurdle Negative Binomial (HNB) regression model is a method which can be used for dependent variable of count data type with many zeros and overdispersion condition. The HNB model uses a two-part approach (two part model) i.e. the first part for zero count and another part for positive count. The dependent variable in such cases is censored for some values. The right censored is used in this research. Censored Hurdle Negative Binomial (CHNB) regression model is applied on the theory, simulation and empirical studies. The results of theoretical studies indicate that the equations to obtain estimated parameters are not closed form, then a numerical method with Newton Raphson iteration is used. Based on the result of the simulation, the larger the censored data and the larger of sample size give the better performance CHNB regression model. On the other hand, the result of empirical studies for tetanus neonatorum case in Indonesia is obtained both hurdle model and truncated negative binomial model. Variable of TT2+ immunization, TT5 immunization, and labor in health facility affected number of tetanus neonatorum case.

**Keywords:** Hurdle Negative Binomial, Right Censored, Tetanus Neonatorum, Two Part Model

*(Halaman ini sengaja dikosongkan)*

## KATA PENGANTAR

Puji dan syukur penulis hadiratkan kepada Allah SWT, karena atas segala rahmat dan ridho-Nya sehingga tesis yang diberi judul “Pemodelan Regresi *Hurdle Negative Binomial* Dengan Variabel Dependen Tersensor Kanan Pada Kasus Tetanus Neonatorum Di Indonesia” ini bisa terselesaikan. Tesis ini merupakan salah satu syarat untuk menyelesaikan pendidikan di Program Magister S2 Statistika ITS. Ada banyak pihak yang telah membantu dalam penulisan tesis ini, sehingga penulis ingin menyampaikan ucapan terima kasih kepada

1. Ibu Dr. Ismaini Zain, M.Si selaku dosen pembimbing yang telah memberikan bimbingan, arahan dan semangat kepada penulis untuk menyelesaikan tesis ini.
2. Ibu Santi Wulan Purnami, M.Si, Ph.D selaku dosen pembimbing, yang telah bersedia meluangkan waktu untuk memberikan bimbingan, saran, dan ilmu yang bermanfaat dalam penyelesaian tesis ini.
3. Bapak Dr. I Nyoman Latra, MS dan Ibu Dr. Agnes Tuti Rumiati, M.Sc selaku dosen penguji yang telah memberikan banyak saran dan masukan agar tesis ini menjadi lebih baik.
4. Bapak Dr. Suhartono, M.Sc selaku Ketua Jurusan Statistika ITS dan Bapak Dr.rer.pol. Heri Kuswanto, selaku Kaprodi Pascasarjana Statistika FMIPA ITS.
5. Bapak /Ibu dosen pengajar di Jurusan Statistika ITS, terima kasih atas semua ilmu berharga yang telah diberikan.
6. Bapak/Ibu staf dan karyawan di Jurusan Statistika ITS, terima kasih atas segala bantuan selama masa perkuliahan penulis.
7. Kedua orang tua yang sangat penulis sayangi dan hormati, dan juga terima kasih atas dukungan dan bantuan Adek yang setia mengantar jemput di stasiun.
8. Suami yang memberikan doa dan dukungan kepada penulis, Kinar yang selalu menjadi motivasi penulis untuk menyelesaikan tesis.



9. Semua teman-teman seperjuangan S2 Statistika ITS, terima kasih banyak atas bantuan dan kebersamaan selama ini. Khususnya Rizfani, Ifa, Alvionita, Amanda, Titin dan Nisa, terima kasih atas bantuan dukungan dan semangat yang diberikan pada penulis.
10. Serta, semua pihak yang telah membantu penulis, namun tidak dapat penulis sebutkan satu per satu.

Penulis menyadari bahwa tesis ini masih jauh dari sempurna, sehingga kritik dan saran sangat diharapkan. Semoga tesis ini dapat memberikan manfaat guna memperluas wawasan keilmuan pembacanya.

Surabaya, Januari 2017

Penulis

## DAFTAR ISI

	Halaman
<b>HALAMAN JUDUL</b> .....	i
<b>HALAMAN PENGESAHAN</b> .....	iii
<b>ABSTRAK</b> .....	v
<b>ABSTRACT</b> .....	vii
<b>KATA PENGANTAR</b> .....	ix
<b>DAFTAR ISI</b> .....	xi
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	xiii
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	xv
<b>DAFTAR LAMPIRAN</b> .....	xvii
<b>BAB 1 PENDAHULUAN</b> .....	1
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Rumusan Masalah .....	4
1.3 Tujuan Penelitian.....	5
1.4 Manfaat Penelitian.....	5
1.5 Batasan Masalah Penelitian .....	5
<b>BAB 2 TINJAUAN PUSTAKA</b> .....	7
2.1 Konsep Data <i>Count</i> Tersensor Kanan .....	7
2.2 <i>Overdispersion</i> .....	8
2.3 Model Regresi <i>Hurdle Negative Binomial</i> .....	9
2.4 Estimasi Parameter Model Regresi <i>Hurdle Negative Binomial</i> ....	11
2.5 Pengujian Parameter Regresi <i>Censored Hurdle Negative Binomial</i> .....	13
2.5.1 Pengujian Simultan .....	14
2.5.2 Pengujian Parsial.....	14
2.6 Multikolinieritas.....	15
2.7 <i>Akaike's Information Criterion (AIC)</i> .....	15

2.8 <i>Tetanus Neonatorum</i> .....	16
<b>BAB 3 METODE PENELITIAN</b> .....	19
3.1 Desain penelitian .....	19
3.2 Metode Analisis .....	19
3.2.1 Kajian Teori .....	19
3.2.2 Kajian Simultan.....	21
3.2.3 Kajian Terapan .....	21
<b>BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN</b>	
4.1 Estimasi Parameter Regresi <i>Censored Hurdle Negative Binomial</i> .....	25
4.2 Studi Simulasi Regresi <i>Censored Hurdle Negative Binomial</i> ..	30
4.2.1 Studi Simulasi Regresi <i>Censored Hurdle Negative Binomial</i> Berdasarkan Titik Sensor.....	30
4.2.1 Studi Simulasi Regresi <i>Censored Hurdle Negative Binomial</i> Berdasarkan Ukuran Sampel.....	31
4.3 Pemodelan Jumlah Kasus <i>Tetanus Neonatorum</i> .....	32
4.3.1 Karakteristik Data Kasus <i>Tetanus Neonatorum</i> .....	32
4.3.2 Pemeriksaan <i>Overdispersion</i> .....	38
4.3.2 Pemeriksaan Multikolinieritas .....	38
4.3.4 Pemodelan Menggunakan Regresi <i>Censored Hurdle Negative Binomial</i> .....	39
<b>BAB V KESIMPULAN DAN SARAN</b>	
5.1 Kesimpulan .....	43
5.2 Saran .....	43
<b>DAFTAR PUSTAKA</b> .....	45
<b>LAMPIRAN</b> .....	47

## DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 1 Variabel Penelitian.....	47
Tabel 4.1 AIC Regresi CHNB dengan Ukuran Sampel dan Titik Sensor Berbeda .....	31
Tabel 4.2 Statistik Uji t dan LRT Regresi CHNB dengan Ukuran Sampel Berbeda.....	31
Tabel 4.3 Statistika Deskriptif Variabel Penelitian.....	34
Tabel 4.4 Nilai <i>Variance Inflation Factor</i> .....	38
Tabel 4.5 Estimasi Parameter CHNB .....	39
Tabel 4.6 Tahapan Seleksi Variabel dengan <i>Backward Elimination</i> .....	40
Tabel 4.7 Estimasi Parameter Regresi CHNB dengan <i>Backward Elimination</i> .....	40

*(Halaman ini sengaja dikosongkan)*

## DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 3.1 Kerangka Konsep Faktor Resiko <i>Tetanus Neonatorum</i> .....	22
Gambar 4.1 AIC Regresi CHNB dengan Titik Sensor dan Ukuran Sampel Berbeda.....	30
Gambar 4.2 Persebaran Kasus <i>Tetanus Neonatorum</i> di Indonesia.....	32
Gambar 4.3 Diagram Pie Jumlah Kasus <i>Tetanus Neonatorum</i> .....	33
Gambar 4.4 Histogram Jumlah Kasus <i>Tetanus Neonatorum</i> di Indonesia .....	33
Gambar 4.5 Persebaran Cakupan Imunisasi TT2+ di Indonesia .....	35
Gambar 4.6 Persebaran Cakupan Imunisasi TT5 di Indonesia .....	35
Gambar 4.7 Persebaran Cakupan Kunjungan Antenatal di Indonesia.....	36
Gambar 4.8 Persebaran Cakupan Kunjungan Neonatal di Indonesia.....	36
Gambar 4.9 Persebaran Cakupan Persalinan Fasyankes di Indonesia.....	37
Gambar 4.10 Persebaran Cakupan Persalinan Non Fasyankes di Indonesia .....	37

*(Halaman ini sengaja dikosongkan)*

## DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
Lampiran 1 Data Penelitian Jumlah Kasus Tetanus Neonatorum di Indonesia Tahun 2015 .....	47
Lampiran 2A Turunan Pertama Fungsi Pembantu .....	48
Lampiran 2B Turunan Pertama Fungsi Ln <i>Likelihood</i> .....	51
Lampiran 2C Turunan Parsial Kedua Fungsi Ln <i>Likelihood</i> .....	52
Lampiran 3 Syntax Simulasi CHNB dengan SAS.....	59
Lampiran 4 AIC Regresi CHNB dengan Ukuran Sampel ( $n$ ) dan Titik Sensor ( $c$ ) Berbeda.....	61
Lampiran 5 Statistik Uji $t$ Regresi CHNB dengan Ukuran Sampel ( $n$ ) Berbeda.....	62
Lampiran 6 Syntax Pemodelan CHNB dengan SAS .....	63
Lampiran 7 Output <i>Overdispersion</i> Regresi <i>Poisson</i> .....	65
Lampiran 8 Output Pemodelan Regresi HNB .....	66
Lampiran 9 Output Pemodelan Regresi CHNB .....	67



*(Halaman ini sengaja dikosongkan)*

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Analisis statistik yang sering digunakan untuk memodelkan hubungan antara variabel dependen dan variabel independen adalah analisis regresi. Dalam menganalisa data statistik sangatlah diperhatikan jenis data yang digunakan (Ratnasari, Purhadi, Zain dan Suhartono, 2012). Data *count* merupakan data yang berupa bilangan bulat non-negatif dan menyatakan banyaknya kejadian dalam interval waktu tertentu. Contoh data *count* antara lain jumlah kasus kecelakaan pesawat dan jumlah kasus bencana gempa bumi (Cameron dan Trivedi, 1998).

Metode dasar untuk memodelkan variabel dependen yang berupa data *count* dengan variabel independen berupa data kontinyu, diskrit atau kategori adalah regresi *Poisson*. Pada analisis regresi *Poisson* nilai ragam harus sama dengan rata-rata, kondisi ini disebut *equidispersion*. Namun dalam beberapa kasus, seringkali ditemukan data *count* yang memiliki nilai ragam lebih besar dibanding dengan rata-rata (*overdispersion*) sehingga regresi *Poisson* tidak sesuai digunakan (Cameron dan Trivedi, 1998). Menurut Hinde dan Demetrio (2007), jika regresi *Poisson* digunakan pada kondisi *overdispersion* maka dapat mengakibatkan *standard error* dari estimasi parameter regresi yang dihasilkan memiliki kecenderungan menjadi lebih rendah dari seharusnya (*underestimated*) sehingga menghasilkan kesimpulan yang tidak sesuai dengan data.

Pada kenyataannya, data *count* tidak hanya mengalami *overdispersion* akan tetapi dapat juga mengalami *excess zero*. *Excess zero* yaitu kondisi ketika proporsi nilai nol pada data lebih besar dari nilai lainnya. Data *count* yang mengandung nilai nol dapat diestimasi menggunakan regresi *Poisson*. Namun untuk data dengan kondisi nilai nol sangat banyak (*excess zero*) memerlukan adanya metode tertentu untuk mengatasinya. Jika regresi *Poisson* tetap digunakan maka estimasi parameternya kurang baik dalam menaksir kelebihan nol tersebut (Nadhiroh, 2009). Hal ini menyebabkan adanya pengembangan metode-metode statistik untuk mengatasi masalah tersebut.

Metode untuk memodelkan data *count* dengan banyak observasi yang bernilai nol (*excess zero*) dan terjadi *overdispersion* yaitu model regresi *Zero Inflated Negative Binomial* (ZINB) dan model regresi *Hurdle Negative Binomial* (HNB). Desjardins (2013) melakukan perbandingan mengenai kinerja kedua model regresi tersebut dengan menggunakan data simulasi. Data simulasi dibangkitkan berdasarkan ukuran sampel, nilai parameter dispersi, nilai parameter untuk komponen pertama ( $\delta$ ) serta untuk komponen kedua ( $\beta$ ), dan korelasi antar variabel bebas. Hasil perbandingan menunjukkan bahwa model regresi *Hurdle Negative Binomial* (HNB) lebih baik dibandingkan model regresi *Zero Inflated Negative Binomial* (ZINB) dengan kriteria pemilihan berdasar pada ukuran interval kepercayaan, bias dan tipe kesalahan I.

Model yang dikaji dalam penelitian ini difokuskan pada model regresi *Hurdle Negative Binomial* (HNB). Menurut Saffari, Adnan dan Greene (2012), kelebihan dari model regresi *Hurdle Negative Binomial* (HNB) yaitu dapat mengakomodasi semua observasi, baik yang bernilai nol maupun bulat non-negatif dan bersifat fleksibel karena dapat digunakan pada kondisi *overdispersion* dan *underdispersion*. Model ini telah diterapkan oleh beberapa peneliti, Zharfani (2015) memodelkan banyaknya siswa SMA yang gagal UN di Kota Malang, selanjutnya Faidah dan Pontoh (2015) menerapkan regresi *Hurdle Negative Binomial* (HNB) pada kasus penyakit difteri di Provinsi Jawa Barat.

Dalam perkembangannya, pemodelan statistik khususnya model regresi *Hurdle Negative Binomial* (HNB) melibatkan variabel dependen berupa data *count* yang tersensor (Saffari, Adnan dan Greene, 2012). Pada beberapa kasus dengan tujuan tertentu perlu pembatasan atau penyensoran pada variabel dependen. Data tersensor terdiri dari beberapa jenis yaitu sensor kanan dan sensor kiri. Variabel dependen dikatakan tersensor kiri jika data tidak teramati ketika berada di bawah titik kritis tertentu dan tersensor kanan jika data tidak teramati ketika berada di atas titik kritis tertentu (Hilbe, 2011). Pemilihan titik sensor dapat ditentukan oleh peneliti berdasar pada tujuan penelitian dan dapat terjadi secara alamiah seperti beberapa nilai yang lebih dekat terhadap suatu nilai tertentu (Frone, 1997).

Penelitian ini akan mengkaji secara teori model regresi *Censored Hurdle Negative Binomial* (CHNB) dengan variabel dependen tersensor kanan selanjutnya akan dikaji performa model dengan menggunakan simulasi, kemudian dikaji pula secara empiris dengan menerapkan model tersebut. Pada kajian teori dilakukan estimasi parameter model regresi CHNB dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE), kajian simulasi dilakukan berdasarkan ukuran sampel dan titik sensor, dan dilanjutkan pada kajian terapan yaitu memodelkan kasus *tetanus neonatorum* tahun 2015 di Indonesia.

*Tetanus neonatorum* adalah penyakit yang disebabkan *Clostridium Tetani* pada bayi usia kurang dari 28 hari yang dapat menyebabkan kematian. Faktor resiko yang mempengaruhi terjadinya *tetanus neonatorum* terdiri dari faktor medis dan faktor non medis. Faktor medis meliputi standar perawatan prenatal (kurangnya perawatan antenatal pada ibu hamil, kurangnya pengetahuan ibu hamil tentang pentingnya imunisasi *tetanus toxoid*), perawatan perinatal (kurang tersedianya fasilitas persalinan dan tenaga medis sehingga banyak persalinan yang dilakukan di rumah dan penggunaan alat-alat yang tidak steril, termasuk dalam penanganan tali pusat) dan perawatan neonatal (neonatus lahir dalam keadaan tidak steril, tingginya prematuritas, dsb) sedangkan untuk faktor non medis berhubungan dengan adat istiadat setempat (Handoko, 2011).

Pada periode neonatal, *tetanus neonatorum* merupakan penyebab utama pada kasus kematian bayi. Upaya mengeliminasi Tetanus Maternal dan Neonatal (TMN) bertujuan mengurangi jumlah kasus tetanus pada maternal dan neonatal hingga ke tingkat dimana TMN tidak lagi menjadi masalah utama kesehatan masyarakat. Badan Kesehatan Dunia (WHO) pada tahun 1988 dan UNICEF melalui *World Summit for Children* pada tahun 1990 mengajak seluruh dunia untuk mengeliminasi *tetanus neonatorum* pada tahun 2000. Namun target ini tidak tercapai, karena belum ditemukan strategi operasional yang efektif. UNICEF, WHO dan UNFPA kembali mengajak negara berkembang di dunia untuk mencapai target Eliminasi Tetanus Maternal dan Neonatal (ETMN) pada tahun 2005, yang kemudian bergeser ke tahun 2015. Eleminasi dianggap tercapai jika jumlah kasus *tetanus neonatorum* kurang dari 1 kasus per 1000 kelahiran hidup.

Dalam penelitian ini jumlah kasus *tetanus neonatorum* merupakan variabel dependen yang berupa data *count*. Berdasarkan publikasi Kemenkes RI (2016) pada tahun 2015, kasus *tetanus neonatorum* di Indonesia dilaporkan sebanyak 53 kasus yang tersebar di 13 propinsi dengan jumlah meninggal sebanyak 27 orang. Kasus ini paling banyak terjadi di Provinsi Jawa Timur (21 kasus) dan Banten (12 kasus). Kasus *Tetanus Neonatorum* merupakan kasus yang jarang terjadi sehingga banyak observasi yang bernilai nol. Nilai nol pada data memiliki proporsi lebih besar dari nilai lainnya yang menunjukkan terdapat *excess zero*. *Excess zero* merupakan salah satu penyebab adanya *overdispersion*. Adapun variabilitas pada data kasus *tetanus neonatorum* di setiap provinsi sangat tinggi terlihat dari keheterogenan pada data sehingga diduga variabel dependen mengalami *overdispersion*. Data kasus *tetanus neonatorum* memuat nilai nol pada sebagian observasinya dan sebagian nilai lainnya mempunyai nilai bulat non-negatif yang bervariasi. Data semacam ini disebut dengan data tersensor. Jenis sensor yang akan dikaji dalam penelitian ini adalah sensor kanan dengan pemilihan titik sensor menggunakan kategori rendah sebagai batas sensor dengan target Eliminasi Tetanus Maternal dan Neonatal (ETMN) yang diharapkan tercapai. Berdasarkan uraian tersebut, regresi CHNB dengan variabel dependen tersensor kanan akan digunakan untuk memodelkan data kasus *tetanus neonatorum* di Indonesia.

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang diatas, maka disusun rumusan masalah sebagai berikut:

1. Bagaimana estimasi parameter model regresi CHNB dengan variabel dependen tersensor kanan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation*?
2. Bagaimana performa regresi CHNB berdasarkan ukuran sampel dan titik sensor?
3. Bagaimana model regresi CHNB dengan variabel dependen tersensor kanan pada kasus *tetanus neonatorum* di Indonesia?

### 1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan pada perumusan masalah dalam sub bab sebelumnya, maka tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah:

1. Mengkaji estimasi parameter model regresi CHNB dengan variabel dependen tersensor kanan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation*.
2. Mengkaji performa regresi CHNB berdasarkan ukuran sampel dan titik sensor menggunakan teknik simulasi.
3. Memodelkan regresi CHNB dengan variabel dependen tersensor kanan pada kasus *tetanus neonatorum* di Indonesia.

### 1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat yang ingin dicapai dari hasil penelitian ini sebagai berikut:

1. Mengembangkan ilmu dan memperkaya wawasan mengenai kajian estimasi parameter model regresi CHNB dengan variabel dependen tersensor kanan.
2. Memperoleh informasi mengenai seberapa baik performa dari model regresi CHNB bila digunakan dalam berbagai kondisi data berdasarkan ukuran sampel dan titik sensor.
3. Memberikan informasi mengenai model kasus *tetanus neonatorum* di Indonesia sehingga diharapkan dapat dijadikan sebagai salah satu masukan pemerintah dalam mengambil kebijakan untuk mencapai target ETMN khususnya eliminasi *tetanus neonatorum* di Indonesia.

### 1.5 Batasan Penelitian

Beberapa batasan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Jenis sensor yang dikaji adalah sensor kanan (*right censored*)
2. Metode estimasi parameter menggunakan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE)
3. Karakteristik data simulasi berdasarkan titik sensor ( $c = 5, 10, 25$  dan *uncensored*) dan ukuran sampel ( $n = 30, 100$  dan  $500$ )

4. Ukuran untuk mengevaluasi performa regresi CHNB berdasarkan titik sensor adalah AIC dan berdasarkan ukuran sampel adalah statistik uji T dan LRT

## BAB II

### TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab tinjauan pustaka akan dijelaskan beberapa teori terkait yang mendukung penyelesaian masalah dalam penelitian. Beberapa teori yang akan dibahas pada bab ini adalah: Konsep Data *Count* Tersensor Kanan, *Overdispersion*, Model Regresi *Hurdle Negative Binomial*, Estimasi Parameter Model Regresi *Hurdle Negative Binomial*, Pengujian Parameter Regresi *Censored Hurdle Negative Binomial*, Multikolinieritas, Uji Kesesuaian Model dan kajian non statistik *Tetanus Neonatorum*.

#### 2.1 Konsep Data *Count* Tersensor Kanan

Pada beberapa kasus dengan tujuan tertentu, perlu pembatasan atau penyensoran pada variabel dependen  $Y_i$  (Frone, 1997). Data tersensor merupakan data yang memuat nilai nol pada sebagian observasinya sedangkan untuk sebagian nilai lainnya mempunyai nilai tertentu yang bervariasi. Jenis sensor yang digunakan dalam penelitian ini adalah sensor kanan (*right censored*). Suatu variabel dependen  $Y$  pada pengamatan ke- $i$  disebut tersensor kanan (pada batas atas)  $Y_i \geq c$  apabila untuk setiap  $i = 1, 2, \dots, n$  berlaku persamaan berikut (Winkelmann, 2008):

$$d_i = \begin{cases} 1 & \text{jika } Y_i \geq c \\ 0 & \text{yang lainnya} \end{cases} \quad (2.1)$$

$d_i$  merupakan variabel dummy mengindikasikan apakah pengamatan ke- $i$  ( $Y_i$ ) tersensor. Fungsi peluang untuk data *count* tersensor kanan sebagaimana persamaan (2.2):

$$P(Y = y_i, d_i, x_i) = P(Y_i = y_i)^{1-d_i} P(Y_i \geq y_i)^{d_i} \quad (2.2)$$

dimana

$$P(Y_i \geq y_i) = \sum_{\ell=y_i}^{\infty} P(Y_i = \ell) = \sum_{\ell=y_i}^{\infty} f(\ell) = 1 - \sum_{\ell=0}^{y_i-1} f(\ell)$$

$$P(Y_i = y_i) = f(y_i)$$



Apabila variabel dependen  $Y$  tersensor kiri atau pada batas bawah, maka tanda pertidaksamaan pada persamaan (2.1) diubah sebaliknya (Saffari dan Adnan, 2010).

## 2.2 *Overdispersion*

Beberapa penelitian pada data *count* sering ditemukan pengamatan yang menunjukkan nilai ragam lebih besar dari nilai rata-rata, kondisi ini disebut dengan *overdispersion*. Terdapat beberapa penyebab terjadinya *overdispersion* pada suatu pemodelan, antara lain adalah keragaman hasil pengamatan (keragaman antar individu sebagai komponen yang tidak dijelaskan oleh model), korelasi antar dependen individu, terjadi *clustering* (pengelompokan) dalam populasi dan variabel teramati yang dihilangkan (Hinde dan Demetrio, 2007).

Agresti (2002) menyatakan bahwa pemeriksaan terjadinya *overdispersion* dapat dideteksi melalui rasio antara *deviance* dengan derajat bebasnya. Rasio *dispersion* dinyatakan sebagaimana persamaan (2.3):

$$\Phi = \frac{D}{n - p} \quad (2.3)$$

Nilai *deviance* dinyatakan sebagaimana persamaan (2.4):

$$D = 2 \sum_{i=1}^n y_i \ln \left( \frac{y_i}{\hat{\mu}_i} \right) \text{ dengan } i=1,2,\dots,n \quad (2.4)$$

dimana

$y_i$  = variabel dependen amatan ke- $i$

$\hat{\mu}_i$  = rata-rata variabel dependen yang di pengaruhi oleh nilai variabel independen pada pengamatan ke- $i$

$n$  = banyaknya amatan pada variabel dependen,

$p$  = banyaknya parameter

Jika pada persamaan (2.3) lebih besar dari 1, maka dalam model terdapat *overdispersion*.

### 2.3 Model Regresi *Hurdle Negative Binomial*

Regresi *Hurdle Negative Binomial* (HNB) digunakan untuk variabel dependen berupa data *count*, memiliki nilai nol dengan proporsi lebih besar dari nilai lainnya (*excess zero*) dan mengalami *overdispersion* (Desjardins, 2013). Kelebihan *Hurdle* bersifat fleksibel, dapat digunakan dalam kondisi *overdispersion* dan *underdispersion*. Model *Hurdle* menggunakan pendekatan dua bagian (*two part model*), yaitu bagian pertama untuk mengestimasi variabel dependen bernilai nol yang disebut *hurdle model* sedangkan bagian kedua mengestimasi variabel dependen yang bernilai bulat non-negatif disebut *truncated model* (Saffari, Adnan dan Greene, 2012).

Misalkan  $Y_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) merupakan variabel dependen berupa data *count* ( $Y_i = 0, 1, 2, \dots$ ), fungsi peluang dari model regresi HNB sebagai berikut (Saffari, Adnan dan Greene, 2012):

$$P(Y_i = y_i) = \begin{cases} \pi_i & , \text{ untuk } y_i = 0 \\ (1 - \pi_i) \frac{\Gamma\left(y_i + \frac{1}{\kappa}\right)}{\Gamma(y_i + 1)\Gamma\left(\frac{1}{\kappa}\right)} \left(\frac{\mu_i \kappa}{1 + \mu_i \kappa}\right)^{y_i} \frac{(1 + \mu_i \kappa)^{-\kappa^{-1}}}{1 - (1 + \mu_i \kappa)^{-\kappa^{-1}}} & , \text{ untuk } y_i > 0 \end{cases} \quad (2.5)$$

Nilai variabel dependen pada pengamatan muncul dalam dua keadaan yang terpisah. Keadaan pertama disebut *zero state* terjadi dengan peluang  $\pi_i$ , sementara keadaan kedua disebut *negative binomial state* terjadi dengan peluang  $1 - \pi_i$  dengan  $0 < \pi_i < 1$ ,  $\mu_i$  adalah rata-rata dari distribusi *negative binomial* dengan  $\mu_i > 0$  dan  $\kappa$  adalah parameter *dispersion* yang tidak bergantung pada variabel independen dengan  $\kappa > 0$ .

Diketahui bahwa  $\pi_i$  dan  $\mu_i$  bergantung pada vektor dari variabel independen yang dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$\text{logit}(\pi_i) = \log\left(\frac{\pi_i}{1 - \pi_i}\right) = \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\delta}$$

$$\begin{aligned}\frac{\pi_i}{1-\pi_i} &= e^{x_i^T \delta} \\ \pi_i &= (1-\pi_i) e^{x_i^T \delta} \\ \pi_i &= e^{x_i^T \delta} - \pi_i e^{x_i^T \delta} \\ \pi_i(1+e^{x_i^T \delta}) &= e^{x_i^T \delta}\end{aligned}$$

dengan demikian diperoleh:

$$\pi_i = \frac{e^{x_i^T \delta}}{1+e^{x_i^T \delta}} \quad (2.6)$$

dan untuk nilai  $\mu_i$  didapatkan dari model log linier berikut:

$$\begin{aligned}\log(\mu_i) &= \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta} \\ \mu_i &= e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}\end{aligned} \quad (2.7)$$

Model untuk *zero hurdle* dengan fungsi penghubung *logit* dinyatakan sebagai berikut:

$$\text{logit}(\pi_i) = \hat{\delta}_0 + \sum_{j=1}^p x_{ij} \hat{\delta}_j \quad (2.8)$$

dengan  $i = 1, 2, \dots, n$  dan  $j = 1, 2, \dots, p$

apabila disajikan dalam bentuk matriks, persamaan (2.8) dapat ditulis

$$\begin{bmatrix} \text{logit } \pi_1 \\ \text{logit } \pi_2 \\ \vdots \\ \text{logit } \pi_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & \dots & x_{1p} \\ 1 & x_{21} & \dots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & \dots & x_{np} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_0 \\ \delta_1 \\ \vdots \\ \delta_p \end{bmatrix}$$

Model untuk *truncated negative binomial* dengan fungsi penghubung log dinyatakan sebagai berikut:

$$\log(\mu_i) = \hat{\beta}_0 + \sum_{j=1}^p x_{ij} \hat{\beta}_j \quad \text{dengan } i = 1, 2, \dots, n \text{ dan } j = 1, 2, \dots, p \quad (2.9)$$

apabila disajikan dalam bentuk matriks, persamaan (2.9) dapat ditulis

$$\begin{bmatrix} \log \mu_1 \\ \log \mu_2 \\ \vdots \\ \log \mu_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & \dots & x_{1p} \\ 1 & x_{21} & \dots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & \dots & x_{np} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_p \end{bmatrix}$$

Berdasarkan fungsi peluang  $y_i$  dari persamaan (2.5) kemudian nilai  $\pi_i$  dan  $\mu_i$  disubstitusikan dari persamaan (2.6) dan (2.7), maka didapatkan fungsi peluang model regresi HNB sebagaimana persamaan (2.10)

$$P(Y_i = y_i) = \begin{cases} \frac{e^{x_i^T \delta}}{1 + e^{x_i^T \delta}} & , \text{ untuk } y_i = 0 \\ \frac{1}{1 + e^{x_i^T \delta}} \frac{g}{1 - (1 + e^{x_i^T \beta \kappa})^{-\kappa^{-1}}} & , \text{ untuk } y_i > 0 \end{cases} \quad (2.10)$$

dengan

$$g = g(y_i; \kappa, \beta) = \frac{\Gamma\left(y_i + \frac{1}{\kappa}\right)}{\Gamma(y_i + 1)\Gamma\left(\frac{1}{\kappa}\right)} \left(1 + e^{x_i^T \beta \kappa}\right)^{-\kappa^{-1} - y_i} \left(e^{x_i^T \beta \kappa}\right)^{y_i} \quad , i = 1, 2, \dots, n$$

dimana variabel  $\mathbf{x}_i^T$  adalah vektor variabel independen dengan ukuran  $(p+1) \times 1$  dan  $p$  adalah jumlah variabel independen, yang dinotasikan. Parameter  $\beta$  dan  $\delta$  adalah vektor parameter koefisien dengan ukuran  $(p+1) \times 1$ , disajikan dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\mathbf{x}_i = \begin{bmatrix} 1 & x_{1i} & x_{2i} & \dots & x_{pi} \end{bmatrix}^T$$

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta_0 & \beta_1 & \beta_2 & \dots & \beta_p \end{bmatrix}^T$$

$$\delta = \begin{bmatrix} \delta_0 & \delta_1 & \dots & \delta_p \end{bmatrix}^T$$

#### 2.4 Estimasi Parameter Model Regresi *Hurdle Negative Binomial*

Parameter model regresi HNB dapat diestimasi dengan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE), yaitu metode estimasi yang memaksimumkan fungsi *likelihood*. Berdasarkan fungsi peluang untuk  $y_i$  yang telah diketahui pada persamaan (2.10), maka fungsi *likelihood* untuk model regresi HNB dapat dibedakan menjadi dua yaitu untuk  $y_i = 0$  dan  $y_i > 0$ . Fungsi *likelihood* model regresi HNB dapat dinyatakan sebagaimana persamaan (2.11) dan (2.12):

untuk  $y_i = 0$

$$L(\kappa, \delta, \beta) = \prod_{\substack{i=1 \\ y_i=0}}^n \frac{e^{x_i^T \delta}}{1 + e^{x_i^T \delta}} \quad (2.11)$$

untuk  $y_i > 0$

$$L(\kappa, \delta, \beta) = \prod_{\substack{i=1 \\ y_i > 0}}^n \frac{1}{1 + e^{x_i^T \delta}} \frac{\Gamma\left(y_i + \frac{1}{\kappa}\right)}{\Gamma(y_i + 1)\Gamma\left(\frac{1}{\kappa}\right)} \left(\frac{\kappa e^{x_i^T \beta}}{\kappa e^{x_i^T \beta} + 1}\right)^{y_i} \frac{(1 + \kappa e^{x_i^T \beta})^{-\kappa^{-1}}}{1 - (1 + \kappa e^{x_i^T \beta})^{-\kappa^{-1}}} \quad (2.12)$$

Selanjutnya membuat fungsi  $\ln$  *likelihood* dari persamaan dinyatakan sebagaimana persamaan (2.13) dan (2.14):

untuk  $y_i = 0$

$$\begin{aligned} l(\kappa, \delta, \beta) &= \ln L(\kappa, \delta, \beta) \\ &= \sum_{y_i=0} \left[ \ln e^{x_i^T \delta} - \ln(1 + e^{x_i^T \delta}) \right] \end{aligned} \quad (2.13)$$

untuk  $y_i > 0$

$$\begin{aligned} l(\kappa, \delta, \beta) &= \ln L(\kappa, \delta, \beta) \\ &= \sum_{y_i > 0} \left[ -\ln(1 + e^{x_i^T \delta}) + \ln \Gamma\left(y_i + \frac{1}{\kappa}\right) - \ln \Gamma(y_i + 1) \right. \\ &\quad - \ln \Gamma\left(\frac{1}{\kappa}\right) + y_i \ln(e^{x_i^T \beta}) + y_i \ln(\kappa) - \left(\frac{1}{\kappa} + y_i\right) \ln(1 + \kappa e^{x_i^T \beta}) \\ &\quad \left. - \ln\left(1 - (1 + \kappa e^{x_i^T \beta})^{-\frac{1}{\kappa}}\right) \right] \end{aligned} \quad (2.14)$$

Fungsi  $\ln$  *likelihood* model regresi HNB dapat dituliskan sebagai persamaan (2.15) yang merupakan gabungan dua fungsi

$$\begin{aligned} l(\kappa, \delta, \beta) &= \ln L(\kappa, \delta, \beta) \\ &= \sum_{\substack{i=1 \\ y_i=0}}^n \left[ \ln e^{x_i^T \delta} - \ln(1 + e^{x_i^T \delta}) \right] + \sum_{\substack{i=1 \\ y_i > 0}}^n \left[ -\ln(1 + e^{x_i^T \delta}) \right. \\ &\quad + \ln \Gamma\left(y_i + \frac{1}{\kappa}\right) - \ln \Gamma(y_i + 1) - \ln \Gamma\left(\frac{1}{\kappa}\right) \\ &\quad + y_i \ln(e^{x_i^T \beta}) + y_i \ln(\kappa) - \left(\frac{1}{\kappa} + y_i\right) \ln(1 + \kappa e^{x_i^T \beta}) \\ &\quad \left. - \ln\left(1 - (1 + \kappa e^{x_i^T \beta})^{-\frac{1}{\kappa}}\right) \right] \end{aligned} \quad (2.15)$$

Estimator parameter model regresi HNB diperoleh dari turunan pertama persamaan (2.15) terhadap  $\kappa$ ,  $\delta$  dan  $\beta$  yang disamadengankan nol. Apabila hasil

persamaan yang diperoleh dari turunan pertama fungsi *ln likelihood* terhadap masing-masing parameter tidak *closed form*, maka dilakukan metode iteratif Newton Raphson. Rumus umum untuk metode Newton Raphson sebagaimana persamaan (2.16)

$$\boldsymbol{\theta}^{(m+1)} = \boldsymbol{\theta}^{(m)} - [\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}^{(m)})]^{-1} \mathbf{q}(\boldsymbol{\theta}^{(m)}) \quad (2.16)$$

dengan  $\boldsymbol{\theta}^{(m)} = [\kappa \quad \boldsymbol{\delta} \quad \boldsymbol{\beta}]^T$

$\mathbf{q}(\boldsymbol{\theta}^{(m)})$  adalah syarat perlu dengan vektor yang elemen-elemennya berisi turunan pertama fungsi *ln likelihood* terhadap masing-masing parameter dan  $\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}^{(m)})$  adalah syarat cukup dengan matriks yang elemen-elemennya berisi turunan kedua fungsi *ln likelihood* terhadap parameter. Dalam notasi matriks dapat ditulis sebagai berikut:

$$\mathbf{q}(\boldsymbol{\theta}^{(m)}) = \left[ \begin{array}{ccc} \frac{\partial l(\kappa, \boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\beta})}{\partial \kappa} & \frac{\partial l(\kappa, \boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\delta}^T} & \frac{\partial l(\kappa, \boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}^T} \end{array} \right]^T$$

$$\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}^{(m)}) = \left[ \begin{array}{ccc} \frac{\partial^2 l(\kappa, \boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\beta})}{\partial \kappa^2} & \frac{\partial^2 l(\kappa, \boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\delta} \partial \kappa} & \frac{\partial^2 l(\kappa, \boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta} \partial \kappa} \\ & \frac{\partial^2 l(\kappa, \boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\delta} \partial \boldsymbol{\delta}^T} & \frac{\partial^2 l(\kappa, \boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta} \partial \boldsymbol{\delta}^T} \\ \text{simetris} & & \frac{\partial^2 l(\kappa, \boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta} \partial \boldsymbol{\beta}^T} \end{array} \right]$$

Iterasi akan berhenti jika terpenuhi kondisi konvergen, yaitu  $\|\boldsymbol{\theta}^{(m+1)} - \boldsymbol{\theta}^{(m)}\| \leq \varepsilon$  dimana  $\varepsilon$  adalah bilangan yang sangat kecil.

## 2.5 Pengujian Parameter Regresi *Censored Hurdle Negative Binomial*

Setelah mendapatkan model, untuk memeriksa peranan variabel-variabel independen dalam model, perlu dilakukan pengujian terhadap parameter model ( $\delta_j$  dan  $\beta_j$ , dengan  $j = 1, 2, \dots, p$ ). Pengujian terhadap parameter model dilakukan baik secara simultan maupun secara parsial. Pengujian parameter secara simultan dengan menggunakan uji *Likelihood Ratio* dan pengujian parameter secara parsial dilakukan menggunakan statistik uji  $t$ .

### 2.5.1 Pengujian Simultan

Statistik uji G adalah uji *Likelihood Ratio* yang digunakan untuk mengetahui apakah variabel independen secara bersama-sama mempengaruhi variabel dependen secara signifikan. Hipotesis uji simultan sebagai berikut (Agresti, 2002):

$$H_0 : \delta_1 = \dots = \delta_p = \beta_1 = \dots = \beta_p = 0$$

$$H_1 : \text{paling sedikit ada satu } \delta_j \neq 0 \text{ atau } \beta_j \neq 0 \text{ dimana } j = 1, 2, \dots, p$$

Statistik uji G dinyatakan seperti persamaan (2.17) :

$$G = -2 \ln \left[ \frac{L(\kappa, \delta_0, \beta_0)}{L(\kappa, \delta, \beta)} \right] = -2(l(\kappa, \delta_0, \beta_0) - l(\kappa, \delta, \beta)) \quad (2.17)$$

dimana  $l(\kappa, \delta_0, \beta_0)$  adalah fungsi ln *likelihood* dibawah  $H_0$  dan  $l(\kappa, \delta, \beta)$  adalah fungsi ln *likelihood* dibawah populasi. Statistik uji G mengikuti sebaran *chi square* dengan derajat bebas  $\nu$  yaitu banyaknya parameter model di bawah populasi dikurangi banyaknya parameter di bawah  $H_0$  . Daerah penolakan  $H_0$  adalah jika  $G > \chi^2_{(\alpha, \nu)}$  dan p-value  $< \alpha$  yang berarti dapat disimpulkan bahwa minimal terdapat satu variabel independen yang mempengaruhi variabel dependen.

### 2.5.2 Pengujian Parsial

Pengujian parameter regresi secara parsial dilakukan menggunakan statistik uji *t*, statistik uji ini sering digunakan untuk menguji signifikansi parameter regresi secara parsial pada masing-masing variabel independen. Pengujian parameter secara parsial untuk masing-masing bagian *zero hurdle* dan *truncated negative binomial* sebagai berikut (Hosmer dan Lemeshow, 2000):

Hipotesis model *zero hurdle*

$$H_0 : \delta_j = 0$$

$$H_1 : \delta_j \neq 0 \text{ dengan } j = 1, 2, \dots, p$$

Statistik uji *t* model *zero hurdle* sebagai berikut:

$$t_j = \frac{\hat{\delta}_j}{SE(\hat{\delta}_j)} \quad (2.18)$$

dimana  $\hat{\delta}_j$  adalah estimator dari  $\delta_j$  dan  $SE(\hat{\delta}_j)$  yaitu *standard error* dari estimasi parameter  $\hat{\delta}_j$  yang disebut sebagai matriks varian kovarian dari  $\hat{\delta}_j$  yang diperoleh dari minus invers dari matriks Hessian.

Hipotesis model *truncated negative binomial*

$$H_0 : \beta_j = 0$$

$$H_1 : \beta_j \neq 0 \text{ dengan } j = 1, 2, \dots, p$$

Statistik uji *t* model *truncated negative binomial* sebagai berikut:

$$t_j = \frac{\hat{\beta}_j}{SE(\hat{\beta}_j)} \quad (2.19)$$

dimana  $\hat{\beta}_j$  adalah estimator dari  $\beta_j$  dan  $SE(\hat{\beta}_j)$  yaitu *standard error* dari estimasi parameter  $\hat{\beta}_j$  yang disebut sebagai matriks varian kovarian dari  $\hat{\beta}_j$  yang diperoleh dari minus invers dari matriks Hessian. kriteria pengujian  $H_0$  ditolak jika  $|t| > t_{(\alpha/2, n-1)}$  dengan  $t_{\alpha/2}$  dengan  $\alpha$  adalah tingkat taraf nyata yang digunakan dan  $n-1$  adalah derajat bebas.

## 2.6 Multikolinieritas

Multikolinieritas menunjukkan terdapat hubungan linier (korelasi) antara beberapa atau semua variabel independen dalam model regresi. Pada analisis regresi diharapkan tidak terdapat multikolinieritas, adanya korelasi dalam model regresi menyebabkan taksiran parameter regresi yang dihasilkan akan memiliki error yang sangat besar. Pendeteksian multikolinieritas dapat dilakukan menggunakan nilai *Variance Inflation Factor* (VIF) dapat dinyatakan sebagaimana persamaan (2.20) (Hocking, 1996).

$$VIF_j = \frac{1}{1 - R_j^2} \quad \text{dengan } j = 1, 2, \dots, p \quad (2.20)$$

di mana  $R_j^2$  adalah koefisien determinasi dari  $X_j$  sebagai variabel dependen dan  $X_{j*}$  sebagai variabel independen. Nilai  $R_j^2$  berkisar antara 0 sampai dengan 1 sehingga nilai VIF akan naik seiring dengan kenaikan koefisien determinasi. Nilai



VIF yang lebih dari 10 merupakan bukti adanya multikolinieritas (Hocking, 1996).

## 2.7 *Akaike's Information Criterion (AIC)*

Untuk membandingkan model berdasarkan *maximum likelihood*, Akaike (1973) dalam Cameron dan Trivedi (1998) mengusulkan kriteria pemilihan berdasarkan fungsi  $\ln$  *likelihood*. *Akaike's Information Criterion (AIC)* sebagai berikut:

$$AIC = -2l(\kappa, \delta, \beta) + 2p \quad (2.21)$$

dengan  $l$  adalah nilai  $\ln$  *likelihood* dari model dan  $p$  adalah banyaknya parameter dalam model. Pemilihan model terbaik dilihat dari nilai terkecil dari AIC.

## 2.8 *Tetanus Neonatorum*

*Tetanus neonatorum* (TN) adalah penyakit yang disebabkan *Clostridium Tetani* pada bayi usia kurang dari 28 hari yang dapat menyebabkan kematian. Penanganan *tetanus neonatorum* tidak mudah, sehingga yang terpenting adalah upaya pencegahan melalui pertolongan persalinan yang higienis dan imunisasi *Tetanus Toxoid* (TT) pada ibu hamil serta perawatan tali pusat. Beberapa faktor risiko yang dapat menyebabkan terjadinya penyakit *tetanus neonatorum* antara lain adalah sebagai berikut (Kemenkes, 2012):

### a. Imunisasi *Tetanus Toxoid* (TT)

- Wanita Usia Subur (WUS)

Imunisasi *Tetanus Toxoid* (TT) diberikan kepada Wanita Usia Subur (WUS) yaitu wanita berusia 15-39 tahun. Imunisasi dilakukan sebanyak 5 kali dengan rentang jarak waktu tertentu.

- Ibu Hamil

Kelompok ibu hamil yang sudah mendapatkan TT2 sampai dengan TT5 dikatakan mendapatkan imunisasi TT2+. Manfaat pemberian imunisasi TT pada ibu hamil yaitu untuk mencegah tetanus bagi ibu dan bayinya yaitu pada proses persalinan dimana terdapat luka pada rahim maupun pada tali pusat bayi.

b. Kunjungan Antenatal Empat Kali (K4)

Salah satu bentuk pelayanan kesehatan untuk ibu hamil dalam pengertian keseluruhan disebut dengan K4. Salah satu tujuan K4 adalah menurunkan kesakitan dan kematian ibu dan perinatal, dimana kasus *tetanus neonatorum* terjadi pada periode perinatal. Pelayanan antenatal sesuai standar paling sedikit empat kali, yaitu minimal satu kali kontak pada trimester pertama (K1), minimal satu kali kontak pada trimester kedua (K2) dan minimal dua kali kontak pada trimester ketiga (K3 dan K4).

c. Kunjungan Neonatal

Kunjungan neonatus adalah pelayanan kesehatan kepada neonatus sedikitnya 3 kali yaitu Kunjungan Neonatal 1 (KN1) pada 6 jam sampai dengan 48 jam setelah lahir, KN2 pada hari ke-3 sampai dengan 7 hari dan KN3 pada hari ke-8 sampai dengan 28 hari. Tujuan kunjungan pada bayi (neonatus) yaitu mengetahui sedini mungkin bila terdapat kelainan pada bayi sehingga cepat mendapat pertolongan, pemeliharaan kesehatan dan pencegahan penyakit melalui pemantauan pertumbuhan, imunisasi serta peningkatan kualitas hidup bayi dengan stimulasi tumbuh kembang.

d. Cakupan Persalinan oleh Tenaga Kesehatan di Fasilitas Kesehatan

Pemilihan tempat bersalin dan penolong persalinan yang tidak tepat akan berdampak secara langsung pada kesehatan ibu dan bayi. Persalinan di fasilitas kesehatan yaitu mengirim ibu bersalin ke fasilitas kesehatan seperti puskesmas dan rumah sakit yang memiliki perlengkapan memadai untuk proses persalinan. Perawatan persalinan dan pasca persalinan yang bersih dan steril dapat menurunkan infeksi perinatal termasuk *tetanus neonatorum*.

e. Cakupan Persalinan oleh Tenaga Kesehatan di Non Fasilitas Kesehatan

Persalinan oleh tenaga kesehatan di non fasilitas kesehatan dapat dilakukan di rumah, kolam dan lain-lain. Faktor yang mempengaruhi masyarakat memilih persalinan di non fasilitas kesehatan yaitu mengikuti trend metode melahirkan, mengharapkan kenyamanan dan privasi, keterbatasan fasilitas pelayanan kesehatan karena tinggal di daerah pedalaman dan kultur budaya. Persalinan tanpa fasilitas memadai dapat menimbulkan kasus persalinan, salah satunya kasus *tetanus neonatorum*.

*(Halaman ini sengaja dikosongkan)*

## **BAB III**

### **METODE PENELITIAN**

#### **3.1 Desain Penelitian**

Mengacu pada tujuan penelitian akan dilakukan kajian teoritis mengenai *Censored Hurdle Negative Binomial* (CHNB) untuk data *count* tersensor kanan, kemudian dilanjutkan dengan kajian simulasi dan kajian terapan. Pada kajian teoritis dilakukan estimasi parameter regresi CHNB untuk data tersensor kanan dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dan prosedur iterasi Newton Raphson. Kajian simulasi dilakukan berdasarkan ukuran titik sensor dan ukuran sampel untuk mengevaluasi performa regresi CHNB. Selanjutnya, hasil kajian teoritis diaplikasikan pada data kasus *tetanus neonatorum* di Indonesia. Pada penelitian ini data sekunder yang digunakan bersumber dari Profil Kesehatan Indonesia 2015 (Kemenkes RI, 2016). Unit pengamatan pada penelitian ini adalah provinsi di Indonesia yang meliputi 33 provinsi.

#### **3.2 Metode Analisis**

##### **3.2.1 Kajian teori**

Untuk mencapai tujuan pertama yaitu mengkaji estimasi parameter model regresi CHNB dengan variabel dependen tersensor kanan, maka langkah-langkah yang dilakukan adalah sebagai berikut:

1. Membentuk fungsi peluang model regresi CHNB untuk data tersensor kanan dengan mensubstitusi model regresi HNB pada persamaan (2.10) kedalam bentuk fungsi peluang data *count* tersensor kanan pada persamaan (2.2)
2. Membentuk fungsi *likelihood* model regresi CHNB untuk data tersensor kanan
3. Membentuk fungsi  $\ln$  *likelihood* dengan melakukan transformasi  $\ln$  berdasarkan fungsi *likelihood* model regresi CHNB untuk data tersensor kanan

4. Estimasi parameter  $\boldsymbol{\theta} = [\kappa \ \boldsymbol{\delta} \ \boldsymbol{\beta}]^T$  dengan melakukan turunan pertama terhadap parameter yang akan diestimasi dan kemudian disamadengankan nol
5. Melakukan turunan parsial kedua terhadap parameter yang akan diestimasi
6. Melakukan metode iterasi Newton-Raphson untuk mendapatkan estimasi parameter. Berikut ini adalah algoritma dari metode Newton Rhapsion:
  - a. Menentukan *intial value* untuk masing-masing parameter dengan menggunakan hasil estimasi model regresi HNB sebagai *intial value*
  - b. Menentukan vektor gradien

$$\mathbf{q}(\boldsymbol{\theta}^{(m)})_{(2p+3) \times 1} = \left[ \frac{\partial l(\kappa, \boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\beta})}{\partial \kappa} \quad \frac{\partial l(\kappa, \boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\delta}^T} \quad \frac{\partial l(\kappa, \boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}^T} \right]^T$$

- c. Menentukan matriks  $\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}^{(m)})$

$$\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}^{(m)})_{(2p+3) \times (2p+3)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 l(\kappa, \boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\beta})}{\partial \kappa^2} & \frac{\partial^2 l(\kappa, \boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\delta} \partial \kappa} & \frac{\partial^2 l(\kappa, \boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta} \partial \kappa} \\ & \frac{\partial^2 l(\kappa, \boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\delta} \partial \boldsymbol{\delta}^T} & \frac{\partial^2 l(\kappa, \boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta} \partial \boldsymbol{\delta}^T} \\ \text{simetris} & & \frac{\partial^2 l(\kappa, \boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta} \partial \boldsymbol{\beta}^T} \end{bmatrix}$$

Memasukkan nilai  $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(0)}$  kedalam elemen-elemen vektor  $\mathbf{q}(\boldsymbol{\theta}^{(m)})$  dan matriks  $\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}^{(m)})$ , sehingga diperoleh vektor  $\mathbf{q}(\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(0)})$  dan matriks  $\mathbf{H}(\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(0)})$

- d. Mulai dari m=0 dilakukan iterasi pada persamaan

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(m+1)} = \hat{\boldsymbol{\theta}}^{(m)} - \left[ \mathbf{H}(\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(m)}) \right]^{-1} \mathbf{q}(\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(m)})$$

Nilai  $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(m)}$  merupakan sekumpulan parameter yang konvergen saat iterasi ke-m

- e. Iterasi akan berhenti apabila nilai dari  $\left\| \hat{\boldsymbol{\theta}}^{(m+1)} - \hat{\boldsymbol{\theta}}^{(m)} \right\| \leq \varepsilon$ ,  $\varepsilon$  adalah bilangan yang sangat kecil

### 3.2.2 Kajian Simulasi

Langkah-langkah untuk mengetahui performa regresi CHNB dengan teknik simulasi yaitu membangkitkan data variabel dependen berdistribusi *negative binomial*  $[p, k]$  dimana  $p$  adalah peluang sukses yang didapatkan dari

$$p = \frac{1}{1 + \exp(1 + 0.3X_1 + 0.3X_2)}$$
 dan  $k$  adalah parameter dispersi bernilai satu. Data

untuk variabel independen dibangkitkan dari distribusi *uniform*  $[0,1]$ . Prosedur simulasi ini mengadaptasi penelitian dari Saffari dan Adnan (2010) dan Erdman, Jackson dan Sinko (2008)

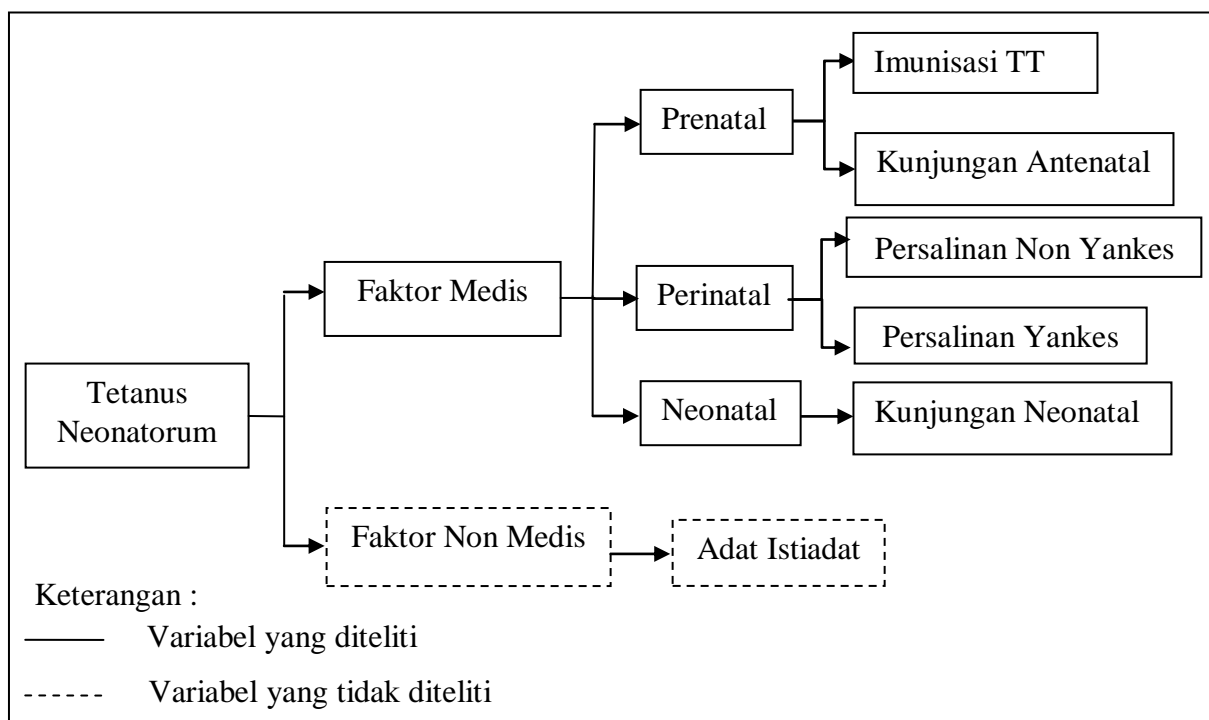
Proses kajian simulasi CHNB adalah sebagai berikut:

- a. Membangkitkan variabel dependen dan independen dengan beberapa kondisi yang dijabarkan sebelumnya di mana ukuran sampel  $n = 30, 100$  dan  $500$
- b. Melakukan analisis regresi CHNB dengan beberapa kondisi titik sensor yaitu  $c = 5, 10, 25$  dan *uncensored* untuk mendapatkan parameter regresi
- c. Menghitung nilai AIC pada setiap estimator parameter regresi CHNB
- d. Menghitung nilai statistik uji t sebagaimana persamaan (2.18) dan (2.19) dan nilai *likelihood ratio* (LRT) sebagaimana persamaan (2.17) pada setiap estimator parameter regresi CHNB
- e. Mengulangi langkah (a) sampai (c) sebanyak 10 kali
- f. Menghitung rata-rata dari 10 nilai AIC, nilai statistik uji t dan LRT

### 3.2.3 Kajian Terapan

Faktor resiko yang mempengaruhi terjadinya *tetanus neonatorum* berhubungan dengan rendahnya sterilisasi dan kebersihan dari proses partus, penanganan pasca persalinan yang tidak memenuhi standar, kurangnya pengetahuan dan sosialisasi vaksin *tetanus toxoid*. Faktor resiko tersebut terdiri dari faktor medis dan faktor non medis. Faktor medis meliputi standar perawatan prenatal, perawatan perinatal dan perawatan neonatal. Perawatan prenatal terdiri dari kunjungan antenatal pada ibu hamil dan imunisasi *tetanus toxoid*, perawatan perinatal yaitu persalinan di fasilitas kesehatan dan dibantu tenaga medis sehingga

tidak dilakukan di rumah dan penggunaan alat-alat yang tidak steril, termasuk dalam penanganan tali pusat, dan perawatan neonatal yaitu kunjungan setelah persalinan (neonatal). Sedangkan untuk faktor non medis berhubungan dengan adat istiadat setempat (Handoko, 2011). Secara ringkas, kerangka konsep tentang faktor resiko *tetanus neonatorum* disajikan pada Gambar3.1.



Gambar 3.1. Kerangka Konsep Faktor Resiko *Tetanus Neonatorum*

Variabel dependen (Y) yang digunakan pada penelitian ini adalah jumlah kasus *tetanus neonatorum* di setiap provinsi di Indonesia.  $Y_i$  bernilai nol jika provinsi tidak terdapat kasus *tetanus neonatorum* dan  $Y_i$  bernilai bulat non-negatif jika provinsi terdapat kasus *tetanus neonatorum*. Sedangkan variabel independen (X) yang digunakan adalah sebanyak enam variabel dengan skala rasio. Dalam penelitian ini digunakan jenis sensor kanan dengan titik sensor bernilai satu karena diharapkan kasus *tetanus neonatorum* di suatu provinsi tereleminasi (tidak ada kasus *tetanus neonatorum*) di Indonesia. Provinsi di Indonesia yang memiliki jumlah kasus *tetanus neonatorum* lebih dari sama dengan satu dianggap sebagai data tersensor.

$$d_i = \begin{cases} 1 & \text{jika } Y_i \geq 1 \\ 0 & \text{yang lainnya} \end{cases}$$

Definisi operasional dari masing-masing variabel dependen dan variabel independen disajikan pada Tabel 3.1.

Tabel 3.1 Variabel Penelitian

Kode	Variabel	Definisi Operasional
Y	Jumlah kasus <i>tetanus neonarotum</i>	Jumlah kasus <i>tetanus neonarotum</i> di setiap provinsi di Indonesia
X <sub>1</sub>	Cakupan imunisasi TT2+ pada ibu hamil	Perbandingan jumlah ibu hamil diimunisasi TT2+ di suatu provinsi dengan jumlah ibu hamil di provinsi sama
X <sub>2</sub>	Cakupan imunisasi TT5 pada WUS	Perbandingan jumlah WUS diimunisasi TT5 di suatu provinsi dengan jumlah WUS di provinsi sama
X <sub>3</sub>	Cakupan kunjungan antenatal empat kali (K4)	Perbandingan antara jumlah ibu hamil yang memperoleh pelayanan antenatal K4 di suatu provinsi dengan jumlah sasaran ibu hamil di suatu provinsi yang sama
X <sub>4</sub>	Cakupan kunjungan neonatal	Perbandingan antara jumlah neonatal yang memperoleh pelayanan kesehatan sesuai standar di suatu provinsi dengan penduduk sasaran bayi di provinsi yang sama
X <sub>5</sub>	Cakupan persalinan oleh tenaga kesehatan di Fasyankes	Perbandingan antara jumlah ibu bersalin yang ditolong oleh tenaga kesehatan di fasilitas kesehatan di suatu provinsi dengan jumlah ibu bersalin di provinsi yang sama
X <sub>6</sub>	Cakupan persalinan oleh tenaga kesehatan di non fasyankes	Perbandingan antara jumlah ibu bersalin yang ditolong oleh tenaga kesehatan di non fasilitas kesehatan di suatu provinsi dengan jumlah ibu bersalin di provinsi yang sama



Analisis data dengan menggunakan bantuan *software* SAS dilakukan untuk pemodelan jumlah kasus *tetanus neonatorum* langkah-langkahnya sebagai berikut:

- a. Melakukan analisis deskriptif pada variabel penelitian
- b. Mengidentifikasi hubungan linier (korelasi) antar variabel independen
- c. Memeriksa *overdispersion* dilakukan menggunakan nilai *Deviance*
- d. Melakukan pemodelan HNB sebagai *initial* awal
- e. Melakukan pemodelan CHNB untuk data tersensor kanan
- f. Mengestimasi parameter dengan menggunakan MLE
- g. Menguji signifikansi parameter model regresi CHNB untuk data tersensor kanan secara simultan dan secara parsial
- h. Menginterpretasi model regresi CHNB untuk data tersensor kanan yang terbentuk menggunakan *odds ratio*

## BAB IV

### HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini diuraikan mengenai estimasi parameter model regresi *Censored Hurdle Negative Binomial* (CHNB), parameter yang akan diestimasi antara lain  $\kappa$ ,  $\delta$  dan  $\beta$ . Selanjutnya mengevaluasi performa regresi CHNB berdasarkan titik sensor ( $c$ ) dan ukuran sampel ( $n$ ) dengan teknik simulasi dan menerapkan model regresi CHNB dengan variabel dependen tersensor kanan untuk memodelkan jumlah kasus *tetanus neonatorum* di Indonesia.

#### 4.1 Estimasi Parameter Regresi *Censored Hurdle Negative Binomial*

Langkah awal yang harus dilakukan untuk mendapatkan parameter regresi model *Censored Hurdle Negative Binomial* (CHNB) menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) adalah mensubstitusikan fungsi peluang regresi model HNB dari persamaan (2.10) pada fungsi peluang data tersensor kanan dari persamaan (2.2) sehingga fungsi peluang CHNB untuk data tersensor kanan sebagai berikut

$$\begin{aligned}
 P(Y = y_i, d_i, x_i) &= P(Y_i = y_i)^{1-d_i} P(Y_i \geq y_i)^{d_i} \\
 &= \left[ I_{y_i=0} f(y_i; \kappa, \delta, \beta) I_{y_i>0} f(y_i; \kappa, \delta, \beta) \right]^{1-d_i} \left[ \sum_{\ell=y_i}^{\infty} f(\ell; \kappa, \delta, \beta) \right]^{d_i}
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

$d_i$  merupakan variabel dummy mengindikasikan apakah variabel dependen pengamatan ke- $i$  tersensor sebagaimana berikut:

$$d_i = \begin{cases} 1 & \text{jika } Y_i \geq c \text{ (tersensor)} \\ 0 & \text{jika } Y_i < c \text{ (tidak tersensor)} \end{cases}$$

Bentuk fungsi *likelihood* regresi CHNB untuk data tersensor kanan dapat dituliskan sebagaimana persamaan (4.2)

$$\begin{aligned}
 L(\kappa, \delta, \beta | y_i) &= \prod_{i=1}^n \left[ I_{y_i=0} f(y_i; \kappa, \delta, \beta) I_{y_i>0} f(y_i; \kappa, \delta, \beta) \right]^{1-d_i} \\
 &\quad \left[ \sum_{\ell=y_i}^{\infty} f(\ell; \kappa, \delta, \beta) \right]^{d_i}
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

Langkah berikutnya setelah mendapatkan fungsi *likelihood* dari regresi CHNB untuk data tersensor kanan adalah membentuk fungsi  $\ln$  *likelihood* berdasarkan persamaan (4.3)

$$\begin{aligned}
l(\boldsymbol{\kappa}, \boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\beta} | \mathbf{y}_i) &= \sum_{i=1}^n \left\{ (1-d_i) \left[ I_{y_i=0} \ln f(y_i; \boldsymbol{\kappa}, \boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\beta}) + I_{y_i>0} \ln f(y_i; \boldsymbol{\kappa}, \boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\beta}) \right] \right. \\
&\quad \left. + (d_i) \ln \left[ \sum_{\ell=y_i}^{\infty} f(\ell; \boldsymbol{\kappa}, \boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\beta}) \right] \right\} \tag{4.3} \\
&= \sum_{i=1}^n \left\{ (1-d_i) \left[ I_{y_i=0} \ln(\pi_i) + I_{y_i>0} \ln \left( \frac{(1-\pi_i)g}{1 - (1 + e^{x_i^T \boldsymbol{\beta}} \boldsymbol{\kappa})^{-\kappa^{-1}}} \right) \right] \right. \\
&\quad \left. + (d_i) \ln \left[ \sum_{\ell=y_i}^{\infty} f(\ell; \boldsymbol{\kappa}, \boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\beta}) \right] \right\}
\end{aligned}$$

sehingga diperoleh persamaan (4.4)

$$\begin{aligned}
l(\boldsymbol{\kappa}, \boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\beta} | \mathbf{y}_i) &= \sum_{i=1}^n \left\{ (1-d_i) \left[ I_{y_i=0} \ln(\pi_i) + I_{y_i>0} (\ln(1-\pi_i) + \ln(g) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \ln \left( 1 - (1 + e^{x_i^T \boldsymbol{\beta}} \boldsymbol{\kappa})^{-\kappa^{-1}} \right) \right) \right] + (d_i) \ln \left[ \sum_{\ell=y_i}^{\infty} f(\ell; \boldsymbol{\kappa}, \boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\beta}) \right] \right\} \tag{4.4}
\end{aligned}$$

dimana

$$F = \sum_{\ell=y_i}^{\infty} f(\ell; \boldsymbol{\kappa}, \boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\beta}) = \sum_{\ell=y_i}^{\infty} \frac{(1-\pi_i)g}{1 - (1 + e^{x_i^T \boldsymbol{\beta}} \boldsymbol{\kappa})^{-\kappa^{-1}}} \tag{4.5}$$

$$\pi_i = \frac{e^{x_i^T \boldsymbol{\delta}}}{1 + e^{x_i^T \boldsymbol{\delta}}} \tag{4.6}$$

$$g = g(y_i; \boldsymbol{\kappa}, \boldsymbol{\beta}) = \frac{\Gamma(y_i + \kappa^{-1})}{\Gamma(y_i + 1)\Gamma(\kappa^{-1})} \left( 1 + e^{x_i^T \boldsymbol{\beta}} \boldsymbol{\kappa} \right)^{-\kappa^{-1} - y_i} \left( e^{x_i^T \boldsymbol{\beta}} \boldsymbol{\kappa} \right)^{y_i} \tag{4.7}$$

Sebagai syarat perlu untuk memaksimumkan fungsi  $\ln$  *likelihood* adalah mencari turunan pertama dari persamaan (4.4) terhadap masing-masing parameter dan disamadengankan nol. Untuk menyederhanakan proses penurunan rumus, berikut diberikan beberapa fungsi turunan pembantu yang akan digunakan pada proses penurunan selanjutnya.

Berikut adalah beberapa fungsi turunan pembantu yang dimaksud. Untuk semua indeks  $i=1,2,\dots,m, \dots,n$  dan  $\ell = 0, 1, 2, \dots$

$$g'_{\kappa} = g \left[ \frac{\Gamma'(y_i + \kappa^{-1})}{\Gamma(y_i + \kappa^{-1})} - \frac{\Gamma'(\kappa^{-1})}{\Gamma(\kappa^{-1})} + \kappa^{-2} \ln(1 + e^{x_i^T \beta \kappa}) - \frac{(y_i + \kappa^{-1}) e^{x_i^T \beta}}{(1 + e^{x_i^T \beta \kappa})} + y_i \kappa^{-1} \right] \quad (4.8)$$

$$g'_{\beta^T} = g \left[ \frac{\mathbf{x}_i (y_i - e^{x_i^T \beta})}{(1 + e^{x_i^T \beta \kappa})} \right] \quad (4.9)$$

$$\pi_i' = \frac{x_i e^{x_i^T \delta}}{(1 + e^{x_i^T \delta})^2} \quad (4.10)$$

$$F'_{\kappa} = \sum_{\ell=y_i}^{\infty} (1 - \pi_i) \left[ \frac{g'_{\kappa}}{\left(1 - (1 + e^{x_i^T \beta \kappa})^{-\kappa^{-1}}\right)} + \frac{\left(\ln(1 + e^{x_i^T \beta \kappa})^{\kappa^{-2}} - \kappa^{-1} e^{x_i^T \beta} (1 + e^{x_i^T \beta \kappa})^{-1}\right)}{\left(1 - (1 + e^{x_i^T \beta \kappa})^{-\kappa^{-1}}\right)^2} \right] g \left(1 + e^{x_i^T \beta \kappa}\right)^{-\kappa^{-1}} \quad (4.11)$$

$$F'_{\delta^T} = \frac{\partial F}{\partial \delta^T} = \sum_{\ell=y_i}^{\infty} g \frac{-\pi_i'}{\left(1 - (1 + e^{x_i^T \beta \kappa})^{-\kappa^{-1}}\right)} \quad (4.12)$$

$$F'_{\beta^T} = \sum_{\ell=y_i}^{\infty} (1 - \pi_i) \left[ \frac{g'_{\beta^T} \left(1 - (1 + e^{x_i^T \beta \kappa})^{-\kappa^{-1}}\right) - \left(x_i e^{x_i^T \beta} (1 + e^{x_i^T \beta \kappa})^{-\kappa^{-1}-1}\right) g}{\left(1 - (1 + e^{x_i^T \beta \kappa})^{-\kappa^{-1}}\right)^2} \right] \quad (4.13)$$

dimana  $g'_{\kappa}$  merupakan turunan pertama  $g(y_i; \kappa, \beta)$  terhadap  $\kappa$ ,  $g'_{\beta^T}$  merupakan turunan pertama  $g(y_i; \kappa, \beta)$  terhadap  $\beta^T$ ,  $\pi_i'$  merupakan turunan pertama  $\pi_i$  terhadap  $\delta^T$ ,  $F'_{\kappa}$  merupakan turunan pertama  $F$  terhadap  $\kappa$ ,  $F'_{\delta^T}$  merupakan turunan pertama  $F$  terhadap  $\delta^T$ , dan  $F'_{\beta^T}$  merupakan turunan pertama  $F$  terhadap  $\beta^T$ . Semua tahapan mendapatkan turunan di atas secara lengkap disajikan pada Lampiran 2A. Berikut adalah ringkasan turunan pertama fungsi  $\ln$  *likelihood* terhadap masing-masing parameter yang disamadengankan nol, sebagaimana pada Lampiran 2B.

$$\frac{\partial l(\kappa, \delta, \beta | y_i)}{\partial \kappa} = \sum_{i=1}^m \left\{ (1-d_i) I_{y_i > 0} \left[ \frac{g'_{\kappa}}{g} - \frac{\kappa^{-1} e^{x_i^T \beta} (1 + e^{x_i^T \beta} \kappa)^{-1} - \kappa^{-2} \ln(1 + e^{x_i^T \beta} \kappa)}{1 - (1 + e^{x_i^T \beta} \kappa)^{-\kappa^{-1}}} \right] + \frac{d_i}{F} F'_{\kappa} \right\} = 0 \quad (4.14)$$

$$\frac{\partial l(\kappa, \delta, \beta | y_i)}{\partial \delta^T} = \sum_{i=1}^n \left\{ (1-d_i) \left[ I_{y_i=0} \frac{\pi_i'}{\pi_i} - I_{y_i > 0} \frac{\pi_i'}{1-\pi_i} \right] + \frac{d_i}{F} F'_{\delta^T} \right\} = 0 \quad (4.15)$$

$$\frac{\partial l(\kappa, \delta, \beta | y_i)}{\partial \beta^T} = \sum_{i=1}^m \left\{ (1-d_i) \left[ I_{y_i > 0} \frac{g'_{\beta^T}}{g} - \frac{x_i e^{x_i^T \beta} (1 + e^{x_i^T \beta} \kappa)^{-\kappa^{-1}-1}}{1 - (1 + e^{x_i^T \beta} \kappa)^{-\kappa^{-1}}} \right] + \frac{d_i}{F} F'_{\beta^T} \right\} = 0 \quad (4.16)$$

Hasil turunan parsial secara lengkap disajikan pada Lampiran 2. Berdasarkan persamaan (4.14), (4.15) dan (4.16) estimator untuk  $\kappa$ ,  $\delta$  dan  $\beta$  tidak dapat secara langsung diperoleh karena fungsinya berbentuk implisit sehingga diperlukan suatu metode numerik untuk memperoleh estimasi parameternya. Metode numerik yang dapat digunakan adalah metode Iterasi Newton Raphson. Oleh karena itu diperlukan turunan parsial kedua dari fungsi  $\ln$  *likelihood* terhadap parameter yang akan diestimasi.

Turunan kedua terhadap parameter  $\kappa$  sebagai berikut:

$$\frac{\partial^2 l(\kappa, \delta, \beta | y_i)}{\partial \kappa^2} = \sum_{i=1}^m \left\{ (1-d_i) I_{y_i > 0} \left( \frac{g''_{\kappa} g - (g'_{\kappa})^2}{g^2} - \left( \frac{(A'_{\kappa} - B'_{\kappa})C - C'_{\kappa}(A-B)}{C^2} D \right) + D'_{\kappa} \left( \frac{A-B}{C} \right) \right) + d_i \left( -\frac{1}{F^2} (F'_{\kappa})^2 + \frac{1}{F} F''_{\kappa} \right) \right\} \quad (4.17)$$

Turunan kedua terhadap parameter  $\delta$  sebagai berikut:

$$\frac{\partial^2 l(\kappa, \delta, \beta | y_i)}{\partial \delta \partial \delta^T} = \sum_{i=1}^n \left\{ (1-d_i) \left[ I_{y_i=0} \frac{\pi_i'' \pi_i - \pi_i' \pi_i'^*}{\pi_i^2} - I_{y_i > 0} \frac{\pi_i'' (1-\pi_i) - \pi_i' \pi_i'^*}{(1-\pi_i)^2} \right] + d_i \left[ \frac{F''_{\delta} F - F'_{\delta^T} F'_{\delta}}{F^2} \right] \right\} \quad (4.18)$$

Turunan kedua terhadap parameter  $\beta$  sebagai berikut:

$$\frac{\partial^2 l(\kappa, \delta, \beta | y_i)}{\partial \beta \partial \beta^T} = \sum_{i=1}^m \left\{ (1-d_i) \left[ I_{y_i > 0} \frac{g''_{\beta} g - g'_{\beta^T} g'_{\beta}}{g^2} - \frac{E'_{\beta} H + H'_{\beta} E}{C} + \frac{C'_{\beta} E H}{C^2} \right] + d_i \left[ \frac{F''_{\beta} F - F'_{\beta^T} F'_{\beta}}{F^2} \right] \right\} \quad (4.19)$$

Turunan parsial kedua dari kombinasi parameter yang akan diestimasi adalah sebagai berikut:

$$\frac{\partial^2 l(\kappa, \delta, \beta | y_i)}{\partial \delta \partial \kappa} = \sum_{i=1}^m d_i \left\{ \frac{F''_{\kappa \delta} F - F'_{\delta} F'_{\kappa}}{F^2} \right\} \quad (4.11)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 l(\kappa, \delta, \beta | y_i)}{\partial \beta \partial \kappa} &= \sum_{i=1}^m \left\{ (1-d_i) I_{y_i > 0} \left[ \frac{g''_{\kappa \beta} g - g'_{\beta} g'_{\kappa}}{g^2} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \left( \frac{(A'_{\beta} - B'_{\beta}) C - C'_{\beta} (A - B)}{C^2} \right) D \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + D'_{\beta} \left( \frac{A - B}{C} \right) \right] + d_i \left[ \frac{F''_{\kappa \beta} F - F'_{\beta} F'_{\kappa}}{F^2} \right] \right\} \end{aligned} \quad (4.12)$$

$$\frac{\partial^2 l(\kappa, \delta, \beta | y_i)}{\partial \beta \partial \delta^T} = \sum_{i=1}^n d_i \left\{ \frac{F''_{\delta^T \beta} F - F'_{\delta^T} F'_{\beta}}{F^2} \right\} \quad (4.13)$$

Hasil lengkap turunan parsial kedua dapat dilihat pada Lampiran 2C. Turunan parsial kedua dari fungsi *ln-likelihood* merupakan elemen matrik Hessian.

$$H(\theta^{(m)}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 l(\kappa, \delta, \beta)}{\partial \kappa^2} & \frac{\partial^2 l(\kappa, \delta, \beta)}{\partial \delta \partial \kappa} & \frac{\partial^2 l(\kappa, \delta, \beta)}{\partial \beta \partial \kappa} \\ & \frac{\partial^2 l(\kappa, \delta, \beta)}{\partial \delta \partial \delta^T} & \frac{\partial^2 l(\kappa, \delta, \beta)}{\partial \beta \partial \delta^T} \\ \text{simetris} & & \frac{\partial^2 l(\kappa, \delta, \beta)}{\partial \beta \partial \beta^T} \end{bmatrix}$$

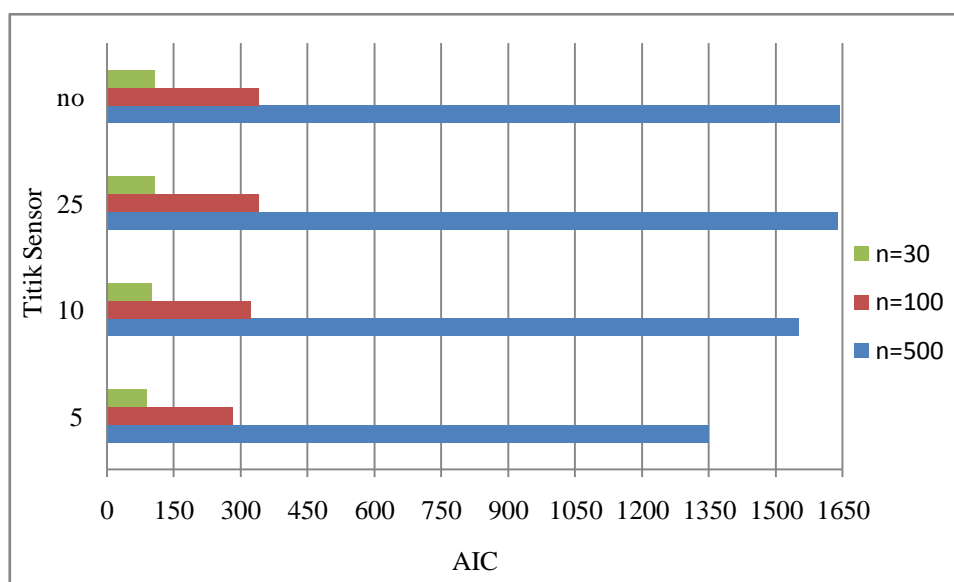
dimana  $\theta^{(m)} = [\kappa \quad \delta \quad \beta]^T$

## 4.2 Studi Simulasi Regresi *Censored Hurdle Negative Binomial*

Evaluasi performa regresi CHNB dilakukan dengan menggunakan kajian simulasi. Kajian simulasi terdiri dari 12 kasus simulasi yang merupakan kombinasi karakteristik data yaitu titik sensor ( $c$ ) yaitu  $c=5, 10, 25$  dan *uncensored* dan ukuran sampel ( $n$ ) yaitu  $n=30, 100$  dan  $500$ .

### 4.2.1 Studi Simulasi Regresi *Censored Hurdle Negative Binomial* Berdasarkan Titik Sensor

Karakteristik data simulasi berdasarkan titik sensor dilakukan untuk mengetahui bahwa banyak sedikitnyanya data yang tersensor mempengaruhi performa model regresi CHNB. Simulasi berdasarkan titik sensor dilakukan untuk mengevaluasi kinerja dari regresi CHNB dengan menggunakan AIC, dimana semakin kecil AIC maka semakin baik performa suatu model regresi.



Gambar 4.1 AIC Regresi CHNB dengan Titik Sensor dan Ukuran Sampel Berbeda

Gambar 4.1 memperlihatkan perubahan nilai AIC pada regresi CHNB. Seiring peningkatan titik sensor atau banyaknya data yang tersensor dengan ukuran sampel 30 akan meningkatkan nilai AIC. Begitu pula dengan ukuran sampel 100 terlihat bahwa semakin banyak variabel dependen mengalami penyensoran, nilai AIC akan menurun drastis. Hal yang sama juga berlaku untuk ukuran sampel 500. Semakin kecil titik sensor atau semakin banyak data mengalami penyensoran maka semakin kecil pula nilai AIC yang dihasilkan.

Tabel 4.1 AIC Regresi CHNB dengan Ukuran Sampel ( $n$ ) dan Titik Sensor ( $c$ ) Berbeda

$c$	AIC		
	$n= 30$	$n= 100$	$n= 500$
5	88.63	282.12	1349.52
10	100.93	322.16	1550.65
25	107.13	340.23	1640.36
<i>Uncensored</i>	107.13	340.69	1644.81

Semakin banyak data tersensor maka nilai AIC cenderung semakin kecil. Dengan kata lain, performa model regresi semakin meningkat. Pada nilai titik sensor yang besar, *goodness of fit* akan memberikan kesimpulan mendekati atau bahkan sama pada data yang tidak tersensor. Hasil simulasi menunjukkan bahwa performa model regresi HNB dengan menggunakan titik sensor lebih baik dibanding model regresi HNB tanpa memperhatikan penyensoran

#### 4.2.2 Studi Simulasi Regresi *Censored Hurdle Negative Binomial* Berdasarkan Ukuran Sampel

Perbandingan ukuran sampel dalam kajian simulasi sub bab ini untuk data *uncensored* dan jumlah prediktor sebanyak dua. Simulasi dilakukan untuk mengevaluasi kinerja dari regresi CHNB dengan menggunakan statistik uji t dan LRT (*Likelihood Ratio Test*), dimana semakin besar nilai statistik uji t dan LRT maka semakin baik performa suatu model regresi. Hasil statistik uji berdasarkan ukuran sampel dapat dilihat pada Tabel 4.2 berikut:

Tabel 4.2 Statistik Uji t dan LRT Regresi CHNB dengan Ukuran Sampel Berbeda

$n$	Statistik Uji t						LRT
	$\delta_0$	$\delta_1$	$\delta_2$	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	
30	0.725	0.843	0.908	1.472	0.854	0.708	4.23
100	1.194	0.602	0.884	2.049	1.198	0.729	4.83
500	2.319	0.77	0.947	4.051	1.175	1.502	7.93

Berdasarkan Tabel 4.2, dapat diketahui LRT regresi CHNB untuk  $n=500$  meningkat sangat tajam dibanding ukuran sampel kecil. Demikian juga dengan



nilai statistik t, terlihat seiring peningkatan ukuran sampel maka nilai statistik uji t semakin besar. Secara umum dapat disimpulkan bahwa performa regresi CHNB memberikan kesimpulan yaitu semakin banyak ukuran sampel maka performa model regresi semakin meingkat.

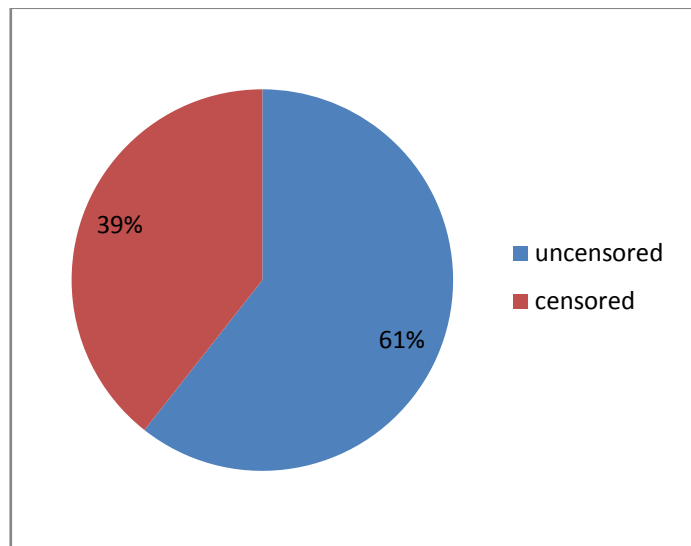
### 4.3 Pemodelan Jumlah Kasus *Tetanus Neonatorum*

#### 4.3.1 Karakteristik Data Kasus *Tetanus Neonatorum*

Variabel dependen Y yang digunakan pada penelitian ini adalah jumlah kasus *tetanus neonatorum* di Indonesia tahun 2015. Persebaran kasus *tetanus neonatorum* di Indonesia menurut provinsi disajikan pada Gambar 4.2. Wilayah yang berwarna biru tua merupakan provinsi di Indonesia yang tidak memiliki kasus *tetanus neonatorum* atau provinsi yang memenuhi target ETMN, sedangkan daerah yang berwarna biru muda merupakan wilayah yang memiliki kasus tetanus berjumlah lebih dari sama dengan satu. Dua provinsi yang memiliki jumlah kasus terbanyak yaitu Jawa Timur yang memiliki kasus *tetanus neonatorum* sebanyak 21 kasus dan Banten memiliki kasus *tetanus neonatorum* sebanyak 12 kasus.

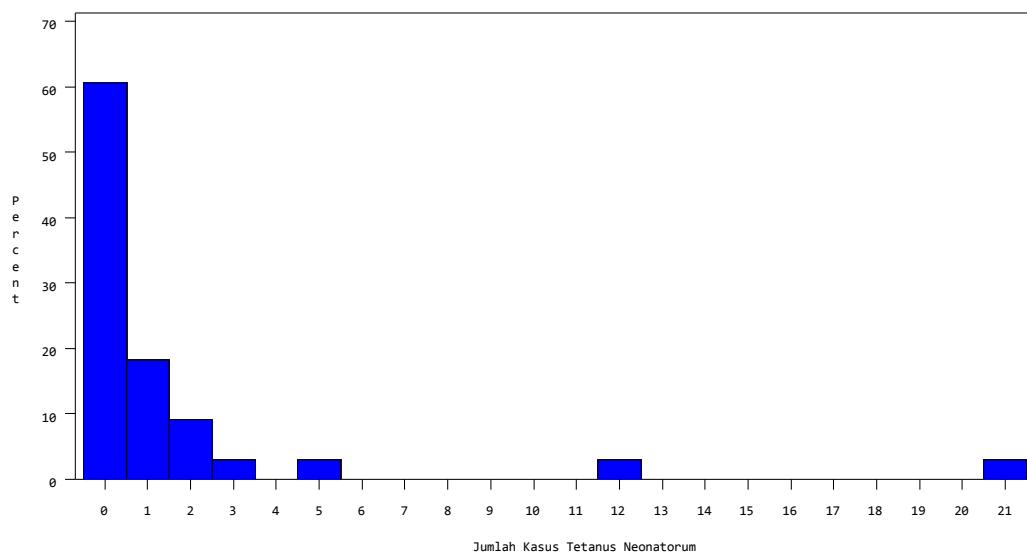


Gambar 4.2 Persebaran Kasus *Tetanus Neonatorum* di Indonesia



Gambar 4.3 Diagram Pie Jumlah Kasus *Tetanus Neonatorum*

Menurut Gambar 4.3, persentase provinsi di Indonesia yang tidak memiliki kasus tetanus pada tahun 2015 sebesar 61% dan sisanya yaitu 39% provinsi memiliki kasus tetanus. Karakteristik variabel Y secara deskriptif disajikan pada Gambar 4.4, terlihat data jumlah kasus *tetanus neonatorum* mengandung 60.61% nilai nol yang menunjukkan adanya kondisi *excess zero*. Selain itu, pada Tabel 4.2 diketahui nilai standar deviasi variabel Y lebih besar dibanding nilai rata-ratanya. Kedua kondisi tersebut mengindikasikan terjadinya *overdispersion* pada data jumlah kasus *tetanus neonatorum* di Indonesia.



Gambar 4.4 Histogram Jumlah Kasus *Tetanus Neonatorum*

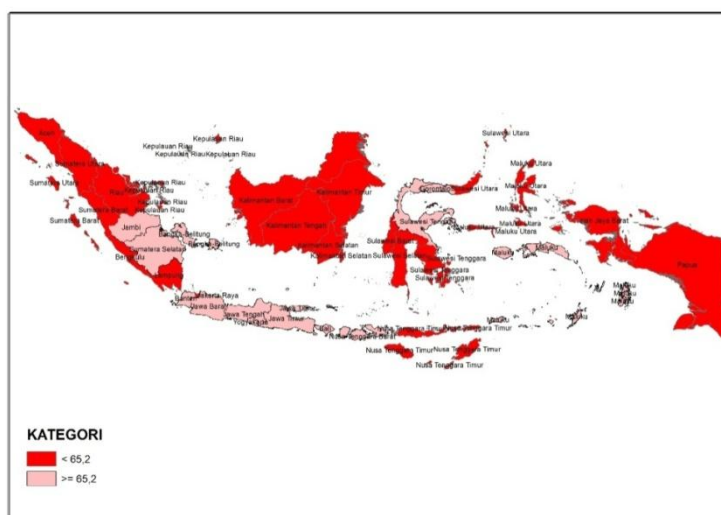
Terdapat enam variabel independen yang diduga berpengaruh terhadap jumlah kasus penyakit tetanus di 33 provinsi di Indonesia. Karakteristik variabel penelitian disajikan pada Tabel 4.3 berikut ini:

Tabel 4.3 Statistika Deskriptif Variabel Penelitian

Variable	Mean	Standar Deviasi	Minimum	Maximum
Y	1.6061	4.1529	0	21
X <sub>1</sub>	57.5664	21.9326	1.04	93.5
X <sub>2</sub>	2.0618	3.676	0.03	21.62
X <sub>3</sub>	82.8979	14.5866	30.4	98.19
X <sub>4</sub>	68.9512	24.7526	9.63	98.36
X <sub>5</sub>	70.1497	19.8424	26.34	99.81
X <sub>6</sub>	13.12	11.627	0.14	43

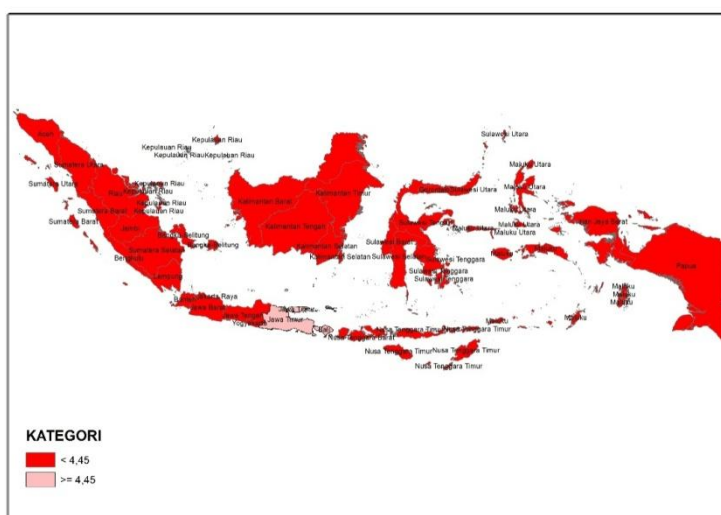
Berdasarkan Tabel 4.3 di atas, variabel X<sub>2</sub> (cakupan imunisasi TT5 pada WUS) memiliki nilai rata-rata dan standar deviasi yang berbeda jauh dibandingkan variabel independen yang lain. Nilai rata-rata dari variabel X<sub>2</sub> relatif lebih kecil dibandingkan variabel independen yang lain, tetapi nilai standar deviasinya lebih besar dibanding nilai rata-rata yang berarti terdapat cukup ketimpangan terhadap antusiasme imunisasi TT5 pada wanita usia subur. Oleh karena itu seharusnya dilakukan berbagai upaya agar para wanita usia subur melakukan imunisasi TT agar terhindar dari bakteri tetanus saat persalinan. Sama halnya dengan variabel X<sub>2</sub>, variabel X<sub>6</sub> memiliki nilai rata-rata yang kecil menggambarkan sedikitnya ibu bersalin di luar fasilitas pelayanan kesehatan (puskesmas, rumah sakit dan sarana kesehatan lainnya). Nilai standar deviasi yang cukup besar menggambarkan kondisi yang berbeda jauh terjadi di hampir setiap provinsi di Indonesia.

Selain Tabel 4.3 karakteristik variabel independen yang diduga berpengaruh terhadap kasus *tetanus neonatorum* juga akan disajikan berdasarkan sudut pandang kewilayahan. Wilayah yang berwarna merah merupakan daerah yang memiliki persentase di bawah angka nasional.

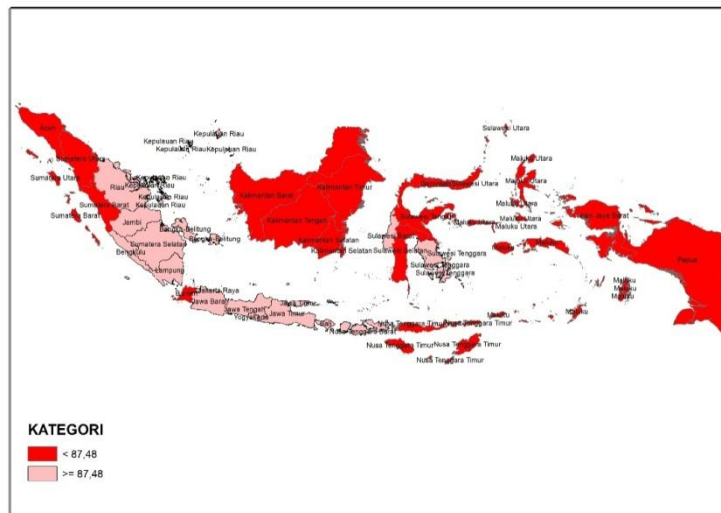


Gambar 4.5 Persebaran Cakupan Imunisasi TT2+ di Indonesia

Berdasarkan laporan Kemenkes (2016), persentase imunisasi TT2+ pada ibu hamil secara nasional sebesar 65.2%. Sebagian besar provinsi di Indonesia masih berada di bawah angka nasional, yaitu provinsi-provinsi di Kalimantan dan Papua memiliki persentase cakupan imunisasi TT2+ kurang dari 65.2%. Sedangkan cakupan imunisasi TT2+ di Jawa secara merata telah mencapai angka nasional. Pada Gambar 4.6 menunjukkan cakupan imunisasi TT5 di Indonesia yang masih rendah, hanya Provinsi Jawa Timur dan Bali yang telah memenuhi angka nasional cakupan imunisasi TT5 pada WUS.

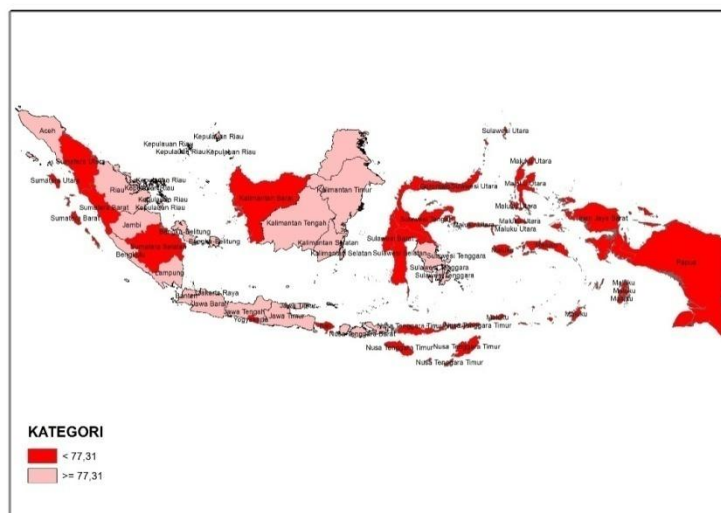


Gambar 4.6 Persebaran Cakupan Imunisasi TT5 di Indonesia



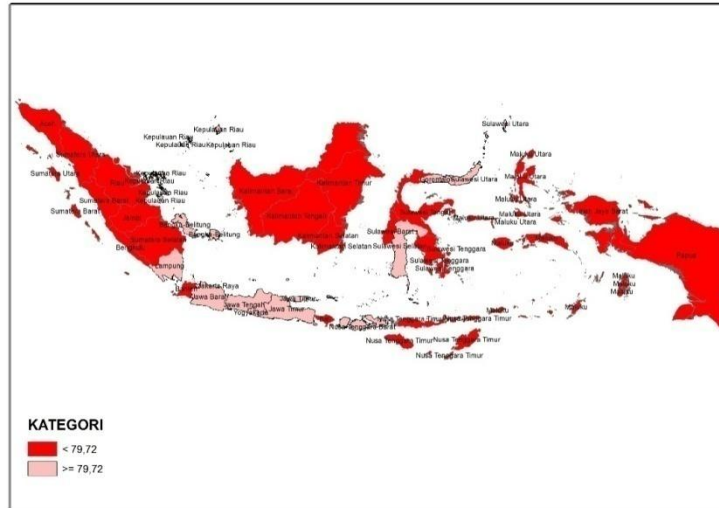
Gambar 4.7 Persebaran Cakupan Kunjungan Antenatal di Indonesia

Penilaian terhadap pelaksanaan pelayanan kesehatan ibu hamil dapat dilakukan dengan melihat cakupan kunjungan antenatal. Angka nasional untuk cakupan pelayanan kesehatan ibu hamil pada tahun 2015 cukup besar yaitu 87.48%. Namun hanya beberapa provinsi yang mencapai angka tersebut, yaitu provinsi-provinsi di Indonesia wilayah barat. Hal ini menunjukkan bahwa kesadaran ibu hamil bertempat tinggal di Indonesia wilayah barat untuk menjaga kesehatan ibu dan bayi lebih tinggi dibandingkan wilayah tengah dan timur.



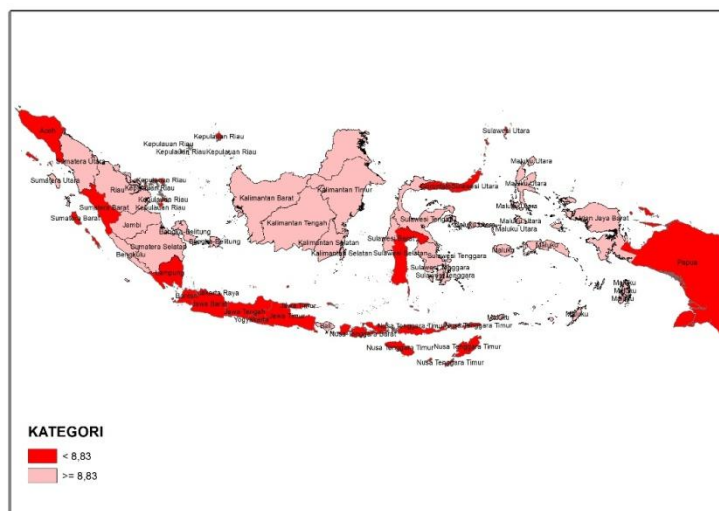
Gambar 4.8 Persebaran Cakupan Kunjungan Neonatal di Indonesia

Pada Gambar 4.8 terlihat bahwa pencapaian variabel independen kunjungan neonatal di Indonesia cukup baik terlihat dari sebagian besar provinsi telah mencapai angka nasional sebesar 77.31% pada tahun 2015. Namun, untuk wilayah Indonesia bagian timur belum memenuhi capaian angka nasional tersebut.



Gambar 4.9 Persebaran Cakupan Persalinan Fasyankes di Indonesia

Secara nasional, ibu hamil bersalin dengan ditolong oleh tenaga kesehatan dan difasyankes sebesar 79.72. Namun demikian masih terdapat 21 provinsi (63.6%) yang belum memenuhi angka tersebut. Sebagian besar provinsi di Pulau Jawa telah mencapai angka nasional. Hal ini disebabkan kemudahan akses transportasi mencapai fasilitas pelayanan kesehatan di Pulau Jawa.



Gambar 4.10 Persebaran Cakupan Persalinan Non Fasyankes di Indonesia

Angka nasional untuk indikator ibu hamil yang menjalani persalinan dengan ditolong oleh tenaga kesehatan dan dilakukan di non fasilitas pelayanan kesehatan sebesar 8.83%. Angka tersebut sangat baik karena bernilai cukup kecil, menunjukkan bahwa persentase ibu hamil bersalin di non fasyankes rendah. Ibu hamil yang bertempat tinggal di Kalimantan bersalin di non fasyankes, hal ini dikarenakan banyak daerah di Kalimantan memiliki akses minimum ke fasyankes.

#### 4.3.2 Pemeriksaan *Overdispersion*

Untuk mengetahui terjadinya *overdispersion* dapat dilihat dari nilai *Deviance* yang dibagi dengan derajat bebasnya. Hasil pemeriksaan *overdispersion* regresi *Poisson* secara lengkap dapat dilihat pada Lampiran 7. Hasil pemeriksaan diperoleh nilai *Deviance*/derajat bebas sebesar 2.8743. Nilai tersebut lebih besar dari 1, maka terjadi kondisi *overdispersion* pada kasus *tetanus neonatorum* di Indonesia.

#### 4.3.3 Pemeriksaan Multikolinieritas

Kriteria yang digunakan untuk memeriksa multikolinieritas antar variabel independen dengan menggunakan nilai VIF. Hasil pemeriksaan multikolinieritas disajikan pada Tabel 4.4.

Tabel 4.4 Nilai *Variance Inflation Factor* (VIF)

Variabel Independen	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	X <sub>5</sub>	X <sub>6</sub>
VIF	1.7283	1.1918	3.2763	2.5574	4.4908	3.0261
Keterangan	Tidak ada Multikolinieritas					

Keberadaan multikolinieritas pada variabel independen menyebabkan *rank* pada matriks Hessian tidak penuh. Akibatnya invers matriks Hessian akan sulit didapatkan, sehingga proses iterasi Newton-Raphson tidak akan berjalan. Berdasarkan Tabel 4.4 terlihat bahwa semua variabel independen mempunyai nilai VIF yang lebih kecil dari 10, sehingga dapat dikatakan bahwa tidak terdapat kasus multikolinieritas.

#### 4.3.4 Pemodelan Menggunakan Model Regresi CHNB

Setelah dilakukan pemeriksaan *overdispersion* dan multikolinieritas, selanjutnya pemodelan dilakukan antara jumlah kasus *tetanus neonatorum* terhadap faktor-faktor yang diduga berpengaruh terhadap timbulnya penyakit tersebut. Variabel dependen yang akan digunakan mengalami sensor kanan dengan pembatasan variabel dependen sebesar satu. Titik sensor sebesar satu dengan asumsi terjadinya satu kasus *tetanus neonatorum* di suatu provinsi akan mengagalkan target eliminasi *tetanus neonatorum*.

Sebelum dilakukan estimasi parameter model regresi CHNB untuk variabel dependen tersensor kanan, terlebih dahulu dilakukan estimasi model regresi HNB (disajikan pada Lampiran 8) yang akan digunakan sebagai nilai awal untuk estimasi. Hasil estimasi model regresi CHNB dengan variabel dependen tersensor kanan sebesar 1 disajikan pada Tabel 4.5.

Tabel 4.5 Estimasi Parameter CHNB

Parameter	Estimate	P-value	Parameter	Estimate	P-value
$\delta_0$	-0.1813	0.9423	$\beta_0$	1.1636	0.9200
$\delta_1$	-0.0249	0.3319	$\beta_1$	-0.0569	0.0147*
$\delta_2$	-0.1989	0.2716	$\beta_2$	0.0423	0.6707
$\delta_3$	0.0060	0.8971	$\beta_3$	-0.1213	0.7401
$\delta_4$	0.0151	0.5417	$\beta_4$	0.0122	0.8647
$\delta_5$	0.0211	0.6233	$\beta_5$	-0.2180	0.6233
$\delta_6$	-0.0398	0.4989	$\beta_6$	-0.1759	0.4989
$\kappa$	0.5058	0.0139*			

Ket: \*)Signifikan pada  $\alpha = 5\%$ ,

Selanjutnya dilakukan prosedur seleksi variabel independen yang akan dimasukkan ke dalam model dengan menggunakan metode *backward elimination*. Analisis dimulai dengan model penuh yaitu memasukkan seluruh variabel independen ke dalam model kemudian mengeliminasi variabel independen dari masing-masing model secara bertahap. Variabel yang dieliminasi dari model adalah variabel yang memberikan pengaruh kecil atau memiliki nilai peluang



paling besar. Berikut ringkasan hasil eliminasi menggunakan metode *backward elimination*.

Tabel 4.6 Tahapan Seleksi Variabel dengan *Backward Elimination*

Variabel yang direduksi	AIC	Parameter yang signifikan
-	67.8	$\kappa, \beta_1$
$X_3$	63.9	$\kappa, \beta_0, \beta_1, \beta_5, \beta_6$
$X_4$	60.4	$\kappa, \beta_1, \beta_2, \beta_5, \beta_6$
$X_6$	56.5	$\kappa, \delta_5, \beta_1, \beta_2, \beta_5$
$X_2$	54.4	$\kappa, \delta_5, \beta_0, \beta_1, \beta_5$

Variabel  $X_1$ ,  $X_2$  dan  $X_5$  diikutsertakan dalam proses estimasi parameter regresi CHNB, hal ini dikarenakan dari ketiga variabel tersebut memiliki nilai AIC kecil dan memberikan kesimpulan yang tidak jauh berbeda dengan hasil estimasi setelah mengeliminasi variabel  $X_2$ . Hasil pengolahan estimasi parameter regresi CHNB dengan *backward elimination* disajikan pada Tabel 4.7.

Tabel 4.7 Estimasi Parameter Regresi CHNB dengan *Backward Elimination*

Parameter	Estimate	Parameter	Estimate
$\delta_0$	-1.0268	$\beta_0$	1.1044
$\delta_1$	-0.0253	$\beta_1$	-0.0466*
$\delta_2$	-0.1688	$\beta_2$	0.1404*
$\delta_5$	0.0466**	$\beta_5$	-0.3349*
$\kappa$	0.4815*		

Ket: \*)Signifikan pada  $\alpha = 5\%$ , \*\*)Signifikan pada  $\alpha = 10\%$

Model regresi CHNB memberikan hasil akhir dari dua proses/ *state* statistik yang berbeda secara sistematis. Pada proses pertama yaitu *zero state* digambarkan dengan fungsi penghubung logit, dijelaskan menggunakan model *zero hurdle*. Misal dalam kasus *tetanus neonatorum*, model *zero hurdle* menjelaskan kecenderungan ditemukan kasus *tetanus neonatorum* atau tidak di suatu provinsi di Indonesia.

$$\pi_i = \frac{\exp(-1.0268 - 0.0253X_1 - 0.1688X_2 + 0.0466X_5)}{1 + \exp(-1.0268 - 0.0253X_1 - 0.1688X_2 + 0.0466X_5)}$$

Faktor yang memberikan pengaruh ditemukan kasus tetanus yaitu cakupan persalinan di fasilitas pelayanan kesehatan dan dibantu oleh tenaga kesehatan. Hal ini menunjukkan bahwa setiap penambahan satu persen cakupan persalinan di fasyankes maka akan meningkatkan peluang jumlah kasus tetanus di suatu provinsi. Selanjutnya pada proses kedua yaitu *truncated state* dijelaskan menggunakan model *truncated negative binomial*. Model tersebut menjelaskan seberapa banyak jumlah kasus *tetanus neonatorum* yang ditemukan di suatu provinsi.

$$\mu_i = \exp(1.1044 - 0.0466X_1 + 0.1404X_2 - 0.3349X_5)$$

Dalam model *truncated negative binomial* diketahui bahwa setiap penambahan satu persentase cakupan imunisasi TT2+ maka akan menurunkan jumlah kasus tetanus di provinsi sebanyak  $\exp(0.0466) = 1.048$  kali dari jumlah kasus *Tetanus Neonatorum* semula, jika variabel lain bernilai konstan. Sebaliknya, setiap penambahan satu persentase cakupan imunisasi TT5 maka akan meningkatkan jumlah kasus tetanus di provinsi sebanyak  $\exp(0.1404) = 1.151$  kali dari jumlah kasus *Tetanus Neonatorum* semula, jika variabel lain bernilai konstan. Selain itu setiap penambahan satu persen cakupan persalinan di fasilitas pelayanan kesehatan dan dibantu oleh tenaga kesehatan maka akan menurunkan jumlah kasus tetanus sebanyak  $\exp(0.3349) = 1.398$  kali dari jumlah kasus *Tetanus Neonatorum* semula, jika variabel lain bernilai konstan.

Pengujian signifikansi estimasi parameter model regresi CHNB secara simultan dengan tingkat signifikansi sebesar 5% didasarkan pada statistik uji G. Nilai statistik uji G sebesar 23.7 lebih besar dari  $\chi^2_{(0.05;6)} = 12.59$ . Hal ini menunjukkan bahwa minimal ada satu variabel independen yang memberikan pengaruh signifikan terhadap variabel dependen. Tabel 4.7 menunjukkan bahwa variabel independen yang berpengaruh signifikan secara parsial pada jumlah kasus *tetanus neonatorum* adalah cakupan imunisasi TT2+ ( $X_1$ ), cakupan imunisasi TT5 ( $X_2$ ), dan cakupan persalinan di fasyankes ( $X_5$ ).

Hal ini menunjukkan bahwa imunisasi TT2+ yang diberikan pada ibu hamil dan imunisasi TT5 pada wanita usia subur dapat mencegah penyakit *tetanus neonatorum* pada bayi baru lahir dan melindungi ibu dari kemungkinan tetanus ketika memiliki luka akibat persalinan. Program PD3I (Penyakit yang Dapat Dicegah Dengan Imunisasi) yang sudah dicanangkan oleh Kemenkes perlu ditindaklanjuti dengan pemberian vaksinasi kepada ibu hamil dan calon pasangan pengantin dan penyuluhan kebersihan perawatan tali pusar bayi baru lahir agar dapat memutuskan rantai penyakit *tetanus neonatorum* dan dapat membantu program eliminasi penyakit tetanus.

## BAB V

### KESIMPULAN DAN SARAN

#### 5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan yang telah dilakukan, dapat disimpulkan beberapa hal sebagai berikut

1. Estimasi parameter model regresi *Censored Hurdle Negative Binomial* (CHNB) dengan variabel dependen tersensor kanan menggunakan metode *maximum likelihood* menghasilkan persamaan yang tidak *closed form*, sehingga untuk menyelesaikan estimasi parameter digunakan metode iterasi Newton Rapshon.
2. Berdasarkan hasil simulasi semakin banyak data mengalami penyensoran maka semakin baik pula performa model regresi CHNB. Begitu pula dengan ukuran sampel, semakin besar ukuran sampel akan meningkatkan performa model regresi CHNB.
3. Berdasarkan analisis regresi CHNB menggunakan data kasus *tetanus neonatorum*, diketahui setiap variabel independen dapat memberikan pengaruh yang berbeda terhadap masing-masing *state*.

#### 5.2 Saran

Saran-saran yang dapat disampaikan berdasarkan hasil penelitian yang ada adalah sebagai berikut

1. Pada penelitian ini, estimasi model regresi CHNB yang digunakan yaitu metode *maximum likelihood*. Oleh karena itu disarankan untuk mengkaji estimasi parameter model regresi CHNB menggunakan metode lain seperti metode Bayesian atau EM (*Expectation Maximization*) sebagai bahan perbandingan.
2. Dari hasil simulasi dan analisis yang telah dilakukan, digunakan kombinasi ukuran sampel dan titik sensor sebagai kajian performa model model regresi CHNB. Oleh karena itu disarankan untuk melakukan kajian lebih lanjut performa model regresi CHNB dengan menggunakan kriteria lain seperti proporsi nilai nol atau jenis dispersi.

*(Halaman ini sengaja dikosongkan)*

## DAFTAR PUSTAKA

- Agresti, A. (2002). *Categorical Data Analysis, Second Edition*. New York : John Wiley & Sons.
- Cameron, A. C. dan Trivedi, P. K. (1998). *Regression Analysis of Count Data*. New York: Cambridge University Press.
- Desjardins, C. D. (2013). *Dissertation: Evaluating the Performance of Two Competing Models Of School Suspension Under Simulation The Zero Inflated Negative Binomial and the Negative Binomial Hurdle*. San Fransisco California USA: Minnesota University.
- Erdman, D., Jackson, L. dan Sinko, A. (2008). *Zero-Inflated Poisson and Zero-Inflated Negative Binomial Models Using the COUNTREG Procedure*. SAS Institute Inc., Cary, NC: SAS Global Forum 2008.
- Frone, M. R. (1997). *Regression Models for Discrete and Limited Dependent Variables*. New York: Research Methods Forum No. 2 (Summer 1997)
- Handoko, M. (2011). *Tetanus Neonatorum*. Kepaniteraan Klinik Ilmu Penyakit Anak. [<https://www.scribd.com/doc/51651896/Tetanus-neonatorum>] diakses tanggal 10 Oktober 2016.
- Hilbe, J. M. (2011). *Negative Binomial Regression*. New York: Cambridge University Press.
- Hinde, J. dan Demetrio, C. G. B. (2007). *Overdispersion: Model and Estimation*. Caxambu, Minas Gerais. Brazil: 13<sup>th</sup> Brazilian Symposium of Probability and Statistics (13<sup>th</sup> SINAPE).
- Hocking, R. (1996). *Methods and Application of Linear Models*. New York: John Wiley and Sons, ltd.
- Hosmer, D.W. dan Lemeshow, S. (2000). *Applied Logistic Regression Second Edition*. New York : John Willey & Sons.
- Kemenkes. (2012). *Buletin: Eleminasi Tetanus Maternal dan Neonatal*. [<http://www.depkes.go.id/resources/download/pusdatin/buletin/buletin-mnte.pdf>] diakses tanggal 11 Agustus 2016.
- Kemenkes. (2016). *Profil Kesehatan Indonesia 2015*. Jakarta: Kemenkes RI.

- Nadhiroh, I. M. (2009). *Zero Inflated Negative Binomial Models in Small Area Estimation*. Bogor: IPB
- Pontoh, R. S. dan Faidah, D. Y. (2015). *Penerapan Hurdle Negative Binomial pada Data Tersensor*. Yogyakarta: Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika UNY.
- Ratnasari, V., Purhadi, Zain, I. dan Suhartono. (2012). *Estimasi Parameter dan Uji Signifikansi Model Probit Bivariat*. Surabaya: ITS.
- Saffari, S. E. dan Robiah, A. (2010). *Zero Inflated Poisson Regression Model with Right Censored Count Data*. Malaysia: Journal of Mathematics, Vol. 27(1): 21-29.
- Saffari, S. E., Robiah, A. dan Greene, W. (2012). *Hurdle Negative Binomial Regression Model with Right Censored Count Data*. Malaysia: Journal of Statistics and Operations Research Transactions, Vol. 36(2): 181-194.
- Winkelmann, R. (2008). *Econometric Analysis of Count Data*. Zurich: Springer.
- Zharfani, A. (2015). *Pemodelan Regresi Hurdle Negative Binomial (HNB) Untuk Mengatasi Overdispersi Dengan Excess Zeros (Studi Kasus Banyaknya Siswa SMA Yang Gagal Ujian Nasional Tahun Ajaran 2013/2014 di Kota Malang)*. Malang: Jurnal Mahasiswa Statistik UB, Vol. 3 No. 2 (2015).

Lampiran 1. Data Penelitian Jumlah Kasus *Tetanus Neonatorum* di Indonesia Tahun 2015

Provinsi	Y	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	X <sub>5</sub>	X <sub>6</sub>
Aceh	0	54.98	1.96	75.67	80.53	72.98	5.02
Sumatera Utara	0	18.45	0.3	75.5	51.33	63.85	12.32
Sumatera Barat	3	56.16	1.93	79.19	70.95	78.55	3.32
Riau	0	40.94	1.34	85.67	75.68	57.12	27.31
Jambi	2	87.68	1.36	93.92	83.12	56.27	37.22
Sumatera Selatan	1	76.85	0.71	93.45	46.16	72.68	17.48
Bengkulu	0	58.56	0.87	89.45	89.01	58.21	30.22
Lampung	0	50.06	1.55	89.62	91.5	82.89	6.38
Kep. Bangka Belitung	1	91.2	3.71	92.35	97.6	84.07	10.03
Kepulauan Riau	0	62.04	1.56	98.19	79.87	95.35	4.45
DKI Jakarta	1	50.72	1.07	95.22	97.11	87.27	8.89
Jawa Barat	0	93.5	0.81	97.97	86.73	89.94	6.01
Jawa Tengah	0	76.08	4.14	93.05	98.36	94.96	3.13
DI Yogyakarta	0	76.57	2	92.59	77.14	99.81	0.14
Jawa Timur	21	79.48	21.62	91.24	97.81	94.76	1.05
Banten	12	73.14	1.66	85.67	82.95	75.87	0.84
Bali	0	67.6	4.48	93.32	74.45	73.67	24.11
Nusa Tenggara Barat	0	84.82	1.3	92.07	93.94	88.54	1.25
Nusa Tenggara Timur	0	24.11	0.62	61.63	39.17	65.95	4.02
Kalimantan Barat	5	46.2	1.79	84.68	72.53	56.04	26.2
Kalimantan Tengah	2	38.01	0.4	85.75	78.63	40.2	43
Kalimantan Selatan	0	46.8	0.73	81.02	80.6	65.57	23.51
Kalimantan Timur	0	25.15	1.07	87.05	82.14	76.65	14.61
Sulawesi Utara	0	45.28	0.21	81.14	70.81	79.88	6.06
Sulawesi Tengah	0	63.07	1.55	86.11	41.18	56.16	16.35
Sulawesi Selatan	1	56.22	0.55	71.07	10.14	86.91	4.06
Sulawesi Tenggara	1	54.04	1.12	91.72	74.28	52.3	33.99
Gorontalo	0	81.42	0.43	80.89	63.99	90.62	1.72
Sulawesi Barat	0	51.57	0.78	88.08	69.7	76.53	9.03
Maluku	2	72.74	3.32	76.04	42.6	30.08	16.82
Maluku Utara	0	59.02	0.94	43.88	47.2	53.05	16.59
Papua Barat	0	36.19	2.13	72.03	18.55	31.87	10.03
Papua	1	1.04	0.03	30.4	9.63	26.34	7.8



## Lampiran 2A. Turunan Pertama Fungsi Pembantu

### 🌈 Fungsi ln g

$$g = g(y_i; \kappa, \boldsymbol{\beta}) = \frac{\Gamma\left(y_i + \frac{1}{\kappa}\right)}{\Gamma(y_i + 1)\Gamma\left(\frac{1}{\kappa}\right)} \left(1 + e^{x_i^T \boldsymbol{\beta}} \kappa\right)^{-\kappa^{-1} - y_i} \left(e^{x_i^T \boldsymbol{\beta}} \kappa\right)^{y_i}$$

$$\ln g = \ln \Gamma\left(y_i + \frac{1}{\kappa}\right) - \ln \Gamma(y_i + 1) - \ln \Gamma\left(\frac{1}{\kappa}\right) + (-\kappa^{-1} - y_i) \ln\left(1 + e^{x_i^T \boldsymbol{\beta}} \kappa\right) + y_i x_i^T \boldsymbol{\beta} + y_i \ln(\kappa)$$

Turunan pertama fungsi ln g terhadap  $\kappa$

$$\frac{\partial \ln(g)}{\partial \kappa} = \left[ \frac{\Gamma'\left(y_i + \frac{1}{\kappa}\right)}{\Gamma\left(y_i + \frac{1}{\kappa}\right)} - \frac{\Gamma'\left(\frac{1}{\kappa}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{\kappa}\right)} + \kappa^{-2} \ln\left(1 + e^{x_i^T \boldsymbol{\beta}} \kappa\right) - \frac{(y_i + \kappa^{-1}) e^{x_i^T \boldsymbol{\beta}}}{\left(1 + e^{x_i^T \boldsymbol{\beta}} \kappa\right)} + y_i \kappa^{-1} \right]$$

$$\frac{1}{g} \frac{\partial(g)}{\partial \kappa} = \left[ \frac{\Gamma'\left(y_i + \frac{1}{\kappa}\right)}{\Gamma\left(y_i + \frac{1}{\kappa}\right)} - \frac{\Gamma'\left(\frac{1}{\kappa}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{\kappa}\right)} + \kappa^{-2} \ln\left(1 + e^{x_i^T \boldsymbol{\beta}} \kappa\right) - \frac{(y_i + \kappa^{-1}) e^{x_i^T \boldsymbol{\beta}}}{\left(1 + e^{x_i^T \boldsymbol{\beta}} \kappa\right)} + y_i \kappa^{-1} \right]$$

$$\frac{\partial(g)}{\partial \kappa} = g \left[ \frac{\Gamma'\left(y_i + \frac{1}{\kappa}\right)}{\Gamma\left(y_i + \frac{1}{\kappa}\right)} - \frac{\Gamma'\left(\frac{1}{\kappa}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{\kappa}\right)} + \kappa^{-2} \ln\left(1 + e^{x_i^T \boldsymbol{\beta}} \kappa\right) - \frac{(y_i + \kappa^{-1}) e^{x_i^T \boldsymbol{\beta}}}{\left(1 + e^{x_i^T \boldsymbol{\beta}} \kappa\right)} + y_i \kappa^{-1} \right]$$

$$\text{sehingga } g'_{\kappa} = g \left[ \frac{\Gamma'(y_i + \kappa^{-1})}{\Gamma(y_i + \kappa^{-1})} - \frac{\Gamma'(\kappa^{-1})}{\Gamma(\kappa^{-1})} + \kappa^{-2} \ln\left(1 + e^{x_i^T \boldsymbol{\beta}} \kappa\right) - \frac{(y_i + \kappa^{-1}) e^{x_i^T \boldsymbol{\beta}}}{\left(1 + e^{x_i^T \boldsymbol{\beta}} \kappa\right)} + y_i \kappa^{-1} \right]$$

Turunan pertama fungsi ln g terhadap  $\boldsymbol{\beta}^T$

$$\frac{\partial \ln(g)}{\partial \boldsymbol{\beta}^T} = \left[ -\frac{(\kappa^{-1} + y_i)}{\left(1 + e^{x_i^T \boldsymbol{\beta}} \kappa\right)} \frac{\partial\left(1 + e^{x_i^T \boldsymbol{\beta}} \kappa\right)}{\partial \boldsymbol{\beta}^T} + y_i \mathbf{x}_i \right]$$

$$\frac{1}{g} \frac{\partial(g)}{\partial \boldsymbol{\beta}^T} = \left[ -\frac{(\kappa^{-1} + y_i)}{\left(1 + e^{x_i^T \boldsymbol{\beta}} \kappa\right)} \mathbf{x}_i \kappa e^{x_i^T \boldsymbol{\beta}} + y_i \mathbf{x}_i \right]$$

$$\frac{\partial(g)}{\partial \boldsymbol{\beta}^T} = g \left[ \frac{\mathbf{x}_i (y_i - e^{x_i^T \boldsymbol{\beta}})}{\left(1 + e^{x_i^T \boldsymbol{\beta}} \kappa\right)} \right]$$

$$\text{sehingga } g'_{\boldsymbol{\beta}^T} = g \left[ \frac{\mathbf{x}_i (y_i - e^{x_i^T \boldsymbol{\beta}})}{\left(1 + e^{x_i^T \boldsymbol{\beta}} \kappa\right)} \right]$$

✚ Fungsi kumulatif HNB

$$F = \sum_{\ell=y_i}^{\infty} f(\ell; \kappa, \delta, \beta) = \sum_{\ell=y_i}^{\infty} \frac{(1-\pi_i)g}{1 - (1 + e^{x_i^T \beta} \kappa)^{-\kappa^{-1}}}$$

Turunan pertama fungsi kumulatif HNB terhadap  $\kappa$

$$\frac{\partial F}{\partial \kappa} = \sum_{\ell=y_i}^{\infty} (1-\pi_i) \left[ \frac{g'_{\kappa} \left( 1 - (1 + e^{x_i^T \beta} \kappa)^{-\kappa^{-1}} \right)}{\left( 1 - (1 + e^{x_i^T \beta} \kappa)^{-\kappa^{-1}} \right)^2} + \frac{\left( \ln \left( 1 + e^{x_i^T \beta} \kappa \right)^{\kappa^{-2}} - \frac{\kappa^{-1} e^{x_i^T \beta}}{\left( 1 + e^{x_i^T \beta} \kappa \right)} \right)}{\left( 1 - (1 + e^{x_i^T \beta} \kappa)^{-\kappa^{-1}} \right)^2} \right] g \left( 1 + e^{x_i^T \beta} \kappa \right)^{-\kappa^{-1}}$$

sehingga

$$F'_{\kappa} = \sum_{\ell=y_i}^{\infty} (1-\pi_i) \left[ \frac{g'_{\kappa}}{1 - (1 + e^{x_i^T \beta} \kappa)^{-\kappa^{-1}}} + g \left( 1 + e^{x_i^T \beta} \kappa \right)^{-\kappa^{-1}} \frac{\left( \ln \left( 1 + e^{x_i^T \beta} \kappa \right)^{\kappa^{-2}} - \frac{\kappa^{-1} e^{x_i^T \beta}}{\left( 1 + e^{x_i^T \beta} \kappa \right)} \right)}{\left( 1 - (1 + e^{x_i^T \beta} \kappa)^{-\kappa^{-1}} \right)^2} \right]$$

Turunan pertama fungsi kumulatif HNB terhadap  $\delta^T$

$$F'_{\delta^T} = \frac{\partial F}{\partial \delta^T} = \sum_{\ell=y_i}^{\infty} g \frac{-\pi_i'}{\left( 1 - (1 + e^{x_i^T \beta} \kappa)^{-\kappa^{-1}} \right)}$$

Turunan pertama fungsi kumulatif HNB terhadap  $\beta^T$

$$\frac{\partial F}{\partial \beta^T} = \sum_{\ell=y_i}^{\infty} (1-\pi_i) \left[ \frac{g'_{\beta^T} \left( 1 - (1 + e^{x_i^T \beta} \kappa)^{-\kappa^{-1}} \right) - \left( \kappa^{-1} \left( 1 + e^{x_i^T \beta} \kappa \right)^{-\kappa^{-1}-1} \kappa x_i e^{x_i^T \beta} \right) g}{\left( 1 - (1 + e^{x_i^T \beta} \kappa)^{-\kappa^{-1}} \right)^2} \right]$$

$$\text{sehingga } F'_{\beta^T} = \sum_{\ell=y_i}^{\infty} (1-\pi_i) \left[ \frac{g'_{\beta^T} \left( 1 - (1 + e^{x_i^T \beta} \kappa)^{-\kappa^{-1}} \right) - \left( x_i e^{x_i^T \beta} \left( 1 + e^{x_i^T \beta} \kappa \right)^{-\kappa^{-1}-1} \right) g}{\left( 1 - (1 + e^{x_i^T \beta} \kappa)^{-\kappa^{-1}} \right)^2} \right]$$

✚ Fungsi  $\pi_i$

$$\pi_i = \frac{e^{x_i^T \delta}}{1 + e^{x_i^T \delta}}$$

Turunan pertama fungsi  $\pi_i$  terhadap  $\delta^T$

$$\begin{aligned}\pi_i' &= \frac{\partial \pi_i}{\partial \delta^T} \\ &= \frac{x_i e^{x_i^T \delta} (1 + e^{x_i^T \delta}) - (x_i e^{x_i^T \delta}) e^{x_i^T \delta}}{(1 + e^{x_i^T \delta})^2} \\ &= \frac{x_i e^{x_i^T \delta} ((1 + e^{x_i^T \delta}) - e^{x_i^T \delta})}{(1 + e^{x_i^T \delta})^2} \\ &= \frac{x_i e^{x_i^T \delta}}{(1 + e^{x_i^T \delta})^2}\end{aligned}$$

Turunan pertama fungsi  $\pi_i$  terhadap  $\delta$

$$\pi_i'^* = \frac{x_i^T e^{x_i^T \delta}}{(1 + e^{x_i^T \delta})^2}$$

Lampiran 2B. Turunan Pertama Fungsi Ln *Likelihood*

$$l(\kappa, \delta, \beta | y_i) = \sum_{i=1}^n \left\{ (1-d_i) \left[ I_{y_i=0} \ln(\pi_i) + I_{y_i>0} (\ln(1-\pi_i) + \ln(g) - \ln(1 - (1 + e^{x_i^T \beta \kappa})^{-\kappa^{-1}})) \right] + (d_i) \ln F \right\}$$

✚ Turunan pertama  $l(\kappa, \delta, \beta | y_i)$  terhadap parameter  $\kappa$

$$\begin{aligned} \frac{\partial l(\kappa, \delta, \beta | y_i)}{\partial \kappa} &= \sum_{i=1}^m \left\{ (1-d_i) I_{y_i>0} \left[ \frac{1}{g} \frac{\partial g}{\partial \kappa} - \frac{\left( \kappa^{-1} e^{x_i^T \beta} (1 + e^{x_i^T \beta \kappa})^{-1} \right) - \kappa^{-2} \ln(1 + e^{x_i^T \beta \kappa})}{1 - (1 + e^{x_i^T \beta \kappa})^{-\kappa^{-1}}} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{d_i}{F} \frac{\partial F}{\partial \kappa} \right] \right\} = 0 \\ &= \sum_{i=1}^m \left\{ (1-d_i) I_{y_i>0} \left[ \frac{g'_{\kappa}}{g} - \frac{\kappa^{-1} e^{x_i^T \beta} (1 + e^{x_i^T \beta \kappa})^{-1} - \kappa^{-2} \ln(1 + e^{x_i^T \beta \kappa})}{1 - (1 + e^{x_i^T \beta \kappa})^{-\kappa^{-1}}} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{d_i}{F} F'_{\kappa} \right] \right\} = 0 \end{aligned}$$

✚ Turunan pertama  $l(\kappa, \delta, \beta | y_i)$  terhadap parameter  $\delta^T$

$$\begin{aligned} \frac{\partial l(\kappa, \delta, \beta | y_i)}{\partial \delta^T} &= \sum_{i=1}^n \left\{ (1-d_i) \left[ I_{y_i=0} \frac{1}{\pi_i} \frac{\partial \pi_i}{\partial \delta^T} - I_{y_i>0} \frac{1}{1-\pi_i} \frac{\partial \pi_i}{\partial \delta^T} \right] + \frac{d_i}{F} \frac{\partial F}{\partial \delta^T} \right\} \\ &= \sum_{i=1}^n \left\{ (1-d_i) \left[ I_{y_i=0} \frac{\pi_i'}{\pi_i} - I_{y_i>0} \frac{\pi_i'}{1-\pi_i} \right] + \frac{d_i}{F} F'_{\delta^T} \right\} = 0 \end{aligned}$$

✚ Turunan pertama  $l(\kappa, \delta, \beta | y_i)$  terhadap parameter  $\beta^T$

$$\begin{aligned} \frac{\partial l(\kappa, \delta, \beta | y_i)}{\partial \beta^T} &= \sum_{i=1}^m \left\{ (1-d_i) \left[ I_{y_i>0} \frac{1}{g} \frac{\partial g}{\partial \beta^T} - \frac{(1 + e^{x_i^T \beta \kappa})^{-\kappa^{-1}-1} x_i e^{x_i^T \beta}}{1 - (1 + e^{x_i^T \beta \kappa})^{-\kappa^{-1}}} \right] + \frac{d_i}{F} \frac{\partial F}{\partial \beta^T} \right\} \\ &= \sum_{i=1}^m \left\{ (1-d_i) \left[ I_{y_i>0} \frac{g'_{\beta^T}}{g} - \frac{x_i e^{x_i^T \beta} (1 + e^{x_i^T \beta \kappa})^{-\kappa^{-1}-1}}{1 - (1 + e^{x_i^T \beta \kappa})^{-\kappa^{-1}}} \right] + \frac{d_i}{F} F'_{\beta^T} \right\} = 0 \end{aligned}$$

Lampiran 2C. Turunan Parsial Kedua Fungsi Ln *Likelihood*

✚ Turunan parsial kedua  $l(\kappa, \delta, \beta | y_i)$  terhadap parameter  $\kappa$

$$\frac{\partial^2 l(\kappa, \delta, \beta | y_i)}{\partial \kappa^2} = \frac{\partial \left[ \sum_{i=i}^m \left\{ (1-d_i) I_{y_i>0} \left[ \frac{g'_\kappa - \kappa^{-1} e^{x_i^T \beta} (1+e^{x_i^T \beta} \kappa)^{-1} - \kappa^{-2} \ln(1+e^{x_i^T \beta} \kappa)}{g} \right] + \frac{d_i}{F} F'_\kappa \right\} \right]}{\partial \kappa}$$

Misalkan:

$$A = \kappa^{-1} e^{x_i^T \beta} (1+e^{x_i^T \beta} \kappa)^{-1} \quad C = 1 - (1+e^{x_i^T \beta} \kappa)^{-\kappa^{-1}}$$

$$B = \kappa^{-2} \ln(1+e^{x_i^T \beta} \kappa) \quad D = (1+e^{x_i^T \beta} \kappa)^{-\kappa^{-1}}$$

Masing-masing diturunkan terhadap  $\kappa$

$$A'_\kappa = \frac{[-\kappa^{-2} e^{x_i^T \beta} (1+e^{x_i^T \beta} \kappa)] - [e^{x_i^T \beta} (\kappa^{-1} e^{x_i^T \beta})]}{(1+e^{x_i^T \beta} \kappa)^2} = \frac{-\kappa^{-2} e^{x_i^T \beta}}{(1+e^{x_i^T \beta} \kappa)} - \frac{\kappa^{-1} (e^{x_i^T \beta})^2}{(1+e^{x_i^T \beta} \kappa)^2}$$

$$B'_\kappa = [-2\kappa^{-3} \ln(1+e^{x_i^T \beta} \kappa)] + \left[ \frac{e^{x_i^T \beta}}{1+e^{x_i^T \beta} \kappa} \kappa^{-2} \right]$$

$$C'_\kappa = \left[ \frac{e^{x_i^T \beta}}{1+e^{x_i^T \beta} \kappa} \kappa^{-1} - \kappa^{-2} \ln(1+e^{x_i^T \beta} \kappa) \right] (1+e^{x_i^T \beta} \kappa)^{-\kappa^{-1}}$$

$$D'_\kappa = \left[ \kappa^{-2} \ln(1+e^{x_i^T \beta} \kappa) - \frac{e^{x_i^T \beta}}{1+e^{x_i^T \beta} \kappa} \kappa^{-1} \right] (1+e^{x_i^T \beta} \kappa)^{-\kappa^{-1}}$$

sehingga

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 l(\kappa, \delta, \beta | y_i)}{\partial \kappa^2} &= \frac{\partial \left[ \sum_{i=i}^m \left\{ (1-d_i) I_{y_i>0} \left( \frac{g'_\kappa - \frac{A-B}{C} D}{g} \right) + \frac{d_i}{F} F'_\kappa \right\} \right]}{\partial \kappa} \\ &= \sum_{i=i}^m \left\{ (1-d_i) I_{y_i>0} \left( \frac{g''_\kappa g - (g'_\kappa)^2}{g^2} - \left( \frac{(A'_\kappa - B'_\kappa) C - C'_\kappa (A-B)}{C^2} D \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + D'_\kappa \left( \frac{A-B}{C} \right) \right) + d_i \left( -\frac{1}{F^2} (F'_\kappa)^2 + \frac{1}{F} F''_\kappa \right) \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
g_{\kappa}'' &= \frac{\partial^2(g)}{\partial \kappa^2} \\
&= \frac{\partial(g_{\kappa}')}{\partial \kappa} = \frac{\partial \left[ g \left( \frac{\Gamma'(y_i + \kappa^{-1})}{\Gamma(y_i + \kappa^{-1})} - \frac{\Gamma'(\kappa^{-1})}{\Gamma(\kappa^{-1})} + \kappa^{-2} \ln(1 + e^{x_i^T \beta \kappa}) - \frac{(y_i + \kappa^{-1}) e^{x_i^T \beta}}{(1 + e^{x_i^T \beta \kappa})} + y_i \kappa^{-1} \right) \right]}{\partial \kappa} \\
&= \frac{\Gamma''(y_i + \kappa^{-1}) \Gamma(y_i + \kappa^{-1}) - [\Gamma'(y_i + \kappa^{-1})]^2}{[\Gamma(y_i + \kappa^{-1})]^2} - \frac{\Gamma''(\kappa^{-1}) \Gamma(\kappa^{-1}) - [\Gamma'(\kappa^{-1})]^2}{[\Gamma(\kappa^{-1})]^2} \\
&\quad - 2\kappa^{-3} \ln(1 + e^{x_i^T \beta \kappa}) + \frac{e^{x_i^T \beta}}{(1 + e^{x_i^T \beta \kappa})} \kappa^{-2} - \left[ \frac{(-\kappa^{-2})(1 + 1 + e^{x_i^T \beta \kappa}) - e^{x_i^T \beta} (y_i + \kappa^{-1})}{(1 + e^{x_i^T \beta \kappa})^2} \right] e^{x_i^T \beta} - 2\kappa^{-2} y_i
\end{aligned}$$

dan

$$\begin{aligned}
F_{\kappa}'' &= \frac{\partial^2(F)}{\partial \kappa^2} \\
&= \frac{\partial(F_{\kappa}')}{\partial \kappa} = \frac{\partial \left[ \sum_{\ell=y_i}^{\infty} (1 - \pi_i) \left( \frac{g_{\kappa}'}{C} + \left( \frac{B-A}{C^2} \right) gD \right) \right]}{\partial \kappa} \\
&= \sum_{\ell=y_i}^{\infty} (1 - \pi_i) \left( \frac{g_{\kappa}'' C - C'_{\kappa} g_{\kappa}'}{C^2} + \left( \frac{(B'_{\kappa} - A'_{\kappa}) C^2 - 2CC'_{\kappa} (B-A)}{C^4} \right) gD \right. \\
&\quad \left. + (g'_{\kappa} D + D'_{\kappa} g) \left( \frac{B-A}{C^2} \right) \right)
\end{aligned}$$

✚ Turunan parsial kedua  $l(\kappa, \delta, \beta | y_i)$  terhadap parameter  $\delta$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 l(\kappa, \delta, \beta | y_i)}{\partial \delta^T \partial \delta} &= \frac{\partial \left[ \sum_{i=i}^n \left\{ (1 - d_i) \left[ I_{y_i=0} \frac{\pi_i'}{\pi_i} - I_{y_i>0} \frac{\pi_i'}{1 - \pi_i} \right] + \frac{d_i}{F} F'_{\delta^T} \right\} \right]}{\partial \delta} \\
&= \sum_{i=i}^n \left\{ (1 - d_i) \left[ I_{y_i=0} \frac{\pi_i'' \pi_i - \pi_i' \pi_i^*}{\pi_i^2} - I_{y_i>0} \frac{\pi_i'' (1 - \pi_i) - \pi_i' \pi_i^*}{(1 - \pi_i)^2} \right] \right. \\
&\quad \left. + d_i \left[ \frac{F_{\delta}'' F - F'_{\delta^T} F'_{\delta}}{F^2} \right] \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\pi_i'' &= \frac{\partial^2 \pi_i}{\partial \delta^T \partial \delta} = \frac{\partial \pi_i'}{\partial \delta^T} = \frac{\partial \left[ \frac{x_i e^{x_i^T \delta}}{(1 + e^{x_i^T \delta})^2} \right]}{\partial \delta^T} \\
&= \frac{(x_i e^{x_i^T \delta} x_i^T)(1 + e^{x_i^T \delta})^2 - (x_i e^{x_i^T \delta}) \left( 2(1 + e^{x_i^T \delta}) x_i^T \right)}{(1 + e^{x_i^T \delta})^4} \\
&= \frac{(x_i e^{x_i^T \delta} x_i^T) \left( (1 + e^{x_i^T \delta}) - 2 \right)}{(1 + e^{x_i^T \delta})^3}
\end{aligned}$$

dan

$$F_{\delta}'' = \frac{\partial^2 (F)}{\partial \delta^T \partial \delta} = \frac{\partial (F_{\delta}')}{\partial \delta} = \frac{\partial \left[ \sum_{\ell=y_i}^{\infty} (-\pi_i') \frac{g}{1 - (1 + e^{x_i^T \beta} \kappa)^{-\kappa^{-1}}} \right]}{\partial \delta} = \sum_{\ell=y_i}^{\infty} (-\pi_i'') \frac{g}{1 - (1 + e^{x_i^T \beta} \kappa)^{-\kappa^{-1}}}$$

✚ Turunan parsial kedua  $l(\kappa, \delta, \beta | y_i)$  terhadap parameter  $\beta$

$$\frac{\partial^2 l(\kappa, \delta, \beta | y_i)}{\partial \beta^T \partial \beta} = \frac{\partial \left[ \sum_{i=i}^m \left\{ (1 - d_i) \left[ I_{y_i > 0} \frac{g'_{\beta^T}}{g} - \frac{x_i e^{x_i^T \beta} (1 + e^{x_i^T \beta} \kappa)^{-\kappa^{-1} - 1}}{1 - (1 + e^{x_i^T \beta} \kappa)^{-\kappa^{-1}}} \right] + \frac{d_i}{F} F'_{\beta^T} \right\} \right]}{\partial \beta}$$

Misalkan:

$$C = 1 - (1 + e^{x_i^T \beta} \kappa)^{-\kappa^{-1}} \quad E = (1 + e^{x_i^T \beta} \kappa)^{-\kappa^{-1} - 1} \quad H = x_i e^{x_i^T \beta}$$

Masing-masing diturunkan terhadap  $\beta$

$$C'_{\beta} = (1 + e^{x_i^T \beta} \kappa)^{-\kappa^{-1} - 1} e^{x_i^T \beta} x_i^T$$

$$E'_{\beta} = (-1 - \kappa) (1 + e^{x_i^T \beta} \kappa)^{-\kappa^{-1} - 2} e^{x_i^T \beta} x_i^T$$

$$H'_{\beta} = x_i e^{x_i^T \beta} x_i^T$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 l(\boldsymbol{\kappa}, \boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\beta} | y_i)}{\partial \boldsymbol{\beta}^T \partial \boldsymbol{\beta}} &= \frac{\partial \left[ \sum_{i=i}^m \left\{ (1-d_i) \left[ I_{y_i > 0} \frac{g'_{\boldsymbol{\beta}^T}}{g} - \frac{EH}{C} \right] + \frac{d_i}{F} F'_{\boldsymbol{\beta}^T} \right\} \right]}{\partial \boldsymbol{\beta}} \\ &= \sum_{i=i}^m \left\{ (1-d_i) \left[ I_{y_i > 0} \frac{g''_{\boldsymbol{\beta}} g - g'_{\boldsymbol{\beta}^T} g'_{\boldsymbol{\beta}}}{g^2} - \frac{E'_{\boldsymbol{\beta}} H + H'_{\boldsymbol{\beta}} E}{C} + \frac{C'_{\boldsymbol{\beta}} EH}{C^2} \right] + d_i \left[ \frac{F''_{\boldsymbol{\beta}} F - F'_{\boldsymbol{\beta}^T} F'_{\boldsymbol{\beta}}}{F^2} \right] \right\} \end{aligned}$$

dimana

$$\begin{aligned} g''_{\boldsymbol{\beta}} &= \frac{\partial^2 (g)}{\partial \boldsymbol{\beta}^T \partial \boldsymbol{\beta}} \\ &= \frac{\partial \left( g'_{\boldsymbol{\beta}^T} \right)}{\partial \boldsymbol{\beta}} = \frac{\partial \left[ g \left[ \frac{\mathbf{x}_i (y_i - e^{x_i^T \boldsymbol{\beta}})}{(1 + e^{x_i^T \boldsymbol{\beta} \boldsymbol{\kappa}})} \right] \right]}{\partial \boldsymbol{\beta}} \\ &= g \frac{\left( -\mathbf{x}_i e^{x_i^T \boldsymbol{\beta}} \mathbf{x}_i^T \right) (1 + e^{x_i^T \boldsymbol{\beta} \boldsymbol{\kappa}}) - \left( \mathbf{x}_i (y_i - e^{x_i^T \boldsymbol{\beta}}) \right) \left( e^{x_i^T \boldsymbol{\beta}} \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\kappa} \right)}{(1 + e^{x_i^T \boldsymbol{\beta} \boldsymbol{\kappa}})^2} + g'_{\boldsymbol{\beta}} \left[ \frac{\mathbf{x}_i (y_i - e^{x_i^T \boldsymbol{\beta}})}{(1 + e^{x_i^T \boldsymbol{\beta} \boldsymbol{\kappa}})} \right] \\ &= -g \frac{\left( \mathbf{x}_i \mathbf{x}_i^T \right) e^{x_i^T \boldsymbol{\beta}} (1 + \boldsymbol{\kappa} y_i)}{(1 + e^{x_i^T \boldsymbol{\beta} \boldsymbol{\kappa}})^2} + g \left[ \frac{\mathbf{x}_i \mathbf{x}_i^T (y_i - e^{x_i^T \boldsymbol{\beta}})^2}{(1 + e^{x_i^T \boldsymbol{\beta} \boldsymbol{\kappa}})^2} \right] \\ &= g \frac{\mathbf{x}_i \left[ (y_i - e^{x_i^T \boldsymbol{\beta}})^2 - e^{x_i^T \boldsymbol{\beta}} (1 + \boldsymbol{\kappa} y_i) \right] \mathbf{x}_i^T}{(1 + e^{x_i^T \boldsymbol{\beta} \boldsymbol{\kappa}})^2} \end{aligned}$$

dan

$$\begin{aligned} F''_{\boldsymbol{\beta}} &= \frac{\partial^2 (F)}{\partial \boldsymbol{\beta}^T \partial \boldsymbol{\beta}} = \frac{\partial (F'_{\boldsymbol{\beta}^T})}{\partial \boldsymbol{\beta}} = \frac{\partial \left[ \sum_{\ell=y_i}^{\infty} (1-\pi_i) \left( \frac{g'_{\boldsymbol{\beta}^T} C - EgH}{C^2} \right) \right]}{\partial \boldsymbol{\beta}} \\ &= \sum_{\ell=y_i}^{\infty} (1-\pi_i) \left( \frac{\left( g''_{\boldsymbol{\beta}} C + C'_{\boldsymbol{\beta}} g'_{\boldsymbol{\beta}^T} \right) - \left( E'_{\boldsymbol{\beta}} g + g'_{\boldsymbol{\beta}} E \right) H - \left( H'_{\boldsymbol{\beta}} Eg \right)}{C^4} C^2 \right. \\ &\quad \left. - \frac{2CC'_{\boldsymbol{\beta}} (g'_{\boldsymbol{\beta}^T} C - EgH)}{C^4} \right) \end{aligned}$$

sehingga

$$F''_{\boldsymbol{\beta}} = \sum_{\ell=y_i}^{\infty} (1-\pi_i) \left( \frac{\left( g''_{\boldsymbol{\beta}} C + C'_{\boldsymbol{\beta}} g'_{\boldsymbol{\beta}^T} \right) - \left( E'_{\boldsymbol{\beta}} g + g'_{\boldsymbol{\beta}} E \right) H - \left( H'_{\boldsymbol{\beta}} Eg \right)}{C^2} - \frac{2C'_{\boldsymbol{\beta}} (g'_{\boldsymbol{\beta}^T} C - EgH)}{C^3} \right)$$



✚ Turunan parsial kedua  $l(\kappa, \delta, \beta | y_i)$  terhadap parameter  $\kappa$  dan  $\delta$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 l(\kappa, \delta, \beta | y_i)}{\partial \kappa \partial \delta} &= \frac{\partial \left[ \sum_{i=1}^m \left\{ (1-d_i) I_{y_i > 0} \left[ \frac{g'_\kappa - \kappa^{-1} e^{x_i^T \beta} (1 + e^{x_i^T \beta} \kappa)^{-1} - \kappa^{-2} \ln(1 + e^{x_i^T \beta} \kappa)}{1 - (1 + e^{x_i^T \beta} \kappa)^{-\kappa^{-1}}} \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left. \left(1 + e^{x_i^T \beta} \kappa\right)^{-\kappa^{-1}} \right] + \frac{d_i}{F} F'_\kappa \right\} \right]}{\partial \delta} \\ &= \frac{\partial \left[ \sum_{i=1}^m \left\{ (1-d_i) I_{y_i > 0} \left[ \frac{g'_\kappa - \left(\frac{A-B}{C}\right) D}{g} \right] + \frac{d_i}{F} F'_\kappa \right\} \right]}{\partial \delta} \\ &= \sum_{i=1}^m d_i \left\{ \frac{F''_{\kappa \delta} F - F'_\delta F'_\kappa}{F^2} \right\} \end{aligned}$$

dimana

$$\begin{aligned} F''_{\kappa \delta} &= \frac{\partial^2 (F)}{\partial \kappa \partial \delta} = \frac{\partial (F'_\kappa)}{\partial \delta} \\ &= \frac{\partial \left[ \sum_{\ell=y_i}^{\infty} (1-\pi_i) \left( \frac{g'_\kappa}{1 - (1 + e^{x_i^T \beta} \kappa)^{-\kappa^{-1}}} + g (1 + e^{x_i^T \beta} \kappa)^{-\kappa^{-1}} \right) \right]}{\partial \delta} \\ &= \frac{\partial \left[ \left( \frac{\ln(1 + e^{x_i^T \beta} \kappa)^{\kappa^{-2}} - \kappa^{-1} e^{x_i^T \beta} (1 + e^{x_i^T \beta} \kappa)^{-1}}{(1 - (1 + e^{x_i^T \beta} \kappa)^{-\kappa^{-1}})^2} \right) \right]}{\partial \delta} \\ &= \frac{\partial \left[ \sum_{\ell=y_i}^{\infty} (1-\pi_i) \left( \frac{g'_\kappa}{C} + g D \left( \frac{B-A}{C^2} \right) \right) \right]}{\partial \delta} \\ &= \sum_{\ell=y_i}^{\infty} (-\pi_i)' \left( \frac{g'_\kappa}{C} + g D \left( \frac{B-A}{C^2} \right) \right) \end{aligned}$$

✚ Turunan parsial kedua  $l(\kappa, \delta, \beta | y_i)$  terhadap parameter  $\kappa$  dan  $\beta$

$$\frac{\partial^2 l(\kappa, \delta, \beta | y_i)}{\partial \kappa \partial \beta} = \frac{\partial \left[ \sum_{i=1}^m \left\{ (1-d_i) I_{y_i > 0} \left[ \frac{g'_\kappa - \left(\frac{A-B}{C}\right) D}{g} \right] + \frac{d_i}{F} F'_\kappa \right\} \right]}{\partial \beta}$$

selanjutnya dicari turunan A, B dan D terhadap  $\beta$

$$\begin{aligned} A'_{\beta} &= \frac{\left[ \kappa^{-1} \mathbf{x}_i^T e^{x_i^T \beta} \left( 1 + e^{x_i^T \beta} \kappa \right) \right] - \left[ \kappa^{-1} e^{x_i^T \beta} \left( \kappa \mathbf{x}_i^T e^{x_i^T \beta} \right) \right]}{\left( 1 + e^{x_i^T \beta} \kappa \right)^2} \\ &= \frac{\kappa^{-1} \mathbf{x}_i^T e^{x_i^T \beta} + \mathbf{x}_i^T \left( e^{x_i^T \beta} \right)^2 - \mathbf{x}_i^T \left( e^{x_i^T \beta} \right)^2}{\left( 1 + e^{x_i^T \beta} \kappa \right)^2} \\ &= \frac{\kappa^{-1} \mathbf{x}_i^T e^{x_i^T \beta}}{\left( 1 + e^{x_i^T \beta} \kappa \right)^2} \end{aligned}$$

$$B'_{\beta} = \frac{\kappa^{-2}}{1 + e^{x_i^T \beta} \kappa} \kappa \mathbf{x}_i^T e^{x_i^T \beta} = \frac{\mathbf{x}_i^T e^{x_i^T \beta}}{\kappa \left( 1 + e^{x_i^T \beta} \kappa \right)}$$

$$D'_{\beta} = -\mathbf{x}_i^T e^{x_i^T \beta} \left( 1 + e^{x_i^T \beta} \kappa \right)^{-\kappa^{-1}-1}$$

sehingga

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 l(\kappa, \delta, \beta | y_i)}{\partial \kappa \partial \beta} &= \sum_{i=1}^m \left\{ (1-d_i) I_{y_i > 0} \left[ \frac{g''_{\kappa \beta} g - g'_{\beta} g'_{\kappa}}{g^2} - \left( \frac{(A'_{\beta} - B'_{\beta})C - C'_{\beta}(A-B)}{C^2} \right) D \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + D'_{\beta} \left( \frac{A-B}{C} \right) \right] + d_i \left[ \frac{F''_{\kappa \beta} F - F'_{\beta} F'_k}{F^2} \right] \right\} \end{aligned}$$

dimana

$$\begin{aligned} g''_{\kappa \beta} &= \frac{\partial^2 (g)}{\partial \kappa \partial \beta} = \frac{\partial (g'_{\kappa})}{\partial \beta} \\ &= \frac{\partial \left[ g \left( \frac{\Gamma'(y_i + \kappa^{-1})}{\Gamma(y_i + \kappa^{-1})} - \frac{\Gamma'(\kappa^{-1})}{\Gamma(\kappa^{-1})} + \kappa^{-2} \ln(1 + e^{x_i^T \beta} \kappa) - \frac{(y_i + \kappa^{-1}) e^{x_i^T \beta}}{(1 + e^{x_i^T \beta} \kappa)} + y_i \kappa^{-1} \right) \right]}{\partial \beta} \end{aligned}$$

Misalkan:  $P = (y_i + \kappa^{-1}) e^{x_i^T \beta}$  dan  $Q = 1 + e^{x_i^T \beta} \kappa$  diturunkan terhadap  $\beta$  didapatkan

$$P'_{\beta} = \mathbf{x}_i^T (y_i + \kappa^{-1}) e^{x_i^T \beta} \quad \text{dan} \quad Q'_{\beta} = \mathbf{x}_i^T \kappa e^{x_i^T \beta}$$

$$g''_{\kappa \beta} = \frac{\partial \left[ gB - \frac{gP}{Q} \right]}{\partial \beta} = (g'_{\beta} B + B'_{\beta} g) - \left( \frac{(g'_{\beta} P + P'_{\beta} g)Q - Q'_{\beta} gP}{Q^2} \right)$$

$$\begin{aligned}
F''_{\kappa\beta} &= \frac{\partial^2(F)}{\partial\kappa\partial\beta} = \frac{\partial(F'_{\kappa})}{\partial\beta} = \frac{\partial\left[\sum_{\ell=y_i}^{\infty}(1-\pi_i)\left(\frac{g'_{\kappa}}{C} + gD\left(\frac{B-A}{C^2}\right)\right)\right]}{\partial\beta} \\
&= \sum_{\ell=y_i}^{\infty}(1-\pi_i)\left(\frac{g''_{\kappa\beta}C - C'_{\beta}g'_{\kappa}}{C^2} + \left(\frac{(B'_{\beta} - A'_{\beta})C^2 - 2CC'_{\beta}(B-A)}{C^4}\right)gD\right. \\
&\quad \left.+ (g'_{\beta}D + D'_{\beta}g)\left(\frac{B-A}{C^2}\right)\right)
\end{aligned}$$

✚ Turunan parsial kedua  $l(\kappa, \delta, \beta | y_i)$  terhadap parameter  $\delta^T$  dan  $\beta$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 l(\kappa, \delta, \beta | y_i)}{\partial\delta^T\partial\beta} &= \frac{\partial\left[\sum_{i=1}^n\left\{(1-d_i)\left[I_{y_i=0}\frac{\pi_i'}{\pi_i} - I_{y_i>0}\frac{\pi_i'}{1-\pi_i}\right] + \frac{d_i}{F}F'_{\delta^T}\right\}\right]}{\partial\delta^T\partial\beta} \\
&= \sum_{i=1}^n d_i \left\{ \frac{F''_{\delta^T\beta}F - F'_{\delta^T}F'_{\beta}}{F^2} \right\}
\end{aligned}$$

dimana

$$\begin{aligned}
F''_{\delta^T\beta} &= \frac{\partial^2(F)}{\partial\delta^T\partial\beta} = \frac{\partial(F'_{\delta})}{\partial\beta} = \frac{\partial\left[\sum_{\ell=y_i}^{\infty}(-\pi_i')\frac{g}{1-(1+e^{x_i^T\beta}\kappa)^{-\kappa^{-1}}}\right]}{\partial\beta} \\
&= \sum_{\ell=y_i}^{\infty}(-\pi_i')\frac{g'_{\beta}\left(1-(1+e^{x_i^T\beta}\kappa)^{-\kappa^{-1}}\right) - g\left(x_i^T e^{x_i^T\beta}\left(1+e^{x_i^T\beta}\kappa\right)^{-\kappa^{-1}-1}\right)}{\left(1-(1+e^{x_i^T\beta}\kappa)^{-\kappa^{-1}}\right)^2} \\
&= \sum_{\ell=y_i}^{\infty} -x_i e^{x_i^T\beta} x_i^T \frac{g\left(\frac{y_i - e^{x_i^T\beta}}{1+e^{x_i^T\beta}\kappa}\left(1-(1+e^{x_i^T\beta}\kappa)^{-\kappa^{-1}}\right) - e^{x_i^T\beta}\left(1+e^{x_i^T\beta}\kappa\right)^{-\kappa^{-1}-1}\right)}{\left(1-(1+e^{x_i^T\beta}\kappa)^{-\kappa^{-1}}\right)^2}
\end{aligned}$$

### Lampiran 3. Syntax Simulasi CHNB dengan SAS

```

/* Step 1: Generate a data set that contains many samples */
%let N = 1000; /* sample size */
%let NumSamples =500; /* number of samples */
data a;
call streaminit(1234);
do SampleID=1 to &NumSamples;
do i = 1 to &N;
x1 = ranuni(1234);
x2 = ranuni(1234);
x3 = rannor(1234);
theta = 1;
mu = exp(1 + .3*x1 + .3*x2);
parm1 = 1/(1+mu/theta);
yneg = rand('NEGB',parm1,theta);
pzero = cdf('LOGISTIC',x3*2);
if ranuni(1234)>pzero then do;
ynegzim = yneg;
end;
else do;
ynegzim = 0;
end;
y=ynegzim;
output ;
end ;
end;
keep SampleID i y x1 x2;
run;
/* Step 2: Compute the hurdle of each IDsample */
data a;
set a;
by SampleID;
bound=25;
if y > bound then y=bound+1;
proc nlmixed data=a;
by SampleID;
parms a0=0 a1=0 a2=0 b0=0 b1=0 b2=0 kappa=0.5;
bounds kappa>0;
lin = a0 + a1*x1 + a2*x2;
w = exp(lin) / (1+exp(lin));
eta = b0 + b1*x1 + b2*x2;
mu = exp(eta);
phi = 1/kappa;
pdf = (gamma(y+phi)/(gamma(y+1)*gamma(phi)))
*((1/(1+kappa*mu))**phi*(kappa*mu/(1+kappa*mu))**y);
l_1 = w;
l_2 = (1-w)*pdf/ (1-(1+kappa*mu)**(-phi));
cdf=0;
do t=1 to bound;
cdf=cdf+(gamma(t+phi)/(gamma(t+1)*gamma(phi)))
*((1/(1+kappa*mu))**phi*(kappa*mu/(1+kappa*mu))**t);
end;
l_3= (1-w)*(1-cdf/(1-(1+kappa*mu)**(-phi)));
if y = 0 then l1 = log(l_1);
if 0 < y <= bound then l1 = log(l_2);

```

```
if y <= bound then d=0; else d=1;
ll=(1-d)*ll+d*log(l_3);
model y~general(ll);
ods output FitStatistics=OutStats;
run;
proc sort data=OutStats; by descr;run;
data OutStats;
set OutStats;
run;
proc print data=OutStats;
run;
/* Step 3: Compute Goodness of Fit by Description */
proc univariate data=OutStats;
by descr;
run;
```

Lampiran 4. AIC Regresi CHNB dengan Ukuran Sampel ( $n$ ) dan Titik Sensor ( $c$ ) Berbeda

Ukuran sampel	Titik sensor			
	5	10	25	<i>uncensored</i>
30	94.9	99.2	99.3	99.2
	100.1	112.5	120.9	120.9
	101.5	117.1	129.2	129.2
	97.3	120.2	127.6	127.6
	84.6	92.4	97	97
	67.3	89.6	93.8	93.8
	92.4	101.9	112.2	112.2
	77.2	79.4	79.4	79.4
	61.5	73.3	78.2	78.2
	109.4	123.7	133.8	133.8
<b>Rata-rata</b>	<b>88.62</b>	<b>100.93</b>	<b>107.13</b>	<b>107.13</b>
100	302.2	341.3	365.5	365.5
	272.4	316.6	329.5	329.5
	281.5	311	335.9	335.9
	247.4	301.4	323.5	323.5
	299.3	337.5	357.1	357.1
	306.3	338.1	350.1	350.1
	276.1	311	313.2	313.2
	273.7	336.5	362.7	367.4
	288.9	340.7	372.1	372.1
	273.3	287.5	292.7	292.7
<b>Rata-rata</b>	<b>282.11</b>	<b>322.16</b>	<b>340.23</b>	<b>340.70</b>
500	1384.7	1583.8	1686.9	1686.9
	1392.4	1590.5	1663.9	1668.1
	1361.4	1562.7	1645.4	1651.8
	1383.4	1589.3	1682.4	1682.4
	1455.4	1702	1819.7	1831.3
	1438.6	1630.3	1703.2	1703.2
	1259.1	1441.9	1529.5	1537.8
	1265.4	1459.5	1553.8	1553.8
	1253.2	1447.7	1558.6	1566.7
	1301.5	1498.8	1560.1	1566.1
<b>Rata-rata</b>	<b>1349.51</b>	<b>1550.65</b>	<b>1640.35</b>	<b>1644.81</b>

Lampiran 5. Statistik Uji t Regresi CHNB dengan Ukuran Sampel ( $n$ ) Berbeda

$n$	Parameter	Statistik uji t										rata-rata
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
30	$\delta_0$	0.17	1.2	0.77	0.07	0.63	0.23	1.15	0.31	2.04	0.68	0.725
	$\delta_1$	0.09	1.24	1.08	1.57	0.79	0.54	0.05	0.42	2.29	0.36	0.843
	$\delta_2$	0.1	0.75	0.1	1.54	0.93	1.66	1.23	1.24	0.57	0.96	0.908
	$\beta_0$	1.92	1.35	1.72	2.24	0.1	2.73	0.38	0.5	2.23	1.55	1.472
	$\beta_1$	0.67	0.55	1.14	0.54	0.76	0.68	0.21	0.95	1.57	1.47	0.854
	$\beta_2$	2.01	0.5	0.01	0.28	0.7	0.81	0.79	0.53	0.47	0.98	0.708
100	$\delta_0$	0.15	1.35	1.29	3	1.15	0.72	1.58	0.7	0.29	1.71	1.194
	$\delta_1$	0.56	0.08	0.64	0.69	0.35	0.8	0.54	0.86	0.56	0.94	0.602
	$\delta_2$	0.21	0.74	0.09	3.11	1.89	0.44	0.5	0.84	0.58	0.44	0.884
	$\beta_0$	1.91	2.74	1.85	0.94	1.41	2.85	3.77	2.79	1.62	0.61	2.049
	$\beta_1$	0.95	0.9	0.84	3.61	0.42	0.71	0.41	0.63	1.85	1.66	1.198
	$\beta_2$	0.01	0.52	0.8	2.04	1.04	0.1	0.2	0.7	0.16	1.72	0.729
500	$\delta_0$	1.97	1.95	3.24	0.18	2.89	2.09	2.39	3.83	3.34	1.31	2.319
	$\delta_1$	0.06	0.43	0.27	0.35	2.46	0.9	0.33	1.62	0.5	0.78	0.77
	$\delta_2$	0.93	0.28	2.02	1.7	0.99	0.75	0.44	0.79	1.01	0.56	0.947
	$\beta_0$	3.44	3.99	5.01	5.28	3.18	2.73	1.81	7.27	2.17	5.63	4.051
	$\beta_1$	1.93	2.1	0.66	0.39	1.34	1.87	1.91	0.8	0.33	0.42	1.175
	$\beta_2$	1.1	0.6	0.32	0.07	2.83	2.36	3.32	0.14	2.56	1.72	1.502

## Lampiran 6. Syntax Pemodelan CHNB dengan SAS

```

libname CHNB "D:\tesis";
/* Import data from excel */
proc import datafile = "D:\tesis\data.xls"
    out=CHNB.origintable
    dbms=excel;
run;
/* Tabulate counts */
proc freq data=Chnb.origintable;
    tables count;
run;
/* Create histogram dependent variable */
title 'Histogram of Neonatorum Tetanus Case';
ods graphics off;
proc univariate data=Chnb.origintable;
    histogram count / anno=Chnb.origintable cfill=blue midpoints=0
to 21 by 1;
run;
/* Statistics descriptive */
proc means data=Chnb.origintable;
    var count TT2 TT5 K4 KN FAS NON_FAS;
run;
/* Fit poisson distribution */
proc genmod data=Chnb.origintable;
    model count = TT2 TT5 K4 KN FAS NON_FAS / dist=poisson;
run;
/* Multicollinierity test */
proc reg data=Chnb.origintable;
    model count = TT2 TT5 K4 KN FAS NON_FAS
    / tol vif collin;
run;
/* Hurdle negative binomial regression */
proc nlmixed data=Chnb.origintable TECH=NEWRAP;
    parms a0=0 a1=0 a2=0 a3=0 a4=0 a5=0 a6=0
    b0=0 b1=0 b2=0 b3=0 b4=0 b5=0 b6=0;
    bounds kappa>0;
    eta = a0 + a1*TT2 + a2*TT5 + a3*K4 + a4*KN + a5*FAS
    + a6*NON_FAS;
    w = exp(eta)/(1+exp(eta));
    beta = b0 + b1*TT2 + b2*TT5 + b3*K4 + b4*KN + b5*FAS
    + b6*NON_FAS;
    mu = exp(beta);
    phi=1/kappa;
    pdf=(gamma(count+phi)/(gamma(count+1)*gamma(phi)))
    *((1/(1+kappa*mu))**phi*(kappa*mu/(1+kappa*mu))** count);
    l_1 = w;
    l_2 = (1-w) * pdf / (1-(1+kappa*mu)**(-phi));
    if count = 0 then l1 = log(l_1);
    else l1 = log(l_2);
    model count~general(l1);
run;
/* Set Censored Point */
data Chnb.origintable;
    set Chnb.origintable;
    bound=1;

```



```

        if count > bound then count=bound+1;
/* Censored hurdle negative binomial regression full model */
proc nlmixed data=Chnb.origintable tech=newwrap;
    parms a0=-0.1794 a1=-0.02485 a2=-0.1989 a3=0.006029 a4=0.01509
          a5=0.02110 a6=-0.03978 b0=1.1270 b1=-0.01358 b2=0.08903
          b3=0.02488 b4=0.07682 b5=-0.09115 b6=-0.1095 kappa=0.4963;
    eta= a0 + a1*TT2 + a2*TT5 + a3*K4 + a4*KN + a5*FAS
        + b6*NON_FAS;
    w= exp(eta) / (1+exp(eta));
    l_1= w;
    beta= b0 + b1*TT2 + b2*TT5 + b3*K4 + b4*KN + b5*FAS
        + b6*NON_FAS;
    mu= exp(beta);
    phi= 1/kappa;
    pdf=(gamma(count+phi)/(gamma(count+1)*gamma(phi)))
        *((1/(1+kappa*mu))**phi*(kappa*mu/(1+kappa*mu))** count);
    l_1 = w;
    l_2 = (1-w) * pdf / (1-(1+kappa*mu)**(-phi));
    bound=1;
    cdf=0;
    do t=1 to bound;
        cdf=cdf+(gamma(t+phi)/(gamma(t+1)*gamma(phi)))
            *((1/(1+kappa*mu))**phi*(kappa*mu/(1+kappa*mu))**t);
    end;
    l_3= (1-w)*(cdf/(1-(1+kappa*mu)**(-phi)));
    if count = 0 then ll = log(l_1);
    if 0 < count <= bound then ll = log(l_2);
    if count <= bound then d=0; else d=1;
    ll=(1-d)*ll+d*log(l_3);
    model count~general(ll);
run;
/* Censored hurdle negative binomial regression without predictor*/
proc nlmixed tech=newwrap;
    parms a0=0 b0=0;
    eta      = a0;
    w        = exp(eta) / (1+exp(eta));
    l_1      = w;
    beta     = b0;
    mu       = exp(beta);
    phi      = 1/kappa;
    pdf=(gamma(count+phi)/(gamma(count+1)*gamma(phi)))
        *((1/(1+kappa*mu))**phi*(kappa*mu/(1+kappa*mu))** count);
    l_2 = (1-w) * pdf / (1-(1+kappa*mu)**(-phi));
    cdf=0;
    do t=1 to bound;
        cdf=cdf+(gamma(t+phi)/(gamma(t+1)*gamma(phi)))
            *((1/(1+kappa*mu))**phi*(kappa*mu/(1+kappa*mu))**t);
    end;
    l_3= (1-w)*(1-cdf/(1-(1+kappa*mu)**(-phi)));
    if count = 0 then ll = log(l_1);
    if 0 < count <= bound then ll = log(l_2);
    if count <= bound then d=0; else d=1;
    ll=(1-d)*ll+d*log(l_3);
    model count~general(ll);
run;

```

Lampiran 7. Output *Overdispersion* Regresi *Poisson*

Criteria For Assessing Goodness Of Fit			
Criterion	DF	Value	Value/DF
Deviance	26	74.7313	2.8743
Scaled Deviance	26	74.7313	2.8743
Pearson Chi-Square	26	126.5551	4.8675
Scaled Pearson X2	26	126.5551	4.8675
Log Likelihood		18.8901	

Lampiran 8. Output Pemodelan Regresi HNB

The NL MIXED Procedure					
Fit Statistics					
	-2 Log Likelihood				80.4
	AIC (smaller is better)				110.4
	AICC (smaller is better)				138.6
	BIC (smaller is better)				132.8
Parameter Estimates					
Parameter	Estimate	Standard Error	DF	t Value	Pr >  t
a0	-0.1794	2.4853	33	-0.07	0.9429
a1	-0.02485	0.02524	33	-0.98	0.3320
a2	-0.1989	0.1779	33	-1.12	0.2716
a3	0.006029	0.04637	33	0.13	0.8974
a4	0.01509	0.02446	33	0.62	0.5415
a5	0.02110	0.04257	33	0.50	0.6235
a6	-0.03978	0.05816	33	-0.68	0.4987
b0	1.1270	3.8090	33	0.30	0.7692
b1	-0.01358	0.03058	33	-0.44	0.6599
b2	0.08903	0.05405	33	1.65	0.1090
b3	0.02488	0.09192	33	0.27	0.7883
b4	0.07682	0.06027	33	1.27	0.2113
b5	-0.09115	0.06171	33	-1.48	0.1491
b6	-0.1095	0.06257	33	-1.75	0.0894
kappa	0.4963	0.7077	33	0.70	0.4880

Lampiran 9. Output Pemodelan Regresi CHNB

The NLMIXED Procedure

Fit Statistics

-2 Log Likelihood	37.8
AIC (smaller is better)	67.8
AICC (smaller is better)	96.0
BIC (smaller is better)	90.3

Parameter Estimates

Parameter	Estimate	Standard Error	DF	t Value	Pr >  t
a0	-0.1813	2.4853	33	-0.07	0.9423
a1	-0.02485	0.02524	33	-0.98	0.3319
a2	-0.1989	0.1779	33	-1.12	0.2716
a3	0.006044	0.04638	33	0.13	0.8971
a4	0.01508	0.02446	33	0.62	0.5417
a5	0.02111	0.04257	33	0.50	0.6233
a6	-0.03976	0.05816	33	-0.68	0.4989
b0	1.1636	11.4944	33	0.10	0.9200
b1	-0.05694	0.02212	33	-2.57	0.0147
b2	0.04231	0.09861	33	0.43	0.6707
b3	-0.1213	0.3624	33	-0.33	0.7401
b4	0.01219	0.07100	33	0.17	0.8647
b5	-0.2180	0.1693	33	-1.29	0.2066
b6	-0.1759	0.2018	33	-0.87	0.3896
kappa	0.5058	0.1948	33	2.60	0.0139

The NLMIXED Procedure

Fit Statistics

-2 Log Likelihood	37.9
AIC (smaller is better)	63.9
AICC (smaller is better)	83.1
BIC (smaller is better)	83.4

Parameter Estimates

Parameter	Estimate	Standard Error	DF	t Value	Pr >  t
a0	-0.1384	2.2061	33	-0.06	0.9504
a1	-0.02382	0.02382	33	-1.00	0.3247
a2	-0.1973	0.1749	33	-1.13	0.2676
a4	0.01570	0.02343	33	0.67	0.5075
a5	0.02505	0.03866	33	0.65	0.5215
a6	-0.03436	0.05152	33	-0.67	0.5095

b0	1.1262	0.3074	33	3.66	0.0009
b1	-0.07453	0.01481	33	-5.03	<.0001
b2	-0.02327	0.06884	33	-0.34	0.7375
b4	0.002141	0.007189	33	0.30	0.7677
b5	-0.2607	0.01323	33	-19.71	<.0001
b6	-0.1402	0.03605	33	-3.89	0.0005
kappa	0.2917	0.1298	33	2.25	0.0314

The NL MIXED Procedure

Fit Statistics

-2 Log Likelihood	38.4
AIC (smaller is better)	60.4
AICC (smaller is better)	72.9
BIC (smaller is better)	76.8

Parameter Estimates

Parameter	Estimate	Standard Error	DF	t Value	Pr >  t
a0	-0.2434	2.1063	33	-0.12	0.9087
a1	-0.02217	0.02339	33	-0.95	0.3502
a2	-0.1747	0.1625	33	-1.07	0.2902
a5	0.03727	0.03071	33	1.21	0.2336
a6	-0.01949	0.04193	33	-0.46	0.6451
b0	1.0730	0.7773	33	1.38	0.1767
b1	-0.04753	0.01692	33	-2.81	0.0083
b2	0.1359	0.05787	33	2.35	0.0250
b5	-0.3188	0.01449	33	-22.01	<.0001
b6	-0.1721	0.01514	33	-11.37	<.0001
kappa	0.4464	0.1835	33	2.43	0.0206

The NL MIXED Procedure

Fit Statistics

-2 Log Likelihood	38.5
AIC (smaller is better)	56.5
AICC (smaller is better)	64.3
BIC (smaller is better)	69.9

Parameter Estimates

Parameter	Estimate	Standard Error	DF	t Value	Pr >  t
a0	-1.0268	1.4776	33	-0.69	0.4920
a1	-0.02529	0.02250	33	-1.12	0.2692
a2	-0.1688	0.1616	33	-1.04	0.3038
a5	0.04663	0.02532	33	1.84	0.0746
b0	1.1044	0.8511	33	1.30	0.2035
b1	-0.04655	0.02175	33	-2.14	0.0399
b2	0.1404	0.04958	33	2.83	0.0078
b5	-0.3349	0.02451	33	-13.66	<.0001

kappa	0.4815	0.1795	33	2.68	0.0113
-------	--------	--------	----	------	--------

The NL MIXED Procedure  
Fit Statistics

-2 Log Likelihood	40.4
AIC (smaller is better)	54.4
AICC (smaller is better)	58.9
BIC (smaller is better)	64.9

Parameter Estimates

Parameter	Estimate	Standard Error	DF	t Value	Pr >  t
a0	-0.7019	1.4293	33	-0.49	0.6266
a1	-0.03019	0.02165	33	-1.39	0.1726
a5	0.04149	0.02405	33	1.73	0.0938
b0	-1.2139	0.2285	33	-5.31	<.0001
b1	-0.1026	0.008915	33	-11.51	<.0001
b5	-0.2514	0.009142	33	-27.50	<.0001
kappa	0.3400	0.1340	33	2.54	0.0161

The NL MIXED Procedure  
Fit Statistics

-2 Log Likelihood	62.2
AIC (smaller is better)	68.2
AICC (smaller is better)	69.0
BIC (smaller is better)	72.7

Parameter Estimates

Parameter	Estimate	Standard Error	DF	t Value	Pr >  t
a0	0.4308	0.3563	33	1.21	0.2352
b0	0.1472	856.82	33	0.00	0.9999
alpha	1.0366	4502.57	33	0.00	0.9998

*(Halaman ini sengaja dikosongkan)*

## BIOGRAFI PENULIS



Penulis lahir di Kabupaten Jombang, Provinsi Jawa Timur pada tanggal 21 Juli 1990 dengan nama lengkap Riza Yuli Rusdiana, sebagai anak pertama dari dua bersaudara dari pasangan H. Ramelan dan Hj. Kadjanatun. Penulis menempuh pendidikan formal di SD Kaliwungu I (Tahun 1996-2002), SMP Negeri 2 Jombang (Tahun 2002-2005), SMA Negeri 2 Jombang (Tahun 2005-2008). Pada Tahun 2008, kemudian Penulis melanjutkan jenjang S1 melalui Seleksi Nasional

Masuk Perguruan Tinggi Negeri (SNMPTN) dan diterima di Prodi Statistika Universitas Brawijaya Malang dan selesai pada Tahun 2012. Penulis melanjutkan studi ke jenjang S2 pada semester Ganjil Tahun Akademik 2015/2016 di Program Pascasarjana Statistika FMIPA ITS Surabaya.

Segala saran, kritik, dan pertanyaan mengenai tesis ini dapat disampaikan ke penulis melalui email [rizayuli.rusdiana@yahoo.co.id](mailto:rizayuli.rusdiana@yahoo.co.id)



*(Halaman ini sengaja dikosongkan)*