



ITS
Institut
Teknologi
Sepuluh Nopember

TUGAS AKHIR -TE 141599

**KONTROL KECEPATAN PADA ROBOT PENDULUM
TERBALIK BERODA DUA MENGGUNAKAN KONTROLER
*FUZZY***

Soraya Parlina
NRP 2213106066

Dosen Pembimbing
Dr. Trihastuti Agustinah, ST., MT.
Mochammad Sahal, ST., M.Sc.

JURUSAN TEKNIK ELEKTRO
Fakultas Teknologi Industri
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2016



ITS
Institut
Teknologi
Sepuluh Nopember

FINAL PROJECT -TE 141599

**VELOCITY CONTROL ON TWO-WHEELED INVERTED
PENDULUM ROBOT USING FUZZY CONTROLLER**

Soraya Parlina
NRP 2213106066

Advisor
Dr. Trihastuti Agustinah, ST., MT.
Mochammad Sahal, ST., M.Sc.

ELECTRICAL ENGINEERING DEPARTMENT
Faculty of Industrial Technology
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2016

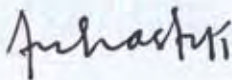
**KONTROL KECEPATAN PADA ROBOT PENDULUM
TERBALIK BERODA DUA MENGGUNAKAN
KONTROLER FUZZY**

TUGAS AKHIR

Diajukan Guna Memenuhi Sebagian Persyaratan
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Teknik
Pada
Bidang Studi Teknik Sistem Pengaturan
Jurusan Teknik Elektro
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Menyetujui :

Dosen Pembimbing I



Dr. Trihastuti Agustinah, ST., MT.
NIP.196808121994032001

Dosen Pembimbing II



Mochammad Sahal, ST., M.Sc.
NIP. 197011191998021002



KONTROL KECEPATAN PADA ROBOT PENDULUM TERBALIK BERODA DUA MENGGUNAKAN KONTROLER *FUZZY*

Nama : Soraya Parlina
Pembimbing 1 : Dr. Trihastuti Agustinah, ST., MT.
Pembimbing 2 : Mochammad Sahal, ST., M.Sc.

ABSTRAK

Robot pendulum terbalik beroda dua merupakan salah satu tipe pendulum terbalik yang memiliki perilaku tidak stabil dan tidak linear. Robot ini tidak dapat mempertahankan kecepatan gerak dan sudut kemiringan batang pendulum konstan secara serentak, dikarenakan keberadaan gravitasi. Sudut kemiringan batang pendulum dapat mengubah-ubah kecepatan gerak robot. Berdasarkan permasalahan tersebut, untuk mempertahankan keseimbangan sudut pendulum digunakan kontroler *fuzzy* berbasis model Takagi-Sugeno (T-S) yaitu *Fuzzy Balanced Standing Control* (FBSC). Aturan kontroler disusun menggunakan prosedur *Parallel Distributed Compensation* (PDC) dengan metode penempatan kutub. Untuk membuat robot bergerak dengan kecepatan gerak konstan yang diinginkan, digunakan kontroler *Fuzzy Constant Velocity Control* (FCVC) berbasis arsitektur Mamdani. Hasil simulasi menunjukkan bahwa robot mampu mengikuti nilai referensi kecepatan gerak konstan sehingga robot dapat bergerak dengan kecepatan gerak konstan sambil mempertahankan keadaan seimbang batang pendulum robot di sekitar 0 radian. Respons kecepatan gerak konstan masih mengalami *overshoot*.

Kata Kunci : *fuzzy* Mamdani, *fuzzy* Takagi-Sugeno, *parallel distributed compensation*, penempatan kutub, sistem robot pendulum terbalik beroda dua.

VELOCITY CONTROL ON TWO-WHEELED INVERTED PENDULUM ROBOT USING FUZZY CONTROLLER

Name : Soraya Parlina
Advisor 1 : Dr. Trihastuti Agustinah, ST., MT.
Advisor 2 : Mochammad Sahal, ST., M.Sc.

ABSTRACT

Two-wheeled inverted pendulum robot is kind of inverted pendulum which has unstable and nonlinear behaviors. This robot cannot keep constant velocity and constant angle of pendulum simultaneously, due to the presence of gravity. The angle of pendulum can vary the moving velocity of robot. Based on the problem, the Takagi-Sugeno (T-S) model-based fuzzy controller is used to keep the stability of the angle of pendulum i.e. Fuzzy Balanced Standing Control (FBSC). The rule of controller is arranged by using Parallel Distributed Compensation (PDC) procedure with pole placement method. To make robot moves with the desired constant velocity, Fuzzy Constant Velocity Control (FCVC) controller is based on architecture of Mamdani is used. The results of simulation show that, by using a combination of FCVC and FBSC controller, two-wheeled inverted pendulum robot able to follow constant velocity reference, so that the robot can move with constant velocity while keeping the pole of pendulum balanced around 0 radians. The response of velocity still has overshoot.

Keywords : fuzzy Mamdani, fuzzy Takagi-Sugeno, parallel distributed compensation, pole placement, two-wheeled inverted pendulum robot system.

KATA PENGANTAR

Alhamdulillahirabbil'alamin, puji dan syukur penulis berikan pada Allah SWT yang telah melimpahkan rahman dan rahim-Nya, sehingga tugas akhir ini dapat diselesaikan dengan baik. Tugas akhir ini disusun untuk memenuhi sebagian persyaratan untuk memperoleh gelar Sarjana Teknik pada Bidang Studi Teknik Sistem Pengaturan, Jurusan Teknik Elektro, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, dengan judul:

KONTROL KECEPATAN PADA ROBOT PENDULUM TERBALIK BERODA DUA MENGGUNAKAN KONTROLER *FUZZY*

Beberapa kendala dialami penulis ketika pembuatan laporan ini, namun semua itu teratasi atas bantuan beberapa pihak. Oleh karena itu ucapan terima kasih yang mendalam penulis sampaikan kepada: Bapak Dr. Ardyono Priyadi, ST., M.Eng., selaku Ketua Jurusan Teknik Elektro; Bapak Ir. Rusdhianto Effendie A.K., MT., selaku Koordinator Bidang Studi Teknik Pengaturan; kedua dosen pembimbing Ibu Dr. Trihastuti Agustinah, ST., MT. dan Bapak Mochammad Sahal, ST., M.Sc., terimakasih atas segala ilmu, bimbingan, serta kesabaran dari awal penyusunan hingga terselesaikannya tugas akhir; Bapak dan Ibu dosen Teknik Sistem Pengaturan; kedua orangtua, ketiga kakak, dan Riyan Akbar atas segala doa, perhatian, serta dukungannya; Luthfi Arfiansyah, rekan diskusi, satu tim bersamaku yang memberi bantuan dan semangat dalam mengerjakan tugas akhir; Mbak Evy, Mbak Sari, Teh Feni, A Dimas, A Asep, atas segala bantuan dan dukungan; Afrizal, Febrian, Wahyu, Teguh, Johnson, Uci, Febriani, Oktarina, Risma, Dyah, Agatsi, Dewi, rekan satu kelas dan angkatan 2013. Serta semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu per satu.

Penulis menyadari bahwa karya ilmiah ini masih jauh dari sempurna, oleh karena itu kritik dan saran yang bersifat membangun selalu penulis harapkan untuk perbaikan karya ini dan semoga bermanfaat untuk para pembacanya.

Surabaya, Desember 2015

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
PERNYATAAN KEASLIAN TUGAS AKHIR.....	v
HALAMAN PENGESAHAN	vii
ABSTRAK	ix
ABSTRACT	xi
KATA PENGANTAR.....	xiii
DAFTAR ISI.....	xv
DAFTAR GAMBAR.....	xix
DAFTAR TABEL	xxiii
BAB 1 PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang	2
1.2 Permasalahan	2
1.3 Tujuan	2
1.4 Metodologi	2
1.5 Sistematika	2
1.6 Relevansi.....	3
BAB 2 TEORI PENUNJANG	5
2.1 Tinjauan Pustaka	5
2.2 Sistem Robot Pendulum Terbalik Beroda Dua	6
2.3 Model Matematika Robot Pendulum Terbalik Beroda Dua ...	7
2.4 Linearisasi	9
2.5 Desain Sistem Kontrol Penempatan Kutub	12
2.6 Logika <i>Fuzzy</i>	13
2.6.1 Himpunan <i>Fuzzy</i>	14
2.6.2 Fungsi Keanggotaan	16
2.6.3 Operasi Himpunan <i>Fuzzy</i>	19
2.6.4 Sistem Inferensi <i>Fuzzy</i>	21
2.7 Model <i>Fuzzy</i> Mamdani	23
2.8 Model <i>Fuzzy</i> Takagi-Sugeno (T-S)	24

2.9	<i>Parallel Distributed Compensation (PDC)</i>	25
BAB 3	PERANCANGAN SISTEM	27
3.1	Diagram Blok Sistem.....	27
3.2	Pemodelan Sistem Robot Pendulum Terbalik Beroda Dua..	28
3.3	Linearisasi Model <i>Plant</i>	30
3.4	Perancangan Kontroler <i>Fuzzy</i> Takagi-Sugeno	33
3.5	Perancangan Kontroler <i>Fuzzy</i> Mamdani	36
3.6	Perancangan dan Simulasi Sistem.....	38
BAB 4	PENGUJIAN DAN ANALISA	41
4.1	Simulasi Sistem Pengaturan.....	41
4.2	Pengujian Sistem Kontrol	41
4.2.1	Pengujian Sistem Kontrol Penempatan Kutub	41
4.2.2	Pengujian Tanpa <i>Noise</i>	43
4.2.2.1	<i>Pengujian Kombinasi Kontroler Fuzzy Mamdani dan Takagi-Sugeno</i>	43
4.2.2.2	<i>Pengujian Kondisi Awal yang Berbeda</i>	43
4.2.2.3	<i>Pengujian Nilai θ_a yang Berbeda</i>	46
4.2.2.4	<i>Pengujian dengan Disturbance</i>	50
4.2.3	Pengujian <i>White Gaussian Noise</i> dengan Nilai <i>Mean</i> 0 dan <i>Variance</i> 0,5.....	53
4.2.4	Pengujian <i>White Gaussian Noise</i> dengan Nilai <i>Mean</i> 0 dan <i>Variance</i> 0,1.....	54
4.3	Analisa Data.....	63
4.3.1	Analisa Sistem Kontrol Penempatan Kutub	63
4.3.2	Analisa <i>White Gaussian Noise</i> dengan Nilai <i>Mean</i> 0 dan <i>Variance</i> 0,5 serta <i>Variance</i> 0,1	64
4.3.3	Analisa Kombinasi Kontroler <i>Fuzzy</i> Mamdani dan Takagi-Sugeno.....	64
4.3.4	Analisa Kondisi Awal yang Berbeda.....	65

4.3.5	Analisa Nilai θ_d yang Berbeda	65
4.3.6	Analisa dengan <i>Disturbance</i>	66
BAB 5	PENUTUP	69
5.1	Kesimpulan	69
5.2	Saran	69
DAFTAR PUSTAKA	71
LAMPIRAN A	73
A.1	Penurunan Model Matematika Robot.....	73
A.2	Linearisasi Model <i>Plant</i>	79
LAMPIRAN B	83
B.1	Program untuk Mencari <i>Feedback Gain</i>	83
B.2	Blok Diagram Simulink	84
RIWAYAT PENULIS	87

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Gerak robot pendulum terbalik beroda dua	7
Gambar 2.2	(a) Sistem kontrol lup-terbuka; (b) Sistem kontrol lup-tertutup	13
Gambar 2.3	Bentuk fungsi keanggotaan segitiga	17
Gambar 2.4	Bentuk fungsi keanggotaan trapesium	17
Gambar 2.5	Bentuk fungsi keanggotaan S	17
Gambar 2.6	Bentuk fungsi keanggotaan phi	18
Gambar 2.7	Bentuk fungsi keanggotaan gaussian	19
Gambar 2.8	Himpunan A dan B	20
Gambar 2.9	Hasil operasi interseksi himpunan <i>fuzzy</i> A dan B	20
Gambar 2.10	Hasil operasi gabungan himpunan <i>fuzzy</i> A dan B	21
Gambar 2.11	Hasil operasi komplemen himpunan <i>fuzzy</i> A dan A'	21
Gambar 2.12	Kontroler <i>fuzzy</i>	23
Gambar 2.13	Garis besar PDC	26
Gambar 3.1	Diagram blok kontrol kecepatan pada robot pendulum terbalik beroda dua	27
Gambar 3.2	Model persamaan <i>state</i> robot pendulum terbalik beroda dua	29
Gambar 3.3	Subsistem <i>numerator</i> \dot{x}_2	29
Gambar 3.4	Subsistem <i>numerator</i> \dot{x}_4	30
Gambar 3.5	Subsistem <i>1/denominator</i>	30
Gambar 3.6	Fungsi keanggotaan aturan model <i>plant</i> T-S	36
Gambar 3.7	Fungsi keanggotaan e_{θ}	38
Gambar 3.8	Fungsi keanggotaan ϕ_d	38
Gambar 3.9	Simulasi kontrol keseimbangan dan kecepatan robot pendulum terbalik beroda dua	40
Gambar 4.1	Kutub-kutub robot pendulum terbalik beroda dua	42
Gambar 4.2	Lup-terbuka robot pendulum terbalik beroda dua	42
Gambar 4.3	Simulasi kombinasi kontroler FCVC dengan FBSC saat $\theta_d = 7,7 \text{ rads}$	44
Gambar 4.4	Sudut pendulum saat $[0,135 \ 0 \ 0 \ 0]^T$	44
Gambar 4.5	Sudut pendulum saat $[0,25 \ 0 \ 0 \ 0]^T$	45

Gambar 4.6	Kecepatan gerak konstan saat $[0,135 \ 0 \ 0 \ 0]^T$	45
Gambar 4.7	Kecepatan gerak konstan saat $[0,25 \ 0 \ 0 \ 0]^T$	45
Gambar 4.8	Sinyal kontrol saat $[0,135 \ 0 \ 0 \ 0]^T$	46
Gambar 4.9	Sinyal kontrol saat $[0,25 \ 0 \ 0 \ 0]^T$	46
Gambar 4.10	Sudut pendulum saat $\dot{\theta}_d = 8 \text{ rad/s}$	47
Gambar 4.11	Kecepatan gerak konstan saat $\dot{\theta}_d = 8 \text{ rad/s}$	47
Gambar 4.12	Sinyal kontrol saat $\dot{\theta}_d = 8 \text{ rad/s}$	47
Gambar 4.13	Sudut pendulum saat $\dot{\theta}_d = 6 \text{ rad/s}$	48
Gambar 4.14	Kecepatan gerak konstan saat $\dot{\theta}_d = 6 \text{ rad/s}$	48
Gambar 4.15	Sinyal kontrol saat $\dot{\theta}_d = 6 \text{ rad/s}$	49
Gambar 4.16	Sudut pendulum saat $\dot{\theta}_d = 9 \text{ rad/s}$	49
Gambar 4.17	Kecepatan gerak konstan saat $\dot{\theta}_d = 9 \text{ rad/s}$	50
Gambar 4.18	Sinyal kontrol saat $\dot{\theta}_d = 9 \text{ rad/s}$	50
Gambar 4.19	Sudut pendulum saat sistem diberi <i>disturbance</i>	51
Gambar 4.20	Kecepatan gerak konstan saat sistem diberi <i>disturbance</i>	51
Gambar 4.21	Sinyal kontrol saat sistem diberi <i>disturbance</i>	51
Gambar 4.22	Sudut pendulum saat pengujian <i>disturbance</i> kedua	52
Gambar 4.23	Kecepatan gerak konstan saat pengujian <i>disturbance</i> kedua	52
Gambar 4.24	Sinyal kontrol saat pengujian <i>disturbance</i> kedua	53
Gambar 4.25	Sudut pendulum saat <i>mean 0</i> dan <i>variance 0,5</i> pada <i>noise</i>	53
Gambar 4.26	Kecepatan gerak konstan robot saat <i>mean 0</i> dan <i>variance</i> <i>0,5</i> pada <i>noise</i>	54
Gambar 4.27	Sinyal kontrol saat <i>mean 0</i> dan <i>variance 0,5</i> pada <i>noise</i>	54
Gambar 4.28	Simulasi kombinasi kontroler FCVC dengan FBSC saat $\theta_d = 7,7 \text{ rads}$	55
Gambar 4.29	Sudut pendulum saat $[0,135 \ 0 \ 0 \ 0]^T$	55
Gambar 4.30	Sudut pendulum saat $[0,25 \ 0 \ 0 \ 0]^T$	56
Gambar 4.31	Kecepatan gerak konstan saat $[0,135 \ 0 \ 0 \ 0]^T$	56
Gambar 4.32	Kecepatan gerak konstan saat $[0,25 \ 0 \ 0 \ 0]^T$	56
Gambar 4.33	Sinyal kontrol saat $[0,135 \ 0 \ 0 \ 0]^T$	57
Gambar 4.34	Sinyal kontrol saat $[0,25 \ 0 \ 0 \ 0]^T$	57

Gambar 4.35 Sudut pendulum saat $\dot{\theta}_d = 8 \text{ rad/s}$	58
Gambar 4.36 Kecepatan gerak konstan saat $\dot{\theta}_d = 8 \text{ rad/s}$	58
Gambar 4.37 Sinyal kontrol saat $\dot{\theta}_d = 8 \text{ rad/s}$	58
Gambar 4.38 Sudut pendulum saat $\dot{\theta}_d = 6 \text{ rad/s}$	59
Gambar 4.39 Kecepatan gerak konstan saat $\dot{\theta}_d = 6 \text{ rad/s}$	59
Gambar 4.40 Sinyal kontrol saat $\dot{\theta}_d = 6 \text{ rad/s}$	59
Gambar 4.41 Sudut pendulum saat $\dot{\theta}_d = 9 \text{ rad/s}$	60
Gambar 4.42 Kecepatan gerak konstan saat $\dot{\theta}_d = 9 \text{ rad/s}$	60
Gambar 4.43 Sinyal kontrol saat $\dot{\theta}_d = 9 \text{ rad/s}$	60
Gambar 4.44 Sudut pendulum saat sistem diberi <i>disturbance</i>	61
Gambar 4.45 Kecepatan gerak konstan saat sistem diberi <i>disturbance</i>	61
Gambar 4.46 Sinyal kontrol saat sistem diberi <i>disturbance</i>	62
Gambar 4.47 Sudut pendulum saat pengujian <i>disturbance</i> kedua	62
Gambar 4.48 Kecepatan gerak konstan saat pengujian <i>disturbance</i> kedua	62
Gambar 4.49 Sinyal kontrol saat pengujian <i>disturbance</i> kedua	63
Gambar A.1 Model koordinat robot pendulum terbalik beroda dua	73
Gambar A.2 Blok diagram ruang <i>state</i>	82
Gambar B.1 Blok kontroler fuzzy berdasarkan prosedur PDC	84
Gambar B.2 Fungsi keanggotaan FBSC	85

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Parameter dan nilai geometris robot pendulum terbalik beroda dua.....	9
Tabel 2.2	Penyajian tabel derajat keanggotaan himpunan bilangan "mendekati 2".....	14
Tabel 4.1	Perbandingan kondisi awal <i>state</i> yang berbeda.....	65
Tabel 4.2	Perbandingan θ_a yang berbeda.....	66
Tabel 4.3	Perbandingan respons kecepatan gerak konstan robot saat diberi <i>disturbance</i>	67



Halaman ini sengaja dikosongkan

BAB 1

PENDAHULUAN

Pada bab satu akan dibahas mengenai latar belakang dari penelitian tugas akhir. Berdasarkan latar belakang tersebut dapat dirumuskan permasalahan dan tujuan tugas akhir. Selanjutnya dibahas mengenai metodologi, sistematika, dan relevansi tugas akhir yang dikerjakan.

1.1 Latar Belakang

Robot pendulum terbalik beroda dua merupakan salah satu tipe pendulum terbalik yang memiliki perilaku tidak stabil dan tidak linear. Perilaku tersebut sering digunakan untuk pengujian berbagai metode kontrol. Permasalahan kontrol yang umum pada robot pendulum terbalik beroda dua adalah keseimbangan, kecepatan, *steering*, dan *tracking* [1]. Robot pendulum terbalik beroda dua tidak dapat mempertahankan kecepatan gerak dan sudut kemiringan batang pendulum konstan secara serentak, dikarenakan keberadaan gravitasi. Jika batang pendulum memiliki sudut awal positif, maka dibutuhkan gaya penggerak positif pada robot untuk mendorong batang pendulum ke keadaan tegak, jika tidak dijaga robot akan jatuh, begitu juga sebaliknya. Tanda positif pada sudut pendulum menunjukkan posisi batang pendulum di sebelah kanan, begitu juga sebaliknya. Selain itu, sudut kemiringan batang pendulum yang bernilai positif (atau negatif) dapat mengubah-ubah kecepatan gerak robot pendulum terbalik beroda dua. Jadi, robot pendulum terbalik beroda dua harus bergerak maju atau mundur untuk menghindari batang pendulum jatuh. Jika kecepatan konstan dijaga, maka sudut kemiringan batang pendulum akan disekitar 0 radian [2]. Kontroler yang digunakan untuk mempertahankan keseimbangan robot pendulum terbalik beroda dua adalah kontroler *fuzzy* berbasis Takagi-Sugeno (T-S) yaitu *fuzzy balanced standing control* (FBSC) [3]. Namun FBSC belum mampu membuat robot pendulum terbalik beroda dua bergerak dengan kecepatan gerak konstan. Berdasarkan hal tersebut, dapat dilakukan suatu usaha kontrol sehingga robot pendulum terbalik beroda dua dapat bergerak dengan kecepatan gerak konstan yang diinginkan. Kontroler yang dimaksud yaitu *fuzzy constant velocity control* (FCVC) yang berbasis arsitektur Mamdani dengan aturan *heuristic* [2].

1.2 Perumusan Masalah

Permasalahan yang akan dibahas dalam tugas akhir ini adalah menjaga respons kecepatan gerak robot pendulum terbalik beroda dua tetap berada pada nilai kecepatan gerak yang diinginkan sambil mempertahankan keadaan seimbang batang pendulum tetap dalam posisi tegak yaitu sekitar 0 radian.

1.3 Tujuan

Tujuan penyelesaian tugas akhir ini adalah untuk merancang kontroler untuk kecepatan gerak konstan berdasarkan Mamdani (*fuzzy constant velocity control*) dan merancang kontroler untuk keseimbangan berdasarkan model *fuzzy* Takagi-Sugeno (*fuzzy balanced standing control*) yang kemudian akan disimulasikan menggunakan perangkat lunak MATLAB.

1.4 Metodologi

Metodologi yang digunakan pada pelaksanaan tugas akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Tinjauan pustaka
Dilakukan dengan mengumpulkan dan mempelajari pustaka tugas akhir, jurnal serta teori penunjang yang mendukung tugas akhir.
2. Pemodelan sistem
Menentukan model matematika dari *plant* robot pendulum terbalik beroda dua kemudian dilakukan linearisasi sehingga didapat model yang linear dari sistem.
3. Perancangan kontroler
Perancangan kontroler meliputi perancangan kontroler *fuzzy constant velocity control* berbasis model Mamdani dan kontroler untuk keseimbangan berbasis model *fuzzy* Takagi-Sugeno.
4. Simulasi
Hasil pemodelan sistem dan perancangan kontroler disimulasikan menggunakan perangkat lunak MATLAB.
5. Penulisan buku tugas akhir

1.5 Sistematika Penulisan

Buku laporan ini disusun secara berurutan dalam beberapa bab untuk memudahkan memahami isi dari buku. Berikut susunan buku tugas akhir:

BAB 1 : Pendahuluan

Pada bagian ini dibahas mengenai latar belakang hingga relevansi tugas akhir.

BAB 2 : Teori Penunjang

Pada bagian ini dibahas mengenai teori-teori yang berhubungan dengan permasalahan yang dibahas pada tugas akhir.

BAB 3 : Perancangan Sistem

Pada bagian ini dibahas mengenai desain model robot pendulum terbalik beroda dua, desain dua macam kontroler hingga perancangan dan simulasi sistem.

BAB 4 : Hasil Simulasi

Pada bagian ini dibahas hasil simulasi dan pengujian sistem kontrol kecepatan robot pendulum terbalik beroda dua yang telah dirancang dan dijelaskan pada BAB 3 sebagai uji validitas. Selanjutnya dilakukan analisa berdasarkan data hasil pengujian sistem.

BAB 5 : Penutup

Pada bagian ini dibahas mengenai kesimpulan dan saran hasil tugas akhir.

1.6 Relevansi

Hasil yang diperoleh dari penelitian tugas akhir diharapkan dapat menjadi petunjuk untuk pengembangan perancangan sistem kontrol pada robot pendulum terbalik beroda dua. Lalu dapat pula memberi manfaat dalam pembelajaran sistem kontrol khususnya kontrol robot pendulum terbalik beroda dua.



BAB 2

TEORI PENUNJANG

Pada bab dua akan dibahas mengenai tinjauan pustaka dan teori-teori yang berhubungan dengan permasalahan yang dibahas pada bab sebelumnya.

2.1 Tinjauan Pustaka

Pendulum terbalik merupakan objek penelitian yang terus mengalami perkembangan. Telah banyak penelitian yang dilakukan pada sistem ini maupun salah satu variasinya, yaitu robot pendulum terbalik beroda dua. Penelitian yang dilakukan berupa pengembangan model dan metode kontrol, antara lain: metode dan kontroler yang telah digunakan untuk keseimbangan dan pergerakan di daerah rata maupun tidak rata, juga penambahan aktuator pada robot beroda dua [4]; kontrol gerak *Self-Balancing Transporter* (SBT) untuk keseimbangan dan perpindahan dengan kecepatan konstan [2].

Sampai saat ini, implementasi teori *fuzzy* dalam bidang kontrol mengalami perkembangan yang pesat. Ditunjukkan dengan semakin banyak riset tentang kontrol *fuzzy* yang telah diterbitkan. Riset tersebut diterapkan pada *plant* robot pendulum terbalik beroda dua real maupun simulasi. Simulasi yang telah dilakukan yaitu stabilisasi, kontrol pergerakan, dan posisi robot pendulum terbalik beroda dua menggunakan dua buah kontrol *fuzzy* yaitu *Fuzzy Balanced Standing Control* (FBSC) dan *Fuzzy Traveling and Position Control* (FTPC) [3]. Selain itu, telah diciptakan variasi simulasi yaitu sebuah laboratorium *virtual* dengan beberapa pilihan kontrol yang dapat diterapkan pada robot pendulum terbalik beroda dua [5].

Pada tugas akhir ini akan dibahas mengenai kontroler *fuzzy* yang digunakan untuk mengendalikan keseimbangan dan kecepatan gerak konstan pada robot pendulum terbalik beroda dua. Sudut kemiringan pendulum yang diinginkan yaitu disekitar 0 radian, diatur oleh *fuzzy constant velocity control* (FCVC) yang bekerja sama dengan FBSC. Peran FCVC yaitu untuk meningkatkan FBSC sehingga robot pendulum terbalik beroda dua mampu berdiri seimbang dan bergerak dengan kecepatan konstan yang diinginkan [2].

2.2 Sistem Robot Pendulum Terbalik Beroda Dua

Sistem robot pendulum terbalik beroda dua terdiri dari batang sebagai pendulum dan dua roda yang terpasang pada kedua sisi rangka untuk keseimbangannya [1]. Robot berada dalam keadaan seimbang saat sudut batang pendulum terhadap sumbu vertikal berada disekitar 0 radian. Jika belum berada disekitar 0 radian, maka robot akan bergerak maju atau mundur sampai batang pendulum mencapai posisi seimbang. Robot tidak dapat seimbang pada keadaan tegak tanpa bantuan kontroler. Robot dikontrol dengan cara menggerakkan kedua rodanya untuk mengikuti arah jatuh robot agar seimbang seperti yang ditunjukkan pada Gambar 2.1 [3]. Robot pendulum terbalik beroda dua merupakan sistem yang memiliki banyak masukan dan banyak keluaran (*multiple input multiple output*) sehingga dapat direpresentasikan dalam ruang *state* yaitu: [6]

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) \quad (2.1)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}u(t) \quad (2.2)$$

untuk sistem berorde n , \mathbf{A} adalah matriks sistem, \mathbf{B} adalah input matriks, \mathbf{C} adalah matriks output, dan \mathbf{D} adalah *direct transmission* matriks. Sedangkan \mathbf{x} adalah *state* dari sistem dan u adalah *input* kontrol. *State* merupakan variabel yang menjelaskan bakal respons sistem, jika diketahui *state* saat $t = t_0$ beserta input saat $t \geq t_0$. Robot pendulum terbalik beroda dua memiliki empat *state*, yaitu: [3]

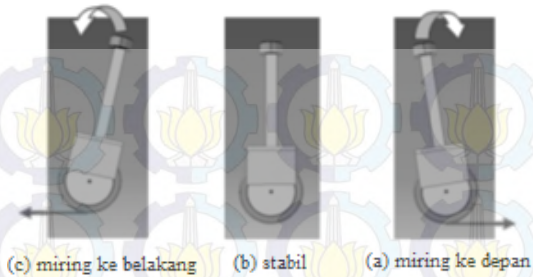
$x_1 = \phi$ menyatakan sudut kemiringan pendulum;

$x_2 = \dot{\phi}$ menyatakan kecepatan sudut pendulum;

$x_3 = \theta$ menyatakan sudut putar motor;

$x_4 = \dot{\theta}$ menyatakan kecepatan sudut putar motor.

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi(t) \\ \dot{\phi}(t) \\ \theta(t) \\ \dot{\theta}(t) \end{bmatrix}$$



Gambar 2.1 Gerak robot pendulum terbalik beroda dua

2.3 Model Matematika Robot Pendulum Terbalik Beroda Dua

Untuk melakukan pengontrolan robot pendulum terbalik beroda dua, dibutuhkan model matematika yang dapat mewakili sistem robot. Model matematika sistem didapat dari dua cara, yaitu identifikasi menggunakan data masukan dan keluaran sistem, serta penurunan persamaan berdasarkan konsep fisik [7]. Berdasarkan konsep fisik, diperoleh dinamika robot pendulum terbalik beroda dua pada bidang $x - z$. Diketahui M_p adalah massa pendulum, M_c adalah massa kereta, r adalah jari-jari roda, l adalah panjang antara poros roda dan pusat gravitasi pendulum, g adalah percepatan gravitasi, f_x adalah gaya yang dikeluarkan dari *rim* motor sepanjang sumbu x .

Resultan gaya yang bekerja pada sumbu x : [2]

$$f_x = (M_p + M_c)r \cdot \ddot{\theta} + M_p \cdot l \cdot \ddot{\phi} \cdot \cos \phi \quad (2.3)$$

Momen gaya yang bekerja di sekitar titik putar pendulum:

$$M_p \cdot l \cdot r \cdot \ddot{\theta} \cdot \cos \phi + M_p \cdot l^2 \cdot \ddot{\phi} - M_p \cdot g \cdot l \cdot \sin \phi = 0 \quad (2.4)$$

Input kontrol berupa torsi penggerak yang berasal dari *rim* motor:

$$u(t) = f_x(t) \times r \quad (2.5)$$

Berdasarkan manipulasi resultan gaya yang bekerja pada sumbu x robot pendulum terbalik beroda dua, *input* kontrol, dan momen gaya yang bekerja di sekitar titik putar pendulum, didapatkan $\ddot{\phi}$ dan $\ddot{\theta}$, yaitu:

$$\ddot{\phi} = \frac{(M_p+M_c)g.\alpha.\phi}{l((1-\beta^2)M_p+M_c)} - \frac{u(t).\beta}{r.l((1-\beta^2)M_p+M_c)} \quad (2.6)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{-M_p.g.\alpha.\phi.\beta}{r((1-\beta^2)M_p+M_c)} + \frac{u(t)}{r^2((1-\beta^2)M_p+M_c)} \quad (2.7)$$

dengan:

$$\alpha = \frac{\sin \phi}{\phi}$$

$$\beta = \cos \phi$$

Selanjutnya model ditransformasi kedalam bentuk ruang *state*, yaitu sebagai berikut:

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_1 = \dot{\phi}$$

$$\dot{x}_2 = \ddot{\phi}$$

$$\dot{x}_2 = \frac{(M_p+M_c)g.\alpha.x_1}{l((1-\beta^2)M_p+M_c)} - \frac{u(t).\beta}{r.l((1-\beta^2)M_p+M_c)}$$

$$\dot{x}_3 = x_4$$

$$\dot{x}_3 = \dot{\theta}$$

$$\dot{x}_4 = \ddot{\theta}$$

$$\dot{x}_4 = \frac{-M_p.g.\alpha.\beta.x_1}{r((1-\beta^2)M_p+M_c)} + \frac{u(t)}{r^2((1-\beta^2)M_p+M_c)}$$

Pada Tabel 2.1 ditampilkan parameter dan nilai geometris robot pendulum terbalik beroda dua.

Tabel 2.1 Parameter dan nilai geometris robot pendulum terbalik beroda dua

No.	Simbol	Deskripsi	Satuan	Nilai
1.	M_p	massa pendulum	k_g	9,1
2.	M_c	massa kereta	k_g	25,2
3.	l	panjang antara poros roda dan pusat gravitasi pendulum	m	0,5
4.	r	jari-jari roda	m	0,1
5.	g	percepatan gravitasi	m/s^2	9,8
6.	ϕ	sudut kemiringan pendulum	rad	-
7.	θ	sudut putar motor	rad	-

2.4 Linearisasi

Robot pendulum terbalik beroda dua merupakan sistem nonlinear. Nonlinearitas pada model matematika sistem robot disebabkan oleh fungsi trigonometri sinus dan kosinus. Pada tugas akhir ini, sistem kontrol yang digunakan adalah sistem kontrol linear, sehingga model matematika sistem robot yang nonlinear perlu dilinearkan dengan cara linearisasi. Sistem dinamik nonlinear orde pertama direpresentasikan sebagai berikut: [8]

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \quad (2.8)$$

Asumsi bahwa $x_n(t)$ dan $u_n(t)$ adalah sepasang titik operasi/daerah kerja yang dapat berjumlah lebih dari satu titik. Persamaan (2.8) menjadi:

$$\dot{x}_n(t) = f(x_n(t), u_n(t)) \quad (2.9)$$

Linearisasi dilakukan di sekitar titik operasi, sehingga:

$$x(t) = x_n(t) + \Delta x(t) \quad (2.10)$$

$$u(t) = u_n(t) + \Delta u(t) \quad (2.11)$$

Berdasarkan Persamaan (2.9)-(2.11) didapat:

$$\dot{x}_n(t) + \Delta\dot{x}(t) = f(x_n(t) + \Delta x(t), u_n(t) + \Delta u(t)) \quad (2.12)$$

Karena $\Delta x(t)$ dan $\Delta u(t)$ bernilai kecil (*small quantity*), sisi kanan Persamaan (2.12) dapat diekspansi kedalam deret Taylor di sekitar titik operasi, sehingga:

$$\begin{aligned} \dot{x}_n(t) + \Delta\dot{x}(t) = & \quad (2.13) \\ f(x_n(t), u_n(t)) + \frac{\partial f}{\partial x}(x_n, u_n)\Delta x(t) + & \\ \frac{\partial f}{\partial u}(x_n, u_n)\Delta u(t) + \text{hubungan orde tinggi} & \end{aligned}$$

Dengan menggunakan Persamaan (2.9) dan mengabaikan hubungan orde tinggi, didapat persamaan diferensial linear, yaitu:

$$\Delta\dot{x}(t) = \frac{\partial f}{\partial x}(x_n, u_n)\Delta x(t) + \frac{\partial f}{\partial u}(x_n, u_n)\Delta u(t) \quad (2.14)$$

Seperti yang sudah disebutkan sebelumnya, sistem robot pendulum terbalik beroda dua merupakan *multiple input multiple output* (MIMO) yang digambarkan dalam model ruang *state*, maka secara umum sistem nonlinear direpresentasikan sebagai berikut: [8]

$$\frac{d}{dt}\mathbf{x}(t) = \mathcal{F}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \quad (2.15)$$

$\mathbf{x}(t)$, $\mathbf{u}(t)$, dan \mathcal{F} berturut-turut adalah vektor ruang *state* n -dimensi, vektor kontrol r -dimensi, dan fungsi vektor n -dimensi. Asumsikan titik operasi/daerah kerja $\mathbf{x}_n(t)$ dan $\mathbf{u}_n(t)$ diketahui. Dengan cara yang sama, linearisasi dilakukan melalui ekspansi deret Taylor.

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}_n(t) + \Delta\mathbf{x}(t), \quad \mathbf{u}(t) = \mathbf{u}_n(t) + \Delta\mathbf{u}(t) \quad (2.16)$$

dan

$$\frac{d}{dt}\mathbf{x}_n(t) = \mathcal{F}(\mathbf{x}_n(t), \mathbf{u}_n(t)) \quad (2.17)$$

kemudian perluas Persamaan (2.15), menjadi:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \mathbf{x}_n + \frac{d}{dt} \Delta \mathbf{x} &= \mathcal{F}(\mathbf{x}_n(t) + \Delta \mathbf{x}(t), \mathbf{u}_n(t) + \Delta \mathbf{u}(t)) = \\ &= \mathcal{F}(\mathbf{x}_n, \mathbf{u}_n) + \left(\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \mathbf{x}} \right) \Big|_{\substack{\mathbf{x}_n(t) \\ \mathbf{u}_n(t)}} \Delta \mathbf{x} + \left(\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \mathbf{u}} \right) \Big|_{\substack{\mathbf{x}_n(t) \\ \mathbf{u}_n(t)}} \Delta \mathbf{u} + \\ &\text{hubungan orde tinggi} \end{aligned} \quad (2.18)$$

Dengan menggunakan Persamaan (2.16) dan mengabaikan hubungan orde tinggi, didapat pendekatan persamaan diferensial linear, yaitu:

$$\frac{d}{dt} \Delta \mathbf{x}(t) = \left(\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \mathbf{x}} \right) \Big|_{\substack{\mathbf{x}_n(t) \\ \mathbf{u}_n(t)}} \Delta \mathbf{x}(t) + \left(\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \mathbf{u}} \right) \Big|_{\substack{\mathbf{x}_n(t) \\ \mathbf{u}_n(t)}} \Delta \mathbf{u}(t) \quad (2.19)$$

Turunan parsial pada Persamaan (2.19) menggambarkan matriks Jacobian, yaitu:

$$\left(\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \mathbf{x}} \right) \Big|_{\substack{\mathbf{x}_n(t) \\ \mathbf{u}_n(t)}} = \mathbf{A}^{n \times n} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathcal{F}_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial \mathcal{F}_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \mathcal{F}_n}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial \mathcal{F}_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \Big|_{\substack{\mathbf{x}_n(t) \\ \mathbf{u}_n(t)}} \quad (2.20)$$

$$\left(\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \mathbf{u}} \right) \Big|_{\substack{\mathbf{x}_n(t) \\ \mathbf{u}_n(t)}} = \mathbf{B}^{n \times r} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathcal{F}_1}{\partial u_1} & \dots & \frac{\partial \mathcal{F}_1}{\partial u_r} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \mathcal{F}_n}{\partial u_1} & \dots & \frac{\partial \mathcal{F}_n}{\partial u_r} \end{bmatrix} \Big|_{\substack{\mathbf{x}_n(t) \\ \mathbf{u}_n(t)}} \quad (2.21)$$

Matriks Jacobian harus dievaluasi pada titik operasi $\mathbf{x}_n(t)$ dan $\mathbf{u}_n(t)$. Bentuk akhir persamaan *state* sistem menjadi:

$$\frac{d}{dt} \Delta \mathbf{x}(t) = \mathbf{A} \Delta \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \Delta \mathbf{u}(t) \quad (2.22)$$

untuk persamaan *output* sistem yaitu:

$$\Delta \mathbf{y}(t) = \mathbf{C} \Delta \mathbf{x}(t) + \mathbf{D} \Delta \mathbf{u}(t) \quad (2.23)$$

Linearisasi Jacobian cukup berhasil karena robot pendulum terbalik beroda dua cukup linear untuk nilai sudut kemiringan yang kecil [4].

2.5 Desain Sistem Kontrol Penempatan Kutub

Selain nonlinear, robot pendulum terbalik beroda dua juga memiliki perilaku tidak stabil. Stabilitas sistem ditentukan dari *eigenvalues* matriks **A** yang diperoleh dari proses linearisasi. *Eigenvalues* matriks **A** merupakan representasi kutub-kutub sistem [9]. Berdasarkan *eigenvalues* matriks **A**, sistem robot pendulum terbalik beroda dua memiliki kutub di sebelah kanan bidang *s*. Jika terdapat kutub di sebelah kanan bidang *s*, maka sistem tersebut tidak stabil. Agar menjadi sistem yang stabil, kutub tersebut harus dipindahkan ke sebelah kiri bidang *s*. Sistem kontrol yang mampu menstabilkan sistem adalah sistem kontrol penempatan kutub (*pole-placement*).

Jika kutub sistem lup-tertutup tidak sesuai dengan yang diinginkan, maka kutub dapat dipindahkan ke setiap lokasi yang diinginkan melalui skema umpan balik *state* (*feedback state*). Ketentuan sistem kontrol penempatan kutub adalah semua variabel *state* terukur dan tersedia untuk umpan balik. Selain itu agar pemindahan kutub dapat dilakukan, sistem asli (*original*) harus bersifat *completely state controllable*. Sistem kontrol ini dimulai dengan penentuan kutub lup-tertutup yang diinginkan berdasarkan kebutuhan respons transien, seperti perbandingan redaman (ζ), frekuensi natural tak teredam (ω_n), dan *settling time* (t_s). Asumsikan kutub lup-tertutup yang diinginkan berada pada $s = \mu_1, s = \mu_2, \dots, s = \mu_n$. Agar sistem robot pendulum terbalik beroda dua memiliki kutub-kutub lup-tertutup pada lokasi yang diinginkan, maka perlu dipilih matriks *state feedback gain* yang tepat untuk umpan balik *state*. Anggap sistem kontrol sebagai: [6]

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) \quad (2.24)$$

dengan \mathbf{x} merupakan vektor *state* berjumlah n ; u merupakan sinyal kontrol skalar; **A** merupakan matriks konstan berukuran $n \times n$, dan **B** merupakan matriks konstan berukuran $n \times 1$. Selanjutnya, anggap sinyal kontrol sebagai:

$$u = -\mathbf{K}\mathbf{x} \quad (2.25)$$

Skema yang ditunjukkan oleh Persamaan (2.25) disebut umpan balik *state*. Matriks **K** yang berukuran $1 \times n$ disebut matriks *state feedback gain*. Pada Gambar 2.2(a) ditunjukkan sistem kontrol lup-terbuka karena *state* \mathbf{x} tidak diumpankan ke sinyal kontrol u . Pada

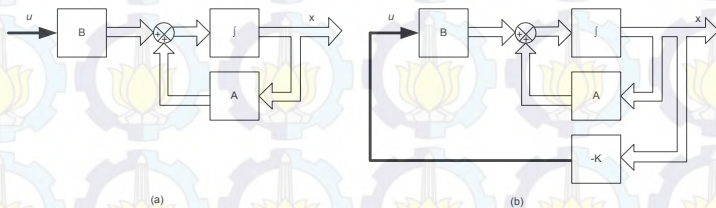
Gambar 2.2(b) ditunjukkan sistem kontrol lup-tertutup karena *state* \mathbf{x} diumpangkan ke sinyal kontrol u . Substitusikan Persamaan ((2.25) ke Persamaan (2.24) sehingga didapatkan persamaan seperti berikut:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = (\mathbf{A} - \mathbf{BK})\mathbf{x}(t) \quad (2.26)$$

Solusi dari Persamaan ((2.26) yaitu:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = e^{(\mathbf{A}-\mathbf{BK})t}\mathbf{x}(0) \quad (2.27)$$

dengan $\mathbf{x}(0)$ merupakan *state* awal yang disebabkan oleh gangguan eksternal. Stabilitas dan karakteristik respons transien sistem ditentukan oleh *eigenvalues* matriks $\mathbf{A} - \mathbf{BK}$. Jika matriks \mathbf{K} dipilih dengan tepat, maka matriks $\mathbf{A} - \mathbf{BK}$ dapat dijadikan matriks *asymptotically stable*. *Eigenvalues* matriks $\mathbf{A} - \mathbf{BK}$ disebut kutub-kutub *regulator*. Jika kutub-kutub *regulator* ditempatkan pada sebelah kiri bidang s , maka $\mathbf{x}(t)$ mendekati nol sejalan t yang mendekati tak hingga, untuk semua nilai $\mathbf{x}(0) \neq 0$.



Gambar 2.2 (a) Sistem kontrol lup-terbuka; (b) Sistem kontrol lup-tertutup

2.6 Logika Fuzzy

Manusia terbiasa mengolah sesuatu hal, baik data maupun fakta secara *fuzzy*. Bahkan saat pengambilan keputusan, didasarkan pada hal-hal yang bersifat *fuzzy*. *Fuzzy* berarti kabur atau samar atau tidak jelas. Sebagai contoh terdapat kalimat seperti berikut: [10]

“Saya akan pergi ke pasar seandainya tempatnya bersih.”

Ukuran kata “sering” pada kalimat “Saya akan pergi ke pasar seandainya tempatnya bersih.” adalah samar. Kata “sering” tidak dapat didefinisikan dalam ukuran satuan waktu yang pasti, seperti jam, hari, atau bulan. Cara manusia dalam mengolah hal secara *fuzzy*, mulai

diterapkan pada komputer untuk proses pengambilan keputusan. Walaupun bersifat *fuzzy*, tapi keputusan yang dihasilkan bersifat tegas.

Logika adalah dasar pemikiran. Sebelum diperkenalkannya logika *fuzzy*, logika tegas (*crisp*) hanya memiliki dua nilai kebenaran, yaitu benar dan salah. Benar diberi nilai logika satu sedangkan salah diberi logika nol. Tetapi pada logika *fuzzy*, nilai kebenaran memiliki derajat tertentu yang menggambarkan kesamarannya, yang bernilai antara nol dan satu (interval $[0,1]$) yang disebut derajat keanggotaan. Artinya logika *fuzzy* mampu menoleransi data-data yang bernilai samar yang meniru cara berpikir manusia [11]. Zadeh telah memberi gagasan untuk menyajikan derajat keanggotaan dari masing-masing anggota himpunan. Sebagai contoh, pada Tabel 2.2 ditunjukkan penyajian tabel derajat keanggotaan himpunan bilangan “mendekati 2” [10].

Tabel 2.2 Penyajian tabel derajat keanggotaan himpunan bilangan "mendekati 2"

Anggota	0	1	2	3	4	5	6	7
Derajat keanggotaan	0.5	0.9	1	0.8	0.6	0.3	0.1	0

Berikut akan dijelaskan beberapa hal yang terkait dengan logika *fuzzy*

2.6.1 Himpunan Fuzzy

Pada himpunan tegas (*crisp set*), perpindahan antara elemen yang termasuk anggota dan elemen yang bukan anggota terjadi secara tegas. Sebagai contoh, terdapat sebuah elemen x dalam suatu himpunan A , yang dinyatakan dalam derajat keanggotaan $\mu_A(x)$, memiliki dua nilai keanggotaan, yaitu: [11]

- Bernilai satu ($\mu_A(x) = 1$), yang berarti elemen x merupakan anggota penuh himpunan A ;
- Bernilai nol ($\mu_A(x) = 0$), yang berarti elemen x bukan merupakan anggota himpunan A .

Namun pada himpunan *fuzzy* yang menoleransi kesamaran, batas tegas yang memisahkan anggota dan bukan anggota pada himpunan tegas akan dieliminasi. Sehingga perpindahan antara anggota penuh dan bukan anggota akan terjadi berangsur-angsur karena keberadaan daerah *overlapping* pada himpunan *fuzzy*.

Himpunan *fuzzy* \tilde{A} pada semesta pembicaraan U dinyatakan sebagai fungsi keanggotaan $\mu_{\tilde{A}}(\cdot)$ himpunan \tilde{A} , yang nilainya berada pada rentang $[0,1]$ dinyatakan sebagai: [10]

$$\mu_{\tilde{A}}(\cdot) : U \rightarrow [0,1] \quad (2.28)$$

Selanjutnya, himpunan *fuzzy* \tilde{A} pada semesta pembicaraan U secara umum dinyatakan sebagai sekumpulan pasangan elemen u (u anggota U) dengan $\mu_{\tilde{A}}(u)$ merupakan derajat keanggotaan u pada himpunan \tilde{A} , yaitu:

$$\tilde{A} = \{(u, \mu_{\tilde{A}}(u)) | (u \in U)\} \quad (2.29)$$

Tanda “|” digunakan untuk menghubungkan elemen dengan derajat keanggotaannya.

Berikut beberapa hal yang perlu diketahui mengenai sistem *fuzzy*, yaitu: [12]

1. Variabel *fuzzy*

Adalah variabel yang dibahas dalam sistem *fuzzy*. Contoh: temperatur, kecepatan, posisi, dll.

2. Himpunan *fuzzy*

Adalah suatu kelompok yang mewakili suatu keadaan tertentu dalam variabel *fuzzy*. Umumnya ciri penamaan dalam himpunan *fuzzy* adalah linguistik. Linguistik merupakan penamaan yang nilainya berupa kata-kata, yang digunakan untuk memperkirakan nilai atau keadaan yang cukup sulit untuk dinyatakan secara eksak. Contoh: lambat, cepat, sangat cepat.

3. Semesta pembicaraan

Adalah seluruh nilai yang diizinkan untuk dioperasikan dalam suatu variabel *fuzzy*. Semesta pembicaraan merupakan himpunan bilangan real yang nilainya selalu bertambah. Nilai semesta pembicaraan dapat berupa bilangan positif atau negatif. Contoh: semesta pembicaraan untuk variabel kecepatan (km/jam): $[0 \ 80]$.

Semesta pembicaraan dapat dibagi menjadi kelompok yang lebih kecil, yaitu: domain. Contoh: domain untuk kecepatan lambat: $[0 \ 40]$.

2.6.2 Fungsi Keanggotaan

Fungsi keanggotaan (*membership function*) merupakan kurva yang menunjukkan pemetaan *input* data ke dalam nilai keanggotaannya dengan rentang nol sampai satu [12]. Berikut beberapa fungsi keanggotaan yang umum digunakan, yaitu:

a. Fungsi segitiga

Fungsi segitiga merupakan gabungan antara dua fungsi linear. Fungsi ini ditentukan oleh tiga parameter $\{a, b, c\}$ dengan ketentuan $a < c < b$. Pada Gambar 2.3 ditampilkan bentuk fungsi segitiga. Fungsi keanggotaan fungsi segitiga, yaitu:

$$\mu(x) = \begin{cases} 0; & x \leq a \\ \frac{x-a}{c-a}; & a \leq x \leq c \\ \frac{b-x}{b-c}; & c \leq x \leq b \\ 0; & x \geq b \end{cases} \quad (2.30)$$

b. Fungsi trapesium

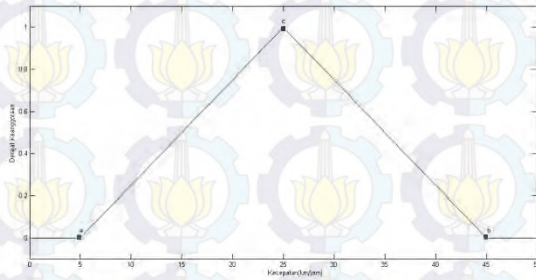
Fungsi trapesium pada dasarnya seperti fungsi segitiga yang memiliki beberapa titik dengan nilai keanggotaan satu. Fungsi ini ditentukan oleh empat parameter $\{a, b, c, d\}$ dengan ketentuan $a < c \leq d < b$. Pada Gambar 2.4 ditampilkan bentuk fungsi trapesium. Fungsi keanggotaan fungsi trapesium, yaitu:

$$\mu(x) = \begin{cases} 0; & x \leq a \\ \frac{x-a}{c-a}; & a \leq x \leq c \\ 1; & c \leq x \leq d \\ \frac{b-x}{b-d}; & d \leq x \leq b \\ 0; & x \geq b \end{cases} \quad (2.31)$$

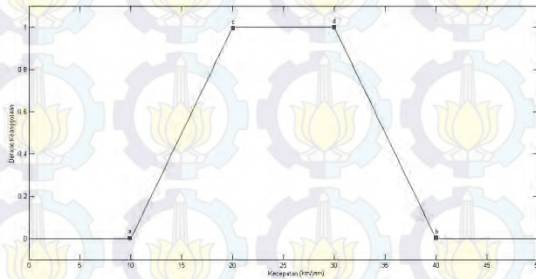
c. Fungsi S

Fungsi S didefinisikan dengan menggunakan tiga parameter, yaitu nilai keanggotaan nol (α), nilai keanggotaan penuh (γ), dan titik infleksi (β). Titik infleksi yaitu titik yang memiliki domain 50% benar. Pada Gambar 2.5 ditampilkan bentuk fungsi S. Fungsi keanggotaan fungsi S, yaitu:

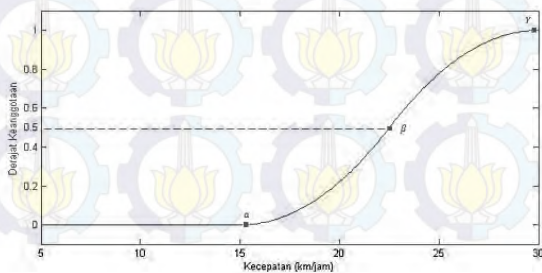
$$\mu(x) = \begin{cases} 0; & x \leq a \\ 2 \left(\frac{x-a}{\gamma-a} \right)^2; & \alpha \leq x \leq \beta \\ 1 - 2 \left(\frac{x-\alpha}{\gamma-\alpha} \right)^2; & \beta \leq x \leq \gamma \\ 1; & x \geq \gamma \end{cases} \quad (2.32)$$



Gambar 2.3 Bentuk fungsi keanggotaan segitiga



Gambar 2.4 Bentuk fungsi keanggotaan trapesium



Gambar 2.5 Bentuk fungsi keanggotaan S

d. Fungsi phi (π)

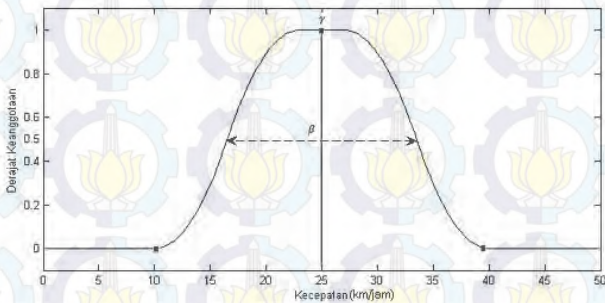
Fungsi phi berbentuk lonceng, menggunakan dua parameter yaitu (γ) untuk menunjukkan derajat keanggotaan bernilai satu yang terletak di pusat himpunan, dan lebar fungsi (β). Pada Gambar 2.6 ditampilkan bentuk fungsi phi. Fungsi keanggotaan fungsi phi, yaitu:

$$\mu(x) = \begin{cases} S\left(x; \gamma - \beta, \gamma - \frac{\beta}{2}, \gamma\right); & x \leq \gamma \\ 1 - S\left(x; \gamma + \beta, \gamma + \frac{\beta}{2}, \gamma\right); & x > \gamma \end{cases} \quad (2.33)$$

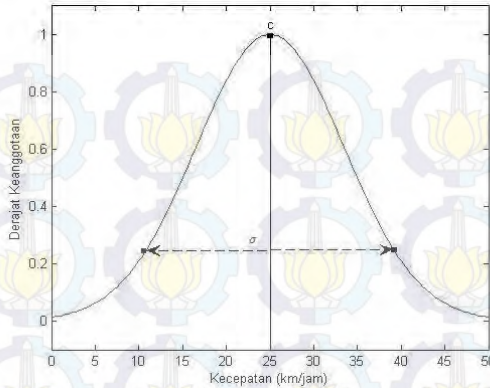
e. Fungsi gaussian

Fungsi gaussian menggunakan dua parameter, yaitu (c) untuk menunjukkan nilai domain pada pusat kurva, dan (σ) menunjukkan lebar fungsi. Pada Gambar 2.7 ditampilkan bentuk fungsi gaussian. Fungsi keanggotaan fungsi gaussian, yaitu:

$$\mu(x) = e^{-\left(\frac{x-c}{\sigma}\right)^2} \quad (2.34)$$



Gambar 2.6 Bentuk fungsi keanggotaan phi



Gambar 2.7 Bentuk fungsi keanggotaan gaussian

2.6.3 Operasi Himpunan *Fuzzy*

Berikut akan dijelaskan beberapa operator dasar yang umum digunakan untuk menggabungkan dan memodifikasi dua atau lebih himpunan *fuzzy* pada fungsi keanggotaan, yaitu operator interseksi, gabungan, dan komplement. Masing-masing hasil operasi ditunjukkan oleh Gambar 2.9, Gambar 2.10, dan Gambar 2.11, kemudian akan dijelaskan sebagai berikut: [13]

a. Operator interseksi (*AND*)

Interseksi himpunan *fuzzy* A dan himpunan *fuzzy* B yang didefinisikan dalam semesta pembicaraan U , dinotasikan sebagai $A \cap B$, memiliki dua nilai keanggotaan yaitu:

1. *Minimum*

Nilai keanggotaan *minimum* yaitu:

$$\mu_{A \cap B} = \min\{\mu_A(u_i), \mu_B(u_i) : u_i \in U_i\} \quad (2.35)$$

2. *Algebraic product*

Nilai keanggotaan *product* yaitu:

$$\mu_{A \cap B} = \{\mu_A(u_i)\mu_B(u_i) : u_i \in U_i\} \quad (2.36)$$

b. Operator gabungan (*OR*)

Gabungan himpunan *fuzzy* A dan himpunan *fuzzy* B yang didefinisikan dalam semesta pembicaraan U , dinotasikan sebagai $A \cup B$, memiliki dua nilai keanggotaan yaitu:

1. *Maximum*

Nilai keanggotaan *maximum* yaitu:

$$\mu_{A \cup B} = \max\{\mu_A(u_i), \mu_B(u_i) : u_i \in U_i\} \quad (2.37)$$

2. *Algebraic sum*

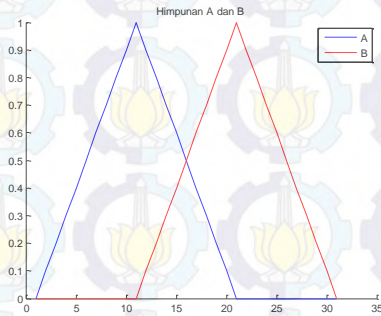
Nilai keanggotaan *algebraic sum* yaitu:

$$\mu_{A \cap B} = \{\mu_A(u_i) + \mu_B(u_i) - \mu_A(u_i)\mu_B(u_i) : u_i \in U_i\} \quad (2.38)$$

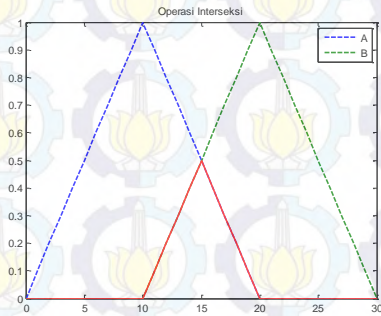
c. Operator komplemen (*NOT*)

Komplemen himpunan *fuzzy A* dengan fungsi keanggotaan $\mu_A(u_i)$, memiliki nilai keanggotaan yaitu:

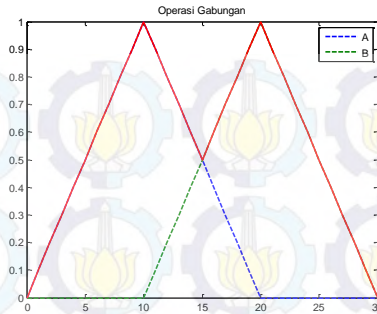
$$\mu_{A'}(u_i) = 1 - \mu_A(u_i) \quad (2.39)$$



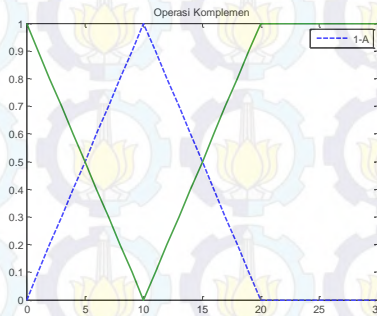
Gambar 2.8 Himpunan A dan B



Gambar 2.9 Hasil operasi interseksi himpunan *fuzzy A* dan B



Gambar 2.10 Hasil operasi gabungan himpunan *fuzzy* A dan B



Gambar 2.11 Hasil operasi komplemen himpunan *fuzzy* A dan A'

2.6.4 Sistem Inferensi *Fuzzy*

Inferensi *fuzzy* adalah cara penarikan kesimpulan pada sistem *fuzzy*. Dalam penalaran logika *fuzzy*, tipe yang umum digunakan untuk inferensi yaitu *generalised modus ponens* (GMP) atau disebut juga *direct reasoning* [10]. Karena pada umumnya pemikiran manusia dilakukan dengan cara *modus ponens*. Pemetaan *input* ke *output* pada sistem *fuzzy* berada dalam sekumpulan aturan *kondisi* \rightarrow *aksi* atau bentuk *IF-THEN* yang menggambarkan *modus ponens*, yaitu: [13]

IF *premis* **THEN** *konsekuen*.

Premis merupakan kondisi dan konsekuen merupakan aksi. Umumnya *input* sistem *fuzzy* dihubungkan dengan premis sedangkan *output* sistem *fuzzy* dihubungkan dengan konsekuen.

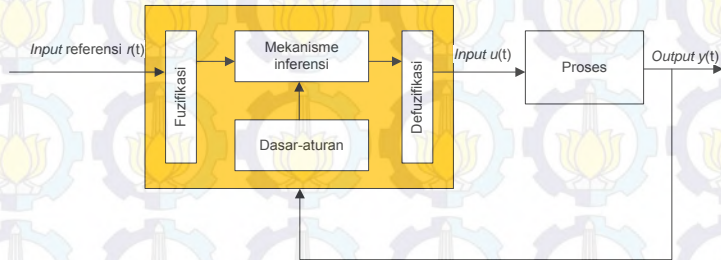
Sistem *fuzzy* dibangun oleh empat bagian utama seperti yang ditunjukkan pada Gambar 2.12, yaitu:

1. Dasar-aturan
Dasar-aturan merupakan sekumpulan aturan *IF-THEN* yang berisi kuantifikasi uraian linguistik pakar tentang cara mencapai kontrol yang baik.
2. Mekanisme inferensi
Disebut juga inferensi *fuzzy*, yang menyamai cara pengambilan keputusan pakar dalam menerjemahkan dan mengaplikasikan pengetahuan tentang cara terbaik untuk mengontrol *plant*.
3. Fuzifikasi
Mengonversi *input* kontroler kedalam bentuk informasi yang dapat dipahami oleh mekanisme inferensi untuk mengaktifkan dan mengaplikasikan aturan-aturan *IF-THEN*.
4. Defuzifikasi
Mengonversi kesimpulan yang dihasilkan mekanisme inferensi menjadi *input* aktual untuk proses.

Berikut dijelaskan langkah mekanisme inferensi *fuzzy*, yaitu: [3]

1. Fuzifikasi *input*
Mengonversi *input* kontroler yang merupakan *input* tegas menjadi *input fuzzy* lalu memetakannya kedalam fungsi keanggotaan himpunan *fuzzy* dengan derajat keanggotaannya masing-masing.
2. Aplikasi operator *fuzzy*
Mengombinasi dan memodifikasi ketika terdapat dua atau lebih himpunan *fuzzy* pada bagian premis.
3. Aplikasi metode implikasi
Menghasilkan sebuah *output* konsekuen untuk masing-masing aturan.
4. Agregasi semua *output*
Mengumpulkan semua *output* konsekuen aturan yang dihasilkan pada implikasi.
5. Defuzifikasi
Mengonversi *output fuzzy* menjadi *output* tegas sebagai *input* proses selanjutnya.

Ketika sistem *fuzzy* ditempatkan pada bagian kontroler, maka sistem *fuzzy* disebut kontroler *fuzzy*. Pada Gambar 2.12 ditunjukkan kontroler *fuzzy*.



Gambar 2.12 Kontroler *fuzzy*

2.7 Model *Fuzzy* Mamdani

Model *fuzzy* yang diusulkan oleh Mamdani dan Assilian pada tahun 1975 yang terinspirasi dari publikasi Zadeh pada tahun 1973. Model Mamdani berdasarkan *heuristic* bukan *model-based*, lebih cocok untuk model matematika *plant* yang tidak diketahui secara pasti, namun terdapat operator atau pakar yang memiliki pengalaman atau pengetahuan dari proses yang akan dikontrol [11]. Model *fuzzy* ini dikenal sebagai model *max-min* karena operator yang digunakan pada langkah implikasi yaitu *min* dan operator pada langkah agregasi yaitu *max*. Pada model Mamdani, aturan bagian konsekuen adalah himpunan *fuzzy*. Diketahui x dan y adalah variabel linguistik *input* yang menggambarkan variabel *state* sistem sedangkan z merupakan variabel linguistik *output* yang menggambarkan variabel kontrol. A_i, \dots, B_i , dan C_i berturut-turut merupakan nilai dari variabel x, \dots, y , dan z pada semesta pembicaraan. Maka aturan kontrol *fuzzy* Mamdani pada sistem *multiple input single output* (MISO) yaitu: [14]

Aturan model i :

IF x adalah A_i, \dots , dan y adalah B_i , **THEN** z adalah C_i

Metode defuzifikasi yang sering digunakan pada model *fuzzy* ini adalah metode *centroid*, yaitu *center of gravity* (COG) atau *center of area* (COA). Kedua metode ini memiliki syarat bahwa fungsi keanggotaan harus simetris. Jika b_i merupakan titik tengah fungsi

keanggotaan, $\int \mu_i$ merupakan area dibawah fungsi keanggotaan μ_i , dan r merupakan banyaknya aturan *fuzzy*, maka diperoleh *output* tegas untuk COG dan COA berturut-turut yang dituliskan pada Persamaan (2.40) dan (2.41) [9].

$$u^{tegas} = \frac{\sum_{i=1}^r b_i \int_u \mu_i du}{\sum_{i=1}^r \int_u \mu_i du} \quad (2.40)$$

$$u^{tegas} = \frac{\int_u u \cdot \mu \cdot du}{\int_u \mu \cdot du} \quad (2.41)$$

2.8 Model *Fuzzy* Takagi-Sugeno (T-S)

Model *fuzzy* yang diusulkan oleh Takagi dan Sugeno dijelaskan melalui aturan-aturan *IF-THEN* yang menggambarkan hubungan *input-output* linear lokal dari sistem nonlinear. Ciri utama model T-S yaitu menyatakan dinamika lokal setiap aturan *fuzzy* dengan model sistem linear. Sehingga model nonlinear *plant* dari sistem dicapai melalui pencampuran (*blending*) model-model sistem linear. Pada model T-S, aturan bagian konsekuen tidak mengandung himpunan *fuzzy* seperti pada model Mamdani. Tetapi, mengandung ungkapan matematis yang berupa fungsi linear [9]. Model *fuzzy* ini cocok untuk *plant* yang telah diketahui model matematikanya. Diketahui M_{ij} adalah himpunan *fuzzy* dan r adalah jumlah aturan model; $\mathbf{x}(t) \in \mathbf{R}^n$ adalah vektor *state*, $\mathbf{u}(t) \in \mathbf{R}^m$ adalah vektor *input*, $\mathbf{y}(t) \in \mathbf{R}^q$ adalah vektor *output*, $\mathbf{A}_i \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $\mathbf{B}_i \in \mathbf{R}^{n \times m}$, dan $\mathbf{C}_i \in \mathbf{R}^{q \times n}$. $z_i(t), \dots, z_p(t)$ adalah variabel premis; $\mathbf{z}(t)$ merupakan vektor yang berisi semua elemen individu $z_i(t), \dots, z_p(t)$. Robot pendulum terbalik beroda dua merupakan sistem kontinyu. Maka aturan model T-S untuk sistem kontinyu yaitu: [7]

Aturan model i :

IF $z_i(t)$ adalah M_{i1} dan \dots dan $z_p(t)$ adalah M_{ip} ,

$$\mathbf{THEN} \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_i \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_i \mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}_i \mathbf{x}(t) \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, r. \quad (2.42)$$

Diketahui sepasang titik operasi $(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t))$, maka *output* akhir sistem *fuzzy* setelah didefuzifikasi menggunakan metode *center*

(*weighted*) average dengan $w_i(z(t))$ sebagai bobot setiap aturan, dapat disimpulkan sebagai berikut :

Untuk persamaan *state*:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \frac{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))\{\mathbf{A}_i\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_i\mathbf{u}(t)\}}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))} \\ \dot{\mathbf{x}}(t) &= \sum_{i=1}^r w_i(z(t))\{\mathbf{A}_i\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_i\mathbf{u}(t)\}\end{aligned}\quad (2.43)$$

Untuk persamaan *output*:

$$\begin{aligned}\mathbf{y}(t) &= \frac{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))\mathbf{C}_i\mathbf{x}(t)}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))} \\ \mathbf{y}(t) &= \sum_{i=1}^r w_i(z(t))\mathbf{C}_i\mathbf{x}(t)\end{aligned}\quad (2.44)$$

dengan:

$$\begin{aligned}z(t) &= [z_1(t)z_2(t) \cdots z_p(t)], \\ \sum_{i=1}^r w_i(z(t)) &= 1\end{aligned}\quad (2.45)$$

2.9 Parallel Distributed Compensation (PDC)

Parallel distributed compensation menawarkan sebuah prosedur desain kontroler *fuzzy* berdasarkan model *plant fuzzy* T-S yang telah diketahui. *Plant fuzzy* T-S merupakan *plant* sistem nonlinear yang telah dikonversi kedalam bentuk model *fuzzy* T-S. Dalam desain PDC, setiap aturan kontrol didesain dari aturan model *fuzzy* T-S yang bersesuaian. PDC akan membangun kontroler *fuzzy* yang memiliki aturan-aturan premis yang identik terhadap *plant fuzzy* T-S. Sehingga kontroler *fuzzy* yang dirancang akan berbagi himpunan *fuzzy* yang sama dengan model *fuzzy* T-S. Setiap ketentuan pada bagian konsekuen kontroler, merupakan aturan kontrol yang didesain untuk mengontrol sistem linear pada bagian konsekuen *plant fuzzy* T-S yang bersesuaian [9]. PDC merupakan prosedur yang sederhana untuk menangani sistem kontrol linear. Berikut gagasan mengenai kontroler *fuzzy* melalui desain PDC untuk model *fuzzy* pada Persamaan (2.42) [7].

Aturan kontrol i :

$$\begin{aligned} & \text{IF } z_i(t) \text{ adalah } M_{i1} \text{ dan } \dots \text{ dan } z_p(t) \text{ adalah } M_{ip}, \\ & \text{THEN } \mathbf{u}(t) = -\mathbf{K}_i \mathbf{x}(t) \quad i = 1, 2, \dots, r \end{aligned} \quad (2.46)$$

Aturan kontrol *fuzzy* pada Persamaan (2.46) memiliki kontroler linear pada bagian konsekuennya. Kontroler *fuzzy* keseluruhan dijelaskan melalui:

$$\mathbf{u}(t) = -\frac{\sum_{i=1}^r w_i(z(t)) \mathbf{K}_i \mathbf{x}(t)}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))} = -\sum_{i=1}^r w_i(z(t)) \mathbf{K}_i \mathbf{x}(t) \quad (2.47)$$

Kontroler *fuzzy* PDC menentukan *feedback gain* lokal \mathbf{K}_i berdasarkan parameter matriks \mathbf{A}_i dan \mathbf{B}_i yang didapat dari model *plant fuzzy* T-S. *Feedback gain* lokal \mathbf{K}_i diperoleh dari sistem kontrol penempatan kutub (*pole placement*), LQR, dll. Garis besar PDC diperlihatkan pada Gambar 2.13 [15].

Aturan model plant ke-1: **IF** premis **THEN** $\dot{x}(t) = A_1 x(t) + B_1 u(t)$

Aturan model kontroler ke-1: **IF** premis **THEN** $u(t) = -K_1 x(t)$

⋮

Aturan model plant ke- r : **IF** premis **THEN** $\dot{x}(t) = A_r x(t) + B_r u(t)$

Aturan model kontroler ke- r : **IF** premis **THEN** $u(t) = -K_r x(t)$

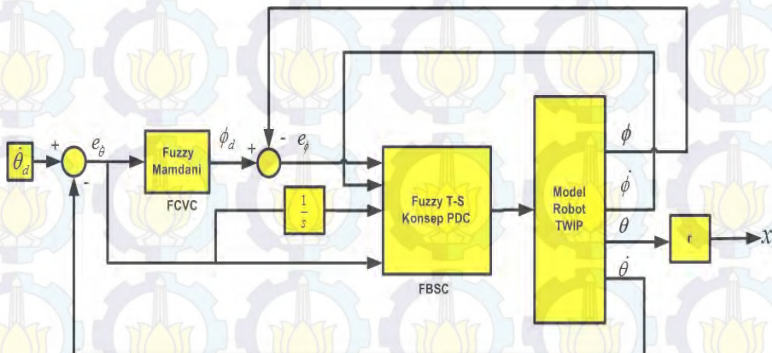
Gambar 2.13 Garis besar PDC

BAB 3 PERANCANGAN SISTEM

Pada bab tiga dibahas mengenai proses perancangan kontrol kecepatan pada robot pendulum terbalik beroda dua menggunakan kontroler *fuzzy*. Proses perancangan terdiri dari pemodelan sistem robot, linearisasi persamaan *state* robot, perancangan kontroler *fuzzy* Takagi-Sugeno dan perancangan kontroler *fuzzy* Mamdani.

3.1 Diagram Blok Sistem

Setiap sistem kontrol terdiri dari komponen-komponen yang memiliki fungsinya masing-masing. Fungsi tiap komponen ditunjukkan dalam diagram blok. Pada Gambar 3.1 ditunjukkan diagram blok kontrol kecepatan pada robot pendulum terbalik beroda dua menggunakan kontroler *fuzzy*. Sistem terdiri dari referensi, kontroler, dan *plant*. $\dot{\theta}_d$ merupakan referensi kecepatan gerak konstan robot yang akan dibandingkan dengan nilai kecepatan gerak aktual robot. Hasil perbandingan kecepatan merupakan sinyal *error* yang dijadikan masukan untuk kontroler FCVC. Keluaran kontroler FCVC merupakan sudut pendulum yang diharapkan (ϕ_d) yang dijadikan referensi untuk sudut aktual pendulum. Lalu kontroler FBSC akan mengolah sinyal *error* dari seluruh *state* robot dan menghasilkan sinyal kontrol untuk mengontrol keseimbangan robot.



Gambar 3.1 Diagram blok kontrol kecepatan pada robot pendulum terbalik beroda dua

3.2 Pemodelan Sistem Robot Pendulum Terbalik Beroda Dua

Tahap pertama perancangan sistem dimulai dari pemodelan sistem robot pendulum terbalik beroda dua. Berdasarkan Persamaan (2.46) dan Persamaan (2.47), dapat dirumuskan persamaan *state* robot pendulum terbalik beroda dua seperti berikut:

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = \dot{\phi}$$

$$\dot{x}_3 = \dot{\theta}$$

$$\dot{x}_4 = \frac{(M_p + M_c)g\alpha x_1}{l((1-\beta^2)M_p + M_c)} - \frac{u(t)\beta}{r.l((1-\beta^2)M_p + M_c)}$$

$$\dot{x}_3 = x_4$$

$$\dot{x}_4 = \ddot{\theta}$$

$$\dot{x}_4 = \ddot{\theta}$$

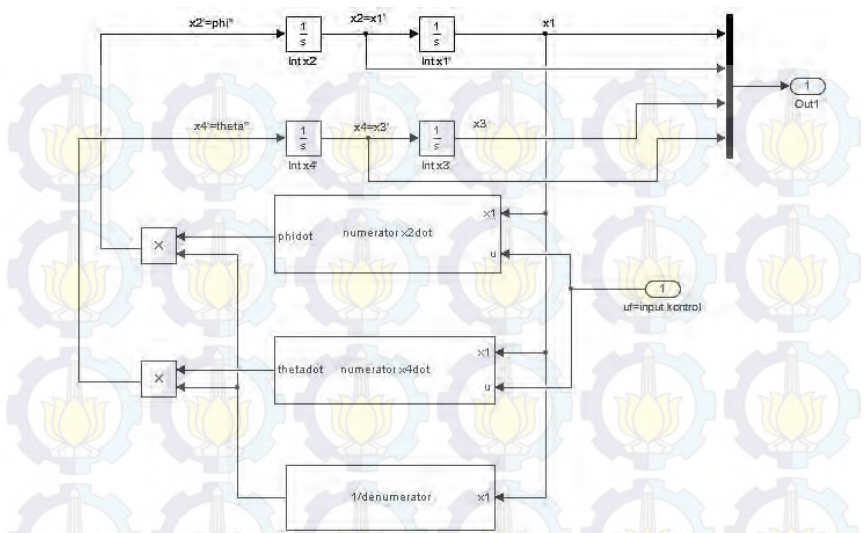
$$\dot{x}_4 = \frac{-M_p.g.\alpha.\beta.x_1}{r((1-\beta^2)M_p + M_c)} + \frac{u(t)}{r^2((1-\beta^2)M_p + M_c)}$$

dengan:

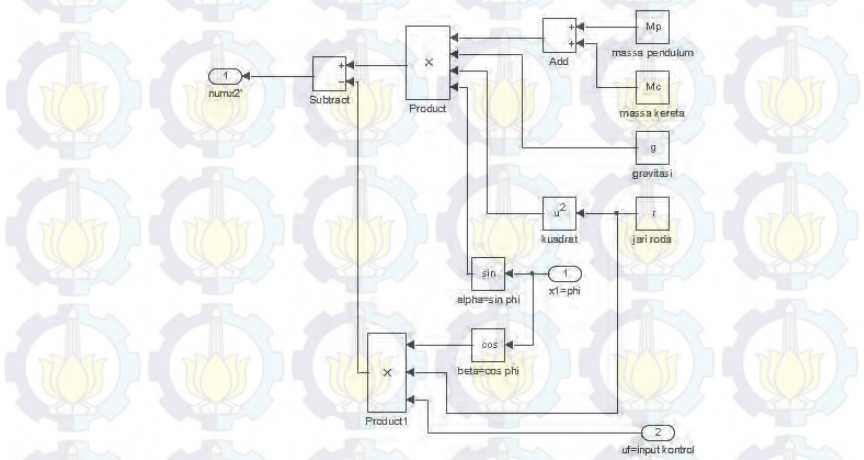
$$\alpha = \frac{\sin \phi}{\phi};$$

$$\beta = \cos \phi;$$

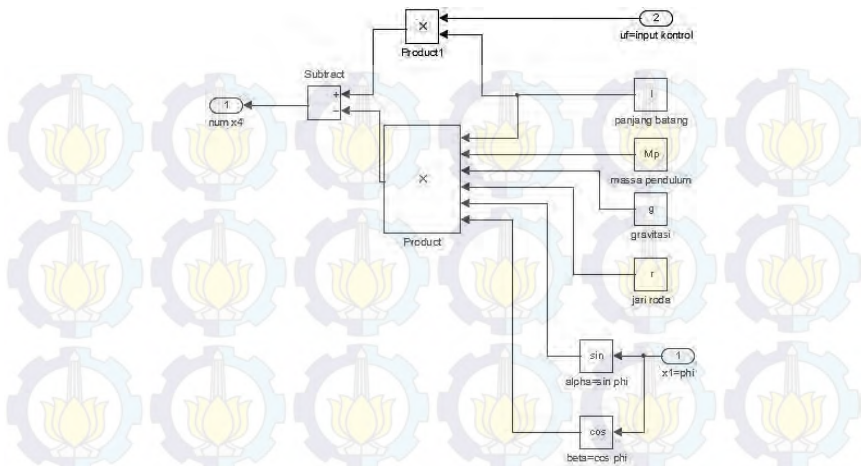
x_1 menyatakan sudut kemiringan pendulum; x_2 menyatakan kecepatan sudut pendulum; x_3 menyatakan sudut putar motor; dan x_4 menyatakan kecepatan sudut putar motor. Pada Gambar 3.2 ditunjukkan keempat persamaan *state* yang telah dimodelkan pada jendela *Simulink*. Agar pemodelan lebih sederhana, dilakukan beberapa manipulasi sehingga sistem robot pendulum terbalik beroda dua pada Gambar 3.2 terdiri dari tiga buah subsistem yaitu: *numerator* \dot{x}_2 , *numerator* \dot{x}_4 , dan *1/denominator*. Masing-masing subsistem berturut-turut ditunjukkan oleh Gambar 3.3, Gambar 3.4, dan Gambar 3.5. Nilai parameter M_p , M_c , l , g , dan r yang dibutuhkan untuk pemodelan diambil dari Tabel 2.1. M_p adalah massa pendulum; M_c adalah massa kereta, l adalah panjang antara poros roda dan pusat gravitasi pendulum; g adalah percepatan gravitasi, dan r adalah jari-jari roda.



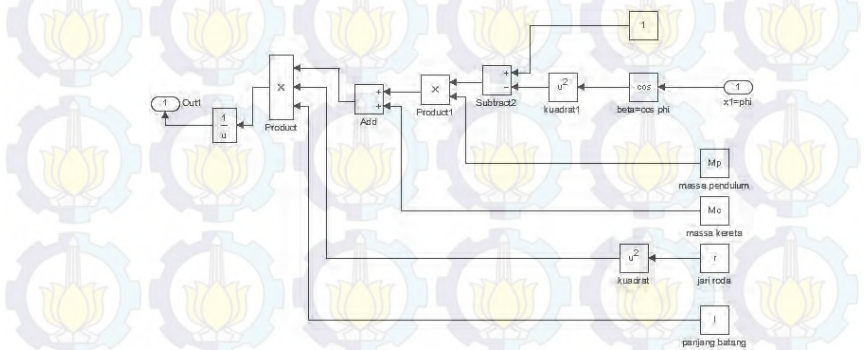
Gambar 3.2 Model persamaan *state* robot pendulum terbalik beroda dua



Gambar 3.3 Subsistem *numerator* \dot{x}_2



Gambar 3.4 Subsistem *numerator* \dot{x}_4



Gambar 3.5 Subsistem *1/denominator*

3.3 Linearisasi Model Plant

Proses perancangan setelah pemodelan robot pendulum terbalik beroda dua adalah linearisasi pada daerah kerja. Pada tugas akhir ini linearisasi dilakukan pada tiga daerah kerja sudut kemiringan pendulum (x_1) yaitu 0 radian , $\pm 0,3 \text{ radian}$, dan $\pm 0,5 \text{ radian}$. Metode linearisasi yang digunakan berdasarkan Subbab 2.4 yaitu matriks Jacobian, dijelaskan sebagai berikut:

$$\dot{x}_1 = f_1(x(t), u(t)) = \dot{\phi} = x_2 \tag{3.1}$$

$$\dot{x}_2 = f_2(x(t), u(t)) = \frac{(M_p + M_c)g\alpha x_1 - u(t)\beta}{r.l((1-\beta^2)M_p + M_c)} \quad (3.2)$$

$$\dot{x}_3 = f_3(x(t), u(t)) = \dot{\theta} = x_4 \quad (3.3)$$

$$\dot{x}_4 = f_4(x(t), u(t)) = \frac{-M_p.g.\alpha.\beta.x_1}{r((1-\beta^2)M_p + M_c)} + \frac{u(t)}{r^2((1-\beta^2)M_p + M_c)} \quad (3.4)$$

untuk mempersingkat penulisan, maka $u(t) = u$; $x(t) = x$, lalu i merupakan daerah kerja x_1 dengan $i = 1, 2, 3$. Berdasarkan Persamaan (2.20) dan (2.21), matriks Jacobian menjadi:

$$\mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(x,u)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1(x,u)}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1(x,u)}{\partial x_3} & \frac{\partial f_1(x,u)}{\partial x_4} \\ \frac{\partial f_2(x,u)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2(x,u)}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2(x,u)}{\partial x_3} & \frac{\partial f_2(x,u)}{\partial x_4} \\ \frac{\partial f_3(x,u)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3(x,u)}{\partial x_2} & \frac{\partial f_3(x,u)}{\partial x_3} & \frac{\partial f_3(x,u)}{\partial x_4} \\ \frac{\partial f_4(x,u)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_4(x,u)}{\partial x_2} & \frac{\partial f_4(x,u)}{\partial x_3} & \frac{\partial f_4(x,u)}{\partial x_4} \end{bmatrix}_{\substack{x=x_n \\ u=u_n}} \quad (3.5)$$

$$\mathbf{B}_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(x,u)}{\partial u} \\ \frac{\partial f_2(x,u)}{\partial u} \\ \frac{\partial f_3(x,u)}{\partial u} \\ \frac{\partial f_4(x,u)}{\partial u} \end{bmatrix}_{\substack{x=x_n \\ u=u_n}} \quad (3.6)$$

substitusi Persamaan (3.1)-(3.4) pada Persamaan (3.5) dan (3.6), maka diperoleh matriks A dan B hasil linearisasi yaitu sebagai berikut:

$$\mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{(M_p+M_c)g\alpha}{l((1-\beta^2)M_p+M_c)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{M_p g \alpha \beta}{r((1-\beta^2)M_p+M_c)} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} x=x_n \\ u=u_n \end{matrix} \quad (3.7)$$

$$\mathbf{B}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ \beta \\ \frac{1}{r^2((1-\beta^2)M_p+M_c)} \end{bmatrix} \begin{matrix} x=x_n \\ u=u_n \end{matrix} \quad (3.8)$$

Persamaan (2.22) merupakan persamaan *state*, dapat ditulis menjadi:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_i \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_i u(t) \quad (3.9)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{(M_p+M_c)g\alpha}{l((1-\beta^2)M_p+M_c)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{M_p g \alpha \beta}{r((1-\beta^2)M_p+M_c)} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \beta \\ 0 \\ \frac{1}{r^2((1-\beta^2)M_p+M_c)} \end{bmatrix} u(t)$$

Persamaan (2.23) merupakan persamaan *output*, dapat ditulis menjadi:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C} \mathbf{x}(t) + \mathbf{D} u(t) \quad (3.10)$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + (0) \cdot u(t)$$

dengan bantuan *command* `linmod2`, hasil linearisasi untuk tiga daerah kerja yaitu sebagai berikut:

1. Linearisasi pada daerah kerja $x_1 = 0$ radian untuk $x_n = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ dan $u_n = 0$, diperoleh:

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 26,6778 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -35,3889 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -0,7937 \\ 0 \\ 3,9683 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

2. Linearisasi pada daerah kerja $x_1 = \pm 0,3 \text{ radian}$ untuk $x_n = [\pm 0,3 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ dan $u_n = 0$, diperoleh:

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 23,1964 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -26,4003 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -0,7350 \\ 0 \\ 3,8469 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

3. Linearisasi pada daerah kerja $x_1 = \pm 0,5 \text{ radian}$ untuk $x_n = [\pm 0,5 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ dan $u_n = 0$, diperoleh:

$$\mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 18,3041 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -13,7979 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ -0,6431 \\ 0 \\ 3,6641 \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

3.4 Perancangan Kontroler *Fuzzy Takagi-Sugeno*

Model *fuzzy* T-S disusun dengan menggunakan hasil linearisasi pada Persamaan (3.11), (3.12), dan (3.13). Berdasarkan Persamaan (2.42), (3.11), (3.12), dan (3.13) jumlah aturan model *fuzzy* T-S yang dapat disusun berjumlah tiga buah dengan satu variabel premis ($z(t)$) yaitu sudut pendulum $x_1(t)$. M_{ij} adalah himpunan *fuzzy* yang akan digunakan pada aturan model *plant* dan aturan kontroler. Aturan model *fuzzy* T-S menjadi:

Aturan model *plant* pertama:

IF $x_1(t)$ adalah M_1 (sekitar 0 *radian*)

$$\text{THEN} \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_1 \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_1 \mathbf{u}(t) \\ y(t) = \mathbf{C}_1 \mathbf{x}(t) \end{cases} \quad (3.14)$$

Aturan model *plant* kedua:

IF $x_1(t)$ adalah $M_2 (\pm 0,3 \text{ radian})$

$$\text{THEN} \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_2 \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_2 \mathbf{u}(t) \\ y(t) = \mathbf{C}_2 \mathbf{x}(t) \end{cases} \quad (3.15)$$

Aturan model *plant* ketiga:

IF $x_1(t)$ adalah $M_2 (\pm 0,5 \text{ radian})$

$$\text{THEN} \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_3 \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_3 \mathbf{u}(t) \\ y(t) = \mathbf{C}_3 \mathbf{x}(t) \end{cases} \quad (3.16)$$

Sesuai dengan prosedur PDC pada Subbab 2.9, aturan kontroler *fuzzy* dapat disusun bersesuaian dengan aturan model *plant* T-S. Berdasarkan Persamaan (2.46) dan Gambar 2.13, aturan kontroler menjadi:

Aturan kontroler pertama:

IF $x_1(t)$ adalah M_1 (sekitar 0 *radian*)

$$\text{THEN } \mathbf{u}(t) = -\mathbf{K}_1 \mathbf{x}(t) \quad (3.17)$$

Aturan kontroler kedua:

IF $x_1(t)$ adalah $M_2 (\pm 0,3 \text{ radian})$

$$\text{THEN } \mathbf{u}(t) = -\mathbf{K}_2 \mathbf{x}(t) \quad (3.18)$$

Aturan kontroler ketiga:

IF $x_1(t)$ adalah $M_3 (\pm 0,5 \text{ radian})$

$$\text{THEN } \mathbf{u}(t) = -\mathbf{K}_3 \mathbf{x}(t) \quad (3.19)$$

Berdasarkan Persamaan (2.47), kontroler *fuzzy* keseluruhan menjadi:

$$\mathbf{u}(t) = -\left(w_1(x_1(t))\mathbf{K}_1\mathbf{x}(t) + w_2(x_1(t))\mathbf{K}_2\mathbf{x}(t) + w_3(x_1(t))\mathbf{K}_3\mathbf{x}(t)\right) \quad (3.20)$$

$w_1(x_1(t))$, $w_2(x_1(t))$, $w_3(x_1(t))$ dan berturut-turut merupakan bobot dari aturan model T-S pertama, kedua, dan ketiga.

Pada Gambar 3.6 ditunjukkan fungsi keanggotaan M_1 , M_2 , dan M_3 yang digunakan pada aturan model *plant* T-S. Fungsi keanggotaan yang digunakan pada M_1 , M_2 , dan M_3 yaitu fungsi keanggotaan segitiga. M_1 memiliki parameter $a = -0,3$; $c = 0$; dan $b = 0,3$. M_2 memiliki dua himpunan pendukung. Himpunan pertama memiliki parameter $a = 0$; $c = 0,3$; dan $b = 0,5$. Lalu himpunan kedua memiliki parameter $a = -0,5$; $c = -0,3$; dan $b = 0$. M_3 diperoleh dari Persamaan (3.21). Berdasarkan Persamaan (2.30), M_1 , M_2 , dan M_3 menjadi:

$$M_{1,2} = \begin{cases} 0; & x \leq a \\ \frac{x-a}{c-a}; & a \leq x \leq c \\ \frac{b-x}{b-c}; & c \leq x \leq b \\ 0; & x \geq b \end{cases}, \quad M_3 = 1 - M_1 - M_2 \quad (3.21)$$

Matriks \mathbf{K}_1 , \mathbf{K}_2 , dan \mathbf{K}_3 pada aturan kontroler diperoleh dari sistem kontrol penempatan kutub. Untuk memperoleh matriks \mathbf{K}_1 , \mathbf{K}_2 , dan \mathbf{K}_3 yang tepat, maka perlu penentuan letak kutub lup-tertutup yang diinginkan (*desired poles*). Kutub lup-tertutup yang diinginkan adalah $[\mu_1 \ \mu_2 \ \mu_3 \ \mu_4]^T$. μ_1, μ_2 merupakan kutub dominan, sedangkan μ_3, μ_4 kutub tidak dominan. Kutub dominan ditentukan berdasarkan perbandingan redaman (ζ) dan *settling time* (t_s) yang diinginkan dari sistem yang dirancang. Kutub tidak dominan diletakkan lebih jauh dari kutub μ_1, μ_2 . Setelah dilakukan simulasi percobaan, kutub lup-tertutup yang sesuai untuk robot pendulum terbalik beroda dua yaitu:

1. kutub lup-tertutup yang diinginkan pada daerah kerja $x_1 = 0$ *radian* untuk $\zeta = 1$ dan $t_s = 1,41$ *detik*, yaitu:

$$[-2 \quad -2,25 \quad -10 \quad -10,25]^T \quad (3.22)$$

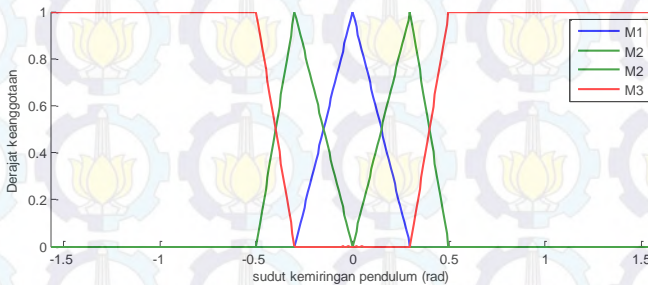
2. kutub lup-tertutup yang diinginkan pada daerah kerja $x_1 = \pm 0,3$ *radian* untuk $\zeta = 1$ dan $t_s = 1,51$ *detik*, yaitu:

$$[-1,95 \quad -2 \quad -9,75 \quad -10]^T \quad (3.23)$$

3. kutub lup-tertutup yang diinginkan pada daerah kerja $x_1 = \pm 0,5 \text{ radian}$ untuk $\zeta = 1$ dan $t_s = 1,7 \text{ detik}$, yaitu:

$$[-1,76 \quad -1,77 \quad -8,8 \quad -8,85]^T \quad (3.24)$$

maka matriks K_1 , K_2 , dan K_3 dihasilkan dari operasi matematis antara kutub lup-tertutup yang diinginkan, matriks A , dan matriks B pada tiga daerah kerja.



Gambar 3.6 Fungsi keanggotaan aturan model *plant* T-S

3.5 Perancangan Kontroler *Fuzzy* Mamdani

Kontroler kecepatan gerak konstan pada robot pendulum terbalik beroda dua bertujuan sebagai kontroler tambahan sehingga robot pendulum terbalik beroda dua mampu berdiri seimbang dan bergerak dengan kecepatan konstan yang diinginkan. Jika robot mencoba bergerak maju (atau mundur) dari kondisi *state* awal yang bernilai disekitar nol, maka aksi yang dilakukan adalah memberi sudut positif (atau negatif) pada batang pendulum robot. Sudut kemiringan batang pendulum yang bernilai positif (atau negatif) dapat mengubah-ubah kecepatan gerak robot pendulum terbalik beroda dua. Jadi, robot pendulum terbalik beroda dua harus bergerak maju (atau mundur) *acceleratively* untuk menghindari batang pendulum robot jatuh. Kontroler ini memiliki satu buah masukan yaitu *error* kecepatan sudut putar motor ($e_{\dot{\theta}}$) dan satu buah keluaran yaitu sudut kemiringan

pendulum yang diinginkan (ϕ_d). *Error* kecepatan sudut putar motor dinyatakan sebagai:

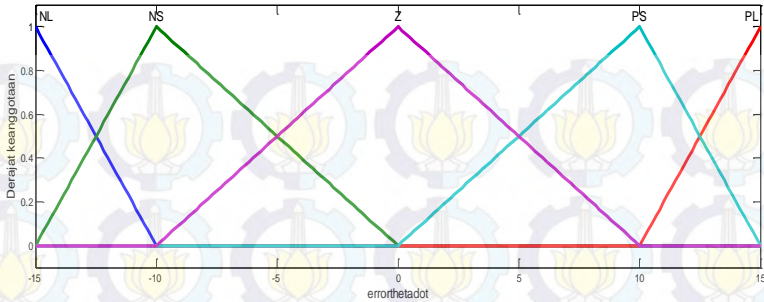
$$e_{\theta} = \dot{\theta}(t) - \dot{\theta}_d(t) \quad (3.25)$$

State yang diinginkan dari robot pendulum terbalik beroda dua adalah $x_d(t) = [\phi_d(t) \ \dot{\phi}_d(t) \ \theta_d(t) \ \dot{\theta}_d(t)]^T$. $x_d(t)$ merupakan nilai yang diinginkan dari $\phi(t)$, $\dot{\phi}(t)$, $\theta(t)$, dan $\dot{\theta}(t)$. Oleh karena itu, *error state* dapat dituliskan sebagai berikut:

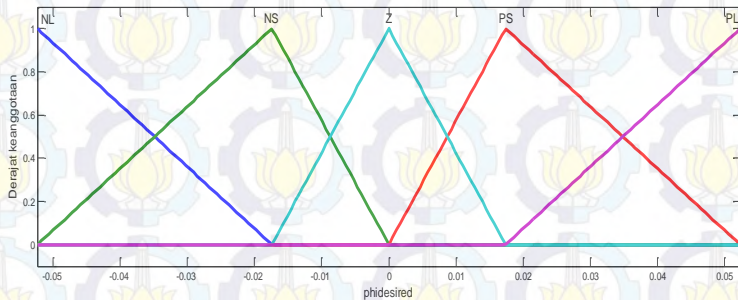
$$\begin{aligned} e(t) &= x(t) - x_d(t) \\ e(t) &= [e_{\phi}(t) \ e_{\dot{\phi}}(t) \ e_{\theta}(t) \ e_{\dot{\theta}}(t)]^T \\ e(t) &= [\phi(t) - \phi_d(t) \ \dot{\phi}(t) - \dot{\phi}_d(t) \ \theta(t) - \theta_d(t) \ \dot{\theta}(t) - \dot{\theta}_d(t)]^T \end{aligned} \quad (3.26)$$

Fungsi keanggotaan yang digunakan pada masukan kontroler adalah fungsi keanggotaan segitiga berdasarkan Persamaan (2.30). Variabel masukan *error* kecepatan sudut putar motor (e_{θ}) dan variabel keluaran sudut kemiringan pendulum yang diinginkan (ϕ_d) dibagi menjadi lima himpunan pendukung *fuzzy* seperti yang ditunjukkan oleh Gambar 3.7 dan Gambar 3.8, yaitu *Negative Large* (NL), *Negative Small* (NS), *Zero* (Z), *Positive Small* (PS), dan *Positive Large* (PL). Semesta pembicaraan untuk masukan *error* kecepatan sudut putar motor (e_{θ}) (*rad/s*) yaitu $[-15 \ 15]$, sedangkan untuk keluaran sudut kemiringan pendulum yang diinginkan (ϕ_d) (*rad*) yaitu $[-0,0523 \ 0,0523]$. Dasar-aturan *fuzzy* yang digunakan pada kontroler kecepatan gerak konstan yaitu:

1. Aturan pertama : jika e_{θ} adalah PL maka ϕ_d adalah NL;
2. Aturan kedua : jika e_{θ} adalah PS maka ϕ_d adalah NS;
3. Aturan ketiga : jika e_{θ} adalah Z maka ϕ_d adalah Z;
4. Aturan keempat : jika e_{θ} adalah NS maka ϕ_d adalah PS;
5. Aturan kelima : jika e_{θ} adalah NL maka ϕ_d adalah PL.



Gambar 3.7 Fungsi keanggotaan $e_{\dot{\theta}}$



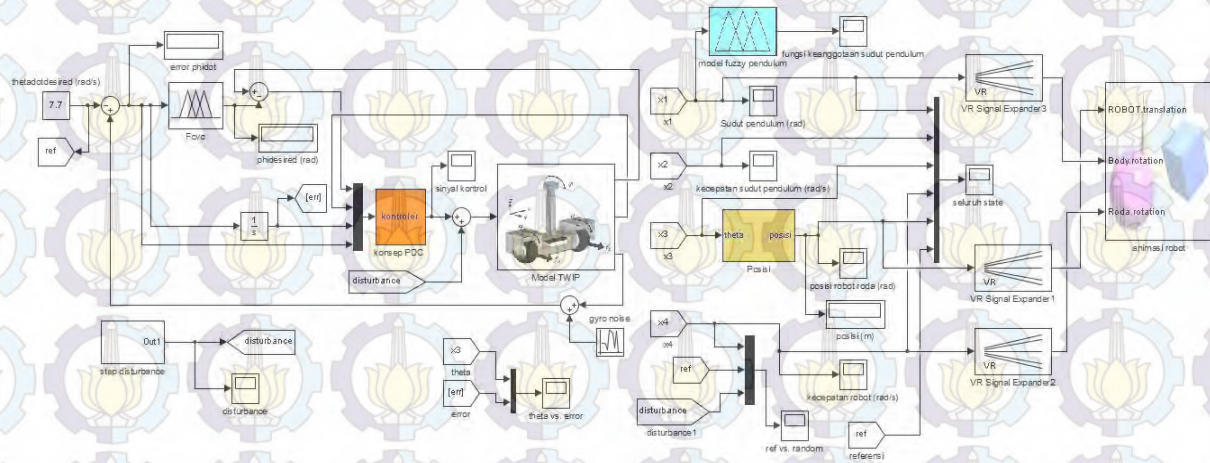
Gambar 3.8 Fungsi keanggotaan ϕ_a

3.6 Perancangan dan Simulasi Sistem

Langkah terakhir proses perancangan adalah merancang simulasi kontrol keseimbangan dan kecepatan pada *plant* robot pendulum terbalik beroda dua. Simulasi sistem kontrol dilakukan pada jendela *Simulink* seperti yang ditunjukkan oleh Gambar 3.9. Setiap elemen sistem yang telah dirancang dari Subbab 3.2 sampai dengan Subbab 3.5 saling berintegrasi untuk menjadi sebuah sistem kontrol. Kerangka simulasi mengikuti diagram blok yang ditunjukkan oleh Gambar 3.1. Sistem kontrol keseimbangan dan kecepatan merupakan sistem kontrol lup-tertutup yang terdiri dari kontroler, *plant*, dan umpan balik. Kedua buah kontroler didesain *cascade*, dengan kontroler Takagi-Sugeno untuk keseimbangan robot yang menjadi lup-dalam, sementara kontroler Mamdani untuk kecepatan gerak konstan menjadi lup-luar. Kontroler *fuzzy* Takagi-Sugeno yang dirancang berdasarkan prosedur PDC berada didalam subsistem Kontroler PDC. Kontroler *fuzzy* Takagi-Sugeno ini

yang disebut kontroler *fuzzy balanced standing control* (FBSC), sedangkan kontroler *fuzzy Mamdani* disebut *fuzzy constant velocity control* (FCVC).

Kontroler *fuzzy Mamdani* menerima masukan *error* yang merupakan hasil pengurangan antara kecepatan sudut putar motor yang diinginkan ($\dot{\theta}_d$) dengan *state* kecepatan sudut putar motor robot (x_4). Kecepatan sudut putar motor yang diinginkan merupakan sinyal step yang merepresentasikan kecepatan gerak konstan pada robot. Keluaran kontroler berupa sudut kemiringan pendulum yang diinginkan (ϕ_d) agar pendulum dapat tetap berdiri tegak. Kemudian sudut kemiringan pendulum yang diinginkan (ϕ_d) akan dibandingkan dengan *state* sudut kemiringan pendulum robot (x_1). Pada *state* kecepatan sudut putar motor robot (x_4) diberi *noise* berupa sinyal *random* (*white gaussian noise*) sebagai representasi *noise* yang dihasilkan sensor *gyroscope* dengan nilai $\mu = 0$ dan $\sigma = 0.58$ [16]. Selain itu, sistem kontrol diberi *disturbance* berupa sinyal *step* yang aktif dalam waktu tertentu. Kontroler *fuzzy PDC* akan mengolah informasi masukan *state* untuk menghasilkan sinyal kontrol yang sesuai agar robot dapat berdiri seimbang dan bergerak dengan kecepatan gerak konstan.



Gambar 3.9 Simulasi kontrol keseimbangan dan kecepatan robot pendulum terbalik beroda dua

BAB 4 PENGUJIAN DAN ANALISA

Pada bab ini akan dipaparkan hasil simulasi dan pengujian sistem kontrol kecepatan robot pendulum terbalik beroda dua yang telah dirancang dan dijelaskan pada BAB 3 sebagai uji validitas. Selanjutnya dilakukan analisa berdasarkan data hasil pengujian sistem.

4.1 Simulasi Sistem Pengaturan

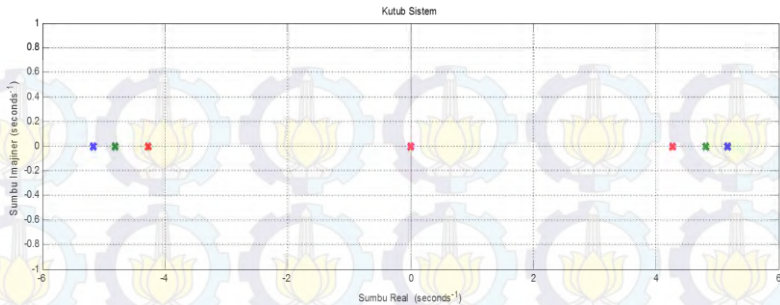
Setelah proses perancangan sistem dan kontroler, selanjutnya dilakukan proses implementasi. Implementasi dilakukan untuk menguji kemampuan kontroler hasil desain saat diterapkan pada *plant*. *Plant* robot pendulum terbalik beroda dua yang digunakan berupa *virtual plant* pada MATLAB yang telah dibuat oleh [5], sehingga implementasi kontroler pada *plant* berupa simulasi, yang dilakukan pada jendela *Simulink*.

4.2 Pengujian Sistem Kontrol

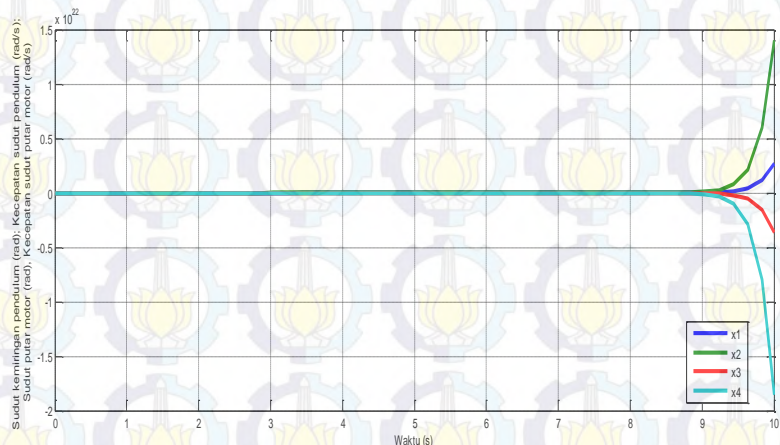
Pengujian sistem kontrol terdiri dari empat bagian, yaitu: pengujian sistem kontrol penempatan kutub; pengujian tanpa *noise*, pengujian *white gaussian noise* dengan nilai *mean* 0 dan *variance* 0,5; serta pengujian *white gaussian noise* dengan nilai *mean* 0 dan *variance* 0,1. Pengujian tanpa *noise* dan pengujian *white gaussian noise* dengan nilai *mean* 0 dan *variance* 0,1, terdiri dari: pengujian kombinasi kontroler *fuzzy* Mamdani dan Takagi-Sugeno, pengujian kondisi awal yang berbeda, pengujian nilai θ_d yang berbeda, dan pengujian dengan *disturbance*.

4.2.1 Pengujian Sistem Kontrol Penempatan Kutub

Sebelum melakukan pengujian sistem kontrol penempatan kutub, maka perlu dilakukan pemeriksaan kutub-kutub yang dimiliki sistem robot pendulum terbalik beroda dua. Gambar 4.1 menunjukkan kutub-kutub robot untuk daerah kerja $x_1 = 0$ *radian*, $x_1 = \pm 0,3$ *radian*, dan $x_1 = \pm 0,5$ *radian* lalu Gambar 4.2 menunjukkan respons lup-terbuka untuk seluruh *state* pada robot pendulum terbalik beroda dua.



Gambar 4.1 Kutub-kutub robot pendulum terbalik beroda dua



Gambar 4.2 Lup-terbuka robot pendulum terbalik beroda dua

Pengujian sistem kontrol penempatan kutub dilakukan untuk mendapatkan nilai matriks K_1 , K_2 , dan K_3 yang akan digunakan pada kontroler Takagi-Sugeno (FBSC). Respons sistem yang diinginkan dari linearisasi pada daerah kerja $x_1 = 0 \text{ radian}$, $x_1 = \pm 0,3 \text{ radian}$, dan $x_1 = \pm 0,5 \text{ radian}$ adalah redaman kritis (*critically damped*), sehingga dipilih nilai $\zeta = 1$ lalu *settling time* yang berbeda dengan kriteria *error* yang dipilih $\pm 5\%$. Berdasarkan Persamaan (3.11) - (3.13) serta nilai kutub pada Persamaan (3.22) - (3.24) lalu dengan bantuan *command* pada MATLAB yaitu:

$$K1 = \text{place}(A1, B1, \text{despole1})$$

$K_2 = \text{place}(A_2, B_2, \text{despole}_2)$

$K_3 = \text{place}(A_3, B_3, \text{despole}_3)$

maka diperoleh nilai *feedback gain* K_1 , K_2 , dan K_3 sebagai berikut:

$$K_1 = [-306,5245 \quad -64,7325 \quad -5,9304 \quad -6,7725]$$

$$K_2 = [-304,1492 \quad -66,8820 \quad -5,4454 \quad -6,6182]$$

$$K_3 = [-275,0354 \quad -65,2316 \quad -4,1689 \quad -5,6689]$$

4.2.2 Pengujian Tanpa Noise

Pengujian awal dilakukan untuk mengetahui respons sudut kemiringan pendulum, kecepatan gerak konstan, dan sinyal kontrol saat state x_4 tidak diberi *white gaussian noise*. Pengujian terdiri dari: pengujian kombinasi kontroler *fuzzy* Mamdani dan Takagi-Sugeno, pengujian kondisi awal yang berbeda, pengujian nilai θ_d yang berbeda, dan pengujian dengan *disturbance*.

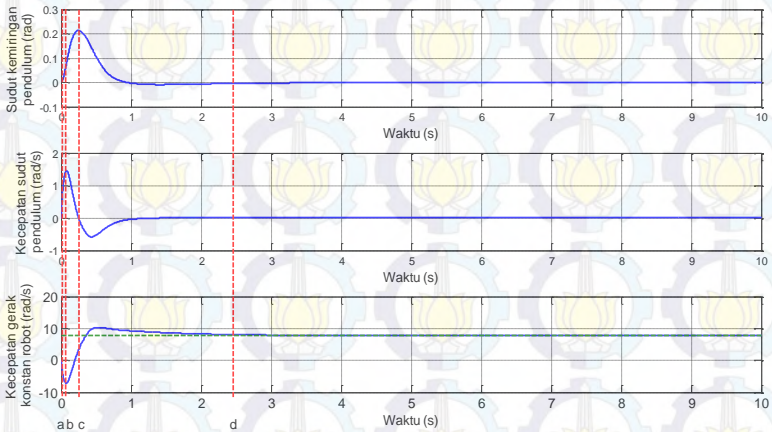
4.2.2.1 Pengujian Kombinasi Kontroler Fuzzy Mamdani dan Takagi-Sugeno

Pengujian dilakukan untuk mengetahui respons sistem robot pendulum terbalik beroda dua saat seluruh kondisi awal state $[0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ dan nilai referensi kecepatan gerak konstan yang diinginkan yaitu $\theta_d = 7,7 \text{ rad/s}$. Gambar 4.3 menunjukkan respons sudut kemiringan pendulum, kecepatan sudut pendulum, dan kecepatan gerak konstan robot pendulum terbalik beroda dua, diambil respons 5 detik awal.

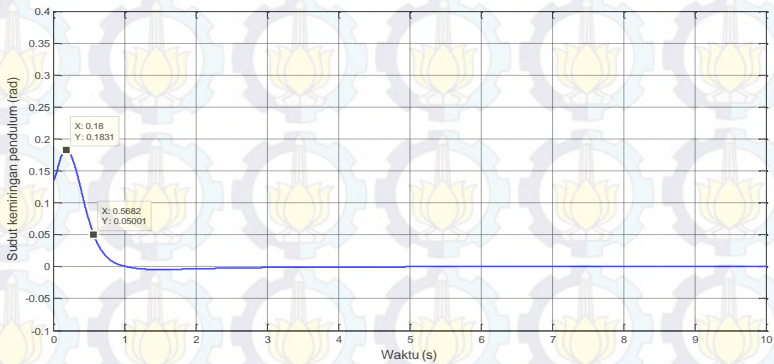
4.2.2.2 Pengujian Kondisi Awal yang Berbeda

Pengujian selanjutnya dilakukan untuk mengetahui respons sistem robot pendulum terbalik beroda dua saat diberi kondisi awal yang berbeda dengan nilai referensi kecepatan gerak yang diinginkan $\theta_d = 7,7 \text{ rad/s}$ dan menggunakan kombinasi kontroler FCVC dengan FBSC. Pengujian dilakukan dengan nilai kondisi awal state $[0,135 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ dan $[0,25 \ 0 \ 0 \ 0]^T$. Gambar 4.4, Gambar 4.6 di halaman 45, dan Gambar 4.8 di halaman 46, berturut-turut menunjukkan respons sudut pendulum, kecepatan gerak konstan robot, dan sinyal kontrol yang diberikan untuk $x_1 = 0,135 \text{ radian}$. Respons

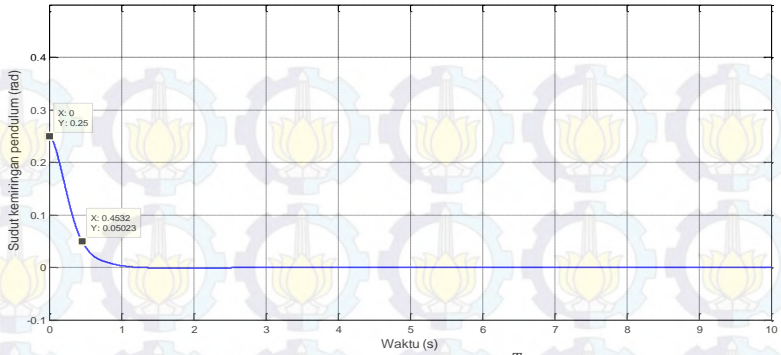
saat *state* awal $x_1 = 0,25 \text{ radian}$ berturut-turut ditunjukkan oleh Gambar 4.5, Gambar 4.7 di halaman 45, dan Gambar 4.9 di halaman 46.



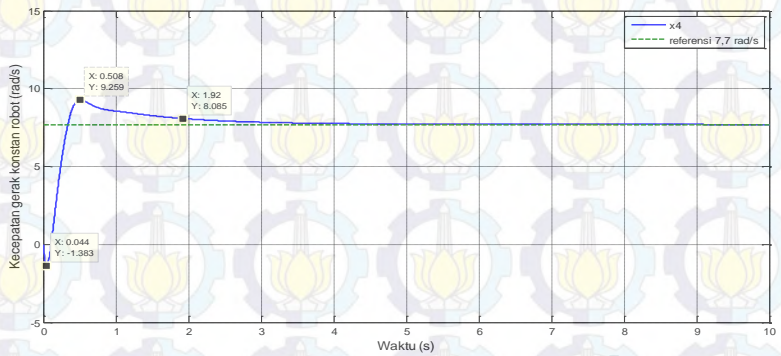
Gambar 4.3 Simulasi kombinasi kontroler FCVC dengan FBSC saat $\dot{\theta}_d = 7,7 \text{ rad/s}$



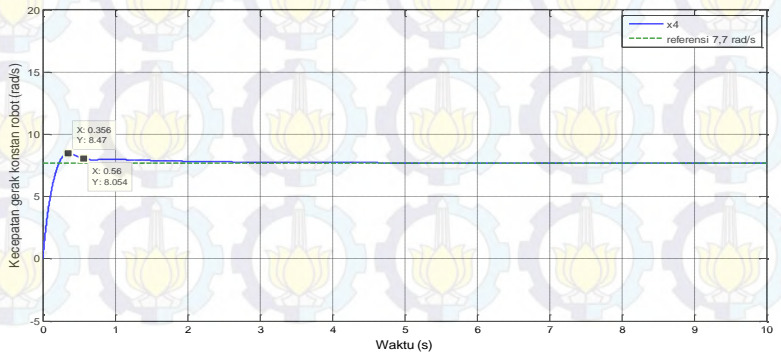
Gambar 4.4 Sudut pendulum saat $[0,135 \ 0 \ 0 \ 0]^T$



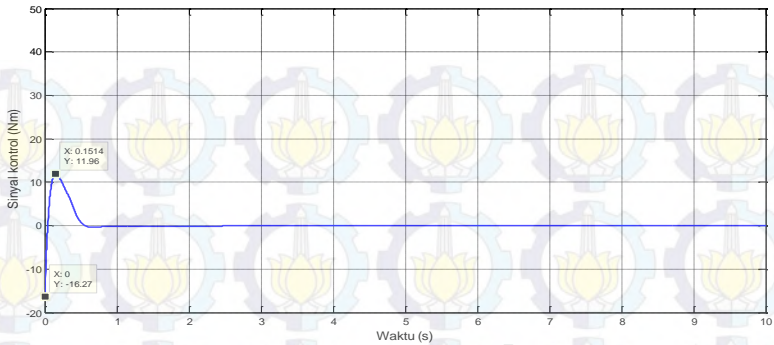
Gambar 4.5 Sudut pendulum saat $[0,25 \ 0 \ 0 \ 0]^T$



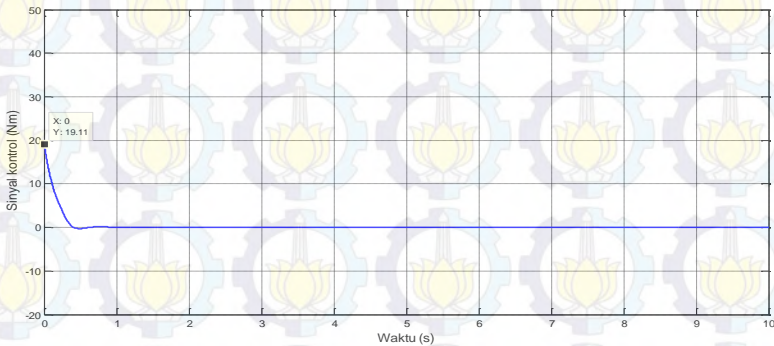
Gambar 4.6 Kecepatan gerak konstan saat $[0,135 \ 0 \ 0 \ 0]^T$



Gambar 4.7 Kecepatan gerak konstan saat $[0,25 \ 0 \ 0 \ 0]^T$



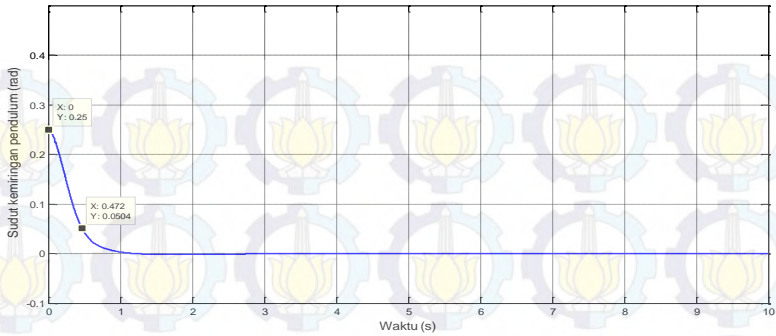
Gambar 4.8 Sinyal kontrol saat $[0,135 \ 0 \ 0 \ 0]^T$



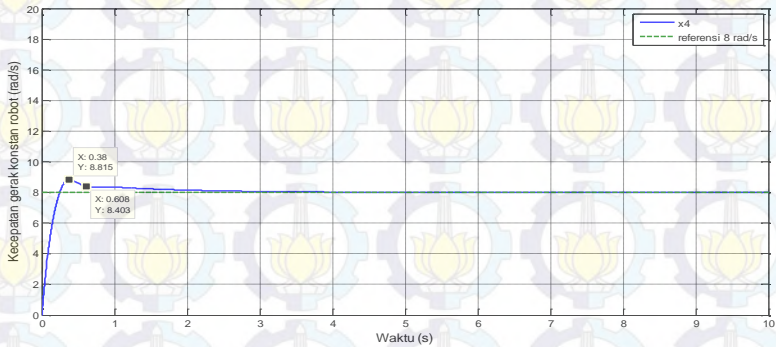
Gambar 4.9 Sinyal kontrol saat $[0,25 \ 0 \ 0 \ 0]^T$

4.2.2.3 Pengujian Nilai $\dot{\theta}_d$ yang Berbeda

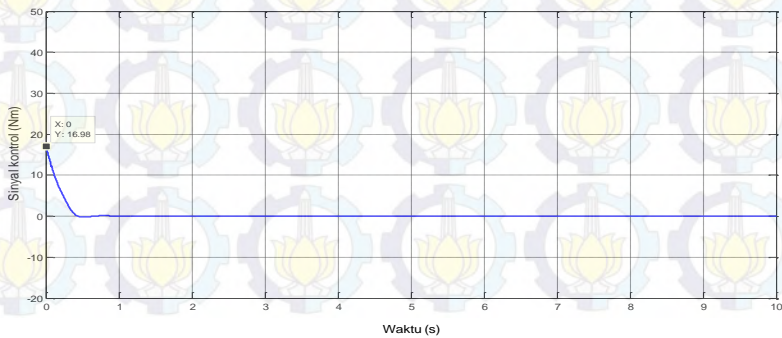
Pengujian selanjutnya dilakukan untuk mengetahui respons sistem robot pendulum terbalik beroda dua saat diberi nilai referensi kecepatan gerak yang diinginkan ($\dot{\theta}_d$) yang berbeda. Pengujian dilakukan dengan nilai kondisi awal *state* $[0,25 \ 0 \ 0 \ 0]^T$. Nilai $\dot{\theta}_d > 0$, diatur berbeda yaitu $7,7 \text{ rad/s}$ dan 8 rad/s . Respons sudut pendulum, kecepatan gerak konstan, dan sinyal kontrol saat $\dot{\theta}_d = 7,7 \text{ rad/s}$ telah ditampilkan berturut-turut pada Gambar 4.5-4.9. Sedangkan Respons sudut pendulum, kecepatan gerak konstan, dan sinyal kontrol saat $\dot{\theta}_d = 8 \text{ rad/s}$ ditunjukkan oleh Gambar 4.10-4.12.



Gambar 4.10 Sudut pendulum saat $\dot{\theta}_d = 8 \text{ rad/s}$

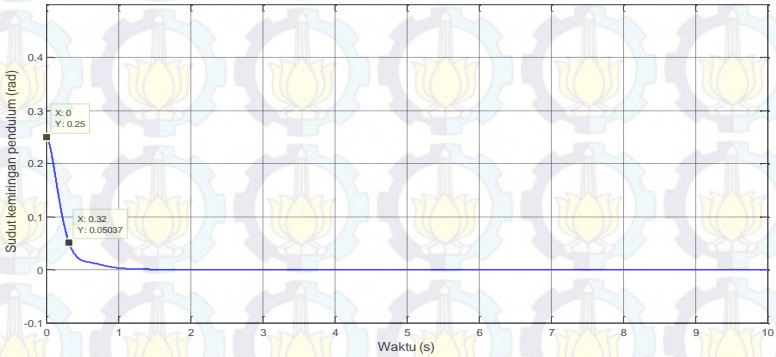


Gambar 4.11 Kecepatan gerak konstan saat $\dot{\theta}_d = 8 \text{ rad/s}$

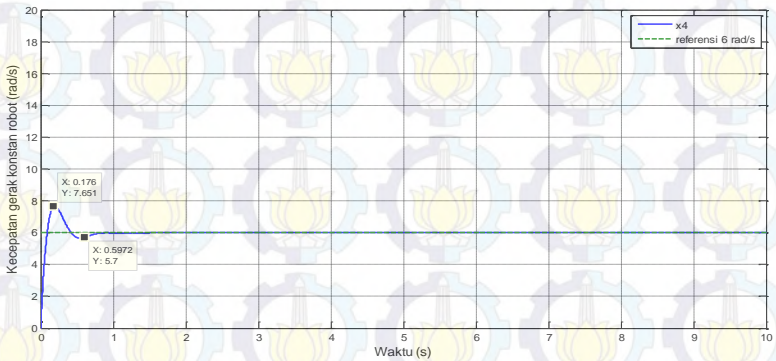


Gambar 4.12 Sinyal kontrol saat $\dot{\theta}_d = 8 \text{ rad/s}$

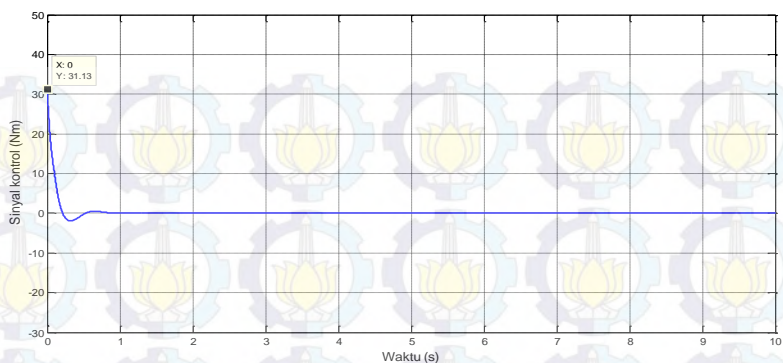
Selain pengujian $\dot{\theta}_d = 7,7 \text{ rad/s}$ dan $\dot{\theta}_d = 8 \text{ rad/s}$, juga dilakukan pengujian untuk $\dot{\theta}_d = 6 \text{ rad/s}$ dan $\dot{\theta}_d = 9 \text{ rad/s}$. Respons sudut kemiringan pendulum, kecepatan gerak konstan robot, dan sinyal kontrol untuk $\dot{\theta}_d = 6 \text{ rad/s}$ berturut-turut ditunjukkan oleh Gambar 4.13-4.15.



Gambar 4.13 Sudut pendulum saat $\dot{\theta}_d = 6 \text{ rad/s}$

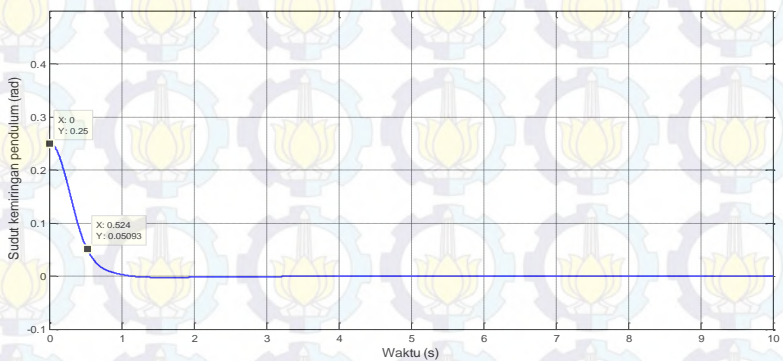


Gambar 4.14 Kecepatan gerak konstan saat $\dot{\theta}_d = 6 \text{ rad/s}$

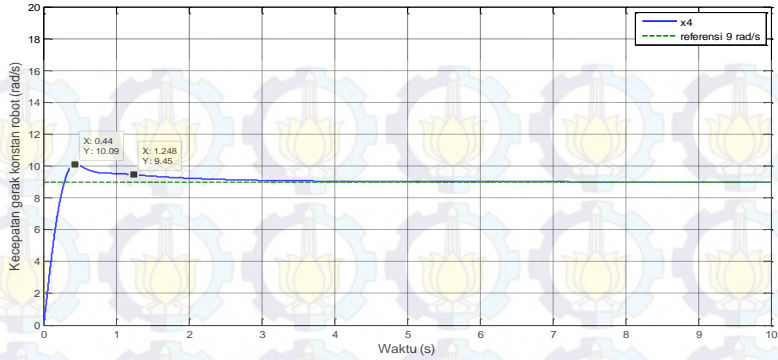


Gambar 4.15 Sinyal kontrol saat $\dot{\theta}_d = 6 \text{ rad/s}$

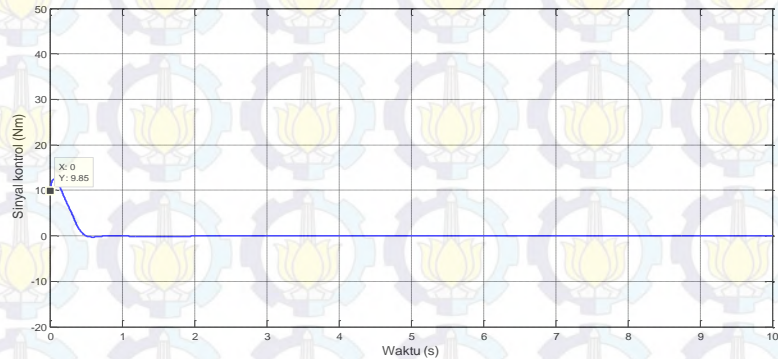
Sedangkan respons sudut kemiringan pendulum, kecepatan gerak konstan robot, dan sinyal kontrol untuk $\dot{\theta}_d = 9 \text{ rad/s}$ berturut-turut ditunjukkan oleh Gambar 4.16-4.18.



Gambar 4.16 Sudut pendulum saat $\dot{\theta}_d = 9 \text{ rad/s}$



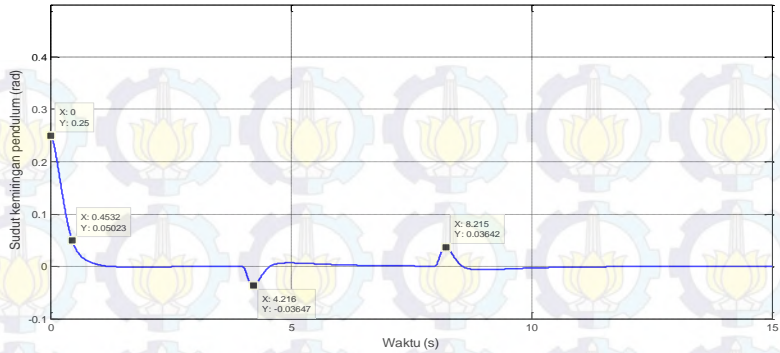
Gambar 4.17 Kecepatan gerak konstan saat $\dot{\theta}_d = 9 \text{ rad/s}$



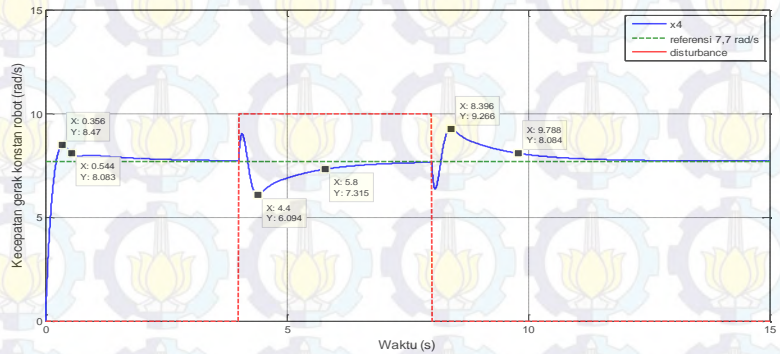
Gambar 4.18 Sinyal kontrol saat $\dot{\theta}_d = 9 \text{ rad/s}$

4.2.2.4 Pengujian dengan *Disturbance*

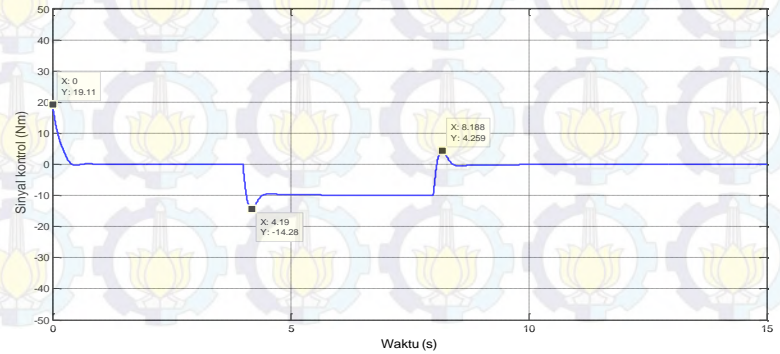
Pengujian selanjutnya dilakukan untuk mengetahui respons sistem robot pendulum terbalik beroda dua saat diberi *disturbance* berupa sinyal step sebesar 10 Newton meter yang aktif dalam rentang 4-8 detik. *Disturbance* dapat dilihat pada Gambar 4.20 dan Gambar 4.23 dalam *solid line* warna merah. Pengujian dilakukan dengan nilai kondisi awal *state* $[0,25 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ dan nilai $\dot{\theta}_d$ diatur yaitu $7,7 \text{ rad/s}$. Pengujian kedua dilakukan dengan *disturbance* yang aktif pada rentang waktu $0 \leq t \leq 4$ detik. Respons sudut pendulum, kecepatan gerak konstan, dan sinyal kontrol saat *disturbance* aktif dalam rentang 4-8 detik ditunjukkan oleh Gambar 4.19-4.21.



Gambar 4.19 Sudut pendulum saat sistem diberi *disturbance*

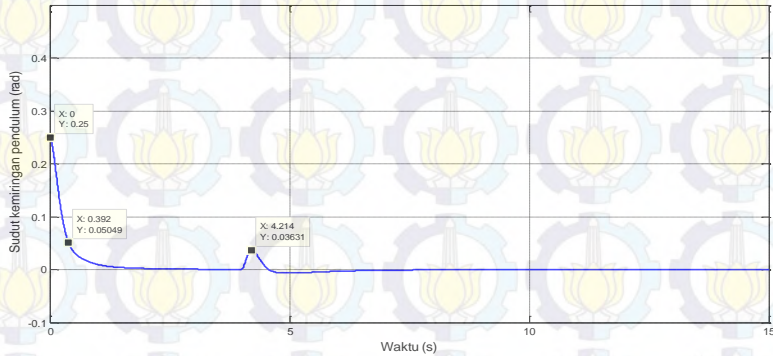


Gambar 4.20 Kecepatan gerak konstan saat sistem diberi *disturbance*

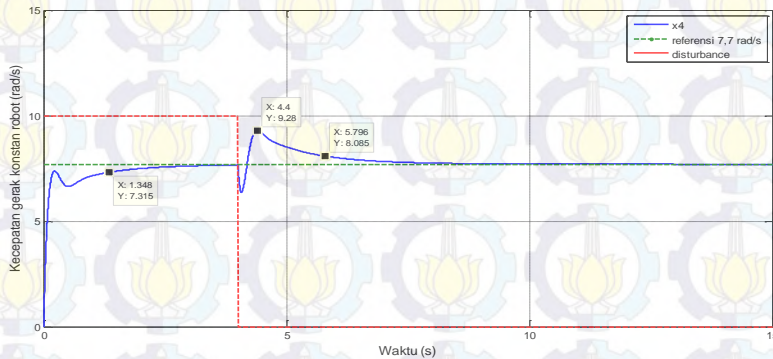


Gambar 4.21 Sinyal kontrol saat sistem diberi *disturbance*

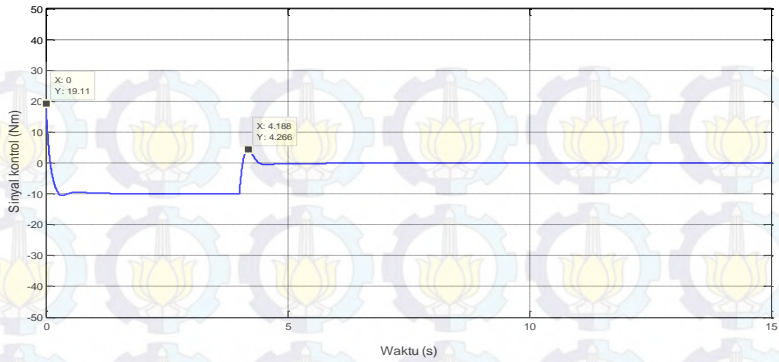
Sedangkan respons sudut pendulum, kecepatan gerak konstan, dan sinyal kontrol saat disturbance aktif dalam rentang $0 \leq t \leq 4$ detik ditunjukkan oleh Gambar 4.22-4.24.



Gambar 4.22 Sudut pendulum saat pengujian *disturbance* kedua



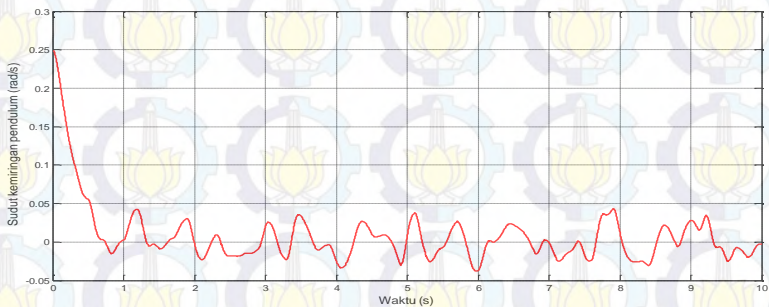
Gambar 4.23 Kecepatan gerak konstan saat pengujian *disturbance* kedua



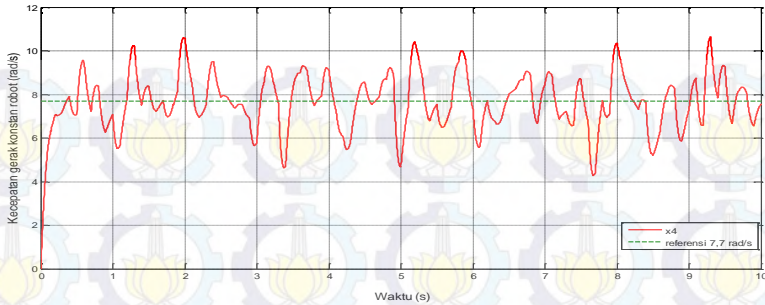
Gambar 4.24 Sinyal kontrol saat pengujian *disturbance* kedua

4.2.3 Pengujian *White Gaussian Noise* dengan Nilai *Mean* 0 dan *Variance* 0,5

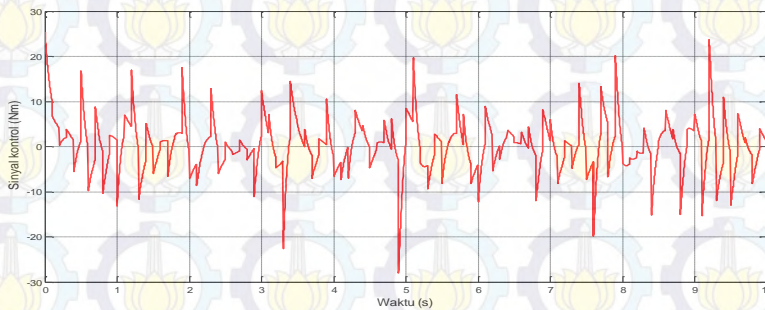
Pengujian dilakukan untuk melihat respons sudut kemiringan pendulum, kecepatan gerak konstan, dan sinyal kontrol pada sistem robot pendulum terbalik beroda dua saat diberi *noise* dengan menggunakan kombinasi kontroler fuzzy Mamdani dan Takagi-Sugeno berdasarkan [16]. Pengujian dilakukan dengan nilai kondisi awal *state* $[0,25 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ dan nilai $\dot{\theta}_a = 7,7 \text{ rad/s}$. Gambar 4.25, Gambar 4.26, dan Gambar 4.27 menunjukkan perbandingan respons sudut pendulum, kecepatan gerak konstan, dan sinyal kontrol pada robot dengan tambahan *white gaussian noise* dan tanpa *noise*.



Gambar 4.25 Sudut pendulum saat *mean* 0 dan *variance* 0,5 pada *noise*



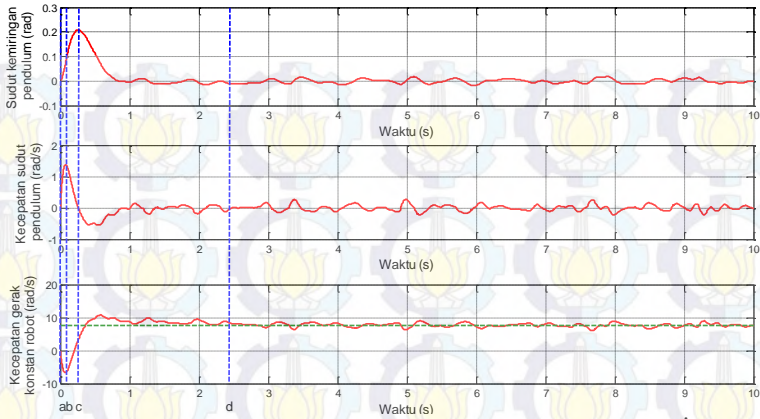
Gambar 4.26 Kecepatan gerak konstan robot saat *mean* 0 dan *variance* 0,5 pada *noise*



Gambar 4.27 Sinyal kontrol *mean* 0 dan *variance* 0,5 pada *noise*

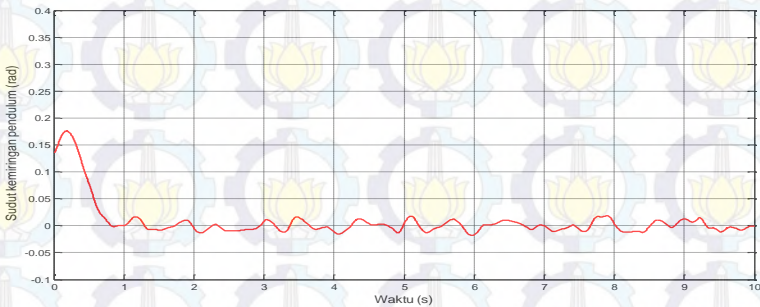
4.2.4 Pengujian *White Gaussian Noise* dengan Nilai *Mean* 0 dan *Variance* 0,1

Setelah dilakukan simulasi percobaan, dipilih nilai *variance noise gyroscope* yang cocok yaitu 0,1. Selanjutnya, untuk simulasi dan pengujian sistem robot pendulum terbalik beroda dua digunakan nilai *variance* tersebut pada *noise*. Pengujian yang dilakukan mengikuti Subbab 4.2.2. Gambar 4.28 menunjukkan respons sudut kemiringan pendulum, kecepatan sudut pendulum, dan kecepatan gerak konstan robot pendulum terbalik beroda dua saat pengujian dengan kondisi awal *state* $[0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ dan nilai referensi kecepatan gerak konstan yang diinginkan yaitu $\dot{\theta}_d = 7,7 \text{ rad/s}$.

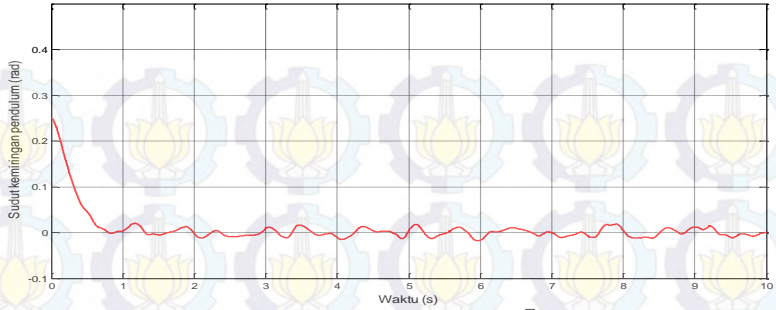


Gambar 4.28 Simulasi kombinasi kontroler FCVC dengan FBSC saat $\dot{\theta}_d = 7,7 \text{ rad/s}$

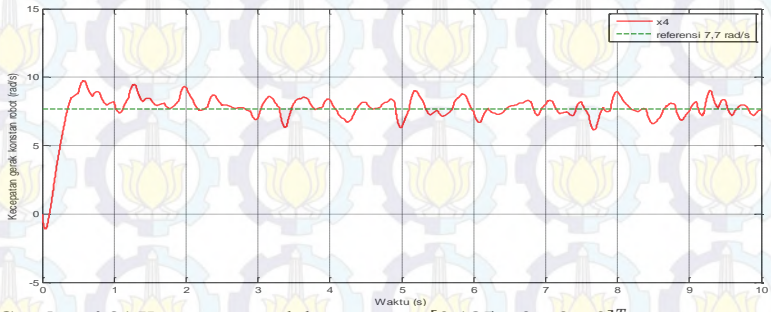
Pengujian selanjutnya dilakukan dengan nilai kondisi awal *state* $[0,135 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ dan $[0,25 \ 0 \ 0 \ 0]^T$. Gambar 4.29, Gambar 4.31 dan Gambar 4.33 berturut-turut menunjukkan respons dengan *state* awal $x_1 = 0,135 \text{ radian}$ untuk sudut pendulum, kecepatan gerak konstan robot, dan sinyal kontrol. Respons saat *state* awal $x_1 = 0,25 \text{ radian}$ berturut-turut ditunjukkan oleh Gambar 4.30, Gambar 4.32, dan Gambar 4.34.



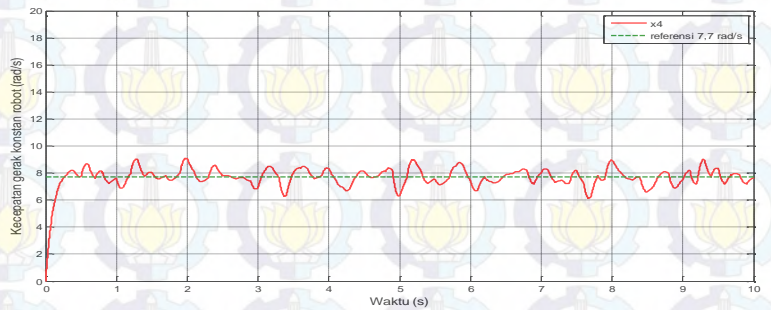
Gambar 4.29 Sudut pendulum saat $[0,135 \ 0 \ 0 \ 0]^T$



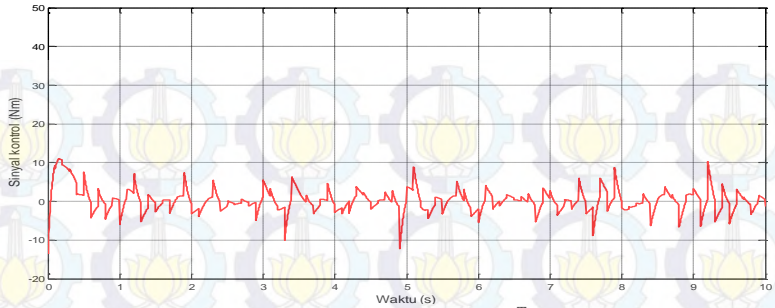
Gambar 4.30 Sudut pendulum saat $[0,25 \ 0 \ 0 \ 0]^T$



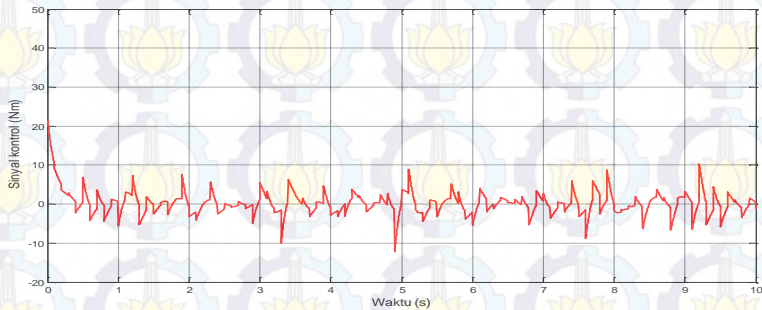
Gambar 4.31 Kecepatan gerak konstan saat $[0,135 \ 0 \ 0 \ 0]^T$



Gambar 4.32 Kecepatan gerak konstan saat $[0,25 \ 0 \ 0 \ 0]^T$

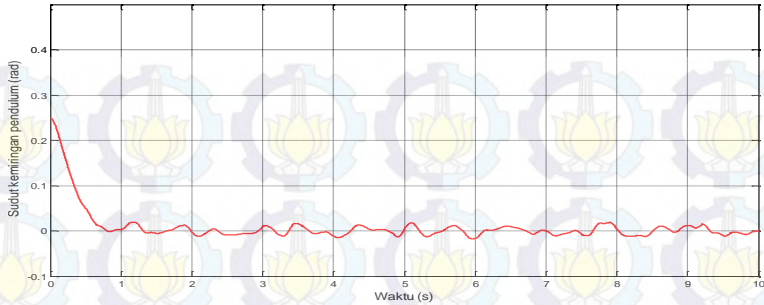


Gambar 4.33 Sinyal kontrol saat $[0,135 \ 0 \ 0 \ 0]^T$

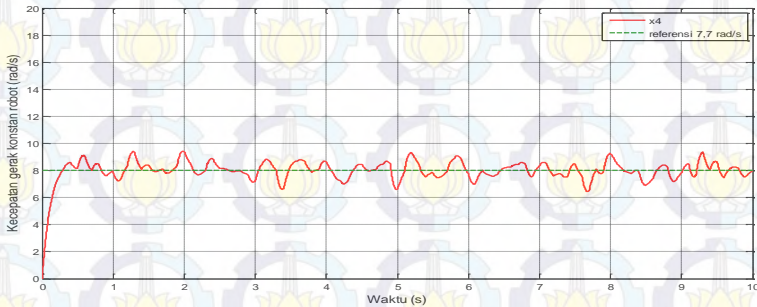


Gambar 4.34 Sinyal kontrol saat $[0,25 \ 0 \ 0 \ 0]^T$

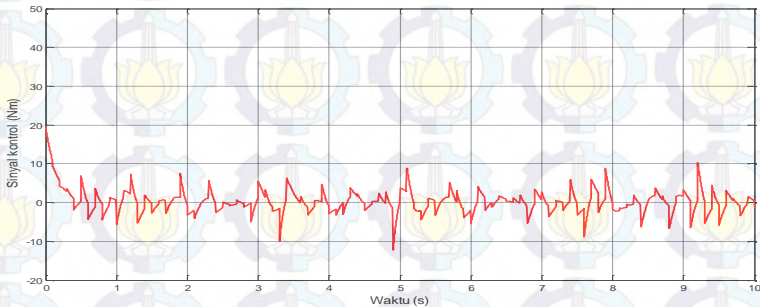
Pengujian untuk nilai referensi kecepatan gerak yang diinginkan ($\dot{\theta}_d$) yang berbeda dilakukan dengan nilai kondisi awal *state* $[0,25 \ 0 \ 0 \ 0]^T$. Nilai $\dot{\theta}_d$ yang digunakan yaitu 6 rad/s , $7,7 \text{ rad/s}$, 8 rad/s dan 9 rad/s . Respons sudut pendulum, kecepatan gerak konstan, dan sinyal kontrol saat $\dot{\theta}_d = 7,7 \text{ rad/s}$ telah ditampilkan berturut-turut pada Gambar 4.30, Gambar 4.32, dan Gambar 4.34. Gambar 4.35-4.37 berturut-turut menunjukkan respons sudut pendulum, kecepatan gerak konstan, dan sinyal kontrol untuk nilai referensi $\dot{\theta}_d = 8 \text{ rad/s}$.



Gambar 4.35 Sudut pendulum saat $\dot{\theta}_d = 8 \text{ rad/s}$

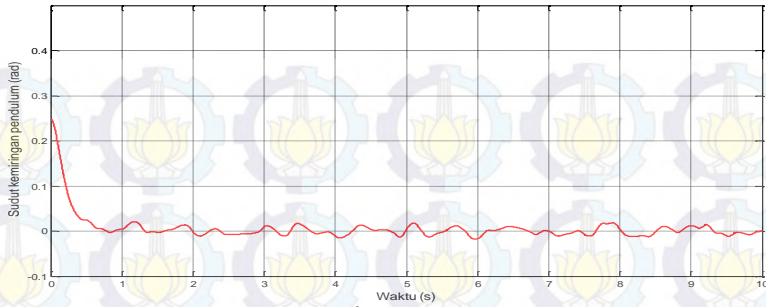


Gambar 4.36 Kecepatan gerak konstan saat $\dot{\theta}_d = 8 \text{ rad/s}$

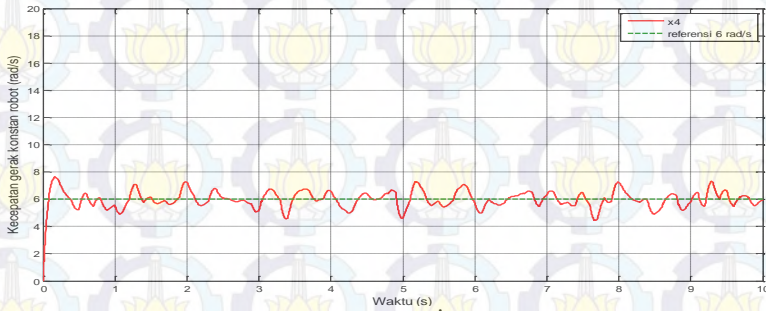


Gambar 4.37 Sinyal kontrol saat $\dot{\theta}_d = 8 \text{ rad/s}$

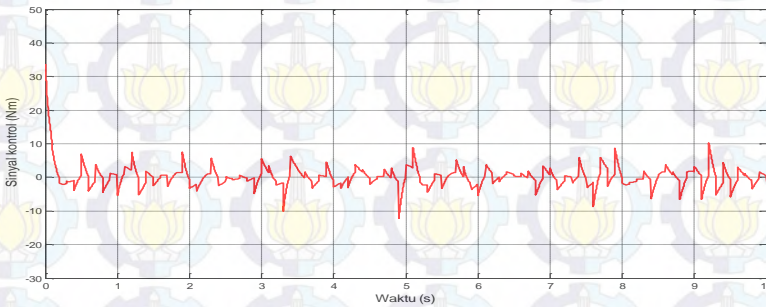
Selanjutnya Gambar 4.38-4.40 berturut-turut menunjukkan respons sudut pendulum, kecepatan gerak konstan, dan sinyal kontrol untuk nilai referensi $\dot{\theta}_d = 6 \text{ rad/s}$.



Gambar 4.38 Sudut pendulum saat $\dot{\theta}_d = 6 \text{ rad/s}$

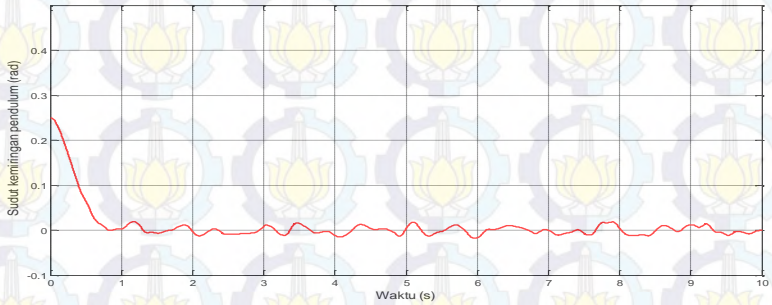


Gambar 4.39 Kecepatan gerak konstan saat $\dot{\theta}_d = 6 \text{ rad/s}$

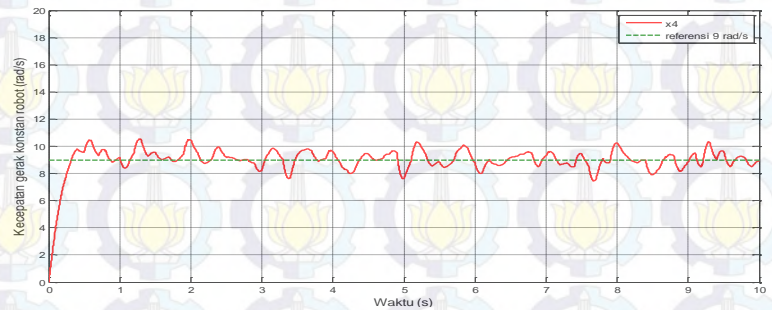


Gambar 4.40 Sinyal kontrol saat $\dot{\theta}_d = 6 \text{ rad/s}$

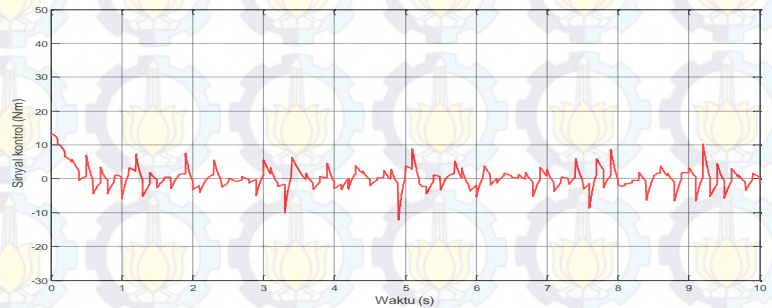
Sedangkan respons sudut pendulum, kecepatan gerak konstan, dan sinyal kontrol untuk $\dot{\theta}_d = 9 \text{ rad/s}$ ditunjukkan oleh Gambar 4.41-4.43.



Gambar 4.41 Sudut pendulum saat $\dot{\theta}_d = 9 \text{ rad/s}$

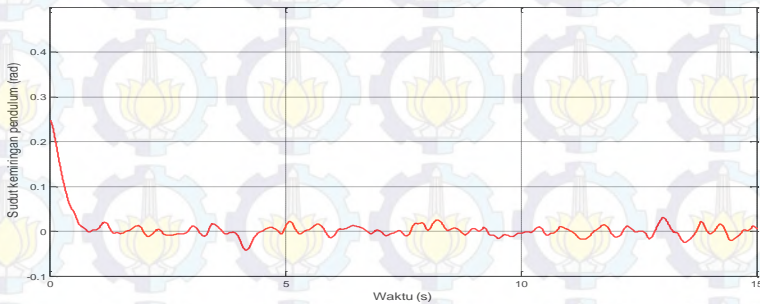


Gambar 4.42 Kecepatan gerak konstan saat $\dot{\theta}_d = 9 \text{ rad/s}$

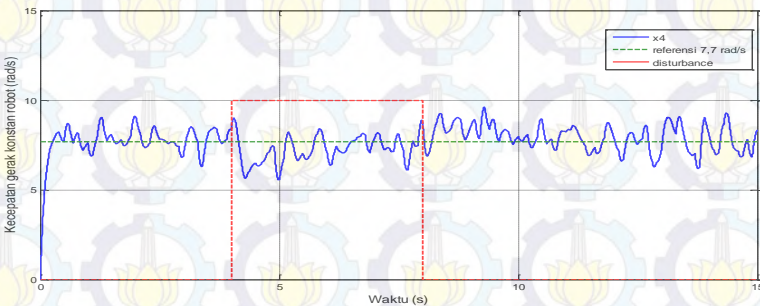


Gambar 4.43 Sinyal kontrol saat $\dot{\theta}_d = 9 \text{ rad/s}$

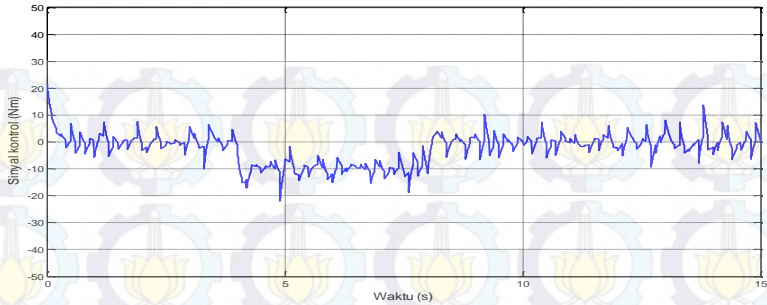
Pengujian dengan melibatkan *disturbance* juga dilakukan untuk mengetahui respons sistem. *Disturbance* berupa sinyal step sebesar 10 Newton meter yang aktif pada rentang 4-8 detik dan pada rentang waktu $0 \leq t \leq 4$ detik. *Disturbance* dapat dilihat pada Gambar 4.45 dan Gambar 4.48 dalam *solid line* warna merah. Pengujian dilakukan dengan nilai kondisi awal state $[0,25 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ dan nilai θ_d diatur yaitu $7,7 \text{ rad/s}$. Respons sudut pendulum, kecepatan gerak konstan, dan sinyal kontrol saat *disturbance* aktif pada rentang 4-8 detik ditunjukkan oleh Gambar 4.44-4.46.



Gambar 4.44 Sudut pendulum saat sistem diberi *disturbance*

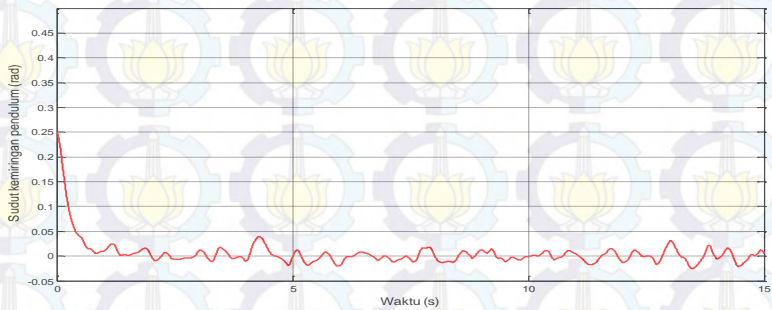


Gambar 4.45 Kecepatan gerak konstan saat sistem diberi *disturbance*

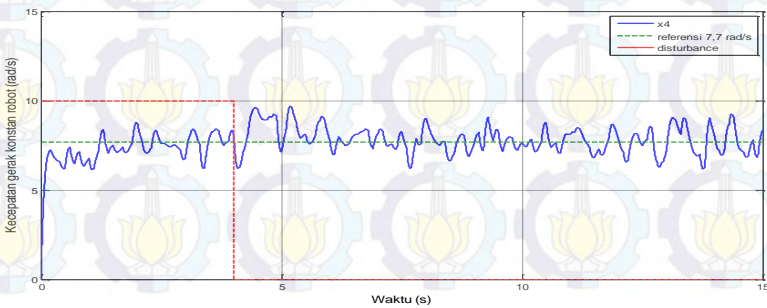


Gambar 4.46 Sinyal kontrol saat sistem diberi *disturbance*

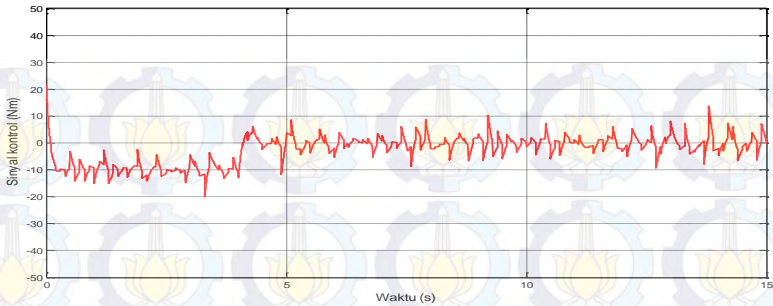
Sedangkan Gambar 4.47-4.49 berturut-turut menunjukkan respons sudut pendulum, kecepatan gerak konstan, dan sinyal kontrol saat *disturbance* aktif pada rentang $0 \leq t \leq 4$ detik



Gambar 4.47 Sudut pendulum saat pengujian *disturbance* kedua



Gambar 4.48 Kecepatan gerak konstan saat pengujian *disturbance* kedua



Gambar 4.49 Sinyal kontrol saat pengujian *disturbance* kedua

4.3 Analisa Data

Setelah dilakukan pengujian, langkah selanjutnya analisa data hasil pengujian. Ukuran performansi yang diperhatikan pada simulasi dan pengujian robot pendulum terbalik beroda dua adalah *settling time* dan *overshoot* yang terjadi pada respons sudut pendulum, dan kecepatan gerak konstan.

4.3.1 Analisa Sistem Kontrol Penempatan Kutub

Berdasarkan Subbab 2.5, robot memiliki perilaku tidak stabil. Stabilitas sistem robot dapat diperiksa melalui *eigenvalues* matriks **A** yang diperoleh dari proses linearisasi. Karena *eigenvalues* matriks **A** merupakan representasi kutub-kutub sistem. Pada Gambar 4.1 terlihat bahwa sistem tidak stabil, karena memiliki kutub di sebelah kanan bidang *s*, oleh karena itu Gambar 4.2 menunjukkan respons seluruh *state* pada robot naik sejalan *t* menuju tak hingga untuk daerah kerja $x_1 = 0 \text{ radian}$. Matriks **K**₁, **K**₂, dan **K**₃ akan membawa *state* sistem mencapai nilai 0 atau titik ekuilibrium sejalan *t* menuju tak hingga, seperti yang terlihat pada Gambar 4.4. Gambar 4.4 di halaman 44, menunjukkan respons sudut pendulum menggunakan kontroler FBSC. Kontroler FBSC berperan sebagai regulator, sehingga sudut kemiringan batang pendulum robot dapat stabil dan bertahan di sekitar 0 radian. Skema sistem kontrol penempatan kutub berhasil mendorong semua kutub lup-tertutup ke lokasi yang diinginkan di sebelah kiri bidang *s* yang menyebabkan sistem robot pendulum terbalik beroda dua menjadi sistem yang stabil.

4.3.2 Analisa *White Gaussian Noise* dengan Nilai *Mean* 0 dan *Variance* 0,5 serta *Variance* 0,1

Berdasarkan Gambar 4.25-4.27 dapat terlihat bahwa nilai *variance noise* sensor *gyroscope* berdasarkan [16] terlalu besar untuk diterapkan pada robot pendulum terbalik beroda dua, sehingga diperlukan *tuning* nilai *variance* pada *noise* sensor *gyroscope*. Setelah proses *manual tuning*, dipilih nilai *variance* pada *noise* yaitu: 0,1. Hasil respons nilai *variance* 0,1 ditunjukkan dari Gambar 4.28-4.49. respons menunjukkan *ripple* yang dihasilkan oleh *noise* masih bisa ditoleransi, tidak mengganggu kinerja kontroler *fuzzy* Mamdani dan Takagi-Sugeno.

4.3.3 Analisa Kombinasi Kontroler *Fuzzy* Mamdani dan Takagi-Sugeno

Pada Gambar 4.3 dan Gambar 28 terdapat tiga daerah yaitu: interval [a, b], [b, c], dan [c, d] yang dapat dijelaskan sebagai berikut:

1. Saat $\dot{\theta} \ll \dot{\theta}_d$

Kontroler FCVC mendominasi sistem, saat $\dot{\theta} \ll \dot{\theta}_d$ maka $e_{\dot{\theta}} \ll 0$, menurut dasar-aturan *fuzzy* pada Subbab 3.3, ϕ_d yang dihasilkan kontroler adalah *positive large*. Oleh karena itu, sudut kemiringan pendulum menyimpang tajam, untuk mengimbangi simpangan sudut pendulum, robot bergerak ke kiri sesaat, yang dapat dilihat pada respons kecepatan gerak konstan robot pada interval [a, b].

2. Saat $\dot{\theta} < \dot{\theta}_d$,

Maka $e_{\dot{\theta}} < 0$, kontroler FCVC masih mendominasi, kontroler akan menghasilkan ϕ_d *positive small*. Kontroler FBSC menyebabkan robot meningkatkan kecepatan untuk mencapai nilai referensi dan sudut pendulum mengalami simpangan juga, yang dapat dilihat pada respons sudut kemiringan pendulum dan kecepatan gerak konstan robot pada interval [b, c].

3. Saat $\dot{\theta} < \dot{\theta}_d$, $\dot{\phi} = 0$

Kontroler FBSC mendominasi sistem, sudut pendulum berada pada batasnya, sehingga sudut pendulum berangsur menurun lalu mencapai keadaan seimbang di sekitar 0 radian dan kecepatan gerak robot konstan berada pada nilai referensi, yang dapat dilihat pada respons sudut kemiringan pendulum dan kecepatan gerak konstan robot pada interval [c, d].

4.3.4 Analisa Kondisi Awal yang Berbeda

Saat *state* awal $x_1 = 0,135 \text{ radian}$ (atau $7,69^\circ$), kontroler *fuzzy* Mamdani (FCVC) mendominasi sistem, berdasarkan dasar-aturan *fuzzy* pada Subbab 3.3, saat *error* kecepatan gerak konstan $e_{\dot{\theta}} < 0$ dan kecepatan gerak robot tidak cukup, maka kontroler mengatur $\phi > 0$ agar dapat meningkatkan kecepatan gerak konstan robot. Sebaliknya, saat $e_{\dot{\theta}} > 0$ dan kecepatan gerak robot melebihi kecepatan yang diinginkan, maka kontroler mengatur $\phi < 0$ agar dapat menurunkan kecepatan gerak konstan robot. Saat $e_{\dot{\theta}}$ mendekati 0, sudut kemiringan pendulum yang diinginkan (ϕ_d) juga akan mendekati 0.

Saat *state* awal $x_1 = 0,25 \text{ radian}$ (atau $14,25^\circ$), kontroler *fuzzy* Takagi-Sugeno (FBSC) mendominasi sistem, sehingga sudut pendulum langsung menuju ke keadaan tegaknya dan kontroler FCVC membuat kecepatan gerak konstan meningkat untuk mencapai nilai referensi. Saat kondisi awal $[0,135 \ 0 \ 0 \ 0]^T$, spesifikasi respons kecepatan gerak konstan robot yaitu *settling time* sekitar 1,92 detik dan *overshoot* sekitar 20,24%. Sedangkan saat kondisi awal $[0,25 \ 0 \ 0 \ 0]^T$, spesifikasi respons kecepatan gerak konstan yaitu *settling time* sekitar 0,56 detik dan *overshoot* sekitar 10%. Pada Tabel 4.1 ditunjukkan hasil perbandingan respons kecepatan gerak konstan robot dengan kondisi awal *state* yang diatur berbeda. Berdasarkan Gambar 4.8, Gambar 4.9, Gambar 4.33, dan Gambar 4.34, simpangan awal sudut pendulum memengaruhi besar usaha kontrol yang harus dikeluarkan kontroler untuk menggerakkan robot menuju nilai referensi dan mengembalikan sudut pendulum ke keadaan seimbangnya. Semakin besar kondisi simpangan awal x_1 , semakin cepat robot mencapai *settling time* kecepatan gerak yang diinginkan.

Tabel 4.1 Perbandingan kondisi awal *state* yang berbeda

Kondisi awal <i>state</i>	<i>Settling time</i> (t_s) (s)	<i>Overshoot</i> (%)
$[0,135 \ 0 \ 0 \ 0]^T$	1,92	20,24
$[0,25 \ 0 \ 0 \ 0]^T$	0,56	10

4.3.5 Analisa Nilai $\dot{\theta}_d$ yang Berbeda

Saat $\dot{\theta}_d = 7,7 \text{ rad/s}$ yang ditunjukkan oleh Gambar 4.5, Gambar 4.7, dan Gambar 4.9, spesifikasi respons kecepatan gerak konstan robot yaitu *settling time* sekitar 0,56 detik dan *overshoot* sekitar

10%. Sedangkan saat $\dot{\theta}_d = 8 \text{ rad/s}$ yang ditunjukkan oleh Gambar 4.10-4.12, spesifikasi respons yaitu *settling time* sekitar 0,60 detik dan *overshoot* sekitar 10,12%. Gambar 4.10 menunjukkan respon sudut pendulum dengan spesifikasi respons yaitu *settling time* sekitar 0,47 detik. Gambar 4.12 menunjukkan respon sinyal kontrol yang diberikan pada *plant* sebesar 16,98 Nm. Gambar 4.11 menunjukkan respons kecepatan gerak konstan robot. Berdasarkan Gambar 4.14 dan Gambar 4.15, saat $\dot{\theta}_d = 6 \text{ rad/s}$ spesifikasi yang dimiliki respons robot yaitu *settling time* sekitar 0,59 detik dan *overshoot* sekitar 27,5% dengan sinyal kontrol yang diberikan sekitar 31,13 Nm. Saat $\dot{\theta}_d = 9 \text{ rad/s}$, spesifikasi respons kecepatan gerak konstan robot yaitu *settling time* sekitar 1,24 detik dan *overshoot* sekitar 12,11% dengan sinyal kontrol sebesar 9,85 Nm. Pada Tabel 4.2 ditunjukkan hasil perbandingan respons kecepatan gerak konstan robot dengan $\dot{\theta}_d$ yang diatur berbeda.

Tabel 4.2 Perbandingan $\dot{\theta}_d$ yang berbeda

$\dot{\theta}_d \text{ (rad/s)}$	<i>Settling time</i> (t_s) (s)	<i>Overshoot</i> (%)
6	0,59	27,5
7,7	0,56	10
8	0,60	10,12
9	1,24	12,11

Semakin besar $\dot{\theta}_d$, semakin lama *settling time* yang dibutuhkan oleh robot untuk mencapai nilai kecepatan gerak konstan yang diinginkan. Berdasarkan data tersebut, dapat disimpulkan respons redaman kritis yang diinginkan belum berhasil tercapai, sistem kontrol penempatan kutub (*pole-placement*) masih menghasilkan *overshoot* pada respons kecepatan gerak konstan robot. *Overshoot* menunjukkan proses robot untuk menyeimbangkan batang pendulum saat menuju kecepatan gerak konstan yang diinginkan.

4.3.6 Analisa dengan *Disturbance*

Berdasarkan Gambar 4.19, Gambar 4.20 dan Gambar 4.21, terlihat bahwa robot mampu kembali menuju nilai referensi saat *disturbance* aktif sambil mempertahankan keadaan seimbang batang pendulum. Untuk mengimbangi saat *disturbance* aktif, sinyal kontrol memberi gaya dorong ke kiri sebesar 14,28 Nm, akibatnya robot

mengurangi kecepatan dan batang pendulum menyimpang ke arah negatif sesaat, lalu mampu kembali menuju referensi di sekitar 5,80 detik. Saat *disturbance* nonaktif, sinyal kontrol hanya memberi gaya dorong ke kanan sebesar 4,25 Nm, akibatnya robot meningkatkan kecepatannya dan batang pendulum menyimpang ke arah positif sesaat, kemudian kembali menuju referensi di sekitar 9,78 detik.

Pada Gambar 4.23 dan Gambar 4.24 ditunjukkan bahwa robot mampu menuju nilai referensi di sekitar 1,34 detik, namun tidak mengalami *overshoot* dengan sinyal kontrol yang diberikan sebesar 19,11 Nm. Saat *disturbance* nonaktif, sinyal kontrol meningkatkan kecepatan robot dan sudut pendulum menyimpang sesaat ke arah positif, sebagai reaksi dari perubahan kondisi lingkungan, lalu kembali menuju referensi di sekitar 5,79 detik yang dapat dilihat pada Gambar 4.22.

Tabel 4.3 Perbandingan respons kecepatan gerak konstan robot saat diberi *disturbance*

<i>Disturbance</i>	<i>Settling time</i> (t_s) (s)	<i>Overshoot</i> (%)
Tanpa <i>disturbance</i>	0,56	10
Dengan <i>disturbance</i>	1,34	-

Pada Tabel 4.3 ditunjukkan perbandingan *settling time* dan *overshoot* pada respons kecepatan gerak konstan robot dengan *disturbance* dan tanpa *disturbance*. Respons kecepatan gerak konstan robot tanpa *disturbance* telah ditunjukkan oleh Gambar 4.7 di halaman 45. Respons menunjukkan masih terdapat *overshoot* pada kecepatan gerak robot saat sistem tidak diberi *disturbance*. Berdasarkan Gambar 4.20, Gambar 4.23, Gambar 4.45, dan Gambar 4.48 dapat disimpulkan kombinasi kontroler FCVC dengan FBSC dengan skema *cascade* mampu mengompensasi *disturbance* yang diberikan pada *plant* robot pendulum terbalik beroda dua.



Halaman ini sengaja dikosongkan

BAB 5

PENUTUP

Pada bab ini dibahas mengenai kesimpulan yang diperoleh setelah simulasi, pengujian, dan analisa dilakukan pada BAB 4, juga saran untuk pengembangan penelitian selanjutnya.

5.1 Kesimpulan

Setelah proses perancangan dan pengujian kontrol kecepatan pada robot pendulum terbalik beroda dua menggunakan kontroler *fuzzy* dilakukan, maka dapat disimpulkan bahwa kontroler hasil desain mampu membuat robot pendulum terbalik beroda dua bergerak dengan kecepatan gerak konstan sambil mempertahankan keadaan seimbang batang pendulum robot di sekitar 0 radian. Respons kecepatan gerak konstan robot yang dihasilkan masih mengalami *overshoot*. *Overshoot* menunjukkan proses robot untuk menyeimbangkan batang pendulum.

5.2 Saran

Untuk pengembangan penelitian selanjutnya, penulis menyarankan agar dilakukan penambahan *filter* pada *noise* sensor *gyroscope* agar hasil respons sistem robot yang akan diamati semakin halus. Selain itu, perlu pengembangan skema kontrol agar robot mampu bergerak dengan kecepatan gerak konstan dan mencapai posisi yang diinginkan sambil mempertahankan keseimbangan sudut pendulum tanpa adanya *overshoot* pada sistem.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Cheng-Hao Huang, *Fuzzy Control Applications to Robotic Systems*. Jhongli, Taiwan: National Central University, 2011.
- [2] C.-H. Huang, W.-J. Wang, dan C.-H. Chiu, "Velocity control realisation for a self-balancing transporter," *IET Control Theory and Applications*, pp. 1551-1560, 2011.
- [3] Made Rahmawaty, *Stabilisasi Robot Pendulum Terbalik Beroda Dua Menggunakan Kontrol Fuzzy Hybrid*. Surabaya, Indonesia: Institut Teknologi Sepuluh Nopember, 2013.
- [4] Ronal Ping Man Chan, Karl A. Stol, dan C. Roger Halkyard, "Review of modelling and control of two-wheeled robots," *ScienceDirect*, pp. 89-103, 2013.
- [5] Yoshiadi Wicaksono, *Laboratorium Virtual untuk Tracking Robot Pendulum Terbalik Beroda Dua Menggunakan Kontrol Fuzzy*. Surabaya, Indonesia: Institut Teknologi Sepuluh Nopember, 2013.
- [6] Katsuhiko Ogata, *Modern Control Engineering*, ed ketiga. New Jersey, United States of Amerika: Prentice-Hall, Inc., 1997.
- [7] Kazuo Tanaka dan Hua O. Wang, "Takagi-Sugeno Fuzzy Model And Parallel Distributed Compensation," in *Fuzzy Control Systems Design and Analysis: A Linear Matrix Inequality Approach*.: John Wiley & Sons, Inc., 2001, ch. 2, pp. 5-48.
- [8] Z. Gajic dan M. Lelic, *Modern Control Systems Engineering*. Europe: Prentice Hall, 1996.
- [9] John H. Lilly, *Fuzzy Control and Identification*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2010.
- [10] Son Kuswadi, *Kendali Cerdas Teori dan Aplikasi Praktisnya*, ed pertama. Yogyakarta, Indonesia: Penerbit Andi, 2007.
- [11] Dwi Ana Ratna Wati, *Sistem Kendali Cerdas : Fuzzy Logi Controller (FLC), Jaringan Syaraf Tiruan (JST), Algoritma Genetik (AG), dan Algoritma Particle Swarm Optimization (PSO)*,

ed pertama. Yogyakarta, Indonesia: Graha Ilmu, 2011.

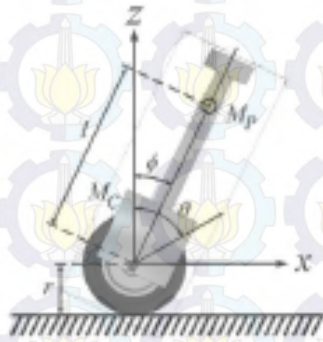
- [12] Sri Kusumadewi dan Hari Purnomo, *Aplikasi Logika Fuzzy untuk Pendukung Keputusan*, ed dua. Yogyakarta, Indonesia: Graha Ilmu, 2013.
- [13] Kevin M. Passino dan Stephen Yurkovich, *Fuzzy Control*. California, United States of America: Addison Wesley Longman, Inc., 1997.
- [14] Ion Iancu, "A Mamdani Type Fuzzy Logic Controller," in *Fuzzy Logic - Controls, Concepts, Theories and Applications*, Prof. Elmer Dadios, Ed. Romania: InTech, 2012, ch. 16, pp. 325-350.
- [15] Trihastuti Agustinah dan Yusuf Bilfaqih, "Aplikasi Parallel Distributed Compensation Untuk Sistem Kontrol Tracking Pada Inverted Pendulum," *JAVA Journal of Electrical and Electronics Engineering*, vol. 1, Oktober 2003.
- [16] Petko Petkov dan Tsonyo Slavov, "Stochastic Modeling of MEMS Inertial Sensors," *Bulgarian Academy of Sciences* , vol. 10, pp. 31-40, 2010.
- [17] Hanny Megawati R., *Kontrol Tracking pada Sistem Pendulum Kereta Menggunakan Model Fuzzy Takagi-Sugeno Berbasis Observer*. Surabaya, Indonesia: Institut Teknologi Sepuluh Nopember, 2014.

LAMPIRAN A

A.1 Penurunan Model Matematika Robot

Tata nama

ϕ	sudut kemiringan pendulum
$\dot{\phi}$	kecepatan sudut kemiringan pendulum
θ	sudut putar motor
$\dot{\theta}$	kecepatan sudut putar motor
g	percepatan gravitasi
M_p	massa pendulum
M_c	massa kereta
r	jari-jari roda
f_x	gaya-gaya yang dihasilkan sepanjang sumbu x
f_z	gaya-gaya yang dihasilkan sepanjang sumbu z
S	gaya gesek pada roda sepanjang bidang horizontal
J_p	momen inersia batang pendulum
J_c	momen inersia kereta
T	torsi
x	jarak
l	panjang antara poros roda dan pusat gravitasi pendulum



Gambar A.1 Model koordinat robot pendulum terbalik beroda dua

Koordinat pusat gravitasi batang pendulum

$$x_g = x + l \cdot \sin \phi \quad (\text{A.1})$$

$$z_g = l \cdot \cos \phi \quad (\text{A.2})$$

Perpindahan benda pada lintasan gerak yang melingkar

$$\theta = \frac{x}{r}$$
$$x = r \cdot \theta \quad (\text{A.3})$$

Gerak Translasi Horizontal Pusat Gravitasi Batang Pendulum

Diketahui M_p adalah massa pendulum, x_g adalah koordinat batang pendulum pada sumbu x , dan f_x adalah gaya-gaya yang dihasilkan sepanjang sumbu x .

Hukum Newton

$$\sum f = m \cdot a$$

$$f_x = m \cdot \frac{d^2}{dt^2}(x_g)$$

$$f_x = M_p \cdot \frac{d^2}{dt^2}(x + l \cdot \sin \phi)$$

$$f_x = M_p \left(\ddot{x} + \ddot{\phi} \cdot l \cdot \cos \phi - (\dot{\phi})^2 \cdot l \cdot \sin \phi \right) \quad (\text{A.4})$$

Gerak Translasi Vertikal Pusat Gravitasi Batang Pendulum

Diketahui M_p adalah massa pendulum, z_g adalah koordinat batang pendulum pada sumbu z , g adalah percepatan gravitasi, dan f_z adalah gaya-gaya yang dihasilkan sepanjang sumbu z .

Hukum Newton

$$\sum f = m \cdot a$$

$$f_z - M_p \cdot g = m \cdot \frac{d^2}{dt^2}(z_g)$$

$$f_z - M_p \cdot g = M_p \cdot \frac{d^2}{dt^2}(l \cdot \cos \phi)$$

$$f_z - M_p \cdot g = M_p \left(-\ddot{\phi} \cdot l \cdot \sin \phi - (\dot{\phi})^2 \cdot l \cdot \cos \phi \right) \quad (\text{A.5})$$

Gerak Translasi Horizontal Kereta

Diketahui M_c adalah massa kereta, x adalah jarak, S adalah gaya gesek pada roda sepanjang bidang horizontal, dan f_x adalah gaya-gaya yang dihasilkan sepanjang sumbu x .

Hukum Newton

$$\begin{aligned}\sum f &= m \cdot a \\ S - f_x &= m \cdot \frac{d^2}{dt^2}(x) \\ S - f_x &= M_c(r \cdot \ddot{\theta}) \\ f_x &= S - M_c(r \cdot \ddot{\theta})\end{aligned}\tag{A.6}$$

Gerak Rotasi Batang Pendulum Di Sekitar Pusat Gravitasi

Diketahui J_p adalah momen inersia batang pendulum, f_z adalah gaya-gaya yang dihasilkan sepanjang sumbu z , dan f_x adalah gaya-gaya yang dihasilkan sepanjang sumbu x .

$$\begin{aligned}\sum T &= J \cdot \alpha \\ f_z \cdot l \cdot \sin \phi - f_x \cdot l \cdot \cos \phi &= J_p \cdot \frac{d^2}{dt^2}(\phi) \\ f_z \cdot l \cdot \sin \phi - f_x \cdot l \cdot \cos \phi &= J_p \cdot \ddot{\phi}\end{aligned}\tag{A.7}$$

Substitusi persamaan (A.6) ke persamaan (A.4)

$$\begin{aligned}S - M_c(r \cdot \ddot{\theta}) &= M_p \left(\ddot{x} + \ddot{\phi} \cdot l \cdot \cos \phi - (\dot{\phi})^2 \cdot l \cdot \sin \phi \right) \\ S - M_c(r \cdot \ddot{\theta}) &= M_p \left(r \cdot \ddot{\theta} + \ddot{\phi} \cdot l \cdot \cos \phi - (\dot{\phi})^2 \cdot l \cdot \sin \phi \right) \\ S - M_c \cdot r \cdot \ddot{\theta} &= M_p \cdot r \cdot \ddot{\theta} + M_p \cdot \ddot{\phi} \cdot l \cdot \cos \phi - M_p \cdot (\dot{\phi})^2 \cdot l \cdot \sin \phi \\ f_x &= M_p \cdot r \cdot \ddot{\theta} + M_c \cdot r \cdot \ddot{\theta} + M_p \cdot \ddot{\phi} \cdot l \cdot \cos \phi - M_p \cdot (\dot{\phi})^2 \cdot l \cdot \sin \phi - S \\ f_x &= (M_p + M_c)r \cdot \ddot{\theta} + M_p \cdot \ddot{\phi} \cdot l \cdot \cos \phi - M_p \cdot (\dot{\phi})^2 \cdot l \cdot \sin \phi - S\end{aligned}$$

Karena harus menjaga pendulum terbalik tetap vertikal, diasumsikan sudut pendulum ϕ dan kecepatan sudut kemiringan pendulum $\dot{\phi}$ kecil, sehingga:

$$\sin \phi \doteq \phi$$

$$\cos \phi \doteq 1$$

$$\phi \cdot (\dot{\phi})^2 \doteq 0$$

$$f_x = (M_p + M_c)r \cdot \ddot{\theta} + M_p \cdot \ddot{\phi} \cdot l \cdot \cos \phi - M_p \cdot (\dot{\phi})^2 \cdot l \cdot \phi - S$$

$$f_x = (M_p + M_c)r \cdot \ddot{\theta} + M_p \cdot \ddot{\phi} \cdot l \cdot \cos \phi - 0 - S$$

Diasumsikan gaya gesek kecil, sehingga dapat diabaikan

$$f_x = (M_p + M_c)r \cdot \ddot{\theta} + M_p \cdot \ddot{\phi} \cdot l \cdot \cos \phi - 0 - 0$$

sehingga resultan Gaya yang bekerja pada sumbu x

$$f_x = (M_p + M_c)r \cdot \ddot{\theta} + M_p \cdot \ddot{\phi} \cdot l \cdot \cos \phi \quad (\text{A.8})$$

Substitusi persamaan (A.4) dan (A.5) ke persamaan (A.7)

$$f_z \cdot l \cdot \sin \phi - f_x \cdot l \cdot \cos \phi = J_p \cdot \ddot{\phi}$$

$$\left(M_p \cdot g + M_p \left(-\ddot{\phi} \cdot l \cdot \sin \phi - (\dot{\phi})^2 \cdot l \cdot \cos \phi \right) \right) l \cdot \sin \phi - \left(M_p \left(\ddot{x} + \ddot{\phi} \cdot l \cdot \cos \phi - (\dot{\phi})^2 \cdot l \cdot \sin \phi \right) \right) l \cdot \cos \phi = J_p \cdot \ddot{\phi}$$

$$\left(M_p \cdot g - M_p \cdot \ddot{\phi} \cdot l \cdot \sin \phi - M_p \cdot (\dot{\phi})^2 \cdot l \cdot \cos \phi \right) l \cdot \sin \phi - \left(M_p \cdot r \cdot \ddot{\theta} + M_p \cdot \ddot{\phi} \cdot l \cdot \cos \phi - M_p \cdot (\dot{\phi})^2 \cdot l \cdot \sin \phi \right) l \cdot \cos \phi = J_p \cdot \ddot{\phi}$$

$$M_p \cdot g \cdot l \cdot \sin \phi - M_p \cdot \ddot{\phi} \cdot l^2 \cdot (\sin \phi)^2 - M_p \cdot (\dot{\phi})^2 \cdot l^2 \cdot \cos \phi \cdot \sin \phi - M_p \cdot r \cdot \ddot{\theta} \cdot l \cdot \cos \phi - M_p \cdot \ddot{\phi} \cdot l^2 \cdot (\cos \phi)^2 + M_p \cdot (\dot{\phi})^2 \cdot l^2 \cdot \sin \phi \cdot \cos \phi = J_p \cdot \ddot{\phi}$$

$$M_p \cdot g \cdot l \cdot \sin \phi - M_p \cdot \ddot{\phi} \cdot l^2 \cdot (\sin \phi)^2 - M_p \cdot r \cdot \ddot{\theta} \cdot l \cdot \cos \phi - M_p \cdot \ddot{\phi} \cdot l^2 \cdot (\cos \phi)^2 = J_p \cdot \ddot{\phi}$$

$$M_p \cdot g \cdot l \cdot \sin \phi - M_p \cdot \ddot{\phi} \cdot l^2 \cdot ((\sin \phi)^2 + (\cos \phi)^2) - M_p \cdot r \cdot \ddot{\theta} \cdot l \cdot \cos \phi = J_p \cdot \ddot{\phi}$$

$$M_p \cdot g \cdot l \cdot \sin \phi - M_p \cdot \ddot{\phi} \cdot l^2 - M_p \cdot r \cdot \ddot{\theta} \cdot l \cdot \cos \phi = J_p \cdot \ddot{\phi}$$

$$M_p \cdot g \cdot l \cdot \sin \phi - M_p \cdot \ddot{\phi} \cdot l^2 - M_p \cdot r \cdot \ddot{\theta} \cdot l \cdot \cos \phi = J_p \cdot \ddot{\phi}$$

Diasumsikan momen inersia batang pendulum disekitar pusat gravitasinya 0, $J_p = 0$, sehingga momen gaya yang bekerja di sekitar titik putar pendulum:

$$\begin{aligned}
 M_p \cdot g \cdot l \cdot \sin \phi - M_p \cdot \ddot{\phi} \cdot l^2 - M_p \cdot r \cdot \ddot{\theta} \cdot l \cdot \cos \phi &= 0 \cdot \ddot{\phi} \\
 M_p \cdot g \cdot l \cdot \sin \phi - M_p \cdot \ddot{\phi} \cdot l^2 - M_p \cdot r \cdot \ddot{\theta} \cdot l \cdot \cos \phi &= 0 \quad (\text{A.9})
 \end{aligned}$$

Berdasarkan manipulasi resultan gaya yang bekerja pada sumbu x TWIP dan momen gaya yang bekerja di sekitar titik putar pendulum, didapatkan $\ddot{\phi}$ dan $\ddot{\theta}$, yaitu:

Momen gaya yang bekerja di sekitar titik putar pendulum

$$M_p \cdot g \cdot l \cdot \sin \phi - M_p \cdot \ddot{\phi} \cdot l^2 - M_p \cdot r \cdot \ddot{\theta} \cdot l \cdot \cos \phi = 0$$

$$M_p \cdot r \cdot \ddot{\theta} \cdot l \cdot \cos \phi = M_p \cdot l \cdot (g \cdot \sin \phi - \ddot{\phi} \cdot l)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{(g \cdot \sin \phi - \ddot{\phi} \cdot l)}{r \cdot \cos \phi}$$

dengan :

$$\alpha = \frac{\sin \phi}{\phi}$$

$$\beta = \cos \phi.$$

$$\ddot{\theta} = \frac{g \cdot \alpha \cdot \phi - \ddot{\phi} \cdot l}{r \cdot \beta}$$

Resultan gaya yang bekerja pada sumbu x TWIP

$$f_x = (M_p + M_c)r \cdot \ddot{\theta} + M_p \cdot \ddot{\phi} \cdot l \cdot \cos \phi$$

$$f_x = (M_p + M_c)r \cdot \left(\frac{g \cdot \alpha \cdot \phi - \ddot{\phi} \cdot l}{r \cdot \beta} \right) + M_p \cdot \ddot{\phi} \cdot l \cdot \beta$$

$$f_x = (M_p + M_c) \left(\frac{g \cdot \alpha \cdot \phi - \ddot{\phi} \cdot l}{\beta} \right) + M_p \cdot \ddot{\phi} \cdot l \cdot \beta$$

Diketahui torsi sebagai input kontrol

$$u(t) = r \cdot f_x$$

$$f_x = \frac{u(t)}{r}$$

$$(M_p + M_c) \left(\frac{g \cdot \alpha \cdot \phi - \ddot{\phi} \cdot l}{\beta} \right) + M_p \cdot \ddot{\phi} \cdot l \cdot \beta = \frac{u(t)}{r}$$

$$(M_p + M_c)(g \cdot \alpha \cdot \phi - \ddot{\phi} \cdot l) + M_p \cdot \ddot{\phi} \cdot l \cdot \beta^2 = \frac{u(t) \cdot \beta}{r}$$

$$-\ddot{\phi} \cdot l (M_p + M_c - M_p \cdot \beta^2) + (M_p + M_c)g \cdot \alpha \cdot \phi = \frac{u(t) \cdot \beta}{r}$$

$$-\ddot{\phi} \cdot l ((1 - \beta^2)M_p + M_c) + (M_p + M_c)g \cdot \alpha \cdot \phi = \frac{u(t) \cdot \beta}{r}$$

$$-\ddot{\phi} \cdot l \cdot r ((1 - \beta^2)M_p + M_c) + (M_p + M_c)g \cdot r \cdot \alpha \cdot \phi = u(t) \cdot \beta$$

$$(M_p + M_c)g \cdot r \cdot \alpha \cdot \phi - u(t) \cdot \beta = \ddot{\phi} \cdot l \cdot r ((1 - \beta^2)M_p + M_c)$$

persamaan dari percepatan sudut pendulum ($\ddot{\phi}$):

$$\ddot{\phi} = \frac{(M_p+M_c)g.r.\alpha.\phi-u(t).\beta}{l.r((1-\beta^2)M_p+M_c)} = \frac{(M_p+M_c)g.\alpha.\phi}{l((1-\beta^2)M_p+M_c)} - \frac{u(t).\beta}{r.l((1-\beta^2)M_p+M_c)}$$

$$\ddot{\phi} = \frac{(M_p+M_c)g.\alpha.\phi}{l((1-\beta^2)M_p+M_c)} - \frac{u(t).\beta}{r.l((1-\beta^2)M_p+M_c)} \quad (\text{A.10})$$

$$\ddot{\theta} = \frac{g.\alpha.\phi-\ddot{\phi}.l}{r.\beta}$$

$$\ddot{\theta} = \frac{g.\alpha.\phi-\left(\frac{(M_p+M_c)g.r.\alpha.\phi-u(t).\beta}{l.r((1-\beta^2)M_p+M_c)}\right)l}{r.\beta}$$

$$\ddot{\theta} = \frac{g.\alpha.\phi.r((1-\beta^2)M_p+M_c)-((M_p+M_c)g.r.\alpha.\phi-u(t).\beta)}{r((1-\beta^2)M_p+M_c)} \times \frac{1}{r.\beta}$$

$$\ddot{\theta} = \frac{g.\alpha.\phi.r((1-\beta^2)M_p+M_c)-((M_p+M_c)g.r.\alpha.\phi-u(t).\beta)}{r^2.\beta((1-\beta^2)M_p+M_c)}$$

$$\ddot{\theta} = \frac{M_p.g.\alpha.\phi.r-M_p.g.\alpha.\phi.r.\beta^2+M_c.g.\alpha.\phi.r-M_p.g.\alpha.\phi.r-M_c.g.\alpha.\phi.r+u(t).\beta}{r^2.\beta((1-\beta^2)M_p+M_c)}$$

$$\ddot{\theta} = \frac{u(t).\beta-M_p.g.\alpha.\phi.r.\beta^2}{r^2.\beta((1-\beta^2)M_p+M_c)}$$

$$\ddot{\theta} = \frac{\beta(u(t)-M_p.g.\alpha.\phi.r.\beta)}{r^2.\beta((1-\beta^2)M_p+M_c)}$$

dan percepatan sudut putar motor ($\ddot{\theta}$):

$$\ddot{\theta} = \frac{(u(t)-M_p.g.\alpha.\phi.r.\beta)}{r^2((1-\beta^2)M_p+M_c)} = \frac{-M_p.g.\alpha.\phi.\beta}{r((1-\beta^2)M_p+M_c)} + \frac{u(t)}{r^2((1-\beta^2)M_p+M_c)}$$

$$\ddot{\theta} = \frac{-M_p.g.\alpha.\phi.\beta}{r((1-\beta^2)M_p+M_c)} + \frac{u(t)}{r^2((1-\beta^2)M_p+M_c)} \quad (\text{A.11})$$

TWIP memiliki empat *state*, yaitu :

$x_1 = \phi$ menyatakan sudut kemiringan pendulum;

$x_2 = \dot{\phi}$ menyatakan kecepatan sudut pendulum;

$x_3 = \theta$ menyatakan sudut putar motor;

$x_4 = \dot{\theta}$ menyatakan kecepatan sudut putar motor.

$$x = [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4]^T = [\phi(t) \quad \dot{\phi}(t) \quad \theta(t) \quad \dot{\theta}(t)]^T$$

Maka didapatkan persamaan *state* sebagai berikut :

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = \dot{\phi}$$

$$\dot{x}_2 = \dot{\phi}$$

$$\dot{x}_2 = \frac{(M_p+M_c)g.\alpha.x_1}{l((1-\beta^2)M_p+M_c)} - \frac{u(t).\beta}{r.l((1-\beta^2)M_p+M_c)}$$

$$\dot{x}_3 = x_4$$

$$\dot{x}_3 = \dot{\theta}$$

$$\dot{x}_4 = \ddot{\theta}$$

$$\dot{x}_4 = \frac{-M_p.g.\alpha.\beta.x_1}{r((1-\beta^2)M_p+M_c)} + \frac{u(t)}{r^2((1-\beta^2)M_p+M_c)}$$

A.2 Linearisasi Model *Plant*

Pada tugas akhir ini linearisasi dilakukan pada dua daerah kerja sudut kemiringan pendulum (x_1) yaitu 0 radian , $\pm 0,3 \text{ radian}$, dan $\pm 0,5 \text{ radian}$. Metode linearisasi yang digunakan berdasarkan Subbab 2.4 yaitu matriks Jacobian. Sistem dinamik nonlinear orde pertama direpresentasikan sebagai berikut:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \quad (\text{A.12})$$

$$\dot{x}_1 = f_1(x(t), u(t)) = \dot{\phi} = x_2$$

$$\dot{x}_2 = f_2(x(t), u(t)) = \frac{(M_p+M_c)g.\alpha.x_1}{l((1-\beta^2)M_p+M_c)} - \frac{u(t).\beta}{r.l((1-\beta^2)M_p+M_c)}$$

$$\dot{x}_3 = f_3(x(t), u(t)) = \dot{\theta} = x_4$$

$$\dot{x}_4 = f_4(x(t), u(t)) = \frac{-M_p.g.\alpha.\beta.x_1}{r((1-\beta^2)M_p+M_c)} + \frac{u(t)}{r^2((1-\beta^2)M_p+M_c)}$$

dengan

$$x = [x_1 \quad \dots \quad x_n]^T$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(x(t), u(t))}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_1(x(t), u(t))}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n(x(t), u(t))}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_n(x(t), u(t))}{\partial x_n} \end{bmatrix} \Bigg|_{\substack{x=x_n \\ u=u_n}} \quad (\text{A.13})$$

$$\mathbf{B} = \left[\begin{array}{c} \frac{\partial f_1(x(t),u(t))}{\partial u} \\ \vdots \\ \frac{\partial f_n(x(t),u(t))}{\partial u} \end{array} \right]_{\substack{x=x_n \\ u=u_n}}$$

i merupakan titik operasi/daerah kerja x_1 dimana $i = 1,2$, diperoleh:

$$\mathbf{A}_i = \quad (A.14)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(x(t),u(t))}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1(x(t),u(t))}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1(x(t),u(t))}{\partial x_3} & \frac{\partial f_1(x(t),u(t))}{\partial x_4} \\ \frac{\partial f_2(x(t),u(t))}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2(x(t),u(t))}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2(x(t),u(t))}{\partial x_3} & \frac{\partial f_2(x(t),u(t))}{\partial x_4} \\ \frac{\partial f_3(x(t),u(t))}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3(x(t),u(t))}{\partial x_2} & \frac{\partial f_3(x(t),u(t))}{\partial x_3} & \frac{\partial f_3(x(t),u(t))}{\partial x_4} \\ \frac{\partial f_4(x(t),u(t))}{\partial x_1} & \frac{\partial f_4(x(t),u(t))}{\partial x_2} & \frac{\partial f_4(x(t),u(t))}{\partial x_3} & \frac{\partial f_4(x(t),u(t))}{\partial x_4} \end{bmatrix}_{\substack{x=x_n \\ u=u_n}}$$

$$\mathbf{B}_i = \left[\begin{array}{c} \frac{\partial f_1(x(t),u(t))}{\partial u} \\ \frac{\partial f_2(x(t),u(t))}{\partial u} \\ \frac{\partial f_3(x(t),u(t))}{\partial u} \\ \frac{\partial f_4(x(t),u(t))}{\partial u} \end{array} \right]_{\substack{x=x_n \\ u=u_n}}$$

Elemen-elemen matriks \mathbf{A} sebagai berikut:

$$\frac{\partial f_1(x(t),u(t))}{\partial x_1} = 0; \frac{\partial f_1(x(t),u(t))}{\partial x_2} = 1; \frac{\partial f_1(x(t),u(t))}{\partial x_3} = 0; \frac{\partial f_1(x(t),u(t))}{\partial x_4} = 0$$

$$\frac{\partial f_2(x(t),u(t))}{\partial x_1} = \frac{(M_p+M_c)g\alpha}{l((1-\beta^2)M_p+M_c)}; \frac{\partial f_2(x(t),u(t))}{\partial x_2} = 0; \frac{\partial f_2(x(t),u(t))}{\partial x_3} = 0;$$

$$\frac{\partial f_2(x(t),u(t))}{\partial x_4} = 0$$

$$\frac{\partial f_3(x(t),u(t))}{\partial x_1} = 0; \frac{\partial f_3(x(t),u(t))}{\partial x_2} = 0; \frac{\partial f_3(x(t),u(t))}{\partial x_3} = 0; \frac{\partial f_3(x(t),u(t))}{\partial x_4} = 1$$

$$\frac{\partial f_4(x(t),u(t))}{\partial x_1} = -\frac{M_p g \alpha \beta}{r((1-\beta^2)M_p+M_c)}; \frac{\partial f_4(x(t),u(t))}{\partial x_2} = 0; \frac{\partial f_4(x(t),u(t))}{\partial x_3} = 0;$$

$$\frac{\partial f_4(x(t),u(t))}{\partial x_4} = 0$$

Elemen-elemen matriks **B** sebagai berikut:

$$\frac{\partial f_1(x(t),u(t))}{\partial u} = 0$$

$$\frac{\partial f_2(x(t),u(t))}{\partial u} = -\frac{\beta}{rl((1-\beta^2)M_p+M_c)}$$

$$\frac{\partial f_3(x(t),u(t))}{\partial u} = 0$$

$$\frac{\partial f_4(x(t),u(t))}{\partial u} = \frac{1}{r^2((1-\beta^2)M_p+M_c)}$$

$$\mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{(M_p+M_c)g\alpha}{l((1-\beta^2)M_p+M_c)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{M_p g \alpha \beta}{r((1-\beta^2)M_p+M_c)} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (A.15)$$

$$\mathbf{B}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\beta}{rl((1-\beta^2)M_p+M_c)} \\ 0 \\ \frac{1}{r^2((1-\beta^2)M_p+M_c)} \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} x=x_n \\ u=u_n \end{matrix}$$

Persamaan State TWIP

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_i \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_i u(t)$$

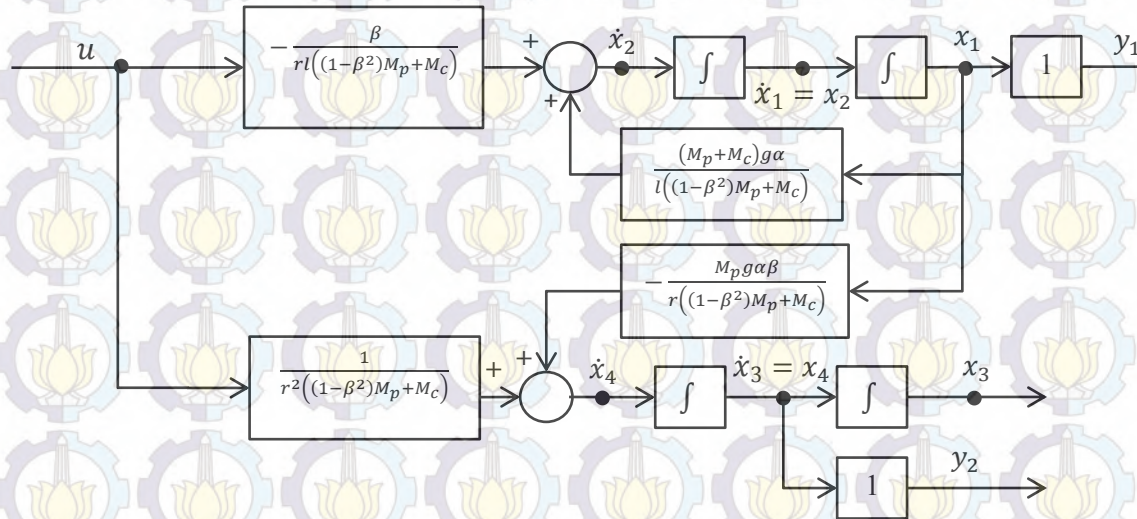
$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{(M_p+M_c)g\alpha}{l((1-\beta^2)M_p+M_c)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{M_p g \alpha \beta}{r((1-\beta^2)M_p+M_c)} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\beta}{rl((1-\beta^2)M_p+M_c)} \\ 0 \\ \frac{1}{r^2((1-\beta^2)M_p+M_c)} \end{bmatrix} u(t)$$

Persamaan Output TWIP

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C} \mathbf{x}(t) + \mathbf{D} u(t)$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + (0)u(t)$$

Blok Diagram



Gambar A.2 Blok diagram ruang state

LAMPIRAN B

B.1 Program untuk Mencari *Feedback Gain*

```
clc;clear all
%**Linierisasi sudut di titik kerja 0 radian**
[A1,B1,C1,D1]=linmod2('modelTWIP_1',[0 0 0
0]',0); %matriks hasil linearisasi
A1
B1
polesistem=eig(A1) ;
%letak pole sistem
sys1=ss(A1,B1,C1,D1);
co=ctrb(A1,B1);
rank(co);
despole1=[-2 -2.25 -10 -10.25]
%letak desired pole
%despole=[-2.49 -2.5 -12.45 -12.5]
K1 = place(A1, B1, despole1)
%gain feedback K1

%**Linierisasi sudut di titik kerja 0.3 radian**
[A2,B2,C2,D2]=linmod2('modelTWIP_1',[0.3 0 0
0]',0); %matriks hasil linearisasi
A2
B2
polesistem2=eig(A2) ;
%letak pole sistem
sys2=ss(A2,B2,C2,D2);
%pzmap(sys1,sys2)
co2=ctrb(A2,B2);
rank(co2);
%despole1=[-2-1.5i -2+1.5i -10 -10.5]
%letak desired pole
despole2=[-1.95 -2 -9.75 -10]
K2 = place(A2, B2, despole2)
%gain feedback K2
```



```

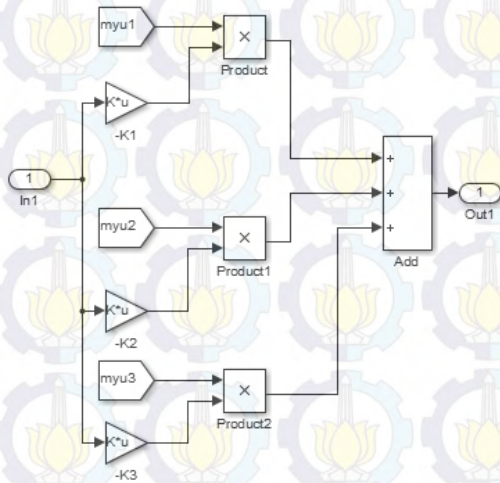
%**Linierisasi sudut di titik kerja 0.5 radian**
[A3,B3,C3,D3]=linmod2('modelTWIP_1',[0.5 0 0
0]',0);           %matriks hasil linearisasi
A3
B3
polesistem2=eig(A3) ;
%letak pole sistem
sys3=ss(A3,B3,C3,D3);
%pzmap(sys1,sys2)
co3=ctrb(A3,B3);
rank(co3);
%despole1=[-2-1.5i -2+1.5i -10 -10.5]
%letak desired pole
despole3=[-1.76 -1.77 -8.8 -8.85]
K3 = place(A3, B3, despole3)
%gain feedback K3

fcvcsugeno=readfis('fcvc')

```

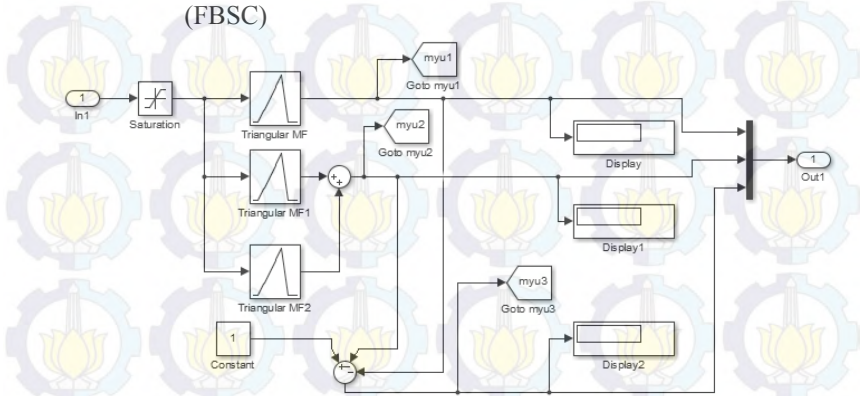
B.2 Blok Diagram Simulink

- a. Blok kontroler *fuzzy* berdasarkan prosedur PDC



Gambar B.1 Blok kontroler fuzzy berdasarkan prosedur PDC

- b. Blok fungsi keanggotaan kontroler *fuzzy* Takagi-Sugeno untuk keseimbangan robot pendulum terbalik beroda dua (FBSC)



Gambar B.2 Fungsi keanggotaan FBSC



RIWAYAT PENULIS

Soraya Parlina adalah nama lengkap penulis yang akrab dipanggil Aya. Penulis dilahirkan di Cimahi tanggal 3 Maret 1992, merupakan putri bungsu dari tiga bersaudara dari pasangan Deden Komarudin dan Betty E. Rusmalawati. Penulis memulai pendidikan dari TK RA Multazam, SD Negeri 16 Cimahi, SMP Negeri 1 Cimahi, dan SMA Negeri 2 Cimahi. Setelah menyelesaikan pendidikan menengah pada tahun 2010, penulis melanjutkan pendidikan tinggi di Politeknik Negeri Bandung tepatnya pada program studi Teknik Elektronika dan lulus pada tahun 2013. Selanjutnya pada tahun 2014 penulis meneruskan pendidikan sarjana di Teknik Elektro ITS, tepatnya pada bidang studi Teknik Sistem Pengaturan. Pada bulan Januari 2016 penulis mengikuti seminar dan ujian Tugas Akhir sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Teknik Elektro dari Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya.