



**TUGAS AKHIR - SM 141501**

**PENGENDALIAN KUALITAS CLAY PUTIH  
MENGUNAKAN PETA KENDALI MUTIVARIAT  $T^2$ -  
STATISTIC DENGAN METODE NICN (*NEAREST IN  
CONTROL NEIGHBOR*)  
STUDI KASUS PT PETROKIMIA GRESIK**

**WANDA NURMILYAN SARI  
NRP 1211 100 020**

**Dosen Pembimbing  
Dra. Nuri Wahyuningsih, M.Kes  
Dra. Farida Agustini Widjajati, MS**

**JURUSAN MATEMATIKA  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember  
Surabaya  
2016**



**FINAL PROJECT - SM 141501**

***QUALITY CONTROL CLAY PUTIH USING  
MULTIVARIATE CONTROL CHART  $T^2$ -STATISTIC  
WITH NICN (NEAREST IN CONTROL NEIGHBOR)  
METHOD CASE STUDY PT PETROKIMIA GRESIK***

**WANDA NURMILYAN SARI  
NRP 1211 100 020**

**Supervisors  
Dra. Nuri Wahyuningsih, M.Kes  
Dra. Farida Agustini Widjajati, MS**

**Department of Mathematics  
Faculty of Mathematics and Sciences  
Sepuluh Nopember Institute of Technology  
Surabaya  
2016**

## LEMBAR PENGESAHAN

**PENGENDALIAN KUALITAS CLAY PUTIH MENGGUNAKAN  
PETA KENDALI MULTIVARIAT  $T^2$ -STATISTIC DENGAN  
METODE NICN (NEAREST IN CONTROL NEIGHBOR) STUDI  
KASUS PT PETROKIMIA GRESIK**

***QUALITY CONTROL CLAY PUTIH USING MULTIVARIATE  
CONTROL CHART  $T^2$ -STATISTIC WITH NICN (NEAREST IN  
CONTROL NEIGHBOR) METHOD CASE STUDY PT  
PETROKIMIA GRESIK***

### TUGAS AKHIR

Diajukan Untuk Memenuhi Salah Satu Syarat  
Memperoleh Gelar Sarjana Sains pada  
Bidang Minat Matematika Terapan  
Program Studi S-1 Jurusan Matematika  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

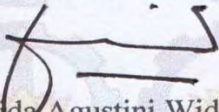
Oleh :

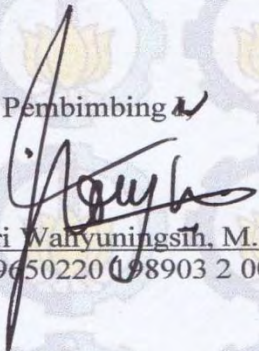
**WANDA NURMILYAN SARI**  
NRP. 1211 100 020

Menyetujui,

Pembimbing II,

Pembimbing I

  
Dra. Farida Agustini Widjajati, MS  
NIP. 19540817 1981032 2 003

  
Dra. Nuri Wahyuningsih, M.Kes  
NIP. 19650220 198903 2 002

Mengetahui,  
Ketua Jurusan Matematika  
FMIPA-ITS

  
Dr. Imam Mukhlis, S.Si, M.T  
NIP. 19700831 199403 1 003

Surabaya, Januari 2016

MATEMATIKA

**PENGENDALIAN KUALITAS CLAY PUTIH  
MENGUNAKAN PETA KENDALI MULTIVARIAT  $T^2$ -  
STATISTIC DENGAN METODE NICN (NEAREST IN  
CONTROL NEIGHBOR) STUDI KASUS PT PETROKIMIA  
GRESIK**

**Nama** : WANDA NURMILYAN SARI  
**NRP** : 1211 100 020  
**Jurusan** : Matematika  
**Dosen Pembimbing** : 1. Dra. Nuri Wahyuningsih, M.Kes  
2. Dra. Farida Agustini W., MS

**Abstrak**

Pengendalian kualitas perlu dilakukan dalam setiap aktivitas proses produksi untuk menjaga kestabilan suatu produk dan konsistensi kualitas produk agar hasil produksi sesuai dengan ketentuan kebutuhan pasar.  $T^2$ -Statistic sering digunakan dalam pengendalian kualitas proses. Peta kendali multivariat  $T^2$ -Statistic pada dasarnya mempunyai tujuan utama untuk peningkatan dan pemeliharaan kualitas dengan menstabilkan proses tersebut. Analisa pendekatan berdasarkan *Nearest In Control Neighbor* (NICN) terhadap titik pengamatan melalui data sekunder Clay Putih ini, dalam perhitungan peta kendali multivariat  $T^2$ -Statistic biasa diketahui satu pengamatan *out of control*. Kemudian dicari variabel penyebab *out of control* menggunakan  $T^2$ -Statistic dengan metode NICN, diketahui terdapat tiga pengamatan *out of control* dan selanjutnya terkendali secara *mean* proses setelah pengamatan *out of control* dihilangkan dan dapat diketahui variabel yang merupakan penyebab tiga pengamatan tersebut *out of control*. Pada penelitian ini, dinyatakan bahwa kemampuan proses Clay Putih *uncapable*.

**Kata Kunci:**  $T^2$ -Statistic, NICN (*Nearest In Control Neighbor*), Indeks Kemampuan Proses, Pengendalian Kualitas.

**QUALITY CONTROL CLAY PUTIH USING  
MULTIVARIATE CONTROL CHART  $T^2$ - STATISTIC WITH  
NICN (NEAREST IN CONTROL NEIGHBOR) METHOD  
CASE STUDY PT PETROKIMIA GRESIK**

**Name** : WANDA NURMILYAN SARI  
**NRP** : 1211 100 020  
**Department** : Mathematics  
**Supervisors** : 1. Dra. Nuri Wahyuningsih, M.Kes  
2. Dra. Farida Agustini W., MS

**Abstract**

*Quality control is necessary in every production process. It is applied to maintain the stability of a product and the consistency of quality product, so that the production can fit to market's requirement.  $T^2$ -Statistic is often used in the quality control process. Multivariate control chart  $T^2$ -Statistic basically aims to enhance and maintain the quality by stabilizing process. The approach analyzing is based by Nearest In Control Neighbor (NICN) towards the observation point through secondary data of Clay Putih, the research shows using  $T^2$ -Statistic, we obtain one out of control observation . In the end, this result shows that the process capability indices of Clay Putih is incapable.*

**Keywords:**  $T^2$ -Statistic, NICN (Nearest In Control Neighbor), Process Capability, Quality Control Process.

## KATA PENGANTAR

Alhamdulillahirabbil'alamiin, puji syukur kehadiran Allah SWT karena atas rahmat dan hidayah-Nya, penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir yang berjudul “Pengendalian Kualitas Clay Putih Menggunakan Peta Kendali Multivariat  $T^2$ -Statistic dengan Metode NICN (*Nearest In Control Neighbor*) Studi Kasus PT Petrokimia Gresik” ini.

Salah satu tujuan dari disusunnya Tugas Akhir ini adalah untuk memenuhi salah satu persyaratan dalam mencapai jenjang Sarjana Sains dari Jurusan Matematika ITS Surabaya.

Tugas akhir ini dapat terselesaikan dengan baik dan lancar atas kerja sama dan dukungan berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan terima kasih kepada:

1. Bapak DR. Imam Mukhlas, S.SI. M.T selaku Ketua Jurusan Matematika ITS dan Dosen Wali.
2. Ibu Dra. Nuri Wahyuningsih, M.Kes dan ibu Dra. Farida Agustini Widjajati, MS selaku Dosen Pembimbing yang telah banyak membantu dan membimbing penulis dalam penyusunan Tugas Akhir ini.
3. Ibu Endah Rokhmati M.P., Ph.D, bapak Drs. Iis Herisman, M.Si, dan bapak Muhammad Syifa'ul Mufid, S.Si, M.Si selaku Dosen Penguji.
4. Dr. Chairul Imron, MI.Komp selaku Koordinator Tugas Akhir.
5. Bapak dan Ibu dosen serta para staf jurusan Matematika ITS yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Penulis menyadari bahwa Tugas Akhir ini masih terdapat kekurangan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran dari pembaca. Semoga Tugas Akhir ini dapat bermanfaat bagi semua pihak yang berkepentingan.

Surabaya, Januari 2015

**Penulis**

*Special thanks to:*

1. Bapak (Heriyanto Sarech) dan mama (Mukammilah), kedua orang tua yang sangat luar biasa. Selalu mendukung penulis dari awal menempuh pendidikan di TK hingga saat ini sudah berada pada tahap level menuju sarjana. They're everything in my life.
2. Millyana Rizqi dan Zana Aisyah Muludyan, kakak dan adik penulis yang selalu mendoakan dan memberi semangat untuk menyelesaikan Tugas Akhir, Love ya.
3. Raffy Rishady Subandriyo, my partner, my happiness, my bestfriend. Terimakasih banyak sudah menemani dari awal perjuangan mengerjakan Tugas Akhir hingga selesai, selalu memberi dukungan, membawakan makanan kekampus disaat lagi sibuk-sibuknya penulis, selalu ada disaat lagi jenuh dan hampir putus asa dengan Tugas Akhir.
4. Bapak Wahyudin, selaku pembimbing dari PT Petrokimia Gresik . Dalam kesibukannya, beliau sabar mengajarkan istilah-istilah industri yang penulis belum pernah mendengar sebelumnya.
5. Sahabat cantik yang sudah dari awal SMA dipondok berjuang untuk masuk PTN bareng-bareng dan akhirnya tercapai semua hingga sekarang menuju sarjana. Walaupun lulusnya tidak barengan, tetapi tetap saling support dan mendoakan dalam hal apapun, Anisah, Mona, Ardila, Bening, Lilik, Dhiah, dan Ziyan. Salam sukses #CRBbestfriend.
6. The kocak folks who stayed up with me, banyak semangat lewat kekocakan mereka, Faing, Lusi, Veda, Riyani(ujak), Dina(koboi) Ebi, Senior Hesti, Yongky, Zam, Toni, dan yang seperjuangan lulusnya Isman oppa. Tengkyu Gengs Genggong for all energy and always support, stay funny guys sukses untuk kita semua aamiin.

7. Temen-temen seperjuangan lembur Tugas Akhir Henny, Kusuma, Isman, Lisna, Dessy, Angga, Irna, Ifa, Farah, Willy, dan semuanya yang berjuang 113. Finally guys!!
8. Mas Fariz, dan Dini Prihartati yang telah bersedia meluangkan waktu untuk bertukar pikiran dan berdiskusi selama penyelesaian Tugas Akhir ini.
9. Teman-teman Matematika ITS 2011 yang menemani perjalanan perkuliahan penulis mulai dari maba hingga wisuda. Dan seluruh pihak yang telah membantu dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini, baik secara langsung maupun tidak langsung.



*“Halaman ini sengaja dikosongkan”*

## DAFTAR ISI

	Hal
<b>HALAMAN JUDUL</b> .....	i
<b>LEMBAR PENGESAHAN</b> .....	iii
<b>ABSTRAK</b> .....	v
<b>ABSTRACT</b> .....	vii
<b>KATA PENGANTAR</b> .....	ix
<b>DAFTAR ISI</b> .....	xiii
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	xv
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	xvii
<b>DAFTAR LAMPIRAN</b> .....	xix
<b>BAB I PENDAHULUAN</b> .....	1
1.1. Latar Belakang .....	1
1.2. Rumusan Masalah .....	3
1.3. Batasan Masalah .....	3
1.4. Tujuan .....	3
1.5. Manfaat .....	4
<b>BAB II TINJAUAN PUSTAKA</b> .....	5
2.1. Pengendalian Kualitas Statistik .....	5
2.2. Analisis Multivariat .....	5
2.2.1 Organisasi Data .....	6
2.2.2 Matriks Varian Kovarian .....	7
2.2.3 Uji Korelasi .....	8
2.2.4 Distribusi Normal Multivariat .....	11
2.3. Pengali Lagrange .....	12
2.4. Peta Kendali Multivariat $T^2$ -Statistic dengan Metode NICN ( <i>Nearest In Control</i> <i>Neighbor</i> ) .....	15
2.5. Indeks Kemampuan Proses .....	22

<b>BAB III METODELOGI PENELITIAN .....</b>	<b>25</b>
3.1 Pengambilan Data .....	25
3.2 Variabel Penelitian .....	25
3.3 Langkah Analisis .....	26
<b>BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN .....</b>	<b>29</b>
4.1 Pengambilan Data .....	29
4.2 Uji Korelasi .....	29
4.3 Uji Distribusi Normal Multivariat .....	33
4.4 Hasil Perhitungan .....	34
4.4.1 Perhitungan $T^2$ -Statistic .....	34
4.4.2 Perhitungan $T^2$ -Statistic dengan Metode NICN ( <i>Nearest In Control</i> <i>Neighbor</i> ) .....	35
4.5 Indeks Kemampuan Proses .....	40
<b>BAB V KESIMPULAN DAN SARAN .....</b>	<b>43</b>
5.1 Kesimpulan .....	43
5.2 Saran .....	44
<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>	<b>45</b>
<b>LAMPIRAN .....</b>	<b>47</b>

## DAFTAR GAMBAR

	Hal
Gambar 4.1 Peta Kendali $T^2$ -Statistic Kondisi Tidak Terkendali .....	35
Gambar 4.2 Peta Kendali $T^2$ -Statistic dengan Metode NICN Kondisi Tidak Terkendali .....	38
Gambar 4.3 Peta Kendali $T^2$ -Statistic dengan Metode NICN Kondisi Terkendali .....	40

*“Halaman ini sengaja dikosongkan”*

## DAFTAR TABEL

	Hal
Tabel 2.1 Organisasi Data .....	6
Tabel 3.1 Batas Spesifikasi Perusahaan .....	26
Tabel 4.1 Statistik Deskriptif Clay Putih .....	29

*“Halaman ini sengaja dikosongkan”*

# **BAB 1**

## **PENDAHULUAN**

Pada bab ini dijelaskan yang mendasari munculnya permasalahan yang dibahas dalam Tugas Akhir. Kemudian permasalahan tersebut disusun kedalam suatu rumusan masalah, selanjutnya dijabarkan batasan masalah untuk mendapatkan tujuan dan manfaat yang dapat diperoleh. Terakhir, diuraikan sistematika penulisan.

### **1.1 Latar Belakang**

Perkembangan zaman yang semakin pesat menuju era globalisasi sangat terasa disetiap aspek kehidupan termasuk salah satunya di bidang industri. Berbagai inovasi dalam hal teknologi dan informasi saat dibutuhkan dalam menghasilkan produk yang mampu bersaing dalam dunia industri. Peningkatan kualitas produk merupakan salah satu kunci dalam strategi persaingan bidang industri untuk mempertahankan kredibilitas dan keunggulan suatu perusahaan[1].

Pengaruh dari kepuasan konsumen terhadap produk yang diharapkan dapat meningkatkan volume penjualan produk dan akhirnya akan berpengaruh pada keuntungan perusahaan. Sementara itu, untuk menjaga konsistensi kualitas produk dan jasa yang dihasilkan dan sesuai ketentuan kebutuhan pasar, perlu dilakukan pengendalian kualitas yang berdasarkan inspeksi dengan penerimaan produk yang memenuhi syarat dan penolakan yang tidak memenuhi syarat sehingga banyak bahan, tenaga, dan waktu yang terbuang. Muncul pemikiran untuk menciptakan sistem dan dapat mencegah timbulnya masalah mengenai kualitas agar kesalahan yang pernah terjadi tidak terulang kembali. Berdasarkan permasalahan tersebut digunakan *Statistical Process Control* (SPC). SPC merupakan metode yang dapat digunakan untuk mengontrol dan memonitor suatu proses. Salah satu alat yang dapat digunakan adalah peta kendali[2].



Jika dalam suatu proses pengamatan terdapat suatu variabel yang berada diluar batas kendali maka dilakukan penyelidikan untuk dapat menemukan penyebab tak terkendali atau *out of control*, hal ini berkaitan dengan penyelidikan variabel-variabel pada data tersebut. Mason (1997) dan Alvarez (2007) telah membahas metode untuk dapat menemukan penyebab *out of control* dengan pertimbangan sifat multivariat data. Algoritma *Nearest In Control Neighbor* (NICN) sebuah metode untuk melakukan klasifikasi terhadap objek berdasarkan data yang jaraknya paling dekat dengan objek tersebut. Mendapatkan tetangga terdekat dengan pendekatan NICN dapat dihitung menggunakan teori optimasi[3].

PT PETROKIMIA GRESIK merupakan perusahaan milik negara dan produsen pupuk terlengkap di Indonesia yang memproduksi berbagai macam produk pupuk dan non-pupuk. Keberadaan perusahaan tersebut mendukung program pemerintah dalam meningkatkan produksi pertanian nasional[4]. Oleh sebab itu, kualitas produk menjadi perhatian utama perusahaan untuk menjaga loyalitas terhadap perusahaan dan meningkatkan dominasi pasar. Untuk menjaga kualitas produk, perusahaan perlu mengendalikan kualitas secara terus menerus[2].

Pada penelitian sebelumnya telah dikaji oleh Prihartati, D. (2015) dengan judul “Kajian Pendekatan Untuk Memperkirakan Kontribusi Peubah Terhadap Statistik Hotelling” ini dapat diketahui proses perbandingan yang diperoleh dari perhitungan menggunakan Statistik Hotelling atau dapat disebut juga  $T^2$ -Statistic yang akan dicari penyebab *out of control* dengan metode NICN. Pada Tugas Akhir ini akan mengaplikasikan penelitian sebelumnya dengan data perusahaan yang berjudul “Pengendalian Kualitas Clay Putih Menggunakan Peta Kendali Multivariat  $T^2$ -Statistic dengan Metode NICN” ini diharapkan dapat diketahui variabel yang menyebabkan pengamatan bahan Clay putih sebagai bahan pengisi dan pengikat untuk pupuk NPK Phonska produksi PT Petrokimia Gresik *out of control*.

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan dengan latar belakang, disusun suatu rumusan masalah dalam Tugas Akhir ini, yaitu:

1. Bagaimana hasil perhitungan peta kendali Multivariat  $T^2$ -Statistic dan  $T^2$ -Statistic dengan metode NICN untuk variabel  $X_1$ ,  $X_2$ , dan  $X_3$  pada Clay Putih untuk pupuk NPK Phonska produksi PT Petrokimia Gresik?
2. Bagaimana hasil perbandingan peta kendali Multivariat  $T^2$ -Statistic dan  $T^2$ -Statistic dengan metode NICN untuk variabel  $X_1$ ,  $X_2$ , dan  $X_3$  pada Clay Putih untuk pupuk NPK Phonska produksi PT Petrokimia Gresik?
3. Bagaimana nilai Indeks Kemampuan Proses pada Clay Putih?

## 1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah yang digunakan dalam Tugas Akhir ini antara lain:

1. Data yang digunakan berdistribusi normal multivariat.
2. Data yang dianalisa adalah data sekunder bahan Clay Putih sebagai material *balance* untuk pupuk NPK Phonska dengan keterangan parameter kualitas  $H_2O$  sebagai variabel  $X_1$ , Mesh sebagai variabel  $X_2$ , Derajat Putih sebagai variabel  $X_3$  selama bulan Juli 2015.
3. Software yang digunakan adalah untuk peta kendali *Minitab 17* dan *Matlab R2009a 7.8* untuk menghitung Indeks Kemampuan Proses.

## 1.4 Tujuan

Berdasarkan rumusan masalah tersebut, tujuan Tugas Akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Mendapatkan hasil perhitungan peta kendali Multivariat  $T^2$ -Statistic dan  $T^2$ -Statistic dengan metode NICN pada Clay

Putih untuk pupuk NPK Phonska produksi PT Petrokimia Gresik.

2. Mendapatkan perbandingan hasil perhitungan peta kendali Multivariat  $T^2$ -Statistic dan  $T^2$ -Statistic dengan metode NICN pada variabel  $H_2O$ , Mesh, dan Derajat Putih pada Clay Putih untuk pupuk NPK Phonska produksi PT Petrokimia Gresik.
3. Menentukan nilai Indeks Kemampuan Proses (IKP) pada Clay Putih sehingga dapat diketahui bahwa proses pengolahan Clay Putih sebagai material *balance* untuk pupuk NPK Phonska produksi PT Petrokimia Gresik *capable* atau *uncapable*.

### **1.5 Manfaat**

Manfaat yang diharapkan dari Tugas Akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Sebagai pertimbangan dalam menentukan langkah pengendalian kualitas produk.
2. Sebagai penelitian yang akan sangat bermanfaat dalam pengembangan penelitian berikutnya khususnya dalam bidang pengendalian kualitas produk.

## **BAB II**

### **TINJAUAN PUSTAKA**

Pada bab ini, dijelaskan mengenai pengendalian kualitas statistik serta langkah-langkah analisis multivariat mengenai uji korelasi, distribusi normal multivariat, yang selanjutnya akan diaplikasikan pada peta kendali multivariat  $T^2$ -Statistic dan  $T^2$ -Statistic dengan metode NICN.

#### **2.1 Pengendalian Kualitas Statistik**

Pengendalian kualitas adalah aktivitas keteknikan dan manajemen, yang dengan aktivitas itu diukur ciri-ciri kualitas produk, membandingkannya dengan spesifikasi atau persyaratan, dan melakukan pendeteksian dengan sesuai apabila ada perbedaan antara penampilan yang sebenarnya dan yang standar[1].

Pengendalian kualitas statistik sering disebut pengendalian proses statistik atau *Statistical Proses Control* (SPC), SPC merupakan aplikasi dari teknik statistik yang mengontrol suatu proses[2]. Proses produksi yang berlangsung dengan baik akan menghasilkan kualitas produk yang sesuai dengan spesifikasi. Proses kontrol merupakan suatu aktivitas yang dilakukan untuk mengawasi proses produksi pada suatu standart tertentu dengan menggunakan peralatan yang sesuai, pengawasan dan penjagaan yang baik. Kemudian diadakannya suatu tindakan korektif jika terjadi penyimpangan-penyimpangan[3].

Dalam proses pengendalian mutu, pengecekan produk tidak hanya dilakukan di awal proses produksi saja, melainkan dapat dilakukan pada saat akhir proses produksi. Sehingga, pengendalian kualitas secara statistik merupakan alat yang dapat digunakan dalam pengontrolan proses pembuatan suatu produk.

#### **2.2 Analisis Multivariat**

Analisis multivariat merupakan analisis yang melibatkan banyak variabel (lebih dari dua)[6]. Multivariat merupakan perluasan dari distribusi univariat normal sebagai aplikasi dari

variabel-variabel yang saling berhubungan, apabila data tersebut diperoleh dari hasil pengukuran lebih dari satu variabel karakteristik. Anggota sampel yang proses olahannya memenuhi syarat-syarat analisis multivariat maka data dikatakan normal multivariat[7].

Asumsi-asumsi pada analisis multivariat adalah korelasi variabel karakteristik dan analisis distribusi normal multivariat, yang akan dijelaskan sebagai berikut:

### 2.2.1 Organisasi Data

Tabel 2.1 Organisasi Data

Variabel ( $j$ ) Pengamatan ( $i$ )	1	2	...	$j$	...	$p$
1	$X_{11}$	$X_{12}$	...	$X_{1j}$	...	$X_{1p}$
2	$X_{21}$	$X_{22}$	...	$X_{2j}$	...	$X_{2p}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	...	$\vdots$	...	$\vdots$
$i$	$X_{i1}$	$X_{i2}$	...	$X_{ij}$	...	$X_{ip}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
$n$	$X_{n1}$	$X_{n2}$	...	$X_{nj}$	...	$X_{np}$
Rata-rata	$\bar{X}_1$	$\bar{X}_2$	...	$\bar{X}_j$	...	$\bar{X}_p$
Nilai kovarian	$S_1^2$	$S_2^2$	...	$S_j^2$	...	$S_p^2$

Susunan dasar statistik deskriptif untuk data multivariat pada suatu pengamatan sebanyak  $n$  dengan  $p$  variabel, yang terdapat pada Tabel 2.1

$$\bar{X}_j = \frac{\sum_{i=1}^n X_{ij}}{n} \quad ; j = 1, 2, \dots, p$$

$$S_j^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_{ij} - \bar{X}_j)^2}{n - 1} \quad ; j = 1, 2, \dots, p$$

dengan:

$\bar{X}_j$  : rata-rata keseluruhan data pengamatan untuk variabel ke- $j$

$X_{ij}$ : pengamatan ke- $i$  untuk variabel ke- $j$

$n$  : banyak pengamatan

$S_j^2$  : varian untuk variabel ke- $j$

### 2.2.2 Matriks Varian Kovarian

Matriks varian kovarian data populasi dapat dituliskan sebagai berikut [2]:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1p} \\ \vdots & \sigma_2^2 & \cdots & \sigma_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{np} & \cdots & \cdots & \sigma_p^2 \end{bmatrix}$$

Matriks varian kovarian untuk data sampel adalah sebagai berikut:

$$S = \begin{bmatrix} s_1^2 & s_{12} & \cdots & s_{1p} \\ \vdots & s_2^2 & \cdots & s_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{np} & \cdots & \cdots & s_1^2 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

dengan:

$$\sigma_j^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (X_{ij} - \bar{X}_j)^2$$

$$\sigma_{jk} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (X_{ij} - \bar{X}_j)(X_{ik} - \bar{X}_k)$$

$$s_j^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_{ij} - \bar{X}_j)^2$$

$$s_{jk} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_{ij} - \bar{X}_j)(X_{ik} - \bar{X}_k)$$

- $\sigma_j^2$  : varian populasi variabel ke- $j$   
 $\sigma_{jk}$  : kovarian populasi antara variabel ke- $j$  untuk variabel ke- $k$   
 $S_j^2$  : varian untuk variabel ke- $j$   
 $S_{jk}$  : kovarian sampel antara variabel ke- $j$  untuk variabel ke- $k$   
 $N$  : banyak populasi  
 $n$  : banyak pengamatan

### 2.2.3 Uji Korelasi

Korelasi adalah suatu ukuran yang menyatakan kekuatan hubungan antara 2 variabel[8]. Perhitungan koefisien korelasi Pearson antara variabel  $X_j$  dan  $X_k$ , yaitu:

$$\begin{aligned} \rho_{X_j X_k} &= \frac{Cov(X_j, X_k)}{\sqrt{Var(X_j, X_j)} \sqrt{Var(X_k, X_k)}} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^N (X_{ij} - \bar{X}_j)(X_{ik} - \bar{X}_k)}{\sqrt{\sum_i^N (X_{ij} - \bar{X}_j)^2} \sqrt{\sum_i^N (X_{ik} - \bar{X}_k)^2}} \end{aligned}$$

Batasan perhitungan koefisien korelasi Pearson terletak antara  $-1 \leq \rho \leq 1$ . Jika  $0 < \rho \leq 1$ , maka terdapat korelasi positif antara 2 variabel, sedangkan jika  $-1 \leq \rho < 0$ , maka terdapat korelasi negatif antara 2 variabel, dan jika  $\rho = 0$ , maka tidak terdapat korelasi atau saling bebas[2].

Jika terdapat variabel sebanyak  $p$ , maka didefinisikan matriks korelasi populasi sebagai berikut:

$$\rho = \begin{bmatrix} \frac{\sigma_{X_1 X_1}}{\sqrt{\sigma_{X_1 X_1}} \sqrt{\sigma_{X_1 X_1}}} & \frac{\sigma_{X_2 X_1}}{\sqrt{\sigma_{X_1 X_1}} \sqrt{\sigma_{X_2 X_2}}} & \dots & \frac{\sigma_{X_2 X_p}}{\sqrt{\sigma_{X_1 X_1}} \sqrt{\sigma_{X_p X_p}}} \\ \frac{\sigma_{X_1 X_2}}{\sqrt{\sigma_{X_1 X_1}} \sqrt{\sigma_{X_2 X_2}}} & \frac{\sigma_{X_2 X_2}}{\sqrt{\sigma_{X_2 X_2}} \sqrt{\sigma_{X_2 X_2}}} & \dots & \frac{\sigma_{X_2 X_p}}{\sqrt{\sigma_{X_2 X_2}} \sqrt{\sigma_{X_p X_p}}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\sigma_{X_1 X_p}}{\sqrt{\sigma_{X_1 X_1}} \sqrt{\sigma_{X_p X_p}}} & \dots & \dots & \frac{\sigma_{X_p X_p}}{\sqrt{\sigma_{X_p X_p}} \sqrt{\sigma_{X_p X_p}}} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & \cdots & \rho_{1p} \\ \rho_{21} & 1 & \cdots & \rho_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{p1} & \cdots & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

dengan:

$$\rho_{jk} = \rho_{X_j X_k}$$

$$\sigma_{jk} = \sigma_{X_j X_k}$$

$\rho_{X_j X_k}$  : koefisien korelasi Pearson antara variabel  $X_j$  dan  $X_k$

$\sigma_{X_j X_k}$  : kovarian korelasi Pearson antara variabel  $X_j$  dan  $X_k$

$X_{ij}$  : pengamatan ke- $i$  pada variabel ke- $j$

$\bar{X}_j$  : rata-rata pengamatan untuk variabel ke- $j$

$X_j$  : variabel ke- $j$

Untuk mengkaji koefisien korelasi data sampel dari data hasil pengukuran, dengan  $i = 1, 2, 3, \dots, n$  diberikan oleh persamaan, yaitu:

$$r_{X_j X_k} = \frac{n \sum_{i=1}^n X_{ij} X_{ik} - \sum_{i=1}^n X_{ij} \sum_{i=1}^n X_{ik}}{\sqrt{n \sum_{i=1}^n X_{ij}^2 - (\sum_{i=1}^n X_{ij})^2} \sqrt{n \sum_{i=1}^n X_{ik}^2 - (\sum_{i=1}^n X_{ik})^2}} \quad (2.2)$$

Nilai korelasi antar variabel terletak antara  $-1 \leq r \leq 1$ . Jika hasil menunjukkan  $0 < r \leq 1$ , maka terdapat korelasi positif antara 2 variabel, sedangkan jika  $-1 \leq r < 0$ , maka terdapat korelasi negatif antara 2 variabel, dan jika  $r = 0$ , maka tidak terdapat korelasi (saling bebas)[8].

Jika diketahui variabel sebanyak  $p$ , maka diperoleh matriks korelasi sampel sebagai berikut:

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} 1 & r_{X_1 X_2} & \cdots & r_{X_1 X_p} \\ r_{X_2 X_1} & 1 & \cdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \ddots & \vdots \\ r_{X_p X_1} & r_{X_p X_2} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$



Meskipun telah diperoleh nilai koefisien korelasi yang dihitung melalui persamaan (2.2) dan didefinisikan sebagai persamaan (2.3). Nilai tersebut perlu diuji secara statistik[8]. Berikut merupakan uji korelasi:

Hipotesa:

$H_0: \rho = I$  menunjukkan tidak terdapat korelasi antar variabel.

$H_1: \rho \neq I$  menunjukkan terdapat korelasi antar variabel.

Statistik uji:

$$T = \frac{(n-1)}{(1-r)^2} \left[ \sum \sum_{j < k} (r_{jk} - \bar{r})^2 - \hat{\gamma} \sum_{k=1}^p (\bar{r}_k - \bar{r})^2 \right] \quad (2.4)$$

dengan:

$$r_{jk} = r_{X_j X_k}$$

$$\bar{r}_k = \frac{1}{p-1} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^p r_{jk}; k = 1, 2, \dots, p$$

$$\bar{r} = \frac{2}{p(p-1)} \sum \sum_{j < k} r_{jk}$$

$$\bar{\gamma} = \frac{(p-1)^2 [1 - (1 - \bar{r})^2]}{p - (p-2)(1 - \bar{r})^2}$$

$\bar{r}_k$  : rata-rata dari elemen yang bukan elemen diagonal utama pada kolom  $k$  pada matriks korelasi

$\bar{r}$  : rata-rata keseluruhan dari elemen matriks segitiga bawah yang bukan diagonal utama pada matriks korelasi

$r_{jk}$  : koefisien korelasi antara  $X_j$  dan  $X_k$  dimana  $j \neq k$

$p$  : banyaknya variabel

Kriteria pengujian:

Jika statistik uji  $T > \chi_{\frac{(p+1)(p-2)}{2}, (\alpha)}^2$ , maka  $H_0$  ditolak. Sehingga dapat disimpulkan  $H_1$  diterima. Bahwa terdapat korelasi yang signifikan antar variabel.

### 2.2.4 Distribusi Normal Multivariat

Untuk membuat peta kendali multivariat  $T^2$ -Statistic, pengujian distribusi normal multivariat dilakukan untuk menguji distribusi data yang akan dianalisis telah berdistribusi normal multivariat sebagai asumsi dasar yang harus dipenuhi dalam analisis multivariat[2]. Berikut pengujian distribusi normal multivariat:

Hipotesa:

$H_0$  : Data berdistribusi normal multivariat.

$H_1$  : Data tidak berdistribusi normal multivariat.

Statistik uji:

$$d_i^2 = (\mathbf{X}_{ij} - \bar{\mathbf{X}}_j)^T \mathbf{S}^{-1} (\mathbf{X}_{ij} - \bar{\mathbf{X}}_j); \quad (2.5)$$

$$i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, p$$

dengan:

$$\mathbf{X}_{ij} = \begin{bmatrix} x_{1j} \\ x_{2j} \\ \vdots \\ x_{nj} \end{bmatrix} \text{ dan } \bar{\mathbf{X}}_j = \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \\ \vdots \\ \bar{x}_p \end{bmatrix}$$

$\mathbf{S}^{-1}$  : invers matriks varian kovarian berukuran  $p \times p$

$d_i^2$  : jarak tergeneralisasi yang dikuadratkan

$\mathbf{X}_{ij}$  : vektor pengamatan ke- $i$  pada variabel ke- $j$

$\bar{\mathbf{X}}_j$  : vektor rata-rata

$p$  : banyak variabel

$n$  : banyak pengamatan

Kriteria pengujian

Data dapat dikatakan berdistribusi normal multivariat atau dapat dikatakan gagal menolak  $H_0$  apabila terdapat minimal 50% nilai  $d_i^2 \leq \chi_{(p;0,5)}^2$  atau hasil dari *scatter plot* berupa garis lurus[2].

### 2.3 Pengali Lagrange

Pengali Lagrange merupakan pengali skalar yang terkait pada setiap kendala. Pengali Lagrange memiliki peran penting dalam metode numerik dan teori optimasi untuk mendapatkan nilai optimum fungsi objektif, sehingga didapatkan nilai parameter optimum yang dicari[9]. Berikut langkah-langkah optimasi menggunakan pengali Lagrange:

#### 1. Dibentuk fungsi Lagrange

Fungsi pengali Lagrange didefinisikan sebagai berikut:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}(x_1(t), x_2(t), \dot{x}_1(t), \dot{x}_2(t), \lambda(t), t) \quad (2.6)$$

dengan fungsi objektif dan batas kendala (*constrain*):

$$V(x_1(t), x_2(t), \dot{x}_1(t), \dot{x}_2(t), t) \\ g(x_1(t), x_2(t), \dot{x}_1(t), \dot{x}_2(t), t) = 0 \quad (2.7)$$

dan kondisi titik akhir:

$$\begin{aligned} x_1(t_0) &= x_{10}; & x_2(t_0) &= x_{20} \\ x_1(t_f) &= x_{1f}; & x_2(t_f) &= x_{2f} \end{aligned}$$

Sehingga didapat fungsi Lagrange dengan  $\lambda(t)$  antara pengali Lagrange sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= V(x_1(t), x_2(t), \dot{x}_1(t), \dot{x}_2(t), \lambda(t), t) \\ &\quad + \lambda(t)g(x_1(t), x_2(t), \dot{x}_1(t), \dot{x}_2(t), t) \end{aligned} \quad (2.8)$$

diasumsikan nilai optimal :

$$x_i(t) = x_i^*(t) + \delta x_i(t), \quad \dot{x}_i(t) = \dot{x}_i^*(t) + \delta \dot{x}_i(t) ; i = 1,2$$

$$\Delta J_\alpha = J_\alpha(x_i^*(t) + \delta x_i(t), \dot{x}_i^*(t) + \delta \dot{x}_i(t), t)$$

$$-J_\alpha(x_i^*(t), \dot{x}_i^*(t), t) ; i = 1,2$$

Variasi pertama menggunakan *Taylor series expansion*, didapatkan fungsi variasi pertama :

$$\delta J_\alpha = \int_{t_0}^{t_f} \left[ \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} \right)_* \delta x_1(t) + \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} \right)_* \delta x_2(t) + \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}_1} \right)_* \delta \dot{x}_1(t) + \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}_2} \right)_* \delta \dot{x}_2(t) \right] dt$$

Kemudian mengubah  $\delta \dot{x}_1(t)$  dan  $\delta \dot{x}_2(t)$  menjadi  $\delta x_1(t)$  dan  $\delta x_2(t)$  dengan menggunakan integral parsial, didapatkan:

$$\begin{aligned} \int_{t_0}^{t_f} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}_1} \right)_* \delta \dot{x}_1(t) &= \int_{t_0}^{t_f} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}_1} \right)_* \frac{d}{dt} (\delta x_1(t)) dt \\ &= \int_{t_0}^{t_f} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}_1} \right)_* d(\delta x_1(t)) \\ &= \left[ \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}_1} \right)_* d(\delta x_1(t)) \right] \Big|_{t_0}^{t_f} \\ &\quad - \int_{t_0}^{t_f} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}_1} \right)_* \delta x_1(t) dt \end{aligned}$$

$\delta J_\alpha$  menjadi:

$$\begin{aligned} \delta J_\alpha &= \int_{t_0}^{t_f} \left[ \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} \right)_* \delta x_1(t) + \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} \right)_* \delta x_2(t) \right] dt \\ &\quad + \left[ \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}_1} \right)_* d(\delta x_1(t)) \right] \Big|_{t_0}^{t_f} + \left[ \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}_2} \right)_* d(\delta x_2(t)) \right] \Big|_{t_0}^{t_f} \\ &\quad - \int_{t_0}^{t_f} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}_1} \right)_* \delta x_1(t) dt - \int_{t_0}^{t_f} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}_2} \right)_* \delta x_2(t) dt \\ &= \int_{t_0}^{t_f} \left[ \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} \right)_* \delta x_1(t) + \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} \right)_* \delta x_2(t) \right] dt \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left[ \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}_1} \right)_* \delta x_1(t_f) - \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}_1} \right)_* \delta x_1(t_0) \right] \\
& - \left[ \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}_2} \right)_* \delta x_2(t_f) - \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}_2} \right)_* \delta x_2(t_0) \right] \\
& - \int_{t_0}^{t_f} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}_1} \right)_* \delta x_1(t) dt \\
& - \int_{t_0}^{t_f} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}_2} \right)_* \delta x_2(t) dt
\end{aligned}$$

Karena  $\delta x_1(t_0) = \delta x_2(t_0) = \delta x_1(t_f) = \delta x_2(t_f) = 0$

$$\begin{aligned}
\delta J_\alpha = \int_{t_0}^{t_f} \left[ \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} \right)_* - \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}_1} \right)_* \right] \delta x_1(t) dt \\
+ \int_{t_0}^{t_f} \left[ \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} \right)_* - \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}_2} \right)_* \right] \delta x_2(t) dt \quad (2.9)
\end{aligned}$$

Berdasarkan teorema fundamental dan persamaan (2.9) sama dengan nol. Dalam hal ini  $\delta x_1(t)$  dan  $\delta x_2(t)$  adalah *dependent*, dengan menyesuaikan  $x_1$  dan  $x_2$  sesuai dengan kondisi (2.7) maka dipilih  $\delta x_2(t)$  sebagai variasi *independent* dan  $\delta x_1(t)$  sebagai variasi *dependent*. Selanjutnya jika dipilih pengali  $\lambda^*(t)$  sedemikian hingga diperoleh:

$$\left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} \right)_* - \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}_1} \right)_* = 0$$

dengan asumsi tersebut, maka variasi pertama pada persamaan (2.9) menjadi:

$$\int_{t_0}^{t_f} \left[ \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} \right)_* - \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}_2} \right)_* \right] \delta x_2(t) dt = 0 \quad (2.10)$$

Karena  $\delta x_2(t)$  adalah variasi *independent*, sedemikian hingga berdasarkan lemma fundamental kalkulus variasi maka

persamaan (2.10) dapat dipenuhi jika  $\delta x_1(t)$  dihilangkan[9].  
Sehingga diperoleh:

$$\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2}\right)_* - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}_2}\right) = 0$$

dengan

$$\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda}\right)_* = 0$$

2. Dihitung turunan pertama sama dengan nol.

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1}\right)_* - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}_1}\right) &= 0 \\ \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2}\right)_* - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}_2}\right) &= 0 \\ \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda}\right)_* - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\lambda}}\right) &= 0 \end{aligned} \tag{2.11}$$

3. Setelah didapatkan hasil turunan parsial salah satu persamaan disubstitusikan pada salah satu persamaan hasil turunan parsial yang lain sehingga didapatkan nilai pengali Lagrange.
4. Setelah mendapatkan nilai pengali Lagrange, didapatkan nilai optimum dari parameter  $(x_1, x_2)$  optimum yang dicari.

#### **2.4 Peta Kendali Multivariat $T^2$ -Statistic dengan Metode NICN (*Nearest In Control Neighbor*)**

Pengertian peta kendali multivariat adalah teknik pengendalian proses pada jalur yang digunakan secara luas untuk menyelidiki dengan cepat terjadinya penyebab terduga atau pergeseran proses sedemikian hingga penyelidikan terhadap proses dan tindakan perbaikan dapat dilakukan sebelum terlalu banyak unit yang tidak sesuai diproduksi[1].

Peta kendali adalah suatu peta yang menggambarkan karakteristik kualitas hasil dari produksi yang mempunyai batas

kendali atas (BKA), garis tengah, dan batas kendali bawah. Produk dikatakan terkendali pada saat berada pada dalam batas kendali atas dan batas kendali bawah (BKB). Penentuan produk tersebut terkendali atau tidak terkendali tergantung pada proses pengamatan. Pada saat proses pengamatan diketahui berada diluar batas kendali perlu dilakukan identifikasi terhadap pengamatan tersebut (*assignable cause*). Setelah penyebab diketahui, maka yang menyebabkan *out of control* tersebut dihilangkan dan selanjutnya dilakukan pembuatan batas kendali yang baru[1].

Dalam analisis untuk mengendalikan karakteristik mutu variabel data multivariat yang memiliki lebih dari satu variabel dapat digunakan peta kendali  $T^2$ -Statistic. Penggunaan dari peta kendali ini juga terbatas pada data yang berdistribusi normal multivariat dan saling berhubungan antar variabel (terdapat korelasi yang signifikan antar variabel). Pada peta kendali  $T^2$ -Statistic dilakukan pendeteksian pergeseran pada mean proses dengan menggunakan vektor mean sampel dan matrik varian kovarian[1].

Jika pada saat proses pengamatan tidak terdapat subgrup atau data bersifat individu maka digunakan peta kendali  $T^2$ -Statistic individu. Berikut perhitungan peta kendali  $T^2$ -Statistic individu[1]:

$$T_i^2 = (\mathbf{X}_{ij} - \bar{\mathbf{X}}_j)^T \mathbf{S}^{-1} (\mathbf{X}_{ij} - \bar{\mathbf{X}}_j); \quad (2.12)$$

$$i = 1, 2, \dots, n = 1, 2, \dots, p$$

dengan:

$p$  : banyak variabel

$n$  : banyak pengamatan

$T_i^2$  : statistik hitung peta kendali  $T^2$ -Statistic

$\mathbf{S}^{-1}$  : invers dari matriks varian kovarian

$\bar{\mathbf{X}}_j$  : rata-rata vektor untuk variabel ke- $j$

$\mathbf{X}_{ij}$  : pengamatan ke- $i$  pada variabel ke- $j$

Batas kendali untuk individual  $T^2$ -Statistic dengan  $n$  sampel lebih dari 100, dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$BKA = \left( \frac{p(n-1)}{n-p} \right) F_{\alpha, v_1, v_2}$$

$$BKB = 0$$

dengan:

$p$  : banyak variabel

$n$  : banyak pengamatan

$\alpha$  : taraf signifikansi

$F$  : nilai yang diperoleh dari distribusi  $F$  dengan  $\alpha = 0,05$ ,  
 $v_1 = p$  dan  $v_2 = n - p$

$BKA$  : batas kendali atas

$BKB$  : batas kendali bawah

Peta kendali  $T^2$ -Statistic seringkali digunakan untuk pengendalian kualitas proses yang saling berhubungan antar variabel, peta kendali ini pada dasarnya mempunyai tujuan utama untuk memonitor proses dan kontrol prosedur untuk data multivariat terhadap vektor *mean*[1]. Beberapa pendekatan berbeda pernah diusulkan untuk memperkirakan kontribusi variabel terhadap  $T^2$ -Statistic.

Algoritma *Nearest In Control Neighbor* (NICN) adalah sebuah metode untuk melakukan klasifikasi terhadap objek berdasarkan data yang titik paling dekat dengan objek tersebut. Mendapatkan titik terdekat dengan pendekatan NICN dapat dihitung menggunakan teori optimasi. Dengan menggunakan prinsip Mahalanobis *Distance* sebagai fungsi objektif dan akan diperoleh titik NICN yang minimum[3]. Berikut adalah rumus Mahalanobis *Distance*:

$$T_{min,i}^2 = (\mathbf{x}_{NICN,i} - \mathbf{x}_i)^T \mathbf{S}^{-1} (\mathbf{x}_{NICN,i} - \mathbf{x}_i);$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$



dengan:

$T_{min,i}^2$  : Mahalanobis *Distance*

$S^{-1}$  : invers dari matriks varian kovarian

$x_{NICN,i}$  : vektor jarak terdekat pengamatan ke- $i$

$x_i$  : vektor pengamatan ke- $i$

Pendekatan untuk memperkirakan kontribusi variabel  $T^2$ -*Statistic* diperoleh berdasarkan titik terdekat pada saat pengamatan. Pada persamaan (2.12) merupakan nilai jarak (Mahalanobis *Distance*) pengamatan terhadap rata-rata masing-masing variabel, dapat dihitung juga nilai Mahalanobis *Distance* jarak terdekat terhadap titik pengamatan, besar Mahalanobis *Distance* jarak terdekat terhadap titik pengamatan menunjukkan besarnya kontribusi dari variabel.

Jarak terdekat dari titik pengamatan tersebut diperoleh berdasarkan metode NICN yang dinyatakan sebagai masalah optimasi. Perhitungan dalam  $T^2$ -*Statistic* didasari oleh invers matriks korelasi. Masalah lain yang terjadi dalam penggunaan matriks korelasi adalah ketika banyaknya variabel lebih besar dari banyaknya pengamatan tetap digunakan. Sehingga, matriks korelasi dapat digunakan ketika banyaknya variabel lebih kecil dari banyaknya pengamatan[11]. Rumus Mahalanobis *Distance* menjadi:

$$T_{min,i}^2 = (x_{NICN,i} - x_i)^T R^{-1} (x_{NICN,i} - x_i); \quad (2.13)$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

dengan:

$T_{min,i}^2$  : Mahalanobis *Distance*

$R^{-1}$  : invers dari matriks korelasi

$x_{NICN,i}$  : vektor jarak terdekat pengamatan ke- $i$

$x_i$  : vektor pengamatan ke- $i$

Teori optimasi yang digunakan adalah pengali Lagrange. Dengan meminimumkan Mahalanobis *Distance* dapat diperoleh titik NICN yang minimum[3]. Fungsi objektif dalam penyelesaian masalah optimasi ini yaitu:

$$\min(\mathbf{x}_{NICN,i} - \mathbf{x}_i)^T \mathbf{S}^{-1}(\mathbf{x}_{NICN,i} - \mathbf{x}_i); i = 1, 2, \dots, n \quad (2.14)$$

dengan fungsi kendala:

$$\mathbf{x}_{NICN,i}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{x}_{NICN,i} = BKA$$

atau

$$BKA - \mathbf{x}_{NICN,i}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{x}_{NICN,i} = 0 \quad (2.15)$$

dengan:

$\mathbf{R}^{-1}$  : invers dari matriks korelasi sampel

Pada kasus optimasi parameter  $T^2$ -Statistic, diasumsikan  $S = R$ , jika data sampel dengan matriks varian kovarian sampel  $S$ . Langkah optimasi yang dilakukan adalah menggunakan pengali Lagrange, berdasarkan persamaan (2.8) fungsi Lagrange yang terbentuk dari persamaan (2.14) dan persamaan (2.15) adalah:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & (\mathbf{x}_{NICN,i} - \mathbf{x}_i)^T \mathbf{S}^{-1}(\mathbf{x}_{NICN,i} - \mathbf{x}_i) \\ & + \lambda(BKA - \mathbf{x}_{NICN,i}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{x}_{NICN,i}) \end{aligned} \quad (2.16)$$

Menurut penelitian sebelumnya [10]. Persamaan (2.16) dapat ditulis dengan:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \mathbf{x}_{NICN,i}^T \mathbf{S}^{-1} \mathbf{x}_{NICN,i} + \mathbf{x}_i^T \mathbf{S}^{-1} \mathbf{x}_i - 2\mathbf{x}_i^T \mathbf{S}^{-1} \mathbf{x}_{NICN,i} \\ & - \lambda(\mathbf{x}_{NICN,i}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{x}_{NICN,i} - BKA) \end{aligned} \quad (2.17)$$

$\mathbf{x}_{NICN,i}$  adalah parameter yang dioptimumkan, selanjutnya dihitung turunan parsial pertama terhadap variabel  $\mathbf{x}_{NICN,i}$  dan pengali Lagrange menggunakan persamaan (2.9). Karena pada kasus ini tidak terdapat  $\dot{\mathbf{x}}_{NICN,i}$  sedemikian hingga:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_{NICN,i}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_{NICN,1}} \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_{NICN,2}} \\ \vdots \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_{NICN,p}} \end{bmatrix} = 0 \text{ dan } \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 0 \quad (2.18)$$

Sehingga diperoleh:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_{NICN,i}} = 2\mathbf{S}^{-1}\mathbf{x}_{NICN,i} - 2\lambda\mathbf{R}^{-1}\mathbf{x}_{NICN,i} - 2\mathbf{S}^{-1}\mathbf{x}_i = 0 \quad (2.19)$$

Turunan parsial pertama terhadap pengali Lagrange yaitu:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} &= \frac{\partial}{\partial \lambda} \left( \mathbf{x}_{NICN,i}^T \mathbf{S}^{-1} \mathbf{x}_{NICN,i} + \mathbf{x}_i^T \mathbf{S}^{-1} \mathbf{x}_i \right. \\ &\quad \left. - 2\mathbf{x}_i^T \mathbf{S}^{-1} \mathbf{x}_{NICN,i} \right. \\ &\quad \left. - \lambda (\mathbf{x}_{NICN,i}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{x}_{NICN,i} - BKA) \right) = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} &= \mathbf{x}_{NICN,i}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{x}_{NICN,i} - BKA = 0 \end{aligned} \quad (2.20)$$

Nilai jarak terdekat dari titik pengamatan disebut titik NICN, dipilih berdasarkan prinsip jarak Mahalanobis dan diasumsikan  $\mathbf{S}^{-1} = \mathbf{R}^{-1}$ . Persamaan (2.17) dapat ditulis dengan:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_{NICN,i}} &= 2\mathbf{R}^{-1}\mathbf{x}_{NICN,i} - 2\lambda\mathbf{R}^{-1}\mathbf{x}_{NICN,i} - 2\mathbf{R}^{-1}\mathbf{x}_i = 0 \\ 2(1 - \lambda)\mathbf{R}^{-1}\mathbf{x}_{NICN,i} - 2\mathbf{R}^{-1}\mathbf{x}_i &= 0 \end{aligned} \quad (2.21)$$

$2\mathbf{R}^{-1}\mathbf{x}$  dipindah ruaskan, diperoleh:

$$\begin{aligned} 2(1 - \lambda)\mathbf{R}^{-1}\mathbf{x}_{NICN,i} &= 2\mathbf{R}^{-1}\mathbf{x}_i \\ (1 - \lambda)\mathbf{R}^{-1}\mathbf{x}_{NICN,i} &= \mathbf{R}^{-1}\mathbf{x}_i \end{aligned}$$

$$(1 - \lambda)\mathbf{x}_{NICN,i}\mathbf{R}^{-1} = \mathbf{x}_i\mathbf{R}^{-1}$$

Sehingga:

$$(1 - \lambda)\mathbf{x}_{NICN,i} = \mathbf{x}_i$$

$$\mathbf{x}_{NICN,i} = \frac{\mathbf{x}_i}{(1 - \lambda)}$$

Jika dimisalkan:

$$\frac{1}{(1 - \lambda)} = b$$

Maka  $\mathbf{x}_{NICN,i}$  dinyatakan dalam vektor pengamatan dan pengali Lagrange yaitu:

$$\mathbf{x}_{NICN,i} = \mathbf{b}_i\mathbf{x}_i \quad (2.22)$$

Kemudian diperoleh persamaan:

$$\mathbf{b}_i^2 = \frac{BKA}{T_x^2} \quad (2.23)$$

persamaan (2.23) diperoleh dari substitusi persamaan (2.20) dan dimisalkan  $\mathbf{x}_i^T\mathbf{R}^{-1}\mathbf{x}_i = T_x^2$  [10].

Metode NICN berfungsi untuk memonitor proses dan kontrol prosedur yang nantinya akan diketahui penyebab titik atau variabel mana yang menyebabkan titik atau variabel tersebut tidak memenuhi spesifikasi (*out of control*)[10]. Berikut langkah-langkah menghitung persamaan untuk menentukan metode *Nearest In Control Neighbor* (NICN):

1. Menghitung  $T_x^2 = \mathbf{x}_i^T\mathbf{R}^{-1}\mathbf{x}_i$ .

dengan:

$T_x^2$  :  $T^2$ -Statistic untuk pengamatan vektor  $\mathbf{x}$

$\mathbf{x}_i$  : vektor pengamatan ke- $i$

$\mathbf{R}^{-1}$  : matriks korelasi

2. Mencari nilai vektor pengamatan menggunakan persamaan (2.22) dengan mensubstitusikan persamaan (2.23). Kemudian menghitung  $T^2$ -Statistic menggunakan metode NICN dengan persamaan (2.13).
3. Menghitung besar kontribusi masing-masing variabel dengan rumusan sebagai berikut:

$$c_{ij} = |x_{ij,NICN} - x_{ij}| \quad (2.24)$$

dengan:

$c_{ij}$  : kontribusi pengamatan ke- $i$  pada variabel ke- $j$   
 $x_{ij,NICN}$  : nilai NICN pengamatan ke- $i$  pada variabel ke- $j$   
 $x_{ij}$  : nilai data asli pengamatan ke- $i$  pada variabel ke- $j$

4. Batas standar kontribusi masing-masing variabel menggunakan informasi dari *mean* ( $\bar{c}_j$ ), standar deviasi ( $s_j$ ) dari nilai kontribusi  $c_{ij}$  dan estimator ( $\beta$ ) [2], didefinisikan rumusan sebagai berikut:

$$\tau_j = \bar{c}_j + \beta s_j \quad (2.25)$$

5. Besar kontribusi masing-masing sampel  $c_{ij}$  dibandingkan dengan batas standar kontribusi  $\tau_j$ , jika nilai  $c_{ij}$  lebih besar dari  $\tau_j$  menunjukkan titik NICN diluar batas standar  $\tau_j$ , dengan kata lain nilai tersebut merupakan penyebab *out of control*[3].

## 2.5 Indeks Kemampuan Proses

Tujuan dari Indeks Kemampuan Proses (IKP) untuk menganalisis apakah suatu proses yang terkendali secara statistik dan berdistribusi normal, yakni dengan rata-rata atau defiasi standart, sesuai dengan batas-batas spesifikasi normal[7].

Kapabilitas proses menggambarkan suatu hasil atau penampilan proses dalam menghasilkan produk, proses dikatakan *capable* jika[1]:

1. Proses terkendali.  
Terkendali jika semua titik berada diantara batas kendali atas dan batas kendali bawah dan bersifat *random*.
2. Memenuhi spesifikasi.  
Nilai pengamatan dekat dengan nilai target.
3. Presisi dan akurasi tinggi.  
Presisi adalah tingkat kedekatan antara satu pengamatan dengan pengamatan yang lain, serta akurasi adalah kedekatan suatu pengamatan dengan nilai target.

Berikut rumus Indeks Kemampuan Proses ( $Cp$ ) multivariat[5]:

$$(Cp) = \frac{K}{X_{p,0.9973}^2} \left( \frac{(n-1)p}{s} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.26)$$

dengan:

$$s = \sum_{i=1}^n (\mathbf{X}_i - \bar{\mathbf{X}}_j)' \mathbf{A}^{-1} (\mathbf{X}_i - \bar{\mathbf{X}}_j) \quad (2.27)$$

$$\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{X}_i' \mathbf{X}_i$$

$$K = \sqrt{(\bar{\mathbf{X}}_j - \boldsymbol{\varepsilon}_j)' \mathbf{V}_0^{-1} (\bar{\mathbf{X}}_j - \boldsymbol{\varepsilon}_j)} \quad (2.28)$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, n; j = 1, 2, 3$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_j = \frac{1}{2} (BSA + BSB)$$

$X_{p,0.9973}^2$  : *chi-square* dengan  $p$  jumlah karakteristik terkendali

$n$  : pengamatan yang sudah terkendali

$p$  : banyak karakteristik

$\mathbf{V}_0^{-1}$  : invers matriks varian kovarian

$BSA$  : batas spesifikasi atas

$BSB$  : batas spesifikasi bawah

*“Halaman ini sengaja dikosongkan”*

## **BAB III**

### **METODELOGI PENELITIAN**

Pada bab ini, akan dijelaskan mengenai sumber data, variabel penelitian, dan langkah-langkah sistematis yang dilakukan dalam proses pengerjaan Tugas Akhir.

#### **3.1 Pengambilan Data**

Tugas akhir ini menggunakan data pengamatan dilakukan secara sekunder untuk data pada bulan Juli 2015. Variabel parameter kualitas terhadap Clay Putih sebagai material *balance* atau bahan pengisi dan pengikat dalam proses produksi pupuk NPK Phonska yang diproduksi oleh PT Petrokimia Gresik dengan variabel  $X_1$  adalah  $H_2O$ , variabel  $X_2$  adalah Mesh, dan variabel  $X_3$  adalah Derajat Putih.

#### **3.2 Variabel Penelitian**

Variabel-variabel yang digunakan dalam Tugas Akhir ini adalah:

1. Variabel  $X_1$

Variabel  $X_1$  adalah  $H_2O$  sebagai kadar air dalam Clay Putih dengan satuan persen. Kadar  $H_2O$  pada Clay Putih yang melebihi batas spesifikasi atau kadar  $H_2O$  semakin besar akan cenderung menggumpal yang berakibat sulit bereaksi, sulit untuk dicurah, dan merugikan perusahaan.

2. Variabel  $X_2$

Variabel  $X_2$  adalah Mesh sebagai ukuran butir yang lolos US Mesh-100 dengan ukuran 100 perlubang pada setiap 0.0059 Inc dan 150  $\mu m$ . Data Mesh dengan satuan persen ini tidak lolos spesifikasi pada saat ukuran butir kurang dari 85%. Jika kurang dari 85% maka sulit bereaksi dalam proses pengolahan pupuk NPK Phonska.

3. Variabel  $X_3$



Variabel  $X_3$  adalah Derajat Putih yang tidak menggunakan satuan apapun. Seberapa putih bahan Clay itu dibandingkan dengan standar yang telah ditetapkan oleh PT Petrokimia. Jika semakin gelap warnanya maka semakin jauh dari standar yang telah ditetapkan.

Adapun batas spesifikasi yang telah ditetapkan oleh perusahaan untuk mengontrol kadar  $H_2O$ , Mesh, dan Derajat Putih, yaitu:

Tabel 3.1. Batas spesifikasi perusahaan

Variabel	Min	Max	Mean	BKA	BKB
$X_1$	0.78	7.62	3.820	5	0
$X_2$	51.28	99.68	91.202	100	85
$X_3$	13.5	23.0	19.858	100	20

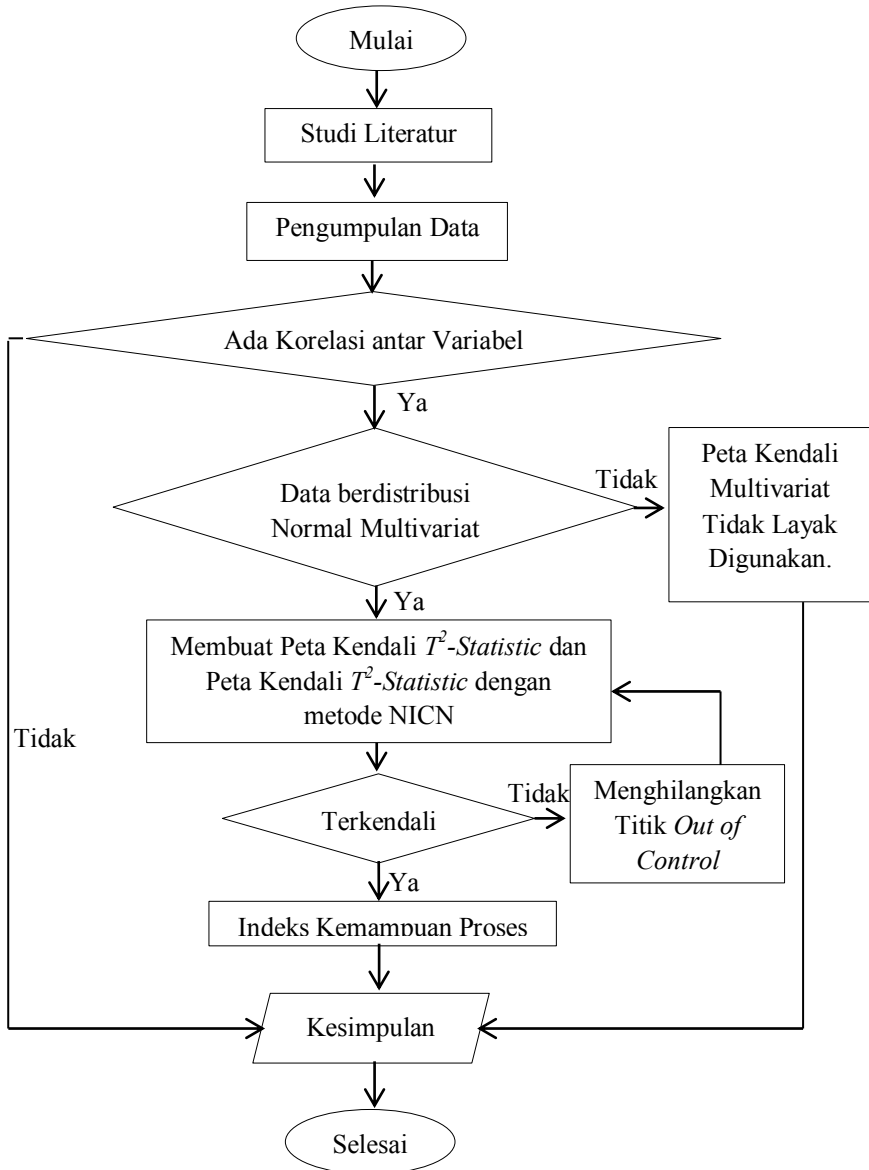
### 3.3 Langkah Analisis

Langkah-langkah analisis yang dilakukan dalam Tugas Akhir ini, sebagai berikut:

1. Pengambilan data sekunder PT Petrokimia Gresik berupa data parameter kualitas Clay Putih sebagai material *balance* atau bahan pengisi dan pengikat dalam proses produksi pupuk NPK Phonska, yaitu  $H_2O$ , Mesh, dan Derajat Putih.
2. Uji korelasi menggunakan koefisien korelasi *Product Moment Pearson* untuk mengetahui hubungan antar variabel.
3. Melakukan uji distribusi normal multivariat agar asumsi dasar yang harus dipenuhi dalam analisis multivariat terpenuhi.
4. Perhitungan  $T^2$ -Statistic dan  $T^2$ -Statistic dengan metode NICN agar dapat diketahui pengamatan yang *out of control* dan titik penyebab *out of control* tersebut.

5. Menentukan kapabilitas proses pada data terhadap variabel  $X_1$ ,  $X_2$ , dan  $X_3$  yang terkendali secara *mean* melalui peta kendali  $T^2$ -Statistic.
6. Menarik kesimpulan dari perhitungan yang telah dikerjakan.

Adapun urutan kerja Tugas Akhir ini sebagai berikut:



**Gambar 3.2** Diagram Alir Langkah-langkah Analisis

## BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini, dibahas mengenai pengaplikasian data untuk memperkirakan kontribusi variabel terhadap  $T^2$ -Statistic dengan metode NICN yang dimulai dengan analisa data, uji korelasi, uji normal multivariat, serta hasil perhitungan yang yang diperoleh dan dibandingkan dengan hasil perhitungan  $T^2$ -Statistic biasa.

### 4.1 Pengambilan Data

Data pengamatan variabel  $X_1$ ,  $X_2$ , dan  $X_3$  bulan Juli 2015 diberikan pada Lampiran A1. Statistika deskriptif untuk data variabel  $X_1$ ,  $X_2$ , dan  $X_3$  dapat dilihat pada Tabel 4.1

Tabel 4.1 Statistik Deskriptif Clay Putih

Variabel	Min	Max	Mean	Median	Std. Deviasi
$X_1$	0,78	7,62	3,820	3,575	1,401
$X_2$	51,28	99,68	91,202	93,360	7,772
$X_3$	13,5	23,0	19,858	20,600	2,177

### 4.2 Uji Korelasi

Dalam pengujian korelasi antara 2 variabel antara  $X_{ij}$  dan  $X_{ik}$ , digunakan koefisien korelasi sampel Pearson pada persamaan (2.2). Misal menghitung korelasi untuk variabel  $X_1$ ,  $X_2$  dengan:

$$n = 180$$

$$\sum_{i=1}^{180} X_{i1}X_{i2} = 62202,2398$$

$$\sum_{i=1}^{180} X_{i1} = 687,56$$

$$\sum_{i=1}^{180} X_{i2} = 16416,44$$

$$\sum_{i=1}^{180} X_{i1}^2 = 2977,4922$$

$$\sum_{i=1}^{180} X_{i2}^2 = 1508031,982$$

Dapat dihitung sebagai berikut:

$$\begin{aligned} r_{X_1, X_2} &= \frac{(180)62202,2398 - (687,56)(16416,44)}{\sqrt{(180)2977,4922 - (687,56)^2} \sqrt{(180)1508031,982 - (16416,44)^2}} \\ &= \frac{-90884,3224}{(251,4156765)(1395,082225)} \\ &= -0,259117542 \end{aligned}$$

Menggunakan cara yang sama pada  $r_{X_1, X_3} = 0,157330187$  dan  $r_{X_2, X_3} = -0,132248779$ . Berdasarkan persamaan (2.3) koefisien korelasi *Product Moment Pearson* tiga variabel yang lainnya disusun dalam matriks korelasi sebagai berikut

$$r = \begin{bmatrix} 1 & -0,259117542 & 0,157330187 \\ -0,259117542 & 1 & -0,132248779 \\ 0,157330187 & -0,132248779 & 1 \end{bmatrix}$$

Meskipun telah diperoleh nilai koefisien korelasi dari hasil perhitungan dengan persamaan (2.2), kebenaran nilai korelasi tersebut perlu diuji secara statistik[2]. Berikut merupakan uji korelasi,

Hipotesa:

$H_0: \rho = I$  menunjukkan tidak terdapat korelasi antar variabel.

$H_1: \rho \neq I$  menunjukkan terdapat korelasi antar variabel.

Statistik uji:

Rata-rata dari elemen yang bukan elemen diagonal utama pada kolom  $k$  matriks korelasi data pengamatan sampel adalah:

$$\bar{r}_1 = \frac{1}{3-1} \sum_{j \neq 1}^3 r_{j1}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{3-1} \sum_{j \neq 1}^3 r_{j1} \\
&= \frac{1}{3-1} (-0,259117542 + 0,157330817) \\
&= \frac{1}{2} (-0,101787355) \\
&= -0,050893677
\end{aligned}$$

Menggunakan cara yang sama untuk mencari  $\bar{r}_2$ , dan  $\bar{r}_3$ , didapatkan  $\bar{r}_2 = -0,195683161$ ;  $\bar{r}_3 = 0,012540704$ .

Rata-rata keseluruhan dari elemen matriks segitiga bawah yang bukan diagonal utama pada matriks korelasi data pengamatan sampel adalah:

$$\begin{aligned}
\bar{r} &= \frac{2}{p(p-1)} \sum_{j < k} r_{jk}; k = 1,2,3 \\
&= \frac{2}{3(3-1)} (-0,259117542 + 0,157330187 \\
&\quad + (-0,132248779))
\end{aligned}$$

$$= \frac{1}{3} (-0,234036134)$$

$$= -0,078012045$$

$$\sum_{j < k} \sum (r_{jk} - \bar{r})^2 =$$

$$\begin{aligned}
&= (-0,259117542 - (-0,078012045))^2 \\
&\quad + (0,157330187 - (-0,078012045))^2 \\
&\quad + (-0,132248779 - (-0,078012045))^2 \\
&= (-0,181105497)^2 + (0,235342231)^2 + (-0,054236735)^2 \\
&= 0,09112679
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sum_{k=1}^p (\bar{r}_k - \bar{r})^2 &= \\
&= (-0,050893677 - (-0,078012045))^2 \\
&\quad + (-0,195683161 - (-0,078012045))^2 \\
&\quad + (0,012540704 - (-0,078012045))^2 \\
&= (0,027118367)^2 + (-0,117671116)^2 + (0,090552748)^2 \\
&= 0,000735406 + 0,013846491 + 0,0081998 \\
&= 0,022781698
\end{aligned}$$

Untuk  $p = 3$  dan  $\bar{r} = -0,078012045$  dihitung:

$$\begin{aligned}
\hat{\gamma} &= \frac{(3-1)^2 [1 - (1 - (-0,078012045))^2]}{3(3-2)(1 - (-0,078012045))^2} \\
&= \frac{-0,648439875}{3,486329906} \\
&= -0,185994984
\end{aligned}$$

Berdasarkan persamaan (2.4), diperoleh nilai statistik uji  $T$  sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
T &= \frac{(180-1)}{(1 - (-0,078012045))^2} [0,09112679 \\
&\quad - (-0,185994984)(0,022781698)] \\
&= 14,68894451
\end{aligned}$$

Kriteria Pengujian:

Daerah penolakan yaitu jika statistik uji  $T > \chi_{v,(\alpha)}^2$  dimana  $v = \frac{(p+1)(p-2)}{2}$  maka  $H_0$  ditolak. Dengan  $p = 3$  diperoleh nilai  $\chi_{2(0,05)}^2 = 5,99$ , sehingga statistik uji  $T = 14,68894451 > \chi_{2(0,05)}^2 = 5,99$  dapat disimpulkan bahwa terdapat korelasi yang

signifikan antar variabel  $X_1$ ,  $X_2$ , dan  $X_3$  pada data Clay Putih untuk pupuk NPK Phonska PT Petrokimia Gresik.

### 4.3 Uji Distribusi Normal Multivariat

Berikut merupakan pengujian distribusi normal multivariat dengan persamaan (2.5) menggunakan data Clay Putih sebagai material *balance* untuk pupuk NPK Phonska PT Petrokimia Gresik, dengan pengamatan 180. Data lengkap dapat dilihat pada Lampiran A1.

Hipotesa:

$H_0$ : Data berdistribusi normal multivariat

$H_1$ : Data tidak berdistribusi normal multivariat

Statistik uji:

$$d_1^2 = [-1,009777778 \quad -3,282444444 \quad 1,542222222] \\ \begin{bmatrix} 0,5555 & 0,0242 & -0,0448 \\ 0,0243 & 0,0179 & 0,0060 \\ -0,0445 & 0,0062 & 0,2184 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1,009777778 \\ -3,282444444 \\ 1,542222222 \end{bmatrix} \\ = 1,516794719$$

Kriteria Pengujian:

Hasil  $d_2^2, d_3^2, \dots, d_{180}^2$  dapat dilihat pada Lampiran B2. Data dikatakan berdistribusi normal multivariat atau dapat dikatakan menerima  $H_0$  apabila terdapat minimal 50% nilai  $d_i^2 \leq \chi_{(p;5\%)}^2$  dan hasil dari *scatter plot* berupa garis lurus. Berdasarkan pengujian distribusi normal multivariat pada data, diketahui bahwa nilai diatas *Chi Square* atau nilai  $d_i^2$  yang lebih dari  $\chi_{(3;5\%)}^2 = 7,815$  sebesar 8%. Perbandingan nilai  $d_i^2$  dengan  $\chi_{(3;5\%)}^2$  dapat dilihat pada Lampiran B3.

*Scatter plot* dengan titik koordinat  $(d_i^2, q_i)$  dapat dilihat pada lampiran B2. Karena nilai  $d_i^2$  yang kurang dari  $\chi_{(3;5\%)}^2$  lebih besar dari 50% yaitu 92% dan hasil plot berupa garis lurus maka dapat disimpulkan data variabel  $X_1$ ,  $X_2$ , dan  $X_3$  mengikuti sebaran distribusi normal multivariat.



#### 4.4 Hasil Perhitungan

Perhitungan  $T^2$ -Statistic dan perkiraan kontribusi variabel terhadap  $T^2$ -Statistic berdasarkan metode NICN, dijabarkan pada sub bab berikut.

##### 4.4.1 Perhitungan $T^2$ -Statistic

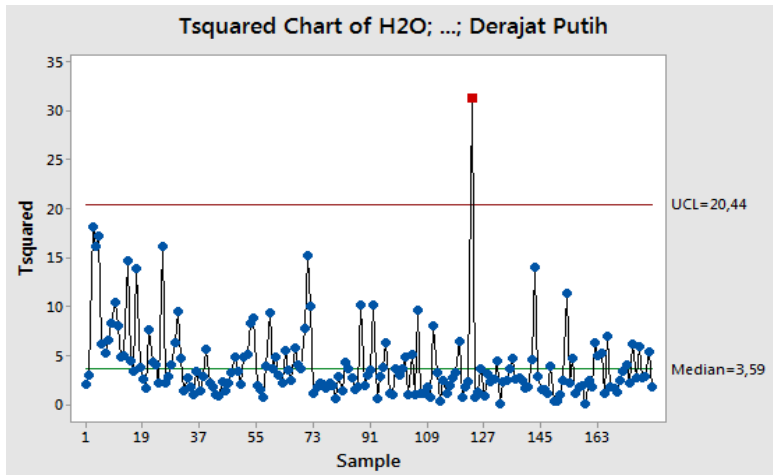
Berdasarkan hasil pengujian data variabel telah memenuhi asumsi saling berkorelasi dan berdistribusi normal multivariat sehingga dapat dilanjutkan pada perhitungan  $T^2$ -Statistic. Menggunakan persamaan (2.10), untuk pengamatan pertama diperoleh:

$$T_1^2 = [-1,009777778 \quad -3,282444444 \quad 1,542222222] \\ \begin{bmatrix} 0,5555 & 0,0242 & -0,0448 \\ 0,0243 & 0,0179 & 0,0060 \\ -0,0445 & 0,0062 & 0,2184 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1,009777778 \\ -3,282444444 \\ 1,542222222 \end{bmatrix} \\ = 1,516794719$$

Nilai  $T_1^2$  s.d.  $T_{180}^2$  dapat dilihat pada Lampiran C1  $T^2$ -Statistic merupakan pengendalian kualitas berdasarkan rata-rata dari ketiga variabel. Nilai horizontal pada peta kendali  $T^2$ -Statistic merupakan banyak pengamatan yaitu sebanyak 180 data pengamatan.

Dengan perhitungan  $T^2$ -Statistic terdapat satu pengamatan yang *out of control* sehingga perlu penghapusan titik yang *out of control*. Berikut peta kendali  $T^2$ -Statistic data variabel  $X_1$ ,  $X_2$ , dan  $X_3$ .

Gambar 4.1 menunjukkan bahwa terdapat 1 titik pengamatan yang berada pada luar batas kendali atas, yaitu pada pengamatan ke-123=31,31, karena terdapat 1 titik pengamatan berada diluar batas kendali, maka akan dicari penyebab *out of control* dengan menggunakan metode NICN.



**Gambar 4.1.** Peta Kendali  $T^2$ -Statistic kondisi tidak terkendali

#### 4.4.2 Perhitungan $T^2$ -Statistic dengan Metode NICN (*Nearest In Control Neighbor*)

Perhitungan untuk memperkirakan kontribusi variabel  $T^2$ -Statistic dengan metode NICN dihitung melalui 5 tahap yaitu:

1. Dihitung  $T_x^2 = \mathbf{x}_i^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{x}_i$

$$\begin{aligned}
 T_1^2 &= [2,81 \quad 87,92 \quad 21,4] \begin{bmatrix} 1,0900 & 0,2644 & -0,1365 \\ 0,2644 & 1,0819 & 0,1015 \\ -0,1365 & 0,1015 & 1,0349 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2,81 \\ 87,92 \\ 21,4 \end{bmatrix} \\
 &= [23,287848 \quad 98,035712 \quad 30,687175] \begin{bmatrix} 2,81 \\ 87,92 \\ 21,4 \end{bmatrix} \\
 &= 9341,725197
 \end{aligned}$$

Nilai  $T_x^2$  sampel ke-1 s.d. sampel ke-180 dapat dilihat pada Lampiran D1.

2. Menghitung nilai  $x_{NICN}$  diperoleh menggunakan persamaan (2.20) dan (2.21). Untuk pengamatan pertama,

$$b_1 = \sqrt{\frac{20,44}{9341,725197}}; BKA = 20,44$$

$$= 0,046776412$$

Hasil perhitungan  $b_1$  s.d.  $b_{180}$  dapat dilihat pada Lampiran D2.

$$x_{NICN,1} = 0,046776412 \begin{bmatrix} 2,81 \\ 87,92 \\ 21,4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,131441716 \\ 4,112582104 \\ 1,001015207 \end{bmatrix}$$

Nilai  $x_{NICN}$  yang optimum untuk pengamatan ke-1 s.d. ke-180 dapat dilihat pada Lampiran D3.

3. Dihitung nilai minimum  $T^2$ -Statistic berdasarkan persamaan (2.11). Untuk pengamatan pertama,

$$T_{min,1}^2 = \begin{bmatrix} 0,131441716 - 2,81 \\ 4,112582104 - 87,92 \\ 1,001015207 - 21,4 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 1,0900 & 0,2644 & -0,1365 \\ 0,2644 & 1,0819 & 0,1015 \\ -0,1365 & 0,1015 & 1,0349 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0,131441716 - 2,81 \\ 4,112582104 - 87,92 \\ 1,001015207 - 21,4 \end{bmatrix}$$

$$= [-2,678558284 \quad -83,8074179 \quad -20,39898479]$$

$$\begin{bmatrix} 1,0900 & 0,2644 & -0,1365 \\ 0,2644 & 1,0819 & 0,1015 \\ -0,1365 & 0,1015 & 1,0349 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2,678558284 \\ -83,8074179 \\ -20,39898479 \end{bmatrix}$$

$$= [-2,616704558 \quad -1,691447597 \quad -4,837983375]$$

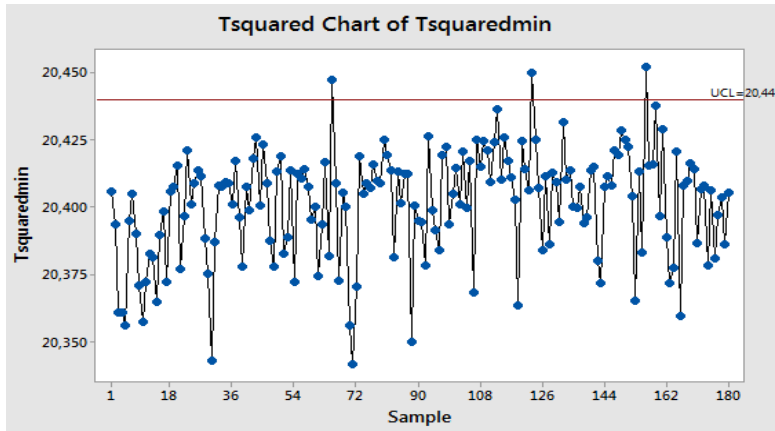
$$\begin{bmatrix} -2,678558284 \\ -83,8074179 \\ -20,39898479 \end{bmatrix}$$

$$= 8488,220432$$

Nilai  $T_{min}^2$  pengamatan ke-1 s.d. ke-180 dapat dilihat pada Lampiran D4.

Diketahui hasil perhitungan  $T_{min}^2$  sangat besar sehingga mengakibatkan hasil *out of control* semua. Selanjutnya untuk mengatasi hal tersebut, seluruh data ditransformasi dalam bentuk  $\mathbf{z}_i = \frac{x_i - \mu_i}{\sigma_i}$  [2]. Hasil  $T_{min,1}^2$  setelah data ditransformasi:

$$\begin{aligned}
 T_{min,1}^2 &= \begin{bmatrix} -3,436821281 - (-0,002875502) \\ -0,362838716 - (-0,000303578) \\ 2,172600406 - 0,00181776 \end{bmatrix}^T \\
 &= \begin{bmatrix} 1,0900 & 0,2644 & -0,1365 \\ 0,2644 & 1,0819 & 0,1015 \\ -0,1365 & 0,1015 & 1,0349 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3,436821281 - (-0,002875502) \\ -0,362838716 - (-0,000303578) \\ 2,172600406 - 0,00181776 \end{bmatrix} \\
 &= [-3,43394578 \quad -0,362535138 \quad 2,170782646] \\
 &= \begin{bmatrix} 1,0900 & 0,2644 & -0,1365 \\ 0,2644 & 1,0819 & 0,1015 \\ -0,1365 & 0,1015 & 1,0349 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3,43394578 \\ -0,362535138 \\ 2,170782646 \end{bmatrix} \\
 &= [-3,43394578 \quad -0,362535138 \quad 2,170782646] \\
 &= \begin{bmatrix} -4,135167021 \\ -1,079827591 \\ 2,678479243 \end{bmatrix} \\
 &= 20,40581105
 \end{aligned}$$



**Gambar 4.2** Peta Kendali  $T^2$ -Statistic dengan metode NICN

Pada Gambar 4.2 terdapat tiga nilai  $T_{min}^2$  yang *out of control* yaitu pada titik pengamatan  $65 = 20,447$ ,  $123 = 20,449$ ,  $155 = 20,451$  dengan  $BKA = 20,44$ . Data pengamatan ke-1 s.d. ke-180 yang telah ditransformasi dapat dilihat pada Lampiran D5 dan nilai  $T_{min}^2$  yang telah ditransformasi pengamatan ke-1 s.d. ke-180 dapat dilihat pada Lampiran D6.

Metode NICN digunakan untuk menemukan tetangga terdekat dari data pengamatan dan dapat mendeteksi variabel yang menyebabkan pengamatan *out of control*. Setelah data ditransformasi, data kemudian dinormalkan kembali menjadi data asli atau data awal setelah dilakukan analisis menggunakan  $T^2$ -Statistic metode NICN. Dengan menggunakan nilai kontribusi masing-masing variabel pada suatu pengamatan, dapat diketahui variabel yang merupakan penyebab *out of control* atau penyebab titik yang berada diluar batas kendali  $T^2$ -Statistic.

4. Nilai kontribusi masing-masing pengamatan diperoleh menggunakan persamaan (2.22). Dapat dilihat untuk pengamatan yang *out of control*, yaitu pada pengamatan ke-65

$$c_{ij} = |x_{ij,NICN} - x_{ij}|$$

$$c_{65,1} = |0,168491532 - (4,06)|$$

$$= 3,891508468$$

Dengan cara yang sama didapat:

$$c_{65,2} = 95,38988244$$

$$c_{65,3} = 21,0869917$$

Untuk pengamatan *out of control* ke-123:

$$c_{123,1} = 5,502268978$$

$$c_{123,2} = 47,42123583$$

$$c_{123,3} = 18,03264623$$

Untuk pengamatan *out of control* ke-155:

$$c_{155,1} = 5,373614323$$

$$c_{155,2} = 90,45265391$$

$$c_{155,3} = 16,92401664$$

Data masing-masing pengamatan dari 1 s.d. 180 dapat dilihat pada Lampiran D7.

5. Nilai batas standar kontribusi masing-masing variabel diperoleh menggunakan persamaan (2.23). Dengan nilai estimator  $\beta = 1$ , dapat dilihat untuk nilai standar kontribusi pada tiap variabel,

$$\bar{c}_j = [3,644291769 \quad 87,0746959 \quad 18,95143773]$$

$$s_j = [1,332 \quad 7,732 \quad 2,076]$$

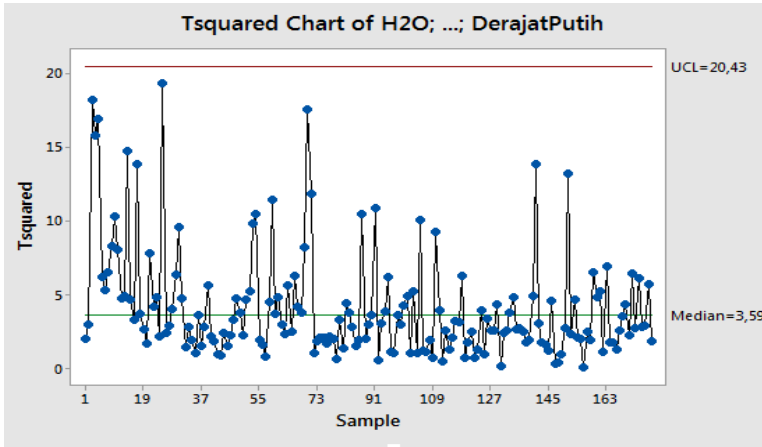
Diperoleh nilai  $\tau_j$  sebagai berikut:

$$\tau_j = [4,976291769 \quad 94,8066959 \quad 21,02743773]$$

Dari seluruh perbandingan nilai  $T^2$ -Statistic berdasarkan NICN dengan batas kendali atas 20,44, berdasarkan metode NICN dapat diketahui variabel yang menjadi penyebab *out of control* pengamatan ke-65 yaitu  $X_2$  dan  $X_3$ , penyebab *out of control* ke-

123 yaitu  $X_1$ , dan penyebab *out of control* ke-155  $X_1$ . Titik tersebut dapat digunakan sebagai referensi perbaikan proses pengendalian kualitas berikutnya.

Selanjutnya data yang *out of control* dikendalikan secara *mean* proses dengan menghilangkan titik yang *out of control*. Sehingga hasilnya dapat dilihat Gambar 4.3.



**Gambar 4.3** Peta kendali  $T^2$ -Statistic dengan metode NICN setelah terkendali.

Pada peta kendali  $T^2$ -Statistic dengan estimasi variabel berdasarkan metode NICN setelah pengamatan *out of control* dihilangkan, banyaknya data adalah sebanyak 177 data pengamatan yang ditunjukkan pada nilai horizontal peta kendali  $T^2$ -Statistic. Dengan nilai  $BKA = 20,43$  dan  $median = 3,59$ . Pada hasil dari peta kendali tidak terdapat yang *out of control*, sehingga disimpulkan bahwa peta kendali  $T^2$ -Statistic dengan metode NICN telah terkendali secara *mean* proses.

#### 4.5 Indeks Kemampuan Proses

Setelah melakukan analisis dengan menggunakan peta kendali  $T^2$ -Statistic dalam keadaan sudah terkendali secara *mean*, maka langkah selanjutnya adalah menaksir kemampuan proses ( $C_p$ )

dimana sesuai dengan batas spesifikasi yang telah ditentukan oleh perusahaan. Berdasarkan persamaan (2.25) dan (2.26) maka didapatkan:

$$\varepsilon_{X_1} = \frac{1}{2}(5 + 0) = 2,5 ; \varepsilon_{X_2} = 92,5 ; \varepsilon_{X_3} = 60,0$$

$$\mathbf{A}^{-1} = \begin{bmatrix} 2894,0217 & 60961,4206 & 13434,471 \\ 60961,4206 & 1486548,953 & 320729,644 \\ 13434,471 & 320729,644 & 70650,52 \end{bmatrix}$$

$$s = \left[ [X_{11} \ X_{12} \ X_{13}]^T \mathbf{A}^{-1} [X_{11} \ X_{12} \ X_{13}] + \dots \right. \\ \left. + [X_{n1} \ X_{n2} \ X_{n3}]^T \mathbf{A}^{-1} [X_{11} \ X_{12} \ X_{13}] \right]$$

$$= 14752924,32 + 11085933,86 + 122751345,2 + \dots + 16302390,38$$

$$= 13315123794$$

$$K = \sqrt{357,9809933}$$

$$= 18,92038565$$

Sehingga, hasil Indeks Kemampuan Proses yang berdasarkan persamaan (2.24):

$$Cp = \frac{18,92038565}{0,047329883} \left( \frac{(177 - 1)3}{13315123794} \right)^{1/2}$$

$$= 0,079604737$$

Karena nilai  $Cp = 0,079604737 < 1$  , maka Clay Putih dinyatakan *uncapable*.

Nilai kapabilitas proses dari parameter kualitas Clay Putih kurang dari 1 yang dapat dikatakan bahwa Clay Putih sebagai bahan pengisi dan pengikat dalam proses produksi pupuk NPK Phonska *uncapable*. Hal ini menyatakan bahwa kemampuan proses Clay Putih perlu diadakan perbaikan secara berkala.



*“Halaman ini sengaja dikosongkan”*

## BAB V KESIMPULAN DAN SARAN

Pada bab ini diberikan kesimpulan sebagai hasil dari analisa data yang telah diperoleh dan saran sebagai pertimbangan dalam pengembangan atau penelitian lebih lanjut.

### 5.1 Kesimpulan

Berdasarkan keseluruhan hasil analisa yang telah dilakukan dalam penyusunan tugas akhir ini, dapat diperoleh kesimpulan sebagai berikut :

1. Dari hasil perhitungan  $T^2$ -Statistic menggunakan data dari PT Petrokimia Gresik sebanyak 180 pengamatan dan tiga variabel, diketahui satu titik pengamatan yang *out of control* dengan nilai  $BKA = 20,44$ . Kemudian dicari penyebab *out of control* menggunakan perhitungan  $T^2$ -Statistic dengan metode NICN, diketahui tiga titik *out of control* dan terkendali secara *mean* proses setelah tiga pengamatan *out of control* dihilangkan dengan  $BKA = 20,43$ .
2. Perbandingan yang diperoleh adalah perhitungan menggunakan  $T^2$ -Statistic biasa hanya dapat mengetahui satu titik penyebab pengamatan *out of control*, sedangkan hasil perhitungan  $T^2$ -Statistic menggunakan NICN dapat mengetahui tiga titik penyebab pengamatan *out of control*, yaitu pada pengamatan ke-65 variabel penyebab *out of control* adalah Mesh dan Derajat Putih, pengamatan ke-123 adalah  $H_2O$ , dan pengamatan ke-155 adalah  $H_2O$ . Variabel tersebut dijadikan acuan untuk penelitian perbaikan selanjutnya.
3. Berdasarkan hasil analisis kemampuan proses, nilai  $Cp < 1$ , yaitu  $Cp = 0,079604737$ . Sehingga dapat disimpulkan bahwa proses *uncapable* dan perlu diadakan perbaikan secara berkala.

## 5.2 Saran

Saran yang dapat diberikan dari hasil penelitian Tugas Akhir ini sebagai berikut:

1. Permasalahan dalam mengaplikasikan data pengendalian kualitas menggunakan  $T^2$ -Statistic dengan metode NICN tidak semua data yang dapat digunakan dalam metode ini terutama data yang sangat besar. Sehingga dapat dijadikan acuan penelitian perbaikan selanjutnya.
2. Harap lebih diperhatikan variabel penyebab *out of control* dalam kualitas Clay Putih sebagai bahan pengisi dan pengikat untuk pupuk NPK Phonska guna meningkatkan produktivitas dalam memproduksi pupuk dengan kualitas tinggi.
3. Dilakukannya analisis kemampuan proses secara berkala, sehingga dapat diketahui kualitas Clay Putih tetap berada pada batas-batas yang telah ditentukan oleh perusahaan.

## LAMPIRAN

### Lampiran A1 : Data awal Clay Putih sebagai material *balance* untuk pupuk NPK Phonska

Pengamatan	$H_2O$	Mesh	Derajat Putih
1	2,81	87,92	21,4
2	2,31	88,36	21,4
3	4,99	83,60	13,5
4	5,00	92,00	13,5
5	5,33	90,04	13,5
6	4,99	98,40	23,0
7	3,83	98,68	23,0
8	5,27	97,96	23,0
9	6,18	96,20	23,0
10	6,75	95,84	23,0
11	6,12	96,08	23,0
12	1,82	92,36	17,2
13	1,75	92,48	17,2
14	2,18	99,48	13,5
15	2,07	99,40	17,2
16	2,54	91,80	17,2
17	3,38	98,08	13,5
18	4,06	93,20	23,0
19	3,10	91,96	17,2
20	3,61	90,00	22,0
21	1,97	98,76	23,0
22	2,98	90,36	23,0

**Lampiran A1 (lanjutan)**

Pengamatan	$H_2O$	Mesh	Derajat Putih
23	3,46	77,36	20,6
24	5,25	94,76	20,6
25	4,03	62,36	22,0
26	2,93	83,16	19,9
27	3,80	97,20	17,2
28	5,69	96,32	21,1
29	6,18	98,96	20,6
30	7,50	87,68	20,6
31	5,74	98,68	20,6
32	4,99	87,68	21,1
33	4,94	98,68	20,6
34	2,76	97,12	18,2
35	2,65	93,32	19,9
36	2,56	99,28	21,4
37	3,19	96,16	21,1
38	2,26	89,32	18,2
39	6,05	98,68	19,5
40	4,89	95,00	21,4
41	5,34	88,56	19,5
42	3,25	89,00	21,1
43	3,81	94,32	21,1
44	2,55	94,44	21,4
45	4,14	96,64	21,1
46	2,91	96,48	21,4
47	1,86	93,88	18,2

**Lampiran A1 (lanjutan)**

Pengamatan	$H_2O$	Mesh	Derajat Putih
48	5,95	92,84	18,2
49	3,05	80,12	20,6
50	4,47	99,12	20,6
51	1,99	88,00	22,0
52	5,61	99,12	21,4
53	4,20	72,72	18,2
54	6,45	73,44	21,4
55	4,50	92,08	22,0
56	4,61	91,92	18,2
57	4,77	89,28	19,5
58	4,75	80,72	18,2
59	5,41	69,84	22,0
60	5,00	99,36	18,2
61	6,26	91,24	21,4
62	2,26	94,24	21,4
63	4,08	84,24	22,0
64	1,91	98,36	22,0
65	4,06	99,52	22,0
66	4,67	94,28	22,0
67	6,36	82,56	22,0
68	4,77	99,00	22,0
69	2,70	97,80	22,0
70	7,03	82,76	21,4
71	7,62	70,24	22,0
72	6,48	72,16	22,0

**Lampiran A1 (lanjutan)**

Pengamatan	$H_2O$	Mesh	Derajat Putih
73	3,42	89,36	21,4
74	2,66	94,40	21,1
75	3,14	91,76	22,0
76	2,82	92,76	17,7
77	3,39	94,36	17,7
78	4,43	94,44	17,7
79	2,90	94,08	17,7
80	3,63	90,64	21,1
81	3,21	80,76	19,5
82	3,03	94,80	21,1
83	1,73	96,92	21,1
84	4,23	99,44	22,0
85	2,65	85,52	21,4
86	4,71	92,92	21,4
87	4,55	87,44	22,0
88	7,00	83,96	17,7
89	5,30	87,20	21,1
90	2,24	94,20	17,7
91	2,31	95,04	17,2
92	1,71	74,88	19,9
93	3,79	90,92	21,1
94	5,26	85,24	22,0
95	2,18	94,44	17,2
96	5,42	99,48	17,2
97	3,31	94,48	18,2

**Lampiran A1 (lanjutan)**

Pengamatan	$H_2O$	Mesh	Derajat Putih
98	3,76	94,28	18,2
99	2,28	94,40	17,2
100	4,43	93,80	17,2
101	4,35	79,16	22,0
102	3,27	96,96	23,0
103	4,37	93,80	21,1
104	3,18	97,68	23,0
105	3,21	88,56	21,1
106	1,29	78,08	19,9
107	3,69	96,00	21,1
108	4,65	92,92	21,1
109	3,81	98,28	21,1
110	4,40	89,44	21,1
111	3,47	72,48	22,0
112	3,92	78,52	21,1
113	3,84	86,96	19,9
114	3,30	94,96	17,2
115	3,77	85,00	21,1
116	4,05	85,16	22,0
117	4,89	80,76	19,5
118	4,56	94,12	17,2
119	6,64	93,40	19,5
120	3,51	94,24	18,5
121	3,50	91,88	22,0
122	2,73	97,16	17,7



**Lampiran A1 (Lanjutan)**

Pengamatan	$H_2O$	Mesh	Derajat Putih
123	5,95	51,28	19,5
124	3,63	90,40	18,5
125	2,61	89,40	19,9
126	5,95	84,32	19,9
127	4,90	88,84	19,9
128	5,87	85,68	19,9
129	3,12	98,96	17,7
130	3,21	95,20	17,2
131	4,96	97,12	17,2
132	3,49	92,92	19,9
133	2,95	97,84	17,7
134	4,11	98,28	17,7
135	4,72	87,76	17,2
136	2,58	83,32	17,7
137	3,08	92,44	17,2
138	2,14	92,00	18,2
139	2,22	94,08	18,2
140	3,05	88,16	18,2
141	4,38	86,72	18,2
142	1,54	99,64	18,2
143	3,78	96,92	13,5
144	2,84	99,04	21,4
145	4,81	85,76	21,4
146	4,95	88,96	21,4
147	3,45	95,32	18,2

**Lampiran A1 (lanjutan)**

Pengamatan	$H_2O$	Mesh	Derajat Putih
148	3,35	77,96	20,6
149	3,54	92,76	20,6
150	4,34	90,00	20,6
151	3,70	91,84	18,2
152	2,52	99,48	18,2
153	6,59	72,20	23,0
154	3,15	98,00	17,7
155	5,62	94,60	17,7
156	3,45	95,08	18,2
157	2,98	99,04	20,6
158	3,37	97,08	17,7
159	3,89	92,76	19,9
160	2,24	92,32	18,2
161	3,80	99,56	20,6
162	2,07	81,08	18,2
163	1,28	90,20	19,9
164	5,88	89,92	17,7
165	3,39	94,70	18,2
166	0,78	94,30	18,2
167	4,72	92,80	18,2
168	2,77	96,40	18,2
169	3,27	93,60	21,4
170	3,52	96,36	22,0
171	1,82	96,48	18,2
172	3,13	80,88	22,0

**Lampiran A1 (lanjutan)**

Pengamatan	$H_2O$	Mesh	Derajat Putih
173	2,86	96,32	21,4
174	1,76	99,52	22,0
175	3,04	85,84	22,0
176	1,86	99,40	22,0
177	2,41	95,36	21,4
178	2,87	95,08	22,0
179	2,08	99,68	22,0
180	2,60	95,08	18,2

**Lampiran A2: Data terkendali variabel Clay Putih sebagai material *balance* untuk pupuk NPK Phonska**

Pengamatan	$H_2O$	Mesh	Derajat Putih
1	2,81	87,92	21,4
2	2,31	88,36	21,4
3	4,99	83,6	13,5
4	5	92	13,5
5	5,33	90,04	13,5
6	4,99	98,4	23
7	3,83	98,68	23
8	5,27	97,96	23
9	6,18	96,2	23
10	6,75	95,84	23
11	6,12	96,08	23
12	1,82	92,36	17,2
13	1,75	92,48	17,2
14	2,18	99,48	13,5
15	2,07	99,4	17,2
16	2,54	91,8	17,2
17	3,38	98,08	13,5
18	4,06	93,2	23
19	3,1	91,96	17,2
20	3,61	90	22
21	1,97	98,76	23
22	2,98	90,36	23
23	3,46	77,36	20,6
24	5,25	94,76	20,6
25	4,03	62,36	22

**Lampiran A2 (lanjutan)**

Pengamatan	$H_2O$	Mesh	Derajat Putih
26	2,93	83,16	19,9
27	3,8	97,2	17,2
28	5,69	96,32	21,1
29	6,18	98,96	20,6
30	7,5	87,68	20,6
31	5,74	98,68	20,6
32	4,99	87,68	21,1
33	4,94	98,68	20,6
34	2,76	97,12	18,2
35	2,65	93,32	19,9
36	2,56	99,28	21,4
37	3,19	96,16	21,1
38	2,26	89,32	18,2
39	6,05	98,68	19,5
40	4,89	95	21,4
41	5,34	88,56	19,5
42	3,25	89	21,1
43	3,81	94,32	21,1
44	2,55	94,44	21,4
45	4,14	96,64	21,1
46	2,91	96,48	21,4
47	1,86	93,88	18,2
48	5,95	92,84	18,2
49	3,05	80,12	20,6
50	4,47	99,12	20,6

**Lampiran A2 (lanjutan)**

Pengamatan	$H_2O$	Mesh	Derajat Putih
51	1,99	88	22
52	5,61	99,12	21,4
53	4,2	72,72	18,2
54	6,45	73,44	21,4
55	4,5	92,08	22
56	4,61	91,92	18,2
57	4,77	89,28	19,5
58	4,75	80,72	18,2
59	5,41	69,84	22
60	5	99,36	18,2
61	6,26	91,24	21,4
62	2,26	94,24	21,4
63	4,08	84,24	22
64	1,91	98,36	22
65	4,67	94,28	22
66	6,36	82,56	22
67	4,77	99	22
68	2,7	97,8	22
69	7,03	82,76	21,4
70	7,62	70,24	22
71	6,48	72,16	22
72	3,42	89,36	21,4
73	2,66	94,4	21,1
74	3,14	91,76	22
75	2,82	92,76	17,7

**Lampiran A2 (lanjutan)**

Pengamatan	$H_2O$	Mesh	Derajat Putih
76	3,39	94,36	17,7
77	4,43	94,44	17,7
78	2,9	94,08	17,7
79	3,63	90,64	21,1
80	3,21	80,76	19,5
81	3,03	94,8	21,1
82	1,73	96,92	21,1
83	4,23	99,44	22
84	2,65	85,52	21,4
85	4,71	92,92	21,4
86	4,55	87,44	22
87	7	83,96	17,7
88	5,3	87,2	21,1
89	2,24	94,2	17,7
90	2,31	95,04	17,2
91	1,71	74,88	19,9
92	3,79	90,92	21,1
93	5,26	85,24	22
94	2,18	94,44	17,2
95	5,42	99,48	17,2
96	3,31	94,48	18,2
97	3,76	94,28	18,2
98	2,28	94,4	17,2
99	4,43	93,8	17,2
100	4,35	79,16	22

**Lanjutan A2 (lanjutan)**

Pengamatan	$H_2O$	Mesh	Derajat Putih
101	3,27	96,96	23
102	4,37	93,8	21,1
103	3,18	97,68	23
104	3,21	88,56	21,1
105	1,29	78,08	19,9
106	3,69	96	21,1
107	4,65	92,92	21,1
108	3,81	98,28	21,1
109	4,4	89,44	21,1
110	3,47	72,48	22
111	3,92	78,52	21,1
112	3,84	86,96	19,9
113	3,3	94,96	17,2
114	3,77	85	21,1
115	4,05	85,16	22
116	4,89	80,76	19,5
117	4,56	94,12	17,2
118	6,64	93,4	19,5
119	3,51	94,24	18,5
120	3,5	91,88	22
121	2,73	97,16	17,7
122	3,63	90,4	18,5
123	2,61	89,4	19,9
124	5,95	84,32	19,9
125	4,9	88,84	19,9



**Lampiran A2 (lanjutan)**

Pengamatan	H2O	Mesh	Derajat Putih
126	5,87	85,68	19,9
127	3,12	98,96	17,7
128	3,21	95,2	17,2
129	4,96	97,12	17,2
130	3,49	92,92	19,9
131	2,95	97,84	17,7
132	4,11	98,28	17,7
133	4,72	87,76	17,2
134	2,58	83,32	17,7
135	3,08	92,44	17,2
136	2,14	92	18,2
137	2,22	94,08	18,2
138	3,05	88,16	18,2
139	4,38	86,72	18,2
140	1,54	99,64	18,2
141	3,78	96,92	13,5
142	2,84	99,04	21,4
143	4,81	85,76	21,4
144	4,95	88,96	21,4
145	3,45	95,32	18,2
146	3,35	77,96	20,6
147	3,54	92,76	20,6
148	4,34	90	20,6
149	3,7	91,84	18,2
150	2,52	99,48	18,2

**Lanjutan A2 (lanjutan)**

Pengamatan	$H_2O$	Mesh	Derajat Putih
151	6,59	72,2	23
152	3,15	98	17,7
153	3,45	95,08	18,2
154	2,98	99,04	20,6
155	3,37	97,08	17,7
156	3,89	92,76	19,9
157	2,24	92,32	18,2
158	3,8	99,56	20,6
159	2,07	81,08	18,2
160	1,28	90,2	19,9
161	5,88	89,92	17,7
162	3,39	94,7	18,2
163	0,78	94,3	18,2
164	4,72	92,8	18,2
165	2,77	96,4	18,2
166	3,27	93,6	21,4
167	3,52	96,36	22
168	1,82	96,48	18,2
169	3,13	80,88	22
170	2,86	96,32	21,4
171	1,76	99,52	22
172	3,04	85,84	22
173	1,86	99,4	22
174	2,41	95,36	21,4
175	2,87	95,08	22
176	2,08	99,68	22
177	2,6	95,08	18,2

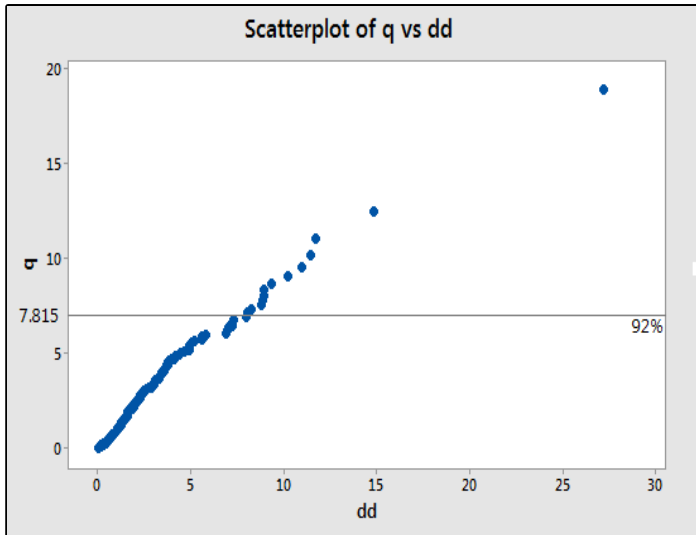
**Lampiran B1 : Macro Minitab Normal Multivariat**

```

macro
qq x,1-x,p
mconstant i n p t chis
mcolumn d x,1-x,p dd pi q ss tt
mmatrix s sinv ma mb mc md
let n=count(x,1)
cova x,1-x,p s
invert s sinv
do i=1:p
let x,i=x,i-mean(x,i)
enddo
do i=1:n
copy x,1-x,p ma;
use i,
transpose ma mb
multiply ma sinv mc
multiply mc mb md
copy md tt
let t=tt(1)
let d(i)=t
enddo
        set pi
        1:n
        end
        let pi=(pi-0,05)/n
        sort d dd
        invcdf pi q;
        chis p,
        plot q*dd
        invcdf 0,5 chis;
        chis p,
        let ss=dd<chis
        let t=sum(ss)/n

```

```
print t
if t>=0,05
note distribusi data multinormal
endif
if t<0,05
note distribusi data tidak multinormal
endif
endmacro
```

**Lampiran B2: Hasil Pengujian Normal Multivariat****Data Display**

t 0,583333

distribusi data multinormal

### Lampiran B3: Nilai $d_i^2$ Hasil Pengujian Normal Multivariat

Pengamatan	$d_i^2$		Pengamatan	$d_i^2$	
1	1,5185	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	26	1,9456	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
2	2,2948	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	27	1,9851	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
3	11,4357	$> \chi^2_{(p;0,5)}$	28	3,0825	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
4	10,2678	$> \chi^2_{(p;0,5)}$	29	5,0948	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
5	10,9803	$> \chi^2_{(p;0,5)}$	30	6,9620	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
6	4,1957	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	31	3,8068	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
7	3,4401	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	32	0,9371	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
8	4,4649	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	33	2,2180	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
9	5,7954	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	34	1,2717	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
10	7,3219	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	35	0,7262	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
11	5,6032	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	36	2,3989	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
12	3,1630	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	37	0,9898	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
13	3,2900	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	38	1,9638	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
14	9,3228	$> \chi^2_{(p;5\%)}$	39	4,6423	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
15	3,0726	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	40	1,5339	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
16	2,0979	$< \chi^2_{(p;0,5)}$	41	1,3020	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
17	8,8586	$> \chi^2_{(p;0,5)}$	42	0,6957	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
18	2,2904	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	43	0,5571	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
19	1,6185	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	44	1,6384	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
20	1,0739	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	45	1,0535	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
21	5,2062	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	46	1,4681	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
22	2,7993	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	47	2,2633	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
23	3,7668	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	48	3,6224	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
24	1,6672	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	49	3,0162	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
25	14,8506	$> \chi^2_{(p;0,5)}$	50	1,7553	$< \chi^2_{(p;5\%)}$

**Lampiran B3 (lanjutan)**

Pengamatan	$d_i^2$		Pengamatan	$d_i^2$	
51	3,5992	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	79	1,2542	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
52	4,0105	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	80	0,3805	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
53	6,8815	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	81	2,5222	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
54	7,0529	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	81	0,9187	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
55	1,1939	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	83	3,0861	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
56	1,0868	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	84	2,6080	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
57	0,5458	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	85	2,2372	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
58	2,9218	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	86	0,9956	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
59	8,0768	$> \chi^2_{(p;5\%)}$	87	1,1816	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
60	3,0465	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	88	7,2585	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
61	3,4959	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	89	1,3291	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
62	2,0778	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	90	1,9513	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
63	1,5910	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	91	2,3095	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
64	3,8323	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	92	8,9178	$> \chi^2_{(p;5\%)}$
65	2,5379	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	93	0,3384	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
66	1,6164	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	94	1,9446	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
67	4,1492	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	95	2,4727	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
68	2,9707	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	96	4,9526	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
69	2,5038	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	97	0,7148	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
70	5,6058	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	98	0,6927	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
71	11,7594	$> \chi^2_{(p;5\%)}$	99	2,3352	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
72	7,9685	$> \chi^2_{(p;5\%)}$	100	2,0095	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
73	0,7258	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	101	3,0344	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
74	1,2639	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	102	3,1355	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
75	1,3906	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	103	0,6729	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
76	1,3063	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	104	3,3577	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
77	1,0671	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	105	0,7753	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
78	1,5413	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	106	8,2557	$> \chi^2_{(p;5\%)}$

**Lampiran B3 (lanjutan)**

Pengamatan	$d_i^2$		Pengamatan	$d_i^2$	
107	0,8142	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	135	2,3783	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
108	0,7752	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	136	3,4226	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
109	1,3374	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	137	1,6138	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
110	0,4391	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	138	1,8489	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
111	7,2524	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	139	1,6520	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
112	2,9615	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	140	1,1551	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
113	0,3166	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	141	1,1846	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
114	1,6070	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	142	3,3223	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
115	0,9555	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	143	8,9424	$> \chi^2_{(p;5\%)}$
116	1,4184	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	144	2,0602	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
117	2,1537	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	145	1,0954	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
118	2,1873	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	146	0,9984	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
119	4,9154	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	147	0,7690	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
120	0,4883	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	148	3,5993	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
121	1,1353	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	149	0,2185	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
122	1,6320	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	150	0,2209	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
123	27,2048	$> \chi^2_{(p;5\%)}$	151	0,5811	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
124	0,4315	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	152	1,8858	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
125	0,9813	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	153	8,8346	$> \chi^2_{(p;5\%)}$
126	2,6464	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	154	1,5670	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
127	0,6194	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	155	3,5809	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
128	2,3215	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	156	0,7437	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
129	1,7669	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	157	1,4182	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
130	1,6442	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	158	1,3803	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
131	3,3023	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	159	0,0524	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
132	0,0883	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	160	1,6666	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
133	1,6058	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	161	1,4393	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
134	1,9333	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	162	4,9383	$< \chi^2_{(p;5\%)}$



**Lampiran B3 (lanjutan)**

Pengamatan	$d_i^2$		Pengamatan	$d_i^2$	
163	3,7350	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	172	3,3877	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
164	3,7072	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	173	1,4888	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
165	0,7154	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	174	4,3751	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
166	4,9356	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	175	2,0698	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
167	1,2677	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	176	4,1458	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
168	1,1720	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	177	1,9201	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
169	0,8465	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	178	1,8754	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
170	1,6433	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	179	3,8061	$< \chi^2_{(p;5\%)}$
171	2,4064	$< \chi^2_{(p;5\%)}$	180	1,2081	$< \chi^2_{(p;5\%)}$

**Lampiran C1: Nilai  $T_i^2$  Hasil Perhitungan  $T^2$ -Statistic**

Pengamatan	$T_i^2$	Pengamatan	$T_i^2$	Pengamatan	$T_i^2$
1	1,5185	26	1,9456	51	3,5992
2	2,2948	27	1,9851	52	40,105
3	11,4357	28	3,0825	53	6,8815
4	10,2678	29	50,948	54	70,529
5	10,9803	30	69,620	55	1,1939
6	4,1957	31	3,8068	56	1,0868
7	3,4401	32	0,9371	57	0,5458
8	44,649	33	2,2180	58	2,9218
9	57,954	34	1,2717	59	8,0768
10	7,3219	35	0,7262	60	3,0465
11	5,6032	36	2,3989	61	3,4959
12	3,1630	37	0,9898	62	2,0778
13	32,900	38	1,9638	63	1,5910
14	93,228	39	4,6423	64	38,323
15	3,0726	40	15,339	65	2,5379
16	2,0979	41	1,3020	66	1,6164
17	8,8586	42	0,6957	67	4,1492
18	2,2904	43	0,5571	68	2,9707
19	1,6185	44	1,6384	69	2,5038
20	1,0739	45	1,0535	70	56,058
21	5,2062	46	1,4681	71	117,594
22	2,7993	47	22,633	72	7,9685
23	37,668	48	36,224	73	0,7258
24	16,672	49	3,0162	74	1,2639
25	14,8506	50	1,7553	75	1,3906

**Lampiran C1 (Lanjutan)**

Pengamatan	$T_i^2$	Pengamatan	$T_i^2$	Pengamatan	$T_i^2$
76	13,063	101	3,0344	126	26,464
77	1,0671	102	3,1355	127	0,6194
78	1,5413	103	0,6729	128	23,215
79	1,2542	104	3,3577	129	1,7669
80	0,3805	105	0,7753	130	1,6442
81	25,222	106	82,557	131	3,3023
81	0,9187	107	0,8142	132	0,0883
83	3,0861	108	0,7752	133	16,058
84	2,6080	109	1,3374	134	1,9333
85	22,372	110	0,4391	135	23,783
86	0,9956	111	7,2524	136	34,226
87	1,1816	112	2,9615	137	1,6138
88	72,585	113	0,3166	138	1,8489
89	13,291	114	1,6070	139	1,6520
90	1,9513	115	0,9555	140	1,1551
91	23,095	116	1,4184	141	1,1846
92	8,9178	117	21,537	142	33,223
93	0,3384	118	21,873	143	8,9424
94	1,9446	119	49,154	144	2,0602
95	24,727	120	0,4883	145	1,0954
96	4,9526	121	11,353	146	0,9984
97	0,7148	122	16,320	147	0,7690
98	0,6927	123	272,048	148	3,5993
99	2,3352	124	0,4315	149	0,2185
100	2,0095	125	0,9813	150	0,2209

**Lampiran C1 (lanjutan)**

Pengamatan	$T_i^2$	Pengamatan	$T_i^2$
151	0,5811	176	41,458
152	1,8858	177	1,9201
153	8,8346	178	1,8754
154	15,670	179	38,061
155	3,5809	180	12,081
156	0,7437		
157	1,4182		
158	1,3803		
159	0,0524		
160	16,666		
161	1,4393		
162	4,9383		
163	3,7350		
164	3,7072		
165	0,7154		
166	4,9356		
167	1,2677		
168	1,1720		
169	0,8465		
170	1,6433		
171	2,4064		
172	3,3877		
173	1,4888		
174	4,3751		
175	2,0698		

**Lampiran D1: Nilai  $T_x^2$  Hasil Perhitungan  $T^2$ -Statistic dengan Metode NICN (*Nearest In Control Neighbor*)**

Pengamatan	$T_x^2$	Pengamatan	$T_x^2$
1	9341,725197	26	8350,030765
2	9404,974395	27	11060,38032
3	8208,418936	28	11203,0168
4	9850,008625	29	11778,4104
5	9471,646642	30	9490,115047
6	11737,91152	31	11690,25055
7	11735,26005	32	9383,478832
8	11657,09928	33	11643,69104
9	11326,20409	34	11042,75446
10	11281,89236	35	10332,70318
11	11296,81222	36	11695,58774
12	9941,609128	37	11031,61023
13	9962,774079	38	9405,351167
14	11279,83509	39	11642,79956
15	11446,54682	40	10893,93918
16	9862,531426	41	9482,019966
17	11040,23579	42	9557,438979
18	10572,82403	43	10673,51993
19	9923,159628	44	10653,11846
20	9830,552049	45	11185,26526
21	11655,66727	46	11104,51242
22	9936,349947	47	10311,79237
23	7372,512328	48	10312,12401
24	10813,9036	49	7841,371915

**Lampiran D1 (lanjutan)**

Pengamatan	$T_x^2$	Pengamatan	$T_x^2$
25	5113,042742	50	11714,02791
26	8350,030765	51	9357,101225
27	11060,38032	52	11829,5394
28	11203,0168	53	6492,641128
29	11778,4104	54	6886,287413
30	9490,115047	55	10299,41404
31	11690,25055	56	10048,03004
32	9383,478832	57	9595,277517
33	11643,69104	58	7894,128896
34	11042,75446	59	6289,108776
35	10332,70318	60	11655,97052
36	11695,58774	61	10185,01421
37	11031,61023	62	10596,87526
38	9405,351167	63	8730066598
39	11642,79956	64	11499,06339
40	10893,93918	65	11867,97983
41	9482,019966	66	10767,19828
42	9557,438979	67	8527,556194
43	10673,51993	68	11792,59477
44	10653,11846	69	11417,23162
45	11185,26526	70	8564,092753
46	11104,51242	71	6452,861063
47	10311,79237	72	6710,798276
48	10312,12401	73	9655,714737
49	7841,371915	74	10631,46553

**Lampiran D1 (lanjutan)**

Pengamatan	$T_x^2$	Pengamatan	$T_x^2$
75	10164,42834	100	10373,03314
76	10100,00597	101	7810,525778
77	10461,59867	102	11330,15546
78	10534,14738	103	10593,95501
79	10377,63714	104	11481,66406
80	9904,894567	105	9468,348726
81	7900,782065	106	7369,107275
82	10734,33134	107	11023,64318
83	11120,65989	108	10425,27939
84	11859,68478	109	11523,62092
85	8870,132375	110	9702,378862
86	10446,96214	111	6633,467
87	9368,962022	112	7624,341213
88	8582,889896	113	9114,287284
89	9305,324803	114	10555,73756
90	10369,31127	115	8804,785519
91	10521,44169	116	8903,335524
92	6840,159807	117	7978,417197
93	9969,696657	118	10447,09313
94	8978,164939	119	10541,92288
95	10389,09677	120	10487,27828
96	11651,97348	121	10206,93951
97	10510,28148	122	11021,73093
98	10492,01544	123	3609,777631
99	10385,74721	124	9704,707913

**Lampiran D1 (lanjutan)**

Pengamatan	$T_x^2$	Pengamatan	$T_x^2$
125	9534,547074	150	9781,594956
126	8714,183619	151	9983,719251
127	9537,408552	152	11544,07975
128	8969,871246	153	6781,895497
129	11433,73607	154	11225,75019
130	10601,62375	155	10634,63546
131	11108,32489	156	10643,97435
132	10292,26219	157	11614,59824
133	11180,29715	158	11038,53392
134	11339,53185	159	10279,8438
135	9166,347661	160	10008,59407
136	8242,853795	161	11773,94143
137	10020,36513	162	7837,869696
138	9938,37418	163	9632,478498
139	10371,12091	164	9683,998498
140	9214,417282	165	10560,70055
141	8999,476277	166	10347,66899
142	11528,24907	167	10235,26338
143	10812,40579	168	10888,81799
144	11657,40179	169	10513,44469
145	9018,88561	170	11148,67351
146	9653,078312	171	10857,42442
147	10694,7374	172	8065,178911
148	7472,210943	173	11067,62763
149	10303,58679	174	11746,16268



**Lampiran D1 (lanjutan)**

Pengamatan	$T_x^2$
175	8986,046616
176	11724,73995
177	10840,27406
178	10842,15792
179	11797,79339
180	10599,85578

**Lampiran D2: Nilai  $b_i$  Pada Pengamatan 1 s.d. 180**

Pengamatan	$b_i$	Pengamatan	$b_i$
1	0,046776412	25	0,063226732
2	0,046618859	26	0,049476208
3	0,049901165	27	0,042988809
4	0,045553541	28	0,042714266
5	0,046454491	29	0,041657874
6	0,041729678	30	0,046409267
7	0,041734392	31	0,041814657
8	0,041874072	32	0,046672225
9	0,042481345	33	0,041898175
10	0,04256469	34	0,043023104
11	0,042536572	35	0,044476793
12	0,045343193	36	0,041805115
13	0,045295004	37	0,043044829
14	0,042568571	38	0,046617925
15	0,042257442	39	0,041899779
16	0,045524611	40	0,043315963
17	0,043028011	41	0,046429073
18	0,043968833	42	0,046245521
19	0,045385326	43	0,043760937
20	0,045598598	44	0,04380282
21	0,041876644	45	0,042748148
22	0,045355192	46	0,0429033
23	0,05265416	47	0,044521867
24	0,043475962	48	0,044521151

**Lampiran D2 (lanjutan)**

Pengamatan	$b_i$	Pengamatan	$b_i$
49	0,051055722	73	0,046009576
50	0,041772197	74	0,043847403
51	0,046737963	75	0,044843445
52	0,041567751	76	0,044986233
53	0,056108641	77	0,044201949
54	0,054481352	78	0,044049476
55	0,044548613	79	0,044380399
56	0,045102434	80	0,045427153
57	0,046154248	81	0,050863402
58	0,050884831	82	0,043636805
59	0,057009324	83	0,04287214
60	0,0418761	84	0,041514888
61	0,044798103	85	0,048003775
62	0,043918908	86	0,044232902
63	0,048387331	87	0,046708369
64	0,042160836	88	0,048800433
65	0,041500377	89	0,046867812
66	0,043570154	90	0,044398213
67	0,048958505	91	0,044076065
68	0,041632813	92	0,054664744
69	0,042311658	93	0,045279276
70	0,048853959	94	0,047714091
71	0,056281322	95	0,044355916
72	0,055189105	96	0,041883282

**Lampiran D2 (lanjutan)**

Pengamatan	$b_i$	Pengamatan	$b_i$
97	0,04409946	121	0,044749962
98	0,044137831	122	0,043064117
99	0,044363068	123	0,075248911
100	0,044390247	124	0,045893292
101	0,05115644	125	0,046301004
102	0,042473936	126	0,048431408
103	0,043924961	127	0,046294058
104	0,042192769	128	0,047736145
105	0,04646258	129	0,042281108
106	0,052666324	130	0,043909071
107	0,043060381	131	0,042895937
108	0,044278877	132	0,044564088
109	0,042115888	133	0,042757645
110	0,0458988	134	0,042456372
111	0,055509863	135	0,047221772
112	0,051777286	136	0,049796824
113	0,047356445	137	0,045164652
114	0,044004405	138	0,045350572
115	0,048181582	139	0,044394339
116	0,047914182	140	0,047098438
117	0,05061533	141	0,047657563
118	0,044232625	142	0,042107433
119	0,044033228	143	0,043478973
120	0,044147798	144	0,041873529

**Lampiran D2 (lanjutan)**

Pengamatan	$b_i$	Pengamatan	$b_i$
145	0,047606254	169	0,044092825
146	0,046015859	170	0,042818243
147	0,043717506	171	0,04338874
148	0,052301709	172	0,050342345
149	0,044539591	173	0,042974732
150	0,045712567	174	0,041715018
151	0,045247466	175	0,047693162
152	0,042078552	176	0,041753111
153	0,054899059	177	0,043423049
154	0,042670994	178	0,043419276
155	0,043840868	179	0,04162364
156	0,043821631	180	0,043912733
157	0,041950617		
158	0,043031328		
159	0,044590998		
160	0,045191204		
161	0,041665779		
162	0,051067127		
163	0,046065037		
164	0,045942338		
165	0,043994064		
166	0,044444618		
167	0,044688002		
168	0,043326148		

**Lampiran D3: Nilai  $x_{NICN,i,j}$  Pengamatan 1 s.d. 180**

Pengamatan	$x_{NICN,i,1}$	$x_{NICN,i,2}$	$x_{NICN,i,3}$
1	0,131441716	4,112582104	1,001015207
2	0,130998993	4,098730055	0,997643576
3	0,140222275	4,387310468	1,067884941
4	0,12800545	4,005067314	0,974845775
5	0,130537119	4,084278812	0,994126098
6	0,117260394	3,668873259	0,893015102
7	0,11727364	3,669287709	0,89311598
8	0,117666143	3,681568432	0,896105146
9	0,119372578	3,734959815	0,909100774
10	0,119606778	3,742287502	0,910884356
11	0,119527768	3,73981544	0,910282648
12	0,127414374	3,986573569	0,97034434
13	0,127278962	3,982336773	0,969313091
14	0,119617684	3,742628755	0,910967418
15	0,118743411	3,715274277	0,904309253
16	0,127924158	4,002523819	0,97422668
17	0,120908711	3,78302273	0,920799436
18	0,123552422	3,86573984	0,940933037
19	0,127532765	3,99027784	0,971245971
20	0,128132061	4,009028759	0,975810003
21	0,117673371	3,681794584	0,896160192
22	0,127448089	3,987628451	0,970601102
23	0,147958191	4,629353782	1,126799032
24	0,122167453	3,822406565	0,930385583
25	0,177667117	5,558894266	1,353052062

**Lampiran D3 (lanjutan)**

Pengamatan	$x_{NICN,i,1}$	$x_{NICN,i,2}$	$x_{NICN,i,3}$
26	0,139028145	4,34994822	1,058790854
27	0,120798554	3,779576106	0,919960517
28	0,120027089	3,755438303	0,914085301
29	0,117058627	3,662560302	0,891478508
30	0,13041004	4,080302735	0,993158309
31	0,117499185	3,676344622	0,894833654
32	0,131148953	4,103422031	0,998785617
33	0,117733872	3,683687569	0,896620951
34	0,120894922	3,782591282	0,92069442
35	0,124979789	3,910399676	0,951803379
36	0,117472372	3,67550569	0,894629456
37	0,120955971	3,784501405	0,92115935
38	0,130996369	4,098647958	0,997623593
39	0,11773838	3,683828595	0,896655277
40	0,121717856	3,808339455	0,926961605
41	0,130465695	4,082044101	0,993582163
42	0,129949915	4,065906227	0,989654155
43	0,122968233	3,847461587	0,936484053
44	0,123085923	3,851143903	0,93738034
45	0,120122295	3,75841715	0,914810362
46	0,120558273	3,772058141	0,918130621
47	0,125106446	3,914362527	0,952767949
48	0,125104434	3,914299584	0,952752628
49	0,143466578	4,488819049	1,092592444
50	0,117379874	3,672611569	0,893925018

**Lampiran D3 (lanjutan)**

Pengamatan	$x_{NICN,i,1}$	$x_{NICN,i,2}$	$x_{NICN,i,3}$
51	0,131333676	4,109201721	1,000192412
52	0,11680538	3,654636671	0,889549872
53	0,15766528	4,933071679	1,200724908
54	0,153092598	4,790000433	1,165900924
55	0,125181603	3,916714055	0,953340318
56	0,126737841	3,965406031	0,965192096
57	0,129693436	4,05788145	0,987700899
58	0,142986376	4,473794368	1,08893539
59	0,160196201	5,012259781	1,219999537
60	0,11767184	3,68174669	0,896148535
61	0,12588267	3,938649235	0,958679409
62	0,123412132	3,861350403	0,939864634
63	0,1359684	4,25421414	1,035488883
64	0,118471949	3,706780682	0,902241886
65	0,11661606	3,64871318	0,888108076
66	0,122432131	3,830687899	0,932401286
67	0,1375734	4,30443179	1,047712014
68	0,116988205	3,66035694	0,890942203
69	0,118895758	3,720040939	0,905469473
70	0,137279625	4,295240085	1,045474725
71	0,158150514	4,948253813	1,204420287
72	0,155081386	4,852226138	1,181046853
73	0,129286909	4,045161934	0,984604929
74	0,123211203	3,855063689	0,938334428
75	0,12601008	3,942635663	0,959649718



**Lampiran D3 (lanjutan)**

Pengamatan	$x_{NICN,i,1}$	$x_{NICN,i,2}$	$x_{NICN,i,3}$
76	0,126411315	3,955189626	0,962705391
77	0,124207476	3,886235346	0,945921706
78	0,123779029	3,872829967	0,942658795
79	0,124708922	3,901924704	0,949740544
80	0,127650299	3,993955269	0,972141069
81	0,14292616	4,471910303	1,088476803
82	0,122619423	3,836547917	0,933827632
83	0,120470715	3,769318586	0,917463805
84	0,116656836	3,64998897	0,888418607
85	0,134890609	4,220491934	1,027280794
86	0,124294455	3,888956763	0,946584108
87	0,131250518	4,10659984	0,999559106
88	0,137129217	4,290534066	1,044329265
89	0,131698551	4,120618013	1,002971173
90	0,124758978	3,903490884	0,950121757
91	0,123853744	3,875167676	0,943227801
92	0,153607932	4,806124326	1,16982553
93	0,127234765	3,980953941	0,968976505
94	0,134076596	4,195022894	1,021081551
95	0,124640123	3,899772113	0,949216597
96	0,117692021	3,682378119	0,896302227
97	0,123919483	3,877224528	0,943728445
98	0,124027304	3,880598081	0,944549578
99	0,124660221	3,90040093	0,949369653
100	0,124736594	3,902790529	0,949951289

**Lampiran D3 (lanjutan)**

Pengamatan	$x_{NICN,i,1}$	$x_{NICN,i,2}$	$x_{NICN,i,3}$
101	0,143749595	4,497674169	1,094747807
102	0,119351761	3,734308478	0,908942237
103	0,12342914	3,861882563	0,939994163
104	0,118561681	3,70958825	0,902925256
105	0,13055985	4,084990047	0,994299215
106	0,14799237	4,630423204	1,127059333
107	0,120999672	3,785868731	0,921492162
108	0,124423643	3,892998835	0,94756796
109	0,118345646	3,70282889	0,901280007
110	0,128975628	4,035422495	0,98223432
111	0,155982716	4,880427197	1,187911079
112	0,145494174	4,552258999	1,108033924
113	0,133071609	4,163578607	1,013427914
114	0,123652378	3,868867292	0,941694268
115	0,135390245	4,236124685	1,031085854
116	0,134638851	4,212614857	1,025363489
117	0,142229078	4,450099834	1,083168067
118	0,124293676	3,888932382	0,946578173
119	0,123733372	3,871401444	0,942311089
120	0,124055313	3,881474427	0,944762884
121	0,125747394	3,934416698	0,957649196
122	0,121010168	3,786197139	0,921572097
123	0,211449441	6,615884283	1,610326702
124	0,12896015	4,034938232	0,982116449
125	0,130105822	4,070784306	0,990841494

**Lampiran D3 (lanjutan)**

Pengamatan	$x_{NICN,i,1}$	$x_{NICN,i,2}$	$x_{NICN,i,3}$
126	0,136092256	4,258089365	1,036432125
127	0,130086303	4,070173588	0,990692843
128	0,134138567	4,196961841	1,021553496
129	0,118809915	3,717355053	0,90481572
130	0,12338449	3,860485553	0,939654127
131	0,120537583	3,771410784	0,917973053
132	0,125225088	3,918074636	0,953671488
133	0,120148981	3,759252108	0,915013593
134	0,119302406	3,732764255	0,908566368
135	0,13269318	4,151738225	1,010545928
136	0,139929076	4,378136793	1,06565204
137	0,126912673	3,970876241	0,966523562
138	0,127435109	3,987222333	0,970502251
139	0,124748093	3,903150312	0,950038861
140	0,132346612	4,140894704	1,007906582
141	0,133917751	4,190052909	1,019871841
142	0,118321888	3,702085544	0,901099075
143	0,122175914	3,822671309	0,930450023
144	0,117664616	3,681520665	0,896093519
145	0,133773573	4,185541823	1,018773829
146	0,129304563	4,045714299	0,984739377
147	0,122846193	3,843643169	0,935554638
148	0,146967804	4,598366296	1,119256583
149	0,125156252	3,915920879	0,953147257
150	0,128452313	4,019048874	0,97824893

**Lampiran D3 (lanjutan)**

Pengamatan	$x_{NICN,i,1}$	$x_{NICN,i,2}$	$x_{NICN,i,3}$
151	0,12714538	3,978157242	0,96829578
152	0,118240731	3,699546291	0,900481013
153	0,154266355	4,826725251	1,174839859
154	0,119905493	3,751633786	0,91315927
155	0,123192838	3,854489096	0,938194571
156	0,123138783	3,852797784	0,9377829
157	0,117881233	3,688298223	0,897743198
158	0,120918031	3,783314343	0,920870416
159	0,125300703	3,920440503	0,954247347
160	0,126987282	3,973210617	0,967091756
161	0,11708084	3,663255325	0,891647679
162	0,143498627	4,489821813	1,09283652
163	0,129442753	4,050038028	0,985791786
164	0,129097969	4,039250324	0,983166025
165	0,12362332	3,8679581	0,941472968
166	0,124889378	3,907570851	0,951114834
167	0,125573285	3,928969106	0,956323235
168	0,121746475	3,809234912	0,927179562
169	0,123900839	3,876641209	0,943586464
170	0,120319264	3,764579964	0,91631041
171	0,121922359	3,81473802	0,928519036
172	0,14146199	4,426098985	1,077326186
173	0,120758997	3,778338431	0,919659263
174	0,117219202	3,667584422	0,892701395
175	0,134017784	4,19318276	1,020633656

**Lampiran D3 (lanjutan)**

Pengamatan	$x_{NICN,i,1}$	$x_{NICN,i,2}$	$x_{NICN,i,3}$
176	0,117326241	3,670933487	0,893516568
177	0,122018768	3,817754468	0,929253249
178	0,122008167	3,817422781	0,929172515
179	0,116962427	3,659550394	0,890745887
180	0,12339478	3,860807489	0,939732487

**Lampiran D4: Nilai  $T_{min,i}^2$  Pengamatan ke-1 s.d. ke-180**

Pengamatan	$T_{min,i}^2$	Pengamatan	$T_{min,i}^2$
1	8488,220432	25	4486,920777
2	8548,516051	26	7544,215045
3	7409,639593	27	10129,87516
4	8973,043084	28	10266,39951
5	8612,085603	29	10817,52333
6	10778,713	30	8629,696485
7	10776,17218	31	10733,04292
8	10701,27885	32	8528,023159
9	10384,33934	33	10688,43223
10	10341,91187	34	10113,00732
11	10356,19688	35	9434,012171
12	9060,480516	36	10738,15697
13	9080,68629	37	10102,34266
14	10339,94217	38	8548,875258
15	10499,58325	39	10687,5781
16	8984,995608	40	9970,616246
17	10110,59701	41	8621,977171
18	9663,514551	42	8693,901484
19	9042,867963	43	9759,793459
20	8954,473262	44	9740,285211
21	10699,9068	45	10249,40652
22	9055,459834	46	10172,11196
23	6616,565434	47	9414,031879
24	9894,053876	48	9414,348753

**Lampiran D4 (lanjutan)**

Pengamatan	$T_{min,i}^2$	Pengamatan	$T_{min,i}^2$
49	7061,118111	73	8787,644052
50	10755,82655	74	9719,581223
51	8502,87752	75	9273,252376
52	10866,5247	76	9211,72352
53	5784,494593	77	9557,19257
54	6156,378922	78	9626,540027
55	9402,20482	79	9476,949781
56	9162,088811	80	9025,432251
57	8729,991888	81	7117,500756
58	7111,186062	82	9817,947492
59	5592,473094	83	10187,5669
60	10700,19735	84	10895,41781
61	9292,915575	85	8038,97269
62	9686,50888	86	9543,20323
63	7905,657354	87	8514,184144
64	10549,88315	88	7765,63241
65	10903,36855	89	8453,52438
66	9849,381316	90	9468,993488
67	7713,003383	91	9614,39418
68	10831,11697	92	6112,768632
69	10471,50763	93	9087,295365
70	7747,753079	94	8141,834978
71	5746,949963	95	9487,90097
72	5990,512371	96	10696,36771

**Lampiran D4 (lanjutan)**

Pengamatan	$T_{min,i}^2$	Pengamatan	$T_{min,i}^2$
97	9603,726005	121	9313,859192
98	9586,265838	122	10092,88871
99	9484,699992	123	3086,953957
100	9472,550134	124	8834,385925
101	7031,848398	125	8672,068862
102	10388,12286	126	7890,54326
103	9683,716889	127	8674,797861
104	10533,21766	128	8133,937102
105	8608,940903	129	10487,314
106	6613,339693	130	9691,048847
107	10094,71862	131	10175,76088
108	9522,480073	132	9395,371626
109	10573,40586	133	10244,65081
110	8832,163768	134	10397,10107
111	5917,461305	135	8321,085296
112	6855,245819	136	7442,35791
113	8271,486803	137	9135,67251
114	9647,179659	138	9057,392263
115	7976,768529	139	9470,722786
116	8070,583452	140	8366,887953
117	7191,196754	141	8162,130068
118	9543,328427	142	10577,83911
119	9633,973085	143	9892,621187
120	9581,737785	144	10701,56868



**Lampiran D4 (Lanjutan)**

Pengamatan	$T_{min,i}^2$	Pengamatan	$T_{min,i}^2$
145	8180,614897	169	9606,749727
146	8785,128936	170	10214,38028
147	9780,082901	171	9935,684488
148	6711,032131	172	7273,57887
149	9406,191701	173	10136,81097
150	8907,75133	174	10786,6199
151	9100,683249	175	8149,340671
152	10593,00343	176	10766,09122
153	6057,696138	177	9919,27856
154	10288,16235	178	9921,080615
155	9722,612162	179	10836,09919
156	9731,541722	180	9689,358504
157	10660,55912		
158	10108,96838		
159	9383,506818		
160	9124,43325		
161	10813,24054		
162	7057,794721		
163	8765,477547		
164	8814,627441		
165	9651,924282		
166	9448,312591		
167	9340,916443		
168	9965,716911		

**Lampiran D5: Data pengamatan yang telah ditransformasi**

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

Pengamatan	$H^2O$	Mesh	Derajat Putih
1	-0,002875502	-0,000303578	0,00181776
2	-0,00429933	-0,000262884	0,00181776
3	0,003332392	-0,000703115	-0,007493676
4	0,003360869	7,37622E-05	-0,007493676
5	0,004300596	-0,000107509	-0,007493676
6	0,003332392	0,000665668	0,00370362
7	2,91094E-05	0,000691564	0,00370362
8	0,004129737	0,000624975	0,00370362
9	0,006721105	0,000462201	0,00370362
10	0,00834427	0,000428906	0,00370362
11	0,006550246	0,000451102	0,00370362
12	-0,005694683	0,000107057	-0,003132624
13	-0,005894019	0,000118155	-0,003132624
14	-0,004669526	0,000765553	-0,007493676
15	-0,004982768	0,000758154	-0,003132624
16	-0,003644369	5,52651E-05	-0,003132624
17	-0,001252337	0,000636073	-0,007493676
18	0,000684071	0,000184745	0,00370362
19	-0,002049681	7,00628E-05	-0,003132624
20	-0,000597375	-0,000111208	0,002524958
21	-0,005267534	0,000698963	0,00370362
22	-0,0023914	-7,79138E-05	0,00370362
23	-0,001024524	-0,001280223	0,00087483
24	0,004072783	0,000329022	0,00087483
25	0,000598641	-0,002667503	0,002524958

**Lampiran D5 (lanjutan)**

Pengamatan	$H^2O$	Mesh	Derajat Putih
26	-0,002533783	-0,000743808	4,97658E-05
27	-5,63203E-05	0,000554686	-0,003132624
28	0,005325753	0,000473299	0,001464161
29	0,006721105	0,00071746	0,00087483
30	0,010480013	-0,000325774	0,00087483
31	0,005468136	0,000691564	0,00087483
32	0,003332392	-0,000325774	0,001464161
33	0,00319001	0,000691564	0,00087483
34	-0,003017884	0,000547287	-0,001953961
35	-0,003331127	0,000195843	4,97658E-05
36	-0,003587416	0,000747055	0,00181776
37	-0,001793392	0,000458501	0,001464161
38	-0,004441713	-0,000174099	-0,001953961
39	0,00635091	0,000691564	-0,000421699
40	0,003047627	0,000351218	0,00181776
41	0,004329073	-0,000244387	-0,000421699
42	-0,001622532	-0,000203694	0,001464161
43	-2,78438E-05	0,000288328	0,001464161
44	-0,003615893	0,000299426	0,00181776
45	0,000911883	0,000502894	0,001464161
46	-0,002590736	0,000488097	0,00181776
47	-0,005580776	0,000247635	-0,001953961
48	0,006066144	0,00015145	-0,001953961
49	-0,002192064	-0,001024964	0,00087483
50	0,00185161	0,000732258	0,00087483
51	-0,005210581	-0,000296179	0,002524958
52	0,00509794	0,000732258	0,00181776
53	0,001082743	-0,001709355	-0,001953961

**Lampiran D5 (lanjutan)**

Pengamatan	$H^2O$	Mesh	Derajat Putih
54	0,007489973	-0,001642766	0,00181776
55	0,00193704	8,1161E-05	0,002524958
56	0,002250282	6,63634E-05	-0,001953961
57	0,002705908	-0,000177798	-0,000421699
58	0,002648955	-0,000969472	-0,001953961
59	0,004528409	-0,001975713	0,002524958
60	0,003360869	0,000754454	-0,001953961
61	0,006948918	3,47334E-06	0,00181776
62	-0,004441713	0,000280929	0,00181776
63	0,000741024	-0,000643924	0,002524958
64	-0,005438394	0,000661969	0,002524958
65	0,000684071	0,000769252	0,002524958
66	0,002421142	0,000284629	0,002524958
67	0,007233684	-0,000799299	0,002524958
68	0,002705908	0,00072116	0,002524958
69	-0,003188744	0,000610177	0,002524958
70	0,009141614	-0,000780802	0,00181776
71	0,010821732	-0,001938719	0,002524958
72	0,007575403	-0,001761147	0,002524958
73	-0,00113843	-0,000170399	0,00181776
74	-0,00330265	0,000295727	0,001464161
75	-0,001935774	5,15657E-05	0,002524958
76	-0,002847025	0,000144051	-0,002543292
77	-0,00122386	0,000292028	-0,002543292
78	0,001737704	0,000299426	-0,002543292
79	-0,002619212	0,000266132	-0,002543292
80	-0,000540422	-5,20179E-05	0,001464161
81	-0,001736438	-0,000965773	-0,000421699

**Lampiran D5 (lanjutan)**

Pengamatan	$H^2O$	Mesh	Derajat Putih
82	-0,002249017	0,000332721	0,001464161
83	-0,005950972	0,00052879	0,001464161
84	0,001168173	0,000761853	0,002524958
85	-0,003331127	-0,000525543	0,00181776
86	0,002535048	0,000158849	0,00181776
87	0,002079423	-0,000347971	0,002524958
88	0,009056185	-0,00066982	-0,002543292
89	0,004215166	-0,000370167	0,001464161
90	-0,004498666	0,00027723	-0,002543292
91	-0,00429933	0,000354918	-0,003132624
92	-0,006007925	-0,001509587	4,97658E-05
93	-8,47969E-05	-2,6122E-05	0,001464161
94	0,00410126	-0,000551439	0,002524958
95	-0,004669526	0,000299426	-0,003132624
96	0,004556885	0,000765553	-0,003132624
97	-0,001451673	0,000303126	-0,001953961
98	-0,000170227	0,000284629	-0,001953961
99	-0,00438476	0,000295727	-0,003132624
100	0,001737704	0,000240236	-0,003132624
101	0,001509891	-0,00111375	0,002524958
102	-0,001565579	0,000532489	0,00370362
103	0,001566845	0,000240236	0,001464161
104	-0,001821868	0,000599079	0,00370362
105	-0,001736438	-0,000244387	0,001464161
106	-0,007203941	-0,001213634	4,97658E-05
107	-0,000369563	0,000443704	0,001464161
108	0,002364189	0,000158849	0,001464161
109	-2,78438E-05	0,00065457	0,001464161

**Lampiran D5 (lanjutan)**

Pengamatan	$H^2O$	Mesh	Derajat Putih
110	0,001652274	-0,000163	0,001464161
111	-0,000996047	-0,001731552	0,002524958
112	0,000285399	-0,00117294	0,001464161
113	5,7586E-05	-0,000392364	4,97658E-05
114	-0,001480149	0,000347519	-0,003132624
115	-0,00014175	-0,000573635	0,001464161
116	0,000655594	-0,000558838	0,002524958
117	0,003047627	-0,000965773	-0,000421699
118	0,0021079	0,000269831	-0,003132624
119	0,008031028	0,000203242	-0,000421699
120	-0,000882141	0,000280929	-0,001600362
121	-0,000910618	6,2664E-05	0,002524958
122	-0,003103314	0,000550987	-0,002543292
123	0,006066144	-0,003692241	-0,000421699
124	-0,000540422	-7,42143E-05	-0,001600362
125	-0,003445033	-0,0001667	4,97658E-05
126	0,006066144	-0,000636525	4,97658E-05
127	0,003076103	-0,000218491	4,97658E-05
128	0,005838331	-0,000510745	4,97658E-05
129	-0,001992728	0,00071746	-0,002543292
130	-0,001736438	0,000369715	-0,003132624
131	0,003246963	0,000547287	-0,003132624
132	-0,000939094	0,000158849	4,97658E-05
133	-0,002476829	0,000613877	-0,002543292
134	0,000826454	0,00065457	-0,002543292
135	0,002563525	-0,000318376	-0,003132624
136	-0,003530463	-0,000729011	-0,002543292
137	-0,002106634	0,000114456	-0,003132624

**Lampiran D5 (lanjutan)**

Pengamatan	$H^2O$	Mesh	Derajat Putih
138	-0,004783432	7,37622E-05	-0,001953961
139	-0,004555562	0,000266132	-0,001953961
140	-0,002192064	-0,000281382	-0,001953961
141	0,001595321	-0,00041456	-0,001953961
142	-0,006492027	0,00078035	-0,001953961
143	-0,000113273	0,00052879	-0,007493676
144	-0,002790072	0,000724859	0,00181776
145	0,002819814	-0,000503346	0,00181776
146	0,003218486	-0,000207393	0,00181776
147	-0,001053001	0,000380814	-0,001953961
148	-0,001337766	-0,001224732	0,00087483
149	-0,000796711	0,000144051	0,00087483
150	0,001481415	-0,000111208	0,00087483
151	-0,000341086	5,89645E-05	-0,001953961
152	-0,003701322	0,000765553	-0,001953961
153	0,007888645	-0,001757448	0,00370362
154	-0,001907298	0,000628674	-0,002543292
155	0,005126417	0,000314224	-0,002543292
156	-0,001053001	0,000358617	-0,001953961
157	-0,0023914	0,000724859	0,00087483
158	-0,001280813	0,000543588	-0,002543292
159	0,000199969	0,000144051	4,97658E-05
160	-0,004498666	0,000103358	-0,001953961
161	-5,63203E-05	0,000772951	0,00087483
162	-0,004982768	-0,000936178	-0,001953961
163	-0,007232418	-9,27114E-05	4,97658E-05
164	0,005866808	-0,000118607	-0,002543292
165	-0,00122386	0,000323473	-0,001953961

**Lampiran D5 (lanjutan)**

Pengamatan	$H^2O$	Mesh	Derajat Putih
166	-0,008656247	0,000286478	-0,001953961
167	0,002563525	0,00014775	-0,001953961
168	-0,002989408	0,000480698	-0,001953961
169	-0,001565579	0,000221739	0,00181776
170	-0,000853665	0,000476998	0,002524958
171	-0,005694683	0,000488097	-0,001953961
172	-0,001964251	-0,000954675	0,002524958
173	-0,002733119	0,000473299	0,00181776
174	-0,005865542	0,000769252	0,002524958
175	-0,00222054	-0,000495947	0,002524958
176	-0,005580776	0,000758154	0,002524958
177	-0,004014565	0,000384513	0,00181776
178	-0,002704642	0,000358617	0,002524958
179	-0,004954292	0,00078405	0,002524958
180	-0,00347351	0,000358617	-0,001953961



**Lampiran D6: Nilai  $T_{min,i}^2$  dengan data yang telah ditransformasi dari pengamatan ke-1 s.d, ke-180**

Pengamatan	$T_{min}^2$	Pengamatan	$T_{min}^2$
1	20,40581105	26	20,41345725
2	20,39367593	27	20,41130973
3	20,36052622	28	20,38830882
4	20,36056452	29	20,37506152
5	20,35574561	30	20,34262215
6	20,39473916	31	20,38675705
7	20,4047451	32	20,40812722
8	20,38979463	33	20,40750022
9	20,3706874	34	20,40934515
10	20,35717908	35	20,40889669
11	20,37211304	36	20,40092793
12	20,38267036	37	20,41718499
13	20,38105842	38	20,39609987
14	20,36446768	39	20,37762422
15	20,38960627	40	20,40758677
16	20,39821435	41	20,39894506
17	20,37220339	42	20,41805048
18	20,4058731	43	20,4259887
19	20,40757819	44	20,40050149
20	20,41542649	45	20,42326684
21	20,37683626	46	20,40896374
22	20,39675897	47	20,3871863
23	20,42099386	48	20,37756702
24	20,40082981	49	20,41334464
25	20,40860773	50	20,41877293

**Lampiran D6 (lanjutan)**

Pengamatan	$T_{min}^2$	Pengamatan	$T_{min}^2$
51	20,38246665	76	20,40705775
52	20,38884846	77	20,41569506
53	20,41338864	78	20,40946892
54	20,37199501	79	20,40878865
55	20,41216274	80	20,42499372
56	20,4103938	81	20,41928852
57	20,41400297	82	20,41371807
58	20,40734092	83	20,38144633
59	20,39544393	84	20,41323249
60	20,39987286	85	20,40144493
61	20,37446227	86	20,41219077
62	20,39334146	87	20,41221655
63	20,41686177	88	20,3496782
64	20,38179566	89	20,4004878
65	20,44740168	90	20,39489528
66	20,40879833	91	20,39415933
67	20,37246866	92	20,37827229
68	20,40537283	93	20,42642562
69	20,40002327	94	20,39862873
70	20,35595575	95	20,39125481
71	20,34157767	96	20,38380355
72	20,37041405	97	20,41934572
73	20,41886102	98	20,42228239
74	20,40488563	99	20,39340632
75	20,40869795	100	20,40492077

**Lampiran D6 (lanjutan)**

Pengamatan	$T_{min}^2$	Pengamatan	$T_{min}^2$
101	20,41455473	126	20,38399172
102	20,40090031	127	20,41146086
103	20,42060901	128	20,38595107
104	20,39966624	129	20,41277845
105	20,41710352	130	20,40930732
106	20,36836592	131	20,39450836
107	20,42494461	132	20,43129692
108	20,41501616	133	20,41009269
109	20,42466047	134	20,41376434
110	20,42109847	135	20,40020138
111	20,40916988	136	20,39944013
112	20,42393942	137	20,40740438
113	20,43642833	138	20,3938049
114	20,41013677	139	20,39621576
115	20,42563251	140	20,41357995
116	20,41700286	141	20,41511798
117	20,41114018	142	20,3799986
118	20,40272487	143	20,37157339
119	20,36318703	144	20,40734142
120	20,42440324	145	20,41138055
121	20,41421721	146	20,40775076
122	20,40596906	147	20,42105492
123	20,44993404	148	20,41912229
124	20,42491557	149	20,42834632
125	20,40701536	150	20,42504397

**Lampiran D6 (lanjutan)**

Pengamatan	$T_{min}^2$	Pengamatan	$T_{min}^2$
151	20,42222554	176	20,38063565
152	20,40414049	177	20,39716567
153	20,3651009	178	20,40357104
154	20,41317951	179	20,38594913
155	20,45062074	180	20,40547928
156	20,42104758		
157	20,41544806		
158	20,41563747		
159	20,43740182		
160	20,39634362		
161	20,42867334		
162	20,38876879		
163	20,3715045		
164	20,37740677		
165	20,42038818		
166	20,35937048		
167	20,40785638		
168	20,40948589		
169	20,41639396		
170	20,41402727		
171	20,38665119		
172	20,4066119		
173	20,40785132		
174	20,37819534		
175	20,4060641		

**Lampiran D7: Nilai kontribusi masing-masing pengamatan dari 1 s.d. 180**

Pengamatan	$C_{H_2O}$	$C_{MESH}$	$C_{Derajat\ Putih}$
1	2,678558284	83,8074179	20,39898479
2	2,202310436	84,24075765	20,40235642
3	4,740993184	79,42826257	12,82633427
4	4,772232296	87,80907424	12,8850272
5	5,082397565	85,85723767	12,87286438
6	4,781768909	94,29379972	22,04021741
7	3,67015728	94,56165024	22,04010899
8	5,049323639	93,85801588	22,03689634
9	5,917465291	92,11329465	22,02292907
10	6,462688346	91,76060016	22,02101214
11	5,859676177	91,99308613	22,02165884
12	1,737475388	88,17210265	16,42009707
13	1,670733743	88,29111801	16,42092593
14	2,087200515	95,24527857	12,92532429
15	1,982527096	95,19961029	16,473172
16	2,424367487	87,62084069	16,41697669
17	3,234565323	93,85981268	12,91912185
18	3,881486536	89,10210472	21,98871683
19	2,95930549	87,78636544	16,4193724
20	3,44538906	85,89612616	20,99683084
21	1,88750301	94,62426259	22,03683718
22	2,844841529	86,26170488	21,95683059
23	3,277816605	73,28667415	19,5153243
24	5,0217512	90,64021786	19,70439519
25	3,775196271	58,417181	20,6090119
26	2,78503471	79,04555853	18,91542346

**Lampiran D7 (Lanjutan)**

Pengamatan	$C_{H_2O}$	$C_{MESH}$	$C_{Derajat\ Putih}$
27	3,636642525	93,02148774	16,4605925
28	5,446955824	92,20576186	20,198729
29	5,922554337	94,83753677	19,7418478
30	7,151930499	83,61083549	19,6439691
31	5,49998387	94,55372967	19,7386181
32	4,757105597	83,5877793	20,1152161
33	4,733023014	94,54548807	19,7368976
34	2,641256234	92,94159616	17,4169795
35	2,532136497	89,16942564	19,0149118
36	2,452978906	95,12958821	20,5053705
37	3,052686994	92,0208092	20,1917541
38	2,15464349	85,15608695	17,3515538
39	5,796506335	94,54532978	18,6829543
40	4,678184942	90,88498353	20,4730384
41	5,09206875	84,44824129	18,5946331
42	3,099702056	84,88414861	20,1242195
43	3,64327083	90,19246842	20,1766442
44	2,43830281	90,30326171	20,4626197
45	3,963022668	92,508819	20,1980141
46	2,785151397	92,34068961	20,4818694
47	1,777189328	89,70028715	17,389702
48	5,685099152	88,70665635	17,3897151
49	2,894280049	76,02941558	19,5482521
50	4,283278279	94,97953982	19,7394927
51	1,896991453	83,88705924	20,9717648
52	5,376804917	94,99980452	20,5104501

**Lampiran D7 (Lanjutan)**

Pengamatan	$C_{H_2O}$	$C_{MESH}$	$C_{Derajat\ Putih}$
53	3,96434371	68,63977966	17,17882274
54	6,098595282	69,43888954	20,23409908
55	4,299531241	87,97796371	21,01993051
56	4,402077778	87,77418423	17,37913569
57	4,549844239	85,15934877	18,59999217
58	4,508297051	76,61257642	17,27389607
59	5,101579556	65,8584688	20,74579487
60	4,790619501	95,19919073	17,43785498
61	5,979563874	87,15262106	20,44132059
62	2,160743268	90,1010821	20,46013537
63	3,88257969	80,16385124	20,93547872
64	1,829472804	94,21306019	21,07246161
65	3,891508468	<b>95,38988244</b>	<b>21,0869917</b>
66	4,466527383	90,17220592	21,04145662
67	6,048623906	78,5179858	20,92291288
68	4,571411481	94,87835149	21,08407811
69	2,585758524	93,66191988	21,06914353
70	6,686556667	78,71684634	20,35452527
71	7,191136328	66,28679996	20,76181092
72	6,122374598	68,17755416	20,78583968
73	3,26264725	85,24858428	20,41539507
74	2,543365908	90,26080514	20,17481979
75	2,999191583	87,64516551	21,01344422
76	2,693138822	88,58707701	16,90374367
77	3,240155393	90,1891041	16,9176255
78	4,234860819	90,27996745	16,92032427

**Lampiran D7 (Lanjutan)**

Pengamatan	$C_{H_2O}$	$C_{MESH}$	$C_{Derajat\ Putih}$
79	2,771296842	89,90469204	16,91446693
80	3,465099436	86,52248288	20,14148708
81	3,04672848	76,65227166	18,50816366
82	2,89778048	90,66323086	20,17926341
83	1,655831197	92,76483215	20,19539784
84	4,054392023	95,31175952	21,08667246
85	2,522789995	81,41471713	20,37271921
86	4,501663031	88,80987873	20,45341589
87	4,337476919	83,35582018	20,97241587
88	6,658396969	79,86271565	16,83623234
89	5,051600597	83,11312681	20,11108917
90	2,140548003	90,01768834	16,91415163
91	2,208184289	90,85101074	16,44189167
92	1,616523287	70,78670394	18,81217159
93	3,618391544	86,80320823	20,14460728
94	5,009023881	81,17285087	20,95028999
95	2,083304104	90,25102732	16,43707825
96	5,192992614	95,31345115	16,47960756
97	3,164030787	90,31348301	17,39738983
98	3,594041756	90,11868532	17,39669148
99	2,178852205	90,21212639	16,43695523
100	4,233351205	89,63619482	16,43648775
101	4,127469488	75,11045624	20,87455833
102	3,131110228	92,84172714	22,02309947
103	4,178047921	89,67983867	20,17318332
104	3,045826995	93,55861032	22,02956631



**Lampiran D7 (Lanjutan)**

Pengamatan	$C_{H_2O}$	$C_{MESH}$	$C_{Derajat\ Putih}$
105	3,060855118	84,4452739	20,11963956
106	1,222060442	73,96781342	18,85194015
107	3,531107193	91,86620339	20,19142595
108	4,444103224	88,80560678	20,1657157
109	3,649538466	94,14085051	20,21135476
110	4,19804528	85,33481133	20,13153532
111	3,277380774	68,45664509	20,778783
112	3,717033038	74,45444749	20,00749926
113	3,658151253	82,84188358	18,95760675
114	3,154785463	90,7813417	16,44312423
115	3,588355436	80,90456553	20,08336862
116	3,855947564	81,07962828	20,945888
117	4,642491035	76,67230593	18,51300106
118	4,35829923	89,95682534	16,43919885
119	6,347619363	89,28729646	18,64135205
120	3,355041228	90,07951149	17,68326573
121	3,343375131	87,76837345	21,01550083
122	2,612434961	92,97589042	16,93776513
123	<b>5,50226898</b>	47,42123583	18,03264623
124	3,46340735	86,2512464	17,6509741
125	2,489154379	85,26069021	18,97861001
126	5,661833124	80,2362637	18,93621499
127	4,673159115	84,72723588	18,97874824
128	5,589788831	81,58996712	18,95005072
129	2,988082942	94,77586151	16,95162438
130	3,069051881	91,01985641	16,44476397

**Lampiran D7 (Lanjutan)**

Pengamatan	$C_{H_2O}$	$C_{MESH}$	$C_{Derajat\ Putih}$
131	4,747236152	92,95394659	16,46218988
132	3,334471332	88,77910492	19,01317464
133	2,823864949	93,65659206	16,94318969
134	3,93550431	94,10738773	16,94852221
135	4,497113235	83,61581726	16,38778552
136	2,451524193	79,1709286	16,81859621
137	2,940892871	88,26497953	16,42316798
138	2,042949775	87,82774733	17,37461958
139	2,121444567	89,90338056	17,39202302
140	2,906349763	84,00780167	17,34280842
141	4,171259876	82,58713617	17,33263236
142	1,475154553	95,44441534	17,43364471
143	3,615649482	92,70601793	12,91303386
144	2,721079178	94,89284569	20,50390648
145	4,58101392	81,67728769	20,38122617
146	4,722221499	84,86642921	20,41526062
147	3,299174603	91,15284728	17,40434138
148	3,174789273	73,88255873	19,52258478
149	3,382329846	88,6285075	19,68248442
150	4,14160746	85,88586899	19,65832112
151	3,532584374	87,68447269	17,37649611
152	2,413962049	95,29402565	17,43417035
153	6,228215202	68,23628795	21,73732165
154	3,015586369	93,81824259	16,94472341
155	<b>5,37361432</b>	90,45265391	16,92401664
156	3,298815374	90,91343934	17,40244632

**Lampiran D7 (Lanjutan)**

Pengamatan	$C_{H_2O}$	$C_{MESH}$	$C_{Derajat\ Putih}$
157	2,854987162	94,88521092	19,7358173
158	3,224984425	92,90251869	16,9383455
159	3,71654102	88,62373907	19,01263915
160	2,138771704	88,14794809	17,3775201
161	3,641670038	95,411755	19,74168494
162	1,964291047	76,93947734	17,27057829
163	1,221036753	86,04493369	18,98330577
164	5,609859055	85,788865	16,88682062
165	3,240860123	90,53376215	17,39930804
166	0,745333198	90,10887248	17,39110794
167	4,509072632	88,65295345	17,38667837
168	2,649986571	92,22335936	17,41146411
169	3,125816461	89,47291154	20,45641354
170	3,369279783	92,23403406	21,05799864
171	1,741032493	92,29385437	17,41032493
172	2,97242846	76,80831112	20,89246841
173	2,737092267	92,18067382	20,48034074
174	1,686581568	95,36852136	21,08226959
175	2,895012789	81,74601902	20,95075045
176	1,782339214	95,2497408	21,08143157
177	2,305350452	91,21917805	20,47074675
178	2,745386677	90,9516952	21,04477592
179	1,99342283	95,5309556	21,08427993
180	2,485826894	90,90477734	17,40078826

## Lampiran E1: Matlab Indeks Kemampuan Proses

```

%VARIABEL DAN NILAI BATAS SPESIFIKASI
clear all;
clc;
disp ('MASUKAN JUMLAH VARIABEL')
v=input ('jumlah variabel :');
disp(' ')
disp('.....')
for i=1:v
    disp ('BATAS SPESIFIKASI VARIABEL'), disp
    (i)
    BSB=input ('BSB=');
    BSA=input ('BSA=');
    tgh = 0.5 * (BSA+BSB);
    vektgh (1,i) = tgh;
    disp ('-----')
end

disp('X-eps')
disp(vektgh)

%MEMASUKKAN DATA
disp ('Masukkan data')
disp ('-----')
% data=input ('data: ');
data=xlsread('Data_CP.xlsx')
disp (' ')

%Perhitungan S
disp ('Jumlah data')
n=size (data,1)
disp ('Vektor rata-rata data')
rt(1) = mean (data(:,1));
rt(2) = mean (data(:,2));
rt(3) = mean (data(:,3));
rata = [rt(1) rt(2) rt(3)];
disp ('varian-kovarian data')
varkov=cov (data)

```

```

format short e
disp ('invers varian-kovarian data')
invvarkov = inv (varkov)
disp ('invers A')
%invA=inv(data' * data)
invA= data'*data
D=0;
for i=1:n
    dtindv=data (i,:);
    dtmean=dtindv-rata;
    S(i)=dtmean*invA*dtmean';
    D=D+S(i);
end
disp ('S=');
disp (D)

%Perhitungan K^2

disp (rata)
disp (vektgh)

ratrat= rata-vektgh;
disp ('Xbar-epsilon'); disp (ratrat)

k2=ratrat *invvarkov *ratrat';
disp ('k2='); disp (k2)

%Perhitungan Cp
cs=input ('chi-square(v, 0.9973)=');
teta2 = (n-1) * v/D;
disp ('akar K/Chi square:')
disp (sqrt (k2) /cs)
disp ('-----')
disp ('teta:')
disp (teta2)
disp ('-----')

cp=(sqrt (k2) /cs) *sqrt (teta2)

```

## DAFTAR LAMPIRAN

	Hal
Lampiran A1 Data Awal Clay Putih sebagai Material <i>Balance</i> untuk Pupuk NPK Phonska .....	47
Lampiran A2 Data Terkendali Variabel Clay Putih sebagai Material <i>balance</i> untuk NPK Phonska .....	55
Lampiran B1 Macro Minitab Normal Multivariat .....	62
Lampiran B2 Hasil Pengujian Normal Multivariat ....	64
Lampiran B3 Nilai $d_i^2$ Hasil Pengujian Normal Multivariat .....	65
Lampiran C1 Nilai $T_i^2$ Hasil Perhitungan $T^2$ -Statistic .....	69
Lampiran D1 Nilai $T_x^2$ Hasil Perhitungan Dengan Metode NICN ( <i>Nearest In Control Neighbor</i> ) .....	72
Lampiran D2 Nilai $b_i$ Pada Pengamatan 1 s.d. 180 ...	77
Lampiran D3 Nilai $x_{NICN,i,j}$ Pengamatan 1 s.d. 180 ..	81
Lampiran D4 Nilai $T_{min}^2$ Pengamatan 1 s.d. 180 .....	89
Lampiran D5 Data Pengamatan yang Telah Ditransformasi $z = \frac{x-\mu}{\sigma}$ .....	93
Lampiran D6 Nilai $T_{min,i}^2$ dengan Data yang Telah Ditransformasi dari Pengamatan 1 s.d. 180 .....	100
Lampiran D7 Nilai Kontribusi Masing-Masing Pengamatan dari 1 s.d. 180 .....	104
Lampiran E1 Matlab Indeks Kemampuan Proses .....	111

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] Montgomery, D. C. 2009. *Introduction to Statistical Quality Control*. America: Arizona State University.
- [2] Johnson, Richard. Dean Wichern. 2007. *Applied Multivariat Statistical Analysis, 5th ed.* New Jersey : Prentice Hall.
- [3] Sanchez, M. C. 2012. "A New Approach To Estimate Variable Contributions To Hotelling's Statistic". *Journal Of Chemometrics And Intelligent Laboratoty Systems*. 118, 120-126.
- [4] Anonim.2012."Profil *Petrokimia Gresik*".(<http://www.petrokimia-gresik.com/>, diakses pada tanggal 18 Oktober 2015 pukul 15.11).
- [5] Devintasari, D. V. 2014. *Pengendalian Kualitas Pupuk ZA I Menggunakan Grafik Kendali Multivariat Hotelling T<sup>2</sup> (Studi Kasus PT PETROKIMIA GRESIK)*. Tugas Akhir-Jurusan Matematika ITS Surabaya.
- [6] Supranto. 2004. *Analisis Multivariat Arti dan Interpretasi*. Jakarta: Rineka Cipta.
- [7] Kotz, Samuel and L. Johnson, Norman. 1993. *Process Capability Indices*. London: University Of North Carolina Chapman & Hall.
- [8] Ronal, E Walpole. 2002. *Probability and Statistics for Engineers and Scientist 7th*. Prentice Hall, Inc: Upple Saddle River, New Jersey 017458
- [9] Naidu, D. S. 2003. *Optimal Control System*. America: CRC Press LLC.
- [10] Prihartati, D. 2015. *Kajian Pendekatan Untuk Memperkirakan Kontribusi Peubah Terhadap Statistik Hotelling*. Tugas Akhir-Jurusan Matematika ITS Surabaya.
- [11] R.I. Mason, J.C. Young, *Multivariate Statistical Process Control With Industrial Applications*, ASA SIAM Series in Statistics an Applied Probability,2002. Philadelphia; Pennsylvania.

## BIODATA PENULIS



Penulis yang memiliki hobi *travelling* dan kuliner ini memiliki nama lengkap Wanda Nurmilyan Sari. Penulis dilahirkan di Sidoarjo pada tanggal 5 Juli 1993. Pendidikan formal yang pernah ditempuh yaitu SD Al-Falah Tropodo I Sidoarjo, SMP Al-Falah Tropodo Sidoarjo, MBI Amanatul Ummah Pacet-Mojokerto. Setelah lulus dari Aliyah, penulis melanjutkan studi di Matematika ITS melalui jalur SNMPTN undangan tahun 2011. Pada masa perkuliahan penulis mengambil bidang Terapan untuk bidang yang diminati. Selama menjadi mahasiswa ITS penulis aktif di beberapa organisasi, salah satu yang paling berkesan yaitu di HIMATIKA ITS. Alhamdulillah pada akhirnya penulis menyelesaikan jenjang kuliah di Jurusan Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya. Sehubungan dengan Tugas Akhir ini, penulis tidak lepas dari kekurangan. Untuk kritik, saran, dan pertanyaan mengenai Tugas Akhir ini dapat dikirimkan melalui *e-mail* ke [wandanurmilyansari@gmail.com](mailto:wandanurmilyansari@gmail.com).