



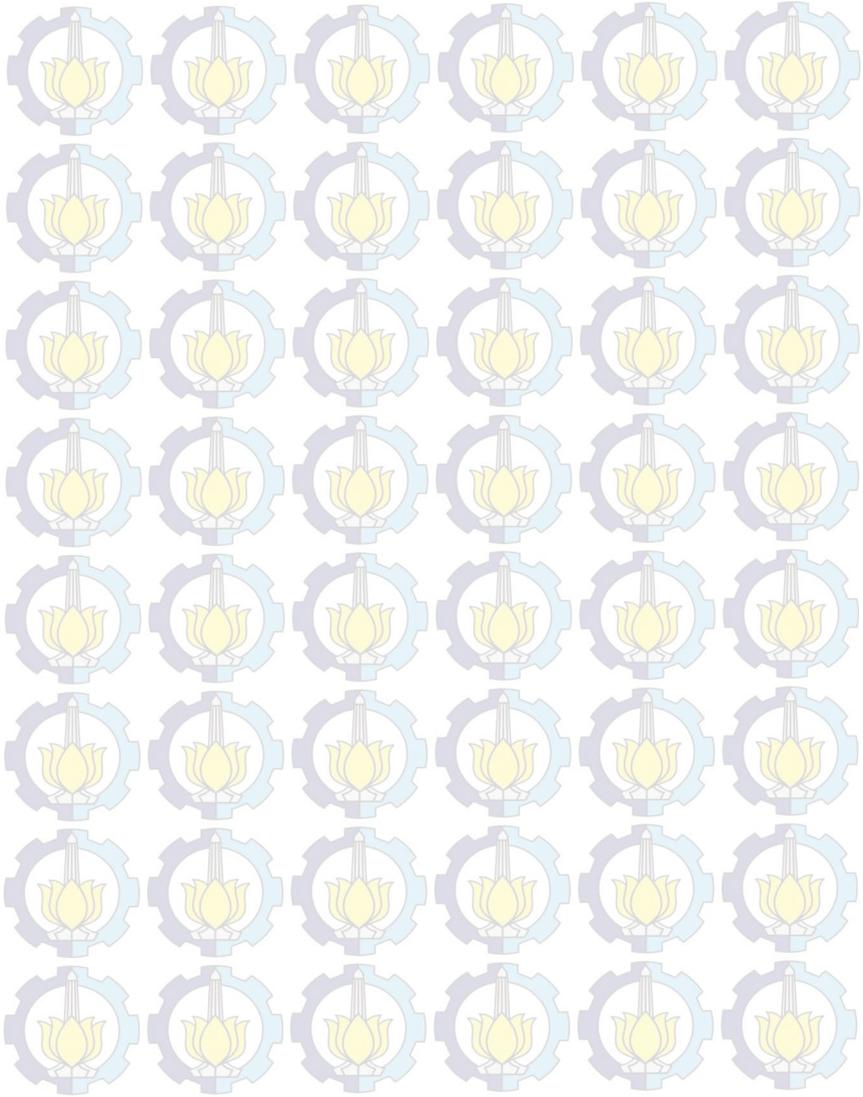
TUGAS AKHIR - SM141501

**PENENTUAN HARGA KONTRAK FUTURES  
DENGAN STOCHASTIC INTEREST RATE PADA  
KOMODITAS MINYAK MENTAH**

ZUNNA LAILATUL MAHMUDAH  
NRP 1213 100 028

Dosen Pembimbing:  
Endah Rokhmati M.P., Ph.D  
Drs. Lukman Hanafi, M.Sc

DEPARTEMEN MATEMATIKA  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember  
Surabaya 2017





FINAL PROJECT - SM141501

**PRICING FUTURES CONTRACT WITH  
STOCHASTIC INTEREST RATE ON CRUDE OIL  
COMMODITY**

ZUNNA LAILATUL MAHMUDAH  
NRP 1213 100 028

Supervisors:

Endah Rokhmati M.P., Ph.D

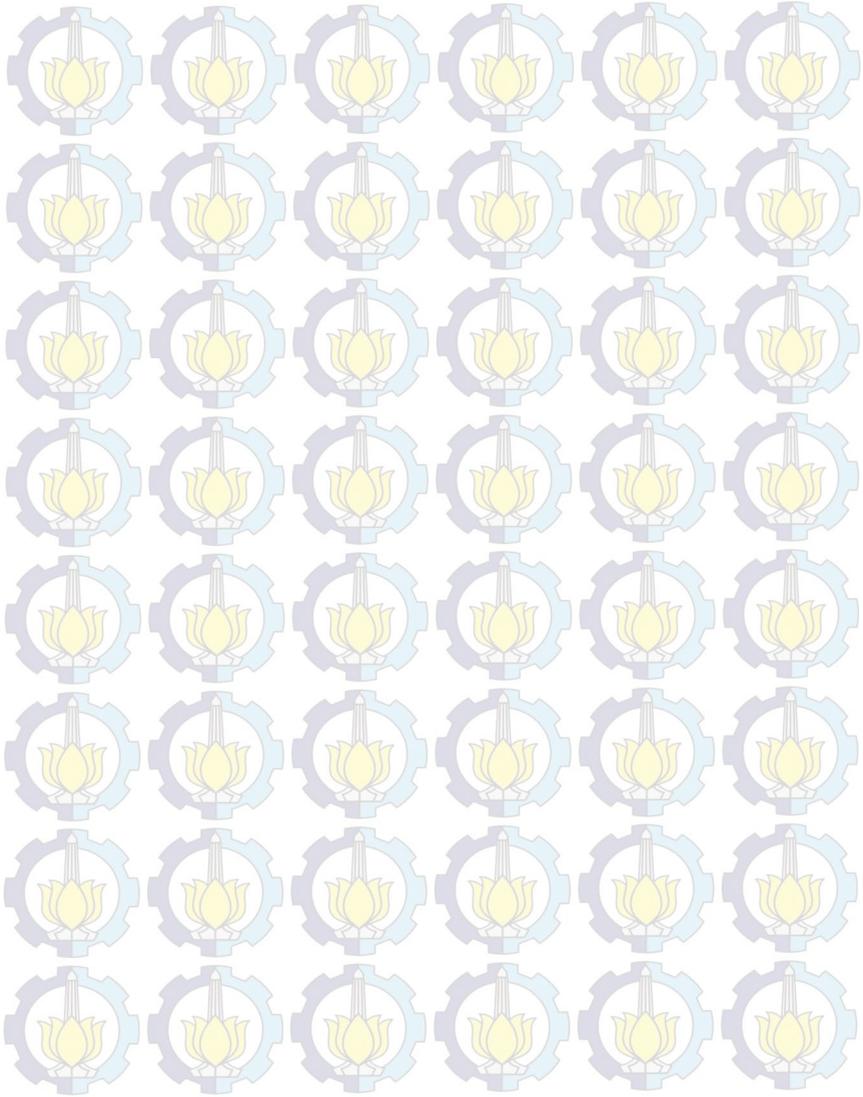
Drs. Lukman Hanafi, M.Sc

DEPARTMENT OF MATHEMATICS

Faculty of Mathematics and Natural Sciences

Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Surabaya 2017



**LEMBAR PENGESAHAN**  
**PENENTUAN HARGA KONTRAK FUTURES**  
**DENGAN STOCHASTIC INTEREST RATE**  
**PADA KOMODITAS MINYAK MENTAH**  
***PRICING FUTURES CONTRACT WITH***  
***STOCHASTIC INTEREST RATE ON CRUDE***  
***OIL COMMODITY***

Diajukan Untuk Memenuhi Salah Satu Syarat  
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains

pada  
Bidang Studi Matematika Terapan  
Program Studi S-1 Departemen Matematika  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

Oleh:

ZUNNA LAILATUL MAHMUDAH  
NRP. 1213 100 028

Menyetujui,

Dosen Pembimbing II,

Dosen Pembimbing I,



Drs. Lukman Hanafi, M.Sc.      Endah Rokhmah M.P., Ph.D.  
NIP. 19640624 198803 1 001      NIP. 19761213 200212 2 001

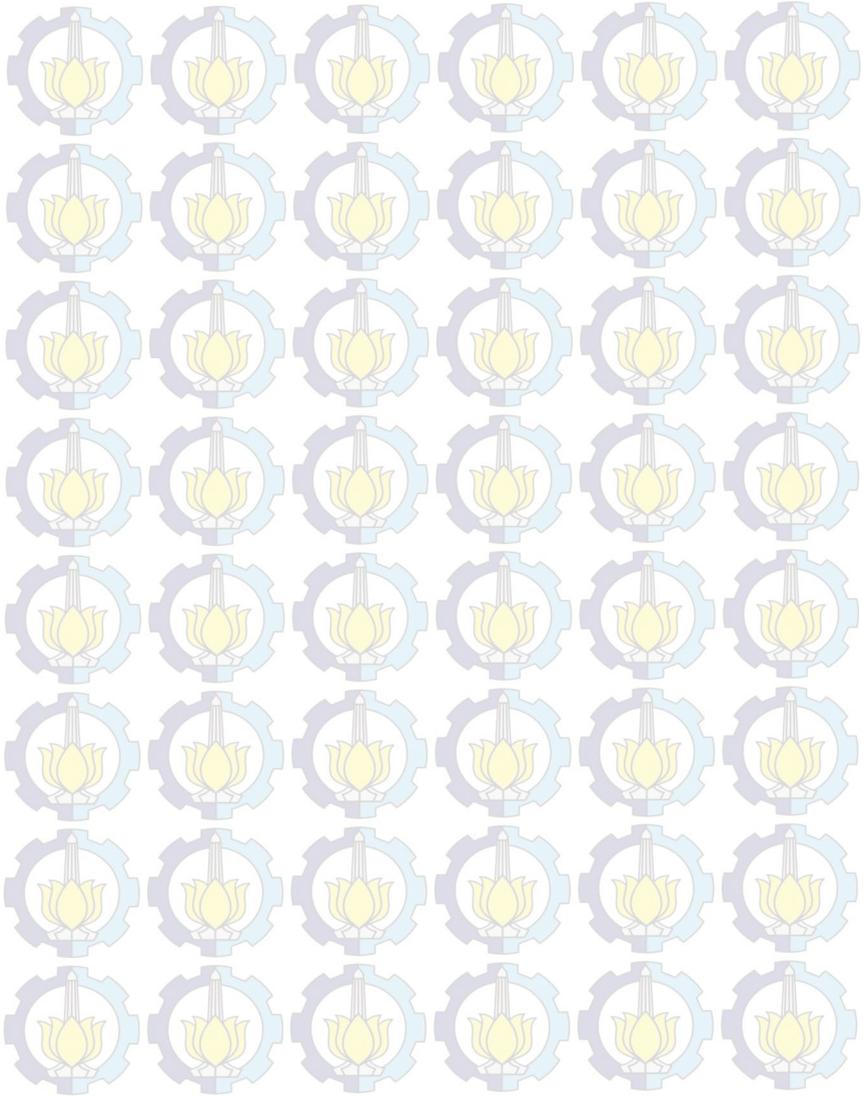
Mengetahui,

Ketua Departemen Matematika  
FMIPA ITS



Dr. Imam Mukhlash, S.Si, MT  
NIP. 19700831 199403 1 003

Surabaya, Juli 2017



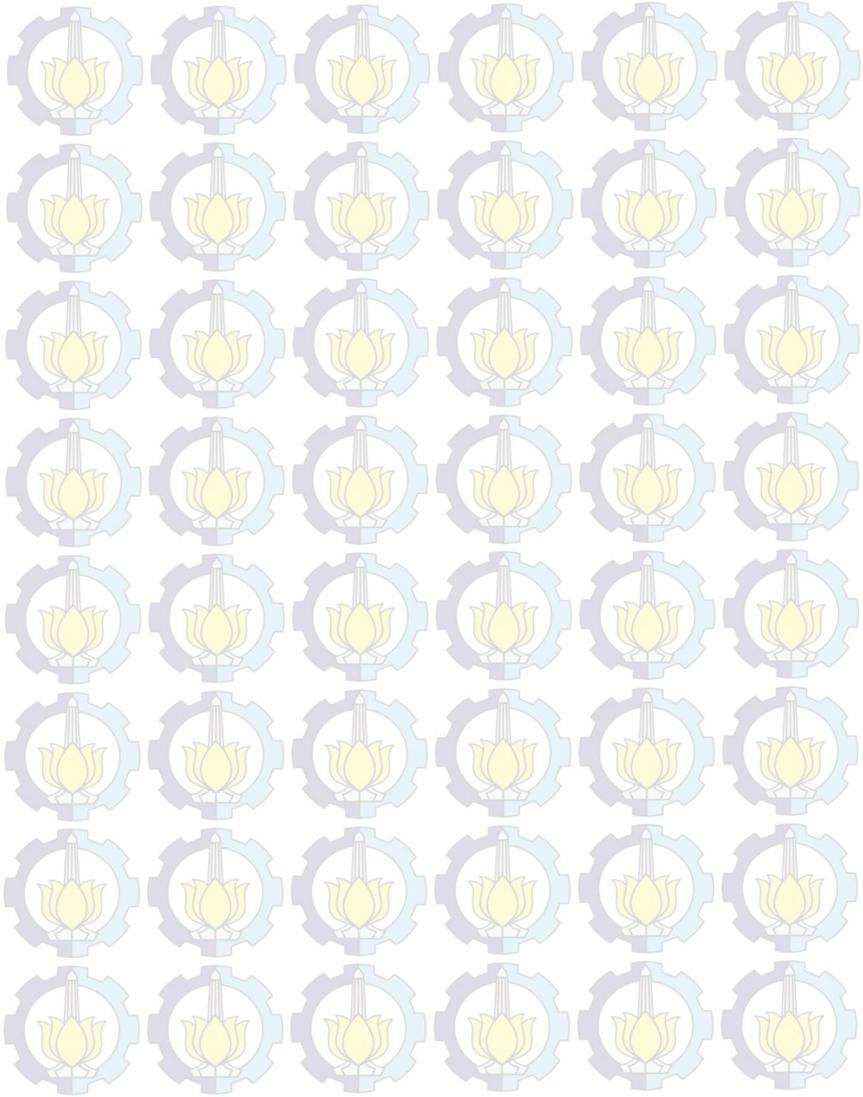
# PENENTUAN HARGA KONTRAK FUTURES DENGAN STOCHASTIC INTEREST RATE PADA KOMODITAS MINYAK MENTAH

Nama Mahasiswa : ZUNNA LAILATUL MAHMUDAH  
NRP : 1213 100 028  
Departemen : Matematika FMIPA-ITS  
Pembimbing : 1. Endah Rokhmati M.P., Ph.D  
2. Drs. Lukman Hanafi, M.Sc

## Abstrak

*Minyak mentah merupakan salah satu komoditas utama bagi perekonomian global. Dalam dua tahun terakhir harga minyak mentah di pasar internasional mengalami fluktuasi dengan kecenderungan meningkat yang dapat menimbulkan risiko bagi para investor. Pengurangan risiko pasar dapat dilakukan dengan menggunakan kontrak derivatif seperti kontrak futures sebagai instrumen lindung nilai. Salah satu model dua faktor yang digunakan untuk menghitung harga kontrak futures adalah model spot price dan interest rate. Untuk menentukan harga kontrak futures dilakukan penyusunan sistem persamaan diferensial parsial kontrak futures dari persamaan diferensial stokastik dan diselesaikan menggunakan metode beda hingga implisit. Kemudian dilakukan analisa grafik dari hasil simulasi. Ketika tingkat suku bunga (interest rate) semakin besar dalam jangka waktu ( $\tau$ ) mengakibatkan pengaruh (fluktuasi) harga kontrak futures yang dihasilkan semakin besar dengan kecenderungan menurun.*

**Kata-kunci:** *Komoditas Minyak Mentah, Kontrak Futures, Model Dua Faktor Spot Price dan Interest Rate, Beda Hingga Implisit*



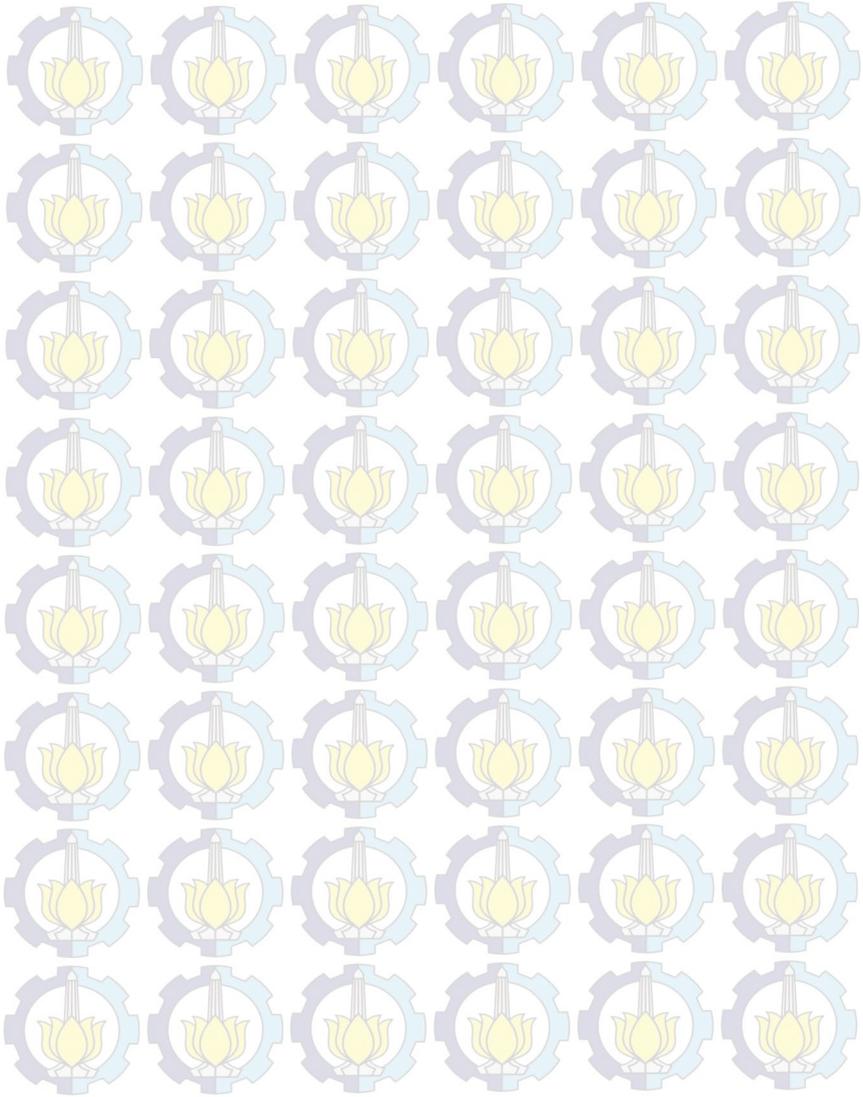
# PRICING FUTURES CONTRACT WITH STOCHASTIC INTEREST RATE ON CRUDE OIL COMMODITY

Name : ZUNNA LAILATUL MAHMUDAH  
NRP : 1213 100 028  
Department : Mathematics FMIPA-ITS  
Supervisors : 1. Endah Rokhmati M.P., Ph.D  
2. Drs. Lukman Hanafi, M.Sc

## Abstract

*Crude oil is one of the main commodities for the global economy. In the last two years, the price of crude oil in the international market is experiencing a tendency of increase fluctuations that could pose a risk to investors. Market risk reduction can be done using derivative contracts such as futures contracts as hedging instruments. One of the two factor models used to calculate the futures contract price is the spot price and interest rate model. Partial differential equation system of futures contract is carried out from stochastic differential equation and settled using implicit difference method to determine the price of the contract. As interest rates grow larger in the period ( $\tau$ ), the influence (fluctuation) of futures contract price increases with decreasing trend.*

**Keywords:** *Crude Oil Commodity, Futures Contract, Spot Price and Interest Rate Two Factors Model, Implicit Difference Method*



## KATA PENGANTAR

Alhamdulillah, segala puji dan syukur penulis panjatkan ke hadirat Allah Subhaanahu Wa Ta'aala yang telah memberikan limpahan rahmat dan hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir ini yang berjudul

### **”PERHITUNGAN HARGA KONTRAK *FUTURES* DENGAN *STOCHASTIC INTEREST RATE* PADA KOMODITAS MINYAK MENTAH”**

sebagai salah satu syarat kelulusan Program Sarjana Departemen Matematika FMIPA Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya.

Tugas akhir ini dapat terselesaikan dengan baik berkat bantuan dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan ucapan terima kasih dan penghargaan kepada:

1. Bapak Dr. Imam Mukhlash, MT selaku Ketua Departemen Matematika ITS.
2. Ibu Endah Rokhmati M.P., Ph.D, dan Bapak Drs. Lukman Hanafi, M.Sc selaku dosen pembimbing atas segala bimbingan dan motivasinya kepada penulis dalam mengerjakan tugas akhir ini sehingga dapat terselesaikan dengan baik.
3. Ibu Dra. Farida Agustini Widjajati, MS., Bapak Drs. I Gst. Ngr. Rai Usadha, M.Si., dan Bapak Drs. Suharmadi Sanjaya, Dipl.Sc., M.Phil selaku dosen penguji yang telah memberikan semua saran demi perbaikan tugas akhir ini.

4. Bapak Drs. Iis Herisman, M.Si selaku koordinator tugas akhir dan Mas Ali yang selalu memberikan informasi mengenai tugas akhir.
5. Bapak Drs. Suhud Wahyudi selaku dosen wali yang telah memberikan arahan akademik selama penulis menempuh pendidikan di Departemen Matematika FMIPA ITS.
6. Bapak dan Ibu dosen serta para staf Departemen Matematika ITS yang tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu.
7. Kedua orang tua yang selalu mendoakan, menguatkan, dan mendukung penulis sehingga penulis bisa sampai saat ini.
8. Tasa dan Keke yang selalu memberikan doa, semangat, dan dukungan.
9. Yudhistira yang senantiasa mendukung, memberikan semangat dan mendoakan untuk kelancaran penulis menyelesaikan tugas akhir ini.
10. Virga, Amina, Yenny, Fella, Septia, Lisa, Neni, dan Nurma yang selalu membantu dan memberi dukungan kepada penulis.
11. Uzu dan Mas Adit yang selalu membantu dalam memahami materi tugas akhir.
12. Ivan dan Mas Heri yang membantu dan mengarahkan penulis dalam pengerjaan program Matlab.
13. Teman-teman seperjuangan 116 yang saling mendukung dan memotivasi satu sama lain.

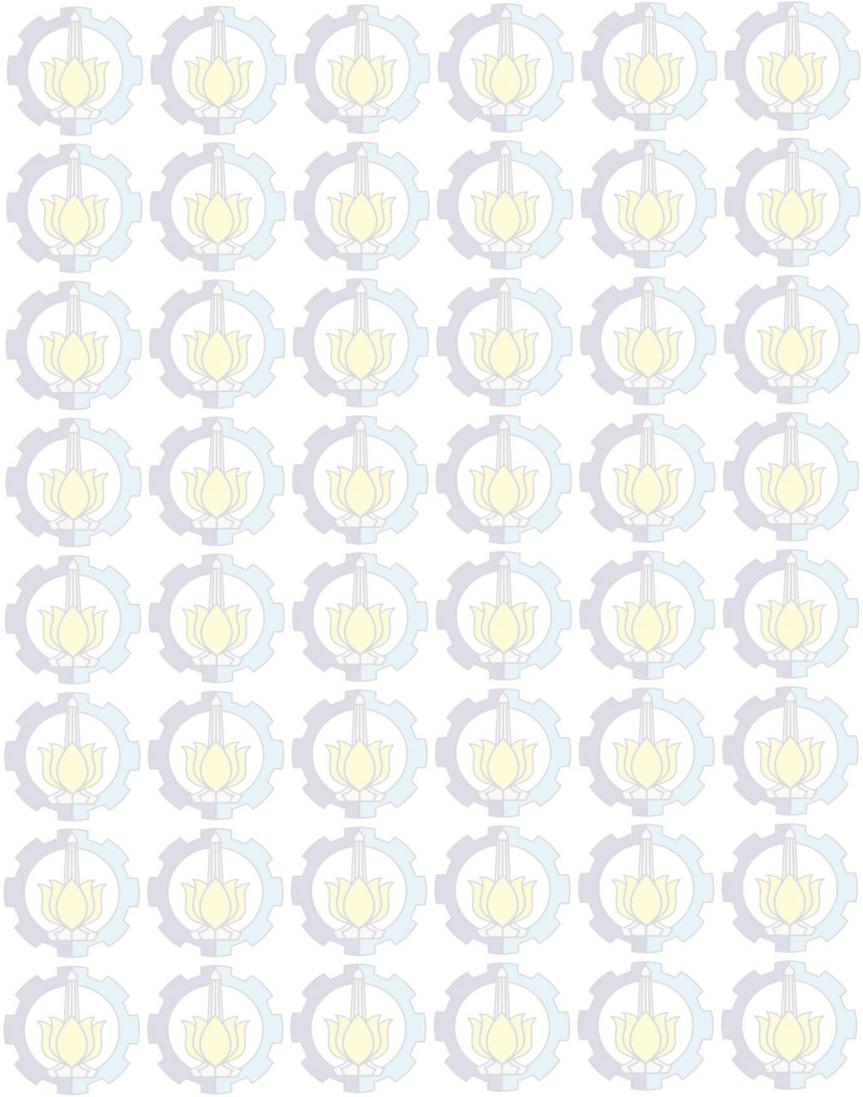
14. Dulur Matematika 2013 yang selalu memberikan doa dan dukungannya kepada penulis.

15. Semua pihak yang tidak bisa disebutkan satu-persatu. Terimakasih telah mendoakan dan mendukung penulis sampai dengan selesainya tugas akhir ini.

Penulis juga menyadari bahwa dalam tugas akhir ini masih terdapat kekurangan. Oleh sebab itu, kritik dan saran yang bersifat membangun sangat penulis harapkan demi kesempurnaan tugas akhir ini. Akhir kata, penulis berharap semoga tugas akhir ini dapat membawa manfaat bagi banyak pihak.

Surabaya, Juli 2017

Penulis



## DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	v
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	ix
DAFTAR ISI	xv
DAFTAR GAMBAR	xix
DAFTAR TABEL	xxi
DAFTAR SIMBOL	xxiii
<b>BAB I PENDAHULUAN</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Batasan Masalah	3
1.4 Tujuan	4
1.5 Manfaat	4
1.6 Sistematika Penulisan	4
<b>BAB II TINJAUAN PUSTAKA</b>	<b>7</b>
2.1 Penelitian Terdahulu	7
2.2 Komoditas Minyak Mentah	7
2.3 Kontrak <i>Futures</i>	8
2.3.1 Spesifikasi Kontrak <i>Futures</i>	9
2.3.2 Istilah Istilah Pada Kontrak <i>Futures</i>	11
2.3.3 Mekanisme Kontrak <i>Futures</i>	12
2.4 Model <i>Spot Price</i> dan <i>Interest Rate</i>	13
2.5 Lemma Itô	14

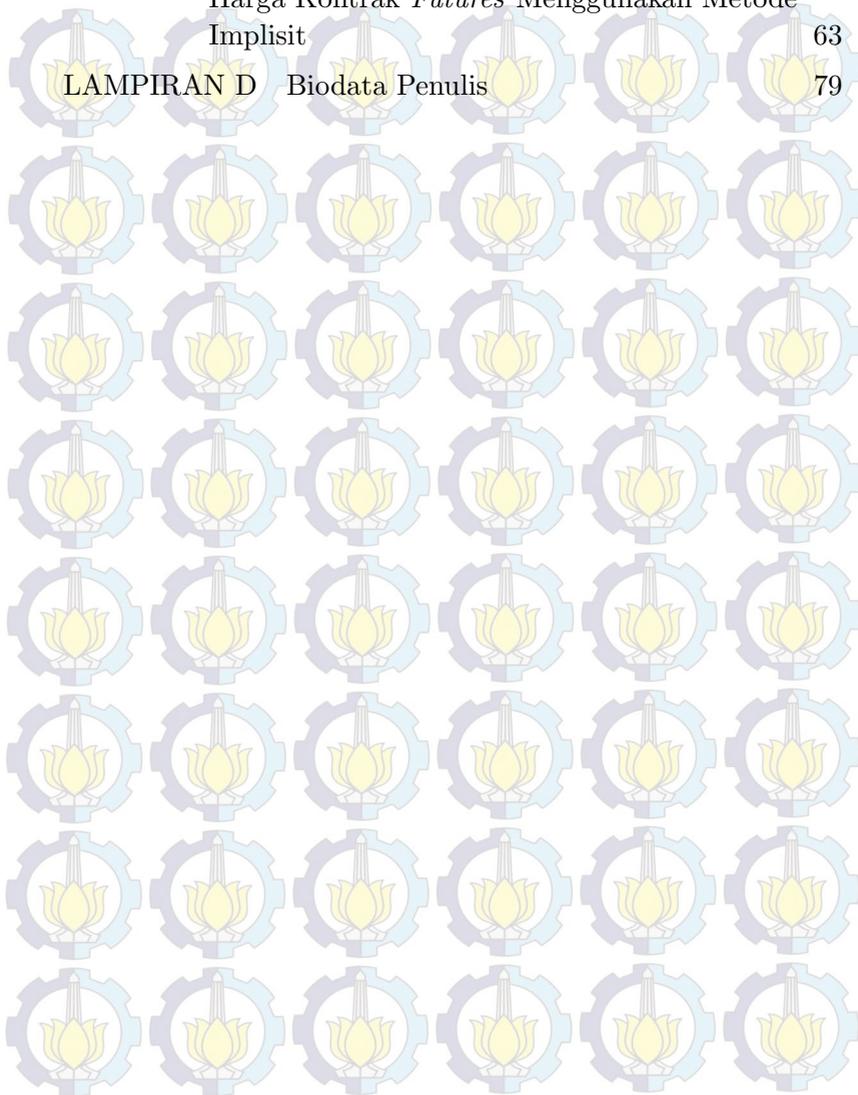
2.6	Metode Beda Hingga .....	15
2.7	Metode Beda Hingga Eksplisit .....	20
2.8	Metode Beda Hingga Implisit .....	22
2.9	Metode Beda Hingga Crank-Nicolson .....	24
BAB III	METODE PENELITIAN	27
3.1	Tahap Penelitian .....	27
3.2	Alur Penelitian .....	29
BAB IV	ANALISIS DAN PEMBAHASAN	31
4.1	Pembentukan Sistem Persamaan Diferensial Parsial .....	31
4.1.1	Pembentukan Lemma Itô .....	32
4.1.2	Penyusunan Portofolio .....	33
4.1.3	Pembentukan Persamaan Diferensial Parsial .....	35
4.1.4	Syarat Awal dan Syarat Batas .....	37
4.2	Diskritisasi Model <i>Spot Price</i> dan <i>Interest Rate</i> dengan Metode Beda Hingga Implisit ..	38
4.3	Hasil Perhitungan Numerik Model <i>Spot Price</i> dan <i>Interest Rate</i> dengan Metode Beda Hingga Implisit .....	42
BAB V	PENUTUP	49
5.1	Kesimpulan .....	49
5.2	Saran .....	49
DAFTAR PUSTAKA		51
LAMPIRAN A	<i>Flowchart</i> Program Penentuan Harga Kontrak <i>Futures</i> Menggunakan Metode Implisit	55
LAMPIRAN B	Listing Program Penentuan Harga Kontrak <i>Futures</i> Menggunakan Metode Implisit	57

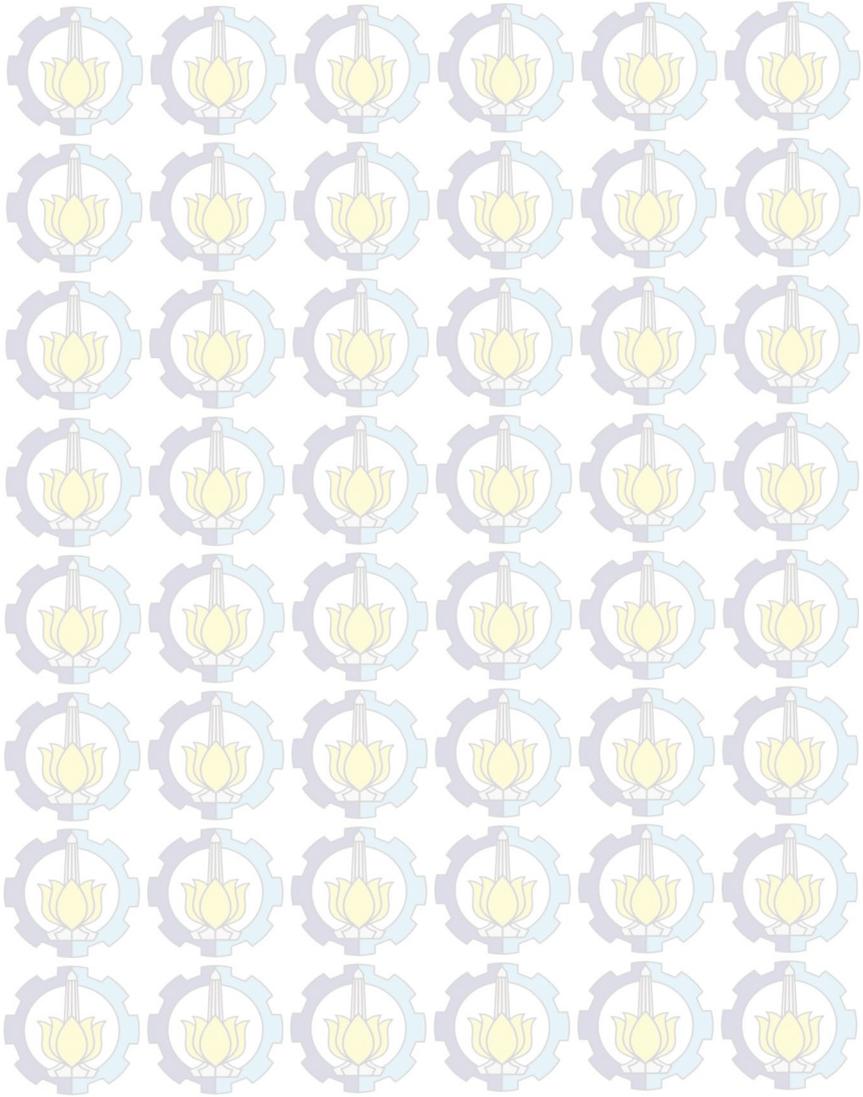
LAMPIRAN C Listing Program GUI Penentuan  
Harga Kontrak *Futures* Menggunakan Metode  
Implisit

63

LAMPIRAN D Biodata Penulis

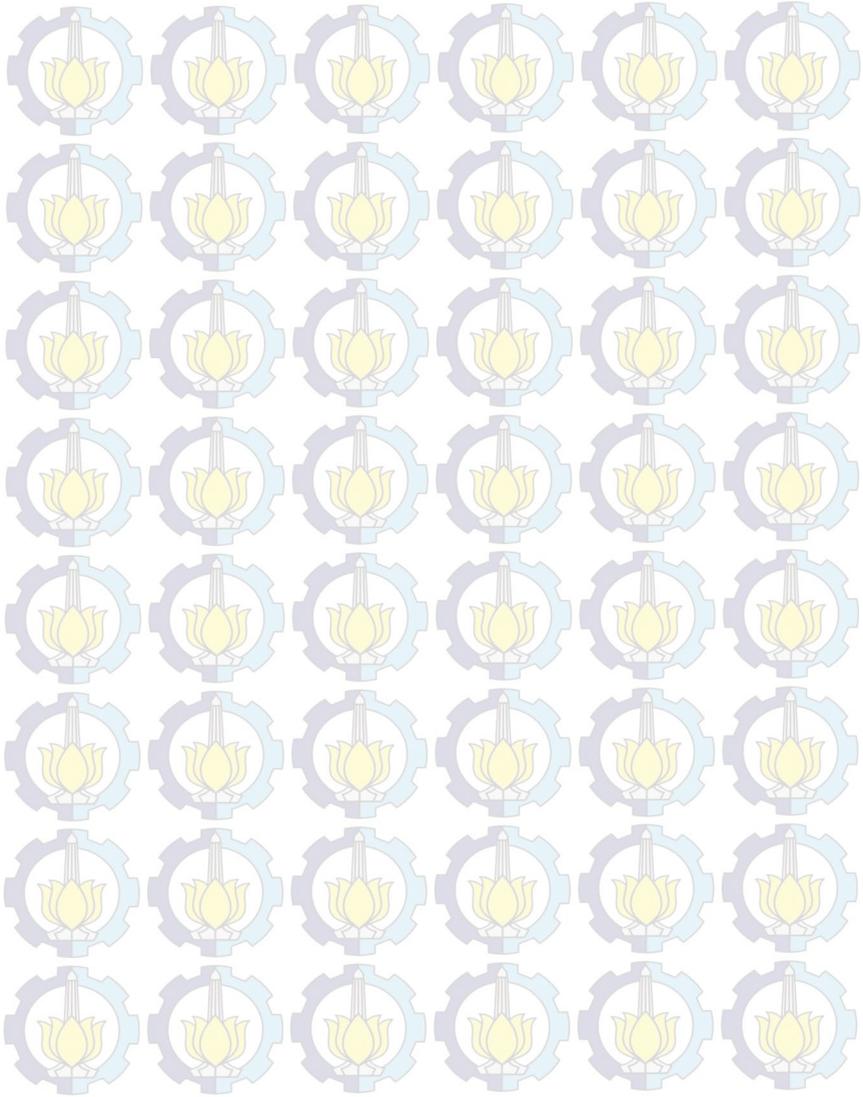
79





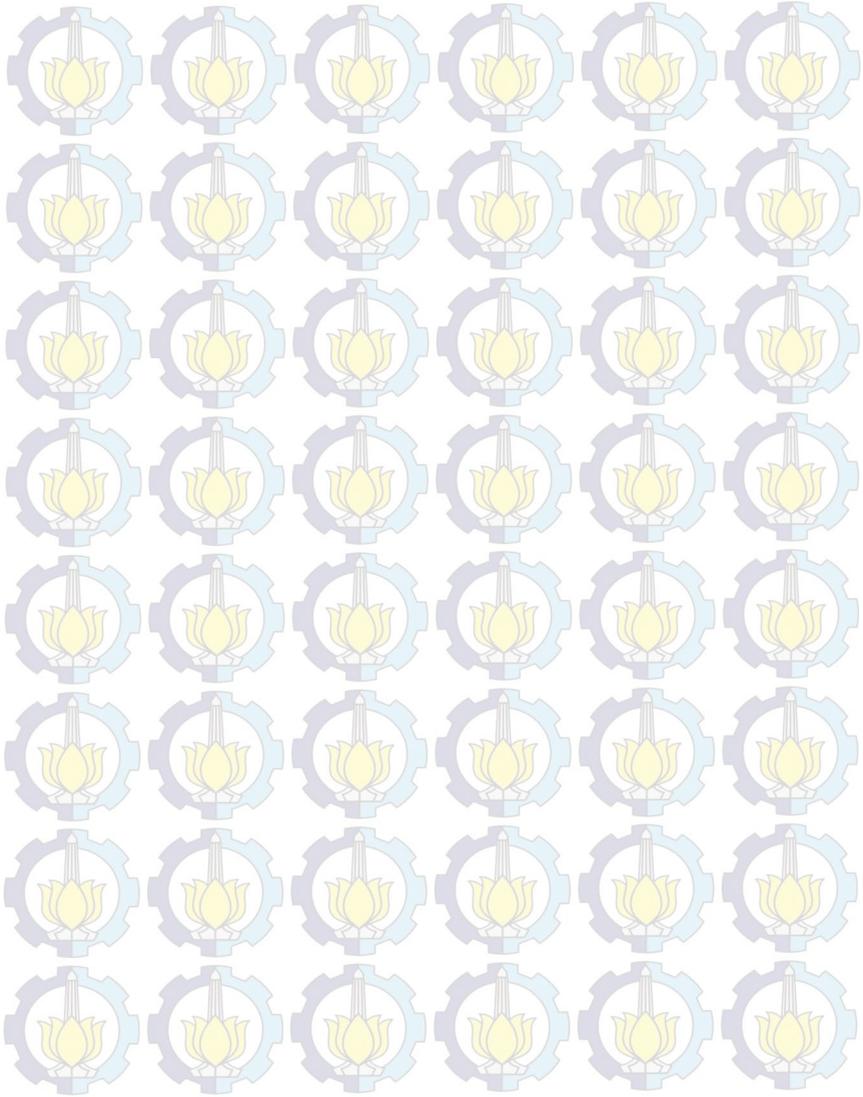
## DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Mekanisme Kontrak <i>Futures</i> . . . . .	13
Gambar 2.2	Skema Beda Hingga Eksplisit . . . . .	22
Gambar 2.3	Skema Beda Hingga Implisit . . . . .	23
Gambar 2.4	Skema Beda Hingga Crank-Nicolson . . . . .	25
Gambar 3.1	Diagram Alir Penelitian . . . . .	29
Gambar 4.1	Pembagian Grid dan Syarat Batas . . . . .	38
Gambar 4.2	Nilai Kontrak <i>Futures</i> saat $P = 100$ dan $r = 0.0025$ . . . . .	44
Gambar 4.3	Nilai Kontrak <i>Futures</i> saat $P = 100$ dan $r = 0.25$ . . . . .	45
Gambar 4.4	Nilai Kontrak <i>Futures</i> saat $P = 100$ dan $r = 0.5$ . . . . .	45
Gambar 4.5	Nilai Kontrak <i>Futures</i> saat $P = 100$ dan $r = 0.75$ . . . . .	46
Gambar 4.6	Nilai Kontrak <i>Futures</i> saat $P = 100$ dan $r = 1$ . . . . .	46



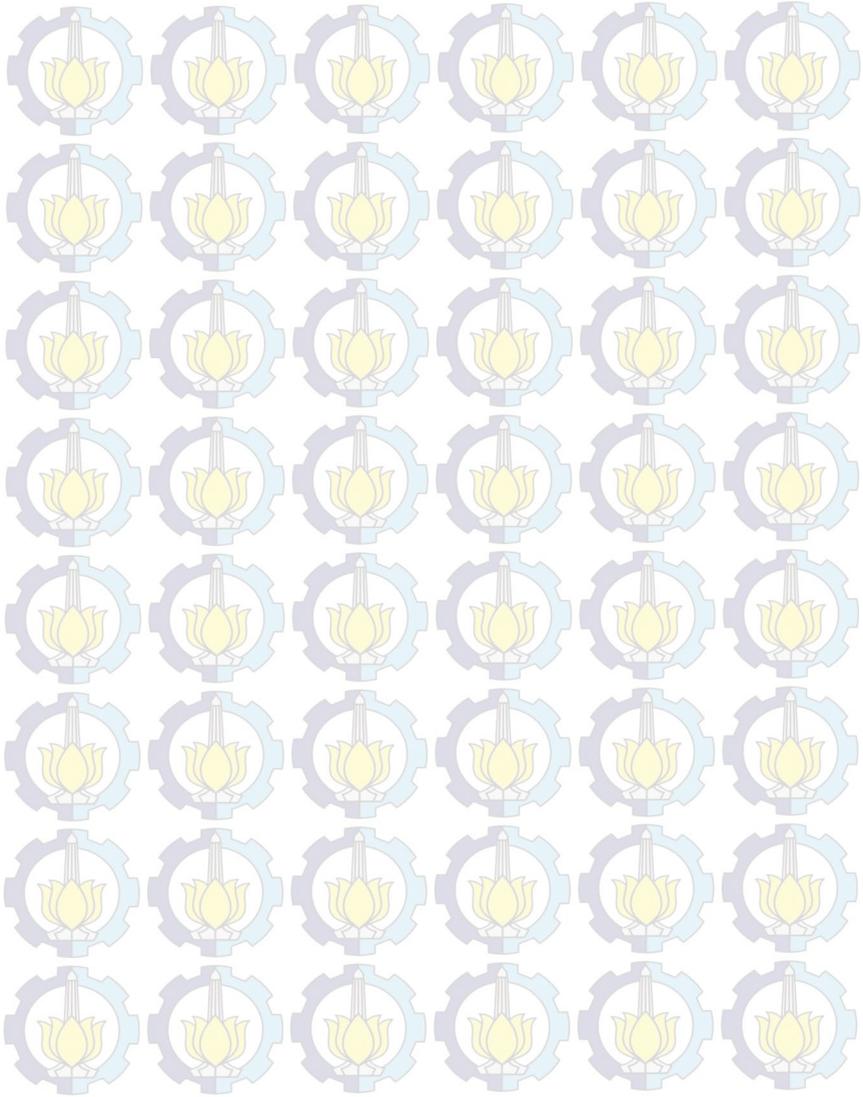
## DAFTAR TABEL

Tabel 4.1 Hasil Perhitungan Harga Kontrak <i>Futures</i> Komoditas Minyak Mentah . . . . .	43
---	----



## Daftar Simbol

$P$	<i>Spot price.</i>
$r$	Tingkat suku bunga ( <i>Interest rate</i> ).
$\tau$	Waktu kadaluarsa ( <i>Expiry date</i> ).
$T$	Waktu jatuh tempo ( <i>Maturity date</i> ).
$t$	Waktu.
$\delta$	<i>Convenience yield.</i>
$dP$	Perubahan <i>Spot price</i> .
$dr$	Perubahan <i>Interest rate</i> .
$d\tau$	Perubahan waktu.
$d\widetilde{Z}_1$	Proses <i>Wiener</i> pada <i>spot price</i> .
$d\widetilde{Z}_2$	Proses <i>Wiener</i> pada <i>interest rate</i> .
$\rho$	Koefisien korelasi $d\widetilde{Z}_1$ dan $d\widetilde{Z}_2$ .
$a$	Kecepatan pengembalian ke rata-rata.
$g(\tau)$	Waktu kecepatan pengembalian.
$\sigma_1$	Volatilitas pada <i>spot price</i> .
$\sigma_2$	Volatilitas pada <i>interest rate</i> .
$F(P, r, \tau)$	<i>Futures price</i> pada waktu $\tau$ .
$dF$	Perubahan <i>futures price</i> .
$\Delta P$	Jarak partisi grid <i>spot price</i> .
$\Delta r$	Jarak partisi grid <i>interest rate</i> .
$G(t)$	Waktu kecepatan pengembalian dengan parameter $t$ .
$g(\tau)$	Waktu kecepatan pengembalian dengan parameter $\tau$ .



# BAB I PENDAHULUAN

Pada bab ini dibahas hal-hal yang menjadi latar belakang permasalahan dalam Tugas Akhir ini. Kemudian permasalahan tersebut disusun kedalam suatu rumusan masalah. Selanjutnya dijabarkan batasan masalah untuk memperoleh tujuan, manfaat, dan sistematika penulisan.

## 1.1 Latar Belakang

Komoditas adalah produk yang dapat dibeli, dijual atau diperdagangkan di berbagai jenis pasar. Komoditas merupakan bahan baku yang digunakan untuk membuat produk yang dikonsumsi dalam kehidupan sehari-hari di seluruh dunia. Sepanjang sejarah, komoditas telah memainkan peran utama dalam membentuk global ekonomi dan politik yang mempengaruhi kehidupan dan mata pencaharian masyarakat [1]. Salah satu komoditas yang dibutuhkan di dunia adalah minyak mentah. Minyak mentah adalah campuran kompleks yang terdiri dari 200 atau lebih senyawa organik yang berbeda dan kebanyakan alkana. Alkana adalah sebuah rantai karbon dengan ikatan-ikatan tunggal [2].

Akhir-akhir ini harga minyak mentah di pasar internasional sangat fluktuatif dengan kecenderungan meningkat. Pada Desember 2016 perkembangan harga minyak mentah Indonesia dan dunia (ICP) mencapai U\$\$ 51,09/bbl dengan rata-rata Januari 2016 sampai Desember 2016 U\$\$ 40,13/bbl. Harga minyak mengalami peningkatan setelah sebelumnya rata-rata harga minyak dunia (ICP) pada Desember 2015 hingga November 2016 sebesar U\$\$ 38,84/bbl

dan pada Januari 2017 sebesar U\$\$ 51,88/bbl [3]. Lonjakan harga minyak yang tinggi ini tentu saja menjadi perhatian hampir seluruh negara produsen (eksportir) minyak mentah maupun negara konsumen (importir). Hal ini disebabkan karena peranan minyak sangat penting sebagai bahan bakar yang menggerakakkan perekonomian. Disamping itu, minyak mentah juga penting bagi pembangunan ekonomi dan sosial yang berkelanjutan [4]. Adanya fluktuasi dan perubahan kondisi pasar dapat menimbulkan risiko bagi para investor. Pengurangan risiko pasar dapat dilakukan dengan menggunakan kontrak derivatif seperti kontrak *futures* sebagai instrumen lindung nilai. Perdagangan dengan menggunakan kontrak *futures* (*futures contract*) akan membantu harga komoditas yang ada di pasaran menjadi lebih stabil [5].

Kontrak *futures* adalah kesepakatan antara dua pihak untuk membeli atau menjual aset pada waktu tertentu di masa mendatang dengan harga tertentu. Kontrak *futures* diperdagangkan di sebuah bursa berjangka. Untuk dua pihak yang ada dalam kontrak yang tidak tahu satu sama lain, bursa juga menawarkan sebuah mekanisme yang memberi jaminan bahwa kontrak akan terlaksana untuk kedua belah pihak [6]. Kontrak *futures* dilakukan secara pribadi oleh dua belah pihak, tetapi dilakukan melalui bursa yang terorganisir. Kontrak ini ditandatangani dan disepakati oleh pembeli dan penjual dengan harga sekarang (harga yang sudah diketahui) dan harga antisipasi aktiva tertentu pada masa yang akan datang. Pada umumnya pelaku pasar hanya akan menggunakan harga sekarang untuk menghitung kontrak yang akan diperdagangkan [7].

Pada umumnya terdapat beberapa model dua faktor yang digunakan untuk menentukan harga kontrak *futures* komoditas minyak mentah. Pada model dua faktor ini

memperhatikan adanya variabel yang tidak dianggap konstan melainkan bergerak secara fluktuatif. Pada model *spot price* dan *interest rate* penentuan harga kontrak *futures* bergantung pada *spot price* dan *interest rate* yang mengikuti proses stokastik yang telah mempertimbangkan pergerakan secara fluktuatif.

Pada Tugas Akhir sebelumnya oleh Aini (2017) [8] telah didapatkan penyelesaian analitik dari model Gabillon dalam perhitungan harga kontrak *futures* komoditas minyak mentah yang menggunakan model satu faktor yaitu model Gabillon. Pada model satu faktor Gabillon ini hanya memperhatikan parameter *spot price* yang bergerak secara fluktuatif dan parameter lainnya dianggap konstan. Selanjutnya, dalam Tugas Akhir ini penulis menyajikan penyelesaian numerik dari sistem persamaan diferensial berdasarkan model dua faktor model *spot price* dan *interest rate* dalam penentuan harga kontrak *futures* yang bertipe Eropa pada komoditas minyak mentah.

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang tersebut rumusan masalah pada Tugas Akhir ini adalah:

1. Bagaimana langkah-langkah pembentukan sistem persamaan diferensial parsial berdasarkan model *spot price* dan *interest rate* untuk penentuan harga kontrak *futures* pada komoditas minyak mentah.
2. Bagaimana mendapatkan harga kontrak *futures* dari penyelesaian sistem persamaan diferensial parsial model *spot price* dan *interest rate* pada komoditas minyak mentah secara numerik.

## 1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah yang digunakan dalam Tugas Akhir ini antara lain:

1. Kontrak *futures* yang diperhatikan adalah tipe Eropa.
2. Waktu yang berlaku pada kontrak berhingga.
3. *Convenience Yield* diasumsikan konstan.
4. Waktu kecepatan pengembalian diasumsikan konstan.
5. Tidak ada hubungan antara proses Wiener pada model *spot price* dan proses Wiener pada model *interest rate* ( $\rho = 0$ ).
6. Simulasi menggunakan *software* Matlab.

#### 1.4 Tujuan

Tujuan dari penulisan Tugas Akhir ini adalah:

1. Menentukan langkah-langkah pembentukan sistem persamaan diferensial parsial berdasarkan model *spot price* dan *interest rate* untuk penentuan harga kontrak *futures* pada komoditas minyak mentah.
2. Mendapatkan harga kontrak *futures* dari penyelesaian sistem persamaan diferensial parsial model *spot price* dan *interest rate* pada komoditas minyak mentah.

#### 1.5 Manfaat

Manfaat yang diharapkan dari Tugas Akhir ini adalah diperoleh informasi tambahan mengenai model *spot price* dan *interest rate* untuk penentuan harga kontrak *futures* pada komoditas minyak mentah.

#### 1.6 Sistematika Penulisan

Penulisan Tugas Akhir ini disusun dalam lima bab, yaitu:

##### 1. BAB I PENDAHULUAN

Pada bab ini dibahas hal-hal yang menjadi latar

belakang permasalahan dalam Tugas Akhir ini. Kemudian permasalahan tersebut disusun kedalam suatu rumusan masalah. Selanjutnya dijabarkan batasan masalah untuk memperoleh tujuan, manfaat, dan sistematika penulisan.

## 2. BAB II TINJAUAN PUSTAKA

Pada Bab II berisi penelitian terdahulu dan teori-teori yang terkait dengan permasalahan dalam Tugas Akhir ini seperti komoditas minyak mentah, kontrak *futures*, persamaan diferensial stokastik model *Spot Price* dan *Interest Rate*, Lemma Ito, serta metode beda hingga.

## 3. BAB III METODE PENELITIAN

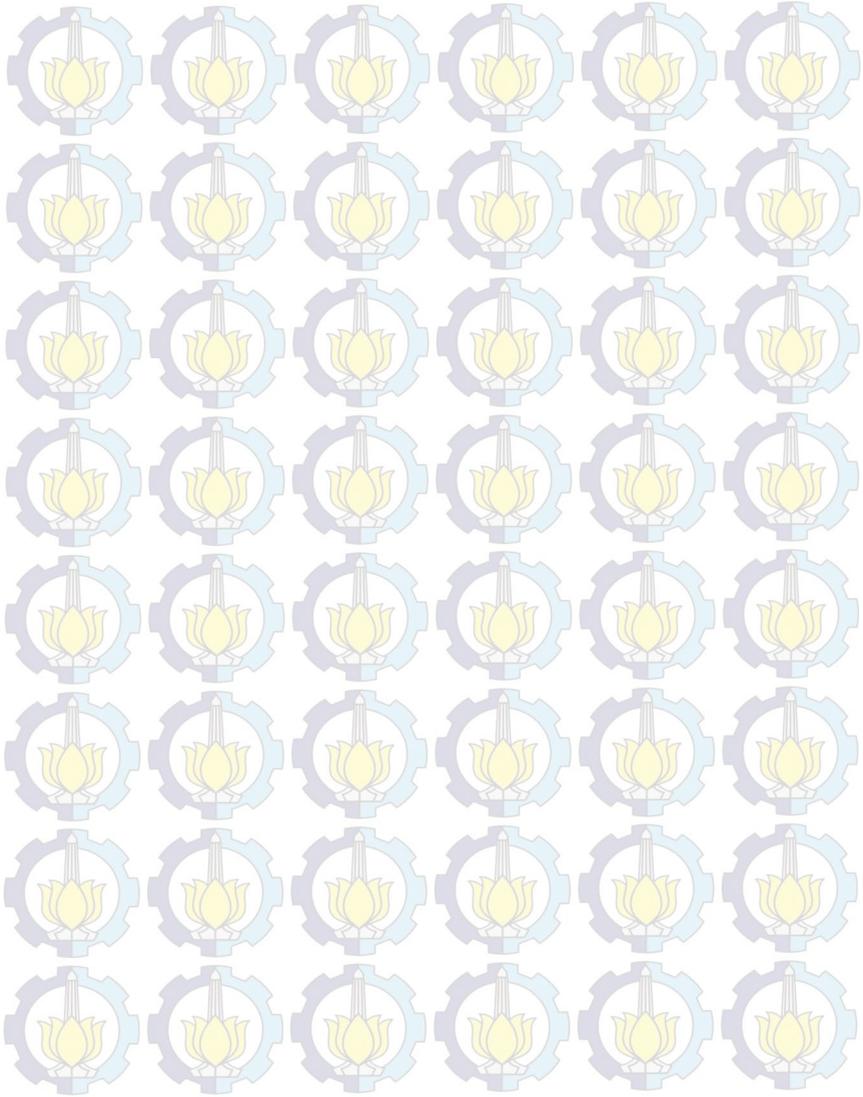
Dalam bab ini diuraikan langkah-langkah sistematis dan diagram alur penelitian yang dilakukan dalam proses pengerjaan Tugas Akhir ini. Tahapan-tahapan tersebut antara lain studi literatur, penyusunan portofolio kontrak *futures* untuk membentuk sistem persamaan diferensial parsial model *Spot Price* dan *Interest Rate*. Tahap selanjutnya yaitu diskritisasi model *Spot Price* dan *Interest Rate* dengan metode beda hingga Implisit.

## 4. BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Pada Bab IV dibahas secara detail mengenai penyelesaian numerik perhitungan nilai kontrak *futures*.

## 5. BAB V PENUTUP

Bab ini berisi kesimpulan akhir yang diperoleh dari Tugas Akhir serta saran untuk pengembangan penelitian selanjutnya.



## BAB II TINJAUAN PUSTAKA

Untuk penyelesaian perhitungan harga kontrak *futures* berdasarkan *spot price* dan *interest rate* dengan metode beda hingga implisit, maka diperlukan pustaka sebagai berikut:

### 2.1 Penelitian Terdahulu

Perubahan harga komoditas dan *interest rate* menjadi poin penting pada penyelesaian Tugas Akhir ini. Menurut penelitian sebelumnya, Chan dkk [9] membandingkan performa berbagai model *interest rate*, kemudian mereka menemukan model terbaik untuk merepresetasikan *interest rate*.

Pada penelitiannya oleh Cheng dkk [10] menyajikan simulasi *hedging* pada *futures option* dan mendapatkan hasil bahwa *interest rate* yang mengikuti proses stokastik berpengaruh pada risiko kontrak *futures option* karena adanya fluktuasi harga pasar.

Thesis oleh Mohammed Oud [11] mempelajari dinamika harga minyak dari macammacam model persamaan stokastik dua faktor yang meliputi *spot price and net demand model*, *spot price and interest rate model*, dan *spot price and convenience yield model* untuk menjelaskan perilaku dari harga minyak mentah. Kemudian, berdasarkan model tersebut dijelaskan pula penyelesaian harga kontrak *futures* dari setiap model.

### 2.2 Komoditas Minyak Mentah

Komoditas merupakan salah satu produk berjangka yang jumlah perdagangannya cukup besar. Hal ini disebabkan oleh jenis dan jumlah produk komoditas yang diperdagangkan

di bursa berjangka sangat besar. Produk komoditas secara umum dibagi atas 2 jenis, yaitu jenis *hard commodity* (komoditas yang tahan lama) seperti emas, karet, dan minyak, dan jenis *soft commodity* (komoditas yang tidak tahan lama) seperti kopi, jagung, kacang merah, dan kacang kedelai [12].

Harga suatu komoditas tidak dapat diprediksi namun biasanya menunjukkan pengaruh musiman. Kelangkaan pada produk dapat menimbulkan lojakan harga. Komoditas biasanya diperdagangkan oleh orang yang tidak membutuhkan bahan mentah melainkan hanya sebagai spekulator. Perdagangan komoditas banyak dilakukan di pasar *futures* yaitu membuat perjanjian untuk membeli atau menjual suatu komoditas pada waktu tertentu di masa depan [13].

Minyak mentah merupakan salah satu komoditas utama bagi perekonomian global. Hal ini dikarenakan minyak mentah merupakan salah satu komponen penting bagi perkembangan ekonomi, pertumbuhan industri serta pembangunan negara diberbagai bidang. Selain itu, kegiatan politik, cuaca ekstrem, dan spekulasi di pasar modal, merupakan karakter pokok lainnya dari komoditas minyak mentah yang meningkatkan tingkat volatilitas harga minyak di pasar minyak. Pengaruh fluktuasi harga minyak meluas mencampai sejumlah besar barang atau jasa yang memiliki dampak langsung pada perekonomian serta masyarakat global [5].

### **2.3 Kontrak *Futures***

Kontrak *futures* adalah kesepakatan antara dua pihak untuk membeli atau menjual aset pada waktu tertentu di masa mendatang dengan harga tertentu. Kontrak *futures* diperdagangkan di sebuah bursa berjangka. Untuk dua pihak yang ada dalam kontrak yang tidak tahu satu sama lain, bursa juga menawarkan sebuah mekanisme yang memberi jaminan

bahwa kontrak akan terlaksana untuk kedua belah pihak [6].

Kontrak *futures* merupakan kontrak standar yang jumlah, mutu, jenis, tempat dan waktu penyerahannya telah ditetapkan terlebih dahulu. Oleh karena itu bentuknya yang standar maka yang dapat dinegosiasikan hanyalah harga atau nilai dari kontrak *futures* [12]. Tujuan kontrak *futures* pada instrumen keuangan adalah untuk mengalihkan risiko perubahan pada harga sekuritas di masa datang dari suatu pihak ke pihak lain dalam kontrak tersebut. Karena itu instrument *futures* ini menawarkan suatu cara untuk mengatur tingkat resiko yang ada di pasar. Instrumen *futures* ini merupakan *zero-sum game* bagi pihak-pihak dalam sebuah kontrak, artinya bahwa keuntungan suatu pihak merupakan kerugian pihak lain. Pihak yang berpartisipasi di pasar *futures* dapat dibedakan menjadi dua, yaitu:

1. *Hedgers* : pihak yang memasuki sebuah kontrak untuk mencari perlindungan dari resiko perubahan harga.
2. Spekulator : pihak yang memasuki kontrak dengan harapan bahwa resiko perubahan harga dapat mendatangkan keuntungan baginya.

Jadi seorang *hedger* menghindari resiko dan melindungi dirinya dari adanya perubahan harga, sedangkan seorang spekulator bersedia menampung resiko dan berani bertaruh guna mendapatkan keuntungan yang tinggi [15].

### **2.3.1 Spesifikasi Kontrak *Futures***

Spesifikasi khusus yang ditentukan oleh kedua belah pihak dalam melakukan kontrak *futures* meliputi [6]:

1. Aset

Jika aset berupa suatu komoditas, maka ada beberapa macam kualitas yang memungkinkan untuk pasar. Bursa menentukan kelas komoditas mana yang bisa

diterima. Aset finansial pada kontrak *futures* biasanya terdefinisi dengan baik dan tidak ambigu.

## 2. Ukuran Kontrak

Ukuran kontrak menspesifikasikan jumlah aset yang harus dikirim dalam satu kontrak. Jika ukuran kontrak terlalu besar, banyak investor yang ingin melakukan lindung nilai eksposur yang relatif kecil atau yang mengambil posisi spekulatif yang relatif kecil tidak akan dapat menggunakan bursa. Di sisi lain, jika ukuran kontrak terlalu kecil, perdagangan menjadi mahal karena adanya biaya terkait untuk masing-masing kontrak.

## 3. Pengaturan Pengiriman

Tempat untuk pengiriman harus dispesifikasikan oleh bursa. Hal ini sangat penting untuk komoditas dengan biaya transportasi yang signifikan. Harga akan menjadi lebih tinggi untuk lokasi pengiriman yang relatif jauh dari sumber komoditas.

## 4. Bulan Pengiriman

Bursa harus menspesifikasikan periode yang tepat kapan pengiriman dapat dilakukan. Sebagian besar kontrak *futures*, memiliki periode pengiriman satu bulan penuh. Bursa menspesifikasikan kapan perdagangan dalam bulan tertentu bisa dimulai dan hari terakhir untuk perdagangan yang dilakukan dalam kontrak yang diberikan. Perdagangan pada umumnya berhenti pada beberapa hari sebelum hari terakhir pengiriman dapat dilakukan.

## 5. Penawaran Harga

Bursa mendefinisikan bagaimana harga yang ditawarkan. Contohnya, untuk harga minyak mentah

pada New York Merchantle Exchange berupa dollar atau sen.

6. **Batas Harga**

Kebanyakan kontrak, batas pergerakan harga harian dispesifikasikan oleh bursa. Tujuan dari batas harga harian adalah untuk mencegah pergerakan harga yang besar karena spekulasi yang berlebihan.

7. **Batas Posisi**

Batas posisi adalah jumlah maksimum dari kontrak yang bisa dipegang oleh spekulator. Tujuan adanya batas posisi adalah untuk melindungi spekulator dari pengaruh yang tidak semestinya di pasar.

### **2.3.2 Istilah Istilah Pada Kontrak *Futures***

Istilah istilah penting yang terdapat dalam kontrak *futures* adalah sebagai berikut [16]:

1. *Underlying asset*

*Underlying asset* adalah sesuatu (komoditas atau aset) yang disetujui kedua pihak untuk dipertukarkan.

2. *Sattlement Date* atau *Delivery Date*

*Sattlement date* atau *delivery date* adalah tanggal yang ditetapkan untuk melakukan transaksi.

3. *Futures price*

*Futures price* adalah harga yang telah disepakati oleh kedua belah pihak yang berkepentingan untuk melakukan transaksi.

4. *Long Futures* atau *Long Position*

*Long futures* atau *long position* adalah posisi pihak yang menyetujui kontrak untuk membeli aset yang menjadi patokan di kemudian hari (*owner/pemilik kontrak futures*).

5. *Short futures* atau *Short Position*

*Short futures* atau *short position* adalah posisi pihak yang menyetujui kontrak untuk menjual aset patokan di kemudian hari (*seller*).

6. Lembaga Kliring Berjangka

Lembaga kliring berjangka adalah badan usaha yang menyelenggarakan dan menyediakan sistem dan/ atau sarana untuk pelaksanaan kliring dan penjaminan transaksi di bursa berjangka.

7. *Margin*

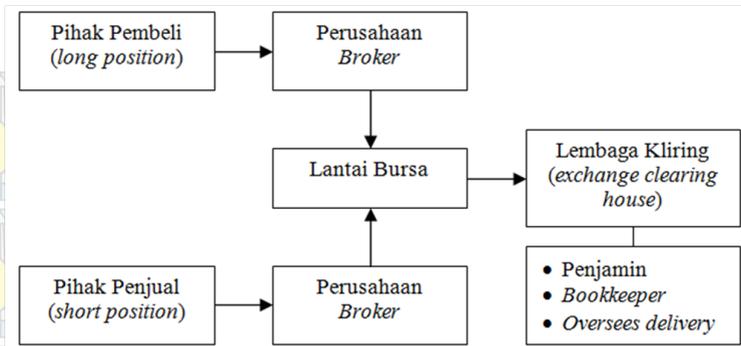
*Margin* adalah sejumlah uang atau surat berharga yang harus ditempatkan oleh nasabah pada pialang berjangka sesuai yang telah ditentukan pada lembaga kliring.

8. *Broker* atau Pialang

*Broker* atau pialang adalah badan usaha yang melakukan kegiatan jual beli komoditas berdasarkan kontrak futures atas amanat nasabah dengan menarik sejumlah uang dan/atau surat berharga tertentu sebagai margin untuk menjamin transaksi tersebut.

### 2.3.3 Mekanisme Kontrak *Futures*

Sorang investor yang ingin membeli atau menjual aset di pasar *futures* maka ia akan menyerahkan ke perusahaan *broker*, yang kemudian akan menyalurkan ke perdagangan di lantai bursa atau melalui *elektronik trading*. Setelah kesepakatan disepakati, rincian kesepakatan selanjutnya ditangani oleh pihak *clearinghouse*. Para investor dalam kontrak *futures* tidak pernah berurusan secara langsung melainkan bertransaksi melaului *clearinghouse*. [17]



Gambar 2.1: Mekanisme Kontrak *Futures*

Kontrak baru diciptakan ketika pelanggan baru datang untuk pertukaran ketika pemilik kontrak tidak memiliki keinginan untuk melikuidasi posisinya. Disisi lain, jika pelanggan yang ada ingin menutup *short position* nya dan tidak ada pelanggan baru yang mengambil posisinya, maka harga kontrak akan dinaikkan sampai *long position* ada yang tertarik untuk menjual kembali perjanjiannya.

Mekanisme penentuan harga *futures* ditentukan melalui persaingan terbuka antar pelaku pasar atau anggota bursa melalui dua cara [17], yaitu:

1. Sistem lelang terbuka di lantai bursa.
2. Sistem perdagangan elektronik (*electronic trading system*) berbasis computer.

#### 2.4 Model *Spot Price* dan *Interest Rate*

Persamaan diferensial stokastik model *spot price* dan *interest rate* adalah sebagai berikut[11]:

$$dP = (r - \delta)Pdt + \sigma_1 P d\tilde{Z}_1 \quad (2.1)$$

$$dr = ar(G(t) - r)dt + \sigma_2 r^{3/2} d\tilde{Z}_2 \quad (2.2)$$

$$\text{Corr}(d\tilde{Z}_1, d\tilde{Z}_2) = \rho dt, \quad (2.3)$$

dengan:

$P$  = *spot price*

$r$  = tingkat suku bunga (*interest rate*)

$\delta$  = *convenience yield*

$t$  = waktu

$\sigma_1$  = volatilitas pada model *spot price*

$\sigma_2$  = volatilitas pada model *interest rate*

$\widetilde{Z}_1$  = proses Wiener pada model *spot price*

$\widetilde{Z}_2$  = proses Wiener pada model *interest rate*

$\rho$  = koefisien korelasi antara proses Wiener pada model *spot price* dan proses Wiener pada model *interest rate*

$G(t)$  = waktu kecepatan pengembalian dari fungsi bebas  $r$

$a$  = kecepatan pengembalian ke rata-rata.

## 2.5 Lemma Itô

Lemma Itô dapat didefinisikan sebagai versi stokastik dari aturan rantai sebuah variabel deterministik. Lemma Itô terkait dengan perubahan kecil dalam fungsi dari variabel acak dan perubahan kecil dalam variabel acak itu sendiri [11].

Dari persamaan diferensial stokastik (2.1) dan (2.3) diatas didapatkan Deret Taylor sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 F(P, r, t) &= F(P_0, r_0, t_0) + \frac{\partial F}{\partial P}(P - P_0) + \frac{\partial F}{\partial r}(r - r_0) \\
 &+ \frac{\partial F}{\partial t}(t - t_0) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial P^2}(P - P_0)^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial P \partial r} \\
 &(P - P_0)(r - r_0) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial P \partial t}(P - P_0)(t - t_0) \\
 &+ \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial r \partial P}(r - r_0)(P - P_0) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial r^2}(r - r_0)^2 \\
 &+ \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial r \partial t}(r - r_0)(t - t_0) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial t \partial P}(t - t_0) \\
 &(P - P_0) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial t \partial r}(t - t_0)(r - r_0) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} \\
 &(t - t_0)^2.
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

Persamaan (2.4) dapat ditulis sebagai:

$$\begin{aligned}
 dF &= \frac{\partial F}{\partial P}(dP) + \frac{\partial F}{\partial r}(dr) + \frac{\partial F}{\partial t}(dt) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial P^2} (dP)^2 \\
 &+ \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial P \partial r} (dP)(dr) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial P \partial t} (dP)(dt) \\
 &+ \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial r \partial P} (dr)(dP) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} (dr)^2 \\
 &+ \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial r \partial t} (dr)(dt) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial t \partial P} (dt)(dP) \\
 &+ \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial t \partial r} (dt)(dr) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} (dt)^2. \quad (2.5)
 \end{aligned}$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (2.1-2.3) ke persamaan (2.4) dan karena  $(dt)^2 = 0$ ,  $d\tilde{Z}_1 dt = 0$ ,  $d\tilde{Z}_2 dt = 0$  didapatkan Lemma Itô:

$$\begin{aligned}
 dF(P, r, t) &= \frac{\partial F}{\partial P} dP + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial P^2} (dP)^2 + \frac{\partial F}{\partial r} dr + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} \\
 &(dr)^2 + \frac{\partial^2 F}{\partial P \partial r} (dP dr) + \frac{\partial F}{\partial t} dt. \quad (2.6)
 \end{aligned}$$

## 2.6 Metode Beda Hingga

Metode numerik adalah teknik untuk menyelesaikan permasalahan-permasalahan yang diformulasikan secara matematis dengan cara operasi hitungan (*arithmetic*). Hasil perhitungan numerik merupakan nilai perkiraan atau pendekatan dari penyelesaian analitik atau eksak. Salah satu metode numerik adalah metode beda hingga. Metode beda hingga sering digunakan dalam bidang teknik maupun sains untuk mencari penyelesaian diferensial. Pada prinsipnya solusi numerik didapatkan dengan mengganti turunan yang ada pada persamaan diferensial dengan diskritisasi yang didapatkan menggunakan Deret Taylor.

Pada Deret Taylor, apabila suatu fungsi  $f(x)$

diferensialkan dalam interval  $[x_0 - h, x_0 + h]$  dengan nilai  $h$  cukup kecil, maka hal ini dapat diuraikan dalam bentuk deret Taylor pada titik  $(x_0 + h)$  yang dinyatakan sebagai berikut [18]:

$$f(x_0 + h) = f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!}h + \frac{f''(x_0)}{2!}h^2 + \dots + \frac{f^{(n-1)}(x_0)}{(n-1)!}h^{n-1} + O(h^n) \quad (2.7)$$

sedangkan pada titik  $(x_0 - h)$  diperoleh bentuk deret Taylor sebagai berikut:

$$f(x_0 - h) = f(x_0) - \frac{f'(x_0)}{1!}h - \frac{f''(x_0)}{2!}h^2 - \dots - \frac{f^{(n-1)}(x_0)}{(n-1)!}h^{n-1} - O(h^n) \quad (2.8)$$

Pada persamaan (2.8)  $h$  dianggap bernilai sangat kecil, sehingga  $h^2$  memungkinkan memiliki nilai yang lebih kecil. Dengan mengabaikan  $h^2$  dan suku-suku berorde lebih dari satu maka dilakukan pemotongan untuk mendapatkan turunan pertama dari persamaan (2.7) yang dinyatakan sebagai berikut:

$$f(x_0 + h) = f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!}h + O(h^2), \quad (2.9)$$

dari persamaan(2.9) diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} - O(h), \quad (2.10)$$

persamaan (2.9) dapat ditulis sebagai,

$$f'(x_0) \approx \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}, \quad (2.11)$$

persamaan (2.11) dikenal sebagai pendekatan beda maju (*forward difference*). Sedangkan pendekatan beda mundur (*backward difference*) ditunjukkan dalam persamaan (2.12) di bawah ini yang merupakan pendekatan turunan pertama dari persamaan (2.8) dinyatakan sebagai berikut

$$f(x_0 - h) = f(x_0) - f'(x_0)h - O(h^2), \quad (2.12)$$

dari persamaan (2.12) diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0) - f(x_0 - h)}{h} - O(h), \quad (2.13)$$

persamaan (2.13) dapat ditulis sebagai,

$$f'(x_0) \approx \frac{f(x_0) - f(x_0 - h)}{h}. \quad (2.14)$$

Pendekatan turunan pertama yang lain yaitu pendekatan beda pusat (*center difference*) pada persamaan (2.15) diperoleh dengan menjumlahkan persamaan (2.11) dan persamaan (2.14) dinyatakan sebagai berikut:

$$f'(x_0) \approx \frac{f(x_0 + h) - f(x_0 - h)}{2h}. \quad (2.15)$$

Turunan kedua ditinjau dari deret Taylor hingga suku berorde dua, sehingga pemotongan dilakukan mulai suku-suku berorde tiga,

$$f(x_0 + h) = f(x_0) + f'(x_0)h + \frac{f''(x_0)}{2!}h^2 + O(h^3) \quad (2.16)$$

$$f(x_0 - h) = f(x_0) - f'(x_0)h + \frac{f''(x_0)}{2!}h^2 - O(h^3) \quad (2.17)$$

dengan menjumlahkan persamaan (2.16) dan persamaan (2.17) diperoleh pendekatan turunan kedua pada persamaan

(2.18) berikut:

$$f''(x_0) \approx \frac{f(x_0 + h) - 2f(x_0) + f(x_0 - h)}{h^2}. \quad (2.18)$$

Nilai pendekatan untuk turunan ketiga, keempat, dan seterusnya dapat dilakukan dengan cara yang sama.

Apabila sumbu  $x$  dibagi menjadi beberapa bagian interval  $\Delta x$  yang panjangnya sama, maka absis titik  $i$  dapat ditulis dalam bentuk  $x_i = i(\Delta x)$  dengan  $i = 1, 2, 3, \dots$  sehingga pendekatan turunan pertama dan kedua di titik  $i$  menjadi [19]:

1. Pendekatan beda maju (*forward difference*)

$$f'(x_i) \approx \frac{f_{i+1} - f_i}{(\Delta x)}. \quad (2.19)$$

2. Pendekatan beda mundur (*backward difference*)

$$f'(x_i) \approx \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{(\Delta x)}. \quad (2.20)$$

3. Pendekatan beda pusat (*center difference*)

$$f'(x_i) \approx \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2(\Delta x)}. \quad (2.21)$$

4. Pendekatan turunan kedua

$$f''(x_i) \approx \frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{(\Delta x)^2}. \quad (2.22)$$

Apabila fungsi mengandung lebih dari satu variabel, maka deret Taylor diturunkan secara parsial terhadap variabel-variabelnya. Misalkan untuk fungsi  $F = F(P, t)$  diperoleh ekspansi deret Taylor terhadap variabel  $P$  dan  $t$  sebagai

berikut:

1. Deret Taylor pada titik  $(P_{i+1}, t_j)$

$$F(P_{i+1}, t_j) = F(P_i, t_j) + F_P(P_i, t_j)(\Delta S) + \frac{F_{PP}(P_i, t_j)}{2!}(\Delta P)^2 + \dots + \frac{F^{(k-1)P}(P_i, t_j)}{(k-1)!}(\Delta P)^{k-1} + O((\Delta P)^k) \quad (2.23)$$

2. Deret Taylor pada titik  $(P_i, t_{j+1})$

$$F(P_i, t_{j+1}) = F(P_i, t_j) + F_T(P_i, t_j)(\Delta t) + \frac{F_{Tt}(P_i, t_j)}{2!}(\Delta t)^2 + \dots + \frac{F^{(k-1)t}(P_i, t_j)}{(k-1)!}(\Delta t)^{k-1} + O((\Delta t)^k) \quad (2.24)$$

Turunan parsial pertama fungsi  $F(P, t)$  dengan pendekatan beda maju terhadap variabel  $P$  dan  $t$  didapat dari deret Taylor diatas dituliskan pada persamaan (2.25) dan (2.26) berikut:

$$F_P(P_i, t_j) \approx \frac{F(P_{i+1}, t_j) - F(P_i, t_j)}{\Delta P} \quad (2.25)$$

$$F_T(P_i, t_j) \approx \frac{F(P_i, t_{j+1}) - F(P_i, t_j)}{\Delta t} \quad (2.26)$$

pendekatan beda mundur terlihat pada persamaan (2.27) dan (2.28) berikut:

$$F_P(P_i, t_j) \approx \frac{F(P_i, t_j) - F(P_{i-1}, t_j)}{\Delta P} \quad (2.27)$$

$$F_t(P_i, t_j) \approx \frac{F(P_i, t_j) - F(P_i, t_{j-1})}{\Delta t} \quad (2.28)$$

pendekatan beda pusat terlihat pada persamaan (2.29) dan (2.30) berikut:

$$F_P(P_i, t_j) \approx \frac{F(P_{i+1}, t_j) - F(P_{i-1}, t_j)}{2(\Delta P)} \quad (2.29)$$

$$F_T(P_i, t_j) \approx \frac{F(P_i, t_{j+1}) - F(P_i, t_{j-1})}{2(\Delta t)} \quad (2.30)$$

Pendekatan turunan parsial kedua diperoleh pada persamaan (2.31) dan (2.32) berikut:

$$F_{PP}(P_i, t_j) \approx \frac{F(P_{i+1}, t_j) - 2F(P_i, t_j) + F(P_{i-1}, t_j)}{(\Delta P)^2} \quad (2.31)$$

$$F_{tt}(P_i, t_j) \approx \frac{F(P_i, t_{j+1}) - 2F(P_i, t_j) + F(P_i, t_{j-1})}{(\Delta t)^2} \quad (2.32)$$

## 2.7 Metode Beda Hingga Eksplisit

Pada metode ini, pendekatan turunan parsial pertama beda maju terhadap waktu (*forward time*) diterapkan pada  $F_t$ , sedangkan pendekatan turunan parsial pertama beda maju terhadap dimensi ruang diterapkan pada  $F_P$  dan turunan parsial kedua diterapkan pada  $F_{PP}$ .

Pendekatan turunan parsial pertama beda maju terhadap waktu diperoleh dengan melakukan pemotongan terhadap suku berorde lebih dari satu terlihat pada persamaan sebagai berikut:

$$F(P_i, t_{j+1}) = F(P_i, t_j) + F_t(P_i, t_j)(\Delta t) + O((\Delta t)^2) \quad (2.33)$$

persamaan (2.33) dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$F_t(P_i, t_j) \approx \frac{F(P_i, t_{j+1}) - F(P_i, t_j)}{\Delta t} \quad (2.34)$$

apabila sumbu  $t$  dibagi menjadi beberapa bagian interval  $\Delta t$  yang panjangnya sama, maka absis titik  $j$  dapat ditulis dalam bentuk  $t_j = j(\Delta t)$  dengan  $j = 0, 1, 2, \dots$ . Sehingga penerapan pendekatan beda maju terhadap  $F_t$  pada persamaan (2.34) berikut:

$$F_t(P, t) \approx \frac{F_i^{j+1} - F_i^j}{\Delta t} \quad (2.35)$$

Cara yang sama dapat digunakan untuk memperoleh turunan parsial pertama pada pendekatan beda pusat di titik  $(i, j)$  dengan deret Taylor:

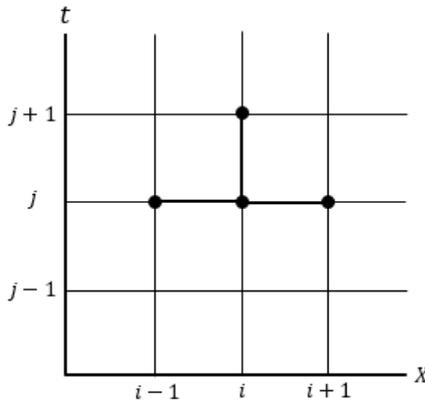
$$F_P(P, t) \approx \frac{F_{i+1}^j - F_i^j}{2\Delta P} \quad (2.36)$$

sedangkan untuk turunan kedua pendekatan beda pusat dinyatakan sebagai berikut,

$$F_{PP}(P, t) \approx \frac{F_{i+1}^j - 2F_i^j + F_{i-1}^j}{(\Delta P)^2} \quad (2.37)$$

untuk semua  $i = 1, 2, 3, \dots$  dan  $j = 1, 2, 3, \dots$ .

Pada skema Eksplisit, variabel pada waktu  $j + 1$  dihitung berdasarkan variabel pada waktu  $j$  yang sudah diketahui, seperti yang terlihat pada Gambar 2.2 [20].



Gambar 2.2: Skema Beda Hingga Eksplisit

## 2.8 Metode Beda Hingga Implisit

Pada Tugas Akhir ini, penyelesaian dari harga kontrak *futures* dengan model *Spot price* dan *Interest Rate* didapatkan melalui penyelesaian secara numerik. Metode penyelesaian secara numerik yang digunakan adalah metode beda hinga secara implisit.

Pendekatan turunan parsial pertama dengan pendekatan beda maju terhadap waktu dari fungsi  $F = F(P, t)$  pada metode beda hinga implisit dengan  $t$  dibagi menjadi beberapa bagian interval  $\Delta t$  yang panjangnya sama, maka absis titik  $j$  dapat ditulis dalam bentuk  $t_j = j(\Delta t)$  dengan  $j = 0, 1, 2, \dots$  maka didapatkan persamaan (2.38) sebagai berikut:

$$F_t(P, t) \approx \frac{F_i^{j+1} - F_i^j}{\Delta t} \quad (2.38)$$

Dengan cara yang sama dapat digunakan untuk mendapatkan turunan parsial dengan pendekatan beda

pusat terhadap  $P$  yang ditunjukkan pada persamaan berikut:

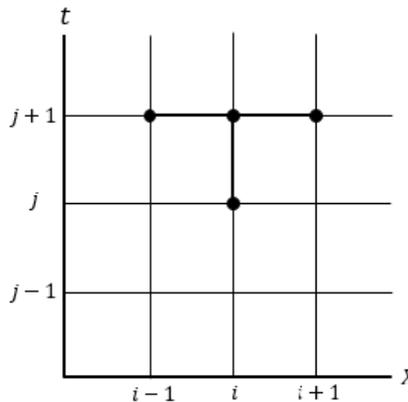
$$F_P(P, t) \approx \frac{F_{i+1}^{j+1} - F_i^{j+1}}{\Delta P}. \quad (2.39)$$

Sedangkan turunan parsial kedua pendekatan beda pusat pada metode beda hingga implisit didapatkan pada persamaan (2.40) sebagai berikut :

$$F_{PP}(P, t) \approx \frac{F_{i+1}^{j+1} - 2F_i^{j+1} + F_{i-1}^{j+1}}{(\Delta P)^2} \quad (2.40)$$

untuk semua  $i = 1, 2, 3, \dots$  dan  $j = 1, 2, 3, \dots$

Pada skema implisit, variabel pada waktu  $j + 1$  dihitung berdasarkan variabel pada waktu  $j$  yang sudah diketahui, seperti yang terlihat pada Gambar 2.3 [20].



Gambar 2.3: Skema Beda Hingga Implisit

## 2.9 Metode Beda Hingga Crank-Nicolson

Metode Crank-Nicolson merupakan pengembangan dari metode Eksplisit dan metode Implisit. Pada metode Crank-Nicolson, pendekatan solusi  $F_i^{j+1}$  dihitung melalui titik  $i, j$  dan titik  $i, j+1$ , artinya pendekatan suku derivatif ruang pada waktu ke  $j + \frac{1}{2}$  merupakan nilai rata-rata derivatif pada waktu ke  $j$  dan  $j + 1$ .

Untuk fungsi  $F = F(P, t)$  diperoleh pendekatan turunan parsial pertama metode beda hingga Crank-Nicolson terlihat pada persamaan (2.41) dan (2.42) sebagai berikut:

$$F_t(P, t) \approx \frac{F_i^{j+1} - F_i^j}{(\Delta t)} \quad (2.41)$$

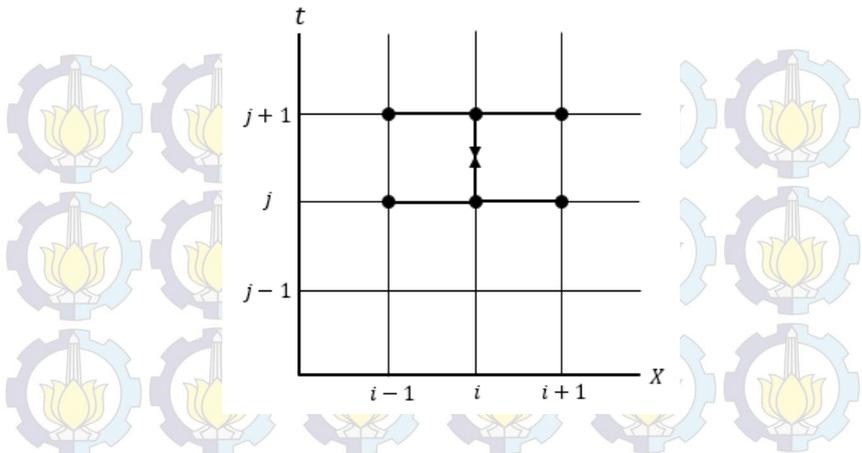
$$F_P(P, t) \approx \frac{1}{2(\Delta P) \left( F_{i+1}^j - F_{i-1}^j + F_{i+1}^{j+1} - F_{i-1}^{j+1} \right)}. \quad (2.42)$$

Sedangkan pendekatan turunan parsial kedua pada metode beda hingga Crank-Nicolson terlihat pada persamaan (2.43) berikut:

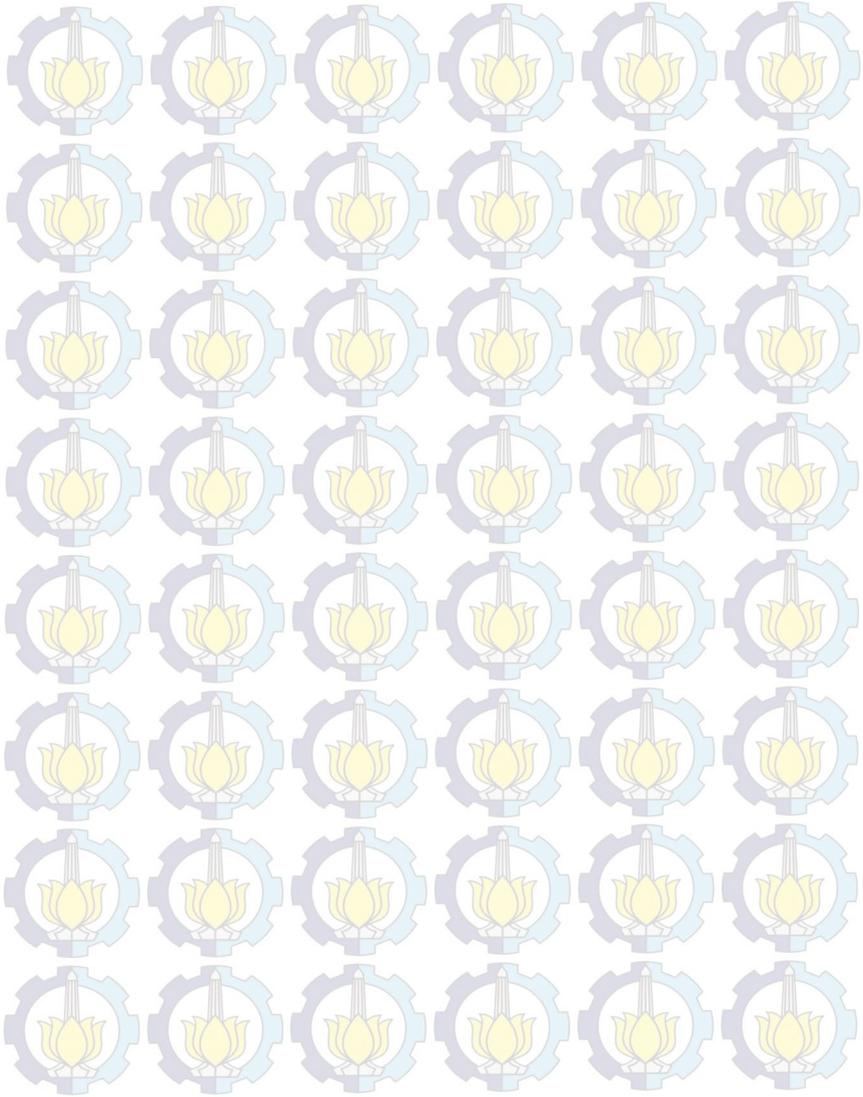
$$F_{PP}(P, t) \approx \frac{1}{2(\Delta P)^2} \left( F_{i+1}^j - 2F_i^j + F_{i+1}^j + F_{i+1}^{j+1} - 2F_i^{j+1} + F_{i-1}^{j+1} \right) \quad (2.43)$$

untuk semua  $i = 1, 2, 3, \dots$  dan  $j = 1, 2, 3, \dots$

Untuk skema yang menggambarkan cara memperoleh nilai melalui metode beda hingga Crank-Nicolson ditunjukkan pada Gambar 2.4 berikut [20].



Gambar 2.4: Skema Beda Hingga Crank-Nicolson



## BAB III METODE PENELITIAN

Dalam bab ini diuraikan langkah-langkah sistematis dan diagaram alur penelitian yang dilakukan dalam proses pengerjaan Tugas Akhir ini, yaitu terdiri atas:

### 3.1 Tahap Penelitian

Berikut adalah tahap-tahap yang dilakukan dalam pengerjaan Tugas Akhir ini.

#### 1. Studi literatur

Pada tahap ini dilakukan pencarian dan pengumpulan referensi yang menunjang penelitian. Referensi yang dipakai adalah buku-buku literatur, jurnal ilmiah, tugas akhir atau thesis yang berkaitan dengan permasalahan, maupun artikel dari internet. Dengan tujuan untuk mempelajari lebih mendalam mengenai kontrak *futures* komoditas minyak mentah, Lemma Ito (*Itô's Lemma*), Deret Taylor, persamaan diferensial model *spot price* dan *interest rate*, metode beda hingga, dan pustaka lain yang digunakan untuk mendapatkan penyelesaian numerik harga kontrak *futures*.

#### 2. Penyusunan Portofolio Kontrak *Futures*

Pada tahap ini akan dilakukan pembentukan portofolio kontrak *futures* berdasarkan persamaan diferensial stokastik model dua faktor *spot price* dan *interest rate*.

#### 3. Pembentukan Persamaan Diferensial Parsial Model *Spot Price* dan *Interest Rate*

Pada tahap ini persamaan diferensial parsial model *spot price* dan *interest rate* akan dibentuk berdasarkan

portofolio kontrak *futures* yang telah didapatkan pada tahap sebelumnya dengan menggunakan Lemma Ito dan Deret Taylor.

#### 4. Pembentukan Sistem Persamaan Diferensial Parsial Model *Spot Price* dan *Interest Rate*

Dalam tahap ini persamaan diferensial parsial model *spot price* dan *interest rate* yang sudah terbentuk akan diubah kedalam Sistem Persamaan Diferensial berdasarkan *boundary condition* pada kasus kontrak *futures* komoditas minyak mentah.

#### 5. Tahap Penyelesaian

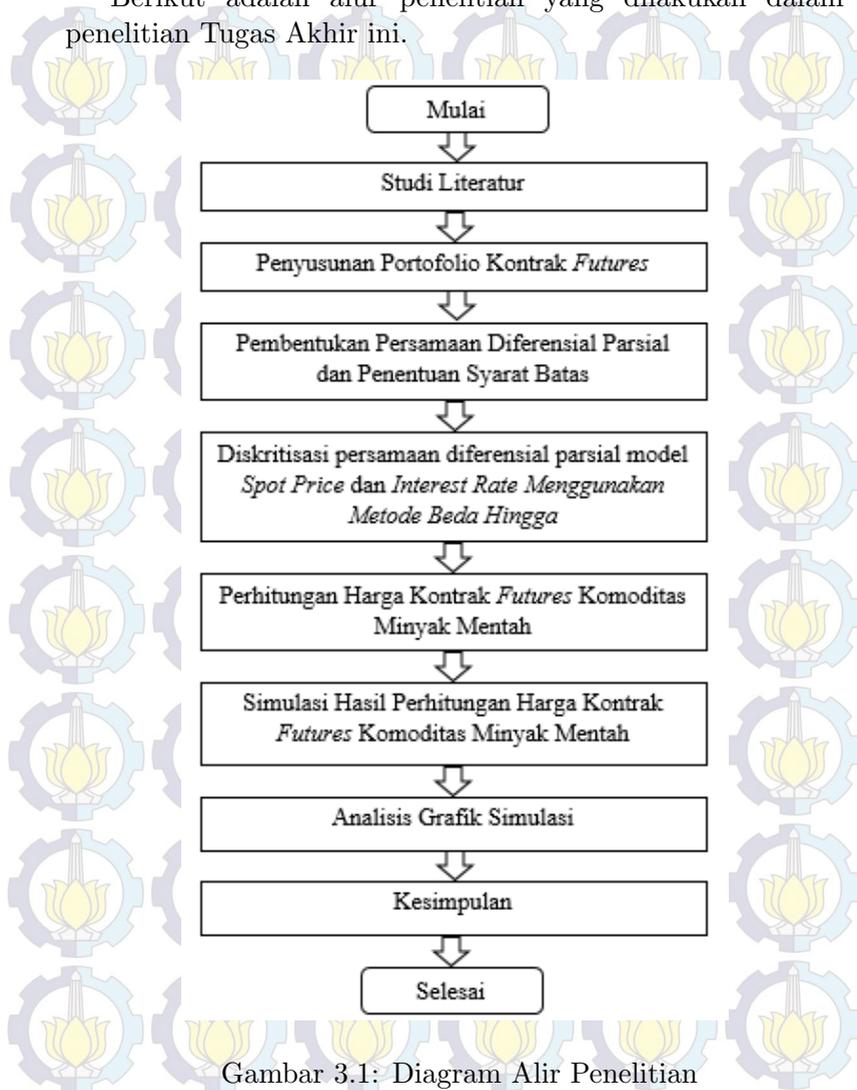
Dalam tahapan ini, akan dicari penyelesaian numerik berupa harga kontrak *futures* dari sistem persamaan diferensial parsial model yang sudah terbentuk dengan menggunakan metode beda hingga implisit. Kemudian dilakukan simulasi dari hasil yang telah didapatkan dengan menggunakan *software* MATLAB.

#### 6. Penarikan Kesimpulan

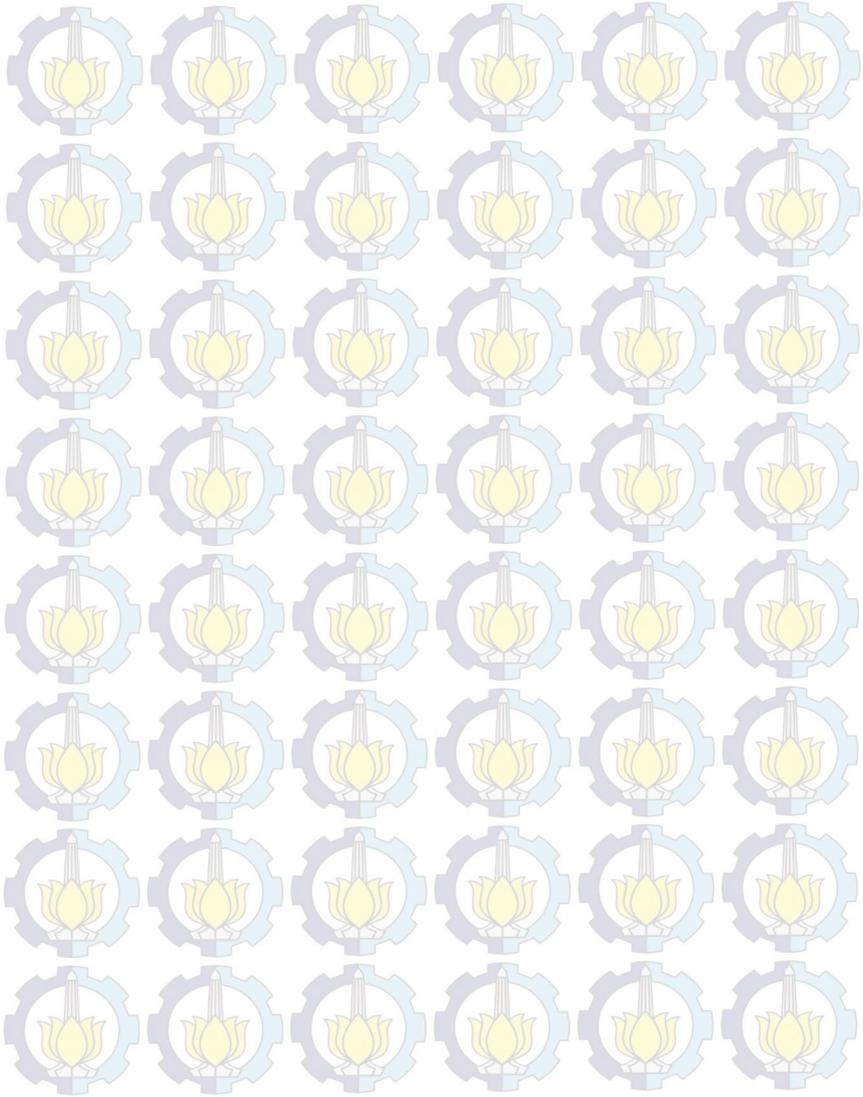
Setelah menemukan harga kontrak *futures* dari penyelesaian sistem persamaan diferensial parsial model *spot price* dan *interest rate*, selanjutnya dilakukan penarikan kesimpulan dari pembahasan yang telah dilakukan sebelumnya, serta pemberian saran sebagai bahan masukan penelitian lebih lanjut.

### 3.2 Alur Penelitian

Berikut adalah alur penelitian yang dilakukan dalam penelitian Tugas Akhir ini.



Gambar 3.1: Diagram Alir Penelitian



## BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini dilakukan analisis hasil dan pembahasan mengenai langkah-langkah dalam perhitungan harga kontrak *futures* menggunakan persamaan diferensial stokastik model *Spot Price* dan *Interest Rate* dengan penyelesaian menggunakan metode beda hingga Implisit. Penentuan harga kontrak *futures* dapat dilakukan melalui tahap penyusunan portofolio kontrak *futures*, kemudian dilakukan pembentukan sistem persamaan diferensial parsial dan dilanjutkan melakukan diskritisasi untuk mendapatkan penyelesaian numerik yaitu menggunakan metode beda hingga implisit yang selanjutnya akan dilakukan simulasi dari hasil perhitungan numerik tersebut.

### 4.1 Pembentukan Sistem Persamaan Diferensial Parsial

Dalam Tugas Akhir ini dibahas kontrak *futures* dengan tipe Eropa, dimana penyelesaian kontrak hanya dapat dilakukan tepat pada *satlement date* yang telah ditentukan dalam kontrak. Kontrak *futures* dengan tipe Eropa bergantung pada *spot price* dan tingkat suku bunga (*interest rate*). *Spot price* dan tingkat suku bunga (*interest rate*) dianggap bergerak secara fluktuatif.

Penentuan nilai kontrak *futures* dapat dilakukan dengan menggunakan model *Spot Price* dan *Interest Rate*. Model *Spot Price* dan *Interest Rate* yang digunakan dalam Tugas Akhir ini adalah model dua faktor, dimana model ini diasumsikan mengikuti *risk-neutral correlated*. Model dua faktor *Spot Price* dan *Interest Rate* tersebut dituliskan pada persamaan

(2.1) dan (2.2) dengan korelasi keduanya dituliskan pada persamaan (2.3).

Pembentukan sistem persamaan diferensial parsial meliputi langkah-langkah: pembentukan Lemma Itô, penyusunan portofolio, pembentukan persamaan diferensial parsial, serta penentuan syarat awal dan syarat batas.

#### 4.1.1 Pembentukan Lemma Itô

Untuk membentuk persamaan diferensial model *Spot Price* dan *Interest Rate* digunakan Lemma Itô pada persamaan (2.6). Untuk menggunakan Lemma Ito tersebut diperlukan  $(dP)^2$ ,  $(dr)^2$ , dan  $dPdr$  yang dinyatakan pada persamaan (4.1-4.3) sebagai berikut:

$$(dP)^2 = (r^2P^2 - 2\delta rP^2)(dt)^2 + (2\sigma_1rP^2 - 2\sigma_1\delta P^2) dt d\widetilde{Z}_1 + \sigma_1^2P^2(d\widetilde{Z}_1)^2 \quad (4.1)$$

$$(dr)^2 = (a^2r^2(G(t))^2 - a^2r^3 - a^2r^3(G(t)) + a^2r^4)(dt)^2 + (2\sigma_2r^{5/2}a(G(t)) - 2\sigma_2ar^{7/2})d\widetilde{Z}_2dt + \sigma_2^2r^3(d\widetilde{Z}_2)^2 \quad (4.2)$$

$$dPdr = (ar^2P(G(t)) - \delta Par(G(t)) - ar^3P + \delta Par^2)(dt)^2 + (\sigma_1Par(G(t)) - \sigma_1Par^2)d\widetilde{Z}_1dt + (\sigma_2Pr^{5/2} - \delta\sigma_2Pr^{3/2})d\widetilde{Z}_2dt + \sigma_1\sigma_2Pr^{3/2}d\widetilde{Z}_1d\widetilde{Z}_2 \quad (4.3)$$

karena  $(dt)^2 = 0$ ,  $d\widetilde{Z}_1dt = 0$ ,  $d\widetilde{Z}_2dt = 0$ ,  $(d\widetilde{Z}_1)^2 = dt$ ,  $(d\widetilde{Z}_2)^2 = dt$  [21], dan  $Corr(d\widetilde{Z}_1, d\widetilde{Z}_2) = \rho dt$  persamaan (4.1), (4.2), dan (4.3) dapat ditulis sebagai berikut:

$$(dP)^2 = \sigma_1^2P^2dt \quad (4.4)$$

$$(dr)^2 = \sigma_2^2r^3dt \quad (4.5)$$

$$dPdr = \sigma_1\sigma_2Pr^{3/2}\rho dt. \quad (4.6)$$

Dengan melakukan substitusi dari persamaan (2.1), (2.2), (2.3), (4.4),(4.5), dan (4.7) kedalam persamaan(2.7) maka

didapatkan persamaan sebagai berikut:

$$dF = \left( (r - \delta)P \frac{\partial F}{\partial P} + \frac{\sigma_1^2 P^2}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial P^2} + ar(G(t) - r) \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{\sigma_2^2 r^3}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + \sigma_1 \sigma_2 P r^{3/2} \rho \frac{\partial^2 F}{\partial P \partial r} + \frac{\partial F}{\partial t} \right) dt + \sigma_1 P \frac{\partial F}{\partial P} d\tilde{Z}_1 + \sigma_2 r^{3/2} \frac{\partial F}{\partial r} d\tilde{Z}_2. \quad (4.7)$$

Persamaan (4.7) merupakan Lemma Itô dari fungsi *futures prices*  $F(P, r, t)$  yang dapat ditulis sebagai,

$$dF = L(F)dt + \sigma_1(P, r, t)P \frac{\partial F}{\partial P} d\tilde{Z}_1 + \sigma_2(r, t)r^{3/2} \frac{\partial F}{\partial r} d\tilde{Z}_2 \quad (4.8)$$

dengan,

$$L(F) = (r - \delta)P \frac{\partial F}{\partial P} + \frac{\sigma_1^2(P, r, t)P^2}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial P^2} + ar(G(t) - r) \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{\sigma_2^2(r, t)r^3}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + \sigma_1(P, r, t)\sigma_2(r, t)P r^{3/2} \rho \frac{\partial^2 F}{\partial P \partial r} + \frac{\partial F}{\partial t} \quad (4.9)$$

#### 4.1.2 Penyusunan Portofolio

Pada bab sebelumnya diketahui bahwa persamaan diferensial stokastik model *Spot Price* dan *Interest rate* dengan *risk-neutral correlated* ditunjukkan pada persamaan (2.1) dan (2.2).

Penyusunan portofolio *trading* adalah sebagai berikut:

1. Satu kontrak yang dibeli (*long futures*) pada *spot price* (P) dengan nilai  $F_1$  di *maturity date*  $T_1$ ,

2.  $x$  kontrak yang dijual (*short futures*) dengan nilai  $F_2$  di *maturity date*  $T_2$ ,

3.  $y$  kontrak yang dijual (*short futures*) dengan nilai  $F_3$  di *maturity date*  $T_3$ .

portofolio trading tersebut ditulis dalam bentuk matematis sebagai berikut,

$$\pi = F_1(P, r, t : T_1) - xF_2(P, r, t : T_2) - yF_3(P, r, t : T_3) \quad (4.10)$$

bentuk turunan pertama persamaan (4.10) sebagai berikut,

$$d\pi = dF_1 - x dF_2 - y dF_3 \quad (4.11)$$

dengan melakukan substitusi persamaan (4.8) pada persamaan (4.11) dihasilkan persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} d\pi = & (L(F_1) - xL(F_2) - yL(F_3)) dt \\ & + \left( \frac{\partial F_1}{\partial P} - x \frac{\partial F_2}{\partial P} - y \frac{\partial F_3}{\partial P} \right) \sigma_1 P d\widetilde{Z}_1 \\ & + \left( \frac{\partial F_1}{\partial r} - x \frac{\partial F_2}{\partial r} - y \frac{\partial F_3}{\partial r} \right) \sigma_2 r^{3/2} d\widetilde{Z}_2 \end{aligned} \quad (4.12)$$

dimana  $L(F_i)$  untuk  $i = 1, 2, 3$  ditunjukkan pada persamaan (4.9).

Nilai dari  $x$  dan  $y$  digunakan untuk membuat koefisien dari  $d\widetilde{Z}_1$  dan  $d\widetilde{Z}_2$  pada persamaan (4.12) sama dengan nol, sehingga portofolio memiliki *zero-risk*. Oleh karena itu *return* dari portofolio,  $d\pi$ , harus sama dengan nol. Kondisi *zero-risk* dan *zero-return* mengikuti persamaan berikut:

$$\frac{\partial F_1}{\partial P} - x \frac{\partial F_2}{\partial P} - y \frac{\partial F_3}{\partial P} = 0 \quad (4.13)$$

$$\frac{\partial F_1}{\partial r} - x \frac{\partial F_2}{\partial r} - y \frac{\partial F_3}{\partial r} = 0 \quad (4.14)$$

$$L(F_1) - xL(F_2) - yL(F_3) = 0. \quad (4.15)$$

Kondisi pada persamaan (4.13), (4.14), dan (4.15) menunjukkan bahwa ada hubungan linier antara fungsi  $L(F)$ ,  $\sigma_1(P, r, t) \frac{\partial F}{\partial P}$ , dan  $\sigma_2(r, t) \frac{\partial F}{\partial r}$  dengan maturitas  $T$ . Sehingga dapat dituliskan,

$$L(F) = \sigma_1(P, r, t) \lambda_P(P, r, t) \frac{\partial F}{\partial P} + \sigma_2(r, t) \lambda_r(P, r, t) \frac{\partial F}{\partial r} \quad (4.16)$$

dengan  $\lambda_P(P, r, t)$  dan  $\lambda_r(P, r, t)$  adalah fungsi arbitrary. Kedua fungsi tersebut merepresentasikan harga pasar per unit dari resiko *spot price* dan harga pasar per unit dari resiko faktor *interest rate*.

### 4.1.3 Pembentukan Persamaan Diferensial Parsial

Dengan mensubstitusikan persamaan (4.9) ke persamaan (4.16) didapatkan persamaan diferensial parsial model *spot price* dan *interest rate* sebagai berikut:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \sigma_1^2 P^2 \frac{\partial^2 F}{\partial P^2} + (r - \delta) P \frac{\partial F}{\partial P} + \frac{\sigma_2^2 r^3}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} \\ & + ar(G(t) - r) \frac{\partial F}{\partial r} + \sigma_1 \sigma_2 P r^{3/2} \rho \frac{\partial^2 F}{\partial P \partial r} + \frac{\partial F}{\partial t} \\ & = \sigma_1 \lambda_P \frac{\partial F}{\partial P} + \sigma_2 \lambda_r \frac{\partial F}{\partial r}. \end{aligned} \quad (4.17)$$

Pada tugas akhir ini diasumsikan tidak ada korelasi antara proses Wiener pada model *spot price* dan proses Wiener pada

model *interest rate* sehingga  $\rho = 0$  dan persamaan (4.17) menjadi,

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \sigma_1^2 P^2 \frac{\partial^2 F}{\partial P^2} + (r - \delta) P \frac{\partial F}{\partial P} + \frac{\sigma_2^2 r^3}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} \\ & + ar(G(t) - r) \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{\partial F}{\partial t} \\ & = \sigma_1 \lambda_P \frac{\partial F}{\partial P} + \sigma_2 \lambda_r \frac{\partial F}{\partial r}. \end{aligned} \quad (4.18)$$

Dari fungsi arbitrary  $\sigma_1 \lambda_P = \lambda_P$  dan  $\sigma_2 \lambda_r = \lambda_r$  didapatkan:

$$\lambda_P = 0 \quad (4.19)$$

$$\lambda_r = 0. \quad (4.20)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (4.19) dan (4.20) ke persamaan (4.18) didapatkan,

$$\begin{aligned} & \frac{\sigma_1^2 P^2}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial P^2} + (r - \delta) P \frac{\partial F}{\partial P} + \frac{\sigma_2^2 r^3}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + ar(G(t) - r) \frac{\partial F}{\partial r} \\ & + \frac{\partial F}{\partial t} = 0 \end{aligned} \quad (4.21)$$

karena  $t = T - \tau$  dan  $T = 0$  didapatkan:

$$G(t) = g(\tau) \quad (4.22)$$

$$dt = -d\tau. \quad (4.23)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (4.22) dan (4.23) ke persamaan (4.21) didapatkan persamaan diferensial parsial dengan *zero-risk* untuk model *spot price* dan *interest rate* sebagai berikut:

$$\begin{aligned} & \frac{\sigma_1^2 P^2}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial P^2} + (r - \delta) P \frac{\partial F}{\partial P} + \frac{\sigma_2^2 r^3}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + ar(g(\tau) - r) \frac{\partial F}{\partial r} \\ & - \frac{\partial F}{\partial \tau} = 0 \end{aligned} \quad (4.24)$$

#### 4.1.4 Syarat Awal dan Syarat Batas

Syarat awal dan syarat batas untuk persamaan diferensial model *spot price* dan *interest rate* adalah sebagai berikut:

1. Pada saat memasuki kontrak maka nilai kontrak *futures* memenuhi persamaan berikut,

$$F(P, r, 0) = P. \quad (4.25)$$

2. Pada saat harga komoditas minyak mentah = 0 maka nilai kontrak *futures* mencapai titik terendah yaitu 0 seperti yang ditunjukkan pada persamaan berikut,

$$F(0, r, \tau) = 0. \quad (4.26)$$

3. Pada saat tingkat suku bunga (*interest rate*) mencapai titik terendah = 0 maka nilai kontrak *futures* memenuhi persamaan berikut,

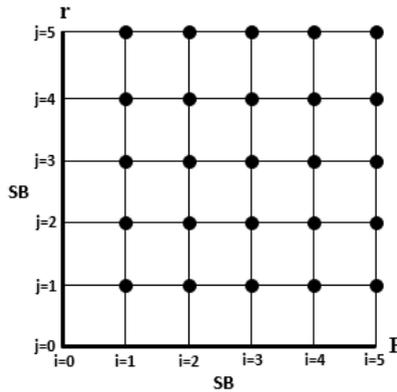
$$F(P, 0, \tau) = Pe^{-\delta\tau}. \quad (4.27)$$

Dari persamaan (4.24 - 4.27) didapat sistem persamaan diferensial parsial model *spot price* dan *interest rate* sebagai berikut:

$$\begin{cases} \frac{\sigma_1^2 P^2}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial P^2} + (r - \delta)P \frac{\partial F}{\partial P} + \frac{\sigma_2^2 r^3}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + ar(g(\tau) - r) \frac{\partial F}{\partial r} \\ - \frac{\partial F}{\partial \tau} = 0 \\ F(P, r, 0) = P \\ F(0, r, \tau) = 0 \\ F(P, 0, \tau) = Pe^{-\delta\tau} \end{cases}$$

#### 4.2 Diskritisasi Model *Spot Price* dan *Interest Rate* dengan Metode Beda Hingga Implisit

$P_{max}$  adalah *spot price* maksimum komoditas minyak mentah yang dapat dibagi menjadi  $N$  grid sehingga  $\Delta P = \frac{P_{max}}{N}$  dan jika dimasukkan ke dalam  $N + 1$  dimensi vektor menjadi  $0, \Delta P, 2\Delta P, \dots, P_{max}$ . Sedangkan  $r$  adalah tingkat suku bunga (*interest rate*) yang dapat dibagi sebanyak  $M$  grid dengan panjang interval  $\Delta r = \frac{r}{M}$  dan jika dimasukkan ke dalam  $M + 1$  dimensi vektor menjadi  $0, \Delta r, 2\Delta r, \dots, r$ . Pembagian grid persamaan diferensial parsial model *spot price* dan *interest rate* dapat dilihat pada Gambar 4.1.



Gambar 4.1: Pembagian Grid dan Syarat Batas

Nilai-nilai yang berada pada titik  $i, j$  saat waktu  $n$  yang ditunjukkan Gambar 4.1 didapat dari nilai yang sudah diketahui pada waktu  $n - 1$  berdasarkan syarat awal dan syarat batas. Nilai pada waktu  $n + 1$  diperoleh dari perhitungan menggunakan nilai yang sudah didapat sebelumnya pada waktu  $n$ . Cara yang sama dilakukan untuk memperoleh nilai titik  $i, j$  pada waktu seterusnya.

Metode beda hingga implisit merupakan metode yang digunakan dalam Tugas Akhir ini untuk mendiskritkan persamaan diferensial parsial model *Spot price* dan *Interest rate*. Model tersebut didiskritkan melalui grid dengan skema diferensial maju untuk turunan pertama dan kedua terhadap *spot price* ( $P$ ), *interest rate* ( $r$ ), dan waktu ( $\tau$ ). Bentuk diskrit setiap nilai pada sumbu ( $P$ ) dan ( $r$ ) dinyatakan dalam  $P = i(\Delta P)$  dan  $r = j(\Delta r)$  dengan  $i$  merupakan titik pada sumbu  $P$  dan  $j$  merupakan titik pada sumbu  $r$ . Bentuk diskrit untuk turunan terhadap *spot price*, *interest rate*, dan waktu dinyatakan sebagai berikut:

$$\frac{\partial F}{\partial P} = \frac{F_{i+1,j}^n - F_{i,j}^n}{\Delta P} \quad (4.28)$$

$$\frac{\partial F}{\partial r} = \frac{F_{i,j+1}^n - F_{i,j}^n}{\Delta r} \quad (4.29)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \tau} = \frac{F_{i,j}^n - F_{i,j}^{n-1}}{\Delta \tau} \quad (4.30)$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial P^2} = \frac{F_{i+1,j}^n - 2F_{i,j}^n + F_{i-1,j}^n}{\Delta P} \quad (4.31)$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial r^2} = \frac{F_{i,j+1}^n - 2F_{i,j}^n + F_{i,j-1}^n}{\Delta r} \quad (4.32)$$

Penyelesaian persamaan diferensial parsial model *Spot price* dan *Interest rate* didapat dengan menggunakan bentuk diskrit setiap nilai pada sumbu ( $P$ ) dan ( $r$ ) dan bentuk diskrit turunan terhadap *spot price*, *interest rate*, dan waktu pada persamaan (4.28 - 4.32) kedalam persamaan (4.24) sehingga didapat persamaan sebagai berikut,

$$\begin{aligned}
& \frac{\sigma_1^2 i^2 (\Delta P)^2}{2} \left( \frac{F_{i+1,j}^n - 2F_{i,j}^n + F_{i-1,j}^n}{(\Delta P)^2} \right) + (j(\Delta r) - \delta) \\
& i(\Delta P) \left( \frac{F_{i+1,j}^n - F_{i,j}^n}{\Delta P} \right) + ai(\Delta r)(g(\tau) - i(\Delta r)) \\
& \left( \frac{F_{i,j+1}^n - F_{i,j}^n}{\Delta r} \right) + \frac{\sigma_2^2 i^2 (\Delta r)^3}{2} \left( \frac{F_{i,j+1}^n - 2F_{i,j}^n + F_{i,j-1}^n}{(\Delta r)^2} \right) \\
& + \left( \frac{F_{i,j}^n - F_{i,j}^{n-1}}{\Delta \tau} \right) = 0 \tag{4.33}
\end{aligned}$$

dari persamaan (4.33) didapat persamaan yang digunakan untuk menentukan nilai setiap titik pada  $F_{i,j}^{n-1}$ ,

$$\begin{aligned}
& F_{i+1,j}^n (-\Delta \tau) \left( \frac{\sigma_1^2 i^2}{2} + ij(\Delta r) - \delta i \right) + F_{i,j}^n (-\Delta \tau) \left( -\sigma_1^2 i^2 \right. \\
& \left. - ij(\Delta r) + \delta i - ai(g(\tau)) + ai^2(\Delta r) - \sigma_2^2 i^2 (\Delta r) - \frac{1}{\Delta \tau} \right) \\
& + F_{i-1,j}^n (-\Delta \tau) \left( \frac{\sigma_1^2 i^2}{2} \right) + F_{i,j+1}^n (-\Delta \tau) (ai(g(\tau)) - ai^2(\Delta r) \\
& + \frac{\sigma_2^2 i^2 (\Delta r)}{2}) + (-\Delta \tau) \frac{\sigma_2^2 i^2 (\Delta r)}{2} F_{i,j-1}^n = F_{i,j}^{n-1} \tag{4.34}
\end{aligned}$$

maka persamaan (4.34) dapat dituliskan sebagai berikut,

$$\begin{aligned}
& A_{ij} F_{i+1,j}^n + B_{ij} F_{i,j}^n + C_i F_{i-1,j}^n + D_i F_{i,j+1}^n \\
& + E_i F_{i,j-1}^n = F_{i,j}^n \tag{4.35}
\end{aligned}$$

dengan,

$$\begin{aligned}
A_{ij} &= (-\Delta \tau) \left( \frac{-\sigma_1^2 i^2}{2} + ij(\Delta r) - \delta i \right) \\
B_{ij} &= (-\Delta \tau) \left( -\sigma_1^2 i^2 - ij(\Delta r) + \delta i - ai(g(\tau)) \right. \\
& \left. + ai^2(\Delta r) - \sigma_2^2 i^2 (\Delta r) - \frac{1}{\Delta \tau} \right)
\end{aligned}$$

$$C_i = (-\Delta\tau) \frac{\sigma_1^2 i^2}{2}$$

$$D_i = (-\Delta\tau) \left( ai(g(\tau)) - ai^2(\Delta r) + \frac{\sigma_2^2 i^2 (\Delta r)}{2} \right)$$

$$E_i = (-\Delta\tau) \frac{\sigma_2^2 i^2 (\Delta r)}{2}$$

untuk setiap  $i$  yang merupakan bagian dari grid yang membagi domain  $P$  dengan interval  $[0, N]$  yaitu sebanyak  $N + 1$  dimensi vektor dan setiap  $j$  merupakan bagian dari grid yang membagi domain  $r$  dengan interval  $[0, M]$  yaitu sebanyak  $M + 1$  dimensi vektor. Persamaan akan menghasilkan matriks sebagai berikut,

$$O_{i,j} F_{i,j}^n = F_{i,j}^{n-1}. \quad (4.36)$$

dengan,

$$F_{i,j}^n = \begin{bmatrix} F_{0,0}^n \\ F_{0,1}^n \\ F_{0,2}^n \\ \vdots \\ F_{N-1,M-1}^n \end{bmatrix},$$

$$F_{i,j}^{n-1} = \begin{bmatrix} F_{0,0}^{n-1} \\ F_{0,1}^{n-1} \\ F_{0,2}^{n-1} \\ \vdots \\ F_{N-1,M-1}^{n-1} \end{bmatrix}, \text{ dan}$$

$O_{i,j}$  adalah matriks yang dibentuk dari  $A_{ij}, B_{ij}, C_i, D_i$ , dan  $E_i$  yang berukuran  $N^2 \times N^2$ .

Dari persamaan (4.36) dapat dihasilkan matriks  $F^n$  sebagai berikut,

$$F_{i,j}^n = inv(O_{i,j})F_{i,j}^{n-1}. \quad (4.37)$$

Persamaan (4.37) merupakan matriks yang menunjukkan hasil perhitungan nilai kontrak *futures* komoditas minyak mentah pada waktu  $n$ .

### 4.3 Hasil Perhitungan Numerik Model *Spot Price* dan *Interest Rate* dengan Metode Beda Hingga Implisit

Perhitungan harga kontrak *futures* dengan menggunakan model *Spot Price* dan *Interest Rate* dilakukan dengan menggunakan penyelesaian secara numerik. Penyelesaian numerik yang dipilih menggunakan metode beda hingga implisit. Persamaan diferensial parsial yang telah dibentuk beserta syarat batas diselesaikan dengan menggunakan metode beda hingga implisit. Tabel 4.1 berikut adalah hasil perhitungan numerik persamaan diferensial parsial model *Spot Price* dan *Interest Rate*,

Tabel 4.1: Hasil Perhitungan Harga Kontrak *Futures* Komoditas Minyak Mentah

$P_{max}$	$r_{max}$	Matriks Harga Kontrak <i>Futures</i> ( $F$ )			
100	0.0025	0	0	0	0
		33.3333	31.0875	31.0347	30.5573
		66.6667	50.5516	50.1680	48.8848
		100	45.1147	44.3347	43.0767
100	0.25	0	0	0	0
		33.3333	31.9625	29.7236	23.2354
		66.6667	56.4344	46.0381	30.6717
		100	64.3646	44.4098	26.6450
100	0.5	0	0	0	0
		33.3333	31.6166	28.3185	20.3929
		66.6667	55.8630	43.5275	26.6978
		100	67.9444	45.3664	24.9474
100	0.75	0	0	0	0
		33.3333	31.2285	27.2565	18.7244
		66.6667	55.2681	42.0372	24.7917
		100	69.6132	46.0805	24.5085
100	1	0	0	0	0
		33.3333	30.8887	26.4474	17.5999
		66.6667	54.8167	41.0609	23.6524
		100	70.6077	46.6001	24.3692

Tabel 4.1 didapat dari perhitungan harga kontrak *futures* dengan menggunakan persamaan diferensial parsial yang telah didapatkan pada tahap sebelumnya dengan mengambil parameter *expiry date* ( $\tau$ ) = 1 tahun, kecepatan pengembalian ( $a$ ) = 1, volatilitas *spot price* = 1%, volatilitas *interest rate* = 6% , waktu kecepatan pengembalian ( $g(\tau)$ ) = 0.03 tahun, dan *convenience yield* ( $\delta$ ) = 0.05%.

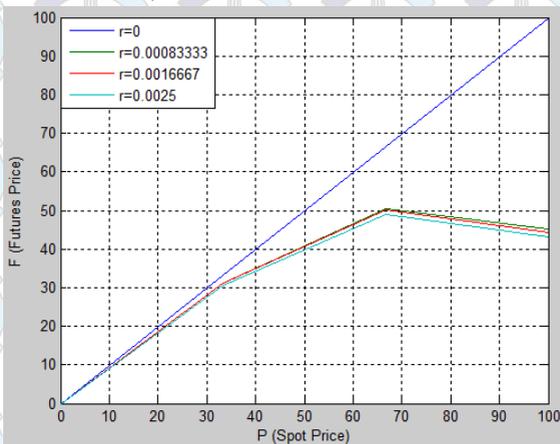
Terlihat untuk *Spot Price* ( $P_{max}$ ) = 100 dan *Interest Rate* ( $r_{max}$ ) = 0.0025 matriks perhitungan nilai kontrak *futures*

sesuai dengan skema grid adalah:

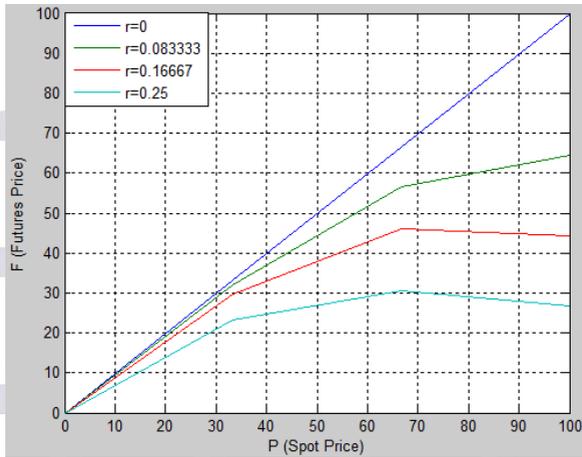
$i/j$	$j=0$	$j=1$	$j=2$	$j=3$
$i=0$	0	0	0	0
$i=1$	33.3333	31.0875	31.0347	30.5573
$i=2$	66.6667	50.5516	50.1680	48.8848
$i=3$	100	45.1147	44.3347	43.0767

Untuk  $i = 0$  berarti nilai dari *Spot Price* = 0 dan berlaku syarat batas  $F(0, r, \tau) = 0$ . Sedangkan untuk  $j = 0$  berarti nilai dari *Interest Rate* = 0 dan berlaku syarat batas  $F(P, 0, \tau) = Pe^{-\delta\tau}$ , atau dalam bentuk diskrit dapat ditulis sebagai  $F(P, 0, \tau) = i\Delta Pe^{-\delta\Delta\tau}$ . Hasil perhitungan untuk *Spot Price* dan *Interest Rate* yang lain dapat ditunjukkan dengan cara yang sama.

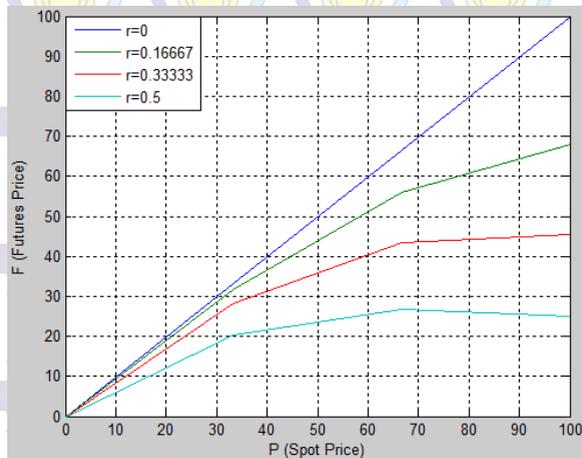
Hasil perhitungan numerik harga kontrak *futures* komoditas minyak mentah pada Tabel 4.1 dapat ditunjukkan dalam bentuk grafik pada Gambar 4.2 sampai dengan Gambar 4.6 berikut,



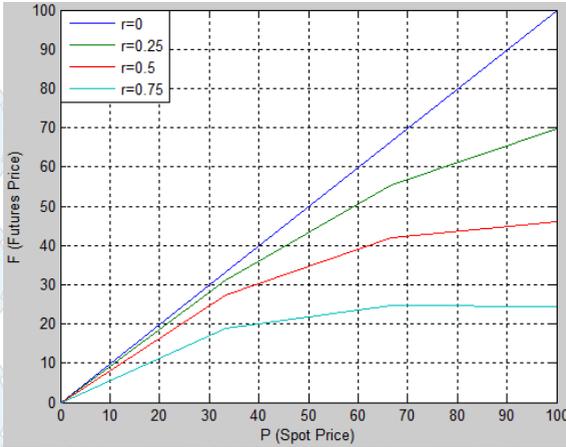
Gambar 4.2: Nilai Kontrak *Futures* saat  $P = 100$  dan  $r = 0.0025$



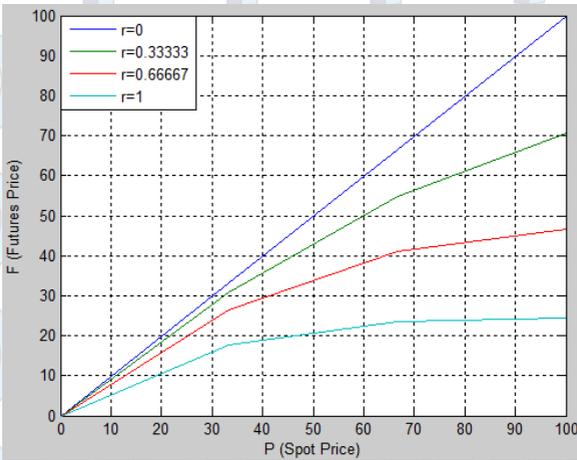
Gambar 4.3: Nilai Kontrak *Futures* saat  $P = 100$  dan  $r = 0.25$



Gambar 4.4: Nilai Kontrak *Futures* saat  $P = 100$  dan  $r = 0.5$



Gambar 4.5: Nilai Kontrak *Futures* saat  $P = 100$  dan  $r = 0.75$



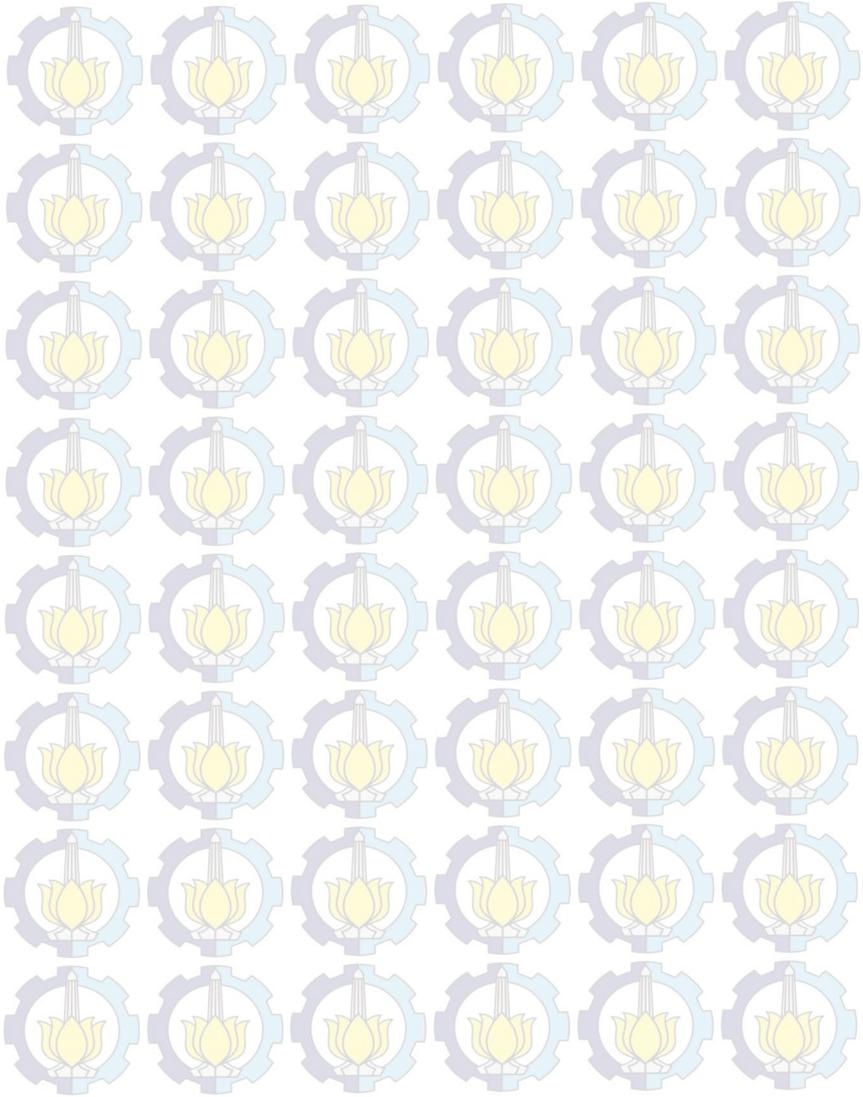
Gambar 4.6: Nilai Kontrak *Futures* saat  $P = 100$  dan  $r = 1$

Pada Gambar 4.2 sampai Gambar 4.6 menunjukkan grafik hasil perhitungan nilai kontrak *futures* menggunakan diskritisasi sistem persamaan diferensial parsial model *Spot Price* dan *Interest Rate* dengan tingkat suku bunga (*interest rate*) yang berbeda-beda.

Menurut data dari The Federal Reserve (*the central bank of the United States*) [22], tingkat suku bunga (*interest rate*) yang berlaku pada satu dekade terakhir (Januari 2008 - Juni 2017) pada skala 0 – 1 berada pada rentang 0.0025 – 0.035.

Pada grafik dengan tingkat suku bunga ( $r_{max}$ )=1, *spot price* ( $P_{max}$ )=100, dan jangka waktu kontrak ( $\tau$ )=1 tahun, maka harga kontrak *futures* mengalami pergerakan atau fluktuasi yang lebih besar dibandingkan pada grafik saat tingkat suku bunga ( $r_{max}$ )=0.0025 dengan *spot price* ( $P_{max}$ ) dan jangka waktu kontrak ( $\tau$ ) yang sama.

Pengaruh tingkat suku bunga (*interest rate*) terhadap fluktuasi harga kontrak *futures* yang dihasilkan dalam jangka waktu kontrak ( $\tau$ ) semakin meningkat dengan harga kontrak *futures* yang dihasilkan cenderung menurun.



## BAB V PENUTUP

Pada bab ini, diberikan kesimpulan yang diperoleh dari Tugas Akhir ini serta saran untuk penelitian yang dilakukan selanjutnya.

### 5.1 Kesimpulan

Berdasarkan analisis dan pembahasan dapat disimpulkan beberapa hal sebagai berikut :

1. Sistem persamaan diferensial parsial model *Spot Price* dan *Interest Rate* yang diperoleh adalah sebagai berikut:

$$\frac{\sigma_1^2 P^2}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial P^2} + (r - \delta) P \frac{\partial F}{\partial P} + \frac{\sigma_2^2 r^3}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + ar(g(\tau) - r) \frac{\partial F}{\partial r} - \frac{\partial F}{\partial \tau} = 0$$

$$F(P, r, 0) = P$$

$$F(0, r, \tau) = 0$$

$$F(P, 0, \tau) = P e^{-\delta \tau}$$

2. Perhitungan harga kontrak *futures* didapatkan dengan mendiskritkan sistem persamaan diferensial parsial menggunakan metode beda hingga implisit. Berdasarkan simulasi, tingkat suku bunga (*interest rate*) yang semakin besar dalam jangka waktu kontrak ( $\tau$ ) mengakibatkan pengaruh (fluktuasi) harga kontrak *futures* yang dihasilkan semakin besar dengan kecenderungan menurun.

### 5.2 Saran

Banyak hal yang belum dibahas dalam Tugas Akhir ini, sehingga penulis memberikan beberapa saran untuk penelitian

yang akan dilakukan selanjutnya.

1. Tugas Akhir ini menggunakan nilai parameter korelasi antara proses Wiener di model *Spot Price* dan proses Wiener di model *Interest Rate* sama dengan nol, serta risiko harga pasar ( $\lambda_P$ ) dan risiko tingkat suku bunga ( $\lambda_r$ ) sama dengan nol, sehingga risiko harga pasar dan risiko tingkat suku bunga tidak diperhitungkan dalam penentuan harga kontrak *futures*. Untuk penelitian selanjutnya diharapkan menggunakan nilai parameter risiko harga pasar dan risiko tingkat suku bunga tidak sama dengan nol, sehingga dapat diketahui pengaruh risiko harga pasar dan risiko tingkat suku bunga dalam penentuan harga kontrak *futures*.



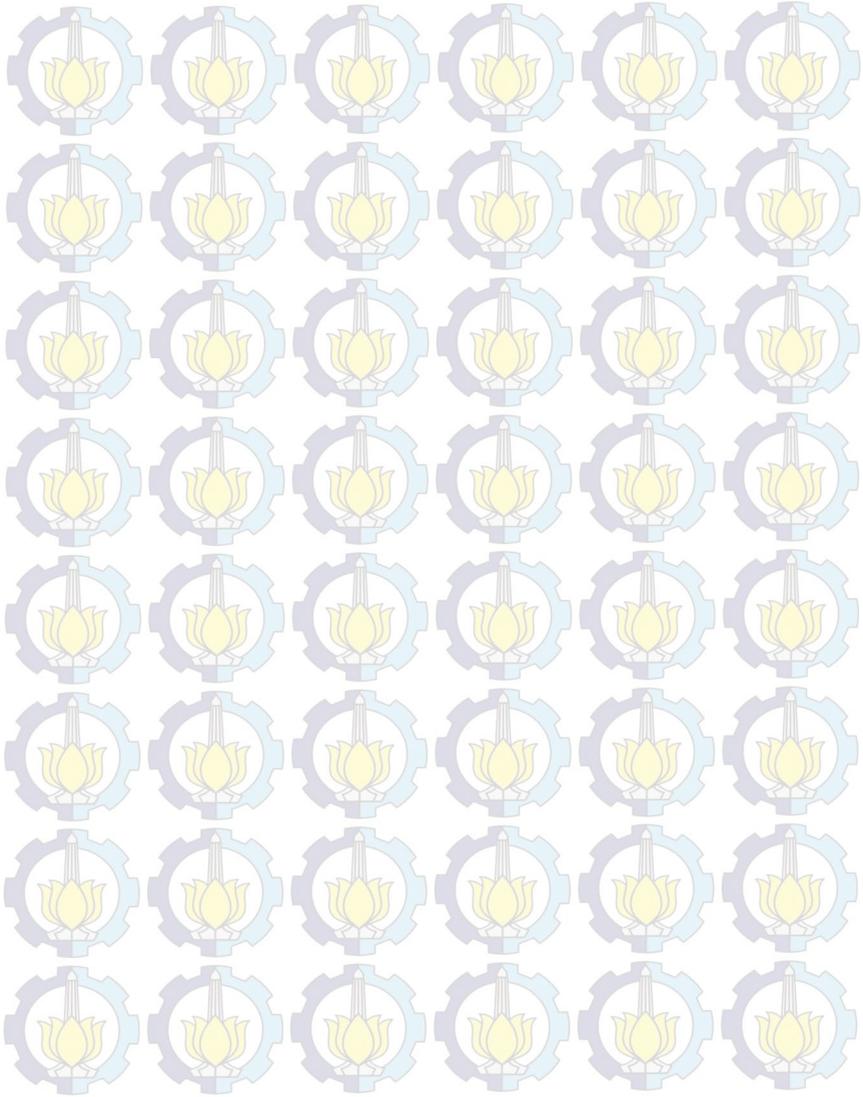
## DAFTAR PUSTAKA

- [1] Mahajan, N., Kavaljit S. 2015. **"A Beginners Guide To Indian Commodity Futures Markets"**. India: Madhyam.
- [2] Devold, H. 2013. **"An Introduction to Oil and Gas Production, Transport, Refining and Petrochemical Industry"**. ABB Oil and Gas.
- [3] Kementrian Energi dan Sumber Daya Mineral Direktorat Jenderal Minyak dan Gas Bumi. *From <http://lifting.migas.esdm.go.id/lifting/informasi/perkembangan>*. Diakses pada 26 Januari 2017.
- [4] Nizar, M.A. 2012. **"The Impact of World Oil Prices Fluctiation on Indonesias Economy"**. Jakarta: Kementrian Keuangan-RI.
- [5] Setiawan, P.A., Komang D., I Wayan S. 2015. **"Implementasi Metode Markov Chain Monte Carlo dalam Penentuan Harga Kontrak Berjangka Komoditas"**. Jimbaran: Jurusan Matematika Fakultas MIPA. Universitas Udayana.
- [6] Hull, J.C. 2012. **"Option, Futures, and Other Derivatives"**. Eighth Edition. USA: Pearson Education International.
- [7] Sumendra, G., Komang D., I Nyoman W. 2015. **"Menentukan Harga Kontrak Berjangka Nilai Tukar Rupiah Terhadap Dollar Menggunakan**

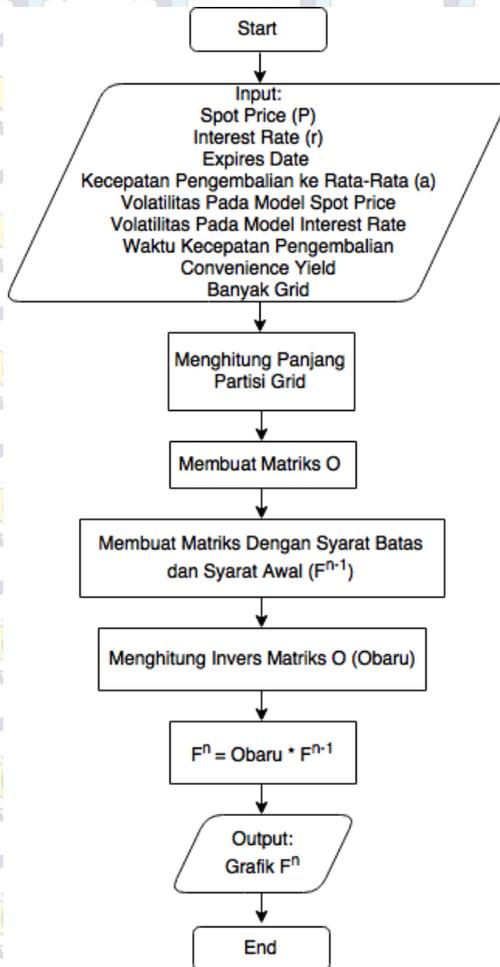
**Distribusi Lognormal**". Jimbaran: Jurusan Matematika Fakultas MIPA, Universitas Udayana.

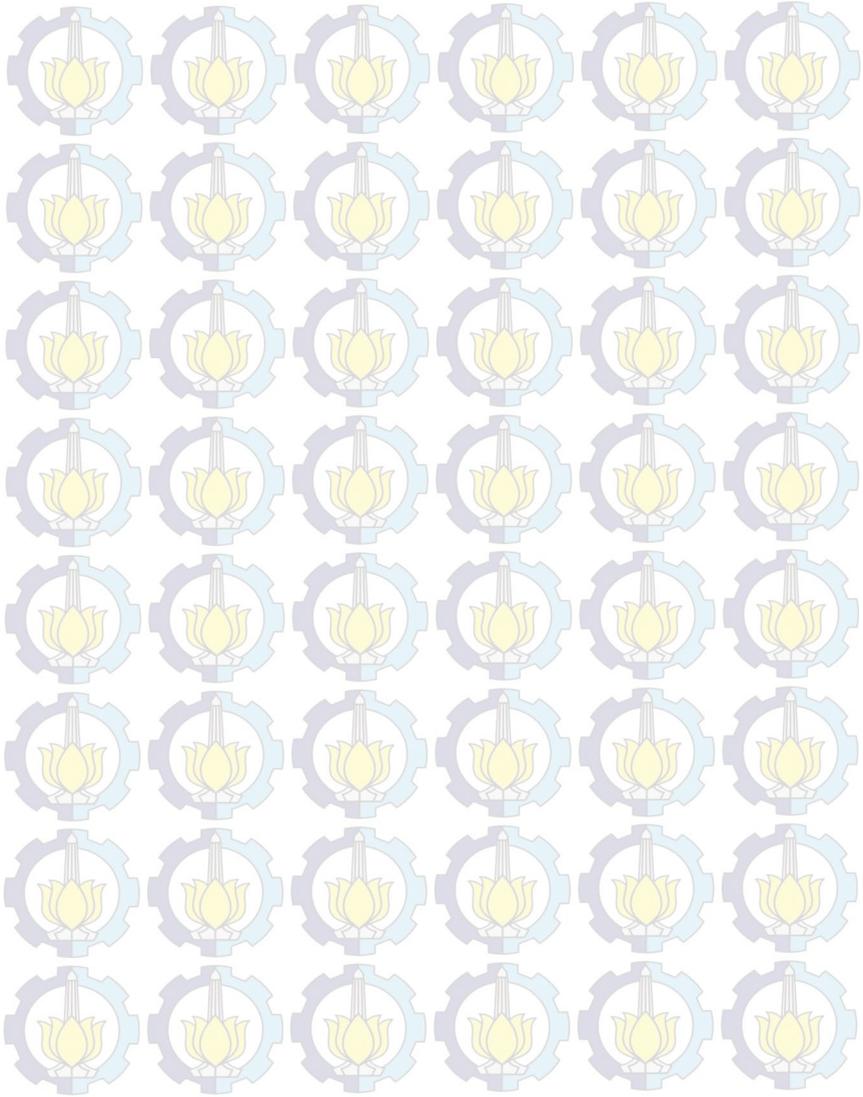
- [8] Aini, F.N. 2017. **"Implementasi Model Gabillon Dalam Perhitungan Harga Kontrak Futures Komoditas Minyak Mentah"**. Surabaya: Tugas Akhir Departemen Matematika Fakultas MIPA. Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- [9] Chan, K.C., Andrew K., Francis A.L., Anthony B.S. 1992. **"An Empirical Comparison of Alternative Models of The Short-Term Interest Rate"**. The Journal of Finance, 47:1029-1227.
- [10] Cheng, B., Christian S.N., Erik S. 2007. **"Hedging Futures Option With Stochastic Interest Rate"**. Australia: University of Technology Sydney.
- [11] Oud, M.A.A. 2014. **"The dynamics of oil prices and valuation of oil derivatives"**. Australia: School of Mathematics and Applied Statistics, University of Wollongong.
- [12] Purnomo, R.S.D., Cita Y.S., Iswi H. 2013. **"Pasar Komoditi:Perdagangan Berjangka dan Lelang Komoditi"**. Yogyakarta: Jogja Bangkit Publisher.
- [13] Wilmott, P. 2007. **"Introduces Quantitative Finance Second Edition"**. England: John Wiley Sons, Ltd.
- [14] Kulkarni, S., Imad H. 2009. **"Forecasting Model for Crude Oil Price Using Artificial Neural Networks and Commodity Futures Prices"**. Australia: International Journal of Computer Science and Information Security.

- [15] Utomo, L. I. 2000. **"Instrumen Derivatif: Pengenalan dalam Strategi Manajemen Risiko Perusahaan"**. Jurnal Akuntansi dan Keuangan Vol 2 No. 1.
- [16] Tandelilin, E. 2010. **"Portofolio dan Investasi Teori dan Aplikasi"**. Edisi Pertama. Yogyakarta: Kanisius.
- [17] Reilly, F.K., Keith C. B. 2012. **"Investmen Analysis and Portfolio Management"**. Tenth Edition. USA: South-Western Cengage Learning.
- [18] Causon, D. M., Mingham, C. G. 2010. **"Introductory Finite Difference Methods for PDEs"**. UK: Manchester Metropolitan University.
- [19] Recktenwald, G. W. 2011. **"Finite-Difference Approximations To The Heat Equation"**. Thesis. Oregon: Portland State University.
- [20] Brandimarte, P. 2002. **"Numerical Methods in Finance"**. New Jersey: John Wiley and Sons, Inc.
- [21] Wilmott, P., Howison, S., Dewynne, J. 1995. **"The Mathematics of Financial Derivatives"**. USA: University of Cambridge.
- [22] The Federal Reserve, The Central Bank of The United States. *From <http://www.federalreserve.gov>*. Diakses pada 08 Juni 2017.



LAMPIRAN A  
*Flowchart* Program Penentuan Harga Kontrak  
*Futures* Menggunakan Metode Implisit





## LAMPIRAN B

### Listing Program Penentuan Harga Kontrak *Futures* Menggunakan Metode Implisit

```
%--PENENTUAN HARGA KONTRAK FUTURES KOMODITAS--  
%---MENGGUNAKAN METODE BEDA HINGGA IMPLISIT---  
  
%Restart  
clc;  
clear all;  
  
%Inputan Parameter Spot Price  
p=input('Masukkan spot price = ');  
  
%Inputan Parameter Interest Rate  
r=input('Masukkan nilai interest rate = ');  
  
%Inputan Parameter Waktu  
t=input('Masukkan nilai tho = ');  
  
%Inputan Banyaknya Grid P dan r  
n=input('Masukkan banyaknya grid r dan p yang  
diinginkan = ');  
  
%Panjang Setiap Partisi p, r, dan tho  
dp=p/(n-1);  
dr=r/(n-1);  
dt=t/(n-1);  
  
%Parameter Kecepatan Pengembalian ke Rata-Rata  
a=1;  
  
%Parameter Volatilitas Spot Price  
sigmal=1;
```

## LAMPIRAN B (LANJUTAN)

```

%Parameter Volatilitas Interest Rate
sigma2=6;

%Parameter Waktu Kecepatan Pengembalian
gt=0.03;

%Parameter Convenience Yield
delta=0.05;

%Persamaan Yang Membangun Matriks O
M=(-1)/(dt);
m=n-1;
for i=1:(m)
    for j=1:(m)
        A(i,j)=(((sigma)^2)*(i^2)/2)+i*j*(dr)-
        delta*i)/M;
        B(i,j)=(-(sigma)^2*(i^2)-
        i*j*(dr)+delta*i-a*i*gt+a*(i^2)*(dr)-
        ((sigma2)^2)*(i^2)*(dr)-1/(dt))/M;
    end;
end;
for i=1:(m)
    C(i)=(((sigma)^2)*(i^2)/2)/M;
    D(i)=(a*i*gt-
    a*(i^2)*(dr)+((sigma2)^2)*(i^2)*(dr)/2)/M;
    E(i)=(((sigma2)^2)*(i^2)*(dr)/2)/M;
end;

%Membangun Matriks O
jml=(n)^2;
O=eye(jml);
k=1;
l=1;
q=1;
for i=1:jml

```

## LAMPIRAN B (LANJUTAN)

```

if i>2*n && mod(i,n)==2 && k<m
    k=k+1;
end
for j=1:jml
    if i>=n+2 && i-j==n
        O(i,j)=C(k);
    elseif i>=n+2 && i-j==1
        O(i,j)=E(k);
    elseif i>=n+2 && i-j==-1
        O(i,j)=D(k);
    elseif i>=n+2 && mod(i,n)==2 && i-j==0
        l=1;
        O(i,j)=B(k,l);
        l=l+1; %untuk B11, B12, B13
    elseif i>=n+2 && i-j==0 && l<m
        O(i,j)=B(k,l);
        l=l+1; %untuk B21,B22, B23
    elseif i>=n+2 && i-j==0 && l==m
        O(i,j)=B(k,l);
        l=l+1; %untuk B31, B32, B33
    elseif i>=n+2 && mod(i,n)==2 && i-j==--
n
        q=1;
        O(i,j)=A(k,q);
        q=q+1; %untuk A11, A12, A13
    elseif i>=n+2 && i-j==-n && q<m
        O(i,j)=A(k,q);
        q=q+1; %untuk A21,A22, A23
    elseif i>=n+2 && i-j==-n && q==m
        O(i,j)=A(k,q);
        q=q+1; %untuk A31, A32, A33

    end
end
end
end

```

## LAMPIRAN B (LANJUTAN)

```

%Konstruksi ulang matriks O dengan membuat 0
nilai titik yg diluar grid
kk=0;
for i=2*n:n:jml-n
    kk=kk+1;
    ll=n-1;
    for j=1:jml
        if i==(kk+1)*n && i-j==n
            O(i,j)=C(kk);
        elseif i==(kk+1)*n && i-j==1
            O(i,j)=E(kk);
        elseif i==(kk+1)*n && i-j==0
            O(i,j)=B(kk,ll);
        elseif i==(kk+1)*n && i-j==--n
            O(i,j)=A(kk,ll);
        elseif i==(kk+1)*n+1 && i==j
            O(i,j)=1;
        else
            O(i,j)=0;
        end
    end
end

%Menggabungkan keseluruhan matriks O
O1=O(1:jml-(n-1),1:jml);
O2=eye(n-1,n-1);
O3=zeros(n-1,jml-(n-1));
O4=[O3,O2];
OO=[O1;O4];

%Mengatur konstruksi matriks O untuk rmax
dengan mengisi nilai 0
for i=2*n+1:n:jml
    for j=1:jml
        if i==j

```

## LAMPIRAN B (LANJUTAN)

```

        OO(i,j-1)=0;
        OO(i,j+1)=0;
        else i>2*n && i-j==n;
            OO(i,j)=0;
        end
    end
end

%Konstruksi matriks O untuk pmax(matriks O
bawah)
nn=0;
for i=((n-1)*n+2):jml
    nn=nn+1;
    for j=1:jml
        if i<=jml && i-j==n
            OO(i,j)=C((n-1));
        elseif i<=jml && i-j==1
            OO(i,j)=E(n-1);
        elseif i<=jml && i-j==0
            OO(i,j)=B((n-1),nn);
        elseif i<=jml && i-j==-1
            OO(i,j)=D(n-1);
        else
            OO(i,j)=0;
        end
    end
end
OO;
Obaru=inv(OO);

%Membangun Matriks F^(n-1) Untuk Syarat awal
dan syarat batas
for i=1:n
    for j=1:n
        if i==1

```

## LAMPIRAN B (LANJUTAN)

```

        F(i,j)=0; %Untuk Syarat P=0
    elseif j==1 && i<=n
        F(i,j)=(i-1)*dp*exp(-(delta*dt*(t-
1))); %untuk syarat r=0
    else
        F(i,j)=(i-1)*dp; %untuk syarat
awal
    end
end
end

%Mengubah Matriks F^(n-1) Menjadi Vektor Kolom
xk=[];
for j=1:n
    xk=[xk;F(j,:)']; % mengubah matriks
menjadi vektor kolom
end

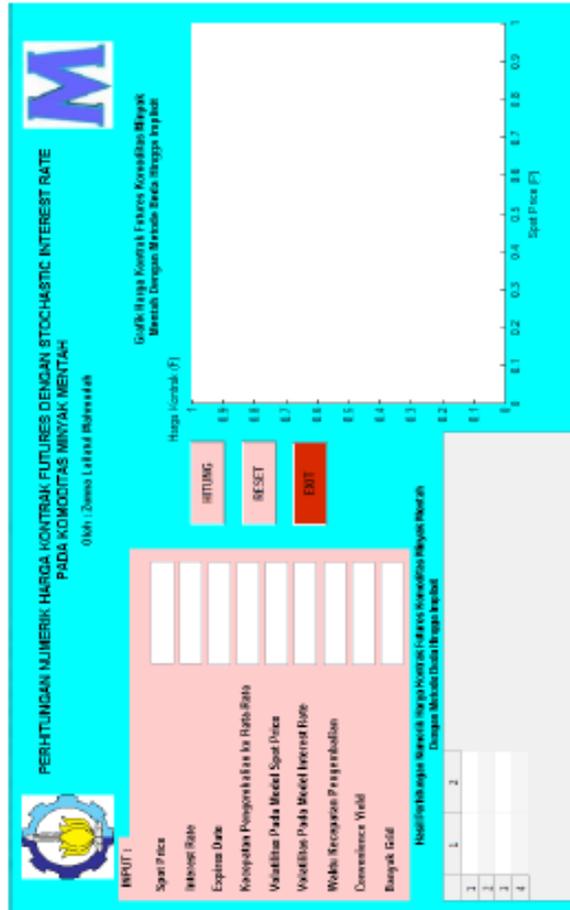
%Mendapatkan Invers Matriks O dan Hasil
Perhitungan Harga Kontrak Futures
xk=Obaru*xk;
ns=0;
F=[];
for k=1:n
    s=k*n;
    F=[F;xk(ns+1:s,1)']; % mengubah vektor
kolom menjadi matriks
    ns=s;
end

```

# LAMPIRAN C

## Listing Program GUI Penentuan Harga Kontrak *Futures* Menggunakan Metode Implisit

Tampilan GUI Awal



## LAMPIRAN C (LANJUTAN)

```

function varargout = GUIfix(varargin)
gui_Singleton = 1;
gui_State = struct('gui_Name',
mfilename, ...
                  'gui_Singleton',
gui_Singleton, ...
                  'gui_OpeningFcn',
@GUIfix_OpeningFcn, ...
                  'gui_OutputFcn',
@GUIfix_OutputFcn, ...
                  'gui_LayoutFcn', [] , ...
                  'gui_Callback', []);
if nargin && ischar(varargin{1})
    gui_State.gui_Callback =
str2func(varargin{1});
end

if nargout
    [varargout{1:nargout}] =
gui_mainfcn(gui_State, varargin{:});
else
    gui_mainfcn(gui_State, varargin{:});
end
% --- Executes just before GUIfix is made
visible.
function GUIfix_OpeningFcn(hObject, eventdata,
handles, varargin)

% Choose default command line output for
GUIfix
handles.output = hObject;

% Update handles structure
guidata(hObject, handles);

```

## LAMPIRAN C (LANJUTAN)

```

% UIWAIT makes GUIfix wait for user response
(see UIRESUME)
% uiwait(handles.figure1);

axes(handles.axes2);
a = imread('logoits3.jpg');
imshow(a);
axis off

axes(handles.axes4);
b = imread('logomatematika.jpg');
imshow(b);
axis off
% --- Outputs from this function are returned
to the command line.
function varargout = GUIfix_OutputFcn(hObject,
eventdata, handles)

% Get default command line output from handles
structure
varargout{1} = handles.output;

```

**Tampilan Inputan Parameter dan Button Hitung**

**HITUNG**

```

function pushbutton1_Callback(hObject,
eventdata, handles)
% hObject      handle to pushbutton1 (see GCBO)
% eventdata    reserved - to be defined in a
future version of MATLAB
% handles      structure with handles and user
data (see GUIDATA)

```

## LAMPIRAN C (LANJUTAN)

```

%Inputan Parameter Spot Price
p=str2num(get(handles.edit2,'String'));
%Inputan Parameter Interest Rate
r=str2num(get(handles.edit3,'String'));
%Inputan Parameter Waktu
t=str2num(get(handles.edit4,'String'));
%Inputan Parameter Kecepatan Pengembalian ke
Rata-Rata
a=str2num(get(handles.edit5,'string'));
%Inputan Parameter Volatilitas Spot Price
sigma1=str2num(get(handles.edit6,'string'));
%Inputan Parameter Volatilitas Interest Rate
sigma2=str2num(get(handles.edit7,'string'));
%Inputan Parameter Waktu Kecepatan
Pengembalian
gt=str2num(get(handles.edit8,'string'));
%Inputan Parameter Convenience Yield
delta=str2num(get(handles.edit9,'string'));
%Inputan Banyaknya Grid P dan r
n=str2num(get(handles.edit10,'string'));

%panjang setiap partisi p, r, dan tho
dp=p/(n-1);%panjang setiap partisi P
dr=r/(n-1);%panjang setiap partisi r
dt=t/(n-1);%jarak pergerakan waktu

%Persamaan Yang Membangun Matriks O
M=(-1)/(dt);
m=n-1;
for i=1:(m)
    for j=1:(m)
        A(i,j)=((((sigma1)^2)*(i^2)/2)+i*j*(dr)-
        delta*i)/M;

```

## LAMPIRAN C (LANJUTAN)

```

    B(i,j)=(-(sigma1)^2*(i^2)-
i*j*(dr)+delta*i-a*i*gt+a*(i^2)*(dr)-
((sigma2)^2)*(i^2)*(dr)-1/(dt))/M;
    end;
end;
for i=1:(m)
    C(i)=(((sigma1)^2)*(i^2)/2)/M;
    D(i)=(a*i*gt-
a*(i^2)*(dr)+((sigma2)^2)*(i^2)*(dr)/2)/M;
    E(i)=(((sigma2)^2)*(i^2)*(dr)/2)/M;
end;

%Membangun Matriks O
jml=(n)^2;
O=eye(jml);
k=1;
l=1;
q=1;
for i=1:jml
    if i>2*n && mod(i,n)==2 && k<m
        k=k+1;
    end
    for j=1:jml
        if i>=n+2 && i-j==n
            O(i,j)=C(k);
        elseif i>=n+2 && i-j==1
            O(i,j)=E(k);
        elseif i>=n+2 && i-j==-1
            O(i,j)=D(k);
        elseif i>=n+2 && mod(i,n)==2 && i-j==0
            l=1;
            O(i,j)=B(k,l);
            l=l+1; %untuk B11, B12, B13
        elseif i>=n+2 && i-j==0 && l<m
            O(i,j)=B(k,l);

```

## LAMPIRAN C (LANJUTAN)

```

        l=l+1; %untuk B21,B22, B23
    elseif i>=n+2 && i-j==0 && l==m
        O(i,j)=B(k,l);
        l=l+1; %untuk B31, B32, B33
    elseif i>=n+2 && mod(i,n)==2 && i-
j==-n
        q=1;
        O(i,j)=A(k,q);
        q=q+1; %untuk A11, A12, A13
    elseif i>=n+2 && i-j==-n && q<m
        O(i,j)=A(k,q);
        q=q+1; %untuk A21,A22, A23
    elseif i>=n+2 && i-j==-n && q==m
        O(i,j)=A(k,q);
        q=q+1; %untuk A31, A32, A33

    end
end
end

%Konstruksi ulang matriks O dengan membuat 0
nilai titik yg diluar grid
kk=0;
for i=2*n:n:jml-n
    kk=kk+1;
    ll=n-1;
    for j=1:jml
        if i==(kk+1)*n && i-j==n
            O(i,j)=C(kk);
        elseif i==(kk+1)*n && i-j==1
            O(i,j)=E(kk);
        elseif i==(kk+1)*n && i-j==0
            O(i,j)=B(kk,ll);
        elseif i==(kk+1)*n && i-j==-n
            O(i,j)=A(kk,ll);
        end
    end
end

```

## LAMPIRAN C (LANJUTAN)

```

elseif i==(kk+1)*n+1 && i==j
    O(i,j)=1;
else
    O(i,j)=0;
end
end
end

%Menggabungkan keseluruhan matriks O
O1=O(1:jml-(n-1),1:jml);
O2=eye(n-1,n-1);
O3=zeros(n-1,jml-(n-1));
O4=[O3,O2];
OO=[O1;O4];

%Mengatur konstruksi matriks O untuk rmax
dengan mengisi nilai 0
for i=2*n+1:n:jml
    for j=1:jml
        if i==j
            OO(i,j-1)=0;
            OO(i,j+1)=0;
        else i>2*n && i-j==n;
            OO(i,j)=0;
        end
    end
end

%Konstruksi matriks O untuk pmax(matriks O
bawah)
nn=0;
for i=((n-1)*n+2):jml
    nn=nn+1;
    for j=1:jml
        if i<=jml && i-j==n

```

## LAMPIRAN C (LANJUTAN)

```

        OO(i,j)=C((n-1));
    elseif i<=jml && i-j==1
        OO(i,j)=E(n-1);
    elseif i<=jml && i-j==0
        OO(i,j)=B((n-1),nn);
    elseif i<jml && i-j==-1
        OO(i,j)=D(n-1);
    else
        OO(i,j)=0;
    end
end
end
OO;
Obaru=inv(OO);

%Membangun Matriks F^(n-1) Untuk Syarat awal
dan syarat batas
for i=1:n
    for j=1:n
        if i==1
            F(i,j)=0; %Untuk Syarat P=0
        elseif j==1 && i<=n
            F(i,j)=(i-1)*dp*exp(-(delta*dt*(t-
1))); %untuk syarat r=0
        else
            F(i,j)=(i-1)*dp; %untuk syarat
awal
        end
    end
end
end

%Mengubah Matriks F^(n-1) Menjadi Vektor Kolom
xk=[];
for j=1:n

```

## LAMPIRAN C (LANJUTAN)

```

    xk=[xk;F(j,:)']; % mengubah matriks
menjadi vektor kolom
end

%Mendapatkan Invers Matriks O dan Hasil
Perhitungan Harga Kontrak Futures
xk=Obaru*xk;
ns=0;
F=[];
for k=1:n
    s=k*n;
    F=[F;xk(ns+1:s,1)']; % mengubah vektor
kolom menjadi matriks
    ns=s;
end

```

## Tampilan Input Parameter

INPUT :	
Spot Price	<input type="text"/>
Interest Rate	<input type="text"/>
Expires Date	<input type="text"/>
Kecepatan Pengembalian ke Rata-Rata	<input type="text"/>
Volatilitas Pada Model Spot Price	<input type="text"/>
Volatilitas Pada Model Interest Rate	<input type="text"/>
Waktu Kecepatan Pengembalian	<input type="text"/>
Convenience Yield	<input type="text"/>
Banyak Grid	<input type="text"/>

## LAMPIRAN C (LANJUTAN)

```
function edit2_Callback(hObject, eventdata, handles)

% --- Executes during object creation, after
setting all properties.
function edit2_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
if ispc &&
isequal(get(hObject, 'BackgroundColor'),
get(0, 'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject, 'BackgroundColor', 'white');
end

function edit3_Callback(hObject, eventdata, handles)

% --- Executes during object creation, after
setting all properties.
function edit3_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)

if ispc &&
isequal(get(hObject, 'BackgroundColor'),
get(0, 'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject, 'BackgroundColor', 'white');
end

function edit4_Callback(hObject, eventdata, handles)

% --- Executes during object creation, after
setting all properties.
function edit4_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
```

## LAMPIRAN C (LANJUTAN)

```
if ispc &&
isequal (get(hObject, 'BackgroundColor'),
get(0, 'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject, 'BackgroundColor', 'white');
end

function edit5_Callback(hObject, eventdata,
handles)

% --- Executes during object creation, after
setting all properties.
function edit5_CreateFcn(hObject, eventdata,
handles)

if ispc &&
isequal (get(hObject, 'BackgroundColor'),
get(0, 'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject, 'BackgroundColor', 'white');
end

function edit6_Callback(hObject, eventdata,
handles)

% --- Executes during object creation, after
setting all properties.
function edit6_CreateFcn(hObject, eventdata,
handles)

if ispc &&
isequal (get(hObject, 'BackgroundColor'),
get(0, 'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject, 'BackgroundColor', 'white');
end
```

## LAMPIRAN C (LANJUTAN)

```
function edit7_Callback(hObject, eventdata, handles)

% --- Executes during object creation, after
setting all properties.
function edit7_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)

if ispc &&
isequal(get(hObject, 'BackgroundColor'),
get(0, 'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject, 'BackgroundColor', 'white');
end

function edit8_Callback(hObject, eventdata, handles)

% --- Executes during object creation, after
setting all properties.
function edit8_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
if ispc &&
isequal(get(hObject, 'BackgroundColor'),
get(0, 'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject, 'BackgroundColor', 'white');
end

function edit9_Callback(hObject, eventdata, handles)

% --- Executes during object creation, after
setting all properties.
function edit9_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
```

## LAMPIRAN C (LANJUTAN)

```

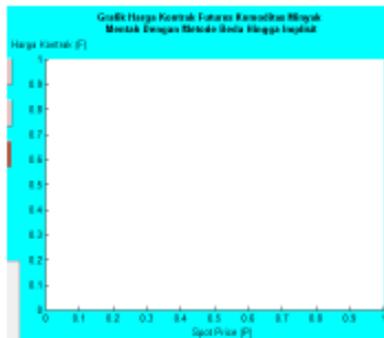
if ispc &&
isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end
function edit10_Callback(hObject, eventdata,
handles)

% --- Executes during object creation, after
setting all properties.
function edit10_CreateFcn(hObject, eventdata,
handles)

if ispc &&
isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

```

### Tampilan Plot Grafik Hasil Perhitungan



## LAMPIRAN C (LANJUTAN)

```

%Plot Hasil Perhitungan Kontrak Futures
set(handles.uitable2,'Data',F)
axes(handles.axes1);
x=linspace(0,p,n);
y=linspace(0,r,n);
plot(x,F) %banyaknya garis yang muncul
berdasarkan variasi partisi delta
Legend=cell(n,1);
for iter=1:n
    Legend{iter}=strcat('r= ',
num2str(y(iter)));
end
legend(Legend)
% title('Simulasi Harga Futures Contract
Komoditas Minyak Mentah dengan Metode
Implisit');
xlabel('P (Spot Price)'); ylabel('F (Futures
Price)');
grid on

```

Tampilan Button Reset



RESET

```

% --- Executes on button press in pushbutton2.
function pushbutton2_Callback(hObject,
 eventdata, handles)
set(handles.edit2,'string','');
set(handles.edit3,'string','');
set(handles.edit4,'string','');
set(handles.edit5,'string','');
set(handles.edit6,'string','');
set(handles.edit7,'string','');

```

## LAMPIRAN C (LANJUTAN)

```
set(handles.edit8,'string','');
set(handles.edit9,'string','');
set(handles.edit10,'string','');
```

## Tampilan Tabel

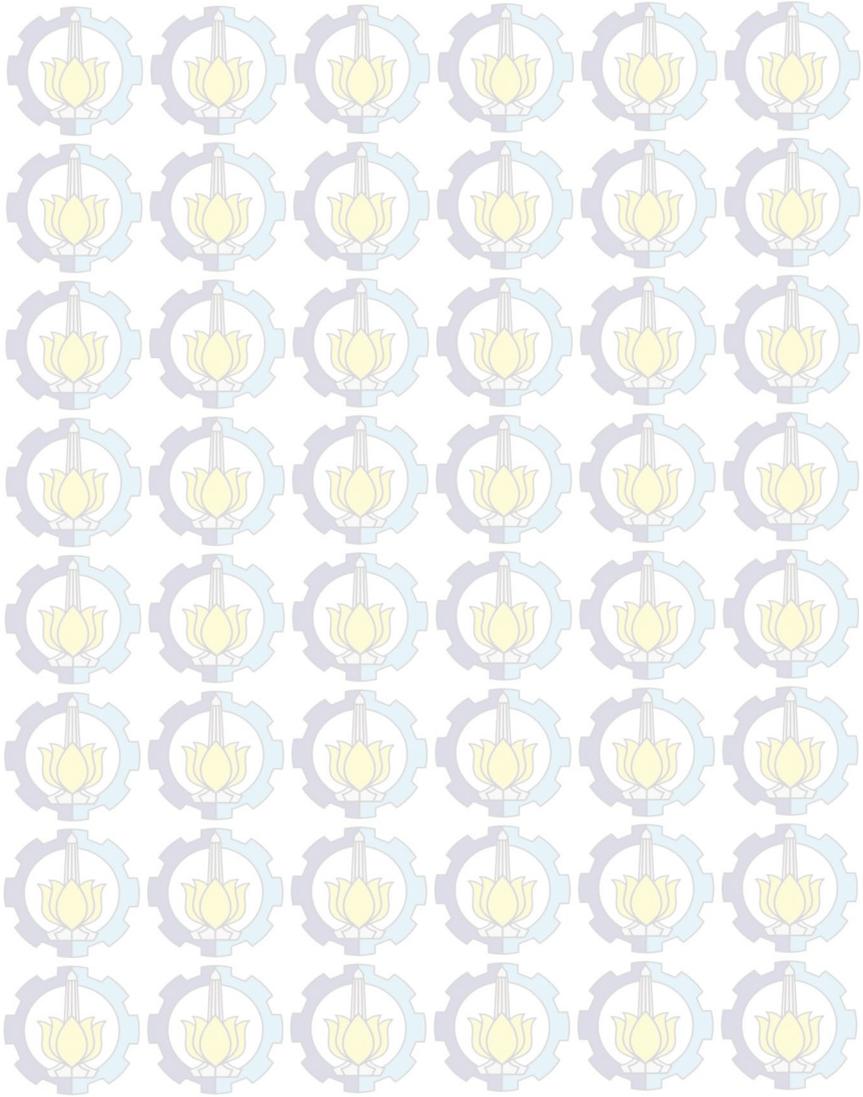
Hasil Perhitungan Numerik Harga Kontrak Futures Komoditas Minyak Mentah Dengan Metode Beda Hingga Implisit		
	1	2
1		
2		
3		
4		

```
% --- Executes when entered data in editable
cell(s) in uitable2.
function uitable2_CellEditCallback(hObject,
 eventdata, handles)
```

## Tampilan Exit Button



```
% --- Executes on button press in pushbutton3.
function pushbutton3_Callback(hObject,
 eventdata, handles)
close();
```



## LAMPIRAN D

### Biodata Penulis



Zurna Lailatul Mahmudah, lahir di Kabupaten Tulungagung pada 27 April 1995. Pendidikan formal yang pernah ditempuh yaitu TK Dharma Wanita Desa Jatimulyo Kecamatan Kauman Tulungagung pada tahun 2000 sampai tahun 2001, SD Negeri 3 Jatimulyo pada tahun 2001 sampai 2007, SMP Negeri 1 Kauman pada tahun 2007 sampai 2010, SMA Negeri 1 Kauman pada tahun 2010 sampai 2013. Sejak tahun 2013 hingga saat ini penulis sedang menempuh pendidikan S1 di Jurusan Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember dengan bidang minat Matematika Terapan yang meliputi Pemodelan Matematika dan Riset Operasi dan Pengolahan Data (ROPD). Selama di bangku perkuliahan, penulis aktif di berorganisasi di KM ITS sebagai staff Departemen Kesejahteraan Mahasiswa Himpunan Mahasiswa Matematika ITS (HIMATIKA ITS). Pada tahun 2015-2016 penulis aktif smenjadi staff Departemen Student Welfare HIMATIKA ITS. Selain aktif dalam berorganisasi, penulis juga aktif dalam berbagai acara kepanitiaan, seperti menjadi OC Padamu HIMATIKA ITS pada tahun 2014, Sie Kestari pada acara OMITS 2015, panitia Kesma Expo BEM ITS 2015, dan Tim Konseptor OMITS pada tahun 2016. Selain itu, penulis juga

aktif dalam pelatihan kemahasiswaan, yaitu LKMM Pra-TD, LKMM TD, dan *BusinessPlan*.

Informasi lebih lanjut mengenai Tugas Akhir ini dapat ditunjukkan ke penulis melalui email: [zunnalm1@gmail.com](mailto:zunnalm1@gmail.com).

