TUGAS AKHIR – SF 141501

PERUMUSAN UMUM TELEPORTASI KUANTUM QUBIT TUNGGAL SEMBARANG MELALUI QUBIT GANDA

Dwi Januriyanto.
NRP 1113100091

Dosen Pembimbing
Agus Purwanto, D.Sc.
Heru Sukamto, M.Si.

DEPARTEMEN FISIKA
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2017

TUGAS AKHIR – SF 141501

PERUMUSAN UMUM TELEPORTASI KUANTUM QUBIT TUNGGAL SEMBARANG MELALUI QUBIT GANDA

Dwi Januriyanto.
NRP 1113100091

Dosen Pembimbing
Agus Purwanto, D.Sc.
Heru Sukamto, M.Si.

DEPARTEMEN FISIKA
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2017

“ Halaman ini sengaja dikosongkan ”

FINAL PROJECT – SF 141501

GENERAL FORMULATION OF QUANTUM TELEPORTATION FOR SINGLE ARBITRARY QUBIT THROUGH DOBLE QUBIT

Dwi Januriyanto.
NRP 1113100091

Advisor
Agus Purwanto, D.Sc.
Heru Sukamto, M.Si.

Department of Physics
Faculty of Mathematics and Science
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

" Halaman ini sengaja dikosongkan "

LEMBAR PENGESAHAN

PERUMUSAN UMUM TELEPORTASI KUANTUM QUBIT TUNGGAL SEMBARANG MELALUI QUBIT GANDA

TUGAS AKHIR
Diajukan untuk Memenuhi Salah Satu Syarat Memperoleh
Gelar Sarjana Sains
pada
Bidang Studi Fisika Teori
Program Studi S1 Departemen Fisika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Oleh
Dwi Januriyanto.
11 13 100 091

Disetujui oleh :

Pembimbing Tugas Akhir I	Pembimbing Tugas Akhir II
(Agus Purwanto, D. Sc)	(Heru Sukamto,M.Si)
NIP. 19640811 199002.1.001	NIP. 19841109 201212.1.001

Surabaya, Juli 2017

" Halaman ini sengaja dikosongkan "

PERUMUSAN UMUM TELEPORTASI KUANTUM QUBIT TUNGGAL SEMBARANG MELALUI QUBIT GANDA

Nama	**: Dwi Januriyanto**
NRP	**: 1113100091**
Jurusan	**: Fisika, FMIPA-ITS**
Pembimbing I	**: Agus Purwanto, D.Sc**
Pembimbing II	**: Heru Sukamto, M.Si**

Abstrak

Telah dilakukan perumusan umum teleportasi kuantum qubit tunggal sembarang melalui saluran (canal) qubit ganda. Teleportasi kuantum dapat dilakukan dengan menggunakan saluran berupa keadaan terbelit (entangle state). Perumusan teleportasi yang pertamakali dirumuskan oleh Charles H Bannett pada tahun 1993 hanya menggunakan saluran yang sederhana, berupa pasangan EPR (EPR pair). Pada tugas akhir ini saluran yang digunakan adalah semua keadaan terbelit qubit ganda.Pekerjaan utama pada tugas akhir ini adalah menentukan semua keadaan terbelit qubit ganda yang dapat mengirimkan informasi berupa qubit tunggal. Selain itu digunakan metode Gram–Schmidt decomposition untuk menentukan keterbelitan suatu keadaan. Pada tugas akhir ini didapat kesimpulan bahwa semua keadaan terbelit umum qubit ganda dapat menteleportasi qubit tunggal sembarang.

Kata kunci : keadaan terbelit, kuantum teleportasi, qubit

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

GENERAL FORMULATION QUANTUM TELEPORTATION FOR SINGLE ARBITRARY QUBIT THROUGH DOUBLE QUBIT

Name	**: Dwi Januriyanto**
NRP	**: 1113100091**
Departement	**: Fisika, FMIPA-ITS**
Advisor I	**: Agus Purwanto, D.Sc**
Advisor I	**: Heru Sukamto, M. Si**

Abstrak

A general equation has been formulated for single arbitrary qubit quantum teleportation through double qubit canal. Quantum teleportation can achieved by using canal with entangled state. The first teleportation equation was done by Charles H Bannett in 1993, using simple canal in form of EPR pair. In this thesis, all double qubit canals with entangled state is used. The main task of this thesis is to determine all states of entangled qubit that can be used to send single qubit information. Gram–Schmidt decomposition also used to determine entanglement of a state. From this thesis, it can be concluded the all general entangled state of double qubit can be used to teleport single arbitrary qubit.

Keyword : entangle state, quantum teleportation, qubit

"Halaman ini sengaja dikosongkan"

KATA PENGANTAR

Puji syukur Penulis panjatkan kehadirat Tuhan YME yang telah melimpahkan rahmat-Nya, sehingga Penulis dapat menyelesaikan Laporan Tugas Akhir di jurusan Fisika FMIPA ITS dengan judul:

"Teleportasi Kuantum Qubit Tunggal Sembarang Melalui Qubit Ganda "

Penulis menyadari bahwa terselesainya penyusunan tugas akhir ini tidak terlepas dari bantuan dan dukungan dari berbagai pihak, maka pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih kepada :

1. Kedua orang tua yang telah memberi pengajaran dan pemahaman terbaik bagi penulis sejak kecil sampai dewasa.
2. Bapak Agus Purwanto, D.Sc. selaku dosen pembimbing I dan Heru Sukamto, M.Si selaku dosen pembimbing II yang sangat luar biasa dalam memberi dukungan, bimbingan, dan wawasan sehingga Penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir ini.
3. Bapak Dr. Yono Hadi P., M. Eng dan Dr. rer. nat. Eko Minarto, selaku Ketua Jurusan dan Seketaris Jurusan Fisika FMIPA ITS yang telah memberikan kemudahan sarana selama kuliah sampai terselesainnya Tugas Akhir ini.
4. Teman satu bimbingan dan seperjuangan yaitu : Anom, Afif, Afida, Ira, dan Adam serta teman-taman satu laboratorium terimakasih atas semangat dan perjuangan yang telah kita lewati dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini.
5. Segenap teman-teman Fisika 2013 yang telah memberikan dukungan terbaik untuk penulis dan mengisi keseharian penulis dengan keceria dan kerjasama selama masa belajar Penulis.

6. Teman satu kontrakan yang telah menghabiskan waktu bersama selama kurang lebih 3 tahun.
7. Tejo dan mas habib yang telah membantu penulis dalam persiapan presentasi tugas akhir.
8. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Penulis menyadari bahwa dalam proses penyusunan laporan ini terdapat kesalahan. Sehingga penulis meminta kritik dan saran pembaca yang dapat membantu untuk menyempurnakan laporan ini. Akhir kata semoga Tugas Akhir ini bermanfaat bagi semua pihak.

Surabaya, Juni 2017
Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

"Halaman ini sengaja dikosongkan"

DAFTAR TABEL

"Halaman ini sengaja dikosongkan"

BAB I
PENDAHULUAN

1. 1 Latar Belakang

Pada tahun 1900 dunia fisika dikejutkan dengan hipotesa dari Max Planck mengenai radiasi benda hitam, dimana Max Planck menyebutkan bahwa suatu energi dipancarkan dan diserap secara tidak kontinyu melainkan diskrit yang disebut sebagai kuata. Terkuantanya energi radiasi ini menyebabkan adanya sifat partikel dari sebuah gelombang. Hal ini memberikan ide pada Albert Einstein yang sedang mengerjakan masalah efek fotolistrik, dimana Einstein mengemukakan bahwa cahaya juga terkuanta atau diskrit, yang menjadi sebuah paket cahaya yang kemudian dikenal sebagai foton. Berdasarkan hal ini pada tahun 1924 Louis de Broglie mengajukan hipotesa apabila suatu gelombang memiliki sifat parikel maka berlaku juga sebaliknya suatu partikel juga memiliki sifat gelombang. Sehingga terjadi hubungan antara partikel dan gelombang yang dikenal sebagai dualisme gelombang-partikel. Inilah awal lahirmya cabang ilmu baru dalam ilmu fisika yang disebut sebagai fisika kuantum. Fisika kuantum mempelajari perilaku suatu benda dengan ukuran mikro yang diplopori oleh beberapa ilmuan yaitu Niels Bohr, Paul Dirac, Erwin Scrhodinger, Werner Heisenberg dan ilmuan fisika lainnya. Fisika kuantum bertumpu pada prinsip ketidak pastian Heisenberg yang mengatakan bahwa kita tidak dapat mengetahui posisi dan momentum suatu partikel dalam waktu yang bersamaan. Selain itu pada teori kuantum juga berlaku superposisi yang mengakibatkan suati keadaan memiliki dua atau lebih kemungkinan keadaan didalamnya.

Teori Kuantum mengakibatkan perkembangan yang sangat pesat dalam dunia teknologi, seperti ditemukannya transistor dan dioda yang menjadi salah satu temuan hebat untuk dunia teknologi. Teori kuantum yang sangat sukses dalam hal pengaplikasiannya ini ternyata masih memiliki beberapa kukurang secara teori. Seprti yang telah dipertanyakan oleh A. Einstein dan sejawatnya pada sebuah artikel pada tahun 1935. Pada artikel tersebut Albert Einstein bersama dengan Boris Podolsky dan Nathan Rosen mempertanyakan apakan teori kuantum ini salah ataukah belum lengkap. Salah satu yang menjadi perhatian utama A. Einstein adalah ketidak apastian Heisenberg dimana apabila ada dua partikel yang tercipta entah dari reaksi nuklir atau yang lain, atau sebuah energi yang memproduksi pasangan partikel dimana keduanya harus memiliki momentum dan spin yang berlawanan karena tercipta dari sesuatu yang tidak memiliki spin. Apabila satu partikel dibawa oleh Alice dan yang lain dibawa oleh Bob, saat Alice melakukan pengukuran terhadap partikel yang dibawanya maka Alice akan mendapatkan informasi tentang partikel yang dibawa oleh Bob tanpa perlu melakukan pengukuran, hal ini bertentangan dengan fisika kuantum itu sendiri yang mengatakan bahwa keadaan suatu patikel tidak dapat diketahui tanpa melakukan pengukuran terlebih dahulu. Apabila partikel yang dilakukan pengukuran mengirimkan informasi dalam sekejap terhadap partikel yang lain mengenai pengukurannya hal ini menimbulkan pertanyaan yang lain, bagaimana kalau kedua partikel dipisahkan sejauh beberapatahun cahaya. Hal ini akan bertentengan dengan teori relativistik Einstein yang mengatakan bahwa tidak ada yang dapat bergerak lebih cepat dari pada cahaya, sementara informasi tadi berpinda dalam sekejap saja. Interaksi ini disebut "*spooky distance action*" oleh A. Einstein. Permasalahn yang kemudian dikenal sebagai paradoks *EPR.*

Niels Bohr dan yang lain tidak tinggal diam, meraka mengatakan bahwa partikel tersebut dapat mengirimkan informasi dalam sekejap dikarenakan kedua partikel tersebut masih dalam satu sistem. Penjelasan yang dikemukakan oleh Niels Bohr dirasa belum cukup oleh A. Einstein sampai pada tahun 1964 John Bell seorang eksperimental melakukan percobaan tersebut dan mengatakan bahwa pengiriman informasi tersebut dapat dilakukan. Keadaan yang digunakan sebagai percobaan tersebut dikenal sebagai keadaan bell (*bell state*) atau dikenal juga sebagai pasangan *EPR (EPR pair)*. Kemampuan partikel untuk mengiirmkan informasi dalam sekejap ini merupakan hal yang sangat besar untuk pengaplikasian fisika kauntum. Pada tahun 1993 Charles H. Bannett dkk, menerbitkan artikel tentang pengiriman informasi ini yang disebut dengan teleportasi kuantum. Bennett menteleportasi satu qubit informasi dengan menggunakan saluran (*canal*) qubit ganda. Saluran yang digunakan adalah saluran yang sangt sederhana yakni menggunakan pasangan *bell*. Pengiriman informasi yang dilakukan oleh Bennett dilakukan dengan mengintraksikan informasi yang akan dikirimkan dengan spasangan *bell* yang berlaku sebagai saluran. Mekanisme teleportasi ini berhasil mengirimkan suatu informasi setelah dilakukan pengukuran oleh Alice sebagai pengirim dan Alice akan mengirimkan informasi mengenai pengukur yang dipakainya melalui jalur klasik (telfon, surat, email dll). Setelah Bob melakukan interaksi terhadap partikel yang dibawanya Bob dapat mengetahui informasi apa yang dikirimkan oleh Alice. Teleportasi ini menggunakan saluran yang sangat sederhana, bagaimana jika telepartasi ini menggunakan saluran qubit rangkap dua sembarang. Maka dari itu dalam tugas akhir kali ini akan dibentuk perumusan umum untuk teleportasi satu qubit informasi melalui saluran qubit ganda sembarang.

1.2 Perumusan Permasalahan

Rumusan masalah tugas akhir ini tidak seperti Bennett dkk, yang langsung merumuskan transportasi dengan saluran dan pengukuran (*measurement*) khusus, dalam tugas akhir ini dibentuk perumusan paling umum yaitu dengan saluran dan pengukuran qubit ganda.

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan yang ingin dicapai pada tugas akhir ini adalah merumuskan ulang teleportasi Bennett dkk, dengan saluran dan pengukuran sembarang dan mengkaji kemungkinan teleportasi selain versi Bennett.

1.4 Batasan Masalah

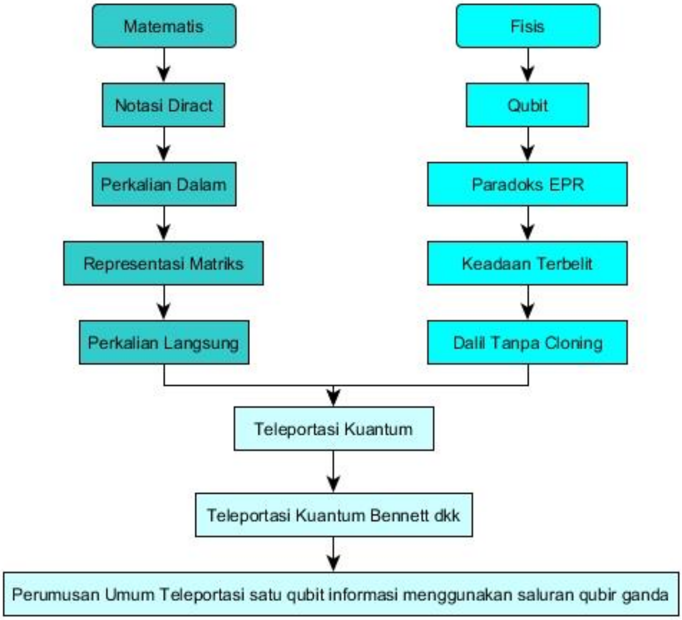
Pada tugas akhir ini permasalahan hanya dibatasi untuk informasi yang dikirim adalah qubit tunggal dan saluran serta pengukuran qubit rangap dua.

1.5 Sistematika Penulisan

Penelitian ini adalah penelitian teoritis yang dilakukan degan mentelaah beberapa literatur berupa jurnal ilmiah buku-buku teks dan buku-buku lainnya. Skema kerja pada penelitian ditunjukan oleh gambar 1.1 dibawah ini.

1.6 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat bermanfaat untuk memberikan pemahaman pada sifat paling umum dari teleportasi satu qubit dengan saluran qubit rangkap dua sehingga dapat digunakan bagi penyelesaian kasus yang lebih kompleks.



Gambar 1.1 Metodologi Penelitian

"Halaman ini sengaja dikosongkan"

BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Notasi Dirac

Paul A. M. Dirac memperkenalkan notasi Dirac "$|\ \rangle$" yang disebut vektor ket atau ket, untuk menyederhanakan keadaan sistem fisis dalam mekanika kuantum yang dinyatakan dalam ruang kompleks. Sebagai contoh ket ψ dituliskan $|\psi\rangle$. Ket dapat berupa kombinasi liner dari beberapa ket dengan bilangan komplek sebagai pengali (λ_1, λ_2)

$$|\Psi\rangle = \lambda_1 |\psi\rangle + \lambda_2 |\varphi\rangle \tag{2.1}$$

Pengalian $|\psi\rangle$ dengan bilangan kompleks c menghasilkan $c|\psi\rangle$, bilangan c dapat dikalikan dari kanan atau kiri $|\psi\rangle$

$$c|\psi\rangle = |\psi\rangle c \tag{2.2}$$

Suatu observabel seperti momentum dapat dinyatakan oleh operator, misalkan A, didalam ruang vektor dan bekerja dari kiri pada $|\psi\rangle$

$$A.(|\psi\rangle) = A|\psi\rangle \tag{2.3}$$

Secara umum, $A|\psi\rangle$ bukan merupakan perkalian konstanta dengan $|\psi\rangle$, melainkan menghasilkan ket lain di dalam ruang ket yang sama, misalkan $|\varphi\rangle$

$$A|\psi\rangle = |\varphi\rangle \tag{2.4}$$

Meskipun demikian terdapat ket tertentu yang disebut sebagai ket eigen dari operator A yakni $|a'\rangle, |a''\rangle, |a'''\rangle, \ldots$ dengan sifat

$$A|a'\rangle = a'|a'\rangle$$
$$A|a''\rangle = a''|a''\rangle$$
$$A|a'''\rangle = a'''|a'''\rangle \tag{2.5}$$

.

.

.

Himpunan $\{a', a'', a''', \ldots\}$ adalah himpunan nilai eigen dari operator A ruang ket dibangun dari ket $\{a', a'', a''', \ldots\}$ dan setiap vektor di dalam ruang ket ini dapat dinyatakan sebagai kombinasi linier dari eigen tersebut(Purwanto,2014)

$$|a\rangle = c'|a'\rangle + c''|a''\rangle + c'''|a'''\rangle + \ldots \qquad (2.6)$$

2.1.1 Perkalian Dalam

vektor ket memiliki pasangan dual yakni ruang bra $\langle a|$. Dipostulatkan, setiap ket $|a\rangle$ terdapat bra $\langle a|$ di dalam ruang dual atau ruang bra. Ruang bra dibangun dari eigen bra dan terdapat korespodendensi satu-satu antara ruang ket $|a\rangle$ dan ruang bra $\langle a|$ yakni kerespodensi dual

$$|a\rangle \leftrightarrow \langle a|$$

$$|a\rangle + |b\rangle \leftrightarrow \langle a| + \langle b|$$

$$|a'\rangle, |a''\rangle, |a'''\rangle, \ldots \leftrightarrow \langle a'|, \langle a''|, \langle a'''|, \ldots \qquad (\ 2.7)$$

Ruang bra, secara sederhana, dapat dikatakan sebagai ruang cermin dari ruang ket. Dipostulatkan, dual dari $c|a\rangle$ adalah $c^*\langle a|$ bukan $c\langle a|$ dan secara umum

$$c_1|a\rangle + c_2|b\rangle \leftrightarrow c_1^*\langle a| + c_2^*\langle b| \qquad (2.8)$$

Selanjutnya, didefinisikan perkalian dalam (*inner product*) antara bra dan ket, dan dituliskan sebagai disebelah kiri

$$(\langle a|).(|b\rangle) = \langle a|b\rangle \qquad (2.9)$$

Secara umum, hasil perkalian ini adalah bilangan kompleks. Dua postulat terkait dengan perkalian dalam ini. Postulat pertama

$$\langle a|b\rangle = \langle b|a\rangle^* \tag{2.10}$$

Perkalian dalam sama dengan perkalian scalar dari dua vektor $\vec{a}$ dan $\vec{b}$

$$\langle a|b\rangle \neq \vec{a}.\vec{b} = \vec{b}.\vec{a} \tag{2.11}$$

Sehingga postulat kedua

$$\langle a|a\rangle \geq 0 \tag{2.12}$$

Tanda sama dengan berlaku jika dan hanya jika $|a\rangle$ adalah vektor nol. $\sqrt{\langle a|a\rangle}$ disebut norm atau besar dari $|a\rangle$. Seperti perkalian scalar dua vektor. Jika dua ket $|a\rangle$ dan $|b\rangle$ disebut orthogonal jika(Purwanto,2014).

$$\langle a|b\rangle = \langle b|a\rangle = 0 \tag{2.13}$$

2.1.2 Operator Dalam Notasi Dirac

Seperti disebutkan di depan operator selalu bekerja dari kiri pada suatu ket $|a\rangle$. Dua operator A dan B dikatakan sama, A=B jika

$$A|a\rangle = B|a\rangle \tag{2.14}$$

Untuk sembarang $|a\rangle$ terkait dengan ruang dual operator A selalu bekerja dari kanan bra,

$$\left(\langle a|\right)A = \langle a|A \tag{2.15}$$

Tetapi $A|a\rangle$ dan $\langle a|A$ bukan pasangan satu dari yang lain. Pasangan atau korespondensi dual dari $A|a\rangle$ dipostulatkan adalah $\langle a|A^*$

$$A\left|a\right\rangle \leftrightarrow \left\langle a\right| A^{\dagger} \tag{2.16}$$

2.2 Representasi Matriks

Ket eigen dari operator A , $A\left|a\right\rangle$ ket eigen ini orthonormal

$$\left\langle a'\middle|a''\right\rangle = \delta_{a'a''} \tag{2.17}$$

Ket eigen ini membangun basis ruang ket sehingga setiap vektor ket sembarang $\left|a\right\rangle$ di dalam ruang ket dapat dinyatakan sebagai kombinasi linier dari kumpulan ket eigen ini

$$\left|a\right\rangle = \sum_{a'} c_{a'} \left|a'\right\rangle \tag{2.18}$$

Kalikan dengan $\left\langle a''\right|$ dan gunakan ortonormalitas, diperoleh

$$\begin{aligned}\left\langle a''\middle|a\right\rangle &= \sum_{a'} c_{a'} \left\langle a''\middle|a'\right\rangle \\ &= \sum_{a'} c_{a'} \delta_{a''a'} \\ &= c_{a''}\end{aligned} \tag{2.19}$$

Sehingga

$$\begin{aligned}\left|a\right\rangle &= \sum_{a'} \left(\left\langle a'\middle|a\right\rangle\right)\left|a'\right\rangle \\ &= \sum_{a'} \left|a'\right\rangle\left(\left\langle a'\middle|a\right\rangle\right) \\ &= \sum_{a'} \left(\left|a'\right\rangle\left\langle a'\right|\right)\left|a\right\rangle\end{aligned} \tag{2.20}$$

Dari hubungan ini diperoleh hasil

$$\sum_{a'} \left|a'\right\rangle\left\langle a'\right| = 1 \tag{2.21}$$

dimana persamaan tersebut disebut sebagai hubungan kelengkapan (*completeness relation*) Misalkan $\left|a\right\rangle$ ternormalisasi maka

$$\langle a|a\rangle = 1 \tag{2.22}$$

Vektor ket $|a\rangle$ merupakan matriks baris dan vektor bra $\langle a|$ merupakan matriks kolom

$$|a\rangle = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}, \ \langle a| = \begin{pmatrix} a_1^* & a_2^* & .... & a_n^* \end{pmatrix} \tag{2.23}$$

sehingga perkalian dalamnya (*innert product*) berbentuk

$$\langle a|b\rangle = \begin{pmatrix} a_1^* & a_2^* & .... & a_n^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$$

$$= a_1^* b_1 + a_2^* b_2 + ... + a_n^* b_n \tag{2.24}$$

atau

$$\langle a|b\rangle = \sum_{a'} \langle b|a'\rangle \langle a'|a\rangle \tag{2.25}$$

sedangkan untuk perkalian luar didefinisikan

$$A = |b\rangle\langle a|$$

$$= \sum_{a'a''} |a'\rangle\langle a'|b\rangle\langle a|a''\rangle\langle a''| \tag{2.26}$$

diperkenalkan $|0\rangle$ dan $|1\rangle$ yang merupakan sebuah basis vektor dimana(Purwanto,2014).

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ dan } |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{2.27}$$

2.3 Perkalian Langsung (Direct Product)

Perkalian langsung (direct product) dilambangkan dengan $\otimes$, apabila bekerja pada dua buah ket vektor $|a\rangle$, $|b\rangle$ didefinisikan

$$|a\rangle \otimes |b\rangle = |a\rangle|b\rangle = |ab\rangle \qquad (2.28)$$

apabila $|a\rangle = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$, dan $|b\rangle = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$ maka hasil perkalian langsungnya

$$|a\rangle \otimes |b\rangle = \begin{pmatrix} a_1|b\rangle \\ a_2|b\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1b_1 \\ a_1b_2 \\ a_2b_1 \\ a_2b_2 \end{pmatrix} \qquad (2.29)$$

apabila terdapat keadaan $|\phi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$ dan $|\varphi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$ hasil perkalian langsung dari keduanya(Purwanto,2014).

$$|\varphi\rangle \otimes |\phi\rangle = \frac{1}{2}(|00\rangle + |01\rangle + |10\rangle + |11\rangle) \qquad (2.30)$$

2.4 Postulat Mekanika Kuantum

Mekanika kuantum berisikan kerangka matematik untuk mengembangkan teori fisika, dimana mekanika kuantum tidak menerangkan seperti apa hukum fisika yang harus diikuti oleh sistem. Tetapi menyediakan kerangka matematik dan konsep untuk pengembangan dari hukum tersebut. Mekanika kuantum bekerja dalam ruang Hilbert. Ruang Hilbert yaitu ruang vektor yang memiliki elemen-elemen berupa fungsi-fungsi sebagai ganti vektor di dalam ruang 3 atau n dimensi. Dimana fungsi tersebut sangat mirip dengan sebuah vektor, sehingga bisa disebut sebagai vektor. Ruang hilbert tersebut adalah ruang vektor kompleks yang memenuhi syarat normalisasi. Ruang Hilbert juga memliki sifat superposisi, apabila terdapat dua keadaan $|\psi_1\rangle$ dan $|\psi_2\rangle$ yang merupakan keadaan dari sebuah sistem fisika, sistem tersebut dapat diungkapkan menjadi kombinasi linier keadaan penyusunnya $c_1|\psi_1\rangle + c_2|\psi_2\rangle$.

Postulat dalam mekanika kuantum menyediakan hubungan antara dunia fisik dan rumusan matematik dari mekanika kuantum. Mekanika kuantm secara formal dibangun berdasarkan postulat-postulat berikut.

i. Semua informasi fisis dari sistem terkandung di dalam fungsi keadaan sistem $|\psi\rangle$. Keadaan ini dapat diungkapkan sebagai kombinasi linier dari keadaan basis $|a'\rangle$, yang membangun ruang Hilbert

$$\psi = \sum_{a'} c_{a'} |a'\rangle \tag{2.31}$$

ii. Setiap observable A dari sistem dikaitkan dengan operator hermitian $\hat{A}$ yang bekerja didalam ruang Hilbert. Untuk sistem fisis yang mempunyai keadaan $|\psi\rangle$, hasil pengukuran dari observabel A dari sistem kuantum diberikan oleh nilai harap operator tersebut

$$\left\langle \hat{A} \right\rangle_\psi = \frac{\langle \psi | \hat{A} | \psi \rangle}{\langle \psi | \psi \rangle} \tag{2.32}$$

iii. Pada sistem dengan vektor keadaan $|\psi\rangle$, probabilitas mendapatkan nilai observable a' adalah

$$|c_{a'}| = |\langle a' | \psi \rangle|^2 \tag{2.33}$$

Dengan kata lain, proyeksi $|\psi\rangle$ terhadap a' ($\langle a'|\psi\rangle$) adalah probabilitas mendapatkan keadaan $|\psi\rangle$ di $|a'\rangle$.

2.5 Qubit

Sistem informasi kuantum memiliki beberapa cabang diantaranya adalah komputer kuantum, kriptografi kuantum dan teleportasi kuantum. Komputer kuantum dan kriptografi kuantum adalah perkembangan dari komputer klasik dan kriptografi klasik, yang menggunakan data digital berupa bit, yaitu 0 dan 1. Pada komputer kuantum dan kriptografi kuantum data yang digunakan adalah data kuantum yang disebut kuantum bit atau qubit. Qubit merepresentasi sistem kuantum dengan dua keadaan yaitu $|0\rangle$ dan $|1\rangle$. Pada teleportasi kuantum informasi atau data yang dikirimkan sama yakni qubit. Keadaan ternormalisasi dari qubit sapat berbentuk kombinasi linier dari keduanya $|\psi\rangle$, yang dibatasi syarat normalisasi

$$|\psi\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle \tag{2.36}$$

Koefisien a dan b merupakan bilangan kompleks yang memenuhi orthonormalitas(Purwanto,2014).

$$\langle\psi|\psi\rangle = |a|^2 + |b|^2 = 1 \tag{2.37}$$

$|0\rangle$ dan $|1\rangle$ adalah basis orthonormal dari keadaan $|\psi\rangle$, dimana meskipun secara umum a dan b memiliki empat parameter bebas tetapi hanya terdepat dua parameter yang merupakan parameter bebas. Koefisien a dan b dapat dinyatakan sebagai berikut

$$a = r_a e^{i\varphi_a}$$

$$b = r_b e^{i\varphi_b}$$

dengan meninjau syarat orthonormalitas didapatkan

$$1 = |a|^2 + |b|^2$$

$$= \left(r_a e^{i\varphi_a}\right)\left(r_a e^{-i\varphi_a}\right) + \left(r_b e^{i\varphi_b}\right)\left(r_b e^{-i\varphi_b}\right)$$

$$= r_a^{\ 2} + r_b^{\ 2} \tag{2.38}$$

yang merupakan persamaan lingkaran dengan jari-jari satu. Apabila dipilih

$$r_a = \cos\theta$$

$$r_b = \sin\theta$$

Maka koefisien a dan b dapat dinyatakan sebagai berikut

$$a = \cos\theta e^{i\varphi_a}$$

$$b = \sin\theta e^{i\varphi_b}$$

Sehingga vektor keadaan dapat dinyatakan menjadi

$$\left|\psi\right\rangle = \cos\theta e^{i\varphi_a}\left|0\right\rangle + \sin\theta e^{i\varphi_b}\left|1\right\rangle \tag{2.39}$$

Prinsip pengukuran pada mekanika kuantum menyatakan bahwa pengukuran dua keadaan kuantum yang berbeda hanya pada faktor fase global $\left(e^{i\delta}\right)$ selalu memberikan hasil yang sama

$$\left|\psi\right\rangle \cong e^{i\delta}\left|\psi\right\rangle$$

Sehingga persamaan keadaan tersebut dapat tereduksi menjadi

$$e^{-i\varphi_a}\left|\psi\right\rangle = e^{-i\varphi_a}\left(\cos\theta e^{i\varphi_a}\left|0\right\rangle + \sin\theta e^{i\varphi_b}\left|1\right\rangle\right)$$

$$\left|\psi\right\rangle = \cos\theta\left|0\right\rangle + \sin\theta e^{i\varphi_b - i\varphi_a}\left|1\right\rangle$$

$$= \cos\theta\left|0\right\rangle + \sin\theta e^{i\phi}\left|1\right\rangle$$

dengan $\phi = \varphi_b - \varphi_a$ (Saputra,2013).

Qubit $\left|0\right\rangle$ dan $\left|1\right\rangle$ merupakan qbuit tunggal. Sedangkan qubit yang lebih dari satu diformulasikan oleh perkalian langsung yang didefinisikan sebagai berikut dan disebut qbit ganda

Bentuk perkalian langsung (*tensor product*) $\left|x\right\rangle \otimes \left|y\right\rangle$ biasa dituliskan dengan $\left|x\right\rangle\left|y\right\rangle$, $\left|xy\right\rangle$ untuk lebih meringkas. Secara umum, untuk $n-$ qbit dalam matrik diwakili oleh 2^n bilangan berbaris kebawah. Keadaan umum bagi sistem 2 qubit adalah

$$|\psi\rangle = c_0|00\rangle + c_1|01\rangle + c_2|10\rangle + c_3|11\rangle \quad (2.40)$$

dengan c_0, c_1, c_2 dan c_3 merupakan koefisien-koefisien kompleks yang memenuhi syarat normalisasi

$$\langle\psi|\psi\rangle = |c_0|^2 + |c_1|^2 + |c_2|^2 + |c_3|^2 = 1 \quad (2.41)$$

Dengan syarat normalisasi seperti pada persamaan diatas akan dapat mereduki parameter bebas yang awalnya 8 parameter menjadi 6 parameter bebas saja.

2.6 Keadaan terbelit

Secara umum keadaan 2 qubit dapat dipisahkan menjadi perkalian langsung (*tensor product*) dari dua buah qubit tunggal.

$$|\psi\rangle = |\psi_0\rangle \otimes |\psi_1\rangle \quad (2.42)$$

Dengan $|\psi_0\rangle = c_0|0\rangle + c_1|1\rangle$ dan $|\psi_1\rangle = d_0|0\rangle + d_1|1\rangle$, konstanta pada keadaan tersebut adalah bilangan kompleks.

Keadaan 2 qubit yang tidak dapat dipisahkan sebagai perkalian langsung dari dua buah qbit tunggal disebut keadaan terbelit dan apabila dapat dipisahkan sebagai perkalian langsung dari dua buah qbit tunggal disebut sebagai keadaan tak terbelit (*disentangle state*) atau keadaan yang dapat dipisah (*sparable state*). Apabila terdapat pernyataan matematis yang tidak konsisten keadaan tersebut dapat dikatakan sebagai keadaan terbelit. Apabila terdapat keadaan

$$|\psi\rangle = \frac{1}{2}\left(|00\rangle + |01\rangle + |10\rangle + |11\rangle\right) \quad (2.42)$$

Berdasarkan pernyataan diatas dapat diketahui

$$c_0 d_0 = c_0 d_1 = c_1 d_0 = c_1 d_1 = \frac{1}{2}$$

$$c_0 d_0 = c_0 d_1 \qquad\qquad c_1 d_0 = c_1 d_1$$

$$\frac{d_0}{d_1} = 1 \qquad\qquad \frac{d_0}{d_1} = 1$$

karena dua persamaan matematis tersebut menunjukan konsistensi terhadap nilai dari konstanta pada keadaan tersebut maka dapat dikatakan keadaan tersebut adalah keadaan yang terpisah. Apabila terdapat keadaan

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|00\rangle + |11\rangle\right) \tag{2.44}$$

$$c_0 d_0 = c_1 d_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}, c_0 d_1 = c_1 d_0 = 0$$

$$c_0 d_0 = c_1 d_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \qquad c_1 d_0 = c_0 d_1 = 0$$

$$\frac{c_0}{c_1} = \frac{d_0}{d_1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \qquad \frac{c_0}{c_1} = \frac{d_0}{d_1} = 0$$

karena dua persamaan matematis tersebut menunjukan ke tidak konsistensi terhadap nilai dari konstanta pada keadaan tersebut maka dapat dikatakan keadaan tersebut adalah keadaan yang terbelit.

secara umum vektor keadaan untuk n qubit adalah

$$|\psi\rangle = c_0 \underbrace{|0...000\rangle}_{n} + c_1 \underbrace{|0...001\rangle}_{n} + c_2 \underbrace{|0...010\rangle}_{n} + ... + c_{2^n} \underbrace{|1...111\rangle}_{n} \tag{2.45}$$

dengan koefisien komplek $c_0, c_1, c_2, ..., c_{2^n}$ memenuhi syarat normalisasi

$$\langle\psi|\psi\rangle = |c_0|^2 + |c_1|^2 + |c_2|^2 + ... + |c_{2^n}|^2 = 1 \tag{2.46}$$

yang mempunyai $2\left(2^n - 1\right)$ derajat kebebasan. Untuk vektor keadaaan dari n qbit keadaan setelah dipisan menjadi perkalian langsung (*tensor product*) dari qubit tunggal adalah

$$|\psi\rangle = |\psi_0\rangle \otimes |\psi_1\rangle \otimes |\psi_2\rangle \otimes ... \otimes |\psi_{2^n}\rangle \tag{2.47}$$

dengan $2n$ derajat kebebasan (Purwanto,2014).

2.7 Theorema Tanpa *Cloning*

Menyalin (*cloning*) suatu data merukan proses penggandaan data tersebut, dimana pada keadaan kuatum menyalin data harus dilakukan dengan mengoprasikan suatu operator pada data yang akan disalin, secara matematis seperti berikut.

$$u\left|x0\right\rangle = \left|xx\right\rangle \tag{2.48}$$

Data yang disalin dapat berupa suatu keadaan sistem kuatum, misalkan $\left|\varphi\right\rangle$ maka.

$$u\left|\varphi 0\right\rangle = \left|\varphi\varphi\right\rangle \tag{2.49}$$

Bila keadaan kuantum tersebut adalah gabungan (*superposisi*) dari beberapa keadaan, missal $\left|\varphi\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\left|\chi\right\rangle + \left|\phi\right\rangle\right)$ maka proses penyalinan data tersebut seperti berikut.

$$u\left|\varphi 0\right\rangle = u\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\left|\chi 0\right\rangle + \left|\phi 0\right\rangle\right)\right) \tag{2.50}$$

uraian suku kanan seperti berikut.

$$\begin{aligned} u\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\left|\chi 0\right\rangle + \left|\phi 0\right\rangle\right)\right) &= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(u\left|\chi 0\right\rangle + u\left|\phi 0\right\rangle\right) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\left|\chi\chi\right\rangle + \left|\phi\phi\right\rangle\right) \end{aligned} \tag{2.51}$$

Sedangkan uraian pada kanan menghasilkan

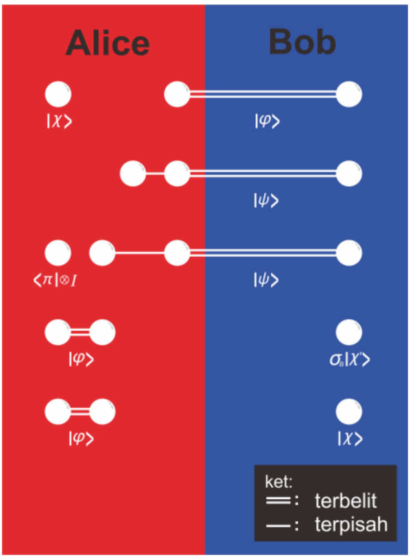
$$u\left|\varphi 0\right\rangle = \left|\varphi\varphi\right\rangle$$

$$\left|\varphi\varphi\right\rangle = \frac{1}{2}\left(\left|\chi\chi\right\rangle + \left|\chi\phi\right\rangle + \left|\phi\chi\right\rangle + \left|\phi\phi\right\rangle\right) \tag{2.52}$$

Terdapat perbedaan pada kedua sisi, dimana ada ketidak konsistenan pada penyaliana data dalam keadaan kuantum, sehingga dalam keadaan kuantum suatu informasi tidak dapat disalin yang dikenal dengan istilah *non cloning theorem.* (Nakamura dan ohmi,2008).

2.8 Teleportasi Kuantum

Teleportasi adalah memindahkan suatu informasi dari satu tempat ke tempat lain dengan sesaat (melebihi kecepatan cahaya), dimana teleportasi ini akan dianggap berhasil apabila informasi yang dikirimkan sama seperti informasi yang diterima, tanpa adanya perubahan. Contohnya apabila menteleportasi gelas, maka yang sampai harus gelas dengan bentuk yang sama tanpa cacat sedikitpun, meskipun terdapat interaksi dengan saluran yang digunakan. Pada teleportasi kuantum informasi yang dikirim akan menjadi satu dengan saluran yang digunakan, dimana informasi dan saluran akan menjadi satu, seoalah-olah informasi tersebut hancurkan terlebih dahulu, dan dibentuk kembali saat dilakukan pengukuran. Karena penghancuran informasi ini teleportasi kuantum memenuhi *no cloning theorem* dimana informasi tidak dapat disalin, sehingga informasi tadi tidak dapat diketahui oleh selain penerima. Sekema dari teleportasi kuantum satu qubit informasi menggunakan saluran qubit ganda sebagai berikut (Nielsen,2000).



Gambar 2.1 Skema Teleportasi Kuantum

2.8.1 Teleportasi kuantum menggunakan saluran Pasangan *EPR*

Teleportasi kuantum adalah mengirimkan suatu informasi yang tidak diketahui dalam qubit tunggal,dimana informasi ini akan dikirimkan oleh Alice, keadaan yang akan dikirimkan oleh Alice sebagai berikut

$$\left|\psi\right\rangle_1 = a\left|0\right\rangle + b\left|1\right\rangle \tag{2.53}$$

Informasi ini akan dikirimkan kepada Bob menggunakan keadaan terbelit, keadaan terbelit yang diguakan sebagai saluran adalah pasangan EPR, partikel yang terbelit ini dibawa oleh Alice dan Bob. Partikel yang dibawa oleh Alice kita sebut sebagai partikel 2 dan dibawa oleh Bob sebagai partikel 3

$$\left|\varphi\right\rangle_{23} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\left|01\right\rangle + \left|10\right\rangle\right) \tag{2.54}$$

Proses pengiriman informasi ini dilakukan dengan cara menghacurkan informasi tersebut. Informasi tersebut akan menjadi satu dengan kanal. Maka hasil dari gabungan dari informasi dan anal secara matematis sebagai berikut

$$\left|\phi\right\rangle_{123} = \left|\psi\right\rangle_1 \otimes \left|\varphi\right\rangle_{23} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(a\left|001\right\rangle + b\left|101\right\rangle + a\left|010\right\rangle + b\left|110\right\rangle\right) \tag{2.55}$$

Informasi tersebut dapat terkirim setelah Alice melakukan pengukuran terhadap gabungan antara informasi dan saluran tersebut. Pengukuran dilakukan dengan menginteraksikan keadaan gabungan tersebut dengan keadaan lain,

$$\left|\pi^{+}\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\left|00\right\rangle + \left|11\right\rangle\right) \tag{2.56}$$

Interaksi tersebut menyebabkan informasi dapat terkirim begitu saja, dan keadaan gabungan yang dibawa oleh Alice akan menjadi keadaan yang terbelit.

$$\left(\left\langle\pi\right| \otimes I\right)\left|\phi\right\rangle_{123} = \left\langle\pi\middle|\phi\right\rangle_{12} \otimes I\left|\phi\right\rangle_{3}$$

Setelah dilakukan pengukuran informasi yang didapatkan oleh Bob sebagai berikut

$$\left|\phi\right\rangle_3 = \frac{1}{2}\left(a\left|1\right\rangle + b\left|0\right\rangle\right)_3$$

dimana informasi tersebut tidak seperti informasi yang dikirimkan oleh Alice. Bob akan mendapatkan informasi yang benar setelah menerima informasi mengenai pengukuran yang dilakukan oleh Alice yang dikirim melalui saluran klasik. oleh karena itu bob harus menginteraksikan informasi yang diterimanya agar informasi yang diterimanya sesuai, interaksi yang dilakukan oleh Bob berdasarkan pengukuran yang dilakukan oleh Alice.

$$\left|\phi\right\rangle_3 = 2\sigma_x \frac{1}{2}\left(a\left|1\right\rangle + b\left|0\right\rangle\right)_3$$

Terdapat probabilitas keberhasilan pengiriman yang dilakukan, probabilas keberhasilan dirumuskan sebagai berikut

$$p = \left(\left(\langle\pi| \otimes I\right)|\psi\rangle\right)^{\dagger}\left(\left(\langle\pi| \otimes I\right)|\psi\rangle\right)$$

untuk teteleportasi ini memiliki probabilitas

$$p = \left(\frac{1}{2}\left(|0\rangle + |1\rangle\right)\right)^{\dagger}\left(\frac{1}{2}\left(|0\rangle + |1\rangle\right)\right)$$

$$p = \frac{1}{4}$$

Setelah Bob melakukan interaksi terhadap informasi yang diterimanya, bob akan mendapatkan informasi yang sesuai.

$$\left|\psi\right\rangle_3 = a\left|0\right\rangle + b\left|1\right\rangle$$

Alice dapat melakukan pengukuran demgan keadaan yang berbeda diantaranya

1. $\left|\pi^{-}\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|00\rangle - |11\rangle\right)$
2. $\left|\kappa^{+}\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|01\rangle + |10\rangle\right)$

3. $\left|\kappa^{-}\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|01\rangle - |10\rangle\right)$

Informasi yang didapatkan oleh bob dari pengukuran tersebut sebagai berikut

1. $|\phi\rangle_3 = \frac{1}{2}\left(a|1\rangle - b|0\rangle\right)_3$
2. $|\phi\rangle_3 = \frac{1}{2}\left(a|0\rangle + b|1\rangle\right)_3$
3. $|\phi\rangle_3 = \frac{1}{2}\left(a|0\rangle - b|1\rangle\right)_3$

Bob harus menginteraksikan informasi yang diterimanya berdasarkan pengukura-pengukuran tersebut, yaitu

1. $|\phi\rangle_3 = 2\sigma_x\sigma_z\,\frac{1}{2}\left(a|1\rangle - b|0\rangle\right)_3$
2. $|\phi\rangle_3 = 2I\,\frac{1}{2}\left(a|0\rangle + b|1\rangle\right)_3$
3. $|\phi\rangle_3 = 2\sigma_z\,\frac{1}{2}\left(a|0\rangle - b|1\rangle\right)_3$

(Bennett dkk,1993).

BAB III

PENENTUAN KETERBELITAN PADA SALURAN (*CANAL*) YANG DIGUNAKAN

3.1 Menentukan keterbelitan berdasarkan nilai konstanta

Berdasarkan sub bab keterbelitan diatas apabila terdapat keadaan $|\varphi\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(|00\rangle + |01\rangle + |11\rangle\right)$

Dapat diketahui $c_0 d_0 = c_0 d_1 = c_1 d_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $c_1 d_0 = 0$,

$$\frac{c_0 d_0}{c_0 d_1} = 1 \qquad \frac{c_1 d_0}{c_1 d_1} = \frac{1/\sqrt{3}}{0}$$

$$\frac{d_0}{d_1} = 1 \qquad \frac{d_0}{d_1} = \sim$$

karena ada dua pernyataan matematis yang bertentangan keadaan tersebut adalah keadaan terbelit.

Apabila terdapat keadaan terbelit empat suku sebagai berikut $|\varphi\rangle = \frac{1}{2}\left(|00\rangle + |01\rangle + |10\rangle - |11\rangle\right)$ dapat diketahui nilai dari tiap konstanta $c_0 d_0 = c_0 d_1 = c_1 d_0 = -c_1 d_1 = \frac{1}{2}$

$$\frac{c_0 d_0}{c_0 d_1} = 1 \qquad \frac{c_1 d_0}{c_1 d_1} = -1$$

$$\frac{d_0}{d_1} = 1 \qquad \frac{d_0}{d_1} = -1$$

karena ada dua pernyataan matematis yang bertentangan keadaan tersebut adalah keadaan terbelit.

Keadaan terbelit juga dapat memiliki konstanta yang berbeda-beda, seperti berikut $|\varphi\rangle = 0,5|00\rangle + 0,5|01\rangle + 0,7|10\rangle + 0,1|11\rangle$ nilai dari setiap konstantanya
$c_0 d_0 = 0,5, c_0 d_1 = 0,5, c_1 d_0 = 0,7, c_1 d_1 = 0,1$

$$\frac{c_0 d_0}{c_0 d_1} = 1 \qquad \frac{c_1 d_0}{c_1 d_1} = 7$$

$$\frac{d_0}{d_1} = 1 \qquad \frac{d_0}{d_1} = 7$$

karena ada dua pernyataan matematis yang bertentangan keadaan tersebut adalah keadaan terbelit.

3.2 Menentukan Keterbelitan dengan Gram-schmidt decomposition.

Selain mengunakan nilai konstanta suatu keadaan keterbelitan juga dapat diketahui menggunakan gram-schidt decomposition. Gram-schmidt decomposition dirumuskan sebagai berikut.

$$|\psi\rangle = \sum_{ij=1}^{r} c_{ij} \,|\, f_{1,i}\rangle \otimes |\, f_{2,j}\rangle \qquad (3.1)$$

dengan $\sum_{ij} \left| c_{ij} \right|^2 = 1$

dimana $c_{ij} > 0$, yang disebut sebagai koefisien Schmidt dan $\{| f_{a,1}\rangle\}$ adalah sebuah vektor yang saling orthonormal. Banyaknya r disebut sebagai *Shimdt number* dari $|\psi\rangle$. Menggunakan *singular value decomposition* (SVD) yang diuraikan pada lampiran A, koefisien c_{ij} dirubah menjadi matrik c seperti dibawah ini

$$c_{ij} = c = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{11} \end{pmatrix} \qquad (3.2)$$

Penerapan SVD dilakukan pada matriks c , mengubah bentuk matriks tersebut beruban menjadi

$$c = U\Lambda V^{\dagger} \tag{3.3}$$

dengan U dan V adalah matriks uniter dan Λ adalah matriks diagonal, dengan elemen bilangan real positive dan semua komponen selain komponen diagonal bernilai nol. Sekarang persamaan (3.1) menjadi

$$|\psi\rangle = \sum_{i,j,k=1}^{r} U_{ik}\Lambda_{kl}V_{jl}^{*}\left|e_{1,i}\right\rangle \otimes \left|e_{2,j}\right\rangle \tag{3.4}$$

Didefinisikan $\left|f_{1,k}\right\rangle = \sum_{i=1}^{r} U_{ik}\left|e_{1,i}\right\rangle$ dan $\left|f_{2,k}\right\rangle = \sum_{j=1}^{r} V_{jk}^{*}\left|e_{2,j}\right\rangle$ (3.5)

Matrik $\Lambda_{kl} = d_k\delta_{kl}$ sehingga didapatkan

$$|\psi\rangle = d_i\left|f_{1,i}\right\rangle \otimes \left|f_{2,i}\right\rangle \tag{3.6}$$

dimana saat r=1 maka keadaan tersebut adalah keadaan yang terpisah saat r>1 maka keadaan tersebut adalah keadaan terbelit. Sebagai contoh keadaan terpisah (Nakahara,2008).

$$|\varphi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|00\rangle + |10\rangle\right)$$

Bentuk matrik $C = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix}$

$$c^{\dagger}c = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Dicari nilai eigen dari $c^{\dagger}c$

$$\left|c^{\dagger}c - I\lambda\right| = \begin{vmatrix} 1-\lambda & 0 \\ 0 & -\lambda \end{vmatrix}$$
$$= -\lambda(1-\lambda)$$
$$=0$$

didapatkan $\lambda_1 = 1$ atau $\lambda_2 = 0$

Sehingga bentuk matrik lamdanya:

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \sqrt{1} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Karena pada komponen diagonal matrik lamda hanya satu komponen yang memiliki nilai maka keadaan tersebut adalah keadaan sparabel, dapat dibuktikan sebagai berikut

Pada saat $\lambda_1 = 1$

$$\begin{pmatrix} 1-1 & 0 \\ 0 & 0-1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} 0 \\ -x_2 \end{pmatrix}$$
$$=0$$

Sehingga didapatkan $x_1 = sembarang$, diambil $x_1 = 1$ dan $x_2 = 0$ sehingga fungsi eigannya adalah $\left|\lambda_1\right\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, dikarenakan matrik tersebut adalah matrik hermitian maka fungsi eigen yang kedua dapat diketahui yaitu $\left|\lambda_2\right\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$,

Sehingga bentuk matrik V adalah

$$V = \left(\left|\lambda_1\right\rangle \quad \left|\lambda_2\right\rangle\right)$$

$$V = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Mencari $|\mu_1\rangle$ dan $|\mu_2\rangle$

$$|\mu_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{1}} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$|\mu_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Dan

$$|\mu_2\rangle = 0$$

Maka bentuk matrik U adalah

$$U = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix}$$

dengan menggunakan persamaan $|\varphi\rangle = d_1 \left(|f_{1,1}\rangle \otimes |f_{2,1}\rangle \right)$

dicari $|f_{1,1}\rangle$ dan $|f_{2,1}\rangle$ berdasarkan persamaan (3.5)

$$\begin{aligned} |f_{1,1}\rangle &= \sum_i U_{i1} |e_{1,i}\rangle \\ &= U_{11}|e_{1,1}\rangle + U_{21}|e_{1,2}\rangle \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}|e_{1,1}\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|e_{1,2}\rangle \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|0\rangle + |1\rangle\right)$$

$$\left| f_{2,1} \right\rangle = \sum_i V_{j1}^* \left| e_{2,j} \right\rangle$$

$$= V_{11}^* \left| e_{2,1} \right\rangle + V_{21}^* \left| e_{2,2} \right\rangle$$

$$= 1\left| e_{2,1} \right\rangle + 0\left| e_{2,2} \right\rangle$$

$$= |0\rangle$$

$$|\varphi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|0\rangle + |1\rangle\right) \otimes |0\rangle$$

Contoh keadaan *sparabel* yang lainnya

$$|\varphi\rangle = \frac{1}{2}\left(|00\rangle + |01\rangle + |10\rangle + |11\rangle\right)$$

dengan $c = \begin{pmatrix} 0,5 & 0,5 \\ 0,5 & 0,5 \end{pmatrix}$

$$c^\dagger c = \begin{pmatrix} 0,5 & 0,5 \\ 0,5 & 0,5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0,5 & 0,5 \\ 0,5 & 0,5 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0,5 & 0,5 \\ 0,5 & 0,5 \end{pmatrix}$$

Dicari nilai eigennya $\left| c^\dagger c - I\lambda \right| = \begin{vmatrix} 0,5-\lambda & 0,5 \\ 0,5 & 0,5-\lambda \end{vmatrix}$

$$= \lambda^2 - \lambda + 0,25 - 0,25$$

$$= \lambda^2 - \lambda$$

$$= \lambda(\lambda - 1)$$

$\lambda_1 = 1$ atau $\lambda_2 = 0$

Sehingga bentuk matrik lamdanya:

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \sqrt{1} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Karena pada komponen diagonal matrik lamda hanya satu komponen yang memiliki nilai maka keadaan tersebut adalah keadaan sparabel, dapat dibuktikan sebagai berikut

Pada saat $\lambda_1 = 1$

$$\begin{pmatrix} 0,5-1 & 0,5 \\ 0,5 & 0,5-1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{pmatrix} -0,5 & 0,5 \\ 0,5 & -0,5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{pmatrix} -0,5x_1 + 0,5x_2 \\ 0,5x_1 - 0,5x_2 \end{pmatrix} = 0$$

Sehingga didapatkan $x_1 = x_2$ dan diambil $x_1 = 1$ dan $x_2 = 1$ sehingga fungsi eigannya adalah $\left|\lambda_1\right\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, dikarenakan matrik tersenut adalah matrik hermitian maka fungsi eigen yang kedua dapat diketahui yaitu $\left|\lambda_2\right\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, karena bentuk dari fungsi eigen ini harus ternormalisasi maka fungsi eigen tersebut menjadi:

$$\left|\lambda_1\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ dan } \left|\lambda_2\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Sehingga bentuk matrik V adalah

$$V = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$|\mu_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0,5 & 0,5 \\ 0,5 & 0,5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$|\mu_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Dan

$$|\mu_2\rangle = 0$$

Maka bentuk matrik U adalah

$$U = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Setelah didapatkan semua bentuk matriksnya, dicari $|f_{11}\rangle$ dan $|f_{21}\rangle$ sebagai berikut

$$|f_{1,1}\rangle = \sum_i U_{i1}|e_{1,i}\rangle \qquad |f_{2,1}\rangle = \sum_i V_{j1}^*|e_{2,j}\rangle$$

$$|f_{1,1}\rangle = U_{11}|e_{1,1}\rangle + U_{21}|e_{1,2}\rangle \qquad |f_{2,1}\rangle = V_{11}^*|e_{2,1}\rangle + V_{21}^*|e_{2,2}\rangle$$

$$|f_{1,1}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|e_{1,1}\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|e_{1,2}\rangle \qquad |f_{2,1}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|e_{2,1}\rangle + |e_{2,2}\rangle\right)$$

$$|f_{1,1}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|0\rangle + |1\rangle\right) \qquad |f_{2,1}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|0\rangle + |1\rangle\right)$$

Bentuk keadaan menjadi seperti berikut

$$|\varphi\rangle = d_1\left(|f_{11}\rangle \otimes |f_{21}\rangle\right)$$

$$|\varphi\rangle = \frac{1}{2}\left(|0\rangle + |1\rangle \otimes |0\rangle + |1\rangle\right)$$

$$|\varphi\rangle = \frac{1}{2}\left(|00\rangle + |01\rangle + |10\rangle + |11\rangle\right)$$

3.2.1 Menentukan Keterbelitan pada Dua Suku Keadaan.

Keadaan terbelit yang umum digunakan adalah keadan *bell* atau dikenal juga sebagai pasangan *EPR*, dimana keadaan ini hanya memiliki dua suku, dengan menggunakan gram-schmidt decomposition untuk mengetahui keterbelitannya sebagai berikut.

$$|\varphi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|00\rangle + |11\rangle\right)$$

$$C = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$c^{\dagger}c = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Mencari nilai eigen dari matriks tersebut

$$\begin{aligned} \left|c^{\dagger}c - I\lambda\right| &= \begin{vmatrix} 0,5-\lambda & 0 \\ 0 & 0,5-\lambda \end{vmatrix} \\ &= (0,5-\lambda)^2 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$\lambda_1 = 0,5$ atau $\lambda_2 = 0,5$

Sehingga bentuk matrik lamdanya:

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

Karena pada komponen diagonal matrik lamda ada dua komponen yang memiliki nilai maka keadaan tersebut adalah keadaan yang entangle, dapat dibuktikan sebagai berikut

Pada saat $\lambda_1 = 0,5$

$$\begin{pmatrix} 0,5-0,5 & 0 \\ 0 & 0,5-0,5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$
$$= 0$$

Sehingga didapatkan x_1 dan x_2 dapat angka sembarang, maka diambil $x_1 = 1$ dan $x_2 = 1$ sehingga fungsi eigannya adalah $|\lambda_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, dikarenakan matrik tersebut adalah matrik hermitian maka fungsi eigen yang kedua dapat diketahui yaitu $|\lambda_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

Sehingga bentuk matrik V adalah

$$V = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$|\mu_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$|\mu_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Dan

$$|\mu_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$|\mu_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Maka bentuk matrik U adalah

$$U = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

seperti pada permasalahan penentuan keterbelitan diatas dicari bentuk $\left| f_{1,i} \right\rangle$ dan $\left| f_{2,j} \right\rangle$

$$\begin{aligned}\left| f_{1,1} \right\rangle &= \sum_i U_{i1} \left| e_{1,i} \right\rangle \\ &= U_{11} \left| e_{1,1} \right\rangle + U_{21} \left| e_{1,2} \right\rangle \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left| e_{1,1} \right\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} \left| e_{1,2} \right\rangle \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left| 0 \right\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} \left| 1 \right\rangle\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\left| f_{1,2} \right\rangle &= \sum_i U_{i2} \left| e_{1,i} \right\rangle \\ &= U_{12} \left| e_{1,1} \right\rangle + U_{22} \left| e_{1,2} \right\rangle \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left| e_{1,1} \right\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} \left| e_{1,2} \right\rangle \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left| 0 \right\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} \left| 1 \right\rangle\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\left| f_{2,1} \right\rangle &= \sum_i V_{j1}^{*} \left| e_{2,j} \right\rangle \\ &= V_{11}^{*} \left| e_{2,1} \right\rangle + V_{21}^{*} \left| e_{2,2} \right\rangle \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left| e_{2,1} \right\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} \left| e_{2,2} \right\rangle \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left| 0 \right\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} \left| 1 \right\rangle\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\left| f_{2,2} \right\rangle &= \sum_i V_{j2}^{*} \left| e_{2,j} \right\rangle \\ &= V_{12}^{*} \left| e_{2,1} \right\rangle + V_{22}^{*} \left| e_{2,2} \right\rangle\end{aligned}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\left|e_{2,1}\right\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}\left|e_{2,2}\right\rangle$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle$$

$$|\varphi\rangle = d_1\left(|f_{11}\rangle \otimes |f_{21}\rangle\right) + d_2\left(|f_{12}\rangle \otimes |f_{22}\rangle\right)$$

$$|\varphi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle\right)$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle\right)$$

$$|\varphi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{1}{2}|00\rangle + \frac{1}{2}|01\rangle + \frac{1}{2}|10\rangle + \frac{1}{2}|11\rangle\right)$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{1}{2}|00\rangle - \frac{1}{2}|01\rangle - \frac{1}{2}|10\rangle + \frac{1}{2}|11\rangle\right)$$

$$|\varphi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|00\rangle + |11\rangle\right)$$

3.2.2 Menentukan Keterbelitan pada Empat Suku Keadaan.

Keadaan terbelit tidak hanya keadan yang memiliki dua suku tetapi dapat juga keadaan yang memiliki empat suku, dengan menggunakan gram-schmidt decomposition untuk mengetahui keterbelitannya sebagai berikut.

$$|\varphi\rangle = \frac{1}{2}\left(|00\rangle + |01\rangle + |10\rangle - |11\rangle\right)$$

$$C = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$C^{\dagger}C = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$=\frac{1}{4}\begin{pmatrix}2 & 0\\ 0 & 2\end{pmatrix}$$

$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

$$\left|c^{\dagger}c - I\lambda\right| = 0$$

$$\begin{vmatrix}0,5-\lambda & 0\\ 0 & 0,5-\lambda\end{vmatrix} = 0$$

$$(0,5-\lambda)^2 = 0$$

$\lambda_1 = \dfrac{1}{2}$ atau $\lambda_2 = \dfrac{1}{2}$

Sehingga bentuk matrik lamdanya:

$$\Lambda = \begin{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}} & 0\\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}}\end{pmatrix}$$

Pada saat $\lambda_1 = \dfrac{1}{2}$

$$\begin{pmatrix}0,5-0,5 & 0\\ 0 & 0,5-0,5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0,\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\end{pmatrix} = 0$$

Sehingga didapatkan x_1 dan x_2 dapat diambil nilai sembarang, saat $x_1 = 1$ dan $x_2 = 1$ sehingga fungsi eigannya adalah $\left|\lambda_1\right\rangle = \begin{pmatrix}1\\ 1\end{pmatrix}$, dikarenakan matrik tersebut adalah matrik hermitian maka fungsi eigen yang kedua dapat diketahui yaitu $\left|\lambda_2\right\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, karena bentuk dari fungsi eigen ini harus ternormalisasi maka fungsi eigen tersebut menjadi:

$\left|\lambda_1\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ dan $\left|\lambda_2\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Sehingga bentuk matrik V adalah

$$V = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\left|\mu_1\right\rangle = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\left|\mu_1\right\rangle = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\left|\mu_1\right\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Dan

$$\left|\mu_2\right\rangle = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\left|\mu_2\right\rangle = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\left|\mu_2\right\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Maka bentuk matrik U adalah

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\left|f_{1,1}\right\rangle = \sum_i U_{i1}\left|e_{1,i}\right\rangle$$

$$= U_{11}\left|e_{1,1}\right\rangle + U_{21}\left|e_{1,2}\right\rangle$$
$$= \left|e_{1,1}\right\rangle + 0\left|e_{1,2}\right\rangle$$
$$= \left|0\right\rangle$$
$$\left|f_{1,2}\right\rangle = \sum_i U_{i2}\left|e_{1,i}\right\rangle$$
$$= U_{12}\left|e_{1,1}\right\rangle + U_{22}\left|e_{1,2}\right\rangle$$
$$= 0\left|e_{1,1}\right\rangle + \left|e_{1,2}\right\rangle$$
$$= \left|1\right\rangle$$
$$\left|f_{2,1}\right\rangle = \sum_i V_{j1}^{*}\left|e_{2,j}\right\rangle$$
$$= V_{11}^{*}\left|e_{2,1}\right\rangle + V_{21}^{*}\left|e_{2,2}\right\rangle$$
$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\left|e_{2,1}\right\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}\left|e_{2,2}\right\rangle$$
$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\left|0\right\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}\left|1\right\rangle$$
$$\left|f_{2,2}\right\rangle = \sum_i V_{j2}^{*}\left|e_{2,j}\right\rangle$$
$$= V_{12}^{*}\left|e_{2,1}\right\rangle + V_{22}^{*}\left|e_{2,2}\right\rangle$$
$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\left|e_{2,1}\right\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}\left|e_{2,2}\right\rangle$$
$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\left|0\right\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}\left|1\right\rangle$$

Bentuk keadaan saluran tersebut menjadi

$$\left|\varphi\right\rangle = d_1\left(\left|f_{11}\right\rangle \otimes \left|f_{21}\right\rangle\right) + d_2\left(\left|f_{12}\right\rangle \otimes \left|f_{22}\right\rangle\right)$$

$$|\varphi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|0\rangle + \otimes\frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle\right) + \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|1\rangle \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle\right)$$

$$|\varphi\rangle = \left(\frac{1}{2}|00\rangle + \frac{1}{2}|01\rangle\right) + \left(\frac{1}{2}|10\rangle - \frac{1}{2}|11\rangle\right)$$

$$|\varphi\rangle = \frac{1}{2}\left(|00\rangle + |01\rangle + |10\rangle - |11\rangle\right)$$

3.2.2 Menentukan Keterbelitan pada Khusus.

Keterbelitan juga dapat terjadi pada keadaan khusus dimana keadaan ini adalah keadaan dengan nilai konstanta pada masing-masing suku pada keadan berbeda, dengan menggunakan menggunakan gram-schmidt decomposition untuk menentukan keterbelitan tesebut sebagai berikut.

$$|\varphi\rangle = 0,5|00\rangle + 0,5|01\rangle + 0,1|10\rangle + 0,7|11\rangle$$

$$C = \begin{pmatrix} 0,5 & 0,5 \\ 0,1 & 0,7 \end{pmatrix}$$

$$c^{\dagger}c = \begin{pmatrix} 0,5 & 0,1 \\ 0,5 & 0,7 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0,5 & 0,5 \\ 0,1 & 0,7 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0,26 & 0,32 \\ 0,32 & 0,74 \end{pmatrix}$$

$$\left|c^{\dagger}c - I\lambda\right| = \begin{vmatrix} 0,26-\lambda & 0,32 \\ 0,32 & 0,74-\lambda \end{vmatrix}$$

$$= \lambda^2 - \lambda + 0,09$$

$$=0$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1-0,36}}{2}$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{0,64}}{2}$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{1 \pm 0,8}{2}$$

$\lambda_1 = 0,9$ atau $\lambda_2 = 0,1$

Sehingga bentuk matrik lamdanya:

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \sqrt{0,9} & 0 \\ 0 & \sqrt{0,1} \end{pmatrix}$$

Pada saat $\lambda_1 = 0,9$

$$\begin{pmatrix} 0,26 - 0,9 & 0,32 \\ 0,32 & 0,74 - 0,9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,64 & 0,32 \\ 0,32 & -0,16 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -0,64x_1 + 0,32x_2 \\ 0,32x_1 + -0,16x_2 \end{pmatrix}$$

$$= 0$$

Sehingga didapatkan $x_1 = 1$ dan $x_2 = 2$ sehingga fungsi eigannya adalah $|\lambda_1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, dikarenakan matrik tersenut adalah matrik hermitian maka fungsi eigen yang kedua dapat diketahui yaitu $|\lambda_2\rangle = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$, karena bentuk dari fungsi eigen ini harus ternormalisasi maka fungsi eigen tersebut menjadi:

$|\lambda_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ dan $|\lambda_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$

Sehingga bentuk matrik V adalah

$$V = \frac{1}{\sqrt{5}}\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$|\mu_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{0,9}}\frac{1}{\sqrt{5}}\begin{pmatrix} 0,5 & 0,5 \\ 0,1 & 0,7 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$|\mu_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{0,9}}\frac{1}{\sqrt{5}}\begin{pmatrix} 1,5 \\ 1,5 \end{pmatrix}$$

Dan

$$|\mu_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{0,1}}\frac{1}{\sqrt{5}}\begin{pmatrix} 0,5 & 0,5 \\ 0,1 & 0,7 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$|\mu_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{0,1}}\frac{1}{\sqrt{5}}\begin{pmatrix} -0,5 \\ 0,5 \end{pmatrix}$$

Maka bentuk matrik U adalah

$$U = \frac{1}{\sqrt{5}}\begin{pmatrix} \frac{1,5}{\sqrt{0,9}} & \frac{-0,5}{\sqrt{0,1}} \\ \frac{1,5}{\sqrt{0,9}} & \frac{-0,5}{\sqrt{0,1}} \end{pmatrix}$$

$$|f_{1,1}\rangle = \sum_i U_{i1}|e_{1,i}\rangle$$

$$= U_{11}|e_{1,1}\rangle + U_{21}|e_{1,2}\rangle$$

$$= \frac{1,5}{\sqrt{0,9}}\frac{1}{\sqrt{5}}|e_{1,1}\rangle + \frac{1,5}{\sqrt{0,9}}\frac{1}{\sqrt{5}}|e_{1,2}\rangle$$

$$= \frac{1,5}{\sqrt{0,9}}\frac{1}{\sqrt{5}}|0\rangle + \frac{1,5}{\sqrt{0,9}}\frac{1}{\sqrt{5}}|1\rangle$$

$$|f_{1,2}\rangle = \sum_i U_{i2}|e_{1,i}\rangle$$

$$= U_{12}\left|e_{1,1}\right\rangle + U_{22}\left|e_{1,2}\right\rangle$$

$$= \frac{-0,5}{\sqrt{0,1}}\frac{1}{\sqrt{5}}\left|e_{1,1}\right\rangle + \frac{0,5}{\sqrt{0,1}}\frac{1}{\sqrt{5}}\left|e_{1,2}\right\rangle$$

$$= \frac{-0,5}{\sqrt{0,1}}\frac{1}{\sqrt{5}}\left|0\right\rangle + \frac{0,5}{\sqrt{0,1}}\frac{1}{\sqrt{5}}\left|1\right\rangle$$

$$\left| f_{2,1}\right\rangle = \sum_i V_{j1}^{*}\left|e_{2,j}\right\rangle$$

$$= V_{11}^{*}\left|e_{2,1}\right\rangle + V_{21}^{*}\left|e_{2,2}\right\rangle$$

$$= \frac{1}{\sqrt{5}}\left|e_{2,1}\right\rangle + \frac{2}{\sqrt{5}}\left|e_{2,2}\right\rangle$$

$$= \frac{1}{\sqrt{5}}\left|0\right\rangle + \frac{2}{\sqrt{5}}\left|1\right\rangle$$

$$\left| f_{2,2}\right\rangle = \sum_i V_{j2}^{*}\left|e_{2,j}\right\rangle$$

$$= V_{12}^{*}\left|e_{2,1}\right\rangle + V_{22}^{*}\left|e_{2,2}\right\rangle$$

$$= -\frac{2}{\sqrt{5}}\left|e_{2,1}\right\rangle + \frac{1}{\sqrt{5}}\left|e_{2,2}\right\rangle$$

$$= -\frac{2}{\sqrt{5}}\left|0\right\rangle + \frac{1}{\sqrt{5}}\left|1\right\rangle$$

$$\left|\varphi\right\rangle = d_1\left(\left| f_{11}\right\rangle \otimes \left| f_{21}\right\rangle\right) + d_2\left(\left| f_{12}\right\rangle \otimes \left| f_{22}\right\rangle\right)$$

$$\left|\varphi\right\rangle = \sqrt{0,9}\left(\frac{1,5}{\sqrt{0,9}}\frac{1}{\sqrt{5}}\left|0\right\rangle + \frac{1,5}{\sqrt{0,9}}\frac{1}{\sqrt{5}}\left|1\right\rangle \otimes \frac{1}{\sqrt{5}}\left|0\right\rangle + \frac{2}{\sqrt{5}}\left|1\right\rangle\right)$$

$$+\sqrt{0,1}\left(\frac{-0,5}{\sqrt{0,1}}\frac{1}{\sqrt{5}}\left|0\right\rangle + \frac{0,5}{\sqrt{0,1}}\frac{1}{\sqrt{5}}\left|1\right\rangle \otimes -\frac{2}{\sqrt{5}}\left|0\right\rangle + \frac{1}{\sqrt{5}}\left|1\right\rangle\right)$$

$$|\varphi\rangle = \left(\frac{1,5}{5}|00\rangle + \frac{3}{5}|01\rangle + \frac{1,5}{5}|10\rangle + \frac{3}{5}|11\rangle\right)$$

$$+\left(\frac{1}{5}|00\rangle - \frac{0,5}{5}|01\rangle - \frac{1}{5}|10\rangle + \frac{0,5}{5}|11\rangle\right)$$

$$|\varphi\rangle = \left(\frac{2,5}{5}|00\rangle + \frac{2,5}{5}|01\rangle + \frac{0,5}{5}|10\rangle + \frac{3,5}{5}|11\rangle\right)$$

$$|\varphi\rangle = \left(0,5|00\rangle + 0,5|01\rangle + 0,1|10\rangle + 0,7|11\rangle\right)$$

BAB IV

Perumusan Umum Teleportasi Kuantum Qubit Tunggal sembarang Melalui Saluran Qubit Ganda

4.1 Perumusan Umum.

Teleportasi kuantum bergantung pada tiga hal, yaitu keadaan yang dikirim, saluran yang digunakan dan pengukuran yang dilakukanoleh pengirim. Apabila alice akan mengirimkan sutu qubit informasi, dengan keadaan sebagai berikut.

$$|\chi\rangle = x_0|0\rangle + x_1|1\rangle$$

Menggunakan saluran umum dengan keadaan seperti dibawah ini.

$$|\varphi\rangle = c_0|00\rangle + c_1|01\rangle + c_2|10\rangle + c_3|11\rangle$$

serta munggunakan pengukuran dengan keadaan keadaan umum.

$$|\pi\rangle = m_0|00\rangle + m_1|01\rangle + m_2|10\rangle + m_3|11\rangle$$

Keadaan sistem setelah informasi yang akan dikirim alice tehadap bob berinteraksi dengan salauran yang digunakan akan menjadi seperti dibawah ini

$$|\psi\rangle = |\chi\rangle \otimes |\varphi\rangle = x_0c_0|000\rangle + x_0c_1|001\rangle + x_0c_2|010\rangle + x_0c_3|011\rangle$$
$$+x_1c_0|100\rangle + x_1c_1|101\rangle + x_1c_2|110\rangle + x_1c_3|111\rangle$$

Alice akan melakukan pengukuran terhadap informasi tersebut, setelah alice melakukan pengukuran, informasi akan dapat diterima oleh bob dengan pelantara partikel terbelit yang dibawa oleh bob. informasi yang diterima oleh bob sebagai berikut.

$$|\chi'\rangle_B = \left(\langle\pi| \otimes I\right)|\psi\rangle = m_0x_0\left(c_0|0\rangle + c_1|1\rangle\right) + m_1x_0\left(c_2|0\rangle + c_3|1\rangle\right)$$
$$+m_2x_1\left(c_0|0\rangle + c_1|1\rangle\right) + m_3x_1\left(c_2|0\rangle + c_3|1\rangle\right)$$
$$= \left(m_0x_0 + m_2x_1\right)\left(c_0|0\rangle + c_1|1\rangle\right) + \left(m_1x_0 + m_3x_1\right)\left(c_2|0\rangle + c_3|1\rangle\right)$$

Informasi akan sesuai setelah bob mendapatkan informasi pengukuran dari alice yang dikirim melalui saluran klasik, setelah bob melakukan penguran terhadap partikel yang dibawanya untuk menyesuaikan informasi yang dikirim oleh Alice.

4.1.1 Teleportasi Menggunakan Keadaan Dua Suku Terbelit

Pada perumusan umum diatas, dapat dilakukan teleportasi menggunakan saluran yang ternelit apabila saluran yang digunakan oleh Alice dan Bob adalah saluran dengan keadaan dua suku terbelit yang kita keal sebagai keadaan *bell*, maka teleportasi yang terjadi seperti dibawah ini.

$$|\varphi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|00\rangle + |11\rangle\right)$$

$$c_0 = c_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}, c_1 = c_2 = 0$$

Informasi yang akan didapatkan oleh Bob.

$$\left|\chi^{'}\right\rangle_B = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\left(m_0 x_0 + m_2 x_1\right)\left|0\right\rangle + \left(m_1 x_0 + m_3 x_1\right)|1\rangle\right]$$

- saat Alice melakukan pengukuran dengan keadaan dibawah ini

$$m_0 = m_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}, m_1 = m_2 = 0$$

Maka Bob harus melakukan pngukuran dengan σ_B agar informasi yang didapatkan sesuai

$$\left|\chi^{'}\right\rangle_B = \frac{1}{2}\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$$= \sigma_B\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$\sigma_B = 2I$

-saat pengukuran Alice $m_0 = -m_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}, m_1 = m_2 = 0$

$$\left|\chi^{'}\right\rangle_B = \frac{1}{2}\left(x_0\left|0\right\rangle - x_1\left|1\right\rangle\right)$$
$$= \sigma_B\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$\sigma_B = 2\sigma_z$

-saat pengukuran yang digunan $m_0 = m_3 = 0, m_1 = m_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$\left|\chi^{'}\right\rangle_B = \frac{1}{2}\left(x_1\left|0\right\rangle + x_0\left|1\right\rangle\right)$$
$$= \sigma_B\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$\sigma_B = 2\sigma_x$

-saat pengkuran $m_0 = m_3 = 0, m_1 = -m_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$\left|\chi^{'}\right\rangle_B = \frac{1}{2}\left(x_1\left|0\right\rangle - x_0\left|1\right\rangle\right)$$
$$= \sigma_B\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$\sigma_B = 2\sigma_x\sigma_z$

Pada teleportasi kuantum menggunakan keadaan terbelit umum dua suku memiliki probabilitas keberhasilan pengiriman sebesar $\frac{1}{4}$. Hasil dari keadaan due suku lainnya dapat dilihat pada table dibawah, dengan perhitungan lengkapnya dapat dilihat pada lampiran.

Tabel 4.1 Teleportasi menggunakan saluran kedaaan dua suku terbelit

no	Kanal	m_0, m_1, m_2, m_3	$\left\| x' \right\rangle_B$	σ_B
1	$\left\|\varphi\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\left\|00\right\rangle + \left\|11\right\rangle\right)$	$m_0 = -m_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}, m_1 = m_2 = 0$	$\frac{1}{2}\left(x_0\left\|0\right\rangle - x_1\left\|1\right\rangle\right)$	$2\sigma_z$
		$m_0 = m_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}, m_1 = m_2 = 0$	$\frac{1}{2}\left(x_0\left\|0\right\rangle + x_1\left\|1\right\rangle\right)$	$2I$
		$m_0 = m_3 = 0, m_1 = m_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}\left(x_1\left\|0\right\rangle + x_0\left\|1\right\rangle\right)$	$2\sigma_x$
		$m_0 = m_3 = 0, m_1 = -m_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}\left(x_1\left\|0\right\rangle - x_0\left\|1\right\rangle\right)$	$2\sigma_x\sigma_z$
2	$\left\|\varphi\right\rangle_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\left\|00\right\rangle - \left\|11\right\rangle\right)$	$m_0 = m_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}, m_1 = m_2 = 0$	$\frac{1}{2}\left(x_0\left\|0\right\rangle - x_1\left\|1\right\rangle\right)$	$2\sigma_z$
		$m_0 = -m_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}, m_1 = m_2 = 0$	$\frac{1}{2}\left(x_0\left\|0\right\rangle + x_1\left\|1\right\rangle\right)$	$2I$
		$m_0 = m_3 = 0, m_1 = m_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}\left(x_1\left\|0\right\rangle - x_0\left\|1\right\rangle\right)$	$2\sigma_x\sigma_z$

		$m_0 = m_3 = 0, m_1 = -m_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}\left(x_1\|0\rangle + x_0\|1\rangle\right)$	$2\sigma_x$
3	$\|\varphi\rangle_5 = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\|01\rangle + \|10\rangle\right)$	$m_0 = m_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}, m_1 = m_2 = 0$	$\frac{1}{2}\left(x_1\|0\rangle + x_0\|1\rangle\right)$	$2\sigma_x$
		$-m_0 = m_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}, m_1 = m_2 = 0$	$\frac{1}{2}\left(x_1\|0\rangle - x_0\|1\rangle\right)$	$2\sigma_x\sigma_z$
		$m_0 = m_3 = 0, m_1 = m_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}\left(x_0\|0\rangle + x_1\|1\rangle\right)$	$2I$
		$m_0 = m_3 = 0, m_1 = -m_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}\left(x_0\|0\rangle - x_1\|1\rangle\right)$	$2\sigma_z$
4	$\|\varphi\rangle_7 = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\|01\rangle - \|10\rangle\right)$	$m_0 = m_3 = -\frac{1}{\sqrt{2}}, m_1 = m_2 = 0$	$\frac{1}{2}\left(x_1\|0\rangle - x_0\|1\rangle\right)$	$2\sigma_x\sigma_z$
		$m_0 = -m_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}, m_1 = m_2 = 0$	$\frac{1}{2}\left(x_1\|0\rangle + x_0\|1\rangle\right)$	$2\sigma_x$
		$m_0 = m_3 = 0, -m_1 = -m_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}\left(x_0\|0\rangle - x_1\|1\rangle\right)$	$2\sigma_z$

		$m_0 = m_3 = 0, -m_1 = m_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}\left(x_0 \lvert 0\rangle + x_1 \lvert 1\rangle\right)$	$2I$

4.1.2 Teleportasi Menggunakan Keadaan Tiga Suku Terbelit

Selain bengunakan dua suku terbelit sebagai saluran, teleportasi kuantum juga dapat menggunakan saluran dengan tiga suku terbelit sebagai saluran. Contoh keaada dengan tiga suku terbelit sebagai saluran seperti dibawah ini.

$$\left|\varphi\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\left|00\right\rangle + \left|01\right\rangle + \left|10\right\rangle\right)$$

$$c_0 = c_1 = c_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}, c_3 = 0$$

$$\left|\chi^{'}\right\rangle_B = \frac{1}{\sqrt{3}}\left[\left(m_0x_0 + m_2x_1\right)\left(\left|0\right\rangle + \left|1\right\rangle\right) + \left(m_1x_0 + m_3x_1\right)\left|0\right\rangle\right]$$

- saat menggunakan pengukuran $m_0 = -m_1 = m_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, m_2 = 0$

$$\begin{aligned}\left|\chi^{'}\right\rangle_B &= \frac{1}{3}\left(x_0\left|0\right\rangle + x_0\left|1\right\rangle - x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|0\right\rangle\right)\\ &= \frac{1}{3}\left(x_0\left|1\right\rangle + x_1\left|0\right\rangle\right)\\ &= \sigma_B\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)\end{aligned}$$

$$\sigma_B = 3\sigma_x$$

- saat menggunakan pegukuran $-m_0 = m_1 = m_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, m_2 = 0$

$$\begin{aligned}\left|\chi^{'}\right\rangle_B &= \frac{1}{3}\left(-x_0\left|0\right\rangle - x_0\left|1\right\rangle + x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|0\right\rangle\right)\\ &= \frac{1}{3}\left(-x_0\left|1\right\rangle + x_1\left|0\right\rangle\right)\\ &= \sigma_B\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)\end{aligned}$$

$$\sigma_B = 3\sigma_x\sigma_z$$

- saat mengguakan pengukuran $m_1 = -m_2 = m_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, m_0 = 0$

$$\left|\chi^{'}\right\rangle_B = \frac{1}{3}\left(-x_1\left|0\right\rangle - x_1\left|1\right\rangle + x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|0\right\rangle\right)$$

$$= \frac{1}{3}\left(x_0\left|0\right\rangle - x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$$= \sigma_B\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$$\sigma_B = 3\sigma_z$$

- saat menggunakan pengukuran $m_1 = m_2 = -m_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, m_0 = 0$

$$\left|\chi^{'}\right\rangle_B = \frac{1}{3}\left(x_1\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle + x_0\left|0\right\rangle - x_1\left|0\right\rangle\right)$$

$$= \frac{1}{3}\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$$= \sigma_B\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$$\sigma_B = 3I$$

Pada teleportasi kuantum menggunakan keadaan terbelit umum dua suku memiliki probabilitas keberhasilan pengiriman sebesar $\frac{1}{9}$. Hasil dari keadaan tiga suku lainnya dapat dilihat pada table dibawah, dengan perhitungan lengkapnya dapat dilihat pada lampiran.

Tabel 4.2 Teleportasi menggunakan saluran kedaaan tiga suku terbelit

no	Kanal	m_0, m_1, m_2, m_3	$\left\|\chi'\right\rangle_B$	σ_B
1	$\left\|\varphi\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\left\|00\right\rangle + \left\|01\right\rangle + \left\|10\right\rangle\right)$	$m_1 = m_2 = -m_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, m_0 = 0$	$\frac{1}{3}\left(x_0\left\|0\right\rangle + x_1\left\|1\right\rangle\right)$	$3I$
		$m_1 = -m_2 = m_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, m_0 = 0$	$\frac{1}{3}\left(x_0\left\|0\right\rangle - x_1\left\|1\right\rangle\right)$	$3\sigma_z$
		$m_0 = -m_1 = m_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, m_2 = 0$	$\frac{1}{3}\left(x_1\left\|0\right\rangle + x_0\left\|1\right\rangle\right)$	$3\sigma_x$
		$-m_0 = m_1 = m_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, m_2 = 0$	$\frac{1}{3}\left(-x_1\left\|0\right\rangle + x_0\left\|1\right\rangle\right)$	$3\sigma_x\sigma_z$
2	$\left\|\varphi\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\left\|00\right\rangle + \left\|01\right\rangle - \left\|10\right\rangle\right)$	$m_1 = -m_2 = -m_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, m_0 = 0$	$\frac{1}{3}\left(x_0\left\|0\right\rangle + x_1\left\|1\right\rangle\right)$	$3I$
		$-m_1 = -m_2 = -m_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, m_0 = 0$	$\frac{1}{3}\left(x_0\left\|0\right\rangle - x_1\left\|1\right\rangle\right)$	$3\sigma_z$
		$m_0 = m_1 = -m_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, m_2 = 0$	$\frac{1}{3}\left(x_1\left\|0\right\rangle + x_0\left\|1\right\rangle\right)$	$3\sigma_x$

		$-m_0=-m_1=-m_3=\frac{1}{\sqrt{3}}, m_2=0$	$\frac{1}{3}\left(-x_0\left\|1\right\rangle+x_1\left\|0\right\rangle\right)$	$3\sigma_x\sigma_z$
3	$\left\|\varphi\right\rangle=\frac{1}{\sqrt{3}}\left(\left\|00\right\rangle-\left\|01\right\rangle+\left\|10\right\rangle\right)$	$m_1=-m_2=m_3=\frac{1}{\sqrt{3}}, m_0=0$	$\frac{1}{3}\left(x_0\left\|0\right\rangle+x_1\left\|1\right\rangle\right)$	$3I$
		$m_1=m_2=-m_3=\frac{1}{\sqrt{3}}, m_0=0$	$\frac{1}{3}\left(x_0\left\|0\right\rangle-x_1\left\|1\right\rangle\right)$	$3\sigma_z$
		$m_0=-m_1=m_3=\frac{1}{\sqrt{3}}, m_2=0$	$\frac{1}{3}\left(x_1\left\|0\right\rangle+x_0\left\|1\right\rangle\right)$	$3\sigma_x$
		$-m_0=m_1=m_3=\frac{1}{\sqrt{3}}, m_2=0$	$\frac{1}{3}\left(-x_0\left\|1\right\rangle+x_1\left\|0\right\rangle\right)$	$3\sigma_x\sigma_z$
4	$\left\|\varphi\right\rangle_{15}=\frac{1}{\sqrt{3}}\left(\left\|00\right\rangle-\left\|01\right\rangle-\left\|10\right\rangle\right)$	$-m_1=-m_2=-m_3=\frac{1}{\sqrt{3}}, m_0=0$	$\frac{1}{3}\left(x_0\left\|0\right\rangle+x_1\left\|1\right\rangle\right)$	$3I$
		$-m_1=m_2=m_3=\frac{1}{\sqrt{3}}, m_0=0$	$\frac{1}{3}\left(x_0\left\|0\right\rangle-x_1\left\|1\right\rangle\right)$	$3\sigma_z$

		$-m_0=-m_1=-m_3=\frac{1}{\sqrt{3}},m_2=0$	$\frac{1}{3}\left(x_1\lvert 0\rangle+x_0\lvert 1\rangle\right)$	$3\sigma_x$
		$m_0=m_1=-m_3=\frac{1}{\sqrt{3}},m_2=0$	$\frac{1}{3}\left(-x_0\lvert 1\rangle+x_1\lvert 0\rangle\right)$	$3\sigma_x\sigma_z$
5	$\lvert\varphi\rangle_{17}=\frac{1}{\sqrt{3}}\left(\lvert 00\rangle+\lvert 01\rangle+\lvert 11\rangle\right)$	$m_0=-m_1=m_3=\frac{1}{\sqrt{3}},m_2=0$	$\frac{1}{3}\left(x_0\lvert 0\rangle+x_1\lvert 1\rangle\right)$	$3I$
		$m_0=-m_1=-m_3=\frac{1}{\sqrt{3}},m_2=0$	$\frac{1}{3}\left(x_0\lvert 0\rangle-x_1\lvert 1\rangle\right)$	$3\sigma_z$
		$m_1=m_2=-m_3=\frac{1}{\sqrt{3}},m_0=0$	$\frac{1}{3}\left(x_1\lvert 0\rangle+x_0\lvert 1\rangle\right)$	$3\sigma_x$
		$m_1=-m_2=m_3=\frac{1}{\sqrt{3}},m_0=0$	$\frac{1}{3}\left(-x_0\lvert 1\rangle+x_1\lvert 0\rangle\right)$	$3\sigma_x\sigma_z$
6	$\lvert\varphi\rangle_{19}=\frac{1}{\sqrt{3}}\left(\lvert 00\rangle+\lvert 01\rangle-\lvert 11\rangle\right)$	$m_0=m_1=-m_3=\frac{1}{\sqrt{3}},m_2=0$	$\frac{1}{3}\left(x_0\lvert 0\rangle+x_1\lvert 1\rangle\right)$	$3I$

		$m_0=m_1=-m_3=\frac{1}{\sqrt{3}}, m_2=0$	$\frac{1}{3}\left(x_0\lvert 0\rangle - x_1\lvert 1\rangle\right)$	$3\sigma_z$
		$-m_1=m_2=m_3=\frac{1}{\sqrt{3}}, m_0=0$	$\frac{1}{3}\left(x_1\lvert 0\rangle + x_0\lvert 1\rangle\right)$	$3\sigma_x$
		$m_1=m_2=m_3=\frac{1}{\sqrt{3}}, m_0=0$	$\frac{1}{3}\left(-x_0\lvert 1\rangle + x_1\lvert 0\rangle\right)$	$3\sigma_x\sigma_z$
7	$\lvert\varphi\rangle_{21}=\frac{1}{\sqrt{3}}\left(\lvert 00\rangle-\lvert 01\rangle+\lvert 11\rangle\right)$	$m_0=m_1=m_3=\frac{1}{\sqrt{3}}, m_2=0$	$\frac{1}{3}\left(x_0\lvert 0\rangle + x_1\lvert 1\rangle\right)$	$3I$
		$m_0=m_1=-m_3=\frac{1}{\sqrt{3}}, m_2=0$	$\frac{1}{3}\left(x_0\lvert 0\rangle - x_1\lvert 1\rangle\right)$	$3\sigma_z$
		$m_1=m_2=m_3=\frac{1}{\sqrt{3}}, m_0=0$	$\frac{1}{3}\left(x_1\lvert 0\rangle + x_0\lvert 1\rangle\right)$	$3\sigma_x$
		$-m_1=m_2=m_3=\frac{1}{\sqrt{3}}, m_0=0$	$\frac{1}{3}\left(-x_0\lvert 1\rangle + x_1\lvert 0\rangle\right)$	$3\sigma_x\sigma_z$
8	$\lvert\varphi\rangle_{23}=\frac{1}{\sqrt{3}}\left(\lvert 00\rangle-\lvert 01\rangle-\lvert 11\rangle\right)$	$m_0=-m_1=-m_3=\frac{1}{\sqrt{3}}, m_2=0$	$\frac{1}{3}\left(x_0\lvert 0\rangle + x_1\lvert 1\rangle\right)$	$3I$

		$m_0 = -m_1 = m_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, m_2 = 0$	$\frac{1}{3}\left(x_0 \lvert 0\rangle - x_1 \lvert 1\rangle\right)$	$3\sigma_z$
		$-m_1 = m_2 = -m_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, m_0 = 0$	$\frac{1}{3}\left(x_1 \lvert 0\rangle + x_0 \lvert 1\rangle\right)$	$3\sigma_x$
		$m_1 = m_2 = -m_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, m_0 = 0$	$\frac{1}{3}\left(-x_0 \lvert 1\rangle + x_1 \lvert 0\rangle\right)$	$3\sigma_x\sigma_z$
9	$\lvert\varphi\rangle_{25} = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\lvert 01\rangle + \lvert 10\rangle + \lvert 11\rangle\right)$	$-m_0 = m_1 = m_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}, m_3 = 0$	$\frac{1}{3}\left(x_0 \lvert 0\rangle + x_1 \lvert 1\rangle\right)$	$3I$
		$-m_0 = m_1 = -m_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}, m_3 = 0$	$\frac{1}{3}\left(x_0 \lvert 0\rangle - x_1 \lvert 1\rangle\right)$	$3\sigma_z$
		$m_0 = -m_2 = m_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, m_1 = 0$	$\frac{1}{3}\left(x_1 \lvert 0\rangle + x_0 \lvert 1\rangle\right)$	$3\sigma_x$
		$-m_0 = -m_2 = m_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, m_1 = 0$	$\frac{1}{3}\left(-x_0 \lvert 1\rangle + x_1 \lvert 0\rangle\right)$	$3\sigma_x\sigma_z$

4.1.3 Teleportasi Menggunakan Keadaan Empat Suku Terbelit

Teleportasi kuantum juga dapat menggukan empat suku keadaan terbelit sebagai berikut.

$$|\varphi\rangle = \frac{1}{2}\left(|00\rangle + |01\rangle + |10\rangle - |11\rangle\right)$$

$$c_0 = c_1 = c_2 = -c_3 = \frac{1}{2}$$

Informasi yang akan didapatkan oleh Bob.

$$\left|\chi^{'}\right\rangle_B = \frac{1}{2}\left[\left(m_0 x_0 + m_2 x_1\right)\left(|0\rangle + |1\rangle\right) + \left(m_1 x_0 + m_3 x_1\right)\left(|0\rangle + |1\rangle\right)\right]$$

- saat Alice melakukan pengukuran dengan keadaan dibawah ini

$$m_0 = m_1 = m_2 = -m_3 = \frac{1}{2}$$

Maka Bob harus melakukan pngukuran dengan σ_B agar informasi yang didapatkan sesuai

$$\left|\chi^{'}\right\rangle_B = \frac{1}{2}\left(x_0|0\rangle + x_1|1\rangle\right)$$

$$= \sigma_B\left(x_0|0\rangle + x_1|1\rangle\right)$$

$$\sigma_B = 2I$$

-saat pengukuran Alice $m_0 = m_1 = -m_2 = m_3 = \frac{1}{2}$

$$\left|\chi^{'}\right\rangle_B = \frac{1}{2}\left(x_0|1\rangle + x_1|0\rangle\right)$$

$$= \sigma_B\left(x_0|0\rangle + x_1|1\rangle\right)$$

$$\sigma_B = 2\sigma_x$$

-saat pengukuran yang digunan $m_0 = -m_1 = m_2 = m_3 = \frac{1}{2}$

$$\left|\chi'\right\rangle_B = \frac{1}{2}\left(x_1\left|0\right\rangle + x_0\left|1\right\rangle\right)$$
$$= \sigma_B\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$
$$\sigma_B = 2\sigma_z$$

-saat pengkuran $-m_0 = m_1 = m_2 = m_3 = \frac{1}{2}$

$$\left|\chi'\right\rangle_B = \frac{1}{2}\left(x_1\left|0\right\rangle - x_0\left|1\right\rangle\right)$$
$$= \sigma_B\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$
$$\sigma_B = 2\sigma_x\sigma_z$$

Pada teleportasi kuantum menggunakan keadaan terbelit umum dua suku memiliki probabilitas keberhasilan pengiriman sebesar $\frac{1}{4}$. Hasil dari keadaan empat suku lainnya dapat dilihat pada table dibawah, dengan perhitungan lengkapnya dapat dilihat pada lampiran.

Tabel 4.3 Teleportasi menggunakan saluran kedaaan empat suku terbelit

no	Kanal	m_0, m_1, m_2, m_3	$\lvert x^{'}\rangle_B$	σ_B
1	$\lvert\varphi\rangle = \frac{1}{2}\left(\lvert 00\rangle + \lvert 01\rangle + \lvert 10\rangle - \lvert 11\rangle\right)$	$m_0 = -m_1 = m_2 = m_3 = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\left(x_0\lvert 0\rangle - x_1\lvert 1\rangle\right)$	$2\sigma_z$
		$m_0 = m_1 = m_2 = -m_3 = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\left(x_0\lvert 0\rangle + x_1\lvert 1\rangle\right)$	$2I$
		$m_0 = m_1 = -m_2 = m_3 = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\left(x_1\lvert 0\rangle + x_0\lvert 1\rangle\right)$	$2\sigma_x$
		$-m_0 = m_1 = m_2 = m_3 = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\left(x_1\lvert 0\rangle - x_0\lvert 1\rangle\right)$	$2\sigma_x\sigma_z$
2	$\lvert\varphi\rangle = \frac{1}{2}\left(\lvert 00\rangle + \lvert 01\rangle - \lvert 10\rangle + \lvert 11\rangle\right)$	$m_0 = -m_1 = m_2 = m_3 = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\left(x_0\lvert 0\rangle - x_1\lvert 1\rangle\right)$	$2\sigma_z$
		$m_0 = m_1 = m_2 = -m_3 = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\left(x_0\lvert 0\rangle + x_1\lvert 1\rangle\right)$	$2I$
		$m_0 = m_1 = -m_2 = m_3 = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\left(x_1\lvert 0\rangle - x_0\lvert 1\rangle\right)$	$2\sigma_x\sigma_z$

		$-m_0 = m_1 = m_2 = m_3 = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\left(x_1\left\|0\right\rangle + x_0\left\|1\right\rangle\right)$	$2\sigma_x$
3	$\left\|\varphi\right\rangle = \frac{1}{2}\left(\left\|00\right\rangle - \left\|01\right\rangle + \left\|10\right\rangle + \left\|11\right\rangle\right)$	$m_0 = -m_1 = m_2 = m_3 = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\left(x_1\left\|0\right\rangle + x_0\left\|1\right\rangle\right)$	$2\sigma_x$
		$m_0 = m_1 = m_2 = -m_3 = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\left(x_1\left\|0\right\rangle - x_0\left\|1\right\rangle\right)$	$2\sigma_x\sigma_z$
		$m_0 = m_1 = -m_2 = m_3 = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\left(x_0\left\|0\right\rangle + x_1\left\|1\right\rangle\right)$	$2I$
		$-m_0 = m_1 = m_2 = m_3 = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\left(x_0\left\|0\right\rangle - x_1\left\|1\right\rangle\right)$	$2\sigma_z$
4	$\left\|\varphi\right\rangle = \frac{1}{2}\left(-\left\|00\right\rangle + \left\|01\right\rangle + \left\|10\right\rangle + \left\|11\right\rangle\right)$	$m_0 = -m_1 = m_2 = m_3 = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\left(x_1\left\|0\right\rangle - x_0\left\|1\right\rangle\right)$	$2\sigma_x\sigma_z$
		$m_0 = m_1 = m_2 = -m_3 = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\left(x_1\left\|0\right\rangle + x_0\left\|1\right\rangle\right)$	$2\sigma_x$
		$m_0 = m_1 = -m_2 = m_3 = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\left(x_0\left\|0\right\rangle - x_1\left\|1\right\rangle\right)$	$2\sigma_z$
		$-m_0 = m_1 = m_2 = m_3 = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\left(x_0\left\|0\right\rangle + x_1\left\|1\right\rangle\right)$	$2I$

4.2 Teleportasi Menggunakan Keadaan Terbelit Khusus

Saat menggunakan saluran(*canal*) entangle umum, yaitu saluran dengan nilai konstanta pada setiap suku bernilai berbeda seperti contohnya saluran dibawah ini.

-Saat keadaan sembarang dua suku,

$$|\varphi\rangle = 0,8|00\rangle + 0,6|11\rangle$$

$$\left|\chi^{'}\right\rangle_B = \left(m_0x_0 + m_2x_1\right)0,8|0\rangle + \left(m_1x_0 + m_3x_1\right)0,6|1\rangle$$

dengan menggunakan pengukuran

$$|\pi\rangle = 0,6|00\rangle + 0,8|11\rangle$$

Informasi yang akan ditema oleh Bob

$$\left|\chi^{'}\right\rangle_B = 0,48x_0|0\rangle + 0,48x_1|1\rangle$$

Operator uniter yang harus dilakukan Bob agar mendapatkan informasi yang benar berupa

$$\sigma_B = \frac{1}{0,48}I$$

dengan probabilitas terkirimnya informasi sebesar 0,2304.

Keadaan sembarang dua suku yang lainnya

$$|\varphi\rangle = \frac{2}{\sqrt{5}}|00\rangle + \frac{1}{\sqrt{5}}|11\rangle$$

$$\left|\chi^{'}\right\rangle_B = \left(m_0x_0 + m_2x_1\right)\frac{2}{\sqrt{5}}|0\rangle + \left(m_1x_0 + m_3x_1\right)\frac{1}{\sqrt{5}}|1\rangle$$

dengan menggunakan pengukuran

$$|\pi\rangle = \frac{1}{\sqrt{5}}|00\rangle + \frac{2}{\sqrt{5}}|11\rangle$$

Informasi yang akan ditema oleh Bob

$$\left|\chi^{'}\right\rangle_B = \frac{2}{5}\left(x_0|0\rangle + x_1|1\rangle\right)$$

Operator uniter yang harus dilakukan Bob agar mendapatkan informasi yang benar berupa

$$\sigma_B = \frac{5}{2} I$$

dengan probabilitas terkirimnya informasi sebesar $\frac{4}{25}$

-Saat Keadaan sembarang tiga suku

$$|\varphi\rangle = \frac{2}{\sqrt{6}}|00\rangle + \frac{1}{\sqrt{6}}|01\rangle + \frac{1}{\sqrt{6}}|11\rangle$$

$$\left|\chi^{'}\right\rangle_B = (m_0 x_0 + m_2 x_1)\left(\frac{2}{\sqrt{6}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{6}}|1\rangle\right) + (m_1 x_0 + m_3 x_1)\frac{1}{\sqrt{3}}|1\rangle$$

Tidak ada pengukuran yang dapat menghasilkan informasi yang diharapkan.

-Saat keadaan sembarang empat suku

$$c_0 = 0,5, c_1 = 0,5, c_2 = 0,7, c_3 = 0,1$$

$$\left|\chi^{'}\right\rangle_B = (m_0 x_0 + m_2 x_1)(0,5|0\rangle + 0,5|1\rangle)$$
$$+ (m_1 x_0 + m_3 x_1)(0,7|0\rangle + 0,1|1\rangle)$$

Tidak ada pemgukuran yang dapat menghasilkan informasi yang diharapkan saat menggunakan saluran (*canal*) seperti diatas. Hasil pengukuran dengan keadaan umum ini dapat dilihat pada lampiran. Perbedaan konstanta pada pengukuran yang dilakukan oleh bob berkaitan dengan probabilitas informasi tersebut untuk dapat dikirim, dimana konstanta tersebut adalah akar dari probabilitas.

“ Halaman ini sengaja Dikosongkan ”

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5. 1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dari penelitian ini pada bab IV didapatkan kesimpulan sebagai berikut:

- Qubit ganda dapat mengirimkan qubit tunggal sembarang.
- Keadaan umum qubit ganda dapat mengirimkan qubit tunggal sembarang, dengan probabilitas keberhasilan pengiriman untuk dua dan empat suku sebesar $\frac{1}{4}$ dan untuk tiga suku sebesar $\frac{1}{9}$
- Keadaan khusus qubit ganda yang dapat mengirimkan qubit tunggal sembarang hanya qubit ganda dengan dua suku, dikarenakan untuk keadaan dengan tiga dan empat suku tidak ada pengukuran yang sesuai**.** Probabilitas keberhasilan pengiriman terbesar sebesar $\frac{4}{25}$.

5.2 Saran

Berdasarkan hasil dari penelitian ini disarankan untuk penelitian selanjutnya beralih pada permasalahan yang kebih kompleks, dengan mengembangkan jumlah qubit yang digunakan.

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

DAFTAR PUSTAKA

Bennett, C.H., Brassard, G., dkk. Teleporting an Unknown Quantum State Via Dual Clasical and Einstein-Podolsky Rosen Chanel. Phys. Rev. Lett. 70, 1895 (1993)

Nielsen, N.A., and Chuang, I.L., 2000. Quantum Computation and Quantum Information. New York: Cambridge University Press.

Nakahara Mikio., Ohmi Tetsuo., 2008. Quantum Computing. CRC Press Taylor & Francis Grup

Purwanto, A., 2014. Diktat Mekanika Kuatum. Surabaya ITS

Saputra, Y.D., 2013. Thesis Algoritma Deutsch-Josza 3 Qubit. Surabaya ITS

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

LAMPIRAN A

Singular Value Decomposition (SVD)

Jika terdapat sebuah matriks A dengan dimensi $m \times n$, dapat dipisahkan mejadi tiga buah matriks dibawah ini.

$$A = U \Lambda V^{\dagger} \tag{A.1}$$

Matriks U berdimensi $m \times m$, Λ berdimensi $m \times n$ sementara $V^{\dagger}$ berdimensi $n \times n$. Maka dimensi dari $A^{\dagger} A$ adalah $n \times n$.

$$A^{\dagger} A \left| \lambda_i \right\rangle = \lambda_i \left| \lambda_i \right\rangle$$

$$\left\langle \lambda_i \right| A^{\dagger} A \left| \lambda_i \right\rangle = \lambda_i \left\langle \lambda_i | \lambda_i \right\rangle$$

$$\lambda_i = \left\langle \lambda_i \right| A^{\dagger} A \left| \lambda_i \right\rangle$$

$$\lambda_i = \left| \left\langle \lambda_i | \lambda_i \right\rangle \right|^2$$

$$\lambda_i \geq 0 \tag{A.2}$$

$$\text{Matriks } V = \left(\left| \lambda_1 \right\rangle \quad \left| \lambda_2 \right\rangle \quad \left| \lambda_3 \right\rangle \quad \ldots \quad \left| \lambda_n \right\rangle \right) \tag{A.3}$$

dengan $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3 \geq \ldots \geq \lambda_r > 0$, $\lambda_{r+1} = \lambda_{r+2} = \ldots = \lambda_n = 0$

$$\text{Matriks } \Lambda = \begin{pmatrix} \sqrt{\lambda_1} & 0 & . & . & . & . & . \\ 0 & \sqrt{\lambda_1} & 0 & . & . & . & . \\ 0 & 0 & \sqrt{\lambda_1} & 0 & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & . & 0 & 0 & . \\ . & . & . & 0 & \sqrt{\lambda_1} & 0 & . \\ . & . & . & . & 0 & 0 & 0 \\ . & . & . & . & . & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{A.4}$$

untuk matrik $U = \left(|m_1\rangle \quad |m_2\rangle \quad \ldots \quad |m_r\rangle \quad |m_{r+1}\rangle \quad \ldots \quad |m_n\rangle \right)^t$ (A.5)

dengan $|m_l\rangle = \frac{1}{\sqrt{\lambda_l}} A|\lambda_l\rangle$.

Sehingga didapatkan (Nakahara,2008).

$$U\Lambda V^\dagger = U\begin{pmatrix} \sqrt{\lambda_1} & 0 & . & . & . & . & . \\ 0 & \sqrt{\lambda_1} & 0 & . & . & . & . \\ 0 & 0 & \sqrt{\lambda_1} & 0 & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & . & 0 & 0 & . \\ . & . & . & 0 & \sqrt{\lambda_1} & 0 & . \\ . & . & . & . & 0 & 0 & 0 \\ . & . & . & . & . & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \langle\lambda_1| \\ \langle\lambda_2| \\ \langle\lambda_3| \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \langle\lambda_n| \end{pmatrix} \quad \text{(A.6)}$$

$$U\Lambda V^\dagger = \left(|m_1\rangle\sqrt{\lambda_1}\langle\lambda_1| + |m_2\rangle\sqrt{\lambda_2}\langle\lambda_2| + \ldots + |m_r\rangle\sqrt{\lambda_r}\langle\lambda_r| \right)$$

$$U\Lambda V^\dagger = \left(A|\lambda_1\rangle\langle\lambda_1| + A|\lambda_2\rangle\langle\lambda_2| + \ldots + A|\lambda_r\rangle\langle\lambda_r| \right)$$

$$U\Lambda V^\dagger = A\left(|\lambda_1\rangle\langle\lambda_1| + |\lambda_2\rangle\langle\lambda_2| + \ldots + |\lambda_r\rangle\langle\lambda_r| \right)$$

$$U\Lambda V^\dagger = A\sum_{i=1}^{n}|\lambda_i\rangle\langle\lambda_i|$$

$$U\Lambda V^\dagger = A \quad \text{(A.7)}$$

LAMPIRAN B

Perumusan Umum Teleportasi Kuantum Satu Qubit Informasi Melalui Saluran Qubit Ganda

B.1 Teleportasi Menggunakan Keadaan Terbelit Dua Suku

1). $|\varphi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|00\rangle - |11\rangle\right)$

$c_0 = -c_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}, c_1 = c_2 = 0$

$\left|\chi^{'}\right\rangle_B = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\left(m_0 x_0 + m_2 x_1\right)|0\rangle - \left(m_1 x_0 + m_3 x_1\right)|1\rangle\right]$

- saat $m_0 = m_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}, m_1 = m_2 = 0$

$\left|\chi^{'}\right\rangle_B = \frac{1}{2}\left(x_0|0\rangle - x_1|1\rangle\right)$

$= \sigma_B\left(x_0|0\rangle + x_1|1\rangle\right)$

$\sigma_B = 2\sigma_z$

-saat $m_0 = -m_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}, m_1 = m_2 = 0$

$\left|\chi^{'}\right\rangle_B = \frac{1}{2}\left(x_0|0\rangle + x_1|1\rangle\right)$

$= \sigma_B\left(x_0|0\rangle + x_1|1\rangle\right)$

$\sigma_B = 2I$

-saat $m_0 = m_3 = 0, m_1 = m_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\left|\chi^{'}\right\rangle_B = \frac{1}{2}\left(x_1|0\rangle - x_0|1\rangle\right)$

$$= \sigma_B \left(x_0 |0\rangle + x_1 |1\rangle \right)$$

$$\sigma_B = 2\sigma_x \sigma_z$$

-saat $m_0 = m_3 = 0, -m_1 = -m_2 = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$$\left|\chi'\right\rangle_B = \frac{1}{2}\left(-x_1 |0\rangle + x_0 |1\rangle\right)$$

$$= \sigma_B \left(x_0 |0\rangle + x_1 |1\rangle \right)$$

$$\sigma_B = -2\sigma_x \sigma_z = 2\sigma_z \sigma_x$$

-saat $m_0 = m_3 = 0, m_1 = -m_2 = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$$\left|\chi'\right\rangle_B = \frac{1}{2}\left(x_1 |0\rangle + x_0 |1\rangle\right)$$

$$= \sigma_B \left(x_0 |0\rangle + x_1 |1\rangle \right)$$

$$\sigma_B = 2\sigma_x$$

2) $|\varphi\rangle = \dfrac{1}{\sqrt{2}}\left(|01\rangle + |10\rangle\right)$

$$c_0 = c_3 = 0, c_1 = c_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\left|\chi'\right\rangle_B = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\left(m_0 x_0 + m_2 x_1\right)|1\rangle + \left(m_1 x_0 + m_3 x_1\right)|0\rangle\right]$$

- saat $m_0 = m_3 = \dfrac{1}{\sqrt{2}}, m_1 = m_2 = 0$

$$\left|\chi'\right\rangle_B = \frac{1}{2}\left(x_0 |1\rangle + x_1 |0\rangle\right)$$

$$= \sigma_B \left(x_0 |0\rangle + x_1 |1\rangle \right)$$

$\sigma_B = 2\sigma_x$

-saat $m_0 = m_3 = -\frac{1}{\sqrt{2}}, m_1 = m_2 = 0$

$$\left|\chi'\right\rangle_B = \frac{1}{2}\left(-x_0\left|1\right\rangle - x_1\left|0\right\rangle\right)$$
$$= \sigma_B\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$\sigma_B = -2\sigma_x$

-saat $-m_0 = m_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}, m_1 = m_2 = 0$

$$\left|\chi'\right\rangle_B = \frac{1}{2}\left(-x_0\left|1\right\rangle + x_1\left|0\right\rangle\right)$$
$$= \sigma_B\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$\sigma_B = 2\sigma_x\sigma_z$

-saat $m_0 = m_3 = 0, m_1 = m_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$\left|\chi'\right\rangle_B = \frac{1}{2}\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$
$$= \sigma_B\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$\sigma_B = 2I$

-saat $m_0 = m_3 = 0, m_1 = -m_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$\left|\chi'\right\rangle_B = \frac{1}{2}\left(-x_1\left|1\right\rangle + x_0\left|0\right\rangle\right)$$
$$= \sigma_B\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$\sigma_B = 2\sigma_z$

-saat $m_0 = m_3 = 0, -m_1 = m_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$\left|\chi'\right\rangle_B = \frac{1}{2}\left(x_1\left|1\right\rangle - x_0\left|0\right\rangle\right)$$
$$= \sigma_B\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$\sigma_B = -2\sigma_z$

3) $\left|\varphi\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\left|01\right\rangle - \left|10\right\rangle\right)$

$c_0 = c_3 = 0, c_1 = -c_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$\left|\chi'\right\rangle_B = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\left(m_0x_0 + m_2x_1\right)\left|1\right\rangle - \left(m_1x_0 + m_3x_1\right)\left|0\right\rangle\right]$$

- saat $m_0 = m_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}, m_1 = m_2 = 0$

$$\left|\chi'\right\rangle_B = \frac{1}{2}\left(x_0\left|1\right\rangle - x_1\left|0\right\rangle\right)$$
$$= \sigma_B\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$\sigma_B = 2\sigma_z\sigma_x$

-saat $m_0 = -m_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}, m_1 = m_2 = 0$

$$\left|\chi'\right\rangle_B = \frac{1}{2}\left(x_0\left|1\right\rangle + x_1\left|0\right\rangle\right)$$
$$= \sigma_B\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$\sigma_B = 2\sigma_x$

-saat $-m_0 = m_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}, m_1 = m_2 = 0$

$$\left|\chi^{'}\right\rangle_B = \frac{1}{2}\left(-x_0\left|1\right\rangle - x_1\left|0\right\rangle\right)$$
$$= \sigma_B\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$
$$\sigma_B = -2\sigma_x$$

B.2 Teleportasi Menggunakan Keadaan Terbelit Tiga Suku

Saat kanal yang digunakan tiga suku

1) $\left|\varphi\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\left|00\right\rangle + \left|01\right\rangle + \left|10\right\rangle\right)$

$$c_0 = c_1 = c_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}, c_3 = 0$$
$$\left|\chi^{'}\right\rangle_B = \frac{1}{\sqrt{3}}\left[\left(m_0x_0 + m_2x_1\right)\left(\left|0\right\rangle + \left|1\right\rangle\right) + \left(m_1x_0 + m_3x_1\right)\left|0\right\rangle\right]$$

- saat $m_0 = -m_1 = m_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, m_2 = 0$

$$\left|\chi^{'}\right\rangle_B = \frac{1}{3}\left(x_0\left|0\right\rangle + x_0\left|1\right\rangle - x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|0\right\rangle\right)$$
$$= \frac{1}{3}\left(x_0\left|1\right\rangle + x_1\left|0\right\rangle\right)$$
$$= \sigma_B\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$
$$\sigma_B = 3\sigma_x$$

- saat $-m_0 = m_1 = m_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, m_2 = 0$

$$\left|\chi^{'}\right\rangle_B = \frac{1}{3}\left(-x_0\left|0\right\rangle - x_0\left|1\right\rangle + x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|0\right\rangle\right)$$
$$= \frac{1}{3}\left(-x_0\left|1\right\rangle + x_1\left|0\right\rangle\right)$$

$$= \sigma_B \left(x_0 \left|0\right\rangle + x_1 \left|1\right\rangle \right)$$

$$\sigma_B = 3\sigma_x \sigma_z$$

- saat $m_1 = -m_2 = m_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, m_0 = 0$

$$\left|\chi^{'}\right\rangle_B = \frac{1}{3}\left(-x_1 \left|0\right\rangle - x_1 \left|1\right\rangle + x_0 \left|0\right\rangle + x_1 \left|0\right\rangle \right)$$

$$= \frac{1}{3}\left(x_0 \left|0\right\rangle - x_1 \left|1\right\rangle \right)$$

$$= \sigma_B \left(x_0 \left|0\right\rangle + x_1 \left|1\right\rangle \right)$$

$$\sigma_B = 3\sigma_z$$

- saat $m_1 = m_2 = -m_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, m_0 = 0$

$$\left|\chi^{'}\right\rangle_B = \frac{1}{3}\left(x_1 \left|0\right\rangle + x_1 \left|1\right\rangle + x_0 \left|0\right\rangle - x_1 \left|0\right\rangle \right)$$

$$= \frac{1}{3}\left(x_0 \left|0\right\rangle + x_1 \left|1\right\rangle \right)$$

$$= \sigma_B \left(x_0 \left|0\right\rangle + x_1 \left|1\right\rangle \right)$$

$$\sigma_B = 3I$$

2) $\left|\varphi\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\left|00\right\rangle + \left|01\right\rangle - \left|10\right\rangle \right)$

$$c_0 = c_1 = -c_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}, c_3 = 0$$

$$\left|\chi^{'}\right\rangle_B = \frac{1}{\sqrt{3}}\left[\left(m_0 x_0 + m_2 x_1 \right)\left(\left|0\right\rangle + \left|1\right\rangle \right) - \left(m_1 x_0 + m_3 x_1 \right)\left|0\right\rangle \right]$$

- saat $-m_0 = -m_1 = -m_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, m_2 = 0$

$$\left|\chi^{'}\right\rangle_B = \frac{1}{3}\left(-x_0\left|0\right\rangle - x_0\left|1\right\rangle + x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|0\right\rangle\right)$$
$$= \frac{1}{3}\left(-x_0\left|1\right\rangle + x_1\left|0\right\rangle\right)$$
$$= \sigma_B\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$
$$\sigma_B = 3\sigma_x\sigma_z$$

- saat $m_0 = m_1 = -m_3 = \dfrac{1}{\sqrt{3}}, m_2 = 0$

$$\left|\chi^{'}\right\rangle_B = \frac{1}{3}\left(x_0\left|0\right\rangle + x_0\left|1\right\rangle - x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|0\right\rangle\right)$$
$$= \frac{1}{3}\left(x_0\left|1\right\rangle + x_1\left|0\right\rangle\right)$$
$$= \sigma_B\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$
$$\sigma_B = 3\sigma_x$$

- saat $-m_1 = -m_2 = -m_3 = \dfrac{1}{\sqrt{3}}, m_0 = 0$

$$\left|\chi^{'}\right\rangle_B = \frac{1}{3}\left(-x_1\left|0\right\rangle - x_1\left|1\right\rangle + x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|0\right\rangle\right)$$
$$= \frac{1}{3}\left(x_0\left|0\right\rangle - x_1\left|1\right\rangle\right)$$
$$= \sigma_B\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$
$$\sigma_B = 3\sigma_z$$

- saat $-m_1 = m_2 = m_3 = \dfrac{1}{\sqrt{3}}, m_0 = 0$

$$\left|\chi^{'}\right\rangle_B = \frac{1}{3}\left(x_1\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle + x_0\left|0\right\rangle - x_1\left|0\right\rangle\right)$$

$$= \frac{1}{3}\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$$= \sigma_B\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$$\sigma_B = 3I$$

3) $\left|\varphi\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\left|00\right\rangle - \left|01\right\rangle + \left|10\right\rangle\right)$

$$c_0 = -c_1 = c_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}, c_3 = 0$$

$$\left|\chi^{'}\right\rangle_B = \frac{1}{\sqrt{3}}\left[\left(m_0x_0 + m_2x_1\right)\left(\left|0\right\rangle - \left|1\right\rangle\right) + \left(m_1x_0 + m_3x_1\right)\left|0\right\rangle\right]$$

- saat $m_0 = -m_1 = m_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, m_2 = 0$

$$\left|\chi^{'}\right\rangle_B = \frac{1}{3}\left(x_0\left|0\right\rangle + x_0\left|1\right\rangle - x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|0\right\rangle\right)$$

$$= \frac{1}{3}\left(x_0\left|1\right\rangle + x_1\left|0\right\rangle\right)$$

$$= \sigma_B\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$$\sigma_B = 3\sigma_x$$

- saat $-m_0 = m_1 = m_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, m_2 = 0$

$$\left|\chi^{'}\right\rangle_B = \frac{1}{3}\left(-x_0\left|0\right\rangle - x_0\left|1\right\rangle + x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|0\right\rangle\right)$$

$$= \frac{1}{3}\left(-x_0\left|1\right\rangle + x_1\left|0\right\rangle\right)$$

$$= \sigma_B\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$$\sigma_B = 3\sigma_x\sigma_z$$

- saat $m_1 = m_2 = -m_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, m_0 = 0$

$$\left|\chi'\right\rangle_B = \frac{1}{3}\left(x_1\left|0\right\rangle - x_1\left|1\right\rangle + x_0\left|0\right\rangle - x_1\left|0\right\rangle\right)$$

$$= \frac{1}{3}\left(x_0\left|0\right\rangle - x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$$= \sigma_B\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$\sigma_B = 3\sigma_z$

- saat $m_1 = -m_2 = m_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, m_0 = 0$

$$\left|\chi'\right\rangle_B = \frac{1}{3}\left(-x_1\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle + x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|0\right\rangle\right)$$

$$= \frac{1}{3}\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$$= \sigma_B\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$\sigma_B = 3I$

4) $\left|\varphi\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\left|00\right\rangle - \left|01\right\rangle - \left|10\right\rangle\right)$

$c_0 = -c_1 = -c_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}, c_3 = 0$

$$\left|\chi'\right\rangle_B = \frac{1}{\sqrt{3}}\left[\left(m_0x_0 + m_2x_1\right)\left(\left|0\right\rangle - \left|1\right\rangle\right) - \left(m_1x_0 + m_3x_1\right)\left|0\right\rangle\right]$$

- saat $m_0 = m_1 = -m_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, m_2 = 0$

$$\left|\chi'\right\rangle_B = \frac{1}{3}\left(x_0\left|0\right\rangle - x_0\left|1\right\rangle - x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|0\right\rangle\right)$$

$$= \frac{1}{3}\left(-x_0\left|1\right\rangle + x_1\left|0\right\rangle\right)$$

$$= \sigma_B\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$$\sigma_B = 3\sigma_x\sigma_z$$

- saat $-m_0 = -m_1 = -m_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, m_2 = 0$

$$\left|\chi'\right\rangle_B = \frac{1}{3}\left(-x_0\left|0\right\rangle + x_0\left|1\right\rangle + x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|0\right\rangle\right)$$

$$= \frac{1}{3}\left(x_0\left|1\right\rangle + x_1\left|0\right\rangle\right)$$

$$= \sigma_B\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$$\sigma_B = 3\sigma_x$$

- saat $-m_1 = m_2 = m_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, m_0 = 0$

$$\left|\chi'\right\rangle_B = \frac{1}{3}\left(x_1\left|0\right\rangle - x_1\left|1\right\rangle + x_0\left|0\right\rangle - x_1\left|0\right\rangle\right)$$

$$= \frac{1}{3}\left(x_0\left|0\right\rangle - x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$$= \sigma_B\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$$\sigma_B = 3\sigma_z$$

- saat $-m_1 = -m_2 = -m_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, m_0 = 0$

$$\left|\chi'\right\rangle_B = \frac{1}{3}\left(-x_1\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle + x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|0\right\rangle\right)$$

$$= \frac{1}{3}\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$$= \sigma_B \left(x_0 \left|0\right\rangle + x_1 \left|1\right\rangle \right)$$

$$\sigma_B = 3I$$

5) $\left|\varphi\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\left|00\right\rangle + \left|01\right\rangle + \left|11\right\rangle\right)$

$$c_0 = c_1 = c_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, c_2 = 0$$

$$\left|\chi^{'}\right\rangle_B = \frac{1}{\sqrt{3}}\left[\left(m_0 x_0 + m_2 x_1\right)\left(\left|0\right\rangle + \left|1\right\rangle\right) + \left(m_1 x_0 + m_3 x_1\right)\left|1\right\rangle\right]$$

- saat $m_0 = -m_1 = m_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, m_2 = 0$

$$\left|\chi^{'}\right\rangle_B = \frac{1}{3}\left(x_0\left|0\right\rangle + x_0\left|1\right\rangle - x_0\left|1\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$$= \frac{1}{3}\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$$= \sigma_B \left(x_0 \left|0\right\rangle + x_1 \left|1\right\rangle \right)$$

$$\sigma_B = 3I$$

- saat $m_0 = -m_1 = -m_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, m_2 = 0$

$$\left|\chi^{'}\right\rangle_B = \frac{1}{3}\left(x_0\left|0\right\rangle + x_0\left|1\right\rangle - x_0\left|1\right\rangle - x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$$= \frac{1}{3}\left(x_0\left|0\right\rangle - x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$$= \sigma_B \left(x_0 \left|0\right\rangle + x_1 \left|1\right\rangle \right)$$

$$\sigma_B = 3\sigma_z$$

- saat $m_1 = m_2 = -m_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, m_0 = 0$

$$\left|\chi'\right\rangle_B = \frac{1}{3}\left(x_1\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle + x_0\left|1\right\rangle - x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$$= \frac{1}{3}\left(x_1\left|0\right\rangle + x_0\left|1\right\rangle\right)$$

$$= \sigma_B\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$$\sigma_B = 3\sigma_x$$

- saat $-m_1 = m_2 = -m_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, m_0 = 0$

$$\left|\chi'\right\rangle_B = \frac{1}{3}\left(x_1\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle - x_0\left|1\right\rangle - x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$$= \frac{1}{3}\left(x_1\left|0\right\rangle - x_0\left|1\right\rangle\right)$$

$$= \sigma_B\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$$\sigma_B = 3\sigma_x\sigma_z$$

6) $\left|\varphi\right\rangle_{19} = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\left|00\right\rangle + \left|01\right\rangle - \left|11\right\rangle\right)$

$$c_0 = c_1 = -c_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, c_2 = 0$$

$$\left|\chi'\right\rangle_B = \frac{1}{\sqrt{3}}\left[\left(m_0x_0 + m_2x_1\right)\left(\left|0\right\rangle + \left|1\right\rangle\right) - \left(m_1x_0 + m_3x_1\right)\left|1\right\rangle\right]$$

- saat $m_0 = m_1 = m_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, m_2 = 0$

$$\left|\chi'\right\rangle_B = \frac{1}{3}\left(x_0\left|0\right\rangle + x_0\left|1\right\rangle - x_0\left|1\right\rangle - x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$$= \frac{1}{3}\left(x_0\left|0\right\rangle - x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$$= \sigma_B\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$\sigma_B = 3\sigma_z$

- saat $m_0 = m_1 = -m_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, m_2 = 0$

$$\left|\chi'\right\rangle_B = \frac{1}{3}\left(x_0\left|0\right\rangle + x_0\left|1\right\rangle - x_0\left|1\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$
$$= \frac{1}{3}\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$
$$= \sigma_B\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$\sigma_B = 3I$

- saat $m_1 = m_2 = m_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, m_0 = 0$

$$\left|\chi'\right\rangle_B = \frac{1}{3}\left(x_1\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle - x_0\left|1\right\rangle - x_1\left|1\right\rangle\right)$$
$$= \frac{1}{3}\left(x_1\left|0\right\rangle - x_0\left|1\right\rangle\right)$$
$$= \sigma_B\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$\sigma_B = 3\sigma_x\sigma_z$

- saat $-m_1 = m_2 = m_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, m_0 = 0$

$$\left|\chi'\right\rangle_B = \frac{1}{3}\left(x_1\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle + x_0\left|1\right\rangle - x_1\left|1\right\rangle\right)$$
$$= \frac{1}{3}\left(x_1\left|0\right\rangle + x_0\left|1\right\rangle\right)$$
$$= \sigma_B\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$\sigma_B = 3\sigma_x$

7) $\left|\varphi\right\rangle_{21} = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\left|00\right\rangle - \left|01\right\rangle + \left|11\right\rangle\right)$

$c_0 = -c_1 = c_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, c_2 = 0$

$$\left|\chi^{'}\right\rangle_B = \frac{1}{\sqrt{3}}\left[\left(m_0x_0 + m_2x_1\right)\left(\left|0\right\rangle - \left|1\right\rangle\right) + \left(m_1x_0 + m_3x_1\right)\left|1\right\rangle\right]$$

- saat $m_0 = m_1 = m_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, m_2 = 0$

$$\begin{aligned}\left|\chi^{'}\right\rangle_B &= \frac{1}{3}\left(x_0\left|0\right\rangle - x_0\left|1\right\rangle + x_0\left|1\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)\\ &= \frac{1}{3}\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)\\ &= \sigma_B\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)\end{aligned}$$

$\sigma_B = 3I$

- saat $m_0 = m_1 = -m_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, m_2 = 0$

$$\begin{aligned}\left|\chi^{'}\right\rangle_B &= \frac{1}{3}\left(x_0\left|0\right\rangle - x_0\left|1\right\rangle + x_0\left|1\right\rangle - x_1\left|1\right\rangle\right)\\ &= \frac{1}{3}\left(x_0\left|0\right\rangle - x_1\left|1\right\rangle\right)\\ &= \sigma_B\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)\end{aligned}$$

$\sigma_B = 3\sigma_z$

- saat $m_1 = m_2 = m_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, m_0 = 0$

$$\left|\chi^{'}\right\rangle_B = \frac{1}{3}\left(x_1\left|0\right\rangle - x_1\left|1\right\rangle + x_0\left|1\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$$= \frac{1}{3}\left(x_1 \left|0\right\rangle + x_0 \left|1\right\rangle \right)$$

$$= \sigma_B \left(x_0 \left|0\right\rangle + x_1 \left|1\right\rangle \right)$$

$$\sigma_B = 3\sigma_x$$

- saat $-m_1 = m_2 = m_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, m_0 = 0$

$$\left|\chi^{'}\right\rangle_B = \frac{1}{3}\left(x_1 \left|0\right\rangle - x_1 \left|1\right\rangle - x_0 \left|1\right\rangle + x_1 \left|1\right\rangle \right)$$

$$= \frac{1}{3}\left(x_1 \left|0\right\rangle - x_0 \left|1\right\rangle \right)$$

$$= \sigma_B \left(x_0 \left|0\right\rangle + x_1 \left|1\right\rangle \right)$$

$$\sigma_B = 3\sigma_x \sigma_z$$

8) $\left|\varphi\right\rangle_{23} = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\left|00\right\rangle - \left|01\right\rangle - \left|11\right\rangle \right)$

$$c_0 = -c_1 = -c_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, c_2 = 0$$

$$\left|\chi^{'}\right\rangle_B = \frac{1}{\sqrt{3}}\left[\left(m_0 x_0 + m_2 x_1 \right)\left(\left|0\right\rangle - \left|1\right\rangle \right) - \left(m_1 x_0 + m_3 x_1 \right)\left|1\right\rangle \right]$$

- saat $m_0 = -m_1 = m_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, m_2 = 0$

$$\left|\chi^{'}\right\rangle_B = \frac{1}{3}\left(x_0 \left|0\right\rangle - x_0 \left|1\right\rangle + x_0 \left|1\right\rangle - x_1 \left|1\right\rangle \right)$$

$$= \frac{1}{3}\left(x_0 \left|0\right\rangle - x_1 \left|1\right\rangle \right)$$

$$= \sigma_B \left(x_0 \left|0\right\rangle + x_1 \left|1\right\rangle \right)$$

$$\sigma_B = 3\sigma_z$$

- saat $m_0 = -m_1 = -m_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, m_2 = 0$

$$\left|\chi^{'}\right\rangle_B = \frac{1}{3}\left(x_0\left|0\right\rangle - x_0\left|1\right\rangle + x_0\left|1\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$$= \frac{1}{3}\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$$= \sigma_B\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$\sigma_B = 3I$

- saat $m_1 = m_2 = -m_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, m_0 = 0$

$$\left|\chi^{'}\right\rangle_B = \frac{1}{3}\left(x_1\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle - x_0\left|1\right\rangle - x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$$= \frac{1}{3}\left(x_1\left|0\right\rangle - x_0\left|1\right\rangle\right)$$

$$= \sigma_B\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$\sigma_B = 3\sigma_x\sigma_z$

- saat $-m_1 = m_2 = -m_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, m_0 = 0$

$$\left|\chi^{'}\right\rangle_B = \frac{1}{3}\left(x_1\left|0\right\rangle - x_1\left|1\right\rangle + x_0\left|1\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$$= \frac{1}{3}\left(x_1\left|0\right\rangle + x_0\left|1\right\rangle\right)$$

$$= \sigma_B\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$\sigma_B = 3\sigma_x$

8) $\left|\varphi\right\rangle_{25} = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\left|01\right\rangle + \left|10\right\rangle + \left|11\right\rangle\right)$

$$c_1 = c_2 = c_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, c_0 = 0$$

$$\left|\chi'\right\rangle_B = \frac{1}{\sqrt{3}}\left[\left(m_0 x_0 + m_2 x_1\right)\left|1\right\rangle + \left(m_1 x_0 + m_3 x_1\right)\left(\left|0\right\rangle + \left|1\right\rangle\right)\right]$$

- saat $m_0 = -m_1 = m_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}, m_3 = 0$

$$\left|\chi'\right\rangle_B = \frac{1}{3}\left(x_0\left|1\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle - x_0\left|0\right\rangle - x_0\left|1\right\rangle\right)$$

$$= \frac{1}{3}\left(-x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$$= \sigma_B\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$$\sigma_B = 3\sigma_z$$

- saat $-m_0 = m_1 = m_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}, m_3 = 0$

$$\left|\chi'\right\rangle_B = \frac{1}{3}\left(-x_0\left|1\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle + x_0\left|0\right\rangle + x_0\left|1\right\rangle\right)$$

$$= \frac{1}{3}\left(x_1\left|1\right\rangle + x_0\left|0\right\rangle\right)$$

$$= \sigma_B\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$$\sigma_B = 3I$$

- saat $-m_0 = m_1 = -m_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}, m_3 = 0$

$$\left|\chi'\right\rangle_B = \frac{1}{3}\left(-x_0\left|1\right\rangle - x_1\left|1\right\rangle + x_0\left|0\right\rangle + x_0\left|1\right\rangle\right)$$

$$= \frac{1}{3}\left(x_0\left|0\right\rangle - x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$$= \sigma_B \left(x_0 \left|0\right\rangle + x_1 \left|1\right\rangle \right)$$

$$\sigma_B = 3\sigma_z$$

- saat $-m_0 = -m_2 = m_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, m_1 = 0$

$$\left|\chi'\right\rangle_B = \frac{1}{3}\left(-x_0 \left|1\right\rangle - x_1 \left|1\right\rangle + x_1 \left|0\right\rangle + x_1 \left|1\right\rangle\right)$$

$$= \frac{1}{3}\left(x_1 \left|0\right\rangle - x_0 \left|1\right\rangle \right)$$

$$= \sigma_B \left(x_0 \left|0\right\rangle + x_1 \left|1\right\rangle \right)$$

$$\sigma_B = 3\sigma_x\sigma_z$$

- saat $m_0 = -m_2 = m_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, m_1 = 0$

$$\left|\chi'\right\rangle_B = \frac{1}{3}\left(x_0 \left|1\right\rangle - x_1 \left|1\right\rangle + x_1 \left|0\right\rangle + x_1 \left|1\right\rangle\right)$$

$$= \frac{1}{3}\left(x_1 \left|0\right\rangle + x_0 \left|1\right\rangle \right)$$

$$= \sigma_B \left(x_0 \left|0\right\rangle + x_1 \left|1\right\rangle \right)$$

$$\sigma_B = 3\sigma_x$$

B.2 Teleportasi Menggunakan Keadaan Terbelit Empat Suku

Saat saluran yang digunakan empat suku

1) $\left|\varphi\right\rangle_{27} = \frac{1}{2}\left(\left|00\right\rangle + \left|01\right\rangle + \left|10\right\rangle - \left|11\right\rangle\right)$

$$c_0 = c_1 = c_2 = -c_3 = \frac{1}{2}$$

$$\left|\chi'\right\rangle_B = \frac{1}{2}\left[\left(m_0 x_0 + m_2 x_1\right)\left(\left|0\right\rangle + \left|1\right\rangle\right) + \left(m_1 x_0 + m_3 x_1\right)\left(\left|0\right\rangle - \left|1\right\rangle\right)\right]$$

- saat $m_0 = m_1 = m_2 = -m_3 = \frac{1}{2}$

$$\left|\chi'\right\rangle_B = \frac{1}{4}\left(x_0\left|0\right\rangle + x_0\left|1\right\rangle + x_1\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle + x_0\left|0\right\rangle - x_0\left|1\right\rangle - x_1\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$$= \sigma_B\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$\sigma_B = 2I$

- saat $m_0 = m_1 = -m_2 = m_3 = \frac{1}{2}$

$$\left|\chi'\right\rangle_B = \frac{1}{4}\left(x_0\left|0\right\rangle + x_0\left|1\right\rangle + x_1\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle - x_0\left|0\right\rangle + x_0\left|1\right\rangle + x_1\left|0\right\rangle - x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(x_0\left|1\right\rangle + x_1\left|0\right\rangle\right)$$

$$= \sigma_B\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$\sigma_B = 2\sigma_x$

- saat $m_0 = -m_1 = m_2 = m_3 = \frac{1}{2}$

$$\left|\chi'\right\rangle_B = \frac{1}{4}\left(x_0\left|0\right\rangle + x_0\left|1\right\rangle - x_1\left|0\right\rangle - x_1\left|1\right\rangle + x_0\left|0\right\rangle - x_0\left|1\right\rangle + x_1\left|0\right\rangle - x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(x_0\left|0\right\rangle - x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$$= \sigma_B\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$\sigma_B = 2\sigma_z$

- saat $-m_0 = m_1 = m_2 = m_3 = \frac{1}{2}$

$$\left|\chi'\right\rangle_B = \frac{1}{4}\left(-x_0\left|0\right\rangle - x_0\left|1\right\rangle + x_1\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle + x_0\left|0\right\rangle - x_0\left|1\right\rangle + x_1\left|0\right\rangle - x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(x_1\left|0\right\rangle - x_0\left|1\right\rangle\right)$$

$$= \sigma_B\left(x_0\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$

$$\sigma_B = 2\sigma_x\sigma_z$$

Kanal $\left|\varphi\right\rangle_{27} = \frac{1}{2}\left(\left|00\right\rangle + \left|01\right\rangle + \left|10\right\rangle - \left|11\right\rangle\right)$ dengan

$$c_1 = c_2 = c_3 = -\frac{1}{\sqrt{3}}, c_0 = 0$$

LAMPIRAN C

Pengukuran Pada Keadaan Terbelit yang Tidak Dapat Mengirim.

-Saat keadaan sembarang empat suku

$$c_0 = 0,5, c_1 = 0,5, c_2 = 0,7, c_3 = 0,1$$

$$\left|\chi^{'}\right\rangle_B = \left(m_0 x_0 + m_2 x_1\right)\left(0,5\left|0\right\rangle + 0,5\left|1\right\rangle\right)$$
$$+\left(m_1 x_0 + m_3 x_1\right)\left(0,7\left|0\right\rangle + 0,1\left|1\right\rangle\right)$$

Saat menggunakan pengukuran $\left|\pi\right\rangle = \frac{1}{2}\left(\left|00\right\rangle + \left|01\right\rangle + \left|10\right\rangle - \left|11\right\rangle\right)$,

akan menjadi

$$\left|\chi^{'}\right\rangle_B = \frac{1}{2}\left(\left(x_0 + x_1\right)\left(0,5\left|0\right\rangle + 0,5\left|1\right\rangle\right) + \left(x_0 - x_1\right)\left(0,7\left|0\right\rangle + 0,1\left|1\right\rangle\right)\right)$$
$$= 0,25\left(x_0\left|0\right\rangle + x_0\left|1\right\rangle + x_1\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right)$$
$$+\left(0,35 x_0\left|0\right\rangle + 0,05 x_0\left|1\right\rangle - 0,35 x_1\left|0\right\rangle - 0,05 x_1\left|1\right\rangle\right)$$
$$= 0,6 x_0\left|0\right\rangle + 0,3 x_0\left|1\right\rangle - 0,2 x_1\left|0\right\rangle - 0,1 x_1\left|1\right\rangle$$

Saat menggunakan pengukuran $\left|\pi\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\left|00\right\rangle + \left|01\right\rangle + \left|11\right\rangle\right)$,

akan menjadi

$$\left|\chi^{'}\right\rangle_B = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\left(x_0 + x_1\right)\left(0,5\left|0\right\rangle + 0,5\left|1\right\rangle\right) + x_1\left(0,7\left|0\right\rangle + 0,1\left|1\right\rangle\right)\right)$$
$$= \frac{0,5}{\sqrt{3}}\left(x_0\left|0\right\rangle + x_0\left|1\right\rangle + x_1\left|0\right\rangle + x_1\left|1\right\rangle\right) + \left(\frac{0,7}{\sqrt{3}} x_1\left|0\right\rangle + \frac{0,1}{\sqrt{3}} x_1\left|1\right\rangle\right)$$
$$= \frac{0,5}{\sqrt{3}} x_0\left|0\right\rangle + \frac{0,5}{\sqrt{3}} x_0\left|1\right\rangle + \frac{1,2}{\sqrt{3}} x_1\left|0\right\rangle + \frac{0,6}{\sqrt{3}} x_1\left|1\right\rangle$$

Saat menggunakan pengukuran $|\pi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|00\rangle + |11\rangle\right)$, akan menjadi

$$\left|\chi'\right\rangle_B = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(x_0\left(0,5|0\rangle + 0,5|1\rangle\right) + x_1\left(0,7|0\rangle + 0,1|1\rangle\right)\right)$$
$$= \frac{0,5}{\sqrt{2}}x_0|0\rangle + \frac{0,5}{\sqrt{2}}x_0|1\rangle + \frac{0,7}{\sqrt{2}}x_1|0\rangle + \frac{0,1}{\sqrt{2}}x_1|1\rangle$$

Saat menggunakan pengukuran

$|\pi\rangle = \left(0,5|00\rangle + 0,5|01\rangle + 0,7|10\rangle + 0,1|11\rangle\right)$, akan menjadi

$$\left|\chi'\right\rangle_B = \left(0,5x_0 + 0,5x_1\right)\left(0,5|0\rangle + 0,5|1\rangle\right) + \left(0,7x_0 + 0,1x_1\right)\left(0,7|0\rangle + 0,1|1\rangle\right)$$
$$= 0,25x_0|0\rangle + 0,25x_0|1\rangle + 0,25x_1|0\rangle + 0,25x_1|1\rangle$$
$$+0,49x_0|0\rangle + 0,07x_0|1\rangle + 0,07x_1|0\rangle + 0,01x_1|1\rangle$$
$$= 0,74x_0|0\rangle + 0,32x_0|1\rangle + 0,32x_1|0\rangle + 0,26x_1|1\rangle$$

Saat menggunakan pengukuran

$|\pi\rangle = \frac{1}{\sqrt{n^2+1+1}}\left(n|00\rangle + |01\rangle + |11\rangle\right)$, akan menjadi

$$\left|\chi'\right\rangle_B = \frac{1}{\sqrt{n^2+1+1}}\left(\left(nx_0 + 0,5x_1\right)\left(0,5|0\rangle + 0,5|1\rangle\right) + x_1\left(0,7|0\rangle + 0,1|1\rangle\right)\right)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{n^2+1+1}}\left(0,5nx_0|0\rangle + 0,5nx_0|1\rangle + 0,5x_1|0\rangle + 0,5x_1|1\rangle + 0,7x_1|0\rangle + 0,1x_1|1\rangle\right)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{n^2+1+1}}\left(0,5n^2x_0|0\rangle + 0,5n^2x_0|1\rangle + 1,2x_1|0\rangle + 0,6x_1|1\rangle\right)$$

Saat menggunakan pengukuran $\left|\pi\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{n^2+1}}\left(n\left|00\right\rangle + \left|11\right\rangle\right)$, akan menjadi

$$\left|\chi^{'}\right\rangle_B = \frac{1}{\sqrt{n^2+1}}\left(nx_0\left(0,5\left|0\right\rangle + 0,5\left|1\right\rangle\right) + x_1\left(0,7\left|0\right\rangle + 0,1\left|1\right\rangle\right)\right)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{n^2+1}}\left(0,5nx_0\left|0\right\rangle + 0,5nx_0\left|1\right\rangle + 0,7x_1\left|0\right\rangle + 0,1x_1\left|1\right\rangle\right)$$

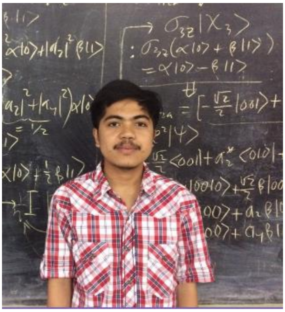
Saat menggunakan pengukuran $\left|\pi\right\rangle = \left(0,8\left|00\right\rangle + 0,6\left|11\right\rangle\right)$, akan menjadi

$$\left|\chi^{'}\right\rangle_B = \left(0,8x_0\left(0,5\left|0\right\rangle + 0,5\left|1\right\rangle\right) + 0,6x_1\left(0,7\left|0\right\rangle + 0,1\left|1\right\rangle\right)\right)$$

$$= 0,4x_0\left|0\right\rangle + 0,4x_0\left|1\right\rangle + 0,42x_1\left|0\right\rangle + 0,06x_1\left|1\right\rangle$$

“ Halaman ini sengaja dikosongkan ”

BIODATA



Penulis bernama lengkap Dwi Januriyanto., yang biasa dipanggil Dwi. Penulis dilahirkan di Denpasar 5 Januari 1995. Penulis merupakan anak kedua dari dua bersaudara, dari pasangan Saiman dan Yuliati yang saat ini tinggal di Desa Supiturang, Kecamatan Pronojiwo, Kabupaten Lumajang. Penulis telah menempuh pendidikan formal di SD Negeri Sumberwuluh 2, SMP Negeri 2 Candipuro, dan SMA Negeri Candipuro. Pada tahun 2013 penulis menempuh perkuliahan di Jurusan Fisika FMIPA ITS. Penulis bergabung dengan laboratorium fisika teori dan filsafat alam (LaFTiFA). Selama perkuliahan penulis aktif dalam organisasi Forum Studi Islam Fisika (FOSIF) sebagai staf Ukhuwah Usaha dan Jamaah Masjid Manarul Ilmi (JMMI) sebagai staf keilmuan. Penulis pernah mengikuti Pekan Ilmiah Mahasiswa Nasional (PIMNAS) ke-28. Selain itu penulis juga pernah menjadi Assisten Laboratorium Fisika Dasar I. Penulis berharap agar hasil penelitian ini bermanfaat dan dapat dikembangkan lebih lanjut. Apabila terdapat kritik atau saran dapat dihubungi melalui email ke dwijanuriyanto91@gmail.com.