



TUGAS AKHIR – SS141501

**PENGENDALIAN KUALITAS AIR
PRODUKSI IPAM NGAGEL I
DENGAN *MULTIVARIATE TIME SERIES
CONTROL CHART***

**INDAH MUSTIKASARI WARDOYO
NRP 1313 100 066**

**Dosen Pembimbing
Drs. Haryono, MSIE**

**PROGRAM STUDI SARJANA
DEPARTEMEN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA 2017**



TUGAS AKHIR – SS141501

**PENGENDALIAN KUALITAS AIR
PRODUKSI IPAM NGAGEL I DENGAN
*MULTIVARIATE TIME SERIES CONTROL CHART***

**INDAH MUSTIKASARI WARDOYO
NRP 1313 100 066**

**Dosen Pembimbing
Drs. Haryono, MSIE**

**PROGRAM STUDI SARJANA
DEPARTEMEN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA 2017**

(Halaman ini sengaja dikosongkan)



FINAL PROJECT– SS141501

**WATER QUALITY CONTROL IN IPAM NGAGEL I
USING MULTIVARIATE TIME SERIES
CONTROL CHART**

**INDAH MUSTIKASARI WARDOYO
NRP 1313 100 066**

**Supervisor
Drs. Haryono, MSIE**

**UNDERGRADUATE PROGRAMME
DEPARTMENT OF STATISTICS
FACULTY OF MATHEMATICS AND NATURAL SCIENCES
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA 2017**

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

LEMBAR PENGESAHAN

PENGENDALIAN KUALITAS AIR PRODUKSI IPAM NGAGEL I SURABAYA DENGAN *MULTIVARIATE TIME SERIES CONTROL CHART*

TUGAS AKHIR

Diajukan Untuk Memenuhi Salah Satu Syarat
Memperoleh Gelar Sarjana Sains
pada
Program Studi Sarjana Departemen Statistika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Oleh :

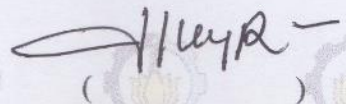
INDAH MUSTIKASARI WARDOYO

NRP. 1313 100 066

Disetujui oleh Pembimbing:

Drs. Haryono, MSIE

NIP. 19520919 197901 1 001



Mengetahui,
Kepada Departemen

Dr. Suhartono

NIP. 19710929 199512 1 001

SURABAYA, JULI 2017

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

PENGENDALIAN KUALITAS AIR PRODUKSI IPAM NGAGEL I SURABAYA DENGAN *MULTIVARIATE TIME SERIES CONTROL CHART*

Nama : Indah Mustikasari Wardoyo
NRP : 1313100066
Departemen : Statistika FMIPA - ITS
Pembimbing : Drs. Haryono, MSIE.

Abstrak

Kebutuhan makhluk hidup terutama manusia akan air tidak dapat dipungkiri lagi. Di Kota Surabaya, konsumsi air pada tahun 2013 cukup tinggi yaitu sekitar 180 liter/orang/hari. Kebutuhan manusia akan air bukan hanya pada kuantitas, tapi juga pada kualitas karena kualitas air yang buruk dapat mendatangkan penyakit bagi manusia. Maka dari itu perlu dilakukan pengendalian kualitas terhadap proses pengolahan air bersih di PDAM Kota Surabaya. Selain terdapat hubungan antar karakteristik kualitas, juga terdapat autokorelasi sebagai akibat dari proses yang dilakukan terus menerus dan melalui proses pada mesin yang sama, pada penelitian ini dilakukan pengendalian kualitas fase 1 pada proses penjernihan akan dengan multivariat time series control chart dengan karakteristik kualitas kekeruhan (turbidity), zat organik ($KMnO_4$), sisa chlor dan pH. Berdasarkan hasil analisis, diketahui bahwa proses penjernihan air di IPAM Ngagel I Surabaya belum terkendali baik varians maupun meannya. Proses penjernihan air belum sesuai dengan spesifikasi dengan nilai indeks performa proses sebesar 0,9581. Selain itu, didapatkan pula batas kendali atas 8,1472 dan garis tengah 3,7586 saat semua pengamatan terkendali yang dapat digunakan untuk pengendalian kualitas proses selanjutnya.

Kata Kunci: Autokorelasi, pengendalian kualitas, time series control chart

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

WATER QUALITY CONTROL IN IPAM NGAGEL I USING MULTIVARIATE TIME SERIES CONTROL CHART

Name : Indah Mustikasari Wardoyo
Student Number : 1313100066
Department : Statistics FMIPA - ITS
Supervisor : Drs. Haryono, MSIE.

Abstract

Human need for water can not be denied. In Surabaya, water consumption in 2013 is quite high at around 180 liters / person / day. Human need for water is not just quantity, but also of quality because poor water quality can bring disease to humans. Therefore, it is necessary to control the quality of water treatment process in PDAM Kota Surabaya. Beside there is relationship among the characteristics of quality, there is also autocorrelation as a result of continuous process and through the process on the same machine. In this research, water purification process will be controlled with multivariate time series control chart. Quality characteristics will be controlled are turbidity, organic substances ($KMnO_4$), residual chlorine and pH. Based on the results of the analysis, it is known that the water purification process in IPAM Ngagel I Surabaya is not controlled, either the variance or the mean. The water purification process is out of specification with a process performance index value of 0.9581. In addition, there is also upper control limit of 8.1472 and the center line of 3.7586 when all observations is controlled which can be used for subsequent process quality control.

Keywords: *Autocorrelation, quality control, time series control chart*

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

KATA PENGANTAR

Rasa syukur yang amat dalam penulis sampaikan atas nikmat dan jalan yang diberikan Allah sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir yang berjudul

“Pengendalian Kualitas Air Produksi IPAM Ngagel I Surabaya dengan *Multivariate Time Series Control Chart*”

Penulis menyadari bahwa tugas akhir ini tidak akan dapat selesai tanpa bantuan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis mengucapkan banyak terima kasih kepada :

1. Bapak Drs. Haryono, MSIE, selaku dosen pembimbing yang telah banyak meluangkan waktu dan tenaga untuk memberikan bimbingan dan saran yang bermanfaat bagi tugas akhir ini.
2. Ibu Dra. Agnes Tuti Rumiati, M.Sc dan Dr. Kartika Fithriasari, M.Si selaku dosen penguji atas kritik dan saran dalam penyusunan tugas akhir ini.
3. Bapak Dr. Suhartono dan Ibu Diaz Fitra Aksioma, M.Si yang juga turut serta memberikan bimbingan bagi penulis dalam menyelesaikan tugas akhir ini. Serta karyawan Jurusan Statistika FMIPA ITS Surabaya atas semua bantuannya selama penulis duduk di bangku perkuliahan.
4. Bapak dan ibu penulis yang tak pernah putus mendoakan dan memberikan dukungan kepada penulis dalam meraih cita-cita yang diinginkan serta teman-teman sekalian yang telah menemani penulis selama ini.

Semoga jasa dan dukungan yang telah diberikan kepada penulis dibalas sebaik-baiknya oleh Allah. Penulis memohon maaf apabila terdapat kekurangan atau kesalahan dalam tugas akhir ini. Akhir kata, penulis berharap tugas akhir ini dapat bermanfaat bagi pembaca.

Surabaya, Juni 2017

Penulis

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

DAFTAR ISI

JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	v
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	ix
KATA PENGANTAR	xi
DAFTAR ISI	xii
DAFTAR TABEL	xv
DAFTAR GAMBAR	xvii
DAFTAR LAMPIRAN	xix
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	4
1.3 Tujuan.....	4
1.4 Manfaat.....	4
1.5 Batasan Masalah.....	5
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	7
2.1 Analisis <i>Time Series</i>	7
2.2 <i>Vector Autoregressive</i>	7
2.3 Stasioneritas.....	8
2.4 Identifikasi Model <i>Vector Autoregressive</i>	10
2.4.1 Matrix Cross-Correlation Function.....	10
2.1.1 Matrix Partial Cross-Correlation Function.....	10
2.5 Estimasi Parameter.....	12
2.6 <i>Diagnostic Checking</i>	13
2.7 Uji Korelasi.....	15
2.8 Diagram kendali.....	15
2.8.1 Diagram kendali F.....	17
2.8.2 Diagram kendali T^2 <i>Hoteling</i>	18
2.9 Dekomposisi Statistik T^2	19
2.10 Indeks Perfoma Proses.....	20
2.11 Proses Pengolahan Air di PDAM Surabaya.....	20
BAB III METODOLOGI PENELITIAN	23
3.1 Sumber Data.....	23

3.2	Variabel Penelitian.....	23
3.3	Metode Pengambilan Sampel	24
3.4	Langkah-langkah Analisis Data.....	25
BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN		31
4.1.	Pemeriksaan Autokorelasi Karakteristik Kualitas Air	31
4.2.	Analisis Karakteristik Kualitas Air	33
4.3.	Pemodelan VAR	34
4.3.1	Pemeriksaan Stasioneritas	35
4.3.2	Identifikasi Orde VAR	36
4.3.3	Estimasi dan Pengujian Signifikansi Parameter	37
4.3.4	<i>Diagnostic Checking</i>	39
4.4.	Peta Kendali Residual dan Data Asli	40
4.5.	Pengendalian Kualitas Air	42
4.5.1.	Pengendalian Varians Proses.....	43
4.5.2.	Pengendalian Mean Proses.....	44
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN		47
5.1	Kesimpulan	47
5.2	Saran	47
DAFTAR PUSTAKA		49
LAMPIRAN.....		51

DAFTAR TABEL

Tabel 2. 1 Transformasi Box-Cox	9
Tabel 3. 1 Struktur Data.....	23
Tabel 3. 2 Variabel Penelitian	23
Tabel 4. 1 Hasil Uji Bartlett.....	33
Tabel 4. 2 Karakteristik Kualitas Air.....	34
Tabel 4. 3 Pemeriksaan Stasioneritas Varians	35
Tabel 4. 4 Uji Stasioneritas Mean.....	36
Tabel 4. 5 Nilai MIC Model VAR.....	37
Tabel 4. 6 Estimasi Parameter	37
Tabel 4. 7 Uji Normal Multivariat Residual VAR (2).....	39
Tabel 4. 8 MIC Residual VAR (2).....	40
Tabel 4. 9 Uji Normal Multivariat Residual	40
Tabel 4. 10 Karakteristik Penyebab Titik Out of Control.....	42

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2. 1 Proses Penjernihan Air.....	22
Gambar 3. 1 Proses Pengambilan Sampel	25
Gambar 3. 2 Langkah Analisis Penelitian.....	29
Gambar 4. 1 Cek Autokorelasi	32
Gambar 4. 2 MPCCF Data Karakteristik Kualitas Air	36
Gambar 4. 3 Hubungan Karakteristik Kualitas.....	38
Gambar 4. 4 T^2 Hoteling Residual.....	41
Gambar 4. 5 T^2 Hoteling Data Asli.....	41
Gambar 4. 6 Diagram kendali F.....	43
Gambar 4. 7 Diagram kendali F Terkendali	44
Gambar 4. 8 Diagram kendali T^2 Hoteling	45
Gambar 4. 9 Diagram kendali T^2 Hoteling Terkendali	45

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Output Cek Stasioneritas Varians	51
Lampiran 2. Output Uji Stasioneritas Mean	53
Lampiran 3. Syntax VAR (2) Karakteristik Kualitas	54
Lampiran 4. Output Pemodelan VAR (2).....	55
Lampiran 5. Output Cek White Noise Residual VAR (2)	58
Lampiran 6. Output Uji Normalitas Residual Model VAR (2) .	58
Lampiran 7. Syntax Diagram kendali F.....	59
Lampiran 8. Syntax Diagram Kendali T^2 Hotteling	60
Lampiran 9. Variabel Penyebab Out of Control	62
Lampiran 10. Surat Legalitas Data	63

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Air merupakan kebutuhan dasar setiap makhluk hidup. Setiap hari, manusia membutuhkan air bersih untuk kebutuhan minum, memasak, mandi hingga mencuci. Kebutuhan manusia akan air bukan hanya pada kuantitas, namun juga pada kualitas air. Jumlah air yang banyak namun tercemar hanya akan mendatangkan penyakit bagi masyarakat. Oleh karena itu, air yang bersih, aman dan tidak tercemar merupakan kebutuhan primer untuk mewujudkan kehidupan sehat bagi masyarakat yang mengkonsumsinya.

Menurut Peraturan Menteri Kesehatan No. 416 Tahun 1990, air bersih didefinisikan sebagai air yang digunakan untuk kebutuhan sehari-hari yang kualitasnya memenuhi syarat kesehatan dan layak diminum apabila sudah dimasak. Air bersih sendiri harus memenuhi syarat kesehatan yang terdiri atas persyaratan mikrobiologi, fisika kimia dan radioaktif. Air yang memenuhi persyaratan tersebut tidak memiliki bau, rasa dan warna.

Kota Surabaya memiliki angka konsumsi air bersih yang relatif tinggi. Berdasarkan data yang dimiliki PDAM Surya Sembada Surabaya, pada tahun 2013 konsumsi pelanggan rumah tangga terhadap air bersih di Surabaya mencapai 180 liter/orang/hari. Jumlah ini melebihi rata-rata standar pemakaian air bersih di Kota Metropolitan sebesar 150 liter/orang/hari menurut Direktorat Jendral Cipta Karya Departemen Karya Umum.

PDAM Surya Sembada Surabaya yang merupakan salah satu Badan Usaha Milik Daerah (BUMD) bertanggungjawab memenuhi kebutuhan masyarakat Surabaya akan air bersih. Saat ini, PDAM Surya Sembada Surabaya memiliki enam Instalasi Penjernihan Air Minum (IPAM), salah satunya adalah IPAM Ngagel I. IPAM Ngagel I, yang merupakan instalasi penjernihan air pertama PDAM Surya Sembada Surabaya memiliki kapasitas produksi air bersih sebesar 1800 liter/detik. Bahan baku

pengolahan air bersih di IPAM Ngagel I didapatkan dari Sungai Surabaya.

Kekeruhan (*turbidity*), pH, sisa *chlor* dan zat organik (KMnO_4) merupakan variabel-variabel yang diindikasikan menjadi penyebab pencemaran air hasil produksi IPAM Ngagel I Surabaya. Menurut *Environmental Protection Agency* (2001) kandungan *chlor* pada air yang lebih dari 250 mg/l akan mengakibatkan air menjadi asin sehingga menimbulkan rasa tidak enak ketika diminum. pH yang rendah atau bersifat asam dapat menyebabkan air akan menjadi korosif sehingga memungkinkan adanya logam yang larut pada saat proses distribusi yang dapat membahayakan orang yang mengkonsumsinya. Dan bila pH air terlalu tinggi atau bersifat basa dapat mempengaruhi rasa air. Sedangkan air yang keruh, menandakan terdapat zat terlarut pada air sehingga dapat mempengaruhi penerimaan konsumen.

Pengendalian kualitas air bersih yang dilakukan pihak PDAM selama dilakukan secara univariat untuk masing-masing karakteristik kualitas. Padahal secara teori, keempat karakteristik kualitas tersebut memiliki hubungan satu dengan yang lainnya. Kekeruhan pada air, dapat disebabkan oleh zat organik. Apabila nilai kekeruhan meningkat, maka kebutuhan *chlor* pada proses desinfektan akan meningkat. Peningkatan nilai pH juga berbanding lurus dengan *chlor*. Selain memiliki hubungan satu sama lain, karakteristik-karakteristik kualitas tersebut diduga mengandung autokorelasi karena proses penjernihan air yang dilakukan di IPAM I Ngagel berlangsung terus-menerus dan melalui saluran yang sama sehingga terdapat kemungkinan besar bahwa kandungan air yang dihasilkan dipengaruhi kandungan air yang dihasilkan sebelumnya.

Control chart konvensional tidak dapat memberikan hasil yang baik apabila karakteristik kualitas menunjukkan adanya autokorelasi. Saat asumsi independen antar pengamatan tidak terpenuhi oleh salah satu atau beberapa karakteristik kualitas, diagram kendali T^2 *Hotelling* yang dibangun berdasarkan data asli tidak akan baik. Akan banyak *false alarm* yang muncul karena

batas kontrol yang dihasilkan lebih ketat (Psarakis & Papaleonida, 2007). Elevli, Uzgoren dan Savas (2009) dan Russo, Camargo dan Fabris (2012) menerapkan *control chart* ARIMA pada data univariat yang mengandung autokorelasi. *Control chart* dibangun berdasarkan residual dari model *time series* ARIMA dari data. Dengan menggunakan konsep yang sama, pada data multivariat, Jarrett dan Pan (2007) menjelaskan bagaimana *control chart* T^2 Hotelling dapat diaplikasikan terhadap residual model *time series* VAR. Requeijo dan Souza (2011) melakukan perbandingan jumlah pengamatan diluar batas kendali pada diagram kendali T^2 Hotelling yang mengabaikan dan memperhitungkan adanya autokorelasi. Pada penelitian tersebut didapatkan kesimpulan bahwa diagram kendali yang dibangun berdasarkan nilai residual model *time series* memberikan hasil yang lebih baik dengan jumlah pengamatan diluar batas kendali yang lebih sedikit. Ratu Sawitri (2015) menerapkan konsep *time series control chart* untuk pengendalian kualitas tetes produksi PG Pesantren Baru Kediri. Pada penelitian ini, dicari model terbaik untuk variabel tingkat kemurnian dan kadar gula dengan menggunakan metode [VAR sehingga diperoleh residual data yang kemudian diaplikasikan pada diagram kendali *Generalized Variance* dan T^2 Hotelling.

Penelitian mengenai kualitas air produksi IPAM Ngagel I Surabaya pernah dilakukan Johana (2014) berdasarkan empat karakter kualitas yaitu kekeruhan (*turbidity*), pH, sisa *chlor* dan zat organik ($KMnO_4$) dengan menggunakan diagram kendali MEWMA dan MEWMV. Sebelum dilakukan pengendalian kualitas, Johana melakukan analisis faktor terhadap empat faktor awal sehingga pengendalian kualitas dilakukan dengan tiga faktor saja yaitu pH, sisa *chlor*, dan zat organik. Dalam penelitian yang telah dilakukan Johana (2014) diketahui bahwa pada fase I proses pengolahan air tidak kapabel dan tidak sesuai target, namun pada fase II proses telah kapabel dan sesuai nilai target.

Berdasarkan uraian yang telah dijelaskan, maka pada tugas akhir ini akan dilakukan pengendalian kualitas proses pengolahan air fase 1 di IPAM Ngagel I Surabaya dengan multivariat *time*

series control chart. Dengan adanya penelitian ini, diharapkan dapat memberikan gambaran proses produksi air di IPAM Ngagel I yang selama ini pengendalian kualitas air bersih dilakukan dengan diagram kendali univariat yang mengabaikan adanya korelasi antar karakteristik kualitas dan autokorelasi pada karakteristik kualitas.

1.2 Rumusan Masalah

Pengendalian kualitas yang dilakukan saat ini dilakukan secara univariat terhadap masing-masing karakteristik kualitas sedangkan secara teori, karakteristik-karakteristik kualitas tersebut memiliki hubungan satu dengan yang lain dan mengandung autokorelasi. Oleh karena itu diagram kendali konvensional kurang tepat apabila diterapkan pada proses penjernihan air di PDAM Surya Sembada Surabaya karena dapat memunculkan banyak *false alarm* yang diakibatkan pelanggaran asumsi independen pada data dan diabaikannya pengaruh satu karakteristik kualitas dengan yang lainnya sehingga dibutuhkan pengendalian kualitas dengan diagram kendali yang lebih tepat.

1.3 Tujuan

Tujuan yang ingin dicapai dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Melakukan monitoring terhadap tingkat kekeruhan, zat organik, *chlor* dan pH air hasil pengolahan air di IPAM Ngagel I Surabaya.
2. Menganalisis kapabilitas proses pengolahan air di IPAM Ngagel I Surabaya.

1.4 Manfaat

Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan informasi kepada PDAM Surya Sembada Surabaya mengenai karakteristik kualitas air yang dihasilkan di IPAM Ngagel I Surabaya dan dapat memberikan usulan alat kontrol baru kepada PDAM Surabaya. Selain itu, penelitian ini diharapkan dapat menjadi bahan pembelajaran mengenai multivariat *time series control chart*.

1.5 Batasan Masalah

Pada kenyataannya terdapat lima karakter kualitas yang diukur pada hasil produksi air bersih IPAM Ngagel I yaitu kekeruhan, pH, sisa *chlor*, KMnO_4 dan tawas. Namun, hasil pengukuran untuk variabel tawas tidak dipublikasi sehingga hanya ada empat variabel tersisa yang dapat digunakan dalam penelitian ini. Serta pengendalian kualitas yang dilakukan dalam penelitian ini merupakan pengendalian kualitas terhadap air hasil akhir yang telah melalui seluruh proses penjernihan yang ada.

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

BAB II TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Analisis *Time Series*

Time series merupakan rangkaian observasi terhadap suatu variabel yang diambil secara beruntun dan dalam interval waktu yang sama. Data *time series* periode sekarang memiliki korelasi dengan data periode sebelumnya (Wei, 2006). Data *time series* terdapat dua jenis yaitu univariate dan multivariate. Data *time series* univariat merupakan hasil pengamatan satu variabel yang memiliki autokorelasi sedangkan data *time series* multivariat merupakan data *time series* yang terdiri dari lebih dari satu variabel yang mengandung autokorelasi dan juga memiliki hubungan dengan variabel lainnya. Metode yang sering digunakan untuk analisis data *time series* multivariat adalah *Vector autoregressive* (VAR) (Wei, 2006).

2.2 *Vector Autoregressive*

Vector autoregressive (VAR) merupakan model hasil pengembangan dari model Autoregressive (AR). Model VAR diidentifikasi dengan MPCCF atau PACF. Model VAR dapat digunakan untuk memodelkan data dengan 2 atau lebih variabel yang memiliki hubungan satu dengan yang lain. Bentuk umum dari model VAR adalah sebagai berikut (Wei, 2006).

$$\mathbf{Z}_t = \boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\Phi}_1 \mathbf{Z}_{t-1} + \dots + \boldsymbol{\Phi}_p \mathbf{Z}_{t-p} + \mathbf{a}_t \quad (2.1)$$

Keterangan:

\mathbf{Z}_t : vektor berukuran $m \times 1$ dari variabel pada waktu t

$\boldsymbol{\mu}$: vektor konstanta

$\boldsymbol{\Phi}_1$: matriks berukuran $m \times m$ dari parameter ke-1

$\boldsymbol{\Phi}_p$: matriks berukuran $m \times m$ dari parameter ke- p

\mathbf{a}_t : vektor $m \times 1$ yang merupakan residual parameter ke- t

n : jumlah pengamatan

m : jumlah karakteristik kualitas

Dalam bentuk matriks, model VAR dapat ditulis sebagai berikut.

$$\begin{pmatrix} Z_{1,t} \\ \vdots \\ Z_{m,t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \vdots \\ \mu_m \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \phi_{111} & \dots & \phi_{11m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{1m1} & \dots & \phi_{1mm} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_{1,t-1} \\ \vdots \\ Z_{m,t-1} \end{pmatrix} + \dots + \begin{pmatrix} \phi_{p11} & \dots & \phi_{p1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{pm1} & \dots & \phi_{pmm} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_{1,t-p} \\ \vdots \\ Z_{m,t-p} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{1,t} \\ \vdots \\ a_{m,t} \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

2.3 Stasioneritas

Sebelum dilakukan pemodelan *time series*, data terlebih dahulu harus stasioner terhadap varians dan mean. Banyak varians dari proses yang tidak stasioner berubah bersamaan dengan berubahnya nilai level sehingga

$$\text{Var}(Z_t) = cf(\mu_t) \quad (2.3)$$

Untuk nilai konstan c positif dan fungsi f . Pendekatan fungsi T agar nilai Z_t setelah ditransformasi memiliki varians yang stasioner dilakukan dengan deret Taylor orde pertama untuk μ_t . Sehingga

$$T(Z_t) \approx T(\mu_t) + T'(\mu_t)(Z_t - \mu_t) \quad (2.4)$$

Dengan $T'(\mu_t)$ merupakan turunan pertama $T(\mu_t)$.

$$\begin{aligned} \text{Var}[T(\mu_t)] &\cong [T'(\mu_t)]^2 \text{Var}(Z_t) \\ &= c[T'(\mu_t)]^2 f(\mu_t) \end{aligned} \quad (2.5)$$

Agar varians $T(Z_t)$ konstan, dilakukan transformasi berdasarkan nilai yang memenuhi persamaan berikut.

$$T(\mu_t) = \int \frac{1}{\sqrt{f(\mu_t)}} d\mu_t \quad (2.6)$$

Secara umum, dapat digunakan transformasi pangkat yang dikenalkan oleh Box dan Cox (1964).

$$T(Z_t) = \frac{Z_t^\lambda - 1}{\lambda} \quad (2.7)$$

Pada tabel berikut, diberikan beberapa nilai λ dan transformasinya yang paling sering digunakan.

Tabel 2.1 Transformasi Box-Cox

Nilai λ	Transformasi
-1	$\frac{1}{Z_t}$
-0.5	$\frac{1}{\sqrt{Z_t}}$
0	$\ln Z_t$
0.5	$\sqrt{Z_t}$
1	Z_t (tidak dilakukan transformasi)

Selanjutnya, pengujian stasioneritas terhadap mean dilakukan dengan uji *Augmented Dickey Fuller* dengan rumusan hipotesis seperti berikut.

$$H_0 : \phi = 1 \text{ (tidak stasioner dalam mean)}$$

$$H_1 : \phi < 1 \text{ (stasioner dalam mean)}$$

Augmented Dickey Fuller menguji apakah terdapat *unit root* dalam model

$$Z_t = \phi Z_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \varphi Z_{t-j} + a_t \quad (2.8)$$

dengan statistik uji yang digunakan dalam uji ini adalah sebagai berikut.

$$t = \frac{\phi - 1}{S_\phi} \quad (2.9)$$

Dimana S_ϕ merupakan standar error untuk parameter ϕ dalam persamaan regresi (2.8). Berdasarkan statistik uji, H_0 ditolak

apabila nilai p -value kurang dari taraf signifikansi 10% sehingga memberikan kesimpulan data stasioner terhadap mean.

2.4 Identifikasi Model *Vector Autoregressive*

2.4.1 Matrix Cross-Correlation Function

Untuk sebanyak n pengamatan Z_1, Z_1, \dots, Z_n matriks fungsi autokorelasi adalah sebagai berikut (Wei, 2006).

$$\mathbf{\rho}(k) = \begin{bmatrix} \rho_{ij}(k) \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

$\rho_{ij}(k)$ merupakan *cross-correlation* sampel untuk komponen ke- i dan ke- j .

$$\rho_{ij}(k) = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (Z_{i,t} - \bar{Z}_i)(Z_{j,t+k} - \bar{Z}_j)}{\left[\sum_{t=1}^n (Z_{i,t} - \bar{Z}_i)^2 \sum_{t=1}^n (Z_{j,t} - \bar{Z}_j)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (2.11)$$

Dan \bar{Z}_i dan \bar{Z}_j merupakan mean dari sampel karakteristik kualitas i dan j . Matriks fungsi korelasi sampel dapat digunakan untuk mengidentifikasi orde model vektor *moving average*.

2.1.1 Matrix Partial Cross-Correlation Function

Orde model vektor AR dapat ditentukan dari *partial autocorrelation matrix function*. Menurut Heyse dan Wei (1985) dalam Wei (2006), *partial autocorrelation matrix* pada lag s didapatkan dari persamaan berikut.

$$\mathbf{P}(s) = [\mathbf{D}_v(s)]^{-1} \mathbf{V}_{vu}(s) [\mathbf{D}_u(s)]^{-1} \quad (2.12)$$

Dimana:

$$\mathbf{V}_u(s) = \text{var}(\mathbf{u}_{s-1,t+s}) = \Gamma(0) - \boldsymbol{\alpha}(s)\mathbf{c}(s)$$

$$\mathbf{V}_v(s) = \text{var}(\mathbf{v}_{s-1,t}) = \Gamma(0) - \boldsymbol{\beta}(s)\mathbf{b}(s)$$

$$\mathbf{V}_{vu}(s) = \text{cov}(\mathbf{v}_{s-1,t}, \mathbf{u}_{s-1,t+s}) = \Gamma(s) - \mathbf{b}'(s)\boldsymbol{\alpha}'(s)$$

$$\mathbf{u}_{s-1,t+s} = \mathbf{Z}_{t+s} - \boldsymbol{\alpha}_{s-1,1}\mathbf{Z}_{t+s-1} - \dots - \boldsymbol{\alpha}_{s-1,s-1}\mathbf{Z}_{t+1}$$

$$\mathbf{v}_{s-1,t} = \mathbf{Z}_t - \boldsymbol{\beta}_{s-1,1}\mathbf{Z}_{t+1} - \dots - \boldsymbol{\beta}_{s-1,s-1}\mathbf{Z}_{t+s-1}$$

$\mathbf{D}_v(s)$ merupakan diagonal matriks dengan elemen ke- i merupakan akar kuadrat dari elemen diagonal ke- i dari $\mathbf{V}_v(s)$ dan $\mathbf{D}_u(s)$ merupakan diagonal matriks dengan elemen ke- i merupakan akar kuadrat dari elemen diagonal ke- i dari $\mathbf{V}_u(s)$.

$$\mathbf{b}(s) = \begin{pmatrix} \Gamma'(s-1) \\ \Gamma'(s-2) \\ \vdots \\ \Gamma'(1) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{c}(s) = \begin{pmatrix} \Gamma(1) \\ \Gamma(2) \\ \vdots \\ \Gamma'(s-1) \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

$$\boldsymbol{\alpha}'(s) = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\alpha}'_{s-1,1} \\ \boldsymbol{\alpha}'_{s-1,2} \\ \vdots \\ \boldsymbol{\alpha}'_{s-1,s-1} \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\beta}'(s) = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\beta}'_{s-1,s-1} \\ \boldsymbol{\beta}'_{s-1,s-2} \\ \vdots \\ \boldsymbol{\beta}'_{s-1,1} \end{pmatrix}$$

Partial lag autocorrelation matrix digunakan karena merupakan matriks autokorelasi antara elemen \mathbf{Z}_t dan \mathbf{Z}_{t+s} tanpa adanya intervensi dari lag ke $\mathbf{Z}_{t+1}, \dots, \mathbf{Z}_{t+s-1}$. Identifikasi orde dilakukan dengan melihat tanda (+) atau (-) pada nilai korelasi parsial. Tanda (+) diberikan untuk nilai P_{ij} yang lebih besar dari $2/\sqrt{n}$, tanda (-) untuk yang nilainya lebih kecil dibanding $-2/\sqrt{n}$

dan tanda $(.)$ untuk P_{ij} yang nilainya berada diantara $-2/\sqrt{n}$ dan $2/\sqrt{n}$.

2.5 Estimasi Parameter

Estimasi parameter Φ model VAR dapat dilakukan salah satunya dengan metode *Least Square* (Wei, 2006).

$$\mathbf{Z}_t = \Phi_0 + \Phi_1 \mathbf{Z}_{t-1} + \dots + \Phi_p \mathbf{Z}_{t-p} + \mathbf{a}_t, \quad t = p+1, \dots, n \quad (2.14)$$

Dimana matriks kovarians dari \mathbf{a}_t adalah Σ_a dan didapatkan sejumlah $m-p$ data untuk estimasi parameter. Untuk melakukan estimasi model VAR(p) dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\mathbf{Z}'_t = \mathbf{X}'_t \Phi + \mathbf{a}'_t \quad (2.15)$$

Dimana $\mathbf{X}'_t = (1, \mathbf{Z}'_{t-1}, \dots, \mathbf{Z}'_{t-p})$ dan $\Phi' = [\Phi_0, \Phi_1, \dots, \Phi_p]$.

Data selanjutnya dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\mathbf{Z} = \mathbf{X}\Phi + \mathbf{A} \quad (2.16)$$

Dengan \mathbf{Z} pada persamaan (2.16) merupakan matriks berukuran $((n-p) \times m)$. \mathbf{X} merupakan matriks berukuran $((n-p) \times (mp+1))$ dan \mathbf{A} merupakan matriks berukuran $((n-p) \times m)$ dengan asumsi bahwa \mathbf{a}_t berdistribusi normal multivariat. Estimasi dengan metode *least square* dilakukan dengan meminimumkan $S(\Phi)$ dengan cara menurunkan $S(\Phi)$ terhadap $\text{vec}(\Phi)$ (Tsay, 2014).

$$S(\Phi) = \text{tr}[(\mathbf{Z} - \mathbf{X}\Phi)\Sigma_a^{-1}(\mathbf{Z} - \mathbf{X}\Phi)'] \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial S(\Phi)}{\partial \text{vec}(\Phi)} = -2(\Sigma_a^{-1} \otimes \mathbf{X}') \text{vec}(\mathbf{Z}) + 2(\Sigma_a^{-1} \otimes \mathbf{X}'\mathbf{X}) \text{vec}(\Phi) \quad (2.18)$$

Kemudian, persamaan (2.18) disamadengankan nol sehingga menjadi

$$(\Sigma_a^{-1} \otimes \mathbf{X}') \text{vec}(\mathbf{Z}) = (\Sigma_a^{-1} \otimes \mathbf{X}'\mathbf{X}) \text{vec}(\Phi) \quad (2.19)$$

Sehingga estimasi parameter dengan metode *least square* dapat dihitung dengan persamaan berikut.

$$\Phi = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}(\mathbf{X}'\mathbf{Z}) \quad (2.20)$$

Parameter yang didapatkan kemudian diuji signifikansinya dalam model. Berikut merupakan hipotesis dari metode *Least Square*.

$$H_0 : \Phi_p = 0 \text{ (parameter tidak signifikan)}$$

$$H_1 : \Phi_p \neq 0 \text{ (parameter signifikan)}$$

Dengan statistik uji yang digunakan untuk pengujian adalah sebagai berikut.

$$t_{hitung} = \frac{\beta}{SE(\beta)} \quad (2.21)$$

Berdasarkan nilai statistik uji tersebut H_0 ditolak apabila nilai $|t_{hitung}| > t_{\alpha/2, (n-m)}$ pada taraf signifikansi 10% sehingga dapat disimpulkan bahwa parameter model VAR signifikan.

2.6 Diagnostic Checking

Pemeriksaan diagnostik pada residual model VAR dilakukan apabila seluruh parameter pada model telah signifikan. Model VAR yang sesuai adalah apabila residualnya telah memenuhi asumsi *white noise* dan berdistribusi normal multivariat.

Pengujian normal multivariat dilakukan dengan uji Henze-Zirkler's dengan rumusan hipotesis dan statistik uji sebagai berikut (Henze & B.Zirkler, 1990).

$$H_0 : \mathbf{X} \text{ berdistribusi } N_p(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$$

$$H_1 : \mathbf{X} \text{ tidak berdistribusi } N_p(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$$

Dengan $N_d(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$ merupakan distribusi normal berdimensi p dengan mean $\boldsymbol{\mu}$ dan matriks kovarians $\boldsymbol{\Sigma}$. Statistik uji yang digunakan dalam uji Henze-Zirkler adalah sebagai berikut.

$$HZ = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n e^{-\frac{\beta^2}{2} D_{ij}} - 2(1 + \beta^2)^{-\frac{p}{2}} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e^{-\frac{\beta^2}{2(1+\beta^2)} D_i} + (1 + 2\beta^2)^{-\frac{p}{2}} \quad (2.22)$$

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{n(2p+1)}{4} \right)^{\frac{1}{p+4}} \quad (2.23)$$

$$D_{ij} = (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)^T \mathbf{S}^{-1} (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j) \quad (2.24)$$

$$D_i = (\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}})^T \mathbf{S}^{-1} (\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}}) \quad (2.25)$$

Jika data berdistribusi normal, nilai statistik HZ akan berdistribusi log-normal dengan μ dan varians sebagai berikut.

$$\mu = 1 - \frac{a^{-\frac{p}{2}} \left(1 + p\beta^{\frac{2}{a}} + (p(p+2)\beta^4) \right)}{2a^2} \quad (2.26)$$

$$\sigma^2 = 2(1+4\beta^2)^{-\frac{p}{2}} + \frac{2a^{-p}(1+2p\beta^4)}{a^2} + \frac{3p(p+2)\beta^8}{4a^4} \quad (2.27)$$

$$-4w_\beta^{-\frac{p}{2}} \left(1 + \frac{3p\beta^4}{2w_\beta} + \frac{p(p+2)\beta^8}{2w_\beta^2} \right)$$

Dimana $a = 1 + 2\beta^2$ dan $w_\beta = (1 + \beta^2)(1 + 3\beta^2)$. Apabila nilai p -value yang dihasilkan lebih besar dari taraf signifikansi yang ditentukan, maka dapat disimpulkan data berdistribusi normal multivariat.

Sedangkan pemeriksaan asumsi *white noise* dilakukan dengan cara melihat nilai MIC pada residual model. Apabila nilai MIC optimum terletak pada orde AR (0) dan MA (0), maka dapat disimpulkan residual telah *white noise*. Nilai MIC merupakan nilai Bayesian Information Criterion yang dapat dihitung dengan persamaan berikut.

$$BIC_{(p,q)} = \ln(\sigma_{(p,q)}^2) + 2(p+q)\ln(n)/n \quad (2.28)$$

$$\sigma_{(p,q)}^2 = \frac{1}{n} \sum_{t=t_0}^n \left(z_t - \sum_{i=1}^m \phi_i \hat{z}_{t-i} + \sum_{i=1}^m \theta_i \hat{e}_{t-i} \right) \quad (2.29)$$

Dimana $t_0 = p + \max(p, q)$. Nilai MIC terkecil residual yang terletak pada orde AR(0) dan MA(0) menandakan tidak adanya lagi korelasi berarti dalam residual sehingga dapat disimpulkan *white noise* atau telah independen.

2.7 Uji Korelasi

Untuk melakukan analisis dengan diagram kendali F dan T^2 *Hotteling*, terdapat asumsi yang harus dipenuhi yaitu data berdistribusi normal multivariat dan memiliki korelasi antar variabel. Pengujian korelasi antar karakteristik kualitas dapat dilakukan dengan menggunakan Bartlett's test. Rumusan hipotesis dan statistik uji untuk pengujian korelasi adalah sebagai berikut (Morrison, 2005).

$H_0 : \mathbf{R} = \mathbf{I}$ (tidak terdapat korelasi antar karakteristik kualitas)

$H_1 : \mathbf{R} \neq \mathbf{I}$ (terdapat korelasi antar karakteristik kualitas)

Dengan statistik uji:

$$\chi_{hitung}^2 = - \left\{ n - 1 - \frac{2m + 5}{6} \right\} \ln |\mathbf{R}| \quad (2.30)$$

Keterangan:

m : jumlah karakteristik kualitas

n : jumlah sampel

\mathbf{R} : matriks korelasi masing-masing karakteristik kualitas

Berdasarkan hipotesis dan statistik uji di atas, antar residual karakteristik kualitas berkorelasi apabila $\chi_{hitung}^2 > \chi_{m(m-1)/2}^2$.

2.8 Diagram kendali

Statistical Process Control merupakan alat yang dapat digunakan untuk mengawasi suatu proses. SPC memiliki tujuan menggambarkan variasi yang dapat dikendalikan atau tidak (Srinivasu, 2009). Salah satu alat SPC adalah diagram kendali. Pada diagram kendali dapat dibedakan variasi yang disebabkan oleh *assignable cause* dan *random cause*. Diagram kendali terdiri atas tiga bagian, yaitu batas kendali atas, batas kendali bawah dan

garis tengah. Suatu proses dapat dikatakan terkendali apabila titik-titik pengamatan berada di dalam batas kendali (Montgomery, 2013).

Asumsi standar yang harus dipenuhi untuk membangun diagram kendali adalah data berdistribusi normal dan independen dengan mean μ dan deviasi standar σ . Keadaan *out of control* merupakan keadaan dimana terdapat pergeseran dalam mean atau deviasi standar proses. Saat asumsi tersebut dipenuhi, diagram kendali biasa dapat diaplikasikan dan dapat ditarik kesimpulan mengenai keadaan proses. Tingkat *false alarm* dengan batas kendali 3 sigma dapat ditentukan dan digunakan untuk interpretasi diagram kendali.

Asumsi penting yang harus dipenuhi untuk membangun diagram kendali adalah independensi antar pengamatan. Data asli yang mengandung autokorelasi apabila langsung diaplikasikan pada diagram kendali akan mengakibatkan banyak sinyal-sinyal terdapat *assignable cause* padahal proses terjadi secara alami tanpa adanya *assignable cause* yang terjadi.

Pendekatan yang telah terbukti dapat berguna untuk mengatasi autokorelasi pada data adalah dengan memodelkan data dengan model *time series* yang sesuai. Model tersebut dibuat untuk menghilangkan autokorelasi dalam data dan mengaplikasikan residual pada diagram kendali. Misal model *time series* dari karakteristik kualitas adalah sebagai berikut.

$$Z_t = \xi + \phi Z_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.31)$$

Apabila Z_t merupakan nilai estimasi dari Z_t , sehingga nilai residual e_t dapat dihitung dengan persamaan berikut.

$$e_t = Z_t - \hat{Z}_t \quad (2.32)$$

Dimana residual tersebut independen dan berdistribusi normal dengan mean nol dan varians konstan. Sehingga diagram kendali konvensional dapat diaplikasikan pada residual. Titik pengamatan yang berada di luar batas kendali atau pola tidak biasa pada diagram kendali mengindikasikan adanya perubahan parameter

ϕ dan ξ dari model *time series* yang mengisyaratkan pengamatan asli (Z_t) berada diluar batas kendali (Montgomery, 2013).

Beberapa keuntungan yang didapat saat memperhitungkan efek autokorelasi proses dengan cara membangun diagram kendali berdasarkan residual model *time series* adalah sebagai berikut (Requeijo & Souza, 2011).

1. Memberikan kesimpulan proses terkendali atau tidak secara akurat.
2. Estimasi parameter proses yang tepat.
3. Menghasilkan analisis kapabilitas yang tepat.
4. Meminimalisir kerugian dari gangguan proses produksi yang tidak semestinya untuk menyelesaikan masalah yang sebenarnya tidak ada.

Terdapat dua diagram kendali yang biasa digunakan dalam pengendalian proses yaitu diagram kendali untuk mengendalikan varians proses dan mean proses. Pengendalian varians proses dapat dilakukan dengan diagram kendali *generalized variance* dan pengendalian mean proses dilakukan dengan menggunakan diagram kendali T^2 Hotelling yang dibangun berdasarkan residual model *time series*.

2.8.1 Diagram kendali F

Monitoring varians proses tidak kalah pentingnya dengan monitoring mean proses. Diagram kendali untuk mengendalikan varians proses dengan pengamatan individual dikemukakan oleh Djauhari (2010). Diagram kendali ini memplot nilai F yang didapatkan dari persamaan berikut.

$$F = \sqrt{\text{Tr}(\mathbf{D}^2)} \quad (2.33)$$

Dimana:

$$\mathbf{D} = \mathbf{SS}_{n+1} - \mathbf{SS}_n \quad (2.34)$$

Nilai \mathbf{SS}_{n+1} dan \mathbf{SS}_n merupakan nilai \mathbf{SS}_k saat $k=n+1$ dan $k=n$. Nilai \mathbf{SS}_k dapat dihitung dengan rumus berikut.

$$\mathbf{SS}_k = \sum_{i=1}^k (X_i - \bar{X}_k)(X_i - \bar{X}_k)^t \quad (2.35)$$

Dengan $\bar{X}_k = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k X_i$ dan batas-batas kendali untuk

diagram kendali ini didapatkan berdasarkan rumus berikut.

$$BKA = c\chi_r^2 \text{ dengan } c = \frac{Tr(\mathbf{S}_n^2)}{Tr(\mathbf{S}_n)}, \text{ dan } r = \frac{\{Tr(\mathbf{S}_n)\}^2}{Tr(\mathbf{S}_n^2)} \quad (2.36)$$

$$BKB = 0$$

\mathbf{S}_n merupakan matriks kovarians dari sampel yang mengacu pada Montgomery (2013) yaitu

$$\mathbf{S} = \frac{\mathbf{1} \mathbf{V}' \mathbf{V}}{2(n-1)} \quad (2.37)$$

Dimana $\mathbf{V}_i = X_{i+1} - X_i, i = 1, 2, \dots, n-1$. \mathbf{V}_i merupakan vektor selisih antara vektor pengamatan ke- i dan ke- $i+1$ yang berdistribusi $N_m(0, 2\Sigma)$. Dalam matriks dapat ditulis sebagai berikut.

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} V_1' \\ V_2' \\ \vdots \\ V_{n-1}' \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

Apabila plot nilai statistik berada di atas nilai BKA, maka titik pengamatan tersebut dikatakan tidak terkendali secara statistik.

2.8.2 Diagram kendali T^2 Hotelling

Diagram kendali T^2 Hotelling digunakan untuk mengontrol rata-rata proses yang terdiri atas lebih dari satu karakteristik kualitas. Diagram kendali ini dapat digunakan untuk melakukan pengontrolan serentak terhadap variabel-variabel karakteristik kualitas yang saling berkorelasi (Montgomery, 2013).

Statistik T^2 Hotelling untuk pengamatan individual atau subgroup bernilai 1 adalah sebagai berikut.

$$T_i^2 = (\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}})' \mathbf{S}^{-1} (\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}}) \quad (2.39)$$

Dimana \mathbf{S} merupakan matriks kovarians sampel yang didapatkan dari persamaan (2.37).

Keterangan:

T_i^2 : statistik untuk pengamatan ke- i

\mathbf{x}_i : vektor residual pengamatan ke- i

$\bar{\mathbf{x}}$: vektor rata-rata masing-masing karakter kualitas

Menurut Tracy, Young dan Mason (1992), jika data individual maka batas kendali untuk *control chart* T^2 Hotelling dengan jumlah karakteristik kualitas m dan jumlah pengamatan n adalah sebagai berikut.

$$BKA = \frac{m(n-1)(n+1)}{n(n-m)} F_{(\alpha, m, n-m)}$$

$$GT = \text{median}(F) \quad (2.40)$$

$$BKB = 0$$

2.9 Dekomposisi Statistik T^2

Salah satu pendekatan untuk menganalisis penyebab pengamatan di luar batas kendali adalah dengan dekomposisi T^2 yang dapat menunjukkan kontribusi dari masing-masing karakteristik kualitas. Jika T^2 merupakan nilai statistik pada peta kendali, maka T_i^2 merupakan nilai statistik untuk semua karakteristik kualitas kecuali karakteristik kualitas ke- i . indikator yang dapat menunjukkan kontribusi karakteristik kualitas ke- i terhadap statistik secara keseluruhan dapat dihitung pada persamaan berikut (Montgomery, 2013).

$$d_i = T^2 - T_i^2 \quad (2.41)$$

Karakteristik kualitas penyebab pengamatan di luar batas kendali merupakan karakteristik kualitas dengan nilai d_i yang paling besar.

2.10 Indeks Perfoma Proses

Indeks performa proses (P_p) merupakan ukuran antara batas spesifikasi dengan puncak dari proses. P_p yang bernilai 1 menandakan variasi proses tepat sama dengan batas spesifikasi yang ditentukan. Nilai $P_p < 1$ berarti variasi proses melebihi batas spesifikasi dan apabila nilai $P_p > 1$ memiliki arti variasi proses lebih kecil atau berada dalam batas spesifikasi (Montgomery, 2013). Nilai P_p multivariat (MP_p) dapat dihitung dengan persamaan berikut.

$$MP_p = \prod_{i=1}^p P_{pi} \quad (2.42)$$

$$P_{pi} = \text{Min} \left[\frac{USL_i - \mu_i}{3\sigma_i}, \frac{\mu_i - LSL_i}{3\sigma_i} \right]$$

Suatu proses dapat dikatakan kapabel atau sesuai dengan spesifikasi apabila nilai P_p yang dihasilkan lebih dari 1.

2.11 Proses Pengolahan Air di PDAM Surabaya

Proses pengolahan air di PDAM adalah sebagai berikut.

a. Intake

Intake adalah unit pengolahan air minum yang memiliki peran sebagai bangunan penyadap air baku dari sumber air ke unit pengolahan selanjutnya. Air baku IPAM Ngagel I bersumber dari kali Surabaya yang merupakan aliran langsung dari pintu dam Jagir dengan sistem gravitasi. Tempat pengambilan air baku dilengkapi dengan 'Bar screen' atau penyaring yang bertujuan untuk menyaring benda-benda terapung (sampah) agar tidak sampai masuk ruang *intake* karena bisa mengganggu kinerja pompa.

b. Sedimentasi

Kanal I merupakan unit pengolahan air minum yang berbentuk tiga saluran kanal terbuka dengan ukuran 8 x 240 meter. Kanal I ini memiliki fungsi untuk mengendapkan partikel kasar dengan kecepatan air 0,2 – 0,25 meter/detik.

c. Koagulasi

Proses Koagulasi adalah proses pemberian koagulan dengan maksud mengumpulkan zat-zat padat sangat kecil yang ada pada air sehingga membentuk flok-flok. Sistem koagulasi ini menggunakan sistem hidrolis dengan memanfaatkan tekanan udara yang diinjeksikan pompa atau blower untuk aerasi untuk mencampur bahan koagulan alum atau tawas dengan air.

d. Flokuasi

Flokulasi yaitu proses pemberian flokulan dengan maksud menggabungkan flok-flok kecil yang telah terbentuk pada proses sebelumnya (koagulasi) sehingga menjadi besar dan mudah untuk diendapkan yang dilakukan dalam bak terbuka yang berliku-liku. Bahan kimia yang dibubuhkan pada proses ini adalah karbon aktif untuk mengontrol bau, rasa dan warna saat musim kemarau dan poli elektrolit setelah alum untuk membantu koagulan membentuk flok yang lebih besar dan stabil.

e. Sedimentasi

Pada proses ini, air diletakkan pada bak terbuka untuk memberi kesempatan flok-flok yang terbentuk dari proses sebelumnya mengendap.

f. Filtrasi

Proses filtrasi bertujuan untuk melakukan penyaringan flok-flok halus yang belum dapat terendapkan pada bak sedimentasi. Proses filtrasi dilakukan dengan cara melewatkan air melalui media porous yaitu; pasir silica/ kwarsa.

g. Desinfeksi Klorinasi

Proses desinfeksi memiliki tujuan untuk memastikan air minum yang dihasilkan sesuai standar bakterologi. Desinfeksi menggunakan gas *chlor* yang dibubuhkan setelah penyaringan, sebelum air masuk tendon. Proses klorinasi membutuhkan waktu

paling sedikit 25 menit dengan sisa *chlor* bebas 1 mg/liter yang berfungsi membasmi bakteri atau mikroorganisme yang ada.

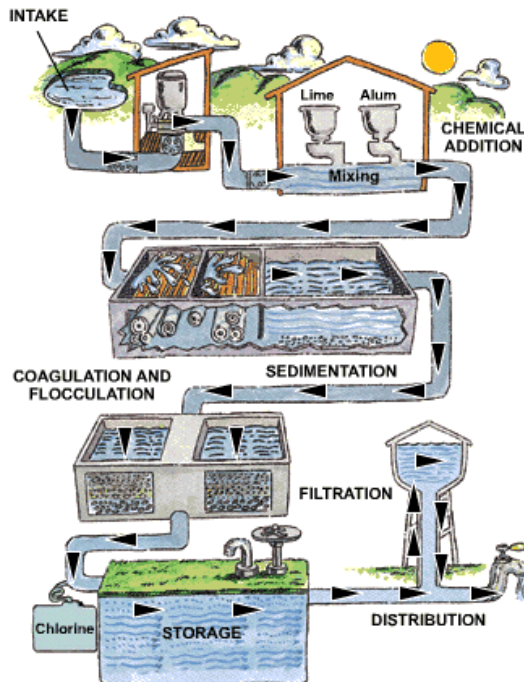
h. Reservoir

Air yang telah melalui proses filtrasi dan desinfeksi kemudian dialirkan menuju tendon air bersih dengan sistem gravitasi.

i. Pompa Distribusi

Pompa distribusi digunakan untuk mendistribusikan air bersih dari tendon ke sistem distribusi.

Proses penjernihan air bersih dapat dilihat pada gambar berikut.



Gambar 2. 1 Proses Penjernihan Air

BAB III METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder hasil pengujian laboratorium terhadap sampel air hasil proses pengolahan di IPAM Ngagel I pada tanggal 2 Januari hingga 30 Mei 2014. Karena data yang digunakan merupakan data harian, maka digunakan ukuran subgrup 1 atau pengamatan individual. Berikut merupakan struktur data yang digunakan.

Tabel 3. 1 Struktur Data

Pengamatan ke-	Karakteristik Kualitas			
	<i>Turbidity</i>	pH	Zat Organik (KMnO ₄)	Sisa <i>Chlor</i>
1	X ₁₁	X ₂₁	X ₃₁	X ₄₁
2	X ₁₂	X ₂₂	X ₃₂	X ₄₂
...
98	X ₁₉₈	X ₂₉₈	X ₃₉₈	X ₄₉₈

3.2 Variabel Penelitian

Terdapat empat variabel yang akan digunakan dalam penelitian ini yaitu, nilai pH, kekeruhan (*turbidity*), jumlah zat organik (KMnO₄) dan *chlor*. Batas spesifikasi untuk kekeruhan, zat organik dan pH mengacu pada Permenkes Nomor 492 Tahun 2010, sedangkan untuk sisa *chlor* batas spesifikasi mengacu pada Permenkes Nomor 736 Tahun 2010. Daftar variabel dan batas-batas maksimum yang diperbolehkan disajikan dalam Tabel 3.2.

Tabel 3. 2 Variabel Penelitian

No.	Variabel	Satuan	Kadar yang Diperbolehkan
1	Sisa <i>Chlor</i>	mg/l	0,2-1
2	Zat Organik (KMnO ₄)	mg/l	Maksimal 10
3	Kekeruhan (<i>Turbidity</i>)	NTU	Maksimal 5
4	pH		6,5 - 8,5

Penjelasan untuk masing-masing karakteristik kualitas adalah sebagai berikut.

1. Kekeruhan (*turbidity*)

Kekeruhan pada air dapat disebabkan oleh adanya zat yang terlarut dalam air seperti lumpur, zat organik, plankton dan zat-zat halus lainnya.

2. Sisa *Chlor*

Chlor merupakan zat kimia yang ditambahkan dalam pengolahan air karena merupakan desifektan yang sangat efisien untuk membunuh mikroorganisme yang dapat mengakibatkan berbagai macam penyakit. Sisa *chlor* yang terkandung dalam air bersih dapat berfungsi untuk mencegah kontaminasi kembali saat proses distribusi air ke konsumen.

3. pH

pH merupakan ukuran konsentrasi ion hidrogen yang menunjukkan apakah air bersifat asam atau basa. Skala pH adalah antara 0 (sangat asam) hingga 14 (sangat basa).

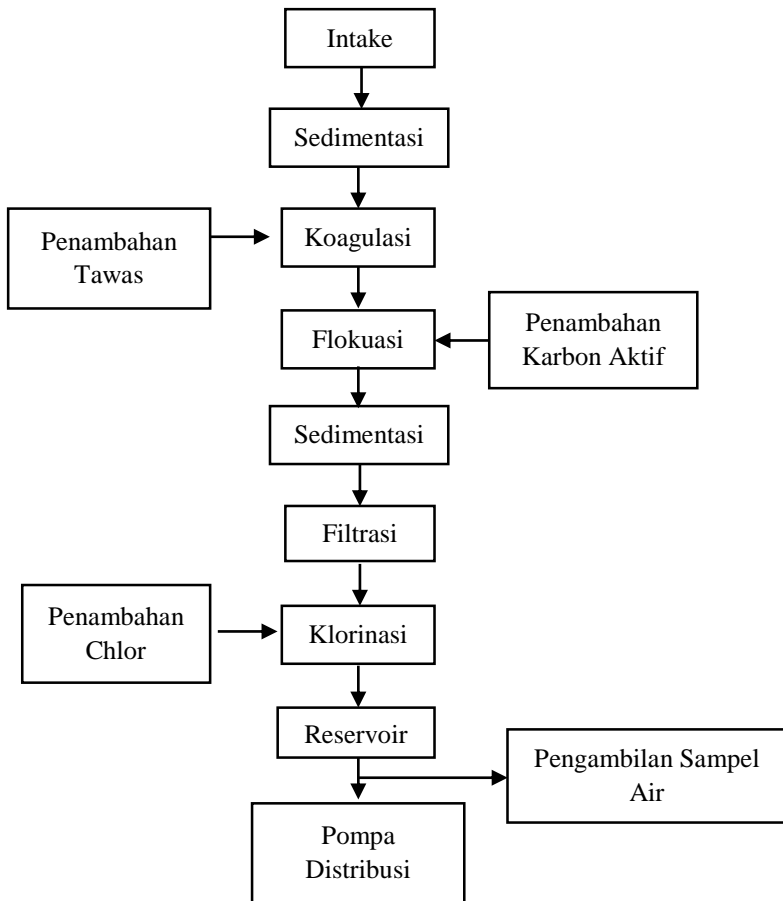
4. Zat Organik

Dalam air, kadar zat organik yang berlebihan tidak baik karena akan menimbulkan air memiliki warna, bau dan rasa yang tidak diinginkan. Kadar zat organik yang berlebihan juga memungkinkan air menjadi bersifat toksik secara langsung maupun saat bereaksi dengan zat lain.

3.3 Metode Pengambilan Sampel

Sampel untuk mengukur kualitas air hasil produksi IPAM Ngagel I diambil oleh bagian Laboratorium Ngagel. Pengambilan sampel dan pengukuran karakteristik kualitas air dilakukan dengan langkah-langkah berikut.

1. Sampel diambil sebanyak satu botol pada aliran air setelah reservoir dan sebelum pompa distribusi kemudian dibawa ke bagian Laboratorium.
2. Dilakukan pengukuran *turbidity*, pH, KMnO_4 dan sisa *chlor* pada sampel yang sama yang telah diambil.
3. Dilakukan pencatatan hasil pengukuran pada hasil pengukuran.



Gambar 3. 1 Proses Pengambilan Sampel

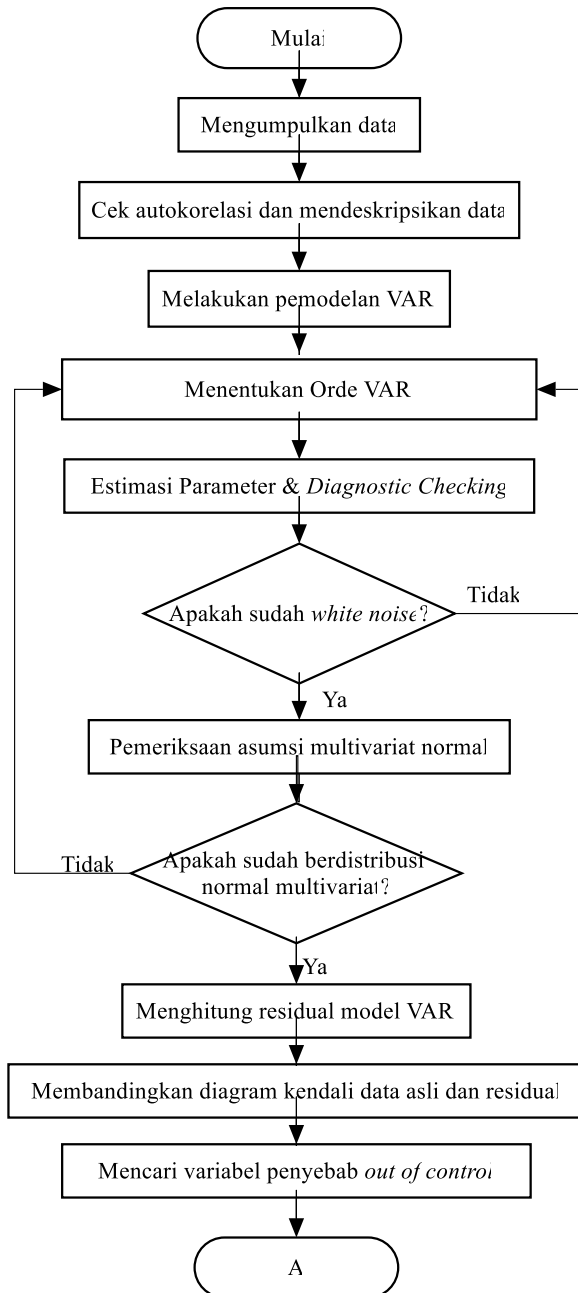
3.4 Langkah-langkah Analisis Data

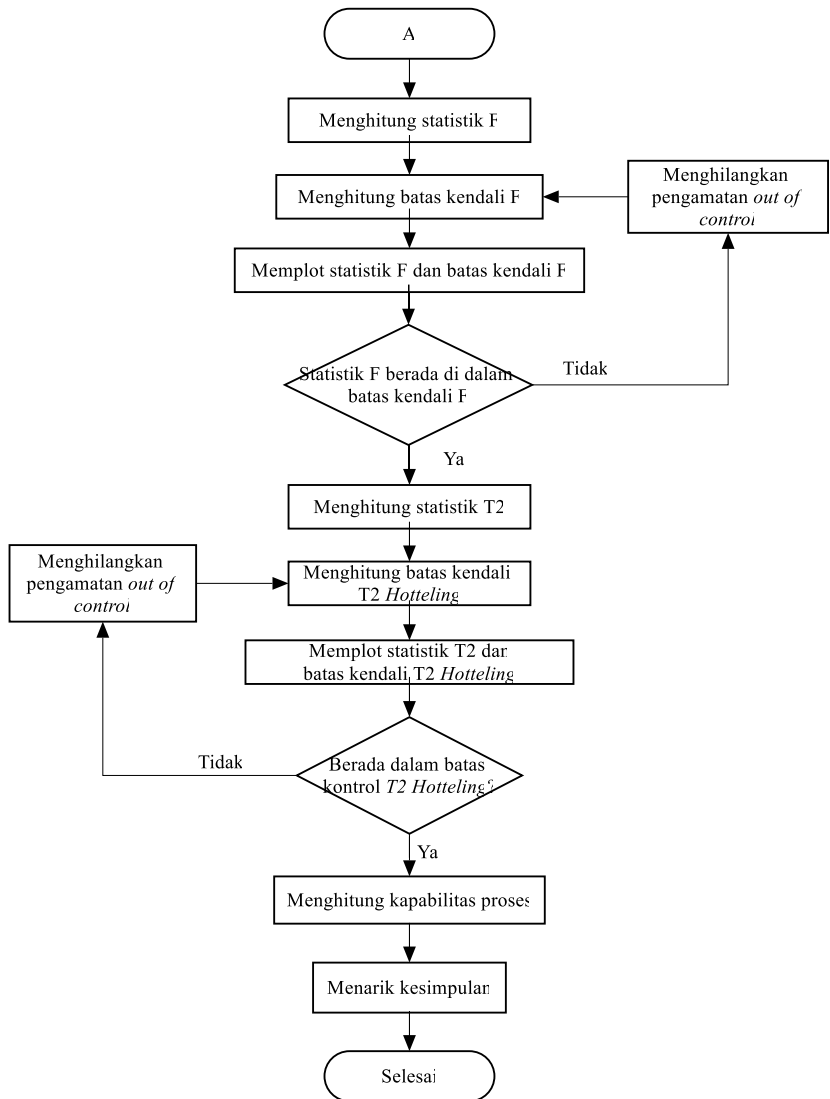
Langkah-langkah analisis yang akan dilakukan untuk pengendalian kualitas proses pengolahan air di IPAM Ngagel I Surabaya adalah sebagai berikut.

1. Mendeskripsikan karakteristik kualitas air dengan memeriksa adanya pengaruh waktu pada data berdasarkan nilai autokorelasi dan memeriksa korelasi antar karakteristik kualitas

- serta melihat nilai mean, varians, nilai maksimum dan minimum masing-masing karakteristik kualitas.
2. Mencari model *time series* terbaik untuk seluruh karakteristik kualitas dengan menggunakan VAR dengan langkah-langkah berikut.
 - a. Mengidentifikasi orde model VAR berdasarkan MPCCF yang dapat dihitung menggunakan persamaan (2.12). Orde VAR didapatkan dengan melihat lag yang mengandung tanda (+) atau (-) pada MPCCF dan melihat nilai MIC.
 - b. Melakukan estimasi parameter Φ model VAR dengan persamaan (2.20).
 - c. Melakukan pengujian signifikansi parameter Φ dengan statistik uji yang telah dituliskan pada persamaan (2.21)
 - d. Melakukan pemeriksaan residual *white noise* dengan melihat nilai MIC optimum residual.
 - e. Melakukan pemeriksaan residual berdistribusi normal multivariat dengan uji Henze-Zirkler's dengan statistik uji seperti pada persamaan (2.22)
 3. Menghitung nilai residual model *time series*.
 4. Membandingkan peta kendali residual dan data asli.
 5. Analisis karakteristik kualitas penyebab *out of control* dengan dekomposisi nilai T^2 yang dapat dihitung dengan persamaan (2.41)
 6. Melakukan pengendalian kualitas dengan diagram kendali F dengan langkah-langkah berikut.
 - a. Menghitung statistik F berdasarkan persamaan (2.33).
 - b. Menghitung batas kendali diagram kendali dengan rumus (2.36).
 - c. Membuat plot statistik F dan batas kendali.
 - d. Apabila terdapat pengamatan di luar batas kendali, maka dilakukan perbaikan diagram kendali dengan menghilangkan pengamatan yang *out of control*. Kemudian menghitung batas kendali diagram kendali yang baru. Langkah ini dilakukan hingga didapatkan diagram kendali yang terkendali.

7. Melakukan pengendalian kualitas dengan diagram kendali T^2 *Hotteling* dengan langkah-langkah berikut.
 - a. Menghitung statistik T^2 untuk masing-masing pengamatan dengan rumus (2.39).
 - b. Menghitung batas kendali diagram kendali T^2 *Hotteling* dengan rumus (2.40).
 - c. Membuat plot statistik T^2 dan batas kendali diagram kendali T^2 *Hotteling*.
 - d. Apabila terdapat pengamatan di luar batas kendali, maka dilakukan perbaikan diagram kendali dengan menghilangkan pengamatan yang *out of control*. Kemudian menghitung batas kendali diagram kendali yang baru. Langkah ini dilakukan hingga didapatkan diagram kendali yang terkendali.
 8. Menghitung indeks performa proses pengolahan air di IPAM Ngagel I berdasarkan persamaan (2.42)
 9. Mendapatkan kesimpulan dan saran berdasarkan hasil analisis yang telah dilakukan.
- Langkah-langkah analisis tersebut dapat digambarkan pada diagram alir sebagai berikut.





Gambar 3. 2 Langkah Analisis Penelitian

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

BAB IV

ANALISIS DAN PEMBAHASAN

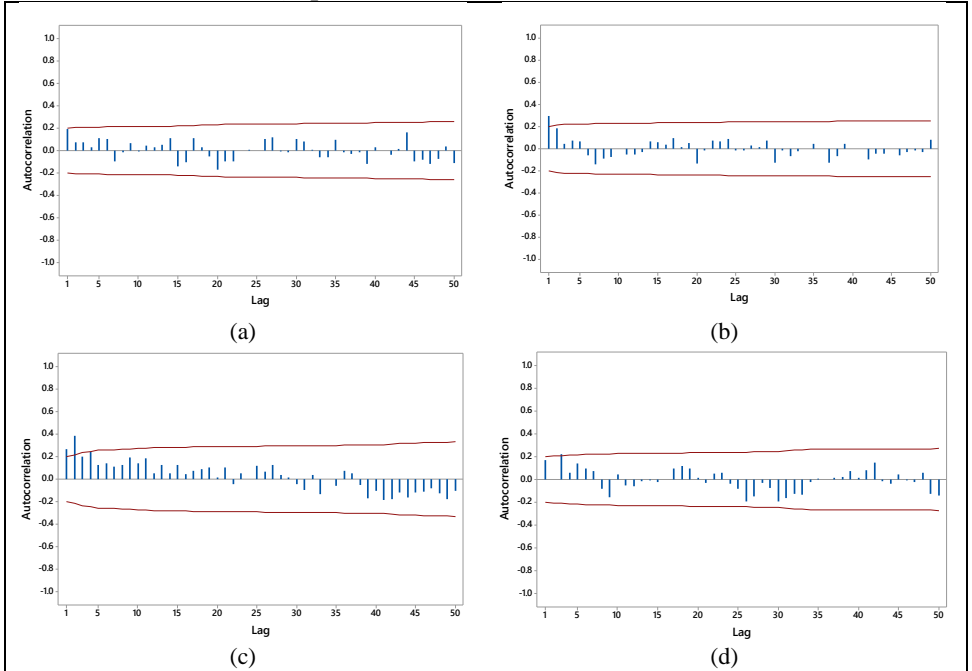
Analisis dan pembahasan dilakukan terhadap 4 karakteristik kualitas air hasil produksi Instalasi Penjernihan Air Minum (IPAM) Ngagel I yaitu *turbidity* (tingkat kekeruhan air), pH, KMnO₄ dan konsentrasi sisa chlor. Analisis dimulai dengan memastikan adanya autokorelasi pada hasil pengukuran 4 karakteristik kualitas tersebut. Kemudian dilanjutkan dengan menguji korelasi masing-masing karakteristik kualitas dan melihat karakteristik *turbidity*, pH, KMnO₄ dan sisa chlor dengan menggunakan statistika deskriptif. Setelah itu, pemodelan dengan menggunakan *Vector Autoregressive* (VAR) dilakukan pada 4 karakteristik kualitas air dan dihitung nilai residual dari model VAR. Pengendalian variabilitas dan mean proses dilakukan berdasarkan nilai residual yang didapatkan dari model dengan menggunakan diagram kendali F dan diagram kendali T² Hotelling.

Pengendalian variabilitas proses dengan diagram kendali F terlebih dahulu dilakukan. Apabila terdapat titik yang berada di luar batas kendali, maka dilakukan revisi diagram kendali hingga didapatkan diagram kendali F yang telah terkendali. Setelah itu dilakukan pengendalian *mean* proses dengan menggunakan diagram kendali T² Hotelling. Revisi diagram kendali kembali dilakukan apabila terdapat pengamatan di luar batas kendali untuk mendapatkan diagram kendali yang telah terkendali dan dapat digunakan sebagai alat kontrol baru bagi perusahaan memonitoring proses produksi air minum. Data yang digunakan untuk pengendalian kualitas kali ini adalah data pada bulan Januari-Mei 2014.

4.1. Pemeriksaan Autokorelasi Karakteristik Kualitas Air

Terdapat autokorelasi pada hasil pengukuran karakteristik kualitas merupakan syarat utama yang harus dipenuhi untuk melakukan pengendalian kualitas dengan diagram kendali *time*

series. Pengecekan autokorelasi pada masing-masing karakteristik kualitas dilakukan dengan cara melihat plot ACF. Berikut merupakan hasil pemeriksaan autokorelasi pada karakteristik kualitas *turbidity*, pH, KMnO_4 dan sisa chlor.



Gambar 4. 1 Cek Autokorelasi
(a) *Turbidity*, (b) pH, (c) KMnO_4 , (d) Sisa Chlor

Berdasarkan Gambar 4. 1 dapat dilihat bahwa karakteristik kualitas pH, KMnO_4 dan sisa chlor mengandung autokorelasi yang signifikan. Nilai autokorelasi yang signifikan terdapat pada lag ke-1 untuk pH, lag ke-1 dan 2 untuk KMnO_4 dan lag ke-3 pada karakteristik kualitas sisa chlor. Sedangkan pada variabel *turbidity*, meskipun tidak terdapat nilai autokorelasi yang signifikan, pada lag pertama memiliki nilai autokorelasi yang cukup tinggi hingga mendekati batas signifikansi.

Berdasarkan proses penjernihan air yang berlangsung secara terus-menerus sehingga dapat menimbulkan adanya autokorelasi dan karena masing-masing karakteristik kualitas menunjukkan adanya nilai autokorelasi yang signifikan, maka penggunaan diagram kendali *time series* merupakan pilihan yang tepat untuk pengendalian proses penjernihan air di IPAM Ngagel I.

4.2. Analisis Karakteristik Kualitas Air

Selain mengandung autokorelasi, 4 karakteristik kualitas tersebut memiliki hubungan satu dengan yang lain. Jumlah chlor yang dibubuhkan pada saat proses desinfektan akan mempengaruhi turbidity dan pH air. Sedangkan jumlah KMnO_4 atau zat organik dapat mempengaruhi *turbidity* air. Secara statistik, hubungan antar karakteristik kualitas ini dapat diuji dengan uji Bartlett. Berikut merupakan hasil uji Bartlett.

Tabel 4. 1 Hasil Uji Bartlett

<i>p-value</i>	df
0,009	6

Berdasarkan hasil uji Bartlett pada Tabel 4. 1, dapat disimpulkan bahwa secara statistik keempat karakteristik kualitas air produksi IPAM Ngagel I memiliki pengaruh yang signifikan satu dengan yang lain. Hal ini ditunjukkan oleh nilai *p-value* yang lebih kecil dibandingkan dengan taraf signifikansi yang digunakan yaitu sebesar 10%.

Analisis karakteristik kualitas air dapat digunakan untuk mengetahui secara umum mengenai hasil produksi air minum di IPAM Ngagel I yang ditunjukkan dari nilai rata-rata, varians, maksimum dan minimum. Berikut merupakan analisis karakteristik kualitas air dengan menggunakan statistika deskriptif.

Tabel 4. 2 Karakteristik Kualitas Air

Variabel	Spesifikasi	Mean	Varians	Minimum	Maksimum
Turbidity	Maks. 5	0,847	0,0818	0,34	1,95
pH	6,5 – 8,5	7,3895	0,0139	6,95	7,76
KMnO ₄	Maks. 10	5,55	3,96	0,277	10,932
Sisa Chlor	0,2 - 1	0,9458	0,0379	0,4	1,5

Berdasarkan Tabel 4. 2 dapat dilihat bahwa secara garis besar, proses penjernihan air yang dilakukan IPAM Ngagel I dapat dikatakan baik jika dilihat dari nilai *mean* masing-masing karakteristik kualitas yang berada dalam batas spesifikasi air minum yang ditetapkan pemerintah. Namun, apabila dilihat dari nilai maksimum, kadar KMnO₄ dan sisa chlor yang terkandung dalam air melebihi batas maksimum kadar yang diperbolehkan yang berarti terdapat air hasil penjernihan yang tidak sesuai dengan spesifikasi yang ditetapkan. Nilai varians untuk KMnO₄ juga masih tergolong besar yang menandakan kadar KMnO₄ dalam air hasil produksi tidak stabil sehingga berpotensi mengakibatkan hasil air minum yang tidak sesuai spesifikasi. Oleh karena itu, perlu dilakukan pengendalian kualitas untuk *memonitoring* proses penjernihan air yang telah berjalan dan menemukan alat kontrol baru yang dapat digunakan untuk pengendalian kualitas air yang diproduksi di masa depan.

4.3. Pemodelan VAR

Diagram kendali T² Hoteling yang akan digunakan memiliki asumsi yang harus dipenuhi yaitu independen. Sedangkan pada subbab 4.1 telah ditunjukkan bahwa dalam data terdapat autokorelasi. Maka dari itu, dilakukan pemodelan *time series* dengan menggunakan VAR untuk menghilangkan efek autokorelasi pada data. Diagram kendali dibangun berdasarkan residual yang memenuhi asumsi independen sehingga dapat dilakukan pengendalian kualitas terhadap 4 karakteristik kualitas air dengan diagram kendali F dan T² Hoteling. Pemodelan VAR dimulai dengan memeriksa stasioneritas 4 karakteristik kualitas,

mengidentifikasi orde VAR, melakukan estimasi parameter, menguji signifikansi parameter dan melakukan *diagnostic checking*.

4.3.1 Pemeriksaan Stasioneritas

Sebelum melakukan pemodelan *time series* dengan menggunakan VAR, pemeriksaan stasioneritas terhadap varians dan *mean* terlebih dahulu dilakukan. Pemeriksaan stasioneritas terhadap varians dilakukan dengan transformasi Box-Cox dan pemeriksaan stasioneritas terhadap *mean* dilakukan dengan *Augmented Dickey Fuller*. Pemeriksaan stasioneritas terhadap varians memberi hasil sebagai berikut.

Tabel 4. 3 Pemeriksaan Stasioneritas Varians

Karakteristik Kualitas	Lower CL	Upper CL	Rounded Value
Turbidity	-0,45	0,59	0,00
pH	*	*	0,26
KMnO ₄	0,53	1,35	1,00
Sisa Chlor	1,23	3,07	2

Pemeriksaan stasioneritas terhadap varians dengan menggunakan transformasi Box-Cox dapat dilakukan dengan melihat nilai *confidence interval*. Apabila nilai *confidence interval* mengandung nilai 1, maka transformasi tidak perlu dilakukan atau dapat disimpulkan data telah stasioner terhadap varians. Tanda (*) berarti nilai *confidence interval* berada diluar interval -5 sampai 5. Pada Tabel 4. 3 ditunjukkan bahwa karakteristik kualitas pH dan KMnO₄ telah stasioner terhadap varians karena *confidence interval*-nya mengandung nilai 1. Sedangkan *turbidity* dan sisa chlor tidak stasioner terhadap varians sehingga membutuhkan transformasi. Transformasi dilakukan berdasarkan nilai *rounded value* pada Tabel 4. 3 yaitu *ln* untuk *turbidity* dan kuadrat untuk sisa chlor.

Setelah dilakukan transformasi sehingga dan semua karakteristik kualitas stasioner terhadap varians, kemudian dilakukan pengujian stasioneritas terhadap *mean* dengan

Augmented Dickey Fuller. Hasil uji stasioneritas terhadap mean adalah sebagai berikut.

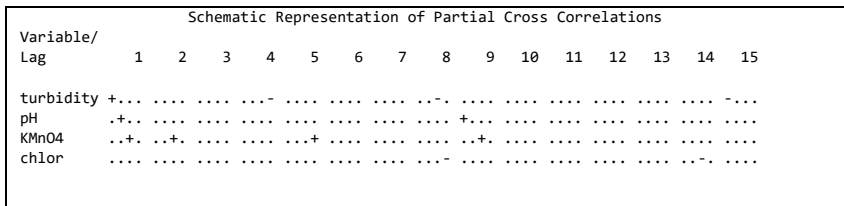
Tabel 4. 4 Uji Stasioneritas Mean

Karakteristik Kualitas	<i>p-value</i>
<i>Turbidity</i>	0,037
pH	0,010
KMnO ₄	0,049
Sisa Chlor	0,081

Berdasarkan Tabel 4. 4 nilai *p-value* untuk 4 lebih kecil dari taraf signifikansi 10% sehingga dapat disimpulkan bahwa 4 karakteristik kualitas telah stasioner dalam mean dan tidak memerlukan *differencing*.

4.3.2 Identifikasi Orde VAR

Identifikasi orde VAR dilakukan dengan melihat plot MPCCF dan melihat nilai *Minimum Information Criteria (MIC)*. Plot MPCCF ditampilkan pada gambar berikut.



Gambar 4. 2 MPCCF Data Karakteristik Kualitas Air

Pada Gambar 4. 2 dapat diketahui nilai *partial cross correlation* signifikan pada lag ke-1, 2, 4, 5, 8, 9, 14 dan 15 yang ditunjukkan tanda (+) dan (-) pada lag tersebut. Untuk memperjelas penentuan orde VAR yang optimum, dilakukan dengan melihat nilai MIC. Model dipilih berdasarkan nilai MIC yang paling kecil. Nilai MIC untuk model VAR dapat dilihat pada tabel berikut.

Tabel 4. 5 Nilai MIC Model VAR

Lag	MA (0)	MA (1)
AR (0)	0,6997478	1,1246416
AR (1)	-7,198201	-7,051499
AR (2)	-7,253356	-6,870327
AR (3)	-6,972327	-6,588676
AR (4)	-6,747049	-6,314959
AR (5)	-6,519771	-6,135565

Nilai MIC terkecil berdasarkan Tabel 4. 5 terletak pada AR (2) dan MA (0) sehingga model dugaan yang paling optimum merupakan VAR dengan orde 2. Setelah diketahui orde optimum untuk model VAR, kemudian dilakukan estimasi parameter.

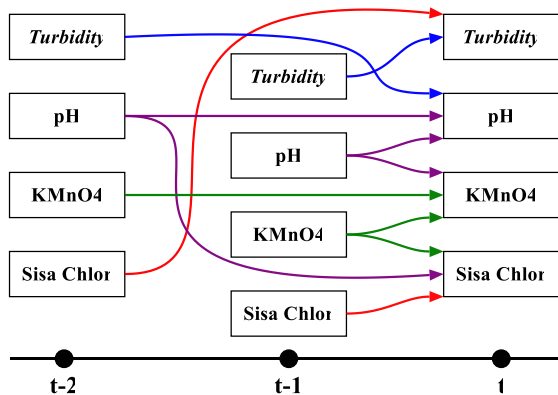
4.3.3 Estimasi dan Pengujian Signifikansi Parameter

Hasil estimasi pada VAR (2) awalnya menghasilkan 32 parameter, namun karena masih banyak parameter yang memiliki nilai *p-value* yang lebih besar dari taraf signifikansi yang digunakan yaitu 10%, maka dilakukan *restrict* untuk mengeliminasi parameter-parameter yang tidak signifikan sehingga didapatkan model dengan parameter-parameter berikut.

Tabel 4. 6 Estimasi Parameter

Variabel Output	Parameter	Nilai Estimasi	<i>p-value</i>
Turbidity	ϕ_{111}	0,27750	0,0053
	ϕ_{214}	-0,15888	0,0001
pH	ϕ_{122}	0,55263	0,0001
	ϕ_{221}	-0,09743	0,0106
	ϕ_{222}	0,44468	0,0001
KMnO4	ϕ_{132}	0,37153	0,0001
	ϕ_{133}	0,19041	0,0536
	ϕ_{233}	0,31946	0,0012
Sisa Chlor	ϕ_{143}	-0,03942	0,0403
	ϕ_{144}	0,17156	0,0939
	ϕ_{242}	0,14577	0,0001

Pada kolom pertama Tabel 4. 6 merupakan variabel *output* yaitu *turbidity*, pH, KMnO_4 dan sisa chlor. Parameter dalam model ditunjukkan pada kolom kedua dan nilainya pada kolom ketiga. Sedangkan pada kolom ke empat merupakan nilai *p-value* untuk masing-masing parameter. Nilai *p-value* pada Tabel 4. 6 menunjukkan seluruh parameter pada tabel telah signifikan karena nilainya lebih kecil dari 10%.



Gambar 4. 3 Hubungan Karakteristik Kualitas

Selain nilai parameter-parameter yang signifikan, Gambar 4. 3 menunjukkan variabel input yang diwakili oleh parameter-parameter yang signifikan. Dapat dilihat bahwa variabel *turbidity*, selain dipengaruhi keadaan *turbidity* sebelumnya, juga dipengaruhi keadaan sisa chlor periode sebelumnya. Keadaan pH dan *turbidity* pada periode sebelumnya mempengaruhi keadaan pH sekarang. Sedangkan kadar KMnO_4 dipengaruhi oleh keadaan pH dan KMnO_4 dan sisa chlor dipengaruhi keadaan pH, sisa chlor dan KMnO_4 pada periode sebelumnya. Hasil estimasi parameter model VAR (2) dapat dituliskan secara matematis sebagai berikut.

$$\begin{pmatrix} \hat{z}_{1,t} \\ \hat{z}_{2,t} \\ \hat{z}_{3,t} \\ \hat{z}_{4,t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,27750 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,55263 & 0 & 0 \\ 0 & 0,37153 & 0,19041 & 0 \\ 0 & 0 & -0,03942 & 0,17156 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_{1,t-1} \\ z_{2,t-1} \\ z_{3,t-1} \\ z_{4,t-1} \end{pmatrix} \\ + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -0,15888 \\ -0,09743 & 0,44468 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,31946 & 0 \\ 0 & 0,13407 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_{1,t-2} \\ z_{2,t-2} \\ z_{3,t-2} \\ z_{4,t-2} \end{pmatrix}$$

4.3.4 Diagnostic Checking

Setelah didapatkan parameter yang seluruhnya signifikan, dilakukan *diagnostic checking* terhadap residual model. Residual model harus memenuhi asumsi *white noise* dan berdistribusi normal multivariat. Pengujian normalitas multivariat residual VAR 2 dilakukan dengan menggunakan uji Henze-Zirkler's yang memberikan hasil sebagai berikut.

Tabel 4. 7 Uji Normal Multivariat Residual VAR (2)

Statistik HZ	<i>p-value</i>
0,765	0,649

Berdasarkan Tabel 4.7 dapat disimpulkan residual model *time series* VAR (2) telah memenuhi asumsi normalitas multivariat karena nilai *p-value* yang dihasilkan lebih besar dari 10% sehingga menghasilkan keputusan gagal tolak H_0 memberikan kesimpulan residual telah berdistribusi normal multivariat.

Langkah selanjutnya adalah memeriksa apakah residual yang dihasilkan model VAR (2) telah *white noise* atau tidak lagi mengandung autokorelasi sehingga layak untuk digunakan dalam diagram kendali. Pemeriksaan ini dilakukan dengan melihat MIC dari residual. Apabila nilai MIC minimum terletak pada AR (0) dan MA (0), maka dapat dikatakan residual telah *white noise*. Berikut merupakan nilai MIC dari residual VAR (2).

Tabel 4. 8 MIC Residual VAR (2)

Lag	MA (0)	MA (1)
AR (0)	-7,851913	-7,425596
AR (1)	-7,600012	-7,203522
AR (2)	-7,325694	-6,905558
AR (3)	-7,075016	-6,698987
AR (4)	-6,712771	-6,399903
AR (5)	-6,489734	-6,120801

Hasil pemeriksaan MIC residual yang ditunjukkan Tabel 4. 8 dapat diketahui bahwa nilai MIC minimum berada pada orde AR (0) dan MA (0) sehingga dapat disimpulkan bahwa residual model VAR (2) telah memenuhi asumsi *white noise* sehingga dapat diaplikasikan dalam diagram kendali karena sudah tidak mengandung autokorelasi.

4.4. Peta Kendali Residual dan Data Asli

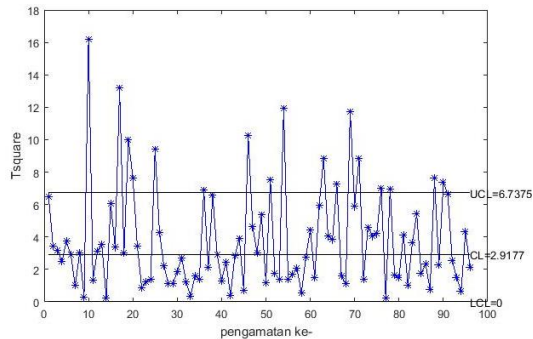
Residual model *time series* yang telah memenuhi asumsi normalitas dan *white noise* digunakan untuk membangun diagram kendali. Pada pemodelan VAR sebelumnya, dilakukan transformasi pada karakteristik kualitas turbidity dan sisa chlor, maka dari itu perlu dilakukan transformasi kembali pada nilai *fits* karakteristik kualitas tersebut. Transformasi $e^{\hat{z}_{1,t}}$ untuk turbidity dan $\sqrt{\hat{z}_{4,t}}$ untuk sisa chlor, kemudian dihitung nilai residualnya. Residual ini yang kemudian digunakan untuk membuat diagram kendali. Residual ini harus memenuhi asumsi normal multivariat yang dibutuhkan untuk membangun peta kendali. Hasil pengujian normalitas multivariat memberikan hasil berikut.

Tabel 4. 9 Uji Normal Multivariat Residual

Statistik HZ	<i>p-value</i>
0,911	0,154

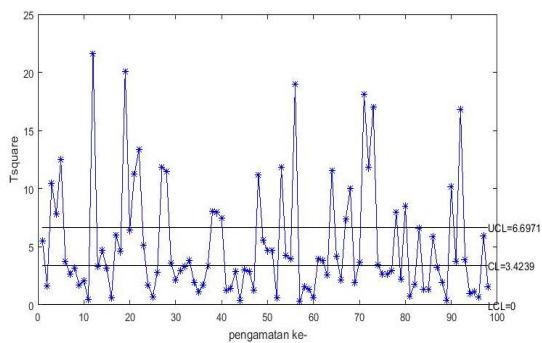
Pada Tabel 4. 9 ditunjukkan *p-value* yang didapatkan adalah sebesar 0,154. Nilai ini lebih besar dibandingkan taraf signifikansi yang ditentukan yaitu 10% sehingga menghasilkan kesimpulan gagal tolak yang berarti residual telah memenuhi asumsi

berdistribusi normal multivariat untuk digunakan membangun peta kendali.



Gambar 4. 4 T^2 Hoteling Residual

Diagram kendali yang dibangun berdasarkan nilai residual menghasilkan batas kendali atas 6,7375 dengan nilai tengah 2,9177 seperti pada Gambar 4. 4. Jumlah titik yang berada di atas batas kendali untuk diagram kendali ini adalah 17 titik. Sedangkan untuk diagram kendali yang dibangun dengan data asli, menunjukkan jumlah pengamatan di luar batas kendali yang lebih banyak yaitu 25 titik dengan batas kendali atas 6,6971 dan garis tengah 3,4239 seperti yang ditunjukkan pada Gambar 4. 5.



Gambar 4. 5 T^2 Hoteling Data Asli

Diagram kendali T^2 *Hoteling* dengan menggunakan data asli menunjukkan keberadaan 8 peringatan *assignable cause* yang salah. Hal ini menunjukkan bahwa pelanggaran asumsi dengan mengabaikan adanya autokorelasi pada data dapat mengakibatkan peningkatan jumlah *false alarm* yang drastis dan mengakibatkan pada situasi yang tidak diinginkan karena investigasi mengenai penyebab pengamatan-pengamatan di luar batas kendali pada proses memberikan hasil yang nihil.

Berdasarkan peta kendali yang dibangun berdasarkan nilai residual, dilakukan analisis karakteristik kualitas mana yang menyebabkan masing-masing pengamatan di luar batas kendali dengan melakukan dekomposisi statistik T^2 dengan hasil sebagai berikut.

Tabel 4. 10 Karakteristik Penyebab Titik *Out of Control*

Karakteristik Kualitas	Jumlah Pengamatan <i>Out of Control</i>
Turbidity	3
pH	3
KMnO ₄	5
Sisa Chlor	6
Total	17

Berdasarkan Tabel 4. 10 dapat disimpulkan bahwa penyebab titik pengamatan *out of control* paling banyak adalah sisa chlor dan KMnO₄ pada peringkat kedua. Analisis ini menghasilkan hasil yang serupa dengan analisis berdasarkan statistika deskriptif yang menunjukkan bahwa karakteristik kualitas sisa chlor dan KMnO₄ jumlahnya masih belum sesuai dengan batas spesifikasi yang ditetapkan Permenkes.

4.5. Pengendalian Kualitas Air

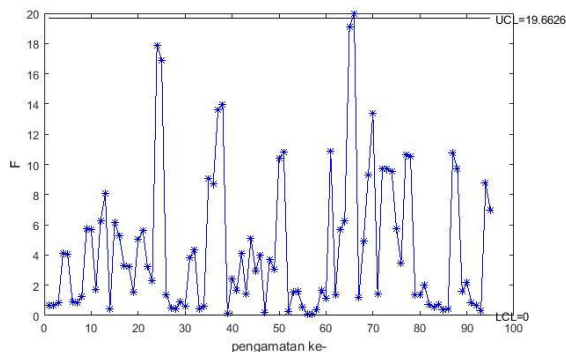
Sebelumnya telah ditunjukkan bahwa pelanggaran asumsi independen pada diagram kendali T^2 *Hoteling* dapat mengakibatkan peningkatan *false alarm* yang signifikan, maka selanjutnya dilakukan pengendalian kualitas fase 1 dengan berdasarkan nilai residual yang telah independen. Pada fase 1,

dapat dilihat apakah proses penjernihan air yang berlangsung di IPAM Ngagel I telah terkendali secara statistik atau belum. Diagram kendali pada fase 1 memiliki tujuan utama membuat proses berada dalam keadaan terkendali secara statistik. Batas kendali dihitung berdasarkan residual model VAR yang telah dibuat dan data diplot ke dalam diagram kendali. Apabila terdapat titik di luar batas kendali, maka titik tersebut dikeluarkan dan dilakukan perhitungan batas kendali yang baru hingga didapatkan estimasi batas kendali saat proses terkendali.

Pengendalian kualitas fase 1 dibagi menjadi dua yaitu pengendalian varians proses dan pengendalian mean proses hingga didapatkan estimasi batas-batas kendali untuk proses yang telah terkontrol sehingga dapat dijadikan acuan untuk proses selanjutnya.

4.5.1. Pengendalian Varians Proses

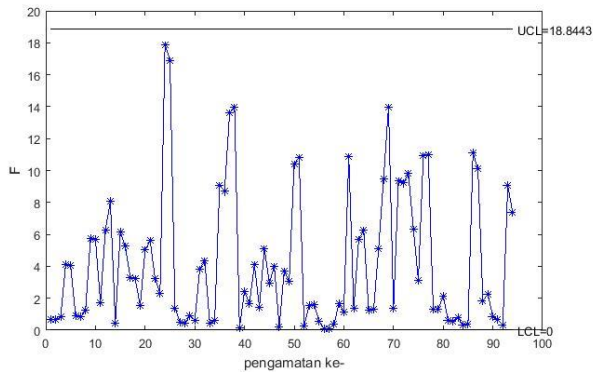
Pengendalian pertama dilakukan terhadap varians proses dengan menggunakan diagram kendali F. Pada diagram kendali ini diplot hasil perhitungan nilai F berdasarkan persamaan (2.33) dan batas-batas kendalinya. Berikut merupakan diagram kendali F yang dihasilkan.



Gambar 4. 6 Diagram kendali F

Berdasarkan hasil perhitungan, didapatkan nilai batas kendali atas sebesar 19.6626 dan batas kendali bawah 0. Pada

Gambar 4. 6 dapat dilihat bahwa varians proses penjernihan air di IPAM Ngagel I belum terkendali variansnya karena masih terdapat pengamatan yang nilainya lebih besar dari batas kendali atas atau dapat disebut sebagai titik *out of control* pada pengamatan ke-66. Karena adanya titik pengamatan yang berada di luar batas kendali, maka perlu dilakukan revisi diagram kendali dengan mengeluarkan pengamatan di luar batas kendali tersebut hingga didapatkan diagram kendali yang terkendali seperti berikut.

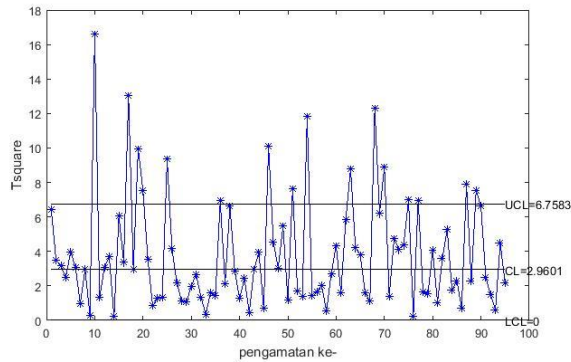


Gambar 4. 7 Diagram kendali F Terkendali

Setelah pengamatan ke-66 yang sebelumnya berada di luar batas kendali, didapatkan diagram kendali baru dengan batas kendali atas 18,8443 dan batas kendali bawah 0. Pada Gambar 4. 7 dapat dilihat bahwa semua pengamatan berada di dalam batas kendali sehingga dapat disimpulkan varians proses telah stabil dan dapat dilanjutkan pada pengendalian mean proses.

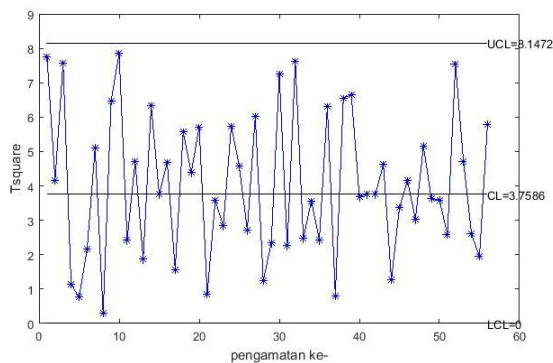
4.5.2. Pengendalian Mean Proses

Setelah didapatkan diagram kendali F yang terkendali yang menandakan bahwa varians proses telah terkendali, maka pengendalian kualitas dilanjutkan untuk mean proses dengan menggunakan diagram kendali T^2 Hotelling. Diagram kendali ini dibangun berdasarkan data yang digunakan dalam diagram kendali F yang telah terkendali dan menghasilkan batas-batas kendali sebagai berikut.



Gambar 4. 8 Diagram kendali T^2 Hoteling

Berdasarkan Gambar 4. 8 didapatkan batas kendali atas sebesar 6,7583 dan batas kendali bawah nol dengan nilai garis tengah 2.9601. Pada diagram kendali di atas masih banyak titik-titik pengamatan yang berada di atas batas kendali atas, tepatnya terdapat 16 titik pengamatan. Maka dari itu, dilakukan revisi diagram kendali seperti pada diagram kendali F sebelumnya yaitu dengan mengeluarkan pengamatan-pengamatan yang berada di luar batas kendali. Titik-titik pengamatan diluar batas kendali dikeluarkan hingga didapatkan diagram kendali T^2 Hoteling yang terkendali seperti berikut.



Gambar 4. 9 Diagram kendali T^2 Hoteling Terkendali

Dari 95 pengamatan yang dipetakan pada Gambar 4. 8, tersisa 56 pengamatan hingga didapatkan diagram kendali T^2 Hotelling yang terkendali dengan batas kendali atas 8,1472 dan garis tengah 3,7586 seperti pada Gambar 4. 9. Berdasarkan Gambar 4. 9, karena semua titik pengamatan yang diplot berada dalam batas kendali, maka dapat disimpulkan proses tersebut terkendali secara statistik dan batas kendali yang dihasilkan dapat digunakan untuk *monitoring* proses produksi selanjutnya.

Monitoring dengan menggunakan batas kendali tersebut diharapkan dapat meningkatkan kualitas air yang dihasilkan karena proses penjernihan di PDAM Surabaya belum kapabel atau belum sesuai dengan spesifikasi yang ditunjukkan dari nilai indeks performa proses menunjukkan nilai yang kurang dari 1 yaitu 0,9581.

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Kesimpulan yang didapatkan dari penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Proses penjernihan air minum di IPAM Ngagel I belum terkendali baik dari varians atau mean proses yang ditunjukkan dengan adanya titik-titik pengamatan yang berada di luar batas kendali dan nilai performa proses kurang dari 1 yaitu 0,9581 menandakan air yang dihasilkan belum sesuai dengan spesifikasi yang ditetapkan.
2. Pengaplikasian langsung data pada diagram kendali T^2 Hoteling dengan mengabaikan autokorelasi pada proses menunjukkan banyak peringatan keberadaan *assignable cause* pada proses yang berjalan alami.
3. Membangun diagram kendali T^2 Hoteling berdasarkan residual model VAR merupakan solusi efektif untuk pengendalian kualitas secara statistik pada proses yang mengandung autokorelasi karena selain dapat menangkap autokorelasi proses, model VAR juga dapat menangkap *cross* korelasi antar karakteristik kualitas.
4. Karakteristik kualitas yang paling banyak menyebabkan pengamatan di luar batas kendali adalah sisa chlor, peringkat kedua adalah $KMnO_4$ kemudian pH dan *turbidity*.
5. Pengendalian kualitas fase 1 pada proses penjernihan air IPAM Ngagel I menghasilkan batas kendali 8,1472 dan garis tengah 3,7586. Batas kendali ini dapat digunakan untuk *monitoring* proses periode selanjutnya.

5.2 Saran

Berdasarkan analisis yang telah dilakukan, saran yang dapat diberikan kepada pihak PDAM adalah perlunya perbaikan proses karena masih terdapat titik-titik pengamatan yang berada di luar batas kendali yang menandakan adanya *assignable cause* dalam

proses penjernihan air. Penggunaan *time series control chart* multivariat akan lebih efektif mengingat tidak ada asumsi yang dilanggar dalam pembangunan diagram kendali dan meminimalkan jumlah *false alarm*.

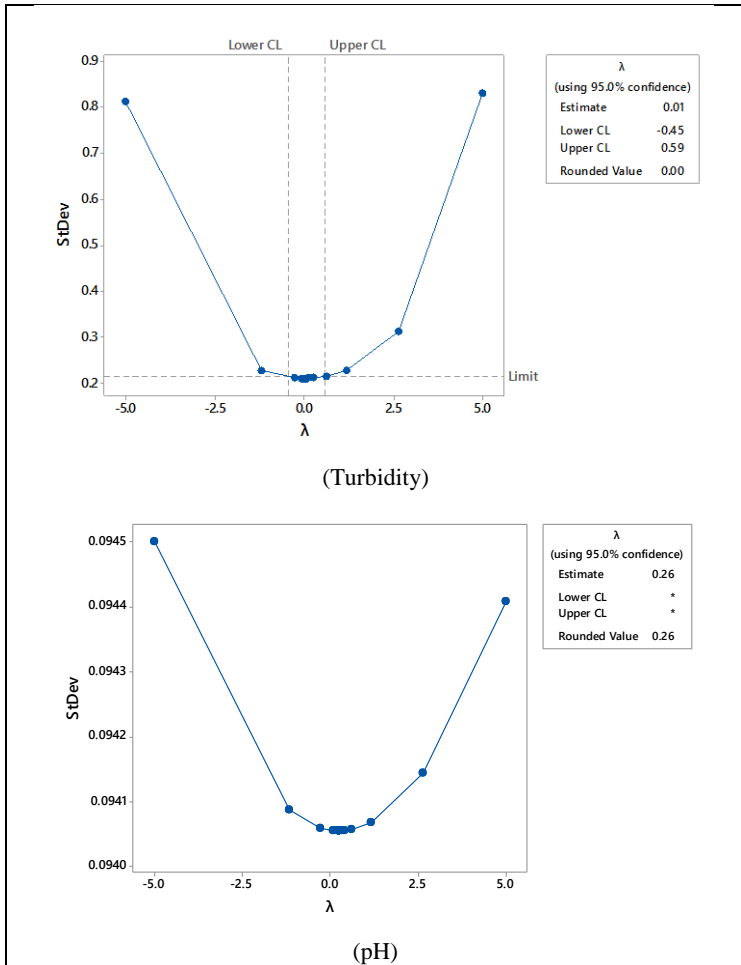
DAFTAR PUSTAKA

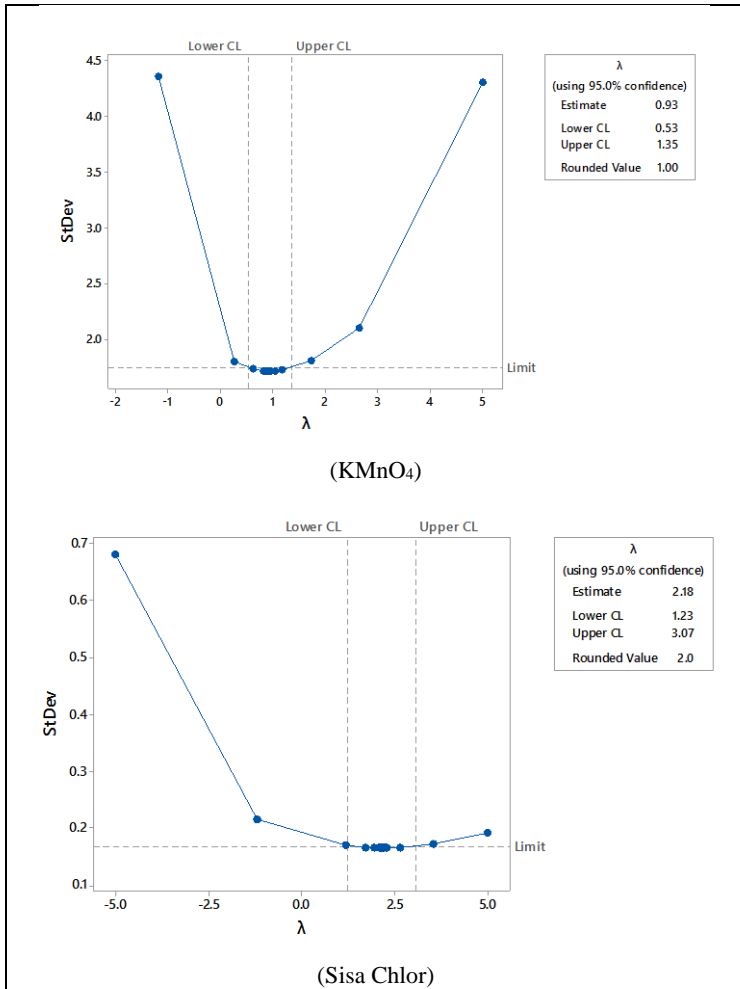
- Box, G. E., & Cox, D. R. (1964). An Analysis of Transformations. *Journal of the Royal Statistical Society*, 26, 211-252.
- Djauhari, M. A. (2010). A Multivariate Process Variability Monitoring Based on Individual Observations. *Modern Applied Science*, 91-96. doi:10.1.1.826.1641
- Elevli, S., Uzgoren, N., & Savas, M. (2009). Control Charts for Autocorrelated Colemanite Data. *Journal of Scientific & Industrial Research*.
- Environmental, A. P. (2001). *Parameters of Water Quality: Interpretation and Standards*. Ireland: Environmental Protection Agency.
- Hayter, A. J., & Tsui, K. L. (1994). Identification Quantification in Multivariate Quality Control Problems. *Journal of Quality Technology*, 197-208.
- Henze, N., & B.Zirkler. (1990). A Class of Invariant Consistent Tests for Multivariate Normality. *Communications in Statistics - Theory and Methods*, 3595-3617. doi:10.1080/03610929008830400
- Jarrett, J. E., & Pan, X. (2007). The Quality Control Chart for Monitoring Multivariate Autocorrelated Processes. *Computational Statistics and Data Analysis*. doi:10.1016/j.csda.2006.01.020
- Jayanti, J. D. (2014). Penerapan Diagram Kontrol MEWMA dan MEWMV pada Pengendalian Kualitas Air Produksi di IPAM Ngagel I. *Skripsi*.
- Montgomery, D. (2013). *Introduction to Statistical Quality Control*. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Morrison, D. F. (2005). *Multivariate Statistical Methods*. The harton School University of Pennsylvania.
- Psarakis, S., & Papaleonida, G. E. (2007). SPC Procedures for Monitoring Autocorrelated Processes. *Journal of Quality*

- Technology and Quantitative Management*, 501-540.
doi:10.1080/16843703.2007.11673168
- Requeijo, J. G., & Souza, A. M. (2011). T2 Control Chart to Processes with Cross-Autocorrelation. *Proceedings of The 41st International Conference on Computers and Industrial Engineering*, 822-827.
- Sawitri, R. (2015). Pengendalian Kualitas Tetes Produksi PG Pesantren Baru Kediri Menggunakan Diagram Kontrol Multiavriate Berbasis Model Time Series. *Skripsi*.
- Srinivasu, R. R. (2009). Utility of Quality Control Tools and Statistical Process Control to Improve the Productivity and Quality in an Industry. *Journal of Reviews in Computing*.
- Tracy, N. D., Young, J. C., & Mason, R. L. (1992). Multivariate Control Charts for Individual Observations. *Journal of Quality Technology*, 88-95.
- Tsay, R. S. (2014). *Multivariate Time Series Analysis*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.
- Vanhatalo, E., & Kulahci, M. (2014). The Effect of Autocorrelation on The Hotelling T2 Control Chart. *Quality and Reliability Engineering International*. doi:10.1002/qre.1717
- Wei, W. W. (2006). *Time Series Analysis*. Boston: Pearson Education Inc.
- Wichern, R. A. (2007). *Applied Multivariate Statistical Analysis*. New Jersey: Pearson Education, Inc.

LAMPIRAN

Lampiran 1. Output Cek Stasioneritas Varians





Lampiran 2. *Output Uji Stasioneritas Mean*

```
> data=read.table("e:/pH.txt")
> data=as.ts(data)
> adf.test(data)
```

Augmented Dickey-Fuller Test

```
data: data
Dickey-Fuller = -4.1438, Lag order = 4, p-value = 0.01
alternative hypothesis: stationary
```

```
> data=read.table("e:/tur.txt")
> data=as.ts(data)
> adf.test(data)
```

Augmented Dickey-Fuller Test

```
data: data
Dickey-Fuller = -3.5955, Lag order = 4, p-value = 0.03733
alternative hypothesis: stationary
```

```
> data=read.table("e:/kmno4.txt")
> data=as.ts(data)
> adf.test(data)
```

Augmented Dickey-Fuller Test

```
data: data
Dickey-Fuller = -3.4603, Lag order = 4, p-value = 0.04935
alternative hypothesis: stationary
```

```
> data=read.table("e:/chlor.txt")
> data=as.ts(data)
> adf.test(data)
```

Augmented Dickey-Fuller Test

```
data: data
Dickey-Fuller = -3.2666, Lag order = 4, p-value = 0.08094
alternative hypothesis: stationary
```

Lampiran 3. Syntax VAR (2) Karakteristik Kualitas

```

data data1;
input turbidity pH KMnO4 chlor;
datalines;
-0.04082 7.305 1.822 1.00000
-0.40048 7.300 6.608 1.00000
-0.49430 7.250 3.476 0.25000
-1.04982 7.170 5.895 1.21000
-0.96758 7.070 4.195 1.21000
-0.30111 7.270 6.033 0.49000
-0.31471 7.435 7.786 0.64000
.
.
.
-0.49430 7.410 5.467 0.79210
0.00000 7.450 5.169 0.81000
-0.03046 7.540 8.496 1.23210
0.11333 7.365 4.650 0.98010
;
proc varmax data=data1;
model turbidity pH KMnO4 chlor/ p=2 dfest noint lagmax=15
minic=(p=10) method=ls
print=(corry parcoef pcorr pcorr roots);
restrict ar(1,1,2)=0, ar(2,1,1)=0, ar(2,1,3)=0, ar(2,2,3)=0, ar(2,2,4)=0, ar(2,3,2)=0,
ar(1,1,3)=0, ar(1,1,4)=0, ar(1,4,2)=0, ar(2,4,1)=0,
ar(1,2,3)=0, ar(2,4,4)=0, ar(1,3,4)=0, ar(2,3,4)=0,
ar(1,4,1)=0, ar(2,4,3)=0, ar(1,3,1)=0, ar(2,1,2)=0,
ar(1,2,1)=0, ar(2,3,1)=0, ar(1,2,4)=0;
output lead=1 out=ramalan;
run;

proc export data=work.ramalan
outfile='E:\VAR2Trans.xls'
dbms=excel
replace;
run;

```

Lampiran 4. Output Pemodelan VAR (2)

```

The SAS System          17:54 Monday, June 21, 2017          1

                        The VARMAX Procedure

                    Number of Observations          98
                    Number of Pairwise Missing         0

Variable      Type      N          Mean           StdDev           Min            Max
-----      ---      -          --           -           -           -           -
turbidity     DEP       98        -0.21975      0.33145      -1.07881      0.66783
pH            DEP       98         7.38953      0.11793       6.95000      7.76000
KMnO4        DEP       98         5.55049      1.98989       0.27700     10.93200
chlOr        DEP       98         0.93194      0.35835       0.16000     2.25000

                    Schematic Representation of Cross Correlations
Variable/
Lag           0    1    2    3    4    5    6    7    8    9    10   11   12   13   14
-----
turbidity    ++.  +..  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....
pH           ++.  +..  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....
KMnO4        ..+.  .+.  .+.  .+.  .+.  .+.  .+.  .+.  .+.  .+.  .+.  .+.  .+.  .+.  .+.
chlOr        ..+  ..+  ..+  ..+  ..+  ..+  ..+  ..+  ..+  ..+  ..+  ..+  ..+  ..+  ..+
            + is > 2*std error, - is < -2*std error, . is between

                    Minimum Information Criterion
Lag           MA 0      MA 1      MA 2      MA 3      MA 4      MA 5
-----
AR 0          0.6997478   1.1246416   1.2832509   1.4704202   1.6884812   2.0023245
AR 1          -7.198201    -7.0514999   -6.826269   -6.624473   -6.496637   -6.207187
AR 2          -7.253356    -6.870327    -6.606627   -6.354911   -6.095483   -5.663253
AR 3          -6.972327    -6.588676    -6.381099   -6.049514   -5.70167    -5.204739
AR 4          -6.747049    -6.314959    -5.948897   -5.659219   -5.249808   -4.971825
AR 5          -6.519771    -6.135565    -5.66643    -5.46332    -5.144763   -4.354117
AR 6          -6.057317    -5.380846    -4.807285   -4.488526   -4.018336   -3.146611
AR 7          -5.584298    -4.80087     -3.90349    -3.499965   -2.854197   -1.718105
AR 8          -5.338453    -4.418913    -3.352246   -2.100072   -1.169867   0.3198408
AR 9          -4.867391    -3.770741    -2.479131   -0.9355     0.941896    2.9660074
AR 10        -3.981418    -2.648085    -1.048085   0.9074705   3.3519149   6.4947721

                    Schematic Representation of Partial Autoregression
Variable/
Lag           1    2    3    4    5    6    7    8    9    10   11   12   13   14   15
-----
turbidity    +...  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....
pH           +..  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....
KMnO4        ..+.  .+.  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....
chlOr        ..+  ..+  ..+  ..+  ..+  ..+  ..+  ..+  ..+  ..+  ..+  ..+  ..+  ..+  ..+
            + is > 2*std error, - is < -2*std error, . is between

                    Schematic Representation of Partial Cross Correlations
Variable/
Lag           1    2    3    4    5    6    7    8    9    10   11   12   13   14   15
-----
turbidity    +...  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....
pH           +..  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....
KMnO4        ..+.  .+.  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....  ....
chlOr        ..+  ..+  ..+  ..+  ..+  ..+  ..+  ..+  ..+  ..+  ..+  ..+  ..+  ..+  ..+
            + is > 2*std error, - is < -2*std error, . is between

                        The VARMAX Procedure

                    Type of Model              VAR(2)
                    Estimation Method         Least Squares Estimation

                    AR Coefficient Estimates
Lag   Variable     turbidity           pH               KMnO4             chlOr
    
```

1	turbidity	0.27750	0	0	0	
	pH	0	0.55263	0	0	
	KMnO4	0	0.37153	0.19041	0	
	chlOr	0	0	-0.03942	0.17156	
2	turbidity	0	0	0	-0.15888	
	pH	-0.09743	0.44468	0	0	
	KMnO4	0	0	0.31946	0	
	chlOr	0	0.13407	0	0	
Model Parameter Estimates						
Equation	Parameter	Estimate	Std Error	T Ratio	Prob> T	Variable
turbidity	AR1_1_1	0.27750	0.09695	2.86	0.0053	turbidity(t-1)
	AR1_1_2	0	0	.	.	pH(t-1)
	AR1_1_3	0	0	.	.	KMnO4(t-1)
	AR1_1_4	0	0	.	.	chlOr(t-1)
pH	AR2_1_1	0	0	.	.	turbidity(t-2)
	AR2_1_2	0	0	.	.	pH(t-2)
	AR2_1_3	0	0	.	.	KMnO4(t-2)
	AR2_1_4	-0.15888	0.03955	-4.02	0.0001	chlOr(t-2)
KMnO4	AR1_2_1	0	0	.	.	turbidity(t-1)
	AR1_2_2	0.55263	0.08881	6.22	0.0001	pH(t-1)
	AR1_2_3	0	0	.	.	KMnO4(t-1)
	AR1_2_4	0	0	.	.	chlOr(t-1)
chlOr	AR2_2_1	-0.09743	0.03732	-2.61	0.0106	turbidity(t-2)
	AR2_2_2	0.44468	0.08876	5.01	0.0001	pH(t-2)
	AR2_2_3	0	0	.	.	KMnO4(t-2)
	AR2_2_4	0	0	.	.	chlOr(t-2)
Restriction Results	AR1_3_1	0	0	.	.	turbidity(t-1)
	AR1_3_2	0.37153	0.09103	4.08	0.0001	pH(t-1)
	AR1_3_3	0.19041	0.09734	1.96	0.0536	KMnO4(t-1)
	AR1_3_4	0	0	.	.	chlOr(t-1)
Restriction Results	AR2_3_1	0	0	.	.	turbidity(t-2)
	AR2_3_2	0	0	.	.	pH(t-2)
	AR2_3_3	0.31946	0.09552	3.34	0.0012	KMnO4(t-2)
	AR2_3_4	0	0	.	.	chlOr(t-2)
Restriction Results	AR1_4_1	0	0	.	.	turbidity(t-1)
	AR1_4_2	0	0	.	.	pH(t-1)
	AR1_4_3	-0.03942	0.01894	-2.08	0.0403	KMnO4(t-1)
	AR1_4_4	0.17156	0.10130	1.69	0.0939	chlOr(t-1)
Restriction Results	AR2_4_1	0	0	.	.	turbidity(t-2)
	AR2_4_2	0.13407	0.02189	6.12	0.0001	pH(t-2)
	AR2_4_3	0	0	.	.	KMnO4(t-2)
	AR2_4_4	0	0	.	.	chlOr(t-2)
Restriction Results						
Parameter	Lagrange Multiplier	Std Error	T Ratio	Prob> T		
AR1_1_2	-65.51031	79.92102	-0.82	0.4147		
AR1_1_3	-35.28998	94.03357	-0.38	0.7084		
AR1_1_4	-8.53501	13.16453	-0.65	0.5185		
AR1_2_1	19.74179	24.43460	0.81	0.4214		
AR1_2_3	58.73896	154.25561	0.38	0.7043		
AR1_2_4	31.45179	29.23139	1.08	0.2850		
AR1_3_1	0.96489	1.83075	0.53	0.5995		
AR1_3_4	-2.50829	1.88479	-1.33	0.1868		
AR1_4_1	8.87864	9.25976	0.96	0.3404		
AR1_4_2	2.70788	3.86561	0.70	0.4855		
AR2_1_1	4.19263	9.63024	0.44	0.6644		
AR2_1_2	-63.55033	79.93884	-0.79	0.4288		
AR2_1_3	-40.32787	94.76075	-0.43	0.6715		
AR2_2_3	32.67804	156.63268	0.21	0.8352		
AR2_2_4	5.33633	29.00837	0.18	0.8545		
AR2_3_1	-1.55943	1.80357	-0.86	0.3897		
AR2_3_2	-0.29227	0.75807	-0.39	0.7008		
AR2_3_4	-2.45977	1.89548	-1.30	0.1979		
AR2_4_1	2.59213	9.22338	0.28	0.7794		
AR2_4_3	-55.86506	51.13510	-1.09	0.2777		
AR2_4_4	-7.41854	9.66805	-0.77	0.4450		

Covariance Matrix for the Innovation				
Variable	turbidity	pH	KMnO4	chlor
turbidity	0.11062	0.01045	0.00046189	-0.00307
pH	0.01045	0.01639	0.03628	0.00172
KMnO4	0.00046189	0.03628	3.39955	-0.08175
chlor	-0.00307	0.00172	-0.08175	0.12914

Information Criteria	
AICC(Corrected AIC)	-6.86446
HQC(Hannan-Quinn Criterion)	-6.57955
AIC(Akaike Information Criterion)	-6.92507
SBC(Schwarz Bayesian Criterion)	-6.07028

Schematic Representation of Residual Cross Correlations															
Variable/ Lag	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
turbidity	++.
pH	++.
KMnO4	..+
chlor	...+

+ is > 2*std error, - is < -2*std error, . is between

Portmanteau Test for Residual Cross Correlations			
To Lag	Chi- Square	DF	Prob> ChiSq
3	39.42	16	0.0009
4	51.18	32	0.0171
5	71.59	48	0.0152
6	84.24	64	0.0459
7	102.99	80	0.0428
8	126.88	96	0.0191
9	145.91	112	0.0172
10	170.84	128	0.0068
11	181.33	144	0.0191
12	189.92	160	0.0532
13	201.84	176	0.0884
14	219.29	192	0.0861
15	242.72	208	0.0497

Lampiran 5. Output Cek White Noise Residual VAR (2)

The SAS System 17:54 Monday, June 21, 2017 14

The VARMAX Procedure

Number of Observations 96
Number of Pairwise Missing 0

Variable	Type	N	Mean	StdDev	Min	Max
turbidity	DEP	96	-0.00978	0.32011	-0.85858	0.81285
pH	DEP	96	-0.0002769	0.12323	-0.46229	0.27137
KMnO4	DEP	96	0.0000749	1.77456	-4.95396	4.30757
chlOr	DEP	96	0.00104	0.34586	-0.70343	1.21650

Minimum Information Criterion

Lag	MA 0	MA 1	MA 2	MA 3	MA 4	MA 5
AR 0	-7.851913	-7.425596	-7.279874	-7.034383	-6.781011	-6.700053
AR 1	-7.600012	-7.203522	-6.992338	-6.72234	-6.453245	-6.247924
AR 2	-7.325694	-6.905558	-6.611919	-6.273042	-5.985604	-5.750097
AR 3	-7.075016	-6.698987	-6.306836	-6.024533	-5.671206	-5.350357
AR 4	-6.712771	-6.399903	-6.009657	-5.628642	-5.142733	-4.960018
AR 5	-6.489734	-6.128001	-5.738019	-5.640097	-5.1799	-4.483568
AR 6	-6.045503	-5.34169	-4.848944	-4.63491	-4.003015	-3.068847
AR 7	-5.580011	-4.760914	-3.81818	-3.431552	-2.561564	-1.319849
AR 8	-5.421968	-4.454935	-3.32673	-1.993396	-0.790582	0.8499075
AR 9	-4.783575	-3.622123	-2.244587	-0.58448	1.4550808	3.7154687
AR 10	-3.864375	-2.439945	-0.715634	1.4143972	4.1124364	7.6406416

Lampiran 6. Output Uji Normalitas Residual Model VAR (2)

```
> result=hzTest(data)
> result
Henze-Zirkler's Multivariate Normality Test
-----
data : data
HZ : 0.7646758
p-value : 0.6489322

Result : Data are multivariate normal.
-----

> result=hzTest(data2)
> result
Henze-Zirkler's Multivariate Normality Test
-----
data : data2
HZ : 0.9112801
p-value : 0.1545234

Result : Data are multivariate normal.
```

Lampiran 7. Syntax Diagram kendali F

```

function f=fchart(data)
[m,p]=size(data);
alpha=1-(1-0.0027)^p;

for i=1:(m-1)
    for j=1:p
        k=i+1;
        v(i,j)=data(k,j)-data(i,j);
    end
end

vt=v';
s=(1/(2*(m-1)))*vt*v;
invs=inv(s);

for i=1:m
    for j=1:p
        xk(i,j)=(1/i)*sum(data(1:i,j));
    end
end

for i=1:m
    for j=1:p
        xik(i,j)=data(i,j)-xk(i,j);
    end
end

for i=1:m-1
    for j=1:p
        SSk=xik(i,:)'*xik(i,:);
        SSk1=xik(i+1,:)'*xik(i+1,:);
        D=SSk1-SSk;
        F(i)=sqrt(trace(D^2));
    end
end

F=F';

c=(trace(s^2))/(trace(s));
r=(trace(s)^2)/(trace(s^2));
ucl=c*(chi2inv(1-alpha,floor(r)))
lcl=0;

```



```

bka(1:m-1)=ucl;
bkb(1:m-1)=lcl;

x=1:m-1;
y=F;
plot(x,y,'b*-',x,bka,'k-',x,bkb,'k-');
xlabel('pengamatan ke-')
ylabel('F')
text(k,ucl,'UCL=18.9336')
text(k,lcl,'LCL=0')

for i=1:m-1
    if(F(i)>ucl) | (F(i)<lcl)
        o(i)=1; else o(i)=0;
    end
end
out=sum(o)

for i=1:m-1
    if (F(i)>ucl) | (F(i)<lcl)
        obs(i)=i; else obs(i)=0;
    end
end
pengamatan_ke=obs

```

Lampiran 8 Syntax Diagram Kendali T² Hotelling

```

alpha=1-(1-0.0027)^p;
for i=1:(m-1)
    for j=1:p
        k=i+1;
        v(i,j)=data(k,j)-data(i,j);
    end
end
vt=v';
s=(1/(2*(m-1)))*vt*v;

invs=inv(s);
rata=mean(data);

for j=1:p
    for i=1:m
        tsquare1(i,j)=data(i,j)-rata(1,j);
    end
end

```

```

tsquare2=tsquare1'
for i=1:m
    for j=1:p
        T(i,1)=tsquare1(i,:)*invs*tsquare2(:,i);
    end
end
stat=T
ucl=((p*(m-1)*(m+1))/(m^2-m*p))*finv((1-alpha),m,m-p)
cl=median(T)
lcl=0
for i=1:m
    bka(i,1)=ucl;
    bkb(i,1)=lcl;
    gt(i,1)=cl;
end

x=1:m;
y=T;
plot(x,y,'b*-',x,bka,'k-',x,gt,'k-',x,bkb,'k-');
xlabel('pengamatan ke-')
ylabel('Tsquare')
text(k,ucl,'UCL=14.5662')
text(k,cl,'CL=2.9631')
text(k,lcl,'LCL=0')

for i=1:m
    if(T(i,1)>ucl)|(T(i,1)<lcl)
        o(i,1)=1; else o(i,1)=0;
    end
end
out=sum(o)
for i=1:m-1
    if (T(i,1)>ucl)|(T(i,1)<lcl)
        obs(i)=i; else obs(i)=0;
    end
end
pengamatan_ke=obs

```

Lampiran 9. Variabel Penyebab *Out of Control*

No	ASLI				Signal		Penyebab	
	turbidity	ph	KMnO4	sisa chlor	Asli	Res	Asli	Residual
3	0.610	7.250	3.476	0.500	1	0	Chlor	
4	0.350	7.170	5.895	1.100	1	0	pH	
5	0.380	7.070	4.195	1.100	1	0	pH	
12	1.950	7.490	3.478	1.200	1	1	Turbidity	Turbidity
19	0.560	6.950	3.744	1.000	1	1	pH	pH
21	1.080	7.320	5.086	1.500	1	1	Chlor	Chlor
22	0.590	7.360	2.899	1.500	1	1	Chlor	Chlor
27	0.610	7.315	0.277	1.100	1	1	KMnO4	KMnO4
28	0.340	7.305	1.806	1.200	1	0	KMnO4	
38	0.985	7.520	2.298	0.700	1	1	KMnO4	KMnO4
39	1.095	7.580	3.735	1.200	1	0	pH	
40	1.045	7.520	7.531	1.300	1	0	Chlor	
48	1.030	7.515	2.733	0.500	1	1	Chlor	Chlor
53	1.100	7.410	9.006	0.500	1	1	Chlor	Chlor
56	1.950	7.480	6.065	0.900	1	1	Turbidity	Turbidity
64	0.500	7.490	1.415	1.000	1	0	KMnO4	
65	0.970	7.350	8.229	0.800	0	1		KMnO4
67	1.320	7.305	7.505	1.000	1	0	Turbidity	
68	0.640	7.405	10.744	0.900	1	1	KMnO4	KMnO4
71	0.360	7.510	8.894	0.400	1	1	Chlor	Chlor
72	0.490	7.369	10.932	0.900	1	0	KMnO4	
73	1.510	7.750	6.633	1.000	1	1	pH	Turbidity
78	0.835	7.130	4.108	1.100	1	1	pH	pH
80	1.180	7.295	8.597	1.100	1	1	KMnO4	KMnO4
90	0.770	7.475	8.747	0.500	1	1	Chlor	Chlor
92	0.765	7.760	8.147	1.025	1	1	pH	pH

Lampiran 10. Surat Legalitas Data

SURAT PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini, mahasiswa Departemen Statistika FMIPA ITS:

Nama : Indah Mustikasari Wardoyo

NRP : 1313100066

menyatakan bahwa data yang digunakan dalam Tugas Akhir/~~Thesis~~ ini merupakan data sekunder yang diambil dari penelitian ~~+~~~~buku~~/~~Tugas Akhir~~/~~Thesis~~/~~publikasi~~ lainnya yaitu:

Sumber : Data Penelitian Haryono dengan Judul “Analisis Kapabilitas Proses Produksi Air Minum PDAM Surabaya”

Keterangan : Data Karakteristik Kualitas Air Minum IPAM Ngagel I PDAM Surabaya.

Surat Pernyataan ini dibuat dengan sebenarnya. Apabila terdapat pemalsuan data maka saya siap menerima sanksi sesuai aturan yang berlaku.

Mengetahui,
Pembimbing Tugas Akhir

Surabaya, 4 Juli 2017
Mahasiswa



(Drs. Haryono, MSIE)
NIP. 195209 197901 1 001



(Indah Mustikasari W.)
NRP. 1313100066

*(coret yang tidak perlu)

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

BIODATA PENULIS



Indah Mustikasari Wardoyo lahir di Kabupaten Jember pada tanggal 12 Oktober 1994. Penulis merupakan anak pertama dari dua bersaudara dari Bapak Sri Wardoyo dan Ibu Yuli Triana. Penulis telah menempuh Pendidikan formal di TK Al-Amien Jember (1999-2001), SDN Jember Lor 3 (2001-2007), SMP Negeri 3 Jember (2007-2010) dan SMA Negeri 1 Jember (2010-2013). Penulis diterima sebagai mahasiswa Departemen Statistika FMIPA di Institut Teknologi Sepuluh Nopember melalui seleksi SNMPTN pada tahun 2013. Selama menjadi mahasiswa di ITS, penulis merupakan anggota organisasi *Statistiks Computer Course* (SCC) pada periode 2014/2015 dan 2015/2016. Kritik dan saran dapat disampaikan melalui email: indahmw@gmail.com.