TUGAS AKHIR – SS141501

PEMODELAN JUMLAH KASUS HIV DAN AIDS DI KOTA SURABAYA MENGGUNAKAN *BIVARIATE GENERALIZED* POISSON *REGRESSION*

SUPRIANTO SIMANJUNTAK
NRP 1315 105 003

Dosen Pembimbing
Dr. Purhadi, M.Sc

PROGRAM STUDI SARJANA
DEPARTEMEN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA 2017

TUGAS AKHIR – SS141501

PEMODELAN JUMLAH KASUS HIV DAN AIDS DI KOTA SURABAYA MENGGUNAKAN *BIVARIATE GENERALIZED* POISSON *REGRESSION*

SUPRIANTO SIMANJUNTAK
NRP 1315 105 003

Dosen Pembimbing
Dr. Purhadi, M.Sc

PROGRAM STUDI SARJANA
DEPARTEMEN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA 2017

FINAL PROJECT – SS141501

MODELING OF HIV AND AIDS CASE NUMBER IN SURABAYA USING BIVARIATE GENERALIZED POISSON REGRESSION

SUPRIANTO SIMANJUNTAK
NRP 1315 105 003

Supervisor
Dr. Purhadi, M.Sc

UNDERGRADUATE PROGRAM
DEPARTMENT OF STATISTICS
FACULTY OF MATHEMATICS AND NATURAL SCIENCES
INSTITUTE OF TECHNOLOGY SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA 2017

LEMBAR PENGESAHAN

PEMODELAN JUMLAH KASUS HIV DAN AIDS DI KOTA SURABAYA MENGGUNAKAN *BIVARIATE GENERALIZED* POISSON *REGRESSION*

TUGAS AKHIR
Diajukan Untuk Memenuhi Salah Satu Syarat
Memperoleh Gelar Sarjana Sains
pada
Program Studi Sarjana Departemen Statistika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Oleh :
SUPRIANTO SIMANJUNTAK
NRP. 1315 105 003

Disetujui oleh Pembimbing:

Dr. Purhadi, M.Sc ( )
NIP. 19620204 198701 1 001

Mengetahui,
Kepala Departemen

KEMENTERIAN RISET, TEKNOLOGI DAN PENDIDIKAN TINGGI
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
DEPARTEMEN STATISTIKA

Dr. Suhartono
NIP. 19710929 199512 1 001

SURABAYA, JULI 2017

PEMODELAN JUMLAH KASUS HIV DAN AIDS DI KOTA SURABAYA MENGGUNAKAN *BIVARIATE GENERALIZED* POISSON *REGRESSION*

Nama Mahasiswa : Suprianto Simanjuntak
NRP : 1315 105 003
Departemen : Statistika
Dosen Pembimbing : Dr. Purhadi, M.Sc

Abstrak

HIV dan AIDS merupakan penyakit yang menjadi perhatian di Indonesia, jumlah kasus HIV dan AIDS sejak 1987 sampai 2014 menunjukkan bahwa Provinsi Jawa Timur berada pada urutan ke dua dengan jumlah kasus HIV dan AIDS tertinggi di Indonesia. Kota Surabaya merupakan kota yang memliki kasus baru HIV dan AIDS terbanyak di Provinsi Jawa Timur. Jumlah kasus HIV dan AIDS di Kota Surabaya memiliki korelasi, mengalami kasus overdispersi, serta berdistribusi bivariate generalized Poisson. Dalam rangka mengidentifikasi variabel-variabel prediktor yang berpengaruh signifikan terhadap jumlah kasus HIV dan AIDS, analisis regresi yang diterapkan juga disesuaikan dengan distribusi variabel-variabel respon. Mengaplikasikan bivariate generalized Poisson regression, berdasarkan hasil analisis diperoleh simpulan bahwa faktor yang berpengaruh signifikan tehadap jumlah kasus HIV adalah persentase penduduk pengguna kondom, persentase penduduk yang tamat SMA, persentase penduduk kelompok umur 25-29 tahun dan persentase kegiatan penyuluhan kesehatan masyarakat. Faktor yang berpengaruh signifikan terhadap jumlah kasus AIDS adalah persentase penduduk yang memiliki jaminan kesehatan masyarakat miskin. Model terbaik yang diperoleh adalah model yang melibatkan semua variabel prediktor dengan nilai AIC sebesar 220,038.

Kata Kunci: AIDS, bivariate generalized Poisson regression, HIV.

(*Halaman ini sengaja dikosongkan*)

MODELING OF HIV AND AIDS CASE NUMBER IN SURABAYA USING BIVARIATE GENERALIZED POISSON REGRESSION

Student Name : Suprianto Simanjuntak
NRP : 1315 105 003
Department : Statistics
Supervisor : Dr. Purhadi, M.Sc

Abstract

HIV and AIDS are the most concernable diseases in Indonesia. In Indonesia, since 1987 to 2014 number of HIV and AIDS case in East Java is ranked at second worst. Surabaya has the highest new number of HIV and AIDS case in East Java. The number of HIV and AIDS case in Surabaya has linear correlations, overdispersion and also has bivariate generalized Poisson distribution. To identify predictor variables which significant to them, regression method must be adjusted with their distribution. According to the results by using bivariate generalized Poisson regression, the significant factors of HIV case number are the percentage of the condom users, the percentage of high school graduated person, the percentage of group aged 25-29 and the percentage of introduction regarding the disease itself. In the other hand, the significant factor regarding AIDS case number is the percentage of civilian that have health guarantee for poor people. The best model that had been acquired is model that is involved all of variable predictor with the number of AIC 220,038.

Keywords: AIDS, bivariate generalized Poisson regression, HIV.

(*Halaman ini sengaja dikosongkan*)

KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadirat Tuhan Yang Maha Esa atas rahmat dan karunia-Nya, penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir yang berjudul **"Pemodelan Jumlah Kasus HIV Dan AIDS Di Kota Surabaya Menggunakan *Bivariate Generalized* Poisson *Regression*"** dengan lancar dan tepat waktu.

Keberhasilan penyusunan Tugas Akhir ini tidak lepas dari partisipasi berbagai pihak yang telah banyak membantu. Oleh karena itu, penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Dr. Purhadi, M.Sc selaku dosen pembimbing atas semua bimbingan, waktu, semangat dan perhatian yang telah diberikan sehingga Tugas Akhir ini dapat diselesaikan dengan baik.
2. Dr. Drs. Agus Suharsono, MS dan Shofi Andari, S.Stat, M.Si selaku tim penguji yang telah memberikan saran dan kritik yang membangun dalam penyusunan Tugas Akhir ini.
3. Dr. Suhartono, S.Si, M.Sc selaku Ketua Departemen Statistika ITS yang telah memberikan fasilitas dalam kelancaran Tugas Akhir ini
4. Dr. Sutikno, M.Si dan Dr. Santi Wulan Purnami, M.Si selaku Ketua Program Studi S1 dan Sekretaris Program Studi S1 yang mengawal proses berjalannya Tugas Akhir Mahasiswa S1 dengan bimbingan serta fasilitas yang diberikan.
5. Dra. Wiwiek Setya Winahju, MS selaku Dosen Wali penulis, seluruh dosen, dan karyawan Statistika ITS atas ilmu dan pengalaman yang telah diberikan kepada penulis.
6. Ibunda Rosdiana Simatupang serta Ayahanda Emerson Simanjuntak, atas semangat, kasih sayang dan doa yang tidak pernah putus kepada penulis.

7. Adik tercinta Bede Simanjuntak, Lisi Helmian Simanjuntak dan Lidiana Simanjuntak yang tidak pernah berhenti memberi perhatian kepada penulis.
8. Mahasiswa Jurusan Statistika Lintas Jalur Angkatan 2015 atas semangat yang diberikan pada penulis.
9. Semua pihak yang telah membantu penulis yang tidak dapat disebutkan satu persatu.

Semoga kebaikan dan bantuan yang telah diberikan kepada penulis dibalas dengan kebaikan yang lebih oleh Tuhan Yang Maha Esa.

Penulis menyadari bahwa Tugas Akhir ini masih terdapat kekurangan, oleh karena itu kritik dan saran yang bersifat membangun sangat diharapkan. Semoga Tugas Akhir ini dapat memberikan manfaat baik bagi penulis, pembaca, dan semua pihak.

Surabaya, Juli 2017
Penulis

Suprianto Simanjuntak

DAFTAR ISI

(*Halaman ini sengaja dikosongkan*)

DAFTAR GAMBAR

Halaman

(*Halaman ini sengaja dikosongkan*)

DAFTAR TABEL

(*Halaman ini sengaja dikosongkan*)

DAFTAR LAMPIRAN

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Indonesia sebagai negara berkembang dengan jumlah penduduk berada pada urutan ke empat di dunia diharapkan mampu bersaing secara global terutama melalui sumber daya manusia. Dengan jumlah penduduk yang begitu besar, pertumbuhan ekonomi Indonesia akan berpotensi mengalami peningkatan dari waktu ke waktu. Salah satu faktor yang dapat mempengaruhi peningkatan ekonomi adalah kesehatan tenaga kerja yang berkonstribusi bagi pergerakan ekonomi. Derajat kesehatan masyarakat yang optimal dapat diwujudkan melalui pembangunan kesehatan yang diarahkan untuk meningkatkan kesadaran, kemauan, dan kemampuan hidup sehat setiap orang. Organisasi kesehatan dunia yang berada di bawah naungan Perserikatan Bangsa-Bangsa (PBB) menyebutkan bahwa salah satu hak asasi manusia adalah memperoleh manfaat, mendapatkan dan atau merasakan derajat kesehatan setinggi-tingginya. Oleh karena itu untuk meningkatkan derajat kesehatan, kementrian kesehatan, dinas kesehatan yang ada di Provinsi dan Kabupaten /Kota yang ada di Indonesia berorientasi pada pencapaian *Millenium Development Goals* (MDGs). Dari delapan agenda pencapaian MDGs, HIV dan AIDS merupakan penyakit yang menjadi perhatian pemerintah di Indonesia hingga saat ini.

HIV dan AIDS di Indonesia pertama kali ditemukan di Provinsi Bali tahun 1987, hingga saat ini HIV dan AIDS sudah menyebar di 386 kabupaten/kota di seluruh provinsi di Indonesia. Berdasarkan laporan provinsi, jumlah kasus infeksi HIV yang dilaporkan sejak 1987 sampai september 2014 yang terbanyak adalah DKI Jakarta dengan 32.782 kasus. Lima provinsi dengan kasus HIV terbanyak adalah Provinsi DKI Jakarta, Jawa Timur, Papua, Jawa Barat, dan Bali. Lima Provinsi dengan kasus AIDS terbanyak adalah Provinsi Papua, Jawa Timur, DKI Jakarta, Bali dan Jawa Barat (Kementrian Kesehatan RI, 2014). Berdasarkan uraian tersebut Provinsi Jawa Timur selalu masuk ke dalam lima besar provinsi dengan jumlah kasus HIV dan AIDS terbanyak sejak 1987 sampai september 2014. Di antara 38 kabupaten/kota yang ada di Provinsi Jawa Timur, Kota Surabaya merupakan daerah dengan jumlah kasus baru HIV dan AIDS terbanyak, pada tahun 2015 ditemukan 652 kasus HIV dan 281 kasus AIDS di Surabaya (Dinas Kesehatan Kota Surabaya, 2015).

Penelitian tentang HIV dan AIDS masih sulit ditemukan di Indonesia, namum ada beberapa penelitian terdahulu yang membahas tentang faktor-faktor yang mempengaruhi jumlah kasus HIV dan AIDS. Penelitian yang dilakukan Ratnasari (2013) diperoleh bahwa variabel yang signifikan terhadap jumlah kasus HIV dan AIDS pada model terbaiknya adalah persentase kelompok umur 25-29 tahun, persentase penduduk tamat SMA dan persentase penduduk miskin. Penelitian sebelumnya juga dilakukan oleh Puspitasari (2015) di Jawa Timur dimana variabel yang signifikan terhadap model terbaiknya adalah persentase ketersediaan sarana kesehatan yang dibina, persentase jaminan kesehatan masyarakat miskin, persentase penduduk yang mendonorkan darah, persentase penyuluhan kesehatan, dan persentase jumlah tenaga kesehatan masyarakat terhadap jumlah penduduk. Analisis prevalensi faktor resiko penyebaran HIV dan AIDS menunjukkan bahwa faktor resiko yang paling banyak menyebabkan HIV dan AIDS adalah faktor resiko heterosexual dan faktor pengguna narkoba suntik (HSB, 2014).

Penelitian yang dilakukan oleh Umami (2015), terkait kasus HIV dan AIDS di daerah Kabupaten Trenggalek dan Ponorogo menghasilkan variabel yang signifikan mempengaruhi jumlah kasus HIV yaitu, perentase kelompok umur 25-29 tahun, persentase penduduk yang memiliki pengetahuan rendah (SMA) mengenai HIV dan AIDS dan persentase penduduk yang memakai kondom. Sedangkan variabel yang signifikan mempengaruhi perkembangan penyakit AIDS adalah persentase kelompok umur 25-29 tahun dan persentase penduduk yang memiliki pengetahuan rendah (SMA) mengenai HIV dan AIDS.

Penelitian tentang jumlah kasus HIV dan AIDS di daerah kabupaten Trenggalek dan Ponorogo menunjukkan bahwa jumlah kasus HIV sebagian besar dipengaruhi oleh persentase penduduk yang memiliki pengetahuan rendah (SMA), persentase penduduk yang memakai kondom dan persentase kegiatan penyuluhan kesehatan. Sedangkan kasus AIDS sebagian besar dipengaruhi oleh persentase jaminan kesehatan masyarakat miskin (Pangulimang, 2016).

Pemodelan terhadap dua variabel respon yang berupa data *count* dan memiliki korelasi, serta mengalami kasus overdispersi atau underdispersi dapat menggunakan metode *Bivariate Generalized* Poisson *Regression* (BGPR). Penaksiran Parameter dan pengujian hipotesis BGPR dilakukan oleh Wardani (2016) sekaligus melakukan pemodelan BGPR pada faktor-faktor yang yang berpengaruh terhadap kematian bayi dan ibu di Provinsi Jawa Timur. Analisis lain yang menggunakan BGPR juga dilakukan oleh Putri (2017) tentang pemodelan jumlah kematian ibu dan jumlah kematian bayi di provinsi Jawa tengah. Jumlah kasus HIV dan AIDS di Kota Surabaya merupakan data *count* yang diduga memiliki korelasi yang tinggi serta diduga mengalami kasus overdispersi atau underdispersi sehingga dapat dianalisis dengan menggunakan metode BGPR.

1.2 Rumusan Masalah

Bivariat Generalized Poisson *Regression* (BGPR) adalah pengembangan dari regresi *generalized* Poisson yang menggunakan dua variabel respon. Jumlah Kasus HIV dan AIDS diduga memiliki korelasi yang tinggi, karena seorang penderita AIDS terlebih dahulu mengalami HIV. Kedua jumlah tersebut juga diduga mengalami kasus overdispersi atau underdispersi sehingga dapat dianalisis dengan BGPR. Berdasarkan latar belakang diatas, rumusan masalah yang akan dibahas pada penelitian ini adalah bagaimana karakterisik faktor yang mempengaruhi jumlah kasus HIV dan AIDS di Kota Surabaya dan bagaimana model terbaik serta faktor apa saja yang mempengaruhi jumlah kasus HIV dan AIDS di Kota Surabaya menggunakan BGPR.

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah, tujuan yang ingin dicapai pada penelitian ini adalah:

1. Mengidentifikasi karakteristik faktor-faktor yang mempengaruhi jumlah kasus HIV dan AIDS di Kota Surabaya.
2. Mendapatkan model terbaik serta faktor yang mempengaruhi jumlah kasus HIV dan AIDS di Kota Surabaya.

1.4 Manfaat Hasil Penelitian

Manfaat yang diharapkan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Dapat memberikan masukan kepada dinas kesehatan Kota Surabaya dalam menekan jumlah kasus HIV dan AIDS di Kota Surabaya.
2. Menambah pengetahuan mahasiswa dalam penerapan statistika di bidang kesehatan.

1.5 Batasan Masalah

Penelitian ini menggunakan data jumlah kasus HIV dan AIDS di Kota Surabaya tahun 2013 dengan unit penelitian adalah 31 kecamatan yang ada di Kota Surabaya. Pemodelan jumlah kasus HIV dan AIDS di Kota Surabaya menggunakan *bivariate generalized* Poisson *regression*. Pemilihan model terbaik menggunakan *Akaike's Information Criterion* (AIC).

BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini akan dibahas mengenai konsep dan teori dari metode yang digunakan dalam melakukan analisis untuk menjawab perumusan masalah dari jumlah kasus HIV dan AIDS di Kota Surabaya. Pembahasan mengenai konsep dan teori yang digunakan dalam analisis adalah sebagai berikut.

2.1 Statistika Deskriptif

Statistika deskriptif adalah bagian dari statistika yang membahas tentang metode-metode pengumpulan serta penyajian data sehingga dapat memberikan informasi yang bermanfaat. Dalam statistika deskriptif terdapat dua jenis ukuran data, yaitu ukuran pemusatan dan penyebaran data. Ukuran penyebaran data terdiri dari *range*, varians, dan standar deviasi, sementara ukuran pemusatan data terdiri dari rata-rata, median dan modus (Walpole, 1995).

a. Rata-rata

Rata-rata merupakan hasil jumlahan dari seluruh data dibagi dengan banyaknya data. Dengan kata lain apabila diketahui *n* data, maka rata-rata tersebut didefenisikan sebagai berikut.

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \tag{2.1}$$

b. Varians

Varians merupakan jumlah kuadrat semua deviasi nilai-nilai individual terhadap rata-rata kelompok. Jika terdapat *n* observasi $x_1, x_2, ..., x_n$ dan diketahui $\bar{x}$ (rata-rata dari sampel), maka varians dapat didefenisikan sebagai berikut.

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1} \tag{2.2}$$

c. Minimum dan Maksimum

Minimum adalah nilai terendah dari suatu data, sementara maksimum adalah nilai tertinggi dari suatu data.

d. Peta Tematik

Peta tematik adalah peta yang menyajikan informasi tentang fenomena atau kondisi tertentu yang terjadi dipermukaan bumi. Peta tematik dapat disajikan dengan menggunakan *Arcviews GIS 3.3* menggunakan data pada suatu daerah tertentu. Pada peta tematik terdapat beberapa metode pengelompokan data, salah satunya adalah dengan metode *natural breaks*. Metode ini mengelompokkan data dengan mengikuti optimasi jenk's, langkah pertama adalah mengurutkan data dari data terkecil ke data terbesar, menghitung jumlah kuadrat penyimpangan dari rata-rata (SDAM), menghitung deviasi kuadrat antar kelas (SCDM) yang telah ditentukan, menentukan jumlah kelas terbaik dengan menggunakan nilai *Goodness of Variance Fit* (GVF), yang didefenisikan sebagai (SDAM-SCDM)/SDAM. Nilai GVF berkisar antara 0 (*awful fit*) sampai 1 (*perfect fit*)(Anonim, 2014).

2.2 Uji Korelasi

Koefisien korelasi merupakan salah satu indikator dalam hubungan linier antar dua variabel, misalkan variabel Y_1 dan Y_2 (Draper & Smith, 1992). Koefisien korelasi didefenisikan sebagai berikut.

$$\rho_{Y_1,Y_1} = \frac{\operatorname{cov}(Y_1, Y_2)}{\sqrt{\operatorname{var}(Y_1)\operatorname{var}(Y_1)}} \tag{2.3}$$

koefisisen korelasi berkisar antara -1 hingga 1 $(-1 < \rho_{Y_1,Y_2} < 1)$ sehingga menunjukkan dua hubungan, yaitu hubungan negatif dan positif. Jika nilai korelasi mendekati nilai 1, baik positif ataupun negatif hal itu menunjukkan bahwa kedua variabel memiliki hubungan yang erat. Nilai korelasi 0 menunjukkan bahwa kedua variabel tidak memiliki hubungan erat secara linier. Nilai korelasi yang positif menunjukkan adanya hubungan berbanding lurus pada dua variabel tersebut, sebaliknya nilai

korelasi negatif menunjukkan hubungan yang berbanding terbalik pada kedua variabel. Menurut Zimmerman, Zumbo dan Williams (2003), pengujian korelasi untuk variabel respon dilakukan dengan hipotesis sebagai berikut:
H_0 : $\rho = 0$, (Tidak ada hubungan antara Y_1 dan Y_2)
H_1 : $\rho \neq 0$, (Terdapat hubungan antara Y_1 dan Y_2)
Statistik uji yang digunakan untuk uji korelasi adalah sebagai berikut:

$$t = \frac{r_{Y_1,Y_2}\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-(r_{Y_1,Y_2})^2}} \tag{2.4}$$

dimana:

$$r_{Y_1,Y_2} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(Y_{1i}-\bar{Y}_1)(Y_{2i}-\bar{Y}_2)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(Y_{1i}-\bar{Y}_1)^2\sum_{i=1}^{n}(Y_{2i}-\bar{Y}_2)^2}}$$

Tolak H_0 apabila $|t_{hit}| > t_{(\alpha/2,n-2)}$

2.3 Pemeriksaan Multikolinieritas

Analisis regresi yang melibatkan beberapa variabel prediktor memerlukan adanya pemenuhan asumsi yaitu tidak terjadinya multikolinieritas. Multikolinieritas adalah adanya hubungan linier antar variabel prediktor. Pendeteksian adanya multikolinieritas menurut (Hocking, 2003) adalah dengan memperhatikan nilai *Variance Inflation Factor* (VIF). Nilai VIF lebih dari 10 mengindikasikan adanya multikolinieritas antar variabel prediktor. VIF didefenisikan seperti persamaan berikut.

$$VIF = \frac{1}{1-R_j^2}, \; j = 1, 2, ..., k \tag{2.5}$$

R_j^2 merupakan nilai koefisien determinasi prediktor ke-*j* dengan prediktor lainnya. R_j^2 didefenisikan sebagai berikut:

$$R_j^2 = \frac{SSR}{SST} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (\hat{x}_{ji} - \overline{x}_j)^2}{\sum_{i=1}^{n} (x_{ji} - \overline{x}_j)^2}$$

2.4 Distribusi Poisson

Percobaan Poisson adalah percobaan yang menghasilkan nilai-nilai bagi suatu peubah acak Y yaitu banyaknya hasil percobaan yang terjadi dalam kurun waktu tertentu (Walpole, 1995). Adapun ciri-ciri dari percobaan yang mengikuti distribusi Poisson adalah sebagai berikut :

a. Banyaknya hasil percobaan yang terjadi dalam suatu selang waktu atau suatu daerah tertentu, tidak tergantung ada banyaknya hasil percobaan yang terjadi pada selang waktu atau daerah lain yang terpisah.
b. Peluang terjadinya suatu hasil percobaan selama suatu selang waktu yang singkat sekali atau dalam suatu daerah yang kecil, sebanding dengan panjang selang waktu tersebut atau besarnya daerah tersebut, dan tidak bergantung pada banyaknya hasil percobaan yang terjadi diluar selang waktu atau daerah tersebut.
c. Peluang bahwa lebih dari satu hasil percobaan akan terjadi dalam selang waktu yang singkat tersebut atau dalam daerah tersebut dapat diabaikan.

2.5 Distribusi *Univariate* Poisson

Variabel random diskrit Y dikatakan berdistribusi Poisson dengan parameter μ jika dan hanya jika fungsi probabilitasnya seperti persamaan 2.6 (Cameron dan Trivedi, 1998).

$$f(y) = \begin{cases} \dfrac{e^{-\mu}\mu^{y}}{y!}, & y = 0,1,2,\ldots\ ;\ \mu > 0 \\ 0 & \text{, untuk } y \text{ lainnya} \end{cases} \qquad (2.6)$$

dimana μ merupakan rata-rata suatu kejadian (y) yang nilainya lebih besar atau sama dengan nol. *Mean* dan varians dari Y adalah $E(Y) = \text{var}(Y) = \mu.$

2.6 Distribusi *Bivariate* Poisson

Misalkan N_1, N_2, N_3 merupakan variabel acak yang saling bebas serta masing-masing berdistribusi Poisson dan μ_0, μ_1, μ_2 merupakan parameter. Diberikan variabel acak Y_1 dan Y_2 sebagai berikut:

$$Y_1 = N_1 + N_3$$

$$Y_2 = N_2 + N_3$$

variabel acak Y_1 dan Y_2 memiliki distribusi *bivariate* Poisson dengan fungsi peluang bersama seperti persamaan 2.7 (Karlis dan Ntzoufras, 2005).

$$f(y) = \begin{cases} e^{-(\mu_1+\mu_2+\mu_0)} \sum_{k}^{\min(y1,y2)} \dfrac{\mu_1^{y_1-k}\mu_2^{y_2-k}\mu_0^{k})}{(y_1-k)!(y_2-k)!k!}, & y_1, y_2 = 0,1,2,... \\ 0 & , y_1, y_2 \text{ lainnya} \end{cases} \tag{2.7}$$

nilai harapan dan ragam dari kedua variabel acak tersebut adalah

$$E(Y_1) = \mu_1 + \mu_0$$

$$E(Y_2) = \mu_2 + \mu_0$$

$$Var(Y_1) = E(Y_1) = \mu_1 + \mu_0$$

$$Var(Y_2) = E(Y_2) = \mu_2 + \mu_0$$

2.7 Distribusi *Bivariate Generalized* Poisson

Fungsi kepadatan peluang dari distribusi *bivariate generalized* Poisson ditunjukkan pada persamaan 2.8.

$$f(y_1, y_2) = \mu_0\mu_1\mu_2 \exp\left\{-\left(\mu_0 + \mu_1 + \mu_2\right) - y_1\alpha_1 - y_2\alpha_2\right\}.a_1.a_2.a_3 \tag{2.8}$$

dimana:

$$a_1 = \sum_{k=0}^{\min(y_1,y_2)} \frac{1}{(y_1-k)!(y_2-k)!\text{k}!}\left(\mu_1+(y_1-k)\alpha_1\right)^{y_1-k-1}$$

$$a_2 = \left(\mu_2+\left(y_2-k\right)\alpha_2\right)^{y_2-k-1}\left(\mu_0+k\alpha_0\right)^{k-1}$$

$$a_3 = \exp\left\{k\left(\alpha_1+\alpha_2-\alpha_0\right)\right\}; y_1, y_2 = 0,1,2,...$$

nilai harapan dan ragam untuk variabel acak Y_1 dan Y_2 adalah:

$$Y_1 = (\mu_1+\mu_0)M = \mu_1 M + \mu_0 M$$

$$Y_2 = (\mu_2+\mu_0)M = \mu_2 M + \mu_0 M$$

$$Var(Y_1) = (\mu_1+\mu_0)M^3 = \mu_1 M^3 + \mu_0 M^3$$

$$Var(Y_2) = (\mu_2+\mu_0)M^3 = \mu_2 M^3 + \mu_0 M^3$$

dengan $M = (1-\alpha)^{-1}$, maka nilai harapan dan ragam untuk variabel acak Y_1 dan Y_2 menjadi seperti persamaan berikut.

$$E(\text{Y}_1) = \mu_1(1-\alpha_1)^{-1} + \mu_0(1-\alpha_0)^{-1}$$

$$Var(\text{Y}_1) = \mu_1(1-\alpha_1)^{-3} + \mu_0(1-\alpha_0)^{-3}$$

$$E(\text{Y}_2) = \mu_2(1-\alpha_2)^{-1} + \mu_0(1-\alpha_0)^{-1}$$

$$Var(\text{Y}_2) = \mu_2(1-\alpha_2)^{-3} + \mu_0(1-\alpha_0)^{-3}$$ (Vernic, 1997)

Untuk mengetahui apakah variabel Y_1 dan Y_2 mengikuti distribusi *bivariate generalized* Poisson, maka dilakukan uji distribusi *bivariate generalized* Poisson menggunakan *Crockett's test* dengan hipotesis sebagai berikut:

H_0 : variabel respon Y_1 dan Y_2 mengikuti distribusi *bivariate generalized* Poisson

H_1 : variabel respon Y_1 dan Y_2 tidak mengikuti distribusi *bivariate generalized* Poisson

Statistik Uji :

$$T = \mathbf{Z}^{\mathrm{T}}\hat{\mathbf{V}}^{-1}\mathbf{Z} \quad (2.9)$$

dimana:

$$\mathbf{Z}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} Z_{\mathrm{Y}_1} & Z_{\mathrm{Y}_2} \end{bmatrix};\ Z_h = \mathrm{var}[Y_h] - \overline{Y}_h,\ h = 1,2 \text{ dan}$$

$$\hat{\mathbf{V}} = \frac{2}{n}\begin{bmatrix} \hat{\lambda}_1 & \hat{\lambda}_{12} \\ \hat{\lambda}_{12} & \hat{\lambda}_2 \end{bmatrix},\ n = 1,2;\ \hat{\lambda}_h = \mathrm{var}(Y_h);\ \hat{\lambda}_{gh} = \mathrm{cov}(Y_g, Y_h);$$

$$g, h = 1,2; g \neq h$$

Tolak H_0 jika nilai $T > \chi^2_{(n,\alpha)}$ (Triyanto, 2017).

2.8 Regresi Poisson

Regresi Poisson merupakan salah satu dari metode regresi yang digunakan untuk menggambarkan hubungan antara variabel respon (Y) yang bertipe diskrit dan data jumlahan dengan variabel prediktor (X), dimana variabel Y diasumsikan berdistribusi Poisson. Distribusi Poisson menyatakan banyaknya sukses yang terjadi dalam kurun waktu dan daerah tertentu (Walpole,1995).

Pada model regresi Poisson, fungsi yang digunakan adalah log yaitu $\ln(\mu_i) = \eta_i$, sehingga fungsi hubungan untuk model regresi poisson jika $x_1, x_2, ..., x_k$ didefenisikan pada persamaan 2.10 dan 2.11.

$$\ln(\mu_i) = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + ... + \beta_k x_{ki} \tag{2.10}$$

$$\mu_i = \exp(\mathbf{x}_{\mathrm{i}}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\beta}) \tag{2.11}$$

2.9 Pemeriksaan Equdispersi

Pada regresi Poisson asumsi yang harus dipenuhi adalah kesamaan varians dengan rata-rata (*equidispersion*). Jika pada regresi Poisson terdapat nilai varians lebih besar dari rata-rata, maka terjadi kasus overdispersi. Sebaliknya jika nilai varians lebih kecil dari nilai rata-rata, maka terjadi kasus underdispersi. Apabila regresi Poisson tetap digunakan pada kasus overdispersi, maka koefisien regresi yang dihasilkan tidak akan efisien meskipun koefisien regresinya tetap konsisten.

Overdispersi adalah nilai dispersi *Pearson Chi-Square* atau *deviance* yang dibagi dengan derajat bebas (db), diperoleh lebih besar dari satu. Misalkan parameter dispersi adalah θ, apabila nilai $\theta > 1$ artinya terjadi overdispersi pada regresi Poisson, sebaliknya apabila $\theta < 1$artinya terjadi underdispersi dan apabila $\theta = 1$ terjadi *equidispersion* (metode regresi Poisson tepat untuk digunakan)(Famoye, Wulu, dan Singh, 2004).

2.10 *Bivariate Generalized* Poisson *Regression*

Bivariate Generalized Poisson *Regression* (BGPR) merupakan pengembangan dari *bivariate* Poisson *regression*, dimana datanya mengalami kasus underdispersi atau overdispersi. Apabila $Y_{1i}, Y_{2i} \sim BGP(\mu_{1i}, \mu_{2i}, \alpha_1, \alpha_2)$ maka model untuk BGPR adalah seperti persamaan 2.12

$$\ln(\mu_{ji}) = \mathbf{x_i^T \beta_j} = \beta_{j0} + \beta_{j1} x_{1i} + \beta_{j2} x_{2i} + \cdots + \beta_{jk} x_{ki} \qquad (2.12)$$

$$\mu_{ji} = \mathbf{exp(x_i^T \beta_j)} = \exp(\beta_{j0} + \beta_{j1} x_{1i} + \beta_{j2} x_{2i} + \cdots + \beta_{jk} x_{ki}) \qquad (2.13)$$

dimana:

$\mathbf{x_i} = [1 \quad x_{1i} \quad x_{2i} \quad \cdots \quad x_{ki}]^T$

$\boldsymbol{\beta}_\mathbf{j} = \left[\beta_{j0} \quad \beta_{j1} \quad \beta_{j2} \quad \cdots \quad \beta_{jk}\right]^T, \ j = 1, 2$

$i = 1, 2, \cdots, n$ (banyak pengamatan)

2.10.1 Penaksiran Parameter *Bivariate Generalized* Poisson *Regression*

Parameter pada model *Bivariate Generealized* Poisson *Regression* (BGPR) ditaksir dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) yaitu dengan me-maksimumkan fungsi *likelihood*nya. Fungsi kepadatan peluang dari BGPR adalah seperti persamaan 2.14.

$$f(y_{1i}, y_{2i}) = \mu_0 \mu_{1i} \mu_{2i} \exp\left\{-\left(\mu_0 + \mu_{1i} + \mu_{2i}\right) - y_{1i}\alpha_1 - y_{2i}\alpha_2\right\} C.D \qquad (2.14)$$

dimana:

$$C=\sum_{k=0}^{\min(y_{1i},y_{2i})}\frac{\left(\mu_{1i}+\left(y_{1i}-k\right)\alpha_1\right)^{y_{1i}-k-1}}{\left(y_{1i}-k\right)!}\frac{\left(\mu_{2i}+\left(y_{2i}-k\right)\alpha_2\right)^{y_{2i}-k-1}}{\left(y_{2i}-k\right)!}$$

$$D=\frac{\left(\mu_0+k\alpha_0\right)^{k-1}}{k!}\exp\left(k\left(\alpha_1+\alpha_2-\alpha_0\right)\right)$$

kemudian membentuk fungsi *likelihood* dari BGPR yang disajikan pada persamaan 2.15

$$L(\boldsymbol{\theta})=L\left(\mu_0,\mu_{1i},\mu_{2i},\alpha_1,\alpha_2,\alpha_0,i=1,2,\cdots,n\right)$$

$$L(\boldsymbol{\theta})=\prod_{i=1}^{n}\mu_0\mu_{1i}\mu_{2i}.A_1\sum_{k=0}^{\min(y_{1i},y_{2i})}A_2.A_3 \qquad (2.15)$$

dimana:

$$A_1=\exp\left\{-\left(\mu_0+\mu_{1i}+\mu_{2i}\right)-y_{1i}\alpha_1-y_{2i}\alpha_2\right\}$$

$$A_2=\frac{\left(\mu_{1i}+\left(\mu_{1i}-k\right)\alpha_1\right)^{y_{1i}-k-1}}{\left(y_{1i}-k\right)!}\frac{\left(\mu_{2i}+\left(\mu_{2i}-k\right)\alpha_2\right)^{y_{2i}-k-1}}{\left(y_{2i}-k\right)!}$$

$$A_3=\frac{\left(\mu_0+k\alpha_0\right)^{k-1}}{k!}\left(\exp\left(k\left(\alpha_1+\alpha_2-\alpha_0\right)\right)\right)$$

dimana $\boldsymbol{\theta}=\left[\mu_0,\boldsymbol{\beta}_1^{\mathbf{T}},\boldsymbol{\beta}_2^{\mathbf{T}},\alpha_1,\alpha_2,\alpha_0\right]^T$

selanjutnya melakukan transformasi dari $\mu_{ji}+\mu_0=e^{\mathbf{x_i^T\beta_j}}$ ke dalam persamaan 2.15 dan diperoleh persamaan fungsi ln *likelihood* seperti pada persamaan 2.16

$$\begin{aligned}\ln L(\boldsymbol{\theta})=&\sum_{i=1}^{n}\ln\mu_0+\sum_{i=1}^{n}\ln\left(e^{\mathbf{x_i^T\beta_1}}-\mu_0\right)+\sum_{i=1}^{n}\ln\left(e^{\mathbf{x_i^T\beta_2}}-\mu_0\right)\\&-n\mu_0-\sum_{i=1}^{n}\left(e^{\mathbf{x_i^T\beta_1}}-\mu_0\right)-\sum_{i=1}^{n}\left(e^{\mathbf{x_i^T\beta_2}}-\mu_0\right)-\sum_{i=1}^{n}\left(y_{1i}\alpha_1\right)\\&-\sum_{i=1}^{n}\left(e^{\mathbf{x_i^T\beta_2}}-\mu_0\right)+\sum_{i=1}^{n}\ln B_i\end{aligned} \qquad (2.16)$$

dimana:

$$B_i = \sum_{k=0}^{\min(y_{1i},y_{2i})} B_{1i}B_{2i}$$

$$B_{1i} = \frac{\left(\left(e^{\mathbf{x_i^T\beta_1}} - \mu_0\right) + \left(y_{1i} - k\right)\right)^{y_{1i}-k-1}}{\left(y_{1i} - k\right)!} \exp\left(k\left(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_0\right)\right)$$

$$B_{2i} = \frac{\left(\left(e^{\mathbf{x_i^T\beta_2}} - \mu_0\right) + \left(y_{2i} - k\right)\right)^{y_{2i}-k-1}}{\left(y_{2i} - k\right)!} \frac{\left(\mu_0 + k\alpha_0\right)^{k-1}}{k!}$$

langkah selanjutnya adalah melakukan penaksiran parameter BGPR dengan cara menurunkan fungsi ln *likelihood* BGPR terhadap semua parameternya serta disama dengankan denan nol. Turunan pertama dari fungsi ln *likelihood* persamaan 2.16 terhadap μ_0 adalah seperti persamaan 2.17

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \mu_0} &= n\mu_0^{-1} - \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{e^{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}_1} - \mu_0} - \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{e^{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}_2} - \mu_0} - 3n + \sum_{i=1}^{n} \ln B_i \\
&= n\mu_0^{-1} - \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{e^{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}_1} - \mu_0} - \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{e^{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}_2} - \mu_0} - 3n + \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{B_i}\frac{\partial B_i}{\partial \mu_0}
\end{aligned} \tag{2.17}$$

dimana B_i dan turunan B_i terhadap μ_0 adalah :

$$\begin{aligned}
B_i &= \sum_{k=0}^{\min(y_{1i},y_{2i})} B_{1i}B_{2i} \\
&= \sum_{k=0}^{\min(y_{1i},y_{2i})} \left(\frac{\left(e^{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}_1} - \mu_0 + \left(y_{1i} - k\right)\alpha_1\right)^{y_{1i}-k-1}}{\left(y_{1i} - k\right)!} e^{k\left(\alpha_1+\alpha_2-\alpha_0\right)}.E \right.
\end{aligned} \tag{2.18}$$

dimana:

$$E = \frac{\left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2} - \mu_0 + \left(y_{2i} - k\right)\alpha_2\right)^{y_{2i}-k-1}}{\left(y_{2i} - k\right)!} \frac{\left(\mu_0 + k\alpha_0\right)^{k-1}}{k!}\Bigg)$$

$$\frac{\partial B_i}{\partial \mu_0} = \sum_{k=0}^{\min\left(y_{1i}, y_{2i}\right)} \left(\frac{\partial B_{1i}}{\partial \mu_0} B_{2i} + \frac{\partial B_{2i}}{\partial \mu_0} B_{1i}\right) \tag{2.19}$$

$$\frac{\partial B_{1i}}{\partial \mu_0} B_{2i} = \left(\frac{-\left(y_{1i} - k - 1\right)\left(e^{x_i^T \beta_1} - \mu_0 + \left(y_{1i} - k\right)\alpha_1\right)^{y_{1i}-k-2}}{\left(y_{1i} - k\right)!} .F\right. \tag{2.20}$$

dimana:

$$F = e^{k(\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_0)} \frac{\left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2} - \mu_0 + \left(y_{2i} - k\right)\alpha_2\right)^{y_{2i}-k-1}}{\left(y_{2i} - k\right)!} \frac{\left(\mu_0 + k\alpha_0\right)^{k-1}}{k!}\Bigg)$$

$$\frac{\partial B_{2i}}{\partial \mu_0} B_{1i} = \frac{-(y_{2i} - k - 1)\left(\left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2} - \mu_0\right) + \left(y_{2i} - k\right)\alpha_2\right)^{y_{2i}-k-2}}{\left(y_{2i} - k\right)!} G + H.I \tag{2.21}$$

dimana:

$$G = \frac{\left(\mu_0 + k\alpha_0\right)^{k-1}}{k!}$$

$$H = \frac{\left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2} - \mu_0 + \left(y_{2i} - k\right)\alpha_2\right)^{y_{2i}-k-1}}{\left(y_{2i} - k\right)!} \frac{(k-1)\left(\mu_0 + k\alpha_0\right)^{k-2}}{k!}$$

$$I = \frac{\left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1} - \mu_0 + \left(y_{1i} - k\right)\alpha_1\right)^{y_{1i}-k-1}}{\left(y_{1i} - k\right)!} e^{k\left(\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_0\right)}\Big)$$

Kemudian persamaan 2.20 dan 2.21 disubstitusikan kedalam persamaan 2.19.

$$\frac{\partial B_i}{\partial \mu_0} = \sum_{k=0}^{\min(y_{1i},y_{2i})} \frac{\left(e^{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}_1} - \mu_0 + \left(y_{1i}-k\right)\alpha_1\right)^{y_{1i}-k-1}}{\left(y_{1i}-k\right)!} e^{k\left(\alpha_1+\alpha_2-\alpha_0\right)} J.K \tag{2.22}$$

dimana:

$$J = \frac{\left(e^{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}_2} - \mu_0 + \left(y_{2i}-k\right)\alpha_2\right)^{y_{2i}-k-1}}{\left(y_{2i}-k\right)!} \frac{\left(\mu_0 + k\alpha_0\right)^{k-1}}{k!}$$

$$K = \frac{-(y_{1i}-k-1)}{e^{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}_1} - \mu_0 + \left(y_{1i}-k\right)\alpha_1} + \frac{-(y_{2i}-k-1)}{e^{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}_2} - \mu_0 + \left(y_{2i}-k\right)\alpha_1} + \frac{(k-1)}{\mu_0 + k\alpha_0}$$

Persamaan 2.18 dan 2.22 disubstitusikan kedalam persamaan 2.17, sehingga turunan pertama dari fungsi ln *likelihood* terhadap μ_0 adalah :

$$\frac{\partial \ln L\left(\boldsymbol{\theta}\right)}{\partial \mu_0} = n\mu_0^{-1} - \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{e^{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}_1} - \mu_0} - a_4 + \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=0}^{\min(y_{1i},y_{2i})} a_5.a_6 \tag{2.23}$$

dimana:

$$a_4 = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{e^{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}_2} - \mu_0} + 3n$$

$$a_5 = \frac{-(y_{1i}-k-1)}{e^{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}_1} - \mu_0 + \left(y_{1i}-k\right)\alpha_1}$$

$$a_6 = \frac{-(y_{2i}-k-1)}{e^{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}_2} - \mu_0 + \left(y_{2i}-k\right)\alpha_1} + \frac{(k-1)}{\mu_0 + k\alpha_0}$$

Turunan pertama dari fungsi ln *likelihood* persamaan 2.16 terhadap $\boldsymbol{\beta}_1$ adalah seperti persamaan 2.24

$$\frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\beta_1}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1} \mathbf{x_i}\right)}{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1} - \mu_0} + \sum_{i=1}^{n} \left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1} \mathbf{x_i}\right) + \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{B_i} \frac{\partial B_i}{\partial \boldsymbol{\beta_1}} \tag{2.24}$$

Kemudian B_i diturunkan terhadap $\boldsymbol{\beta_1}$:

$$\frac{\partial B_i}{\partial \boldsymbol{\beta_1}} = \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} \left(\frac{\partial B_{1i}}{\partial \boldsymbol{\beta_1}} B_{2i} + \frac{\partial B_{2i}}{\partial \boldsymbol{\beta_1}} B_{1i} \right) \tag{2.25}$$

$$\frac{\partial B_i}{\partial \boldsymbol{\beta_1}} = \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} \left(\frac{\partial B_{1i}}{\partial \boldsymbol{\beta_1}} B_{2i} + 0 \right) \tag{2.26}$$

$$\frac{\partial B_i}{\partial \boldsymbol{\beta_1}} = \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} a_7 . L . M \tag{2.27}$$

dimana:

$$a_7 = \frac{(y_{1i} - k - 1)\left(\left(e^{\mathbf{x_i^T} \boldsymbol{\beta_1}} - \mu_0\right) + (y_{1i} - k)\alpha_1\right)^{y_{1i} - k - 2}}{(y_{1i} - k)!}$$

$$L = e^{\mathbf{x_i^T} \boldsymbol{\beta_1}} \mathbf{x_i} e^{k(\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_0)} \frac{\left(\left(e^{\mathbf{x_i^T} \boldsymbol{\beta_2}} - \mu_0\right) + (y_{2i} - k)\alpha_2\right)^{y_{2i} - k - 1}}{(y_{2i} - k)!}$$

$$M = \frac{(\mu_0 + k\alpha_0)^{k-1}}{k!}$$

Persamaan 2.18 dan 2.27 disubstitusikan kedalam persamaan 2.24, sehingga turunan pertama persamaan 2.16 terhadap $\boldsymbol{\beta_1}$ adalah :

$$\frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\beta_1}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1} \mathbf{x_i}\right)}{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1} - \mu_0} + \sum_{i=1}^{n} \left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1} \mathbf{x_i}\right) + \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} a_8 \tag{2.28}$$

dimana:

$$a_8 = \frac{\left(y_{1i} - k - 1\right)\left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1} \mathbf{x_i}\right)}{\left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1} - \mu_0\right) + \left(y_{1i} - k\right)\alpha_1}$$

Turunan pertama dari fungsi ln *likelihood* persamaan 2.16 terhadap $\boldsymbol{\beta}_2$ adalah seperti persamaan 2.29.

$$\frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\beta_2}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2} \mathbf{x_i}\right)}{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2} - \mu_0} + \sum_{i=1}^{n}\left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2} \mathbf{x_i}\right) + \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{B_i} \frac{\partial B_i}{\partial \boldsymbol{\beta_2}}\right) \quad (2.29)$$

Kemudian B_i diturunkan terhadap $\boldsymbol{\beta_2}$:

$$\frac{\partial B_i}{\partial \boldsymbol{\beta_2}} = \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} \left(\frac{\partial B_{1i}}{\partial \boldsymbol{\beta_2}} B_{2i} + \frac{\partial B_{2i}}{\partial \boldsymbol{\beta_2}} B_{1i} \right) \quad (2.30)$$

$$\frac{\partial B_i}{\partial \boldsymbol{\beta_2}} = \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} 0 + \frac{\partial B_{2i}}{\partial \boldsymbol{\beta_2}} B_{1i} \quad (2.31)$$

$$\frac{\partial B_{2i}}{\partial \boldsymbol{\beta_2}} B_{1i} = \frac{\left(e^{\mathbf{x_i^T} \boldsymbol{\beta_2}} - \mu_0 + \left(y_{2i} - k\right)\alpha_1\right)^{y_{2i} - k - 1}}{\left(y_{2i} - k\right)!} e^{k(\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_0)} N.O$$

(2.32)

dimana:

$$N = \frac{\left(e^{\mathbf{x_i^T} \boldsymbol{\beta_2}} - \mu_0 + \left(y_{2i} - k\right)\alpha_1)\right)^{y_{2i} - k - 1}}{\left(y_{2i} - k\right)!} \frac{\left(\mu_0 + k\alpha_0\right)^{k-1}}{k!}$$

$$O = \frac{\left(y_{2i} - k - 1\right) e^{\mathbf{x_i^T} \boldsymbol{\beta_2}} \mathbf{x_i}}{e^{\mathbf{x_i^T} \boldsymbol{\beta_2}} - \mu_0 + \left(y_{2i} - k\right)\alpha_2}$$

Persamaan 2.18 dan 2.32 disubstitusikan kedalam persamaan 2.29, sehingga turunan pertama persamaan 2.16 terhadap $\boldsymbol{\beta_2}$ adalah :

$$\frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\beta}_2} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2} \mathbf{x}_\mathbf{i}\right)}{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2} - \mu_0} + \sum_{i=1}^{n} \left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2} \mathbf{x}_\mathbf{i}\right) + \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} a_9 \quad (2.33)$$

dimana:

$$a_9 = \frac{(y_{2i} - k - 1)\left(e^{\mathbf{x}_\mathbf{i}^\mathbf{T} \boldsymbol{\beta}_2} \mathbf{x}_\mathbf{i}\right)}{e^{\mathbf{x}_\mathbf{i}^\mathbf{T} \boldsymbol{\beta}_2} - \mu_0 + (y_{2i} - k)\alpha_2}$$

Turunan pertama dari fungsi ln *likelihood* persamaan 2.16 terhadap α_1 adalah seperti persamaan 2.34

$$\frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_1} = -\sum_{i=1}^{n} y_{1i} + \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{B_i} \frac{\partial B_i}{\partial \alpha_1} \right) \quad (2.34)$$

Kemudian B_i diturunkan terhadap α_1 :

$$\frac{\partial B_i}{\partial \alpha_1} = \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} \frac{\partial B_{1i}}{\partial \alpha_1} B_{2i} + \frac{\partial B_{2i}}{\partial \alpha_1} B_{1i} \quad (3.35)$$

$$\frac{\partial B_i}{\partial \alpha_1} = \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} \frac{\partial B_{1i}}{\partial \alpha_1} B_{2i} + 0 \quad (2.36)$$

$$\frac{\partial B_{1i}}{\partial \alpha_1} B_{2i} = \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} \frac{\left(\left(e^{\mathbf{x}_\mathbf{i}^\mathbf{T} \boldsymbol{\beta}_1} - \mu_0\right) + (y_{1i} - k)\alpha_1\right)^{y_{1i} - k - 1}}{(y_{1i} - k)!} P.Q \quad (2.37)$$

dimana:

$$P = e^{k(\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_0)} \frac{(\mu_0 + k\alpha_0)^{k-1}}{k!} \frac{\left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2} - \mu_0 + (y_{2i} - k)\alpha_2\right)^{y_{2i} - k - 1}}{(y_{2i} - k)!}$$

$$Q = \frac{(y_{1i} - k - 1)(y_{1i} - k)}{e^{\mathbf{x}_\mathbf{i}^\mathbf{T} \boldsymbol{\beta}_1} - \mu_0 + (y_{1i} - k)\alpha_1} + k$$

Persamaan 2.18 dan 2.37 disubstitusikan kedalam 2.34, sehingga turunan pertama persamaan 2.16 terhadap α_1 adalah seperti persamaan 2.38.

$$\frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_1} = -\sum_{i=1}^{n} y_{1i} + \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} a_{10} \tag{2.38}$$

dimana:

$$a_{10} = \frac{(y_{1i} - k - 1)(y_{1i} - k)}{\left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1} - \mu_0\right) + (y_{1i} - k)\alpha_1} + k$$

Turunan pertama dari fungsi ln *likelihood* persamaan 2.16 terhadap α_2 adalah seperti persamaan 2.39

$$\frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_2} = -\sum_{i=1}^{n} y_{2i} + \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{B_i} \frac{\partial B_i}{\partial \alpha_2} \right) \tag{2.39}$$

Kemudian B_i diturunkan terhadap α_1 :

$$\frac{\partial B_i}{\partial \alpha_2} = \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} \frac{\partial B_{1i}}{\partial \alpha_2} B_{2i} + \frac{\partial B_{2i}}{\partial \alpha_2} B_{1i} \tag{2.40}$$

$$\frac{\partial B_{1i}}{\partial \alpha_2} B_{2i} = \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} \frac{\left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1} - \mu_0 + (y_{1i} - k)\alpha_1\right)^{y_{1i} - k - 1}}{(y_{1i} - k)!} R \tag{2.41}$$

dimana:

$$R = k e^{k(\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_0)} \frac{\left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2} - \mu_0 + (y_{2i} - k)\alpha_2\right)^{y_{2i} - k - 1}}{(y_{2i} - k)!} \frac{(\mu_0 + k\alpha_0)^{k-1}}{k!}$$

$$\frac{\partial B_{2i}}{\partial \alpha_2} B_{1i} = \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} \frac{\left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2} - \mu_0 + (y_{2i} - k)\alpha_2\right)^{y_{1i} - k - 2}}{(y_{2i} - k)!} S.T \tag{2.42}$$

dimana:

$$S = (y_{2i} - k - 1)(y_{2i} - k) \frac{(\mu_0 + k\alpha_0)^{k-1}}{k!}$$

$$T=\frac{\left(e^{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}_1}-\mu_0+\left(y_{1i}-k\right)\alpha_1\right)^{y_{1i}-k-1}}{\left(y_{1i}-k\right)!}e^{k\left(\alpha_1+\alpha_2-\alpha_0\right)}$$

Persamaan 2.41 dan 2.42 disubstitusikan kedalam persamaan 2.40, sehingga diperoleh hasil seperti persamaan 2.43.

$$\frac{\partial B_i}{\partial \alpha_2}=\sum_{k=0}^{\min\left(y_{1i},y_{2i}\right)}\frac{\left(e^{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}_1}-\mu_0+\left(y_{1i}-k\right)\alpha_1\right)^{y_{1i}-k-1}}{\left(y_{1i}-k\right)!}U+V.W \quad (2.43)$$

dimana:

$$U=ke^{k\left(\alpha_1+\alpha_2-\alpha_0\right)}\frac{\left(e^{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}_2}-\mu_0+\left(y_{2i}-k\right)\alpha_2\right)^{y_{2i}-k-1}}{\left(y_{2i}-k\right)!}\frac{\left(\mu_0+k\alpha_0\right)^{k-1}}{k!}$$

$$V=\frac{\left(y_{2i}-k-1\right)\left(y_{2i}-k\right)\left(e^{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}_2}-\mu_0+\left(y_{2i}-k\right)\alpha_2\right)^{y_{1i}-k-2}}{\left(y_{2i}-k\right)!}$$

$$W=\frac{\left(\mu_0+k\alpha_0\right)^{k-1}}{k!}\frac{\left(e^{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}_1}-\mu_0+\left(y_{1i}-k\right)\alpha_1\right)^{y_{1i}-k-1}}{\left(y_{1i}-k\right)!}e^{k\left(\alpha_1+\alpha_2-\alpha_0\right)}$$

Persamaan 2.18 dan 2.43 disubstitusikan kedalam persamaan 2.39, sehingga turunan pertama persamaan 2.16 terhadap α_2 adalah seperti persamaan 2.44.

$$\frac{\partial \ln L\left(\boldsymbol{\theta}\right)}{\partial \alpha_2}=-\sum_{i=1}^{n}y_{2i}+K_1 \quad (2.44)$$

dimana:

$$K_1=\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=0}^{\min\left(y_{1i},y_{2i}\right)}\left(\frac{(y_{2i}-k-1)\left(y_{2i}-k\right)}{\left(e^{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}_2}-\mu_0\right)+\left(y_{2i}-k\right)\alpha_2}+k\right)$$

Turunan pertama dari fungsi ln *likelihood* persamaan 2.16 terhadap α_0 adalah seperti persamaan 2.45

$$\frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_0} = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{B_i} \frac{\partial B_i}{\partial \alpha_0} \right) \tag{2.45}$$

Kemudian B_i diturunkan terhadap α_0 :

$$\frac{\partial B_i}{\partial \alpha_0} = \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} \frac{\partial B_{1i}}{\partial \alpha_0} B_{2i} + \frac{\partial B_{2i}}{\partial \alpha_0} B_{1i} \tag{2.46}$$

$$\frac{\partial B_{1i}}{\partial \alpha_0} B_{2i} = \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} - \frac{\left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1} - \mu_0 + (y_{1i} - k)\alpha_1 \right)^{y_{1i}-k-1}}{(y_{1i} - k)!} .X \tag{2.47}$$

dimana:

$$X = ke^{k(\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_0)} \frac{\left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2} - \mu_0 + (y_{2i} - k)\alpha_2 \right)^{y_{2i}-k-1}}{(y_{2i} - k)!} \frac{(\mu_0 + k\alpha_0)^{k-1}}{k!}$$

$$\frac{\partial B_{2i}}{\partial \alpha_0} B_{1i} = \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} \frac{\left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2} - \mu_0 + (y_{2i} - k)\alpha_2 \right)^{y_{2i}-k-1}}{(y_{2i} - k)!} Z.A_4 \tag{2.48}$$

dimana:

$$Z = \frac{(k-1)k(\mu_0 + k\alpha_0)^{k-2}}{k!} e^{k(\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_0)}$$

$$A_4 = \frac{\left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1} - \mu_0 + (y_{1i} - k)\alpha_1 \right)^{y_{1i}-k-1}}{(y_{1i} - k)!}$$

Persamaan 2.47 dfan 2.48 disubstitusikan kedalam persamaan 2.46, sehingga diperoleh persamaan seperti berikut.

$$\frac{\partial B_i}{\partial \alpha_0} = \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} \frac{\left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1} - \mu_0 + (y_{1i} - k)\alpha_1 \right)^{y_{1i}-k-1}}{(y_{1i} - k)!} A_5 A_6 \tag{2.49}$$

dimana:

$$A_5 = e^{k(\alpha_1+\alpha_2-\alpha_0)} \frac{\left(e^{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}_2} - \mu_0 + (y_{2i}-k)\alpha_2\right)^{y_{2i}-k-1}}{(y_{2i}-k)!} \frac{(\mu_0+k\alpha_0)^{k-1}}{k!}$$

$$A_6 = \frac{(k-1)\,\mathrm{k}}{\mu_0 + k\alpha_0} - k$$

Persamaan 2.18 dan 2.49 disubstitusikan kedalam persamaan 2.45, sehingga turunan pertama persamaan 2.16 terhadap α_0 menjadi :

$$\frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_0} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=0}^{\min(y_{1i},y_{2i})} \left(\frac{(k-1)\,\mathrm{k}}{(\mu_0 + k\alpha_0)} - k \right) \tag{2.50}$$

Berdasarkan hasil turunan pertama fungsi ln *likelihood* BGPR terhadap masing-masing parameter yang disama dengankan dengan nol diperoleh hasil persamaan yang ekplisit, sehingga tidak dapat diselesaikan secara analitik. Persamaan tersebut dapat diselesaikan dengan menggunakan iterasi Nelder-Mead.

2.10.2 Algoritma Nelder-Mead

Optimasi Nelder-Mead mudah di implementasikan dan sangat cepat konvergen pada sembarang nilai awal yang digunakan. Algoritma Nelder-Mead dapat digunakan untuk menentukan nilai minimum dari suatu fungsi multivariat tanpa menentukan nilai diferensialnya terlebih dahulu. Langkah-langkah iterasi Nelder-Mead adalah sebagai berikut (Lagarias, Reeds, Wright, & Wright, 1998):

a. Untuk suatu fungsi $g(x)$ dengan k variabel, algoritma Nelder -Mead memerlukan $k+1$ nilai awal. Kemudian menghitung fungsi $g(x_1), g(x_2), ..., g(x_{k+1})$, selanjutnya mengurutkan $g_1 = g(x_1) \le \mathrm{g}_2 = g(x_2) \le ... \le \mathrm{g}_{\mathrm{k+1}} = g(x_{k+1})$.

b. Menghitung titik refleksi $x_r = 2\bar{x} - x_{k+1}$ dengan $\bar{x} = \sum_{i=1}^{k} \frac{x_i}{k}$

dan kemudian menghitung nilai fungsi $g_r = g(x_r)$.

c. Jika $g_1 \le g_r \le g_k$ terima x_r dan iterasi berhenti.

d. Jika $g_r < g_1$ maka hitung nilai ekspansi $x_\varepsilon = \bar{x} + 2(x_r - \bar{x})$ hitung $g_\varepsilon = g(x_\varepsilon)$.

e. Jika nilai $g_\varepsilon < g_r$ terima x_ε dan jika $g_\varepsilon \ge g_r$ terima x_r, iterasi berhenti.

f. Jika $g_r < g_k$ hitung nilai ekspansi antara $\bar{x}$ dan x_{k+1} atau x_r

   a. Bila $g_k \le g_r < g_{k+1}$ hitung $x_c = \bar{x} + \frac{1}{2}(x_r - \bar{x})$ dan $g_c = g(x_c)$. Jika $g_c < g_r$ terima x_c dan iterasi berhenti, sedangkan bila $g_c > g_r$ maka lanjut ke langkah g.

   b. Bila $g_r \ge g_{k+1}$ hitung $x_{cc} = \bar{x} - \frac{1}{2}(\bar{x} - x_{k+1})$ dan $g_{cc} = g(x_{cc})$. Jika $g_{cc} < g_{k+1}$ terima x_{cc} dan hentikan iterasi, sedangkan jika $g_{cc} \ge g_{k+1}$ maka lanjut ke tahap g.

g. Tahap *shrinked*, Evaluasi $g(x)$ untuk n titik dengan persamaan $v_i = x_1 + \frac{1}{2}(x_i - x_1);\ i = 2, 3..., k+1,$ kemudian kembali ke langkah a dengan mengganti $x_i = v_i$.

2.10.3 Pengujian Parameter Model *Bivariate Generalized* Poisson *Regression*

Pengujian parameter pada model regresi BGPR dilakukan dengan metode *Maximum Likelihood Ratio Test* (MLRT) dengan hipotesis sebagai berikut.

Hipotesis:

H_0 : $\beta_{j1} = \beta_{j2} = \cdots = \beta_{jk} = 0$ dan $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$; $j = 1, 2$

H_0 : minimal ada satu dari $\beta_{jl} \ne 0$ dan $\alpha_j \ne 0$; $l = 1, 2, \cdots, k$

Fungsi *likelihood* dibawah populasi disajikan pada persamaan 2.51. Adapun himpunan parameter dibawah populasi adalah $\Omega = \{\mu_0, \boldsymbol{\beta}_1^{\mathbf{T}}, \boldsymbol{\beta}_2^{\mathbf{T}}, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_0\}$.

$$L(\Omega) = \prod_{i=1}^{n}\left(\mu_0\left(e^{\mathbf{x}_i^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\beta}_1} - \mu_0\right)\left(e^{\mathbf{x}_i^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\beta}_2} - \mu_0\right).A_7 \sum_{i=1}^{\min(y_1,y_2)} A_8.A_9.A_{10}\right) \quad (2.51)$$

dimana:

$$A_7 = \exp\left\{-\left(\mu_0 + \left(e^{\mathbf{x}_i^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\beta}_1} - \mu_0\right)\left(e^{\mathbf{x}_i^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\beta}_2} - \mu_0\right)\right) - (y_{1i} - \alpha_1) - (y_{2i} - \alpha_2)\right\}$$

$$A_8 = \frac{\left(\left(e^{\mathbf{x}_i^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\beta}_1} - \mu_0\right) + (y_{1i} - k)\alpha_1\right)^{(y_{1i}-k-1)}}{(y_{1i} - k)!}$$

$$A_9 = \frac{\left(\left(e^{\mathbf{x}_i^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\beta}_2} - \mu_0\right) + (y_{2i} - k)\alpha_2\right)^{(y_{2i}-k-1)}}{(y_{2i} - k)!} \frac{(\mu_0 - \mathrm{k}\,\alpha_0)^{k-1}}{k!}$$

$$\mathrm{A}_{10} = \exp(\mathrm{k}(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_0))$$

$$\begin{aligned}\ln L(\Omega) = {} & n\ln\mu_0 + \sum_{i=1}^{n}\ln\left(e^{\mathbf{x}_i^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\beta}_1} - \mu_0\right) + \sum_{i=1}^{n}\ln\left(e^{\mathbf{x}_i^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\beta}_2} - \mu_0\right) \\ & -n\mu_0 - \sum_{i=1}^{n}\left(e^{\mathbf{x}_i^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\beta}_1} - \mu_0\right) - \sum_{i=1}^{n}\left(e^{\mathbf{x}_i^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\beta}_2} - \mu_0\right) - \sum_{i=1}^{n}\left(y_{1i}\alpha_1\right) \\ & -\sum_{i=1}^{n}\left(e^{\mathbf{x}_i^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\beta}_2} - \mu_0\right) + \sum_{i=1}^{n}\ln\mathrm{B}_i \end{aligned} \quad (2.52)$$

dimana:

$$B_i = \sum_{k=0}^{\min(y_{1i},y_{2i})} B_{1i}B_{2i}$$

$$B_{1i} = \frac{\left(\left(e^{\mathbf{x}_i^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\beta}_1} - \mu_0\right) + \left(y_{1i} - k\right)\right)^{y_{1i}-k-1}}{\left(y_{1i} - k\right)!} \exp\left(k\left(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_0\right)\right)$$

$$B_{2i}=\frac{\left(\left(e^{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}_2}-\mu_0\right)+\left(y_{2i}-k\right)\right)^{y_{2i}-k-1}}{\left(y_{2i}-k\right)!}\frac{\left(\mu_0+k\alpha_0\right)^{k-1}}{k!}$$

Adapun himpunan parameter dibawah hipotesis adalah $\mathrm{H}_0(\omega)=\{\mu_0,\boldsymbol{\beta}_{10},\boldsymbol{\beta}_{20},\alpha_1,\alpha_2,\alpha_0\}$ tidak melibatkan variabel prediktor pada fungsi ln *likelihood*nya. Fungsi ln *likelihood* dibawah H_0 adalah seperti persamaan 2.54.

$$L(\omega)=\prod_{i=1}^{n}\left(\mu_0\left(e^{\beta_{w.1,0}}-\mu_0\right)\left(e^{\beta_{w2.,0}}-\mu_0\right).A_{11}\sum_{i=1}^{\min(y_1,y_2)}A_{12}A_{13}A_{14}\right. \quad (2.53)$$

dimana:

$$A_{11}=\exp\left\{-\left(\mu_0+\left(e^{\beta_{w.1,0}}-\mu_0\right)\left(e^{\beta_{w2.,0}}-\mu_0\right)\right)-(y_{1i}-\alpha_1)-(y_{2i}-\alpha_2)\right\}$$

$$A_{12}=\frac{\left(\left(e^{\beta_{w.1,0}}-\mu_0\right)+(y_{1i}-k)\alpha_1\right)^{(y_{1i}-k-1)}}{(y_{1i}-k)!}$$

$$A_{13}=\frac{\left(\left(e^{\beta_{w2.,0}}-\mu_0\right)+(y_{2i}-k)\alpha_2\right)^{(y_{2i}-k-1)}}{(y_{2i}-k)!}\frac{(\mu_0-\mathrm{k}\,\alpha_0)^{k-1}}{k!}$$

$$A_{14}=\exp(\mathrm{k}(\alpha_1+\alpha_2+\alpha_0))$$

$$\begin{aligned}\ln L\left(\omega\right)=n\ln\mu_0&+\sum_{i=1}^{n}\ln\left(e^{\hat{\beta}_{w.1.0}}-\mu_0\right)+\sum_{i=1}^{n}\ln\left(e^{\hat{\beta}_{w.2.0}}-\mu_0\right)\\&-\sum_{i=1}^{n}\mu_0+\sum_{i=1}^{n}\left(e^{\hat{\beta}_{w.1.0}}-\mu_0\right)+\sum_{i=1}^{n}\left(e^{\hat{\beta}_{w.2.0}}-\mu_0\right)\\&-\sum_{i=1}^{n}y_{1i}\alpha_1-\sum_{i=1}^{n}y_{2i}\alpha_2+\sum_{i=1}^{n}\ln B_{i.0} \qquad (2.54)\end{aligned}$$

dimana :

$$B_{i.0}=\sum_{k=0}^{\min\left(y_{1i},y_{2i}\right)}B_{1i.0}B_{2i.0}$$

$$B_{1i.0}=\frac{\left(\left(e^{\hat{\beta}_{w.1.0}}-\mu_0\right)+\left(y_{1i}-k\right)\alpha_1\right)^{y_{1i}-k-1}}{\left(y_{1i}-k\right)!}\left(e^{k\left(\alpha_1+\alpha_2-\alpha_0\right)}\right)$$

$$B_{2i.0}=\frac{\left(\left(e^{\hat{\beta}_{w.2.0}}-\mu_0\right)+\left(y_{2i}-k\right)\alpha_2\right)^{y_{2i}-k-1}}{\left(y_{2i}-k\right)!}\frac{\left(\mu_0+k\alpha_0\right)^{k-1}}{k!}$$

Selanjutnya fungsi ln *likelihood* dibawah H_0 diturunkan terhadap masing-masing parameter H_0, sehingga diperoleh hasil sebagai berikut :

Turunan pertama fungsi $\ln L\left(\omega\right)$ terhadap μ_0

$$\frac{\partial \ln L\left(\omega\right)}{\partial\mu_0}=\frac{n}{\mu_0}-\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{e^{\hat{\beta}_{w.1.0}}-\mu_0}-K_2+\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=0}^{\min(y_{1i},y_{2i})}K_3.K_4 \tag{2.55}$$

dimana:

$$K_2=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{e^{\hat{\beta}_{w.2.0}}-\mu_0}+3n$$

$$K_3=\frac{-\left(y_{1i}-k-1\right)}{\left(\left(e^{\hat{\beta}_{w.1.0}}-\mu_0\right)+\left(y_{1i}-k\right)\alpha_1\right)}$$

$$K_4=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{e^{\hat{\beta}_{w.2.0}}-\mu_0}-3n\frac{-\left(y_{2i}-k-1\right)}{\left(\left(e^{\hat{\beta}_{w.2.0}}-\mu_0\right)+\left(y_{2i}-k\right)\alpha_2\right)}+\frac{k-1}{\mu_0+k\alpha_0}$$

Turunan pertama $\ln L\left(\omega\right)$ terhadap $\beta_{w.1.0}$

$$\frac{\partial \ln L\left(\omega\right)}{\partial\hat{\beta}_{w.1.0}}=\sum_{i=1}^{n}\frac{e^{\hat{\beta}_{w1.0}}}{e^{\hat{\beta}_{w1.0}}-\mu_0}+\sum_{i=1}^{n}e^{\hat{\beta}_{w.1.0}}+\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=0}^{\min(y_{1i},y_{2i})}K_5 \tag{2.56}$$

dimana:

$$K_5 = \left(\frac{\left(y_{1i} - k - 1\right) e^{\hat{\beta}_{w.1.0}}}{\left(e^{\hat{\beta}_{w.1.0}} - \mu_0 + \left(y_{1i} - k\right)\alpha_1\right)} \right)$$

Turunan pertama $\ln L(\omega)$ terhadap $\beta_{w.2.0}$

$$\frac{\partial \ln L(\omega)}{\partial \hat{\beta}_{w.2.0}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{e^{\hat{\beta}_{w.2.0}}}{e^{\hat{\beta}_{w.2.0}} - \mu_0} + \sum_{i=1}^{n} e^{\hat{\beta}_{w.2.0}} + A_{13} \tag{2.57}$$

dimana:

$$A_{13} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} \frac{\left(y_{2i} - k - 1\right) e^{\hat{\beta}_{w.2.0}}}{\left(\left(e^{\hat{\beta}_{w.2.0}} - \mu_0\right) + \left(y_{2i} - k\right)\alpha_2\right)}$$

Turunan pertama $L(\omega)$ terhadap α_1

$$\frac{\partial \ln L(\omega)}{\partial \alpha_1} = -\sum_{i=1}^{n} y_{1i} + \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} \left(\frac{\left(y_{1i} - k - 1\right)\left(y_{1i} - k\right)}{\left(\left(e^{\hat{\beta}_{w.1.0}} - \mu_0\right) + \left(y_{1i} - k\right)\alpha_1\right)} + k \right) \tag{2.58}$$

Turunan pertama $L(\omega)$ terhadap α_2

$$\frac{\partial \ln L(\omega)}{\partial \alpha_2} = -\sum_{i=1}^{n} y_{2i} + \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} \left(k + \frac{\left(y_{2i} - k - 1\right)\left(y_{2i} - k\right)}{\left(\left(e^{\hat{\beta}_{w.2.0}} - \mu_0\right) + \left(y_{2i} - k\right)\alpha_2\right)} \right) \tag{2.59}$$

turunan pertama $L(\omega)$ terhadap α_0

$$\frac{\partial \ln L(\omega)}{\partial \alpha_0} = -\sum_{i=1}^{n} y_{2i} + \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} \left(-k + \frac{k - 1}{\left(\mu_0 + k\alpha_0\right)} \right) \tag{2.60}$$

Pada turunan pertama fungsi ln *likelihood* dibawah H_0 terhadap masing-masing parameter yang disama dengankan dengan nol diperoleh hasil persamaan yang ekplisit, sehingga tidak dapat diselesaikan secara analitik. Persamaan tersebut dapat diselesaikan dengan menggunakan iterasi Nelder-Mead dengan langkah seperti yang dijelaskan pada subbab 2.10.2. Setelah taksiran parameter $\mu_0, \boldsymbol{\beta}_{w.1.0}, \boldsymbol{\beta}_{w.2.0}, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_0$ diperoleh dengan menggunakan optimasi Nelder-Mead, maka selanjutnya dapat dilakukan pengujian signifikansi parameter secara serentak dengan statistik uji seperti persamaan 2.61 yang diperoleh berdasarkan langkah-langkah berikut:

$$\frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})} < k$$

$$\ln \frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})} < \ln k$$

$$-2\ln\left(\frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})}\right) > -2\ln k$$

Sehingga diperoleh :

$$D(\hat{\boldsymbol{\beta}}) \sim \chi_v^2$$

$$D\left(\hat{\boldsymbol{\beta}}\right) \sim -2\ln\left(\frac{L\left(\hat{\omega}\right)}{L\left(\hat{\Omega}\right)}\right) = 2\left(\ln L\left(\hat{\Omega}\right) - \ln L\left(\hat{\omega}\right)\right) \tag{2.61}$$

dimana:

$$\begin{aligned}
\ln L(\hat{\Omega}) = {} & n\ln\hat{\mu}_0 + \sum_{i=1}^{n}\ln\left(e^{\mathbf{x}_i^T\hat{\boldsymbol{\beta}}_1} - \hat{\mu}_0\right) + \sum_{i=1}^{n}\ln\left(e^{\mathbf{x}_i^T\hat{\boldsymbol{\beta}}_2} - \hat{\mu}_0\right) \\
& - n\hat{\mu}_0 + \sum_{i=1}^{n}\left(e^{\mathbf{x}_i^T\hat{\boldsymbol{\beta}}_1} - \hat{\mu}_0\right) + \sum_{i=1}^{n}\left(e^{\mathbf{x}_i^T\hat{\boldsymbol{\beta}}_2} - \hat{\mu}_0\right) - \alpha_1\sum_{i=1}^{n}y_{1i} \\
& - \alpha_2\sum_{i=1}^{n}y_{2i} + \sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{\min(y_{1i},y_{2i})}\frac{(y_{1i}-k-1)((e^{\mathbf{x}_i^T\hat{\boldsymbol{\beta}}_1} - \hat{\mu}_0) + (y_{1i}-\mathrm{k})\alpha_1)}{(y_{1i}-\mathrm{k})!} \\
& + \sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{\min(y_{1i},y_{2i})}\frac{(y_{2i}-k-1)((e^{\mathbf{x}_i^T\hat{\boldsymbol{\beta}}_2} - \hat{\mu}_0) + (y_{2i}-\mathrm{k})\alpha_2)}{(y_{2i}-\mathrm{k})!} \\
& + \sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{\min(y_{1i},y_{2i})}\frac{(k-1)(\hat{\mu}_0 + k\alpha_0)}{\mathrm{k}!}
\end{aligned}$$

$$+\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{\min(y_{1i},y_{2i})}\exp(k(\alpha_1+\alpha_2+\alpha_0))$$

$$\ln L(\hat{\omega}) = n\ln\hat{\mu}_0 + \sum_{i=1}^{n}\ln\left(e^{\hat{\boldsymbol{\beta}}_{1,0}} - \hat{\mu}_0\right) + \sum_{i=1}^{n}\ln\left(e^{\hat{\boldsymbol{\beta}}_{2,0}} - \hat{\mu}_0\right)$$

$$-n\hat{\mu}_0 + \sum_{i=1}^{n}\left(e^{\hat{\boldsymbol{\beta}}_{1,0}} - \hat{\mu}_0\right) + \sum_{i=1}^{n}\left(e^{\hat{\boldsymbol{\beta}}_{2,0}} - \hat{\mu}_0\right) - \alpha_1\sum_{i=1}^{n}y_{1i}$$

$$-\alpha_2\sum_{i=1}^{n}y_{2i} + \sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{\min(y_{1i},y_{2i})}\frac{(y_{1i}-k-1)((e^{\hat{\boldsymbol{\beta}}_{1,0}} - \hat{\mu}_0) + (y_{1i}-\mathrm{k})\alpha_1)}{(y_{1i}-\mathrm{k})!}$$

$$+\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{\min(y_{1i},y_{2i})}\frac{(y_{2i}-k-1)((e^{\hat{\boldsymbol{\beta}}_{2,0}} - \hat{\mu}_0) + (y_{2i}-\mathrm{k})\alpha_2)}{(y_{2i}-\mathrm{k})!}$$

$$+\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{\min(y_{1i},y_{2i})}\frac{(k-1)(\hat{\mu}_0 + k\alpha_0)}{\mathrm{k}!}$$

$$+\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{\min(y_{1i},y_{2i})}\exp(k(\alpha_1+\alpha_2+\alpha_0))$$

$D(\hat{\boldsymbol{\beta}})$ adalah pendekatan dari distribusi *Chi-Square* dengan derajat bebas *v* (jumlah parameter dibawah populasi dikurangi dengan jumlah parameter dibawah H_0. Tolak H_0 jika $D(\hat{\beta}) > \chi^2_{(\alpha,v)}$ (Agresti, 2002).

Jika pada pengujian serentak diperoleh hasil tolak H_0 maka langkah selanjutnya adalah melakukan pengujian parameter secara parsial untuk memperoleh parameter mana saja yang berpengaruh signifikan terhadap model dengan hipotesis sebagai berikut.

Parameter β_{jl}

$H_0 : \beta_{jl} = 0$

$H_1 : \beta_{jl} \neq 0$ dengan $j = 1, 2$ dan $l = 1, 2, ..., k$

Statistik uji yang digunakan disajikan pada persamaan 2.62.

$$z = \frac{\hat{\beta}_{jl}}{se\left(\hat{\beta}_{jl}\right)} \tag{2.62}$$

Tolak H_0 jika $\left|Z_{hitung}\right| > Z_{\alpha/2}$ dimana α adalah taraf signifikansi

Parameter α_j

$H_0 : \alpha_j = 0$

$H_1 : \alpha_j \neq 0$ dengan $j = 1, 2$

Statistik uji:

$$z = \frac{\hat{\alpha}_j}{se\left(\hat{\alpha}_j\right)} \tag{2.63}$$

Tolak H_0 jika $\left|Z_{hitung}\right| > Z_{\alpha/2}$ dengan α adalah taraf signifikansi.

2.11 Kriteria Kebaikan Model

Akaike Information Criterion (AIC) merupakan merupakan kriteria kesesuaian model dalam mengestimasi model secara statistik. Dalam pembentukan model regresi diperlukan adanya kriteria AIC dengan tujuan untuk mendapatkan faktor-faktor yang berpengaruh terhadap model dan bukan untuk melakukan suatu prediksi. Perhitungan nilai AIC untuk model regresi multivariat respon didefenisikan pada persamaan 2.64 (Jhonson dan Wichern,2007)

$$AIC = n \ln(|\widehat{\mathbf{\Sigma}}_{\mathbf{d}}|) - 2jk \tag{2.64}$$

dimana:

n : Banyak pengamatan

$\widehat{\mathbf{\Sigma}}_{\mathbf{d}}$: $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\mathbf{i}}^{\mathbf{T}} \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\mathbf{i}}$

j : Banyaknya variabel respon

k : Banyaknya variabel prediktor

2.12 HIV dan AIDS

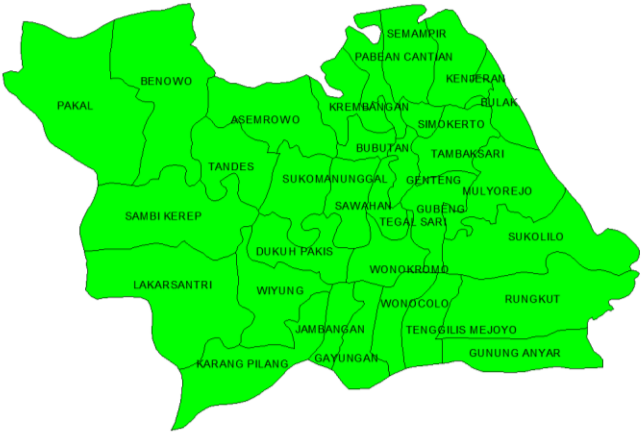
HIV atau *Human Immunodeficiency Virus* adalah sejenis virus yang menyerang atau menginfeksi sel darah putih yang meyebabkan turunnya kekebalan tubuh manusia, sehingga orang yang terserang penyakit tersebut tidak dapat melawan berbagai jenis penyakit yang menyerang tubuhnya. Menurunnya kekebalan tubuh akibat HIV berdampak pada mudahnya terkena berbagai penyakit infeksi (Infeksi oportunistik) yang sering berakibat fatal. AIDS atau *Acquired Immune Defeciency Syndrome* adalah suatu sindrom atau kumpulan gejala penyakit dengan karakteristik defisiensi imun yang berat, dan merupakan manipestasi stadium akhir infeksi HIV. HIV terdapat dalam darah dan cairan tubuh seseorang yang telah tertular, walaupun orang tersebut belum menunjukan keluhan atau gelaja penyakit. Pengidap HIV memerlukan pengobatan dengan *Antiretroviral* (ARV) untuk menurunkan jumlah virus HIV di dalam tubuh agar tidak masuk kedalam stadium AIDS, sedangkan pengidap AIDS memerlukan pengobatan ARV untuk mencegah terjadinya infeksi oportunistik dengan berbagai komplikasinya. HIV hanya dapat ditularkan apabila terjadi kontak langsung cairan tubuh atau darah. Tiga cara penularan HIV dan AIDS adalah sebagai berikut:

1. Hubungan seksual, baik secara vaginal, oral maupun anal dengan seorang pengidap. Ini adalah cara yang paling umum terjadi, meliputi 80-90% dari total kasus sedunia.
2. Kontak langsung dengan darah/produk darah/jarum suntik:
    a. Transfusi darah/produk darah yang tercemar HIV.
    b. Pemakaian jarum suntik tidak steril/pemakaian bersama jarum suntik dan sempritnya pada para pecandu narkoba suntik.
    c. Penularan lewat kecelakaan tertusuk jarum pada petugas kesehatan.
3. Secara vertikal, dari ibu hamil yang mengidap HIV kepada bayinya, baik selama hamil, saat melahirkan, maupun setelah melahirkan.

BAB III
METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang diperoleh dari Dinas Kesehatan Kota Surabaya tahun 2013. Jumlah unit pengamatan sebanyak 31 unit pengamatan yaitu 31 kecamatan yang ada di Kota Surabaya. Unit pengamatan tersebut disajikan pada Gambar 3.1.



Gambar 3.1 Peta Kota Surabaya

3.2 Variabel Penelitian

Variabel yang digunakan dalam penelitian ini terdiri dari dua variabel respon (Y) dan lima variabel prediktor (X) yang disajikan dan dijelaskan pada Tabel 3.1.

Tabel 3.1 Variabel Penelitian

Variabel	Keterangan	Defenisi Operasional	Tipe
Y_1	Jumlah Kasus HIV	Jumlah kasus HIV baru pada setiap kecamatan di Kota Surabaya	*Count*
Y_2	Jumlah Kasus AIDS	Jumlah kasus AIDS baru pada setiap kecamatan di Kota Surabaya	*Count*

Tabel 3.1 Variabel Penelitian (*Lanjutan*)

X_1	Persentase penduduk pengguna kondom	Hasil bagi pengguna kondom dengan jumlah penduduk di tiap kecamatan	Kontinu
X_2	Persentase penduduk yang tamat SMA	Hasil bagi jumlah penduduk yang tamat SMA dengan jumlah penduduk di tiap kecamatan	Kontinu
X_3	Persentase penduduk kelompok umur 25-29 tahun	Hasil bagi jumlah kelompok umur 25-29 tahun dengan jumlah penduduk di tiap kecamatn.	Kontinu
X_4	Persentase penduduk yang memiliki jaminan kesehatan masyarakat miskin	Hasil bagi jumlah jaminan kesehatan masyarakat miskin dengan jumlah penduduk di tiap kecamatan	Kontinu
X_5	Persentase kegiatan penyuluhan kesehatan masyarakat	Hasil bagi jumlah penyuluhan kesehatan dengan jumlah penduduk di tiap kecamatan	Kontinu

Adapun struktur data pada penelitian ini disusun berdasarkan variabel-variabel yang digunakan pada penelitian. Struktur data untuk penelitian ini ditunjukkan pada Tabel 3.2 dan data lengkap disajikan pada Lampiran.1.

Tabel 3.2 Struktur Data Dalam Penelitian

Kecamatan	Y_1	Y_2	X_1	X_2		X_5
1	8	12	0,1009	53,2187	....	3,2422
2	5	6	0,1696	35,7003	....	0,9828
3	2	4	0,4830	49,1447	....	0,9618
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
31	114	24	0,6825	42,4283	....	0,5904

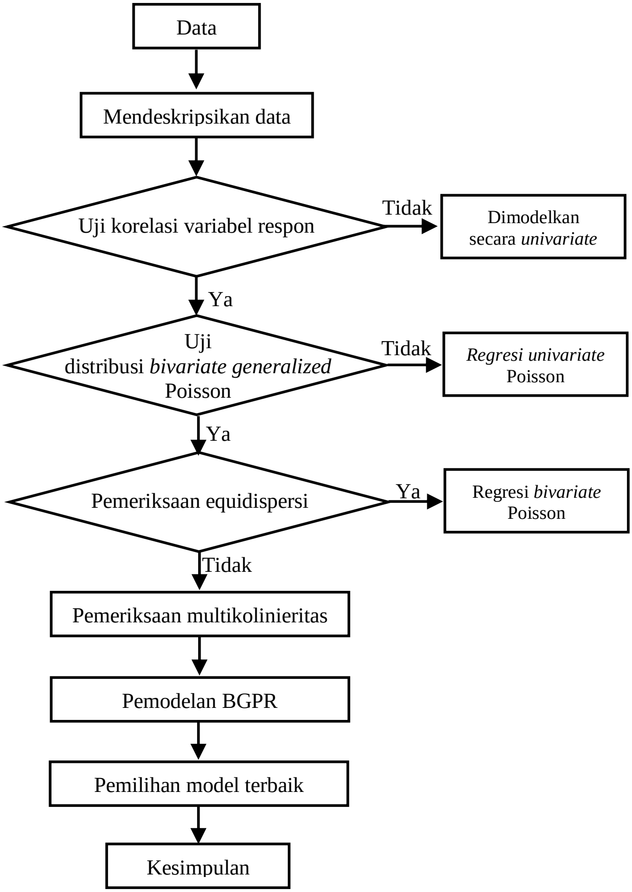
3.3 Langkah Analisis

Langkah analisis yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mendeskripsikan variabel respon dan prediktor dengan dua cara, yaitu:
   a. Mendeskripsikan variabel respon dan prediktor pada tabel statistika deskriptif dengan menggunakan nilai rata-rata, varians, nilai minimum, dan nilai maksimum dengan menggunakan persamaan-persamaan yang sudah dijelaskan pada subbab 2.1.
   b. Mendeskripsikan variabel respon dan prediktor menggunakan peta tematik yang dibagi menjadi tiga kategori berdasarkan klasifikasi *natural breaks* seperti yang sudah dijelaskan pada subbab 2.1.
2. Identifikasi faktor-faktor yang diduga mempengaruhi jumlah kasus HIV dan AIDS menggunakan *bivariate generalized* Poisson *regression*, dengan langkah-langkah sebagai berikut:
   a. Melakukan uji korelasi antar variabel respon, yaitu jumlah kasus HIV dan AIDS.
   b. Melakukan uji distribusi *bivariate generalized* Poisson pada variabel respon dengan menggunakan *Crockett's test*.
   c. Pemeriksaan equidispersi pada variabel respon, yaitu jumlah kasus HIV dan AIDS.
   d. Pemeriksaan multikolinieritas pada variabel prediktor yang diduga mempengaruhi jumlah kasus HIV dan AIDS dengan menggunakan kriteria VIF.
3. Menentukan model terbaik dari *all possible models* berdasarkan nilai AIC terkecil
4. Pemodelan jumlah kasus HIV dan AIDS menggunakan *bivariate generalized* Poisson *regression* pada model terbaik, dengan langkah sebagai berikut:

a. Penaksiran parameter model BGPR dengan menggunakan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE).
b. Melakukan pengujian signifikansi parameter secara simultan dan parsial.
c. Interpretasi Model.

langkah analisis diatas dapat disajikan pada Gambar 3.2



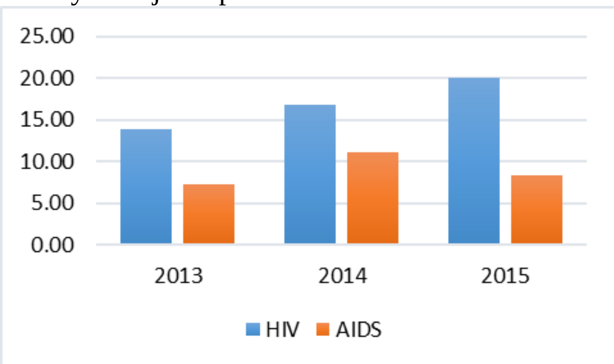
Gambar 3.2 Langkah Analisis Penelitian

BAB IV
ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini akan dilakukan pembahasan mengenai hasil penelitian yang telah dilakukan dalam rangka menjawab rumusan masalah pada bab pertama, dengan menggunakan kajian teori pada bab dua, serta mengikuti langkah analisis yang sudah dipaparkan pada bab tiga.

4.1 Deskripsi Jumlah Kasus HIV dan AIDS Serta Faktor-Faktor yang diduga Mempengaruhinya

Berdasarkan data yang diperoleh dari Dinas Kesehatan Kota Surabaya diperoleh bahwa jumlah kasus HIV di kota surabaya terus meningkat dari tahun 2013-2015, sedangkan jumlah kasus AIDS dikota Surabaya dari tahun 2013-2015 mengalami fluktuasi. Rata-rata jumlah kasus HIV di setiap kecamatan di Kota Surabaya pada tahun 2014 adalah 17 kasus, sedangkan rata-rata jumlah kasus AIDS adalah 11 kasus. Rata-rata jumlah kasus HIV di setiap kecamatan di Kota Surabaya pada tahun 2015 adalah 20 kasus, sedangkan rata-rata jumlah kasus AIDS sebanyak 8 kasus. Rata-rata jumlah kasus HIV dan AIDS di Kota Surabaya disajikan pada Gambar 4.1.



Gambar 4.1 Rata-rata Jumlah Kasus HIV dan AIDS di Kota Surabaya Tahun 2013-2015

Pada subbab 3.1 telah dijelaskan bahwa penelitian ini menggunakan data jumlah kasus HIV dan AIDS di Kota Surabaya tahun 2013, karena data untuk variabel prediktor yang digunakan tidak tersedia untuk tahun 2014 dan 2015. Berdasarkan data yang diperoleh dari Dinas Kesehatan Kota Surabaya, dari 31 kecamatan yang ada di Kota Surabaya kasus HIV dan ADIS tahun 2013 terjadi di 30 Kecamatan. Pada tahun 2013 di Kecamatan Lakarsantri tidak ada kasus HIV dan di Kecamatan Sambikerep tidak terjadi kasus AIDS. Pada penelitian ini data dideskripsikan berdasarkan nilai rata-rata, varians, minimum dan maksimal seperti yang sudah dijelaskan pada bab 2 yang disajikan pada Tabel 4.1.

Tabel 4.1 Statistika Deskriptif Variabel Penelitian

Variabel	Rata-rata	Varians	Minimum	Maksimum
Y_1	13,9400	402,0600	0,0000	114,0000
Y_2	7,3550	27,3030	0,0000	24,0000
X_1	0,3414	0,0704	0,0046	1,2432
X_2	34,2000	62,2900	22,0800	53,2200
X_3	8,9000	0,7380	7,7770	11,2730
X_4	12,8700	73,7200	4,6900	40,6100
X_5	0,7690	0,5910	0,0680	3,2420

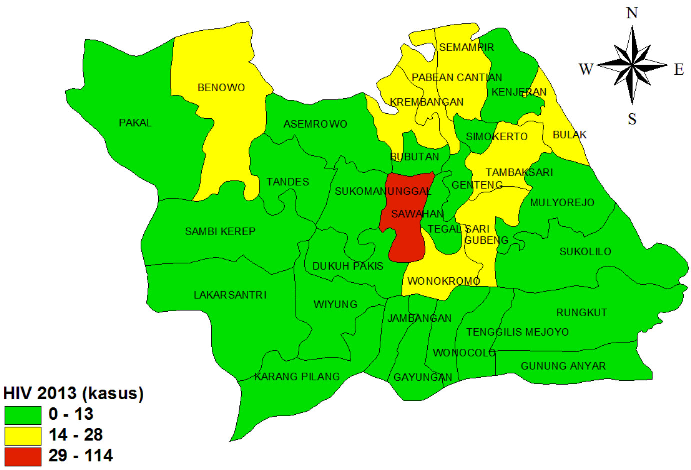
Pada Tabel 4.1 diperoleh informasi bahwa pada tahun 2013 rata-rata jumlah kasus HIV (Y_1) di setiap kecamatan yang ada di Kota Surabaya adalah sebanyak 14 kasus dengan varians sebesar 402,06 kasus yang artinya bahwa keragaman kasus baru HIV di Kota Surabaya sangat beragam. Kasus HIV terbanyak adalah 114 kasus yang berada di Kecamatan Sawahan, sementara di Kecamatan Lakar Santri tidak ada kasus HIV. Rata-rata jumlah kasus AIDS (Y_2) di setiap kecamatan yang ada di Kota Surabaya adalah sebanyak 7 kasus dengan varians sebesar 27,303 kasus yang artinya bahwa keragaman kasus AIDS di Kota Surabaya sangat beragam. Kasus terbanyak AIDS adalah 24 kasus yang berada di Kecamatan Sawahan, sementara pada tahun 2013 tidak terdapat kasus AIDS di Kecamatan Sambikerep.

Rata-rata persentase penduduk pengguna kondom (X_1) di Kota Surabaya sebesar 0,3414%, dengan pengguna kondom tertinggi berada di Kecamatan Pabean Cantikan yaitu sebesar 1,2432% dan pengguna kondom terendah berada di Kecamatan Asemrowo. Rata-rata persentase penduduk yang tamat SMA (X_2) di Kota Surabaya sebesar 34,2% artinya bahwa penduduk Kota Surabaya yang tamat SMA kurang dari 50%. Persentase penduduk yang tamat SMA tertinggi berada di Kecamatan Tegalsari yaitu sebesar 53,22% sementara, persentase penduduk yang tamat SMA terendah berada di Kecamatan Asemrowo yaitu sebesar 22,08%.

Rata-rata persentase penduduk kelompok umur 25-29 tahun (X_3) di Kota Surabaya sebesar 8,9%, dengan persentase penduduk kelompok umur 25-29 tahun tertinggi berada di Kecamatan Tandes yaitu sebesar 11,273% dan persentase penduduk kelompok umur 25-29 tahun terendah berada di Kecamatan Pakal yaitu sebesar 7,777%. Rata-rata persentase penduduk yang memiliki jaminan kesehatan masyarakat miskin (X_4) di Kota Surabaya sebesar 12,87% artinya bahwa penduduk Kota Surabaya yang memiliki jaminan kesehatan masyarakat miskin adalah kurang dari 50%, dengan persentase jaminan kesehatan masyarakat miskin tertinggi berada di Kecamatan Semampir yaitu sebesar 40,61% dan terendah berada di Kecamatan Tenggilis yaitu sebesar 4,69%. Rata-rata persentase kegiatan penyuluhan kesehatan (X_5) di Kota Surabaya sebesar 0,769%, dengan persentase kegiatan penyuluhan kesehatan tertinggi berada di Kecamatan Tegalsari yaitu sebesar 3,242% dan persentase kegiatan penyuluhan kesehatan terendah berada di Kecamatan Karangpilang yaitu sebesar 0,068%. Penyebaran jumlah kasus baru HIV dan AIDS serta faktor-faktor yang diduga mempengaruhinya disajikan dalam peta tematik menggunakan *Arcview GIS 3.3* seperti yang sudah di-paparkan pada bab 2. Pada peta tematik tersebut data di-kelompokkan kedalam 3 kategori, yaitu kategori rendah, sedang, dan tinggi.

4.1.1 Persebaran Jumlah Kasus HIV di Kota Surabaya

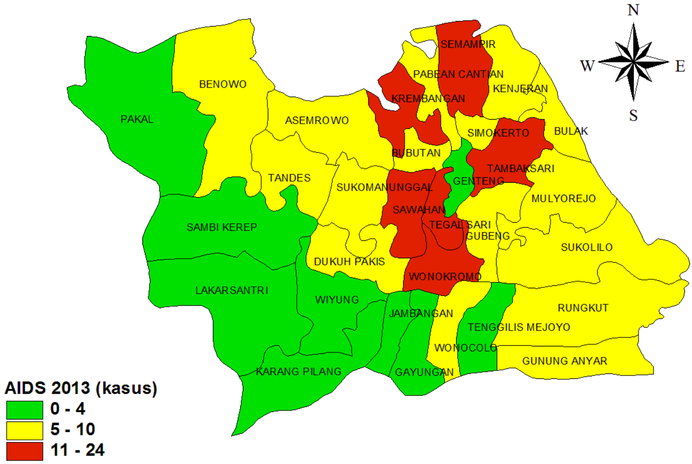
Penyebaran jumlah kasus HIV tahun 2013 disajikan pada Gambar 4.2. Terdapat 22 kecamatan dengan jumlah kasus HIV kategori rendah yaitu Kecamatan Pakal, Sambikerep, Tandes, Asemrowo, Sukomanunggal, Bubutan, Simokerto, Kenjeran, Genteng, Tegal Sari, Lakar Santri, Dukuh Pakis, Wiyung, Karang Pilang, Jambangan, Wonocolo, Gayungan, Tanggilis Mejoyo, Gunung Anyar, Rungkut, Sukolilo, dan Mulyorejo. Jumlah kasus HIV dengan kategori sedang terjadi di delapan kecamatan yaitu Kecamatan Benowo, Krembangan, Pabean Cantikan, Semampir, Bulak, Tambak Sari, Gubeng, dan Wonokromo. Kecamatan dengan kategori jumlah kasus HIV tinggi adalah Kecamatan Sawahan.



Gambar 4.2 Penyebaran jumlah kasus HIV di Kota Surabaya Tahun 2013

4.1.2 Persebaran Jumlah kasus AIDS di Kota Surabaya

Penyebaran jumlah kasus AIDS tahun 2013 disajikan pada Gambar 4.3. Terdapat sembilan kecamatan dengan kategori jumlah kasus AIDS rendah yaitu Kecamatan Pakal, Sambikerep, Lakar Santri, Wiyung, Karang Pilang, Genteng, Jambangan, Gayungan, dan Tenggilis Mejoyo. Kecamatan dengan kategori jumlah kasus AIDS sedang terjadi di 16 kecamatan yaitu Kecamatan Benowo, Tandes, Asemrowo, Sukomanunggal, Dukuh Pakis, Pabean Cantikan, Bubutan, Simokerto, Kenjeran, Bulak, Gubeng, Mulyorejo, Sukolilo, Rungkut, Wonocolo, dan Gunung Anyar. Kecamatan dengan kategori jumlah kasus AIDS tinggi terjadi di enam kecamatan yaitu Kecamatan Krembangan, Semampir, Tambaksari, Sawahan, Tegal Sari, dan Wonokromo.

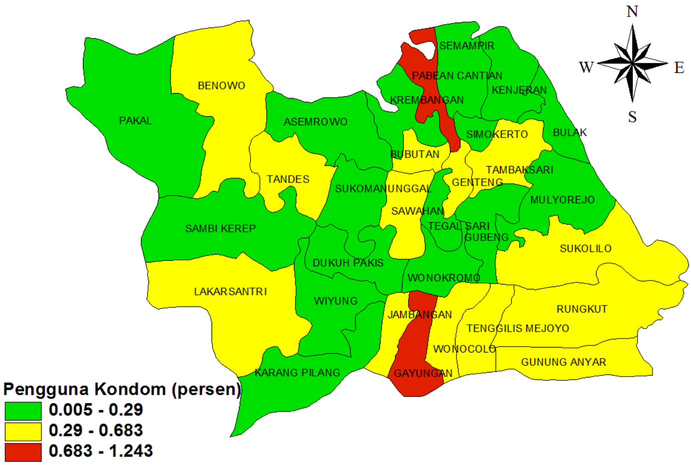


Gambar 4.3 Penyebaran jumlah kasus AIDS di Kota Surabaya Tahun 2013

4.1.3 Persebaran Persentase Penduduk Pengguna Kondom di Kota Surabaya.

Penyebaran persentase penduduk pengguna kondom di Kota Surabaya tahun 2013 disajikan pada Gambar 4.4. Terdapat 16 kecamatan dengan persentase penduduk pengguna kondom kategori rendah yaitu Kecamatan Pakal, Sambikerep, Asemrowo, Sukomanunggal, Dukuh Pakis, Wiyung, Karang Pilang, Wonokromo, Tegal Sari, Gubeng, Mulyorejo, Bulak, Kenjeran, Simokerto, Krembangan dan Semampir. Kecamatan dengan persentase penduduk pengguna kondom kategori sedang ada 13 kecamatan yaitu Kecamatan Benowo, Tandes, Lakar Santri, Bubutan, Genteng, Sawahan, Tambaksari, Sukolilo, Rungkut, Tenggilis Mejoyo, Gunung Anyar, Wonocolo, dan Jambangan.

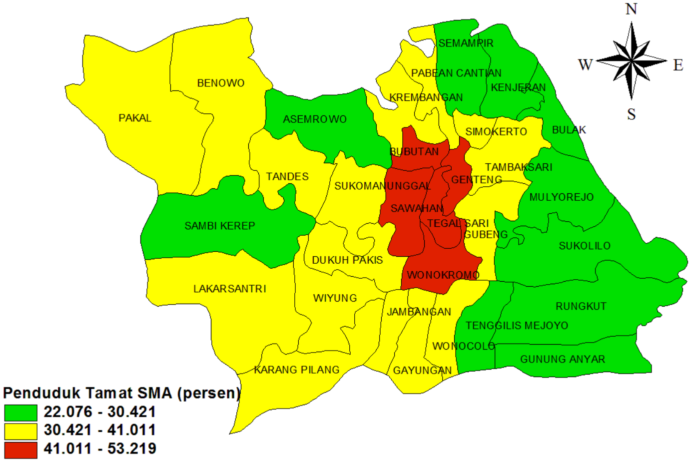
Teradapat 2 kecamatan dengan persentase penduduk pengguna kondom kategori tinggi yaitu Kecamatan Pabean Cantikan dan Gayungan.



Gambar 4.4 Penyebaran Persentase Penduduk Pengguna Kondom di Kota Surabaya Tahun 2013

4.1.4 Persebaran Persentase Penduduk yang Tamat SMA di Kota Surabaya

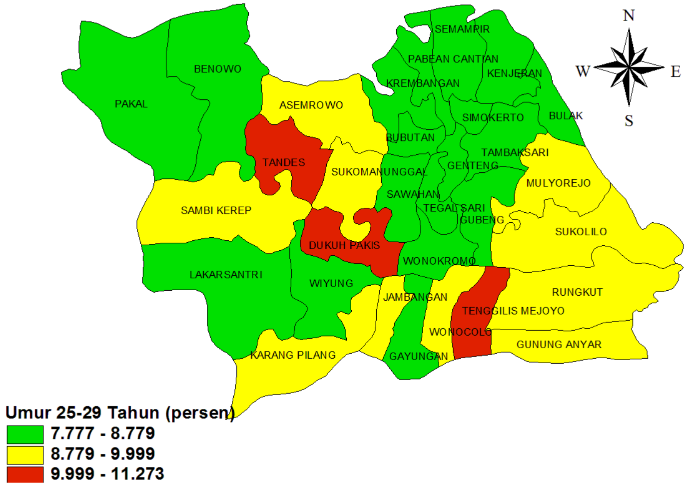
Penyebaran persentase penduduk yang tamat SMA di Kota Surabaya tahun 2013 disajikan pada Gambar 4.5. Terdapat 10 kecamatan dengan persentase penduduk yang tamat SMA kategori rendah yaitu Kecamatan Sambikerep, Asemrowo, Semampir, Kenjeran, Bulak, Mulyorejo, Sukolilo, Rungkut, Tenggilis Mejoyo, dan Gunung Anyar. Kecamatan dengan persentase penduduk yang tamat SMA dengan kategori sedang ada 16 kecamatan yaitu Kecamatan Pakal, Benowo, Tandes, Sukomanunggal, Dukuh Pakis, Wiyung, Lakar Santri, Karang Pilang, Jambangan, Wonocolo, Gayungan, Gubeng, Tambak Sari, Pabean Cantikan, Krembangan dan Simokerto. Kecamatan dengan persentase penduduk yang tamat SMA dengan kategori tinggi terdapat di 5 kecamatan yaitu Kecamatan Bubutan, Genteng, Tegal Sari, Sawahan, dan Wonokromo.



Gambar 4.5 Penyebaran Persentase Penduduk yang Tamat SMA di Kota Surabaya Tahun 2013

4.1.5 Persebaran Persentase Penduduk Kelompok Umur 25-29 Tahun di Kota Surabaya

Penyebaran persentase penduduk kelompok umur 25-29 tahun di Kota Surabaya tahun 2013 disajikan pada Gambar 4.6. terdapat 18 kecamatan dengan persentase penduduk kelompok umur 25-29 tahun dengan kategori rendah yaitu Kecamatan Pakal, Benowo, Lakar Santri, Wiyung, Gayungan, Wonokromo, Sawahan, Gubeng, Tegal Sari, Genteng, Tambak Sari, Bulak, Bubutan, Simokerto, Krembangan, Pabean Cantikan, Semampir, dan Kenjeran. Kecamatan dengan persentase penduduk kelompok umur 25-29 tahun dengan kategori sedang ada 10 kecamatan yaitu Kecamatan Sambi Kerep, Asemrowo, Sukomanunggal, Karang Pilang, Jambangan, Wonocolo, Gunung Anyar, Rungkut, Sukolilo, dan Mulyorejo. Kecamatan dengan persentase penduduk kelompok umur 25-29 tahun dengan kategori tinggi terdapat di 3 kecamatan yaitu Kecamatan Tandes, Dukuh Pakis, dan Tenggilis Mejoyo.

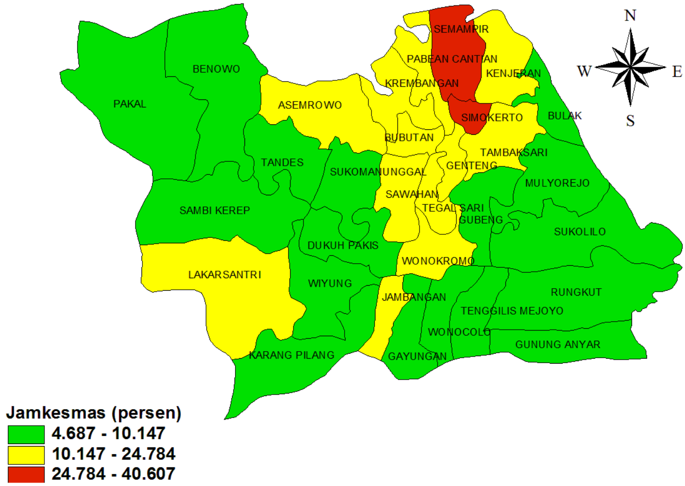


Gambar 4.6 Penyebaran Persentase Penduduk Kelompok umur 25-29 Tahundi Kota Surabaya Tahun 2013

4.1.6 Persebaran Persentase Penduduk yang Memiliki Jaminan Kesehatan Masyarakat di Kota Surabaya

Penyebaran persentase penduduk yang memiliki jaminan kesehatan masyarakat miskin di Kota Surabaya tahun 2013 di-sajikan pada Gambar 4.7. Terdapat 17 kecamatan dengan persen-tase penduduk yang memiliki jaminan kesehatan masyarakat miskin dengan kategori rendah yaitu Kecamatan Pakal, Benowo, Tandes, Sambi Kerep, Sukomanunggal, Dukuh Pakis, Wiyung, Karang Pilang, Gayungan, Wonocolo, Tenggilis Mejoyo, Gunung Anyar, Rungkut, Sukolilo, Gubeng, Mulyorejo, dan Bulak. Kecamatan dengan persentase penduduk yang memiliki jaminan kesehatan masyarakat miskin dengan kategori sedang ada 12 kecamatan yaitu Kecamatan Lakar Santri, Asemrowo, Krembangan, Bubutan, Pabean Cantikan, Kenjeran, Tambak Sari, Genteng, Tegal sari, Sawahan, Wonokromo dan Jambangan.

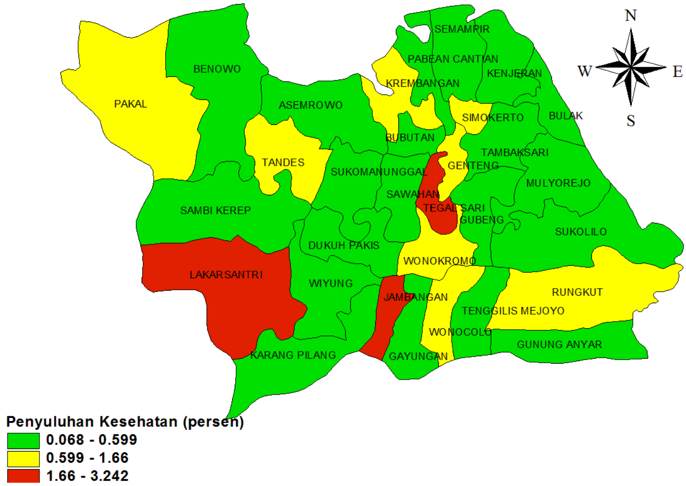
Kecamatan dengan persentase penduduk yang memiliki jaminan kesehatan masyarakat miskin dengan kategori tinggi adalah Kecamatan Semampir dan Simokerto.



Gambar 4.7 Penyebaran Persentase Penduduk yang Memiliki Jaminan Kesehatan Masyarakat Miskin di Kota Surabaya Tahun 2013

4.1.7 Persebaran Persentase Kegiatan Penyuluhan Kesehatan Masyarakat di Kota Surabaya

Penyebaran persentase kegiatan penyuluhan kesehatan masyarakat di Kota Surabaya tahun 2013 disajikan pada Gambar 4.8. Terdapat 20 kecamatan dengan persentase kegiatan penyuluhan kesehatan masyarakat kategori rendah yaitu Kecamatan Benowo, Asemrowo, Sambi Kerep, Sukomanunggal, Dukuh Pakis, Karang Pilang, Wiyung, Gayungan, Tenggilis Mejoyo, Gunung Anyar, Sukolilo, Gubeng, Mulyorejo, Tambaksari, Bulak, Kenjeran, Sawahan, Bubutan, Pabean Cantikan dan Semampir. Kecamatan dengan persentase kegiatan penyuluhan kesehatan masyarakat kategori sedang ada 8 kecamatan yaitu Kecamatan Pakal, Tandes, Krembangan, Simokerto, Genteng, Wonokromo, Wonocolo, dan Rungkut. Kecamatan dengan persentase kegiatan penyuluhan kesehatan masyarakat kategori tinggi terdapat di 3 kecamatan yaitu Kecamatan Lakar Santri, Jambangan, dan Tegal sari.



Gambar 4.8 Penyebaran Persentase Kegiatan Penyuluhan Kesehatan Masyarakat di Kota Surabaya Tahun 2013

4.2 Pemodelan Jumlah Kasus HIV dan AIDS Menggunakan *Bivariate Generalized* Poisson *Regression*

Sebelum melakukan pemodelan jumlah kasus HIV dan AIDS menggunakan *bivariate generalized* Poisson *regression*, maka terlebih dahulu melakukan pengujian korelasi antar variabel respon, pengujian distribusi *bivariate generalized* Poisson pada variabel respon, pemeriksaan equidispersi pada variabel respon, serta pemeriksaan multikolinieritas antar variabel prediktor.

4.2.1 Uji Korelasi Jumlah Kasus HIV dan AIDS

Adanya hubungan linier (korelasi) antar variabel respon merupakan salah satu kriteria yang harus dipenuhi dalam analisis BGPR. Untuk mengetahui apakah terdapat hubungan linier (korelasi) antar variabel respon, maka dilakukan pengujian korelasi. Berdasarkan Lampiran 3 diperoleh nilai koefisien korelasi antar variabel respon sebesar 0,779 artinya terdapat hubungan yang erat antara jumlah kasus HIV dan jumlah kasus AIDS. Untuk memastikan adanya hubungan antar variabel respon tersebut dilakukan uji korelasi dengan hipotesis sebagai berikut:

H_0 : $\rho = 0$ (Tidak ada hubungan antara Y_1 dan Y_2)

H_1 : $\rho \neq 0$ (Terdapat hubungan antara Y_1 dan Y_2)

Taraf signifikansi : 5%

Statistik uji:

$$t = \frac{r_{Y_1,Y_2}\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-(r_{Y_1,Y_2})^2}} = \frac{0,779\sqrt{31-2}}{\sqrt{1-(0,779)^2}} = 6,6904$$

dengan menggunakan taraf signifikansi sebesar 0,05 diperoleh $t_{(0,025;29)}$ sebesar $2,0452$, sedangkan berdasarkan perhitungan diatas diperoleh $\left|t_{hitung}\right|$ untuk variabel respon tahun 2013 sebesar 6,6904. Berdasarkan hasil tersebut diperoleh bahwa $\left|t_{hitung}\right|$ lebih besar dari nilai $t_{(0,025;29)}$ maka tolak H_0 atau dapat disimpulkan bahwa terdapat hubungan antar variabel respon untuk data tahun 2013.

4.2.2 Uji Distribusi *Bivariate Generalized* Poisson Jumlah Kasus HIV dan AIDS

Pada subbab 4.2.1 didapatkan bahwa terdapat hubungan linier (korelasi) antar variabel respon, maka langkah selanjutnya adalah melakukan uji distribusi *bivariate generalized* Poisson pada variabel respon. Pengujian ini dilakukan untuk mengetahui apakah jumlah kasus HIV dan AIDS mengikuti distribusi *bivariate generalized* Poisson. Pengujian distribusi *bivariate generalized* Poisson menggunakan persamaan 2.9 dengan hipotesis sebagai berikut:

H_0 : Variabel respon mengikuti distribusi *bivariate generalized* Poisson

H_1 : Variabel respon tidak mengikuti distribusi *bivariate generalized* Poisson

dengan menggunakan statistik uji pada persamaan 2.9 diperoleh nilai T_{hitung} sebesar 0,9651, dengan menggunakan taraf signifikansi sebesar 5% diperoleh nilai $\chi^2_{(0,05;2)}$ sebesar $5,9915$ Berdasarkan hasil tersebut diperoleh $T_{hitung} < \chi^2_{(0,05;2)}$ maka, gagal tolak H_0 yang berarti bahwa jumlah kasus HIV dan AIDS mengikuti distribusi *bivariate generalized* Poisson.

4.2.3 Pemeriksaan Equidispersi

Pada subbab 4.2.2 didapatkan bahwa jumlah kasus HIV dan AIDS mengikuti distribusi *bivariate generalized* Poisson, maka langkah selanjutnya adalah melakukan deteksi equidispersi. Berdasarkan statistika deskriptif pada Tabel 4.1 diperoleh bahwa nilai varians pada variabel respon lebih besar dari nilai rata-ratanya, sehingga pada penelitian ini diduga terjadi kasus overdispersi. Untuk memastikan apakah terjadi kasus overdispersi maka dihitung nilai *deviance*, apabila nilai *deviance*/db lebih besar dari 1 maka dapat dikatakan terjadi kasus overdispersi. Berdasarkan Lampiran 10 dan Lampiran 11 diperoleh bahwa nilai *deviance*/db untuk jumlah kasus HIV dan AIDS lebih besar dari 1, sehingga dapat disimpulkan bahwa terjadi kasus overdispersi pada jumlah kasus HIV dan AIDS di Kota Surabaya tahun 2013. Untuk lebih rincinya ditampilkan pada Tabel 4.2. Terjadinya overdispersi pada data variabel respon menyebabkan data tidak dapat dianalisis dengen regresi Poisson, sehingga dapat dianalisis menggunakan metode *Bivariate Generalized* Poisson *Regression.*

Tabel 4.2. Nilai *Deviance*/db dari Model Regresi Poisson

Variabel	*Deviance*	Derajat bebas	*Deviance*/db
Y_1	359,5383	25	14,3815
Y_2	97,8846	25	3,9154

4.2.4 Pemeriksaan Multikolinieritas

Pada subbab 4.2.3 diperoleh hasil analisis yang menunjukkan bahwa terjadi kasus overdispersi pada jumlah kasus HIV dan AIDS, maka kriteria berikutnya yang harus dipenuhi dalam analisis BGPR adalah tidak adanya kasus multikolinieritas antar variabel prediktor. Pada penelitian ini pemeriksaan multikolinieritas menggunakan nilai *Variance Inflation Factor* (VIF). Sebelum menghitung nilai VIF, maka terlebih dahulu dihitung nilai korelasi dari semua variabel prediktor. Dengan menggunakan korelasi Pearson nilai korelasi antar variabel prediktor disajikan pada Tabel 4.3.

Tabel 4.3 Nilai Korelasi dan VIF dari Variabel Prediktor

Variabel	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	VIF
X_1	1					1,0732
X_2	0,17874	1				1,4244
X_3	0,05469	-0,39450	1			1,3585
X_4	-0,02553	0,11067	-0,34533	1		1,1449
X_5	-0,05885	0,34979	-0,11955	0,10742	1	1,1701

Terdapat kasus multikolinieritas antar variabel predikor jika nilai koefisien Pearson variabel prediktor lebih dari 0,95. Tabel 4.3 menunjukkan bahwa koefisien korelasi untuk semua variabel predikor kurang dari 0,95, sehingga tidak terdapat kasus multikolinieritas pada data variabel prediktor yang digunakan. Untuk memastikan bahwa tidak terjadi kasus multikolinieritas pada variabel prediktor, maka dapat menggunakan kriteria nilai VIF. Apabila terdapat nilai VIF yang lebih besar dari 10, maka terjadi kasus multikolinieritas antar variabel prediktor. Tabel 4.3 menunjukkan bahwa tidak terdapat nilai VIF yang lebih dari 10 untuk setiap variabel prediktor, maka tidak terjadi kasus multikolinieritas antar variabel prediktor.

4.2.5 Pemilihan Model Terbaik Dari *All Possible Models*

Langkah analisis selanjutnya adalah melakukan pemodelan BGPR terhadap semua model yang mungkin terjadi. Kombinasi variabel untuk model yang mungkin terjadi adalah sebanyak 31 model, kemudian dipilih model terbaik berdasarkan nilai AIC terkecil dari semua model yang mungkin terjadi. Nilai AIC yang dibandingkan adalah nilai AIC dari model yang signifikan pada pengujian serentak. Berdasarkan Lampiran 14-29 nilai AIC untuk model yang signifikan pada pengujian serentak disajikan pada Tabel 4.4.

Berdasarkan Tabel 4.4 ditunjukkan bahwa model dengan menggunakan semua variabel prediktor memiliki nilai AIC terkecil, sehingga dari semua kemungkinan model yang terjadi model dengan melibatkan semua variabel prediktor adalah model yang terbaik. Selanjutnya dilakukan interpretasi dari pemodelan *bivariate generalized* Poisson *regression* pada model terbaik.

Tabel 4.4 Nilai AIC Model yang Signifikan Pada Uji Serentak

Variabel prediktor model	AIC	Variabel prediktor Model	AIC
X_3	248,566	X_1,X_3,X_5	236,361
X_5	248,487	X_2,X_3,X_4	235,083
X_1,X_3	240,635	X_2,X_3,X_5	236,976
X_2,X_3	244,054	X_3,X_4,X_5	234,349
X_3,X_4	239,378	X_1,X_2,X_3,X_4	224,663
X_3,X_5	243,569	X_1,X_2,X_3,X_5	229,736
X_1,X_2,X_3	234,969	X_1,X_3,X_4,X_5	226,661
X_1,X_3,X_4	230,656	X_1,X_2,X_3,X_4,X_5	220,038

4.2.6 Model *Bivariate Generalized* Poisson *Regresion* Pada Model Terbaik

Bivariate Generalized Poisson *Regression* (BGPR) merupakan metode regresi yang digunakan pada sepasang data *count*, dimana pasangan data *count* tersebut memiliki korelasi yang tinggi serta melanggar asumsi *equidispersion* pada regresi Poisson. Berdasarkan analisis pada subbab 4.2.1 dan subbab 4.2.3 pasangan data jumlah kasus HIV dan AIDS pada penelitian ini memiliki korelasi yang tinggi dan mengalami kasus overdispersi, sehingga analisis dilanjutkan ke pemodelan BGPR pada jumlah kasus HIV dan AIDS. Sebelum melakukan pemodelan BGPR, terlebih dahulu dilakukan penaksiran parameter, pengujian parameter secara serentak yang kemudian diikuti oleh pengujian parameter secara parsial. Hasil estimasi parameter model *bivariate* *generalized* Poisson *regression* lebih rinci disajikan pada Tabel 4.5.

Tabel 4.5 Estimasi Parameter Model BGPR

Parameter	Estimasi	Standart Error	Zhitung	P-value
β_{10}	2,9880	1,0500	2,8457	0,0044
β_{11}	0,7538	0,2053	3,6717	0,0002
β_{12}	0,0376	0,0099	3,7980	0,0001
β_{13}	-0,1972	0,0953	-2,0693	0,0385
β_{14}	0,0008	0,0088	0,0909	0,9276
β_{15}	-0,3549	0,1005	-3,5313	0,0004
β_{20}	0,5383	1,2157	0,4428	0,6579
β_{21}	-0,1584	0,2966	-0,5341	0,5933
β_{22}	0,0221	0,0117	1,8889	0,0589
β_{23}	0,0593	0,1090	0,5440	0,5864
β_{24}	0,0211	0,0087	2,4253	0,0153
β_{25}	-0,0919	0,1109	-0,8287	0,4073
λ_0	81,6237	13,1765	6,1946	0,0000
α_0	18,9487	1,6446	11,5218	0,0000
α_1	12,0579	0,1940	62,1514	0,0000
α_2	15,0000	0,4842	30,9789	0,0000

Selanjutnya melakukan pengujian secara serentak pada model BGPR yang bertujuan untuk mengetahui apakah variabel prediktor secara serentak berpengaruh signifikan terhadap model. Berikut adalah hipotesis yang digunakan pada pengujian parameter BGPR secara serentak.

H_0 : $\beta_{j1} = \beta_{j2} = ... = \beta_{j5} = 0$ dan $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$

H_1 : minimal ada satu dari $\beta_{jl} \neq 0$ dan $\alpha_j \neq 0$, j=1,2; l=1,2,...,5

Berdasarkan hasil pemodelan BGPR diperoleh nilai devians dari model BGPR sebesar 28, hal ini berarti bahwa nilai devians lebih besar dari $\chi^2_{(0,05;10)}$ =18,307. Sehingga diperoleh kesimpulan tolak H_0 yang berarti bahwa paling sedikit ada satu variabel prediktor yang signifikan terhadap model. Model yang diperoleh pada estimasi parameter BGPR untuk jumlah kasus HIV di Kota Surabaya adalah sebagai berikut:

$$\ln(\hat{\mu}_1) = 2,9880 + 0,7538X_1 + 0,0376X_2 - 0,1972X_3 + 0,0008X_4 - 0,3549X_5$$

$$\hat{\mu}_1 = \exp(2,9880 + 0,7538X_1 + 0,0376X_2 - 0,1972X_3 + 0,0008X_4 - 0,3549X_5) \quad (4.1)$$

dari hasil model BGPR diatas, terdapat dua hal yang berkebalikan tanda dengan hasil penelitian sebelumnya yaitu pada variabel persentase penduduk pengguna kondom (X_1) dan persentase jaminan kesehatan masyarakat miskin (X_4). Setiap kenaikan satu persen penduduk pengguna kondom di Kota Surabaya, maka akan meningkatkan rata-rata jumlah kasus HIV di Kota Surabaya sebesar exp(0,7538) = 2,1251 kali dari rata-rata jumlah HIV semula dengan syarat variabel lainnya konstan.

Interpretasi yang sama juga berlaku untuk variabel X_2 dan X_4. Apabila persentase penduduk yang tamat SMA meningkat sebesar satu persen, maka akan meningkatkan rata-rata jumlah kasus HIV sebesar exp(0,0376) = 1,0383 kali dari rata-rata jumlah kasus HIV semula dengan syarat variabel prediktor konstan. Setiap kenaikan satu persen penduduk yang memiliki jaminan kesehatan masyarakat miskin, maka akan meningkatkan rata-rata jumlah kasus HIV sebesar exp(0,0008) = 1,0008 kali dari rata-rata jumlah kasus HIV semula dengan syarat variabel lainnya konstan. Apabila persentase penduduk kelompok umur 25-29 tahun meningkat sebesar satu persen maka akan menurunkan rata-rata jumlah kasus HIV sebesar exp(-0,1972) = 0,8210 kali dari rata-rata jumlah kasus HIV semula dengan syarat variabel prediktor lainnya tidak dilibatkan dalam model. Setiap kenaikan satu persen kegiatan penyuluhan kesehatan masyarakat, maka akan menurunkan rata-rata jumlah kasus HIV sebesar exp(-0,3549) = 0,7012 kali dari rata-rata jumlah kasus HIV semula apabila variabel prediktor lainnya tidak dilibatkan dalam model.

Model yang diperoleh pada estimasi parameter BGPR untuk jumlah kasus AIDS di Kota surabaya adalah sebagai berikut:

$$\ln(\hat{\mu}_2) = 0,5383 - 0,1584X_1 + 0,0221X_2 + 0,0593X_3 + 0,0211X_4 - 0,0919X_5$$

$$\hat{\mu}_2 = \exp(0,5383 - 0,1584X_1 + 0,0221X_2 + 0,0593X_3 + 0,0211X_4 - 0,0919X_5) \quad (4.2)$$

pada model BGPR untuk jumlah kasus AIDS diatas, terdapat hal yang berkebalikan tanda dengan penelitian sebelumnya yaitu pada variabel persentase penduduk yang memiliki jaminan kesehatan masyarakat miskin (X_4). Dari model BGPR untuk kasus AIDS diperoleh bahwa setiap kenaikan satu persen penduduk pengguna kondom di Kota Surabaya, maka akan menurunkan rata-rata jumlah kasus AIDS sebesar exp(-0,1584) = 0,8535 kali dari rata-rata jumlah kasus AIDS semula dengan syarat variabel prediktor lainnya konstan. Interpretasi yang sama juga berlaku untuk variabel X_5, apabila persentase kegiatan penyuluhan masyarakat meningkat satu persen rata-rata jumlah kasus AIDS akan turun sebesar exp(-0,0919) = 0,9122 kali dari rata-rata jumlah kasus AIDS semula dengan syarat variabel prediktor lainnya tidak dilibatkan dalam model. Setiap kenaikan satu persen penduduk yang tamat SMA, maka akan meningkatkan rata-rata jumlah kasus AIDS sebesar exp(0,0221) = 1,0223 kali dari rata-rata jumlah kasus AIDS semula dengan syarat variabel lainnya konstan. Apabila persentase penduduk kelompok umur 25-29 tahun meningkat sebesar satu persen maka akan meningkatkan rata-rata jumlah kasus AIDS sebesar exp(0,0593) = 1,0611 kali dari rata-rata jumlah kasus AIDS semula dengan syarat variabel prediktor lainnya tidak dilibatkan dalam model. Setiap kenaikan satu persen penduduk yang memiliki jaminan kesehatan masyarakat miskin, maka akan meningkatkan rata-rata jumlah kasus AIDS sebesar exp(0,0211) = 1,0213 kali dari rata-rata jumlah kasus AIDS semula apabila variabel prediktor lainnya tidak dilibatkan dalam model.

Taksiran rata-rata jumlah kasus HIV dan AIDS tahun 2013 pada tiap kecamatan yang ada di Kota Surabaya dapat dihitung dengan menggunakan persamaan 4.1 dan 4.2. Dengan menggunakan data pada Lampiran 1 diperoleh taksiran rata-rata jumlah kasus HIV di Kecamatan Sukolilo sebanyak $9,1837 \approx 9$ kasus, sedangkan taksiran rata-rata jumlah kasus AIDS di Kecamatan Sukolilo adalah sebanyak $5,8213 \approx 6$ kasus. Setelah pengujian serentak dilakukan, maka selanjutnya dilakukan uji parsial. Uji parsial bertujuan untuk mengetahui variabel prediktor mana saja yang signifikan terhadap model BGPR untuk jumlah kasus HIV dan AIDS di Kota Surabaya. Pada uji parsial hipotesis yang digunakan adalah sebagai berikut:

H_0 : $\beta_{jl} = 0$

H_1 : minimal ada satu $\alpha_j, \beta_{jl} \neq 0$, dengan $j = 1, 2$ dan $l = 1, 2, ..., 5$

Pengujian ini menggunakan statistik uji pada persamaan 2.62 yang kemudian dibandingkan dengan nilai Z_{tabel}. H_0 ditolak apabila $|Z_{hitung}| > Z_{tabel}$, dengan menggunakan taraf signifikansi 5% diperoleh nilai $Z_{0,05/2}$ =1,96. Tabel 4.5 menunjukkan bahwa variabel prediktor yang berpengaruh signifikan terhadap model BGPR untuk jumlah kasus HIV di Kota Surabaya adalah persentase penduduk pengguna kondom, persentase penduduk yang tamat SMA, persentase penduduk kelompok umur 25-29 tahun dan persentase kegiatan penyuluhan kesehatan masyarakat. Sedangkan variabel prediktor yang berpengaruh secara signifikan terhadap model BGPR untuk jumlah kasus AIDS di Kota

Surabaya adalah persentase penduduk yang memiliki jaminan kesehatan masyarakat miskin. Selanjutnya, melakukan uji parsial pada parameter dispersi dengan hipotesis sebagai berikut:

H_0 : $\alpha_j = 0$

H_0 : $\alpha_j \neq 0, \quad j = 1, 2$

Pengujian ini menggunakan statistik uji pada persamaan 2.63 yang kemudian dibandingkan dengan nilai Z_{tabel}. H_0 ditolak apabila $|Z_{hitung}| > Z_{tabel}$, dengan menggunakan taraf signifikansi 5% diperoleh nilai $Z_{0,05/2}$ =1,96. Tabel 4.5 menunjukkan bahwa nilai Z_{hitung} untuk parameter dispersi α_1 dan α_2 lebih besar dari 1,96, sehingga H_0 ditolak artinya bahwa kedua parameter dispersi signifikan terhadap model BGPR jumlah kasus HIV dan AIDS di Kota Surabaya.

(*Halaman ini sengaja dikosongkan*)

BAB V
KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan yang telah dilakukan pada bab sebelumnya, diperoleh kesimpulan terkait hasil penelitian sebagai berikut:

1. Jumlah kasus HIV terbanyak di Kota Surabaya berada di Kecamatan Sawahan dengan jumlah kasus sebanyak 114 kasus, sementara di Kecamatan Lakar santri tidak terdapat kasus HIV. Jumlah Kasus AIDS terbanyak berada di Kecamatan Sawahan, sementara di Kecamatan Sambikerep tidak terdapat kasus AIDS. Kecamatan Pabean Cantikan merupakan kecamatan dengan persentase pengguna kondom tertinggi yaitu sebesar 1,243% dari jumlah penduduknya, sementara terendah adalah Kecamatan Asemrowo sebesar 0,0046%. Kecamatan Tegalsari merupakan kecamatan dengan persentase penduduk yang tamat SMA tertinggi sebesar 53,22%, sementara terendah berada di Kecamatan Asemrowo sebesar 22,08%. Persentase penduduk kelompok umur 25-29 tahun tertinggi berada di Kecamatan Tandes sebesar 11,273%, sementara terendah berada di Kecamatan Pakal sebesar 7,777%. Kecamatan dengan persentase penduduk yang memiliki jaminan kesehatan masyarakat miskin tertinggi berada di Kecamatan Semampir dan terendah di Kecamatan Tenggilis. Kecamatan dengan persentase kegiatan penyuluhan kesehatan masyarakat tertinggi berada di Kecamatan Tegalsari sebesar 3,242%, sementara terendah berada di Kecamatan Karang pilang yaitu sebesar 0,068%.
2. Berdasarkan hasil analisis pemodelan jumlah kasus HIV dan AIDS di Kota Surabaya menggunakan *bivariate generalized* Poisson *regression* diperoleh bahwa model terbaik adalah model yang melibatkan semua variabel prediktor pada pemodelan BGPR dengan nilai AIC sebesar 220,038. Berdasarkan hasil analisis pada model terbaik diperoleh bahwa

variabel prediktor yang berpengaruh signifikan terhadap model jumlah kasus HIV adalah persentase penduduk pengguna kondom (X_1), persentase penduduk yang tamat SMA (X_2), persentase penduduk kelompok umur 25-29 tahun (X_3) dan persentase kegiatan penyuluhan kesehatan masyarakat (X_5). Sedangkan variabel yang berpengaruh signifikan terhadap model jumlah kasus AIDS adalah persentase penduduk yang memiliki jaminan kesehatan masyarakat miskin (X_4).

5.2 Saran

Dari kesimpulan yang diperoleh, maka terdapat beberapa hal yang dapat disarankan antara lain sebagai berikut:

1. Untuk penelitian selanjutnya, karena data baru tentang variabel yang digunakan dalam penelitian ini tidak tersedia di Dinas Kesehatan Kota Surabaya maka sebaiknya melakukan penelitian tentang HIV dan AIDS menggunakan data primer.
2. Bagi Dinas Kesehatan Kota Surabaya perlu memprioritaskan kegiatan penyuluhan kesehatan masyarakat terutama tentang penyakit HIV dan AIDS, karena dengan pemahanan dan pengetahuan yang mumpuni tentang HIV dan AIDS maka masyarakat akan lebih waspada dalam melakukan hubungan seksual terutama bagi penduduk yang memiliki pasangan seksual lebih dari satu orang sehingga diharapkan mampu menekan jumlah kasus HIV dan AIDS di Kota Surabaya. Dinas Kesehatan Kota Surabaya perlu melakukan pemeriksaan ulang, apakah pemberikan jaminan kesehatan masyarakat miskin telah tepat sasaran atau tidak.

DAFTAR PUSTAKA

Agresti, A. (2002). *Categorical Data Analysis* (Second ed.). New York: John Wiley & Sons, Inc.

Anonim. (2014). *What Is Jenks Natural Breaks?*. Retrieved June 3, 2017, from Expert Health Data Programming. Web site: https://www.ehdp.com/vitalnet/breaks- 1.htm

Cameron, A. C., & Trivedi, P. K. (1998). *Regression Analysis of Count data.* Cambridge: Cambridge University Press.

Dinas Kesehatan Kota Surabaya. (2013). *Profil Kesehatan Kota Surabaya.* Surabaya: Dinas Kesehatan Kota Surabaya.

Dinas Kesehatan Kota Surabaya. (2015). *Profil Kesehatan Kota Surabaya.* Surabaya: Dinas Kesehatan Kota Surabaya.

Draper, N. R., & Smith, H. (1992). *Analisis Regresi Terapan* (Kedua ed.). (B. Sumantri, Trans.) Jakarta: PT Gramedia Pustaka Utama.

Famoye, F., Wulu, J. T., & Singh, K. P. (2004). On the Generalized Poisson Regression Model with an Application to Accident Data. *Journal of Data Science 2(2004)*, 287-295. Retrieved from http://www.jds-online.com/file_download/53/JDS-167.pdf

Hocking, R. (2003). *Methods and Application of Linear Models.* Canada: John Wiley and Sons, Inc.

HSB, M. L. (2014). *Gambaran Prevalensi Faktor Resiko Penyebaran HIV/AIDS di RSUP Adam Malik Medan Tahun 2012-2013.* Medan: Universitas Sumatera Utara.

Johnson, R. A., & Wichern, D. W. (2007). *Applied Multivariate Statistical Analysis.* New Jersey: Pearson education, Inc.

Karlis, D., & Ntzoufras, I. (2005, September). Bivariate Poisson and Diagonal Inflated Bivariate Poisson Regression Models in R. *Journal of Statistical Software*, 1-36. Retrieved from https://www.jstatsoft.org/article/view/-v014i10/v14i10.pdf

Kementrian Kesehatan RI. (2014). *Situasi dan Analisis HIV AIDS.* Jakarta Selatan: Pusat Data dan Informasi

Kementrian Kesehatan RI.

Lagarias, C. J., Reeds, A. J., Wright, H. M., & Wright, W. P. (1998). Convergence Propertieds of The Nelder-Mead Simplex Method in Low Dimensions. *1998 Society For Industrial And Applied Mathematics, 9*(1), 112-147. doi:10.1.1.120.6062/S1052623496303470

Pangulimang, J. (2016). *Parameter Estimation and Hypothesis Testing of Geographically Weighted Bivariate Zero-Inflated Poisson Regression.* Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

Puspitasari, L. D. (2015). *Pemodelan Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Jumlah Kasus HIV & AIDS di Provinsi Jawa Timur Tahun 2013 Menggunakan Bivariate Poisson Regression.* Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

Putri, M. P. (2017). *Pemodelan Jumlah Kematian Ibu dan Jumlah Kematian Bayi di Provinsi Jawa Tengah Menggunakan Bivariate Generalized Poisson Regression.* Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

Ratnasari, N. T. (2013). *Pemodelan Faktor yang Mempengaruhi Jumlah HIV dan AIDS Provinsi Jawa Timur Menggunakan Regresi Poisson Bivariat.* Surabaya : Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

Triyanto. (2017). *Geographically Weighted Multivariate Poisson Regression.* Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

Umami, L. R. (2015). *Penaksiran Parameter dan Pengujian Hipotesis Regresi Bivariate Zero Inflated Poisson.* Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

Vernic, R. (1997). On The Bivariate Generalized Poisson Distribution. *The Journal of The IAA, 27(01)*, 23-32. Retrieved from https://www.casact.org/library/astin/-vol27no1/23.pdf

Walpole, R. E. (1995). *Pengantar Statistika* (Ketiga ed.). (B. Sumantri, Trans.) Jakarta: Gramedia Pustaka Utama.

Wardani, D. K. (2016). *Pendugaan Parameter dan Pengujian Hipotesis Bivariate Generalized Poisson Regression.* Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

Zimmerman, D. W., Zumbo, B. D., & Williams, R. H. (2003). Bias in Estimation and Hypothesis Testing of Correlation. *Psicologica*, *24*, 139. Retrieved from http://www.uv.es/-revispsi/articulos1.03/9.ZUMBO.pdf

(*Halaman ini sengaja dikosongkan*)

LAMPIRAN

Lampiran 1. Data Jumlah Kasus HIV dan AIDS Serta Faktor-Faktor Yang Mempengaruhinya.

Kecamatan	Y_1	Y_2	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
Tegalsari	8	12	0.1009	53.2187	8.6796	16.6768	3.2422
Simokerto	5	6	0.1696	35.7003	8.2521	39.7638	0.9828
Genteng	2	4	0.4830	49.1447	8.0505	15.0549	0.9618
Bubutan	13	6	0.3627	46.8819	8.1285	19.2803	0.3534
Gubeng	24	8	0.1647	41.0108	8.4935	8.8206	0.5992
Gunung Anyar	10	5	0.4552	26.1392	9.2652	7.7147	0.2845
Sukulilo	13	8	0.4095	25.2533	9.4536	10.1473	0.4865
Tambaksari	25	16	0.3754	34.8805	8.5105	15.4702	0.0964
Mulyorejo	7	7	0.0135	26.8346	9.0920	5.7290	0.2114
Rungkut	11	6	0.4670	27.6859	8.9994	8.1318	0.7987
Tenggilis	4	1	0.5596	25.2080	11.0926	4.6866	0.4485
Benowo	23	8	0.5350	33.2922	8.4682	7.7808	0.2884
Pakal	3	1	0.1015	33.1808	7.7774	8.9725	0.7767
Asemrowo	2	6	0.0046	22.0758	9.6710	13.7316	0.3587
Sukomanunggal	13	6	0.2557	35.3624	9.9994	10.0999	0.3533
Tandes	7	9	0.4181	32.5641	11.2735	9.6790	0.7877

Lampiran 1. Data Jumlah Kasus HIV dan AIDS Serta Faktor-Faktor Yang Mempengaruhinya. (*lanjutan*).

Kecamatan	Y_1	Y_2	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
Sambikerep	3	0	0.1719	29.9503	9.1656	7.7644	0.3503
Lakarsantri	0	1	0.3413	31.0033	8.1118	14.7336	2.1363
Bulak	15	8	0.2902	30.4206	8.4507	9.3742	0.4116
Kenjeran	7	10	0.1820	23.6330	8.7788	12.9588	0.5022
Semampir	19	14	0.0694	25.1076	8.3357	40.6074	0.1978
Pabean Cantikan	16	7	1.2432	38.5455	8.6640	24.7843	0.4823
Krembangan	28	16	0.1767	32.6393	8.4291	15.9211	1.5796
Wonokromo	21	12	0.2248	49.6923	7.9914	12.6103	0.8542
Wonocolo	9	5	0.3620	33.8389	8.9110	5.9207	1.6597
Wiyung	6	4	0.0491	31.4146	8.2270	7.0024	0.4708
Karang Pilang	5	2	0.2601	37.7439	8.9909	5.6254	0.0677
Jambangan	4	4	0.5540	34.9955	9.1522	13.5571	2.8632
Gayungan	5	2	0.8940	37.3061	8.4940	7.1864	0.1425
Dukuh Pakis	10	10	0.2063	32.9411	10.5270	6.5357	0.4936
Sawahan	114	24	0.6825	42.4283	8.4491	12.6437	0.5904

Lampiran 2. *Ouput* Statistika Desktiptif Untuk Variabel Respon dan Prediktor.

Descriptive Statistics: Y1; Y2; X1; X2; X3; X4; X5

Variable	Mean	Variance	Minimum	Maximum
Y1	13,94	402,06	0,00	114,00
Y2	7,355	27,303	0,000	24,000
X1	0,3414	0,0704	0,0046	1,2432
X2	34,20	62,29	22,08	53,22
X3	8,900	0,738	7,777	11,273
X4	12,87	73,72	4,69	40,61
X5	0,769	0,591	0,068	3,242

Lampiran 3. *Ouput* korelasi Variabel Respon

Correlations: Y1; Y2

Pearson correlation of Y1 and Y2 = 0,779

Lampiran 4. *Ouput* Koefisien korelasi Antar Variabel Prediktor.

```
MTB > name m1 'CORR1'
MTB > Correlation 'X1'-'X5' 'CORR1'
MTB > PRINT M1
```

Data Display

Matrix CORR1

1,00000	0,17874	0,05469	-0,02553	-0,05885
0,17874	1,00000	-0,39450	0,11067	0,34979
0,05469	-0,39450	1,00000	-0,34533	-0,11955
-0,02553	0,11067	-0,34533	1,00000	0,10742
-0,05885	0,34979	-0,11955	0,10742	1,00000

Lampiran 5. Syntax R Untuk Uji *Bivariate Generalized Poisson*

```
ujicroc=function(data)
{
 y1=as.matrix(data[,1])
 y2=as.matrix(data[,2])
 n=length(y1)
 n1=2
 y1bar=mean(y1)
 y2bar=mean(y2)
 vary1= var(y1)
 vary2= var(y2)
 covy1y2=cov(y1,y2)
 Z1=vary1-y1bar
 Z2=vary2-y2bar
 Z=matrix(c(Z1,Z2),ncol=1,nrow=2)
 miu1=(vary1)^2
 miu2=(vary2)^2
 miu12=(covy1y2)^2

V1=matrix(c(miu1,miu12,miu12,miu2),ncol=2,nrow=2)
 V2=(2/n1)*V1
 V=solve(V2)
 T=round(t(Z)%*%V%*%Z,4)
 return(T)
}
```

Lampiran 6. *Ouput* R Uji Distribusi BGP Variabel respon

```
data =as.matrix(read.csv("D://JB/data2013.csv",
      header=TRUE,sep=';',dec="."))
> source("D://ujibgp.R")
> uji=ujicroc(data)
> uji
       [,1]
[1,] 0.9651
```

Lampiran 7. *Ouput* Minitab Nilai VIF Untuk Semua Variabel Respon

```
MTB > name m2 'VIF'
MTB > invert 'CORR1' 'VIF'
MTB > print m2
```

Data Display

```
 Matrix VIF

 1,07317  -0,30976  -0,16689  -0,01237   0,15288
-0,30976   1,42443   0,54941   0,07345  -0,45869
-0,16689   0,54941   1,35848   0,41307  -0,08396
-0,01237   0,07345   0,41307   1,14494  -0,10003
 0,15288  -0,45869  -0,08396  -0,10003   1,17015
```

Lampiran 8. Macro SAS untuk medapatkan nilai Devians dan Perason Chi Square Regresi Poisson Untuk Y_1.

```
data cari_devians;
input y x1 x2 x3 x4 x5;
datalines;
8   0.1009 53.2187  8.6796  16.6768 3.2422
5   0.1696 35.7003  8.2521  39.7638 0.9828
2   0.4830 49.1447  8.0505  15.0549 0.9618
13  0.3627 46.8819  8.1285  19.2803 0.3534
24  0.1647 41.0108  8.4935   8.8206 0.5992
10  0.4552 26.1392  9.2652   7.7147 0.2845
13  0.4095 25.2533  9.4536  10.1473 0.4865
25  0.3754 34.8805  8.5105  15.4702 0.0964
7   0.0135 26.8346  9.0920   5.7290 0.2114
11  0.4670 27.6859  8.9994   8.1318 0.7987
4   0.5596 25.2080 11.0926   4.6866 0.4485
23  0.5350 33.2922  8.4682   7.7808 0.2884
3   0.1015 33.1808  7.7774   8.9725 0.7767
2   0.0046 22.0758  9.6710  13.7316 0.3587
13  0.2557 35.3624  9.9994  10.0999 0.3533
7   0.4181 32.5641  11.2735  9.6790 0.7877
3   0.1719 29.9503  9.1656   7.7644 0.3503
0   0.3413 31.0033  8.1118  14.7336 2.1363
15  0.2902 30.4206  8.4507   9.3742 0.4116
7   0.1820 23.6330  8.7788  12.9588 0.5022
19  0.0694 25.1076  8.3357  40.6074 0.1978
16  1.2432 38.5455  8.6640  24.7843 0.4823
28  0.1767 32.6393  8.4291  15.9211 1.5796
21  0.2248 49.6923  7.9914  12.6103 0.8542
9   0.3620 33.8389  8.9110   5.9207 1.6597
6   0.0491 31.4146  8.2270   7.0024 0.4708
5   0.2601 37.7439  8.9909   5.6254 0.0677
4   0.5540 34.9955  9.1522  13.5571 2.8632
5   0.8940 37.3061  8.4940   7.1864 0.1425
10  0.2063 32.9411  10.5270  6.5357 0.4936
114 0.6825 42.4283  8.4491  12.6437 0.5904;
run;
proc genmod data=cari_devians;
       model y = x1 x2 x3 x4 X5/dist = poisson
       link = log
type1
       type3 wald
scale=deviance;
run;
```

Lampiran 9. Macro SAS untuk medapatkan nilai Devians dan Perason Chi Square Regresi Poisson Untuk Y_2.

```
data cari_devians;
input y x1 x2 x3 x4 x5;
datalines;
12 0.1009 53.2187  8.6796  16.6768 3.2422
 6 0.1696 35.7003  8.2521  39.7638 0.9828
 4 0.4830 49.1447  8.0505  15.0549 0.9618
 6 0.3627 46.8819  8.1285  19.2803 0.3534
 8 0.1647 41.0108  8.4935   8.8206 0.5992
 5 0.4552 26.1392  9.2652   7.7147 0.2845
 8 0.4095 25.2533  9.4536  10.1473 0.4865
16 0.3754 34.8805  8.5105  15.4702 0.0964
 7 0.0135 26.8346  9.0920   5.7290 0.2114
 6 0.4670 27.6859  8.9994   8.1318 0.7987
 1 0.5596 25.2080 11.0926   4.6866 0.4485
 8 0.5350 33.2922  8.4682   7.7808 0.2884
 1 0.1015 33.1808  7.7774   8.9725 0.7767
 6 0.0046 22.0758  9.6710  13.7316 0.3587
 6 0.2557 35.3624  9.9994  10.0999 0.3533
 9 0.4181 32.5641 11.2735   9.6790 0.7877
 0 0.1719 29.9503  9.1656   7.7644 0.3503
 1 0.3413 31.0033  8.1118  14.7336 2.1363
 8 0.2902 30.4206  8.4507   9.3742 0.4116
10 0.1820 23.6330  8.7788  12.9588 0.5022
14 0.0694 25.1076  8.3357  40.6074 0.1978
 7 1.2432 38.5455  8.6640  24.7843 0.4823
16 0.1767 32.6393  8.4291  15.9211 1.5796
12 0.2248 49.6923  7.9914  12.6103 0.8542
 5 0.3620 33.8389  8.9110   5.9207 1.6597
 4 0.0491 31.4146  8.2270   7.0024 0.4708
 2 0.2601 37.7439  8.9909   5.6254 0.0677
 4 0.5540 34.9955  9.1522  13.5571 2.8632
 2 0.8940 37.3061  8.4940   7.1864 0.1425
10 0.2063 32.9411 10.5270   6.5357 0.4936
24 0.6825 42.4283  8.4491  12.6437 0.5904;
run;
proc genmod data=cari_devians;
       model y = x1 x2 x3 x4 X5/dist = poisson
       link = log
type1
       type3 wald
scale=deviance;
run;;
run;
```

Lampiran 10. Hasil *Ouput* SAS Untuk Devians Variabel Y_1 Menggunakan Regresi Poisson

```
                    The SAS System
                 The GENMOD Procedure

                   Model Information
      Data Set                  WORK.CARI_DEVIANS
      Distribution                        Poisson
      Link Function                           Log
      Dependent Variable                        y
      Observations Used                        31

       Criteria For Assessing Goodness Of Fit

    Criterion             DF    Value    Value/DF
    Deviance              25  359.5383    14.3815
    Scaled Deviance       25   25.0000    1.0000
    Pearson Chi-Square    25  473.7175    18.9487
    Scaled Pearson X2     25   32.9393    1.3176
    Log Likelihood             52.8640
```

Lampiran 11. Hasil *Ouput* SAS Untuk Devians Variabel Y_2 Menggunakan Regresi Poisson

```
                    The SAS System
                 The GENMOD Procedure

                   Model Information
      Data Set                  WORK.CARI_DEVIANS
      Distribution                        Poisson
      Link Function                           Log
      Dependent Variable                        y
      Observations Used                        31

       Criteria For Assessing Goodness Of Fit

    Criterion             DF    Value    Value/DF
    Deviance              25  97.8846    3.9154
    Scaled Deviance       25  25.0000    1.0000
    Pearson Chi-Square    25  97.3874    3.8955
    Scaled Pearson X2     25  24.8730    0.9949
    Log Likelihood            59.6379
```

Lampiran 12. Syntax R Untuk Pemodelan BGPR

```
#Sintax BGPR
BGPR=function(data,alfa0,maxit,epsilon)
{
  library(pracma)
  library(MASS)

  n=nrow(data)
  y1=as.matrix((data[,1]))
  y2=as.matrix((data[,2]))
  x=data[,-c(1,2)]


  #Inisialisasi Parameter dari Poisson Regression

f1=glm(formula=y1~x,family=quasipoisson(link=log))

f2=glm(formula=y2~x,family=quasipoisson(link=log))
  beta10=f1$coefficients
  beta20=f2$coefficients
  x=as.matrix(cbind(rep(1,n),x))
  p=ncol(x)
  miu10=exp((x)%*%beta10)
  miu20=exp((x)%*%beta20)
  alfa1=summary(f1)$dispersion
  alfa2=summary(f2)$dispersion
  alfa012=as.matrix(c(alfa1,alfa2,alfa0))

  miu0=cov(y1,y2)

  rownames(alfa012)<-c('alfa1', 'alfa2','alfa0')
  start=as.matrix(c(beta10,beta20,miu0,alfa012))

  Q_BGPR=function(par)
  {
    beta1 = as.matrix(par[1:p])
    beta2 = as.matrix(par[(p+1):(2*p)])
    miu0  = par[2*p+1]
    miu1  = exp((x)%*%beta1)
    miu2  = exp((x)%*%beta2)
```

Lampiran 12. Syntax R Untuk Pemodelan BGPR (*lanjutan*)

```
    alfa0 = par[2*p+2];
    alfa1 = par[2*p+3]
    alfa2 = par[2*p+4]
    A=matrix(nrow=n,ncol=1)
    for (i in 1:n)
    {
     A1=log(miu0*miu1[i]*miu2[i])+((-(miu0+miu1[i]
       +miu2[i])-(y1[i]*alfa1)-(y2[i]*alfa2)))
       kk=min(y1[i],y2[i])
       B4=matrix(ncol=1,nrow=kk+1)
    for (k in 0:kk)
      {
       B1=(lfactorial(y1[i]-k))+log
       ((factorial(y2[i]-k))*(factorial(k)))
       B2=((y1[i]-k-1)*log(miu1[i]+(y1[i]-
       k)*alfa1))+((y2[i]-k-1)*log(miu2[i]
       +(y2[i]-k)*alfa2))
       B3=((k-1)*log(miu0+k*alfa0)+((k*(alfa1+
       alfa2-alfa0))))
       B4[k+1]=(B2+B3)-B1
      }
    A[i]=A1+sum(B4)
   }
   Q=sum(A);#print(A)
   return(Q)
  }

  #Sintax Tampilan 1
  Koefisien   = matrix(0,ncol=1,nrow=2*p+4)
  Std.Error   = matrix(0,ncol=1,nrow=2*p+4)
  Z.Value     = matrix(0,ncol=1,nrow=2*p+4)
  P.Value     = matrix(0,ncol=1,nrow=2*p+4)
  UjiSerentak =data.frame(matrix(0,ncol=1,nrow=9))

  #Optimasi
  fit = optim(par=start,fn=Q_BGPR,method="Nelder-
       Mead",control=list(maxit=maxit,fnscale=-
```

Lampiran 12. Syntax R Untuk Pemodelan BGPR (*lanjutan*)

```
        1,trace=0,REPORT=0,reltol=epsilon,abstol
        =epsilon),hessian=T)

#Mengambil nilai-nilai hasil optimasi
Koefisien    = round(fit$par,4)
hess         = fit$hessian
n.iteration = fit$counts[1]
convergence =ifelse(fit$convergence==0,
              "Converged","Not-Converged")

#Uji parsial koefisien
 inv.hess    = diag(pinv(-hess))
 Std.Error   =
round(as.matrix(sqrt(abs(inv.hess))),4)
  Z.Value     = round(Koefisien/Std.Error,4)
  P.Value     = round(2*pnorm(abs(Z.Value),lower.
                 tail=FALSE),4)
#Sintax Tampilan 2
  rownames(Koefisien) = c(paste("Beta1",c(0:(p-
1)),sep=""),paste("Beta2",c(0:(p-
1)),sep=""),"Lamda0",paste("Alfa",c(0:2),sep=""))
  rownames(Std.Error) = c(paste("Beta1",c(0:(p-
1)),sep=""),paste("Beta2",c(0:(p-
1)),sep=""),"Lamda0",paste("Alfa",c(0:2),sep=""))
  rownames(Z.Value)    = c(paste("Beta1",c(0:(p-
1)),sep=""),paste("Beta2",c(0:(p-
1)),sep=""),"Lamda0",paste("Alfa",c(0:2),sep=""))
  rownames(P.Value)    = c(paste("Beta1",c(0:(p-
1)),sep=""),paste("Beta2",c(0:(p-
1)),sep=""),"Lamda0",paste("Alfa",c(0:2),sep=""))

#Uji serentak dg G^2
par0    = as.matrix(rep(0,length(start)));
par0[c(1,(p+1),(2*p+1):(2*p+4))] =
Koefisien[c(1,(p+1),(2*p+1):(2*p+4))]
  ln.H1   = round(fit$value,3)
  ln.H0   = round(Q_BGPR(par0),3)
```

Lampiran 12. Syntax R Untuk Pemodelan BGPR (*lanjutan*)

```
G2     = round(-2*(ln.H0-ln.H1),4)
v      = 2*(p-2)
pvalF  = round(pchisq((G2),v,lower.tail=FALSE),5)
#Estimasi Y-hat BGPR
y1hat=round((exp(x%*%as.matrix(Koefisien[1:p])))
       ,3)

y2hat=round((exp(x%*%as.matrix(Koefisien[(p+1):(2*
       p)]))),3)

#Estimasi regresi (untuk pembanding hasil)
beta1.reg = as.matrix(lm(y1~x-1)$coef)
beta2.reg = as.matrix(lm(y2~x-1)$coef)
Y1.Reg    = as.matrix(x)%*%beta1.reg
Y2.Reg    = as.matrix(x)%*%beta2.reg

#AIC
error1        = as.matrix(y1-y1hat)
error2        = as.matrix(y2-y2hat)
E             = cbind(error1,error2)
Sigma.d       = (t(E)%*%E)/n
detD          = det(Sigma.d)
aic           = round((n*log(detD))-(2*2*p),3)
aic.reg       =
round((n*log(det((t(cbind(as.matrix(y1-
              round(Y1.Reg)),as.matrix(y2-
              round(Y2.Reg))))%*%cbind(as.matrix(y
              1-round(Y1.Reg)),as.matrix(y2-
              round(Y2.Reg))))/n)))-(2*2*p),3)
aic.pois.reg =
round((n*log(det((t(cbind(as.matrix(y1-
              round(miu10)),as.matrix(y2-
              round(miu20))))%*%cbind(as.matrix(y1
              -round(miu10)),as.matrix(y2-
              round(miu20))))/n)))-(2*2*p),3)

#Sintax Tampilan 3
UjiSerentak = rbind(n.iteration,convergence,ln.H1,
              ln.H0,G2,pvalF,aic,aic.reg,aic.pois.
              reg)
```

Lampiran 12. Syntax R Untuk Pemodelan BGPR (*lanjutan*)

```
       "Converged/Not","ln.H1","ln.H0","G^2","P.Va
       lue of F","AIC BGPR","AIC Regression","AIC
       Poisson Regression")
colnames(UjiSerentak)  = "Values"
UjiSerentak            = noquote(UjiSerentak)

Hasil=data.frame(cbind(y1,round(Y1.Reg),round((y1h
       at),3),rep("|",nrow(x)),y2,round(Y2.Reg),ro
       und((y2hat),3)))

colnames(Hasil)=c("Y1","Y1.Reg","Y1.BGPR","|","Y2
       ,"Y2.Reg","Y2.BGPR")

UjiParsial=data.frame(cbind(Koefisien,Std.Error,Z.
       Value,P.Value),row.names = NULL)

colnames(UjiParsial)=c('Koefisien','Std.Error','Z.
       Value','P.Value')
rownames(UjiParsial)=c(paste("Beta1",c(0:(p-
       1)),sep=""),paste("Beta2",c(0:(p-
       1)),sep=""),"Lamda0",paste("Alfa",c(0:2),se
       p=""))
if (print.info==T)
  {
    cat('   ','\n')
    cat('   ','\n')
    cat('******** Bivariate Generalized Poisson
    Regression ********','\n')
    cat('   ','\n')

cat('_______________________________________','\n')
cat('     Hasil Penghitungan Y.hat BGPR    ','\n')

cat('_______________________________________','\n')
print(Hasil)
cat('   ','\n')

cat('_______________________________________','\n')
cat('        Hasil Uji Parsial BGPR        ','\n')
```

Lampiran 12. Syntax R Untuk Pemodelan BGPR

```
cat('________________________________________','\n')
print(UjiParsial)
cat('   ','\n')

cat('________________________________________','\n')
cat('Informsasi Iterasi & Hasil Uji Serentak BGPR
    ','\n')

cat('________________________________________','\n')
print(UjiSerentak)
  }

list(Y1.hat=y1hat,Y2.hat=y2hat,Hasil=Hasil,Koefisi
      en=Koefisien,Std.Error=Std.Error,Z.Value=Z.
      Value,P.Value=P.Value,UjiSerentak=UjiSerent
      ak,AIC=aic,Error1=error1,Error2=error2)
}
```

Lampiran 13. Langkah Menjalankan Syntax R

```
#Load data
data = as.matrix(read.csv("D://validasi/data2013.csv",header
      =TRUE,sep=';',dec=".")) , *SESUAIKAN
#Hapus Variabel (pada urutan ke-... dari data), jangan di
      running jika tidak ada yg dihapus
#data     = data[,-c(6)]
#Load Sintax
source("D://validasi/optim.R")  *SESUAIKAN
#Parameter Iterasi
alfa0=15;  maxit=1000;  epsilon=0.00001;  *SESUAIKAN
#Running BGPR
Hasil_BGPR=BGPR(data,alfa0,maxit,epsilon)
```

Lampiran 14. *Output* R untuk Model BGPR Menggunakan X_3

```
Hasil Uji Parsial BGPR

         Koefisien Std.Error Z.Value P.Value
Beta10      5.6780    0.7290  7.7888  0.0000
Beta11     -0.3462    0.0828 -4.1812  0.0000
Beta20      2.9152    0.8427  3.4594  0.0005
Beta21     -0.1038    0.0946 -1.0973  0.2725
Lamda0     81.6237   15.6898  5.2023  0.0000
Alfa0      25.8408    2.0452 12.6349  0.0000
Alfa1      11.8606    0.1889 62.7877  0.0000
Alfa2      15.0000    0.4814 31.1591  0.0000


 Informsasi Iterasi & Hasil Uji Serentak BGPR

                       Values
Number of Iteration    9
Converged/Not          Converged
ln.H1                  12701.368
ln.H0                  6308.497
G^2                    12785.742
P.Value of F           0
AIC BGPR               248.566
AIC Regression         247.394
AIC Poisson Regression 248.633
```

Lampiran 15. *Output* R untuk Model BGPR Menggunakan X_5

```
                Hasil Uji Parsial BGPR

       Koefisien Std.Error Z.Value P.Value
Beta10    2.8051    0.0903 31.0642  0.0000
Beta11   -0.2413    0.0916 -2.6343  0.0084
Beta20    1.9861    0.1115 17.8126  0.0000
Beta21    0.0120    0.1016  0.1181  0.9060
Lamda0   81.6237   16.8002  4.8585  0.0000
Alfa0    28.9504    2.2236 13.0196  0.0000
Alfa1    12.0028    0.1904 63.0399  0.0000
Alfa2    15.0000    0.4809 31.1915  0.0000


 Informsasi Iterasi & Hasil Uji Serentak BGPR

                       Values
Number of Iteration    9
Converged/Not          Converged
ln.H1                  9080.601
ln.H0                  9037.801
G^2                    85.6
P.Value of F           0
AIC BGPR               248.487
AIC Regression         249.14
AIC Poisson Regression 249.055
```

Lampiran 16. *Output* R untuk Model BGPR Menggunakan X_1 dan X_3

```
Hasil Uji Parsial BGPR

        Koefisien Std.Error Z.Value P.Value
Beta10     5.4443    0.7520  7.2398  0.0000
Beta11     1.0426    0.1894  5.5048  0.0000
Beta12    -0.3649    0.0852 -4.2829  0.0000
Beta20     2.9215    0.8432  3.4648  0.0005
Beta21    -0.0345    0.2960 -0.1166  0.9072
Beta22    -0.1032    0.0949 -1.0875  0.2768
Lamda0    81.6237   13.4433  6.0717  0.0000
Alfa0     19.6744    1.6870 11.6624  0.0000
Alfa1     12.0032    0.1918 62.5819  0.0000
Alfa2     15.0000    0.4814 31.1591  0.0000


 Informsasi Iterasi & Hasil Uji Serentak BGPR

                       Values
Number of Iteration    11
Converged/Not          Converged
ln.H1                  20350.266
ln.H0                  15430.604
G^2                    9839.324
P.Value of F           0
AIC BGPR               240.635
AIC Regression         238.145
AIC Poisson Regression 239.748
```

Lampiran 17. *Output* R untuk Model BGPR Menggunakan X_2 dan X_3

```
Hasil Uji Parsial BGPR

        Koefisien Std.Error Z.Value P.Value
Beta10    3.2984    0.9289  3.5509  0.0004
Beta11    0.0311    0.0079  3.9367  0.0001
Beta12   -0.2007    0.0878 -2.2859  0.0223
Beta20    1.8070    1.1373  1.5889  0.1121
Beta21    0.0158    0.0110  1.4364  0.1509
Beta22   -0.0407    0.1033 -0.3940  0.6936
Lamda0   81.6237   14.5698  5.6023  0.0000
Alfa0    22.7478    1.8662 12.1894  0.0000
Alfa1    11.8598    0.1893 62.6508  0.0000
Alfa2    15.0000    0.4824 31.0945  0.0000


 Informsasi Iterasi & Hasil Uji Serentak BGPR

                       Values
Number of Iteration    11
Converged/Not          Converged
ln.H1                  16458.855
ln.H0                  16260.679
G^2                    396.352
P.Value of F           0
AIC BGPR               244.054
AIC Regression         243.239
AIC Poisson Regression 245.825
```

Lampiran 18. *Output* R untuk Model BGPR Menggunakan X_3 dan X_4

```
______________________________________________
            Hasil Uji Parsial BGPR
______________________________________________
       Koefisien Std.Error Z.Value P.Value
Beta10    5.7141    0.7935  7.2011  0.0000
Beta11   -0.3492    0.0864 -4.0417  0.0001
Beta12   -0.0008    0.0078 -0.1026  0.9183
Beta20    1.9783    0.9419  2.1003  0.0357
Beta21   -0.0274    0.1004 -0.2729  0.7849
Beta22    0.0190    0.0086  2.2093  0.0272
Lamda0   81.6237   16.0091  5.0986  0.0000
Alfa0    26.7289    2.0963 12.7505  0.0000
Alfa1    11.8732    0.1893 62.7216  0.0000
Alfa2    15.0000    0.4832 31.0430  0.0000

______________________________________________
 Informsasi Iterasi & Hasil Uji Serentak BGPR
______________________________________________
                        Values
Number of Iteration     11
Converged/Not           Converged
ln.H1                   11639.443
ln.H0                   5216.552
G^2                     12845.782
P.Value of F            0
AIC BGPR                239.378
AIC Regression          238.614
AIC Poisson Regression 239.926
```

Lampiran 19. *Output* R untuk Model BGPR Menggunakan X_3 dan X_5

```
______________________________________________________________
                 Hasil Uji Parsial BGPR
______________________________________________________________
       Koefisien Std.Error Z.Value P.Value
Beta10    6.1649    0.7608  8.1032  0.0000
Beta11   -0.3779    0.0847 -4.4616  0.0000
Beta12   -0.2947    0.0964 -3.0571  0.0022
Beta20    2.9168    0.8656  3.3697  0.0008
Beta21   -0.1039    0.0956 -1.0868  0.2771
Beta22   -0.0010    0.1033 -0.0097  0.9923
Lamda0   81.6237   15.5472  5.2501  0.0000
Alfa0    25.4418    2.0223 12.5806  0.0000
Alfa1    11.9926    0.1915 62.6245  0.0000
Alfa2    15.0000    0.4814 31.1591  0.0000

______________________________________________________________
 Informsasi Iterasi & Hasil Uji Serentak BGPR
______________________________________________________________
                       Values
Number of Iteration    11
Converged/Not          Converged
ln.H1                  13347.691
ln.H0                  2200.576
G^2                    22294.23
P.Value of F           0
AIC BGPR               243.569
AIC Regression         243.319
AIC Poisson Regression 244.036
```

Lampiran 20 .*Output* R untuk Model BGPR Menggunakan X_1,X_2 dan X_3

```
Hasil Uji Parsial BGPR

        Koefisien Std.Error Z.Value P.Value
Beta10     3.4123    0.9864  3.4593  0.0005
Beta11     0.9357    0.1943  4.8157  0.0000
Beta12     0.0262    0.0088  2.9773  0.0029
Beta13    -0.2350    0.0918 -2.5599  0.0105
Beta20     1.7803    1.1351  1.5684  0.1168
Beta21    -0.1263    0.3051 -0.4140  0.6789
Beta22     0.0166    0.0111  1.4955  0.1348
Beta23    -0.0358    0.1041 -0.3439  0.7309
Lamda0    81.6237   13.0342  6.2623  0.0000
Alfa0     18.5653    1.6220 11.4459  0.0000
Alfa1     12.0209    0.1924 62.4787  0.0000
Alfa2     15.0000    0.4824 31.0945  0.0000


 Informsasi Iterasi & Hasil Uji Serentak BGPR

                         Values
Number of Iteration      13
Converged/Not            Converged
ln.H1                    21714.698
ln.H0                    21455.129
G^2                      519.138
P.Value of F             0
AIC BGPR                 234.969
AIC Regression           233.99
AIC Poisson Regression   236.615
```

Lampiran 21. *Output* R untuk Model BGPR Menggunakan X_1,X_3 dan X_4

Hasil Uji Parsial BGPR

	Koefisien	Std.Error	Z.Value	P.Value
Beta10	5.5787	0.8181	6.8191	0.0000
Beta11	1.0531	0.1952	5.3950	0.0000
Beta12	-0.3761	0.0893	-4.2116	0.0000
Beta13	-0.0031	0.0084	-0.3690	0.7121
Beta20	1.9804	0.9423	2.1017	0.0356
Beta21	-0.0079	0.2851	-0.0277	0.9779
Beta22	-0.0273	0.1007	-0.2711	0.7863
Beta23	0.0190	0.0086	2.2093	0.0272
Lamda0	81.6237	13.6639	5.9737	0.0000
Alfa0	20.2751	1.7221	11.7735	0.0000
Alfa1	12.0138	0.1920	62.5719	0.0000
Alfa2	15.0000	0.4832	31.0430	0.0000

Informsasi Iterasi & Hasil Uji Serentak BGPR

	Values
Number of Iteration	13
Converged/Not	Converged
ln.H1	19638.88
ln.H0	14146.441
G^2	10984.878
P.Value of F	0
AIC BGPR	230.656
AIC Regression	228.729
AIC Poisson Regression	230.95

Lampiran 22. *Output* R untuk Model BGPR Menggunakan X_1,X_3 dan X_5

```
Hasil Uji Parsial BGPR

        Koefisien Std.Error Z.Value P.Value
Beta10     5.8129    0.7758  7.4928  0.0000
Beta11     0.9695    0.1876  5.1679  0.0000
Beta12    -0.3838    0.0862 -4.4524  0.0000
Beta13    -0.2458    0.0937 -2.6233  0.0087
Beta20     2.9245    0.8664  3.3755  0.0007
Beta21    -0.0348    0.2959 -0.1176  0.9064
Beta22    -0.1033    0.0959 -1.0772  0.2814
Beta23    -0.0017    0.1033 -0.0165  0.9868
Lamda0    81.6237   13.5758  6.0124  0.0000
Alfa0     20.0329    1.7080 11.7289  0.0000
Alfa1     12.1453    0.1944 62.4758  0.0000
Alfa2     15.0000    0.4814 31.1591  0.0000


 Informsasi Iterasi & Hasil Uji Serentak BGPR

                       Values
Number of Iteration    13
Converged/Not          Converged
ln.H1                  20088.321
ln.H0                  12576.815
G^2                    15023.012
P.Value of F           0
AIC BGPR               236.361
AIC Regression         232.371
AIC Poisson Regression 236.142
```

Lampiran 23. *Output* R untuk Model BGPR Menggunakan X_2,X_3 dan X_4

```
                 Hasil Uji Parsial BGPR

       Koefisien Std.Error Z.Value P.Value
Beta10    3.2949    0.9556  3.4480  0.0006
Beta11    0.0311    0.0081  3.8395  0.0001
Beta12   -0.2005    0.0901 -2.2253  0.0261
Beta13    0.0001    0.0084  0.0119  0.9905
Beta20    0.7137    1.2019  0.5938  0.5526
Beta21    0.0173    0.0109  1.5872  0.1125
Beta22    0.0449    0.1078  0.4165  0.6770
Beta23    0.0207    0.0088  2.3523  0.0187
Lamda0   81.6237   14.8774  5.4864  0.0000
Alfa0    23.5926    1.9152 12.3186  0.0000
Alfa1    11.7918    0.1884 62.5892  0.0000
Alfa2    15.0000    0.4839 30.9981  0.0000


 Informsasi Iterasi & Hasil Uji Serentak BGPR

                           Values
Number of Iteration        13
Converged/Not              Converged
ln.H1                      15357.551
ln.H0                      15237.808
G^2                        239.486
P.Value of F               0
AIC BGPR                   235.083
AIC Regression             233.786
AIC Poisson Regression     234.39
```

Lampiran 24. *Output* R untuk Model BGPR Menggunakan X_2,X_3 dan X_5

```
──────────────────────────────────────────────
               Hasil Uji Parsial BGPR
──────────────────────────────────────────────
       Koefisien Std.Error Z.Value P.Value
Beta10    2.7891    0.9890  2.8201  0.0048
Beta11    0.0455    0.0093  4.8925  0.0000
Beta12   -0.1659    0.0900 -1.8433  0.0653
Beta13   -0.4337    0.0995 -4.3588  0.0000
Beta20    1.7502    1.1438  1.5302  0.1260
Beta21    0.0180    0.0115  1.5652  0.1175
Beta22   -0.0377    0.1035 -0.3643  0.7156
Beta23   -0.0588    0.1074 -0.5475  0.5840
Lamda0   81.6237   13.7713  5.9271  0.0000
Alfa0    20.5646    1.7391 11.8249  0.0000
Alfa1    11.9625    0.1920 62.3047  0.0000
Alfa2    15.0000    0.4825 31.0881  0.0000


──────────────────────────────────────────────
 Informsasi Iterasi & Hasil Uji Serentak BGPR
──────────────────────────────────────────────
                       Values
Number of Iteration    13
Converged/Not          Converged
ln.H1                  19235.062
ln.H0                  19206.879
G^2                    56.366
P.Value of F           0
AIC BGPR               236.976
AIC Regression         238.081
AIC Poisson Regression 236.671
```

Lampiran 25 .*Output* R untuk Model BGPR Menggunakan X_3,X_4 dan X_5

```
Hasil Uji Parsial BGPR

        Koefisien Std.Error Z.Value P.Value
Beta10    6.1488    0.8094  7.5967  0.0000
Beta11   -0.3766    0.0876 -4.2991  0.0000
Beta12    0.0003    0.0077  0.0390  0.9689
Beta13   -0.2949    0.0980 -3.0092  0.0026
Beta20    1.9923    0.9568  2.0823  0.0373
Beta21   -0.0282    0.1009 -0.2795  0.7799
Beta22    0.0190    0.0086  2.2093  0.0272
Beta23   -0.0086    0.1040 -0.0827  0.9341
Lamda0   81.6237   15.8897  5.1369  0.0000
Alfa0    26.4006    2.0773 12.7091  0.0000
Alfa1    12.0100    0.1921 62.5195  0.0000
Alfa2    15.0000    0.4832 31.0430  0.0000


 Informsasi Iterasi & Hasil Uji Serentak BGPR

                       Values
Number of Iteration    13
Converged/Not          Converged
ln.H1                  12205.994
ln.H0                  1495.549
G^2                    21420.89
P.Value of F           0
AIC BGPR               234.349
AIC Regression         234.347
AIC Poisson Regression 235.386
```

Lampiran 26. *Output* R untuk Model BGPR Menggunakan X_1, X_2, X_3 dan X_4

```
                Hasil Uji Parsial BGPR

         Koefisien Std.Error Z.Value P.Value
Beta10    3.5363    1.0072  3.5110  0.0004
Beta11    0.9471    0.1999  4.7379  0.0000
Beta12    0.0263    0.0090  2.9222  0.0035
Beta13   -0.2452    0.0939 -2.6113  0.0090
Beta14   -0.0031    0.0089 -0.3483  0.7276
Beta20    0.6901    1.2020  0.5741  0.5659
Beta21   -0.1117    0.2944 -0.3794  0.7044
Beta22    0.0180    0.0109  1.6514  0.0987
Beta23    0.0492    0.1087  0.4526  0.6508
Beta24    0.0206    0.0087  2.3678  0.0179
Lamda0   81.6237   13.2687  6.1516  0.0000
Alfa0    19.1975    1.6592 11.5703  0.0000
Alfa1    11.9632    0.1916 62.4384  0.0000
Alfa2    15.0000    0.4839 30.9981  0.0000


 Informsasi Iterasi & Hasil Uji Serentak BGPR

                       Values
Number of Iteration    15
Converged/Not          Converged
ln.H1                  20886.401
ln.H0                  20631.358
G^2                    510.086
P.Value of F           0
AIC BGPR               224.663
AIC Regression         221.093
AIC Poisson Regression 226.974
```

Lampiran 27. *Output* R untuk Model BGPR Menggunakan X_1, X_2, X_3 dan X_5

```
                   Hasil Uji Parsial BGPR

         Koefisien Std.Error Z.Value P.Value
Beta10    3.0265    1.0264  2.9487  0.0032
Beta11    0.7573    0.2002  3.7827  0.0002
Beta12    0.0376    0.0098  3.8367  0.0001
Beta13   -0.2003    0.0930 -2.1538  0.0313
Beta14   -0.3535    0.0983 -3.5961  0.0003
Beta20    1.7037    1.1421  1.4917  0.1358
Beta21   -0.1602    0.3065 -0.5227  0.6012
Beta22    0.0194    0.0117  1.6581  0.0973
Beta23   -0.0310    0.1042 -0.2975  0.7661
Beta24   -0.0689    0.1086 -0.6344  0.5258
Lamda0   81.6237   12.8976  6.3286  0.0000
Alfa0    18.2017    1.6005 11.3725  0.0000
Alfa1    12.1287    0.1949 62.2304  0.0000
Alfa2    15.0000    0.4825 31.0881  0.0000


 Informsasi Iterasi & Hasil Uji Serentak BGPR

                       Values
Number of Iteration    15
Converged/Not          Converged
ln.H1                  22288.048
ln.H0                  22191.693
G^2                    192.71
P.Value of F           0
AIC BGPR               229.736
AIC Regression         227.451
AIC Poisson Regression 230.468
```

Lampiran 28. *Output* R untuk Model BGPR Menggunakan X_1, X_3,X_4 dan X_5

```
                Hasil Uji Parsial BGPR

        Koefisien Std.Error Z.Value P.Value
Beta10     5.8747    0.8255  7.1165  0.0000
Beta11     0.9742    0.1933  5.0398  0.0000
Beta12    -0.3890    0.0895 -4.3464  0.0000
Beta13    -0.0014    0.0083 -0.1687  0.8660
Beta14    -0.2445    0.0957 -2.5549  0.0106
Beta20     1.9950    0.9572  2.0842  0.0371
Beta21    -0.0092    0.2849 -0.0323  0.9742
Beta22    -0.0282    0.1012 -0.2787  0.7805
Beta23     0.0190    0.0086  2.2093  0.0272
Beta24    -0.0088    0.1040 -0.0846  0.9326
Lamda0    81.6237   13.8351  5.8998  0.0000
Alfa0     20.7416    1.7493 11.8571  0.0000
Alfa1     12.1618    0.1948 62.4322  0.0000
Alfa2     15.0000    0.4832 31.0430  0.0000


 Informsasi Iterasi & Hasil Uji Serentak BGPR

                       Values
Number of Iteration    15
Converged/Not          Converged
ln.H1                  19253.063
ln.H0                  11436.266
G^2                    15633.594
P.Value of F           0
AIC BGPR               226.661
AIC Regression         225.04
AIC Poisson Regression 227.353
```

Lampiran 29. *Output* R untuk Model BGPR Menggunakan X_1,X_2, X_3, X_4 dan X_5

```
___________________________________________
            Hasil Uji Parsial BGPR
___________________________________________
       Koefisien Std.Error Z.Value P.Value
Beta10    2.9880    1.0500  2.8457  0.0044
Beta11    0.7538    0.2053  3.6717  0.0002
Beta12    0.0376    0.0099  3.7980  0.0001
Beta13   -0.1972    0.0953 -2.0693  0.0385
Beta14    0.0008    0.0088  0.0909  0.9276
Beta15   -0.3549    0.1005 -3.5313  0.0004
Beta20    0.5383    1.2157  0.4428  0.6579
Beta21   -0.1584    0.2966 -0.5341  0.5933
Beta22    0.0221    0.0117  1.8889  0.0589
Beta23    0.0593    0.1090  0.5440  0.5864
Beta24    0.0211    0.0087  2.4253  0.0153
Beta25   -0.0919    0.1109 -0.8287  0.4073
Lamda0   81.6237   13.1765  6.1946  0.0000
Alfa0    18.9487    1.6446 11.5218  0.0000
Alfa1    12.0579    0.1940 62.1541  0.0000
Alfa2    15.0000    0.4842 30.9789  0.0000


___________________________________________
 Informsasi Iterasi & Hasil Uji Serentak BGPR
___________________________________________
                       Values
Number of Iteration    17
Converged/Not          Converged
ln.H1                  21306.764
ln.H0                  21292.764
G^2                    28
P.Value of F           0.00047
AIC BGPR               220.038
AIC Regression         215.782
AIC Poisson Regression 220.559
```

BIODATA PENULIS

Penulis bernama lengkap Suprianto Simanjuntak, lahir di Hutabulu Kecamatan Sipahutar pada 7 April 1993 sebagai anak pertama dari empat bersaudara. Adapun pendidikan formal yang telah ditempuh oleh penulis dimulai dari SDN No. 173170 Lumbanjulu (1999-2005), SMP Negeri 1 Sipahutar (2005-2008), SMA Negeri 1 Sipahutar (2008-2011) dan Diploma III Statistika Universitas Sumatera Utara (2011-2014). Pada tahun 2015, penulis berkesempatan melanjutkan studi ke jenjang sarjana di Departemen Statistika Institut Teknologi Sepuluh Nopember melalui seleksi Lintas Jalur. Ketika menempuh pendidikan jenjang sarjana, penulis juga berkesempatan melaksanakan kerja praktek di Badan Tenaga Nuklir Nasional (BATAN) Jakarta. Semasa perkuliahan, penulis juga pernah aktif di organisasi PARNASIB Medan. Bagi pembaca yang ingin menyampaikan kritik, saran, maupun diskusi mengenai tugas akhir ini, dapat menghubungi penulis melalui email: supriantojuntak@gmail.com.