TESIS - SS14 2501

PENGUJIAN HIPOTESIS PARSIAL UNTUK PARAMETER MODEL REGRESI NONPARAMETRIK SPLINE *TRUNCATED* MULTIVARIABEL

(Aplikasi : Data Kematian Ibu Di Provinsi Nusa Tenggara Timur)

IMRA ATIL HUSNI
NRP. 06211650017010

DOSEN PEMBIMBING :
Prof. Dr. Drs. I Nyoman Budiantara, M.Si
Dr. Dra. Ismaini Zain, M.Si

PROGRAM MAGISTER
DEPARTEMEN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA, KOMPUTASI, DAN SAINS DATA
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
2018

TESIS – SS14 2501

PENGUJIAN HIPOTESIS PARSIAL UNTUK PARAMETER MODEL REGRESI NONPARAMETRIK SPLINE *TRUNCATED* MULTIVARIABEL

(Aplikasi : Data Kematian Ibu Di Provinsi Nusa Tenggara Timur)

IMRA ATIL HUSNI
NRP. 06211650017010

DOSEN PEMBIMBING :
Prof. Dr. Drs. I Nyoman Budiantara, M.Si
Dr. Dra. Ismaini Zain, M.Si

PROGRAM MAGISTER
DEPARTEMEN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA, KOMPUTASI, DAN SAINS DATA
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
2018

THESIS – SS14 2501

PARTIAL HYPOTHESIS TESTING FOR PARAMETER OF MULTIVARIABLE TRUNCATED SPLINE NONPARAMETRIC REGRESSION MODEL

(Application : Maternal Mortality Data in Nusa Tenggara Timur)

IMRA ATIL HUSNI
NRP. 06211650017010

SUPERVISORS :
Prof. Dr. Drs. I Nyoman Budiantara, M.Si
Dr. Dra. Ismaini Zain, M.Si

PROGRAM OF MAGISTER
DEPARTMENT OF STATISTICS
FACULTY OF MATHEMATICS, COMPUTATION, AND DATA SCIENCES
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
2018

PENGUJIAN HIPOTESIS PARSIAL UNTUK PARAMETER MODEL REGRESI NONPARAMETRIK SPLINE TRUNCATED MULTIVARIABEL

(Aplikasi: Data Kematian Ibu Provinsi Nusa Tenggara Timur)

Tesis disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar
Magister Sains (M.Si)
di
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Oleh:

IMRA ATIL HUSNI
NRP. 06211650017010

Tanggal Ujian : 17 Januari 2018
Periode Wisuda : Maret 2018

Disetujui Oleh:

1. Prof. Dr. Drs. I Nyoman Budiantara, M.Si. (Pembimbing I)
   NIP.19650603 198903 1 003

2. Dr. Dra. Ismaini Zain, M.Si. (Pembimbing II)
   NIP. 19600525 198803 2 001

3. Dr.rer.pol. Heri Kuswanto, M.Si. (Penguji)
   NIP.19820326 200312 1 004

4. Drs. Razali Ritonga, M.A. (Penguji)
   NIP.19580414 198103 1 002

Dekan
Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Prof. Dr. Basuki Widodo, M.Sc.
NIP.19650605 198903 1 002

SURAT PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini, mahasiswa Departemen Statistika Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data (FMKSD) ITS:

Nama : Imra Atil Husni

NRP : 06211650017010

Program Studi : Magister Statistika / ~~Doktor Ilmu Statistik~~

menyatakan bahwa data yang digunakan dalam Tesis / ~~Disertasi~~ ini merupakan data sekunder yang diambil dari ~~penelitian~~ / buku/ ~~Tugas Akhir~~/ ~~Thesis~~/ ~~Disertasi~~/ publikasi lainnya yaitu:

Sumber : BPS, Kemenkes RI, dan Dinas Kesehatan Provinsi NTT

Keterangan : Buku Statistik Sosial dan Kependudukan Provinsi NTT 2015,
Profil Kesehatan Indonesia 2015,
Profil Kesehatan Provinsi NTT 2015.

Surat pernyataan ini dibuat dengan sebenarnya. Apabila terdapat pemalsuan data maka saya siap menerima sanksi sesuai aturan yang berlaku.

Surabaya, 20 Desember 2017

Mengetahui
Pembimbing Tesis/~~Disertasi~~

Prof.Dr.Drs. I Nyoman Budiantara, M.Si
NIP.19650603 198903 1 003

Mahasiswa

Imra Atil Husni

PENGUJIAN HIPOTESIS PARSIAL UNTUK PARAMETER MODEL REGRESI NONPARAMETRIK SPLINE *TRUNCATED* MULTIVARIABEL

(Aplikasi: Data Kematian Ibu Provinsi Nusa Tenggara Timur)

Nama Mahasiswa	: Imra Atil Husni
NRP	: 06211650017010
Dosen Pembimbing I	: Prof. Dr. Drs. I Nyoman Budiantara, M.Si
Dosen Pembimbing II	: Dr. Ismaini Zain, M.Si

ABSTRAK

Regresi nonparametrik adalah suatu metode yang dapat digunakan untuk mengetahui hubungan antara variabel respon dan variabel prediktor yang tidak mengikuti suatu pola tertentu. Salah satu metode dalam regresi nonparametrik yang digunakan untuk menduga bentuk kurva regresi adalah spline *truncated*. Pengujian hipotesis parsial dalam model regresi nonparametrik spline *truncated* belum dilakukan dan juga penting dikaji lebih lanjut. Melalui kajian teoritis terhadap pengujian hipotesis parsial, akan diperoleh bentuk dari hipotesis, statistik uji dan distribusinya, serta daerah penolakan hipotesis nol. Penelitian ini akan melakukan kajian teoritis tentang pengujian hipotesis secara parsial terhadap parameter model regresi nonparametrik spline *truncated*. Metode yang digunakan adalah *Likelihood Ratio Test* (LRT). Dari kajian teori diperoleh statistik uji pada pengujian hipotesis secara parsial yang dinotasikan dengan Q^* dan mengikuti distribusi t student dengan derajat bebas (n-(1+(m+r)h).

Penerapan dalam penelitian ini diaplikasikan pada data kematian ibu di Provinsi Nusa Tenggara Timur (NTT). Variabel respon dalam penelitian ini adalah Angka Kematian Ibu (AKI). Tingginya AKI diduga dipengaruhi oleh beberapa variabel prediktor. Metode yang digunakan untuk memilih titik knot optimum adalah *Generalized Cross Validation* (GCV). Model terbaik yang didapatkan adalah dengan menggunakan kombinasi knot (2,2,2,3) dengan R^2 91.87 persen dan *adjusted* R^2 sebesar 77.64 persen. Variabel yang signifikan adalah persentase ibu hamil mendapatkan zat besi (Tablet Fe3), persentase wanita kawin dengan usia perkawinan pertama kurang dari 16 tahun, persentase persalinan ditolong oleh tenaga kesehatan, dan persentase perempuan dengan pendidikan tertinggi yang ditamatkan SD.

Kata kunci : Nonparametrik Spline *Truncated*, LRT, Uji Hipotesis Parsial, Angka Kematian Ibu.

“*Halaman ini sengaja dikosongkan*”

PARTIAL HYPOTHESIS TESTING FOR PARAMETER OF MULTIVARIABLE TRUNCATED SPLINE NONPARAMETRIC REGRESSION MODEL

(Application: Maternal Mortality Data in Nusa Tenggara Timur)

By	: Imra Atil Husni
Student Identity Number	: 06211650017010
Supervisor	: Prof. Dr. Drs. I Nyoman Budiantara, M.Si
Co Supervisor	: Dr. Ismaini Zain, M.Si

ABSTRACT

Nonparametric regression is a method that examines the association between the response and the predictor variable with unspecified relationship pattern. One of the basis functions in nonparametric regression to estimate the regression curve is the spline truncated model. The theoretical study on partial hypothesis testing in the spline truncated nonparametric regression model is presented in this research. Through the theoretical study, it will be obtained the hypothesis statement, the test statistic and its approximation distribution, and the critical region. The Likelihood Ratio Test (LRT) method will be used in order to define the test statistic. From the theoretical study resulted the statistical test of partial hypothesis testing is denoted by Q^* and following the t student distribution with (n-(1+(m+r)h) degree of freedom.

Applied study conducted on maternal mortality data of Nusa Tenggara Timur (NTT) in 2015. The response variable in this study is Maternal Mortality Ratio (MMR). The high of MMR was predicted by some predictor variables. The method of selecting optimum knots using Generalized Cross Validation (GCV). The best model which is obtained by using the combination of knots (2,2,2,2,3) with R^2 is 91,87 and adjusted R^2 is 77,64 percent. Significant variables were the percentage of pregnant women receiving iron supplement (Tablet Fe3), the percentage of married women with the age of first marriage is less than 16 years old, the percentage of deliveries with health personnel, and the percentage of women with educational attainment is SD.

Key word : Nonparametric Spline Truncated, LRT, Partial Hypothesis Testing, Maternal Mortality Ratio.

"Halaman ini sengaja dikosongkan"

KATA PENGANTAR

Alhamdulillahi Robbil 'Aalamiin, puji syukur kehadirat Allah SWT, atas berkat dan hidayah-Nya kepada penulis sehingga tesis yang berjudul "Pengujian Hipotesis Parsial untuk Parameter Model Regresi Nonparametrik Spline *Truncated* Multivariabel (Aplikasi: Data Kematian Ibu Provinsi Nusa Tenggara Timur)**"** dapat terselesaikan.

Penyelesaian tesis ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak baik secara langsung maupun tidak langsung. Pada kesempatan ini, penulis ingin menyampaikan ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Badan Pusat Statistik (BPS) yang telah memberikan kesempatan serta beasiswa kepada penulis sehingga dapat melanjutkan studi program S2 di ITS.
2. Bapak Prof. Dr. Drs. I Nyoman Budiantara, M.Si dan Ibu Dr. Dra. Ismaini Zain, M.Si selaku dosen pembimbing yang telah meluangkan waktu untuk memberikan bimbingan, masukan, saran, dan motivasi selama penyusunan tesis ini.
3. Bapak Dr.rer.pol. Heri Kuswanto, M.Si, dan Bapak Drs. Razali Ritonga, M.Si, selaku dosen penguji yang memberikan koreksi, saran dan masukan dalam penyusunan tesis ini.
4. Bapak Dr. Suhartono, M.Sc. selaku Ketua Departemen Statistika, Bapak Dr. rer. pol. Heri Kuswanto, S.Si., M.Si. selaku Ketua Program Studi Pascasarjana Departemen Statistika sekaligus sebagai dosen wali, dan seluruh Bapak/Ibu dosen pengajar yang telah memberikan ilmu, saran, masukan dan pengalaman yang bermanfaat bagi penulis, serta segenap karyawan keluarga besar Departemen Statistika FMKSD ITS Surabaya atas segala dukungan dan bantuannya selama ini.
5. Kedua orang tua tercinta dan Ibu di Pare atas segala doa dan dukungannya dengan penuh keikhlasan dalam proses penulisan tesis ini.
6. Suami tercinta, Mas Afindra Bastian, terima kasih atas segala doa, pengorbanan, pengertian, dukungan dan cinta yang tak pernah berhenti yang selalu menjadi semangat bagi penulis untuk menyelesaikan studi dengan baik.

7. Teman-teman seperjuangan angkatan 10, sungguh pengalaman yang luar bisa bersama kalian: mbak nana sebagai bu maskot, mbak tika, mbak reni, mbak prih, mike, ratih, mas feri, mas fendi, mas prapto, mas taufik, mas aniq, bang fael, sony, bang field, tetap selalu jaga silaturrahmi kita. Mbak Ari dan Bu Sarni teman sekohor tapi S3 yang selalu mendoakan dan memberi motivasi dalam penulisan tesis ini. Terima kasih atas kebersamaan dan kekompakan selama menjalani studi di ITS, bersyukur bisa bertemu dan mengenal orang-orang hebat seperti kalian, semoga Allah mengijinkan kita berjumpa lagi dilain kesempatan.
8. Teman-teman reguler angkatan 2016, zahra dan vita (terima kasih karena selalu bersedia untuk berbagi ilmu), mila yang selalu siap sedia membantu, Mbak Mia selaku admin pasca, dan semua keluarga besar BPS Kabupaten Manggarai Timur yang juga turut mendoakan serta semua pihak yang tidak bisa disebutkan satu persatu. Penulis menyampaikan terima kasih atas semua dukungan dan bantuan yang diberikan selama menjalani studi.

Penulis menyadari bahwa tesis ini masih jauh dari sempurna. Oleh karena itu, kritik maupun saran yang bersifat membangun sangat penulis harapkan demi perbaikan tesis ini. Akhirnya, penulis berharap mudah-mudahan tesis ini bermanfaat untuk semua pihak yang memerlukan.

Surabaya, Januari 2018

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

"Halaman ini sengaja dikosongkan"

DAFTAR GAMBAR

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

DAFTAR LAMPIRAN

"Halaman ini sengaja dikosongkan"

BAB 1
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Analisis regresi merupakan salah satu metode yang sering digunakan dalam inferensi statistik, karena melalui analisis regresi dapat diketahui pola hubungan antara variabel prediktor dan variabel respon. Pola hubungan antara variabel prediktor dan variabel respon itu digambarkan oleh suatu fungsi yang disebut fungsi regresi atau kurva regresi. Pola hubungan antar variabel tersebut dapat didekati dengan tiga pendekatan, yaitu regresi parametrik, regresi nonparametrik dan regresi semiparametrik.

Regresi parametrik digunakan apabila kurva regresi mengikuti suatu pola tertentu. Regresi nonparametrik digunakan apabila bentuk dari kurva regresi tidak diketahui atau tidak terdapat informasi masa lalu tentang karakteristik data (Hardle, 1994). Regresi semiparametrik digunakan apabila sebagian bentuk kurva regresi diasumsikan bentuknya diketahui dan sebagian lagi tidak diketahui (Budiantara, 2009).

Regresi parametrik adalah metode analisis yang paling banyak digunakan. Pada regresi parametrik bentuk kurva regresi diasumsikan diketahui, bisa berbentuk linier, kuadratik, kubik, dan lain-lain (Budiantara, 2011). Jika pendugaan bentuk kurva regresi tepat, artinya garis regresi yang terbentuk mengikuti sebaran data, tentunya pendekatan regresi parametrik akan lebih menguntungkan. Hal ini dikarenakan model regresi parametrik lebih sederhana dan mudah diinterpretasikan. Jika pendugaan bentuk kurva regresi kurang tepat, akan berakibat pada penarikan kesimpulan yang kurang tepat pula. Menurut Budiantara (2009), apabila bentuk kurva regresi tidak diketahui polanya, maka metode regresi nonparametrik lebih disarankan untuk digunakan. Contoh model regresi nonparametrik antara lain spline, kernel, deret fourier, wavelets, MARS, dan lain sebagainya (Budiantara, 2011).

Dari beberapa model regresi nonparametrik tersebut, model spline lebih banyak digunakan oleh para peneliti regresi nonparametrik. Sebab model spline memiliki interpretasi statistik dan interpretasi visual yang sangat baik serta fleksibelitas yang tinggi (Eubank, 1999). Beberapa jenis fungsi spline yang telah diteliti sebelumnya antara lain, *smoothing* spline (Eubank, 1999), B-Spline (Lyche dan Morken, 2008), *penalized* spline (Griggs, 2013), *thin plate* spline (Wood, 2003), dan sebagainya. Budiantara (2005) mengembangkan estimator spline dalam regresi nonparametrik dengan menggunakan basis fungsi keluarga spline *truncated*. Fungsi spline *truncated*, merupakan fungsi polinomial yang terpotong-potong pada suatu titik knot. Titik knot merupakan titik perpaduan bersama dimana fungsi tersebut terpotong, atau titik yang menggambarkan terjadinya perubahan perilaku data pada sub-sub interval tertentu (Budiantara, 2009). Oleh karena itu, model spline *truncated* memiliki kemampuan yang sangat baik untuk menangani data yang perilakunya berubah-ubah pada sub-sub interval tertentu (Budiantara, 2011). Wahba (1990) memberikan metode untuk memilih parameter penghalus optimal dalam estimator spline yaitu dengan *Generalized Cross Validation* (GCV).

Sejumlah penelitian sebelumnya yang menggunakan metode regresi nonparametrik spline diantaranya Dewi (2012) yang memodelkan faktor-faktor yang mempengaruhi Angka Gizi Buruk di Jawa Timur dengan pendekatan regresi nonparametrik spline. Merdekawati (2013) melakukan pemodelan regresi spline *truncated* multivariabel pada faktor-faktor yang mempengaruhi kemiskinan di Provinsi Jawa Tengah. Bintariningrum (2014) juga melakukan pemodelan regresi nonparametrik spline *truncated* pada angka kelahiran kasar di Surabaya. Sementara itu, Arfan (2014) menggunakan pendekatan spline untuk estimasi kurva regresi nonparametrik untuk memodelkan Angka Kematian Ibu di Jawa Timur. Namun, penelitian-penelitian tersebut masih terbatas pada pemodelan regresi nonparametrik spline *truncated* dan belum dilakukan kajian terhadap pengujian hipotesis.

Pengujian hipotesis merupakan suatu metode untuk mengestimasi parameter populasi dengan cara menguji kebenaran dari suatu pernyataan. Melalui kajian teoritis terhadap pengujian hipotesis, akan diperoleh bentuk dari hipotesis, statistik uji dan distribusinya, serta daerah penolakan hipotesis nol. Sejumlah penelitian sebelumnya tentang pengujian hipotesis antara lain, Tupen (2011) melakukan kajian tentang uji hipotesis dalam regresi nonparametrik spline *truncated*. Ferdiana (2017) juga melakukan kajian tentang pengujian hipotesis simultan dalam regresi semiparametrik spline *truncated*. Kedua penelitian tersebut terbatas pada pengujian hipotesis secara simultan. Sementara itu, kajian tentang pengujian hipotesis parsial dalam regresi nonparametrik belum dilakukan dan juga penting untuk dikaji lebih lanjut. Untuk mendapatkan statistik uji pada pengujian hipotesis parsial dilakukan dengan metode *Likelihood Ratio Test* (LRT). Melalui kajian tersebut akan diperoleh bentuk hipotesis parsial, mendapatkan statistik uji dan daerah penolakan dari pengujian hipotesis secara parsial.

Penelitian tentang pengujian hipotesis ini khususnya akan diterapkan dalam bidang keilmuan demografi, yaitu pada Angka Kematian Ibu (AKI). AKI merupakan salah satu indikator kesehatan yang sangat penting karena dapat mencerminkan kemajuan pembangunan kesehatan suatu negara terutama untuk kaum perempuan. Di kawasan Asia Tenggara, Indonesia berada pada urutan ketiga tertinggi dalam hal pencapaian AKI yaitu, sebesar 190 per 100.000 kelahiran hidup setelah Laos dan Myanmar (WHO, 2015).

Berdasarkan hasil Survei Penduduk Antar Sensus (SUPAS) diperoleh AKI Indonesia pada tahun 2015 sekitar 305 kematian per 100.000 kelahiran hidup (BPS, 2016). Tingginya AKI di Indonesia tidak lepas dari peran serta setiap provinsi di Indonesia. Salah satu provinsi yang memiliki AKI cukup tinggi adalah Provinsi Nusa Tenggara Timur (NTT). Gambaran AKI sejumlah provinsi di Indonesia dapat dilihat pada Lampiran 1.

Berdasarkan hasil Survei Demografi dan Kesehatan Indonesia (SDKI) 2007 diperoleh AKI NTT sebesar 306 per 100.000 kelahiran hidup dan dari hasil Sensus Penduduk (SP) 2010 AKI NTT meningkat menjadi 536 per 100.000 kelahiran hidup. Jika dibandingkan dengan angka nasional 259 per 100.000 kelahiran hidup, maka AKI NTT sangat tinggi. Pada tahun 2012, berdasarkan data SDKI diperoleh AKI sebesar 200 per 100.000 kelahiran hidup. Selanjutnya pada tahun 2015 AKI turun menjadi 133 per 100.000 kelahiran hidup. Penurunan AKI merupakan salah satu capaian pemerintah yang diharapkan berdampak pada peningkatan kesehatan ibu. Target dalam Rencana Strategis Dinas Kesehatan Provinsi NTT pada tahun 2015, AKI turun menjadi 112 per 100.000 kelahiran hidup, yang berarti target tidak tercapai. Oleh karena itu, perlu diteliti lebih lanjut mengenai faktor-faktor yang mempengaruhi tingginya AKI di Provinsi NTT.

Penelitian tentang AKI telah banyak dilakukan, dengan menggunakan aneka metode, diantaranya penelitian yang dilakukan oleh Novita (2012) melalui metode *Geographically Weightes Poisson Regression* (GWPR). Faktor yang berpengaruh signifikan adalah persentase ibu hamil yang menggunakan akses pelayanan kesehatan ibu hamil (K1), persentase persalinan dibantu oleh non medis, persentase ibu hamil mendapatkan tablet penambah zat besi (Fe3) dan persentase sarana kesehatan. Pada tahun yang sama, Pertiwi (2012) menggunakan *Spatial Durbin Model* untuk mengidentifikasi faktor-faktor yang mempengaruhi kematian ibu di Jawa Timur. Dari penelitian ini diketahui variabel yang signifikan mempengaruhi kematian ibu adalah persentase persalinan dibantu oleh dukun, persentase rumah tangga berperilaku hidup bersih sehat, dan persentase sarana kesehatan di tiap kabupaten/kota di Jawa Timur.

Pemodelan jumlah kematian ibu di Jawa Timur juga telah dilakukan oleh Qomariyah (2013) yang memodelkan faktor-faktor yang mempengaruhi jumlah kematian ibu di Jatim dengan pendekatan GWPR (*Geographically Weighted Poisson Regression*) ditinjau dari segi fasilitas kesehatan. Pemodelan pada penelitian ini memperhatikan letak geografis wilayah karena perbedaan tradisi dan budaya masyarakat mengenai kehamilan dan penanganannya berbeda-beda tiap wilayah. Kurniawan (2015) melakukan penaksiran dan pengujian hipotesis parameter model regresi binomial negatif bivariat pada jumlah kematian bayi dan jumlah kematian ibu di Provinsi Jawa Timur. Penelitian-penelitian tersebut dibatasi dengan mengasumsikan pola hubungan antara variabel respon dan variabel prediktor diketahui bentuknya.

Berdasarkan uraian tersebut, penelitian ini akan mengkaji pengujian hipotesis parsial untuk parameter model regresi spline *truncated* multivariabel. Metode tersebut diterapkan karena pemeriksaan awal terhadap data, diduga bahwa bentuk hubungan AKI di Provinsi NTT dan faktor-faktor yang diduga mempengaruhinya cenderung tidak mengikuti pola tertentu, sehingga diasumsikan fungsi kurva regresi tidak diketahui.

1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah dikemukakan, maka permasalahan yang akan diselesaikan dalam penelitian ini sebagai berikut:

1. Bagaimana bentuk hipotesis, statistik uji, dan daerah penolakan dari pengujian hipotesis secara parsial pada regresi nonparametrik spline *truncated* multivariabel?
2. Bagaimana aplikasi pada AKI di Provinsi NTT?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan dari permasalahan di atas, tujuan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mengkaji pengujian hipotesis parsial untuk parameter model regresi nonparametrik spline *truncated* multivariabel.
2. Memodelkan data AKI Provinsi NTT tahun 2015 melalui pendekatan regresi nonparametrik spline *truncated* multivariabel.

1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat yang ingin dicapai dari hasil penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Menambah wawasan keilmuan tentang inferensi statistik, khususnya tentang pengujian hipotesis secara parsial untuk parameter model regresi nonparametrik spline *truncated* multivariabel.
2. Mendapatkan faktor-faktor yang diduga mempengaruhi AKI di Provinsi NTT dengan model regresi nonparametrik spline *truncated* multivariabel.
3. Memberikan alternatif bagi para peneliti mengenai metode analisis, khususnya untuk data yang bersesuaian dengan regresi nonparametrik spline *truncated* multivariabel.

1.5 Batasan Masalah

Beberapa batasan permasalahan pada penelitian ini antara lain:

1. Metode yang digunakan untuk menentukan banyaknya titik knot dan lokasi titik knot optimum adalah dengan menggunakan metode *Generalized Cross Validation (GCV),* karena GCV tidak memerlukan pengetahuan terhadap variansi populasi serta metode GCV invarians terhadap transformasi. Pemilihan banyaknya titik knot dibatasi dengan menggunakan satu, dua, tiga, dan kombinasi titik knot.
2. Dalam aplikasi model regresi nonparametrik spline *truncated* multivariabel, fungsi spline yang digunakan adalah spline linier.
3. Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data kematian ibu Provinsi NTT tahun 2015 dengan jumlah observasi sebanyak 22 kabupaten/kota.

BAB 2

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Analisis Regresi

Analisis regresi digunakan untuk menyelidiki kemungkinan hubungan antara variabel respon dengan satu atau lebih variabel prediktor dan menarik kesimpulan dari hubungan antar variabel tersebut (Draper dan Smith, 1998). Secara umum, model analisis regresi dengan pasangan data (x_i, y_i) dapat ditulis dalam persamaan (2.1),

$$y_i = f(x_i) + \varepsilon_i, i = 1, 2, \ldots, n \tag{2.1}$$

dimana y_i merupakan variabel respon atau variabel dependen, x_i merupakan variabel prediktor atau variabel independen dengan $f(x_i)$ adalah kurva regresinya, dan ε_i adalah error acak yang diasumsikan identik, independen dan berdistribusi normal dengan mean nol dan varians σ^2 atau $N(0, \sigma^2)$ (Eubank, 1999).

Tujuan dari analisis regresi adalah mendapatkan estimasi parameter yang sesuai dengan bentuk kurva regresi. Jika bentuk kurva regresi diketahui, maka dapat digunakan pendekatan parametrik, sedangkan jika bentuk kurva regresi tidak diketahui dan tidak terdapat informasi lengkap sebelumnya maka dapat menggunakan pendekatan nonparametrik (Eubank, 1999). Sementara itu, pendekatan semiparametrik dapat digunakan apabila bentuk pola hubungan antara variabel respon dengan variabel prediktor ada yang diketahui dan sebagian lainnya tidak diketahui, atau dapat dikatakan kombinasi antara parametrik dan nonparametrik (Budiantara, 2005).

2.1.1 Regresi Parametrik

Regresi parametrik merupakan metode yang sederhana dalam kajian analisis regresi, namun disisi lain menuntut terpenuhinya asumsi yang sangat kaku, salah satunya adalah bentuk kurva regresi diketahui, misalnya linear, kuadratik, kubik, polinomial derajat-*p,* dan lain-lain (Budiantara, 2011).

Pengetahuan terhadap kurva regresi memudahkan dalam memilih salah satu bentuk keluarga kurva atau fungsi regresi yang memungkinkan dari beberapa alternatif yang ada, kemudian menempatkan fungsi regresi tersebut dalam proses inferensi. Jika bentuk kurva atau fungsi regresi yang dipilih tepat, maka analisis regresi parametrik akan lebih menguntungkan, khususnya metode inferensi dan interpretasi parameternya akan lebih sederhana. Regresi parametrik memiliki beberapa kelebihan yaitu sederhana, mudah interpretasinya, estimatornya tidak bias, efisien, dan konsisten (Budiantara, 2009). Secara matematis, bentuk regresi parametrik linier dapat ditulis dalam persamaan (2.2).

$$y_i = g(x_i) + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, ..., n \tag{2.2}$$

dimana y_i adalah variabel respon, fungsi $g(x_i)$ adalah fungsi kurva regresi parametrik yang memiliki *error* acak ε_i dan diasumsikan identik, independen, dan berdistribusi normal dengan *mean* nol dan varians σ^2 (Eubank, 1999). Fungsi $g(x_i)$ dapat ditulis dalam persamaan (2.3).

$$y_i = \tilde{x}_i' \tilde{\beta} + \varepsilon_i \tag{2.3}$$

dimana $\tilde{x}_i' = \begin{bmatrix} 1 & x_{i1} & x_{i2} & \cdots & x_{ip} \end{bmatrix}$, $i = 1, 2, ..., n$; sedangkan n adalah banyaknya data dan p adalah banyak variabel, sementara $\tilde{\beta}' = \begin{bmatrix} \beta_0 & \beta_1 & \cdots & \beta_p \end{bmatrix}$. Sehingga persamaannya menjadi persamaan (2.4).

$$\begin{aligned} y_i &= \begin{bmatrix} 1 & x_{i1} & x_{i2} & \cdots & x_{ip} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_p \end{bmatrix} + \varepsilon_i \\ &= \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \cdots + \beta_p x_{ip} + \varepsilon_i, \; i = 1, 2, \ldots, n \end{aligned} \tag{2.4}$$

2.1.2 Regresi Nonparametrik

Regresi nonparametrik digunakan apabila pola hubungan antara variabel respon dan variabel prediktor tidak mengikuti suatu pola tertentu atau kurva regresi tidak diketahui. Kurva regresi hanya diasumsikan halus (*smooth*) dalam arti termuat dalam suatu ruang fungsi tertentu (ruang Hilbert, ruang Sobolev, ruang Hilbert-Sobolev, ruang Banach, dan lain-lain) (Budiantara, 2009). Dalam regresi nonparametrik, data akan mencari sendiri bentuk estimasi kurvanya tanpa dipengaruhi oleh subyektivitas peneliti. Secara umum, model regresi nonparametrik dapat dituliskan dalam persamaan (2.5).

$$y_i = f\left(z_i\right) + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, 3, \ldots, n \tag{2.5}$$

dimana y_i adalah variabel respon, $f\left(z_i\right)$ merupakan fungsi regresi nonparametrik dengan z_i adalah variabel prediktor dan ε_i adalah *error* acak yang diasumsikan identik, independen, dan berdistribusi normal dengan *mean* nol dan varians σ^2 (Wahba, 1990).

2.1.3 Regresi Nonparametrik Spline *Truncated*

Diantara beberapa model regresi nonparametrik, spline merupakan model yang mempunyai interpretasi statistik dan interpretasi visual yang sangat khusus dan sangat baik (Budiantara, 2009). Salah satu bentuk fungsi spline adalah spline *truncated*. Dalam spline *truncated* terdapat dua komponen yaitu komponen polinomial dan komponen *truncated*. Salah satu kelebihan spline *truncated* adalah model ini mengikuti pola data sesuai pergerakannya dengan adanya titik titik knot. Titik knot adalah titik yang menunjukkan perubahan data pada sub-sub interval (Budiantara, 2009). Secara umum, bentuk fungsi spline *truncated* derajat m dengan titik titik knot $k_1, k_2, \ldots, k_r$ dapat dinyatakan dalam persamaan (2.6),

$$f(z_i) = \sum_{u=0}^{m} \beta_u z_i^u + \sum_{k=1}^{r} \beta_{(m+k)} (z_i - k_k)_+^m, \quad i = 1, 2, \ldots, n \tag{2.6}$$

dimana $\sum_{u=0}^{m} \beta_u z_i^u$ merupakan komponen polinomial dan $\sum_{k=1}^{r} \beta_{(m+k)} (z_i - k_k)_+^m$ merupakan komponen *truncated* dengan:

$$(z_i - k_k)_+^m = \begin{cases} (z_i - k_k)^m, & z_i \geq k_k \\ 0, & z_i < k_k. \end{cases}$$

Jika kurva regresi $f(z_i)$ dalam model persamaan (2.5) dihampiri dengan fungsi spline *truncated* pada persamaan (2.6) maka didapat model regresi spline *truncated*.

Salah satu kelebihan metode regresi nonparametrik spline *truncated* adalah cenderung mempertahankan variabel yang signifikan karena data mencari sendiri bentuk estimasinya. Disamping itu, model regresi nonparametrik spline *truncated* sangat baik untuk tujuan prediksi. Tetapi kelemahannya adalah ketidaktepatan dalam pemilihan titik knot, menyebabkan matriks menjadi matriks yang singular, akibatnya estimasi dari parameter tidak dapat diperoleh secara tunggal. Interpretasi pada metode regresi nonparametrik spline *truncated* berbeda-beda-beda perilakunya pada sub interval yang berlainan.

2.1.4 Regresi Nonparametrik Spline *Truncated* Multivariabel

Dalam analisis regresi spline jika terdapat satu variabel respon dan satu variabel prediktor maka regresi ini disebut dengan regresi spline univariabel. Sedangkan jika terdapat satu variabel respon dan lebih dari satu variabel prediktor, maka regresi tersebut dinamakan regresi spline multivariabel (Budiantara, 2004). Diberikan data berpasangan $\left(z_{1i}, z_{2i}, ..., z_{hi}, y_i\right)$ dan hubungan antara $\left(z_{1i}, z_{2i}, ..., z_{hi}\right)$ dan y_i diasumsikan mengikuti model regresi nonparametrik pada persamaan (2.7),

$$y_i = f\left(z_{1i}, z_{2i}, ..., z_{hi}\right) + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, ..., n, \tag{2.7}$$

dengan y_i adalah variabel respon, $f\left(z_{1i,} z_{2i}, ..., z_{hi}\right)$ adalah kurva regresi yang tidak diketahui. Jika $f\left(z_{1i,} z_{2i}, ..., z_{hi}\right)$ diasumsikan bersifat aditif dan didekati dengan fungsi spline maka diperoleh model regresi sesuai persamaan (2.8),

$$\begin{aligned} y_i &= f_1\left(z_{1i}\right) + f_2\left(z_{2i}\right) + \cdots + f_h\left(z_{hi}\right) + \varepsilon_i \\ &= \sum_{j=1}^{h} f_{ji}\left(z_{ji}\right) + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, ..., n, \end{aligned} \tag{2.8}$$

dengan:

$$\begin{aligned} f_j(z_{ji}) &= \sum_{u=0}^{m} \beta_{uj} z_{ji}^{u} + \sum_{k=1}^{r} \beta_{(m+k)j} (z_{ji} - K_{kj})_{+}^{m} \\ &= \beta_0 + \sum_{u=1}^{m} \beta_{uj} z_{ji}^{u} + \sum_{k=1}^{r} \beta_{(m+k)j} (z_{ji} - K_{kj})_{+}^{m}, \; j = 1, 2, ..., h. \end{aligned} \tag{2.9}$$

$K_{11}, K_{21}, ..., K_{rh}$ merupakan titik-titik knot. Nilai m pada persamaan (2.9) merupakan derajat dari spline. Kurva spline polinomial derajat 1 (satu) disebut fungsi spline linier, derajat 2 (dua) disebut fungsi spline kuadratik, dan derajat 3 (tiga) disebut fungsi spline kubik.

Berdasarkan persamaan (2.8) dan (2.9) maka didapatkan model regresi nonparametrik spline *truncated* multivariabel sebagai berikut:

$$\begin{aligned} y_i &= \sum_{j=1}^{h}\left(\beta_0 + \sum_{u=1}^{m}\beta_{uj} z_{ji}^{u} + \sum_{k=1}^{r}\beta_{(m+k)j}(z_{ji} - K_{kj})_+^m\right) + \varepsilon_i \\ &= \beta_0 + \sum_{j=1}^{h}\left(\sum_{u=1}^{m}\beta_{uj} z_{ji}^{u} + \sum_{k=1}^{r}\beta_{(m+k)j}(z_{ji} - K_{kj})_+^m\right) + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, ..., n. \end{aligned} \tag{2.10}$$

Model persamaan (2.10) dapat dijabarkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} y_i = {} & \beta_0 + \beta_{11} z_{1i} + \beta_{21} z_{1i}^2 + \ldots + \beta_{m1} z_{1i}^m + \beta_{(m+1)1}(z_{1i} - K_{11})_+^m + \\ & \beta_{(m+2)1}(z_{1i} - K_{21})_+^m + \ldots + \beta_{(m+r)1}(z_{1i} - K_{r1})_+^m + \ldots + \beta_{1h} z_{hi} + \\ & \beta_{2h} z_{hi}^2 + \ldots + \beta_{mh} z_{hi}^m + \beta_{(m+1)h}(z_{hi} - K_{1h})_+^m + \beta_{(m+2)h}(z_{hi} - K_{2h})_+^m + \ldots + \\ & \beta_{(m+r)h}(z_{hi} - K_{rh})_+^m + \varepsilon_i. \end{aligned} \tag{2.11}$$

Persamaan (2.11) dapat pula disajikan dalam bentuk matriks:

$$\tilde{y} = \mathbf{Z}(\mathbf{K})\tilde{\beta} + \tilde{\varepsilon}$$

Dimana:

$$\tilde{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}_{n\times 1} ; \quad \tilde{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}_{n\times 1} ; \tag{2.12}$$

$$\tilde{\beta}' = \left[\beta_0, \beta_{11}, \ldots \beta_{m1} : \beta_{(m+1)1}, \ldots, \beta_{(m+r)1} : \beta_{1h}, \ldots, \beta_{mh} : \beta_{(m+1)h}, \ldots, \beta_{(m+r)h}\right]_{1\times(1+(m+r)h)}$$

$$\mathbf{Z}(\mathbf{K}) = \begin{bmatrix} 1 & z_{11} & \ldots & z_{11}^m & (z_{11} - K_{11})_+^m & \ldots & (z_{11} - K_{r1})_+^m & \ldots & z_{h1} & \ldots & z_{h1}^m & (z_{h1} - K_{1h})_+^m & \ldots & (z_{h1} - K_{rh})_+^m \\ 1 & z_{12} & \ldots & z_{12}^m & (z_{12} - K_{11})_+^m & \ldots & (z_{12} - K_{r1})_+^m & \ldots & z_{h2} & \ldots & z_{h2}^m & (z_{h2} - K_{1h})_+^m & \ldots & (z_{h2} - K_{rh})_+^m \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & & \ddots & \vdots & & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & & \ddots & \vdots \\ 1 & z_{1n} & \cdots & z_{1n}^m & (z_{1n} - K_{11})_+^m & \cdots & (z_{1n} - K_{r1})_+^m & \cdots & z_{hn} & \cdots & z_{hn}^m & (z_{hn} - K_{1h})_+^m & \cdots & (z_{hn} - K_{rh})_+^m \end{bmatrix}$$

dengan ukuran $n \times (1 + (m + r)h)$. Apabila diasumsikan $\tilde{\varepsilon} \sim N(0, \sigma^2\mathbf{I})$, karena $\tilde{y}$ merupakan kombinasi linier dari $\tilde{\varepsilon}$ maka $\tilde{y}$ juga berdistribusi normal $\tilde{y} \sim N(E(\tilde{y}), Var(\tilde{y}))$. Selanjutnya akan dicari nilai dari $E(\tilde{y})$ dan $Var(\tilde{y})$ dengan cara sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
E(\tilde{y}) &= E\left(\mathbf{Z}(\mathbf{K})\tilde{\beta} + \tilde{\varepsilon}\right) \\
&= \mathbf{Z}(\mathbf{K})\tilde{\beta} + E(\tilde{\varepsilon}) \\
&= \mathbf{Z}(\mathbf{K})\tilde{\beta} && (2.13)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
Var(\tilde{y}) &= Var\left(\mathbf{Z}(\mathbf{K})\tilde{\beta} + \tilde{\varepsilon}\right) \\
&= 0 + Var(\tilde{\varepsilon}) \\
&= \sigma^2\mathbf{I} && (2.14)
\end{aligned}
$$

Berdasarkan (2.13) dan (2.14) didapatkan $\tilde{y}$ berdistribusi normal dengan *mean* $\mathbf{Z}(\mathbf{K})\tilde{\beta}$ dan varians $\sigma^2\mathbf{I}$. Selanjutnya, estimasi titik dari $\tilde{\beta}$ akan didapatkan dengan menggunakan metode MLE. Distribusi probabilitas dari $\tilde{\varepsilon}$ adalah:

$$
\begin{aligned}
f(\tilde{\varepsilon}) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}\tilde{\varepsilon}'\tilde{\varepsilon}\right) \\
&= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}\left(\tilde{y} - \mathbf{Z}(\mathbf{K})\tilde{\beta}\right)'\left(\tilde{y} - \mathbf{Z}(\mathbf{K})\tilde{\beta}\right)\right) && (2.15)
\end{aligned}
$$

Berdasarkan persamaan (2.15) diperoleh fungsi likelihood seperti persamaan dibawah ini:

$$
\begin{aligned}
L(\tilde{\beta}) &= \prod_{i=1}^{n} f(\varepsilon_i) \\
&= \left(2\pi\sigma^2\right)^{-\frac{n}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}\left(\tilde{y} - \mathbf{Z}(\mathbf{K})\tilde{\beta}\right)'\left(\tilde{y} - \mathbf{Z}(\mathbf{K})\tilde{\beta}\right)\right) && (2.16)
\end{aligned}
$$

Apabila persamaan (2.16) dibuat transformasi logaritma, akan didapatkan

$$
\begin{aligned}
\ell\left(\tilde{\beta}\right) &= \log L\left(\tilde{\beta}\right) \\
&= \log\left(\left(2\pi\sigma^2\right)^{-\frac{n}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}\left(\tilde{y} - \mathbf{Z}(\mathbf{K})\tilde{\beta}\right)'\left(\tilde{y} - \mathbf{Z}(\mathbf{K})\tilde{\beta}\right)\right)\right) \\
&= -\frac{n}{2}\log\left(2\pi\sigma^2\right)^{-\frac{n}{2}} - \frac{1}{2\sigma^2}\left(\tilde{y} - \mathbf{Z}(\mathbf{K})\tilde{\beta}\right)'\left(\tilde{y} - \mathbf{Z}(\mathbf{K})\tilde{\beta}\right) && (2.17)
\end{aligned}
$$

Dengan menggunakan derivatif parsial terhadap $\tilde{\beta}$ diperoleh:

$$\frac{\partial \ell\left(\tilde{y},\tilde{\beta}\right)}{\partial \tilde{\beta}} = \frac{\partial\left(-\frac{n}{2}\log\left(2\pi\sigma^2\right)-\frac{1}{2\sigma^2}\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}\left(\mathbf{K}\right)\tilde{\beta}\right)'\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}\left(\mathbf{K}\right)\tilde{\beta}\right)\right)}{\partial \tilde{\beta}}$$

$$= \frac{\partial\left(-\frac{n}{2}\log\left(2\pi\sigma^2\right)-\frac{1}{2\sigma^2}\left(\tilde{y}'\tilde{y}-2\tilde{\beta}'\mathbf{Z}\left(\mathbf{K}\right)'\tilde{y}+\tilde{\beta}'\mathbf{Z}\left(\mathbf{K}\right)'\mathbf{Z}\left(\mathbf{K}\right)\tilde{\beta}\right)\right)}{\partial \tilde{\beta}}$$

$$= -\frac{1}{2\sigma^2}\left(-2\mathbf{Z}\left(\mathbf{K}\right)'\tilde{y}+2\mathbf{Z}\left(\mathbf{K}\right)'\mathbf{Z}\left(\mathbf{K}\right)\tilde{\beta}\right) \tag{2.18}$$

Jika derivatif parsial tersebut disamakan dengan nol, akan diperoleh persamaan:

$$2\mathbf{Z}\left(\mathbf{K}\right)'\mathbf{Z}\left(\mathbf{K}\right)\hat{\tilde{\beta}} = 2\mathbf{Z}\left(\mathbf{K}\right)'\tilde{y}$$

Sehingga estimator parameter $\tilde{\beta}$ adalah:

$$\hat{\tilde{\beta}} = \left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\tilde{y} \tag{2.19}$$

Selanjutnya distribusi dari $\hat{\tilde{\beta}}$ akan didapatkan dengan cara mencari nilai ekspektasi dan variansi $\hat{\tilde{\beta}}$, sebagai berikut:

$$\begin{aligned} E\left(\hat{\tilde{\beta}}\right) &= E\left(\left(\mathbf{Z}'\left(\mathbf{K}\right)\mathbf{Z}\left(\mathbf{K}\right)\right)^{-1}\mathbf{Z}'\left(\mathbf{K}\right)\tilde{y}\right) \\ &= \left(\mathbf{Z}'\left(\mathbf{K}\right)\mathbf{Z}\left(\mathbf{K}\right)\right)^{-1}\mathbf{Z}'\left(\mathbf{K}\right)E\left(\tilde{y}\right) \\ &= \left(\mathbf{Z}\left(\mathbf{K}\right)\mathbf{Z}\left(\mathbf{K}\right)\right)^{-1}\mathbf{Z}'\left(\mathbf{K}\right)\mathbf{Z}\left(\mathbf{K}\right)\tilde{\beta} \\ &= \tilde{\beta} \end{aligned} \tag{2.20}$$

$$\begin{aligned} Var\left(\hat{\tilde{\beta}}\right) &= Var\left(\left(\mathbf{Z}'\left(\mathbf{K}\right)\mathbf{Z}\left(\mathbf{K}\right)\right)^{-1}\mathbf{Z}'\left(\mathbf{K}\right)\tilde{y}\right) \\ &= \left(\mathbf{Z}'\left(\mathbf{K}\right)\mathbf{Z}\left(\mathbf{K}\right)\right)^{-1}\mathbf{Z}'\left(\mathbf{K}\right)Var\left(\tilde{y}\right)\left(\left(\mathbf{Z}'\left(\mathbf{K}\right)\mathbf{Z}\left(\mathbf{K}\right)\right)^{-1}\mathbf{Z}'\left(\mathbf{K}\right)\right)' \\ &= \left(\mathbf{Z}'\left(\mathbf{K}\right)\mathbf{Z}\left(\mathbf{K}\right)\right)^{-1}\mathbf{Z}'\left(\mathbf{K}\right)\sigma^2\mathbf{I}\mathbf{Z}\left(\mathbf{K}\right)\left(\mathbf{Z}'\left(\mathbf{K}\right)\mathbf{Z}\left(\mathbf{K}\right)\right)^{-1} \\ &= \sigma^2\left(\mathbf{Z}'\left(\mathbf{K}\right)\mathbf{Z}\left(\mathbf{K}\right)\right)^{-1}\mathbf{Z}'\left(\mathbf{K}\right)\mathbf{Z}\left(\mathbf{K}\right)\left(\mathbf{Z}'\left(\mathbf{K}\right)\mathbf{Z}\left(\mathbf{K}\right)\right)^{-1} \\ &= \sigma^2\left(\mathbf{Z}'\left(\mathbf{K}\right)\mathbf{Z}\left(\mathbf{K}\right)\right)^{-1}. \end{aligned} \tag{2.21}$$

Karena sifat linieritas dari distribusi normal, maka

$$\hat{\tilde{\beta}} \sim N\left(\tilde{\beta}, \sigma^2\left(\mathbf{Z}'\left(\mathbf{K}\right)\mathbf{Z}\left(\mathbf{K}\right)\right)^{-1}\right) \tag{2.22}$$

Kajian estimasi parameter β seperti yang diuraikan pada persamaan (2.11) sampai (2.22) telah dilakukan oleh Pratiwi (2015). Selanjutnya menentukan estimator model regresi nonparametrik spline *truncated*.

$$\begin{aligned}\hat{\tilde{y}} &= \hat{f}\left(\mathbf{Z}\left(\mathbf{K}\right)\right)\\ &= \mathbf{Z}\left(\mathbf{K}\right)\hat{\tilde{\beta}}\\ &= \mathbf{Z}\left(\mathbf{K}\right)\left(\mathbf{Z}'\left(\mathbf{K}\right)\mathbf{Z}\left(\mathbf{K}\right)\right)^{-1}\mathbf{Z}'\left(\mathbf{K}\right)\tilde{y}\\ &= \mathbf{A}\left(\mathbf{K}\right)\tilde{y}\end{aligned} \tag{2.23}$$

Dengan $\mathbf{K} = \left(k_1, k_2, \ldots, k_r\right)$ dan $\mathbf{A(K)} = \mathbf{Z(K)}\left(\mathbf{Z'(K)Z(K)}\right)^{-1}\mathbf{Z'(K)}$

2.2 Pemilihan Titik Knot Optimal

Dalam regresi nonparametrik spline *truncated*, hal penting yang berperan dalam mendapatkan estimator spline *truncated* terbaik adalah pemilihan titik knot yang optimal. Jika dalam sekumpulan data jumlah titik knot yang dipilih terlalu sedikit, maka akan menghasilkan estimasi kurva regresi yang sangat global dan menyebabkan biasnya lebih besar. Sebaliknya, jika dalam sekumpulan data jumlah knot yang dipilih terlalu banyak, maka akan menyebabkan estimasi kurva regresi sangat kasar. Oleh karena itu dibutuhkan suatu metode yang dapat memilih titik knot optimal.

Salah satu metode yang sering digunakan dalam memilih titik knot optimal adalah *Generalized Cross Validation* (GCV). Menurut Wahba (1990) jika dibandingkan dengan metode lain, misalnya *Cross Validation* (CV) dan metode *Unbiased Risk* (UBR) ataupun *Generalized Maximum Likelihood* (GML), GCV secara teoritis memiliki sifat optimal asimptotik. Wahba (1990) juga menyatakan bahwa metode GCV juga memiliki kelebihan tidak memerlukan pengetahuan terhadap variansi populasi serta metode GCV invarians terhadap transformasi.

Fungsi GCV untuk pemilihan titik knot optimal pada regresi nonparametrik ditunjukkan dalam persamaan (2.24).

$$GCV(\mathbf{K}) = \frac{n^{-1}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2}{[n^{-1}trace(I - \mathbf{A}(\mathbf{K})]^2} \tag{2.24}$$

Dalam mencari titik knot optimal diperoleh melalui optimasi :

$$\min_{k_1,k_2,\ldots,k_r}\{GCV(\mathbf{K})\} = \min_{k_1,k_2,\ldots,k_r}\left\{\frac{n^{-1}\sum_{i=1}^{n}(y_i-\hat{y}_i)}{[n^{-1}trace(I-\mathbf{A}(\mathbf{K})]^2}\right\}, \tag{2.25}$$

dimana y_i adalah variabel respon, $\hat{y}_i$ adalah nilai estimasi variabel respon, $i=1,2,\ldots,n$ yang merupakan jumlah observasi, $\mathbf{K}=(K_1,K_2,...,K_r)'$ merupakan titik titik knot, I adalah matriks identitas, dan matriks $\mathbf{A}(\mathbf{K})=\mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\mathbf{Z}'(\mathbf{K})$ diperoleh dari persamaan $\hat{\tilde{y}}=\mathbf{A}(\mathbf{K})\tilde{y}$.

2.3 *Likelihood Ratio Test* (LRT)

Metode *likelihod ratio* pada pengujian hipotesis berkaitan dengan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Misalkan $X_1,X_2,\ldots,X_n$ adalah sampel random dari populasi dengan *probability density function* (pdf) $f\left(x|\theta\right)$(θ mungkin suatu vektor), maka fungsi *likelihood* didefinisikan sebagai berikut (Casella dan Berger, 2001):

$$L\left(\theta|x_1,\ldots x_n\right)=L\left(\theta|x\right)=\prod_{i=1}^{n}f\left(x_i|\theta\right). \tag{2.26}$$

Misalkan Θ adalah ruang parameter, selanjutnya *likelihood ratio test statistic* untuk pengujian $H_0:\theta\in\Theta_0$ melawan $H_1:\theta\in\Theta_0^c$ adalah:

$$\lambda\left(x\right)=\frac{\sup_{\Theta_0}L\left(\theta|x\right)}{\sup_{\Theta}L\left(\theta|x\right)}. \tag{2.27}$$

Daerah penolakan dari uji LRT ini adalah $\{x:\lambda(x)\le c\}$, dimana c adalah konstanta yang memenuhi $0\le c\le 1$. Jika dilakukan maksimalisasi baik itu pada seluruh ruang parameter (*unrestricted maximization*) maupun pada subset ruang parameter (*restricted maximization*), maka akan ada hubungan yang jelas antara LRT dan MLE. Misalkan $\hat{\theta}$ merupakan estimator dari θ yang diperoleh dari metode maksimum *likelihood* (MLE), dengan *unrestricted maximization* dari $L\left(\theta|x\right)$. Dan anggap $\hat{\theta}_0$ merupakan estimator dari θ yang diperoleh dari metode MLE, dengan *restricted maximization* pada ruang parameter Θ_0 dimana

$\hat{\theta}_0 = \hat{\theta}_0(x)$ adalah nilai dari $\theta \in \Theta_0$ yang memaksimumkan $L\left(\theta|x\right)$. Sehingga formula LRT statistik seperti ditunjukkan pada persamaan (2.28).

$$\lambda(x) = \frac{L\left(\hat{\theta}_0|x\right)}{L\left(\hat{\theta}|x\right)} \tag{2.28}$$

2.4 Pengujian Hipotesis pada Regresi Nonparametrik Spline Truncated

Pengujian hipotesis terhadap parameter dilakukan untuk mengetahui apakah suatu variabel memberikan pengaruh yang signifikan dalam model regresi atau tidak. Kajian tentang pengujian hipotesis secara simultan pada regresi nonparametrik spline *truncated* telah dilakukan oleh (Pratiwi, 2015). Untuk mendapatkan statistik uji digunakan metode rasio kemungkinan maksimum/*Likelihood Ratio Test* (LRT). Misalkan diberikan model regresi sebagai berikut:

$$y_i = \sum_{j=1}^{h}\left(\beta_0 + \sum_{u=1}^{m}\beta_{uj}z_{ji}^{u} + \sum_{k=1}^{r}\beta_{(m+k)j}(z_{ji} - K_{kj})_+^m\right) + \varepsilon_i,\ i = 1,...,n,\ j = 1,\ldots,h. \tag{2.29}$$

untuk mengetahui apakah variabel-variabel $z_1, z_2, \ldots, z_h$ memberikan pengaruh yang signifikan terhadap model dapat dilakukan uji hipotesis. Hipotesis yang digunakan untuk menguji model (2.29) secara serentak adalah sebagai berikut:

$H_0 : \beta_0 = \beta_{1h} = \ldots = \beta_{(m+r)h} = 0$
$H_1 :$ paling sedikit terdapat satu $\beta_0 \neq 0$ atau $\beta_{1h} \neq 0$ atau $\beta_{(m+r)h} \neq 0$
dimana $h = 1, 2, 3, 4,\ m = 1, r = 1, 2, 3$

Selanjutnya diperoleh statistik uji F pada persamaan (2.30),

$$F_{hitung} = \frac{\dfrac{SSR}{1+(m+r)h}}{\dfrac{SSE}{n-(1+(m+r)h)}} = \frac{MSR}{MSE} \tag{2.30}$$

dimana h adalah banyaknya variabel prediktor dan n adalah banyaknya pengamatan. Daerah penolakannya adalah tolak H_0 apabila $F_{hit} \geq F_{(\alpha, 1+(m+r)h, n-(1+(m+r)h)}$ atau tolak H_0 apabila $p-value < \alpha$ yang mengindikasikan bahwa minimal ada satu parameter yang tidak sama dengan nol atau paling sedikit ada satu variabel prediktor yang berpengaruh signifikan terhadap variabel respon.

2.5 Kriteria Kebaikan Model

Nilai koefisien determinasi (R^2) merupakan salah satu kriteria kebaikan model. Nilai R^2 menunjukkan seberapa besar model yang dihasilkan mampu menjelaskan variabilitas data. Model yang baik adalah model yang memiliki nilai R^2 tinggi. Nilai R^2 diperoleh menggunakan persamaan (2.31).

$$R^2 = 1 - \frac{SSE}{SST} \quad , \tag{2.31}$$

Dimana SSE = $\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}(y_{ij}-\hat{y}_{ij})^2$ dan SST = $\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}(y_{ij}-\overline{y})^2$.

2.6 Pemeriksaan Asumsi Residual

2.6.1 Uji Identik

Pemeriksaan asumsi residual identik dapat dilakukan dengan menggunakan uji *Glejser*. Uji *Glejser* dilakukan dengan cara meregresikan nilai mutlak residual dengan variabel prediktornya.

$$|e_i| = \sum_{j=1}^{h} f_j(z_{ij}) + e_i,\ j = 1, 2, ..., h.$$

Hipotesis untuk uji *Glejser*, yaitu:

H_0 : Residual identik

H_1 : Residual tidak identik.

Statistik uji yang digunakan :

$$F_{hitung} = \frac{\left[\sum_{i=1}^{n}(|\hat{e}_i| - |\overline{e}_i|)^2\right] / db_{v1}}{\left[\sum_{j=1}^{n}(|e_i| - |\hat{e}_i|)^2\right] / db_{v2}} \quad . \tag{2.32}$$

Daerah penolakannya adalah tolak H_0 apabila $F_{hitung} > F_{\alpha(v1,v2)}$.

2.6.2 Uji independen

Uji ini dilakukan untuk mendeteksi apakah terjadi autokorelasi antara residual yang ada. Korelasi antar residual yaitu korelasi antara residual pada pengamatan ke-i dengan pengamatan ke-(i – 1) . Untuk melakukan pengujian independen ini dapat dilakukan dengan cara membuat plot fungsi autokorelasi (ACF) dari residual. Residual saling independen jika tidak ada nilai $r(e_i, e_{i-k})$ melampaui batas $0 \pm 2\sqrt{n}$.

2.6.3 Uji Normalitas

Tujuan uji normalitas terhadap residual adalah untuk mengetahui apakah dalam model regresi, residual mengikuti distribusi normal atau tidak. Salah satu cara yang dapat digunakan untuk melakukan pengujian ini adalah uji *Kolmogorov-Smirnov* yang juga dikenal dengan uji kesesuaian model (*Goodness of fit test*). Hipotesis yang digunakan adalah sebagai berikut:

H_0 : $F_0(x) = F(x)$ (Residual berdistribusi normal)

H_1 : $F_0(x) \neq F(x)$ (Residual tidak berdistribusi normal)

Statistik uji:

$$D = \sup \left| F_0(x) - S_N(x) \right| \ . \tag{2.33}$$

$F_0(x)$ adalah fungsi distribusi kumulatif teoritis, sedangkan $S_N(x) = k / n$ merupakan fungsi peluang kumulatif yang diamati dari satu sampel random dengan N observasi, k adalah banyaknya observasi yang sama atau kurang dari x. Kesimpulan untuk menolak H_0 jika $D > q_{(1-\alpha)}$ dimana q adalah nilai berdasarkan tabel *Kolomogorov-Smirnov*.

2.7 Teorema Dasar Terkait Dengan Aljabar Matriks

Beberapa teorema dasar terkait aljabar matriks yang digunakan untuk menyelesaikan estimasi parameter dan kajian pengujian hipotesis secara parsial berikut ini berdasarkan Rencher dan Scaalje (2007).

1. Definisi matriks idempoten

Matrik A dikatakan idempoten jika $\mathbf{A}^2 = \mathbf{A}$.

2. **Teorema 1**

   Jika **A** adalah $n \times p$ dan **B** adalah $p \times n$, maka tr(**AB**) = tr(**BA**).

3. **Teorema 2**

   Jika matrik **A** mempunyai *rank* r serta simetris dan *idempotent*, *rank*(**A**) = tr(**A**) = *r*.

4. **Teorema 3**

   Jika $u = \tilde{a}'\tilde{x} = \tilde{x}'\tilde{a},$ dimana $\tilde{a}' = (a_1, a_2, \ldots, a_p)$ adalah vektor konstan. Maka

   $$\frac{\partial u}{\partial \tilde{x}} = \frac{\partial(\tilde{a}'\tilde{x})}{\partial \tilde{x}} = \frac{\partial(\tilde{x}'\tilde{a})}{\partial \tilde{x}} = \tilde{a}.$$

5. **Teorema 4**

   Jika $u = \tilde{x}'\mathbf{A}\tilde{x},$ dimana **A** matrik simetris konstan, maka

   $$\frac{\partial u}{\partial \tilde{x}} = \frac{\partial(\tilde{x}'\mathbf{A}\tilde{x})}{\partial \tilde{x}} = 2\mathbf{A}\tilde{x}\,.$$

6. **Teorema 5**

   Jika **A** dan **B** adalah matrik dengan ukuran $n \times m$, maka $(\mathbf{A}+\mathbf{B})' = \mathbf{A}' + \mathbf{B}'.$

7. **Teorema 6**

   Jika **A** adalah matrik berukuran $n \times p$ dan **B** adalah matrik berukuran $p \times n$ maka $(\mathbf{AB})' = \mathbf{B}'\mathbf{A}'.$

8. **Teorema 7**

   Jika $\tilde{y} \sim N(\tilde{\mu}, \sigma^2\mathbf{I})$ dan **A** matrik simetris dengan *rank* r, maka distribusi dari $\tilde{y}'\mathbf{A}\tilde{y}/\sigma^2$ adalah $\chi^2(r, \tilde{\mu}'\mathbf{A}\tilde{\mu}/\sigma^2),$ jika dan hanya jika **A** adalah *idempotent*.

9. **Teorema 8**

   Jika $\tilde{y} \sim N(\tilde{\mu}, \sigma^2\mathbf{I})$, maka $\tilde{y}'\mathbf{A}\tilde{y}$ dan $\tilde{y}'\mathbf{B}\tilde{y}$ adalah *idempotent* jika dan hanya jika **AB** = 0 (atau ekuivalen, **BA** = 0).

10. **Distribusi *t-student***

    Jika *Z* adalah variabel random yang berdistribusi normal standar N(0,1) dan *U* adalah variabel random yang mengikuti distribusi *chi-square* dengan derajat bebas *p* yaitu $\chi^2(p)$, dengan Z dan U saling independen, maka statistik:

    $$T = \frac{Z}{\sqrt{U/p}} \sim t_{(p)}$$

2.8 Faktor-faktor yang diduga Mempengaruhi Kematian Ibu di Provinsi NTT

Kematian ibu adalah kematian seorang wanita pada saat hamil atau dalam kurun waktu 42 hari sejak terminasi kehamilan, terlepas dari lamanya kehamilan atau tempat persalinan, kematian yang disebabkan karena kehamilannya atau pengelolaannya, tetapi bukan karena sebab-sebab lain seperti kecelakaan, terjatuh, dan lain lain (WHO, 2010). Ada dua indikator untuk mengukur kematian ibu, yaitu *Maternal Mortality Rate* (MMRate) dan *Maternal Mortality Ratio* (MMR). Indikator AKI yang selama ini digunakan untuk mengukur kematian ibu adalah MMR. Persamaan yang digunakan untuk menghitung MMR adalah sebagai berikut:

$$MMR = \frac{PRD}{ALH} x100.000$$

keterangan:

MMR : *Maternal Mortality Ratio* (MMR)/AKI

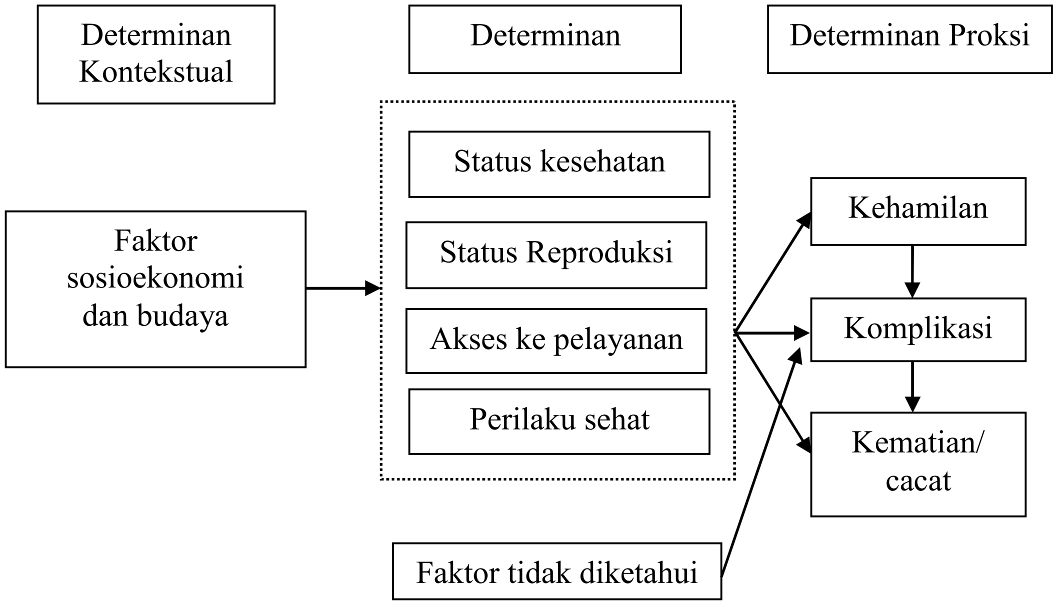
PRD : *Pregnancy Related Deaths*

ALH : Anak Lahir Hidup.

Kerangka konsep kematian ibu yang masih digunakan sampai sekarang dalam menentukan determinan kematian ibu adalah model yang dipresentasikan oleh McCarthy and Maine (1992). Model tersebut merepresentasikan bahwa peran determinan kematian ibu sebagai keadaan yang melatarbelakangi dan menjadi penyebab langsung serta tidak tidak langsung dari kematian ibu. Kerangka analisis ini dibuat melalui pendekatan-pendekatan seperti keadaan penduduk, fertilitas, dan kelangsungan hidup anak. Kerangka ini dapat digunakan di negara-negara berkembang dengan pendekatan-pendekatan tersebut.

Determinan kematian ibu menurut McCarthy dan Maine (1992) dapat dikelompokkan menjadi determinan kontekstual (*distant determinant*), determinan antara (*intermediate determinant*), dan determinan proksi/dekat (*outcome*). Status ibu, status keluarga, dan status masyarakat (determinan kontekstual) sebelum mempengaruhi kejadian kehamilan, komplikasi, dan kematian ibu (determinan proksi telebih dahulu mempengaruhi status kesehatan, status reproduksi, akses ke pelayanan kesehatan, dan perilaku kesehatan (determinan antara).

Kerangka konseptual determinan kematian ibu menurut McCarthy dan Maine (1992) dapat dilihat pada Gambar 2.1.



Gambar 2.1 Kerangka Konseptual Menurut McCarthy dan Maine.

Penjelasan dari kerangka konseptual pada Gambar 2.1 sebagai berikut:

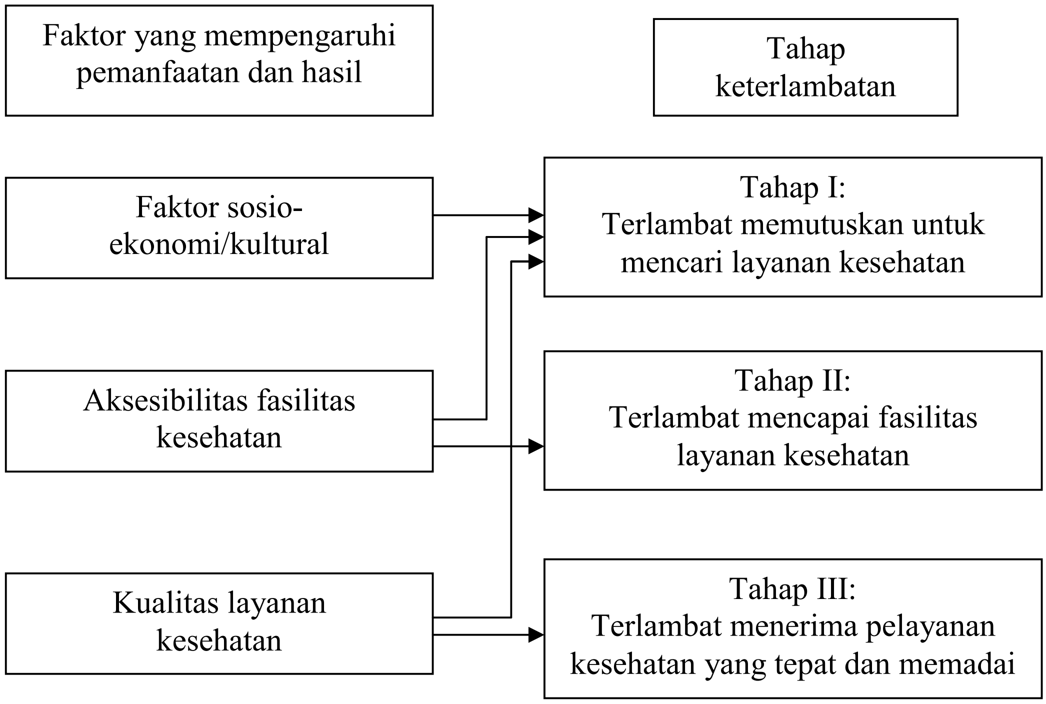
1. Determinan kontekstual yang meliputi determinan sosial, ekonomi, dan budaya yang meliputi :
   a. Status perempuan dalam keluarga dan masyarakat termasuk di dalamnya antara lain tingkat pendidikan (wanita yang berpendidikan lebih tingggi cenderung memperhatikan kesehatan diri dan keluarganya)
   b. Status keluarga dalam masyarakat meliputi keadaan ekonomi keluarga, tingkat pendidikan, dan status pekerjaan anggota keluarga, juga dapat berpengaruh terhadap resiko kematian ibu.
2. Determinan antara dipengaruhi oleh determinan kontekstual meliputi:
   a. Status kesehatan antara lain status gizi, penyakit infeksi, anemia, penyakit menahun seperti TBC, penyakit jantung, ginjal dan riwayat komplikasi. Status kesehatan ibu sebelum maupun pada saat kehamilan berpengaruh besar terhadap kemampuan ibu dalam menghadapi komplikasi.
   b. Status reproduksi antara lain usia ibu hamil, jumlah kelahiran (semakin banyak jumlah kelahiran yang dialami oleh seorang ibu semakin tinggi resikonya untuk

mengalami komplikasi. Status perkawinan (perempuan yang tidak menikah cenderung kurang memperhatikan kesehatan diri dan janin yang dikandungnya selama kehamilan dengan tidak melakukan pemeriksaan kehamilan yang menyebabkan tidak terdeteksinya kelainan yang dapat mengakibatkan terjadinya komplikasi.

c. Akses terhadap pelayanan kesehatan yang meliputi keterjangkauan lokasi tempat pelayanan, jenis dan kualitas pelayanan yang tersedia, dan keterjangkauan informasi.
d. Perilaku sehat meliputi penggunaan alat kontrasepsi, pemeriksaan kehamilan, penolong persalinan.
e. Faktor-faktor lain yang tidak diketahui atau tidak terduga adalah suatu keadaan disamping hal-hal di atas, terdapat keadaan yang mungkin terjadi secara tiba-tiba dan tidak terduga yang dapat menyebabkan terjadinya komplikasi selama hamil atau melahirkan.

3. Determinan proksi dipengaruhi oleh determinan antara, yang meliputi :
   a. Kejadian kehamilan dimana perempuan yang hamil memiliki resiko untuk mengalami komplikasi, sedangkan perempuan yang tidak hamil tidak memiliki resiko tersebut.
   b. Komplikasi kehamilan dan persalinan, merupakan penyebab langsung kematian ibu, yaitu pendarahan, infeksi, eklampsia, partus macet, dan ruptura uterus. Intervensi yang dilakukan untuk mengatasi komplikasi obstetri ini merupakan intervensi jangka pendek yang hasilnya dapat segera terlihat dalam bentuk penurunan AKI.

Selain kerangka konsep di atas, dikenal juga konsep penyebab kematian ibu berdasarkan Tiga Terlambat (*Three Delays*) seperti digambarkan pada Gambar 2.2. Berdasarkan kerangka tersebut, tahap pertama keterlambatan adalah terlambat memutuskan untuk pencarian layanan kesehatan. Tahap pertama ini berhubungan dengan masalah kultural seperti status perempuan sebagai penentu kebijakan dan pengambil keputusan, juga dipengaruhi oleh aksesibilitas terhadap layanan kesehatan dan kualitas layanan yang diberikan. Tahap kedua adalah terlambat mencapai fasilitas layanan kesehatan yang dipengaruhi oleh aksesibilitas fasilitas kesehatan. Tahap ketiga adalah terlambat menerima pelayanan kesehatan yang tepat dan memadai, hal ini berkaitan dengan kualitas layanan kesehatan (Thaddeus dan Maine, 1994).



Gambar 2.2 Kerangka Konseptual Kematian Ibu Menurut Thaddeus dan Maine (1994)

Berdasarkan kerangka tersebut, tahap pertama keterlambatan adalah terlambat memutuskan untuk pencarian layanan kesehatan. Tahap pertama ini berhubungan dengan masalah kultural seperti status perempuan sebagai penentu kebijakan dan pengambil keputusan, juga dipengaruhi oleh aksesibilitas terhadap layanan kesehatan dan kualitas layanan yang diberikan. Tahap kedua adalah terlambat mencapai fasilitas layanan kesehatan yang dipengaruhi oleh aksesibilitas fasilitas kesehatan. Tahap ketiga adalah terlambat menerima pelayanan kesehatan yang tepat dan memadai, hal ini berkaitan dengan kualitas layanan kesehatan (Thaddeus dan Maine, 1994).

Kajian tentang kematian ibu juga dilakukan oleh Kemenkes (2012), dimana penyebab kematian ibu dibedakan menjadi penyebab langsung dan tidak langsung. Berdasarkan data SP 2010 diperoleh informasi bahwa 77,2 persen penyebab kematian ibu di Indonesia adalah penyebab langsung, yaitu berupa komplikasi kandungan selama fase kehamilan, persalinan dan nifas. Penyebab langsung ini berkaitan dengan status kesehatan ibu sebelum dan selama menjalani kehamilan. Untuk penyebab tidak langsung, variabel yang digunakan untuk melihat karakteristik ibu meninggal adalah usia, status kawin, jumlah anak (paritas), tingkat pendidikan, wilayah tempat tinggal (perkotaan/pedesaan), dan tempat meninggal (fasilitas kesehatan/ bukan di fasilitas kesehatan).

Berdasarkan penjelasan teori di atas, pada penelitian ini faktor-faktor yang diduga mempengaruhi kematian ibu di Provinsi NTT adalah sebagai berikut:

a. Ibu hamil mendapatkan tablet Fe3.

Upaya pencegahan dan penanggulangan anemia pada ibu hamil dilaksanakan melalui pemberian tablet penambah darah (zat besi/tablet Fe3). Pemberian zat besi diprioritaskan pada ibu hamil, karena prevalensi Anemia pada kelompok ini cukup tinggi. Disamping itu, kelompok ibu hamil merupakan kelompok rawan yang berkontribusi terhadap tingginya AKI.

Zat besi (Fe3) merupakan mineral yang dibutuhkan tubuh untuk membentuk sel darah merah (hemoglobin). Selain digunakan untuk pembentukan sel darah merah, zat besi juga berperan sebagai salah satu komponen dalam membentuk mioglobin (protein yang membawa oksigen ke otot), kolagen (protein yang terdapat pada tulang, tulang rawan, dan jaringan penyambung), serta enzim. Selain itu zat besi juga membantu dalam mempercepat proses penyembuhan luka khususnya luka yang timbul dalam proses persalinan. Kekurangan zat besi pada ibu hamil dapat meningkatkan resiko kematian ibu, kejadian bayi dengan berat badan lahir rendah (BBLR), infeksis terhadap janin dan ibu, keguguran, dan kelahiran prematur (Kemenkes, 2015).

Penelitian sebelumnya yang menggunakan variabel ini adalah Arfan (2014), Pratiwi (2015), Qomariyah (2015), dan Kurniawan (2015).

b. Umur perkawinan pertama dibawah 16 tahun

Menurut Undang-Undang Perkawinan No.1 Tahun 1974, menjelaskan bahwa perkawinan diperbolehkan apabila wanita sudah mencapai usia 16 tahun. Usia perkawinan pertama bagi seorang wanita berpengaruh terhadap risiko kehamilan dan kelahiran anaknya. Ibu hamil yang berusia terlalu muda memiliki resiko terjadi komplikasi pada kehamilannya yang dapat meningkatkan AKI. Hal ini dapat terjadi karena belum matangnya rahim wanita muda untuk proses berkembangnya janin dan melahirkan. Variabel ini juga digunakan dalam penelitian Kurniawan (2015) dan Pratiwi (2015).

c. Penolong persalinan oleh tenaga kesehatan

Menurut McCarthy dan Maine (1992) salah satu determinan kontekstual adalah perilaku sehat yaitu penolong persalinan. Persalinan yang ditolong tenaga kesehatan terbukti berkontribusi terhadap turunnya risiko kematian ibu. Penelitian sebelumnya yang menggunakan variabel ini adalah Kemenkes (2012), Novita 2012), dan Qomariyah (2015).

d. Pendidikan ibu

Tingkat pendidikan ibu dapat mempengaruhi kondisi kesehatan selama masa kehamilan dan kelangsungan hidup anak karena mempengaruhi pilihannya dan kemampuannya dalam pemeliharaan kesehatan terkait dengan kontrasepsi, gizi, kebersihan, pencegahan penyakit dan perawatan anak sakit (Moesley dan Chen, 1984). Semakin tinggi pendidikan ibu, semakin baik kemampuannya dalam pemeliharaan kesehatan sehingga dapat menurunkan resiko kematian ibu. Penelitian sebelumnya yang menggunakan variabel ini adalah Arfan (2014) dan Kurniawan (2015).

“*Halaman ini sengaja dikosongkan*”

BAB 3
METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang berasal dari Data Profil Kesehatan Provinsi NTT Tahun 2015, dan Data Survei Sosial dan Ekonomi Nasional (SUSENAS) tahun 2015. Pada penelitian ini yang dijadikan unit observasi adalah 22 kabupaten/kota yang terdapat di Provinsi NTT.

3.2 Variabel Penelitian

Variabel yang digunakan dalam penelitian ini terdiri dari satu variabel respon (y) dan empat variabel prediktor (z), dapat dilihat pada Tabel 3.1.

Tabel 3.1 Variabel Penelitian

Variabel	Keterangan	Skala Pengukuran
y	Angka Kematian Ibu (AKI)	Ratio
z_1	Persentase ibu hamil mendapatkan zat besi (Tablet Fe3)	Ratio
z_2	Persentase wanita kawin dengan usia perkawinan pertama kurang dari 16 tahun	Ratio
z_3	Persentase persalinan ditolong oleh tenaga kesehatan	Ratio
z_4	Persentase Perempuan dengan pendidikan tertinggi yang ditamatkan SD	Ratio

Definisi operasional dari variabel penelitian sebagai berikut:

1. AKI adalah jumlah kematian perempuan selama masa kehamilan, bersalin atau dalam kurun waktu 42 hari setelah berakhirnya kehamilan yang disebabkan karena kehamilannya atau pengelolaannya, tetapi bukan karena sebab-sebab lain seperti kecelakaan, terjatuh, dll per 100.000 kelahiran hidup di setiap kabupaten/kota.
2. Persentase ibu hamil mendapatkan tablet Fe3 adalah jumlah ibu hamil mendapatkan tablet Fe3 selama masa kehamilannya pada wilayah dan kurun waktu tertentu dibagi dengan jumlah ibu hamil pada wilayah dan kurun waktu yang sama dikalikan 100 persen.

3. Persentase wanita kawin dengan usia perkawinan pertama kurang dari 16 tahun adalah jumlah wanita kawin dengan usia perkawinan pertama kurang dari 16 tahun pada wilayah dan kurun waktu tertentu dibagi dengan jumlah wanita kawin pada wilayah dan kurun waktu tertentu dikali 100 persen.
4. Persentase persalinan ditolong oleh tenaga kesehatan adalah jumlah persalinan yang ditolong oleh tenaga kesehatan yang memiliki kompetensi kebidanan (dokter kandungan, bidan, dokter umum) dibagi dengan jumlah persalinan di suatu wilayah dalam kurun waktu tertentu dikali 100 persen.
5. Persentase perempuan dengan pendidikan tertinggi SD adalah jumlah perempuan usia 15 tahun ke atas dengan pendidikan kurang dari atau sama dengan SD/sederajat pada wilayah dan kurun waktu tertentu dibagi dengan jumlah perempuan usia 15 tahun ke atas pada wilayah dan kurun waktu tertentu dikalikan 100 persen.

Struktur data dalam penelitian ini ditunjukkan pada tabel 3.2.

Tabel 3.2 Struktur Data Penelitian

Kabupaten/Kota	y	z_1	z_2	z_3	z_4
1	y_1	$z_{1,1}$	$z_{2,1}$	$z_{3,1}$	$z_{4,1}$
2	y_2	$z_{1,2}$	$z_{2,2}$	$z_{3,2}$	$z_{4,2}$
3	y_3	$z_{1,3}$	$z_{2,3}$	$z_{3,3}$	$z_{4,3}$
...	...	...	...	...	...
22	y_{22}	$z_{1,22}$	$z_{2,22}$	$z_{3,22}$	$z_{4,22}$

3.3 Tahapan Penelitian

Langkah-langkah yang dilakukan untuk menjawab tujuan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mengkaji pengujian hipotesis parsial untuk parameter model regresi nonparametrik spline *truncated* multivariabel dengan langkah-langkah::
   a. Diberikan data berpasangan $\left(z_{1i}, z_{2i}, \ldots, z_{hi}, y_i\right), i = 1, 2, \ldots, n$ dan h menunjukkan banyaknya variabel prediktor, diasumsikan mengikuti model regresi nonparametrik:

$$y_i = f(z_{1i}, z_{2i}, ..., z_{hi}) + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, ..., n$$

dengan ε_i berdistribusi normal independen dengan mean nol dan varian σ^2.

b. Asumsikan model regresi pada poin (a) bersifat aditif:

$$y_i = \sum_{j=1}^{h} f_j\left(z_{ji}\right) + \varepsilon_i \ , \quad i = 1, 2, \ldots, n \ .$$

c. Kurva regresi $f_j(z_{ji})$ dihampiri dengan fungsi spline *truncated* derajat *m* dan titik-titik knot $K_{11}, K_{21}, ..., K_{rh}$ berdasarkan persamaan:

$$f_j(z_{ji}) = \sum_{u=0}^{m} \beta_{uj} z_{ji}^{u} + \sum_{k=1}^{r} \beta_{(m+k)j}(z_{ji} - K_{kj})_{+}^{m}, \ j = 1, 2, ..., h.$$

d. Membuat model spline *truncated* dalam regresi nonparametrik multivariabel:

$$\begin{aligned} y_i &= \sum_{j=1}^{h}\left(\sum_{u=0}^{m} \beta_{uj} z_{ji}^{u} + \sum_{k=1}^{r} \beta_{(m+k)j}(z_{ji} - K_{kj})_{+}^{m}\right) + \varepsilon_i \\ &= \beta_0 + \sum_{j=1}^{h}\left(\sum_{u=1}^{m} \beta_{uj} z_{ji}^{u} + \sum_{k=1}^{r} \beta_{(m+k)j}(z_{ji} - K_{kj})_{+}^{m}\right) + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, ..., n \end{aligned}$$

e. Merumuskan hipotesis

$$\begin{aligned} &H_0 : \beta_{jk} = 0 \quad vs \quad H_1 : \beta_{jk} \neq 0, \\ &j = 0, 1, 2, \ldots, h \\ &k = 1, 2, ..., m + r \end{aligned}$$

f. Menentukan ruang parameter di bawah $H(\Omega)$

$$\Omega = \left\{\left(\beta_0, \beta_{11}, \beta_{12}, ...\beta_{(m+r)h}, \sigma^2\right)\right\} \ .$$

g. Mencari fungsi *likelihood* di bawah $H(\Omega)$.

h. Memaksimumkan fungsi *likelihood* di bawah $\Omega\left(L\left(\hat{\Omega}\right)\right)$.

i. Menentukan ruang parameter di bawah $H_0\left(\omega\right)$

$$\omega = \left\{\sigma^2\right\}.$$

j. Mencari fungsi *likelihood* di bawah ruang $H_0 : L(\omega)$

k. Memaksimumkan fungsi *likelihood* di bawah $\omega\left(L\left(\hat{\omega}\right)\right)$.

l. Membuat rasio *likelihood.*

$$\lambda\left(z_{1i},...,z_{hi},y_i\right)=\frac{L\left(\hat{\omega}\right)}{L\left(\hat{\Omega}\right)} \quad ,0\leq\lambda\leq 1.$$

m. Mendapatkan statistik uji dan distribusi statistik uji berdasarkan langkah (m).

n. Menentukan daerah penolakan hipotesis H_0 , melalui

$\lambda(z_{1i},....,z_{hi},y_i)$ < k , untuk suatu konstanta k.

2. Memodelkan AKI di Provinsi NTT dan selanjutnya melakukan pengujian hipotesis terhadap parameter-parameter model, dengan langkah-langkah:
   a. Membuat analisis deskriptif dari data
   b. Membuat plot variabel respon dengan masing-masing variabel prediktor.
   c. Modelkan variabel respon dan variabel prediktor dengan menggunakan estimator regresi nonparametrik spline truncated satu, dua, tiga, dan kombinasi titik knot.
   d. Memilih titik knot optimal berdasarkan metode GCV.
   e. Lakukan pengujian signifikansi parameter secara simultan.
   f. Lakukan pengujian signifikansi parameter secara parsial.
   g. Lakukan pengujian terhadap asumsi independen, identik dan distribusi normal unutk residual.
   h. Mengambil kesimpulan dari model terbaik AKI di Provinsi NTT.

BAB 4
HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini dilakukan kajian mengenai pengujian hipotesis secara parsial pada regresi nonparametrik spline *truncated*. Kemudian sesuai dengan tujuan penelitian ini, hasilnya akan diterapkan pada data AKI Provinsi NTT.

4.1 Model Regresi Nonparametrik Spline *Truncated*

Diberikan data berpasangan $\left(z_{1i}, z_{2i}, \dots, z_{hi}, y_i\right), i = 1, 2, \dots, n$, dan hubungan data berpasangan tersebut mengikuti model regresi nonparametrik spline *truncated* sebagai berikut:

$$y_i = f(z_{1i}, z_{2i}, ..., z_{hi}) + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, ..., n \tag{4.1}$$

dengan ε_i berdistribusi normal independen dengan *mean* nol dan varians σ^2. Model pada persamaan (4.1) diasumsikan bersifat aditif sehingga didapatkan

$$\begin{aligned} y_i &= f_1\left(z_{1i}\right) + f_2\left(z_{2i}\right) + \cdots + f_h\left(z_{hi}\right) + \varepsilon_i \\ &= \sum_{j=1}^{h} f_{ji}\left(z_{ji}\right) + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, ..., n. \end{aligned} \tag{4.2}$$

Kurva regresi $f_j(z_{ji})$ dihampiri dengan fungsi spline derajat *m* dengan titik knot $K_{11}, K_{21}, ..., K_{rh}$ sebagai berikut:

$$\begin{aligned} f_j(z_{ji}) &= \sum_{u=0}^{m} \beta_{uj} z_{ji}^u + \sum_{k=1}^{r} \beta_{(m+k)j}(z_{ji} - K_{kj})_+^m \\ &= \beta_0 + \sum_{u=1}^{m} \beta_{uj} z_{ji}^u + \sum_{k=1}^{r} \beta_{(m+k)j}(z_{ji} - K_{kj})_+^m, \, j = 1, 2, ..., h. \end{aligned} \tag{4.3}$$

Berdasarkan persamaan (4.2) dan (4.3) maka didapatkan model regresi nonparametrik spline *truncated* multivariabel sebagai berikut:

$$\begin{aligned} y_i &= \sum_{j=1}^{h} \left(\beta_0 + \sum_{u=1}^{m} \beta_{uj} z_{ji}^u + \sum_{k=1}^{r} \beta_{(m+k)j}(z_{ji} - K_{kj})_+^m \right) + \varepsilon_i \\ &= \beta_0 + \sum_{j=1}^{h} \left(\sum_{u=1}^{m} \beta_{uj} z_{ji}^u + \sum_{k=1}^{r} \beta_{(m+k)j}(z_{ji} - K_{kj})_+^m \right) + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, ..., n. \end{aligned} \tag{4.4}$$

dengan $\varepsilon_i \sim N\left(0, \sigma^2\right)$.

4.1.1 Rumusan Pengujian Hipotesis

Persamaan (4.4) dapat disajikan dalam bentuk matrik $\tilde{y} = \mathbf{Z}(\mathbf{K})\tilde{\beta} + \tilde{\varepsilon}$, dimana:

$$\tilde{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}_{n\times 1} \quad ; \quad \tilde{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}_{n\times 1} \quad ;$$

$$\tilde{\beta}' = \left[\beta_0, \beta_{11}, \dots \beta_{m1} : \beta_{(m+1)1}, \dots, \beta_{(m+r)1} : \beta_{1h}, \dots, \beta_{mh} : \beta_{(m+1)h}, \dots, \beta_{(m+r)h}\right]_{1\times(1+(m+r)h)}$$

$$\mathbf{Z}(\mathbf{K}) = \begin{bmatrix} 1 & z_{11} & \dots & z_{11}^m & (z_{11}-K_{11})_+^m & \dots & (z_{11}-K_{r1})_+^m & \dots & z_{h1} & \dots & z_{h1}^m & (z_{h1}-K_{1h})_+^m & \dots & (z_{h1}-K_{rh})_+^m \\ 1 & z_{12} & \dots & z_{12}^m & (z_{12}-K_{11})_+^m & \dots & (z_{12}-K_{r1})_+^m & \dots & z_{h2} & \dots & z_{h2}^m & (z_{h2}-K_{1h})_+^m & \dots & (z_{h2}-K_{rh})_+^m \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots \ \vdots \\ 1 & z_{1n} & \cdots & z_{1n}^m & (z_{1n}-K_{11})_+^m & \cdots & (z_{1n}-K_{r1})_+^m & \cdots & z_{hn} & \cdots & z_{hn}^m & (z_{hn}-K_{1h})_+^m & \cdots & (z_{hn}-K_{rh})_+^m \end{bmatrix}$$

Respon $\tilde{y}$ vektor berukuran $n\times 1$, matrik $\mathbf{Z}(\mathbf{K})$ adalah matrik yang memuat prediktor berukuran $n\times(1+(m+r)h)$ yang bergantung pada titik knot $\mathbf{K} = (k_1, k_2, \dots k_r)'$. $\tilde{\beta}$ merupakan vektor parameter dengan ukuran $1\times(1+(m+r)h)$ dan $\tilde{\varepsilon}$ adalah vektor *error*. Karena *error* $\underset{\sim}{\varepsilon} \sim N\left(0, \sigma^2\mathbf{I}\right)$, maka:

i. $\tilde{y} \sim N\left(\mathbf{Z}(\mathbf{K})\tilde{\beta}, \sigma^2\mathbf{I}\right)$, telah diuraikan pada persamaan (2.13) dan (2.14).

ii. $\hat{\tilde{\beta}} \sim N\left(\tilde{\beta}, \sigma^2\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\right)$, telah diuraikan pada persamaan (2.20) dan (2.21).

iii. $\tilde{c}_j'\hat{\tilde{\beta}} \sim N\left(\tilde{c}_j'\tilde{\beta}, \sigma^2\tilde{c}_j'\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\tilde{c}_j\right)$, diuraikan pada persamaan berikut:

$$\hat{\tilde{\beta}} = \left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\tilde{y}$$

$$\begin{aligned} E\left(\tilde{c}_j'\hat{\tilde{\beta}}\right) &= E\left(\tilde{c}_j'\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\tilde{y}\right) \\ &= \tilde{c}_j'\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\mathbf{Z}'(\mathbf{K})E(\tilde{y}) \\ &= \tilde{c}_j'\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\tilde{\beta} \\ &= \tilde{c}_j'\tilde{\beta} \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
Var\left(\tilde{c}_j'\hat{\tilde{\beta}}\right) &= Var\left(\tilde{c}_j'\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\tilde{y}\right) \\
&= \tilde{c}_j'\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\mathbf{Z}'(\mathbf{K})Var(\tilde{y})\left(\tilde{c}_j'\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\right)' \\
&= \tilde{c}_j'\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\sigma^2\mathbf{I}\mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\tilde{c}_j \\
&= \sigma^2\tilde{c}_j'\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\tilde{c}_j \\
&= \sigma^2\tilde{c}_j'\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\tilde{c}_j
\end{aligned}
$$

dengan $\tilde{c}_j'$ adalah suatu vektor yang memiliki elemen bernilai nol kecuali pada elemen ke-*j* bernilai 1. Karena $\tilde{c}_j'\hat{\tilde{\beta}}$ adalah fungsi linier dalam y, maka :

$$
\tilde{c}_j'\hat{\tilde{\beta}} \sim N\left(\tilde{c}_j'\tilde{\beta}, \sigma^2\tilde{c}_j'\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\tilde{c}_j\right) \tag{4.5}
$$

Perumusan hipotesis yang digunakan untuk menguji signifikansi parameter model regresi nonparametrik spline *truncated* multivariabel secara parsial adalah sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
H_0 &: \tilde{c}_j'\tilde{\beta} = \tilde{\eta} \\
H_1 &: \tilde{c}_j'\tilde{\beta} \neq \tilde{\eta}
\end{aligned} \tag{4.6}
$$

dimana $\tilde{\eta} = \tilde{0}$, $\tilde{c}_j'$ adalah suatu vektor yang memiliki elemen bernilai nol kecuali pada elemen ke-*j* bernilai 1. Vektor $\tilde{c}_j' = (0\ 0\ ...\ 1\ ...0)$ berukuran $1 \times (1 + (m + r)h)$,

$\tilde{\beta}' = \left[\beta_0, \beta_{11}, \ldots \beta_{m1} : \beta_{(m+1)1}, \beta_{(m+2)1}, \cdots, \beta_{(m+r)1} : \beta_{1h}, \beta_{2h}, \cdots, \beta_{mh} : \beta_{(m+1)h}, \beta_{(m+2)h}, \cdots, \beta_{(m+r)h}\right]$

berukutan $1 \times (1 + (m + r)h)$.

4.1.2 Penentuan Statistik Uji untuk Pengujian Hipotesis Parsial

Penentuan statistik uji dari hipotesis pada persamaan (4.6) akan diselesaikan dengan menggunakan metode *Likelihood Ratio Test* (LRT). Metode LRT merasiokan fungsi *likelihood* yang memiliki nilai maksimum dibawah ruang parameter ω terhadap nilai maksimum di bawah ruang parameter Ω. Langkah-langkah untuk menentukan statistik uji hipotesis secara parsial adalah sebagai berikut:

A. Menentukan ruang parameter di bawah $H(\Omega)$.

$$\Omega=\Big\{\tilde{\beta}=\Big(\beta_0,\beta_{11},\ldots\beta_{m1},\beta_{(m+1)1},\ldots,\beta_{(m+r)1},\beta_{1h},\ldots,\beta_{mh},$$
$$\beta_{(m+1)h},\ldots,\beta_{(m+r)h}\Big),\sigma^2_\Omega\Big\} \qquad (4.7)$$

B. Menentukan ruang parameter di bawah $H_0\left(\omega\right)$.

$$\omega=\Big\{\tilde{\beta}=\Big(\beta_0,\beta_{11},\ldots\beta_{m1},\beta_{(m+1)1},\ldots,\beta_{(m+r)1},\beta_{1h},\ldots,\beta_{mh},$$
$$\beta_{(m+1)h},\ldots,\beta_{(m+r)h}\Big),\sigma^2_\omega\Big|\tilde{c}'_j\tilde{\beta}=0\Big\} \qquad (4.8)$$

C. Menentukan fungsi *likelihood* di bawah $H\left(\Omega\right)$.

Model regresi nonparametrik spline *truncated* multivariabel mengikuti persamaan (4.4), $\tilde{\varepsilon}\sim N\left(\tilde{0},\sigma^2\mathbf{I}\right)$, dan $\tilde{y}\sim N\left(\mathbf{Z}\left(\mathbf{K}\right)\tilde{\beta}_\Omega,\sigma^2_\Omega\mathbf{I}\right)$, sehingga diperoleh fungsi *likelihood* di bawah ruang $H\left(\Omega\right)$ adalah sebagai berikut:

$$L\left(\tilde{\beta}_\Omega,\sigma^2_\Omega\right)=\prod_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2_\Omega}}\exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2_\Omega}\left(y_i-\beta_0+\right.\right.\right.$$
$$\left.\left.\left.-\sum_{j=1}^{h}\left(\sum_{u=1}^{m}\beta_{uj}z_{ji}^u+\sum_{k=1}^{r}\beta_{(m+k)j}\left(z_{ji}-K_{kj}\right)_+^m\right)\right)^2\right)\right)$$
$$=\left(2\pi\sigma^2_\Omega\right)^{-\frac{n}{2}}\exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2_\Omega}\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}\left(\mathbf{K}\right)\tilde{\beta}_\Omega\right)'\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}\left(\mathbf{K}\right)\tilde{\beta}_\Omega\right)\right)$$
$$=\left(2\pi\sigma^2_\Omega\right)^{-\frac{n}{2}}\exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2_\Omega}\left(\tilde{y}'\tilde{y}-2\tilde{\beta}'_\Omega\mathbf{Z}'\left(\mathbf{K}\right)\tilde{y}+\right.\right.$$
$$\left.\left.\tilde{\beta}'_\Omega\mathbf{Z}'\left(\mathbf{K}\right)\mathbf{Z}\left(\mathbf{K}\right)\tilde{\beta}_\Omega\right)\right) \qquad (4.9)$$

Transformasi logaritma untuk $L\left(\tilde{\beta}_\Omega,\sigma^2_\Omega\right)$ adalah sebagai berikut:

$$\ell\left(\tilde{\beta}_\Omega,\sigma^2_\Omega\right)=\log L\left(\tilde{\beta}_\Omega,\sigma^2_\Omega\right)$$
$$=\log\left(\left(2\pi\sigma^2_\Omega\right)^{-\frac{n}{2}}\exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2_\Omega}\left(\tilde{y}'\tilde{y}-2\tilde{\beta}'_\Omega\mathbf{Z}'\left(\mathbf{K}\right)\tilde{y}+\right.\right.\right.$$
$$\left.\left.\left.\tilde{\beta}'_\Omega\mathbf{Z}'\left(\mathbf{K}\right)\mathbf{Z}\left(\mathbf{K}\right)\tilde{\beta}_\Omega\right)\right)\right)$$
$$=-\frac{n}{2}\log\left(2\pi\sigma^2_\Omega\right)-\frac{1}{2\sigma^2_\Omega}\left(\tilde{y}'\tilde{y}-2\tilde{\beta}'_\Omega\mathbf{Z}\left(\mathbf{K}\right)'\tilde{y}+\tilde{\beta}'_\Omega\mathbf{Z}'\left(\mathbf{K}\right)\mathbf{Z}\left(\mathbf{K}\right)\tilde{\beta}_\Omega\right) \qquad (4.10)$$

D. Menentukan fungsi *likelihood* di bawah $H(\omega)$.

Model regresi nonparametrik spline *truncated* multivariabel mengikuti persamaan (4.4), $\tilde{\varepsilon} \sim N\left(\tilde{0},\sigma^2\mathbf{I}\right)$, dan $\tilde{y} \sim N(\mathbf{Z}(\mathbf{K})\tilde{\beta}_\omega,\sigma_\omega^2\mathbf{I})$, dengan memperhatikan parameter yang terdapat di bawah $H(\omega)$, diperoleh fungsi *likelihood* sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
L\left(\tilde{\beta}_\omega,\sigma_\omega^2\right) &= \prod_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_\omega^2}}\exp\left(-\frac{1}{2\sigma_\omega^2}\left(y_i-\beta_0+\right.\right.\right.\\
&\qquad \left.\left.\left.-\sum_{j=1}^{h}\left(\sum_{u=1}^{m}\beta_{uj}z_{ji}^{u}+\sum_{k=1}^{r}\beta_{(m+k)j}(z_{ji}-K_{kj})_+^m\right)\right)^2\right)\right)\\
&= \left(2\pi\sigma_\omega^2\right)^{-\frac{n}{2}}\exp\left(-\frac{1}{2\sigma_\omega^2}\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}(\mathbf{K})\tilde{\beta}_\omega\right)'\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}(\mathbf{K})\tilde{\beta}_\omega\right)\right)\\
&= \left(2\pi\sigma_\omega^2\right)^{-\frac{n}{2}}\exp\left(-\frac{1}{2\sigma_\omega^2}\left(\tilde{y}'\tilde{y}-2\tilde{\beta}_\omega'\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\tilde{y}+\right.\right.\\
&\qquad \left.\left.\tilde{\beta}_\omega'\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\tilde{\beta}_\omega\right)\right)
\end{aligned}
\tag{4.11}
$$

Transformasi logaritma untuk $L\left(\tilde{\beta}_\omega,\sigma_\omega^2\right)$ adalah sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
\ell\left(\tilde{\beta}_\omega,\sigma_\omega^2\right) &= \log L\left(\tilde{\beta}_\omega,\sigma_\omega^2\right)\\
&= \log\left(\left(2\pi\sigma_\omega^2\right)^{-\frac{n}{2}}\exp\left(-\frac{1}{2\sigma_\omega^2}\left(\tilde{y}'\tilde{y}-2\tilde{\beta}_\omega'\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\tilde{y}+\right.\right.\right.\\
&\qquad \left.\left.\left.\tilde{\beta}_\omega'\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\tilde{\beta}_\omega\right)\right)\right)\\
&= -\frac{n}{2}\log\left(2\pi\sigma_\omega^2\right)-\frac{1}{2\sigma_\omega^2}\left(\tilde{y}'\tilde{y}-2\tilde{\beta}_\omega'\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\tilde{y}+\right.\\
&\qquad \left.\tilde{\beta}_\omega'\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\tilde{\beta}_\omega\right)
\end{aligned}
\tag{4.12}
$$

E. Mengestimasi parameter di bawah $H(\Omega)$.

Estimasi parameter di bawah ruang $H(\Omega)$ didapatkan dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Langkah untuk mengestimasi parameter $\tilde{\beta}_\Omega$ adalah dengan mencari turunan parsial persamaan (4.10) terhadap $\tilde{\beta}_\Omega$, dengan penjabaran sebagai berikut:

$$\frac{\partial \ell\left(\tilde{\beta}_{\Omega},\sigma_{\Omega}^{2}\right)}{\partial \tilde{\beta}_{\Omega}}=\frac{\partial}{\partial \tilde{\beta}_{\Omega}}\left(-\frac{n}{2}\log\left(2\pi\sigma_{\Omega}^{2}\right)-\frac{1}{2\sigma_{\Omega}^{2}}\left(\tilde{y}'\tilde{y}-2\tilde{\beta}_{\Omega}'\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\tilde{y}+\right.\right.$$

$$\left.\left.\tilde{\beta}_{\Omega}'\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\tilde{\beta}_{\Omega}\right)\right.$$

$$=0-\frac{1}{2\sigma_{\Omega}^{2}}\left(-2\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\tilde{y}+2\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\tilde{\beta}_{\Omega}\right)$$

$$=-\frac{1}{2\sigma_{\Omega}^{2}}\left(-2\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\tilde{y}+2\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\tilde{\beta}_{\Omega}\right) \qquad (4.13)$$

Jika derivatif parsial diatas disamakan dengan nol, diperoleh persamaan:

$$-\frac{1}{2\sigma_{\Omega}^{2}}\left(-2\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\tilde{y}+2\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\tilde{\beta}}_{\Omega}\right)=0$$

$$2\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\tilde{y}=2\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\tilde{\beta}}_{\Omega} \qquad (4.14)$$

Sehinga akan diperoleh estimator parameter di bawah ruang Ω sebagai berikut:

$$\hat{\tilde{\beta}}_{\Omega}=\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\tilde{y} \qquad (4.15)$$

Selanjutnya untuk mendapatkan estimasi parameter σ_{Ω}^{2} di bawah *H* dilakukan dengan mencari turunan parsial dari persamaan (4.10) terhadap σ_{Ω}^{2}.

$$\frac{\partial \ell\left(\tilde{\beta}_{\Omega},\sigma_{\Omega}^{2}\right)}{\partial \sigma_{\Omega}^{2}}=\frac{\partial}{\partial \sigma_{\Omega}^{2}}\left(-\frac{n}{2}\log\left(2\pi\sigma_{\Omega}^{2}\right)-\frac{1}{2\sigma_{\Omega}^{2}}\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}(\mathbf{K})\tilde{\beta}_{\Omega}\right)'\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}(\mathbf{K})\tilde{\beta}_{\Omega}\right)\right)$$

$$=-\frac{n}{2}\left(\frac{2\pi}{2\pi\sigma_{\Omega}^{2}}\right)+\frac{1}{2\left(\sigma_{\Omega}^{2}\right)^{2}}\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}(\mathbf{K})\tilde{\beta}_{\Omega}\right)'\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}(\mathbf{K})\tilde{\beta}_{\Omega}\right) \qquad (4.16)$$

Jika persamaan (4.16) disamakan dengan nol, akan diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$\frac{n}{2\hat{\sigma}_{\Omega}^{2}}=\frac{1}{2\left(\hat{\sigma}_{\Omega}^{2}\right)^{2}}\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\tilde{\beta}}_{\Omega}\right)'\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\tilde{\beta}}_{\Omega}\right)$$

$$\hat{\sigma}_{\Omega}^{2}=\frac{\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\tilde{\beta}}_{\Omega}\right)'\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\tilde{\beta}}_{\Omega}\right)}{n} \qquad (4.17)$$

Sehingga nilai maksimum dari fungsi *likelihood* pada persamaan (4.9) diberikan oleh:

$$\max_{\Omega} L\left(\tilde{\beta}_{\Omega},\sigma_{\Omega}^{2}\right)=L\left(\hat{\Omega}\right)=L\left(\hat{\tilde{\beta}}_{\Omega},\hat{\sigma}_{\Omega}^{2}\right)$$

$$L\left(\hat{\Omega}\right)=\left(2\pi\hat{\sigma}_{\Omega}^{2}\right)^{-\frac{n}{2}}\exp\left(-\frac{1}{2\hat{\sigma}_{\Omega}^{2}}\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\tilde{\beta}}_{\Omega}\right)'\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\tilde{\beta}}_{\Omega}\right)\right) \quad (4.18)$$

Kemudian dengan mensubstitusikan persamaan (4.17) ke persamaan (4.18), maka akan menjadi persamaan berikut:

$$\begin{aligned} L\left(\hat{\Omega}\right)&=\left(2\pi\hat{\sigma}_{\Omega}^{2}\right)^{-\frac{n}{2}}\exp\left(-\frac{1}{2}\frac{n\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\tilde{\beta}}_{\Omega}\right)'\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\tilde{\beta}}_{\Omega}\right)}{\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\tilde{\beta}}_{\Omega}\right)'\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\tilde{\beta}}_{\Omega}\right)}\right)\\ &=\left(2\pi\hat{\sigma}_{\Omega}^{2}\right)^{-\frac{n}{2}}\exp\left(-\frac{n}{2}\right)\\ &=\left(2\pi\hat{\sigma}_{\Omega}^{2}\right)^{-\frac{n}{2}}e^{-\frac{n}{2}} \end{aligned} \quad (4.19)$$

F. Mengestimasi parameter di bawah $H_0(\omega)$.

Untuk mendapatkan estimasi parameter di bawah $H_0(\omega)$ yaitu $\hat{\tilde{\beta}}_{\omega}$ dengan menggunakan Fungsi *Lagrange Multiplier* (LM). Diberikan fungsi LM sebagai berikut:

$$F\left(\tilde{\beta}_{\omega},\theta\right)=W\left(\tilde{\beta}_{\omega}\right)+2\theta\left(\tilde{c}_j'\tilde{\beta}_{\omega}\right) \quad (4.20)$$

dimana

$$W\left(\tilde{\beta}_{\omega}\right)=\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\tilde{\beta}}_{\omega}\right)'\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\tilde{\beta}}_{\omega}\right) \quad (4.21)$$

dengan konstrain $\tilde{c}_j'\tilde{\beta}_{\omega}=0$. Persamaan (4.21) dapat dijabarkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} W\left(\tilde{\beta}_{\omega}\right)&=\tilde{y}'\tilde{y}-\tilde{y}'\mathbf{Z}(\mathbf{K})\tilde{\beta}_{\omega}-\tilde{\beta}_{\omega}'\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\tilde{y}+\tilde{\beta}_{\omega}'\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\tilde{\beta}_{\omega}\\ &=\tilde{y}'\tilde{y}-2\tilde{\beta}_{\omega}'\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\tilde{y}+\tilde{\beta}_{\omega}'\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\tilde{\beta}_{\omega} \end{aligned} \quad (4.22)$$

dengan mensubtitusikan persamaan (4.22) ke persamaan (4.20) maka akan menjadi persamaan:

$$\begin{aligned} F\left(\tilde{\beta}_{\omega},\theta\right)&=\tilde{y}'\tilde{y}-2\tilde{\beta}_{\omega}'\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\tilde{y}+\tilde{\beta}_{\omega}'\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\tilde{\beta}_{\omega}+2\theta\left(\tilde{c}_j'\tilde{\beta}_{\omega}\right)\\ &=\tilde{y}'\tilde{y}-2\tilde{\beta}_{\omega}'\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\tilde{y}+\tilde{\beta}_{\omega}'\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\tilde{\beta}_{\omega}+2\theta\left(\tilde{\beta}_{\omega}\tilde{c}_j'\right) \end{aligned} \quad (4.23)$$

Jika persamaan (4.23) diturunkan terhadap $\tilde{\beta}_{\omega}$ maka akan menghasilkan persamaan:

$$\frac{\partial F\left(\tilde{\beta}_{\omega},\theta\right)}{\partial\tilde{\beta}_{\omega}}=-2\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\tilde{y}+2\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\tilde{\beta}_{\omega}+2\theta\tilde{c}_j \tag{4.24}$$

Jika disamakan dengan nol, maka persamaan (4.24) akan menjadi:

$$-2\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\tilde{y}+2\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\tilde{\beta}}_{\omega}+2\theta\tilde{c}_j=0$$

$$2\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\tilde{\beta}}_{\omega}=2\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\tilde{y}-2\theta\tilde{c}_j \tag{4.25}$$

Sehingga akan didapatkan $\hat{\tilde{\beta}}_{\omega}$ sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\hat{\tilde{\beta}}_{\omega}&=\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\tilde{y}-\theta\tilde{c}_j\right)\\&=\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\tilde{y}-\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\theta\tilde{c}_j\\&=\hat{\tilde{\beta}}_{\Omega}-\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\theta\tilde{c}_j\end{aligned} \tag{4.26}$$

Jika persamaan (4.23) diturunkan terhadap θ akan diperoleh persamaan:

$$\frac{\partial F\left(\tilde{\beta}_{\omega},\theta\right)}{\partial\theta}=2\tilde{c}_j'\tilde{\beta}_{\omega}$$

Jika persamaan di atas disamakan dengan nol, maka persamaan akan menjadi:

$$\tilde{c}_j'\hat{\tilde{\beta}}_{\omega}=0 \tag{4.27}$$

Dengan mensubstitusi persamaan (4.26) dan persamaan (4.27) akan mendapatkan θ, yaitu:

$$\tilde{c}_j'\left(\hat{\tilde{\beta}}_{\Omega}-\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\theta\tilde{c}_j\right)=0$$

$$\tilde{c}_j'\hat{\tilde{\beta}}_{\Omega}-\tilde{c}_j'\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\theta\tilde{c}_j=0$$

$$\tilde{c}_j'\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\theta\tilde{c}_j=\tilde{c}_j'\hat{\tilde{\beta}}_{\Omega}$$

$$\theta=\left(\tilde{c}_j'\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\tilde{c}_j\right)^{-1}\tilde{c}_j'\hat{\tilde{\beta}}_{\Omega} \tag{4.28}$$

Sehingga persamaan (4.26) akan menjadi

$$\hat{\tilde{\beta}}_{\omega}=\hat{\tilde{\beta}}_{\Omega}-\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\tilde{c}_j\left(\tilde{c}_j'\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\tilde{c}_j\right)^{-1}\tilde{c}_j'\hat{\tilde{\beta}}_{\Omega}$$

$$\hat{\tilde{\beta}}_{\omega}-\hat{\tilde{\beta}}_{\Omega}=\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\tilde{c}_j\left(\tilde{c}_j'\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\tilde{c}_j\right)^{-1}\tilde{c}_j'\hat{\tilde{\beta}}_{\Omega}. \tag{4.29}$$

Untuk mendapatkan estimasi parameter σ_ω^2, dilakukan dengan menurunkan parsial persamaan (4.12) terhadap σ_ω^2, akan didapatkan persamaan berikut ini.

$$\frac{\partial\ell\left(\tilde{\beta}_\omega,\sigma_\omega^2\right)}{\partial\sigma_\omega^2}=\frac{\partial}{\partial\sigma_\omega^2}\left(2\pi\sigma_\omega^2\right)^{-\frac{n}{2}}\exp\left(-\frac{1}{2\sigma_\omega^2}\left(\tilde{y}'\tilde{y}-2\tilde{\beta}'_\omega\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\tilde{y}+\right.\right.$$

$$\left.\left.\tilde{\beta}'_\omega\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\tilde{\beta}_\omega\right)\right)$$

$$=-\frac{n}{2}\left(\frac{2\pi}{2\pi\sigma_\omega^2}\right)+\frac{1}{2\left(\sigma_\omega^2\right)^2}\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}(\mathbf{K})\tilde{\beta}_\omega\right)'\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}(\mathbf{K})\tilde{\beta}_\omega\right) \quad (4.30)$$

Jika persamaan (4.30) disamakan dengan nol, akan didapatkan:

$$-\frac{n}{2}\left(\frac{2\pi}{2\pi\hat{\sigma}_\omega^2}\right)+\frac{1}{2\left(\hat{\sigma}_\omega^2\right)^2}\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\tilde{\beta}}_\omega\right)'\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\tilde{\beta}}_\omega\right)=0$$

$$\frac{n}{2\hat{\sigma}_\omega^2}=\frac{1}{2\left(\hat{\sigma}_\omega^2\right)^2}\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\tilde{\beta}}_\omega\right)'\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\tilde{\beta}}_\omega\right)$$

$$\hat{\sigma}_\omega^2=\frac{\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\tilde{\beta}}_\omega\right)'\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\tilde{\beta}}_\omega\right)}{n} \quad (4.31)$$

Sehingga nilai maksimum dari fungsi *likelihood* pada persamaan (4.11) diberikan oleh:

$$\max_\omega L\left(\tilde{\beta}_\omega,\sigma_\omega^2\right)=L(\hat{\omega})=L\left(\hat{\tilde{\beta}}_\omega,\hat{\sigma}_\omega^2\right)$$

$$L(\hat{\omega})=\left(2\pi\hat{\sigma}_\omega^2\right)^{-\frac{n}{2}}\exp\left(-\frac{1}{2\hat{\sigma}_\omega^2}\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\tilde{\beta}}_\omega\right)'\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\tilde{\beta}}_\omega\right)\right) \quad (4.32)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (4.31) ke persamaan (4.32) maka akan diperoleh:

$$L(\hat{\omega})=\left(2\pi\hat{\sigma}_\omega^2\right)^{-\frac{n}{2}}\exp\left(-\frac{1}{2}\frac{n\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\tilde{\beta}}_\omega\right)'\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\tilde{\beta}}_\omega\right)}{\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\tilde{\beta}}_\omega\right)'\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\tilde{\beta}}_\omega\right)}\right)$$

$$=\left(2\pi\hat{\sigma}_\omega^2\right)^{-\frac{n}{2}}\exp\left(-\frac{n}{2}\right)$$

$$=\left(2\pi\hat{\sigma}_\omega^2\right)^{-\frac{n}{2}}e^{-\frac{n}{2}} \quad (4.33)$$

G. Membuat Rasio *Likelihood*.

Setelah mendapatkan estimasi parameter di bawah $H(\Omega)$ dan $H(\omega)$, langkah selanjutnya adalah merasiokan fungsi *likelihood* maksimum yang telah didapatkan pada persamaan (4.19) dan (4.33). Rasio *likelihood* seperti persamaan berikut:

$$\lambda\left(z_1,...,z_h,y_i\right)=\frac{L\left(\hat{\omega}\right)}{L\left(\hat{\Omega}\right)}=\frac{\left(2\pi\hat{\sigma}_{\omega}^2\right)^{-\frac{n}{2}}e^{-\frac{n}{2}}}{\left(2\pi\hat{\sigma}_{\Omega}^2\right)^{-\frac{n}{2}}e^{-\frac{n}{2}}}=\left(\frac{\hat{\sigma}_{\omega}^2}{\hat{\sigma}_{\Omega}^2}\right)^{-\frac{n}{2}} \quad (4.34)$$

Persamaan (4.17) dan (4.31) disubstitusikan ke persamaan (4.34), sehingga menjadi:

$$\lambda\left(z_1,...,z_h,y_i\right)=\left(\frac{\dfrac{\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}\left(\mathbf{K}\right)\hat{\hat{\beta}}_{\omega}\right)'\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}\left(\mathbf{K}\right)\hat{\hat{\beta}}_{\omega}\right)}{n}}{\dfrac{\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}\left(\mathbf{K}\right)\hat{\hat{\beta}}_{\Omega}\right)'\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}\left(\mathbf{K}\right)\hat{\hat{\beta}}_{\Omega}\right)}{n}}\right)^{-\frac{n}{2}}$$

$$=\left(\frac{\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}\left(\mathbf{K}\right)\hat{\hat{\beta}}_{\omega}\right)'\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}\left(\mathbf{K}\right)\hat{\hat{\beta}}_{\omega}\right)}{\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}\left(\mathbf{K}\right)\hat{\hat{\beta}}_{\Omega}\right)'\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}\left(\mathbf{K}\right)\hat{\hat{\beta}}_{\Omega}\right)}\right)^{-\frac{n}{2}}$$

$$=\left(\frac{\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}\left(\mathbf{K}\right)\hat{\hat{\beta}}_{\Omega}\right)'\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}\left(\mathbf{K}\right)\hat{\hat{\beta}}_{\Omega}\right)}{\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}\left(\mathbf{K}\right)\hat{\hat{\beta}}_{\omega}\right)'\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}\left(\mathbf{K}\right)\hat{\hat{\beta}}_{\omega}\right)}\right)^{\frac{n}{2}}$$

$$=\left(\frac{D_1}{D}\right)^{\frac{n}{2}} \quad (4.35)$$

dengan

$D_1=\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}\left(\mathbf{K}\right)\hat{\hat{\beta}}_{\Omega}\right)'\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}\left(\mathbf{K}\right)\hat{\hat{\beta}}_{\Omega}\right)$ dan

$D=\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}\left(\mathbf{K}\right)\hat{\hat{\beta}}_{\omega}\right)'\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}\left(\mathbf{K}\right)\hat{\hat{\beta}}_{\omega}\right).$

Selanjutnya persamaan D akan dijabarkan dengan cara mensubstitusikan $\left(-\mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\hat{\beta}}_\Omega + \mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\hat{\beta}}_\Omega\right)$ pada persamaan D, sehingga akan diperoleh:

$$D = \left(\tilde{y} - \mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\hat{\beta}}_\Omega + \mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\hat{\beta}}_\Omega - \mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\hat{\beta}}_\omega\right)' \left(\tilde{y} - \mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\hat{\beta}}_\Omega + \mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\hat{\beta}}_\Omega - \mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\hat{\beta}}_\omega\right)$$

$$= \left(\tilde{y} - \mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\hat{\beta}}_\Omega + \mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\hat{\hat{\beta}}_\Omega - \hat{\hat{\beta}}_\omega\right)\right)' \left(\tilde{y} - \mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\hat{\beta}}_\Omega + \mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\hat{\hat{\beta}}_\Omega - \hat{\hat{\beta}}_\omega\right)\right)$$

$$= \left(\left(\tilde{y} - \mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\hat{\beta}}_\Omega\right)' + \left(\hat{\hat{\beta}}_\Omega - \hat{\hat{\beta}}_\omega\right)' \mathbf{Z}'(\mathbf{K})\right)\left(\left(\tilde{y} - \mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\hat{\beta}}_\Omega\right) + \mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\hat{\hat{\beta}}_\Omega - \hat{\hat{\beta}}_\omega\right)\right)$$

$$= \left(\tilde{y} - \mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\hat{\beta}}_\Omega\right)' \left(\tilde{y} - \mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\hat{\beta}}_\Omega\right) + \left(\tilde{y} - \mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\hat{\beta}}_\Omega\right)' \mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\hat{\hat{\beta}}_\Omega - \hat{\hat{\beta}}_\omega\right) +$$

$$\left(\hat{\hat{\beta}}_\Omega - \hat{\hat{\beta}}_\omega\right)' \mathbf{Z}'(\mathbf{K})\left(\tilde{y} - \mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\hat{\beta}}_\Omega\right) + \left(\hat{\hat{\beta}}_\Omega - \hat{\hat{\beta}}_\omega\right)' \mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\hat{\hat{\beta}}_\Omega - \hat{\hat{\beta}}_\omega\right)$$

$$= \left(\tilde{y} - \mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\hat{\beta}}_\Omega\right)' \left(\tilde{y} - \mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\hat{\beta}}_\Omega\right) + L\left(\hat{\hat{\beta}}_\Omega - \hat{\hat{\beta}}_\omega\right) + \left(\hat{\hat{\beta}}_\Omega - \hat{\hat{\beta}}_\omega\right)' M +$$

$$\left(\hat{\hat{\beta}}_\Omega - \hat{\hat{\beta}}_\omega\right)' \mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\hat{\hat{\beta}}_\Omega - \hat{\hat{\beta}}_\omega\right) \tag{4.36}$$

Nilai $\hat{\hat{\beta}}_\Omega$ akan disubstitusikan pada ruas kedua dan ketiga pada persamaan (4.36), yaitu:

$L = \left(\tilde{y} - \mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\hat{\beta}}_\Omega\right)' \mathbf{Z}(\mathbf{K})$ dan $M = \mathbf{Z}'(\mathbf{K})\left(\tilde{y} - \mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\hat{\beta}}_\Omega\right)$ sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
L &= \left(\tilde{y} - \mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\hat{\beta}}_\Omega\right)' \mathbf{Z}(\mathbf{K}) \\
&= \left(\tilde{y} - \mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\tilde{y}\right)' \mathbf{Z}(\mathbf{K}) \\
&= \left(\tilde{y}' - \tilde{y}'\mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\right)\mathbf{Z}(\mathbf{K}) \\
&= \tilde{y}'\mathbf{Z}(\mathbf{K}) - \tilde{y}'\mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K}) \\
&= \tilde{y}'\mathbf{Z}(\mathbf{K}) - \tilde{y}'\mathbf{Z}(\mathbf{K}) \\
&= 0
\end{aligned}$$

Dan untuk M sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
M &= \mathbf{Z}'(\mathbf{K})\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\tilde{\beta}}_{\Omega}\right) \\
&= \mathbf{Z}'(\mathbf{K})\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\tilde{y}\right) \\
&= \mathbf{Z}'(\mathbf{K})\tilde{y}-\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\tilde{y} \\
&= \mathbf{Z}'(\mathbf{K})\tilde{y}-\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\tilde{y} \\
&= 0
\end{aligned}
$$

Sehingga persamaan (4.36) akan menjadi:

$$
D=\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\tilde{\beta}}_{\Omega}\right)'\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\tilde{\beta}}_{\Omega}\right)+\left(\hat{\tilde{\beta}}_{\Omega}-\hat{\tilde{\beta}}_{\omega}\right)'\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\hat{\tilde{\beta}}_{\Omega}-\hat{\tilde{\beta}}_{\omega}\right) \quad (4.37)
$$

Jika

$$
B=\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\tilde{\beta}}_{\Omega}\right)'\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\tilde{\beta}}_{\Omega}\right)
$$

$$
C=\left(\hat{\tilde{\beta}}_{\Omega}-\hat{\tilde{\beta}}_{\omega}\right)'\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\hat{\tilde{\beta}}_{\Omega}-\hat{\tilde{\beta}}_{\omega}\right)
$$

maka persamaan (4.37) dapat ditulis menjadi: $D=B+C$ .Selanjutnya persamaan C akan dijabarkan dengan mensubstitusikan persamaan (4.29) sebagai berikut:

$$
\hat{\tilde{\beta}}_{\omega}-\hat{\tilde{\beta}}_{\Omega}=\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\tilde{c}_j\left(\tilde{c}_j'\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\tilde{c}_j\right)^{-1}\tilde{c}_j'\hat{\tilde{\beta}}_{\Omega}
$$

maka akan diperoleh persamaan C sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
C=&\left(\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\tilde{c}_j\left(\tilde{c}_j'\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\tilde{c}_j\right)^{-1}\tilde{c}_j'\hat{\tilde{\beta}}_{\Omega}\right)'\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K}) \\
&\left(\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\tilde{c}_j\left(\tilde{c}_j'\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\tilde{c}_j\right)^{-1}\tilde{c}_j'\hat{\tilde{\beta}}_{\Omega}\right) \qquad (4.38)
\end{aligned}
$$

Sehingga persamaan D menjadi:

$$
\begin{aligned}
D=&\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\tilde{\beta}}_{\Omega}\right)'\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\tilde{\beta}}_{\Omega}\right)+ \\
&\left(\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\tilde{c}_j\left(\tilde{c}_j'\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\tilde{c}_j\right)^{-1}\tilde{c}_j'\hat{\tilde{\beta}}_{\Omega}\right)' \\
&\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\tilde{c}_j\left(\tilde{c}_j'\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\tilde{c}_j\right)^{-1}\tilde{c}_j'\hat{\tilde{\beta}}_{\Omega}\right)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&= \left(\tilde{y} - \mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\tilde{\beta}}_\Omega\right)' \left(\tilde{y} - \mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\tilde{\beta}}_\Omega\right) + \left(\tilde{c}'_j \hat{\tilde{\beta}}_\Omega\right)' \left(\tilde{c}'_j \left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1} \tilde{c}_j\right)^{-1} \\
&\quad \tilde{c}'_j \left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1} \mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1} \\
&\quad \tilde{c}_j \left(\tilde{c}'_j \left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1} \tilde{c}_j\right)^{-1} \tilde{c}'_j \hat{\tilde{\beta}}_\Omega \\
&= \left(\tilde{y} - \mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\tilde{\beta}}_\Omega\right)' \left(\tilde{y} - \mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\tilde{\beta}}_\Omega\right) + \left(\tilde{c}'_j \hat{\tilde{\beta}}_\Omega\right)' \left(\tilde{c}'_j \left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1} \tilde{c}_j\right)^{-1} \tilde{c}'_j \hat{\tilde{\beta}}_\Omega \\
&= D_1 + D_2 \qquad (4.39)
\end{aligned}
$$

dimana

$$D_1 = \left(\tilde{y} - \mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\tilde{\beta}}_\Omega\right)' \left(\tilde{y} - \mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\tilde{\beta}}_\Omega\right)$$

$$D_2 = \left(\tilde{c}'_j \hat{\tilde{\beta}}_\Omega\right)' \left(\tilde{c}'_j \left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1} \tilde{c}_j\right)^{-1} \tilde{c}'_j \hat{\tilde{\beta}}_\Omega$$

Kemudian persamaan D akan disubstitusikan ke persamaan rasio *likelihood* yang telah diperoleh pada persamaan (4.35), sebagai berikut:

$$\lambda(z_1,...,z_h,y_i) = \left(\frac{\left(\tilde{y} - \mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\tilde{\beta}}_\Omega\right)' \left(\tilde{y} - \mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\tilde{\beta}}_\Omega\right)}{\left(\tilde{y} - \mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\tilde{\beta}}_\omega\right)' \left(\tilde{y} - \mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\tilde{\beta}}_\omega\right)} \right)^{\frac{n}{2}} = \left(\frac{D_1}{D}\right)^{\frac{n}{2}}$$

$$= \left(\frac{\left(\tilde{y} - \mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\tilde{\beta}}_\Omega\right)' \left(\tilde{y} - \mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\tilde{\beta}}_\Omega\right)}{\left(\tilde{y} - \mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\tilde{\beta}}_\Omega\right)' \left(\tilde{y} - \mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\tilde{\beta}}_\Omega\right) + \left(\tilde{c}'_j \hat{\tilde{\beta}}_\Omega\right)' \left(\tilde{c}'_j \left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1} \tilde{c}_j\right)^{-1} \tilde{c}'_j \hat{\tilde{\beta}}_\Omega} \right)^{\frac{n}{2}}$$

$$= \left(\frac{1}{1 + \frac{\left(\tilde{c}'_j \hat{\tilde{\beta}}_\Omega\right)' \left(\tilde{c}'_j \left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1} \tilde{c}_j\right)^{-1} \tilde{c}'_j \hat{\tilde{\beta}}_\Omega}{\left(\tilde{y} - \mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\tilde{\beta}}_\Omega\right)' \left(\tilde{y} - \mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\tilde{\beta}}_\Omega\right)}} \right)^{\frac{n}{2}}$$

$$=\left(\frac{1}{1+\frac{D_2}{D_1}}\right)^{\frac{n}{2}} \quad (4.40)$$

Berdasarkan penjabaran diatas diperoleh suatu persamaan yang dinotasikan dengan Q sebagai berikut:

$$Q=\frac{D_2}{D_1}=\frac{\left(\tilde{c}_j'\hat{\tilde{\beta}}_\Omega\right)'\left(\tilde{c}_j'\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\tilde{c}_j\right)^{-1}\tilde{c}_j'\hat{\tilde{\beta}}_\Omega}{\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\tilde{\beta}}_\Omega\right)'\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\tilde{\beta}}_\Omega\right)} \quad (4.41)$$

Dari persamaan (4.41) diperoleh statistik uji untuk hipotesis $H_0:\tilde{c}_j'\tilde{\beta}=\eta$ melawan $H_1:\tilde{c}_j'\tilde{\beta}\neq\eta$, adalah sebagai berikut:

$$Q^*=\frac{\sqrt{D_2/1}}{\sqrt{D_1/\left(n-\left(1+(m+r)h\right)\right)}}=\frac{Z^*}{\sqrt{D_1/\left(n-\left(1+(m+r)h\right)\right)}} \quad (4.42)$$

Dengan

$$D_2=\left(\tilde{c}_j'\hat{\tilde{\beta}}_\Omega\right)'\left(\tilde{c}_j'\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\tilde{c}_j\right)^{-1}\tilde{c}_j'\hat{\tilde{\beta}}_\Omega$$

$$D_1=\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\tilde{\beta}}_\Omega\right)'\left(\tilde{y}-\mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\tilde{\beta}}_\Omega\right)$$

4.1.3 Mendapatkan Distribusi Statistik Uji untuk Pengujian Hipotesis Parsial

Untuk mendapatkan distribusi statistik uji maka akan dilakukan penjabaran pada persamaan D_2 dan D_1 . Tahap pertama adalah dengan menjabarkan D_2 sebagai berikut:

$$D_2=\left(\tilde{c}_j'\hat{\tilde{\beta}}_\Omega\right)'\left(\tilde{c}_j'\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\tilde{c}_j\right)^{-1}\tilde{c}_j'\hat{\tilde{\beta}}_\Omega \quad (4.43)$$

dengan mensubstitusikan $\hat{\tilde{\beta}}_\Omega$ pada persamaan (4.43), maka persamaan D_2 akan menjadi:

$$D_2 = \left(\tilde{c}_j' \left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K}) \right)^{-1} \mathbf{Z}(\mathbf{K})' \, \tilde{y} \right)' \left(\tilde{c}_j' \left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K}) \right)^{-1} \tilde{c}_j \right)^{-1}$$

$$\tilde{c}_j' \left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K}) \right)^{-1} \mathbf{Z}'(\mathbf{K}) \tilde{y}$$

$$= \tilde{y}'\mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K}) \right)^{-1} \tilde{c}_j \left(\tilde{c}_j' \left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K}) \right)^{-1} \tilde{c}_j \right)^{-1}$$

$$\tilde{c}_j' \left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K}) \right)^{-1} \mathbf{Z}'(\mathbf{K}) \tilde{y}$$

$$= \tilde{y}'\mathbf{A}\tilde{y} \tag{4.44}$$

dengan

$$\mathbf{A} = \mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K}) \right)^{-1} \tilde{c}_j \left(\tilde{c}_j' \left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K}) \right)^{-1} \tilde{c}_j \right)^{-1}$$

$$\tilde{c}_j' \left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K}) \right)^{-1} \mathbf{Z}'(\mathbf{K})$$

Selanjutnya akan dibuktikan bahwa **A** adalah simetris dan idempoten. Matriks **A** simetris jika $\mathbf{A}' = \mathbf{A}$, dengan penjabaran sebagai berikut:

$$\mathbf{A}' = \left(\mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K}) \right)^{-1} \tilde{c}_j \left(\tilde{c}_j' \left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K}) \right)^{-1} \tilde{c}_j \right)^{-1} \right.$$

$$\left. \tilde{c}_j' \left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K}) \right)^{-1} \mathbf{Z}'(\mathbf{K}) \right)'$$

$$= \mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K}) \right)^{-1} \tilde{c}_j \left(\tilde{c}_j' \left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K}) \right)^{-1} \tilde{c}_j \right)^{-1}$$

$$\tilde{c}_j' \left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K}) \right)^{-1} \mathbf{Z}'(\mathbf{K})$$

$$= \mathbf{A}$$

Dari penjabaran diatas terlihat bahwa $\mathbf{A}' = \mathbf{A}$ dengan ukuran $n \times n$ sehingga terbukti bahwa **A** simetris. Matrik **A** adalah matrik idempoten apabila $\mathbf{A}^2 = \mathbf{A}$, dan pembuktiannya sebagai berikut:

$$\mathbf{A}^2 = \left(\mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K}) \right)^{-1} \tilde{c}_j \left(\tilde{c}_j' \left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K}) \right)^{-1} \tilde{c}_j \right)^{-1} \right.$$

$$\left. \tilde{c}_j' \left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K}) \right)^{-1} \mathbf{Z}'(\mathbf{K}) \right)^2$$

$$= \mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K}) \right)^{-1} \tilde{c}_j \left(\tilde{c}_j' \left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K}) \right)^{-1} \tilde{c}_j \right)^{-1}$$

$$\tilde{c}_j' \left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K}) \right)^{-1} \mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K}) \right)^{-1}$$

$$\tilde{c}_j \left(\tilde{c}_j' \left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K}) \right)^{-1} \tilde{c}_j \right)^{-1} \tilde{c}_j' \left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K}) \right)^{-1} \mathbf{Z}'(\mathbf{K})$$

$$A^2 = \mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\tilde{c}_j\left(\tilde{c}_j'\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\tilde{c}_j\right)^{-1}$$
$$\tilde{c}_j'\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\mathbf{Z}'(\mathbf{K})$$
$$= \mathbf{A}$$

Dari penjabaran diatas, terbukti bahwa matrik **A** idempoten. Karena **A** simteris dan idempoten, maka dapat dinyatakan bahwa:

$$\frac{\tilde{y}'\mathbf{A}\tilde{y}}{\sigma^2} \sim \chi^2\left(r_1, \tilde{\mu}'\mathbf{A}\tilde{\mu}/2\sigma^2\right) \tag{4.45}$$

Selanjutnya akan didapatkan nilai r_1 dan $\tilde{\mu}'\mathbf{A}\tilde{\mu}/2\sigma^2$. Karena matrik A adalah simetris dan idempoten, maka $r_1 = rank(\mathbf{A}) = tr(\mathbf{A})$.

$$tr(\mathbf{A}) = tr\Big(\mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\tilde{c}_j\left(\tilde{c}_j'\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\tilde{c}_j\right)^{-1}$$
$$\tilde{c}_j'\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\Big)$$

Jika

$$B = \mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\tilde{c}_j$$
$$C = \left(\tilde{c}_j'\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\tilde{c}_j\right)^{-1}$$
$$E = \tilde{c}_j'\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\mathbf{Z}'(\mathbf{K})$$

Maka $tr(\mathbf{A}) = tr(\mathbf{BCE}) = tr(\mathbf{ECB}) = tr(\mathbf{EBC})$, sehingga

$$tr(\mathbf{A}) = tr(\mathbf{EBC})$$
$$= tr\Big(\tilde{c}_j'\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\tilde{c}_j$$
$$\left(\tilde{c}_j'\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\tilde{c}_j\right)^{-1}\Big)$$
$$= tr\left(\tilde{c}_j'\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\tilde{c}_j\mathbf{I}\left(\tilde{c}_j'\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\tilde{c}_j\right)^{-1}\right)$$
$$= tr\left(\mathbf{I}_{(1)}\right)$$
$$= 1$$

Jadi diperoleh $r_1 = rank(\mathbf{A}) = tr(\mathbf{A}) = 1$.

Selanjutnya akan didapatkan nilai dari $\dfrac{\tilde{\mu}'\mathbf{A}\tilde{\mu}}{2\sigma^2}$ dengan cara sebagai berikut:

$$\frac{\tilde{\mu}'\mathbf{A}\tilde{\mu}}{2\sigma^2}=\frac{1}{2\sigma^2}\left(\left(\mathbf{Z}(\mathbf{K})\tilde{\beta}\right)'\mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\tilde{c}_j\left(\tilde{c}_j'\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\tilde{c}_j\right)^{-1}\right.$$
$$\left.\tilde{c}_j'\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\left(\mathbf{Z}(\mathbf{K})\tilde{\beta}\right)\right)$$

Akan dilakukan penjabaran pada pembilang sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\tilde{\mu}'\mathbf{A}\tilde{\mu} &= \left(\mathbf{Z}(\mathbf{K})\tilde{\beta}\right)'\mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\tilde{c}_j\left(\tilde{c}_j'\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\tilde{c}_j\right)^{-1} \\
&\quad \tilde{c}_j'\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\left(\mathbf{Z}(\mathbf{K})\tilde{\beta}\right) \\
&= \tilde{\beta}'\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\tilde{c}_j\left(\tilde{c}_j'\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\tilde{c}_j\right)^{-1} \\
&\quad \tilde{c}_j'\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\left(\mathbf{Z}(\mathbf{K})\tilde{\beta}\right) \\
&= \left(\tilde{c}_j'\tilde{\beta}\right)'\left(\tilde{c}_j'\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\tilde{c}_j\right)^{-1}\tilde{c}'\tilde{\beta} \\
&= 0
\end{aligned}$$

Sehingga dapat dinyatakan bahwa

$$\frac{D_2}{\sigma^2}\sim\chi^2(1) \tag{4.46}$$

Dalam Rencher (2007) dijelaskan mengenai distribusi *chi-square* sentral. Misalkan $z_1, z_2, \ldots, z_p$ adalah sampel random yang mengikuti distribusi N(0,1) dan saling independen. Maka vektor random $\tilde{z}=(z_1, z_2, \ldots z_p)$ berdistribusi $N_p\left(\tilde{0},\mathbf{I}\right)$ didefinisikan sebagai berikut:

$$\sum_{i=1}^{p} z_i^2=\tilde{z}'\tilde{z}\sim\chi^2(p),$$

dimana jumlah kuadrat dari *p* variabel random yang berdistribusi normal standar akan mengikuti distribusi *chi-square* sentral dengan derajat bebas *p*. Oleh karena itu, persamaan (4.46) akan mengikuti distribusi normal standar dengan formula sebagai berikut:

$$\frac{\sqrt{D_2}-\mathbf{Z}(\mathbf{K})\tilde{\beta}}{\sigma}\sim N\left(\tilde{0},\mathbf{I}\right) \tag{4.47}$$

Dengan $\mathbf{Z}(\mathbf{K})\tilde{\beta}=\tilde{0}$ dan $\sigma=1$.

Tahap kedua adalah dengan menjabarkan persamaan D_1 sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
D_1 &= \left(\tilde{y} - \mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\hat{\beta}}_\Omega\right)'\left(\tilde{y} - \mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\hat{\beta}}_\Omega\right) \\
&= \left(\tilde{y}' - \hat{\hat{\beta}}'_\Omega\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\right)\left(\tilde{y} - \mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\hat{\beta}}_\Omega\right) \\
&= \tilde{y}'\tilde{y} - \tilde{y}'\mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\hat{\beta}}_\Omega - \hat{\hat{\beta}}'_\Omega\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\tilde{y} + \hat{\hat{\beta}}'_\Omega\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\hat{\beta}}_\Omega \\
&= \tilde{y}'\tilde{y} - 2\hat{\hat{\beta}}'_\Omega\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\tilde{y} + \hat{\hat{\beta}}'_\Omega\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\hat{\hat{\beta}}_\Omega
\end{aligned}
$$

Dengan mensubstitusikan nilai $\hat{\hat{\beta}}_\Omega$ maka akan diperoleh:

$$
\begin{aligned}
D_1 &= \tilde{y}'\tilde{y} - 2\left(\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\tilde{y}\right)'\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\tilde{y} + \left(\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\tilde{y}\right)' \\
&\quad \mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\tilde{y} \\
&= \tilde{y}'\mathbf{I}\tilde{y} - 2\tilde{y}'\mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\tilde{y} + \tilde{y}'\mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\tilde{y} \\
&= \tilde{y}'\mathbf{I}\tilde{y} - \tilde{y}'\mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\tilde{y} \\
&= \tilde{y}'\left[\mathbf{I} - \mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\right]\tilde{y} \\
&= \tilde{y}'\mathbf{B}\tilde{y} \qquad (4.48)
\end{aligned}
$$

Dengan $\mathbf{B} = \mathbf{I} - \mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\mathbf{Z}'(\mathbf{K})$. Selanjutnya akan dibuktikan bahwa matrik **B** simetris dan idempoten. Matrik **B** simetris apabila $\mathbf{B}' = \mathbf{B}$, berikut penjabarannya:

$$
\begin{aligned}
\mathbf{B}' &= \left(\mathbf{I} - \mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\right)' \\
&= \mathbf{I} - \mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\mathbf{Z}'(\mathbf{K}) \\
&= \mathbf{B}
\end{aligned}
$$

Berdasarkan penjelasan diatas terlihat bahwa $\mathbf{B}' = \mathbf{B}$ dengan ukuran $n \times n$ sehingga terbukti bahwa matrik **B** adalah simetris. Selanjutnya akan dibuktikan bahwa matrik **B** adalah idempoten, sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
\mathbf{B}^2 &= \left(\mathbf{I} - \mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\right)^2 \\
&= \mathbf{I} - 2\mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\mathbf{Z}'(\mathbf{K}) + \mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1} \\
&\quad \mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\mathbf{Z}'(\mathbf{K})
\end{aligned}
$$

$$\begin{aligned}\mathbf{B}^2 &= \mathbf{I} - 2\mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\mathbf{Z}'(\mathbf{K}) + \mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\\ &= \mathbf{I} - \mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\\ &= \mathbf{B}\end{aligned}$$

Dan terbukti bahwa matrik **B** idempoten. Karena **B** simetris dan idempoten maka dapat dinyatakan bahwa

$$\frac{\tilde{y}'\mathbf{B}\tilde{y}}{\sigma^2} \sim \chi^2\left(r_2, \tilde{\mu}'\mathbf{B}\tilde{\mu}/2\sigma^2\right) \tag{4.49}$$

Selanjutnya akan dicari nilai r_2 dan $\frac{\tilde{\mu}'\mathbf{B}\tilde{\mu}}{2\sigma^2}$. Karena matrik **B** simetris dan idempoten, maka $r_2 = rank(\mathbf{B}) = tr(\mathbf{B})$.

$$\begin{aligned}tr(B) &= tr\left(\mathbf{I} - \mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\right)\\ &= tr(\mathbf{I}_n) - tr\left(\mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\right)\\ &= tr(\mathbf{I}_n) - tr\left(\mathbf{I}_{1+(m+r)h}\right)\\ &= n - \left(1 + (m+r)h\right)\end{aligned}$$

Didapatkan $r_2 = rank(\mathbf{B}) = tr(\mathbf{B}) = n - \left(1 + (m+r)h\right)$. Selanjutnya akan didapatkan nilai $\frac{\tilde{\mu}'\mathbf{B}\tilde{\mu}}{2\sigma^2}$ sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\frac{\tilde{\mu}'\mathbf{B}\tilde{\mu}}{2\sigma^2} &= \frac{1}{2\sigma^2}\left(\left(\mathbf{Z}(\mathbf{K})\tilde{\beta}\right)'\left(\mathbf{I} - \mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\right)\left(\mathbf{Z}(\mathbf{K})\tilde{\beta}\right)\right)\\ &= \frac{1}{2\sigma^2}\left(\tilde{\beta}'\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\tilde{\beta} - \tilde{\beta}'\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\mathbf{Z}(\mathbf{K})\tilde{\beta}\right)\\ &= \frac{1}{2\sigma^2}\left(\left(\tilde{\beta}'\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\tilde{\beta} - \left(\tilde{\beta}'\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\tilde{\beta}\right)\right.\right.\\ &= 0\end{aligned}$$

Sehingga dapat dinyatakan bahwa

$$\frac{D_1}{\sigma^2} \sim \chi^2\left(n - \left(1 + (m+r)h\right)\right) \tag{4.50}$$

Tahap selanjutnya adalah membuktikan bahwa D_2 dan D_1 independen. Pembuktian ini menggunakan Teorema 5.6b *Corollary* 1 pada Rencher,dkk (2007) yang sudah dituliskan pada Bab 2. Sesuai dengan persamaan (4.44) dan persamaan (4.48) maka didapatkan

$$\mathbf{A} = \mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\tilde{c}_j\left(\tilde{c}_j'\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\tilde{c}_j\right)^{-1}$$
$$\tilde{c}_j'\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\mathbf{Z}'(\mathbf{K})$$

Dan $\mathbf{B} = \mathbf{I} - \mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{\mathbf{-1}}\mathbf{Z}'(\mathbf{K})$.

Sehingga

$$\mathbf{AB} = \left(\mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\tilde{c}_j\left(\tilde{c}_j'\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\tilde{c}_j\right)^{-1}\right.$$
$$\left.\tilde{c}_j'\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\right)\times\left(\mathbf{I} - \mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{\mathbf{-1}}\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\right)$$
$$= \left(\mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\tilde{c}_j\left(\tilde{c}_j'\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\tilde{c}_j\right)^{-1}\right.$$
$$\left.\tilde{c}_j'\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\right) - \left(\mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\right.$$
$$\tilde{c}_j\left(\tilde{c}_j'\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\tilde{c}_j\right)^{-1}\tilde{c}_j'\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\mathbf{Z}'(\mathbf{K})$$
$$\left.\mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{\mathbf{-1}}\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\right)$$
$$= \left(\mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\tilde{c}_j\left(\tilde{c}_j'\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\tilde{c}_j\right)^{-1}\right.$$
$$\left.\tilde{c}_j'\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\right) - \left(\mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\right.$$
$$\left.\tilde{c}_j\left(\tilde{c}_j'\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\tilde{c}_j\right)^{-1}\tilde{c}_j'\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{\mathbf{-1}}\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\right)$$
$$= 0$$

Karena $\mathbf{AB} = 0$ maka dapat dikatakan bahwa D_2 dan D_1 saling independen. Berdasarkan teorema tentang distribusi t-student yang telah ditulis pada Bab 2, serta D_2 dan D_1 terbukti saling independen, dari persamaan:

$$Q = \frac{D_2}{D_1}$$

kedua ruas dikalikan dengan $\left(n - \left(1 + \left(m + r\right)h\right)\right)/1$, maka akan diperoleh

$$Q\frac{\left(n - \left(1 + \left(m + r\right)h\right)\right)}{1} = \frac{D_2}{D_1}\frac{\left(n - \left(1 + \left(m + r\right)h\right)\right)}{1}$$
$$\left(n - \left(1 + \left(m + r\right)h\right)\right)Q = \frac{D_2/1}{D_1/\left(n - \left(1 + \left(m + r\right)h\right)\right)} \qquad (4.51)$$

Sehingga berdasarkan persamaan (4.51) diperoleh statistik uji Q^* berdistribusi t dengan derajat bebas $\left(n-\left(1+\left(m+r\right)h\right)\right)$, seperti berikut ini:

$$
\begin{aligned}
Q^* &= \frac{\sqrt{D_2/(1)}}{\sqrt{D_1/\left(n-\left(1+\left(m+r\right)h\right)\right)}} \sim t_{\left(n-\left(1+\left(m+r\right)h\right)\right)} \\
&= \frac{Z^*}{\sqrt{D_1/\left(n-\left(1+\left(m+r\right)h\right)\right)}} \sim t_{\left(n-\left(1+\left(m+r\right)h\right)\right)} \qquad (4.52)
\end{aligned}
$$

Dengan

$$
\begin{aligned}
Z^* = &\left(\tilde{y}'\mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\tilde{c}_j\left(\tilde{c}_j'\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\tilde{c}_j\right)^{-1}\right. \\
&\left. \tilde{c}_j'\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\tilde{y}\right)^{\frac{1}{2}}
\end{aligned}
$$

$$
D_1 = \tilde{y}'\left[\mathbf{I}-\mathbf{Z}(\mathbf{K})\left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\mathbf{Z}(\mathbf{K})\right)^{-1}\mathbf{Z}'(\mathbf{K})\right]\tilde{y}
$$

4.1.4 Menentukan Daerah Penolakan Uji Hipotesis Parsial

Daerah penolakan dengan metode LRT adalah $\lambda < k$, dimana $0<\lambda<1$ dan k adalah konstanta dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$
\lambda\left(z_1,\ldots,z_h,y_i\right) = \frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})} < k.
$$

Selanjutnya dengan mensubstitusikan rasio *likelihood* yang sudah dihasilkan sebelumnya yaitu persamaan (4.40) maka akan didapatkan:

$$
\left(\frac{1}{1+\frac{D_2}{D_1}}\right)^{\frac{n}{2}} < k
$$

$$
\frac{1}{\left(1+\frac{D_2}{D_1}\right)^{\frac{n}{2}}} < k
$$

$$\frac{1}{k} < \left(1 + \frac{D_2}{D_1}\right)^{\frac{n}{2}}$$

Jika kedua ruas dipangkatkan dengan $\frac{2}{n}$ maka persamaan diatas akan menjadi

$$\left(\frac{1}{k}\right)^{\frac{2}{n}} < \left(1 + \frac{D_2}{D_1}\right)^{1}$$

$$\frac{D_2}{D_1} > \left(\frac{1}{k}\right)^{\frac{2}{n}} - 1$$

Kedua ruas dikalikan dengan $\left(n - \left(1 + \left(m + r\right)h\right)\right) / 1$ maka persamaan akan menjadi

$$\frac{D_2}{D_1} \times \left(n - \left(1 + \left(m + r\right)h\right)\right) > \left(\left(\frac{1}{k}\right)^{\frac{2}{n}} - 1\right) \times \left(n - \left(1 + \left(m + r\right)h\right)\right)$$

$$\frac{D_2 / 1}{D_1 / \left(n - \left(1 + \left(m + r\right)h\right)\right)} > \left(\left(\frac{1}{k}\right)^{\frac{2}{n}} - 1\right)\left(n - \left(1 + \left(m + r\right)h\right)\right)$$

$$\frac{\sqrt{D_2}}{\sqrt{D_1 / \left(n - \left(1 + \left(m + r\right)h\right)\right)}} > \left(\left(\frac{1}{k}\right)^{\frac{2}{n}} - 1\right)^{\frac{1}{2}} \left(n - \left(1 + \left(m + r\right)h\right)\right)^{\frac{1}{2}}$$

Berdasarkan persamaan (4.52) maka dapat dinyatakan

$$Q^{*2} > \left(\left(\left(\frac{1}{k}\right)^{\frac{2}{n}} - 1\right)\left(n - \left(1 + \left(m + r\right)h\right)\right)\right)^{2}$$

$$Q^{*2} > k^{*}$$

dimana $k^{*} = \left(\left(\left(\frac{1}{k}\right)^{\frac{2}{n}} - 1\right)\left(n - \left(1 + \left(m + r\right)h\right)\right)\right)^{2}$.

Wilayah kritik untuk uji $H_0 : \tilde{c}_j' \tilde{\beta} = 0$ melawan $H_0 : \tilde{c}_j' \tilde{\beta} \neq 0$ adalah

$$C = \left\{ \left(z_1, z_2, \ldots, z_n, y \right) : Q^{*2} > k^* \right\}$$
$$= \left\{ \left(z_1, z_2, \ldots, z_n, y \right) ; Q^* > k^* \text{ atau } Q^* < -k^* \right\} \quad (4.53)$$

Jika diberikan taraf signifikansi α maka

$$\alpha = P\left(menolak\, H_0 \middle| H_0\, benar \right)$$
$$= P\left(Q^* > k^* \text{atau } Q^* < -k^* \middle| \tilde{c}_j' \tilde{\beta} = 0 \right) \quad (4.54)$$

dengan

$$Q^* = \frac{\sqrt{D_2}}{\sqrt{D_1 \big/ \left(n - \left(1 + \left(m + r \right) h \right) \right)}} \sim t_{\left(n - \left(1 + \left(m + r \right) h \right) \right)}$$
$$= \frac{Z^*}{\sqrt{D_1 \big/ \left(n - \left(1 + \left(m + r \right) h \right) \right)}} \sim t_{\left(n - \left(1 + \left(m + r \right) h \right) \right)}$$

dimana

$$Z^* = \left(\tilde{y}' \mathbf{Z}(\mathbf{K}) \left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K}) \mathbf{Z}(\mathbf{K}) \right)^{-1} \tilde{c}_j \left(\tilde{c}_j' \left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K}) \mathbf{Z}(\mathbf{K}) \right)^{-1} \tilde{c}_j \right)^{-1} \right.$$
$$\left. \tilde{c}_j' \left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K}) \mathbf{Z}(\mathbf{K}) \right)^{-1} \mathbf{Z}'(\mathbf{K}) \tilde{y} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$D_1 = \tilde{y}' \left[\mathbf{I} - \mathbf{Z}(\mathbf{K}) \left(\mathbf{Z}'(\mathbf{K}) \mathbf{Z}(\mathbf{K}) \right)^{\mathbf{-1}} \mathbf{Z}'(\mathbf{K}) \right] \tilde{y}$$

Berdasarkan penjelasan diatas, maka daerah penolakan hipotesis nol adalah jika nilai $Q^* < -k^*$ atau $Q^* > k^*$.

Nilai k^* diperoleh dengan mengintegralkan fungsi kepadatan peluang distribusi t dengan derajat bebas $\left(n - \left(1 + \left(m + r \right) h \right) \right)$, seperti pada persamaan berikut:

$$\int_{k^*}^{\infty} f\left(t \right) dt = \int_{-\infty}^{k^*} f(t) dt = \frac{\alpha}{2}$$

Karena distribusi t sudah ada tabelnya maka, nilai $k^* = t_{\left(n - \left(1 + \left(m + r \right) h \right), \alpha/2 \right)}$.

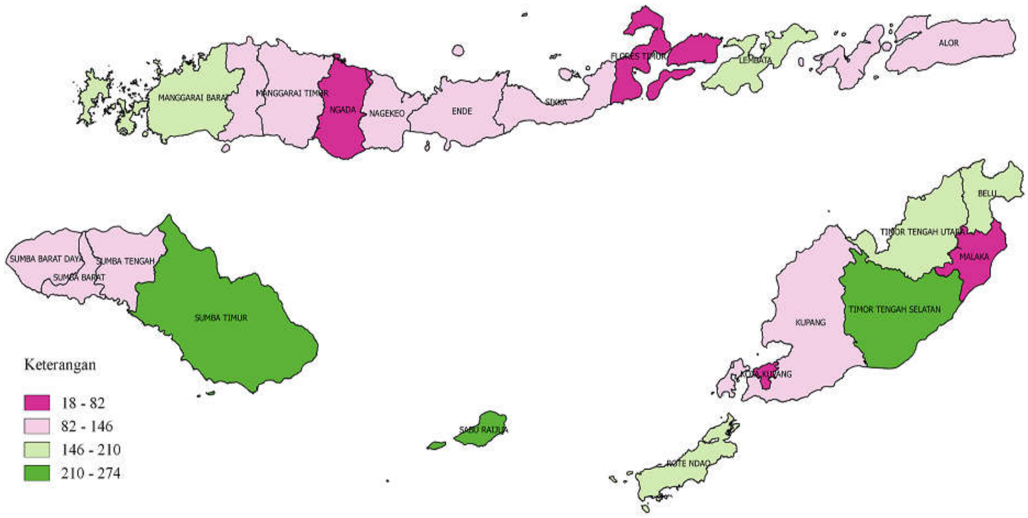
4.2 Aplikasi Data AKI Provinsi NTT Tahun 2015

Model dan pengujian hipotesis regresi nonparametrik spline *truncated* multivariabel yang telah dibahas pada sub bab 4.1 akan diaplikasikan pada data AKI Provinsi NTT tahun 2015. Variabel respon yang digunakan adalah AKI (*y*), sedangkan variabel prediktor yang digunakan yaitu persentase ibu hamil mendapatkan zat besi (z_1), persentase wanita kawin dengan usia perkawinan pertama kurang dari 16 tahun (z_2), persentase persalinan ditolong oleh tenaga kesehatan (z_3), dan persentase perempuan dengan pendidikan tertinggi yang ditamatkan SD (z_4).

4.2.1 Analisis Deskriptif

Sebelum melakukan pemodelan dan pengujian hipotesis, akan dilakukan eksplorasi data terlebih dahulu. Hasil dari eksplorasi data dapat digunakan sebagai informasi awal untuk analisis tahap selanjutnya.

NTT merupakan provinsi kepulauan yang terdiri atas tiga pulau besar yaitu Pulau Flores, Pulau Sumba, dan Pulau Timor, secara administratif memiliki 21 kabupaten dan 1 kota. Berdasarkan laporan Profil Dinas Kesehatan Provinsi NTT diperoleh informasi AKI Provinsi NTT tahun 2015 sebesar 133 per 100.000 kelahiran hidup (kh). Angka ini termasuk tinggi jika dibandingkan dengan provinsi lain di Indonesia (Lampiran 1). Jika dilihat pencapaian AKI untuk setiap kabupaten/kota di Provinsi NTT besarnya cukup bervariasi, terdapat 45 persen kabupaten/kota dengan nilai AKI di atas angka provinsi, dan sisanya di bawah angka provinsi. Gambar 4.1 menunjukkan AKI di setiap kabupaten/kota yang terbagi dalam empat interval. Setiap kelas interval menunjukkan besarnya AKI mulai dari yang terendah hingga tertinggi. Pada interval terendah dengan nilai AKI 18 – 82, terdapat 4 kabupaten kota yaitu: Kabupaten Ngada, Kabupaten Flores Timur, Kabupaten Malaka, dan Kota Kupang. Sedangkan pada interval tertinggi dengan nilai 210 – 274, terdapat 3 kabupaten yaitu Kabupaten Sumba Timur, Kabupaten Timor Tengah Selatan, dan Kabupaten Sabu Raijua.



Gambar 4.1 Peta AKI menurut Kabupaten/Kota di Provinsi NTT

Karakteristik variabel respon dan variabel prediktor secara lengkap disajikan pada Tabel 4.1. Pada tabel tersebut diperoleh informasi variabel respon (y) yaitu AKI Provinsi NTT tahun 2015 memiliki nilai *mean* sebesar 131 per 100.000 kh dengan standar deviasi sebesar 60,80. Adapun *range* nilai AKI untuk 22 kabupaten/kota sebesar 255,70. Nilai AKI terendah sebesar 18 per 100.000 kh terdapat di Kabupaten Flores Timur dan yang tertinggi sebesar 273,70 per 100.000 kh terdapat di Kabupaten Sumba Timur.

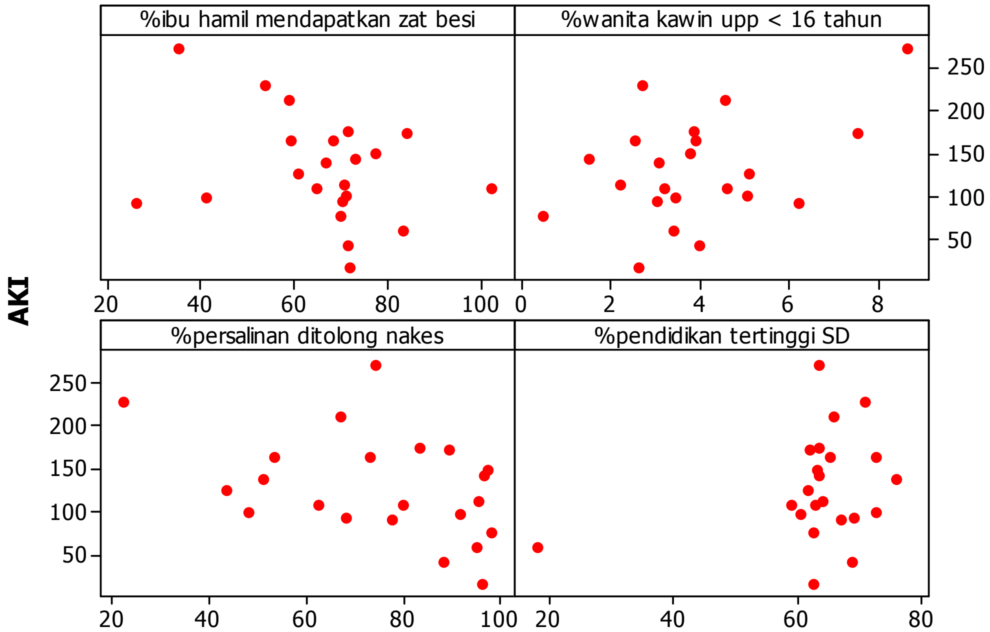
Tabel 4.1 Statistik Deskriptif Variabel Respon dan Variabel Prediktor

Variabel	Minimum	Maksimum	Mean	Range	Standar Deviasi
y	18,00	273,70	131,00	255,70	60,80
z_1	26,09	102,31	65,86	76,22	16,54
z_2	0,47	8,65	3,88	8,18	1,86
z_3	22,12	98,33	75,22	76,21	21,21
z_4	17,89	75,94	63,29	58,05	11,05

Berdasarkan Tabel 4.1 juga diperoleh informasi karakteristik variabel-variabel prediktor yang diduga mempengaruhi AKI di Provinsi NTT yaitu persentase ibu hamil mendapatkan zat besi (z_1), persentase wanita kawin dengan usia perkawinan pertama kurang dari 16 tahun (z_2), persentase persalinan ditolong oleh tenaga kesehatan (z_3), dan persentase perempuan dengan pendidikan tertinggi yang ditamatkan SD (z_4). Adapun karakteristik dari masing-masing variabel prediktor, sebagai berikut:

a. Persentase ibu hamil yang mendapatkan zat besi (Tablet Fe3) di Provinsi NTT tahun 2015 yang terendah ada di Kabupaten Sumba Tengah dan yang tertinggi ada di Kabupaten Sumba Barat, dengan *range* sebesar 76,22 persen. Rata-rata persentase ibu hamil yang menerima zat besi (Tablet Fe3) adalah sebesar 65,86 persen dengan standar deviasi sebesar 16,54 persen.
b. Persentase wanita kawin dengan usia perkawinan pertama kurang dari 16 tahun paling banyak berada di Kabupaten Sumba Timur dan paling sedikit ada di Kabupaten Ngada. *Range* persentase wanita kawin dengan usia perkawinan pertama kurang dari 16 tahun adalah sebesar 8,18 dengan variasi sebesar 1,86.
c. Persentase persalinan yang ditolong oleh tenaga kesehatan paling sedikit ada di Kabupaten Sabu Raijua dan yang paling banyak ada di Kabupaten Ngada. Rata-rata persalinan ditolong oleh tenaga kesehatan sebesar 75,22 persen dengan variasi sebesar 21,21.
d. Persentase perempuan dengan pendidikan tertinggi yang ditamatkan SD paling tinggi ada di Kabupaten Manggarai Timur dan yang paling rendah ada di Kota Kupang dengan *range* sebesar 58,05 persen. Rata-rata perempuan dengan pendidikan tertinggi yang ditamatkan SD sebesar 63,29 persen dengan variasi sebesar 11,05.

Eksplorasi data selanjutnya adalah membuat *scatter plot*. Hal ini ini bertujuan untuk mengidentifikasi bentuk pola hubungan antara variabel respon dengan masing-masing variabel prediktor. *Scatter plot* antara variabel respon dan variabel prediktor yang diduga mempengaruhinya dapat dlihat pada Gambar 4.2.



Gambar 4.2 *Scatter Plot* AKI dengan Variabel-variabel Prediktor

Pola hubungan antara variabel AKI dengan variabel-variabel prediktor yaitu persentase ibu hamil mendapatkan zat besi (z_1), persentase wanita kawin dengan usia perkawinan pertama kurang dari 16 tahun (z_2), persentase persalinan ditolong oleh tenaga kesehatan (z_3), dan persentase perempuan dengan pendidikan tertinggi yang ditamatkan SD (z_4) cenderung tidak mengikuti suatu pola tertentu. Pola hubungan yang terlihat juga cenderung berubah-ubah pada sub-sub interval tertentu. Dari hasil *scatter plot* tersebut maka hubungan antara variabel AKI dengan variabel persentase ibu hamil mendapatkan zat besi (Tablet Fe3), persentase wanita kawin dengan usia perkawinan pertama kurang dari 16 tahun, persentase persalinan ditolong oleh tenaga kesehatan, dan persentase perempuan dengan pendidikan tertinggi yang ditamatkan SD akan didekati dengan pendekatan nonparametrik.

4.2.2 Memodelkan AKI Provinsi NTT

4.2.2.1 Pemodelan AKI dengan Metode Regresi Linier Berganda

Pemodelan AKI dengan menggunakan regresi parametrik akan didekati dengan regresi linier berganda, seperti yang sudah ditulis pada Bab 2 persamaan (2.4). Pada persamaan tersebut y_i adalah variabel respon, $\beta_0, \beta_1, \ldots, \beta_p$ adalah parameter yang tidak diketahui, $x_{i1}, x_{i2}, \ldots, x_{ip}$ adalah variabel prediktor, dan ε_i adalah error acak yang identeik, independen, dan berdistribusi normal dengan mean nol dan variansi σ^2. Estimasi kurva regresi linier berganda untuk AKI Provinsi NTT tahun 2015 diberikan oleh:

$$\hat{y}_i = 123,80 - 0,33x_{i1} + 11,28x_{i2} - 0,82x_{i3} + 0,74x_{i4}$$

dimana $\hat{y}_i$ adalah AKI, x_{i1} adalah persentase ibu hamil yang mendapatkan zat besi (Tablet Fe3), x_{i2} adalah persentase wanita kawin dengan usia perkawinan pertama kurang dari 16 tahun, x_{i3} adalah persentase persalinan yang ditolong oleh tenaga kesehatan, dan x_{i4} adalah persentase perempuan dengan pendidikan tertinggi yang ditamatkan SD.

4.2.2.1.1 Pengujian Signifikansi Parameter secara Simultan

Pengujian hipotesis untuk menguji signifikansi parameter secara simultan menggunakan hipotesis sebagai berikut:

$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = 0$

$H_1 :$ paling sedikit terdapat satu $\beta_j \neq 0$, dimana $\mathrm{j} = 1, \ldots 4$.

Hasil ANOVA pada pengujian hipotesis secara simultan disajikan pada Tabel 4.2.

Tabel 4.2 ANOVA Hasil Regresi Linier Berganda

Sumber Variasi	Derajat Kebebasan	Jumlah Kuadrat	Rata-rata Kuadrat	Fhitung	p-*value*
Regresi	4	25.232	6.308	2,05	0,13
Error	17	52.359	3.080		
Total	21	77.592			

Berdasarkan Tabel 4.2 terlihat bahwa nilai *p-value* sebesar 0,13 lebih besar dari α (0,05), sehingga diperoleh keputusan H_0 tidak ditolak. Maka dapat disimpulkan bahwa variabel prediktor secara statistik tidak berpengaruh signifikan dalam model. Model ini memiliki nilai koefisien determinasi (R^2) sebesar 32,50 persen dan *adjusted* R^2 sebesar 16,60 persen. Hal ini menunjukkan bahwa variabilitas dalam model yang dapat dijelaskan oleh variabel prediktor adalah sebesar 32,50 persen, sedangkan sisanya dijelaskan oleh faktor lain yang tidak diketahui.

4.2.2.1.2 Pengujian Asumsi Residual

Model regresi linier berganda mensyaratkan bahwa residual harus memenuhi asumsi identik, independen, dan berdistribusi normal (IIDN). Pemeriksaan asumsi residual ini dilakukan untuk mengetahui apakah residual yang terbentuk telah memenuhi asumsi IIDN. Pengujian asumsi residual identik menggunakan uji *glejser*, asumsi independen menggunakan plot *Autocorrelation Function* (ACF), dan asumsi normal menggunakan uji *Kolmogorov-Smirnov*.

1) Pengujian Asumsi Identik

Pengujian asumsi identik bertujuan untuk mendeteksi apakah varians dari residualnya memiliki varians yang homogen atau tidak. Pemeriksaan menggunakan uji glejser. Hipotesis yang digunakan adalah:

$H_0 : \sigma_1^2 = \cdots = \sigma_n^2 = \sigma^2$

$H_1 :$ paling sedikit terdapat satu $\sigma_i^2 \neq \sigma^2$; dimana $i = 1, 2, \ldots, n.$

Hasil pengujian glejser disajikan pada Tabel 4.3.

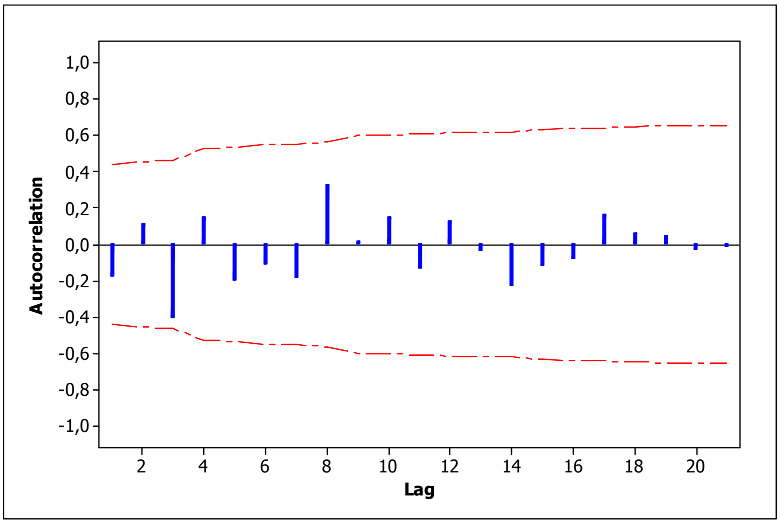
Tabel 4.3 Hasil Uji *Glejser*

Sumber Variasi	Derajat Kebebasan	Jumlah Kuadrat	Rata-rata Kuadrat	F_{hitung}	p-*value*
Regresi	4	4.268,00	1067,00	1,83	0,17
Error	17	9.916,30	583,30		
Total	21	14.184,30			

Dari Tabel 4.3 terlihat bahwa nilai *p-value* sebesar 0,17 lebih besar dari nilai α (0,05) sehingga diperoleh keputusan bahwa H_0 tidak ditolak. Hasil tersebut menunjukkan bahwa varians residual bersifat homogen, sehingga asumsi identik pada model regresi linier berganda yang terbentuk telah terpenuhi.

2) Pengujian Asumsi Independen

Pemeriksaan asumsi independen bertujuan untuk mendeteksi apakah terjadi korelasi antar residual. Pemeriksaan dilakukan dengan menggunakan plot ACF. Hasil plot ACF dapat dilihat pada Gambar 4.3.



Gambar 4.3 Plot *Autocorrelation Function* (ACF) Residual

Berdasarkan Gambar 4.3 terlihat bahwa tidak ada *lag* yang keluar dari batas toleransi, hal ini menandakan bahwa antar residual tidak berkorelasi. Oleh karena itu, dari hasil pemeriksaan plot ACF residual dapat disimpulkan bahwa asumsi independen pada model regresi linier berganda yang terbentuk telah terpenuhi.

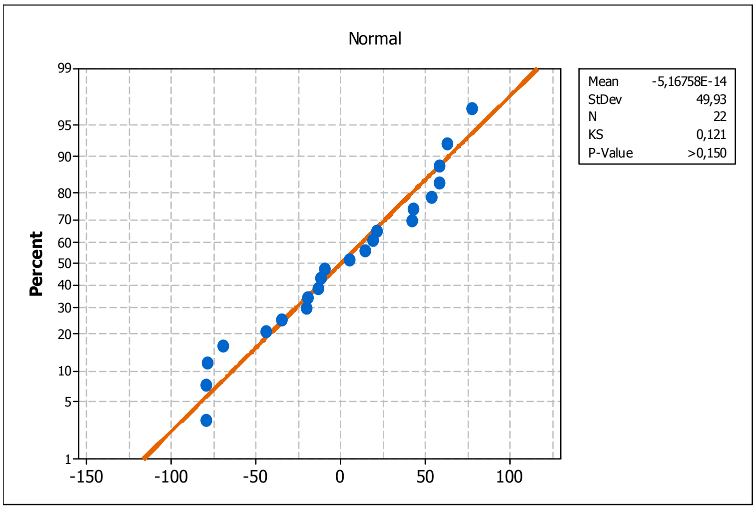
3) Pengujian Asumsi Residual Berdistribusi Normal

Pemeriksaan asumsi residual berdistribusi normal perlu dilakukan untuk memenuhi persyaratan pada model regresi linier berganda. Pemeriksaan asumsi ini dilakukan dengan menggunakan uji *Kolmogorov-Smirnov*. Hipotesis yang digunakan adalah sebagai berikut:

$H_0 : F_0(x) = F(x)$ (Residual berdistribusi normal)

$H_0 : F_0(x) \neq F(x)$ (Residual tidak berdistribusi normal)

Hasil uji *Kolomogorov-Smirnov* disajikan dalam bentuk plot seperti terihat pada gambar berikut.



Gambar 4.4 *Probability* Plot Residual

Plot residual pada Gambar 4.4 menghasilkan nilai *p-value* > 0,150 yang lebih besar dari nilai α yang ditentukan 0,05, sehingga diperoleh keputusan bahwa H_0 tidak ditolak. Berdasarkan hasil tersebut dapat disimpulkan bahwa asumsi residual berdistribusi normal pada model regresi linier berganda yang terbentuk telah terpenuhi.

4.2.2.2 Pemodelan AKI Provinsi NTT Menggunakan Regresi Nonparametrik Spline *Truncated* Multivariabel

4.2.2.2.1 Memodelkan AKI Menggunakan Satu Titik Knot

Model regresi nonparametrik spline *truncated* multivariabel dengan menggunakan satu titik knot dan 4 variabel prediktor adalah sebagai berikut:

$$y = \beta_0 + \beta_{11} z_1 + \beta_{21}\left(z_1 - K_{11}\right)_+^1 + \beta_{12} z_2 + \beta_{22}\left(z_2 - K_{12}\right)_+^1 + \beta_{13} z_3 +$$
$$\beta_{23}\left(z_3 - K_{13}\right)_+^1 + \beta_{14} z_4 + \beta_{24}\left(z_4 - K_{14}\right)_+^1 + \varepsilon$$

Nilai GCV yang dihasilkan dengan menggunakan regresi nonparametrik spline *truncated* dengan satu knot disajikan dalam Tabel 4.4. Adapun *syntax* program R untuk mengolah dengan satu titik knot dapat dilihat pada Lampiran 3.

Tabel 4.4 Nilai GCV dengan Satu Titik Knot

Knot				GCV
z_1	z_2	z_3	z_4	
27,65	0,64	23,68	19,08	4.137,70
29,20	0,80	25,23	20,26	4.134,73
30,76	**0,97**	**26,79**	**21,44**	**4.131,88**
32,31	1,14	28,34	22,63	4.775,78
33,87	1,31	29,90	23,81	4.775,78

Berdasarkan Tabel 4.4 nilai GCV minimum yang dihasilkan adalah sebesar 4.131,88. Lokasi titik knot pada variabel persentase ibu hamil mendapatkan zat besi (z_1) yaitu 30,76 (K_{11}), persentase wanita kawin dengan usia perkawinan pertama kurang dari 16 tahun (z_2) yaitu 0,97 (K_{12}), persentase persalinan ditolong oleh tenaga kesehatan (z_3) yaitu 26,79 (K_{13}), dan persentase perempuan dengan pendidikan tertinggi yang ditamatkan SD (z_4), yaitu 21,44 (K_{14}).

4.2.2.2.2 Memodelkan AKI Provinsi NTT Menggunakan Dua Titik Knot

Model regresi nonparametrik spline *truncated* multivariabel dengan menggunakan dua titik knot dengan empat variabel prediktor adalah sebagai berikut:

$$y = \beta_0 + \beta_{11} z_1 + \beta_{21}\left(z_1 - K_{11}\right)_+^1 + \beta_{31}\left(z_1 - K_{21}\right)_+^1 + \beta_{12} z_2 + \beta_{22}\left(z_2 - K_{12}\right)_+^1 +$$
$$\beta_{32}\left(z_2 - K_{22}\right)_+^1 \beta_{13} z_3 + \beta_{23}\left(z_3 - K_{13}\right)_+^1 + \beta_{33}\left(z_3 - K_{23}\right)_+^1 \beta_{14} z_4 +$$
$$\beta_{24}\left(z_4 - K_{14}\right)_+^1 + \beta_{34}\left(z_4 - K_{24}\right)_+^1 + \varepsilon$$

Nilai GCV yang dihasilkan dengan menggunakan regresi nonparametrik spline *truncated* dengan dua titik knot dpat dilihat pada Tabel 4.5. *Syntax* program R untuk mengolah data dengan dua titik knot dapat dilihat pada Lampiran 4.

Tabel 4.5 Nilai GCV dengan Dua Titik Knot

Knot				GCV
z_1	z_2	z_3	z_4	
71,20	5,31	67,22	52,25	4.404,29
83,64	6,45	79,67	61,72	
71,20	5,31	67,22	52,25	3.286,64
85,20	6,81	81,22	62,91	
71,20	**5,31**	**67,22**	**52,25**	**2.974,99**
86,76	**6,98**	**82,78**	**64,09**	
71,20	5,31	67,22	52,25	3.683,51
88,31	7,14	84,33	65,28	
71,20	5,31	67,22	52,25	4.784,65
89,87	7,31	85,89	66,46	

Berdasarkan Tabel 4.5 nilai GCV minimum yang dihasilkan adalah sebesar 2.974,99. Lokasi titik knot pada variabel persentase ibu hamil mendapatkan zat besi (z_1) yaitu 71,20 (K_{11}) dan 86,76 (K_{21}), persentase wanita kawin dengan usia perkawinan pertama kurang dari 16 tahun (z_2) yaitu 5,31 (K_{12}) dan 6,98 (K_{22}), persentase persalinan ditolong oleh tenaga kesehatan (z_3) yaitu 67,22 (K_{13}) dan 82,78 (K_{23}), dan persentase perempuan dengan pendidikan tertinggi yang ditamatkan SD (z_4), yaitu 52,25 (K_{14}) dan 64,09 (K_{24}).

4.2.2.2.3 Memodelkan AKI Provinsi NTT Menggunakan Tiga Titik Knot

Model regresi nonparametrik spline *truncated* multivariabel dengan menggunakan tiga titik knot dengan empat variabel prediktor adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} y = {} & \beta_0 + \beta_{11}z_1 + \beta_{21}\left(z_1 - K_{11}\right)_+^1 + \beta_{31}\left(z_1 - K_{21}\right)_+^1 + \beta_{41}\left(z_1 - K_{31}\right)_+^1 + \\ & \beta_{12}z_2 + \beta_{22}\left(z_2 - K_{12}\right)_+^1 + \beta_{32}\left(z_2 - K_{22}\right)_+^1 + \beta_{42}\left(z_2 - K_{32}\right)_+^1 + \\ & \beta_{13}z_3 + \beta_{23}\left(z_3 - K_{13}\right)_+^1 + \beta_{33}\left(z_3 - K_{23}\right)_+^1 + \beta_{43}\left(z_3 - K_{33}\right)_+^1 + \\ & \beta_{14}z_4 + \beta_{24}\left(z_4 - K_{14}\right)_+^1 + \beta_{34}\left(z_4 - K_{24}\right)_+^1 + \beta_{44}\left(z_4 - K_{34}\right)_+^1 + \varepsilon \end{aligned}$$

Nilai GCV yang dihasilkan dengan menggunakan regresi nonparametrik spline truncated dengan tiga titik knot dpat dilihat pada Tabel 4.6. *Syntax* program R untuk mengolah data dengan tiga titik knot dapat dilihat pada Lampiran 5.

Tabel 4.6 Nilai GCV dengan Tiga Titik Knot

Knot				GCV
z_1	z_2	z_3	z_4	
71,20	5,31	67,22	52,25	5.886,96
88,31	7,15	84,33	65,28	
99,20	8,32	95,22	73,57	
71,20	5,31	67,22	52,25	5.869,88
88,31	7,15	84,33	65,28	
100,75	8,48	96,78	74,76	
71,20	**5,31**	**67,22**	**52,25**	**2.883,13**
89,87	**7,31**	**85,89**	**66,46**	
91,42	**7,48**	**87,44**	**67,65**	
71,20	5,31	67,22	52,25	3.207,92
89,87	7,32	85,89	66,46	
92,98	7,65	88,99	68,83	
71,20	5,31	67,22	52,25	5.018,27
89,87	7,32	85,89	66,46	
94,53	7,81	90,55	70,02	

Berdasarkan Tabel 4.6 nilai GCV minimum yang dihasilkan adalah sebesar 2.883,13. Lokasi titik knot pada variabel persentase ibu hamil mendapatkan zat besi (z_1) yaitu 71,20 (K_{11}), 89,87 (K_{21}), dan 91,42 (K_{31}), persentase wanita kawin dengan usia perkawinan pertama kurang dari 16 tahun (z_2) yaitu 5,31 (K_{12}), 7,31 (K_{22}), dan 7,48 (K_{32}), persentase persalinan ditolong oleh tenaga kesehatan (z_3) yaitu 67,22 (K_{13}), 85,89 (K_{23}), dan 87,44 (K_{33}), dan persentase perempuan dengan pendidikan tertinggi yang ditamatkan SD (z_4), yaitu 52,25 (K_{14}), 66,46 (K_{24}), dan 67,65 (K_{34}).

4.2.2.2.4 Memodelkan AKI Provinsi NTT Menggunakan Kombinasi Knot

Model regresi nonparametrik spline *truncated* multivariabel dengan menggunakan kombinasi titik knot dengan empat variabel prediktor tergantung dari kombinasi knot yang terbentuk. Nilai GCV yang dihasilkan dengan menggunakan kombinasi titik knot disajikan dalam Tabel 4.7. *Syntax* program R untuk mengolah dengan kombinasi titik knot dapat dilihat pada Lampiran 6.

Tabel 4.7 Nilai GCV Menggunakan Kombinasi Titik Knot

Knot				GCV
z_1	z_2	z_3	z_4	
71,20	5,31	67,22	52,25	2.224,22
86,75	7,31	82,78	66,46	
-	7,48	-	67,65	
71,20	**5,31**	**67,22**	**52,25**	**2.168,97**
86,75	**6,98**	**82,78**	**66,46**	
-	**-**	**-**	**67,65**	
71,20	5,31	67,22	52,25	2.974,99
86,75	6,98	82,78	64,09	
-	-	-	-	
71,20	5,31	67,22	52,25	3.178,76
86,75	7,31	82,78	64,09	
-	7,48	-	-	
71,20	5,31	67,22	52,25	3.322,54
86,75	6,98	85,89	64,09	
-	-	87,44	-	

Berdasarkan Tabel 4.7 nilai GCV minimum yang dihasilkan adalah sebesar 2.168,97. Lokasi titik knot pada variabel persentase ibu hamil mendapatkan zat besi (z_1) yaitu 71,20 (K_{11}) dan 86,75 (K_{21}), persentase wanita kawin dengan usia perkawinan pertama kurang dari 16 tahun (z_2) yaitu 5,31 (K_{12}) dan 6,98 (K_{22}), persentase persalinan ditolong oleh tenaga kesehatan (z_3) yaitu 67,22 (K_{13}), dan 82,78 (K_{23}), dan persentase perempuan dengan pendidikan tertinggi yang ditamatkan SD (z_4), yaitu 52,25 (K_{14}), 66,46 (K_{24}), dan 67,65 (K_{34}).

4.2.2.2.5 Pemodelan dengan Titik Knot Optimum

Setelah didapatkan model regresi nonparametrik spline *truncated* multivariabel dengan satu, dua, tiga, dan kombinasi titik knot, selanjutnya adalah melakukan pemilihan model terbaik dengan membandingkan nilai GCV pada masing-masing model. Nilai GCV terkecil pada masing-masing model disajikan pada Tabel 4.8.

Tabel 4.8 Nilai GCV Terkecil pada Setiap Model

Banyaknya Knot	GCV
Satu	4.131,88
Dua	2.974,99
Tiga	2.883,13
Kombinasi	2.168,97

Dari Tabel 4.8 terlihat bahwa GCV terkecil terdapat pada model dengan kombinasi titik knot dengan nilai GCV sebesar 2.168,97. Model regresi nonparametrik spline *truncated* multivariabel terbaik yaitu dengan dua titik knot pada variabel persentase ibu hamil mendapatkan zat besi, dua titik knot pada variabel persentase wanita kawin dengan usia perkawinan pertama kurang dari 16 tahun, dua titik knot pada variabel persentase persalinan ditolong oleh tenaga kesehatan, dan tiga titik knot pada variabel persentase perempuan dengan pendidikan tertinggi yang ditamatkan SD. Model terbaik dengan titik knot optimum dapat dituliskan (2,2,2,3). Model regresi nonparametrik spline truncated yang terbentuk adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} y = {} & \beta_0 + \beta_{11}z_1 + \beta_{21}\left(z_1 - K_{11}\right)_+^1 + \beta_{31}\left(z_1 - K_{21}\right)_+^1 + \beta_{12}z_2 + \beta_{22}\left(z_2 - K_{12}\right)_+^1 + \\ & \beta_{32}\left(z_2 - K_{22}\right)_+^1 + \beta_{13}z_3 + \beta_{23}\left(z_3 - K_{13}\right)_+^1 + \beta_{33}\left(z_3 - K_{23}\right)_+^1 + \beta_{14}z_4 + \\ & \beta_{24}\left(z_4 - K_{14}\right)_+^1 + \beta_{34}\left(z_4 - K_{24}\right)_+^1 + \beta_{44}\left(z_4 - K_{34}\right)_+^1 + \varepsilon \end{aligned}$$

Dari hasil estimasi parameter dan titik knot optimum yang diperoleh, maka model regresi nonparametrik yang terbentuk menjadi seperti berikut:

$$\begin{aligned} \hat{y} = {} & 200,27 - 2,39z_1 + 25,79\left(z_1 - 71,20\right)_+^1 - 48,72\left(z_1 - 86,76\right)_+^1 - 27,68z_2 + \\ & -127,44\left(z_2 - 5,31\right)_+^1 + 352,02\left(z_2 - 6,98\right)_+^1 - 1,28z_3 + 3,89\left(z_3 - 67,22\right)_+^1 + \\ & -14,15\left(z_3 - 82,78\right)_+^1 + 1,97z_4 + 15,73\left(z_4 - 52,25\right)_+^1 - 113,55\left(z_4 - 66,46\right)_+^1 + \\ & 98,84\left(z_4 - 67,65\right)_+^1 \end{aligned}$$

4.2.2.2.6 Pengujian Signifikansi Parameter secara Simultan

Pengujian signifikansi parameter secara simultan menggunakan hipotesis sebagai berikut:

$H_0 : \beta_0 = \beta_{1j} = \beta_{(m+r)j} = 0$
$H_1 :$ paling sedikit terdapat satu $\beta_0 \neq 0$ atau $\beta_{1j} \neq 0$ atau $\beta_{(m+r)j} \neq 0$
dimana $j = 1,2,3,4,\ m = 1,\ r = 1,2,3$

Hasil ANOVA pengujian hipotesis secara simultan tersaji pada Tabel 4.9. *Syntax* program R untuk pengujian signifikasnsi parameter secara simultan dapat dilihat pada Lampiran 7.

Tabel 4.9 ANOVA Hasil Regresi Nonparametrik Spline *Truncated* Multivariabel

Sumber Variasi	Derajat Kebebasan	Jumlah Kuadrat	Rata-rata Kuadrat	F_{hitung}	p-*value*
Regresi	14	71.281,95	5.091,57	6,46	0,006
Error	8	6.309,73	788,72		
Total	22	77.591,68			

Berdasarkan Tabel 4.9 terlihat bahwa nilai F_{hitung} sebesar 6,46 lebih besar dari nilai $F_{(0,05,14,8)}$ yaitu 3,237 dan niai p-*value* sebesar 0,006 lebih kecil dari nilai α (0,05), sehingga diperoleh keputusan tolak H_0. Maka dapat disimpulkan bahwa paling sedikit terdapat satu variabel prediktor yang signifikan di dalam model. Model regresi nonparametrik spline *truncated* dengan kombinasi titik knot (2,2,2,3) ini memiliki koefisien determinasi (R^2) sebesar 91,87 persen. Hal ini berarti bahwa model yang terbentuk dapat menjelaskan variasi dari variabel respon sebesar 91,87 persen, sedangkan sisanya 8,13 persen dijelaskan oleh faktor lain yang tidak diketahui.

4.2.2.2.7 Pengujian Signifikansi Parameter secara Parsial

Setelah mendapatkan kesimpulan pada pengujian hipotesis secara simultan, maka selanjutnya dilakukan pengujian hipotesis secara parsial ynag bertujuan untuk mengetahui parameter mana saja yang berpengaruh secara signifikan terhadap model. Pengujian signifikansi parameter secara parsial menggunakan hipotesis sebagai berikut:
$H_0 : \beta_0 = 0\,;\, H_1 : \beta_0 \neq 0,$
$H_0 : \beta_{1j} = 0\,;\, H_1 : \beta_{1j} \neq 0,$ dimana $j = 1,2,3,4$
$H_0 : \beta_{(m+k)j} = 0\,;\, H_1 : \beta_{(m+k)j} \neq 0,$ dimana $m = 1; k = 1,2,3; j = 1,2,3,4$

Hasil pengujian signifikansi parameter secara parsial tersaji dalam Tabel 4.10.

Tabel 4.10 Hasil Pengujian Hipotesis secara Parsial

Variabel	Parameter	Estimator	t_{hitung}	p-*value*
Konstan	β_0	200,27	2,24	0,055
Z_1	β_{11}	-2,39	2,73	**0,026**
	β_{21}	25,79	4,44	**0,002**
	β_{31}	-48,72	4,73	**0,001**
Z_2	β_{12}	-27,68	3,32	**0,011**
	β_{22}	-127,44	2,91	**0,020**
	β_{32}	352,02	4,37	**0,002**
Z_3	β_{13}	-1,28	1,70	0,127
	β_{23}	3,89	1,67	0,134
	β_{33}	-14,15	3,35	**0,010**
Z_4	β_{14}	1,97	1,01	0,340
	β_{24}	15,73	2,73	**0,026**
	β_{34}	-113,55	4,02	**0,004**
	β_{44}	98,84	3,47	**0,008**

Berdasarkan Tabel 4.10 terlihat bahwa dari 14 parameter terdapat 10 parameter yang signifikan dan 4 parameter yang tidak signifikan. Semua variabel prediktor berpengaruh signifikan dalam model, yaitu persentase ibu hamil mendapatkan zat besi, persentase wanita kawin dengan usia perkawinan pertama kurang dari 16 tahun, persentase persalinan ditolong oleh tenaga kesehatan, dan persentase perempuan dengan pendidikan tertinggi yang ditamatkan SD.

4.2.2.2.8 Pengujian Asumsi Residual

Residual pada regresi nonparametrik spline *truncated* harus memenuhi asumsi identik, independen, dan berdistribusi normal (IIDN). Pemeriksaan asumsi residual ini dilakukan untuk mengetahui apakah residual telah memenuhi asumsi IIDN. Pengujian asumsi residual identik menggunakan uji *glejser*. Pendeteksian asumsi independen menggunakan plot *Autocorrelation Function* (ACF), dan pengujian asumsi normalitas menggunakan *Kolmogorov-Smirnov*.

1) Pengujian asumsi identik

Pengujian asumsi identik bertujuan untuk mendeteksi apakah varians dari residualnya memiliki varians yang homogen atau tidak. Pemeriksaan menggunakan uji *glejser*. Hipotesis yang digunakan adalah:

$H_0 : \sigma_1^2 = \cdots = \sigma_n^2 = \sigma^2$

$H_1 :$ paling sedikit terdapat satu $\sigma_i^2 \neq \sigma^2;$ dimana $i = 1, 2, \ldots, n.$

Hasil pengujian *glejser* disajikan pada Tabel 4.11.

Tabel 4.11 Hasil Uji *Glejser*

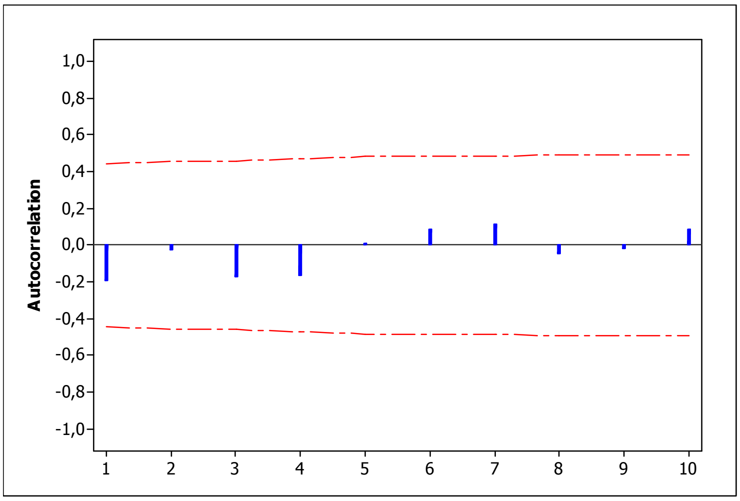
Sumber Variasi	Derajat Kebebasan	Jumlah Kuadrat	Rata-rata Kuadrat	F_{hitung}	p-*value*
Regresi	14	1.167,47	83,39	0,37	0,95
Error	8	1.821,01	227,63		
Total	22	2.988,48			

Dari Tabel 4.11 terlihat bahwa nilai p-*value* sebesar 0,95 lebih besar dari nilai α (0,05) sehingga diperoleh keputusan bahwa H_0 tidak ditolak. Hasil tersebut menunjukkan bahwa varians residual bersifat homogen, sehingga asumsi identik pada model regresi nonparametrik spline *truncated* multivariabel yang terbentuk telah terpenuhi.

2) Pemeriksaan asumsi independen

Pemeriksaan asumsi independen dimaksudkan untuk mendeteksi apakah terjadi korelasi antar residual. Pemeriksaan dilakukan dengan menggunakan plot ACF dari residual. Hasil dari plot ACF dapat dilihat pada Gambar 4.5.

Dari Gambar 4.5 terlihat bahwa tidak ada *lag* yang keluar dari batas toleransi, hal ini menandakan bahwa tidak ada korelasi antar residual. Berdasarkan pemeriksaan plot ACF residual, maka asumsi independen pada model regresi nonparametrik spline *truncated* multivariabel yang terbentuk telah terpenuhi.



Gambar 4.5 Plot *Autocorrelation Function* (ACF) Residual

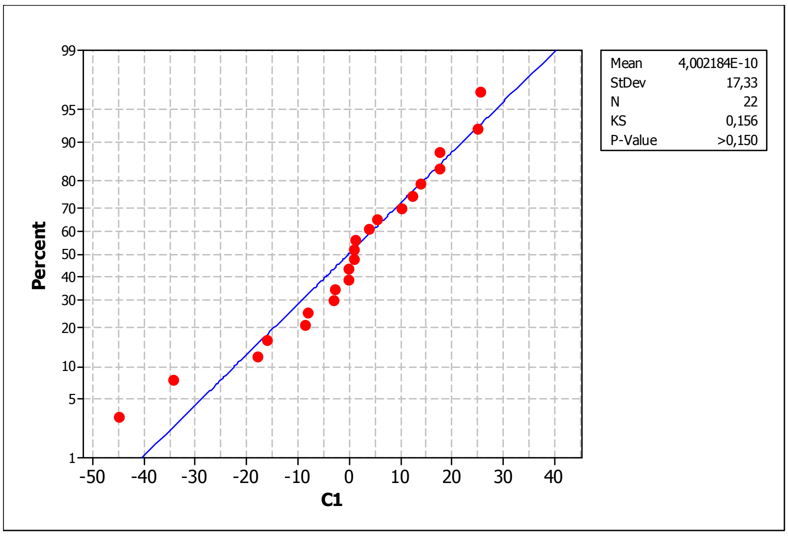
3) Pengujian asumsi distribusi normal

Residual regresi nonparametrik spline *truncated* multivariabel harus memenuhi asumsi distribusi normal. Pemeriksaan asumsi ini dilakukan dengan menggunakan uji *Kolmogorov-Smirnov*. Hipotesis yang digunakan adalah sebagai berikut:

$H_0 : F_0(x) = F(x)$ (Residual berdistribusi normal)

$H_0 : F_0(x) \neq F(x)$ (Residual tidak berdistribusi normal)

Hasil uji *Kolomogorov-Smirnov* disajikan dalam bentuk plot seperti terihat pada Gambar 4.6.



Gambar 4.6 *Probability* Plot Residual

Plot residual pada Gambar 4.6 menghasilkan nilai p-*value* > 0,150 yang lebih besar dari nilai α yang ditentukan 0,05, sehingga diperoleh keputusan bahwa H_0 tidak ditolak. Berdasarkan hasil tersebut dapat disimpulkan bahwa asumsi residual berdistribusi normal pada model regresi nonparametrik spline *truncated* multivariabel telah terpenuhi.

4.2.2.3 Perbandingan Model

Setelah dilakukan analisis menggunakan metode regresi linier berganda dan regresi nonparametrik spline *truncated*, selanjutnya dilakukan perbandingan kedua metode tersebut. Kriteria dalam pemilihan model terbaik menggunakan koefisien determinasi (R^2) dan menggunakan koefisien determinasi yang disesuaikan (*adjusted* R^2). Penggunaan *adjusted* R^2 untuk mengatasi perbedaan jumlah parameter pada kedua model. Perbandingan dari kedua metode yang digunakan dapat dilihat pada Tabel 4.12.

Tabel 4.12 Perbandingan Metode Regresi Linier Berganda dan Regresi Nonparametrik dalam Pemodelan AKI

Kriteria	Regresi Linier Berganda	Regresi Nonparametrik Spline *Truncated*
R^2	32,50	91,87
adjusted R^2	16,60	77,64
RMSE	48,79	16,94
Asumsi independen	Terpenuhi	Terpenuhi
Asumsi identik	Terpenuhi	Terpenuhi
Asumsi distribusi normal	Terpenuhi	Terpenuhi
Pengujian signifikansi parameter simultan	Gagal tolak H_0	Tolak H_0

Pada Tabel 4.12 terlihat bahwa pada model regresi nonparametrik spline *truncated* menghasilkan nilai *adjusted* R^2 yang lebih besar, yaitu 77,64 persen., Nilai *root mean square of error* (RMSE) lebih kecil yaitu sebesar 16,94 persen, dan pengujian signifikansi parameter secara simultan menunjukkan bahwa minimal terdapat satu variabel prediktor yang berpengaruh terhadap variabel respon. Oleh karena itu, model terbaik yang dipilih untuk analisis selanjutnya adalah dengan menggunakan regresi nonparametrik spline *truncated* multivariabel.

4.2.2.4 Prediksi Model Regresi Nonparametrik Spline *Truncated*

Model regresi nonparametrik spline *truncated* dengan kombinasi titik knot telah memenuhi asumsi IIDN, maka model tersebut dapat dianalisis lebih lanjut. Model regresi nonparametrik spline *truncated* terbaik yang dihasilkan adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\hat{y} = {} & 200,27 - 2,39z_1 + 25,79\left(z_1 - 71,20\right)_+^1 - 48,72\left(z_1 - 86,76\right)_+^1 - 27,68z_2 + \\ & -127,44\left(z_2 - 5,31\right)_+^1 + 352,02\left(z_2 - 6,98\right)_+^1 - 1,28z_3 + 3,89\left(z_3 - 67,22\right)_+^1 + \\ & -14,15\left(z_3 - 82,78\right)_+^1 + 1,97z_4 + 15,73\left(z_4 - 52,25\right)_+^1 - 113,55\left(z_4 - 66,46\right)_+^1 + \\ & 98,84\left(z_4 - 67,65\right)_+^1\end{aligned}$$

Penghitungan nilai prediksi AKI pada regresi nonparametrik spline truncated dengan memperhatikan ketentuan yang berlaku pada fungsi *truncated*, yaitu:

$$(z_i - k_k)_+^m = \begin{cases} (z_i - k_k)^m, & z_i \geq k_k \\ 0, & z_i < k_k. \end{cases}$$

Contoh penghitungan prediksi dengan nilai AKI,

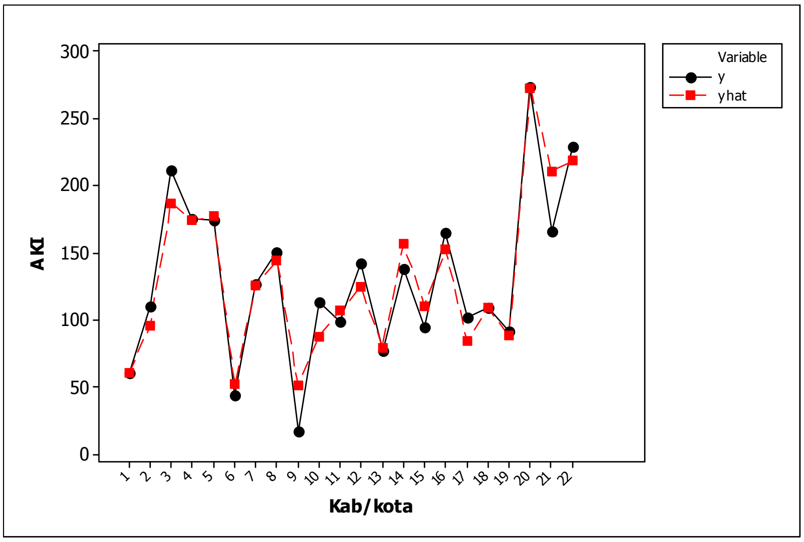
- Misalkan diberikan nilai z_1 = 64,68, z_2 = 3,19, z_3 = 62,58, dan z_4 = 58,78

$$\begin{aligned}\hat{y} = {} & 200,27 - 2,39*64,68 - 27,68*3,19 - 1,28*62,58 + \\ & 1,97*58,78 + 15,73\left(58,78 - 52,25\right) \\ = {} & 95,79\end{aligned}$$

- Misalkan diberikan nilai z_1 = 77,35, z_2 = 3,77, z_3 = 97,67, dan z_4 = 62,97

$$\begin{aligned}\hat{y} = {} & 200,27 - 2,39*77,35 + 25,79\left(77,35 - 71,20\right) - 27,68*3,77 - 1,28*97,67 \\ & + 3,89\left(97,67 - 67,22\right) - 14,15\left(97,67 - 82,78\right) + 1,97*62,97 + \\ & + 15,73\left(62,97 - 52,25\right) \\ = {} & 143,79\end{aligned}$$

Berdasarkan model yang terbentuk tersebut dapat digambarkan ketepatan prediksi dari model ini, dengan cara membandingkan nilai aktual dengan nilai prediksi, dapat dilihat pada Gambar 4.7.



Gambar 4.7 *Scatterplot* Antara Nilai AKI Aktual dan AKI Prediksi setiap Kab/Kota.

Berdasarkan gambar 4.7 dapat dilihat bahwa nilai prediksi AKI setiap kabupaten/kota dengan model regresi nonparametrik spline *truncated* mengikuti nilai AKI yang sebenarnya. Kebaikan model regresi nonparametrik spline *truncated* didukung dengan nilai *adjusted* R^2 sebesar 77,64 persen, artinya variabilitas variabel respon (AKI) dapat dijelaskan oleh variabel prediktor sebesar 77,64 persen, sedangkan sisanya dijelaskan oleh faktor lain.

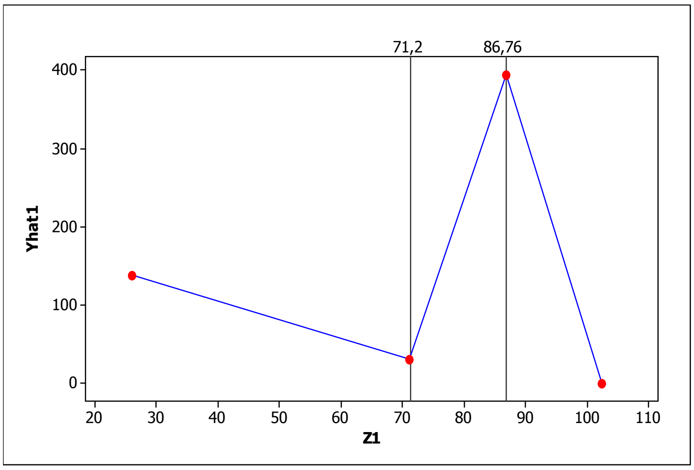
4.2.2.5 Interpretasi Model Regresi Nonparametrik Spline *Truncated*

Model regresi nonparametrik spline *truncated* dengan kombinasi titik knot telah memenuhi asumsi IIDN, maka model tersebut dapat diinterpretasi lebih lanjut. Model regresi nonparametrik spline *truncated* terbaik yang dihasilkan dapat dijabarkan menurut variabel untuk selanjutnya diinterpretasikan.

Interpretasi model terhadap variabel-variabel yang berpengaruh adalah sebagai berikut:

1. Interpretasi terhadap persentase ibu hamil mendapatkan zat besi (z_1) dengan asumsi variabel lain konstan adalah sebagai berikut:

$$\hat{y} = \begin{cases} -2,39z_1 + 200,27 & ,z_1 < 71,20 \\ 23,40z_1 - 1.635,98 & ,71,20 \leq z_1 < 86,76 \\ -25,32z_1 + 2.590,97 & ,z_1 > 86,76 \end{cases}$$



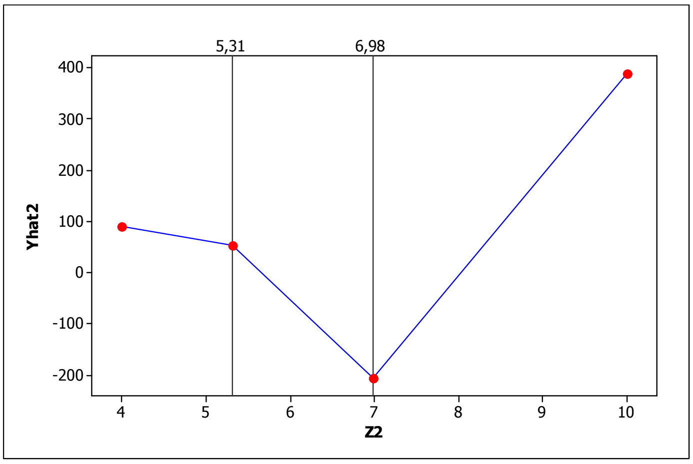
Gambar 4.8 Pola Hubungan antara Persentase Ibu Hamil yang Mendapatkan Zat Besi dengan AKI Di Provinsi NTT.

Interpretasi dalam regresi nonparametrik spline *truncated* dapat dilakukan dengan melihat pola perubahan data pada setiap knotnya. Variabel persentase ibu hamil mendapatkan zat besi (Tablet Fe3) memiliki dua titik knot atau tiga sub interval yang menggambarkan peubahan perilaku. Pada interval titik knot persentase yang kurang dari 71,20 persen, untuk setiap kenaikan satu persen, maka AKI akan mengalami penurunan sebesar 2,39. Sebagian besar kabupaten/kota di Provinsi NTT memiliki pola perilaku seperti ini, tepatnya sebanyak 14 kabupaten/kota. Interval persentase antara 71,20 sampai dengan 86,76, untuk setiap kenaikan satu persen maka AKI akan mengalami peningkatan sebesar 23,40. Daerah yang mempunyai pola perilaku seperti ini adalah sebanyak 7 kabupaten/kota. Sedangkan interval persentase lebih besar dari 86,76, untuk setiap kenaikan satu persen maka AKI akan mengalami penurunan sebesar 25,32. Daerah yang memiliki pola perilaku seperti ini adalah Kabupaten Sumba Barat.

Hipotesis awal tentang hubungan variabel persentase ibu hamil yang mendapatkan zat besi (Tablet Fe3) terhadap AKI adalah negatif, artinya jika persentase ibu hamil yang mendapatkan zat besi (Tablet Fe) meningkat, maka AKI Provinsi NTT akan mengalami penurunan.

2. Interpretasi terhadap persentase wanita kawin dengan usia kawin pertama kurang dari 16 tahun dengan asumsi variabel lain konstan adalah sebagai berikut:

$$\hat{y} = \begin{cases} -27,68z_2 + 200,27 & , z_2 < 5,31 \\ -155,12z_2 + 876,98 & , 5,31 \le z_2 < 6,98 \\ 196,90z_2 - 1.580,12 & , z_2 \ge 6,98 \end{cases}$$



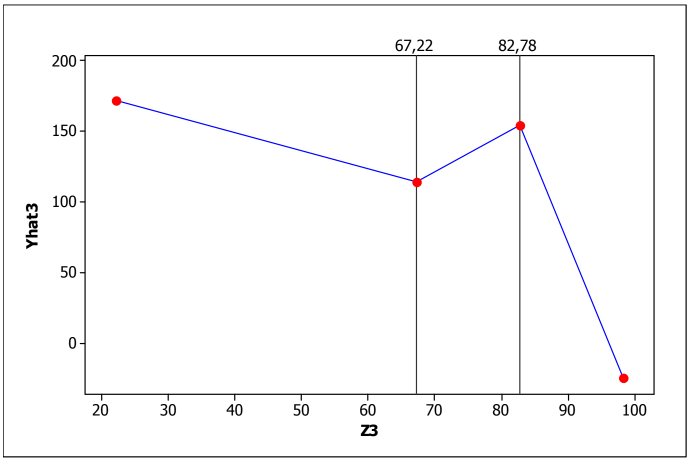
Gambar 4.9 Pola Hubungan antara Persentase Wanita Kawin dengan Usia Perkawinan Pertama Kurang dari 16 Tahun dengan AKI Di Provinsi NTT.

Pada variabel persentase wanita kawin dengan usia kawin pertama kurang dari 16 tahun terdapat 3 subinterval perubahan pola perilaku. Pada interval persentase kurang dari 5,31, untuk setiap kenaikan satu persen maka AKI akan mengalami penurunan sebesar 27,68. Begitu juga dengan interval persentase 5,31 sampai dengan 6,98, untuk setiap kenaikan satu persen, maka AKI akan mengalami penurunan 155,12. Hampir sebagian besar daerah mempunyai perilaku seperti ini, yaitu sebanyak 20 kabupaten/kota. Pada interval persentase yang lebih besar dari 6,98, untuk setiap kenaikan satu persen maka AKI akan mengalami peningkatan sebesar 196,9. Daerah yang memiliki pola perilaku seperti ini adalah Kabupaten Sumba Timur, dan Kabupaten Belu.

Hipotesis awal tentang persentase wanita kawin dengan usia kawin pertama kurang dari 16 tahun terhadap AKI adalah semakin tinggi persentase wanita kawin dengan usia kawin pertama kurang dari 16 tahun, maka akan meningkatkan AKI. Kabupaten/kota yang mempunyai pola seperti ini yaitu Kabupaten Sumba Timur dan Kabupaten Belu.

3. Interpretasi terhadap persentase persalinan ditolong oleh tenaga kesehatan dengan asumsi variabel lqin konstan adalah sebagai berikut:

$$\hat{y} = \begin{cases} -1,28z_3 + 200,27 & , z_3 < 67,22 \\ 2,61z_3 - 61,23 & , 67,22 \le z_3 < 82,78 \\ -11,54z_3 + 1.110,12 & , z_3 > 82,78 \end{cases}$$

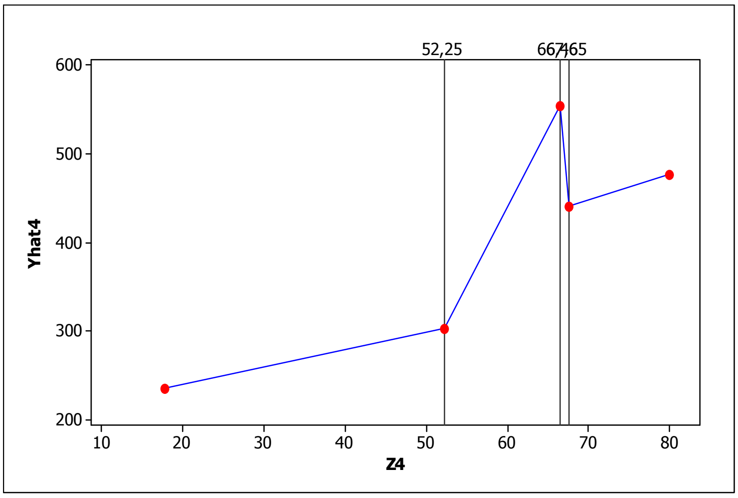


Gambar 4.10 Pola Hubungan antara Persentase Persalinan yang Ditolong Oleh Tenaga Kesehatan dengan AKI Di Provinsi NTT.

Untuk variabel persalinan ditolong oleh tenaga kesehatan memiliki 2 titik knot atau 3 sub interval perubahan perilaku. Pada interval pertama yaitu kurang dari 67,22, untuk setiap kenaikan satu persen, maka akan menurunkan AKI sebesar 1,28, dan terdapat sebanyak tujuh kabupaten/kota yang mempunyai pola seperti ini. Pada interval lebih besar dari 82,78, untuk setiap kenaikan satu persen maka akan menurunkan AKI sebesar 11,54. Daerah yang memiliki pola perilaku seperti ini ada sebanyak sepuluh kabupaten/kota. Hipotesis awal untuk variabel persentase persalinan ditolong oleh tenaga kesehatan terhadap AKI adalah semakin tinggi persentase persalinan ditolong oleh tenaga kesehatan, maka akan berkontribusi untuk menurunkan AKI. Berdasarkan model yang terbentuk terdapat sebanyak 17 kabupaten/kota, atau sekitar 77,3 persen yang memiliki pola hubungan seperti pada hipotesis awal.

4. Interpretasi terhadap perempuan dengan pendidikan tertinggi yang ditamatkan SD adalah sebagai berikut:

$$\hat{y} = \begin{cases} 1,97z_4 + 200,27 & , z_4 < 52,25 \\ 17,7z_4 - 621,62 & , 52,25 \le z_4 < 66,46 \\ -95,85z_4 + 6.924,91 & , 66,46 \le z_4 < 67,65 \\ 2,99z_4 + 238,39 & , z_4 \ge 67,65 \end{cases}$$



Gambar 4.11 Pola Hubungan antara Persentase Perempuan dengan Pendidikan Tertinggi SD dengan AKI Di Provinsi NTT.

Pada variabel pendidikan tertinggi yang ditamatkan SD terdapat sebanyak tiga titik knot, atau empat sub interval perubahan pola perilaku. Pada interval persentase kurang dari 52,25, untuk setiap kenaikan satu persen maka akan meningkatkan AKI sebesar 1,97. Untuk interval 52,25 sampai dengan 66,46, setiap kenaikan satu persen maka akan menyebabkan naiknya AKI sebesar 17,7. Sedangkan pada interval 66,46 sampai dengan 67,65, setiap kenaikan satu persen maka akan menyebabkan penurunan AKI sebesar 95,85. Daerah yang memiliki pola perilaku seperti ini hanya satu kabupaten, yaitu Kabupaten Sumba Tengah. Interval yang terakhir yaitu persentase lebih besar dari 67,65, setiap kenaikan satu persen maka akan menyebabkan kenaikan AKI sebesar 2,99.

Hipotesis awal untuk hubungan antara pendidikan tertinggi yang ditamatkan SD dengan AKI adalah memiliki arah hubungan positif, artinya setiap peningkatan persentase pendidikan tertinggi yang ditamatkan SD, maka akan menyebabkan peningkatan pada AKI. Berdasarkan model yang terbentuk, sebanyak 95 persen kabupaten/kota di Provinsi NTT mempunyai pola seperti ini. Hal ini mengindikasikan bahwa peran faktor pendidikan terhadap pembentukan AKI berpengaruh hampir di semua kabupaten/kota di Provinsi NTT.

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

BAB 5
KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berikut ini adalah kesimpulan yang didapatkan berdasarkan hasil pembahasan pada Bab 4.

1. Pengujian hipotesis secara parsial pada regresi nonparametrik spline truncated multivariabel dengan hipotesis $H_0 : \tilde{c}_j' \tilde{\beta} = 0$ dan $H_1 : \tilde{c}_j' \tilde{\beta} \neq 0$, diperoleh staistik uji yng dinotasikan dengan Q^* mengikuti distribusi t dengan derajat bebas $\left(n-\left(1+\left(m+r\right)h\right)\right)$. Daerah penolakan H_0 adalah $C = \left\{\left(z_1, z_2, \ldots, z_n, y\right) : Q^{*2} > k^*\right\}$ dengan ketentuan $Q^* < -t_{\left(n-\left(1+\left(m+r\right)h\right)\right)}$ atau $Q^* > t_{\left(n-\left(1+\left(m+r\right)h\right)\right)}$.
2. Aplikasi pada data AKI Provinsi NTT tahun 2015 mendapatkan hasil sebagai berikut:
   a. Model terbaik yang diperoleh adalah dengan menggunakan kombinasi titik knot (2,2,2,3).
   b. Dari keempat variabel prediktor yang digunakan, semua variabel memberikan pengaruh yang signifikan terhadap model.
   c. Koefisien determinasi (R^2) yang diperoleh adalah sebesar 91,87 persen dan *adjusted* R^2 sebesar 77,64 persen, sehingga model tersebut layak untuk digunakan.

5.2 Saran

Dari hasil analisis dan pembahasan yang dilakukan pada Bab 4 selain kesimpulan juga terdapat beberapa saran yang dapat digunakan untuk penelitian selanjutnya yaitu:

1. Mengembangkan regresi nonparametrik spline *truncated* dengan menambahkan efek lokasi atau spasial untuk mengetahui pengaruh perbedaan antar wilayah.

2. Pada penelitian ini dibatasi pada spline linier, untuk penelitian selanjutnya dapat dikembangkan menggunakan spline kuadratik atau spline kubik.
3. Penelitian ini menggunakan empat variabel prediktor, untuk penelitian selanjutnya dapat ditambahkan variabel lain yang berkaitan dengan kematian ibu, seperti jumlah anak lahir hidup dan status pekerjaan.
4. Semua variabel prediktor berpengaruh signifikan terhadap pembentukan AKI, sehingga perlu diperhatikan untuk kabupaten/kota yang memiliki persentase ibu hamil mendapatkan zat besi cukup rendah, persentase usia perkawinan pertama kurang dari 16 tahun cukup tinggi, persentase penolong persalinan tenaga kesehatan rendah dan persentase wanita kawin dengan pendidikan tertinggi yang ditamatkan SD tinggi. Pemerintah perlu menyusun kebijakan terarah untuk mengatasi tingginya AKI terutama untuk kabupaten/kota yang memiliki karakteristik yang telah disebutkan.

DAFTAR PUSTAKA

Arfan, N. (2014), *PendekatanSpline untuk Estimasi Kurva Regresi Nonparametrik (Studi Kasus pada Data Angka Kematian Maternal di Jawa Timur 2011)*, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.

Bintariningrum, M.F. (2014), "Pemodelan Regresi Nonparametrik Spline Truncated dan Aplikasinya pada Angka Kelahiran Kasar di Surabaya", *Jurnal Sains dan Seni Promits*, Vol. 3, pp. D7-D12.

BPS NTT (2016), *Statistik Sosial dan Kependudukan Nusa Tenggara Timur Tahun 2015*, BPS NTT, Kupang.

BPS (2016), *Profil Penduduk Indonesia Hasil SUPAS 2015*, BPS, Jakarta.

Budiantara, I.N. (2004), *Spline: Historis, Motivasi dan Perannya Dalam Regresi Nonparametrik,* Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Udayana, Denpasar.

Budiantara, I.N. (2005), *"Regresi Spline Linier",Seminar Nasional Matematika*, FMIPA Universitas Diponegoro, Semarang.

Budiantara, I.N. (2009), *Spline Dalam Regresi Nonparametrik dan Semiparametrik: Sebuah Pemodelan Statistika Masa Kini dan Masa Mendatang*, ITS Press, Surabaya.

Budiantara, I.N. (2011), "Penelitian Bidang Regresi Spline Menuju Terwujudnya Penelitian Statistika yang Mandiri dan Berkarakter", *Prosiding Seminar Nasional MIPA Undiksha*, Undiksha, pp. 9-28.

Casella, G. dan Berger, R.L. (2001), *Statistical Inference*, 2nd ed., Duxbury Press, California.

Dewi, R.K. (2012), "Faktor-faktor yang Mempengaruhi Angka Gizi Buruk Di Jawa Timur dengan Pendekatan Regresi Nonprametrik Spline", *Jurnal Sains dan Seni POMITS Vo.l 1 No.1*, pp. D177-D182.

Dinkes NTT (2016), *Profil Kesehatan Provinsi NTT Tahun 2015*, Dinkes NTT, Kupang.

Draper, N.R. dan Smith, H. (1998), *Applied Regression Analysis*, 3rd ed., John Willey & Sons, New York.

Eubank, R.L. (1999), *Nonparametric Regression And Spline Smoothing*, Marcel Dekker Inc, New York.

Ferdiana, K. (2017), *Pengujian Hipotesis Simultan dalam Regresi Semiparametrik Spline Truncated (Studi Kasus: Angka Partisipasi KAsar SLTA Tahun 2015 di Provinsi Jawa Timur*, Tesis, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.

Griggs, W. (2013), *Penalized Spline Regression and its Applications*, Thesis, Whitman College, United States.

Hardle, W. (1994), *Applied Nonparametric Regression*, Humboldt-Universitat zu Berlin, Berlin.

Kemenkes (2012), *Kajian Determinan Kematian Maternal Di Lima Region Indonesia*, Kemenkes, Jakarta.

Kemenkes (2015), *Profil Kesehatan Indonesia*, Kemenkes RI, Jakarta.

Kurniawan, U. (2015), *Penaksiran dan Pengujian Hipotesis Parameter Model Regresi Binomial Negatif Bivariat (Studi kasus: Jumlah Kematian Bayi dan Jumlah Kematian Ibu di Provinsi Jawa Timur Tahun 2013)*, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.

Lyche, T. dan Morken, K. (2008), *Spline Methods Draft*, Departmen of Informatics for Applications University of Oslo.

McCarthy, J. dan Maine, D. (1992), "A Framework for Analyzing the Determinants of Maternal Mortality", *Studies in Family Planning*, Vol. 23, pp. 23-33.

Merdekawati, L.P. (2013), "Pemodelan Regresi Spline Truncated Multivariabel pada Faktor-faktor yang Mempengaruhi Kemisikinan di Kabupaten/Kota Provinsi Jawa Tengah", *Jurnal Sains dan Seni Pomits*, Vol. 2, pp. D19-D24.

Moesley, W.H. dan Chen, L.C. (1984), "An Analutical Framework for The Study of Child Survival in Developing Countries", *Population and Development Review*, Vol. 10, No. Issue: Child Survival: Strategies for Research, pp. 25-45.

Novita, L. (2012), *Pemodelan Maternal Mortality di Jawa Timur dengan Pendekatan Geographically Weighted Poisson Regression (GWPR)*, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.

Pertiwi, L.D. (2012), *Spatial Durbin Model Untuk Mengidentifikasi Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Kematian Ibu Di Jawa Timur*, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.

Pratiwi, L.P.S. (2015), *Pengujian Hipotesis Model Spline Truncated Dalam Regresi Ninparametrik Multivariabel*, Tesis, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.

Qomariyah, N. (2013), "Pemodelan Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Jumlah Kematian Ibu Di Jatim dengan Pendekatan GWPR (Geographically Weighted Poisson Regression) Ditinjau dari Segi Fasilitas Kesehatan", *Jurnal Sains dan Seni POMITS*, Vol. 2, No. 2, pp. D311-D316.

Rencher, A.C. dan Scaalje, G.B. (2007), *Linear Models in Statistics*, 2nd ed., John Wiley & Sons, New Jersey.

Thaddeus, S. dan Maine, D. (1994), "Too Far To Walk: Maternal Mortality In Context", *Social Science Med*, Vol. 38, No. 8, pp. 1091-1110.

Tupen, S.N. dan Budiantara, I.N. (2011), "Uji Hipotesis dalam Regresi Nonparametrik Spline", *Prosiding Seminar Nasional Statistika ke-8, Universitas Diponegoro, Semarang*, pp. 184-199.

Wahba, G. (1990), *Spline Models for Observational Data*, SIAM, Pensylvania.

WHO (2010), *Trends in Maternal Mortality: 1990 to 2008*, WHO Press, Geneva.

WHO (2015), *World Health Statistics 2015*, WHO, Luxemburg.

Wood, S.N. (2003), "Thin Plate Regression Splines", *Journal of the Royal statistical Society: Series B (Statistical Methodology)*, Vol. 65, No. 1, pp. 95-114.

"Halaman ini sengaja dikosongkan"

LAMPIRAN

Lampiran 1 Data Angka Kematian Ibu di Indonesia menurut Provinsi Tahun 2015

No	Nama Provinsi	AKI
1	Sulawesi Selatan	29
2	DKI Jakarta	38
3	DI Yogyakarta	46
4	Sulawesi Utara	71
5	Jambi	81
6	Bali	83
7	Jawa Barat	83,47
8	Nusa Tenggara Barat	91,51
9	Lampung	93
10	Jawa Timur	93,52
11	Sumatera Selatan	98
12	Riau	108,90
13	Jawa Tengah	111,16
14	Sumatera Barat	115
15	Kep. Babel	115
16	Sulawei Tenggara	131
17	Nusa Tenggara Timur	133
18	Aceh	133,64
19	Bengkulu	137
20	Kalimantan Timur	140
21	Kalimantan Barat	141
22	Kep. Riau	146,53
23	Kalimantan Utara	173
24	Kalimantan Tengah	182
25	Sulawei Barat	204
26	Sulawesi Tengah	208
27	Kalimantan Selatan	228
28	Papua	239

Sumber: Data Profil Kesehatan Provinsi di Indonesia Tahun 2015

Lampiran 2 Data dan Struktur Data yang Digunakan

Kab/Kota	y	z_1	z_2	z_3	z_4
Kota Kupang	61.06	83.05	3.40	95.10	17.89
Kupang	110.45	64.48	3.19	62.58	58.78
TTS	212,51	58.59	4.57	66.94	65.61
TTU	175.75	71.43	3.86	83.54	63.39
Belu	174.89	84.00	7.52	89.63	61.83
Malaka	44,07	71.21	3.97	88.52	68.60
Alor	126.97	60.77	5.08	43.32	61.51
Lembata	150.60	77.35	3.77	97.67	62.97
Flores Timur	17.96	71.90	2.62	96.61	62.43
Sikka	113.44	70.39	2.19	95.70	64.00
Ende	99.40	40.84	3.44	91.69	60.45
Nagekeo	143.27	72.94	1.50	96.66	63.48
Ngada	77.20	69.71	0.47	98.33	62.48
Manggarai Timur	139.02	66.62	3.07	50.91	75.94
Manggarai	95.08	70.06	3.02	68.33	69.00
Manggarai Barat	165.72	68.15	2.51	73.33	72.48
Sumba Barat Daya	102.31	70.93	5.06	47.99	72.42
Sumba Barat	109.44	102.31	4.59	80.10	62.73
Sumba Tengah	92.38	26.09	6.22	77.7	67.06
Sumba Timur	273.66	35.03	8.65	74.46	63.41
Rote Ndao	166.63	59.32	3.89	53.51	65.02
Sabu Raijua	229.27	53.73	2.71	22.12	70.79

Keterangan:

y : AKI

z_1 : Persentase ibu hamil yang mendapatkan zat besi (Tablet Fe3)

z_2 : Persentase wanita hamil dengan umur perkawinan pertama $\leq$ 16 tahun

z_3 : Persentase persalinan ditolong oleh tenaga kesehatan

z_4 : Persentase perempuan dengan pendidikan tertinggi SD

Lampiran 3 Program Regresi Nonparametrik Spline *Truncated* Multivariabel Satu Titik Knot

```
library(MASS)
GCV1=function(para)
{
        data=as.matrix(data)
        p=length(data[,1])
        q=length(data[1,])
        m=ncol(data)-para-1
        dataA=data[,(para+2):q]
        F=matrix(0,nrow=p,ncol=p)
        diag(F)=1
        nk= length(seq(min(data[,2]),max(data[,2]),length.out=50))
        knot1=matrix(ncol=m,nrow=nk)
        for (i in (1:m))
        {
                for (j in (1:nk))
                {
                        a=seq(min(dataA[,i]),max(dataA[,i]),length.out=50)
                        knot1[j,i]=a[j]
                }
        }
        a1=length(knot1[,1])
        knot1=knot1[2:(a1-1),]
        aa=rep(1,p)
        data1=matrix(ncol=m,nrow=p)
        data2=data[,2:q]
        a2=nrow(knot1)
        GCV=rep(NA,a2)
        Rsq=rep(NA,a2)
        for (i in 1:a2)
        {
        for (j in 1:m)
        {
                for (k in 1:p)
                {
                        if (data[k,(j+para+1)]<knot1[i,j]) data1[k,j]=0 else
                        data1[k,j]=data[k,(j+para+1)]-knot1[i,j]
                }
        }
        mx=cbind(aa,data2,data1)
        mx=as.matrix(mx)
        C=ginv(t(mx)%*%mx)
        B=C%*%(t(mx)%*%data[,1])
        yhat=mx%*%B
        SSE=0
        SSR=0
        for (r in (1:p))
                {
                       sum=(data[r,1]-yhat[r,])^2
```

Lampiran 3. Program Regresi Nonparametrik Spline *Truncated* Multivariabel Satu Knot (lanjutan)

```
                              sum1=(yhat[r,]-mean(data[,1]))^2
                               SSE=SSE+sum
                               SSR=SSR+sum1
                    }
                    Rsq[i]=(SSR/(SSE+SSR))*100
                    MSE=SSE/p
                    A=mx%*%C%*%t(mx)
                    A1=(F-A)
                    A2=(sum(diag(A1))/p)^2
                    GCV[i]=MSE/A2
          }
          GCV=as.matrix(GCV)
          Rsq=as.matrix(Rsq)
          cat("=======================================","\n")
          cat("Nilai Knot dengan Spline linear 1 knot","\n")
          cat("=======================================","\n")
          print (knot1)
          cat("=======================================","\n")
          cat("Rsq dengan Spline linear 1 knot","\n")
          cat("=======================================","\n")
          print (Rsq)
          cat("=======================================","\n")
          cat("HASIL GCV dengan Spline linear 1 knot","\n")
          cat("=======================================","\n")
          print (GCV)
          s1=min(GCV)
          print(max(Rsq))
          cat("=======================================","\n")
          cat("HASIL GCV terkecil dengan Spline linear 1 knot","\n")
          cat("=======================================","\n")
          cat(" GCV =",s1,"\n")
          hasil<-cbind(knot1, Rsq, GCV)
          write.csv(GCV,file="d://TesisOlah//validasi_GCV1.csv")
          write.csv(Rsq,file="d://TesisOlah//validasi_Rsq1.csv")
          write.csv(knot1,file="d://TesisOlah//validasi_knot1.csv")
          write.csv(hasil, file="d://TesisOlah//validasi_hasil1.csv")
}
GCV1(0)
```

Lampiran 4. Program Regresi Nonparametrik Spline *Truncated* Multivariabel Dua Titik Knot

```
GCV2=function(para)
{
	data=as.matrix(data)
	p=length(data[,1])
	q=length(data[1,])
	m=ncol(data)-1
	F=matrix(0,nrow=p,ncol=p)
	diag(F)=1
	nk= length(seq(min(data[,2]),max(data[,2]),length.out=50))
	knot=matrix(ncol=m,nrow=nk)
	for (i in (1:m))
	{
		for (j in (1:nk))
		{

	a=seq(min(data[,(i+1)]),max(data[,(i+1)]),length.out=50)
			knot[j,i]=a[j]
		}
	}
	z=(nk*(nk-1)/2)
	knot2=cbind(rep(NA,(z+1)))
	for (i in (1:m))
	{
		knot1=rbind(rep(NA,2))
		for ( j in 1:(nk-1))
		{
			for (k in (j+1):nk)
			{
				xx=cbind(knot[j,i],knot[k,i])
				knot1=rbind(knot1,xx)
			}
		}
		knot2=cbind(knot2,knot1)
	}
	knot2=knot2[2:(z+1),2:(2*m+1)]
	aa=rep(1,p)
	data2=matrix(ncol=(2*m),nrow=p)
	data1=data[,2:q]
	a1=length(knot2[,1])
	GCV=rep(NA,a1)
	Rsq=rep(NA,a1)
```

Lampiran 4. Program Regresi Nonparametrik Spline *Truncated* Multivariabel Dua Titik Knot (Lanjutan)

```
for (i in 1:a1)
 {
  for (j in 1:(2*m))
   {
        if ((j%%2)==1) b=floor(j/2)+1 else b=j/2
        for (k in 1:p)
          {
            if (data1[k,b]<knot2[i,j]) data2[k,j]=0
             else data2[k,j]=data1[k,b]knot2[i,j]
          }
   }
        mx=cbind(aa,data1,data2)
        mx=as.matrix(mx)
        C=ginv(t(mx)%*%mx)
        B=C%*%(t(mx)%*%data[,1])
        yhat=mx%*%B
        SSE=0
        SSR=0
        for (r in (1:p))
                {
                        sum=(data[r,1]-yhat[r,])^2
                        sum1=(yhat[r,]-mean(data[,1]))^2
                        SSE=SSE+sum
                        SSR=SSR+sum1
                }
        Rsq[i]=(SSR/(SSE+SSR))*100
        MSE=SSE/p
        A=mx%*%C%*%t(mx)
        A1=(F-A)
        A2=(sum(diag(A1))/p)^2
        GCV[i]=MSE/A2
 }

 GCV=as.matrix(GCV)
 Rsq=as.matrix(Rsq)
 cat("============================================================","\n")
 cat("Nilai Knot dengan Spline linear 2 knot","\n")
 cat("============================================================","\n")
 print (knot1)
 print (knot2)
 cat("============================================================","\n")
 cat("Rsq dengan Spline linear 2 knot","\n")
 cat("============================================================","\n")
```

Lampiran 4. Program Regresi Nonparametrik Spline *Truncated* Multivariabel Dua Titik Knot (Lanjutan)

```
print (Rsq)
  cat("==================================================","\n")
  cat("HASIL GCV dengan Spline linear 2 knot","\n")
  cat("==================================================","\n")
        print (GCV)
          s1=min(GCV)
          cat("============================================","\n")
          cat("HASIL GCV terkecil dengan Spline linear 2 knot","\n")
          cat("============================================","\n")
          cat(" GCV =",s1,"\n")
          hasil<-cbind(knot2, Rsq, GCV)
          print(hasil)
          write.csv(GCV,file="d://TesisOlah//validasi_GCV2.csv")
          write.csv(Rsq,file="d://TesisOlah//validasi_Rsq2.csv")
          write.csv(knot2,file="d://TesisOlah//validasi_knot2.csv")
          write.csv(hasil, file="d://TesisOlah//validasi_hasil2.csv")
}
GCV2(0)
```

Lampiran 5. Program Regresi Nonparametrik Spline *Truncated* Multivariabel Tiga Titik Knot

```
GCV3=function(para)
{
  data=as.matrix(data)
  p=length(data[,1])
  q=length(data[1,])
  m=ncol(data)-para-1
  F=matrix(0,nrow=p,ncol=p)
  dataA=data[,(para+2):q]
  diag(F)=1
  nk= length(seq(min(data[,2]),max(data[,2]),length.out=50))
  knot=matrix(ncol=m,nrow=nk)
  for (i in (1:m))
   {
        for (j in (1:nk))
          {
            a=seq(min(dataA[,i]),max(dataA[,i]),length.out=50)
          knot[j,i]=a[j]
           }
    }
  knot=knot[2:(nk-1),]
  a2=nrow(knot)
  z=(a2*(a2-1)*(a2-2)/6)
  knot1=cbind(rep(NA,(z+1)))
  for (i in (1:m))
   {
        knot2=rbind(rep(NA,3))
        for ( j in 1:(a2-2))
          {
            for (k in (j+1):(a2-1))
                  {
                    for (g in (k+1):a2)
                          {
                                  xx=cbind(knot[j,i],knot[k,i],knot[g,i])
                                  knot2=rbind(knot2,xx)
                          }
                  }
          }
        knot1=cbind(knot1,knot2)
   }
  knot1=knot1[2:(z+1),2:(3*m+1)]
  aa=rep(1,p)
  data1=matrix(ncol=(3*m),nrow=p)
  data2=data[,(para+2):q]
  a1=length(knot1[,1])
```

Lampiran 5. Program Regresi Nonparametrik Spline *Truncated* Multivariabel Tiga Titik Knot (Lanjutan)

```
GCV=rep(NA,a1)
  Rsq=rep(NA,a1)
  for (i in 1:a1)
  {
   for (j in 1:ncol(knot1))
      {
         b=ceiling(j/3)
         for (k in 1:p)
          {
            if (data2[k,b]<knot1[i,j]) data1[k,j]=0
        else data1[k,j]=data2[k,b]-knot1[i,j]
          }
      }
   mx=cbind(aa,data[,2:q],data1)
    mx=as.matrix(mx)
    C=ginv(t(mx)%*%mx)
    B=C%*%(t(mx)%*%data[,1])
    yhat=mx%*%B
    SSE=0
    SSR=0
      for (r in (1:p))
         {
            sum=(data[r,1]-yhat[r,])^2
            sum1=(yhat[r,]-mean(data[,1]))^2
            SSE=SSE+sum
            SSR=SSR+sum1
         }
      Rsq[i]=(SSR/(SSE+SSR))*100
      MSE=SSE/p
      A=mx%*%C%*%t(mx)
      A1=(F-A)
      A2=(sum(diag(A1))/p)^2
      GCV[i]=MSE/A2
  }

  GCV=as.matrix(GCV)
  Rsq=as.matrix(Rsq)
  cat("=======================================","\n")
  cat("Nilai Knot dengan Spline linear 3 knot","\n")
  cat("=======================================","\n")
  print (knot1)
  cat("=======================================","\n")
  cat("Rsq dengan Spline linear 3 knot","\n")
```

Lampiran 5. Program Regresi Nonparametrik Spline *Truncated* Multivariabel Tiga Titik Knot (Lanjutan)

```
        cat("=========================================","\n")
         print (Rsq)
         r=max(Rsq)
         print (r)
         cat("=========================================","\n")
         cat("HASIL GCV dengan Spline linear 3 knot","\n")
         cat("=========================================","\n")
         print (GCV)
         s1=min(GCV)
         cat("=========================================","\n")
         cat("HASIL GCV terkecil dengan Spline linear 3 knot","\n")
         cat("=========================================","\n")
         cat(" GCV =",s1,"\n")
         hasil<-cbind(knot1, Rsq, GCV)
         write.csv(GCV,file="d://TesisOlah//validasi_GCV3.csv")
         write.csv(Rsq,file="d://TesisOlah//validasi_Rsq3.csv")
         write.csv(knot1,file="d://TesisOlah//validasi_knot3.csv")
         write.csv(hasil, file="d://TesisOlah//validasi_hasil3.csv")

}
GCV3(0)
```

Lampiran 6. Program Regresi Nonparametrik Spline *Truncated* Multivariabel Kombinasi Titik Knot

```
GCVkom=function(para)
{
  data=as.matrix(data)
  p1=length(data[,1])
  q1=length(data[1,])
  v=para+2
  F=matrix(0,nrow=p1,ncol=p1)
  diag(F)=1
  x1=read.table("d://TesisOlah//x1.txt")
  x2=read.table("d://TesisOlah//x2.txt")
  x3=read.table("d://TesisOlah//x3.txt")
  x4=read.table("d://TesisOlah//x4.txt")
  n2=nrow(x1)
  a=matrix(nrow=4,ncol=3^4)
  m=0
  for (ii in 1:3)
  for (j in 1:3)
  for (k in 1:3)
  for (l in 1:3)
   {
        m=m+1
        a[,m]=c(ii,j,k,l)
   }
  a=t(a)
  GCV=matrix(nrow=nrow(x1),ncol=3^4)
  R=matrix(nrow=nrow(x1),ncol=3^4)
  for (i in 1:3^4)
   {
        for (h in 1:nrow(x1))
         {
          if (a[i,1]==1)
          {
                gab=as.matrix(x1[,1])
                gen=as.matrix(data[,v])
                aa=matrix(nrow=nrow(x1)*nrow(data),ncol=1)
                for (j in 1:1)
                for (w in 1:nrow(data))
                {
                if (gen[w,j]<gab[h,j]) aa[w,j]=0 else aa[w,j]=gen[w,j]-gab[h,j]
                }
          }
          else if (a[i,1]==2)
         {
          gab=as.matrix(x1[,2:3])
```

Lampiran 6. Program Regresi Nonparametrik Spline *Truncated* Multivariabel Kombinasi Titik Knot (lanjutan)

```
gen=as.matrix(cbind(data[,v],data[,v]))
aa=matrix(nrow=nrow(x1)*nrow(data),ncol=2)
for (j in 1:2)
for (w in 1: nrow(data))
    {
        if (gen[w,j]<gab[h,j]) aa[w,j]=0 else aa[w,j]=gen[w,j]-gab[h,j]
    }
}
else
    {
        gab=as.matrix(x1[,4:6])
        gen=as.matrix(cbind(data[,v],data[,v],data[,v]))
        aa=matrix(nrow=nrow(x1)*nrow(data),ncol=3)
        for (j in 1:3)
        for (w in 1:nrow(data))
      {
        if (gen[w,j]<gab[h,j]) aa[w,j]=0 else aa[w,j]=gen[w,j]-gab[h,j]
      }
    }
if (a[i,2]==1)
{
  gab=as.matrix(x2[,1] )
  gen=as.matrix(data[,(v+1)])
  bb=matrix(nrow=nrow(x1)*nrow(data),ncol=1)
  for (j in 1:1)
  for (w in 1:nrow(data))
   {
        if (gen[w,j]<gab[h,j]) bb[w,j]=0 else bb[w,j]=gen[w,j]-gab[h,j]
   }
 }
else if (a[i,2]==2)
{
gab=as.matrix(x2[,2:3] )
gen=as.matrix(cbind(data[,(v+1)],data[,(v+1)]))
bb=matrix(nrow=nrow(x1)*nrow(data),ncol=2)
for (j in 1:2)
for (w in 1:nrow(data))
    {
        if (gen[w,j]<gab[h,j]) bb[w,j]=0 else bb[w,j]=gen[w,j]-gab[h,j]
    }
}
```

Lampiran 6. Program Regresi Nonparametrik Spline *Truncated* Multivariabel Kombinasi Titik Knot (Lanjutan)

```
        else
         {
         gab=as.matrix(x2[,4:6])
         gen=as.matrix(cbind(data[,(v+1)],data[,(v+1)],data[,(v+1)]))
         bb=matrix(nrow=nrow(x1)*nrow(data),ncol=3)
         for (j in 1:3)
          for (w in 1:nrow(data))
         {
             if (gen[w,j]<gab[h,j]) bb[w,j]=0 else bb[w,j]=gen[w,j]-gab[h,j]
         }
    }
  if (a[i,3]==1)
   {
         gab=as.matrix(x3[,1] )
         gen=as.matrix(data[,(v+2)])
         cc=matrix(nrow=nrow(x1)*nrow(data),ncol=1)
         for (j in 1:1)
         for (w in 1:nrow(data))
         {
           if (gen[w,j]<gab[h,j]) cc[w,j]=0 else cc[w,j]=gen[w,j]-gab[h,j]
         }
   }
 else if (a[i,3]==2)
   {
         gab=as.matrix(x3[,2:3] )
         gen=as.matrix(cbind(data[,(v+2)],data[,(v+2)]))
         cc=matrix(nrow=nrow(x1)*nrow(data),ncol=2)
         for (j in 1:2)
         for (w in 1:nrow(data))
         {
           if (gen[w,j]<gab[h,j]) cc[w,j]=0 else cc[w,j]=gen[w,j]-gab[h,j]
         }
   }
          else
   {
         gab=as.matrix(x3[,4:6])
         gen=as.matrix(cbind(data[,(v+2)],data[,(v+2)],data[,(v+2)]))
         cc=matrix(nrow=nrow(x1)*nrow(data),ncol=3)
         for (j in 1:3)
         for (w in 1:nrow(data))
           {
                   if (gen[w,j]<gab[h,j]) cc[w,j]=0 else cc[w,j]=gen[w,j]-gab[h,j]
           }
    }
```

Lampiran 6. Program Regresi Nonparametrik Spline *Truncated* Multivariabel Kombinasi Titik Knot (Lanjutan)

```
if (a[i,4]==1)
  {
      gab=as.matrix(x4[,1] )
      gen=as.matrix(data[,(v+3)])
      dd=matrix(nrow=nrow(x1)*nrow(data),ncol=1)
      for (j in 1:1)
     for (w in 1:nrow(data))
        {
            if (gen[w,j]<gab[h,j]) dd[w,j]=0 else dd[w,j]=gen[w,j]-gab[h,j]
        }
      }
      else if (a[i,4]==2)
      {
            gab=as.matrix(x4[,2:3] )
            gen=as.matrix(cbind(data[,(v+3)],data[,(v+3)]))
            dd=matrix(nrow=nrow(x1)*nrow(data),ncol=2)
            for (j in 1:2)
            for (w in 1:nrow(data))
         {
            if (gen[w,j]<gab[h,j]) dd[w,j]=0 else dd[w,j]=gen[w,j]-gab[h,j]
         }
      }
      else
      {
            gab=as.matrix(x4[,4:6])
            gen=as.matrix(cbind(data[,(v+3)],data[,(v+3)],data[,(v+3)]))
            dd=matrix(nrow=nrow(x1)*nrow(data),ncol=3)
            for (j in 1:3)
            for (w in 1:nrow(data))
            {
             if (gen[w,j]<gab[h,j]) dd[w,j]=0 else dd[w,j]=gen[w,j]-gab[h,j]
            }
      }
            ma=as.matrix(cbind(aa,bb,cc,dd))
            mx=cbind(rep(1,nrow(data)), data[,2:q1],na.omit(ma))
            mx=as.matrix(mx)
            C=ginv(t(mx)%*%mx)
            B=C%*%(t(mx)%*%data[,1])
            yhat=mx%*%B
            SSE=0
            SSR=0
            for (r in 1:nrow(data))
                  {
                        sum=(data[r,1]-yhat[r,])^2
                        sum1=(yhat[r,]-mean(data[,1]))^2
```

Lampiran 6. Program Regresi Nonparametrik Spline *Truncated* Multivariabel Kombinasi Titik Knot (Lanjutan)

```
                    SSE=SSE+sum
                                    SSR=SSR+sum1
                              }
                    Rsq=(SSR/(SSE+SSR))*100
                    R[i]=Rsq
                    MSE=SSE/p1
                    A=mx%*%C%*%t(mx)
                    A1=(F-A)
                    A2=(sum(diag(A1))/p1)^2
                    GCV[h,i]=MSE/A2
                    }
          if (a[i,1]==1) sp=x1[,1] else
          if (a[i,1]==2) sp=x1[,2:3] else
          sp=x1[,4:6]
          if (a[i,2]==1) spl=x2[,1] else
          if (a[i,2]==2) spl=x2[,2:3] else
          spl=x2[,4:6]
          if (a[i,3]==1) splin=x3[,1] else
          if (a[i,3]==2) splin=x3[,2:3] else
          splin=x3[,4:6]
          if (a[i,4]==1) spline=x4[,1] else
          if (a[i,4]==2) spline=x4[,2:3] else
          spline=x4[,4:6]
          kkk=cbind(sp,spl,splin,spline)
          cat("=====================","\n")
          print(i)
          print(kkk)
          write.csv(GCV,file="d://TesisOlah//outputGCVkombinasi1.csv")
          }
}
```

Lampiran 7. Program Uji Signifikansi Parameter

```
uji=function(alpha,para)
{
  data=as.matrix(data)
  knot=read.csv("D://TesisOlah//knot.csv",sep=";",header=TRUE)
  knot=as.matrix(knot)
  ybar=mean(data[,1])
  m=para+2
  p=nrow(data)
  q=ncol(data)
  dataA=cbind(data[,m],data[,m],data[,m+1],data[,m+1],data[,m+2],data[,m+2],
         data[,m+3],data[,m+3],data[,m+3])
  dataA=as.matrix(dataA)
  satu=rep(1,p)
  n1=ncol(knot)
  data.knot=matrix(ncol=n1,nrow=p)
  for (i in 1:n1)
   {
        for(j in 1:p)
        {
            if (dataA[j,i]<knot[1,i]) data.knot[j,i]=0
          else data.knot[j,i]=dataA[j,i]-knot[1,i]
        }
   }
  mx=cbind(satu,data[,2],data.knot[,1:2],data[,3],data.knot[,3:4],data[,4],
       data.knot[,5:6],data[,5],data.knot[,7:9])
  mx=as.matrix(mx)
  B=(ginv(t(mx)%*%mx))%*%t(mx)%*%data[,1]
  cat("=========================================","\n")
  cat("Estimasi Parameter","\n")
  cat("=========================================","\n")
  print (B)
  n1=nrow(B)
  yhat=mx%*%B
  res=data[,1]-yhat
  SSE=sum((data[,1]-yhat)^2)
  SSR=sum((yhat-ybar)^2)
  SST=SSR+SSE
  MSE=SSE/(p-n1)
  MSR=SSR/(n1)
  Rsq=(SSR/(SSR+SSE))*100
```

Lampiran 7. Uji Signifikansi Parameter (Lanjutan)

```
#uji F (uji serentak)
Fhit=MSR/MSE
pvalue=pf(Fhit,(n1),(p-n1),lower.tail=FALSE)
if (pvalue<=alpha)
  {
        cat("------------------------------------","\n")
        cat("Kesimpulan hasil uji serentak","\n")
        cat("------------------------------------","\n")
        cat("Tolak Ho yakni minimal terdapat 1 prediktor yang signifikan","\n")
        cat("","\n")
  }
 else
  {
        cat("------------------------------------","\n")
        cat("Kesimpulan hasil uji serentak","\n")
        cat("------------------------------------","\n")
        cat("Gagal Tolak Ho yakni semua prediktor tidak berpengaruh
          signifikan","\n")
        cat("","\n")
  }

 #uji T (uji T individu)
 T.parsial=rep(NA,n1)
 d1=rep(NA,n1)
 d2=rep(NA,n1)
 y=data[,1]
 c=diag(1,nrow=n1,ncol=n1)
 pval=rep(NA,n1)
 cat("------------------------------------","\n")
 cat("Kesimpulan hasil uji individu","\n")
 cat("------------------------------------","\n")
 for (i in 1:n1)
 {
   d2[i]=(t(y)%*%mx%*%ginv(t(mx)%*%mx)%*%c[,i]%*%t(c[,i])%*
         %ginv(t(mx)%*%mx)%*%t(mx)%*%y)/((t(c[,i])%*%ginv(t(mx)%
         *%mx)%*%c[,i]))
   d1[i]=t(y)%*%(diag(1,nrow=nrow(mx),ncol=nrow(mx))-
         (mx%*%ginv(t(mx)%*%mx)%*%t(mx)))%*%y
   T.parsial[i]=sqrt(d2[i])/sqrt((d1[i])/(p-n1))
   pval[i]=2*(pt(abs(T.parsial[i]),(p-n1),lower.tail=FALSE))
   if (pval[i]<=alpha) cat("Tolak Ho yakni prediktor signifikan dengan
       pvalue",pval[i],"\n")
  else cat("Gagal tolak Ho yakni prediktor tidak signifikan dengan
           pvalue",pval[i],"\n")
 }
```

Lampiran 7. Uji Signifikansi Parameter (Lanjutan)

```
    T.parsial=as.matrix(T.parsial)
    cat("=========================================","\n")
    cat("nilai T hitung uji individu","\n")
    cat("=========================================","\n")
    print (T.parsial)
    cat("Analysis of Variance","\n")
    cat("========================================","\n")
    cat("Sumber df SS MS Fhit","\n")
    cat("Regresi ",(n1)," ",SSR," ",MSR,"",Fhit,"\n")
    cat("Error ",p-n1," ",SSE,"",MSE,"\n")
    cat("Total ",p," ",SST,"\n")
    cat("========================================","\n")
    cat("s=",sqrt(MSE)," Rsq=",Rsq,"\n")
    cat("pvalue(F)=",pvalue,"\n")
    Rsqadj=(1-((SSE/SST)*((p)/(p-n1))))*100
    cat("Rsqadj=",Rsqadj,"\n")

    write.csv(res,file="d://TesisOlah//output uji residual.csv")
    write.csv(pval,file="d://TesisOlah//output uji pvalue.csv")
    write.csv(mx,file="d://TesisOlah//output uji mx.csv")
    write.csv(yhat,file="d://TesisOlah//output uji yhat.csv")
    write.csv(B,file="d://TesisOlah//output B.csv")
    write.csv(T.parsial,file="d://TesisOlah//output thit.csv")
     }
uji(0.05,0)
```

Lampiran 8. Program *Uji Glejser*

```
glejser=function(alpha,para)
{
data=read.csv("D://TesisOlah//MMR.csv",sep=";",header=TRUE)
knot=read.csv("D://TesisOlah//knot.csv",sep=";",header=TRUE)
res=read.table("D://TesisOlah//residual.csv")
data=as.matrix(data)
knot=as.matrix(knot)
res=abs(res)
res=as.matrix(res)
rbar=mean(res)
m=para+2
p=nrow(data)
q=ncol(data)
dataA=cbind(data[,m],data[,m],data[,m],data[,m+1],data[,m+1],data[,m+1],
        data[,m+2],data[,m+2],data[,m+2],data[,m+3],data[,m+3],data[,m+3])
dataA=as.matrix(dataA)
satu=rep(1,p)
n1=ncol(knot)
data.knot=matrix(ncol=n1,nrow=p)
for (i in 1:n1)
{
            for(j in 1:p)
            {
               if (dataA[j,i]<knot[1,i]) data.knot[j,i]=0
             else data.knot[j,i]=dataA[j,i]-knot[1,i]
            }
}
mx=cbind(satu,data[,2],data.knot[,1:2],data[,3],data.knot[,3:4],data[,4],
      data.knot[,5:6],data[,5],data.knot[,7:9])
mx=as.matrix(mx)
B=(ginv(t(mx)%*%mx))%*%t(mx)%*%res
n1=nrow(B)
yhat=mx%*%B
residual=res-yhat
SSE=sum((res-yhat)^2)
SSR=sum((yhat-rbar)^2)
SST=SSR+SSE
MSE=SSE/(p-n1)
MSR=SSR/(n1)
Rsq=(SSR/SST)*100

#uji F (uji serentak)
Fhit=MSR/MSE
pvalue=pf(Fhit,(n1),(p-n1),lower.tail=FALSE)
```

Lampiran 8. Uji Glejser (Lanjutan)

```
if (pvalue<=alpha)
{
  cat("------------------------------------","\n")
  cat("Kesimpulan hasil uji serentak","\n")
  cat("------------------------------------","\n")
  cat("Tolak Ho yakni minimal terdapat 1 prediktor yang signifikan atau
       terjadi       heteroskedastisitas","\n")
  cat("","\n")
}
else
{
cat("------------------------------------","\n")
cat("Kesimpulan hasil uji serentak","\n")
cat("------------------------------------","\n")
cat("Gagal Tolak Ho yakni semua prediktor tidak berpengaruh signifikan atau
tidak terjadi heteroskedastisitas","\n")
cat("","\n")
}
cat("Analysis of Variance","\n")
cat("======================================","\n")
cat("Sumber df SS MS Fhit","\n")
cat("Regresi ",(n1)," ",SSR," ",MSR,"",Fhit,"\n")
cat("Error ",p-n1," ",SSE,"",MSE,"\n")
cat("Total ",p," ",SST,"\n")
cat("======================================","\n")
cat("s=",sqrt(MSE)," Rsq=",Rsq,"\n")
cat("pvalue(F)=",pvalue,"\n")
}
```

Lampiran 9. Output Regresi Nonparametrik Spline Truncated Multivariabel Satu Titik Knot

	Z1	Z2	Z3	Z4	R^2	GCV
1	27.64551	0.636939	23.67531	19.07469	52.44748	4137.703
2	29.20102	0.803878	25.23061	20.25939	52.44487	4134.728
3	**30.75653**	**0.970816**	**26.78592**	**21.44408**	**52.44821**	**4131.885**
4	32.31204	1.137755	28.34122	22.62878	52.7183	4775.779
5	33.86755	1.304694	29.89653	23.81347	52.7183	4775.779
6	35.42306	1.471633	31.45184	24.99816	52.30978	4817.042
7	36.97857	1.638571	33.00714	26.18286	51.02101	4947.217
8	38.53408	1.80551	34.56245	27.36755	50.12841	5037.376
9	40.08959	1.972449	36.11776	28.55224	49.46596	5104.288
10	41.6451	2.139388	37.67306	29.73694	49.71036	5079.602
11	43.20061	2.306327	39.22837	30.92163	50.69718	4979.926
12	44.75612	2.473265	40.78367	32.10633	51.4594	4902.936
13	46.31163	2.640204	42.33898	33.29102	52.42284	4805.623
14	47.86714	2.807143	43.89429	34.47571	52.09776	4838.458
15	49.42265	2.974082	45.44959	35.66041	51.10404	4938.831
16	50.97816	3.14102	47.0049	36.8451	50.08532	5041.728
17	52.53367	3.307959	48.5602	38.0298	48.91569	5159.869
18	54.08918	3.474898	50.11551	39.21449	47.35079	5317.934
19	55.64469	3.641837	51.67082	40.39918	45.67593	5487.107
20	57.2002	3.808776	53.22612	41.58388	44.22937	5633.22
21	58.75571	3.975714	54.78143	42.76857	43.88474	5668.03
22	60.31122	4.142653	56.33673	43.95327	42.6197	5795.808
23	61.86673	4.309592	57.89204	45.13796	42.13486	5844.779
24	63.42224	4.476531	59.44735	46.32265	42.07666	5850.658
25	64.97776	4.643469	61.00265	47.50735	42.90548	5766.942
26	66.53327	4.810408	62.55796	48.69204	44.89794	5565.69
27	68.08878	4.977347	64.11327	49.87673	47.16959	5336.238
28	69.64429	5.144286	65.66857	51.06143	48.94653	5156.754
29	71.1998	5.311224	67.22388	52.24612	49.92274	5058.15
30	72.75531	5.478163	68.77918	53.43082	50.65691	4983.994
31	74.31082	5.645102	70.33449	54.61551	51.49274	4899.569
32	75.86633	5.812041	71.8898	55.8002	52.32525	4815.48
33	77.42184	5.97898	73.4451	56.9849	53.12398	4734.803
34	78.97735	6.145918	75.00041	58.16959	53.65337	4681.331
35	80.53286	6.312857	76.55571	59.35429	53.9251	4653.884

Lampiran 10. Output Regresi Nonparametrik Spline Truncated Multivariabel Dua Titik Knot

	Z1		Z2		Z3		Z4		GCV
	1	2	1	2	1	2	1	2	
1	26.09	27.65	0.47	0.64	22.12	23.68	17.89	19.07	4775.78
2	26.09	29.20	0.47	0.80	22.12	25.23	17.89	20.26	4775.78
3	26.09	30.76	0.47	0.97	22.12	26.79	17.89	21.44	4775.78
4	26.09	32.31	0.47	1.14	22.12	28.34	17.89	22.63	4775.78
5	26.09	33.87	0.47	1.30	22.12	29.90	17.89	23.81	4775.78
6	26.09	35.42	0.47	1.47	22.12	31.45	17.89	25.00	4817.04
7	26.09	36.98	0.47	1.64	22.12	33.01	17.89	26.18	4947.22
8	26.09	38.53	0.47	1.81	22.12	34.56	17.89	27.37	5037.38
9	26.09	40.09	0.47	1.97	22.12	36.12	17.89	28.55	5104.29
10	26.09	41.65	0.47	2.14	22.12	37.67	17.89	29.74	5079.60
11	26.09	43.20	0.47	2.31	22.12	39.23	17.89	30.92	4979.93
12	26.09	44.76	0.47	2.47	22.12	40.78	17.89	32.11	4902.94
13	26.09	46.31	0.47	2.64	22.12	42.34	17.89	33.29	4805.62
14	26.09	47.87	0.47	2.81	22.12	43.89	17.89	34.48	4838.46
15	26.09	49.42	0.47	2.97	22.12	45.45	17.89	35.66	4938.83
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
1021	71.20	80.53	5.31	6.31	67.22	76.56	52.25	59.35	5163.65
1022	71.20	82.09	5.31	6.48	67.22	78.11	52.25	60.54	5091.64
1023	71.20	83.64	5.31	6.65	67.22	79.67	52.25	61.72	4404.29
1024	71.20	85.20	5.31	6.81	67.22	81.22	52.25	62.91	3286.64
1025	**71.20**	**86.75**	**5.31**	**6.98**	**67.22**	**82.78**	**52.25**	**64.09**	**2974.99**
1026	71.20	88.31	5.31	7.15	67.22	84.33	52.25	65.28	3683.51
1027	71.20	89.87	5.31	7.31	67.22	85.89	52.25	66.46	4784.65
1028	71.20	91.42	5.31	7.48	67.22	87.44	52.25	67.65	6024.19
1029	71.20	92.98	5.31	7.65	67.22	89.00	52.25	68.83	6713.30
1030	71.20	94.53	5.31	7.82	67.22	90.55	52.25	70.02	6739.82
1031	71.20	96.09	5.31	7.98	67.22	92.11	52.25	71.20	6740.15
1032	71.20	97.64	5.31	8.15	67.22	93.66	52.25	72.39	6712.41
1033	71.20	99.20	5.31	8.32	67.22	95.22	52.25	73.57	6592.81
1034	71.20	100.75	5.31	8.48	67.22	96.77	52.25	74.76	8149.25
1035	71.20	102.31	5.31	8.65	67.22	98.33	52.25	75.94	5058.15

Lampiran 11. Output Regresi Nonparametrik Spline Truncated Multivariabel Tiga Titik Knot

	z1			z2			z3			z4			GCV
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	
1	27.65	29.20	30.76	0.64	0.80	0.97	23.68	25.23	26.79	19.07	20.26	21.44	4,775.78
2	27.65	29.20	32.31	0.64	0.80	1.14	23.68	25.23	28.34	19.07	20.26	22.63	4,775.78
3	27.65	29.20	33.87	0.64	0.80	1.30	23.68	25.23	29.90	19.07	20.26	23.81	4,775.78
4	27.65	29.20	35.42	0.64	0.80	1.47	23.68	25.23	31.45	19.07	20.26	25.00	4,820.39
5	27.65	29.20	36.98	064	0.80	1.64	23.68	25.23	33.01	19.07	20.26	26.18	5,223.02
6	27.65	29.20	38.53	0.64	0.80	1.81	23.68	25.23	34.56	19.07	20.26	27.37	5,220.91
7	27.65	29.20	40.09	0.64	0.80	1.97	23.68	25.23	36.12	19.07	20.26	28.55	5,209.00
8	27.65	29.20	41.65	0.64	0.80	2.14	23.68	25.23	37.67	19.07	20.26	29.74	5,273.20
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
16294	71.20	88.31	92.98	5.31	7.15	7.65	67.22	84.33	89.00	52.25	65.28	68.83	3,309.21
16295	71.20	88.31	94.53	5.31	7.15	7.82	67.22	84.33	90.55	52.25	65.28	70.02	4,121.47
16296	71.20	88.31	96.09	5.31	7.15	7.98	67.22	84.33	92.11	52.25	65.28	71.20	5,035.35
16297	71.20	88.31	97.64	5.31	7.15	8.15	67.22	84.33	93.66	52.25	65.28	72.39	5,764.54
16298	71.20	88.31	99.20	5.31	7.15	8.32	67.22	84.33	95.22	52.25	65.28	73.57	5,866.96
16299	71.20	88.31	100.75	5.31	7.15	8.48	67.22	84.33	96.77	52.25	65.28	74.76	5,869.88
16300	**71.20**	**89.87**	**91.42**	**5.31**	**7.31**	**7.48**	**67.22**	**85.89**	**87.44**	**52.25**	**66.46**	**67.65**	**2,883.13**
16301	71.20	89.87	92.98	5.31	7.31	7.65	67.22	85.89	89.00	52.25	66.46	68.83	3,207.92
16302	71.20	89.87	94.53	5.31	7.31	7.82	67.22	85.89	90.55	52.25	66.46	70.02	5,018.27
16303	71.20	89.87	96.09	5.31	7.31	7.98	67.22	85.89	92.11	52.25	66.46	71.20	6,666.66
16304	71.20	89.87	97.64	5.31	7.31	8.15	67.22	85.89	93.66	52.25	66.46	72.39	7,624.94
16305	71.20	89.87	99.20	5.31	7.31	8.32	67.22	85.89	95.22	52.25	66.46	73.57	7,663.88

"*Halaman ini sengaja dikosongkan*"

BIOGRAFI PENULIS

Imra Atil Husni lahir di Gt. Koto Tuo, Agam, Sumatera Barat pada tanggal 24 Desember 1986. Penulis merupakan putri bungsu dari dua bersaudara, buah cinta dari pasangan Ayahanda Syahrial dan Ibunda Zuryati. Penulis menempuh pendidikan formal di SDN 15 Gt. Koto Tuo (1993 – 1999), SMPN 4 IV Angkat Candung (1999 – 2002), SMAN 1 Bukittinggi (2002 – 2005), selanjutnya penulis melanjutkan pendidikan di Sekolah Tinggi Ilmu Statistik (STIS) Jakarta (2005 – 2009) Jurusan Statistik Sosial Kependudukan. Setelah menyelesaikan pendidikan DIV di STIS, penulis ditempatkan bekerja di BPS Kabupaten Manggarai Timur, Provinsi Nusa Tenggara Timur. Pada tahun 2016 penulis memperoleh kesempatan untuk melanjutkan pendidikan ke jenjang S2 di Jurusan Statistika Fakultas Matematika, Komputasi dan Sains Data (FMKSD) Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya. Pembaca yang ingin memberikan kritik dan saran mengenai penelitian ini dapat menghubungi penulis melalui *email* imra@bps.go.id.