



TESIS-SM 142501

**PERBANDINGAN KALMAN FILTER DAN
ENSEMBLE KALMAN FILTER UNTUK ESTIMASI
PENYEBARAN API PADA KEBAKARAN HUTAN**

Wardatus Syarifah
NRP 06111550012004

DOSEN PEMBIMBING
Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si.

**PROGRAM MAGISTER
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA, KOMPUTASI, DAN SAINS DATA
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
2018**



THESIS-SM 142501

THE COMPARISON OF KALMAN FILTER WITH ENSEMBLE KALMAN FILTER TO ESTIMATE FIRE SPREAD ON FOREST WILDFIRE

Wardatus Syarifah
NRP 06111550012004

SUPERVISOR
Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si.

**MASTER PROGRAM
DEPARTMENT OF MATHEMATICS
FACULTY OF MATHEMATICS, COMPUTING, AND DATA SCIENCES
SEPULUH NOPEMBER INSTITUTE OF TECHNOLOGY
SURABAYA
2018**

Tesis ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar
Magister Sains (M.Si.)

di

Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

oleh:

WARDATUS SYARIFAH
NRP. 06111550012004

Tanggal Ujian : 12 Januari 2018
Periode Wisuda : Maret 2018

Disetujui oleh:



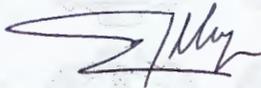
Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si.
NIP. 19660414 199102 2 001

(Pembimbing)



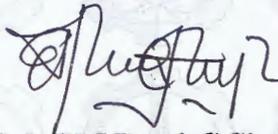
Dr. Chairul Imron, M.I.Komp.
NIP. 19611115 198703 1 003

(Penguji)



Dr. Dwi Ratna Sulistyaningrum, S.Si., M.T.
NIP. 19690405 199403 2 003

(Penguji)



Endah RM Putri, S.Si., M.T., Ph.D.
NIP. 19761213 200212 2 001

(Penguji)



Dekan FMKSD,

Prof. Dr. Basuki Widodo, M.Sc.
NIP. 19650605 198903 1 002

**PERBANDINGAN KALMAN FILTER DAN ENSEMBLE
KALMAN FILTER UNTUK ESTIMASI PENYEBARAN API
PADA KEBAKARAN HUTAN**

Nama Mahasiswa : Wardatus Syarifah

NRP : 06111550012004

Departemen : Matematika

Dosen Pembimbing : Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si.

ABSTRAK

Kebakaran merupakan salah satu bencana yang banyak terjadi di dunia, misalnya pada hutan, sehingga menyebabkan populasi hutan semakin berkurang. Kebakaran tidak hanya menyebabkan kerugian berupa materi, tetapi juga menyebabkan korban jiwa dan luka-luka. Pada penelitian ini menerapkan metode *Kalman Filter* dan *Ensemble Kalman Filter* untuk mengestimasi penyebaran api pada kebakaran hutan. Model penyebaran api didiskritkan menggunakan metode beda hingga. Selanjutnya menerapkan metode *Kalman Filter* dan *Ensemble Kalman Filter* pada model yang telah didiskritkan. Kemudian dilakukan simulasi menggunakan *software*. Hasil simulasi yang diperoleh menunjukkan bahwa *Ensemble Kalman Filter* tidak lebih baik daripada *Kalman Filter*, dimana nilai RMSE dari *Ensemble Kalman Filter* sedikit lebih besar daripada *Kalman Filter*.

Kata kunci: *Ensemble Kalman Filter*, *Kalman Filter*, Metode Beda Hingga, Model Kebakaran Hutan.

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

***THE COMPARISON OF KALMAN FILTER WITH ENSEMBLE
KALMAN FILTER TO ESTIMATE FIRE SPREAD ON FOREST
WILDFIRE***

Name : Wardatus Syarifah

NRP : 06111550012004

Department : Mathematics

Supervisor : Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si.

ABSTRACT

Wildfire is one of the most disastrous disasters in the world, for example in forests, causing forest populations to decline. Fire not only causes material harm, but also causes deaths and injuries. In this research apply Kalman Filter and Ensemble Kalman Filter method to estimate fire spread on forest fire. The fire spread model is discriminated using a difference method. Next apply the Kalman Filter and Ensemble Kalman Filter methods. After that done simulation using software. The simulation results obtained show that Ensemble Kalman Filter is no better than Kalman Filter, where the RMSE value of Ensemble Kalman Filter is slightly larger than Kalman Filter.

Key-words: Forest Wildfire Model, Finite Difference Method, Kalman Filter, Ensemble Kalman Filter.

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadiran Allah SWT yang telah memberikan limpahan nikmat, karunia, dan petunjuk-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan Tesis yang berjudul:

“Perbandingan *Kalman Filter* dan *Ensemble Kalman Filter* untuk Estimasi Penyebaran Api pada Kebakaran Hutan”

yang merupakan salah satu persyaratan akademis dalam menyelesaikan Program Studi S-2 pada Jurusan Matematika Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya.

Tesis ini dapat terselesaikan dengan baik dan lancar berkat kerjasama, bantuan, dan dukungan dari banyak pihak. Sehubungan dengan hal itu, penulis bermaksud menyampaikan ucapan terimakasih dan penghargaan kepada:

1. Bapak Dr. Imam Mukhlash, S.Si., M.T., selaku Ketua Jurusan Matematika yang memberikan motivasi dan kemudahan pengurusan persyaratan-persyaratan selama penulis menyelesaikan Tesis ini.
2. Ibu Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si., selaku dosen pembimbing yang senantiasa meluangkan waktunya guna memberikan dukungan, motivasi, arahan dan saran yang bermanfaat dalam penyusunan Tesis ini.
3. Bapak Dr. Chairul Imron, M.I.Komp., Ibu Dr. Dwi Ratna Sulistyaningrum S.Si., M.T., dan Ibu Endah RM Putri, S.Si., M.T., Ph.D., selaku Dosen Penguji yang telah memberikan arahan berupa kritik dan saran yang bersifat membangun demi kesempurnaan Tesis ini.
4. Bapak Dr. Mahmud Yunus, M.Si., selaku Kaprodi S2 Matematika ITS yang telah memberi dukungan dan kemudahan pengurusan persyaratan-persyaratan selama penulis menyelesaikan Tesis ini.
5. Bapak Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si., M.Si., selaku dosen wali yang telah memberi dukungan dan kemudahan dalam pengurusan permasalahan akademik selama ini.
6. Seluruh keluarga besar Jurusan Matematika ITS yang telah memberikan dukungan dalam menyelesaikan Tesis ini.

Penulis menyadari bahwa Tesis ini masih jauh dari kesempurnaan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan saran dan kritik dari pembaca. Akhir kata, semoga Tesis ini bermanfaat bagi semua pihak yang berkepentingan.

Surabaya, Januari 2018

Penulis

Special thanks to

Assalamu'alaikum warahmatullahi wabarokatuh.

Selama proses pembuatan Tesis ini, banyak pihak yang telah memberikan bantuan dan dukungannya terhadap penulis. Rasanya tidak akan puas hati penulis jika belum mengucapkan terima kasih secara khusus dan apresiasi yang sebesar-besarnya kepada:

1. Bapak Santoso dan Ibu Wardatul Hasanah tercinta yang senantiasa ikhlas memberikan semangat, doa, dan nasihat-nasihat yang tidak akan pernah penulis lupakan.
2. Nenek, Kakek, Adek Hanif, Adek Yasmin, Tante Sri, Om Salam, serta kedua sepupu penulis, Agis dan Azam, yang telah memberikan doa dan dukungan.
3. Sahabat-sahabatku, Yara dan Wilda. Terima kasih atas doa dan dukungan kalian selama ini.
4. Teman sekamar, Adek Septi. Semoga kelak dapat menggapai impian kita.
5. Teman-teman sedosen pembimbing: Mbak Rita, Mbak Nabila, dan Yessy yang hampir setiap hari akan berkumpul di lab. Analisis meskipun sekedar saling bertukar pendapat dalam menyelesaikan Tesis masing-masing.
6. Teman-teman S2 angkatan 2015 genap, Nadya, Vimala, Rizky, Mbak Mey, Pingkan, Kak Mei, Mas Lalu, dan Habib, terima kasih atas doa dan dukungan kalian selama ini.
7. Teman-teman mantan blok M: Ainur, Ilmi, Christin, Huri, dan Ita yang menyemangatkan dan memberi dukungan.
8. Teman-teman geng somplak: Mbak Elok, Mbak Yenni, Afifah, Adek Ekha, dan Adek Rahma yang menghibur dengan celotehan konyol dan karya fanfiction mereka.
9. Teman-teman grup Myungyeon Shipper: Mbak Lely selaku halmeoni, Yohana selaku eomma, Kak Ibam selaku appa, Tante Risna, Tante Tika, Olip, AWicca, Lena, Manda, Sessy, Nina dan lainnya yang setiap hari selalu menemani meramaikan grup sehingga membuat penulis merasa terhibur.
10. Teman-teman di watsapp khususnya _Haruhi, Hunbi_Kim, Jiyeon13_, pjbblack, NaMiPark, yeon_yeonie, parkjiyi, anti1904, ByunRa93, yeonstal,

beyyera, nice95, jiyeonsquad, GTLrnz, dan she_17 yang selalu membuat penulis tidak merasa jenuh.

11. Super Junior, T-ara, BTS dengan lagu-lagunya yang membuat penulis bersemangat dalam menyelesaikan Tesis ini.

Tentu saja masih banyak pihak lain yang turut andil dalam penyelesaian Tugas Akhir ini yang tidak bisa penulis sebutkan satu-satu. Semoga Allah membalas dengan balasan yang berlebih bagi pihak-pihak yang membantu penulis. *Amin ya rabbal 'alamin.*

Wassalamu'alaikum warahmatullahi wabarokatuh.

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	v
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	ix
KATA PENGANTAR	xi
DAFTAR ISI	xv
DAFTAR TABEL	xvii
DAFTAR GAMBAR	xix
DAFTAR NOTASI	xxi
DAFTAR LAMPIRAN	xxiii
BAB 1. PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang Masalah.....	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Batasan Masalah	2
1.4 Tujuan Penelitian	3
1.5 Manfaat penelitian	3
1.6 Sistematika Penulisan Tesis	3
BAB 2. KAJIAN PUSTAKAN DAN DASAR TEORI	5
2.1 Penelitian Sebelumnya.....	5
2.2 Model Penyebaran Api pada Kebakaran Hutan	6
2.3 Metode Beda Hingga.....	7
2.4 Kalman Filter	8
2.5 Ensemble Kalman Filter.....	11
BAB 3. METODA PENELITIAN	15
3.1 Studi Literatur	15
3.2 Model Penyebaran Api pada Kebakaran Hutan	15
3.3 Diskritisasi Model Penyebaran Api	15
3.4 Implementasi Metode <i>Kalman Filter</i>	16
3.5 Implementasi Metode <i>Ensemble Kalman Filter</i>	16

3.6 Simulasi Model Penyebaran Api pada Kebakaran Hutan	16
3.7 Pembahasan	16
3.8 Penyusunan Tesis	16
BAB 4. HASIL DAN PEMBAHASAN	19
4.1 Model Penyebaran Api pada Kebakaran Hutan	19
4.2 Diskritisasi Model Penyebaran Api	21
4.3 Implementasi Metode Kalman Filter untuk Mengestimasi Penyebaran Api pada Kebakaran Hutan	26
4.4 Implementasi Metode Ensemble Kalman Filter untuk Mengestimasi Penyebaran Api pada Kebakaran Hutan	28
4.5 Hasil Simulasi	30
BAB 5. PENUTUP	51
5.1 Kesimpulan	51
5.2 Saran	52
DAFTAR PUSTAKA	53
LAMPIRAN	55
BIODATA PENULIS	63

DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 2.1 Algoritma <i>Kalman Filter</i>	11
Tabel 2.2 Algoritma <i>Ensemble Kalman Filter</i>	13
Tabel 4.1 Perbandingan Nilai Rata-Rata RMSE antara <i>Kalman Filter</i> dan <i>Ensemble Kalman Filter</i> dengan 100 <i>ensemble</i>	36
Tabel 4.2 Perbandingan Nilai Rata-Rata RMSE antara <i>Kalman Filter</i> dan <i>Ensemble Kalman Filter</i> dengan 200 <i>ensemble</i>	42
Tabel 4.3 Perbandingan Nilai Rata-Rata RMSE antara <i>Kalman Filter</i> dan <i>Ensemble Kalman Filter</i> dengan 300 <i>ensemble</i>	48

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 3.1	Diagram <i>flowchart</i> metoda penelitian 17
Gambar 4.1	Hasil estimasi dari metode <i>Kalman Filter</i> dan <i>Ensemble Kalman Filter</i> dengan $N_e = 100$, $Q = 0,1$, dan $R = 0,1$ 31
Gambar 4.2	Nilai error <i>Kalman Filter</i> dan <i>Ensemble Kalman Filter</i> dengan $N_e = 100$, $Q = 0,1$, dan $R = 0,1$ 32
Gambar 4.3	<i>Surf</i> dan <i>contour</i> pada sistem <i>real</i> dengan $N_e = 100$, $Q = 0,1$, dan $R = 0,1$ 33
Gambar 4.4	<i>Surf</i> dan <i>contour</i> pada metode <i>Kalman Filter</i> dengan $N_e = 100$, $Q = 0,1$, dan $R = 0,1$ 34
Gambar 4.5	<i>Surf</i> dan <i>contour</i> pada metode <i>Ensemble Kalman Filter</i> dengan $N_e = 100$, $Q = 0,1$, dan $R = 0,1$ 35
Gambar 4.6	Hasil estimasi dari metode <i>Kalman Filter</i> dan <i>Ensemble Kalman Filter</i> dengan $N_e = 200$, $Q = 0,1$, dan $R = 0,1$ 37
Gambar 4.7	Nilai error <i>Kalman Filter</i> dan <i>Ensemble Kalman Filter</i> dengan $N_e = 200$, $Q = 0,1$, dan $R = 0,1$ 38
Gambar 4.8	<i>Surf</i> dan <i>contour</i> pada sistem <i>real</i> dengan $N_e = 200$, $Q = 0,1$, dan $R = 0,1$ 39
Gambar 4.9	<i>Surf</i> dan <i>contour</i> pada metode <i>Kalman Filter</i> dengan $N_e = 200$, $Q = 0,1$, dan $R = 0,1$ 40
Gambar 4.10	<i>Surf</i> dan <i>contour</i> pada metode <i>Ensemble Kalman Filter</i> dengan $N_e = 200$, $Q = 0,1$, dan $R = 0,1$ 41
Gambar 4.11	Hasil estimasi dari metode <i>Kalman Filter</i> dan <i>Ensemble Kalman Filter</i> dengan $N_e = 300$, $Q = 0,1$, dan $R = 0,1$ 43
Gambar 4.12	Nilai error <i>Kalman Filter</i> dan <i>Ensemble Kalman Filter</i> dengan $N_e = 300$, $Q = 0,1$, dan $R = 0,1$ 44
Gambar 4.13	<i>Surf</i> dan <i>contour</i> pada sistem <i>real</i> dengan $N_e = 300$, $Q = 0,1$, dan $R = 0,1$ 45
Gambar 4.14	<i>Surf</i> dan <i>contour</i> pada metode <i>Kalman Filter</i> dengan $N_e = 300$, $Q = 0,1$, dan $R = 0,1$ 46

Gambar 4.15 *Surf dan contour* pada metode *Ensemble Kalman Filter*
dengan $N_e = 300$, $Q = 0,1$, dan $R = 0,1$ 47

DAFTAR NOTASI

c	Kapasitas termal
T	Suhu pembakaran
T_a	Suhu lingkungan
t	Waktu
k	Konduktivitas termal
∇	Gradien
\vec{v}	Kecepatan angin
γ	Koefisien pada koreksi untuk gradien ketinggian daerah
\vec{z}	Ketinggian daerah
\hat{A}	Kadar panas pada bahan bakar
F	Konsentrasi pembakaran
D	Konstanta yang diberikan oleh bahan bakar
\hat{B}	Konstanta yang diberikan oleh bahan bakar
C	Koefisien skala perpindahan panas ke lingkungan
$\vec{v}\nabla T$	Aliran panas karena angin
$\gamma\nabla\vec{z}$	Koreksi untuk ketinggian daerah
i	Indeks posisi pada sumbu x
j	Indeks posisi pada sumbu y
n	Indeks waktu t
x_n	variable keadaan pada waktu n
x_{n+1}	variable keadaan pada waktu $n + 1$
P_0	Inisialisasi Kovariansi error
x_0	inisial dari sistem
N_e	Ensemble

u_n vektor masukan deterministik pada waktu n
 w_n noise pada sistem
 z_n variabel pengukuran
 v_n noise pada pengukuran

DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
LAMPIRAN 1	55
LAMPIRAN 2	59

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

BAB 1

PENDAHULUAN

Pada bab ini diuraikan mengenai latar belakang yang mendasari usulan penelitian ini dan berdasarkan latar belakang masalah maka dapat disusun rumusan masalah yang mendasari tujuan penelitian serta manfaat penelitian.

1.1 Latar Belakang

Kebakaran merupakan salah satu bencana yang banyak terjadi di dunia, misalnya pada perumahan padat penduduk dan hutan. Hal ini mengakibatkan populasi hutan di dunia semakin menurun, terutama di Indonesia. Kebakaran tidak hanya menyebabkan kerugian berupa materiil tetapi juga menyebabkan korban jiwa dan luka-luka yang tidak bisa dinilai betapa besar kerugiannya jika dibandingkan dengan kerugian materiil.

Belakangan ini kebakaran hutan menjadi perhatian internasional sebagai isu lingkungan dan ekonomi, khususnya setelah bencana ENSO 1997/98 yang menghancurkan lahan hutan seluas 25 juta hektar di seluruh dunia (Taconi, 2003). Kebakaran dianggap sebagai ancaman potensial bagi pembangunan berkelanjutan karena efeknya secara langsung pada ekosistem, kontribusi emisi karbon, dan dampaknya bagi keanekaragaman hayati.

Menurut pemerintah, 2,6 juta hektar lahan dan hutan telah terbakar antara bulan Juni dan Oktober 2015, setara dengan ukuran empat setengah kali lipat Pulau Bali. Hingga bulan Oktober 2015, masing-masing dari delapan provinsi mencatat kebakaran dengan luas melebihi 100.000 hektar (Glauber dkk, 2015).

Perkembangan ilmu pengetahuan, khususnya di bidang matematika memberikan peranan penting dalam mengestimasi penyebaran kebakaran. Banyak model matematika dibuat untuk menganalisa sifat api sehingga dapat menyelidiki wilayah penyebaran api.

Pada tahun 2008 *Janice L Coen* membahas tentang *Dinamic Data-Driven Application System (DDAS)* untuk perkiraan kebakaran jangka pendek menggunakan penggabungan model atmosfer-api dengan data cuaca waktu sebenarnya, gambar, dan sensor aliran. Sistem ini mengubah perkiraan ketika data

baru dimasukkan. Penelitian ini juga membahas implementasi paralel dan visualisasi basis data (Coen dkk, 2008).

Pada tahun 2009 Renggana membahas model matematika penyebaran api antar bangunan skala laboratorium. Percobaan yang dilakukan menggunakan model *scale down* sehingga biaya dan tingkat bahaya bisa dikurangi. Penelitian ini membahas nilai *heat flux* dan temperatur sebagai nilai kritis penyebaran api pada jarak yang telah ditetapkan sebelumnya dari hasil survei yang dilakukan pada tahun 2009 (Renggana, 2009).

Pada usulan penelitian ini penulis memakai model penyebaran api yang sudah dibuat oleh peneliti sebelumnya dengan menggunakan teknik asimilasi data. Metode yang diterapkan terhadap model matematika ini menggunakan metode *Kalman Filter* dan *Ensemble Kalman Filter* untuk mengestimasi penyebaran api. Selanjutnya pada bagian akhir akan dilakukan simulasi menggunakan *software* MATLAB ITS dan akan membandingkan hasil simulasi dari kedua metode tersebut sehingga didapatkan metode mana yang lebih baik untuk mengestimasi penyebaran api.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang, yang telah diuraikan, pokok permasalahan yang dikaji dalam tesis ini sebagai berikut:

1. Bagaimana menganalisis hasil estimasi penyebaran api dengan menggunakan metode *Kalman Fiter* dan *Ensemble Kalman Filter*.
2. Bagaimana menganalisis hasil perbandingan keakuratan metode *Kalman Fiter* dan *Ensemble Kalman Filter* dalam mengestimasi penyebaran api.

1.3 Batasan Masalah

Penulisan tesis ini difokuskan pada pembahasan dengan beberapa batasan masalah sebagai berikut:

1. Model penyebaran api pada kebakaran hutan yang digunakan yaitu model persamaan reaksi difusi pada bidang dua dimensi.

2. Penyebaran api diasumsikan terjadi pada saat musim kemarau sehingga tidak terjadi hujan.
3. Kecepatan angin diasumsikan normal.

1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, tujuan dari penulisan tesis ini sebagai berikut:

1. Menganalisis hasil estimasi penyebaran api dengan menggunakan metode *Kalman Filter* dan *Ensemble Kalman Filter*.
2. Menganalisis hasil perbandingan keakuratan metode *Kalman Filter* dan *Ensemble Kalman Filter* dalam mengestimasi penyebaran api.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penulisan tesis ini adalah sebagai berikut:

1. Menambah wawasan dan memberi gambaran tentang estimasi *Kalman Filter* dan *Ensemble Kalman Filter*.
2. Memberikan informasi untuk penelitian selanjutnya tentang estimasi penyebaran api pada kebakaran hutan menggunakan metode *Kalman Filter* dan *Ensemble Kalman Filter*.

1.6 Sistematika Penulisan Tesis

Sistematika penulisan dalam Laporan Tesis ini adalah sebagai berikut:

1. BAB 1 PENDAHULUAN

Pada bab ini berisi tentang gambaran umum dari penulisan Tesis yang meliputi latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, dan sistematika penulisan Tesis.

2. BAB 2 KAJIAN PUSTAKA DAN DASAR TEORI

Bab ini menjelaskan tentang landasan teori yang mendukung penelitian, antara lain tentang model penyebaran api pada kebakaran hutan, metode beda hingga, *Kalman Filter*, dan *Ensemble Kalman Filter*.

3. BAB 3 METODA PENELITIAN

Bab ini menjelaskan tentang tahap-tahap yang dilakukan dalam penyusunan Tesis ini. Tahapan-tahapan tersebut antara lain studi literatur model penyebaran api pada kebakaran hutan. Diskritisasi model penyebaran api. Selanjutnya dilakukan implementasi metode *Kalman Filter* dan *Ensemble Kalman Filter*. Tahap selanjutnya dilakukan simulasi model penyebaran api pada kebakaran hutan menggunakan *software*. Menganalisis hasil simulasi dari kedua metode tersebut. Tahap terakhir adalah penyusunan tesis.

4. BAB 4 HASIL DAN PEMBAHASAN

Bab ini menjelaskan mengenai model penyebaran api pada kebakaran hutan, hasil pendiskritan menggunakan metode beda hingga, kemudian implementasi *Kalman Filter* dan *Ensemble Kalman Filter*. Selanjutnya akan diperoleh hasil estimasi penyebaran api pada kebakaran hutan dengan menggunakan *software* MATLAB ITS. Setelah itu akan dianalisis hasil simulasi dari kedua metode tersebut.

5. BAB 5 KESIMPULAN DAN SARAN

Bab ini menjelaskan tentang penarikan kesimpulan yang diperoleh dari pembahasan masalah pada bab sebelumnya serta saran yang diberikan untuk pengembangan penelitian selanjutnya.

BAB 2

KAJIAN PUSTAKA DAN DASAR TEORI

Pada bab ini diuraikan mengenai penelitian terdahulu dan perbedaan dengan usulan penelitian yang akan dilakukan. Selain itu juga diberikan uraian mengenai teori-teori yang digunakan sebagai bahan penunjang penelitian.

2.1 Penelitian Sebelumnya

Penelitian-penelitian terkait yang pernah dilakukan sebelumnya yaitu sebagai berikut:

1. Estimasi Populasi *Plankton* dengan *Ensemble Kalman Filter*. Dalam penelitian ini membahas tentang metode *Ensemble Kalman Filter* pada model populasi *plankton* yang berbentuk nonlinier. Penelitian ini mengacu pada model yang diusulkan oleh Eknes dan Evensen dengan beberapa modifikasi parameter. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mendapatkan gambaran tentang kehandalan metode EnKF dalam mengestimasi jumlah populasi *plankton* di laut (Purnomo, 2008).
2. Pemodelan Sebaran Api Kebakaran Hutan Berdasarkan Jenis dan Lokasi Bahan Bakar. Dalam penelitian ini menjelaskan tentang estimasi karakteristik sebaran api kebakaran hutan hujan tropis dengan mengasumsikan bahwa kebakaran terjadi di hutan hujan tropis Indonesia dimana parameter bahannya adalah jenis pepohonan hutan hujan tropis dan bahan lain penyebab kebakaran. Estimasi meliputi perhitungan *rate of spread* dan *flame length* dari bahan penyebab kebakaran hutan (Radipta dkk, 2011).
3. Estimasi Kecepatan Kendaraan menggunakan *Kalman Filter*. Dalam penelitian ini menjelaskan tentang estimasi kecepatan kendaraan menggunakan metode *Kalman Filter*. *Kalman Fiter* dirancang mendapatkan input berupa runtun citra dari hasil rekaman video kendaraan. Hasil dari pengujian menunjukkan bahwa kecepatan minimal yang dapat terestimasi adalah 20 km/jam dengan *error* 4,25%. Sedangkan kecepatan maksimal

yang terestimasi adalah 60 km/jam dengan error 0,22% (Palega dkk, 2013).

2.2 Model Penyebaran Api pada Kebakaran Hutan

Pemodelan api membutuhkan kebenaran dan kecepatan eksekusi dengan mengasumsikan dua model sederhana api 2D hanya dilapisan di atas tanah. Model penyebaran api pada penelitian ini menggunakan model reaksi difusi yang dimodifikasi. Persamaan reaksi difusi yaitu persamaan matematika yang mendeskripsikan bagaimana dari satu atau lebih substansi terdistribusi dalam ruang berubah karena pengaruh dua proses yaitu reaksi kimia lokal dimana substansi diubah menjadi yang lain dan difusi yang menyebabkan substansi menyebar dalam ruang. Mempertimbangkan model yang terdiri dari lapisan bahan bakar dengan konsentrasi $F(x, y, t) > 0(kg/m^2)$, suhu yaitu $T(x, y, t)(K)$ dengan x, y adalah koordinat horizontal(m) pada permukaan bumi, $t(s)$ adalah waktu, dan $k(WK^{-1})$ adalah konduktivitas termal 2D dari lapisan permukaan. Bahan bakar diasumsikan terbakar pada laju relatif $r(T)(1/s)$ hanya bergantung pada suhu. Dalam model reaksi difusi, api yang menyebar dalam kebakaran hutan menggunakan model berikut (Mandel dkk, 2009):

$$\begin{aligned} c \frac{\partial T}{\partial t} &= \nabla \cdot (k \nabla T) - c(\vec{v} + \gamma \nabla \vec{z}) \cdot \nabla T + f(T) \\ &= \nabla \cdot (k \nabla T) - c(\vec{v} + \gamma \nabla \vec{z}) \cdot \nabla T + \hat{A} F r(T) - \Phi \\ &= \nabla \cdot (k \nabla T) - c(\vec{v} + \gamma \nabla \vec{z}) \cdot \nabla T + \hat{A} F \hat{D} e^{-\hat{B}/(T-T_a)} - \hat{C}(T - T_a) \end{aligned}$$

dengan $\hat{A}(J/kg)$ adalah kenaikan suhu per detik pada laju pembakaran maksimum dengan beban bahan bakar awal penuh dan tidak ada pendinginan, $c(J/m^2 K)$ adalah kapasitas termal 2D dari lapisan permukaan pada tekanan konstan, $\gamma \nabla \vec{z}$ adalah koreksi untuk gradien ketinggian daerah \vec{z} , $\hat{D}(K)$ dan $\hat{B}(K)$ adalah koefisien proporsionalitas dalam hukum *Arrhenius* yang dimodifikasi, $\hat{C}(W/m^2 K)$ adalah koefisien skala perpindahan panas ke lingkungan, $T_a(K)$ adalah suhu lingkungan, $\vec{v}(m/s)$ adalah kecepatan angin, $\nabla = [(\partial/\partial x), (\partial/\partial y)]$ adalah gradien, $c \partial T/\partial t(W/m^2)$ adalah model aliran panas yang diserap dalam bahan bakar dan mengubah suhu lapisan bahan bakar, $\nabla(k \nabla T)$ adalah model

difusi perpindahan panas oleh radiasi jarak pendek dan campuran udara yang menyebabkan api menyebar antara partikel bahan bakar yang berdekatan seperti ranting dan akar pohon, $\vec{v}\nabla T$ adalah aliran panas karena angin, $f(T)(W/m^2)$ adalah aliran panas eksternal yang terdiri dari aliran panas $\hat{A}Fr(T)$ yang dihasilkan dengan membakar bahan bakar, dikurangi dengan aliran panas $\hat{C}(T - T_a)$ yang lolos ke atmosfer pada suhu lingkungan T_a menurut Newton's law cooling yang menyatakan bahwa tingkat kehilangan panas pada saat terjadi kebakaran berbanding lurus dengan perbedaan suhu antara pembakaran dan sekitarnya memberikan perbedaan suhu yang kecil dan sifat permukaan yang memancar tetap sama (*Newton's law of cooling*, wikipedia).

2.3 Metode Beda Hingga

Dalam suatu model matematik, untuk mengetahui unjuk kerja dari model, maka harus dicari atau dihitung persamaan-persamaan pembentuk model tersebut. Penyelesaian dapat dicari dengan penyelesaian numerik. Penyelesaian numerik biasanya digunakan persamaan dasar menjadi persamaan yang berlaku pada titik-titik tertentu. Pengubahan persamaan dasar tersebut dapat menggunakan metode beda hingga (*finite difference*).

Metode beda hingga menggunakan pendekatan ekspansi Taylor di titik acuan x . Jika suatu fungsi x didiferensialkan n kali didalam interval $[x_0 - h, x_0 + h]$ dengan h cukup kecil, dapat diuraikan dalam bentuk deret pangkat menurut deret Taylor dapat dinyatakan sebagai berikut (Luknanto,2003):

$$f(x_0 + h) = f(x_0) + \frac{h}{1!} f'(x_0) + \frac{h^2}{2!} f''(x_0) + \frac{h^3}{3!} f'''(x_0) + \dots + \frac{h^n}{n!} f^n(x_0)$$

Deret Taylor inilah yang merupakan dasar pemikiran metode beda hingga untuk menyelesaikan persamaan differensial biasa secara numerik. Pendekatan untuk turunan pertama dilakukan dengan memotong suku-suku berorde 2. Hal ini disebabkan untuk h yang cukup kecil, h^2 jauh lebih kecil sehingga dapat diabaikan.

$$f'(x_i) \approx \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{h}$$

yang dikenal sebagai pendekatan beda hingga maju

$$f'(x_i) \approx \frac{f(x_i) - f(x_{i-1})}{h}$$

yang dikenal sebagai pendekatan beda hingga mundur.

Ada pula pendekatan yang dikenal sebagai pendekatan beda pusat, untuk ini digunakan:

$$f(x_{i+1}) \approx f(x_i) + f'(x_i)h$$

$$f(x_{i-1}) \approx f(x_i) - f'(x_i)h$$

dan dengan mengurangkan kedua Persamaan diatas diperoleh:

$$f'(x_i) \approx \frac{f(x_{i+1}) - f(x_{i-1}))}{2h}$$

Turunan kedua diperoleh dengan cara yang sama. Ditinjau dari deret Taylor hingga nilai h yang berderajat dua. Pemotongan dilakukan pada h yang berderajat tiga.

$$f(x_{i+1}) = f(x_i) + \frac{h}{1!}f'(x_i) + \frac{h^2}{2!}f''(x_i) + O(h^3)$$

$$f(x_{i-1}) = f(x_i) - \frac{h}{1!}f'(x_i) + \frac{h^2}{2!}f''(x_i) - O(h^3)$$

Kedua Persamaan diatas dijumlahkan sehingga diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$f(x_{i+1}) + f(x_{i-1}) = 2f(x_i) + 2\frac{h^2}{2!}f''(x_i)$$

$$f''(x_i) = \frac{(f(x_{i+1}) - 2f(x_i) + f(x_{i-1})))}{h^2}$$

Nilai pendekatan untuk turunan ketiga, keempat dan seterusnya dilakukan dengan cara yang sama.

2.4 Kalman Filter

Kalman Filter banyak digunakan dalam berbagai aplikasi. Fungsi dari *Kalman Filter* adalah sebagai estimator yang handal dalam berbagai sistem yang digunakan. Modelnya yang sederhana sehingga mudah diterapkan dalam berbagai sistem. Dengan memperhitungkan *noise* yang diestimasi pada seluruh cangkupan frekuensi, sehingga *Kalman Filter* langsung dapat digunakan sebagai estimator tanpa perlu memperhitungkan *noise* yang terjadi pada sistem secara detail terlebih

dahulu (Purnomo, 2008). *Kalman Filter* dapat digunakan untuk mengestimasi sistem yang linear. Dalam perkembangannya, untuk sistem yang lebih kompleks dengan persamaan matematis yang linier, *Kalman Filter* dimodifikasi agar dapat mengestimasi sistem yang non linier. Modifikasi *Kalman Filter* ini ada yang dinamakan *Extended Kalman Filter* (EKF), *Fractional Kalman Filter* (FKF), *Ensemble Kalman Filter* (EnKF), dan juga *Uncented Kalman Filter* (UCF).

Kalman Filter merupakan sebuah *filter* yang efisien dan mengestimasi *state* pada *linear dynamic system* dari rentetan pengukuran *noise*. Disebut *recursive* sebab untuk menghitung *state* estimasi saat ini hanya membutuhkan data *state* estimasi satu waktu sebelumnya dan data pengukuran saat ini. Teknik *filter* ini dinamakan berdasarkan penemunya, Rudolf E. Kalman. *Kalman Filter* sangat berguna terutama dalam navigasi dan lingkungan dengan *Gaussian noise*. Pada teori terkendali, *Kalman Filter* merupakan metode persamaan matematika yang menghasilkan sebuah perhitungan yang efisien untuk mengestimasi *state* dari proses, dengan tujuan meminalkan *noise* atau variansi terhadap referensi lain. Filter ini sangat bagus dalam beberapa aspek yaitu mendukung estimasi *state* sebelumnya, saat ini dan berikutnya. Bahkan hal ini tetap dapat dilakukan meskipun model sistem yang sebenarnya tidak diketahui. *Kalman Filter* disebut juga sebuah estimator stokastik yang optimal. Bentuk umum dinamika stokastik linier diskrit adalah:

$$\mathbf{x}_{n+1} = f(\mathbf{x}_n, u_n) + w_n$$

$$\mathbf{x}_{n+1} = A\mathbf{x}_n + Bu_n + w_n$$

dengan sistem pengukuran z_n yaitu:

$$z_n = H\mathbf{x}_n + v_n$$

$$\mathbf{x}_0 \sim N(\mathbf{x}_0, P_{\mathbf{x}_0}); w_n \sim N(0, Q_n); v_n \sim N(0, R_n)$$

dengan $w_n \sim N(0, Q_n)$ dan $v_n \sim N(0, R_n)$ ini diasumsikan *white* (berdistribusi normal dengan mean 0), tidak berkorelasi satu sama lain maupun dengan nilai estimasi awal \mathbf{x}_0 . Proses estimasi *Kalman Filter* dilakukan dengan dua tahapan, yaitu dengan cara memprediksi variabel keadaan berdasarkan sistem dinamik yang disebut tahap prediksi (*time update*) dan selanjutnya tahap koreksi (*measurement update*) terhadap data-data pengukuran untuk memperbaiki hasil

estimasi. Tahap prediksi dipengaruhi oleh dinamika sistem dengan memprediksi variabel keadaan dengan menggunakan persamaan estimasi variabel keadaan dan tingkat akurasi dihitung menggunakan persamaan kovariansi *error*. Pada tahap koreksi hasil estimasi variabel keadaan yang diperoleh pada tahap prediksi dikoreksi menggunakan model pengukuran. Salah satu bagian dari tahap ini yaitu menentukan matriks *Kalman Gain* yang digunakan untuk meminimumkan kovariansi *error*. Tahap prediksi dan koreksi dilakukan secara rekursif dengan cara meminimumkan kovariansi *error* estimasi.

Pada sistem, *Kalman Filter* yang digunakan adalah persamaan diskrit. *Kalman Filter* yang mengestimasi proses dengan menggunakan bentuk pengendali *feedback* : *filter* mengestimasi state proses pada beberapa waktu dan kemudian mendapatkan umpan balik (*feedback*) dalam bentuk pengukuran (*noise*). Oleh karena itu, persamaan *Kalman Filter* dibagi menjadi dua kelompok yaitu persamaan *time update* dan persamaan *measurement update*. *Time update* dapat disebut juga sebagai proses prediksi, yaitu menggunakan estimasi *state* dari satu waktu sebelumnya untuk mendapatkan sebuah estimasi *state* pada saat ini. Sedangkan *measurement update* disebut juga sebagai proses koreksi, yaitu informasi pengukuran pada saat ini digunakan untuk memperbaiki prediksi, dengan harapan akan didapatkan *state* estimasi yang lebih akurat. Sehingga dalam aplikasinya, algoritma *Kalman Filter* akan menggunakan proses berulang dari prediksi dan koreksi. Algoritma *Kalman Filter* selengkapnya untuk mengestimasi penyelesaian suatu model dapat dilihat pada Tabel 2.1.

Tabel 2.1 Algoritma Kalman Filter

Model Sistem dan Model Pengukuran
$\mathbf{x}_{n+1} = A\mathbf{x}_n + B\mathbf{u}_n + \mathbf{w}_n$ $z_n = H\mathbf{x}_n + v_n$ $\mathbf{x}_0 \sim N(\mathbf{x}_0, P_{x_0}); \mathbf{w}_n \sim N(0, Q_n); v_n \sim N(0, R_n)$ <p>Inisialisasi:</p> $\hat{\mathbf{x}}_0 = \mathbf{x}_0, P_0 = P_{x_0}$
Tahap Prediksi
<p>Estimasi:</p> $\hat{\mathbf{x}}_{n+1}^- = A\hat{\mathbf{x}}_n + B\mathbf{u}_n$ <p>Kovariansi error :</p> $P_{n+1}^- = AP_nA^T + GQ_nG^T$
Tahap Koreksi
<p>Kalman Gain :</p> $K_{n+1} = P_{n+1}^- H_{n+1}^T (H_{n+1} P_{n+1}^- H_{n+1}^T + R_{n+1})^{-1}$ <p>Estimasi :</p> $\hat{\mathbf{x}}_{n+1} = \hat{\mathbf{x}}_{n+1}^- + K_{n+1}(z_{n+1} - H_{n+1}\hat{\mathbf{x}}_{n+1}^-)$ <p>Kovariansi error :</p> $\hat{P}_{n+1} = [I - K_{n+1}H_{n+1}]P_{n+1}^-$

2.5 Ensemble Kalman Filter

Metode *Ensemble Kalman Filter* (EnKF) adalah metode estimasi modifikasi dari algoritma *Kalman Filter* yang dapat digunakan untuk mengestimasi model sistem linier maupun non linier. Proses estimasi pada *Ensemble Kalman Filter* diawali dengan membangkitkan sejumlah N_e *ensemble* dengan *mean* 0 dan kovariansi konstan. *Ensemble* yang dibangkitkan dilakukan secara random dan berdistribusi normal. Berdasarkan eksperimen, pada umumnya jumlah anggota *ensemble* yang mencakup adalah 100-500 (Purnomo, 2008). Secara umum, algoritma *Ensemble Kalman Filter* juga terdiri dari dua tahap yaitu tahap prediksi (*time update*) dan tahap koreksi (*measurement update*). Bentuk umum sistem dinamik nonlinier pada EnKF adalah:

$$\mathbf{x}_{n+1} = f(\mathbf{x}_n, u_n) + w_n$$

dengan persamaan pengukuran linier $z_n \in R^p$ yaitu:

$$z_n = H\mathbf{x}_n + v_n$$

dengan \mathbf{x}_{n+1} merupakan variabel keadaan pada waktu $n + 1$, sedangkan $w_n \sim N(0, Q_n)$ dan $v_n \sim N(0, R_n)$ masing-masing merupakan derau pada sistem yang berdistribusi Normal Gauss (*system Gaussian white noise*) dan derau pada pengukuran yang berdistribusi Normal Gauss (*measurement Gaussian white noise*). Misalkan akan dibangkitkan sejumlah N_e *ensemble* untuk memperoleh nilai rata-rata:

$$\bar{\mathbf{x}}_0 = [\mathbf{x}_{0,1} \mathbf{x}_{0,2} \mathbf{x}_{0,3} \cdots \mathbf{x}_{0,N-1} \mathbf{x}_{0,N}]$$

dengan $\mathbf{x}_{0,i} \sim N(\bar{\mathbf{x}}_0, P_0)$. Selanjutnya didapatkan rata-rata *ensemble*:

$$\hat{\mathbf{x}}_0 = \frac{1}{N_e} \sum_{i=1}^{N_e} \mathbf{x}_{0,i}$$

Rata-rata *ensemble* ini digunakan untuk menghitung estimasi $\hat{\mathbf{x}}_n^-$ pada tahap prediksi (*time update*) dan $\hat{\mathbf{x}}_n$ pada tahap koreksi (*measurement update*). Sedangkan untuk menghitung kovariansi *error* P_n^- pada tahap prediksi menggunakan:

$$P_k^- = \frac{1}{N_e - 1} \sum_{i=1}^{N_e} (\hat{\mathbf{x}}_{n,i}^- - \hat{\mathbf{x}}_n^-) (\hat{\mathbf{x}}_{n,i}^- - \hat{\mathbf{x}}_n^-)^T$$

Pada *Ensemble Kalman Filter*, *noise* sistem w_n pada tahap prediksi (*time update*) dan *noise* pengukuran v_n pada tahap koreksi (*measurement update*) dibangkitkan dalam bentuk *ensemble*. Pada algoritma *Ensemble Kalman Filter* tidak membutuhkan nilai awal kovariansi *error*. Sedangkan nilai awal $\hat{\mathbf{x}}_0$ dihitung dari nilai rata-rata *ensemble* $\mathbf{x}_{0,i}$ yang dibangkitkan pada tahap inisialisasi. Algoritma *Ensemble Kalman Filter* selengkapnya untuk mengestimasi penyelesaian suatu model dapat dilihat pada Tabel 2.2.

Tabel 2.2 Algoritma *Ensemble Kalman Filter* (EnKF)

Model Sistem dan Model Pengukuran
$\mathbf{x}_{n+1} = f(\mathbf{x}_n, u_n) + w_n, w_n \sim N(0, Q_n)$ $z_n = H\mathbf{x}_n + v_n, v_n \sim N(0, R_n)$
Inisialisasi
<p>Membangkitkan N_e ensemble sesuai estimasi awal $\bar{\mathbf{x}}_0$</p> $\mathbf{x}_{0,i} = [\mathbf{x}_{0,1} \mathbf{x}_{0,2} \mathbf{x}_{0,3} \dots \mathbf{x}_{0,N_e-1} \mathbf{x}_{0,N_e}]$ <p>Tentukan nilai awal :</p> $\hat{\mathbf{x}}_0 = \frac{1}{N_e} \sum_{i=1}^{N_e} \mathbf{x}_{0,i}$
Tahap Prediksi
$\hat{\mathbf{x}}_{n+1,i}^- = f(\hat{\mathbf{x}}_n, u_n) + w_{n,i}, w_{n,i} \sim N(0, Q_n)$ <p>Estimasi :</p> $\hat{\mathbf{x}}_n^- = \frac{1}{N_e} \sum_{i=1}^{N_e} \hat{\mathbf{x}}_{n,i}^-$ <p>Kovariansi <i>error</i> :</p> $P_n^- = \frac{1}{N_e - 1} \sum_{i=1}^{N_e} (\hat{\mathbf{x}}_{n,i}^- - \hat{\mathbf{x}}_n^-)(\hat{\mathbf{x}}_{n,i}^- - \hat{\mathbf{x}}_n^-)^T$
Tahap Koreksi
$z_{n,i} = z_n + v_{n,i} \text{ dengan } v_{n,i} \sim N(0, R_n)$ <p><i>Kalman Gain</i> :</p> $K_n = P_n^- H^T (H P_n^- H^T + R_n)^{-1}$ <p>Estimasi :</p> <p>Estimasi Tahap Koreksi Adalah:</p> $\hat{\mathbf{x}}_{n,i} = \hat{\mathbf{x}}_{n,i}^- + K_n (z_{n,i} - H \hat{\mathbf{x}}_{n,i}^-)$ <p>Rata-Rata Estimasi Tahap Koreksi Adalah:</p> $\hat{\mathbf{x}}_n = \frac{1}{N_e} \sum_{i=1}^{N_e} \hat{\mathbf{x}}_{n,i}$ <p>Kovariansi <i>Error</i></p> $P_n = [I - K_n H] P_n^-$

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

BAB 3

METODA PENELITIAN

Pada bagian ini diuraikan beberapa tahapan-tahapan penelitian yang akan digunakan untuk mencapai tujuan penelitian.

3.1 Studi Literatur

Berdasarkan rumusan masalah, pada tahap ini diperlukan studi literatur sebagai bahan untuk memecahkan masalah. Studi literatur ini dapat dilakukan dengan mempelajari jurnal, buku, dan artikel – artikel yang berhubungan dengan model penyebaran api, metode beda hingga, *Kalman Filter*, *Ensemble Kalman Filter* serta referensi – referensi lain yang dapat mendukung dalam pemecahan masalah.

3.2 Model Penyebaran Api pada Kebakaran Hutan

Pada tahap ini akan dijabarkan tentang model penyebaran api pada kebakaran hutan. Model penyebaran api yang digunakan yaitu mengikuti persamaan rekasi difusi 2D. Pada model penyebaran api juga mengikuti Newton's law cooling, dan reaksi *Arrhenius* dari gerak kimia.

3.3 Diskritisasi Model Penyebaran Api

Sebelum masuk pada implementasi *Kalman Filter* dan *Ensemble Kaman Filter* model akan didiskritisasi terlebih dahulu menggunakan metode beda hingga. Metode beda hingga yang dipakai adalah skema Eksplisit dengan turunan berderajat satu didiskritkan dengan beda hingga maju sedangkan turunan berderajat dua didiskritkan dengan beda hingga pusat. Setelah model didiskritkan langkah selanjutnya yaitu implementasi metode *Kalman Filter* dan *Ensemble Kaman Filter*.

3.4 Implementasi Metode *Kalman Filter*

Pada tahap ini akan mengimplementasi metode *Kalman Filter* pada model penyebaran api pada kebakaran hutan yang telah didiskritisasi menggunakan metode beda hingga. Pada metode *Kalman Filter* terdiri dari tiga tahapan, yaitu tahap inisialisasi dengan menginisialisasi nilai awal dan nilai kovarian, tahap prediksi (*time update*) dengan mengestimasi data pada waktu yang akan datang menggunakan data saat ini dan tahap koreksi (*measurement update*) dengan menambahkan *Kalman Gain* pada saat mengestimasi di tahap koreksi.

3.5 Implementasi Metode *Ensemble Kalman Filter*

Pada tahap ini akan mengimplementasi metode *Ensemble Kalman Filter* pada model penyebaran api pada kebakaran hutan yang telah didiskritisasi menggunakan metode beda hingga. Pada metode *Ensemble Kalman Filter* terdiri dari tiga tahapan, yaitu tahap inisialisasi dengan membangkitkan nilai *ensemble*, tahap prediksi (*time update*) dengan mendapatkan nilai rata-rata dari nilai *ensemble* yang dibangkitkan dan tahap koreksi (*measurement update*) dengan menambahkan *Kalman Gain* pada saat mengestimasi di tahap koreksi.

3.6 Simulasi Model Penyebaran Api pada Kebakaran Hutan

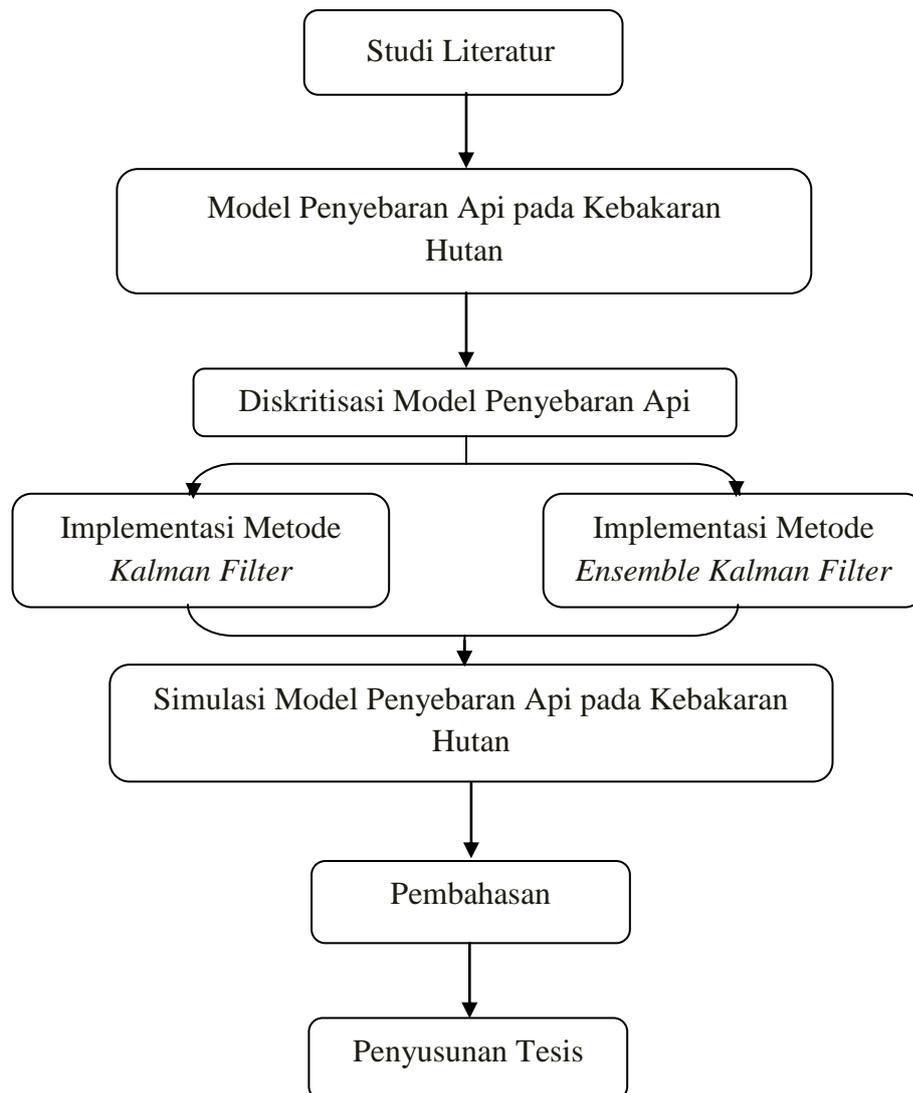
Pada tahap ini dilakukan simulasi numerik dengan menggunakan *software* MATLAB ITS dengan menggunakan metode *Kalman Filter* dan *Ensemble Kalman Filter* untuk menguji hasil dari analisis yang dilakukan.

3.7 Pembahasan

Pada tahap ini setelah mendapatkan hasil simulasi, selanjutnya hasil tersebut dianalisis dan dibandingkan metode mana yang lebih baik dengan melihat rata-rata *root mean square error* pada kedua metode.

3.8 Penyusunan Tesis

Secara ringkas metode penelitian yang digunakan dalam usulan penelitian ini dapat dilihat pada gambar 3.1 melalui diagram *flowchart* berikut.



Gambar 3.1 Diagram *flowchart* metoda penelitian

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

BAB 4

HASIL DAN PEMBAHASAN

Bab ini dibagi menjadi dua bagian yaitu bagian pembahasan dan bagian simulasi. Pada bagian pembahasan akan menjelaskan mengenai model penyebaran api, diskritisasi model, penerapan metode *Kalman Filter* dan *Ensemble Kalman Filter* dalam mengestimasi penyebaran api pada kebakaran hutan, sedangkan pada bagian simulasi akan ditunjukkan hasil implementasi metode *Kalman Filter* dan *Ensemble Kalman Filter* menggunakan *software* Matlab ITS.

4.1 Model Penyebaran Api pada Kebakaran Hutan

Persamaan reaksi difusi yaitu persamaan matematika yang mendeskripsikan bagaimana dari satu atau lebih substansi terdistribusi dalam ruang berubah karena pengaruh dua proses yaitu reaksi kimia lokal dimana substansi diubah menjadi yang lain dan difusi yang menyebabkan substansi menyebar dalam ruang. Persamaan tersebut dapat direpresentasikan dalam bentuk umum (Kimura, 2014):

$$\frac{\partial T}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + f(T)$$

dengan k adalah koefisien yang terkait dengan sifat difusi T , dan $f(T)$ adalah fungsi yang menggambarkan bagaimana T meningkat atau berkurang tergantung pada konsentrasi saat ini. Sebuah reaksi sering mengacu pada interaksi antara dua atau lebih objek.

Model pertama terdiri dari persamaan diferensial kinetika kimia dengan dua variabel fisik, suhu bahan bakar dan konsentrasi bahan bakar. Kecepatan propagasi api merupakan solusi dari sistem persamaan diferensial. Dalam model penyebaran api, reaksi kimia berdasarkan pada *Newton's Law Cooling* yang menyatakan bahwa tingkat kehilangan panas saat terjadi kebakaran berbanding lurus dengan perbedaan suhu antara pembakaran dan sekitarnya. Penyebaran api terjadi pada kebakaran hutan sehingga bisa dikatakan bahwa:

$$f(T) = \hat{A}Fr(T) - \hat{C}(T - T_a)$$

dengan $\hat{A}Fr(T)$ adalah model aliran panas yang dihasilkan oleh pembakaran bahan bakar, dan $\hat{C}(T - T_a)$ adalah aliran panas yang lepas ke udara. Laju reaksi $r(T)$ terbentuk dari perhitungan reaksi *Arrhenius* dari gerak kimia yaitu (Persamaan *Arrhenius*, wikipedia):

$$\hat{B} = -(T - T_a) \ln \left(\frac{r(T)}{\hat{D}} \right)$$

$$\ln \left(\frac{r(T)}{\hat{D}} \right) = - \frac{\hat{B}}{(T - T_a)}$$

$$\frac{r(T)}{\hat{D}} = e^{-\hat{B}/(T-T_a)}$$

$$r(T) = \hat{D} e^{-\hat{B}/(T-T_a)}$$

dengan B dan D adalah konstanta dari bahan bakar. Model kedua, yaitu semi empiris, serta kecepatan perambatan api normal ke garis api sebagai fungsi kemiringan angin dan medan. Untuk istilah difusi digunakan dalam fisika untuk menggambarkan bagaimana partikel gas, cairan, dan padatan bercampur dan berpindah dari daerah dengan konsentrasi tinggi hingga konsentrasi rendah tanpa kombinasi kimia sebagai hasil dari masing-masing energi kinetik partikel. Karena pada model penyebaran api menggunakan aliran panas yang diserap dalam bahan bakar dan mengubah suhu lapisan bahan bakar yaitu $c \partial T / \partial t$, dan model merupakan model dua dimensi sehingga persamaan difusinya menjadi:

$$c \frac{\partial T}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

$$c \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (k \nabla T)$$

dengan $\nabla = [(\partial/\partial x), (\partial/\partial y)]$. Misalkan \vec{v} dan $\gamma \nabla \vec{z}$ mewakili aliran propagasi tambahan yang dihasilkan oleh angin dan kemiringan. \vec{v} dan $\gamma \nabla \vec{z}$ adalah koefisien berdimensi yang merupakan fungsi parameter angin, dan kemiringan. Aliran propagasi total ditunjukkan oleh (Rothermel, 1972):

$$c \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (k \nabla T) - c(\vec{v} + \gamma \nabla \vec{z}) \cdot \nabla T$$

sehingga persamaan reaksi difusi dapat ditulis sebagai berikut:

$$c \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (k \nabla T) - c(\vec{v} + \gamma \nabla \vec{z}) \cdot \nabla T + \hat{A}F\hat{D}e^{-\hat{B}/(T-T_a)} - \hat{C}(T - T_a)$$

Model-model ini adalah perwakilan dari pendekatan fisika dan semi empiris dalam pemodelan kebakaran. Akan tetapi pengambilan koefisien dari sifat bahan bakar dan mengharapkan mendapatkan kecepatan gelombang pembakaran yang benar tidaklah mudah. Alasannya adalah banyak proses fisik penting yang tidak dimodelkan.

4.2 Diskritisasi Model Penyebaran Api

Sebelum menerapkan metode *Kalman Filter* dan *Ensemble Kalman Filter*, model penyebaran api akan didiskritisasi menggunakan metode beda hingga terlebih dahulu. Modelnya penyebaran api bisa dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
c \frac{\partial T}{\partial t} &= \nabla(k\nabla T) - c(\vec{v} + \gamma\nabla\vec{z})\nabla T + \hat{A}F\hat{D}e^{-\hat{B}/(T-T_a)} - \hat{C}(T - T_a) \\
&= \nabla\left(k\left(\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial T}{\partial y}\right)\right) - c\vec{v}\nabla T - c(\gamma\nabla\vec{z})\nabla T + \hat{A}F\hat{D}e^{-\hat{B}/(T-T_a)} - \hat{C}(T - T_a) \\
&= \nabla\left(k\frac{\partial T}{\partial x} + k\frac{\partial T}{\partial y}\right) - c\vec{v}\left(\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial T}{\partial y}\right) - c\left(\gamma\frac{\partial\vec{z}}{\partial x} + \gamma\frac{\partial\vec{z}}{\partial y}\right)\left(\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial T}{\partial y}\right) \\
&\quad + \hat{A}F\hat{D}e^{-\hat{B}/(T-T_a)} - \hat{C}(T - T_a) \\
&= k\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} - c\vec{v}\frac{\partial T}{\partial x} - c\vec{v}\frac{\partial T}{\partial y} - \left(c\gamma\frac{\partial\vec{z}}{\partial x} + c\gamma\frac{\partial\vec{z}}{\partial y}\right)\left(\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial T}{\partial y}\right) \\
&\quad + \hat{A}F\hat{D}e^{-\hat{B}/(T-T_a)} - \hat{C}(T - T_a) \\
&= k\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} - c\vec{v}\frac{\partial T}{\partial x} - c\vec{v}\frac{\partial T}{\partial y} - c\gamma\frac{\partial\vec{z}}{\partial x}\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right) - c\gamma\frac{\partial\vec{z}}{\partial y}\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right) \\
&\quad + \hat{A}F\hat{D}e^{-\hat{B}/(T-T_a)} - \hat{C}(T - T_a) \tag{4.1}
\end{aligned}$$

Dapat dilihat dari Persamaan (4.1) bahwa Persamaan (4.1) merupakan persamaan diferensial parsial yang linier karena perkalian setiap koefisien hanya dengan satu variabel. Persamaan (4.1) didiskritkan menggunakan metode beda hingga skema eksplisit (*Forward Time Center Space*) karena variabel waktu $n + 1$ dihitung berdasarkan variabel pada waktu n . Untuk turunan dengan derajat satu yaitu $\frac{\partial T}{\partial t}$, $\frac{\partial T}{\partial x}$, $\frac{\partial T}{\partial y}$, $\frac{\partial\vec{z}}{\partial x}$, dan $\frac{\partial\vec{z}}{\partial y}$ didiskritkan menggunakan beda hingga maju karena akan mengestimasi untuk satu langkah ke depan. Sedangkan untuk turunan dengan derajat dua yaitu $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$, dan $\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$ didiskritkan menggunakan metode beda

hingga pusat. Untuk fungsi tiga variabel yaitu x , y , dan t , deret Taylor diturunkan sebagian-sebagian (parsial) terhadap variabelnya. Jadi untuk $T(x, y, t)$ dan $\vec{z}(x, y, t)$, ekspansi deret Taylor terhadap x , y , dan t sebagai berikut:

$$T(x_{i+1}, y_j, t_n) = T(x_i, y_j, t_n) + \Delta x \frac{\partial T(x_i, y_j, t_n)}{\partial x} + O(h^2)$$

$$T(x_i, y_{j+1}, t_n) = T(x_i, y_j, t_n) + \Delta y \frac{\partial T(x_i, y_j, t_n)}{\partial y} + O(h^2)$$

$$T(x_i, y_j, t_{n+1}) = T(x_i, y_j, t_n) + \Delta t \frac{\partial T(x_i, y_j, t_n)}{\partial t} + O(h^2)$$

$$\vec{z}(x_{i+1}, y_j, t_n) = \vec{z}(x_i, y_j, t_n) + \Delta x \frac{\partial \vec{z}(x_i, y_j, t_n)}{\partial x} + O(h^2)$$

$$\vec{z}(x_i, y_{j+1}, t_n) = \vec{z}(x_i, y_j, t_n) + \Delta y \frac{\partial \vec{z}(x_i, y_j, t_n)}{\partial y} + O(h^2)$$

Jadi turunan parsial fungsi terhadap x, y , dan t dengan metode beda hingga maju dapat dituliskan:

$$\frac{\partial T(x_i, y_j, t_n)}{\partial x} \approx \frac{T(x_{i+1}, y_j, t_n) - T(x_i, y_j, t_n)}{\Delta x}$$

$$\frac{\partial T(x_i, y_j, t_n)}{\partial y} \approx \frac{T(x_i, y_{j+1}, t_n) - T(x_i, y_j, t_n)}{\Delta y}$$

$$\frac{\partial T(x_i, y_j, t_n)}{\partial t} \approx \frac{T(x_i, y_j, t_{n+1}) - T(x_i, y_j, t_n)}{\Delta t}$$

$$\frac{\partial z(x_i, y_j, t_n)}{\partial x} \approx \frac{z(x_{i+1}, y_j, t_n) - z(x_i, y_j, t_n)}{\Delta x}$$

$$\frac{\partial z(x_i, y_j, t_n)}{\partial y} \approx \frac{z(x_i, y_{j+1}, t_n) - z(x_i, y_j, t_n)}{\Delta y}$$

dengan beda hingga pusat (*centered difference*) dituliskan:

$$\frac{\partial^2 T(x_i, y_j, t_n)}{\partial x^2} \approx \frac{T(x_{i+1}, y_j, t_n) - 2T(x_i, y_j, t_n) + T(x_{i-1}, y_j, t_n)}{\Delta x^2}$$

$$\frac{\partial^2 T(x_i, y_j, t_n)}{\partial y^2} \approx \frac{T(x_i, y_{j+1}, t_n) - 2T(x_i, y_j, t_n) + T(x_i, y_{j-1}, t_n)}{\Delta y^2}$$

dengan mengabaikan model kinetika kimia yang berdasarkan pada *Newton's law of cooling*, Persamaan (4.1) setelah didiskritisasi dapat dituliskan sebagai berikut:

$$c \frac{\partial T}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} - c\vec{v} \frac{\partial T}{\partial x} - c\vec{v} \frac{\partial T}{\partial y} - c\gamma \frac{\partial \vec{z}}{\partial x} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) - c\gamma \frac{\partial \vec{z}}{\partial y} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)$$

$$\begin{aligned}
c \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n}{\Delta t} &= k \left(\frac{T_{i+1,j}^n - 2T_{i,j}^n + T_{i-1,j}^n}{\Delta x^2} \right) + k \left(\frac{T_{i,j+1}^n - 2T_{i,j}^n + T_{i,j-1}^n}{\Delta y^2} \right) \\
&\quad - c\vec{v} \left(\frac{T_{i+1,j}^n - T_{i,j}^n}{\Delta x} \right) - c\vec{v} \left(\frac{T_{i,j+1}^n - T_{i,j}^n}{\Delta y} \right) \\
&\quad - c\gamma \left(\frac{\bar{z}_{i+1,j}^n - \bar{z}_{i,j}^n}{\Delta x} \right) \left(\frac{T_{i+1,j}^n - T_{i,j}^n}{\Delta x} \right) \\
&\quad - c\gamma \left(\frac{\bar{z}_{i,j+1}^n - \bar{z}_{i,j}^n}{\Delta y} \right) \left(\frac{T_{i,j+1}^n - T_{i,j}^n}{\Delta y} \right) \\
T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n &= \frac{k\Delta t}{c} \left(\frac{T_{i+1,j}^n - 2T_{i,j}^n + T_{i-1,j}^n}{\Delta x^2} \right) + \frac{k\Delta t}{c} \left(\frac{T_{i,j+1}^n - 2T_{i,j}^n + T_{i,j-1}^n}{\Delta y^2} \right) \\
&\quad - \frac{c\vec{v}\Delta t}{c} \left(\frac{T_{i+1,j}^n - T_{i,j}^n}{\Delta x} \right) - \frac{c\vec{v}\Delta t}{c} \left(\frac{T_{i,j+1}^n - T_{i,j}^n}{\Delta y} \right) \\
&\quad - \frac{c\gamma\Delta t}{c} \left(\frac{\bar{z}_{i+1,j}^n - \bar{z}_{i,j}^n}{\Delta x} \right) \left(\frac{T_{i+1,j}^n - T_{i,j}^n}{\Delta x} \right) \\
&\quad - \frac{c\gamma\Delta t}{c} \left(\frac{\bar{z}_{i,j+1}^n - \bar{z}_{i,j}^n}{\Delta y} \right) \left(\frac{T_{i,j+1}^n - T_{i,j}^n}{\Delta y} \right) \\
T_{i,j}^{n+1} &= T_{i,j}^n + \frac{k\Delta t}{c} \left(\frac{T_{i+1,j}^n - 2T_{i,j}^n + T_{i-1,j}^n}{\Delta x^2} \right) + \frac{k\Delta t}{c} \left(\frac{T_{i,j+1}^n - 2T_{i,j}^n + T_{i,j-1}^n}{\Delta y^2} \right) \\
&\quad - \vec{v}\Delta t \left(\frac{T_{i+1,j}^n - T_{i,j}^n}{\Delta x} \right) - \vec{v}\Delta t \left(\frac{T_{i,j+1}^n - T_{i,j}^n}{\Delta y} \right) \\
&\quad - \gamma\Delta t \left(\frac{\bar{z}_{i+1,j}^n - \bar{z}_{i,j}^n}{\Delta x} \right) \left(\frac{T_{i+1,j}^n - T_{i,j}^n}{\Delta x} \right) \\
&\quad - \gamma\Delta t \left(\frac{\bar{z}_{i,j+1}^n - \bar{z}_{i,j}^n}{\Delta y} \right) \left(\frac{T_{i,j+1}^n - T_{i,j}^n}{\Delta y} \right) \\
T_{i,j}^{n+1} &= T_{i,j}^n + \frac{k\Delta t}{c\Delta x^2} (T_{i+1,j}^n - 2T_{i,j}^n + T_{i-1,j}^n) + \frac{k\Delta t}{c\Delta y^2} (T_{i,j+1}^n - 2T_{i,j}^n + T_{i,j-1}^n) \\
&\quad - \frac{\vec{v}\Delta t}{\Delta x} (T_{i+1,j}^n - T_{i,j}^n) - \frac{\vec{v}\Delta t}{\Delta y} (T_{i,j+1}^n - T_{i,j}^n) \\
&\quad - \frac{\gamma\Delta t}{\Delta x^2} (\bar{z}_{i+1,j}^n - \bar{z}_{i,j}^n) (T_{i+1,j}^n - T_{i,j}^n) \\
&\quad - \frac{\gamma\Delta t}{\Delta y^2} (\bar{z}_{i,j+1}^n - \bar{z}_{i,j}^n) (T_{i,j+1}^n - T_{i,j}^n)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_{i,j}^{n+1} &= \frac{k\Delta t}{c\Delta x^2} T_{i-1,j}^n + \frac{k\Delta t}{c\Delta y^2} T_{i,j-1}^n \\
&+ \left(1 - 2\frac{k\Delta t}{c\Delta x^2} - 2\frac{k\Delta t}{c\Delta y^2} + \frac{\vec{v}\Delta t}{\Delta x} + \frac{\vec{v}\Delta t}{\Delta y} + \frac{\gamma\Delta t}{\Delta x^2} (z_{i+1,j}^n - z_{i,j}^n) \right. \\
&+ \left. \frac{\gamma\Delta t}{\Delta y^2} (z_{i,j+1}^n - z_{i,j}^n) \right) T_{i,j}^n \\
&+ \left(\frac{k\Delta t}{c\Delta y^2} - \frac{\vec{v}\Delta t}{\Delta y} - \frac{\gamma\Delta t}{\Delta y^2} (z_{i,j+1}^n - z_{i,j}^n) \right) T_{i,j+1}^n \\
&+ \left(\frac{k\Delta t}{c\Delta x^2} - \frac{\vec{v}\Delta t}{\Delta x} - \frac{\gamma\Delta t}{\Delta x^2} (z_{i+1,j}^n - z_{i,j}^n) \right) T_{i+1,j}^n
\end{aligned}$$

dengan i dan j merupakan indeks posisi x dan y , sedangkan n merupakan indeks waktu t . Indeks i dan j yaitu $i = j = 1, 2, 3, \dots, 10$. Sehingga untuk $i = 1, j = 1$ dapat dituliskan seperti berikut:

$$\begin{aligned}
T_{1,1}^{n+1} &= \frac{k\Delta t}{c\Delta x^2} T_{0,1}^n + \frac{k\Delta t}{c\Delta y^2} T_{1,0}^n \\
&+ \left(1 - 2\frac{k\Delta t}{c\Delta x^2} - 2\frac{k\Delta t}{c\Delta y^2} + \frac{\vec{v}\Delta t}{\Delta x} + \frac{\vec{v}\Delta t}{\Delta y} + \frac{\gamma\Delta t}{\Delta x^2} (z_{2,1}^n - z_{1,1}^n) \right. \\
&+ \left. \frac{\gamma\Delta t}{\Delta y^2} (z_{1,2}^n - z_{1,1}^n) \right) T_{1,1}^n + \left(\frac{k\Delta t}{c\Delta y^2} - \frac{\vec{v}\Delta t}{\Delta y} - \frac{\gamma\Delta t}{\Delta y^2} (z_{1,2}^n - z_{1,1}^n) \right) T_{1,2}^n \\
&+ \left(\frac{k\Delta t}{c\Delta x^2} - \frac{\vec{v}\Delta t}{\Delta x} - \frac{\gamma\Delta t}{\Delta x^2} (z_{2,1}^n - z_{1,1}^n) \right) T_{2,1}^n
\end{aligned}$$

Untuk $i = 1, j = 2$, persamaan dapat dituliskan seperti berikut:

$$\begin{aligned}
T_{1,2}^{n+1} &= \frac{k\Delta t}{c\Delta x^2} T_{0,2}^n + \frac{k\Delta t}{c\Delta y^2} T_{1,1}^n \\
&+ \left(1 - 2\frac{k\Delta t}{c\Delta x^2} - 2\frac{k\Delta t}{c\Delta y^2} + \frac{\vec{v}\Delta t}{\Delta x} + \frac{\vec{v}\Delta t}{\Delta y} + \frac{\gamma\Delta t}{\Delta x^2} (z_{2,2}^n - z_{1,2}^n) \right. \\
&+ \left. \frac{\gamma\Delta t}{\Delta y^2} (z_{1,3}^n - z_{1,2}^n) \right) T_{1,2}^n + \left(\frac{k\Delta t}{c\Delta y^2} - \frac{\vec{v}\Delta t}{\Delta y} - \frac{\gamma\Delta t}{\Delta y^2} (z_{1,3}^n - z_{1,2}^n) \right) T_{1,3}^n \\
&+ \left(\frac{k\Delta t}{c\Delta x^2} - \frac{\vec{v}\Delta t}{\Delta x} - \frac{\gamma\Delta t}{\Delta x^2} (z_{2,2}^n - z_{1,2}^n) \right) T_{2,2}^n
\end{aligned}$$

dan seterusnya hingga untuk $i = 10, j = 10$ yaitu:

$$T_{10,10}^{n+1} = \frac{k\Delta t}{c\Delta x^2} T_{9,10}^n + \frac{k\Delta t}{c\Delta y^2} T_{10,9}^n + \left(1 - 2\frac{k\Delta t}{c\Delta x^2} - 2\frac{k\Delta t}{c\Delta y^2} + \frac{\vec{v}\Delta t}{\Delta x} + \frac{\vec{v}\Delta t}{\Delta y} + \frac{\gamma\Delta t}{\Delta x^2}(-\vec{z}_{10,10}^n) + \frac{\gamma\Delta t}{\Delta y^2}(-\vec{z}_{10,10}^n) \right) T_{10,10}^n$$

Nilai untuk $\vec{z}_{i,j}^n$ ketika disimulasi menggunakan random normal, maka dengan memisalkan:

$$\begin{aligned} \vec{z} &= \vec{z}_{i+1,j}^n - \vec{z}_{i,j}^n = \vec{z}_{i,j+1}^n - \vec{z}_{i,j}^n \\ \vec{A} &= 1 - 2\frac{k\Delta t}{c\Delta x^2} - 2\frac{k\Delta t}{c\Delta y^2} + \frac{\vec{v}\Delta t}{\Delta x} + \frac{\vec{v}\Delta t}{\Delta y} + \frac{\gamma\Delta t}{\Delta x^2}(\vec{z}) + \frac{\gamma\Delta t}{\Delta y^2}(\vec{z}) \\ \vec{B} &= \frac{k\Delta t}{c\Delta y^2} - \frac{\vec{v}\Delta t}{\Delta y} - \frac{\gamma\Delta t}{\Delta y^2}(\vec{z}) \\ \vec{C} &= \frac{k\Delta t}{c\Delta x^2} - \frac{\vec{v}\Delta t}{\Delta x} - \frac{\gamma\Delta t}{\Delta x^2}(\vec{z}) \\ \vec{D} &= \frac{k\Delta t}{c\Delta y^2} \\ \vec{E} &= \frac{k\Delta t}{c\Delta x^2} \end{aligned}$$

model penyebaran api dapat dituliskan dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} T_{1,1} \\ T_{1,2} \\ T_{1,3} \\ T_{1,4} \\ \vdots \\ T_{10,7} \\ T_{10,8} \\ T_{10,9} \\ T_{10,10} \end{bmatrix}^{n+1} = \begin{bmatrix} \vec{A} & \vec{B} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vec{D} & \vec{A} & \vec{B} & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \vec{D} & \vec{A} & \vec{B} & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \vec{D} & \vec{A} & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \vec{A} & \vec{B} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \vec{D} & \vec{A} & \vec{B} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \vec{D} & \vec{A} & \vec{B} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \vec{D} & \vec{A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{1,1} \\ T_{1,2} \\ T_{1,3} \\ T_{1,4} \\ \vdots \\ T_{10,7} \\ T_{10,8} \\ T_{10,9} \\ T_{10,10} \end{bmatrix}^n + \begin{bmatrix} \vec{E}T_{0,1}^n + \vec{D}T_{1,0}^n \\ \vec{E}T_{0,2}^n \\ \vec{E}T_{0,3}^n \\ \vec{E}T_{0,4}^n \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Model sistem dan model pengukuran secara umum juga dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{n+1} &= \mathbf{A}\mathbf{x}_n + \mathbf{B}u_n \\ \mathbf{z}_{n+1} &= \mathbf{H}\mathbf{x}_n \end{aligned} \quad (4.3)$$

$$\text{dengan } \mathbf{x}_{n+1} = \begin{bmatrix} T_{1,1} \\ T_{1,2} \\ T_{1,3} \\ T_{1,4} \\ T_{1,5} \\ \vdots \\ T_{2,1} \\ T_{2,2} \\ T_{2,3} \\ T_{2,4} \\ T_{2,5} \\ \vdots \\ T_{10,6} \\ T_{10,7} \\ T_{10,8} \\ T_{10,9} \\ T_{10,10} \end{bmatrix}^{n+1}, \mathbf{x}_n = \begin{bmatrix} T_{1,1} \\ T_{1,2} \\ T_{1,3} \\ T_{1,4} \\ T_{1,5} \\ \vdots \\ T_{2,1} \\ T_{2,2} \\ T_{2,3} \\ T_{2,4} \\ T_{2,5} \\ \vdots \\ T_{10,6} \\ T_{10,7} \\ T_{10,8} \\ T_{10,9} \\ T_{10,10} \end{bmatrix}^n, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \vec{E} + \vec{D} \\ \vec{E} \\ \vec{E} \\ \vec{E} \\ \vec{E} \\ \vdots \\ \vec{E} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, u_n = T_{0,j}^n = T_{i,0}^n$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \vec{A} & \vec{B} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vec{D} & \vec{A} & \vec{B} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \vec{D} & \vec{A} & \vec{B} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \vec{D} & \vec{A} & \vec{B} & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \vec{D} & \vec{A} & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \vec{A} & \vec{B} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \vec{D} & \vec{A} & \vec{B} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \vec{D} & \vec{A} & \vec{B} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \vec{D} & \vec{A} & \vec{B} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \vec{D} & \vec{A} \end{bmatrix}$$

Matriks A adalah matriks keadaan berukuran 100×100 yang diperoleh dari diskritisasi Persamaan (4.1). \mathbf{x}_n adalah variabel keadaan sistem pada waktu n dan matriks B adalah matriks koefisien variable input berukuran 100×1 .

4.3 Implementasi Metode *Kalman Filter* untuk Mengestimasi Penyebaran Api pada Kebakaran Hutan

Model penyebaran api yang digunakan pada penelitian ini adalah modifikasi model reaksi difusi. Untuk mengestimasi penyebaran api digunakan metode *Kalman Filter*. Setelah model didiskritkan, maka akan mengimplementasikan metode *Kalman Filter* terhadap model.

Pada Persamaan (4.3) model sistem dan model pengukuran masih berbentuk deterministik. Pada kenyataannya ada beberapa asumsi yang tidak masuk ke dalam model. Asumsi tersebut menyebabkan faktor stokastik berbentuk noise dalam model tersebut perlu dipertimbangkan. Dengan demikian didapatkan model stokastik pada model sistem seperti berikut:

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_n + \mathbf{B}u_n + w_n$$

$$w_n \sim N(0, Q)$$

dan model stokastik pada model pengukuran yaitu:

$$z_n = H\mathbf{x}_n + v_n,$$

$$v_n \sim N(0, R)$$

Matriks dari variansi noise sistem (Q) berbentuk bujursangkar dengan ukuran sesuai dengan ukuran matriks kovarian error dari estimasi. Sedangkan matriks noise pengukuran (R) berukuran sesuai dengan jumlah baris dari vektor observasi H yang dipilih.

Vektor pengukuran H ditentukan dari variabel keadaan yang dijadikan variabel pengukuran. Misal suhu yang diukur pada $T_{1,3}, T_{1,8}, T_{2,3}, T_{2,8}, T_{3,3}, T_{3,8}, T_{4,3}, T_{4,8}, T_{5,3}, T_{5,8}, T_{6,3}, T_{6,8}, T_{7,3}, T_{7,8}, T_{8,3}, T_{8,8}, T_{9,3}, T_{9,8}, T_{10,3}$, dan $T_{10,8}$, maka didapatkan matriks pengukuran z_n sebagai berikut:

$$z_n = H\mathbf{x}_n$$

$$\begin{bmatrix} T_{1,3} \\ T_{1,8} \\ \vdots \\ T_{10,8} \end{bmatrix}^n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{1,1} \\ T_{1,2} \\ T_{1,3} \\ T_{1,4} \\ \vdots \\ T_{10,7} \\ T_{10,8} \\ T_{10,9} \\ T_{10,10} \end{bmatrix}^n$$

artinya apabila H dikalikan dengan state \mathbf{x}_n maka bersesuaian dengan $T_{1,3}, T_{1,8}, T_{2,3}, T_{2,8}, T_{3,3}, T_{3,8}, T_{4,3}, T_{4,8}, T_{5,3}, T_{5,8}, T_{6,3}, T_{6,8}, T_{7,3}, T_{7,8}, T_{8,3}, T_{8,8}, T_{9,3}, T_{9,8}, T_{10,3}$, dan $T_{10,8}$ yang merupakan temperatur input dan output dari sistem.

Pada metode *Kalman Filter*, proses estimasi dilakukan dengan tiga tahap yaitu tahap inisialisasi, tahap prediksi (*time update*), dan tahap koreksi (*measurement update*).

1. Tahap Inisialisasi

Pemodelan dapat dimulai dengan melakukan inisialisasi pada masukan estimator berupa kovariansi awal dan nilai estimasi mula-mula.

$$P_0 = P_{x_0}$$

$$\hat{x}_0 = x_0$$

2. Tahap Prediksi

Selanjutnya dengan melakukan pemodelan tahap prediksi yang berasal dari model penyebaran api sehingga didapatkan hasil estimasi dan kovariansi error sebagai berikut:

$$\hat{x}_{n+1}^- = A\hat{x}_n^- + Bu_n$$

$$P_{n+1}^- = AP_n A^T + GQ_n G^T$$

Hasil tahap prediksi perlu dibandingkan dengan hasil system pengukuran agar menjadi suatu nilai residu pengukuran yang merupakan koreksi dari nilai terprediksi.

3. Tahap Koreksi

Tahap selanjutnya dilakukan koreksi terhadap prediksi yang telah dilakukan dengan nilai keluaran dari model sistem pengukuran yaitu *Kalman Gain*, estimasi, dan kovariansi error sebagai berikut:

$$K_{n+1} = P_{n+1}^- H_{n+1}^T (H_{n+1} P_{n+1}^- H_{n+1}^T + R_{n+1})^{-1}$$

$$\hat{x}_{n+1} = \hat{x}_{n+1}^- + K_{n+1} (z_{n+1} - H_{n+1} \hat{x}_{n+1}^-)$$

$$\hat{P}_{n+1} = [I - K_{n+1} H_{n+1}] P_{n+1}^-$$

4.4 Implementasi Metode *Ensemble Kalman Filter* untuk Mengestimasi Penyebaran Api pada Kebakaran Hutan

Pada metode *Ensemble Kalman Filter*, proses estimasi dilakukan dengan tiga tahap yaitu tahap inisialisasi dengan membangkitkan sejumlah N_e ensemble, tahap prediksi (*time update*), dan tahap koreksi (*measurement update*).

1. Tahap Inisialisasi

Dibangkitkan sejumlah N_e ensemble dengan mean 0 dan kovarian P sesuai dengan tebakan awal $\bar{\mathbf{x}}_0$ dengan N_e adalah banyaknya ensemble yang dibangkitkan. Misalkan $l = N_e$ ensemble yang dibangkitkan adalah:

$$\mathbf{x}_{0,l} = [\mathbf{x}_{0,1} \quad \mathbf{x}_{0,2} \quad \mathbf{x}_{0,3} \quad \cdots \quad \mathbf{x}_{0,N_e-1} \quad \mathbf{x}_{0,N_e}]$$

Ensemble yang dibangkitkan dilakukan secara random berdistribusi normal. Selanjutnya ditentukan nilai awal yaitu:

$$\hat{\mathbf{x}}_0 = \frac{1}{N_e} \sum_{l=1}^{N_e} \mathbf{x}_{0,l}$$

2. Tahap Prediksi

Pada tahap prediksi ditentukan estimasi ensemble, mean dan kovariansi error estimasi. Selanjutnya estimasi ensemble ditentukan sebagai berikut:

$$\hat{\mathbf{x}}_{n+1,l}^- = A\hat{\mathbf{x}}_{n,l} + Bu_{n,l} + w_{n,l}$$

dengan $w_{n,l} \sim N(0, Q)$

Sehingga dari persamaan estimasi N_e ensemble tersebut, didapatkan persamaan estimasi dengan $l = N_e$ ensemble dan n iterasi sebagai berikut:

$$\hat{\mathbf{x}}_{n+1,l}^- = [A\hat{\mathbf{x}}_n + Bu_n + w_{n,1} \quad A\hat{\mathbf{x}}_n + Bu_n + w_{n,2} \quad \cdots \quad A\hat{\mathbf{x}}_n + Bu_n + w_{n,N_e}]$$

Sehingga bentuk state estimasinya menjadi:

$$\hat{\mathbf{x}}_n^- = \frac{1}{N_e} \sum_{l=1}^{N_e} \hat{\mathbf{x}}_{n,l}^-$$

Dari persamaan diatas didapat rata-rata dari ensemble sejumlah N_e dan $n = 1$ sebagai berikut:

$$\hat{\mathbf{x}}_1^- = \frac{1}{N_e} \sum_{l=1}^{N_e} \hat{\mathbf{x}}_{1,l}^-$$

dengan kovariansi error sebagai berikut:

$$P_1^- = \frac{1}{N_e - 1} \sum_{l=1}^{N_e} (\hat{\mathbf{x}}_{1,l}^- - \hat{\mathbf{x}}_1^-)(\hat{\mathbf{x}}_{1,l}^- - \hat{\mathbf{x}}_1^-)^T$$

Selanjutnya nilai estimasi dan kovarian error yang telah didapat akan dikoreksi keakuratannya dalam mengestimasi perubahan suhu dan nilai parameternya.

3. Tahap Koreksi

Dalam tahap koreksi diawali dengan mereplikasi data pengukuran kedalam matriks berukuran $m \times N_e$ dengan m adalah banyaknya variabel pengukuran.

$$z_{n,l} = z_n + v_{n,l}$$

$$v_{n,l} \sim N(0, R)$$

untuk $n = 1$ didapatkan

$$z_{1,l} = z_1 + v_{1,l}$$

untuk $l = 1, 2, 3, \dots, N_e$

Selanjutnya didapatkan matriks Kalman Gain sebagai berikut:

$$K_1 = P_1^- H^T (H P_1^- H^T + R)^{-1}$$

Matriks Kalman Gain digunakan untuk menentukan estimasi ensemble sebagai berikut:

$$\hat{x}_{1,l} = \hat{x}_{1,l}^- + K_1 (z_{1,l} - H \hat{x}_{1,l}^-)$$

Dari persamaan tersebut didapatkan mean estimasi yaitu:

$$\hat{x}_1 = \frac{1}{N_e} \sum_{l=1}^{N_e} \hat{x}_{1,l}$$

dengan kovarian error yaitu:

$$P_1 = [I - K_1 H] P_1^-$$

3.5 Hasil Simulasi

Setelah dilakukan simulasi dengan menerapkan metode *Kalman Filter* dan *Ensemble Kalman Filter*, maka didapatkan hasil simulasi dengan menggunakan *software*. Nilai dari setiap parameter pada model penyebaran api yaitu sebagai berikut:

$$k = 0,2 \frac{W}{K}$$

$$\Delta t = 0,001$$

$$\Delta x = 0,1$$

$$\Delta y = 0,1$$

$$c = 0,1 \frac{J}{m^2 K}$$

$$\vec{v} = 10 \frac{m}{s}$$

$$\gamma = 1$$

Dengan menggunakan nilai parameter diatas, dilakukan beberapa kali simulasi dengan jumlah iterasi yaitu 25, nilai *ensemble* yaitu 100, 200, dan 300 serta nilai kovarian model sistem dan model pengukuran yaitu 0,1, 0,01, dan 0,001. Suhu awal yaitu $28^\circ C$ dan input u yaitu $250^\circ C$.

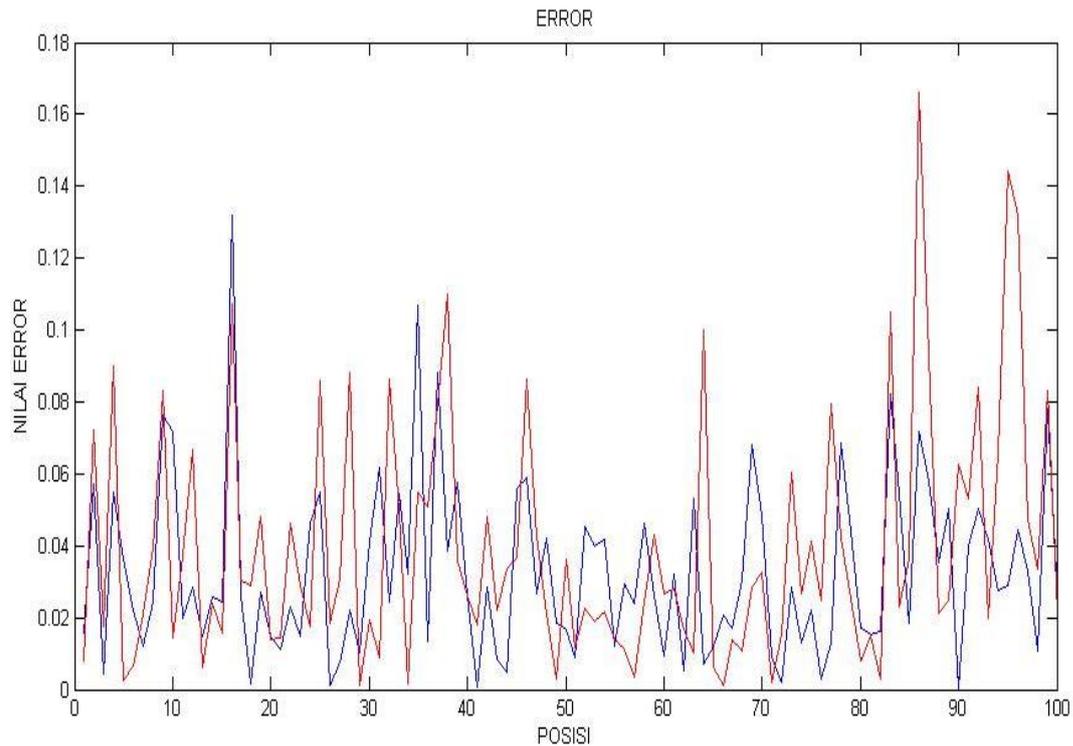
1. Hasil estimasi ketika menggunakan 100 ensemble, jumlah iterasi 25, nilai kovarian model sistem dan model pengukuran yaitu 0,1.



Gambar 4.1 Hasil estimasi dari metode *Kalman Filter* dan *Ensemble Kalman Filter* dengan $N_e = 100$, $Q = 0,1$, dan $R = 0,1$

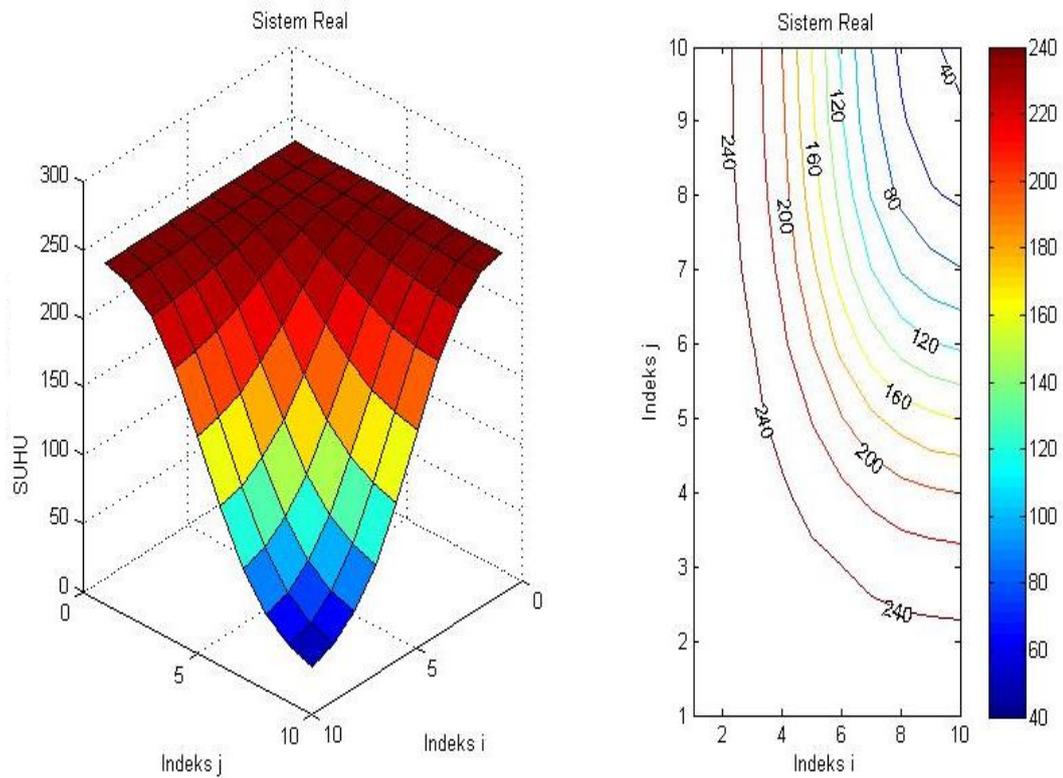
Pada Gambar 4.1 dengan banyaknya waktu iterasi 25 didapatkan pada waktu iterasi terakhir bahwa pada titik 1,1 merupakan titik api dengan suhu awal yaitu $28^\circ C$ kemudian setelah terjadinya kebakaran suhu menjadi sekitar $250^\circ C$. Suhu api tinggi terjadi pada titik-titik terdekat dari titik 1,1 misalnya yaitu titik 1,2, titik 1,3, titik 2,1, dan titik 3,1. Pada titik 1,1, hasil estimasi dari metode

Kalman Filter lebih mendekati sistem *real* daripada hasil simulasi metode *Ensemble Kalman Filter*. Namun terdapat di beberapa titik hasil simulasi metode *Ensemble Kalman Filter* lebih mendekati sistem *real* daripada hasil simulasi metode *Kalman Filter*.



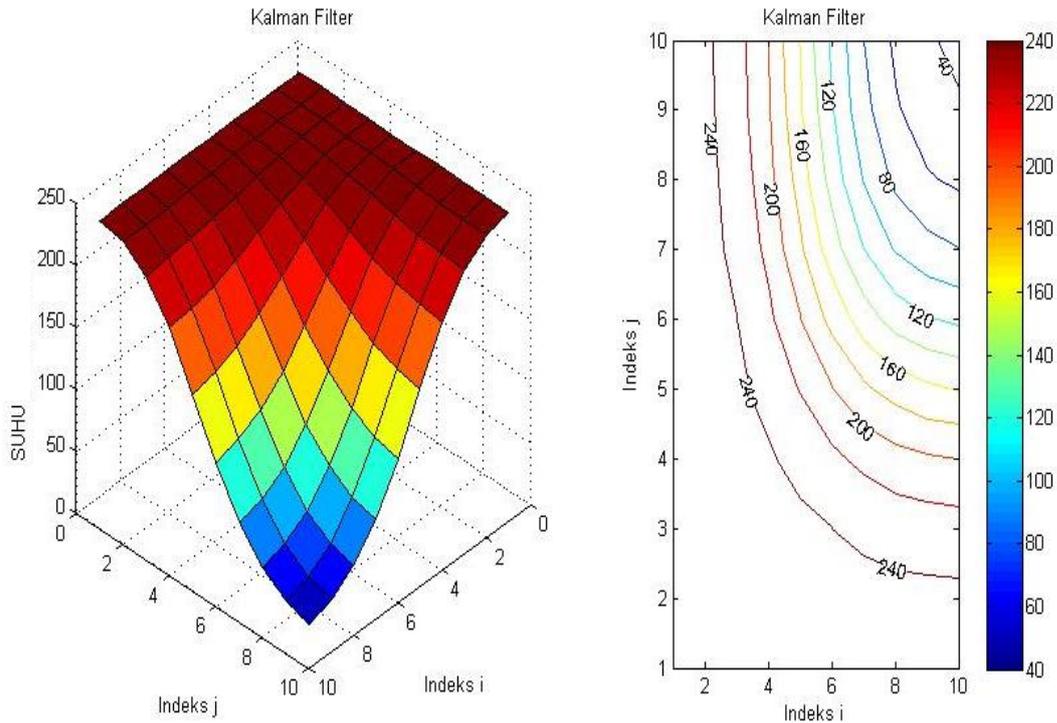
Gambar 4.2 Nilai error *Kalman Filter* dan *Ensemble Kalman Filter* dengan $N_e = 100$, $Q = 0,1$, dan $R = 0,1$

Pada Gambar 4.2 didapatkan bahwa nilai *error* pada metode *Ensemble Kalman Filter* di beberapa titik sedikit lebih besar daripada metode *Kalman Filter* ketika menggunakan banyak *ensemble* yaitu 100 serta nilai kovarian sistem *real* (Q) dan kovarian sistem pengukuran (R) yaitu 0,1. Nilai *error* didapatkan dari selisih antara sistem *real* dan hasil estimasi dari kedua metode tersebut. Sehingga dapat dikatakan bahwa hasil estimasi dari metode *Kalman Filter* lebih mendekati sistem *real* daripada metode *Ensemble Kalman Filter*.



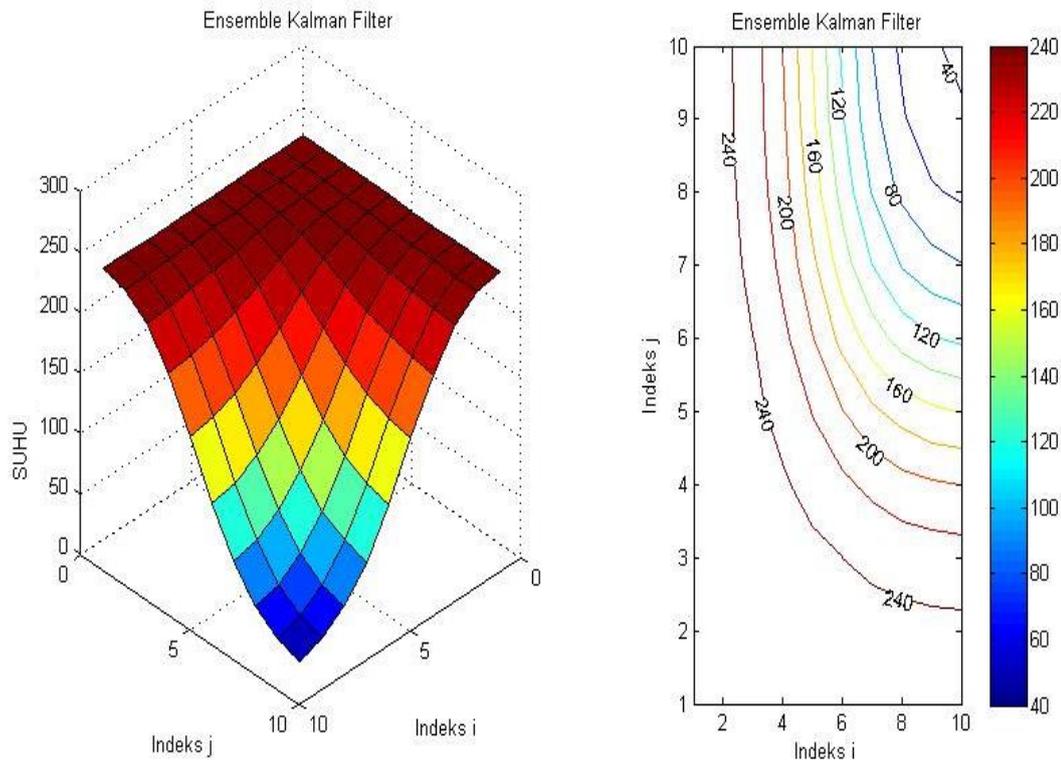
Gambar 4.3 *Surf* dan *contour* pada sistem *real* dengan $N_e = 100$, $Q = 0,1$, dan $R = 0,1$

Pada Gambar 4.3 yaitu penyebaran api pada sistem *real*, dapat dilihat setelah waktu iterasi ke-25 bahwa pada titik awal yaitu pada indeks $i, j = 1,1$ suhu api berkisar antara $250^{\circ}C$. Suhu api tinggi pada titik-titik sekitar titik 1,1, misalnya titik 1,2 yaitu $249,98^{\circ}C$, titik 1,3 yaitu $249,97^{\circ}C$, titik 2,1 yaitu $249,99^{\circ}C$, dan titik 3,1 yaitu $249,98^{\circ}C$. Suhu api terkecil terjadi pada titik 10,10 yaitu $35,69^{\circ}C$. Dari penjelasan ini dapat dikatakan titik api yang berada di titik 1,1 menyebar ke titik-titik terdekat hingga menuju titik 10,10 pada waktu iterasi keenam belas dengan suhu akhir pada waktu iterasi ke-25 yaitu $35,69^{\circ}C$.



Gambar 4.4 *Surf* dan *contour* pada metode *Kalman Filter* dengan $N_e = 100$, $Q = 0,1$, dan $R = 0,1$

Pada Gambar 4.4 yaitu penyebaran api pada hasil estimasi *Kalman Filter*, dapat dilihat setelah waktu iterasi ke-25 bahwa pada titik awal yaitu pada indeks $i, j = 1,1$ suhu api berkisar antara $250^{\circ}C$. Suhu api tinggi pada titik-titik sekitar titik 1,1, misalnya titik 1,2 yaitu $249,97^{\circ}C$, titik 1,3 yaitu $249,95^{\circ}C$, titik 2,1 yaitu $249,98^{\circ}C$, dan titik 3,1 yaitu $249,97^{\circ}C$. Suhu api terkecil terjadi pada titik 10,10 yaitu $35,68^{\circ}C$. Dari penjelasan ini dapat dikatakan titik api yang berada di titik 1,1 menyebar ke titik-titik terdekat hingga menuju titik 10,10 pada waktu iterasi keenam belas dengan suhu akhir pada waktu iterasi ke-25 yaitu $35,68^{\circ}C$. Terdapat di beberapa titik untuk hasil estimasi menggunakan *Ensemble Kalman Filter* sedikit lebih besar perbedaannya dari sistem *real* dibandingkan *Kalman Filter*. Hal ini dapat dilihat pada nilai *error* dari hasil estimasi *Kalman Filter*.



Gambar 4.5 *Surf* dan *contour* pada metode *Ensemble Kalman Filter* dengan $N_e = 100$, $Q = 0,1$, dan $R = 0,1$

Pada Gambar 4.5 yaitu penyebaran api pada hasil estimasi *Ensemble Kalman Filter*, dapat dilihat setelah waktu iterasi ke-25 bahwa pada titik awal yaitu pada indeks $i, j = 1,1$ suhu api berkisar antara $249,97^\circ C$. Suhu api tinggi pada titik-titik sekitar titik 1,1, misalnya titik 1,2 yaitu $249,96^\circ C$, titik 1,3 yaitu $249,95^\circ C$, titik 2,1 yaitu $249,98^\circ C$, dan titik 3,1 yaitu $249,97^\circ C$. Suhu api terkecil terjadi pada titik 10,10 yaitu $35,67^\circ C$. Dari penjelasan ini dapat dikatakan titik api yang berada di titik 1,1 menyebar ke titik-titik terdekat hingga menuju titik 10,10 pada waktu iterasi keenam belas dengan suhu akhir pada waktu iterasi ke-25 yaitu $35,67^\circ C$. terdapat di beberapa titik untuk hasil estimasi menggunakan *Ensemble Kalman Filter* lebih kecil perbedaannya dari sistem *real* dibandingkan *Kalman Filter*. Hal ini dapat dilihat pada nilai *error* dari hasil estimasi *Ensemble Kalman Filter*.

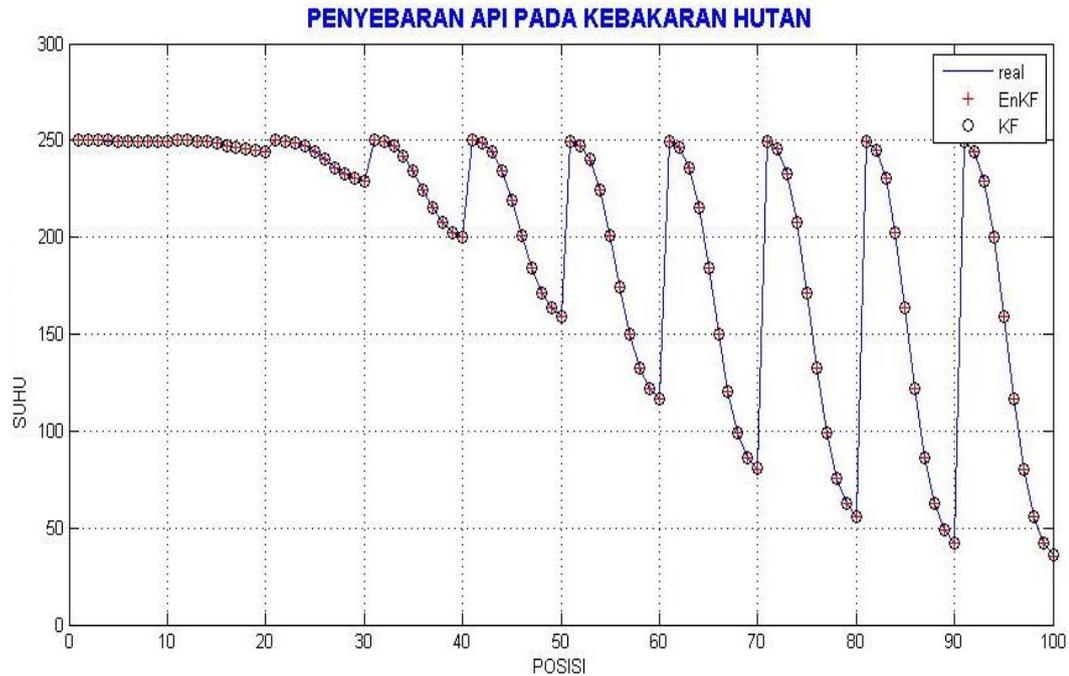
Dalam simulasi ini dilakukan percobaan sebanyak 10 kali untuk melihat rata-rata nilai *error* dari masing-masing metode. Adapun pada Tabel 4.1 dibahas rata-rata nilai RMSE dari 10 kali percobaan yang telah dilakukan.

Tabel 4.1 Perbandingan Nilai Rata-Rata RMSE antara *Kalman Filter* dan *Ensemble Kalman Filter* dengan 100 *ensemble*

Simulasi	RMSE KF	RMSE EnKF
1	0,44361	0,5629
2	0,39699	0,5555
3	0,37953	0,54713
4	0,47137	0,57728
5	0,47748	0,53152
6	0,50916	0,70025
7	0,4676	0,63195
8	0,44055	0,54526
9	0,47015	0,55473
10	0,35424	0,51832
Rata-rata	0,441068	0,572484

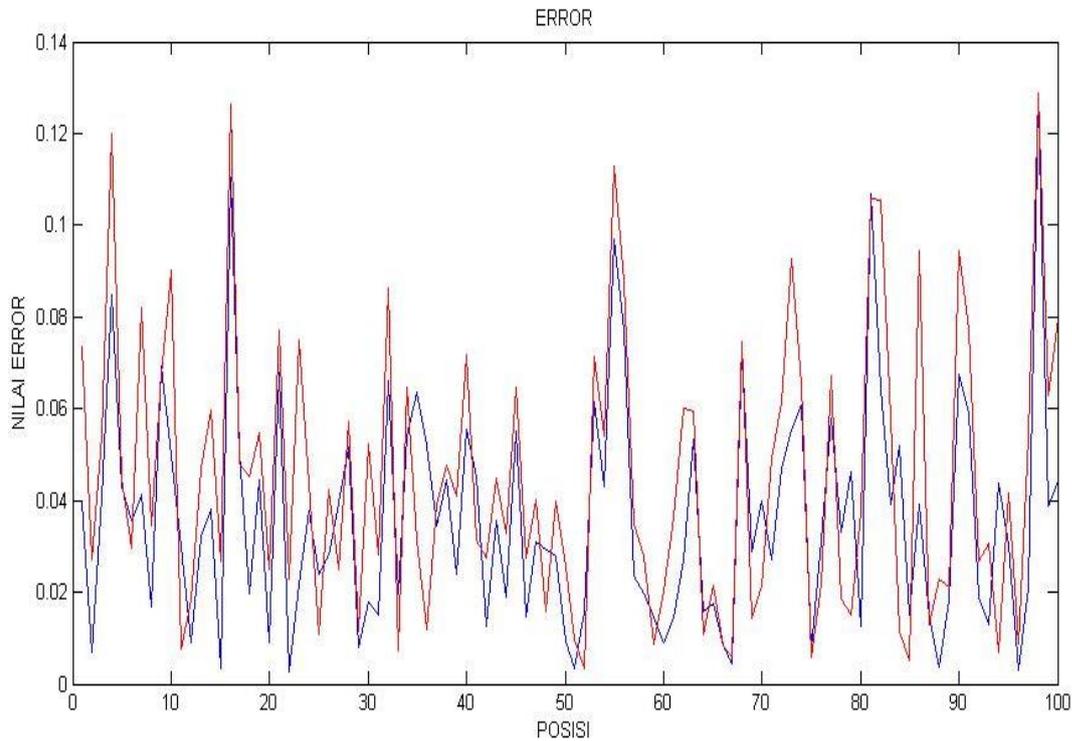
Dari Tabel 4.1 didapatkan bahwa setelah melakukan sepuluh kali simulasi, nilai RMSE dari *Ensemble Kalman Filter* sedikit lebih besar daripada nilai RMSE dari *Kalman Filter* sehingga rata-rata nilai RMSE *Ensemble Kalman Filter* sedikit lebih besar daripada *Kalman Filter*. Dengan demikian didapatkan bahwa ketika nilai *ensemble* 100 dan kovarian model sistem dan model pengukuran 0,1, hasil estimasi dari metode *Kalman Filter* lebih mendekati sistem *real* daripada hasil estimasi dari metode *Ensemble Kalman Filter*.

2. Hasil estimasi ketika menggunakan banyaknya *ensemble* 200, jumlah iterasi 25, nilai kovarian model sistem dan pengukuran yaitu 0,1.



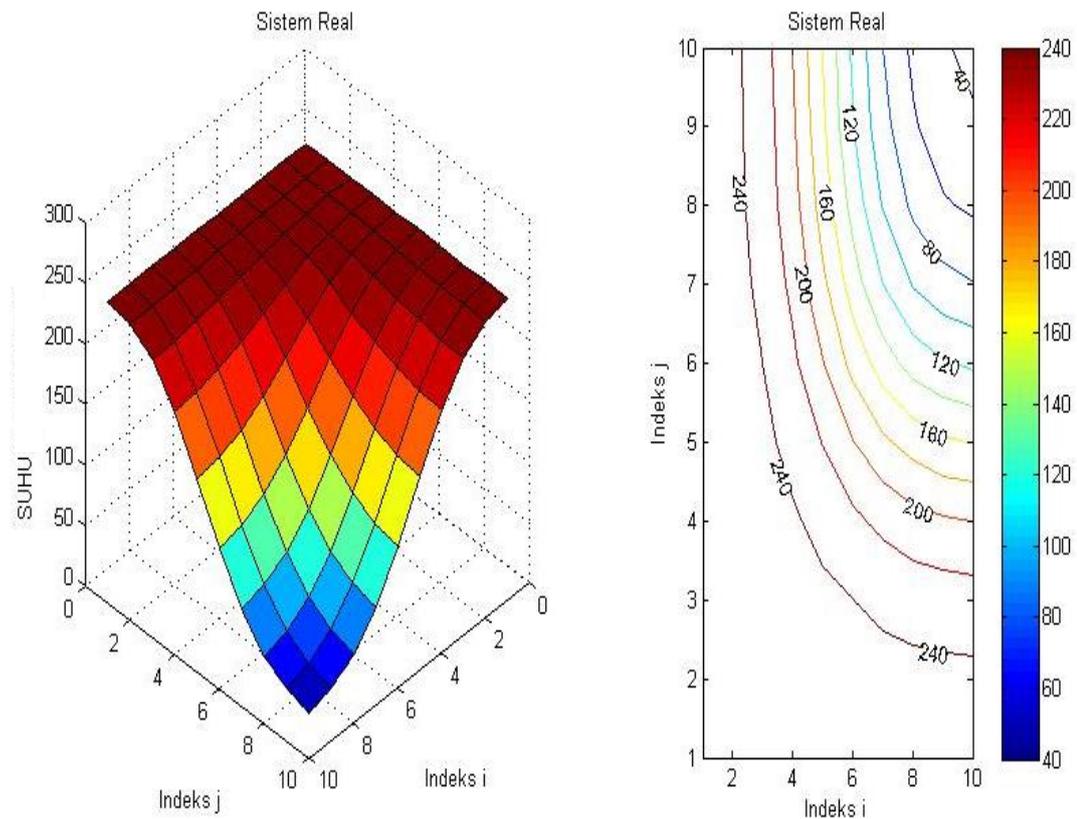
Gambar 4.6 Hasil estimasi dari metode *Kalman Filter* dan *Ensemble Kalman Filter* dengan $N_e = 200$, $Q = 0,1$, dan $R = 0,1$

Pada Gambar 4.6 dengan banyaknya waktu iterasi 25 didapatkan pada waktu iterasi terakhir bahwa pada titik 1,1 merupakan titik api dengan suhu awal yaitu $28^{\circ}C$ kemudian setelah terjadinya kebakaran suhu menjadi sekitar $250^{\circ}C$. Suhu api tinggi terjadi pada titik-titik terdekat dari titik 1,1 misalnya yaitu titik 1,2, titik 1,3, titik 2,1, dan titik 3,1. Pada titik 1,1, hasil estimasi dari metode *Kalman Filter* lebih mendekati sistem *real* daripada hasil simulasi metode *Ensemble Kalman Filter*. Namun terdapat di beberapa titik hasil simulasi metode *Ensemble Kalman Filter* lebih mendekati sistem *real* daripada hasil simulasi metode *Kalman Filter*.



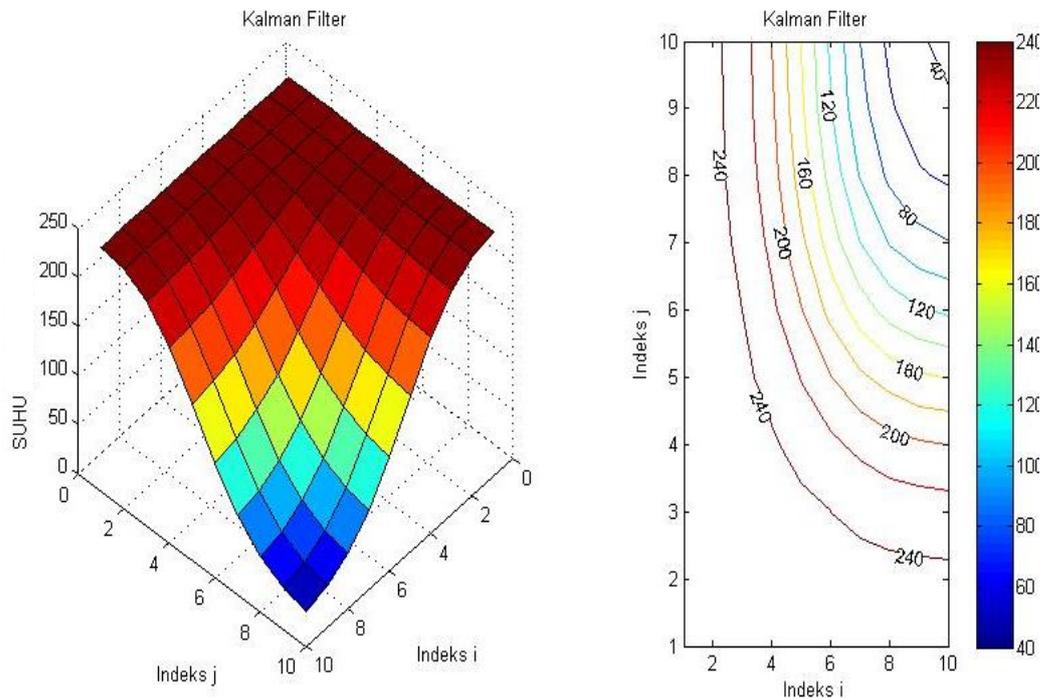
Gambar 4.7 Nilai *error Kalman Filter* dan *Ensemble Kalman Filter* dengan $N_e = 200$, $Q = 0,1$, dan $R = 0,1$

Pada Gambar 4.7 didapatkan bahwa nilai *error* pada metode *Ensemble Kalman Filter* di beberapa titik sedikit lebih besar daripada metode *Kalman Filter* ketika menggunakan banyak *ensemble* yaitu 100 serta nilai kovarian sistem real (Q) dan kovarian sistem pengukuran (R) yaitu 0,1. Nilai *error* didapatkan dari selisih antara sistem real dan hasil estimasi dari kedua metode tersebut. Sehingga dapat dikatakan bahwa hasil estimasi dari metode *Kalman Filter* lebih mendekati sistem *real* daripada metode *Ensemble Kalman Filter*.



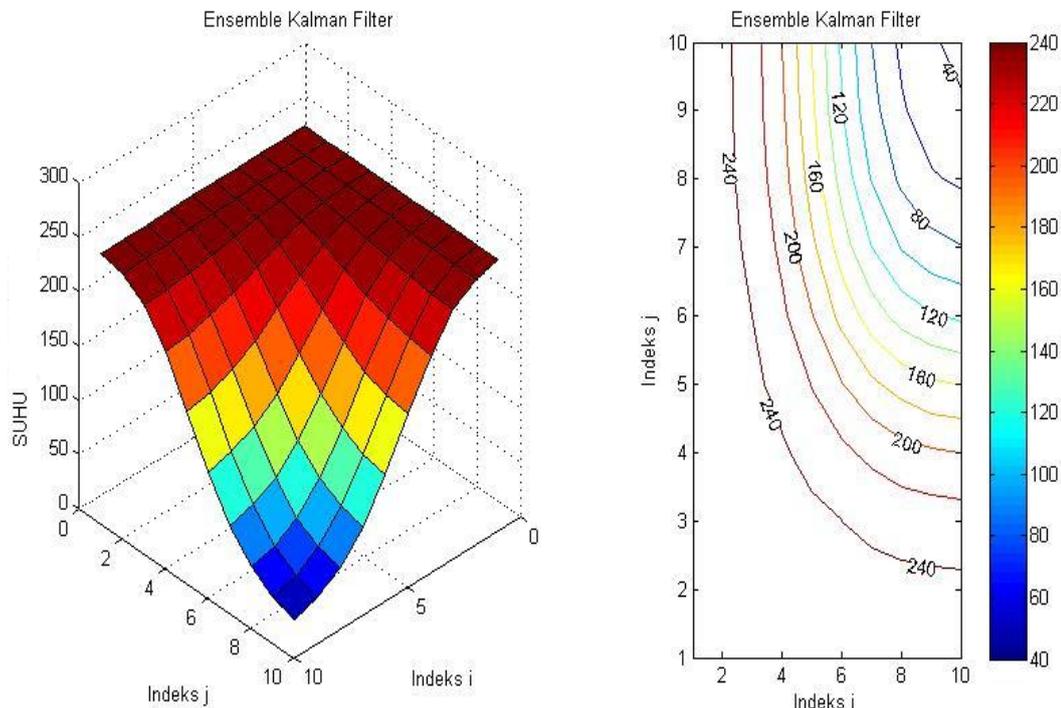
Gambar 4.8 *Surf* dan *contour* pada sistem *real* dengan $N_e = 200$, $Q = 0,1$, dan $R = 0,1$

Pada Gambar 4.8 yaitu penyebaran api pada sistem *real*, dapat dilihat setelah waktu iterasi ke-25 bahwa pada titik awal yaitu pada indeks $i, j = 1,1$ suhu api berkisar antara $250,05^{\circ}C$. Suhu api tinggi pada titik-titik sekitar titik 1,1, misalnya titik 1,2 yaitu $249,98^{\circ}C$, titik 1,3 yaitu $249,97^{\circ}C$, titik 2,1 yaitu $250,01^{\circ}C$, dan titik 3,1 yaitu $249,98^{\circ}C$. Suhu api terkecil terjadi pada titik 10,10 yaitu $35,695^{\circ}C$. Dari penjelasan ini dapat dikatakan titik api yang berada di titik 1,1 menyebar ke titik-titik terdekat hingga menuju titik 10,10 pada waktu iterasi keenam belas dengan suhu akhir pada waktu iterasi ke-25 yaitu $35,695^{\circ}C$.



Gambar 4.9 *Surf* dan *contour* metode pada metode *Kalman Filter* dengan $N_e = 200$, $Q = 0,1$, dan $R = 0,1$

Pada Gambar 4.9 yaitu penyebaran api pada hasil estimasi *Kalman Filter*, dapat dilihat setelah waktu iterasi ke-25 bahwa pada titik awal yaitu pada indeks $i, j = 1,1$ suhu api berkisar antara $250,4^\circ C$. Suhu api tinggi pada titik-titik sekitar titik 1,1, misalnya titik 1,2 yaitu $250^\circ C$, titik 1,3 yaitu $249,98^\circ C$, titik 2,1 yaitu $250^\circ C$, dan titik 3,1 yaitu $249,975^\circ C$. Suhu api terkecil terjadi pada titik 10,10 yaitu $35,69^\circ C$. Dari penjelasan ini dapat dikatakan titik api yang berada di titik 1,1 menyebar ke titik-titik terdekat hingga menuju titik 10,10 pada waktu iterasi keenam belas dengan suhu akhir pada waktu iterasi ke-25 yaitu $35,69^\circ C$. Sama seperti sebelumnya terdapat beberapa titik untuk hasil estimasi menggunakan *Kalman Filter* sedikit lebih kecil perbedaannya dengan sistem *real* dibandingkan *Ensemble Kalman Filter*. Hal ini dapat dilihat pada nilai *error* dari hasil estimasi *Kalman Filter*.



Gambar 4.10 *Surf* dan *contour* pada metode *Ensemble Kalman Filter* dengan $N_e = 200$, $Q = 0,1$, dan $R = 0,1$

Pada Gambar 4.10 yaitu penyebaran api pada hasil estimasi *Ensemble Kalman Filter*, dapat dilihat setelah waktu iterasi ke-25 bahwa pada titik awal yaitu pada indeks $i, j = 1,1$ suhu api berkisar antara $250,2^\circ C$. Suhu api tinggi pada titik-titik sekitar titik 1,1, misalnya titik 1,2 yaitu $249,97^\circ C$, titik 1,3 yaitu $249,95^\circ C$, titik 2,1 yaitu $249,98^\circ C$, dan titik 3,1 yaitu $249,97^\circ C$. Suhu api terkecil terjadi pada titik 10,10 yaitu $35,67^\circ C$. Dari penjelasan ini dapat dikatakan titik api yang berada di titik 1,1 menyebar ke titik-titik terdekat hingga menuju titik 10,10 pada waktu iterasi keenam belas dengan suhu akhir pada waktu iterasi ke-25 yaitu $35,67^\circ C$. Terdapat di beberapa titik untuk hasil estimasi menggunakan *Ensemble Kalman Filter* sedikit lebih kecil perbedaannya dari sistem *real* dibandingkan *Kalman Filter*. Hal ini dapat dilihat pada nilai *error* dari hasil estimasi *Ensemble Kalman Filter*.

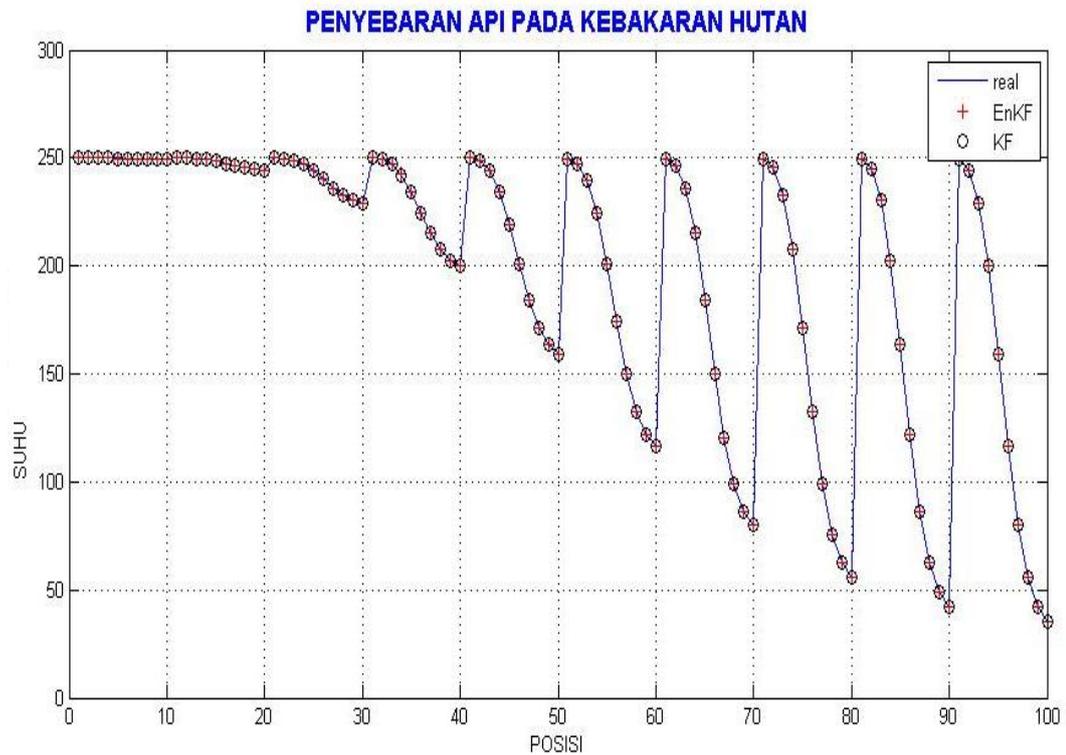
Dalam simulasi ini juga dilakukan percobaan sebanyak 10 kali untuk melihat rata-rata nilai *error* dari masing-masing metode. Adapun pada Tabel 4.2 dibahas rata-rata nilai RMSE dari 10 kali percobaan yang telah dilakukan.

Tabel 4.2 Perbandingan Nilai Rata-Rata RMSE antara *Kalman Filter* dan *Ensemble Kalman Filter* dengan 200 *ensemble*

Simulasi	RMSE KF	RMSE EnKF
1	0,44214	0,53311
2	0,45167	0,49214
3	0,45709	0,54637
4	0,44546	0,52836
5	0,48315	0,54032
6	0,42484	0,47933
7	0,37964	0,38991
8	0,47638	0,5812
9	0,47144	0,54805
10	0,4166	0,46225
Rata-rata	0,444841	0,510104

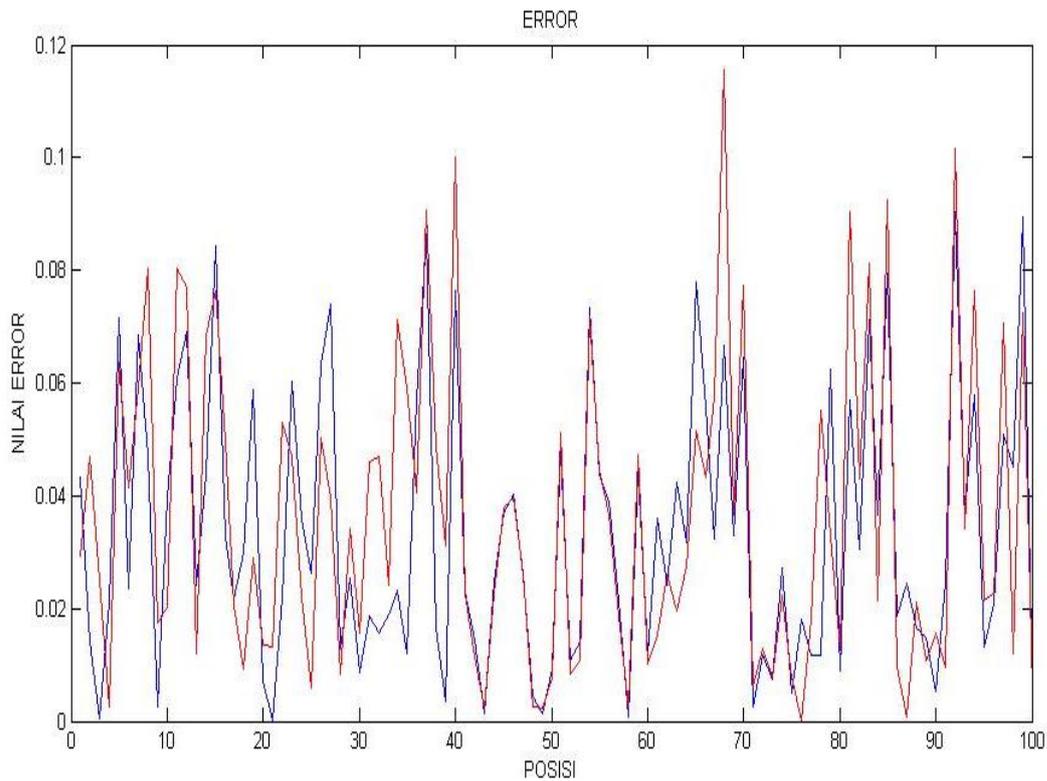
Terlihat dari Tabel 4.2 didapatkan bahwa setelah melakukan sepuluh kali simulasi, nilai RMSE dari *Ensemble Kalman Filter* sedikit lebih besar daripada nilai RMSE dari *Kalman Filter* sehingga rata-rata nilai RMSE *Ensemble Kalman Filter* sedikit lebih besar daripada *Kalman Filter*. Dengan demikian didapatkan bahwa ketika nilai *ensemble* 200 dan kovarian model sistem dan model pengukuran 0,1, hasil estimasi dari metode *Kalman Filter* lebih mendekati sistem *real* daripada hasil estimasi dari metode *Ensemble Kalman Filter*.

- Hasil Estimasi ketika menggunakan banyaknya *ensemble* 300, jumlah iterasi 25, nilai kovarian model sistem dan pengukuran yaitu 0,1.



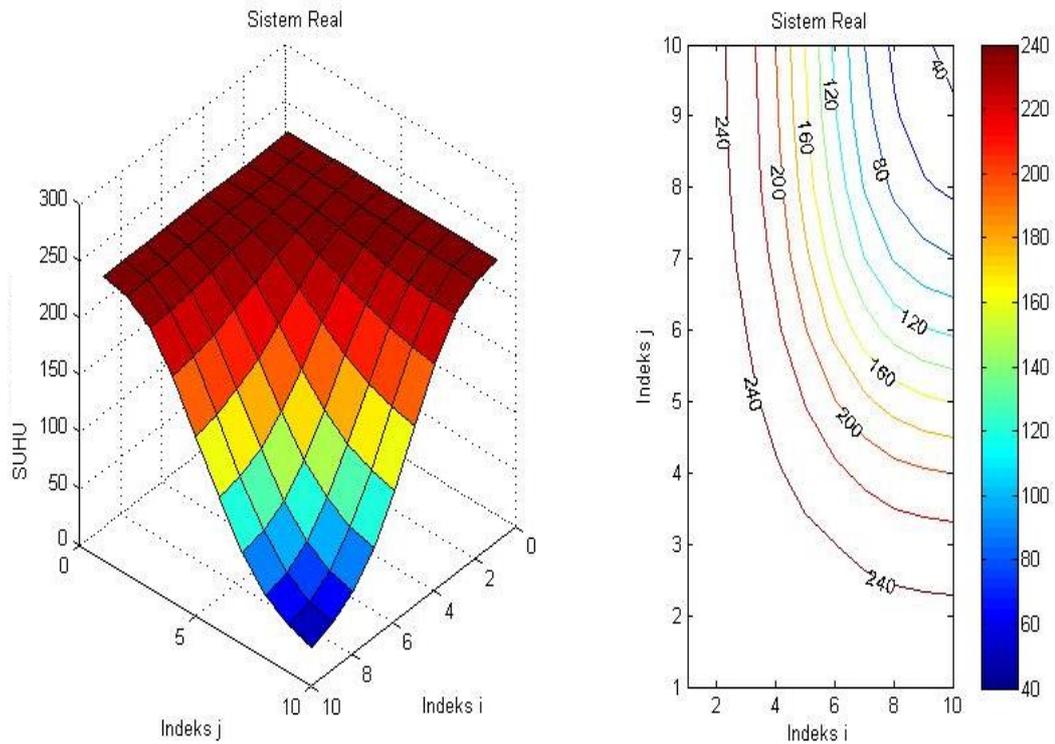
Gambar 4.11 Hasil estimasi dari metode *Kalman Filter* dan *Ensemble Kalman Filter* dengan $N_e = 300$, $Q = 0,1$, dan $R = 0,1$

Pada Gambar 4.11 dengan banyaknya waktu iterasi 25 didapatkan pada waktu iterasi terakhir bahwa pada titik 1,1 merupakan titik api dengan suhu awal yaitu $28^{\circ}C$ kemudian setelah terjadinya kebakaran suhu menjadi sekitar $250^{\circ}C$. Suhu api tinggi terjadi pada titik-titik terdekat dari titik 1,1 misalnya yaitu titik 1,2, titik 1,3, titik 2,1, dan titik 3,1. Pada titik 1,1, hasil estimasi dari metode *Kalman Filter* lebih mendekati sistem *real* daripada hasil simulasi metode *Ensemble Kalman Filter*. Namun terdapat di beberapa titik hasil simulasi metode *Ensemble Kalman Filter* lebih mendekati sistem *real* daripada hasil simulasi metode *Kalman Filter*.



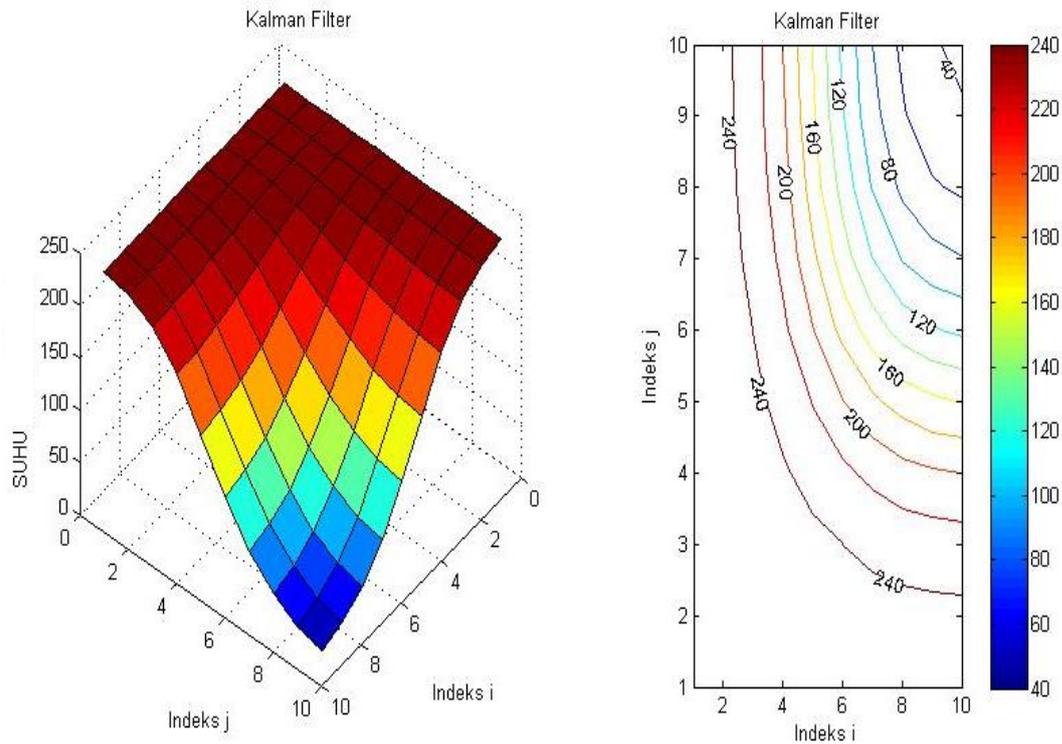
Gambar 4.12 Nilai *error Kalman Filter* dan *Ensemble Kalman Filter* dengan $N_e = 300$, $Q = 0,1$, dan $R = 0,1$

Pada Gambar 4.12 didapatkan bahwa nilai *error* pada metode *Ensemble Kalman Filter* di beberapa titik sedikit lebih besar daripada metode *Kalman Filter* ketika menggunakan banyak *ensemble* yaitu 100 serta nilai kovarian sistem real (Q) dan kovarian sistem pengukuran (R) yaitu 0,1. Nilai *error* didapatkan dari selisih antara sistem *real* dan hasil estimasi dari kedua metode tersebut. Sehingga dapat dikatakan bahwa hasil estimasi dari metode *Kalman Filter* lebih mendekati sistem *real* daripada metode *Ensemble Kalman Filter*.



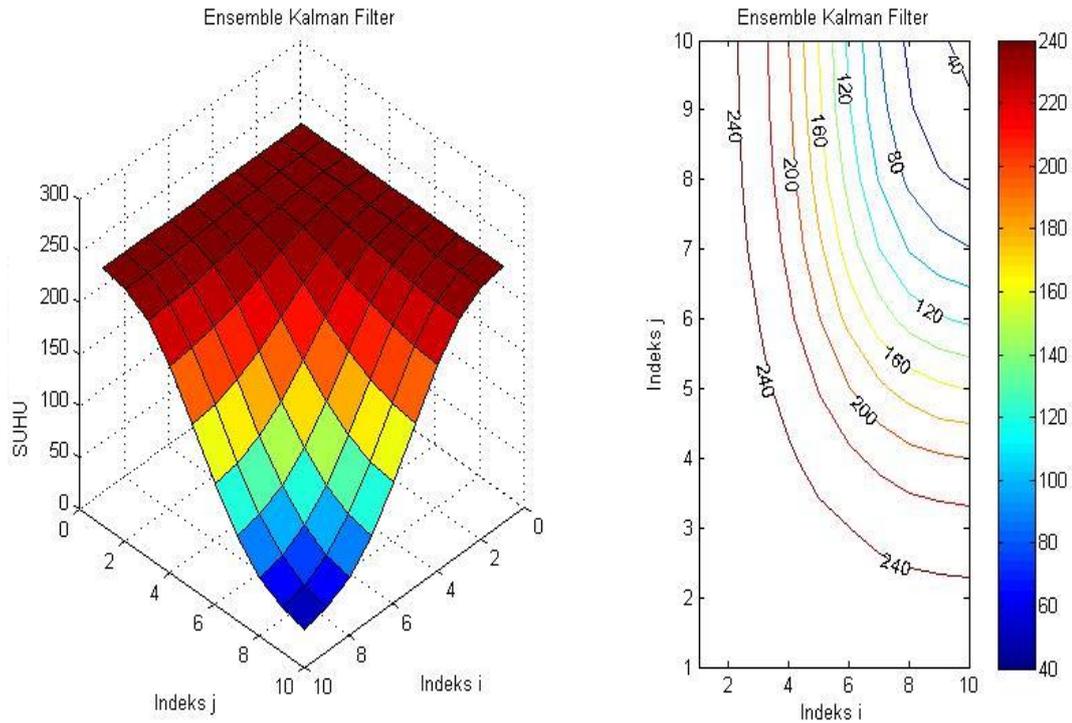
Gambar 4.13 *Surf* dan *contour* pada sistem *real* dengan $N_e = 300$, $Q = 0,1$, dan $R = 0,1$

Pada Gambar 4.13 yaitu penyebaran api pada sistem *real*, dapat dilihat setelah waktu iterasi ke-25 bahwa pada titik awal yaitu pada indeks $i, j = 1,1$ suhu api berkisar antara $250,3^{\circ}C$. Suhu api tinggi pada titik-titik sekitar titik 1,1, misalnya titik 1,2 yaitu $250^{\circ}C$, titik 1,3 yaitu $249,98^{\circ}C$, titik 2,1 yaitu $249,98^{\circ}C$, dan titik 3,1 yaitu $249,97^{\circ}C$. Suhu api terkecil terjadi pada titik 10,10 yaitu $35,69^{\circ}C$. Dari penjelasan ini dapat dikatakan titik api yang berada di titik 1,1 menyebar ke titik-titik terdekat hingga menuju titik 10,10 pada waktu iterasi keenam belas dengan suhu akhir pada waktu iterasi ke-25 yaitu $35,69^{\circ}C$.



Gambar 4.14 *Surf* dan *contour* metode pada metode *Kalman Filter* dengan $N_e = 300$, $Q = 0,1$, dan $R = 0,1$

Pada Gambar 4.14 yaitu penyebaran api pada hasil estimasi *Kalman Filter*, dapat dilihat setelah waktu iterasi ke-25 bahwa pada titik awal yaitu pada indeks $i, j = 1,1$ suhu api berkisar antara $250,5^\circ C$. Suhu api tinggi pada titik-titik sekitar titik 1,1, misalnya titik 1,2 yaitu $250^\circ C$, titik 1,3 yaitu $249,98^\circ C$, titik 2,1 yaitu $249,99^\circ C$, dan titik 3,1 yaitu $249,98^\circ C$. Suhu api terkecil terjadi pada titik 10,10 yaitu $35,692^\circ C$. Dari penjelasan ini dapat dikatakan titik api yang berada di titik 1,1 menyebar ke titik-titik terdekat hingga menuju titik 10,10 pada waktu iterasi keenam belas dengan suhu akhir pada waktu iterasi ke-25 yaitu $35,692^\circ C$. Tapi terdapat di beberapa titik untuk hasil estimasi menggunakan *Kalman Filter* sedikit lebih kecil perbedaannya dari sistem *real* dibandingkan *Ensemble Kalman Filter*. Hal ini dapat dilihat pada nilai *error* dari hasil estimasi *Kalman Filter*.



Gambar 4.15 *Surf* dan *contour* pada metode *Ensemble Kalman Filter* dengan $N_e = 300$, $Q = 0,1$, dan $R = 0,1$

Pada Gambar 4.15 yaitu penyebaran api pada hasil estimasi *Ensemble Kalman Filter*, dapat dilihat setelah waktu iterasi ke-25 bahwa pada titik awal yaitu pada indeks $i, j = 1,1$ suhu api berkisar antara $250^{\circ}C$. Suhu api tinggi pada titik-titik sekitar titik 1,1, misalnya titik 1,2 yaitu $249,98^{\circ}C$, titik 1,3 yaitu $249,96^{\circ}C$, titik 2,1 yaitu $249,98^{\circ}C$, dan titik 3,1 yaitu $249,97^{\circ}C$. Suhu api terkecil terjadi pada titik 10,10 yaitu $35,687^{\circ}C$. Dari penjelasan ini dapat dikatakan titik api yang berada di titik 1,1 menyebar ke titik-titik terdekat hingga menuju titik 10,10 pada waktu iterasi keenam belas dengan suhu akhir pada waktu iterasi ke-25 yaitu $35,687^{\circ}C$. Tapi terdapat di beberapa titik untuk hasil estimasi menggunakan *Ensemble Kalman Filter* lebih kecil perbedaannya dari sistem *real* dibandingkan *Kalman Filter*. Hal ini dapat dilihat pada nilai *error* dari hasil estimasi *Ensemble Kalman Filter*.

Dalam simulasi ini juga dilakukan percobaan sebanyak 10 kali untuk melihat rata-rata nilai *error* dari masing-masing metode. Adapun pada Tabel 4.3 dibahas rata-rata nilai RMSE dari 10 kali percobaan yang telah dilakukan.

Tabel 4.3 Perbandingan Nilai Rata-Rata RMSE antara *Kalman Filter* dan *Ensemble Kalman Filter* dengan 300 *ensemble*.

Simulasi	RMSE KF	RMSE EnKF
1	0,46005	0,55559
2	0,4381	0,47845
3	0,44107	0,50312
4	0,46316	0,50014
5	0,42795	0,47642
6	0,37801	0,41237
7	0,44558	0,52197
8	0,37756	0,40445
9	0,43369	0,48721
10	0,41706	0,53872
Rata-rata	0,428223	0,487844

Terlihat dari Tabel 4.3 didapatkan bahwa setelah melakukan sepuluh kali simulasi, nilai RMSE dari *Ensemble Kalman Filter* sedikit lebih besar daripada nilai RMSE dari *Kalman Filter* sehingga rata-rata nilai RMSE *Ensemble Kalman Filter* sedikit lebih besar daripada *Kalman Filter*. Dengan demikian didapatkan bahwa ketika nilai *ensemble* 300 dan kovarian model sistem dan model pengukuran 0,01, hasil estimasi dari metode *Kalman Filter* lebih mendekati sistem *real* daripada hasil estimasi dari metode *Ensemble Kalman Filter*.

Tabel 4.3 dibandingkan dengan Tabel 4.1 dan Tabel 4.2 didapatkan bahwa rata-rata RMSE *Ensemble Kalman Filter* semakin kecil ketika menggunakan nilai *ensemble* semakin besar, sedangkan nilai kovarian model sistem dan model pengukuran semakin kecil. Begitupula pada *Kalman Filter*, rata-rata nilai RMSE akan semakin kecil ketika nilai kovarian model sistem dan model pengukuran semakin kecil. Hal ini membuktikan bahwa nilai rata-rata RMSE akan semakin kecil ketika nilai *ensemble* semakin besar sedangkan nilai kovarian

model dan pengukuran semakin kecil. Untuk melihat perbandingan rata-rata RMSE lainnya bisa dilihat pada LAMPIRAN.

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

BAB 5

PENUTUP

Bab ini berisi tentang beberapa kesimpulan yang dihasilkan berdasarkan penelitian yang telah dilakukan. Di samping itu, pada bab ini juga dimasukkan beberapa saran yang dapat digunakan jika penelitian ini ingin dikembangkan.

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan analisis hasil estimasi penyebaran api dengan menggunakan *Kalman Filter* dan *Ensemble Kalman Filter*, analisis hasil perbandingan keakuratan metode *Kalman Filter* dan *Ensemble Kalman Filter*, maka dapat diambil kesimpulan yaitu:

1. Hasil analisis simulasi metode *Kalman Filter* lebih mendekati sistem *real* ketika nilai kovarian sistem real (Q) dan nilai kovarian sistem pengukuran (R) semakin kecil. Begitu pula dengan metode *Ensemble Kalman Filter* akan lebih mendekati sistem *real* ketika nilai kovarian sistem real (Q) dan nilai kovarian sistem pengukuran (R) semakin kecil sedangkan nilai *ensemble* (N_e) semakin besar.
2. Hasil analisis perbandingan keakuratan dari kedua metode didapatkan bahwa metode *Kalman Filter* lebih akurat daripada metode *Ensemble Kalman Filter*. Nilai rata-rata RMSE hasil estimasi dari metode *Ensemble Kalman Filter* sedikit lebih besar daripada nilai rata-rata hasil estimasi dari metode *Kalman Filter*. Nilai rata-rata RMSE pada hasil simulasi metode *Ensemble Kalman Filter* akan semakin kecil ketika nilai kovarian sistem real (Q) dan nilai kovarian sistem pengukuran (R) semakin kecil sedangkan nilai *ensemble* (N_e) semakin besar. Sedangkan nilai rata-rata RMSE pada hasil simulasi metode *Kalman Filter* akan semakin kecil ketika nilai kovarian sistem real (Q) dan nilai kovarian sistem pengukuran (R) semakin kecil.

5.2 Saran

Dengan melihat hasil yang dicapai pada penelitian ini, ada beberapa hal yang penulis sarankan untuk pengembangan selanjutnya yaitu:

1. Mencoba menggunakan metode lainnya sehingga bisa dihasilkan metode mana yang lebih baik.
2. Mencoba menerapkan *coupling* pada model diferensial kinetika kimia dengan menggabungkan dengan model atmosfer.
3. Mencoba menggunakan data *real* pada simulasi.

DAFTAR PUSTAKA

- Coen, J. L., Beezley, J. D., Bennethum, L. S., (2008). "A Wildland Fire Dynamic Data-Driven Application System". *National Center for Atmesphoric Research*.
- Glauber, A. J., Moyer, S., Andriani, M., (2015). "Analisa Dampak Ekonomi dari Krisis Kebakaran Tahun 2015". *WorldBank Group*. Jakarta.
- Kimura Y. T., (2014). *The mathematics of Patterns: The modeling and analysis of reaction-diffusion equations*. Princeton University. New Jersey.
- Luknanto J., 2003. *Model Matematika*. Universitas Gajah Mada. Yogyakarta.
- Mandel, J., Bezzley, J.D., Coen, J. L., Minjeong, K., 2009. "Data Assimilation for Wildland Fires". *IEEE Control System Magazine*.
- Newton's law of cooling.
https://en.wikipedia.org/wiki/Newton%27s_law_of_cooling. Diakses pada tanggal 29 September 2017 pukul 09.24.
- Palega O., Wardoyo S., Wiryadinata R., 2013. "Estimasi Kecepatan kendaraan Menggunakan Kalman Filter". *SETRUM*. Vol 2, No. 2.
- Persamaan Arrhenius. https://id.wikipedia.org/wiki/Persamaan_Arrhenius. diakses pada tanggal 29 September 2017 pukul 10.03.
- Purnomo, K. D., Apriliani, E., 2008. "Estimasi Populasi Plankton dengan Ensemble Kalman Filter". *Jurnal Ilmu Dasar*. Vol 9, No. 4.
- Radipta, A., Kristalina, P., Susetyoko, R., 2011. "Pemodelan Sebaran Api Kebakaran Hutan Berdasarkan Jenis dan Lokasi Bahan Pembakar". *Politeknik Elektronika Negeri Surabaya*. Surabaya.
- Renggana, E. A., 2009. "Penyebaran Api Antar Bangunan: Pemodelan dan Eksperimen Skala Laboratorium". *Universitas Indonesia*. Depok.
- Rothermel R. C., 1972. "A Mathematical Model for Predicting Fire Spread in Wildland Fires". *USDA Forest Service Reaserch Paper INT-115*.
- Tacconi, L., 2003. "Kebakaran Hutan di Indonesia: Penyebab, Biaya dan Implikasi Kebijakan". *Center for International Forest Research*. Bogor.

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

LAMPIRAN

Lampiran 1 : Listing Program Kalman Filter dan Ensemble Kalman Filter

```
clear all;
clc;
disp('SIMULASI PROGRAM KALMAN FILTER DAN ENSEMBLE KALMAN
FILTER');
disp('=====
=====');

%TAHAP INISIALISASI
% Parameter model
c=0.1;      %thermal capacity of the surface layer at contant pressure
k=0.2;      %thermal conductivity of the surface layer
v=10;      %wind speed
gdz=1;     %correction for the gradient of the terrain elevation z
s=100;     %banyaknya pendiskritan
f=20;      %banyaknya alat ukur

T=25;      %jumlah iterasi
N=100;     %banyaknya ensemble
dt=0.001;  %nilai delta t
dx=0.1;    %nilai delta x
dy=0.1;    %nilai delta y
Q=0.1;     %nilai kovariansi model
R=0.1;     %nilai kovariansi model pengukuran

% Inisialisasi
x0=28*ones(s,1);
xo=x0;
Po=0.1;    % kovariansi error
G=eye(100);
Xcor=xo;
Xo=xo;
Xcoro=xo;
xre0=x0;
xrea=x0;

D1=(k*dt)/(c*dy^2);
E1=(k*dt)/(c*dx^2);
A1=1-(2*k*dt)/(c*dx^2)-
(2*k*dt)/(c*dy^2)+(v*dt)/dx+(v*dt)/dy+(gdz*dt)/dx^2+(gdz*dt)/dy^2;
B1=(k*dt)/(c*dy^2)-(v*dt)/dy-(gdz*dt)/dy^2;
C1=(k*dt)/(c*dx^2)-(v*dt)/dx-(gdz*dt)/dx^2;
a=A1*ones(1,s);
f1=(k*dt)/(c*(dx^2))+k*dt/(c*(dy^2));
f2=(k*dt)/(c*(dx^2));
```

```
f3=(k*dt)/(c*(dy^2));
A2=diag(a);
```

```
A=zeros(s,s)+A2;
```

```
% Matriks B = matriks koefisien variabel input berukuran 100x1
```

```
B=zeros(s,1);
B(1,1)=f1; B(2,1)= f2; B(3,1)=f2; B(4,1)=f2; B(5,1)=f2; B(6,1)=f2; B(7,1)=f2;
B(8,1)=f2; B(9,1)=f2; B(10,1)=f2;
B(11,1)=f3; B(21,1)=f3; B(31,1)=f3; B(41,1)=f3; B(51,1)=f3; B(61,1)=f3;
B(71,1)=f3; B(81,1)=f3; B(91,1)=f3;
```

```
%Matriks u
```

```
%u = variabel input yang diberikan secara deterministik
u=250;
```

```
%Matriks H = matriks pengukuran berukuran 20x100
```

```
H=zeros(f,s);
H(1,3)=1; H(2,8)=1; H(3,13)=1; H(4,18)=1; H(5,23)=1; H(6,28)=1; H(7,33)=1;
H(8,38)=1; H(9,43)=1; H(10,48)=1;
H(11,53)=1; H(12,58)=1; H(13,63)=1; H(14,68)=1; H(15,73)=1; H(16,78)=1;
H(17,83)=1; H(18,88)=1; H(19,93)=1; H(20,98)=1;
n=size(H,1);
```

```
%%##### ENSEMBLE KALMAN FILTER #####
```

```
% Membangkitkan Ensemble Awal
```

```
for ens=1:N
    x(:,ens)=xo+sqrt(Q)*randn(s,1);
end
```

```
% Mean (rata-rata) Ensemble awal
```

```
x0mean=mean(x,2);
xcor=x0mean;
xcora=x0mean;
```

```
for i=1:T
```

```
% ----> SISTEM REAL
```

```
xreal=A*xre0+B*u+normrnd(0,sqrt(Q),s,1);
Z=H*xreal+normrnd(0,sqrt(R),n,1); % Model pengukuran untuk EnKF
xre0=xreal;
```

```
%-----> TAHAP PREDIKSI
```

```
% Estimasi Ensemble
```

```
for e=1:N
    x0pre(:,e)=A*xcor(:,1)+B*u+normrnd(0,sqrt(Q),s,1);
```

```

end
xpre=x0pre;

% Mean (rata-rata) Ensemble
xpre_mean=mean(xpre,2);

% Error Ensemble EnKF
for en=1:N
    xpre_error(:,en)=xpre_mean;
end

    ek=xpre-xpre_error;

% Kovarian Error Ensemble
xpre_kali=ek*ek';
Ppre=(1/(N-1))*xpre_kali;

% ----> TAHAP KOREKSI
for ens=1:N;
    Z1(:,ens)=Z+normrnd(0,sqrt(R),f,1);
end
% Kalman Gain
K=Ppre*H'*inv(H*Ppre*H'+R);

% Menghitung Estimasi Ensemble
xcor1=xpre+K*(Z1-H*xpre);

% Menghitung Estimasi
xcor=mean(xcor1,2);

% Menghitung Kovarian Error
Pcor=(eye(100)-K*H)*Ppre;

% ##### KF #####

% Tahap prediksi
% Kovariansi error
Ppre1=A*Po*A'+G*Q*G';

% Estimasi
Xpre=A*Xcor+B*u;

% Tahap koreksi
% Kalman Gain
K1=Ppre1*H'*inv(H*Ppre1*H'+R);

% Kovariansi error

```

```
Po=(eye(100)-K1*H)*Ppre1;
```

```
%Estimasi
```

```
Xcor=Xpre+K1*(Z-H*Xpre);
```

```
%Estimasi RMSE(Root Mean Square Error/Rata-rata Error Akar Kuadrat)
```

```
errKF=abs(xreal-Xcor);
```

```
erroKF=(errKF.^2);
```

```
RMSE_KF=sqrt(mean(erroKF));
```

```
%Estimasi RMSE(Root Mean Square Error/Rata-rata Error Akar Kuadrat)
```

```
errEnKF=abs(xreal-xcor);
```

```
erroEnKF=(errEnKF.^2);
```

```
RMSE_EnKF=sqrt(mean(erroEnKF));
```

```
end
```

```
disp(['Waktu ke -          = ',num2str(T)]);
```

```
disp(['Banyaknya ensemble -    = ',num2str(N)]);
```

```
disp(['delta_t          = ',num2str(dt)]);
```

```
disp(['-----']);
```

```
disp(['RMSE KF          = ',num2str(RMSE_KF)]);
```

```
disp(['RMSE EnKF        = ',num2str(RMSE_EnKF)]);
```

**Lampiran 2 : Perbandingan Nilai RMSE Kalman Filter dan Ensemble
Kalman Filter**

Banyak ensemble = 100

Nilai kovarian model = 0,01

Nilai kovarian model pengukuran = 0,01

Simulasi	RMSE KF	RMSE EnKF
1	0,136	0,18245
2	0,11047	0,17655
3	0,15437	0,18461
4	0,14282	0,18151
5	0,14586	0,19921
6	0,12913	0,18027
7	0,13911	0,18966
8	0,13245	0,15819
9	0,1464	0,19316
10	0,13912	0,17867
Rata-rata	0,137573	0,182428

Banyak ensemble = 100

Nilai kovarian model = 0,001

Nilai kovarian model pengukuran = 0,001

Simulasi	RMSE KF	RMSE EnKF
1	0,1205	0,12868
2	0,0553	0,10289
3	0,0408	0,10614
4	0,0433	0,1132
5	0,0175	0,14984
6	0,131	0,1089
7	0,1036	0,10724
8	0,0844	0,14651
9	0,02282	0,11707
10	0,0703	0,11246
Rata-rata	0,068952	0,119293

Banyak ensemble = 200

Nilai kovarian model = 0,01

Nilai kovarian model pengukuran = 0,01

Simulasi	RMSE KF	RMSE EnKF
1	0,12573	0,13404
2	0,1505	0,15665
3	0,14464	0,1832
4	0,13203	0,15467
5	0,14959	0,16317
6	0,14089	0,17048
7	0,16161	0,17553
8	0,14534	0,15839
9	0,13682	0,17263
10	0,38337	0,12156
Rata-rata	0,142241	0,164573

Banyak ensemble = 200

Nilai kovarian model = 0,001

Nilai kovarian model pengukuran = 0,001

Simulasi	RMSE KF	RMSE EnKF
1	0,041511	0,047697
2	0,045947	0,051212
3	0,044177	0,055952
4	0,042789	0,046548
5	0,048694	0,052194
6	0,045036	0,046231
7	0,042045	0,046135
8	0,04253	0,045041
9	0,046125	0,054347
10	0,045365	0,048201
Rata-rata	0,0444219	0,0493558

Banyak ensemble = 300

Nilai kovarian model = 0,01

Nilai kovarian model pengukuran = 0,01

Simulasi	RMSE KF	RMSE EnKF
1	0,14345	0,15084
2	0,1296	0,14892
3	0,14111	0,14682
4	0,12205	0,12631
5	0,15478	0,16544
6	0,12856	0,13345
7	0,16039	0,15575
8	0,14199	0,1406
9	0,12738	0,12679
10	0,11861	0,12903
Rata-rata	0,112193	0,142395

Banyak ensemble = 300

Nilai kovarian model = 0,001

Nilai kovarian model pengukuran = 0,001

Simulasi	RMSE KF	RMSE EnKF
1	0,04554	0,046874
2	0,03961	0,044028
3	0,043808	0,045308
4	0,042782	0,040921
5	0,044023	0,053763
6	0,045414	0,051465
7	0,036975	0,039622
8	0,042025	0,052261
9	0,045739	0,046513
10	0,045891	0,051814
Rata-rata	0,0431807	0,0472569

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

BIODATA PENULIS



Penulis memiliki nama lengkap Wardatus Syarifah atau cukup dipanggil Ifah. Penulis dilahirkan dari keluarga sederhana di Pamekasan pada tanggal 25 April tahun 1993. Jenjang pendidikan penulis dimulai dari TK Panempan pada tahun 1998 s.d 1999 dan dilanjutkan di SDI Matsaratul Huda pada tahun 1999 s.d 2004, SD Sopa'ah 1 pada tahun 2004 s.d 2005, SMPN 1 Pamekasan pada tahun 2005 s.d 2008 dan SMAN 1 Pamekasan pada tahun 2008 s.d 2011, S-1 Jurusan Matematika ITS pada tahun 2011 s.d 2015. Pada tahun 2015 penulis diterima di jurusan Matematika ITS program Magister dengan NRP 1215201204 hingga sekarang mengalami pembaruan NRP menjadi 06111550012004.

Di jurusan Matematika penulis mengambil bidang minat Matematika Terapan. Untuk mendapatkan informasi yang berhubungan dengan Tesis ini dapat ditujukan ke alamat *e-mail*: syarifah13.ws@gmail.com

“Halaman ini sengaja dikosongkan”