TESIS

MODEL LINEAR PARSIAL PADA HILANGNYA DATA KOMPONEN PARAMETRIK

Oleh :

ANDI TENRI AMPA
NRP. 1304 201 013

PROGRAM STUDI MAGISTER
JURUSAN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
2006

KATA PENGANTAR

KATA PENGANTAR

Bismillahirrahmanirrahim, Alhamdulillahi Rabbil 'alamin, penulis panjatkan rasa syukur kehadirat Allah Azza Wajalla yang telah memberikan rahmat dan petunjuk-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan tesis ini dengan judul *"Model Linier Parsial pada Hilangnya Data Komponen Parametrik"*. Tak lupa pula penulis haturkan salam dan salawat kepada junjungan Rasulullah Muhammad SAW yang telah membawa manusia dalam memahami hakikat hidup yang sesungguhnya. Tesis ini merupakan salah satu syarat untuk mendapatkan gelar Magister Sains (M.Si.) pada Program Studi Statistika, Program Pascasarjana Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya.

Penulis menyadari sepenuhnya bahwa tesis ini masih sangat jauh dari kesempurnaan dan dalam penyelesaiannya tidak terlepas dari bantuan, bimbingan, dan arahan dari berbagai pihak, oleh karenanya pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih dan penghargaan yan setinggi-tingginya kepada yang terhormat :

1. Bapak Dr. Drs. I Nyoman Budiantara, M.S. selaku Koordinator Program Studi S2 Statistika Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya, sekaligus sebagai dosen pembimbing utama yamg telah memberikan dan menumbuhkan motivasi, tidak kenal lelah, waktu, dan tempat, serta ketenangan dan keikhlasan beliau dalam membimbing penulis dalam menyelesaikan tesis ini.
2. Ibu Dra. Kartika Fitriasari, M.Si., selaku pembimbing dua yang telah meluangkan waktu memberikan arahan dan bimbingan kepada penulis.

3. Kedua orang tuaku Ibuku A.T. Puang Kanang dan almarhum Bapakku Andi Abdul Mannan Puang Bella yang telah ikhlas mempersembahkan segalanya demi kesuksesan anaknya.
4. Saudara-saudaraku dan seluruh keluarga, yang telah memberikan motivasi dan do'a restu hingga tesis ini selesai disusun.
5. Bapak Pimpinan BPKB Provinsi Sulawesi Tenggara dan AKPN Kendari yang telah memberikan kesempatan kepada penulis untuk melanjutkan pendidikan ke jenjang Program Magister S2.
6. Rekan-rekan angkatan 2004 di Program Pascasarjana Statistika ITS Surabaya, terkhusus kepada Mulianah, S.Pd., M.Si. dan Niken Ariestanti, S.Si., M.Si.
7. Pak Tiar, S.Pd. dan Bu Ida, S.Pd., terima kasih atas dukungan dan bantuannya.
8. Nenek Makka dan Asmawati atas segala pengorbanannya menemani penulis sekeluarga.
9. Para Staf Pengajar dan Staf TU dan Karyawan Di Jurusan Statistika ITS.
10. Semua pihak yang telah banyak membantu dan tidak sempat penulis sebutkan namanya satu persatu.

Surabaya, Agustus 2006

Penulis

ABSTRAK

MODEL LINEAR PARSIAL
PADA HILANGNYA DATA KOMPONEN PARAMETRIK

Nama Mahasiswa	: Andi Tenri Ampa
NRP	: 1304 201 013
Pembimbing	: Dr. Drs. I Nyoman Budiantara, M.S.
Co Pembimbing	: Dra. Kartika Fitriasari, M.Si.

ABSTRAK

Model linear parsial $\mathbf{Y} = \mathbf{X}^T\boldsymbol{\beta} + v(\mathbf{Z}) + \boldsymbol{\varepsilon}$ telah dipelajari secara luas pada data diamati secara lengkap. Dalam suatu eksperimen sering terjadi kasus-kasus data hilang, hal ini dapat terjadi karena berbagai sebab. Jika hal tersebut terjadi, inferensi statistik tak dapat dilakukan secara langsung. Dalam penelitian ini dikaji suatu metode inferensi statistik tentang kasus hilangnya data pada komponen parametrik dalam regresi semiparametrik. Metode ini dikembangkangkan dengan pendekatan kernel. Tujuan penelitian ini adalah mengestimasi $\boldsymbol{\beta}$ dan $v(\mathbf{Z})$ serta mengkaji sifat linearitas estimator Lokal Linear dan Nadaraya-Watson dengan probabilitas kehilangan π tergantung pada (Y,Z).

Dengan menggunakan pembobot Horvitz-Thompson (HT), estimator Lokal Linear diperoleh bentuk estimator komponen nonparametrik:

$$\hat{v}_{LL}(\mathbf{Z}) = \mathbf{H}_\delta\mathbf{Y} + \mathbf{K}_\delta\left[\mathbf{X}(\mathbf{I}+\mathbf{H}_\delta)^T\mathbf{I}+\mathbf{H}_\delta)\mathbf{X}^T\right]^{-1}\mathbf{X}(\mathbf{I}+\mathbf{H}_\delta)^T(\mathbf{I}-\mathbf{H}_\delta)\mathbf{Y}$$

dan estimasi komponen parametrik:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{LL} = \left[\mathbf{X}(\mathbf{I}+\mathbf{H}_\delta)^T(\mathbf{I}+\mathbf{H}_\delta)\mathbf{X}^T)\right]^{-1}\mathbf{X}(\mathbf{I}+\mathbf{H}_\delta)^T(\mathbf{I}-\mathbf{H}_\delta)\mathbf{Y}$$

Dengan menggunakan pembobot Horvitz-Thompson (HT), estimator Nadaraya-Watson diperoleh bentuk estimator komponen nonparametrik:

$$\hat{v}_{NW}(\mathbf{Z}) = \mathbf{W}^*\mathbf{Y} - \mathbf{W}^*\mathbf{X}^T\boldsymbol{\beta},$$

dan komponen parametrik:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{NW} = \left[\mathbf{X}(\mathbf{I}-\mathbf{W}^*)^T(\mathbf{I}-\mathbf{W}^*)\mathbf{X}^T\right]^{-1}\mathbf{X}(\mathbf{I}-\mathbf{W}^*)^T(\mathbf{I}-\mathbf{W}^*)\mathbf{Y}$$

serta diperoleh hubungan linearitas estimator Lokal Linear:

$$\hat{\mathbf{Y}}_{LL} = \left(\mathbf{U}_{LL}(\mathbf{U}_{LL}^T\mathbf{U}_{LL})^{-1}\mathbf{U}_{LL}^T\left[(\mathbf{I}-\mathbf{H}_\delta)\right]+\mathbf{H}_\delta,\right)\mathbf{Y},$$

dan hubungan linearitas estimator Nadaraya-Watson:

$$\hat{\mathbf{Y}}_{NW} = \left((\mathbf{W}^*-\mathbf{I})\mathbf{X}^T\left[\mathbf{X}(\mathbf{I}-\mathbf{W}^*)^T(\mathbf{I}-\mathbf{W}^*)\mathbf{X}^T\right]^{-1}\mathbf{X}(\mathbf{I}-\mathbf{W}^*)^T(\mathbf{I}-\mathbf{W}^*)+\mathbf{W}^*\right)\mathbf{Y}.$$

Berdasarkan studi simulasi diperoleh hasil estimasi Lokal Linear dan Nadaraya-Watson cenderung sama berdasarkan *MSE* dan R^2, sehingga kedua metode tersebut cukup baik digunakan pada regresi semiparametrik dengan interval konfidensi 95% untuk presentasi hilangnya data maksimal 30%.

Kata Kunci: *Regresi Lokal Linear, Pembobot Kernel Horvitz-Thompson, Regresi Nonparametrik, Regresi Semiparametrik.*

ABSTRACT

PARTIAL LINEAR MODEL
IN MISSING DATA AT PARAMETRIC COMPONENT

By	: Andi Tenri Ampa
Registration Number	: 1304 201 013
Supervisors	: Dr. Drs. I Nyoman Budiantara, M.S.
Co Supervisors	: Dra. Kartika Fitriasari, M.Si.

ABSTRACT

The partially linear model $\mathbf{Y} = \mathbf{X}^T\boldsymbol{\beta} + v(\mathbf{Z}) + \boldsymbol{\varepsilon}$ has been studied extensively when data were completely observed. In an experiment, it might be a case of missing data which occurred on parametric component *X*. Missing data might occur because of various causes. When it actually happened, statistical inference could not be conducted directly. In this study, a method of statistical inference was studied in the case of missing data on parametric component correlated by semiparametric regression. The method was developed using Kernel approach, namely Local Linear. The study was aimed at estimating $\boldsymbol{\beta}$ and $v(\mathbf{Z})$ by studying a method of substituting missing data correlated by semi parametric regression with missingness probability π depending on (Y,Z).

By employing weighted Kernel Horvitz-Thompson (HT) on Local Linear, the nonparametric's component estimator was:

$$\hat{v}_{LL}(\mathbf{Z}) = \mathbf{H}_\delta\mathbf{Y} + \mathbf{K}_\delta\left[\mathbf{X}(\mathbf{I}+\mathbf{H}_\delta)^T\mathbf{I}+\mathbf{H}_\delta)\mathbf{X}^T\right]^{-1}\mathbf{X}(\mathbf{I}+\mathbf{H}_\delta)^T(\mathbf{I}-\mathbf{H}_\delta)\mathbf{Y}$$

and the parametric component estimator was:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{LL} = \left[\mathbf{X}(\mathbf{I}+\mathbf{H}_\delta)^T(\mathbf{I}+\mathbf{H}_\delta)\mathbf{X}^T)\right]^{-1}\mathbf{X}(\mathbf{I}+\mathbf{H}_\delta)^T(\mathbf{I}-\mathbf{H}_\delta)\mathbf{Y}$$

By employing weighted Kernel Horvitz-Thompson (HT) on Nadaraya-Watson, the nonparametric's component estimator was:

$$\hat{v}_{NW}(\mathbf{Z}) = \mathbf{W}^*\mathbf{Y} - \mathbf{W}^*\mathbf{X}^T\boldsymbol{\beta},$$

and the parametric component estimator was:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{NW} = \left[\mathbf{X}(\mathbf{I}-\mathbf{W}^*)^T(\mathbf{I}-\mathbf{W}^*)\mathbf{X}^T\right]^{-1}\mathbf{X}(\mathbf{I}-\mathbf{W}^*)^T(\mathbf{I}-\mathbf{W}^*)\mathbf{Y}$$

and also obtained relation of linearity by Local Linear estimator was :

$$\hat{\mathbf{Y}}_{LL} = \left(\mathbf{U}_{LL}(\mathbf{U}_{LL}^T\mathbf{U}_{LL})^{-1}\mathbf{U}_{LL}^T[(\mathbf{I}-\mathbf{H}_\delta)]+\mathbf{H}_\delta,\right)\mathbf{Y},$$

and relation of linearity by estimator Nadaraya-Watson was:

$$\hat{\mathbf{Y}}_{NW} = \left((\mathbf{W}^*-\mathbf{I})\mathbf{X}^T\left[\mathbf{X}(\mathbf{I}-\mathbf{W}^*)^T(\mathbf{I}-\mathbf{W}^*)\mathbf{X}^T\right]^{-1}\mathbf{X}(\mathbf{I}-\mathbf{W}^*)^T(\mathbf{I}-\mathbf{W}^*)+\mathbf{W}^*\right)\mathbf{Y}$$

Based on the simulation study, the result of Local Linear and Nadaraya-Watson estimations tends to be equal so that it was good enough to be used in semiparametric regression with confidence interval 95% for maximum missing data 20% of total data in parametric's component.

Key words: Local-Linear Regression, Weighted Kernel Horvitz-Thompson, Nonparametric Regression, Semiparametric Regression.

DAFTAR ISI

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR LAMPIRAN

DAFTAR LAMPIRAN

BAB I

PENDAHULUAN

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Analisis regresi mempunyai peranan penting dalam studi tentang hubungan antara variabel dependen dan variabel independen. Misalkan Y adalah variabel dependen dan Z adalah variabel independen, secara umum hubungan antara Y dan Z dapat dituliskan sebagai berikut:

$$Y = v(Z) + \varepsilon$$

dimana $v(Z)$ merupakan fungsi regresi yang tidak diketahui bentuknya dan ε adalah variabel random yang diasumsikan independen identik dengan mean nol dan variansi σ^2.

Tujuan analisis regresi adalah menentukan pendekatan model untuk estimasi fungsi v. Untuk tujuan tersebut dapat digunakan metode regresi parametrik dan regresi nonparametrik. Pertimbangan untuk memilih metode mana yang akan digunakan tergantung dari informasi tentang bentuk fungsi v. Pendekatan metode parametrik digunakan apabila ada informasi sebelumnya tentang bentuk fungsi v, dengan kata lain memenuhi asumsi bentuk fungsi tertentu. Sedang pendekatan nonparametrik digunakan jika bentuk fungsi v tidak diketahui dan tidak tergantung pada asumsi bentuk fungsi tertentu, sehingga memberikan fleksibel yang lebih besar. Masalah data yang hilang dalam regresi parametrik telah dipelajari secara mendalam oleh Robins, Rotnitzky, dan Zhao (1994); Eubank (1988); Hardle (1990); Little dan Rubin (2002). Sedangkan Cheng dan Chu (1996); Wang, Wang, Zhon, Gutierrez, dan Carrol (1998) membahas tentang masalah nonparametrik dengan data hilang.

Dalam perkembangan analisis regresi, untuk mengatasi permasalahan yang variabel independennya tidak dapat diestimasi dengan pendekatan parametrik maupun nonparametrik, maka diperkenalkan regresi yang merupakan gabungan dari regresi parametrik dan regresi nonparametrik yaitu regresi semiparametrik (Engle, Rice, Granger, dan Weiss (1986)).

Misalkan diberikan data dengan variabel independen $X_1, X_2, \dots, X_p$ dan Z yang diasumsikan berhubungan secara semiparametrik. Jika dilakukan pengamatan sebanyak n, maka model untuk setiap pengamatan adalah:

$$Y_i = \beta_i X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_p X_{pi} + v(Z_i) + \varepsilon_i,\ i = 1, 2, \cdots, n \tag{1.1}$$

Dalam bentuk matriks dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}^T \boldsymbol{\beta} + v(\mathbf{Z}) + \boldsymbol{\varepsilon} \tag{1.2}$$

dimana $\boldsymbol{\beta} = (\beta_1,\ \beta_2,\ \dots,\ \beta_p)^T$ adalah vektor parameter yang tidak diketahui, $v(\mathbf{Z})$ fungsi *smooth* (halus) yang tidak diketahui dari $\mathbf{Z} = (Z_1, Z_2, \dots, Z_n)^T$, $\mathbf{X}^T = (\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_p)$, dan $\boldsymbol{\varepsilon} = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n)^T$. Hubungan **Y** dan **X** merupakan model parametrik, sedang hubungan antara **Y** dan **Z** merupakan model nonparametrik. Robins, Mark, dan Newey (1992) membuktikan bahwa model ini muncul ketika variabel **X** diabaikan di dalam **Z** dan sebuah *efek aditif* (tambahan) **X** pada mean **Y**. Estimasi $\boldsymbol{\beta}$ dalam model (1.2) merupakan subjek dari berbagai studi (Hardle, 1990; Liang dkk., 2004). Yahya (2005) telah membahas tentang regresi semiparametrik pada kasus hilangnya respon.

Pada penelitian ini dikembangkan model (1.2) jika data **X** diamati secara tidak lengkap untuk beberapa subjek yang ingin diteliti. Metode yang digunakan pada penelitian ini dapat dipandang sebagai kombinasi dari prosedur parametrik

(Robins dkk.,1994) dan prosedur nonparametrik (Wang dkk.,1998). Metode ini mengatasi masalah regresi semiparametrik yaitu regresi linear parsial dengan data yang hilang pada komponen parametrik.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian sebelumnya, permasalahan yang timbul dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana estimasi fungsi $v(\mathbf{Z})$ dan parameter $\boldsymbol{\beta}$ pada kasus data hilang pada komponen parametrik dengan menggunakan pendekatan Lokal Linear (LL)?
2. Bagaimana estimasi fungsi $v(\mathbf{Z})$ dan parameter $\boldsymbol{\beta}$ pada model regresi semiparametrik untuk kasus hilangnya data pada komponen parametrik dengan menggunakan pendekatan Nadaraya-Watson (NW)?
3. Bagaimana sifat linearitas estimator Lokal Linear dan Nadaraya-Watson?
4. Dengan data simulasi, apakah metode estimasi yang diperoleh pada penelitian ini mampu memodelkan data dimana pada komponen parametriknya ada data yang hilang?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasakan rumusan masalah di atas, maka tujuan penelitian ini adalah:

1. Mengkaji estimasi fungsi $v(\mathbf{Z})$ dan parameter $\boldsymbol{\beta}$ pada kasus data hilang pada komponen parametrik dengan menggunakan pendekatan Lokal Linear.
2. Mengkaji estimasi fungsi $v(\mathbf{Z})$ dan parameter $\boldsymbol{\beta}$ pada kasus data hilang pada komponen parametrik dengan menggunakan pendekatan Nadaraya-Watson.

3. Mengkaji sifat linearitas estimator Lokal Linear dan Nadaraya-Watson.
4. Mengaplikasikan metode estimasi yang diperoleh pada data simulasi dimana ada data hilang pada komponen parametriknya.

1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari penelitian ini adalah untuk mengembangkan wawasan analisis Statistika pada model regresi semiparametrik dengan kasus hilangnya data pada komponen parametrik.

1.5 Batasan Masalah

Mengacu pada rumusan masalah dalam penelitian ini, penelitian ini dibatasi pada analisis regresi semiparametrik untuk kasus hilangnya data komponen parametrik dengan dua variabel prediktor tanpa β_0.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Regresi Parametrik

Regresi parametrik merupakan salah satu bentuk hubungan antara variabel dependen Y dengan variabel independen X. Regresi secara umum adalah masalah estimasi nilai harapan bersyarat. Hubungan antara variabel dependen dan variabel independen dalam model dapat terjadi dengan fungsi linear dalam parameter maupun nonlinear (Draper dan Smith, 1966).

Model regresi yang paling sederhana mempunyai satu variabel independen, $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$. Dalam bentuk matriks dapat dituliskan sebagai berikut $\mathbf{Y}=\mathbf{X}^T\boldsymbol{\beta}+\boldsymbol{\varepsilon}$, sering disebut regresi parametrik linear.

Estimasi parameter $\boldsymbol{\beta}$ dapat menggunakan Metode Kuadrat Terkecil Terbobot, prinsip metode ini adalah meminimumkan $\boldsymbol{\varepsilon}^T\mathbf{W}\boldsymbol{\varepsilon}$ terhadap $\boldsymbol{\beta}$.

Untuk $\boldsymbol{\varepsilon}^T\mathbf{W}\boldsymbol{\varepsilon} = (\mathbf{Y}-\mathbf{X}^T\boldsymbol{\beta})^T\mathbf{W}(\mathbf{Y}-\mathbf{X}^T\boldsymbol{\beta})$

Dengan membuat $\dfrac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^T\mathbf{W}\boldsymbol{\varepsilon}}{\partial \boldsymbol{\beta}} = 0$, maka diperoleh:

$$0 = -2(\mathbf{X})\mathbf{W}(\mathbf{Y}-\mathbf{X}^T\boldsymbol{\beta})$$

$$= -2(\mathbf{XWY}-\mathbf{XWX}^T\boldsymbol{\beta})$$

$$\mathbf{XWX}^T\boldsymbol{\beta} = \mathbf{XWY}$$

sehingga dapat diperoleh estimator $\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{XWX}^T)^{-1}\mathbf{XWY}$.

2.2 Regresi Nonparametrik

Jika dipunyai n observasi independen (Y_i, Z_i) dari pasangan variabel (Y, Z), maka model regresi secara umum dapat dituliskan menjadi:

$$Y_i = v(Z_i) + \varepsilon, \quad i = 1, 2, \ldots, n \tag{2.1}$$

Dengan ε merupakan *error random* yang menunjukkan bervariasinya Y sekitar $v(Z)$, mean kurva regresi $E(Y|Z)$.

Akan dicari pendekatan mean fungsi respon dari Y pada Z, yang berarti diestimasi kurva mean bersyarat:

$$v(Z) = E(Y|Z) = \frac{\int Y\, q(Z,Y) dY}{q(Z)},$$

dengan $v(Z,Y)$ merupakan fungsi densitas bersama untuk (Z,Y) dan $v(Z)$ densitas marginal untuk Z. Menurut Eubank (1988) untuk mengestimasi kurva tersebut dapat menggunakan regresi nonparametrik. Pendekatan nonparametrik digunakan untuk mengestimasi kurva regresi karena model tidak ditentukan terlebih dahulu seperti dalam model parametrik (Hardle, 1990). Hal ini memberikan fleksibel yang lebih besar. Dianggap v dalam persamaan (2.1) adalah elemen W, dimana W adalah fungsi yang mempunyai sifat-sifat tertentu. Pemilihan sifat dari W biasanya termotivasi oleh ketidakmulusan (*smoothness*) yang diinginkan untuk fungsi regresi v. Untuk estimasi fungsi v dilakukan pembobotan variabel dependen Y di sekitar titik Z tertentu. Bobot untuk observasi Y ini tergantung pada jarak Z_i dengan Z, sehingga estimator $v(Z)$ dirumuskan sebagai berikut:

$$\hat{v}(Z) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} W_i(Z : Z_1, Z_2, \ldots, Z_n) Y_i$$

W_i adalah fungsi pembobot yang bergantung pada *bandwidth* h dan variabel independen $Z_1, Z_2, \ldots, Z_n$ dengan asumsi $\sum_{i=1}^{n} W_i = 1$. Selanjutnya $W_i(Z : Z_1, Z_2, \ldots, Z_n)$ ditulis sebagai $W_i(Z)$.

Misalkan Nadaraya dan Watson, memilih $W_i(Z) = \dfrac{K_h(Z_i - Z)}{n^{-1}\sum_{j=1}^{n} K_h(Z_j - Z)}$ dengan bobot tersebut, estimator $\hat{v}(Z)$ disebut estimator kernel (Racine, 1998), ditulis sebagai:

$$\hat{v}(Z) = n^{-1} \frac{\sum_{i=1}^{n} K_h(Z_i - Z) Y_i}{n^{-1}\sum_{j=1}^{n} K_h(Z_j - Z)}$$

dengan $K_h(Z) = \dfrac{1}{h} K\left(\dfrac{Z}{h}\right)$; $-\infty < Z < \infty$, K fungsi kernel dan h adalah *bandwidth.*

2.3 Regresi Semiparametrik

Diberikan model regresi semiparametrik (1.2) yang dapat disajikan dalam bentuk:

$$\begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_{11} & X_{12} & \cdots & X_{1p} \\ X_{21} & X_{22} & \cdots & X_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{n1} & X_{n2} & \cdots & X_{np} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_p \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v(Z_1) \\ v(Z_2) \\ \vdots \\ v(Z_n) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix}$$

Regresi semiparametrik merupakan gabungan antara regresi parametrik dan regresi nonparametrik. Regresi semiparametrik mengasumsikan hubungan variabel-variabel $(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_p,\ Z,\ Y)$ mengikuti model (1.2).

Dengan $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_p$ dan Z merupakan variabel-variabel independen, dan vektor parameter $\boldsymbol{\beta}$ tidak diketahui dan fungsi v *smooth*. Error random ε independen dengan mean nol dan variansi σ^2. Komponen $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_p$ merupakan vektor komponen parametrik dan $v(Z)$ adalah komponen nonparametrik.

Estimasi komponen nonparametrik dengan pendekatan kernel diperoleh sebagai berikut:

$$\hat{v}(Z) = \frac{\sum_{i=1}^{n} K_h(Z_i - Z)\left(Y_i - X_i^T \hat{\boldsymbol{\beta}}\right)}{\sum_{j=1}^{n} K_h(Z_j - Z)}$$

dan estimator komponen parametriknya:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{Y}.$$

2.4 Estimator Kernel

Secara umum kernel K dengan *bandwidth h*, didefinisikan sebagai:

$$K_h(Z) = \frac{1}{h} K\left(\frac{Z}{h}\right), \text{ untuk } -\infty < Z < \infty$$

Kernel K merupakan fungsi yang kontinu, terbatas, simetrik, dan terintegral ke satu (Hardle, 1991). Serta memenuhi $K(Z) \geq 0$ untuk semua Z, $\int_{-\infty}^{\infty} K(Z)\,dZ = 1$, $\int_{-\infty}^{\infty} Z\,K(Z)\,dZ = 0$, dan $\int_{-\infty}^{\infty} Z^2\,K(Z)\,dZ = 1$. Fungsi *smooth* Z dapat diestimasi dengan menggunakan pendekatan kernel, sebagai berikut:

$$\hat{v}_h(Z) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} K_h(Z_i - Z) = \frac{1}{nh}\sum_{i=1}^{n} K\left(\frac{Z_i - Z}{h}\right)$$

Beberapa jenis fungsi kernel adalah (Hardle, 1990:45):

(i) Kernel uniform : $K(Z) = \frac{1}{2} I(|Z| \leq 1)$

(ii) Kernel segitiga : $K(Z) = (1 - |Z|) I(|Z| \leq 1)$

(iii) Kernel Epanechnikov : $K(Z) = \frac{3}{4} (1 - Z^2) I(|Z| \leq 1)$

(iv) Kernel kuadrat : $K(Z) : \frac{15}{16} (1 - Z^2)^2 I(|Z| \leq 1)$

(v) Kernel Triweight : $K(Z) = \frac{35}{32} (1 - t^2)^3 I(|Z| \leq 1)$

(vi) Kernel Gaussian : $K(Z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} Z^2\right)$

Diberikan model $\mathbf{Y} = v(\mathbf{Z}) + \boldsymbol{\varepsilon}$ dan v diasumsikan mempunyai turunan yang kontinyu. Jika v didekati dengan fungsi linear, maka model Lokal Linear (Fan, 1993) mengikuti:

$$\sum_{i=1}^{n} (Y_i - \alpha_0 - \alpha_1 (Z_i - Z))^2 K\left(\frac{Z_i - Z}{h}\right) \tag{2.2}$$

α_0 dapat diperoleh dengan meminimumkan (2.2), yaitu menurunkan secara parsial terhadap α_0, sehingga diperoleh:

$$\alpha_0 = \sum_{i=1}^{n} W_i^{LL} Y_i$$

dimana $W_i^{LL} = \frac{\{\hat{s}_2(Z;h) - \hat{s}_1(Z;h)((Z_i - Z))\} K_h(Z_i - Z)}{\hat{s}_2(Z;h)\hat{s}_0(Z;h) - (\hat{s}_1(Z;h))^2}$,

dengan $\hat{s}_r(Z;h) = \sum_{l=1}^{n} K_h(Z_i - Z)(Z_i - Z)^r$, $r = 0, 1, 2$.

Jika (2.2) menggunakan pembobot kernel Lokal Linear *Horvitz-Thompson* (HT) (Liang, dkk., 2004), maka untuk suatu respon $q(X,Y)$, estimasi lokal pada Z adalah intersep dalam regresi $q(X,Y))$ terhadap $\dfrac{Z_i - Z}{h}$ dengan bobot $K_h(Z_i - Z)\dfrac{\delta_i}{\pi(Y_i, Z_i)}$, mengikuti:

$$\sum_{i=1}^{n} K_h(Z_i - Z)\frac{\delta_i}{\pi(Y_i, Z_i)}\left\{q(Y_i, X_i) - \alpha_0 - \alpha_1\left(\frac{Z_i - Z}{h}\right)^2\right\},$$

maka diperoleh estimator fungsi Lokal Linear:

$$\hat{v}(Z) = \frac{\sum_{i=1}^{n} W_i^{HT} q(Y_i, X_i)}{\sum_{i=1}^{n} W_i^{HT}}$$

dengan:

$$W_i^{HT} = \frac{\frac{1}{h}\left\{\hat{s}_2(Z;h) - \hat{s}_1(Z;h)\left(\frac{Z_i - Z}{h}\right)\right\}K\left(\frac{Z_i - Z}{h}\right)}{\hat{s}_2(Z;h)\hat{s}_0(Z;h) - (\hat{s}_1(Z;h))^2}$$

dengan $\hat{s}_r(Z;h) = \sum_{i=1}^{n} K_h(Z_i - Z)(Z_i - Z)^r$, $r = 0, 1, 2$.

Jika dihubungkan dengan regresi semiparametrik, maka $q(Y_i, X_i) = Y_i - X_i^T \beta$ sehingga diperoleh:

$$\hat{v}(Z) = \frac{\sum_{i=1}^{n} W_i^{HT} (Y_i - X_i^T \beta)}{\sum_{i=1}^{n} W_i^{HT}}$$

Definisi 2.4.1 (Ferguson, 1996)

Suatu interval $\left(l(X_1,\ X_2,\ \cdots,\ X_n) < \theta < u(X_1,\ X_2,\ \cdots,\ X_n)\right)$ dikatakan $(1-\alpha)\,100\%$ interval konfidensi untuk parameter θ jika:

$$P\left(l(X_1,\ X_2,\ \cdots,\ X_n) < \theta < u(X_1,\ X_2,\ \cdots,\ X_n)\right) = 1-\alpha,\ \ 0 < \alpha < 1$$

dimana $l(X_1,\ X_2,\ \cdots,\ X_n);\, u(X_1,\ X_2,\ \cdots,\ X_n)$ adalah batas bawah dan batas atas.

Salah satu cara dalam menentukan interval konfidensi adalah metode Kuantitas Pivot (*Pivotal Quantity*) yang didefinisikan sebagai berikut:

Definisi 2.4.2 (Ferguson, 1996)

Jika $U = u(X_1,\ X_2,\ \cdots,\ X_n;\theta)$ adalah variabel random yang hanya merupakan fungsi dari $X_1,\ X_2,\ \cdots,\ X_n$ dan θ, maka U dinamakan *Pivotal Quantity* jika distribusinya tidak tergantung pada θ atau sembarang parameter-parameter lain yang tidak diketahui.

Interval konfidensi (1-α)100% untuk mean $\mu_\delta(Z_i)$ dari kurva regresi nonparametrik diberikan oleh Eubank (1988), sebagai berikut:

$$\hat{\mu}_\delta(Z_i) \pm N_{(\alpha/2)}\sqrt{\left(\sigma^2_{(h)} H_{ii}\right)}$$

dengan $N_{(\alpha/2)}$ menyatakan kuantil ke (1-α) dari distribusi normal baku dan H_{ii} merupakan elemen diagonal ke-i dari matriks **H,** yang memenuhi persamaan: $\hat{\mathbf{Y}} = H_{ii}\mathbf{Y}$.

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Bahan dan Alat

Bahan dan alat yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bahan habis: alat tulis.
2. Jurnal dan buku serta referensi yang terkait dengan permasalahan yang telah dirumuskan.
3. Seperangkat komputer dengan software Minitab, Matlab, dan S-Plus.
4. Data simulasi.

3.2 Metode Penelitian

Diberikan model linier parsial $\mathbf{Y} = \mathbf{X}^T\boldsymbol{\beta} + v(\mathbf{Z}) + \boldsymbol{\varepsilon}$, dimana $\boldsymbol{\beta}$ parameter yang tidak diketahui dan $v(\mathbf{Z})$ adalah sebuah fungsi *smooth* yang tidak diketahui bentuknya, maka metode penelitian yang berkaitan dengan tujuan penelitian adalah sebagai berikut:

1. Mengkaji estimasi fungsi $v(\mathbf{Z})$ dan parameter $\boldsymbol{\beta}$ pada model linear parsial untuk data yang komponen parametriknya hilang dengan menggunakan pendekatan Lokal Linear. Adapun langkah-langkahnya adalah sebagai berikut:

   a. Menentukan estimasi Lokal Linier berbentuk:

$$H(.,\alpha_0,\alpha_1) = \sum_{i=1}^{n} K_h(Z_i - Z)\frac{\delta_i}{\pi(Y_i,Z_i)}\left\{(Y_i - \mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}) - \alpha_0 - \alpha_1\left(\frac{Z_i - Z}{h}\right)^2\right\}$$

b. Menurunkan secara parsial $H(.,\alpha_0,\alpha_1)$ terhadap α_0 dan α_1, kemudian disamakan dengan nol untuk memperoleh $\hat{\alpha}_0$ dan $\hat{\alpha}_1$.

c. Menentukan estimator untuk $v(\mathbf{Z})$.

d. Menentukan estimator untuk parameter $\boldsymbol{\beta}$ yang diperoleh dengan Metode Kuadrat Terkecil Terbobot.

2. Menentukan estimasi untuk fungsi $v(\mathbf{Z})$ dan parameter $\boldsymbol{\beta}$ pada model linear parsial untuk data yang komponen parametriknya hilang dengan menggunakan pendekatan Nadaraya-Watson. Adapun langkah-langkahnya adalah sebagai berikut:

   a. Menentukan estimasi Nadaraya-Watson berbentuk:

$$H(.,\alpha_0,\alpha_1)=\sum_{i=1}^{n}K_h(Z_i-Z)\frac{\delta_i}{\pi(Y_i,Z_i)}\left\{(Y_i-\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta})-\alpha_0-\alpha_1\left(\frac{Z_i-Z}{h}\right)^2\right\}$$

   b. Menurunkan secara parsial $H(.,\alpha_0,\alpha_1)$ terhadap α_0 dan α_1, kemudian disamakan dengan nol untuk memperoleh $\hat{\alpha}_0$ dan $\hat{\alpha}_1$.

   c. Menentukan estimator fungsi $v(\mathbf{Z})$.

   d. Menentukan estimator parameter $\boldsymbol{\beta}$ yang diperoleh dengan Metode Kuadrat Terkecil Terbobot.

3. Mengkaji sifat linearitas dari estimator Lokal Linear dan Nadaraya-Watson.

   a. Sifat linearitas dari estimator Lokal Linear dikaji dengan langkah-langkah sebagai berikut:

      - Memperlihatkan $\hat{\mathbf{Y}}_{LL}$ dapat ditulis menjadi $\hat{\mathbf{Y}}_{LL}=\boldsymbol{\psi}_{LL}(h)\mathbf{Y}$ untuk suatu matriks $\boldsymbol{\psi}_{LL}(h)$

- Dengan matriks $\psi_{LL}(h)$ diturunkan formula GCV untuk memilih *bandwidth* optimal *h*.

b. Sifat linearitas dari estimator Nadaraya-Watson dengan langkah-langkah sebagai berikut:

- Memperlihatkan $\hat{\mathbf{Y}}_{NW}$ dapat ditulis menjadi:

  $\hat{\mathbf{Y}}_{NW} = \psi_{NW}(h)\mathbf{Y}$ untuk suatu suatu matriks $\psi_{NW}(h)$.

- Dengan matriks $\psi_{NW}(h)$ diturunkan formula GCV untuk memilih *bandwidth* optimal *h*.

4. Mengaplikasikan metode yang diperoleh berdasarkan data simulasi. Adapun langkah-langkahnya sebagai berikut:

a. Menetapkan model simulasi, yaitu:

$$Y = m(X) + v(Z) + \varepsilon,$$

dengan $v(Z) = Sin\ (2\pi Z)$ dan $m(X) = X^T\beta.$

b. Membangkitkan error berdistribusi $N(0,\sigma^2)$, $X \sim U(0,1)$ dan $Z \sim U(0,1)$, dengan $n = 100$, $n = 200$; dan $\sigma^2 = 0,1$, $\sigma^2 = 0,01$; serta $\beta = 0,2$.

c. Menghilangkan data secara random pada komponen parametrik sebesar 5%, 10%, 20%, 30%, 35%, dan 40%.

d. Menentukan $\delta = 1$ jika data komponen parametrik *X* tidak hilang, $\delta = 0$ untuk yang lainnya.

e. Menentukan estimator untuk kurva $v(Z)$ dengan pendekatan Nadaraya-Watson. Adapun langkah-langkahnya adalah sebagai berikut:

- Menentukan bobot kernel Horvitz-Thompson (HT) pada estimator Nadaraya-Watson, yaitu:

$$\frac{1}{h}K\left(\frac{Z_i - Z}{h}\right)\frac{\delta_i}{\pi(Y_i, Z_i)}$$

- Menentukan $\pi(Y_i, Z_i) = \int_a^{\alpha_0 + v(Z_i)} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}Z_i^2} dZ_i$, dengan $\alpha_0 = 2$.

- Menggunakan fungsi kernel Gaussian, yaitu:

$$K(Z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\left(\frac{-Z^2}{2}\right)}, -\infty < Z < \infty.$$

- Menentukan *bandwidth* optimal dengan Metode GCV estimator Nadaraya-Watson untuk data lengkap dan data hilang pada komponen parametrik.
- Menghitung $\hat{v}(\mathbf{Z})$ dengan pendekatan Nadaraya-Watson untuk data lengkap dan data hilang pada komponen parametrik.
- Menentukan estimator untuk parameter $\boldsymbol{\beta}$ yang diperoleh dengan Metode Kuadrat Terkecil Terbobot.
- Menghitung R^2 dan *MSE* baik dari data lengkap maupun data hilang.
- Membandingkan R^2 dan *MSE* yang diperoleh dari data lengkap dan data yang komponen parametriknya hilang.

f. Menentukan interval konfidensi 95% dengan menggunakan estimator Lokal Linear dan Nadaraya-Watson.

BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

Berdasarkan telaah pustaka dan jurnal yang terkait dengan penelitian ini serta memperhatikan langkah-langkah penelitian yang telah diberikan dalam metodologi penelitian tentang adanya data yang hilang pada komponen parametrik dalam regresi semiparametrik, maka diperoleh hasil-hasil penelitian sebagai berikut:

4.1 Estimasi Fungsi $v(\mathbf{Z})$ dan Parameter $\boldsymbol{\beta}$ dengan Pendekatan Lokal Linear

Diberikan model regresi semiparametrik:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}^T\boldsymbol{\beta} + v(\mathbf{Z}) + \boldsymbol{\varepsilon}$$

Misalkan dalam model semiparametrik di atas terdapat data hilang pada komponen parametrik. Didefinisikan $\delta = 1$ jika X teramati dan $\delta = 0$ jika sebaliknya. Diasumsikan X hilang secara random (*missing at random* = MAR) (Robink dkk., 1994) dengan pengertian bahwa:

$$\pi(Y_i, Z_i) = P(\delta_i = 1 | X_i, Z_i, Y_i) = P(\delta_i = 1 | Z_i, Y_i)$$

Langkah awal yang dilakukan untuk mengestimasi $v(\mathbf{Z})$ adalah dengan menentukan pembobot Kernel Lokal Linear Horvitz-Thompson (HT). Selanjutnya untuk mendapatkan estimator digunakan *least square* terbobot yang meminimumkan:

$$\sum_{i=1}^{n} K_h(Z_i - Z)\frac{\delta_i}{\pi(Y_i, Z_i)}\left\{Y_i - \mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta} - \alpha_0 - \alpha_1\left(\frac{Z_i - Z}{h}\right)\right\}^2, \; i = 1,2,\ldots,n \quad (4.1)$$

Misalkan:

$$Y_i^* = Y_i - \mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta} \quad (4.2)$$

$$W_i = K_h(Z_i - Z)\frac{\delta_i}{\pi(Y_i, Z_i)} \tag{4.3}$$

$$D_i = \frac{Z_i - Z}{h} \tag{4.4}$$

Persamaan (4.1) dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\sum_{i=1}^{n} W_i \left\{ Y_i^* - \alpha_0 - \alpha_1 D_i \right\}^2 \tag{4.5}$$

Jika persamaan (4.5) disajikan dalam bentuk matriks, maka diperoleh:

$$\zeta = (\mathbf{Y} - \mathbf{Z\alpha})^T \mathbf{W}(\mathbf{Y} - \mathbf{Z\alpha}) \tag{4.6}$$

dengan $\mathbf{Y}^* = (Y_i^*, Y_2^*, \ldots, Y_n^*)^T$, $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_0, \alpha_1)^T$,

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} 1 & D_1 \\ 1 & D_2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & D_n \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} W_1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & W_2 & \ldots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \ldots & W_n \end{bmatrix} = \mathrm{diag}(W_1, W_2, \ldots, W_n),$$

dimana:

$$W_1 = K_h(Z_1 - Z)\frac{\delta_1}{\pi(Y_1, Z_1)}$$

$$W_2 = K_h(Z_2 - Z)\frac{\delta_2}{\pi(Y_2, Z_2)}$$

$$\vdots$$

$$W_n = K_h(Z_n - Z)\frac{\delta_n}{\pi(Y_n, Z_n)}$$

Selanjutnya persamaan (4.6) diturunkan secara parsial terhadap $\boldsymbol{\alpha}$. Hasil turunan pertama disamakan dengan nol, sehingga diperoleh:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial \boldsymbol{\alpha}} = -2\mathbf{Z}^T \mathbf{W} (\mathbf{Y} - \mathbf{Z}\boldsymbol{\alpha})$$

$$-2\mathbf{Z}^T\mathbf{W}\mathbf{Y} + 2\mathbf{Z}^T\mathbf{W}\mathbf{Z}\boldsymbol{\alpha} = 0$$

$$2\mathbf{Z}^T\mathbf{W}\mathbf{Y} = 2\mathbf{Z}^T\mathbf{W}\mathbf{Z}\boldsymbol{\alpha}$$

$$\mathbf{Z}^T\mathbf{W}\mathbf{Z}\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{Z}^T\mathbf{W}\mathbf{Y}$$

$$(\mathbf{Z}^T\mathbf{W}\mathbf{Z})^{-1}\mathbf{Z}^T\mathbf{W}\mathbf{Z}\boldsymbol{\alpha} = (\mathbf{Z}^T\mathbf{W}\mathbf{Z})^{-1}\mathbf{Z}^T\mathbf{W}\mathbf{Y}$$

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}} = (\mathbf{Z}^T\mathbf{W}\mathbf{Z})^{-1}\mathbf{Z}^T\mathbf{W}\mathbf{Y}$$

$\hat{\boldsymbol{\alpha}}$ merupakan titik minimum dari fungsi ζ. Hal ini ditunjukkan dengan matriks turunan keduanya yang definit positif, maka:

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial \boldsymbol{\alpha}^2} = 2\mathbf{Z}^T\mathbf{W}\mathbf{Z} > 0$$

Untuk sembarang vektor $\mathbf{Z} = (Z_1, Z_2, \ldots, Z_n)^T$, diperoleh:

$$\mathbf{Z}^T\mathbf{W}\mathbf{Z} = [Z_1, Z_2, \ldots, Z_n]\begin{bmatrix} W_1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & W_2 & \ldots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \ldots & W_n \end{bmatrix}\begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ \vdots \\ Z_n \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} Z_1W_1 & Z_2W_2 & \cdots & Z_nW_n \end{bmatrix}\begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ \vdots \\ Z_n \end{bmatrix}$$

$$= Z_1^2W_1 + Z_2^2W_2 + \ldots + Z_n^2W_n \geq 0, \text{ karena} W_i \geq 0, \; i = 1, 2, \ldots, n$$

Ini berarti $\mathbf{W}$ matriks definit positif. Sehingga dapat dibuktikan bahwa $\mathbf{Z}^T\mathbf{W}\mathbf{Z} > 0$.

Selanjutnya dicari estimasi $v(\mathbf{Z})$ dengan pendekatan Lokal Linear dimana komponen parametriknya ada yang hilang.

Estimasi komponen nonparametrik $v(\mathbf{Z})$ diberikan dalam bentuk:

$\hat{v}(Z, p, h) = \mathbf{e}_1^T (\mathbf{Z}^T \mathbf{W} \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{Z}^T \mathbf{W} \mathbf{Y}$ dimana $\mathbf{e}_1$ adalah vektor berukuran $(p+1)\mathrm{x}1$, dengan elemen-elemen pertamanya 1 dan 0 untuk lainnya.

Jika $p = 1$, akan diperoleh estimasi Lokal Linear:

$$\hat{v}(Z) = \hat{v}(Z, 1, h) = \mathbf{e}_1^T (\mathbf{Z}^T \mathbf{W} \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{Z}^T \mathbf{W} \mathbf{Y}, \text{ dimana } \mathbf{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{Z}^T \mathbf{W} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ D_1 & D_2 & \dots & D_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & W_2 & \dots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & W_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_1 & W_2 & \dots & W_n \\ D_1 W_1 & D_2 W_2 & \dots & D_n W_n \end{bmatrix}$$

Akibatnya diperoleh:

$$\mathbf{Z}^T \mathbf{W} \mathbf{Z} = \begin{bmatrix} W_1 & W_2 & \dots & W_n \\ D_1 W_1 & D_2 W_2 & \dots & D_n W_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & D_1 \\ 1 & D_2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & D_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} W_i & \sum_{i=1}^{n} W_i D_i \\ \sum_{i=1}^{n} W_i D_i & \sum_{i=1}^{n} W_i D_i^2 \end{bmatrix}$$

$$(\mathbf{Z}^T \mathbf{W} \mathbf{Z})^{-1} = \frac{\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} W_i D_i^{2} & -\sum_{i=1}^{n} W_i D_i \\ -\sum_{i=1}^{n} W_i D_i & \sum_{i=1}^{n} W_i \end{bmatrix}}{\left[\sum_{i=1}^{n} W_i\right]\left[\sum_{i=1}^{n} W_i D_i^{2}\right] - \left[\sum_{i=1}^{n} W_i D_i\right]^2}$$

$$\mathbf{e}_1^{T}(\mathbf{Z}^T\mathbf{W}\mathbf{Z})^{-1} = [1 \quad 0] \frac{\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} W_i D_i^{\,2} & -\sum_{i=1}^{n} W_i D_i \\ -\sum_{i=1}^{n} W_i D_i & \sum_{i=1}^{n} W_i \end{bmatrix}}{\left[\sum_{i=1}^{n} W_i\right]\left[\sum_{i=1}^{n} W_i D_i^{\,2}\right] - \left[\sum_{i=1}^{n} W_i D_i\right]^2}$$

$$= \frac{\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} W_i D_i^{\,2} & -\sum_{i=1}^{n} W_i D_i \end{bmatrix}}{\left[\sum_{i=1}^{n} W_i\right]\left[\sum_{i=1}^{n} W_i D_i^{\,2}\right] - \left[\sum_{i=1}^{n} W_i D_i\right]^2}$$

Karena $\begin{bmatrix} Y_1^* \\ Y_2^* \\ \vdots \\ Y_n^* \end{bmatrix} = \mathbf{Y}^*$, maka:

$$(\mathbf{Z}^T\mathbf{W})\mathbf{Y}^* = \begin{bmatrix} W_1 & W_2 & \dots & W_n \\ D_1W_1 & D_2W_2 & \dots & D_nW_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1^* \\ Y_2^* \\ \vdots \\ Y_n^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} W_i Y_i^* \\ \sum_{i=1}^{n} W_i D_i Y_i^* \end{bmatrix}$$

Akibatnya diperoleh:

$$\mathbf{e}_1^{T}(\mathbf{Z}^T\mathbf{W}\mathbf{Z})^{-1}\mathbf{Z}^T\mathbf{W}\mathbf{Y}^* = \frac{\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} W_i D_i^{\,2} & -\sum_{i=1}^{n} W_i D_i \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} W_i Y_i^* \\ \sum_{i=1}^{n} W_i D_i Y_i^* \end{bmatrix}}{\left[\sum_{i=1}^{n} W_i\right]\left[\sum_{i=1}^{n} W_i D_i^{\,2}\right] - \left[\sum_{i=1}^{n} W_i D_i\right]^2}$$

$$= \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} W_i D_i^{\,2}\right)\left(\sum_{i=1}^{n} W_i Y_i^*\right) - \left(\sum_{i=1}^{n} W_i D_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} W_i D_i Y_i^*\right)}{\left[\sum_{i=1}^{n} W_i D_i^{\,2}\right]\left[\sum_{i=1}^{n} W_i\right] - \left[\sum_{i=1}^{n} W_i D_i\right]^2}$$

Sehingga diperoleh:

$$\mathbf{e}_1^T(\mathbf{Z}^T\mathbf{W}\mathbf{Z})^{-1}\mathbf{Z}^T\mathbf{W}\mathbf{Y}^* = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} W_i Y_i^*\right)\left(\sum_{i=1}^{n} W_i D_i^2\right) - \left(\sum_{i=1}^{n} W_i D_i Y_i^*\right)\left(\sum_{i=1}^{n} W_i D_i\right)}{\left[\sum_{i=1}^{n} W_i\right]\left[\sum_{i=1}^{n} W_i D_i^2\right] - \left[\sum_{i=1}^{n} W_i D_i\right]^2} \tag{4.7}$$

dengan: $\sum_{i=1}^{n} W_i Y_i^* = \sum_{i=1}^{n} K_h(Z_i - Z)\frac{\delta_i}{\pi(Y_i, Z_i)} Y_i^*$

$$\sum_{i=1}^{n} W_i D_i^2 = \sum_{i=1}^{n} K_h(Z_i - Z)\frac{\delta_i}{\pi(Y_i, Z_i)}\left(\frac{Z_i - Z}{h}\right)^2 = \hat{s}_2(Z;h)$$

$$\sum_{i=1}^{n} W_i D_i Y_i^* = \sum_{i=1}^{n} K_h(Z_i - Z)\frac{\delta_i}{\pi(Y_i, Z_i)}\left(\frac{Z_i - Z}{h}\right) Y_i^*$$

$$\sum_{i=1}^{n} W_i D_i = \sum_{i=1}^{n} K_h(Z_i - Z)\frac{\delta_i}{\pi(Y_i, Z_i)}\left(\frac{Z_i - Z}{h}\right) = \hat{s}_1(Z;h)$$

$$\sum_{i=1}^{n} W_i = \sum_{i=1}^{n} K_h(Z_i - Z)\frac{\delta_i}{\pi(Y_i, Z_i)} = \hat{s}_0(Z;h)$$

maka persamaan (4.7) dapat dituliskan sebagai:

$$\hat{v}(Z;h) = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} K_h(Z_i - Z)\frac{\delta_i}{\pi(Y_i, Z_i)} Y_i^*\right)\hat{s}_2(Z;h) - \left(\sum_{i=1}^{n} K_h(Z_i - Z)\frac{\delta_i}{\pi(Y_i, Z_i)}\left(\frac{Z_i - Z}{h}\right) Y_i^*\right)\hat{s}_1(Z;h)}{[\hat{s}_0(Z;h)][\hat{s}_2(Z;h)] - [\hat{s}_1(Z;h)]^2}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n}\left\{\hat{s}_2(Z;h) - \hat{s}_1(Z;h)\left(\frac{Z_i - Z}{h}\right)\right\} K_h(Z_i - Z)\frac{\delta_i}{\pi(Y_i, Z_i)} Y_i^*}{\hat{s}_2(Z;h)\hat{s}_0(Z;h) - (\hat{s}_1(Z;h))^2} \tag{4.8}$$

Karena $Y_i - \mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta} = Y_i^*$, maka (4.8) dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\hat{v}(Z;h) = \sum_{i=1}^{n} \frac{\left\{\hat{s}_2(Z;h) - \hat{s}_1(Z;h)\left(\frac{Z_i - Z}{h}\right)\right\} K_h(Z_i - Z)\frac{\delta_i}{\pi(Y_i, Z_i)}(Y_i - \mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta})}{\hat{s}_2(Z;h)\hat{s}_0(Z;h) - (\hat{s}_1(Z;h))^2} \tag{4.9}$$

Estimator untuk kurva $v(\mathbf{Z})$ dengan pendekatan Lokal Linear pada kasus data hilang komponen parametrik, diperoleh hasil sebagai berikut:

$$\hat{v}(Z) = \sum_{i=1}^{n} \frac{\left\{\hat{s}_2(Z;h) - \hat{s}_1(Z;h)\left(\frac{Z_i - Z}{h}\right)\right\} K_h(Z_i - Z)\frac{\delta_i}{\pi(Y_i, Z_i)}(Y_i - \mathbf{x}_i{}^T\boldsymbol{\beta})}{\hat{s}_2(Z;h)\hat{s}_0(Z;h) - (\hat{s}_1(Z;h))^2} \tag{4.10}$$

Persamaan (4.10) dapat dituliskan:

$$\hat{v}(Z_L) = \frac{1}{A}\sum_{i=1}^{n}\left\{\hat{s}_2(Z_L;h) - \hat{s}_1(Z_L;h)\left(\frac{Z_i - Z_L}{h}\right)\right\} K_h(Z_i - Z_L)\frac{\delta_i}{\pi(Y_i, Z_i)}(Y_i - \mathbf{x}_i{}^T\boldsymbol{\beta}) \tag{4.11}$$

dengan $A = \hat{s}_2(Z;h)\hat{s}_0(Z;h) - (\hat{s}_1(Z;h))^2$

Dalam bentuk lain dituliskan menjadi:

$$\hat{v}(Z_L) = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left\{\hat{s}_2(Z;h) - \hat{s}_1(Z;h)\left(\frac{Z_i - Z}{h}\right)\right\} K_h(Z_i - Z)\frac{\delta_i}{\pi(Y_i, Z_i)}Y_i}{A} - Q$$

dengan $Q = \frac{1}{A}\sum_{i=1}^{n}\left\{\hat{s}_2(Z;h) - \hat{s}_1(Z;h)\left(\frac{Z_i - Z}{h}\right)\right\} K_h(Z_i - Z)\frac{\delta_i}{\pi(Y_i, Z_i)}\ \mathbf{x}_i{}^T\boldsymbol{\beta}$

Dengan penyajian matriks diperoleh:

$$\hat{v}(\mathbf{Z}) = \hat{v}(Z_M{}^*) \text{ untuk } M = 1, 2, \ldots, n. \tag{4.12}$$

$$= \begin{bmatrix} \hat{v}(Z_1{}^*) \\ \hat{v}(Z_2{}^*) \\ \vdots \\ \hat{v}(Z_n{}^*) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{A_1^*}\sum_{i=1}^{n}\left\{\hat{s}_2(Z_1^*;h) - \frac{1}{h}\hat{s}_1(Z_2^*;h)\left(Z_i - Z_2{}^*\right)\right\} K_h(Z_i - Z_1{}^*)\frac{\delta_i}{\pi(Y_i, Z_i)}(Y_i - \mathbf{x}_i{}^T\boldsymbol{\beta}) \\ \frac{1}{A_2^*}\sum_{i=1}^{n}\left\{\hat{s}_2(Z_2^*;h) - \frac{1}{h}\hat{s}_1(Z_2^*;h)\left(Z_i - Z_2{}^*\right)\right\} K_h(Z_i - Z_2{}^*)\frac{\delta_i}{\pi(Y_i, Z_i)}(Y_i - \mathbf{x}_i{}^T\boldsymbol{\beta}) \\ \vdots \\ \frac{1}{A_n^*}\sum_{i=1}^{n}\left\{\hat{s}_2(Z_n^*;h) - \frac{1}{h}\hat{s}_1(Z_n^*;h)\left(Z_i - Z_2{}^*\right)\right\} K_h(Z_i - Z_n{}^*)\frac{\delta_i}{\pi(Y_i, Z_i)}(Y_i - \mathbf{x}_i{}^T\boldsymbol{\beta}) \end{bmatrix}$$

dengan:

$$A_1^* = \hat{s}_2(Z_1^*;h)\hat{s}_0(Z_1^*;h) - (\hat{s}_1(Z_1^*;h))^2$$

$$A_2^* = \hat{s}_2(Z_2^*;h)\hat{s}_0(Z_2^*;h) - (\hat{s}_1(Z_2^*;h))^2$$

$$\vdots$$

$$A_n^* = n\hat{s}_2(Z_n^*;h)\hat{s}_0(Z_n^*;h) - (\hat{s}_1(Z_n^*;h))^2$$

Dengan sedikit penguraian, $\hat{v}(Z_1)$, $\hat{v}(Z_2)$, $\cdots$, $\hat{v}(Z_n)$ juga dapat ditulis dalam bentuk:

$$\hat{v}(Z_1^*) = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left\{\hat{s}_2(Z_1^*;h) - \hat{s}_1(Z_1^*;h)\left(\frac{Z_i - Z_1^*}{h}\right)\right\}K_h(Z_i - Z_1^*)\frac{\delta_i}{\pi(Y_i,Z_i)}Y_i}{A_1^*} - L_1$$

dengan:

$$L_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left\{\hat{s}_2(Z_1^*;h) - \hat{s}_1(Z_1^*;h)\left(\frac{Z_i - Z_1^*}{h}\right)\right\}K_h(Z_i - Z_1^*)\frac{\delta_i}{\pi(Y_i,Z_i)}\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}{A_1^*}$$

$$\hat{v}(Z_2^*) = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left\{\hat{s}_2(Z_2^*;h) - \hat{s}_1(Z_2^*;h)\left(\frac{Z_i - Z_2^*}{h}\right)\right\}K_h(Z_i - Z_2^*)\frac{\delta_i}{\pi(Y_i,Z_i)}Y_i}{A_2^*} - L_2$$

dengan:

$$L_2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left\{\hat{s}_2(Z_2^*;h) - \hat{s}_1(Z_2^*;h)\left(\frac{Z_i - Z_2^*}{h}\right)\right\}K_h(Z_i - Z_2^*)\frac{\delta_i}{\pi(Y_i,Z_i)}\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}{A_2^*}$$

$$\vdots$$

$$\hat{v}(Z_n^*) = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left\{\hat{s}_2(Z_n^*;h) - \hat{s}_1(Z_n^*;h)\left(\frac{Z_i - Z_n^*}{h}\right)\right\}K_h(Z_i - Z_n^*)\frac{\delta_i}{\pi(Y_i,Z_i)}Y_i}{A_n^*} - L_n$$

dengan:

$$L_n = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left\{\hat{s}_2(Z_n^*;h) - \hat{s}_1(Z_n^*;h)\left(\frac{Z_i - Z_n^*}{h}\right)\right\}K_h(Z_i - Z_n^*)\frac{\delta_i}{\pi(Y_i,Z_i)}\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}{A_n^*}$$

Sehingga (4.10) dapat dituliskan sebagai:

$$\hat{v}(\mathbf{Z}) = P - Q$$

dengan:

$$P = \begin{pmatrix} \dfrac{\sum_{i=1}^{n}\left\{\hat{s}_2(Z_i^*;h) - \frac{1}{h}\hat{s}_1(Z_i^*;h)(Z_i - Z_i^*)\right\}K_h(Z_i - Z_i^*)\frac{\delta_i}{\pi(Y_i,Z_i)}Y_i)}{A_1^*} \\ \dfrac{\sum_{i=1}^{n}\left\{\hat{s}_2(Z_i^*;h) - \frac{1}{h}\hat{s}_1(Z_i^*;h)(Z_i - Z_i^*)\right\}K_h(Z_i - Z_i^*)\frac{\delta_i}{\pi(Y_i,Z_i)}Y_i}{A_2^*} \\ \vdots \\ \dfrac{\sum_{i=1}^{n}\left\{\hat{s}_2(Z_i^*;h) - \frac{1}{h}\hat{s}_1(Z_i^*;h)(Z_i - Z_i^*)\right\}K_h(Z_i - Z_i^*)\frac{\delta_i}{\pi(Y_i,Z_i)}Y_i}{A_n^*} \end{pmatrix} \tag{4.13}$$

$$Q = \begin{pmatrix} \dfrac{\sum_{i=1}^{n}\left\{\hat{s}_2(Z_i^*;h) - \frac{1}{h}\hat{s}_1(Z_i^*;h)(Z_i - Z_i^*)\right\}K_h(Z_i - Z_i^*)\frac{\delta_i}{\pi(Y_i,Z_i)}\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}{A_1^*} \\ \dfrac{\sum_{i=1}^{n}\left\{\hat{s}_2(Z_i^*;h) - \frac{1}{h}\hat{s}_1(Z_i^*;h)(Z_i - Z_i^*)\right\}K_h(Z_i - Z_i^*)\frac{\delta_i}{\pi(Y_i,Z_i)}\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}{A_2^*} \\ \vdots \\ \dfrac{\sum_{i=1}^{n}\left\{\hat{s}_2(Z_i^*;h) - \frac{1}{h}\hat{s}_1(Z_i^*;h)(Z_i - Z_i^*)\right\}K_h(Z_i - Z_i^*)\frac{\delta_i}{\pi(Y_i,Z_i)}\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}{A_n^*} \end{pmatrix} \tag{4.14}$$

Persamaan (4.13) dapat dituliskan:

$$P = \begin{bmatrix} \frac{D_{11^*}}{A_1^*} & \frac{D_{21^*}}{A_1^*} & \cdots & \frac{D_{n1^*}}{A_1^*} \\ \frac{D_{12^*}}{A_2^*} & \frac{D_{22^*}}{A_2^*} & \cdots & \frac{D_{n2^*}}{A_2^*} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{D_{1n^*}}{A_n^*} & \frac{D_{2n^*}}{A_{n1}^*} & \cdots & \frac{D_{nn^*}}{A_n^*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix}$$

$$= \mathbf{H}_\delta \mathbf{Y}$$

dengan:

$$D_{11^*} = \left\{ \hat{s}_2(Z_1^*;h) - \frac{1}{h}\hat{s}_1(Z_1^*;h)(Z_1 - Z_1^*) \right\} K_h(Z_1 - Z_1^*)$$

$$D_{21^*} = \left\{ \hat{s}_2(Z_1^*;h) - \frac{1}{h}\hat{s}_1(Z_1^*;h)(Z_2 - Z_1^*) \right\} K_h(Z_2 - Z_1^*)$$

$$\vdots$$

$$D_{n1^*} = \left\{ \hat{s}_2(Z_1^*;h) - \frac{1}{h}\hat{s}_1(Z_1^*;h)(Z_n - Z_1^*) \right\} K_h(Z_n - Z_1^*)$$

$$D_{12^*} = \left\{ \hat{s}_2(Z_2^*;h) - \frac{1}{h}\hat{s}_1(Z_2^*;h)(Z_1 - Z_2^*) \right\} K_h(Z_1 - Z_2^*)$$

$$D_{22^*} = \left\{ \hat{s}_2(Z_2^*;h) - \frac{1}{h}\hat{s}_1(Z_2^*;h)(Z_2 - Z_2^*) \right\} K_h(Z_2 - Z_2^*)$$

$$\vdots$$

$$D_{n2^*} = \left\{ \hat{s}_2(Z_2^*;h) - \frac{1}{h}\hat{s}_1(Z_2^*;h)(Z_n - Z_2^*) \right\} K_h(Z_n - Z_2^*)$$

$$D_{1n^*} = \left\{ \hat{s}_2(Z_n^*;h) - \frac{1}{h}\hat{s}_1(Z_n^*;h)(Z_1 - Z_n^*) \right\} K_h(Z_1 - Z_n^*)$$

$$D_{2n^*} = \left\{ \hat{s}_2(Z_n^*;h) - \frac{1}{h}\hat{s}_1(Z_n^*;h)(Z_2 - Z_n^*) \right\} K_h(Z_2 - Z_n^*)$$

$$\vdots$$

$$D_{nn^*} = \left\{ \hat{s}_2(Z_n^*;h) - \frac{1}{h}\hat{s}_1(Z_n^*;h)(Z_n - Z_n^*) \right\} K_h(Z_n - Z_n^*),$$

dan:

$$\mathbf{H}_\delta = \begin{bmatrix} \frac{D_{11^*}}{A_1^*} & \frac{D_{21^*}}{A_1^*} & \cdots & \frac{D_{n1^*}}{A_1^*} \\ \frac{D_{12^*}}{A_2^*} & \frac{D_{22^*}}{A_2^*} & \cdots & \frac{D_{n2^*}}{A_2^*} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{D_{1n^*}}{A_n^*} & \frac{D_{2n^*}}{A_n^*} & \cdots & \frac{D_{nn^*}}{A_n^*} \end{bmatrix}$$

Persamaan (4.14) dapat dituliskan:

$$Q=\begin{bmatrix} \frac{D_{11^*}}{A_1^*}\mathbf{x}_1\boldsymbol{\beta}+\frac{D_{21^*}}{A_1^*}\mathbf{x}_2\boldsymbol{\beta}+\cdots+\frac{D_{n1^*}}{A_1^*}\mathbf{x}_n\boldsymbol{\beta} \\ \frac{D_{12^*}}{A_2^*}\mathbf{x}_1\boldsymbol{\beta}+\frac{D_{22^*}}{A_2^*}\mathbf{x}_2\boldsymbol{\beta}+\cdots+\frac{D_{n2^*}}{A_2^*}\mathbf{x}_n\boldsymbol{\beta} \\ \vdots \\ \frac{D_{1n^*}}{A_n^*}\mathbf{x}_1\boldsymbol{\beta}+\frac{D_{2n^*}}{A_n^*}\mathbf{x}_2\boldsymbol{\beta}+\cdots+\frac{D_{nn^*}}{A_n^*}\mathbf{x}_n\boldsymbol{\beta} \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} \frac{D_{11^*}}{A_1^*} & \frac{D_{21^*}}{A_1^*} & \cdots & \frac{D_{n1^*}}{A_1^*} \\ \frac{D_{12^*}}{A_2^*} & \frac{D_{22^*}}{A_2^*} & \cdots & \frac{D_{n2^*}}{A_2^*} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{D_{1n^*}}{A_n^*} & \frac{D_{2n^*}}{A_n^*} & \cdots & \frac{D_{nn^*}}{A_n^*} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \mathbf{x}_1\boldsymbol{\beta} \\ \mathbf{x}_2\boldsymbol{\beta} \\ \vdots \\ \mathbf{x}_n\boldsymbol{\beta} \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} \frac{D_{11^*}}{A_1^*} & \frac{D_{21^*}}{A_1^*} & \cdots & \frac{D_{n1^*}}{A_1^*} \\ \frac{D_{12^*}}{A_2^*} & \frac{D_{22^*}}{A_2^*} & \cdots & \frac{D_{n2^*}}{A_2^*} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{D_{1n^*}}{A_n^*} & \frac{D_{2n^*}}{A_n^*} & \cdots & \frac{D_{nn^*}}{A_n^*} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{p} X_{1i}\beta_i \\ \sum_{i=1}^{p} X_{2i}\beta_i \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^{p} X_{ni}\beta_i \end{bmatrix}$$

$$=\mathbf{H}_\delta(\mathbf{X}^T\hat{\boldsymbol{\beta}}_{LL})=(\mathbf{H}_\delta\mathbf{X}^T)\hat{\boldsymbol{\beta}}_{LL},$$

$$=\mathbf{K}_\delta\hat{\boldsymbol{\beta}}_{LL}, \text{ dengan } \mathbf{K}_\delta=\mathbf{H}_\delta\mathbf{X}^T.$$

Sehingga $\hat{v}(\mathbf{Z})$ dapat dituliskan (dalam bentuk matriks) sebagai:

$$\hat{v}_{LL}(\mathbf{Z})=P+Q=\mathbf{H}_\delta\mathbf{Y}+\mathbf{K}_\delta\hat{\boldsymbol{\beta}}_{LL} \tag{4.15}$$

Selanjutnya dengan mensubtitusikan $\hat{v}(\mathbf{Z})$ pada persamaan (4.1), diperoleh model:

$$\mathbf{Y}=\mathbf{X}^T\boldsymbol{\beta}+\hat{v}(\mathbf{Z})+\boldsymbol{\varepsilon}, \quad \text{atau} \tag{4.16}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{Y} - \mathbf{X}^T\boldsymbol{\beta} - \hat{v}(\mathbf{Z})$$

Berdasarkan model (4.16) estimator kuadrat terkecil untuk $\boldsymbol{\beta}$ diperoleh dengan meminimumkan:

$$\boldsymbol{\varepsilon}^T\boldsymbol{\varepsilon} = \left[\mathbf{Y} - \mathbf{X}^T\boldsymbol{\beta} - \hat{v}(\mathbf{Z})\right]^T \left[\mathbf{Y} - \mathbf{X}^T\boldsymbol{\beta} - \hat{v}(\mathbf{Z})\right] \tag{4.17}$$

Dengan mensubtitusikan persamaan (4.15) ke dalam persamaan (4.17) diperoleh:

$$\boldsymbol{\varepsilon}^T\boldsymbol{\varepsilon} = \left[\mathbf{Y} - \mathbf{X}^T\boldsymbol{\beta} - (\mathbf{H}_\delta\mathbf{Y} + \mathbf{K}_\delta\boldsymbol{\beta})\right]^T \left[\mathbf{Y} - \mathbf{X}^T\boldsymbol{\beta} - (\mathbf{H}_\delta\mathbf{Y} + \mathbf{K}_\delta\boldsymbol{\beta})\right]$$

Jika diderivatifkan parsial terhadap $\boldsymbol{\beta}$ kemudian hasilnya disamakan dengan nol, diperoleh:

$$\frac{\partial(\boldsymbol{\varepsilon}^T\boldsymbol{\varepsilon})}{\partial\boldsymbol{\beta}} = \frac{\partial\left[\mathbf{Y} - \mathbf{X}^T\boldsymbol{\beta} - (\mathbf{H}_\delta\mathbf{Y} + \mathbf{K}_\delta\boldsymbol{\beta})\right]^T \left[\mathbf{Y} - \mathbf{X}^T\boldsymbol{\beta} - (\mathbf{H}_\delta\mathbf{Y} + \mathbf{K}_\delta\boldsymbol{\beta})\right]}{\partial\boldsymbol{\beta}}$$

$$\begin{aligned}
0 &= \frac{\partial\left[(\mathbf{I} - \mathbf{H}_\delta)\mathbf{Y} - (\mathbf{X}^T + \mathbf{K}_\delta)\boldsymbol{\beta}\right]^T\left[(\mathbf{I} - \mathbf{H}_\delta)\mathbf{Y} - (\mathbf{X}^T + \mathbf{K}_\delta)\boldsymbol{\beta}\right]}{\partial\boldsymbol{\beta}} \\
&= 2(\mathbf{X}^T + \mathbf{K}_\delta)^T\left[(\mathbf{I} - \mathbf{H}_\delta)\mathbf{Y} - (\mathbf{X}^T + \mathbf{K}_\delta)\boldsymbol{\beta}\right] \\
&= (\mathbf{X}^T + \mathbf{K}_\delta)^T\left[(\mathbf{I} - \mathbf{H}_\delta)\mathbf{Y} - (\mathbf{X}^T + \mathbf{K}_\delta)\boldsymbol{\beta}\right]
\end{aligned}$$

$$\left[(\mathbf{X}^T + \mathbf{K}_\delta)^T(\mathbf{X}^T + \mathbf{K}_\delta)\right]\boldsymbol{\beta} = (\mathbf{X}^T + \mathbf{K}_\delta)^T(\mathbf{I} - \mathbf{H}_\delta)\mathbf{Y}$$

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = \left[(\mathbf{X}^T + \mathbf{K}_\delta)^T(\mathbf{X}^T + \mathbf{K}_\delta)\right]^{-1}(\mathbf{X}^T + \mathbf{K}_\delta)^T(\mathbf{I} - \mathbf{H}_\delta)\mathbf{Y} \tag{4.18}$$

Karena $(\mathbf{X}^T + \mathbf{K}_\delta) = (\mathbf{X}^T + \mathbf{H}_\delta\mathbf{X}^T) = (\mathbf{I} + \mathbf{H}_\delta)\mathbf{X}^T$, maka (4.18) dapat ditulis sebagai:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{LL} = \left[\mathbf{X}(\mathbf{I} + \mathbf{H}_\delta)^T(\mathbf{I} + \mathbf{H}_\delta)\mathbf{X}^T\right]^{-1}\mathbf{X}(\mathbf{I} + \mathbf{H}_\delta)^T(\mathbf{I} - \mathbf{H}_\delta)\mathbf{Y} \tag{4.19}$$

Jika (4.18) disubtitusikan ke (4.15), maka diperoleh:

$$\begin{aligned}
\hat{v}_{LL}(\mathbf{Z}) &= \mathbf{H}_\delta\mathbf{Y} + \mathbf{K}_\delta\hat{\boldsymbol{\beta}}_{LL} \\
&= \mathbf{H}_\delta\mathbf{Y} + \mathbf{K}_\delta\left[\mathbf{X}(\mathbf{I} + \mathbf{H}_\delta)^T(\mathbf{I} + \mathbf{H}_\delta)\mathbf{X}^T\right]^{-1}\mathbf{X}(\mathbf{I} + \mathbf{H}_\delta)^T(\mathbf{I} - \mathbf{H}_\delta)\mathbf{Y} \qquad (4.20)
\end{aligned}$$

Jadi estimator Lokal Linear untuk regresi semiparametrik pada kasus data yang hilang pada komponen parametrik (dalam bentuk matriks) dapat disajikan sebagai berikut:

$$\hat{\mathbf{Y}}_{LL} = \mathbf{X}^T\hat{\boldsymbol{\beta}}_{LL} + \hat{v}_{LL}(\mathbf{Z}) \tag{4.21}$$

dengan:

$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{LL}$ diberikan oleh persamaan (4.19)

$\hat{v}_{LL}(\mathbf{Z})$ diberikan oleh persamaan (4.20)

4.2 Estimasi Fungsi $v(\mathrm{Z})$ dan Parameter $\boldsymbol{\beta}$ dengan Pendekatan Nadaraya-Watson

Estimator Nadaraya-Watson (NW) diperoleh jika diambil $p = 0$.

Untuk p = 0, diperoleh:

$\hat{v}(\mathbf{Z}, 0, h) = \mathbf{e}_1{}^T(\mathbf{Z}^T\mathbf{W}\mathbf{Z})^{-1}\mathbf{Z}^T\mathbf{W}\mathbf{Y}^*$, dimana $\mathbf{e}_1 = (1)$, $\mathbf{Z}^T = (1\ 1\ \ldots\ 1)$, dan $\mathbf{Y}^{*T} = (Y_1^*,\ Y_2^*\ \ldots\ Y_n^*)$

$$\mathbf{e}_1{}^T(\mathbf{Z}^T\mathbf{W}\mathbf{Z}) = \begin{bmatrix}1 & 1 & \cdots & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}W_1 & 0 & \ldots & 0\\ 0 & W_2 & \ldots & \vdots\\ \vdots & & \ddots & 0\\ 0 & 0 & \ldots & W_n\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\1\\\vdots\\1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1 & 1 & \cdots & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}W_1\\W_2\\\vdots\\W_n\end{bmatrix} = \sum_{i=1}^{n} W_i$$

Akibatnya:

$$(\mathbf{Z}^T\mathbf{W}\mathbf{Z})^{-1} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} W_i}$$

Pada sisi lain diperoleh:

$$(\mathbf{Z}^T\mathbf{W})\mathbf{Y}^* = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & W_2 & \dots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & W_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1^* \\ Y_2^* \\ \vdots \\ Y_n^* \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_1 Y_1^* \\ W_2 Y_2^* \\ \vdots \\ W_n Y_n^* \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^{n} W_i Y_i^*$$

Jadi diperoleh:

$$\hat{v}(\mathbf{Z}) = \mathbf{e}_1^{\,T} (\mathbf{Z}^T \mathbf{W}\mathbf{Z})^{-1} \mathbf{Z}^T \mathbf{W}\mathbf{Y}^* = \frac{\sum_{i=1}^{n} W_i Y_i^*}{\sum_{i=1}^{n} W_i}, \text{ dengan } Y_i - \mathbf{x}_i^{\,T}\boldsymbol{\beta} = Y_i^*. \qquad (4.22)$$

Persamaan di depan dapat ditulis menjadi:

$$\hat{v}(\mathbf{Z}) = \frac{\sum_{i=1}^{n} W_i (Y_i - \mathbf{x}_i^{\,T}\boldsymbol{\beta})}{\sum_{i=1}^{n} W_i}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} W_i^* (Y_i - \mathbf{x}_i^{\,T}\boldsymbol{\beta}),$$

dengan $W_i^* = \dfrac{W_i}{\sum_{i=1}^{n} W_i}$, dan $i = 1, 2, \ldots, n$.

Dalam bentuk matriks ditulis:

$$\hat{v}_{NW}(\mathbf{Z}) = \mathbf{W}^*\mathbf{Y}^* - \mathbf{W}^*\mathbf{X}^T\boldsymbol{\beta}, \qquad (4.23)$$

dengan:

$$
\mathbf{W}^* = \begin{bmatrix} \dfrac{W_1}{\sum_{i=1}^{n} W_i} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dfrac{W_2}{\sum_{i=1}^{n} W_i} & \dots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \dfrac{W_n}{\sum_{i=1}^{n} W_i} \end{bmatrix}
$$

Selanjutnya diperhatikan model regresi:

$$
\mathbf{Y} = \mathbf{X}^T \boldsymbol{\beta} + \hat{v}(\mathbf{Z}) + \boldsymbol{\varepsilon}, \quad \text{atau} \tag{4.24}
$$

$$
\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{Y} - \mathbf{X}^T \boldsymbol{\beta} - (\mathbf{W}^* \mathbf{Y} - \mathbf{W}^* \mathbf{X}^T \boldsymbol{\beta})
$$

$$
= (\mathbf{I} - \mathbf{W}^*)\mathbf{Y} - (\mathbf{I} - \mathbf{W}^*)\mathbf{X}^T \boldsymbol{\beta}
$$

Estimator kuadrat terkecil untuk $\boldsymbol{\beta}$ diperoleh dari meminimumkan:

$$
\boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\varepsilon} = \left[\mathbf{Y} - \mathbf{X}^T \boldsymbol{\beta} - \hat{v}(\mathbf{Z})\right]^T \left[\mathbf{Y} - \mathbf{X}^T \boldsymbol{\beta} - \hat{v}(\mathbf{Z})\right] \tag{4.25}
$$

Dengan mensubtitusi persamaan (4.24) ke dalam persamaan (4.25) diperoleh:

$$
\boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\varepsilon} = \left[(\mathbf{I} - \mathbf{W}^*)\mathbf{Y} - (\mathbf{I} - \mathbf{W}^*)\mathbf{X}^T \boldsymbol{\beta}\right]^T \left[(\mathbf{I} - \mathbf{W}^*)\mathbf{Y} - (\mathbf{I} - \mathbf{W}^*)\mathbf{X}^T \boldsymbol{\beta}\right]
$$

$$
\frac{\partial(\boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\varepsilon})}{\partial \boldsymbol{\beta}} = \left[(\mathbf{I} - \mathbf{W}^*)\mathbf{X}^T\right]^T \left[(\mathbf{I} - \mathbf{W}^*)\mathbf{Y} - (\mathbf{I} - \mathbf{W}^*)\mathbf{X}^T \boldsymbol{\beta}\right]
$$

$$
0 = \left[(\mathbf{I} - \mathbf{W}^*)\ \mathbf{X}^T\right]^T \left[(\mathbf{I} - \mathbf{W}^*)\mathbf{Y} - (\mathbf{I} - \mathbf{W}^*)\mathbf{X}^T \boldsymbol{\beta}\right]
$$

$$
\left[(\mathbf{I} - \mathbf{W}^*)\ \mathbf{X}^T\right]^T (\mathbf{I} - \mathbf{W}^*)\mathbf{Y} = \left[(\mathbf{I} - \mathbf{W}^*)\ \mathbf{X}^T\right]^T (\mathbf{I} - \mathbf{W}^*)\mathbf{X}^T \boldsymbol{\beta}
$$

$$
\mathbf{X}(\mathbf{I} - \mathbf{W}^*)^T (\mathbf{I} - \mathbf{W}^*)\mathbf{Y} = \mathbf{X}(\mathbf{I} - \mathbf{W}^*)^T (\mathbf{I} - \mathbf{W}^*)\mathbf{X}^T \boldsymbol{\beta}
$$

$$
\mathbf{X}(\mathbf{I} - \mathbf{W}^*)^T (\mathbf{I} - \mathbf{W}^*)\mathbf{X}^T \boldsymbol{\beta} = \mathbf{X}(\mathbf{I} - \mathbf{W}^*)^T (\mathbf{I} - \mathbf{W}^*)\mathbf{Y}
$$

$$
\hat{\boldsymbol{\beta}}_{NW^*} = \left[\mathbf{X}(\mathbf{I} - \mathbf{W}^*)^T (\mathbf{I} - \mathbf{W}^*)\mathbf{X}^T\right]^{-1} \mathbf{X}(\mathbf{I} - \mathbf{W}^*)^T (\mathbf{I} - \mathbf{W}^*)\mathbf{Y} \tag{4.26}
$$

Selanjutnya diperoleh estimastor Nadaraya-Watson untuk kurva regresi semiparametrik dimana terdapat data hilang pada komponen parametrik:

$$\hat{\mathbf{Y}}_{NW} = \mathbf{X}^T \hat{\boldsymbol{\beta}}_{NW} + \hat{v}_{NW}(\mathbf{Z}) \qquad (4.27)$$

dengan:

$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{NW}$ diberikan oleh persamaan (4.26)

$\hat{v}_{NW}(\mathbf{Z})$ diberikan oleh persamaan (4.23)

4.3 Mengkaji Sifat Linearitas Estimator Lokal Linear dan Nadaraya-Watson

Berikut ini dibahas sifat linearitas dari estimator Lokal Linear dan Nadaraya-Watson dalam regresi semiparametrik untuk data yang hilang pada komponen parametriknya. Sifat linearitas ini sangat berguna untuk menurunkan rumus GCV, yang nantinya digunakan dalam memilih *bandwidth* optimal. Pertama dimulai dengan estimator Lokal Linear.

Berdasarkan (4.15), (4.19), dan (4.21) diperoleh:

$$\begin{aligned}
\hat{\mathbf{Y}}_{LL} &= \mathbf{X}^T \hat{\boldsymbol{\beta}}_{LL} + \mathbf{H}_\delta \mathbf{Y} + \mathbf{K}_\delta \hat{\boldsymbol{\beta}}_{LL} \\
&= (\mathbf{X}^T + \mathbf{K}_\delta) \hat{\boldsymbol{\beta}}_{LL} + \mathbf{H}_\delta \mathbf{Y} \\
&= ((\mathbf{I} + \mathbf{H}_\delta)\mathbf{X}^T) \hat{\boldsymbol{\beta}}_{LL} + \mathbf{H}_\delta \mathbf{Y} \\
&= \mathbf{U} \hat{\boldsymbol{\beta}}_{LL} + \mathbf{H}_\delta \mathbf{Y},
\end{aligned} \qquad (4.28)$$

dengan $\mathbf{U} = (\mathbf{I} + \mathbf{H}_\delta)\mathbf{X}^T$

Jika (4.19) disubtitusikan ke dalam (4.28), maka diperoleh:

$$\begin{aligned}
\hat{\mathbf{Y}}_{LL} &= \mathbf{U}_{LL}(\mathbf{U}_{LL}^T \mathbf{U}_{LL})^{-1} \mathbf{U}_{LL}^T (\mathbf{I} - \mathbf{H}_\delta)\mathbf{Y} + \mathbf{H}_\delta \mathbf{Y}, \\
&= \left[\mathbf{U}_{LL}(\mathbf{U}_{LL}^T \mathbf{U}_{LL})^{-1} \mathbf{U}_{LL}^T (\mathbf{I} - \mathbf{H}_\delta) + \mathbf{H}_\delta \right] \mathbf{Y} \\
&= \boldsymbol{\Psi}_{LL}(h) \mathbf{Y}.
\end{aligned}$$

dengan:

$$\mathbf{\Psi}_{LL}(h)=\mathbf{U}_{LL}(\mathbf{U}_{LL}^T\mathbf{U}_{LL})^{-1}\mathbf{U}_{LL}^T(\mathbf{I}-\mathbf{H}_\delta)+\mathbf{H}_\delta, \text{ atau}$$

$$\mathbf{\Psi}_{LL}(h)=\mathbf{P}_{\mathbf{U}_{LL}}(\mathbf{I}-\mathbf{H}_\delta)+\mathbf{H}_\delta, \text{ dengan } \mathbf{P}_{\mathbf{U}_{LL}}=\mathbf{U}_{LL}(\mathbf{U}_{LL}^T\mathbf{U}_{LL})^{-1}\mathbf{U}_{LL}^T$$

Selanjutnya dengan menggunakan matriks $\mathbf{\Psi}_{LL}(h)$, diperoleh bentuk GCV untuk memilih *bandwidth* optimal:

$$GCV=\frac{MSE(h)}{\left[n^{-1}\left[tr(\mathbf{I}-\mathbf{\Psi}_{LL}(h)\right]\right]^2}$$

dengan:

$$MSE(h)=n^{-1}\left\|\mathbf{Y}-\hat{\mathbf{Y}}\right\|^2=n^{-1}\left\|\mathbf{Y}-\mathbf{\Psi}_{LL}(h)\mathbf{Y}\right\|^2=n^{-1}\left\|(\mathbf{I}-\mathbf{\Psi}_{LL}(h))\mathbf{Y}\right\|^2.$$

Bentuk GCV pada kasus hilangnya data pada komponen parametrik dalam regresi semiparametrik, dengan pendekatan Lokal Linear adalah:

$$GCV=\frac{n^{-1}\left\|(\mathbf{I}-\mathbf{\Psi}_{LL}(h))\mathbf{Y}\right\|^2}{\left[1-n^{-1}tr(\mathbf{\Psi}_{LL}(h))\right]^2},$$

Serupa dengan cara di atas, untuk sifat linearitas estimator Nadaraya-Watson (NW) dapat diperoleh berdasarkan (4.23), (4.26), dan (4.27), yaitu:

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{Y}}_{NW}&=\mathbf{X}^T\hat{\boldsymbol{\beta}}_{NW}+\hat{v}_{NW}(\mathbf{Z})\\&=\mathbf{X}^T\hat{\boldsymbol{\beta}}_{NW}+\mathbf{W}^*\mathbf{Y}-\mathbf{W}^*\mathbf{X}^T\hat{\boldsymbol{\beta}}_{NW}\\&=(\mathbf{I}-\mathbf{W}^*)\mathbf{X}^T\hat{\boldsymbol{\beta}}_{NW}+\mathbf{W}^*\mathbf{Y}\\&=(\mathbf{I}-\mathbf{W}^*)\mathbf{X}^T\left[\mathbf{X}(\mathbf{I}-\mathbf{W}^*)^T(\mathbf{I}-\mathbf{W}^*)\mathbf{X}^T\right]^{-1}\mathbf{X}(\mathbf{I}-\mathbf{W}^*)^T(\mathbf{I}-\mathbf{W}^*)\mathbf{Y}+\mathbf{W}^*\mathbf{Y}\\&=\left[(\mathbf{I}-\mathbf{W}^*)\mathbf{X}^T\left[\mathbf{X}(\mathbf{I}-\mathbf{W}^*)^T(\mathbf{I}-\mathbf{W}^*)\mathbf{X}^T\right]^{-1}\mathbf{X}(\mathbf{I}-\mathbf{W}^*)^T(\mathbf{I}-\mathbf{W}^*)+\mathbf{W}^*\right]\mathbf{Y}\end{aligned}$$

Sehingga dapat dituliskan:

$$\hat{\mathbf{Y}}=\mathbf{\Psi}_{NW}(h)\mathbf{Y}, \tag{4.28}$$

dengan:

$$\boldsymbol{\Psi}_{NW}(h) = (\mathbf{I}-\mathbf{W}^*)\mathbf{X}^T\left[\mathbf{X}(\mathbf{I}-\mathbf{W}^*)^T(\mathbf{I}-\mathbf{W}^*)\mathbf{X}^T\right]^{-1}\mathbf{X}(\mathbf{I}-\mathbf{W}^*)^T(\mathbf{I}-\mathbf{W}^*)+\mathbf{W}^*$$

atau (4.28) dapat dituliskan sebagai:

$$\boldsymbol{\Psi}_{NW}(h) = \mathbf{P}_{NW}(\mathbf{I}-\mathbf{W}^*)+\mathbf{W}^*$$

dengan:

$$\mathbf{P}_{NW} = (\mathbf{I}-\mathbf{W}^*)\mathbf{X}^T\left[\mathbf{X}(\mathbf{I}-\mathbf{W}^*)^T(\mathbf{I}-\mathbf{W}^*)\mathbf{X}^T\right]^{-1}\mathbf{X}(\mathbf{I}-\mathbf{W}^*)^T$$

Selanjutnya dengan menggunakan matriks $\boldsymbol{\Psi}_{NW}(h)$, diperoleh bentuk GCV untuk memilih *bandwidth* optimal pada estimator Nadaraya-Watson:

$$GCV = \frac{MSE(h)}{\left[\frac{1}{n}(tr(\mathbf{I}-\boldsymbol{\Psi}_{NW}(h))\right]^2}$$

dengan $MSE(h) = n^{-1}\left\|\mathbf{Y}-\hat{\mathbf{Y}}\right\|^2 = n^{-1}\left\|(\mathbf{I}-\boldsymbol{\Psi}_{NW}(h))\mathbf{Y}\right\|^2$

Akibatnya:

$$GCV = \frac{n^{-1}\left\|(\mathbf{I}-\boldsymbol{\Psi}_{NW}(h))\mathbf{Y}\right\|^2}{\left[1-n^{-1}tr(\boldsymbol{\Psi}_{NW}(h))\right]^2}.$$

Estimasi kernel sangat tergantung pada *bandwidth* yang optimal. Estimasi kernel yang sesuai dengan data dapat diperoleh dengan menggunakan h optimal. Salah satu metode penentuan *bandwidth* (h) yang optimal adalah Metode GCV. *Bandwidth* optimal dengan metode GCV diperoleh pada nilai GCV yang terkecil.

Interval konfidensi (1-α)100% untuk kurva regresi semiparametrik pada pendekatan distribusi normal baku (Eubank, 1989) adalah:

$$\hat{\mu}_\delta(X_i, Z_i) \pm N_{(\alpha/2)}\sqrt{\left(\sigma^2_{(h)}H_{ii}\right)}$$

dimana: $N_{(\alpha/2)}$ = distribusi normal standar

$\mu_h(X_i, Z_i)$ = kurva regresi

$$\sigma^2_{(\delta)} = \frac{\left\| Y_i - \hat{Y}_i \right\|^2}{tr(I - \psi(h))}$$

$$H_{ii} = \frac{\{\hat{s}_2(Z_i^*;h) - \hat{s}_1(Z_i^*;h)(Z_i - Z_i^*)\}K_h(Z_i - Z_i^*)}{\hat{s}_2(Z_i^*;h)\hat{s}_0(Z_i^*;h) - (\hat{s}_1(Z_i^*;h))^2} \frac{\delta_i}{\pi(Y_i, Z_i)}$$

$$\mu_\delta(X_i, Z_i) = X_i^T \hat{\beta} + \hat{v}(Z_i)$$

dengan: $\hat{s}_2(Z_i^*;h) = \sum_{i=1}^{n} K_h(Z_i - Z_i^*) \frac{\delta_i}{\pi(Y_i, Z_i)} \left(\frac{Z_i - Z_i^*}{h} \right)^2$

$$\hat{s}_1(Z_i^*;h) = \sum_{i=1}^{n} K_h(Z_i - Z_i^*) \frac{\delta_i}{\pi(Y_i, Z_i)} \left(\frac{Z_i - Z_i^*}{h} \right)$$

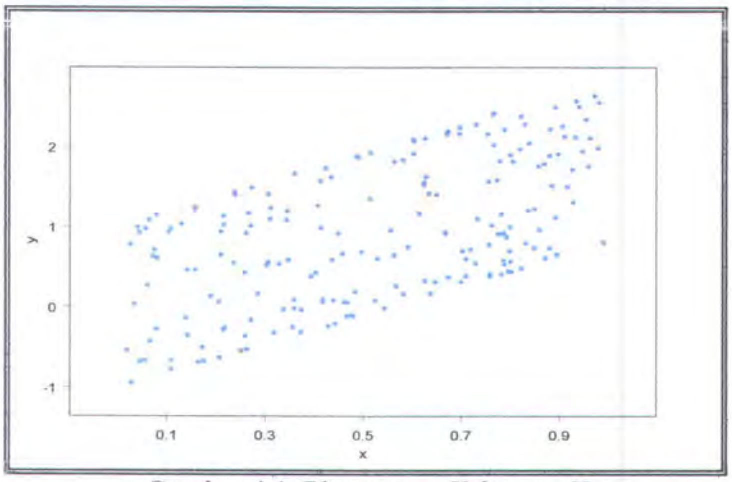
$$\hat{s}_0(Z_i^*;h) = \sum_{i=1}^{n} K_h(Z_i - Z_i^*) \frac{\delta_i}{\pi(Y_i, Z_i)}$$

4.4 Studi Simulasi

Diberikan model $Y = m(X) + v(Z) + \varepsilon$ dengan $m(X) = X\beta$ dan $v(Z) = Sin\,(2\pi Z)$. Error dibangkitkan dari distribusi normal dengan mean 0 dan variansi σ^2 = 0,1; σ^2 =0,01; dan $X \sim U(0, 1)$ serta $Z \sim U(0, 1)$. Untuk selanjutnya diambil berukuran n = 100, n = 200, dan $\beta = 0{,}2$, serta menggunakan Kernel Gaussian $K(Z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\left(\frac{-Z^2}{2}\right)}$. Proses selanjutnya, misalnya terdapat data yang hilang 5%, 10%, 20%, 30%, 35%, dan 40% secara random pada variabel independen X. Kemudian ditetapkan suatu indikator δ_i untuk menandai data hilang kemudian memberi bobot kernel $\frac{1}{h} K(\frac{Z_i - Z}{h}) \frac{\delta_i}{\pi(Y_i, Z_i)}$, dengan

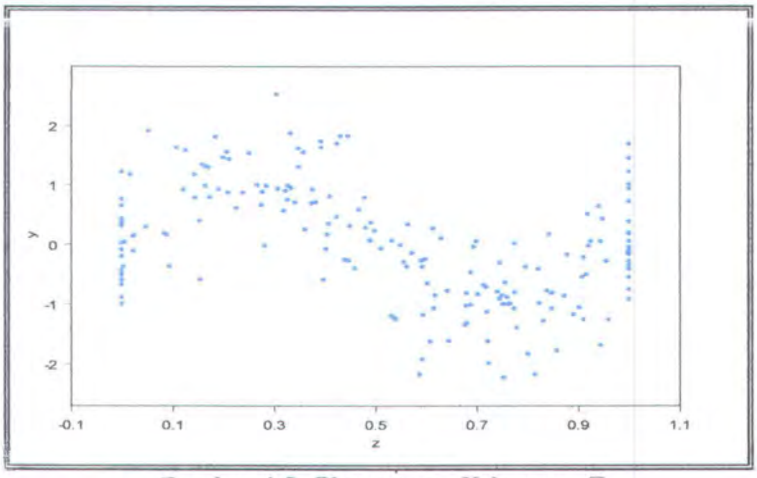
$\pi(Y_i, Z_i) = \int_{a}^{\alpha_0 + v(Z_i)} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z_i^2} dz_i$ adalah probabilitas data hilang dengan mengambil $\alpha_0 = 2$. Selanjutnya dilakukan pemilihan h optimal untuk estimasi kernel dengan Metode GCV. Nilai h optimal diperoleh dari nilai GCV yang minimum. Estimasi fungsi menggunakan pendekatan Lokal Linear (LL) dan Nadaraya-Watson (NW) masing-masing untuk data lengkap dan data hilang. Selanjutnya menghitung R^2 dan *MSE* serta interval konfidensi 95% untuk mean yang diperoleh, baik untuk estimator Lokal Linear dan Nadaraya-Watson.

Berikut diberikan visualisasi plot data komponen parametrik, yang disajikan pada Gambar 4.1, plot komponen nonparametrik disajikan pada Gambar 4.2, dan Gambar 4.3 adalah plot data untuk semiparametrik, dengan n = 200 dan $\sigma^2 = 0{,}01$.



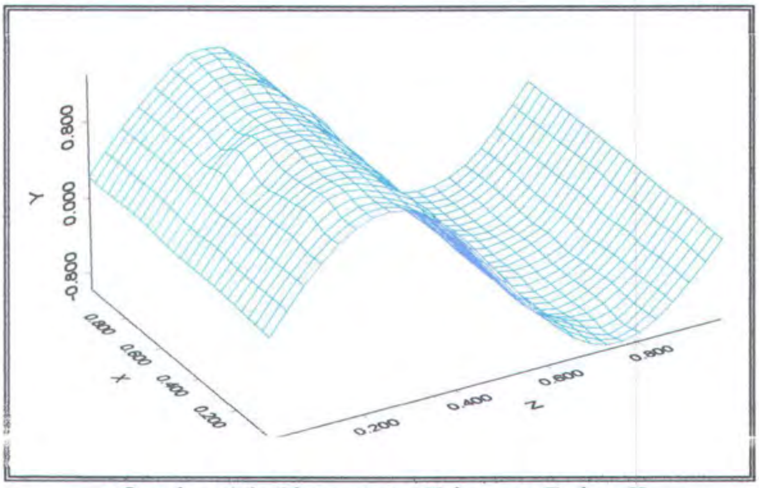
Gambar 4.1 Plot antara Y dengan X

Selanjutnya diberikan plot komponen nonparamerik untuk $n = 200$ dan $\sigma^2 = 0{,}01$.



Gambar 4.2 Plot antara Y dengan Z

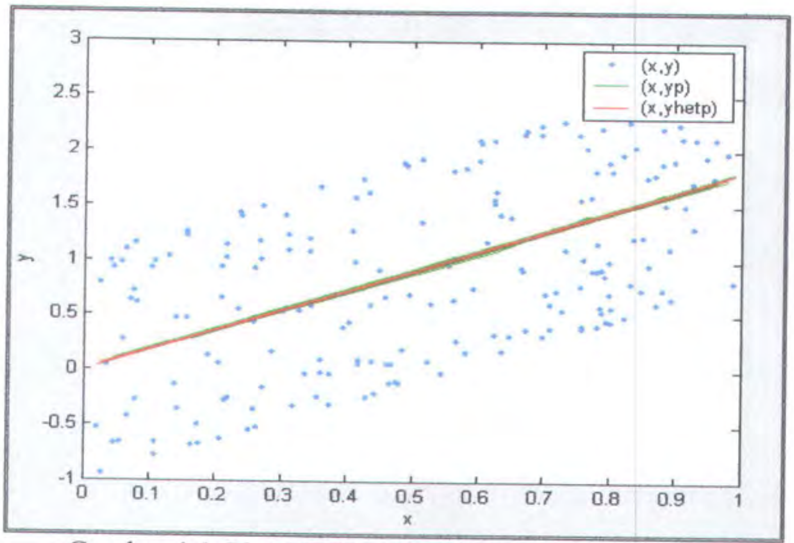
Kemudian disajikan plot data semiparametrik untuk $n = 200$ dan $\sigma^2 = 0{,}01$.



Gambar 4.3 Plot antara Y dengan Z dan X

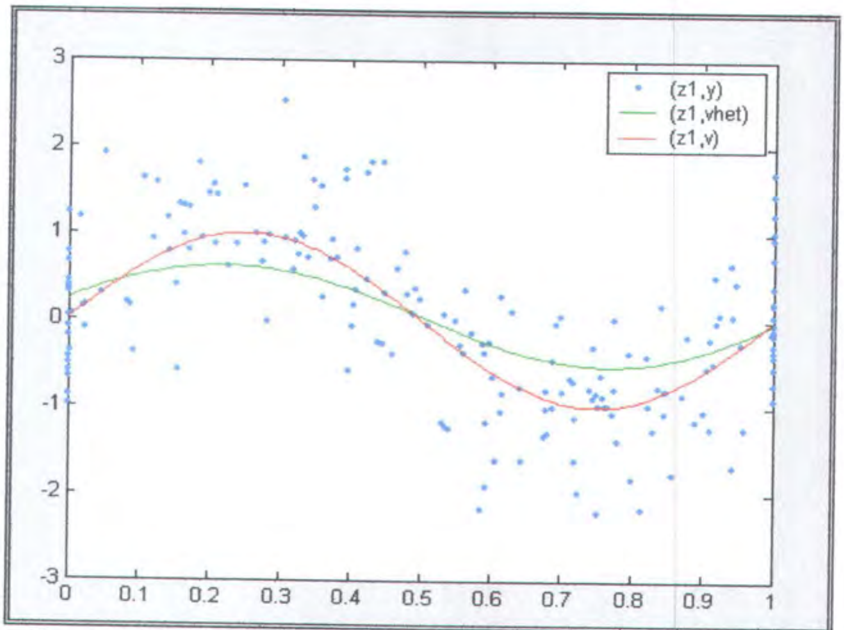
4.4.1 Estimasi dengan Pendekatan Lokal Linear

Pada bagian ini estimasi fungsi dilakukan dengan menggunakan pendekatan Lokal Linear. Pertama diberikan plot parsial komponen parametrik disajikan pada Gambar 4.4 untuk data simulasi $n = 200$ dan $\sigma^2 = 0{,}01$. Diperoleh estimator $\hat{\beta} = 0{,}2028$ sehingga $\hat{m}(X) = 0{,}2028X$.



Gambar 4.4 Plot (X, Y), (X, $m(X)$), dan (X, $\hat{m}(X)$)

Untuk estimasi komponen nonparametrik sangat bergantung pada *bandwidth* yang optimal. Pada Gambar 4.5 disajikan plot estimasi nonparametrik tanpa menggunakan *bandwidth* optimal (h = 0,1) dengan pendekatan Lokal Linear untuk $n = 200$ dan $\sigma^2 = 0{,}01$.



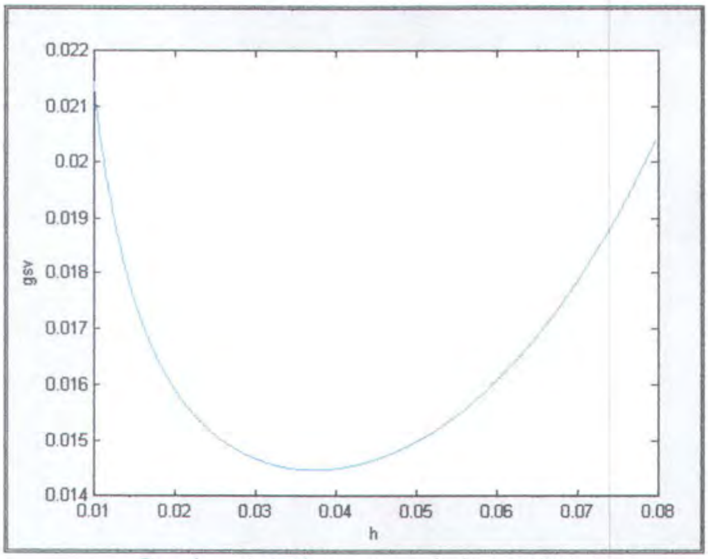
Gambar 4.5 Plot (Z, $v(Z)$), (Z, Y), dan (Z, $\hat{v}(Z)$) dengan h = 0,1

Berdasarkan Gambar 4.5, $\hat{v}(Z)$ cenderung belum sesuai sebagai estimasi $v(Z)$. Oleh karena itu perlu dipilih h optimal. Pemilihan h optimal ditentukan pada nilai GCV yang minimum. Estimasi $v(Z)$ yang sesuai dengan data dapat diperoleh dengan menggunakan *bandwidth* optimal. Nilai GCV untuk estimator fungsi regresi semiparametrik pada data lengkap dengan menggunakan pendekatan Lokal Linear dengan n = 200 dan $\sigma^2 = 0{,}01$ dapat dilihat pada Tabel 4.1. Sedangkan nilai h optimal dan GCV minimum untuk data hilang 5%, 10%, 20%, 30%, dan 35% dapat dilihat pada Lampiran 5.

Berdasarkan Tabel 4.1 diperoleh h optimal untuk data lengkap dengan metode GCV adalah 0,0374 pada GCV minimum 0,0145. Plot h dan GCV disajikan pada Gambar 4.6.

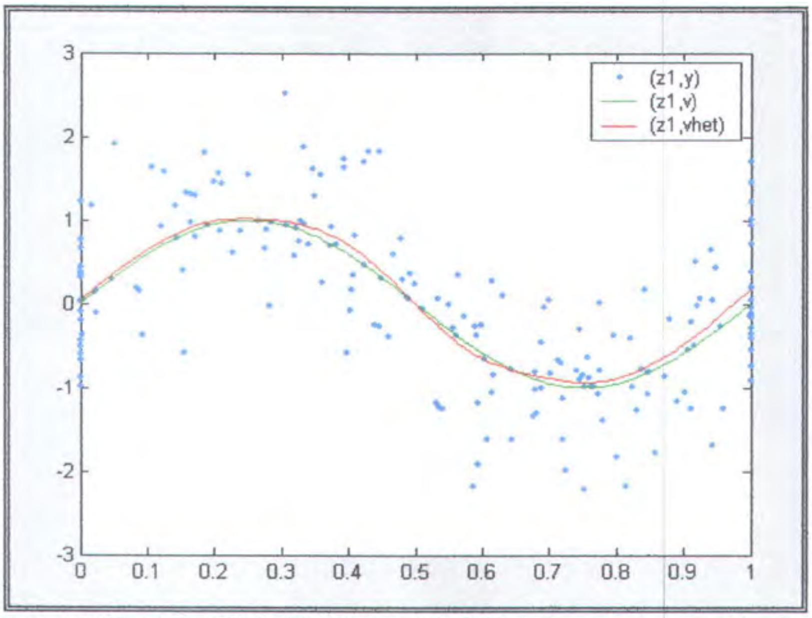
Tabel 4.1 Nilai h dan GCV Estimator Lokal Linear untuk Data Lengkap

h	GCV
0,0101	0,0215
0,0114	0,02
0,0115	0,0199
0,0128	0,0189
0,0149	0,0177
0,0169	0,0168
0,0205	0,0158
0,0329	0,0146
0,0374	0,0145
0,0448	0,0146
0,0449	0,0147
0,0483	0,0148
0,0585	0,0158
0,0650	0,0168
0,0700	0,0178
0,0719	0,0183
0,0743	0,0188
0,0762	0,0193
0,0783	0,0199
0,0784	0,02
0,0800	0,0204



Gambar 4.6 Plot antara h dan GCV

Dengan menggunakan h optimal sebesar 0,0374 diperoleh hasil estimasi kurva regresi yang disajikan pada Gambar 4.7.



Gambar 4.7 Plot $(Z, v(Z))$, (Z, Y), dan $(Z, \hat{v}(Z))$ dengan h optimal = 0,0374

Berdasarkan hasil simulasi dengan n = 200 dan $\sigma^2 = 0.01$ untuk data lengkap dengan menggunakan pendekatan Lokal Linear diperoleh estimasi untuk komponen nonparametrik:

$$\hat{v}(Z)=\sum_{i=1}^{n}\frac{\frac{1}{0,0374}\left\{\hat{s}_2(Z;0,0374)-\hat{s}_1(Z;0,0374)\left(\frac{Z_i-Z}{0,0374}\right)\right\}K\left(\frac{Z_i-Z}{0,0374}\right)(Y_i-0,1996X_i)}{\hat{s}_2(Z;0,0374)\hat{s}_0(Z;0,0374)-(\hat{s}_1(Z;0,0374))^2}$$

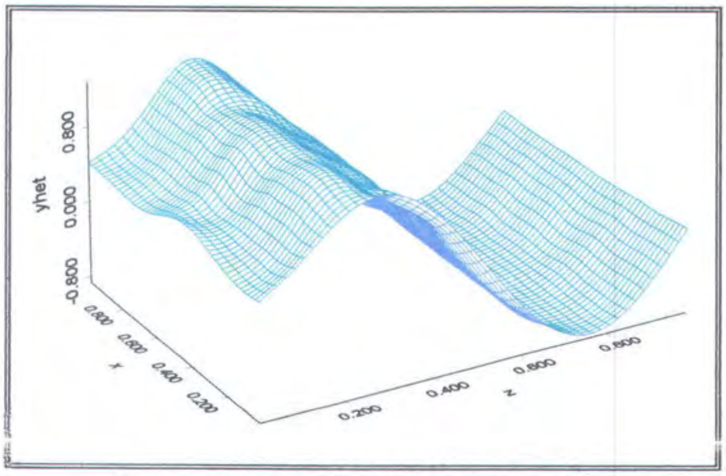
Hasil estimasi kurva regresi semiparametrik pada data simulasi n = 200 dan $\sigma^2 = 0,01$ untuk data lengkap diberikan pada Lampiran 6. Sedangkan estimasi kurva regresi semiparametrik pada data simulasi n = 200 dan $\sigma^2 = 0,01$ untuk data lengkap dengan h optimal 0,0374 diperoleh estimasi kurva regresi semiparametrik dengan pendekatan Lokal Linear sebagai berikut:

$$\hat{Y}(Z)=0,1996X+\sum_{i=1}^{n}\frac{\frac{1}{0,0374}\left\{\hat{s}_2(Z;0,0374)-\hat{s}_1(Z;0,0374)\left(\frac{Z_i-Z}{0,0374}\right)\right\}K\left(\frac{Z_i-Z}{0,0374}\right)(Y_i-0,1996X_i)}{\hat{s}_2(Z;0,0374)\hat{s}_0(Z;0,0374)-(\hat{s}_1(Z;0,0374))^2}$$

Hasil estimasi regresi semiparametrik dengan menggunakan pendekatan Lokal Linear untuk data hilang 5%, 10%, 20%, dan 35% dapat dilihat pada Lampiran 7.

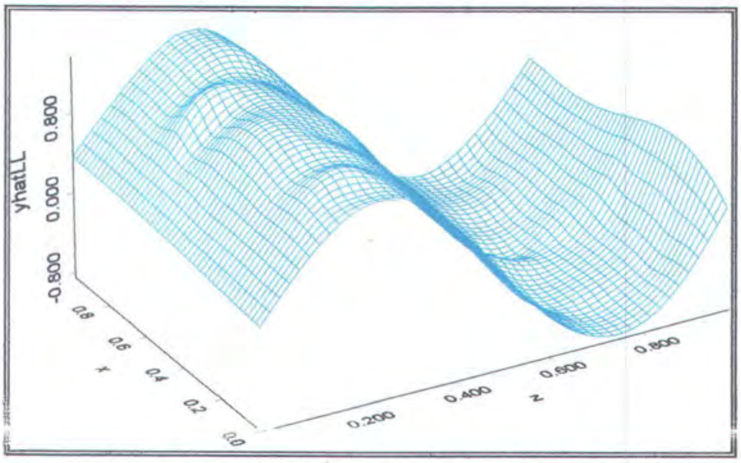
Berdasarkan Lampiran 6 terlihat bahwa kurva regresi dan estimasinya hampir berdekatan. Begitu pula halnya dalam Lampiran 7 kurva regresi dan estimasinya hampir berdekatan.

Berikut ini disajikan plot estimasi regresi semiparametrik dengan pendekatan Lokal Linear untuk data lengkap n = 200 dan $\sigma^2 = 0,01$ dengan h optimal 0,0597 (Gambar 4.8).



Gambar 4.8 Plot $\hat{Y}, X, Z$ (Data Lengkap)

Selanjutnya disajikan plot estimasi Lokal Linear untuk data hilang 35% dengan h optimal 0,0374 dapat dilihat pada Gambar 4.9 berikut:



Gambar 4.9 Plot $\hat{Y}, X, Z$ (Data Hilang 35%)

Berdasarkan simulasi yang dilakukan dengan $n = 200$ dengan $\sigma^2 = 0{,}1$ dan $\sigma^2 = 0{,}01$; serta $n = 100$, $\sigma^2 = 0{,}1$ dan $\sigma^2 = 0{,}01$ dengan mengunakan pendekatan Lokal Linear, dihitung nilai R^2 dan MSE-nya baik untuk data lengkap maupun data hilang 5%, 10%, 30%, dan 35%. Hasil selengkapnya disajikan dalam Tabel 4.2.

Tabel 4.2 Ringkasan R^2 dan *MSE* untuk Data Lengkap dan Data Hilang

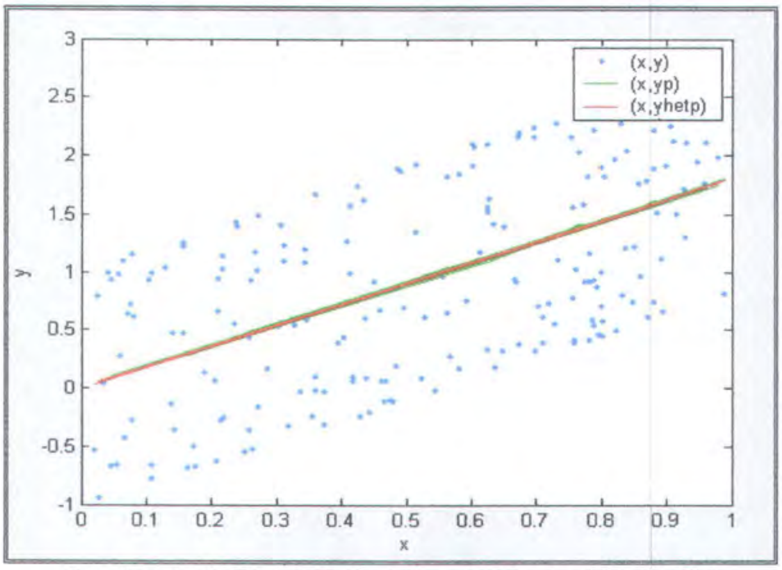
n	σ^2	Data Hilang	R^2	MSE	n	σ^2	Data Hilang	R^2	MSE
100	0,01	data lengkap	0,9994	0,0003	200	0,01	data lengkap	0,9994	0,0003
		5%	0,9999	0,0005			5%	0,9999	0,0005
		10%	0,9999	0,001			10%	0,9999	0,001
		20%	0,9998	0,0013			20%	0,9988	0,0013
		30%	0,9991	0,0014			30%	0,9991	0,0014
		35%	0,9986	0,0015			35%	0,9984	0,0015
	0,1	data lengkap	0,9767	0,0136		0,1	data lengkap	0,9998	0,0001
		5%	0,9989	0,0644			5%	0,9997	0,0002
		10%	0,9991	0,0747			10%	0,9997	0,0004
		20%	0,9977	0,025			20%	0,9991	0,0007
		30%	0,9987	0,0254			30%	0,9985	0,0013
		35%	0,9976	0,026			35%	0,9973	0,0014

Berdasarkan Tabel 4.2 dapat dilihat bahwa jika persentase data hilang semakin besar, maka R^2 semakin kecil, dan nilai *MSE* akan semakin besar. Penurunan R^2 tergantung pada banyaknya data yang hilang. Jika jumlah data besar, maka penurunan R^2 cenderung tidak besar begitu pula nilai *MSE* peningkatannya tidak terlalu besar.

Berdasarkan hasil simulasi data lengkap untuk berbagai ukuran n dan σ^2, ada kecenderungan regresi semiparametrik sesuai sebagai model pendekatan untuk kurva regresi. Sedangkan hasil simulasi pada data hilang untuk berbagai ukuran n dan σ^2, makin besar data yang hilang pada komponen parametrik cenderung menghasilkan error yang semakin besar demikian juga *MSE* dan R^2.

4.2.2 Estimasi dengan Pendekatan Nadaraya-Watson

Pada bagian ini estimasi fungsi dilakukan dengan menggunakan pendekatan Nadaraya-Watson. Pertama diberikan plot parsial komponen parametrik disajikan pada Gambar 4.10 untuk data simulasi $n = 200$ dan $\sigma^2 = 0{,}01$. Diperoleh estimator $\hat{\beta} = 0{,}2028$ sehingga $\hat{m}(X) = 0{,}2028X$.

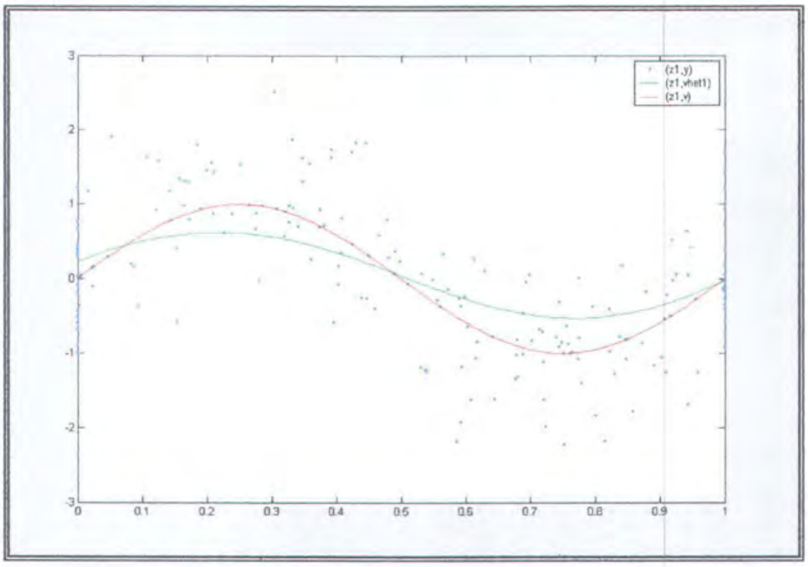


Gambar 4.10 Plot (X, Y), (X, $m(X)$), dan(X, $\hat{m}(X)$)

Untuk estimasi komponen nonparametrik sangat bergantung pada *bandwidth* yang optimal. Berikut adalah model estimasi komponen nonparametrik yang menggunakan *bandwidth* optimal.

$$\hat{v}(Z) = \sum_{i=1}^{n} \frac{\frac{1}{0{,}1} K\left(\frac{Z_i - Z}{0{,}1}\right)}{\frac{1}{0{,}1}\sum_{i=1}^{n} K\left(\frac{Z_i - Z}{0{,}1}\right)} (Y_i - 0{,}2028X_i)$$

Pada Gambar 4.11 disajikan plot estimasi nonparametrik tanpa menggunakan *bandwidth* optimal (h = 0,1) dengan estimator Nadaraya-Watson untuk data $n = 200$ dan $\sigma^2 = 0{,}01$.



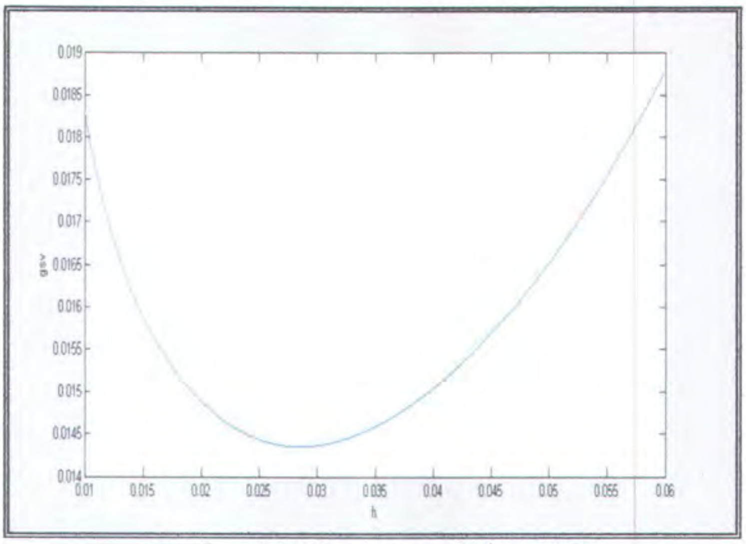
Gambar 4.11 Plot $(Z, v(Z))$, (Z, Y), dan $(Z, \hat{v}(Z))$ dengan $h = 0{,}1$

Berdasarkan Gambar 4.11, $\hat{v}(Z)$ cenderung belum sesuai sebagai estimasi $v(Z)$. Oleh karena itu perlu dipilih h optimal. Pemilihan h optimal ditentukan pada nilai GCV yang minimum. Estimasi $v(Z)$ yang sesuai dengan data dapat diperoleh dengan menggunakan *bandwidth* optimal. Nilai GCV untuk estimator fungsi regresi semiparametrik pada data lengkap dengan menggunakan pendekatan Nadaraya-Watson dengan $n = 200$ dan $\sigma^2 = 0{,}01$ dapat dilihat pada Tabel 4.3. Sedangkan nilai h optimal dan GCV minimum untuk data hilang 5%, 10%, 20%, 30%, dan 35% dapat dilihat pada Lampiran 8.

Tabel 4.3 Nilai h dan GCV pada Estimator Nadaraya-Watson

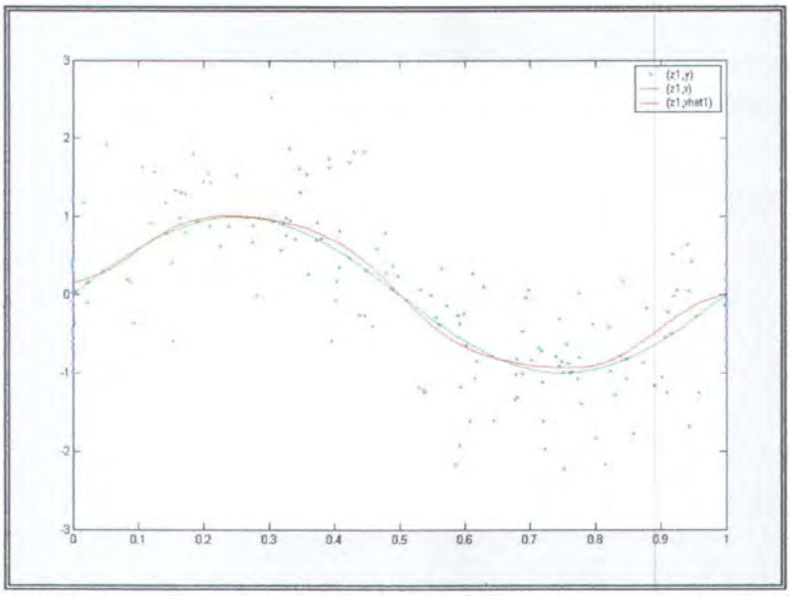
h	GCV
0,0101	0,0183
0,0102	0,0182
0,0103	0,0181
⋮	
0,0257	0,0144
0,0258	0,0144
⋮	
0,0589	0,0185
0,059	0,0185
0,0591	0,0185
0,0592	0,0185
0,0593	0,0186
0,0594	0,0186
0,0595	0,0186
0,0596	0,0187
0,0597	0,0187
0,0598	0,0187
0,0599	0,0187
0,06	0,0188

Berdasarkan Tabel 4.3 diperoleh h optimal untuk data lengkap dengan metode GCV adalah 0,0258 pada GCV minimum 0,0144. Plot h dan GCV disajikan pada Gambar 4.12.



Gambar 4.12 Plot antara h dan GCV

Untuk memperoleh estimasi kurva yang terbaik untuk estimator Nadaraya-Watson digunakan *bandwidth* optimal. Dengan menggunakan h optimal sebesar 0,0258 diperoleh hasil estimasi kurva regresi disajikan pada Gambar 4.13 berikut.



Gambar 4.13 Plot $(Z,\ v(Z))$, (Z, Y) dan $(Z, \hat{v}(Z))$ dengan h optimal = 0,0258

Berdasarkan hasil simulasi dengan n = 200 dan $\sigma^2 = 0{,}01$ untuk data lengkap dengan menggunakan pendekatan Nadaraya-Watson pada h optimal, diperoleh estimasi untuk komponen nonparametrik:

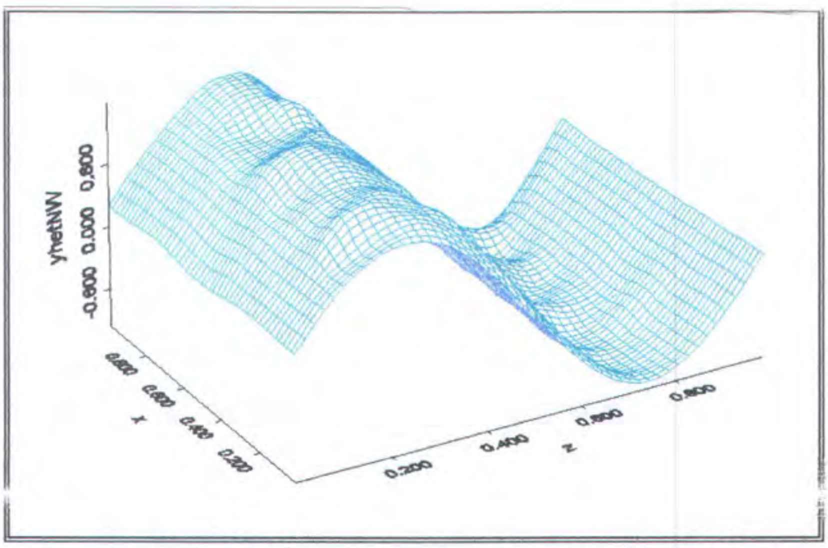
$$\hat{v}(Z) = \sum_{i=1}^{n} \frac{\dfrac{1}{0{,}0258} K\left(\dfrac{Z_i - Z}{0{,}0258}\right)}{\dfrac{1}{0{,}0258} \sum_{i=1}^{n} K\left(\dfrac{Z_i - Z}{0{,}0258}\right)} (Y_i - 0{,}0258 X_i)$$

Hasil estimasi kurva regresi semiparametrik pada data simulasi n = 200 dan $\sigma^2 = 0{,}01$ untuk data lengkap diberikan pada Lampiran 9. Sedangkan estimasi kurva regresi semiparametrik pada data simulasi n = 200 dan $\sigma^2 = 0{,}01$ untuk data lengkap dengan h optimal 0,0285 diperoleh estimasi kurva regresi semiparametrik dengan pendekatan Nadaraya-Watson sebagai berikut:

$$\hat{Y} = 0{,}1996X + \sum_{i=1}^{n} \frac{\frac{1}{0{,}0258} K\left(\frac{Z_i - Z}{0{,}0258}\right)}{\frac{1}{0{,}0258} \sum_{i=1}^{n} K\left(\frac{Z_i - Z}{0{,}0258}\right)} (Y_i - 0{,}996X_i)$$

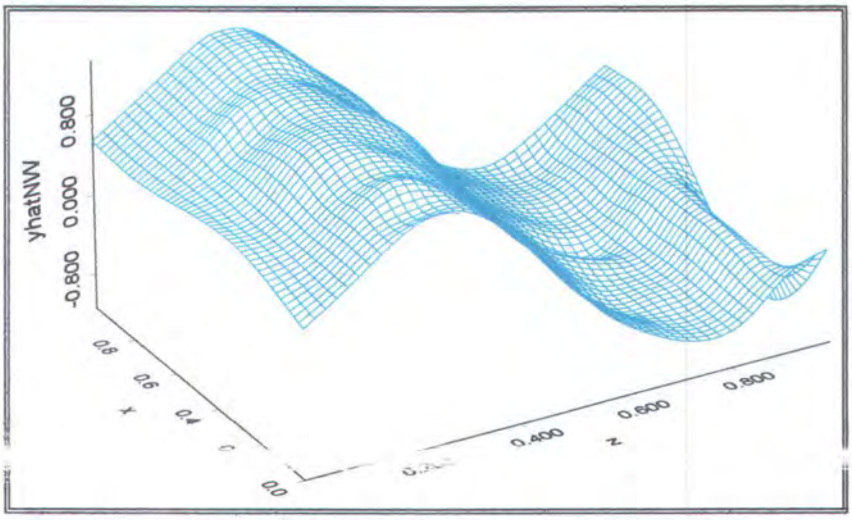
Hasil estimasi regresi semiparametrik dengan menggunakan pendekatan Nadaraya Watson untuk data hilang 5%, 10%, 20%, dan 35% dapat dilihat pada Lampiran 10.

Berdasarkan Lampiran 9 terlihat bahwa kurva regresi dan estimasinya hampir berdekatan. Begitu pula halnya dalam Lampiran 10 kurva regresi dan estimasinya hampir berdekatan. Berikut ini disajikan plot estimasi regresi semiparametrik dengan pendekatan Nadaraya Watson untuk data lengkap n = 200 dan $\sigma^2 = 0{,}01$ dengan h optimal 0,0597 (Gambar 4.14).



Gambar 4.14 Plot $\hat{Y}, X, Z$ (Data Lengkap Nadaraya-Watson)

Selanjutnya disajikan plot estimasi Nadaraya-Watson untuk 35% data hilang dengan h optimal 0,0597 untuk data lengkap n = 200 dan $\sigma^2 = 0{,}01$ pada Gambar 4.15 berikut:



Gambar 4.15 Plot $\hat{Y}, X, Z$ 35% Data Hilang Nadaraya-Watson

Berdasarkan hasil simulasi yang dilakukan pada n = 200 dengan $\sigma^2 = 0{,}1$ dan $\sigma^2 = 0{,}01$ serta n = 100 dengan $\sigma^2 = 0{,}01$ dan $\sigma^2 = 0{,}1$ dengan mengunakan pendekatan Nadaraya-Watson, dihitung nilai R^2 dan *MSE*-nya baik untuk data lengkap maupun data hilang 5%, 10%, 30%, 35%, dan 40%. Hasil selengkapnya disajikan dalam Tabel 4.4.

Berdasarkan Tabel 4.4 dapat dilihat bahwa jika persentase data hilang semakin besar, maka R^2 semakin kecil, dan nilai *MSE* akan semakin besar. Penurunan R^2 tergantung pada banyaknya data yang hilang. Jika jumlah data besar, maka penurunan R^2 cenderung tidak besar begitu pula nilai *MSE* peningkatannya tidak terlalu besar.

TABEL 4.4 Ringkasan Hasil Simulasi R^2 dan *MSE* pada Data Lengkap dan Data Hilang Estimator Nadaraya-Watson untuk $n = 200$

Sampel Berukuran (n)	σ^2	Data Hilang	R^2	*MSE*
200	0,01	35%	0,6483	0,1763
		30%	0,7450	0,1276
		20%	0,8368	0,0819
		10%	0,9203	0,0398
		5%	0,9714	0,0142
		Data lengkap (0%)	0,9831	0,0084
	0,1	35%	0,6626	0,6626
		30%	0,7691	0,1134
		20%	0,8070	0,0946
		10%	0,8915	0,0537
		5%	0,9392	0,0300
		Data lengkap (0%)	0,9633	0,0181

Hasil simulasi dengan data lengkap, menunjukkan bahwa ada kecenderungan untuk berbagai ukuran n dan σ^2, regresi semiparametrik sesuai sebagai model pendekatan untuk kurva regresi. Sedangkan hasil simulasi pada data hilang untuk berbagai ukuran n dan σ^2, makin besar data yang hilang pada komponen parametrik cenderung menghasilkan error yang semakin besar demikian juga *MSE* tetapi R^2 semakin kecil.

Berdasarkan Tabel 4.2 dan Tabel 4.4 dapat dilihat bahwa estimasi Lokal Linear dan Nadaraya-Watson cenderung sama berdasarkan *MSE* dan R^2. Jika persentase kehilangan data semakin besar, maka R^2 semakin kecil, sebaliknya dengan nilai *MSE* akan semakin besar. Penurunan R^2 tergantung pada banyaknya data yang hilang.

4.2.3 Interval Konfidensi

Interval konfidensi 95% untuk kurva regresi dengan pendekatan estimator Lokal Linear secara lengkap, dapat dilihat pada Lampiran 11 sedangkan untuk estimator Nadaraya-Watson untuk setiap pusat data, interval konfidensi 95% dapat dilihat pada Lampiran 12.

Pada Tabel 4.5 disajikan interval konfidensi 95% hasil simulasi untuk estimasi Lokal Linear 30% data hilang pada $n = 200$ dan $\sigma^2 = 0{,}01$. Pada Tabel 4.6 disajikan interval konfidensi 95% untuk estimasi 35% data hilang. Interval konfidensi 95% dengan pendekatan Lokal Linear $n = 200$ dan $\sigma^2 = 0{,}01$ untuk data lengkap disajikan pada Gambar 4.16. Interval konfidensi 95% dengan pendekatan Lokal Linear $n = 200$ dan $\sigma^2 = 0{,}01$ untuk data lengkap pada Gambar 4.17. Interval konfidensi 95% dengan pendekatan Lokal Linear $n = 200$ dan $\sigma^2 = 0{,}01$ untuk 30% data hilang dan untuk 35% data hilang , disajikan pada Gambar 4.18.

Tabel 4.5 Interval Konfidensi 95% untuk Estimasi Lokal Linear pada 30% Data Hilang

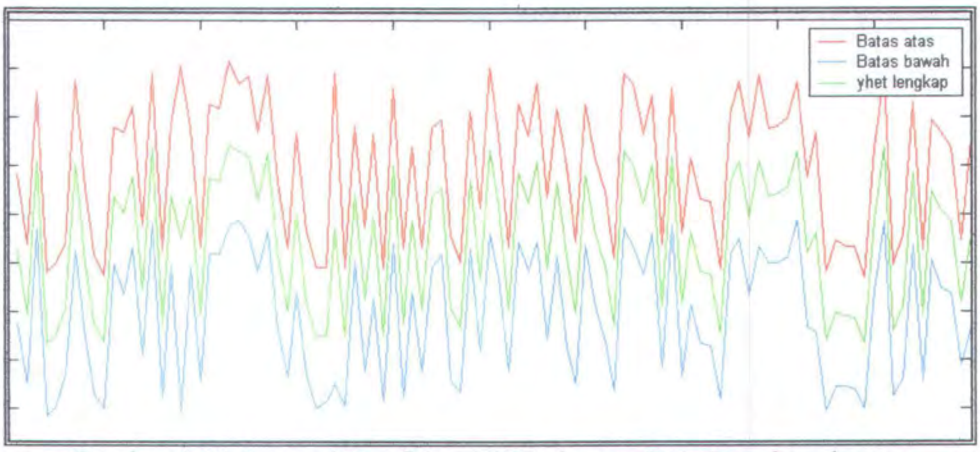
n	BB	BA	Yhat	BB	BA	Yhat	BB	BA	Yhat	BB	BA	Yhat
1	0,1875	-10,986	-0,4246	20,051	0,3849	11,511	0,1536	-13,848	-0,7622	0,0663	-14,045	-0,6275
2	0,8953	-0,6329	0,0752	13,411	-0,1002	0,6004	13,154	-0,1502	0,5681	18,577	0,2376	10,113
3	1,778	0,3667	10,501	0,0331	-14,102	-0,6502	0,2573	-12,436	-0,4567	17,542	0,3276	10,157
4	0,1898	-12,575	-0,6517	19,285	0,3166	10,298	0,167	-11,215	-0,5261	12,833	-0,3363	0,3521
5	0,5215	-0,8708	-0,1567	-0,0181	-13,999	-0,669	0,0068	-14,192	-0,6666	14,347	-0,0053	0,6954
6	17,422	0,3336	10,171	0,8412	-0,6864	0,0904	16,322	0,2174	0,8993	19,337	0,1609	0,9993
7	0,9367	-0,5867	0,1234	12,671	-0,2276	0,3996	0,2263	-12,732	-0,4824	0,1489	-11,545	-0,5528
8	-0,0926	-15,856	-0,8038	0,1578	-11,779	-0,4686	13,113	-0,0816	0,4927	13,802	-0,012	0,6887
9	16,061	0,1837	0,8416	0,4709	-0,9048	-0,1986	16,889	0,2714	0,9544	0,8907	-0,6372	0,1406
10	-0,0101	-1,495	-0,7159	13,304	-0,3156	0,3447	18,537	0,2128	0,9933	14,046	-0,0049	0,6951
11	10,032	-0,9671	0,0152	0,1452	-13,014	-0,5382	20,102	0,2853	0,9194	-0,135	-14,979	-0,8173
12	0,1876	-11,582	-0,5905	0,3179	-11,815	-0,3899	0,663	-0,7977	-0,052	14,836	0,0465	0,7454
13	-0,1544	-15,109	-0,7998	-0,1072	-14,651	-0,7477	17,629	0,3396	0,836	0,6263	-0,905	-0,1324
14	18,807	0,1232	0,9515	-0,0408	-15,022	-0,8205	15,848	0,0554	0,7986	18,484	0,4395	1,124
15	12,635	-0,2228	0,3147	0,1854	-13,039	-0,5205	-0,0231	-13,806	-0,8212	14,274	-0,0096	0,6888
16	0,7585	-0,7789	-0,0024	-0,0452	-1,429	-0,7043	0,9935	-0,8727	0,0596	0,8687	-0,6609	0,0528
17	0,7599	-0,7619	0,0177	20,144	0,2743	0,9293	18,852	0,466	11,509	20,055	0,292	11,013
18	0,08	-13,641	-0,6032	19,599	-12,605	0,3636	0,2236	-12,544	-0,472	13,304	-0,7156	0,3192
19	0,1874	-13,052	-0,6822	1,445	0,0603	0,7527	18,835	0,4596	11,453	19,548	0,2979	10,811
20	-0,1377	-15,063	-0,7834	-0,0455	-14,705	-0,8288	16,252	0,182	0,7036	-0,0954	-15,324	-0,7757
21	0,7314	-0,7788	-0,0143	11,961	-0,4879	0,3636	16,887	0,2655	0,951	0,553	-0,8675	-0,1403
22	13,827	-0,0144	0,6262	14,165	0,0173	0,6314	1,057	-0,4522	0,3042	0,2249	-12,769	-0,5303
23	0,6014	-0,8702	-0,1176	0,3611	-0,9568	-0,2742	0,7603	-0,8139	-0,1559	-0,1204	-14,645	-0,7571
24	13,371	-0,3285	0,5151	0,3592	-11,327	-0,3543	0,734	-0,8124	-0,0322	0,1619	-12,859	-0,5212
25	0,1413	-13,969	-0,7468	13,782	-0,0606	0,6223	12,984	-0,1389	0,5586	17,652	0,3529	10,361
26	15,925	0,1466	0,8617	13,212	-0,3724	0,4852	0,0471	-13,205	-0,5954	0,165	-13,067	-0,5311
27	0,1307	-12,434	-0,6089	0,439	-10,168	-0,2702	0,0762	-13,714	-0,7142	20,131	0,4444	10,322
28	0,3929	-0,9475	-0,2564	-0,0586	-14,338	-0,8078	19,421	0,3532	11,042	-0,1578	-15,054	-0,7946
29	12,983	-0,0869	0,5894	0,9083	-0,6217	0,1595	13,396	-0,1146	0,4324	0,353	-0,9517	-0,2733
30	19,379	0,4062	11,315	17,915	0,1955	0,961	18,387	0,161	0,9544	11,786	-0,2998	0,4277
31	17,525	0,3429	10,262	0,6975	-0,8658	-0,16	0,2657	-12,363	-0,4475	13,241	-0,1151	0,584
32	0,1226	-14,162	-0,613	0,1449	-13,928	-0,5899	13,186	-0,1196	0,5787	19,318	0,4207	10,331
33	0,682	-0,8368	-0,0979	1,576	0,1486	0,8134	14,287	0,0461	0,7379	14,444	0,0294	0,7318
34	14,119	-0,0263	0,6093	1,189	-0,3058	0,4369	17,205	0,2947	0,8227	-0,0209	-13,744	-0,6632
35	16,811	0,2615	0,9452	19,265	0,4756	11,692	-0,1575	-15,217	-0,8013	18,243	0,4101	1,094
36	2,022	-15,269	0,2358	0,1622	-11,237	-0,4941	0,1916	-10,935	-0,4185	0,2878	-12,083	-0,4175
37	0,4074	-0,931	-0,2405	0,0076	-14,459	-0,6797	0,0012	-14,305	-0,7425	1,78	-1,186	0,1862
38	13,802	-0,0634	0,4818	13,941	-0,044	0,655	17,972	0,3865	10,703	16,386	0,1803	0,9002
39	19,046	0,4575	11,497	0,3556	-0,9634	-0,4258	0,4827	-0,9007	-0,1909	20,641	0,2896	11,298
40	0,1606	-12,329	-0,4939	14,671	0,0817	0,7744	0,312	-11,772	-0,4152	0,1306	-12,337	-0,5096
41	0,187	-10,997	-0,5193	0,0814	-14,014	-0,6295	0,6548	-0,8197	-0,0651	0,5625	-0,893	-0,262
42	16,314	0,0813	0,8102	0,2819	-1,212	-0,4325	10,789	-0,4421	0,3285	14,682	0,0277	0,7263
43	0,8683	-0,6606	0,1184	13,757	-10,399	0,1618	12,841	-11,315	-0,0233	17,433	0,3205	10,063
44	15,918	0,0886	0,8235	0,0083	-13,386	-0,6294	0,6496	-0,8365	-0,0761	1,341	-0,2691	0,5463
45	0,094	-13,448	-0,587	0,1786	-11,065	-0,5042	10,379	-0,4634	0,2523	0,4993	-0,9774	-0,2107
46	20,683	0,3712	1,175	15,658	0,1327	0,8238	0,6245	-0,8669	-0,104	11,823	-0,3273	0,3923
47	-0,0406	-13,842	-0,8338	0,4862	-0,9682	-0,2253	16,213	0,1751	0,8905	0,0391	-14,151	-0,6482
48	18,389	0,4243	11,083	0,557	-0,9123	-0,223	-0,0615	-14,089	-0,7002	0,2259	-10,625	-0,3822
49	0,8307	-0,7988	0,0201	13,226	-0,1427	0,5978	16,586	0,2469	0,9174	0,0435	-13,811	-0,8289
50	19,132	0,2632	10,265	20,126	0,2995	11,087	15,306	0,0914	0,788	12,558	-0,6785	0,2996

Tabel 4.6 Interval Konfidensi 95% untuk Estimasi Lokal Linear pada 35% Data Hilang

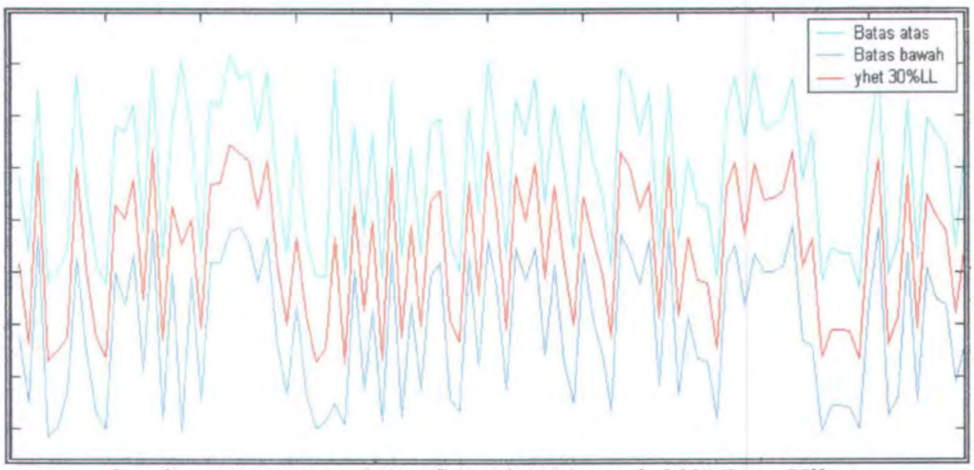
n	BB	BA	Yhat	BB	BA	Yhat	BB	BA	Yhat	BB	BA	Yhat
1	0,1875	-10,986	-0,4329	20,051	0,3849	1,174	0,1536	-13,848	-0,7545	0,0663	-14,045	-0,6652
2	0,8953	-0,6329	0,1482	13,411	-0,1002	0,5095	13,154	-0,1502	0,5805	18,577	0,2376	10,141
3	1,778	0,3667	10,106	0,0331	-14,102	-0,6518	0,2573	-12,436	-0,4548	17,542	0,3276	10,196
4	0,1898	-12,575	-0,4998	19,285	0,3166	10,524	0,167	-11,215	-0,5356	12,833	-0,3363	0,3456
5	0,5215	-0,8708	-0,3423	-0,0181	-13,999	-0,6458	0,0068	-14,192	-0,644	14,347	-0,0053	0,7092
6	17,422	0,3336	1,023	0,8412	-0,6864	0,0932	16,322	0,2174	0,8907	19,337	0,1609	0,9961
7	0,9367	-0,5867	0,1273	12,671	-0,2276	0,3924	0,2263	-12,732	-0,5582	0,1489	-11,545	-0,4736
8	-0,0926	-15,856	-0,7858	0,1578	-11,779	-0,4782	13,113	-0,0816	0,6129	13,802	-0,012	0,4878
9	16,061	0,1837	0,8701	0,4709	-0,9048	-0,2034	16,889	0,2714	0,9559	0,8907	-0,6372	0,1435
10	-0,0101	-1,495	-0,6968	13,304	-0,3156	0,3384	18,537	0,2128	0,8734	14,046	-0,0049	0,6946
11	10,032	-0,9671	-0,0672	0,1452	-13,014	-0,5396	20,102	0,2853	11,027	-0,135	-14,979	-0,8053
12	0,1876	-11,582	-0,4526	0,3179	-11,815	-0,3893	0,663	-0,7977	-0,046	14,836	0,0465	0,7585
13	-0,1544	-15,109	-0,7861	-0,1072	-14,651	-0,7254	17,629	0,3396	0,8382	0,6263	-0,905	-0,1687
14	18,807	0,1232	0,9467	-0,0408	-15,022	-0,8002	15,848	0,0554	0,8017	18,484	0,4395	11,309
15	12,635	-0,2228	0,5231	0,1854	-13,039	-0,5249	-0,0231	-13,806	-0,8078	14,274	-0,0096	0,7019
16	0,7585	-0,7789	0,0039	-0,0452	-1,429	-0,6965	0,9935	-0,8727	0,0661	0,8687	-0,6609	0,0547
17	0,7599	-0,7619	-0,0841	20,144	0,2743	0,9321	18,852	0,466	11,645	20,055	0,292	11,043
18	0,08	-13,641	-0,6046	19,599	-12,605	0,3669	0,2236	-12,544	-0,6458	13,304	-0,7156	0,3157
19	0,1874	-13,052	-0,6871	1,445	0,0603	0,7499	18,835	0,4596	11,604	19,548	0,2979	11,026
20	-0,1377	-15,063	-0,7609	-0,0455	-14,705	-0,8069	16,252	0,182	0,8987	-0,0954	-15,324	-0,8049
21	0,7314	-0,7788	-0,0081	11,961	-0,4879	0,3577	16,887	0,2655	0,8392	0,553	-0,8675	-0,1443
22	13,827	-0,0144	0,6795	14,165	0,0173	0,6298	1,057	-0,4522	0,3113	0,2249	-12,769	-0,4858
23	0,6014	-0,8702	-0,1209	0,3611	-0,9568	-0,2805	0,7603	-0,8139	-0,1503	-0,1204	-14,645	-0,8144
24	13,371	-0,3285	0,5097	0,3592	-11,327	-0,351	0,734	-0,8124	-0,026	0,1619	-12,859	-0,5283
25	0,1413	-13,969	-0,5882	13,782	-0,0606	0,6336	12,984	-0,1389	0,5549	17,652	0,3529	10,141
26	15,925	0,1466	0,7086	13,212	-0,3724	0,4799	0,0471	-13,205	-0,6053	0,165	-13,067	-0,537
27	0,1307	-12,434	-0,5237	0,439	-10,168	-0,2816	0,0762	-13,714	-0,7165	20,131	0,4444	12,105
28	0,3929	-0,9475	-0,262	-0,0586	-14,338	-0,7038	19,421	0,3532	11,274	-0,1578	-15,054	-0,8158
29	12,983	-0,0869	0,6008	0,9083	-0,6217	0,0488	13,396	-0,1146	0,6083	0,353	-0,9517	-0,2799
30	19,379	0,4062	11,548	17,915	0,1955	0,9639	18,387	0,161	0,8942	11,786	-0,2998	0,3545
31	17,525	0,3429	10,338	0,6975	-0,8658	-0,0725	0,2657	-12,363	-0,4459	13,241	-0,1151	0,5972
32	0,1226	-14,162	-0,7481	0,1449	-13,928	-0,5806	13,186	-0,1196	0,5386	19,318	0,4207	11,602
33	0,682	-0,8368	-0,0609	1,576	0,1486	0,8165	14,287	0,0461	0,7347	14,444	0,0294	0,6618
34	14,119	-0,0263	0,6841	1,189	-0,3058	0,2895	17,205	0,2947	0,9855	-0,0209	-13,744	-0,6481
35	16,811	0,2615	0,9471	19,265	0,4756	11,888	-0,1575	-15,217	-0,8147	18,243	0,4101	11,052
36	2,022	-15,269	0,063	0,1622	-11,237	-0,5028	0,1916	-10,935	-0,5118	0,2878	-12,083	-0,5798
37	0,4074	-0,931	-0,2461	0,0076	-14,459	-0,6821	0,0012	-14,305	-0,6786	1,78	-1,186	0,1875
38	13,802	-0,0634	0,6528	13,941	-0,044	0,6684	17,972	0,3865	0,9308	16,386	0,1803	0,9031
39	19,046	0,4575	11,688	0,3556	-0,9634	-0,4327	0,4827	-0,9007	-0,1956	20,641	0,2896	0,9915
40	0,1606	-12,329	-0,6298	14,671	0,0817	0,7719	0,312	-11,772	-0,412	0,1306	-12,337	-0,5191
41	0,187	-10,997	-0,4304	0,0814	-14,014	-0,62	0,6548	-0,8197	-0,2228	0,5625	-0,893	-0,257
42	16,314	0,0813	0,8131	0,2819	-1,212	-0,4339	10,789	-0,4421	0,3337	14,682	0,0277	0,7356
43	0,8683	-0,6606	0,1209	13,757	-10,399	0,1685	12,841	-11,315	-0,0174	17,433	0,3205	0,8407
44	15,918	0,0886	0,8267	0,0083	-13,386	-0,612	0,6496	-0,8365	-0,0789	1,341	-0,2691	0,5406
45	0,094	-13,448	-0,5879	0,1786	-11,065	-0,5131	10,379	-0,4634	0,2602	0,4993	-0,9774	-0,366
46	20,683	0,3712	1,195	15,658	0,1327	0,8286	0,6245	-0,8669	-0,1068	11,823	-0,3273	0,4281
47	-0,0406	-13,842	-0,815	0,4862	-0,9682	-0,2293	16,213	0,1751	0,893	0,0391	-14,151	-0,7032
48	18,389	0,4243	11,199	0,557	-0,9123	-0,1598	-0,0615	-14,089	-0,8126	0,2259	-10,625	-0,3911
49	0,8307	-0,7988	0,0265	13,226	-0,1427	0,409	16,586	0,2469	0,93	0,0435	-13,811	-0,606
50	19,132	0,2632	1,048	20,126	0,2995	11,116	15,306	0,0914	0,7956	12,558	-0,6785	0,2828

Berdasarkan Tabel 4.5, semua nilai estimasi pada $n = 200$ dan $\sigma^2 = 0,01$ dengan kehilangan data 30% pada komponen parametriknya berada di antara batas atas dan batas bawah interval konfidensi 95%. Sedang Tabel 4.6 terdapat nilai estimasi dengan kehilangan data 35% pada komponen parametriknya tidak berada di antara batas atas dan batas bawah interval konfidensi 95%.

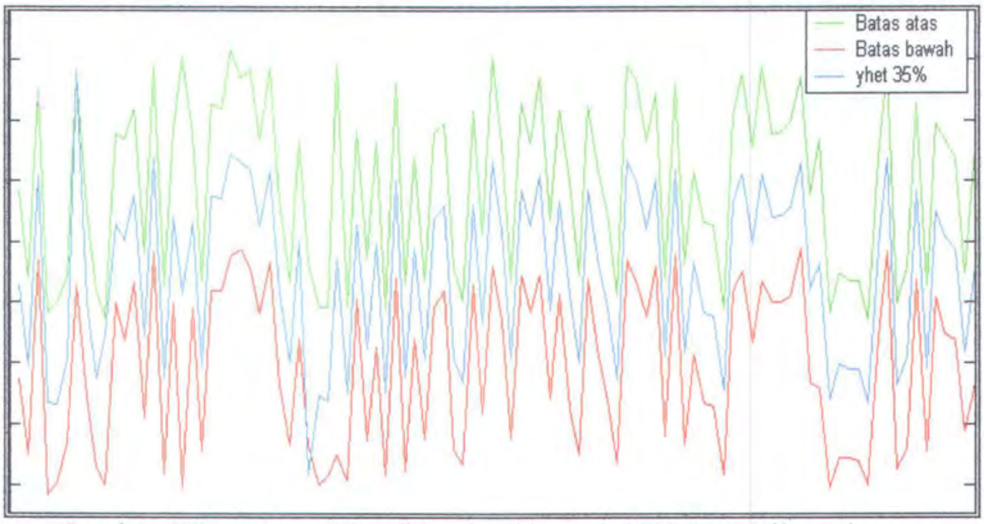
Berikut disajikan plot interval konfidensi 95% dengan pendekatan Lokal Linear $n = 200$ dan $\sigma^2 = 0,01$.



Gambar 4.16 Interval Konfidensi 95% dengan Data Lengkap dengan Pendekatan Lokal Linear

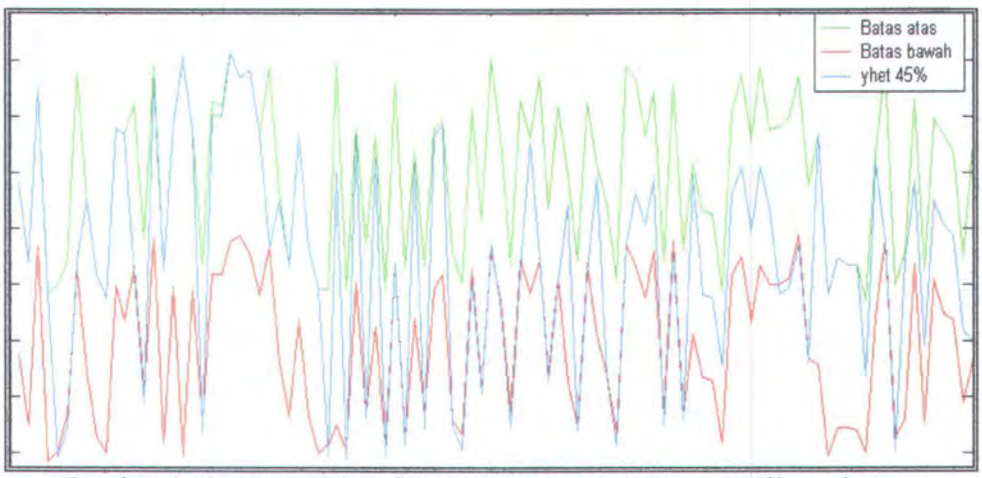


Gambar 4.17 Interval Konfidensi 95% untuk 30% Data Hilang dengan Pendekatan Lokal Linear



Gambar 4.18 Interval Konfidensi 95% untuk 35% Data Hilang dengan Pendekatan Lokal Linear

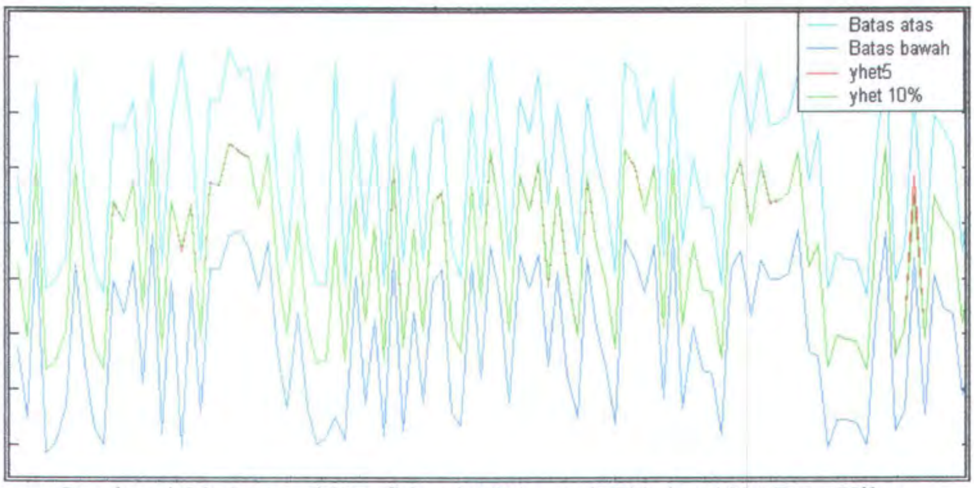
Berdasarkan Gambar 4.16 dan Gambar 4.17 dapat dilihat bahwa terdapat nilai estimasi kurva regresi pada setiap pusat data tidak berada di antara batas atas dan batas bawah untuk estimator Lokal Linear. Selanjutnya disajikan interval konfidensi 95% dengan pendekatan Lokal Linear untuk $n = 200$ dan $\sigma^2 = 0{,}01$ untuk 45% data hilang disajikan pada Gambar 4.19.



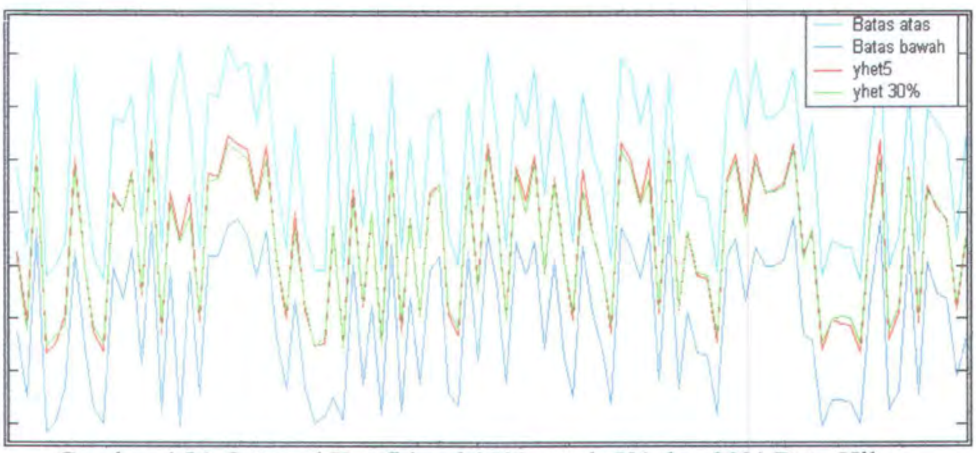
Gambar 4.19 Interval Konfidensi 95% untuk 45% Data Hilang dengan Pendekatan Lokal Linear

Berdasarkan Gambar 4.18 untuk 35% data hilang dan Gambar 4.19 untuk 45% data hilang dengan n = 200 dan $\sigma^2 = 0{,}01$ pada estimator Lokal Linear, dapat dilihat bahwa semakin besar persentase kehilangan data, maka semakin besar errornya.

Untuk plot gabungan untuk estimator 5% dengan 10% data hilang disajikan pada Gambar 4.20. Gambar 4.21 merupakan plot gabungan untuk 5% dengan 30% data hilang untuk interval konfidensi 95% dengan pendekatan Lokal Linear n = 200 dan $\sigma^2 = 0{,}01$.



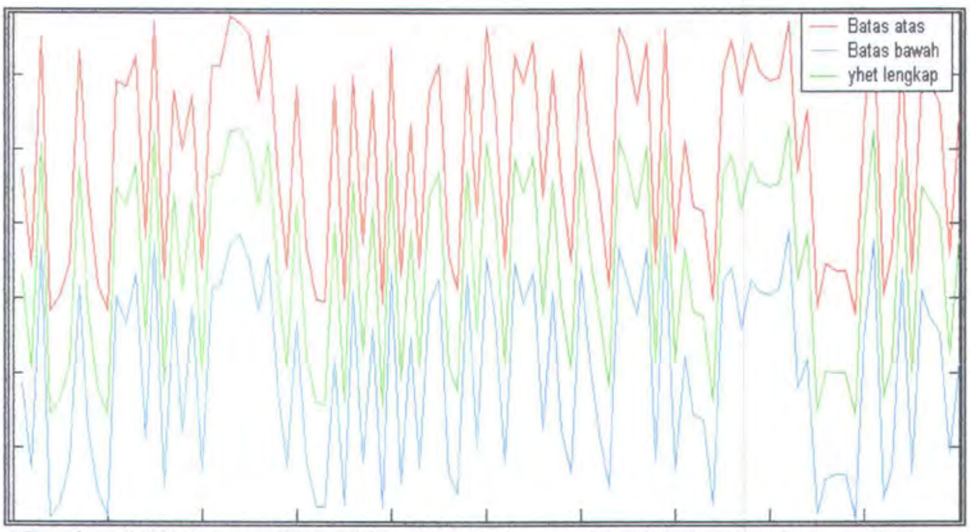
Gambar 4.20 Interval Konfidensi 95% untuk 5% dan 10% Data Hilang dengan Pendekatan Lokal Linear



Gambar 4.21 Interval Konfidensi 95% untuk 5% dan 30% Data Hilang dengan Pendekatan Lokal Linear

Berdasarkan plot gabungan untuk 5% dengan 10% data hilang dan plot gabungan untuk 5% dengan 30% data hilang berdasarkan estimator Lokal Linear dapat dilihat bahwa nilai error semakin besar jika persentase kehilangan data semakin besar.

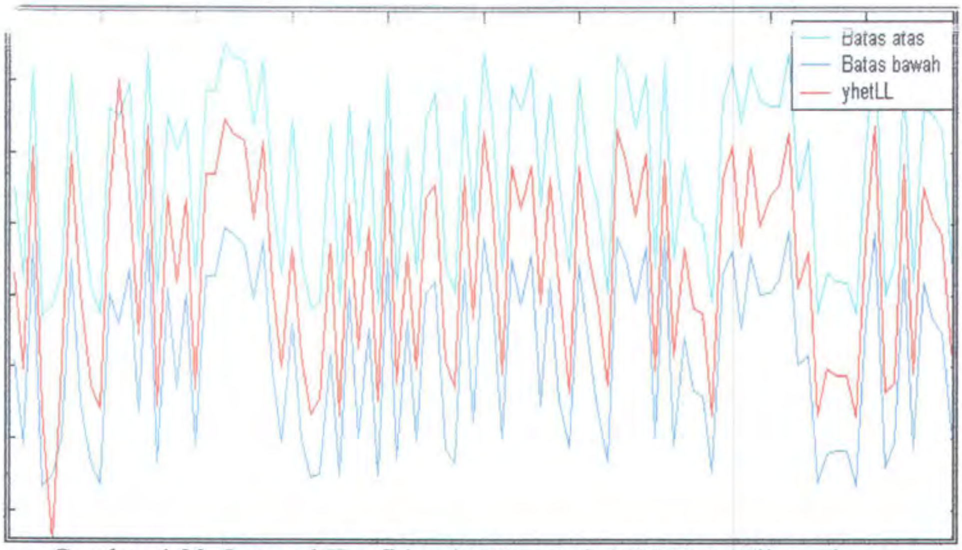
Selanjutnya interval konfidensi 95% dengan pendekatan Nadaraya-Watson $n = 200$ dan $\sigma^2 = 0,01$ pada data hilang 30% disajikan pada Gambar 4.21. Interval konfidensi 95% dengan pendekatan Nadaraya-Watson $n = 200$ dan $\sigma^2 = 0,01$ pada 30% data hilang disajikan pada Gambar 4.22. Selanjutnya disajikan interval konfidensi 95% dengan pendekatan Nadaraya-Watson $n = 200$ dan $\sigma^2 = 0,01$ untuk data lengkap.



Gambar 4.22 Interval Konfidensi 95% dengan Pendekatan Nadaraya-Watson untuk Data Lengkap

Berdasarkan Gambar 4.23, dapat dilihat bahwa estimasi kurva regresi berada di antara batas atas dan batas bawah untuk estimator Nadaraya-Watson.

Selanjutnya interval konfidensi 95% dengan pendekatan Nadaraya-Watson $n = 200$ dan $\sigma^2 = 0,01$ pada 35% data hilang disajikan dalam Gambar 4.23.



Gambar 4.23 Interval Konfidensi 95% untuk 35% Data Hilang dengan Pendekatan Nadaraya-Watson

Berdasarkan Gambar 4.23, dapat dilihat bahwa tidak semua estimasi kurva [illegible] Watson tidak berada di antara batas atas dan batas bawah interval konfidensi 95%.

Sehingga dapat disimpulkan bahwa nilai-nilai estimasi yang diperoleh baik dengan menggunakan pendekatan Lokal Linear maupun pendekatan Nadaraya-Watson berada di antara batas atas dan batas bawah interval konfidensi 95% untuk kehilangan data tidak mencapai 35%.

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan, diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Diberikan model regresi semiparametrik:

   $\mathbf{Y} = \mathbf{X}^T\boldsymbol{\beta} + v(\mathbf{Z}) + \boldsymbol{\varepsilon}$. Estimasi fungsi $v(\mathbf{Z})$ dan parameter $\boldsymbol{\beta}$ pada kasus data hilang pada komponen parametrik dengan menggunakan pendekatan Lokal Linear (LL), diperoleh estimasi komponen nonparametrik:

   $$\hat{v}_{LL}(\mathbf{Z}) = \mathbf{H}_\delta\mathbf{Y} + \mathbf{K}_\delta\left[\mathbf{X}(\mathbf{I}+\mathbf{H}_\delta)^T\mathbf{I}+\mathbf{H}_\delta)\mathbf{X}^T\right]^{-1}\mathbf{X}(\mathbf{I}+\mathbf{H}_\delta)^T(\mathbf{I}-\mathbf{H}_\delta)\mathbf{Y}$$

   dimana:

   $$\mathbf{X}^T = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & \cdots & X_{1p} \\ X_{21} & X_{22} & \cdots & X_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{n1} & X_{n2} & \cdots & X_{np} \end{bmatrix} = \left[\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_p\right]$$

   $$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{Z_1 - Z}{h} \\ 1 & \frac{Z_2 - Z}{h} \\ \vdots & \vdots \\ 1 & \frac{Z_n - Z}{h} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K}_\delta = \mathbf{X}^T\boldsymbol{\beta}, \text{ dan}$$

$$\mathbf{H}_\delta = \begin{bmatrix} \frac{D_{11^*}}{A_1^*} & \frac{D_{21^*}}{A_1^*} & \cdots & \frac{D_{n1^*}}{A_1^*} \\ \frac{D_{12^*}}{A_2^*} & \frac{D_{22^*}}{A_2^*} & \cdots & \frac{D_{n2^*}}{A_2^*} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{D_{1n^*}}{A_n^*} & \frac{D_{2n^*}}{A_n^*} & \cdots & \frac{D_{nn^*}}{A_n^*} \end{bmatrix}, \ \mathbf{Y} = (Y_i^*, Y_2^*, \ldots, Y_n^*).$$

dengan

$$D_{ii^*} = \left\{ \hat{s}_2(Z_i^*;h) - \frac{1}{h}\hat{s}_1(Z_i^*;h)(Z_i - Z_i^*) \right\} K_h(Z_i - Z_i^*),\ \text{i=1, 2, ...,}\ n.$$

$$A_i^* = \hat{s}_2(Z_i^*;h)\hat{s}_0(Z_i^*;h) - (\hat{s}_1(Z_i^*;h))^2$$

dan estimasi komponen parametrik:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{LL} = \left[\mathbf{X}(\mathbf{I}+\mathbf{H}_\delta)^T(\mathbf{I}+\mathbf{H}_\delta)\mathbf{X}^T)\right]^{-1}\mathbf{X}(\mathbf{I}+\mathbf{H}_\delta)^T(\mathbf{I}-\mathbf{H}_\delta)\mathbf{Y}$$

2. Estimasi fungsi $v(\mathbf{Z})$ dan parameter $\boldsymbol{\beta}$ pada model regresi semiparametrik untuk kasus hilangnya data pada komponen parametrik dengan menggunakan pendekatan Nadaraya-Watson (NW) untuk regresi semiparametrik, diperoleh estimasi komponen nonparametriknya:

$$\hat{v}_{NW}(\mathbf{Z}) = \mathbf{W}^*\mathbf{Y} - \mathbf{W}^*\mathbf{X}^T\hat{\boldsymbol{\beta}}_{NW},$$

dengan

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} K_h(Z_i - Z_1^*)\frac{\delta_i}{\pi(Y_i,Z_i)} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & K_h(Z_i - Z_2^*)\frac{\delta_i}{\pi(Y_i,Z_i)} & \cdots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & K_h(Z_i - Z_n^*)\frac{\delta_i}{\pi(Y_i,Z_i)} \end{bmatrix}$$

dan estimasi komponen parametriknya:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{NW} = \left[\mathbf{X}(\mathbf{I}-\mathbf{W}^*)^T(\mathbf{I}-\mathbf{W}^*)\mathbf{X}^T\right]^{-1}\mathbf{X}(\mathbf{I}-\mathbf{W}^*)^T(\mathbf{I}-\mathbf{W}^*)\mathbf{Y}$$

dimana:

$$\mathbf{W}^* = \begin{bmatrix} \frac{W_1}{\sum_{i=1}^{n} W_i} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{W_2}{\sum_{i=1}^{n} W_i} & \cdots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & \frac{W_n}{\sum_{i=1}^{n} W_i} \end{bmatrix}$$

dengan:

$W_i = K_h(Z_i - Z)\dfrac{\delta_i}{\pi(Y_i, Z_i)}$, $i = 1, 2, \ldots, n$ dan

$K_h(Z_i - Z) = \dfrac{1}{h}K\left(\dfrac{Z_i - Z}{h}\right)$; $-\infty < Z < \infty$, K fungsi kernel dan h adalah *bandwidth.*

3. Estimator Lokal Linear dan Nadaraya-Watson merupakan estimator linear yang dapat dinyatakan sebagai:

   - Estimator Lokal Linear, menjadi:

     $\hat{\mathbf{Y}} = \boldsymbol{\Psi}_{LL}(h)\mathbf{Y}$,

     dengan: $\boldsymbol{\Psi}_{LL}(h) = \mathbf{U}_{LL}(\mathbf{U}_{LL}^T\mathbf{U}_{LL})^{-1}\mathbf{U}_{LL}^T\left[(\mathbf{I}-\mathbf{H}_\delta)\right] + \mathbf{H}_\delta$.

     dan: $\mathbf{U} = (\mathbf{I} + \mathbf{H}_\delta)\mathbf{X}^T$

   - Estimator Nadaraya-Watson, menjadi:

     $\hat{\mathbf{Y}} = \boldsymbol{\Psi}_{NW}(h)\mathbf{Y}$,

dengan:

$$\boldsymbol{\Psi}_{NW}(h) = (\mathbf{W}^* - \mathbf{I})\mathbf{X}^T\left[\mathbf{X}(\mathbf{I}-\mathbf{W}^*)^T(\mathbf{I}-\mathbf{W}^*)\mathbf{X}^T\right]^{-1}\mathbf{X}(\mathbf{I}-\mathbf{W}^*)^T(\mathbf{I}-\mathbf{W}^*) + \mathbf{W}^*$$

4. Berdasarkan studi simulasi diperoleh:

   a. Estimator Lokal Linear dan Nadaraya-Watson cenderung sama dilihat nilai *MSE* dan R^2.

   b. *MSE* dan R^2 yang diperoleh baik pada data lengkap maupun pada 30% data hilang pada komponen parametriknya cenderung sama.

   c. Estimator Lokal Linear dan Nadaraya-Watson, baik digunakan pada data hilang pada komponen parametriknya dimana prosentase kehilangan data 20%.

5.2 Saran

Dalam tulisan ini dibahas regresi semiparametrik untuk satu variabel pada komponen nonparametrik dan satu variabel komponen parametrik dengan ε adalah variabel random yang diasumsikan independen identik dengan mean nol dan variansi σ^2, sehingga untuk penelitian lebih lanjut dapat dilakukan lebih dari satu variabel pada kedua komponen parametrik maupun nonparametrik. Juga diharapkan penelitian imi dilanjutkan pada regresi semiparametri dimana ε-nya berkorelasi. Begitu pula dengan kehilangan datanya hanya dikaji pada data hilang komponen paramateriknya, untuk penelitian selanjutnya diharapkan dapat dikaji pada data yang hilang pada komponen nonparametriknya ataupun data hilang terjadi pada komponen parametrik dan komponen nonparametrik.

DAFTAR PUSTAKA

DAFTAR PUSTAKA

Cheng, P.E., and Chu, C.K., (1996). Kernel Estimation of Distribusi Functions and Quantiles with Data Missing at Random, *Journal of the American Statistical Assosiation*, 89, 81-87.

Draper, N.R., and Smith, H., (1966). *Applied Regression Analysis*, Second Edition, New York: John Wiley & Sons, Inc.

Engle, R.F., Granger, C.W.J., Rice, J., and Weiss, A., (1986). Semiparametric Estimates of the Relation between Weather and Electricity Sales, *Journal of the American Statistical Assosiation,* 81, 310-320.

Eubank, R.L., (1988). *Spline Smoothing and Nonparametric Regression*, Marcel Dekker, New York.

Fan, B.J., (1993). Lokal Linear Regression Smoothers and Their Minimax Efficiencies, *The Annals of Statistics*, 21, 196-216.

Ferguson, I.S., (1996). *A Course in Large Sample Theory*, Madras, New York.

Hardle, G., (1990). *Applied Nonparametric Regression,* Combridge University Press, New York.

Hardle, G., (1991). *Smoothing Techniques with Implementation in S,* Springer-Verlag, New York.

Liang, H., Wang, S., Robins, M., and Carroll, R.J., (2004). Estimation in Partially Linear Models with Missing Covariates, *Journal of the American Statistical Assosiation*, 99, 357-367.

Little, R.A., and Rubin, D.B., (2002). *Statistical Analysis with Missing Data,* Awiley-Interscience Publication, Canada.

Racine, J. (1998), *Bias-Corrected Kernel Regresssion*, Departement of Economics, University of South Florida, Tampa, FL., USA 33620.

Robins, J.M., Mark, S.D., and Newey, W.K., (1992). Estimating Exposure Effect by Modelling the Expectation of Exposure Condition on Confounders, *Biometrics*, 48, 479-495.

Robins, J.M., Rotnitzky, A., and Zhao, L.P., (1994). Estimastion of Regression Coefficients when Some Regressor are not Always Observed, *Journal of the American Statistical Assosiation*, 89, 846-866.

Sen, P.K., and Singer, J.M., (1996). *Large Sample Methode in Statistics: An Introduction with Application*, Chapman and Hall, London.

Wand, M.P., and Jones, M.C., (1995). *Kernel Smoothing*, Chapman and Hall, London.

Wang, C.Y., Wang, S., Zhon, L., Gutierrez, R.G., and Carrol, R.J., (1998). Local Linier Regression for Generalized Linier Models with Missing Data, *The Annals of Statistics,* 26, 1028-1050.

Yahya, I., (2005). *Analisis Regresi Semiparametrik pada Kasus Hilangnya Respon*, Tesis ITS, Surabaya.

LAMPIRAN

LAMPIRAN 1 Program Pemilihan *Bandwidth* Optimal untuk Estimator Nadaraya-Watson

```
clear
clc
cla
%inisialisasi variabel
beta=0.2
alfa=2
h1=0.01
h2=0.06
h=h1
kh=0.0001
met=2
fid = fopen('200_0%001.txt','rt');
AA = fscanf(fid,'%g',[3,inf]);
A=AA';
n=length(AA)
x=A(:,1);
z1=A(:,2);
err=A(:,3);
delta=ones(n,1);
fclose(fid);
if met==1
  v=exp(5*z1)+1;
else
  v=sin(2*pi*z1);
end
y = beta*x+v;
y = y+err;
%simpan data z1 dan y
data=[x z1 y]'
fid = fopen('1.txt','wt');
fprintf(fid,'%5.8f\t %5.8f\t %5.8f\n',data);
fclose(fid);
u= alfa*y+v;
p=normcdf(u,0,1);
yp = beta*x + err
bhetp=inv(x' * x) * x' * yp;
yhetp= bhetp * x;
%simpan data z1 dan y
data=[x z1 y yhetp]'
fid = fopen('1.txt','wt');
fprintf(fid,'%5.8f\t %5.8f\t %5.8f\t %5.8f\n',data);
fclose(fid);
%=============================== Menghitung Bobot ===============================
ih=0;
gsvopt=9999999
while h <= h2;
            ih=ih+1;
    z2 = h + z1;
    for i=1:n,
     for j=1:n,
      if x(j)==0  % data lengkap
         Khp(j,i) = 0;
      else
         Khp(j,i) = exp((-((z1(j)-z1(i))/h)^2)/2)/sqrt(2*pi)/n*delta(i)/p(i) ;
      end
      tmp1(j,i) = Khp(j,i)/n;
```

```
      tmp2(j,i) = Khp(j,i)/n * y(j);
      tmp3(j,i) = Khp(j,i)/n * ((z1(j)-z1(i))/h);
      tmp4(j,i) = Khp(j,i)/n * ((z1(j)-z1(i))/h) * y(j);
      tmp5(j,i) = Khp(j,i)/n * (((z1(j)-z1(i))/h)^2);
    end
    jumtmp1(i) = sum(tmp1(:,i));
    jumtmp2(i) = sum(tmp2(:,i));
    jumtmp3(i) = sum(tmp3(:,i));
    jumtmp4(i) = sum(tmp4(:,i));
    jumtmp5(i) = sum(tmp5(:,i));
    vhet1(i) = jumtmp2(i) / jumtmp1(i);
       for j=1:n
     w(j,i) = tmp1(j,i);
    end
    jumw(i)= sum(w(:,i));
        end
        H=zeros(n);
        for i=1:n,
     for j=1:n,
       H(j,i) = w(j,i) / jumw(i);
     end
        end
        iden=eye(n);
        K = H * x;
        XK = x + K;
        PK = XK * inv(XK' * XK) * XK';
        PH = PK * (iden - H) + H;
        bhet = inv(XK' * XK) * XK' * (iden - H) * y;
   yhet1=vhet1'+yhetp
        sst = y' * y;
        ssr = yhet1' * y;
        sse = sst - ssr;
        rsqr(ih)=1-(sse/sst);
        mse(ih) = sse / n;
        tr=sum(diag(PH));
   for j=1:n,
     for i=1:n,
       tmp3(j,i) = w(j,i) * y(i);
     end
     jumtmp3(j)=sum(tmp3(j,:));
     vhet(j)=jumtmp3(j) / jumw(j);
        end
   temp=0;
   for i=1:n
      temp = temp + (y(i)-yhet1(i))^2;
   end
   gcv(ih) = (1/n)*temp / (1-(1/n)*tr)^2;
   h=h+kh
end
rsqr1=rsqr';
gcv1=gcv'
[gcvopt iopt]=min(gcv)
rsqropt=rsqr(iopt)
mseopt=mse(iopt)
hopt=h1 + (iopt-1) * kh
figure(1)
plot(h1:kh:h1+(ih-1)*kh, gcv)
xlabel('h')
ylabel('gsv')
```

LAMPIRAN 2 Program Pemilihan *Bandwidth* Optimal untuk Estimator Lokal Linear

```
clear all
clc
cla
%inisialisasi variabel
beta=0.2
alfa=2
h1=0.02
h2=0.06
h=h1
kh=0.0001
met=2
fid = fopen('200_0%001.txt','rt');
AA = fscanf(fid,'%g',[3,inf]);
A=AA';
n=length(AA)
x=A(:,1);
z1=A(:,2);
err=A(:,3);
delta=ones(n,1);
fclose(fid);
  if met==1
        v=exp(5*z1)+1;
          else
              v=sin(2*pi*z1);
    end
        y = beta*x+v;
        y = y+err;
        %simpan data z1 dan y
        data=[x z1 y]';
fid = fopen('2.txt','wt');
fprintf(fid,'%5.8f\t %5.8f\t %5.8f\n',data);
fclose(fid);
        u= alfa*y+v;
        p=normcdf(u,0,1);
        yp = beta*x + err;
        bhetp=inv(x' * x) * x' * yp;
        yhetp= bhetp * x;
        %simpan data z1 dan y
        data=[x z1 y yhetp]'
        fid = fopen('1.txt','wt');
        fprintf(fid,'%5.8f\t %5.8f\t %5.8f\t %5.8f\n',data);
        fclose(fid);
%========================== Menghitung Bobot ==========================
ih=0;
gsvopt=9999999;
while h <= h2;
        ih=ih+1;
         z2 = h + z1;
        for i=1:n,
            for j=1:n,
                if x(j)==0
                    Khp(j,i) = 0;
                      else
                        Khp(j,i) = exp((-((z1(j)-z1(i))/h)^2)/2)/sqrt(2*pi)/n*delta(i)/p(i);
                    end
            tmp1(j,i) = Khp(j,i)/n;
            tmp2(j,i) = Khp(j,i)/n * y(j);
```

```
          tmp3(j,i) = Khp(j,i)/n * ((z1(j)-z1(i))/h);
          tmp4(j,i) = Khp(j,i)/n * ((z1(j)-z1(i))/h) * y(j);
          tmp5(j,i) = Khp(j,i)/n * (((z1(j)-z1(i))/h)^2);
    end
 jumtmp1(i) = sum(tmp1(:,i));
 jumtmp2(i) = sum(tmp2(:,i));
 jumtmp3(i) = sum(tmp3(:,i));
 jumtmp4(i) = sum(tmp4(:,i));
 jumtmp5(i) = sum(tmp5(:,i));
 vhet1(i) = jumtmp2(i) / jumtmp1(i);
 for j=1:n
      w(j,i)=(tmp1(j,i) * (jumtmp5(i) - jumtmp3(i)) * tmp1(j,i));
  end
    jumw(i)= sum(w(:,i));
          end
          H=zeros(n);
for i=1:n,
     for j=1:n,
       H(j,i) = w(j,i) / jumw(i);
     end
end
          iden=eye(n);
          K = H * x;
          XK = x + K;
          PK = XK * inv(XK' * XK) * XK';
          PH = PK * (iden - H) + H;
          bhet = inv(XK' * XK) * XK' * (iden - H) * y;
          yhet = PH * (v + beta * x + err);
    yhet1=yhetp+vhet';
    yhet2=yhetp+vhet1';
          sst = y' * y;
          ssr = yhet1' * y;
          sse = (y(i)-yhet1(i))^2;
          rsqr(ih)=1-(sse/sst);
          mse(ih) = sse / n;
          tr=sum(diag(PH));
    for j=1:n,
      for i=1:n,
        tmp3(j,i) = w(j,i) * y(i);
      end
      jumtmp3(j)=sum(tmp3(j,:));
      vhet(j)=jumtmp3(j) / jumw(j);
          end
    temp=0;
    for i=1:n
       temp = temp + (y(i)-yhet1(i))^2;
    end
    gcv(ih) = (1/n)*temp / (1-(1/n)*tr)^2;
    h=h+kh
 end
 rsqr1=rsqr';
 gcv1=gcv'
 [gcvopt iopt]=min(gcv)
 rsqropt=rsqr(iopt)
 mseopt=mse(iopt)
 hopt=h1 + (iopt-1) * kh
 figure(1)
 plot(h1:kh:h1+(ih-1)*kh, gcv)
```

LAMPIRAN 3 Program Estimasi Semiparametrik untuk Estimator Lokal Linear dan Nadaraya-Watson

```
clear
clc
%baca data
fid = fopen('baru1.txt','rt');
AA = fscanf(fid,'%g',[3,inf]);
A=AA';
n=length(AA)
x=A(:,1);
z1=A(:,2);
y=A(:,3);
yp= 0.2 * x
fclose(fid);
h=0.0219;
for i=1:n,
 for j=1:n,
   Khp(j,i) = exp((-((z1(j)-z1(i))/h)^2)/2)/sqrt(2*pi)/n;
   tmp1(j,i) = Khp(j,i)/n;
   tmp2(j,i) = Khp(j,i)/n * y(j);
   tmp3(j,i) = Khp(j,i)/n * (z1(j)-z1(i));
   tmp4(j,i) = Khp(j,i)/n * (z1(j)-z1(i)) * y(j);
   tmp5(j,i) = Khp(j,i)/n * (z1(j)-z1(i))^2;
 end
 jumtmp1(i) = sum(tmp1(:,i));
 jumtmp2(i) = sum(tmp2(:,i));
 jumtmp3(i) = sum(tmp3(:,i));
 jumtmp4(i) = sum(tmp4(:,i));
 jumtmp5(i) = sum(tmp5(:,i));
 vhet1(i) = jumtmp2(i) / jumtmp1(i);
 vhet(i) = (jumtmp2(i) * jumtmp5(i) - jumtmp4(i) * jumtmp3(i)) / (jumtmp1(i) * jumtmp5(i) - jumtmp3(i)^2);
 yhet(i)=yp(i)+vhet(i);
 yhet1(i)=yp(i)+vhet1(i);
end
 data1=[yhet' x z1];
 %data2=[yhet1' x z1];
%data3=[y z1 x yhet' yhet1'];
%data4=[yhet' yhet1']
data5=[x z1 y yhet' ];
data6=[x z1 y yhet1' ]
```

LAMPIRAN 4 Program Mencari Interval Konfidensi 95%

```
clear all
clc
cla
beta=0.2;
alfa=2;
fid = fopen('200_0%001.txt','rt');
AA = fscanf(fid,'%g',[3,inf]);
A=AA';
n=length(AA);
x=A(:,1);
z1=A(:,2);
err=A(:,3);
delta=ones(n,1);
fclose(fid);
v=sin(2*pi*z1);
y = beta*x+v;
y = y+err;
u= alfa*y+v;
p=normcdf(u,0,1);
yp = beta*x + err;
bhetp=inv(x' * x) * x' * yp
yhetp= 0.2 * x;
h=0.041
z2 = h + z1;
for i=1:n,
 for j=1:n,
  if x(j)==0 % data lengkap
     Khp(j,i) = 0;
  else
     Khp(j,i) = exp((-((z1(j)-z1(i))/h)^2)/2)/sqrt(2*pi)/n*delta(i)/p(i) ;
  end
  tmp1(j,i) = Khp(j,i)/n;
  tmp2(j,i) = Khp(j,i)/n * y(j);
  tmp3(j,i) = Khp(j,i)/n * ((z1(j)-z1(i))/h);
  tmp4(j,i) = Khp(j,i)/n * ((z1(j)-z1(i))/h) * y(j);
  tmp5(j,i) = Khp(j,i)/n * (((z1(j)-z1(i))/h)^2);
 end
 jumtmp1(i) = sum(tmp1(:,i));
 jumtmp2(i) = sum(tmp2(:,i));
 jumtmp3(i) = sum(tmp3(:,i));
 jumtmp4(i) = sum(tmp4(:,i));
 jumtmp5(i) = sum(tmp5(:,i));
 %vhet1(i) = jumtmp2(i) / jumtmp1(i);
 vhet(i) = (jumtmp2(i) * jumtmp5(i) - jumtmp4(i) * jumtmp3(i)) / (jumtmp1(i) * jumtmp5(i) - jumtmp3(i)^2);
 for j=1:n
  w(j,i) = tmp1(j,i) * jumtmp5(i) - jumtmp3(i) * tmp3(j,i);
  %w(j,i) = tmp1(j,i);
 end
 jumw(i)= sum(w(:,i));
end
H=zeros(n);
for i=1:n,
  for j=1:n,
    H(j,i) = w(j,i) / jumw(i);
  end
end
iden=eye(n);
```

```
K = H * x;
XK = x + K;
PK = XK * inv(XK' * XK) * XK';
PH = PK * (iden - H) + H;
bhet = inv(XK' * XK) * XK' * (iden - H) * y;
yhet = PH * (v + beta * x + err);
yhet1=yhetp+vhet';
tr=sum(diag(PH));
for j=1:n,
  for i=1:n,
    tmp3(j,i) = w(j,i) * y(i);
  end
  jumtmp3(j)=sum(tmp3(j,:));
  vhet(j)=jumtmp3(j) / jumw(j);
end
temp=0;
for i=1:n
   temp = temp+(y(i)-yhet1(i))^2;
end
sigma = temp / (1-(1/n)*tr);
for j=1:n,
    f11(j) = yhet1(j) + 1.96 * sqrt(sigma * H(j,j));
    f21(j) = yhet1(j) - 1.96 * sqrt(sigma * H(j,j));
end
data=[f11' f21'];
```

LAMPIRAN 5 Ringkasan Hasil Simulasi Nilai *h* Optimal dan GCV Minimum untuk Data Lengkap dan Data Hilang Estimator Lokal Linier

Sampel Berukuran n = 200				Sampel Berukuran n = 100			
σ^2	Data Hilang	h optimal	GCV	σ^2	Data Hilang	h optimal	GCV
0,01	Data lengkap (0%)	0,0374	0,0145	0,01	Data lengkap (0%)	0,0537	0,0245
	5%	0,0396	0,0149		5%	0,0507	0,0124
	10%	0,0377	0,0147		10%	0,0516	0,013
	20%	0,0389	0,015		20%	0,129	0,3859
	30%	0,0372	0,0151		30%	0,1151	0,2664
	35%	0,0409	0,0165		35%	0,119	0,3145
	40%	0,0375	0,0139		40%	0,1163	0,3147
	45%	0,0434	0,016		45%	0,1007	0,3711
0,1	Data lengkap (0%)	0,042	0,0236	0,1	Data lengkap (0%)	0,0537	0,0245
	5%	0,0436	0,024		5%	0,0516	0,0232
	10%	0,0441	0,0232		10%	0,0529	0,028
	20%	0,0396	0,0239		20%	0,0505	0,0312
	30%	0,0433	0,0257		30%	0,0499	0,0238
	35%	0,0403	0,0232		35%	0,0591	0,0286
	40%	0,0416	0,0225		40%	0,0576	0,023
	45%	0,0401	0,0247		45%	0,0496	0,0305

LAMPIRAN 6 Hasil Estimasi Regresi Semiparametrik pada Data Lengkap dengan Menggunakan Pendekatan Lokal Linear

No.	X	Y	$\hat{Y}_{LL}$
1	0,4931	0,5031	-0,0179
2	0,5648	0,0642	0,5648
3	0,639	0,0345	0,639
4	0	0,7416	-0,0143
5	0	0,8051	0,3182
6	0,7779	0,5152	0,7779
7	0	0,8958	0,1254
8	0,3953	0,8346	0,3953
9	0	0,1066	0,5342
10	0,0439	0,9582	0,0439
11	0,737	0,0739	0,737
12	0	0,6969	0,5969
13	0,5733	0,6043	0,5733
14	0	0,6058	0,8108
15	0,7589	0,4355	0,7589
16	0	0,4423	0,2538
17	0,107	0,2184	0,107
18	0	0,2537	0,5442
19	0,6779	0,9384	0,6779
20	0	0,7086	0,1234
21	0	0,8628	0,1446
22	0,2937	0,7093	0,2937
23	0,8722	0,3465	0,8722
24	0,3073	0,4789	0,3073
25	0,9449	0,0411	0,9449
26	0,044	0,6323	0,044
27	0,4546	0,4715	0,4546
28	0,8865	0,3772	0,8865
29	0,3752	0,4835	0,3752
30	0,3092	0,7988	0,3092
31	0,7266	0,7376	0,7266
32	0,9146	0,3116	0,9146

No.	X	Y	$\hat{Y}_{II}$
33	0	0,6143	0,4823
34	0,3475	0,2343	0,3475
35	0,4703	0,2417	0,4703
36	0,8874	0,5741	0,8874
37	0	0,6555	-0,0021
38	0,9544	0,2958	0,9544
39	0,9293	0,2558	0,9293
40	0	0,0324	-0,0034
41	0,4234	0,5457	0,4234
42	0,755	0,3808	0,755
43	0,9822	0,5173	0,9822
44	0	0,2526	0
45	0,3793	0,7212	0,3793
46	0,4265	0,4105	0,4265
47	0,8482	0,206	0,8482
48	0,661	0,8274	0,661
49	0,4272	0,8039	0,4272
50	0,1943	0,0747	0,1943
51	0,6368	0,3412	0,6368
52	0,6912	0,1866	0,6912
53	0,1668	0,599	0,1668
54	0,8374	0,1058	0,8374
55	0,4199	0,5627	0,4199
56	0,5092	0,9668	0,5092
57	0,819	0,4044	0,819
58	0,281	0,1866	0,281
59	0,5631	0,7992	0,5631
60	0,8699	0,3804	0,8699
61	0,6857	0,0414	0,6857
62	0,9006	0,6634	0,9006
63	0,514	0,9108	0,514
64	0,1515	0,5981	0,1515
65	0,7775	0,3167	0,7775
66	0,4023	0,2743	0,4023
67	0	0,5529	-0,0072

No.	X	Y	$\hat{Y}_{II}$
68	0,5686	0,4536	0,5686
69	0,5686	0,6754	0,5686
70	0,7794	0,2661	0,7794
71	0,7753	0,1132	0,7753
72	0,4019	0,1066	0,4019
73	0	0,0805	-0,0127
74	0	0,268	0,014
75	0,3662	0,5067	0,3662
76	0,2813	0,795	0,2813
77	0,3431	0,8104	0,3431
78	0,2017	0,2516	0,2017
79	0	0,5367	-0,0147
80	0,4686	0,3799	0,4686
81	0,2767	0,7315	0,2767
82	0,0016	0,1262	0,0016
83	0,1118	0,2267	0,1118
84	0,2551	0,2409	0,2551
85	0,2457	0,7239	0,2457
86	0,0177	0,784	0,0177
87	0,6479	0,0628	0,6479
88	0,1202	0,9656	0,1202
89	0,2484	0,9545	0,2484
90	0,0641	0,164	0,0641
91	0,6259	0,2417	0,6259
92	0,5726	0,0016	0,5726
93	0,5178	0,2547	0,5178
94	0,3629	0,9761	0,3629
95	0,0557	0,6218	0,0557
96	0,6979	0,8171	0,6979
97	0	0,2345	0,0182
98	0,402	0,6588	0,402
99	0,9878	0,1197	0,9878
100	0,3904	0,164	0,3904
101	0,8952	0,7002	-0,0425
102	0	0,4498	0,1433

No.	X	Y	$\hat{Y}_{II}$
103	0,1434	0,8914	0,1107
104	0,4181	0,6213	-0,2182
105	0,8023	0,7413	0,0211
106	0	0,3401	-0,1505
107	0,3746	0,8749	0,1851
108	0,6246	0,061	-0,0899
109	0	0,3456	0,0305
110	0	0,1521	-0,1134
111	0,8919	0,1713	0,1852
112	0,9287	0,9393	0,0489
113	0,9407	0,3552	0,0322
114	0,0276	0,1273	0,119
115	0,7593	0,7838	0,0345
116	0,7336	0,9648	0,1057
117	0,6733	0,2899	-0,0799
118	0,8491	0,853	-0,138
119	0,6267	0,2869	-0,2098
120	0,9548	0,1046	0,0474
121	0,5641	0,3549	0,0252
122	0,4494	0,4811	-0,0811
123	0,6681	0,9537	-0,1021
124	0,6684	0,9518	-0,1158
125	0,0814	0,4213	0,068
126	0	0,6428	0,0057
127	0,5249	0,8317	0,1318
128	0	0,2524	0,0476
129	0	0,4421	-0,0698
130	0,3071	0,16	-0,0731
131	0,2723	0,8877	-0,1195
132	0,2624	0,4245	-0,1011
133	0,8015	0,0772	0,0322
134	0,7891	0,3587	-0,1555
135	0	0,7562	-0,1884
136	0	0,6156	0,0237
137	0,319	0,8219	0,0459

No.	X	Y	$\hat{Y}_{II}$
138	0,6964	0,3277	-0,1266
139	0,7761	0,582	0,1089
140	0,067	0,9062	-0,0319
141	0,7625	0,5575	0,0986
142	0	0,4937	-0,0558
143	0,4589	0,9752	-0,0335
144	0,5922	0,5532	0,0152
145	0	0,4743	0,2819
146	0,3941	0,551	0,0772
147	0,9068	0,1055	0,0494
148	0,6377	0,7768	0,0477
149	0,0582	0,3317	0,0003
150	0,3123	0,3826	-0,1068
151	0	0,8476	0,1367
152	0,7541	0,1477	-0,0178
153	0	0,36	-0,0616
154	0,65	0,0355	-0,1804
155	0,9327	0,4281	-0,0201
156	0,065	0,2072	-0,1504
157	0,4398	0,6282	-0,0907
158	0,9627	0,0613	0,0394
159	0,3041	0,5045	0,0996
160	0,2115	0,0931	0,0089
161	0,1652	0,7867	0,1212
162	0,8393	0,4146	0,092
163	0	0,9506	-0,1297
164	0,6717	0,3051	0,176
165	0	0,4174	0,0004
166	0	0,5091	-0,0048
167	0,9349	0,1683	-0,2355
168	0	0,0216	-0,1268
169	0,2742	0,2423	0,0417
170	0,2514	0,739	-0,1398
171	0,8013	0,5731	-0,0509
172	0,2165	0,8814	0,0427

No.	X	Y	$\hat{Y}_{U}$
173	0,3736	0,7725	0,0034
174	0,6477	0,6576	-0,0276
175	0,1576	0,2968	-0,0012
176	0,6733	0,6627	0,068
177	0,7654	0,2553	-0,0364
178	0,208	0,7639	-0,0222
179	0,8597	0,6027	-0,0192
180	0	0,4581	-0,0669
181	0	0,4267	-0,0077
182	0,5156	0,2641	0,2045
183	0,3456	0,0952	-0,0045
184	0	0,7814	-0,0424
185	0,4242	0,2944	-0,0859
186	0,7997	0,8698	0,0838
187	0,6151	0,0074	0,1899
188	0	0,109	-0,0029
189	0,7305	0,2047	-0,0132
190	0,462	0,6422	0,2266
191	0,5638	0,9353	-0,0462
192	0,217	0,3922	-0,022
193	0,8308	0,3545	-0,0199
194	0,9477	0,036	0,0883
195	0,7881	0,9152	-0,155
196	0,2114	0,0426	0,043
197	0,2598	0,8361	-0,1123
198	0,7105	0,6212	-0,0298
199	0,9908	0,7416	-0,0532
200	0,0616	0,0243	0,0093

LAMPIRAN 7 Hasil Estimasi Regresi Semiparametrik dengan Lokal Linear untuk Data Lengkap, 5%, 10%, 20%, 30%, 35%, 40%, dan 45% Data Hilang

Y	$\hat{Y}_{lengkap}$	$\hat{Y}_{5\%}$	$\hat{Y}_{10\%}$	$\hat{Y}_{20\%}$	$\hat{Y}_{30\%}$	$\hat{Y}_{35\%}$	$\hat{Y}_{40\%}$	$\hat{Y}_{45\%}$
-0,5731	-0,4329	-0,4336	-0,5003	-0,4328	-0,4246	-0,4329	-0,4863	-0,4386
0,0344	0,1422	0,1423	0,1411	0,1444	0,0752	0,1482	0,1378	0,0781
1,0075	1,0431	1,0456	1,0446	0,9941	1,0501	1,0106	1,0502	1,0469
-0,6755	-0,4997	-0,4986	-0,4992	-0,5006	-0,6517	-0,4998	-0,6511	-0,4872
-0,3137	-0,1615	-0,1619	-0,3424	-0,1599	-0,1567	-0,3423	-0,1519	-0,348
0,9607	1,0103	1,0125	1,011	1,0092	1,0171	1,023	0,9825	1,0165
0,0733	0,1826	0,1826	0,1817	0,1849	0,1234	0,1273	0,1153	0,1274
-0,9903	-0,7984	-0,7988	-0,8011	-0,8014	-0,8038	-0,7858	-0,8019	-0,7927
0,8227	0,8663	0,868	0,8627	0,8657	0,8416	0,8701	0,83	0,8854
-0,8875	-0,7099	-0,7102	-0,8101	-0,7067	-0,7159	-0,6968	-0,7132	-0,6981
-0,1078	0,0031	-0,0804	-0,0026	-0,0057	0,0152	-0,0672	0,0113	-0,1169
-0,6194	-0,4518	-0,4514	-0,4508	-0,4528	-0,5905	-0,4526	-0,5868	-0,4475
-0,9559	-0,7962	-0,7982	-0,7945	-0,7908	-0,7998	-0,7861	-0,798	-0,8187
0,9197	0,9492	0,9534	0,9563	0,9541	0,9515	0,9467	0,9636	0,9431
0,4097	0,5117	0,5114	0,5122	0,5141	0,3147	0,5231	0,3065	0,3217
-0,1381	-0,0132	-0,0096	-0,0176	-0,0213	-0,0024	0,0039	-0,0071	-0,0388
-0,1069	0,0141	-0,0867	-0,0877	0,0161	0,0177	-0,0841	-0,088	-0,0839
-0,7682	-0,6052	-0,6056	-0,5962	-0,5965	-0,6032	-0,6046	-0,6096	-0,5877
-0,7108	-0,5256	-0,5243	-0,5255	-0,5261	-0,6822	-0,6871	-0,5202	-0,6738
-0,9518	-0,776	-0,7776	-0,7785	-0,7719	-0,7834	-0,7609	-0,8315	-0,7754
-0,1417	-0,0249	-0,0215	-0,0291	-0,2053	-0,0143	-0,0081	-0,0191	-0,2235
0,5749	0,6725	0,6739	0,6226	0,684	0,6262	0,6795	0,6103	0,681
-0,2376	-0,1215	-0,1217	-0,1224	-0,1196	-0,1176	-0,1209	-0,1174	-0,2306
0,3877	0,5122	0,5117	0,5146	0,3327	0,5151	0,5097	0,3022	0,5307
-0,7997	-0,594	-0,5929	-0,5952	-0,5929	-0,7468	-0,5882	-0,5945	-0,7302
0,7929	0,8534	0,8547	0,8588	0,8668	0,8617	0,7086	0,6955	0,8596
-0,6932	-0,5229	-0,5224	-0,5219	-0,524	-0,6089	-0,5237	-0,5111	-0,6124
-0,4235	-0,2624	-0,2631	-0,2622	-0,2612	-0,2564	-0,262	-0,3926	-0,2682
0,5182	0,5957	0,597	0,5859	0,5911	0,5894	0,6008	0,5864	0,5902
1,1	1,1291	1,1339	1,1322	1,1358	1,1315	1,1548	1,1444	1,1256
0,9869	1,0193	1,0216	1,0204	1,0185	1,0262	1,0338	0,9928	1,0241
-0,8046	-0,6127	-0,6117	-0,6141	-0,6114	-0,613	-0,7481	-0,6138	-0,7371
-0,1723	-0,0631	-0,0632	-0,0643	-0,0612	-0,0979	-0,0609	-0,064	-0,0605
0,594	0,6725	0,6718	0,6717	0,6739	0,6093	0,6841	0,5968	0,6235
0,9195	0,9433	0,9452	0,9398	0,9426	0,9452	0,9471	0,9345	0,9624
0,0918	0,2227	0,2324	0,0356	0,2137	0,2358	0,063	0,2341	0,0114
-0,4006	-0,2465	-0,2472	-0,2463	-0,2453	-0,2405	-0,2461	-0,3949	-0,2522
0,5684	0,6393	0,6384	0,6402	0,6412	0,4818	0,6528	0,6296	0,4918
1,0998	1,1447	1,1482	1,1473	1,0253	1,1497	1,1688	1,0349	1,1439
-0,6733	-0,5021	-0,5014	-0,5012	-0,5032	-0,4939	-0,6298	-0,4911	-0,6221
-0,5826	-0,4302	-0,4306	-0,4291	-0,4305	-0,5193	-0,4304	-0,5131	-0,434

Y	$\hat{Y}_{lengkap}$	$\hat{Y}_{5\%}$	$\hat{Y}_{10\%}$	$\hat{Y}_{20\%}$	$\hat{Y}_{30\%}$	$\hat{Y}_{35\%}$	$\hat{Y}_{40\%}$	$\hat{Y}_{45\%}$
0,7593	0,8239	0,8034	0,8304	0,8163	0,8102	0,8131	0,8275	0,8235
0,017	0,1152	0,1152	0,114	0,1173	0,1184	0,1209	0,1108	0,1219
0,7399	0,8155	0,8163	0,8215	0,8292	0,8235	0,8267	0,8164	0,7628
-0,7464	-0,5888	-0,5893	-0,7238	-0,7241	-0,587	-0,5879	-0,7371	-0,5717
1,185	1,1756	1,1823	1,1795	1,1869	1,175	1,195	1,1926	1,171
-0,8406	-0,6697	-0,6714	-0,6704	-0,6648	-0,8338	-0,815	-0,671	-0,8306
1,0694	1,1016	1,1043	1,1034	1,102	1,1083	1,1199	1,0106	1,1046
-0,0974	0,0089	0,0129	0,004	-0,1582	0,0201	0,0265	0,0157	-0,1787
1,0197	1,0423	1,0482	1,0459	1,0521	1,0265	1,048	1,0587	1,0366
1,1223	1,1505	1,1564	1,1539	1,1598	1,1511	1,174	1,0445	1,0227
0,5218	0,6005	0,5995	0,6013	0,4979	0,6004	0,5095	0,486	0,6122
-0,8228	-0,6524	-0,6529	-0,6434	-0,6437	-0,6502	-0,6518	-0,6568	-0,7085
1,0465	1,0772	1,0828	1,0323	1,0861	1,0298	1,0524	1,0934	1,0722
-0,832	-0,6612	-0,6624	-0,664	-0,824	-0,669	-0,6458	-0,8304	-0,6581
-0,0245	0,0872	0,0871	0,0861	0,0893	0,0904	0,0932	0,0825	0,0863
0,3951	0,5229	0,523	0,5263	0,5237	0,3996	0,3924	0,3683	0,5393
-0,6442	-0,4774	-0,4772	-0,4763	-0,5935	-0,4686	-0,4782	-0,464	-0,5905
-0,3429	-0,2037	-0,2042	-0,2038	-0,2022	-0,1986	-0,2034	-0,1932	-0,2084
0,3795	0,5148	0,5144	0,5174	0,338	0,3447	0,3384	0,3079	0,5332
-0,6727	-0,5402	-0,5404	-0,5312	-0,5314	-0,5382	-0,5396	-0,5445	-0,7021
-0,5376	-0,3944	-0,3929	-0,3879	-0,3901	-0,3899	-0,3893	-0,3977	-0,3819
-0,9184	-0,7404	-0,742	-0,7426	-0,7361	-0,7477	-0,7254	-0,7423	-0,7404
-0,9271	-0,7271	-0,7278	-0,7302	-0,8108	-0,8205	-0,8002	-0,8174	-0,8055
-0,7271	-0,5259	-0,6847	-0,5258	-0,5264	-0,5205	-0,5249	-0,5203	-0,5103
-0,8672	-0,7028	-0,7044	-0,7948	-0,7928	-0,7043	-0,6965	-0,8018	-0,6968
1,0562	1,0928	1,0967	1,0999	1,1066	0,9293	0,9321	1,1065	0,9204
0,2146	0,3675	0,3651	0,3656	0,1564	0,3636	0,3669	0,1099	0,3913
0,6518	0,7447	0,7463	0,7495	0,7551	0,7527	0,7499	0,7355	0,5879
-0,8894	-0,7115	-0,7124	-0,7145	-0,7077	-0,8288	-0,8069	-0,8247	-0,705
0,2351	0,3604	0,3596	0,3629	0,3279	0,3636	0,3577	0,326	0,3485
0,6049	0,7053	0,7067	0,6278	0,717	0,6314	0,6298	0,6986	0,7139
-0,4355	-0,2808	-0,2815	-0,2804	-0,2799	-0,2742	-0,2805	-0,4208	-0,4418
-0,4864	-0,3614	-0,3596	-0,3596	-0,3633	-0,3543	-0,351	-0,3619	-0,364
0,5892	0,6379	0,6371	0,6369	0,6237	0,6223	0,6336	0,6251	0,6371
0,3514	0,4824	0,4818	0,4847	0,4788	0,4852	0,4799	0,2945	0,5009
-0,4098	-0,2799	-0,2777	-0,282	-0,2864	-0,2702	-0,2816	-0,2768	-0,2982
-0,8677	-0,7113	-0,713	-0,7078	-0,7998	-0,8078	-0,7038	-0,7134	-0,8026
0,0635	0,1563	0,1565	0,0424	0,1585	0,1595	0,0488	0,0394	0,1632
0,8997	0,9547	0,9559	0,9615	0,9684	0,961	0,9639	0,961	0,8345
-0,2143	-0,0896	-0,086	-0,0941	-0,1799	-0,16	-0,0725	-0,1654	-0,1167
-0,7831	-0,5884	-0,5875	-0,5901	-0,5867	-0,5899	-0,5806	-0,5902	-0,7479
0,8025	0,8346	0,8359	0,8086	0,8343	0,8134	0,8165	0,8012	0,8541
0,3405	0,4356	0,4354	0,4359	0,2813	0,4369	0,2895	0,4295	0,2873
1,1187	1,1644	1,1681	1,1671	1,1679	1,1692	1,1888	1,1775	1,0211

Y	$\hat{Y}_{lengkap}$	$\hat{Y}_{5\%}$	$\hat{Y}_{10\%}$	$\hat{Y}_{20\%}$	$\hat{Y}_{30\%}$	$\hat{Y}_{35\%}$	$\hat{Y}_{40\%}$	$\hat{Y}_{45\%}$
-0,6129	-0,4582	-0,459	-0,4572	-0,4583	-0,4941	-0,5028	-0,4876	-0,4641
-0,8395	-0,6824	-0,6828	-0,6731	-0,6739	-0,6797	-0,6821	-0,6872	-0,6876
0,5541	0,6552	0,6543	0,6557	0,5302	0,655	0,6684	0,5176	0,5402
-0,4316	-0,2871	-0,2878	-0,2866	-0,2861	-0,4258	-0,4327	-0,4195	-0,2932
0,6627	0,7665	0,7681	0,7713	0,777	0,7744	0,7719	0,7575	0,7776
-0,7592	-0,6218	-0,6213	-0,6247	-0,6265	-0,6295	-0,62	-0,6265	-0,6175
-0,5767	-0,4396	-0,438	-0,4374	-0,4412	-0,4325	-0,4339	-0,4447	-0,4418
0,0285	0,1494	0,1562	0,1428	-0,0453	0,1618	0,1685	0,1589	-0,0685
-0,7745	-0,6242	-0,6258	-0,6239	-0,6189	-0,6294	-0,612	-0,8263	-0,624
-0,5988	-0,4399	-0,4405	-0,4388	-0,44	-0,5042	-0,5131	-0,4246	-0,5186
0,7855	0,8234	0,8244	0,7759	0,8237	0,8238	0,8286	0,8112	0,8433
-0,3623	-0,2296	-0,2301	-0,2303	-0,2563	-0,2253	-0,2293	-0,2527	-0,2608
-0,291	-0,1758	-0,1731	-0,1792	-0,1834	-0,223	-0,1598	-0,1711	-0,2575
0,4653	0,5926	0,5931	0,5962	0,5946	0,5978	0,409	0,3865	0,4252
1,0721	1,1053	1,1085	1,1125	1,1191	1,1087	1,1116	1,1176	1,102
-0,7757	-0,5803	-0,5794	-0,582	-0,5787	-0,7622	-0,7545	-0,7634	-0,7445
0,4745	0,5677	0,5671	0,5688	0,57	0,5681	0,5805	0,56	0,5785
-0,5881	-0,4629	-0,4614	-0,459	-0,4913	-0,4567	-0,4548	-0,4649	-0,4886
-0,6088	-0,4504	-0,4509	-0,4493	-0,4508	-0,5261	-0,5356	-0,5201	-0,4539
-0,8416	-0,6591	-0,6599	-0,6622	-0,6552	-0,6666	-0,644	-0,6618	-0,8161
0,8487	0,8961	0,898	0,8932	0,8947	0,8993	0,8907	0,88	0,9125
-0,6332	-0,4872	-0,4859	-0,5564	-0,559	-0,4824	-0,5582	-0,4907	-0,5523
0,5188	0,6119	0,613	0,6163	0,6181	0,4927	0,6129	0,5957	0,6256
0,9065	0,9521	0,954	0,9488	0,8673	0,9544	0,9559	0,8603	0,8859
0,9442	0,988	0,9897	0,9951	1,0016	0,9933	0,8734	0,8743	0,9856
1,0618	1,0964	1,0999	1,1036	1,1102	0,9194	1,1027	1,1094	1,0928
-0,1848	-0,0619	-0,059	-0,0651	-0,0691	-0,052	-0,046	-0,0574	-0,2725
0,9905	1,0249	1,0268	0,8308	1,0246	0,836	0,8382	0,8242	1,0458
0,7358	0,7909	0,7859	0,7972	0,7989	0,7986	0,8017	0,7932	0,7855
-0,8295	-0,664	-0,6657	-0,6623	-0,6584	-0,8212	-0,8078	-0,6656	-0,6625
-0,0783	0,0478	0,0528	0,0422	0,0392	0,0596	0,0661	-0,093	-0,1318
1,1112	1,1446	1,1475	1,1466	1,1456	1,1509	1,1645	1,1544	1,0091
-0,6192	-0,4752	-0,4745	-0,4664	-0,6398	-0,472	-0,6458	-0,4797	-0,4569
1,0943	1,1392	1,1423	1,1415	1,1407	1,1453	1,1604	1,1499	1,0124
0,8036	0,8882	0,8896	0,8935	0,9016	0,7036	0,8987	0,8856	0,8949
0,9076	0,9497	0,9515	0,946	0,8349	0,951	0,8392	0,8254	0,9698
0,1942	0,3022	0,302	0,3019	0,3045	0,3042	0,3113	0,2965	0,219
-0,1375	-0,032	-0,0283	-0,0366	-0,0403	-0,1559	-0,1503	-0,0256	-0,0589
-0,1549	-0,0431	-0,0396	-0,0476	-0,0513	-0,0322	-0,026	-0,1726	-0,0693
0,4801	0,5586	0,5409	0,559	0,5601	0,5586	0,5549	0,5472	0,5539
-0,7557	-0,6043	-0,604	-0,6126	-0,6056	-0,5954	-0,6053	-0,6019	-0,5995
-0,7638	-0,6105	-0,6108	-0,6014	-0,7082	-0,7142	-0,7165	-0,615	-0,5928
1,0824	1,1029	1,1084	1,1062	1,1113	1,1042	1,1274	1,1189	1,0245
0,5221	0,5951	0,5943	0,5962	0,5972	0,4324	0,6083	0,4229	0,6062

Y	$\hat{Y}_{lengkap}$	$\hat{Y}_{5\%}$	$\hat{Y}_{10\%}$	$\hat{Y}_{20\%}$	$\hat{Y}_{30\%}$	$\hat{Y}_{35\%}$	$\hat{Y}_{40\%}$	$\hat{Y}_{45\%}$
0,9115	0,9497	0,9519	0,9571	0,9633	0,9544	0,8942	0,9602	0,9458
-0,6001	-0,4533	-0,507	-0,4488	-0,4518	-0,4475	-0,4459	-0,4557	-0,5033
0,4992	0,5787	0,5776	0,5794	0,5271	0,5787	0,5386	0,5146	0,5906
0,6102	0,73	0,7316	0,7348	0,74	0,7379	0,7347	0,7201	0,5774
0,9441	0,9812	0,983	0,9774	0,9811	0,8227	0,9855	0,9707	1,0021
-0,9564	-0,794	-0,7957	-0,7964	-0,8256	-0,8013	-0,8147	-0,8318	-0,83
-0,5732	-0,4269	-0,4275	-0,4258	-0,4269	-0,4185	-0,5118	-0,4116	-0,4319
-0,8333	-0,6797	-0,6806	-0,7359	-0,6713	-0,7425	-0,6786	-0,6839	-0,7297
1,0419	1,0659	1,0682	1,0641	0,9231	1,0703	0,9308	0,9218	1,0802
-0,3329	-0,196	-0,1964	-0,1961	-0,1944	-0,1909	-0,1956	-0,1858	-0,3592
-0,5358	-0,4091	-0,4074	-0,4077	-0,4116	-0,4152	-0,412	-0,4094	-0,4137
-0,2041	-0,0689	-0,0689	-0,0698	-0,0669	-0,0651	-0,2228	-0,2196	-0,2249
0,2236	0,3261	0,3263	0,3251	0,3286	0,3285	0,3337	0,3212	0,3352
-0,0676	0,0567	-0,0298	0,0502	0,0478	-0,0233	-0,0174	-0,027	-0,0685
-0,1981	-0,0798	-0,0799	-0,0808	-0,0779	-0,0761	-0,0789	-0,077	-0,0795
0,2129	0,2825	0,2821	0,2826	0,2848	0,2523	0,2602	0,2442	0,2585
-0,2438	-0,1078	-0,108	-0,1088	-0,1059	-0,104	-0,1068	-0,1056	-0,1075
0,7961	0,8824	0,8837	0,8877	0,8958	0,8905	0,893	0,696	0,7033
-0,8505	-0,6952	-0,697	-0,6948	-0,6901	-0,7002	-0,8126	-0,6966	-0,6957
0,8829	0,9248	0,9268	0,9227	0,9232	0,9174	0,93	0,9088	0,9272
0,7303	0,7882	0,7886	0,7852	0,789	0,788	0,7956	0,7751	0,8072
-0,7845	-0,6308	-0,6306	-0,6215	-0,6581	-0,6275	-0,6652	-0,6709	-0,6488
0,946	1,0056	1,0071	1,0126	1,0193	1,0113	1,0141	1,0133	1,0041
0,9763	1,0152	1,0169	1,0113	1,0152	1,0157	1,0196	0,8055	1,0365
0,3576	0,4799	0,4795	0,4826	0,4776	0,3521	0,3456	0,448	0,3646
0,6186	0,6957	0,5056	0,6964	0,6976	0,6954	0,7092	0,4962	0,7085
0,9779	0,9992	1,0053	1,005	1,0124	0,9993	0,9961	1,0158	0,9926
-0,6227	-0,473	-0,4732	-0,4718	-0,4737	-0,5528	-0,4736	-0,5476	-0,5638
0,5602	0,6819	0,6832	0,6863	0,6883	0,6887	0,4878	0,666	0,6963
0,04	0,1375	0,1375	0,1363	0,1396	0,1406	0,1435	0,1329	0,1444
0,601	0,6864	0,6877	0,6916	0,6986	0,6951	0,6946	0,6379	0,6505
-0,9524	-0,7809	-0,7828	-0,7785	-0,7753	-0,8173	-0,8053	-0,7828	-0,7797
0,6972	0,7459	0,7452	0,7457	0,7476	0,7454	0,7585	0,5639	0,7606
-0,2672	-0,1435	-0,1403	-0,1478	-0,1518	-0,1324	-0,1687	-0,1377	-0,2127
1,0794	1,1174	1,1199	1,1182	1,1166	1,124	1,1309	1,1224	1,1242
0,617	0,6891	0,6883	0,6892	0,6908	0,6888	0,7019	0,6776	0,5744
0,013	0,1161	0,1161	0,1149	0,0514	0,0528	0,0547	0,0451	0,1226
1,066	1,0979	1,1011	1,1052	1,1117	1,1013	1,1043	1,1103	0,9034
0,1759	0,3183	0,3167	0,3194	0,31	0,3192	0,3157	0,274	0,3375
1,0476	1,0809	1,087	1,0846	1,091	1,0811	1,1026	1,0419	1,0756
-0,9463	-0,7686	-0,7695	-0,7716	-0,765	-0,7757	-0,8049	-0,7716	-0,8131
-0,2884	-0,1446	-0,145	-0,1452	-0,1429	-0,1403	-0,1443	-0,2993	-0,1475
-0,6302	-0,4919	-0,4906	-0,4864	-0,4891	-0,5303	-0,4858	-0,495	-0,5277
-0,9154	-0,7515	-0,7534	-0,7518	-0,7467	-0,7571	-0,8144	-0,753	-0,7531

Y	$\hat{Y}_{lengkap}$	$\hat{Y}_{5\%}$	$\hat{Y}_{10\%}$	$\hat{Y}_{20\%}$	$\hat{Y}_{30\%}$	$\hat{Y}_{35\%}$	$\hat{Y}_{40\%}$	$\hat{Y}_{45\%}$
-0,7223	-0,5282	-0,5272	-0,5276	-0,5291	-0,5212	-0,5283	-0,6514	-0,6485
0,9953	1,0292	1,0316	1,0308	1,0291	1,0361	1,0141	1,0368	1,0323
-0,705	-0,5374	-0,5362	-0,537	-0,5381	-0,5311	-0,537	-0,6672	-0,6611
1,1797	1,1853	1,1907	1,1885	1,1933	1,0322	1,2105	1,2013	1,1819
-0,9644	-0,788	-0,7898	-0,7895	-0,7836	-0,7946	-0,8158	-0,8319	-0,7896
-0,4161	-0,2803	-0,2809	-0,4536	-0,2795	-0,2733	-0,2799	-0,2659	-0,462
0,3243	0,4268	0,4261	0,4276	0,429	0,4277	0,3545	0,4197	0,4362
0,53	0,584	0,5829	0,5847	0,5857	0,584	0,5972	0,5034	0,5252
1,095	1,1343	1,1388	1,1373	1,1403	1,0331	1,1602	1,1492	1,1312
0,6419	0,7232	0,7245	0,7284	0,7356	0,7318	0,6618	0,7181	0,7304
-0,8243	-0,659	-0,6606	-0,6577	-0,8151	-0,6632	-0,6481	-0,822	-0,8211
1,0507	1,0872	1,0899	1,089	1,0875	1,094	1,1052	1,0957	1,0902
-0,5787	-0,4218	-0,4205	-0,4146	-0,4165	-0,4175	-0,5798	-0,4255	-0,4075
0,1806	0,3134	0,311	0,3121	0,2983	0,1862	0,1875	0,1289	0,2101
0,8026	0,8921	0,7145	0,8976	0,9057	0,9002	0,9031	0,8905	0,8978
1,1021	1,13	1,1363	1,1358	1,1435	1,1298	0,9915	1,1467	0,9754
-0,6787	-0,5182	-0,5178	-0,5172	-0,5193	-0,5096	-0,5191	-0,5998	-0,6073
-0,2533	-0,158	-0,1554	-0,1607	-0,1648	-0,262	-0,257	-0,1541	-0,1774
0,6743	0,7265	0,7264	0,7243	0,7276	0,7263	0,7356	0,6693	0,6995
0,9441	1,0052	1,0071	1,0014	1,0048	1,0063	0,8407	0,9955	1,0258
0,4216	0,5429	0,5427	0,5456	0,5409	0,5463	0,5406	0,3193	0,5612
-0,3407	-0,2186	-0,2164	-0,2187	-0,2225	-0,2107	-0,366	-0,2174	-0,388
0,316	0,4301	0,43	0,4335	0,4303	0,3923	0,4281	0,4032	0,4458
-0,7797	-0,6509	-0,6511	-0,6415	-0,6423	-0,6482	-0,7032	-0,7083	-0,6864
-0,5334	-0,3908	-0,3911	-0,3898	-0,5352	-0,3822	-0,3911	-0,3756	-0,3937
-0,7832	-0,6212	-0,6219	-0,6243	-0,6172	-0,8289	-0,606	-0,8248	-0,6138
0,1739	0,2981	0,2966	0,2996	0,2909	0,2996	0,2828	0,2563	0,3038

LAMPIRAN 8 Ringkasan Hasil Simulasi Nilai *h* Optimal dan GCV Minimum untuk Data Lengkap dan Data Hilang Estimator Lokal Linier

Sampel Berukuran n = 200				Sampel Berukuran n = 100			
σ^2	Data Hilang	h optimal	GCV	σ^2	Data Hilang	h optimal	GCV
0,01	Data lengkap (0%)	0,0374	0,0145	0,01	Data lengkap (0%)	0,0537	0,0245
	5%	0,0396	0,0149		5%	0,0507	0,0124
	10%	0,0377	0,0147		10%	0,0516	0,013
	20%	0,0389	0,015		20%	0,129	0,3859
	30%	0,0372	0,0151		30%	0,1151	0,2664
	35%	0,0409	0,0165		35%	0,119	0,3145
	40%	0,0375	0,0139		40%	0,1163	0,3147
	45%	0,0434	0,016		45%	0,1007	0,3711
0,1	Data lengkap (0%)	0,042	0,0236	0,1	Data lengkap (0%)	0,0537	0,0245
	5%	0,0436	0,024		5%	0,0516	0,0232
	10%	0,0441	0,0232		10%	0,0529	0,028
	20%	0,0396	0,0239		20%	0,0505	0,0312
	30%	0,0433	0,0257		30%	0,0499	0,0238
	35%	0,0403	0,0232		35%	0,0591	0,0286
	40%	0,0416	0,0225		40%	0,0576	0,023
	45%	0,0401	0,0247		45%	0,0496	0,0305

LAMPIRAN 9 Hasil Estimasi Regresi Semiparametrik pada Data Simulasi n = 200 dan $\sigma^2 = 0{,}01$ pada Data Lengkap dengan Pendekatan Nadaraya-Watson

No.	y	$\hat{y}_{NW}$	No.	y	$\hat{y}_{NW}$	No.	y	$\hat{y}_{NW}$	No.	y	$\hat{y}_{NW}$
1	-0,5731	-0,5322	51	11,223	10,903	101	-0,7757	-0,8054	151	-0,7845	-0,7169
2	0,0342	0,0493	52	0,522	0,5298	102	0,4745	0,4214	152	0,9461	0,9089
3	10,076	10,337	53	-0,8228	-0,7748	103	-0,5881	-0,5459	153	0,9761	0,8639
4	-0,6757	-0,7017	54	10,465	10,907	104	-0,6088	-0,5736	154	0,3577	0,3429
5	-0,3137	-0,3497	55	-0,832	-0,8898	105	-0,8416	-0,8865	155	0,6188	0,5392
6	0,9606	1,013	56	-0,0245	0,0586	106	0,8488	0,9287	156	0,978	10,474
7	0,0733	0,1055	57	0,3948	0,3956	107	-0,6332	-0,6162	157	-0,6227	-0,6054
8	-0,9904	-0,8655	58	-0,6442	-0,6388	108	0,5186	0,4962	158	0,5601	0,498
9	0,8228	0,8891	59	-0,3431	-0,3701	109	0,9063	0,914	159	0,0402	0,0543
10	-0,8874	-0,8695	60	0,3792	0,334	110	0,9443	0,9289	160	0,601	0,6655
11	-0,1076	-0,0677	61	-0,6728	-0,7692	111	10,618	0,9998	161	-0,9524	-0,8616
12	-0,6194	-0,6464	62	-0,5378	-0,6164	112	-0,1848	-0,2578	162	0,6974	0,5994
13	-0,956	-0,8669	63	-0,9184	-0,8884	113	0,9904	0,8835	163	-0,2674	-0,1813
14	0,9198	10,193	64	-0,9271	-0,8786	114	0,7359	0,8168	164	10,793	10,169
15	0,4099	0,3358	65	-0,7271	-0,7245	115	-0,8295	-0,866	165	0,6169	0,5868
16	-0,138	-0,1775	66	-0,8673	-0,8441	116	-0,0781	-0,0847	166	0,0126	0,0245
17	-0,1068	-0,1116	67	10,563	10,094	117	11,111	10,527	167	10,661	0,9917
18	-0,7683	-0,7735	68	0,2145	0,159	118	-0,6194	-0,6979	168	0,1758	0,2531
19	-0,7107	-0,7265	69	0,6516	0,596	119	10,942	10,586	169	10,476	10,871
20	-0,9518	-0,8894	70	-0,8894	-0,8866	120	0,8038	0,719	170	-0,9463	-0,8847
21	-0,1418	-0,1948	71	0,235	0,3233	121	0,9075	0,8847	171	-0,2882	-0,3154
22	0,5746	0,6376	72	0,6048	0,6433	122	0,1944	0,2153	172	-0,6304	-0,5904
23	-0,2377	-0,2443	73	-0,4355	-0,4499	123	-0,1378	-0,1604	173	-0,9154	-0,8794
24	0,3877	0,3286	74	-0,4865	-0,4814	124	-0,1548	-0,1729	174	-0,7222	-0,7018
25	-0,7997	-0,7884	75	0,5893	0,6428	125	0,48	0,5696	175	0,9953	10,375
26	0,7926	0,7221	76	0,3513	0,3206	126	-0,7557	-0,6607	176	-0,7049	-0,714
27	-0,6931	-0,6643	77	-0,4096	-0,3136	127	-0,7637	-0,7674	177	11,797	10,911
28	-0,4234	-0,4157	78	-0,8677	-0,8515	128	10,825	10,913	178	-0,9644	-0,8859
29	0,5181	0,5987	79	0,0634	0,0185	129	0,5222	0,4669	179	-0,4162	-0,4742
30	1,1	10,893	80	0,8997	0,8849	130	0,9114	0,9626	180	0,3241	0,3693
31	0,9869	10,241	81	-0,214	-0,1646	131	-0,6	-0,563	181	0,5301	0,5457
32	-0,8046	-0,7966	82	-0,7832	-0,8098	132	0,4992	0,5555	182	1,095	10,874
33	-0,1726	-0,1265	83	0,8027	0,8594	133	0,61	0,5844	183	0,6418	0,6755
34	0,5942	0,6302	84	0,3406	0,296	134	0,9441	0,8697	184	-0,8243	-0,8694
35	0,9193	0,903	85	11,187	10,751	135	-0,9564	-0,8891	185	10,507	1,043
36	0,0918	0,0739	86	-0,6126	-0,5335	136	-0,573	-0,5446	186	-0,5787	-0,6357
37	-0,4007	-0,4186	87	-0,8396	-0,756	137	-0,8332	-0,7922	187	0,1808	0,1725
38	0,5683	0,5159	88	0,5541	0,5582	138	1,042	0,9598	188	0,8028	0,7382
39	10,998	10,736	89	-0,4318	-0,4484	139	-0,333	-0,3607	189	1,102	10,444
40	-0,6733	-0,675	90	0,6626	0,5997	140	-0,5358	-0,4677	190	-0,6786	-0,6586
41	-0,5825	-0,5652	91	-0,759	-0,6838	141	-0,204	-0,2391	191	-0,2532	-0,2845
42	0,7593	0,8383	92	-0,5767	-0,4924	142	0,2238	0,1272	192	0,6744	0,7054
43	0,0173	0,0396	93	0,0285	-0,0138	143	-0,0675	-0,0136	193	0,944	0,8861
44	0,7401	0,789	94	-0,7744	-0,8754	144	-0,1982	-0,218	194	0,4217	0,3461
45	-0,7465	-0,782	95	-0,5989	-0,5465	145	0,2132	0,2623	195	-0,3409	-0,4144
46	1,185	10,802	96	0,7854	0,8187	146	-0,2439	-0,2068	196	0,3161	0,388
47	-0,8406	-0,8812	97	-0,3625	-0,2708	147	0,7961	0,7228	197	-0,7796	-0,7547
48	10,694	10,442	98	-0,2911	-0,2382	148	-0,8505	-0,875	198	-0,5335	-0,5733
49	-0,0976	-0,14	99	0,4652	0,4142	149	0,8831	0,9498	199	-0,7832	-0,8867
50	10,197	10,879	100	10,721	0,9914	150	0,7306	0,7531	200	0,1737	0,27

LAMPIRAN 10 Hasil Estimasi Regresi Semiparametrik dengan Nadaraya-Watson untuk Data Lengkap, 5%, 10%, 20%, 30%, 35%, 40%, dan 45% Data Hilang

$\hat{Y}_{lengkap}$	$\hat{Y}_{5\%}$	$\hat{Y}_{10\%}$	$\hat{Y}_{20\%}$	$\hat{Y}_{30\%}$	$\hat{Y}_{35\%}$	$\hat{Y}_{40\%}$	$\hat{Y}_{45\%}$
-0,573	-0,4343	-0,435	-0,5089	-0,4317	-0,4	-0,5217	-0,4623
0,0344	0,13	0,1216	0,1489	0,1073	0,0475	0,1294	0,1212
1,0075	1,0311	1,0349	1,0368	0,9893	1,0411	1,1118	1,0533
-0,676	-0,4829	-0,4819	-0,4894	-0,4724	-0,627	-0,6873	-0,525
-0,314	-0,1928	-0,1968	-0,3746	-0,1952	-0,1651	-0,163	-0,3653
0,9607	0,9993	1,0037	1,0048	1,0063	1,0109	1,0537	1,0657
0,0733	0,1774	0,1691	0,1959	0,1534	0,1031	0,1005	0,0949
-0,99	-0,8014	-0,8033	-0,8031	-0,7934	-0,8121	-0,8781	-0,8615
0,8227	0,8672	0,8774	0,8648	0,8752	0,8562	0,8879	0,9058
-0,888	-0,7129	-0,7147	-0,8119	-0,6993	-0,7238	-0,791	-0,7727
-0,108	-0,1765	-0,2766	-0,1799	-0,1797	-0,1687	-0,049	-0,1297
-0,619	-0,4372	-0,4362	-0,4442	-0,4304	-0,5586	-0,6276	-0,4924
-0,956	-0,7968	-0,7991	-0,7988	-0,7961	-0,7966	-0,8591	-0,8353
0,9197	0,9406	0,9546	0,9509	0,9505	0,9475	1,0184	1,0379
0,4097	0,5249	0,5201	0,5335	0,5041	0,3236	0,3145	0,5812
-0,138	-0,1364	-0,1475	-0,1334	-0,1342	-0,1314	-0,0241	0,0094
-0,107	-0,0199	-0,1286	-0,1066	-0,035	-0,0228	-0,1104	-0,1346
-0,768	-0,6177	-0,6229	-0,6111	-0,6114	-0,6099	-0,6499	-0,6654
-0,711	-0,5109	-0,5102	-0,5167	-0,4982	-0,6647	-0,5587	-0,7029
-0,952	-0,7765	-0,7782	-0,7784	-0,7698	-0,7831	-0,8947	-0,8174
-0,142	-0,1405	-0,1516	-0,1364	-0,3098	-0,1359	-0,0304	0,007
0,5749	0,6763	0,6625	0,6272	0,6993	0,65	0,6373	0,697
-0,238	-0,1622	-0,1685	-0,157	-0,1696	-0,1475	-0,1453	-0,1768
0,3877	0,6569	0,6445	0,6488	0,5068	0,6717	0,3333	0,5238
-0,8	-0,589	-0,5897	-0,5927	-0,5727	-0,7478	-0,6461	-0,629
0,7929	0,8322	0,8227	0,8434	0,8541	0,861	0,7058	0,7076
-0,693	-0,5067	-0,5057	-0,5137	-0,499	-0,578	-0,5519	-0,5596
-0,424	-0,2834	-0,2861	-0,287	-0,2837	-0,2509	-0,4064	-0,2797
0,5182	0,6136	0,5988	0,6023	0,6224	0,6265	0,6225	0,6264
1,1	1,1236	1,1269	1,1278	1,1311	1,1269	1,1895	1,2002
0,9869	1,0077	1,0117	1,0133	1,0146	1,0184	1,0594	1,0766
-0,805	-0,609	-0,6099	-0,6125	-0,5925	-0,6158	-0,6682	-0,7941
-0,172	-0,0987	-0,1066	-0,0856	-0,1131	-0,1383	-0,091	-0,1171
0,594	0,6836	0,6916	0,6728	0,6837	0,6297	0,6033	0,6916
0,9195	0,9431	0,953	0,9418	0,9513	0,9585	0,9889	0,9774
0,0918	-0,0439	-0,0549	-0,2338	-0,0516	-0,0329	0,1122	-0,0948
-0,401	-0,2671	-0,2697	-0,2708	-0,2673	-0,2345	-0,4092	-0,264
0,5684	0,6542	0,6561	0,6495	0,6446	0,5015	0,6563	0,718

$\hat{Y}_{lengkap}$	$\hat{Y}_{5\%}$	$\hat{Y}_{10\%}$	$\hat{Y}_{20\%}$	$\hat{Y}_{30\%}$	$\hat{Y}_{35\%}$	$\hat{Y}_{40\%}$	$\hat{Y}_{45\%}$
1,0998	1,1339	1,1368	1,1389	1,0183	1,1398	1,0822	1,2068
-0,673	-0,4854	-0,4843	-0,4923	-0,4769	-0,4642	-0,5314	-0,6617
-0,583	-0,4264	-0,4264	-0,4329	-0,4227	-0,491	-0,5525	-0,466
0,7593	0,7881	0,7671	0,8042	0,7874	0,7912	0,8521	0,8263
0,017	0,1016	0,0932	0,1204	0,0792	0,0894	0,1039	0,0954
0,7399	0,7825	0,7782	0,7972	0,8034	0,8094	0,828	0,8236
-0,746	-0,6005	-0,6053	-0,7387	-0,7394	-0,593	-0,7758	-0,6452
1,185	1,1803	1,1866	1,1838	1,1902	1,181	1,2425	1,2687
-0,841	-0,6692	-0,6708	-0,6715	-0,6661	-0,8305	-0,7326	-0,8654
1,0694	1,0894	1,0929	1,0949	1,0963	1,0984	1,0682	1,1602
-0,097	-0,1324	-0,1436	-0,1317	-0,2909	-0,1266	-0,0156	0,009
1,0197	1,0441	1,0488	1,0477	1,0528	1,0295	1,109	1,1124
1,1223	1,1505	1,1549	1,1541	1,1589	1,1522	1,0938	1,2312
0,5218	0,615	0,6176	0,6094	0,5022	0,6204	0,5124	0,5696
-0,823	-0,6647	-0,67	-0,6582	-0,6587	-0,6568	-0,6965	-0,7113
1,0465	1,0766	1,0808	1,032	1,0849	1,0304	1,1417	1,1099
-0,832	-0,6622	-0,6636	-0,6641	-0,8213	-0,6698	-0,8957	-0,706
-0,025	0,0761	0,0676	0,0951	0,0531	0,0639	0,0738	0,066
0,3951	0,6331	0,6194	0,6268	0,6592	0,5232	0,3964	0,3974
-0,644	-0,4636	-0,4627	-0,4706	-0,5723	-0,4365	-0,5068	-0,5184
-0,343	-0,2321	-0,2357	-0,234	-0,2338	-0,2026	-0,2042	-0,225
0,3795	0,6565	0,644	0,6486	0,5088	0,4983	0,338	0,3532
-0,673	-0,553	-0,5582	-0,5459	-0,546	-0,5453	-0,5858	-0,6031
-0,538	-0,412	-0,4207	-0,3909	-0,3898	-0,407	-0,4436	-0,4607
-0,918	-0,7405	-0,7421	-0,7426	-0,7347	-0,7464	-0,805	-0,7807
-0,927	-0,73	-0,7317	-0,7317	-0,8048	-0,827	-0,8929	-0,8711
-0,727	-0,5109	-0,6703	-0,5168	-0,4984	-0,5022	-0,5586	-0,5433
-0,867	-0,7064	-0,7091	-0,8038	-0,803	-0,7033	-0,8601	-0,7443
1,0562	1,0791	1,0932	1,0907	1,0986	0,9215	1,1643	1,0232
0,2146	0,6198	0,6113	0,6096	0,4503	0,6263	0,2425	0,4721
0,6518	0,7635	0,7491	0,7667	0,7875	0,7907	0,7701	0,7738
-0,889	-0,7136	-0,7153	-0,7154	-0,7033	-0,8329	-0,8964	-0,8718
0,2351	0,5079	0,4953	0,4998	0,5051	0,5229	0,3577	0,3755
0,6049	0,7072	0,6937	0,6308	0,7302	0,6534	0,723	0,6468
-0,436	-0,2961	-0,2981	-0,3007	-0,2955	-0,2624	-0,4409	-0,2993
-0,486	-0,3925	-0,4026	-0,3721	-0,3723	-0,3902	-0,4032	-0,4141
0,5892	0,6485	0,6569	0,6376	0,634	0,6427	0,6322	0,6393
0,3514	0,6312	0,619	0,623	0,6575	0,6458	0,3272	0,4968
-0,41	-0,3506	-0,3617	-0,3391	-0,3405	-0,3477	-0,2654	-0,2284
-0,868	-0,7139	-0,7164	-0,7153	-0,8085	-0,8059	-0,7749	-0,7525
0,0635	0,1398	0,1316	0,0458	0,1182	0,128	0,0353	0,0259
0,8997	0,9201	0,925	0,9364	0,9408	0,9409	1,001	1,0007

$\hat{Y}_{lengkap}$	$\hat{Y}_{5\%}$	$\hat{Y}_{10\%}$	$\hat{Y}_{20\%}$	$\hat{Y}_{30\%}$	$\hat{Y}_{35\%}$	$\hat{Y}_{40\%}$	$\hat{Y}_{45\%}$
-0,214	-0,2188	-0,2301	-0,2164	-0,2994	-0,2949	-0,1848	-0,0733
-0,783	-0,5867	-0,5878	-0,5897	-0,57	-0,5953	-0,6503	-0,6406
0,8025	0,8371	0,8479	0,8105	0,845	0,83	0,8637	0,8593
0,3405	0,4469	0,4411	0,4581	0,2678	0,4415	0,4247	0,3222
1,1187	1,1539	1,1568	1,1588	1,1609	1,1595	1,2224	1,2267
-0,613	-0,4595	-0,4601	-0,4656	-0,4568	-0,4694	-0,5232	-0,5315
-0,84	-0,6961	-0,702	-0,6872	-0,6876	-0,6877	-0,7266	-0,7489
0,5541	0,6689	0,6732	0,6613	0,5363	0,6753	0,537	0,7097
-0,432	-0,3027	-0,3047	-0,3072	-0,302	-0,4142	-0,4392	-0,4492
0,6627	0,7839	0,7696	0,7873	0,8078	0,8112	0,791	0,795
-0,759	-0,6377	-0,6455	-0,6326	-0,6323	-0,6417	-0,6647	-0,6949
-0,577	-0,4689	-0,4792	-0,4482	-0,4483	-0,4664	-0,4884	-0,5023
0,0285	-0,062	-0,0732	-0,0684	-0,2531	-0,0531	0,0742	0,0668
-0,775	-0,624	-0,6256	-0,6263	-0,622	-0,6259	-0,8862	-0,6644
-0,599	-0,439	-0,4395	-0,4454	-0,436	-0,4779	-0,463	-0,5441
0,7855	0,8277	0,8391	0,7771	0,8353	0,8419	0,8745	0,8724
-0,362	-0,2692	-0,2752	-0,2657	-0,3037	-0,2505	-0,2729	-0,2757
-0,291	-0,2734	-0,2846	-0,2665	-0,2679	-0,327	-0,1684	-0,1223
0,4653	0,6936	0,6797	0,6879	0,7197	0,7127	0,4166	0,4142
1,0721	1,0856	1,0987	1,0987	1,1057	1,0967	1,1785	1,1969
-0,776	-0,578	-0,579	-0,5812	-0,5614	-0,7669	-0,8194	-0,8084
0,4745	0,5831	0,5809	0,5856	0,5666	0,5838	0,5854	0,6702
-0,588	-0,4855	-0,4953	-0,4634	-0,4921	-0,4821	-0,5174	-0,5352
-0,609	-0,4453	-0,4453	-0,452	-0,4415	-0,497	-0,5602	-0,5711
-0,842	-0,6613	-0,6628	-0,663	-0,6507	-0,6708	-0,7359	-0,7113
0,8487	0,8934	0,902	0,8945	0,9013	0,909	0,9365	0,9149
-0,633	-0,5048	-0,5136	-0,5593	-0,5587	-0,4995	-0,5352	-0,6273
0,5188	0,6732	0,6583	0,6709	0,6985	0,5704	0,6372	0,6312
0,9065	0,9509	0,9603	0,9506	0,8751	0,9664	0,915	0,9826
0,9442	0,9574	0,9659	0,9731	0,978	0,9747	0,93	0,9366
1,0618	1,0792	1,0928	1,0917	1,0991	0,9092	1,1695	1,19
-0,185	-0,152	-0,1629	-0,144	-0,1451	-0,1487	-0,0525	-0,0031
0,9905	1,026	1,0368	0,8328	1,0344	0,8511	0,8832	0,8758
0,7358	0,7557	0,7482	0,7714	0,7707	0,7813	0,8116	0,8062
-0,83	-0,6647	-0,6667	-0,6668	-0,6639	-0,818	-0,7286	-0,8567
-0,078	-0,1223	-0,1336	-0,1248	-0,1247	-0,1151	-0,1449	0,0129
1,1112	1,1323	1,1357	1,1378	1,1393	1,1405	1,2065	1,2034
-0,619	-0,4908	-0,4979	-0,4756	-0,6472	-0,4834	-0,5206	-0,722
1,0943	1,1271	1,1304	1,1325	1,1341	1,1347	1,1999	1,1987
0,8036	0,8679	0,8582	0,8788	0,8898	0,7037	0,8935	0,8956
0,9076	0,9508	0,9614	0,9481	0,8446	0,966	0,8841	0,8766
0,1942	0,3079	0,3006	0,3233	0,2837	0,2989	0,2779	0,2928

$\hat{Y}_{lengkap}$	$\hat{Y}_{5\%}$	$\hat{Y}_{10\%}$	$\hat{Y}_{20\%}$	$\hat{Y}_{30\%}$	$\hat{Y}_{35\%}$	$\hat{Y}_{40\%}$	$\hat{Y}_{45\%}$
-0,138	-0,1635	-0,1747	-0,1614	-0,1622	-0,2929	-0,0487	-0,1529
-0,155	-0,1685	-0,1797	-0,1657	-0,1666	-0,1633	-0,1889	-0,0228
0,4801	0,5719	0,5601	0,5637	0,5669	0,579	0,5632	0,591
-0,756	-0,5884	-0,5876	-0,6048	-0,5811	-0,5643	-0,6416	-0,6408
-0,764	-0,6234	-0,6288	-0,616	-0,7228	-0,7214	-0,6553	-0,7782
1,0824	1,101	1,1048	1,1048	1,1089	1,1033	1,166	1,1804
0,5221	0,6106	0,6102	0,6097	0,5971	0,4505	0,4551	0,693
0,9115	0,9241	0,935	0,9388	0,9444	0,9386	1,0218	0,973
-0,6	-0,4743	-0,5391	-0,4521	-0,4515	-0,4706	-0,508	-0,525
0,4992	0,5926	0,5965	0,5852	0,5331	0,5991	0,5347	0,5833
0,6102	0,7533	0,7387	0,7558	0,7775	0,7802	0,757	0,7599
0,9441	0,9832	0,9942	0,9793	0,9914	0,8387	1,0297	1,0242
-0,956	-0,7943	-0,7961	-0,7963	-0,8237	-0,8006	-0,8943	-0,8698
-0,573	-0,4263	-0,4267	-0,4326	-0,4233	-0,3923	-0,45	-0,5426
-0,833	-0,6904	-0,695	-0,7507	-0,6866	-0,7475	-0,7243	-0,7305
1,0419	1,0598	1,067	1,0632	0,9264	1,0742	0,9931	0,9584
-0,333	-0,2257	-0,2295	-0,2273	-0,2277	-0,197	-0,1966	-0,2188
-0,536	-0,4424	-0,4528	-0,4226	-0,423	-0,4536	-0,445	-0,4646
-0,204	-0,1096	-0,1159	-0,1042	-0,1172	-0,0958	-0,2471	-0,2786
0,2236	0,3232	0,3154	0,3413	0,2992	0,3111	0,3015	0,2976
-0,068	-0,1547	-0,2592	-0,161	-0,16	-0,2382	-0,1091	-0,1165
-0,198	-0,1207	-0,1274	-0,1138	-0,1295	-0,1098	-0,1103	-0,1418
0,2129	0,2918	0,285	0,3049	0,2683	0,253	0,234	0,2689
-0,244	-0,1485	-0,1555	-0,1408	-0,1581	-0,1391	-0,1398	-0,1712
0,7961	0,861	0,8516	0,8723	0,8829	0,8897	0,7062	0,8893
-0,851	-0,695	-0,6968	-0,6973	-0,6932	-0,6966	-0,7584	-0,8622
0,8829	0,9199	0,9273	0,9227	0,9276	0,9232	0,9746	0,9546
0,7303	0,795	0,8063	0,7853	0,8011	0,8075	0,8229	0,8233
-0,785	-0,646	-0,6529	-0,6326	-0,6678	-0,6378	-0,7101	-0,7412
0,946	0,9729	0,9799	0,9889	0,9936	0,9917	1,061	1,0643
0,9763	1,0174	1,0286	1,0132	1,0257	1,0321	0,8675	1,0588
0,3576	0,6172	0,6044	0,6094	0,6435	0,5016	0,475	0,3583
0,6186	0,71	0,524	0,7037	0,7025	0,7155	0,5206	0,7611
0,9779	1,0044	1,0159	1,0101	1,019	1,0064	1,0585	1,0997
-0,623	-0,4633	-0,4628	-0,4702	-0,4583	-0,5214	-0,5892	-0,5138
0,5602	0,7424	0,7277	0,7402	0,7679	0,7656	0,7067	0,5083
0,04	0,1258	0,1174	0,1447	0,103	0,1135	0,124	0,1161
0,601	0,6811	0,6683	0,6888	0,7037	0,7102	0,6581	0,7056
-0,952	-0,7821	-0,7845	-0,784	-0,7818	-0,8144	-0,8443	-0,8538
0,6972	0,7582	0,7649	0,7483	0,756	0,7659	0,5731	0,776
-0,267	-0,2652	-0,2766	-0,2618	-0,263	-0,2599	-0,1518	-0,1589
1,0794	1,1062	1,1107	1,1116	1,1134	1,1172	1,1902	1,1724

$\hat{Y}_{lengkap}$	$\hat{Y}_{5\%}$	$\hat{Y}_{10\%}$	$\hat{Y}_{20\%}$	$\hat{Y}_{30\%}$	$\hat{Y}_{35\%}$	$\hat{Y}_{40\%}$	$\hat{Y}_{45\%}$
0,617	0,7019	0,7078	0,6926	0,6986	0,7093	0,6876	0,7264
0,013	0,1005	0,0921	0,1192	0,0117	0,022	0,0404	0,0314
1,066	1,0784	1,0915	1,0915	1,0985	1,0895	1,1713	1,1898
0,1759	0,5046	0,4935	0,4954	0,5306	0,5163	0,3314	0,3625
1,0476	1,0832	1,0882	1,0868	1,0921	1,0846	1,0927	1,1677
-0,946	-0,771	-0,7728	-0,7727	-0,7601	-0,7806	-0,8455	-0,8718
-0,288	-0,1803	-0,1851	-0,1796	-0,1841	-0,1562	-0,3106	-0,1781
-0,63	-0,5109	-0,5202	-0,4889	-0,4882	-0,5501	-0,5437	-0,5596
-0,915	-0,7511	-0,7529	-0,7533	-0,7486	-0,7536	-0,8135	-0,8645
-0,722	-0,5114	-0,5105	-0,5179	-0,5009	-0,4965	-0,6876	-0,5531
0,9953	1,0171	1,0206	1,0227	1,0239	1,0268	1,0969	1,0565
-0,705	-0,5214	-0,5206	-0,5276	-0,5098	-0,5098	-0,703	-0,5577
1,1797	1,1821	1,1859	1,186	1,19	1,03	1,2465	1,2596
-0,964	-0,7876	-0,7894	-0,7898	-0,7833	-0,7921	-0,8917	-0,8678
-0,416	-0,2915	-0,2929	-0,4706	-0,2902	-0,2573	-0,2934	-0,3014
0,3243	0,4412	0,4371	0,4476	0,4217	0,4396	0,4354	0,4339
0,53	0,5981	0,6015	0,5914	0,591	0,6042	0,5261	0,647
1,095	1,1275	1,1307	1,1319	1,1349	1,0271	1,1938	1,2032
0,6419	0,7148	0,7024	0,7231	0,7372	0,7438	0,735	0,6709
-0,824	-0,6593	-0,6612	-0,6615	-0,8197	-0,6599	-0,8827	-0,6995
1,0507	1,075	1,0785	1,0806	1,0819	1,0841	1,1525	1,1459
-0,579	-0,4387	-0,447	-0,4185	-0,4174	-0,433	-0,4682	-0,6482
0,1806	0,5547	0,5457	0,5446	0,58	0,4379	0,2475	0,2851
0,8026	0,8673	0,6801	0,8795	0,889	0,8957	0,8971	0,8974
1,1021	1,1344	1,1466	1,1403	1,1496	1,1363	1,187	1,0934
-0,679	-0,5025	-0,5015	-0,5095	-0,4951	-0,4783	-0,6397	-0,5562
-0,253	-0,2384	-0,2494	-0,2287	-0,23	-0,3491	-0,1447	-0,2051
0,6743	0,735	0,7454	0,7241	0,7393	0,7462	0,6962	0,7461
0,9441	1,0062	1,0168	1,0035	1,0145	1,0212	1,0515	0,8776
0,4216	0,6785	0,6659	0,6708	0,7049	0,6942	0,3478	0,5498
-0,341	-0,2624	-0,2727	-0,2452	-0,2457	-0,2606	-0,2329	-0,3697
0,316	0,5443	0,5306	0,5379	0,5704	0,5198	0,4301	0,4328
-0,78	-0,6646	-0,6705	-0,6556	-0,6559	-0,6563	-0,7475	-0,7702
-0,533	-0,3858	-0,3857	-0,3925	-0,5259	-0,3532	-0,4176	-0,4285
-0,783	-0,6233	-0,6248	-0,6251	-0,6128	-0,8329	-0,8964	-0,6736
0,1739	0,4745	0,4629	0,4655	0,5004	0,487	0,3058	0,322

LAMPIRAN 11 Interval Konfidensi Hasil Estimasi Regresi Semiparametrik dengan Lokal Linear Dan Hasil Estimasinya Data Lengkap , 5%, 10%, 20%, 30%, 35%, 40%, dan 45% Data Hilang

BA	BB	$\hat{Y}_{lengkap}$	$\hat{Y}_{5\%}$	$\hat{Y}_{10\%}$	$\hat{Y}_{20\%}$	$\hat{Y}_{30\%}$	$\hat{Y}_{35\%}$	$\hat{Y}_{40\%}$	$\hat{Y}_{45\%}$
0,1875	-1,099	-0,433	-0,434	-0,5	-0,433	-0,425	-0,433	-0,486	-0,439
0,8953	-0,633	0,1422	0,1423	0,1411	0,1444	0,0752	0,1482	0,1378	0,0781
1,778	0,3667	1,0431	1,0456	1,0446	0,9941	1,0501	1,0106	1,0502	1,0469
0,1898	-1,258	-0,5	-0,499	-0,499	-0,501	-0,652	-0,5	-0,651	-0,487
0,5215	-0,871	-0,162	-0,162	-0,342	-0,16	-0,157	-0,342	-0,152	-0,348
1,7422	0,3336	1,0103	1,0125	1,011	1,0092	1,0171	1,023	0,9825	1,0165
0,9367	-0,587	0,1826	0,1826	0,1817	0,1849	0,1234	0,1273	0,1153	0,1274
-0,0926	-1,586	-0,798	-0,799	-0,801	-0,801	-0,804	-0,786	-0,802	-0,793
1,6061	0,1837	0,8663	0,868	0,8627	0,8657	0,8416	0,8701	0,83	0,8854
-0,0101	-1,495	-0,71	-0,71	-0,81	-0,707	-0,716	-0,697	-0,713	-0,698
1,0032	-0,967	0,0031	-0,08	-0,003	-0,006	0,0152	-0,067	0,0113	-0,117
0,1876	-1,158	-0,452	-0,451	-0,451	-0,453	-0,591	-0,453	-0,587	-0,448
-0,1544	-1,511	-0,796	-0,798	-0,795	-0,791	-0,8	-0,786	-0,798	-0,819
1,8807	0,1232	0,9492	0,9534	0,9563	0,9541	0,9515	0,9467	0,9636	0,9431
1,2635	-0,223	0,5117	0,5114	0,5122	0,5141	0,3147	0,5231	0,3065	0,3217
0,7585	-0,779	-0,013	-0,01	-0,018	-0,021	-0,002	0,0039	-0,007	-0,039
0,7599	-0,762	0,0141	-0,087	-0,088	0,0161	0,0177	-0,084	-0,088	-0,084
0,08	-1,364	-0,605	-0,606	-0,596	-0,597	-0,603	-0,605	-0,61	-0,588
0,1874	-1,305	-0,526	-0,524	-0,526	-0,526	-0,682	-0,687	-0,52	-0,674
-0,1377	-1,506	-0,776	-0,778	-0,779	-0,772	-0,783	-0,761	-0,832	-0,775
0,7314	-0,779	-0,025	-0,022	-0,029	-0,205	-0,014	-0,008	-0,019	-0,224
1,3827	-0,014	0,6725	0,6739	0,6226	0,684	0,6262	0,6795	0,6103	0,681
0,6014	-0,87	-0,122	-0,122	-0,122	-0,12	-0,118	-0,121	-0,117	-0,231
1,3371	-0,329	0,5122	0,5117	0,5146	0,3327	0,5151	0,5097	0,3022	0,5307
0,1413	-1,397	-0,594	-0,593	-0,595	-0,593	-0,747	-0,588	-0,595	-0,73
1,5925	0,1466	0,8534	0,8547	0,8588	0,8668	0,8617	0,7086	0,6955	0,8596
0,1307	-1,243	-0,523	-0,522	-0,522	-0,524	-0,609	-0,524	-0,511	-0,612
0,3929	-0,948	-0,262	-0,263	-0,262	-0,261	-0,256	-0,262	-0,393	-0,268
1,2983	-0,087	0,5957	0,597	0,5859	0,5911	0,5894	0,6008	0,5864	0,5902
1,9379	0,4062	1,1291	1,1339	1,1322	1,1358	1,1315	1,1548	1,1444	1,1256
1,7525	0,3429	1,0193	1,0216	1,0204	1,0185	1,0262	1,0338	0,9928	1,0241
0,1226	-1,416	-0,613	-0,612	-0,614	-0,611	-0,613	-0,748	-0,614	-0,737
0,682	-0,837	-0,063	-0,063	-0,064	-0,061	-0,098	-0,061	-0,064	-0,061
1,4119	-0,026	0,6725	0,6718	0,6717	0,6739	0,6093	0,6841	0,5968	0,6235
1,6811	0,2615	0,9433	0,9452	0,9398	0,9426	0,9452	0,9471	0,9345	0,9624
2,022	-1,527	0,2227	0,2324	0,0356	0,2137	0,2358	0,063	0,2341	0,0114
0,4074	-0,931	-0,247	-0,247	-0,246	-0,245	-0,241	-0,246	-0,395	-0,252
1,3802	-0,063	0,6393	0,6384	0,6402	0,6412	0,4818	0,6528	0,6296	0,4918
1,9046	0,4575	1,1447	1,1482	1,1473	1,0253	1,1497	1,1688	1,0349	1,1439
0,1606	-1,233	-0,502	-0,501	-0,501	-0,503	-0,494	-0,63	-0,491	-0,622
0,187	-1,1	-0,43	-0,431	-0,429	-0,431	-0,519	-0,43	-0,513	-0,434

BA	BB	$\hat{Y}_{lengkap}$	$\hat{Y}_{5\%}$	$\hat{Y}_{10\%}$	$\hat{Y}_{20\%}$	$\hat{Y}_{30\%}$	$\hat{Y}_{35\%}$	$\hat{Y}_{40\%}$	$\hat{Y}_{45\%}$
1,6314	0,0813	0,8239	0,8034	0,8304	0,8163	0,8102	0,8131	0,8275	0,8235
0,8683	-0,661	0,1152	0,1152	0,114	0,1173	0,1184	0,1209	0,1108	0,1219
1,5918	0,0886	0,8155	0,8163	0,8215	0,8292	0,8235	0,8267	0,8164	0,7628
0,094	-1,345	-0,589	-0,589	-0,724	-0,724	-0,587	-0,588	-0,737	-0,572
2,0683	0,3712	1,1756	1,1823	1,1795	1,1869	1,175	1,195	1,1926	1,171
-0,0406	-1,384	-0,67	-0,671	-0,67	-0,665	-0,834	-0,815	-0,671	-0,831
1,8389	0,4243	1,1016	1,1043	1,1034	1,102	1,1083	1,1199	1,0106	1,1046
0,8307	-0,799	0,0089	0,0129	0,004	-0,158	0,0201	0,0265	0,0157	-0,179
1,9132	0,2632	1,0423	1,0482	1,0459	1,0521	1,0265	1,048	1,0587	1,0366
2,0051	0,3849	1,1505	1,1564	1,1539	1,1598	1,1511	1,174	1,0445	1,0227
1,3411	-0,1	0,6005	0,5995	0,6013	0,4979	0,6004	0,5095	0,486	0,6122
0,0331	-1,41	-0,652	-0,653	-0,643	-0,644	-0,65	-0,652	-0,657	-0,709
1,9285	0,3166	1,0772	1,0828	1,0323	1,0861	1,0298	1,0524	1,0934	1,0722
-0,0181	-1,4	-0,661	-0,662	-0,664	-0,824	-0,669	-0,646	-0,83	-0,658
0,8412	-0,686	0,0872	0,0871	0,0861	0,0893	0,0904	0,0932	0,0825	0,0863
1,2671	-0,228	0,5229	0,523	0,5263	0,5237	0,3996	0,3924	0,3683	0,5393
0,1578	-1,178	-0,477	-0,477	-0,476	-0,594	-0,469	-0,478	-0,464	-0,591
0,4709	-0,905	-0,204	-0,204	-0,204	-0,202	-0,199	-0,203	-0,193	-0,208
1,3304	-0,316	0,5148	0,5144	0,5174	0,338	0,3447	0,3384	0,3079	0,5332
0,1452	-1,301	-0,54	-0,54	-0,531	-0,531	-0,538	-0,54	-0,545	-0,702
0,3179	-1,182	-0,394	-0,393	-0,388	-0,39	-0,39	-0,389	-0,398	-0,382
-0,1072	-1,465	-0,74	-0,742	-0,743	-0,736	-0,748	-0,725	-0,742	-0,74
-0,0408	-1,502	-0,727	-0,728	-0,73	-0,811	-0,821	-0,8	-0,817	-0,806
0,1854	-1,304	-0,526	-0,685	-0,526	-0,526	-0,521	-0,525	-0,52	-0,51
-0,0452	-1,429	-0,703	-0,704	-0,795	-0,793	-0,704	-0,697	-0,802	-0,697
2,0144	0,2743	1,0928	1,0967	1,0999	1,1066	0,9293	0,9321	1,1065	0,9204
1,9599	-1,261	0,3675	0,3651	0,3656	0,1564	0,3636	0,3669	0,1099	0,3913
1,445	0,0603	0,7447	0,7463	0,7495	0,7551	0,7527	0,7499	0,7355	0,5879
-0,0455	-1,471	-0,712	-0,712	-0,715	-0,708	-0,829	-0,807	-0,825	-0,705
1,1961	-0,488	0,3604	0,3596	0,3629	0,3279	0,3636	0,3577	0,326	0,3485
1,4165	0,0173	0,7053	0,7067	0,6278	0,717	0,6314	0,6298	0,6986	0,7139
0,3611	-0,957	-0,281	-0,282	-0,28	-0,28	-0,274	-0,281	-0,421	-0,442
0,3592	-1,133	-0,361	-0,36	-0,36	-0,363	-0,354	-0,351	-0,362	-0,364
1,3782	-0,061	0,6379	0,6371	0,6369	0,6237	0,6223	0,6336	0,6251	0,6371
1,3212	-0,372	0,4824	0,4818	0,4847	0,4788	0,4852	0,4799	0,2945	0,5009
0,439	-1,017	-0,28	-0,278	-0,282	-0,286	-0,27	-0,282	-0,277	-0,298
-0,0586	-1,434	-0,711	-0,713	-0,708	-0,8	-0,808	-0,704	-0,713	-0,803
0,9083	-0,622	0,1563	0,1565	0,0424	0,1585	0,1595	0,0488	0,0394	0,1632
1,7915	0,1955	0,9547	0,9559	0,9615	0,9684	0,961	0,9639	0,961	0,8345
0,6975	-0,866	-0,09	-0,086	-0,094	-0,18	-0,16	-0,073	-0,165	-0,117
0,1449	-1,393	-0,588	-0,588	-0,59	-0,587	-0,59	-0,581	-0,59	-0,748
1,576	0,1486	0,8346	0,8359	0,8086	0,8343	0,8134	0,8165	0,8012	0,8541
1,189	-0,306	0,4356	0,4354	0,4359	0,2813	0,4369	0,2895	0,4295	0,2873
1,9265	0,4756	1,1644	1,1681	1,1671	1,1679	1,1692	1,1888	1,1775	1,0211
0,1622	-1,124	-0,458	-0,459	-0,457	-0,458	-0,494	-0,503	-0,488	-0,464

BA	BB	$\hat{Y}_{lengkap}$	$\hat{Y}_{5\%}$	$\hat{Y}_{10\%}$	$\hat{Y}_{20\%}$	$\hat{Y}_{30\%}$	$\hat{Y}_{35\%}$	$\hat{Y}_{40\%}$	$\hat{Y}_{45\%}$
0,0076	-1,446	-0,682	-0,683	-0,673	-0,674	-0,68	-0,682	-0,687	-0,688
1,3941	-0,044	0,6552	0,6543	0,6557	0,5302	0,655	0,6684	0,5176	0,5402
0,3556	-0,963	-0,287	-0,288	-0,287	-0,286	-0,426	-0,433	-0,42	-0,293
1,4671	0,0817	0,7665	0,7681	0,7713	0,777	0,7744	0,7719	0,7575	0,7776
0,0814	-1,401	-0,622	-0,621	-0,625	-0,627	-0,63	-0,62	-0,627	-0,618
0,2819	-1,212	-0,44	-0,438	-0,437	-0,441	-0,433	-0,434	-0,445	-0,442
1,3757	-1,04	0,1494	0,1562	0,1428	-0,045	0,1618	0,1685	0,1589	-0,069
0,0083	-1,339	-0,624	-0,626	-0,624	-0,619	-0,629	-0,612	-0,826	-0,624
0,1786	-1,107	-0,44	-0,441	-0,439	-0,44	-0,504	-0,513	-0,425	-0,519
1,5658	0,1327	0,8234	0,8244	0,7759	0,8237	0,8238	0,8286	0,8112	0,8433
0,4862	-0,968	-0,23	-0,23	-0,23	-0,256	-0,225	-0,229	-0,253	-0,261
0,557	-0,912	-0,176	-0,173	-0,179	-0,183	-0,223	-0,16	-0,171	-0,258
1,3226	-0,143	0,5926	0,5931	0,5962	0,5946	0,5978	0,409	0,3865	0,4252
2,0126	0,2995	1,1053	1,1085	1,1125	1,1191	1,1087	1,1116	1,1176	1,102
0,1536	-1,385	-0,58	-0,579	-0,582	-0,579	-0,762	-0,755	-0,763	-0,745
1,3154	-0,15	0,5677	0,5671	0,5688	0,57	0,5681	0,5805	0,56	0,5785
0,2573	-1,244	-0,463	-0,461	-0,459	-0,491	-0,457	-0,455	-0,465	-0,489
0,167	-1,122	-0,45	-0,451	-0,449	-0,451	-0,526	-0,536	-0,52	-0,454
0,0068	-1,419	-0,659	-0,66	-0,662	-0,655	-0,667	-0,644	-0,662	-0,816
1,6322	0,2174	0,8961	0,898	0,8932	0,8947	0,8993	0,8907	0,88	0,9125
0,2263	-1,273	-0,487	-0,486	-0,556	-0,559	-0,482	-0,558	-0,491	-0,552
1,3113	-0,082	0,6119	0,613	0,6163	0,6181	0,4927	0,6129	0,5957	0,6256
1,6889	0,2714	0,9521	0,954	0,9488	0,8673	0,9544	0,9559	0,8603	0,8859
1,8537	0,2128	0,988	0,9897	0,9951	1,0016	0,9933	0,8734	0,8743	0,9856
2,0102	0,2853	1,0964	1,0999	1,1036	1,1102	0,9194	1,1027	1,1094	1,0928
0,663	-0,798	-0,062	-0,059	-0,065	-0,069	-0,052	-0,046	-0,057	-0,273
1,7629	0,3396	1,0249	1,0268	0,8308	1,0246	0,836	0,8382	0,8242	1,0458
1,5848	0,0554	0,7909	0,7859	0,7972	0,7989	0,7986	0,8017	0,7932	0,7855
-0,0231	-1,381	-0,664	-0,666	-0,662	-0,658	-0,821	-0,808	-0,666	-0,663
0,9935	-0,873	0,0478	0,0528	0,0422	0,0392	0,0596	0,0661	-0,093	-0,132
1,8852	0,466	1,1446	1,1475	1,1466	1,1456	1,1509	1,1645	1,1544	1,0091
0,2236	-1,254	-0,475	-0,475	-0,466	-0,64	-0,472	-0,646	-0,48	-0,457
1,8835	0,4596	1,1392	1,1423	1,1415	1,1407	1,1453	1,1604	1,1499	1,0124
1,6252	0,182	0,8882	0,8896	0,8935	0,9016	0,7036	0,8987	0,8856	0,8949
1,6887	0,2655	0,9497	0,9515	0,946	0,8349	0,951	0,8392	0,8254	0,9698
1,057	-0,452	0,3022	0,302	0,3019	0,3045	0,3042	0,3113	0,2965	0,219
0,7603	-0,814	-0,032	-0,028	-0,037	-0,04	-0,156	-0,15	-0,026	-0,059
0,734	-0,812	-0,043	-0,04	-0,048	-0,051	-0,032	-0,026	-0,173	-0,069
1,2984	-0,139	0,5586	0,5409	0,559	0,5601	0,5586	0,5549	0,5472	0,5539
0,0471	-1,321	-0,604	-0,604	-0,613	-0,606	-0,595	-0,605	-0,602	-0,6
0,0762	-1,371	-0,611	-0,611	-0,601	-0,708	-0,714	-0,717	-0,615	-0,593
1,9421	0,3532	1,1029	1,1084	1,1062	1,1113	1,1042	1,1274	1,1189	1,0245
1,3396	-0,115	0,5951	0,5943	0,5962	0,5972	0,4324	0,6083	0,4229	0,6062
1,8387	0,161	0,9497	0,9519	0,9571	0,9633	0,9544	0,8942	0,9602	0,9458
0,2657	-1,236	-0,453	-0,507	-0,449	-0,452	-0,448	-0,446	-0,456	-0,503

BA	BB	$\hat{Y}_{lengkap}$	$\hat{Y}_{5\%}$	$\hat{Y}_{10\%}$	$\hat{Y}_{20\%}$	$\hat{Y}_{30\%}$	$\hat{Y}_{35\%}$	$\hat{Y}_{40\%}$	$\hat{Y}_{45\%}$
1,3186	-0,12	0,5787	0,5776	0,5794	0,5271	0,5787	0,5386	0,5146	0,5906
1,4287	0,0461	0,73	0,7316	0,7348	0,74	0,7379	0,7347	0,7201	0,5774
1,7205	0,2947	0,9812	0,983	0,9774	0,9811	0,8227	0,9855	0,9707	1,0021
-0,1575	-1,522	-0,794	-0,796	-0,796	-0,826	-0,801	-0,815	-0,832	-0,83
0,1916	-1,094	-0,427	-0,428	-0,426	-0,427	-0,419	-0,512	-0,412	-0,432
0,0012	-1,431	-0,68	-0,681	-0,736	-0,671	-0,743	-0,679	-0,684	-0,73
1,7972	0,3865	1,0659	1,0682	1,0641	0,9231	1,0703	0,9308	0,9218	1,0802
0,4827	-0,901	-0,196	-0,196	-0,196	-0,194	-0,191	-0,196	-0,186	-0,359
0,312	-1,177	-0,409	-0,407	-0,408	-0,412	-0,415	-0,412	-0,409	-0,414
0,6548	-0,82	-0,069	-0,069	-0,07	-0,067	-0,065	-0,223	-0,22	-0,225
1,0789	-0,442	0,3261	0,3263	0,3251	0,3286	0,3285	0,3337	0,3212	0,3352
1,2841	-1,132	0,0567	-0,03	0,0502	0,0478	-0,023	-0,017	-0,027	-0,069
0,6496	-0,837	-0,08	-0,08	-0,081	-0,078	-0,076	-0,079	-0,077	-0,08
1,0379	-0,463	0,2825	0,2821	0,2826	0,2848	0,2523	0,2602	0,2442	0,2585
0,6245	-0,867	-0,108	-0,108	-0,109	-0,106	-0,104	-0,107	-0,106	-0,108
1,6213	0,1751	0,8824	0,8837	0,8877	0,8958	0,8905	0,893	0,696	0,7033
-0,0615	-1,409	-0,695	-0,697	-0,695	-0,69	-0,7	-0,813	-0,697	-0,696
1,6586	0,2469	0,9248	0,9268	0,9227	0,9232	0,9174	0,93	0,9088	0,9272
1,5306	0,0914	0,7882	0,7886	0,7852	0,789	0,788	0,7956	0,7751	0,8072
0,0663	-1,405	-0,631	-0,631	-0,622	-0,658	-0,628	-0,665	-0,671	-0,649
1,8577	0,2376	1,0056	1,0071	1,0126	1,0193	1,0113	1,0141	1,0133	1,0041
1,7542	0,3276	1,0152	1,0169	1,0113	1,0152	1,0157	1,0196	0,8055	1,0365
1,2833	-0,336	0,4799	0,4795	0,4826	0,4776	0,3521	0,3456	0,448	0,3646
1,4347	-0,005	0,6957	0,5056	0,6964	0,6976	0,6954	0,7092	0,4962	0,7085
1,9337	0,1609	0,9992	1,0053	1,005	1,0124	0,9993	0,9961	1,0158	0,9926
0,1489	-1,155	-0,473	-0,473	-0,472	-0,474	-0,553	-0,474	-0,548	-0,564
1,3802	-0,012	0,6819	0,6832	0,6863	0,6883	0,6887	0,4878	0,666	0,6963
0,8907	-0,637	0,1375	0,1375	0,1363	0,1396	0,1406	0,1435	0,1329	0,1444
1,4046	-0,005	0,6864	0,6877	0,6916	0,6986	0,6951	0,6946	0,6379	0,6505
-0,135	-1,498	-0,781	-0,783	-0,779	-0,775	-0,817	-0,805	-0,783	-0,78
1,4836	0,0465	0,7459	0,7452	0,7457	0,7476	0,7454	0,7585	0,5639	0,7606
0,6263	-0,905	-0,144	-0,14	-0,148	-0,152	-0,132	-0,169	-0,138	-0,213
1,8484	0,4395	1,1174	1,1199	1,1182	1,1166	1,124	1,1309	1,1224	1,1242
1,4274	-0,01	0,6891	0,6883	0,6892	0,6908	0,6888	0,7019	0,6776	0,5744
0,8687	-0,661	0,1161	0,1161	0,1149	0,0514	0,0528	0,0547	0,0451	0,1226
2,0055	0,292	1,0979	1,1011	1,1052	1,1117	1,1013	1,1043	1,1103	0,9034
1,3304	-0,716	0,3183	0,3167	0,3194	0,31	0,3192	0,3157	0,274	0,3375
1,9548	0,2979	1,0809	1,087	1,0846	1,091	1,0811	1,1026	1,0419	1,0756
-0,0954	-1,532	-0,769	-0,77	-0,772	-0,765	-0,776	-0,805	-0,772	-0,813
0,553	-0,868	-0,145	-0,145	-0,145	-0,143	-0,14	-0,144	-0,299	-0,148
0,2249	-1,277	-0,492	-0,491	-0,486	-0,489	-0,53	-0,486	-0,495	-0,528
-0,1204	-1,465	-0,752	-0,753	-0,752	-0,747	-0,757	-0,814	-0,753	-0,753
0,1619	-1,286	-0,528	-0,527	-0,528	-0,529	-0,521	-0,528	-0,651	-0,649
1,7652	0,3529	1,0292	1,0316	1,0308	1,0291	1,0361	1,0141	1,0368	1,0323
0,165	-1,307	-0,537	-0,536	-0,537	-0,538	-0,531	-0,537	-0,667	-0,661

BA	BB	$\hat{Y}_{lengkap}$	$\hat{Y}_{5\%}$	$\hat{Y}_{10\%}$	$\hat{Y}_{20\%}$	$\hat{Y}_{30\%}$	$\hat{Y}_{35\%}$	$\hat{Y}_{40\%}$	$\hat{Y}_{45\%}$
2,0131	0,4444	1,1853	1,1907	1,1885	1,1933	1,0322	1,2105	1,2013	1,1819
-0,1578	-1,505	-0,788	-0,79	-0,79	-0,784	-0,795	-0,816	-0,832	-0,79
0,353	-0,952	-0,28	-0,281	-0,454	-0,28	-0,273	-0,28	-0,266	-0,462
1,1786	-0,3	0,4268	0,4261	0,4276	0,429	0,4277	0,3545	0,4197	0,4362
1,3241	-0,115	0,584	0,5829	0,5847	0,5857	0,584	0,5972	0,5034	0,5252
1,9318	0,4207	1,1343	1,1388	1,1373	1,1403	1,0331	1,1602	1,1492	1,1312
1,4444	0,0294	0,7232	0,7245	0,7284	0,7356	0,7318	0,6618	0,7181	0,7304
-0,0209	-1,374	-0,659	-0,661	-0,658	-0,815	-0,663	-0,648	-0,822	-0,821
1,8243	0,4101	1,0872	1,0899	1,089	1,0875	1,094	1,1052	1,0957	1,0902
0,2878	-1,208	-0,422	-0,421	-0,415	-0,417	-0,418	-0,58	-0,426	-0,408
1,78	-1,186	0,3134	0,311	0,3121	0,2983	0,1862	0,1875	0,1289	0,2101
1,6386	0,1803	0,8921	0,7145	0,8976	0,9057	0,9002	0,9031	0,8905	0,8978
2,0641	0,2896	1,13	1,1363	1,1358	1,1435	1,1298	0,9915	1,1467	0,9754
0,1306	-1,234	-0,518	-0,518	-0,517	-0,519	-0,51	-0,519	-0,6	-0,607
0,5625	-0,893	-0,158	-0,155	-0,161	-0,165	-0,262	-0,257	-0,154	-0,177
1,4682	0,0277	0,7265	0,7264	0,7243	0,7276	0,7263	0,7356	0,6693	0,6995
1,7433	0,3205	1,0052	1,0071	1,0014	1,0048	1,0063	0,8407	0,9955	1,0258
1,341	-0,269	0,5429	0,5427	0,5456	0,5409	0,5463	0,5406	0,3193	0,5612
0,4993	-0,977	-0,219	-0,216	-0,219	-0,223	-0,211	-0,366	-0,217	-0,388
1,1823	-0,327	0,4301	0,43	0,4335	0,4303	0,3923	0,4281	0,4032	0,4458
0,0391	-1,415	-0,651	-0,651	-0,642	-0,642	-0,648	-0,703	-0,708	-0,686
0,2259	-1,063	-0,391	-0,391	-0,39	-0,535	-0,382	-0,391	-0,376	-0,394
0,0435	-1,381	-0,621	-0,622	-0,624	-0,617	-0,829	-0,606	-0,825	-0,614
1,2558	-0,679	0,2981	0,2966	0,2996	0,2909	0,2996	0,2828	0,2563	0,3038

LAMPIRAN 12 Interval Konfidensi Hasil Estimasi Regresi Semiparametrik dengan Nadaraya-Watson untuk Data Lengkap, 5%, 10%, 20%, 30%, 35%, 40%, dan 45% Data Hilang

BA	BB	$\hat{Y}_{lengkap}$	$\hat{Y}_{5\%}$	$\hat{Y}_{10\%}$	$\hat{Y}_{20\%}$	$\hat{Y}_{30\%}$	$\hat{Y}_{35\%}$	$\hat{Y}_{40\%}$	$\hat{Y}_{45\%}$
0,252	-1,1867	-0,5731	-0,4343	-0,435	-0,5089	-0,4317	-0,4	-0,5217	-0,4623
1,0169	-0,7527	0,0344	0,13	0,1216	0,1489	0,1073	0,0475	0,1294	0,1212
1,8917	0,2718	1,0075	1,0311	1,0349	1,0368	0,9893	1,0411	1,1118	1,0533
0,3392	-1,3684	-0,6755	-0,4829	-0,4819	-0,4894	-0,4724	-0,627	-0,6873	-0,525
0,5989	-1,0147	-0,3137	-0,1928	-0,1968	-0,3746	-0,1952	-0,1651	-0,163	-0,3653
1,8624	0,2309	0,9607	0,9993	1,0037	1,0048	1,0063	1,0109	1,0537	1,0657
1,0526	-0,7068	0,0733	0,1774	0,1691	0,1959	0,1534	0,1031	0,1005	0,0949
0,0338	-1,7638	-0,9903	-0,8014	-0,8033	-0,8031	-0,7934	-0,8121	-0,8781	-0,8615
1,7259	0,0978	0,8227	0,8672	0,8774	0,8648	0,8752	0,8562	0,8879	0,9058
0,1114	-1,6666	-0,8875	-0,7129	-0,7147	-0,8119	-0,6993	-0,7238	-0,791	-0,7727
0,991	-1,1137	-0,1078	-0,1765	-0,2766	-0,1799	-0,1797	-0,1687	-0,049	-0,1297
0,2823	-1,2325	-0,6194	-0,4372	-0,4362	-0,4442	-0,4304	-0,5586	-0,6276	-0,4924
-0,067	-1,626	-0,9559	-0,7968	-0,7991	-0,7988	-0,7961	-0,7966	-0,8591	-0,8353
2,0676	-0,0569	0,9197	0,9406	0,9546	0,9509	0,9505	0,9475	1,0184	1,0379
1,4144	-0,3282	0,4097	0,5249	0,5201	0,5335	0,5041	0,3236	0,3145	0,5812
0,7838	-0,8385	-0,1381	-0,1364	-0,1475	-0,1334	-0,1342	-0,1314	-0,0241	0,0094
0,8956	-0,9148	-0,1069	-0,0199	-0,1286	-0,1066	-0,035	-0,0228	-0,1104	-0,1346
0,183	-1,4904	-0,7682	-0,6177	-0,6229	-0,6111	-0,6114	-0,6099	-0,6499	-0,6654
0,3648	-1,4444	-0,7108	-0,5109	-0,5102	-0,5167	-0,4982	-0,6647	-0,5587	-0,7029
-0,069	-1,5956	-0,9518	-0,7765	-0,7782	-0,7784	-0,7698	-0,7831	-0,8947	-0,8174
0,7708	-0,8371	-0,1417	-0,1405	-0,1516	-0,1364	-0,3098	-0,1359	-0,0304	0,007
1,4745	-0,1135	0,5749	0,6763	0,6625	0,6272	0,6993	0,65	0,6373	0,697
0,7064	-1,0426	-0,2376	-0,1622	-0,1685	-0,157	-0,1696	-0,1475	-0,1453	-0,1768
1,4173	-0,3222	0,3877	0,6569	0,6445	0,6488	0,5068	0,6717	0,3333	0,5238
0,3226	-1,5857	-0,7997	-0,589	-0,5897	-0,5927	-0,5727	-0,7478	-0,6461	-0,629
1,6828	0,0257	0,7929	0,8322	0,8227	0,8434	0,8541	0,861	0,7058	0,7076
0,2387	-1,3241	-0,6932	-0,5067	-0,5057	-0,5137	-0,499	-0,578	-0,5519	-0,5596
0,4596	-1,0693	-0,4235	-0,2834	-0,2861	-0,287	-0,2837	-0,2509	-0,4064	-0,2797
1,3935	-0,1821	0,5182	0,6136	0,5988	0,6023	0,6224	0,6265	0,6225	0,6264
2,039	0,3183	1,1	1,1236	1,1269	1,1278	1,1311	1,1269	1,1895	1,2002
1,8698	0,2442	0,9869	1,0077	1,0117	1,0133	1,0146	1,0184	1,0594	1,0766
0,2994	-1,6098	-0,8046	-0,609	-0,6099	-0,6125	-0,5925	-0,6158	-0,6682	-0,7941
0,8155	-0,9938	-0,1723	-0,0987	-0,1066	-0,0856	-0,1131	-0,1383	-0,091	-0,1171
1,5167	-0,1556	0,594	0,6836	0,6916	0,6728	0,6837	0,6297	0,6033	0,6916
1,7968	0,1732	0,9195	0,9431	0,953	0,9418	0,9513	0,9585	0,9889	0,9774
2,1662	-2,019	0,0918	-0,0439	-0,0549	-0,2338	-0,0516	-0,0329	0,1122	-0,0948
0,4739	-1,0519	-0,4006	-0,2671	-0,2697	-0,2708	-0,2673	-0,2345	-0,4092	-0,264
1,495	-0,1437	0,5684	0,6542	0,6561	0,6495	0,6446	0,5015	0,6563	0,718
1,9978	0,3774	1,0998	1,1339	1,1368	1,1389	1,0183	1,1398	1,0822	1,2068
0,2786	-1,3197	-0,6733	-0,4854	-0,4843	-0,4923	-0,4769	-0,4642	-0,5314	-0,6617
0,255	-1,1796	-0,5826	-0,4264	-0,4264	-0,4329	-0,4227	-0,491	-0,5525	-0,466
1,7357	-0,0537	0,7593	0,7881	0,7671	0,8042	0,7874	0,7912	0,8521	0,8263
0,9917	-0,7809	0,017	0,1016	0,0932	0,1204	0,0792	0,0894	0,1039	0,0954
1,6901	-0,0485	0,7399	0,7825	0,7782	0,7972	0,8034	0,8094	0,828	0,8236
0,1988	-1,4725	-0,7464	-0,6005	-0,6053	-0,7387	-0,7394	-0,593	-0,7758	-0,6452
2,2655	0,2065	1,185	1,1803	1,1866	1,1838	1,1902	1,181	1,2425	1,2687
0,0306	-1,476	-0,8406	-0,6692	-0,6708	-0,6715	-0,6661	-0,8305	-0,7326	-0,8654

BA	BB	$\hat{Y}_{lengkap}$	$\hat{Y}_{5\%}$	$\hat{Y}_{10\%}$	$\hat{Y}_{20\%}$	$\hat{Y}_{30\%}$	$\hat{Y}_{35\%}$	$\hat{Y}_{40\%}$	$\hat{Y}_{45\%}$
1,9478	0,3338	1,0694	1,0894	1,0929	1,0949	1,0963	1,0984	1,0682	1,1602
0,8298	-0,8712	-0,0974	-0,1324	-0,1436	-0,1317	-0,2909	-0,1266	-0,0156	0,009
2,0754	0,1267	1,0197	1,0441	1,0488	1,0477	1,0528	1,0295	1,109	1,1124
2,1471	0,2647	1,1223	1,1505	1,1549	1,1541	1,1589	1,1522	1,0938	1,2312
1,4498	-0,1828	0,5218	0,615	0,6176	0,6094	0,5022	0,6204	0,5124	0,5696
0,1364	-1,5367	-0,8228	-0,6647	-0,67	-0,6582	-0,6587	-0,6568	-0,6965	-0,7113
2,0654	0,2004	1,0465	1,0766	1,0808	1,032	1,0849	1,0304	1,1417	1,1099
0,0543	-1,4955	-0,832	-0,6622	-0,6636	-0,6641	-0,8213	-0,6698	-0,8957	-0,706
0,9614	-0,8058	-0,0245	0,0761	0,0676	0,0951	0,0531	0,0639	0,0738	0,066
1,3434	-0,2625	0,3951	0,6331	0,6194	0,6268	0,6592	0,5232	0,3964	0,3974
0,248	-1,2509	-0,6442	-0,4636	-0,4627	-0,4706	-0,5723	-0,4365	-0,5068	-0,5184
0,5442	-1,0418	-0,3429	-0,2321	-0,2357	-0,234	-0,2338	-0,2026	-0,2042	-0,225
1,4089	-0,3123	0,3795	0,6565	0,644	0,6486	0,5088	0,4983	0,338	0,3532
0,2473	-1,4271	-0,6727	-0,553	-0,5582	-0,5459	-0,546	-0,5453	-0,5858	-0,6031
0,4276	-1,3337	-0,5376	-0,412	-0,4207	-0,3909	-0,3898	-0,407	-0,4436	-0,4607
-0,041	-1,5506	-0,9184	-0,7405	-0,7421	-0,7426	-0,7347	-0,7464	-0,805	-0,7807
0,0673	-1,6542	-0,9271	-0,73	-0,7317	-0,7317	-0,8048	-0,827	-0,8929	-0,8711
0,3609	-1,4408	-0,7271	-0,5109	-0,6703	-0,5168	-0,4984	-0,5022	-0,5586	-0,5433
0,0567	-1,5619	-0,8672	-0,7064	-0,7091	-0,8038	-0,803	-0,7033	-0,8601	-0,7443
2,1796	0,1136	1,0562	1,0791	1,0932	1,0907	1,0986	0,9215	1,1643	1,0232
2,4123	-1,4271	0,2146	0,6198	0,6113	0,6096	0,4503	0,6263	0,2425	0,4721
1,5404	-0,0347	0,6518	0,7635	0,7491	0,7667	0,7875	0,7907	0,7701	0,7738
0,0444	-1,5941	-0,8894	-0,7136	-0,7153	-0,7154	-0,7033	-0,8329	-0,8964	-0,8718
1,2781	-0,4793	0,2351	0,5079	0,4953	0,4998	0,5051	0,5229	0,3577	0,3755
1,5079	-0,0826	0,6049	0,7072	0,6937	0,6308	0,7302	0,6534	0,723	0,6468
0,4251	-1,0681	-0,4355	-0,2961	-0,2981	-0,3007	-0,2955	-0,2624	-0,4409	-0,2993
0,4968	-1,2714	-0,4864	-0,3925	-0,4026	-0,3721	-0,3723	-0,3902	-0,4032	-0,4141
1,4863	-0,1936	0,5892	0,6485	0,6569	0,6376	0,634	0,6427	0,6322	0,6393
1,4042	-0,3626	0,3514	0,6312	0,619	0,623	0,6575	0,6458	0,3272	0,4968
0,5668	-1,0985	-0,4098	-0,3506	-0,3617	-0,3391	-0,3405	-0,3477	-0,2654	-0,2284
0,0399	-1,5631	-0,8677	-0,7139	-0,7164	-0,7153	-0,8085	-0,8059	-0,7749	-0,7525
1,0355	-0,744	0,0635	0,1398	0,1316	0,0458	0,1182	0,128	0,0353	0,0259
1,8998	0,0692	0,8997	0,9201	0,925	0,9364	0,9408	0,9409	1,001	1,0007
0,7128	-0,9281	-0,2143	-0,2188	-0,2301	-0,2164	-0,2994	-0,2949	-0,1848	-0,0733
0,3138	-1,5923	-0,7831	-0,5867	-0,5878	-0,5897	-0,57	-0,5953	-0,6503	-0,6406
1,7067	0,0609	0,8025	0,8371	0,8479	0,8105	0,845	0,83	0,8637	0,8593
1,3325	-0,4195	0,3405	0,4469	0,4411	0,4581	0,2678	0,4415	0,4247	0,3222
2,0192	0,3958	1,1187	1,1539	1,1568	1,1588	1,1609	1,1595	1,2224	1,2267
0,2268	-1,2114	-0,6129	-0,4595	-0,4601	-0,4656	-0,4568	-0,4694	-0,5232	-0,5315
0,1074	-1,5709	-0,8395	-0,6961	-0,702	-0,6872	-0,6876	-0,6877	-0,7266	-0,7489
1,4936	-0,1363	0,5541	0,6689	0,6732	0,6613	0,5363	0,6753	0,537	0,7097
0,4197	-1,0752	-0,4316	-0,3027	-0,3047	-0,3072	-0,302	-0,4142	-0,4392	-0,4492
1,5622	-0,0136	0,6627	0,7839	0,7696	0,7873	0,8078	0,8112	0,791	0,795
0,1808	-1,5378	-0,7592	-0,6377	-0,6455	-0,6326	-0,6323	-0,6417	-0,6647	-0,6949
0,4171	-1,3541	-0,5767	-0,4689	-0,4792	-0,4482	-0,4483	-0,4664	-0,4884	-0,5023
1,3934	-1,2873	0,0285	-0,062	-0,0732	-0,0684	-0,2531	-0,0531	0,0742	0,0668
0,0867	-1,4407	-0,7745	-0,624	-0,6256	-0,6263	-0,622	-0,6259	-0,8862	-0,6644
0,2443	-1,1909	-0,5988	-0,439	-0,4395	-0,4454	-0,436	-0,4779	-0,463	-0,5441
1,7081	0,0357	0,7855	0,8277	0,8391	0,7771	0,8353	0,8419	0,8745	0,8724
0,5839	-1,1365	-0,3623	-0,2692	-0,2752	-0,2657	-0,3037	-0,2505	-0,2729	-0,2757
0,6339	-0,9749	-0,291	-0,2734	-0,2846	-0,2665	-0,2679	-0,327	-0,1684	-0,1223
1,4015	-0,1891	0,4653	0,6936	0,6797	0,6879	0,7197	0,7127	0,4166	0,4142

BA	BB	$\hat{Y}_{lengkap}$	$\hat{Y}_{5\%}$	$\hat{Y}_{10\%}$	$\hat{Y}_{20\%}$	$\hat{Y}_{30\%}$	$\hat{Y}_{35\%}$	$\hat{Y}_{40\%}$	$\hat{Y}_{45\%}$
2,1527	0,1616	1,0721	1,0856	1,0987	1,0987	1,1057	1,0967	1,1785	1,1969
0,3251	-1,5826	-0,7757	-0,578	-0,579	-0,5812	-0,5614	-0,7669	-0,8194	-0,8084
1,466	-0,2376	0,4745	0,5831	0,5809	0,5856	0,5666	0,5838	0,5854	0,6702
0,3807	-1,3974	-0,5881	-0,4855	-0,4953	-0,4634	-0,4921	-0,4821	-0,5174	-0,5352
0,2363	-1,1997	-0,6088	-0,4453	-0,4453	-0,452	-0,4415	-0,497	-0,5602	-0,5711
0,0972	-1,5435	-0,8416	-0,6613	-0,6628	-0,663	-0,6507	-0,6708	-0,7359	-0,7113
1,7459	0,1187	0,8487	0,8934	0,902	0,8945	0,9013	0,909	0,9365	0,9149
0,3359	-1,4253	-0,6332	-0,5048	-0,5136	-0,5593	-0,5587	-0,4995	-0,5352	-0,6273
1,4035	-0,1642	0,5188	0,6732	0,6583	0,6709	0,6985	0,5704	0,6372	0,6312
1,8027	0,1794	0,9065	0,9509	0,9603	0,9506	0,8751	0,9664	0,915	0,9826
1,9662	0,093	0,9442	0,9574	0,9659	0,9731	0,978	0,9747	0,93	0,9366
2,16	0,1387	1,0618	1,0792	1,0928	1,0917	1,0991	0,9092	1,1695	1,19
0,7556	-0,8644	-0,1848	-0,152	-0,1629	-0,144	-0,1451	-0,1487	-0,0525	-0,0031
1,8847	0,254	0,9905	1,026	1,0368	0,8328	1,0344	0,8511	0,8832	0,8758
1,6867	-0,0819	0,7358	0,7557	0,7482	0,7714	0,7707	0,7813	0,8116	0,8062
0,0653	-1,4968	-0,8295	-0,6647	-0,6667	-0,6668	-0,6639	-0,818	-0,7286	-0,8567
0,9787	-0,9954	-0,0783	-0,1223	-0,1336	-0,1248	-0,1247	-0,1151	-0,1449	0,0129
1,9894	0,379	1,1112	1,1323	1,1357	1,1378	1,1393	1,1405	1,2065	1,2034
0,3216	-1,3873	-0,6192	-0,4908	-0,4979	-0,4756	-0,6472	-0,4834	-0,5206	-0,722
1,9845	0,375	1,0943	1,1271	1,1304	1,1325	1,1341	1,1347	1,1999	1,1987
1,7152	0,0622	0,8036	0,8679	0,8582	0,8788	0,8898	0,7037	0,8935	0,8956
1,81	0,1799	0,9076	0,9508	0,9614	0,9481	0,8446	0,966	0,8841	0,8766
1,1829	-0,5756	0,1942	0,3079	0,3006	0,3233	0,2837	0,2989	0,2779	0,2928
0,7722	-0,8775	-0,1375	-0,1635	-0,1747	-0,1614	-0,1622	-0,2929	-0,0487	-0,1529
0,7555	-0,8728	-0,1549	-0,1685	-0,1797	-0,1657	-0,1666	-0,1633	-0,1889	-0,0228
1,3963	-0,2371	0,4801	0,5719	0,5601	0,5637	0,5669	0,579	0,5632	0,591
0,152	-1,3993	-0,7557	-0,5884	-0,5876	-0,6048	-0,5811	-0,5643	-0,6416	-0,6408
0,178	-1,4969	-0,7638	-0,6234	-0,6288	-0,616	-0,7228	-0,7214	-0,6553	-0,7782
2,0662	0,2473	1,0824	1,101	1,1048	1,1048	1,1089	1,1033	1,166	1,1804
1,4767	-0,1955	0,5221	0,6106	0,6102	0,6097	0,5971	0,4505	0,4551	0,693
1,9599	0,0383	0,9115	0,9241	0,935	0,9388	0,9444	0,9386	1,0218	0,973
0,3854	-1,3916	-0,6001	-0,4743	-0,5391	-0,4521	-0,4515	-0,4706	-0,508	-0,525
1,4188	-0,2108	0,4992	0,5926	0,5965	0,5852	0,5331	0,5991	0,5347	0,5833
1,5247	-0,0482	0,6102	0,7533	0,7387	0,7558	0,7775	0,7802	0,757	0,7599
1,8474	0,2085	0,9441	0,9832	0,9942	0,9793	0,9914	0,8387	1,0297	1,0242
-0,09	-1,6092	-0,9564	-0,7943	-0,7961	-0,7963	-0,8237	-0,8006	-0,8943	-0,8698
0,2572	-1,1783	-0,5732	-0,4263	-0,4267	-0,4326	-0,4233	-0,3923	-0,45	-0,5426
0,1079	-1,5603	-0,8333	-0,6904	-0,695	-0,7507	-0,6866	-0,7475	-0,7243	-0,7305
1,9158	0,2768	1,0419	1,0598	1,067	1,0632	0,9264	1,0742	0,9931	0,9584
0,5578	-1,0408	-0,3329	-0,2257	-0,2295	-0,2273	-0,2277	-0,197	-0,1966	-0,2188
0,4523	-1,3114	-0,5338	-0,4424	-0,4528	-0,4226	-0,423	-0,4536	-0,445	-0,4646
0,7612	-0,9926	-0,2041	-0,1096	-0,1159	-0,1042	-0,1172	-0,0958	-0,2471	-0,2786
1,1946	-0,5634	0,2236	0,3232	0,3154	0,3413	0,2992	0,3111	0,3015	0,2976
1,3019	-1,3789	-0,0676	-0,1547	-0,2592	-0,161	-0,16	-0,2382	-0,1091	-0,1165
0,7618	-1,01	-0,1981	-0,1207	-0,1274	-0,1138	-0,1295	-0,1098	-0,1103	-0,1418
1,1738	-0,5826	0,2129	0,2918	0,285	0,3049	0,2683	0,253	0,234	0,2689
0,7396	-1,04	-0,2438	-0,1485	-0,1555	-0,1408	-0,1581	-0,1391	-0,1398	-0,1712
1,7116	0,054	0,7961	0,861	0,8516	0,8723	0,8829	0,8897	0,7062	0,8893
0,0174	-1,5117	-0,8505	-0,695	-0,6968	-0,6973	-0,6932	-0,6966	-0,7584	-0,8622
1,7754	0,1395	0,8829	0,9199	0,9273	0,9227	0,9276	0,9232	0,9746	0,9546
1,6721	-0,027	0,7303	0,795	0,8063	0,7853	0,8011	0,8075	0,8229	0,8233
0,1633	-1,5332	-0,7845	-0,646	-0,6529	-0,6326	-0,6678	-0,6378	-0,7101	-0,7412

BA	BB	$\hat{Y}_{lengkap}$	$\hat{Y}_{5\%}$	$\hat{Y}_{10\%}$	$\hat{Y}_{20\%}$	$\hat{Y}_{30\%}$	$\hat{Y}_{35\%}$	$\hat{Y}_{40\%}$	$\hat{Y}_{45\%}$
1,9679	0,1156	0,946	0,9729	0,9799	0,9889	0,9936	0,9917	1,061	1,0643
1,8832	0,2406	0,9763	1,0174	1,0286	1,0132	1,0257	1,0321	0,8675	1,0588
1,3599	-0,3376	0,3576	0,6172	0,6044	0,6094	0,6435	0,5016	0,475	0,3583
1,5398	-0,0903	0,6186	0,71	0,524	0,7037	0,7025	0,7155	0,5206	0,7611
2,1596	-0,0397	0,9779	1,0044	1,0159	1,0101	1,019	1,0064	1,0585	1,0997
0,2255	-1,2275	-0,6227	-0,4633	-0,4628	-0,4702	-0,4583	-0,5214	-0,5892	-0,5138
1,4727	-0,095	0,5602	0,7424	0,7277	0,7402	0,7679	0,7656	0,7067	0,5083
1,0116	-0,7568	0,04	0,1258	0,1174	0,1447	0,103	0,1135	0,124	0,1161
1,4944	-0,109	0,601	0,6811	0,6683	0,6888	0,7037	0,7102	0,6581	0,7056
-0,043	-1,619	-0,9524	-0,7821	-0,7845	-0,784	-0,7818	-0,8144	-0,8443	-0,8538
1,5822	-0,0685	0,6972	0,7582	0,7649	0,7483	0,756	0,7659	0,5731	0,776
0,6544	-0,9641	-0,2672	-0,2652	-0,2766	-0,2618	-0,263	-0,2599	-0,1518	-0,1589
1,9678	0,3382	1,0794	1,1062	1,1107	1,1116	1,1134	1,1172	1,1902	1,1724
1,5249	-0,1175	0,617	0,7019	0,7078	0,6926	0,6986	0,7093	0,6876	0,7264
0,9947	-0,7825	0,013	0,1005	0,0921	0,1192	0,0117	0,022	0,0404	0,0314
2,1459	0,1539	1,066	1,0784	1,0915	1,0915	1,0985	1,0895	1,1713	1,1898
1,4769	-0,7044	0,1759	0,5046	0,4935	0,4954	0,5306	0,5163	0,3314	0,3625
2,1221	0,1574	1,0476	1,0832	1,0882	1,0868	1,0921	1,0846	1,0927	1,1677
0,0002	-1,6649	-0,9463	-0,771	-0,7728	-0,7727	-0,7601	-0,7806	-0,8455	-0,8718
0,6384	-1,0231	-0,2884	-0,1803	-0,1851	-0,1796	-0,1841	-0,1562	-0,3106	-0,1781
0,3393	-1,4321	-0,6302	-0,5109	-0,5202	-0,4889	-0,4882	-0,5501	-0,5437	-0,5596
-0,047	-1,5595	-0,9154	-0,7511	-0,7529	-0,7533	-0,7486	-0,7536	-0,8135	-0,8645
0,3116	-1,3971	-0,7223	-0,5114	-0,5105	-0,5179	-0,5009	-0,4965	-0,6876	-0,5531
1,8773	0,2596	0,9953	1,0171	1,0206	1,0227	1,0239	1,0268	1,0969	1,0565
0,3297	-1,4318	-0,705	-0,5214	-0,5206	-0,5276	-0,5098	-0,5098	-0,703	-0,5577
2,1275	0,346	1,1797	1,1821	1,1859	1,186	1,19	1,03	1,2465	1,2596
-0,092	-1,5905	-0,9644	-0,7876	-0,7894	-0,7898	-0,7833	-0,7921	-0,8917	-0,8678
0,4162	-1,0559	-0,4161	-0,2915	-0,2929	-0,4706	-0,2902	-0,2573	-0,2934	-0,3014
1,3328	-0,3978	0,3243	0,4412	0,4371	0,4476	0,4217	0,4396	0,4354	0,4339
1,427	-0,2023	0,53	0,5981	0,6015	0,5914	0,591	0,6042	0,5261	0,647
2,0279	0,3368	1,095	1,1275	1,1307	1,1319	1,1349	1,0271	1,1938	1,2032
1,5337	-0,077	0,6419	0,7148	0,7024	0,7231	0,7372	0,7438	0,735	0,6709
0,0643	-1,4861	-0,8243	-0,6593	-0,6612	-0,6615	-0,8197	-0,6599	-0,8827	-0,6995
1,9337	0,3191	1,0507	1,075	1,0785	1,0806	1,0819	1,0841	1,1525	1,1459
0,3941	-1,3567	-0,5787	-0,4387	-0,447	-0,4185	-0,4174	-0,433	-0,4682	-0,6482
2,1638	-1,3056	0,1806	0,5547	0,5457	0,5446	0,58	0,4379	0,2475	0,2851
1,7303	0,0541	0,8026	0,8673	0,6801	0,8795	0,889	0,8957	0,8971	0,8974
2,2882	0,0882	1,1021	1,1344	1,1466	1,1403	1,1496	1,1363	1,187	1,0934
0,2339	-1,3118	-0,6787	-0,5025	-0,5015	-0,5095	-0,4951	-0,4783	-0,6397	-0,5562
0,6741	-0,9664	-0,2533	-0,2384	-0,2494	-0,2287	-0,23	-0,3491	-0,1447	-0,2051
1,5963	-0,1047	0,6743	0,735	0,7454	0,7241	0,7393	0,7462	0,6962	0,7461
1,8641	0,2348	0,9441	1,0062	1,0168	1,0035	1,0145	1,0212	1,0515	0,8776
1,4171	-0,2721	0,4216	0,6785	0,6659	0,6708	0,7049	0,6942	0,3478	0,5498
0,6466	-1,0925	-0,3407	-0,2624	-0,2727	-0,2452	-0,2457	-0,2606	-0,2329	-0,3697
1,2578	-0,357	0,316	0,5443	0,5306	0,5379	0,5704	0,5198	0,4301	0,4328
0,1386	-1,54	-0,7797	-0,6646	-0,6705	-0,6556	-0,6559	-0,6563	-0,7475	-0,7702
0,2951	-1,1408	-0,5334	-0,3858	-0,3857	-0,3925	-0,5259	-0,3532	-0,4176	-0,4285
0,1332	-1,5043	-0,7832	-0,6233	-0,6248	-0,6251	-0,6128	-0,8329	-0,8964	-0,6736
1,3782	-0,6614	0,1739	0,4745	0,4629	0,4655	0,5004	0,487	0,3058	0,322