



TESIS - SF 142502

PEMODELAN PEMANASAN CRUDE OIL MENGUNAKAN ENERGI GELOMBANG MIKRO

YUSTIANA
1112 201 004

DOSEN PEMBIMBING
Dr. Melania Suweni Muntini, M.T
Dr. Yono Hadi Pramono, M.Eng

PROGRAM MAGISTER
BIDANG KEAHLIAN INSTRUMENTASI
JURUSAN FISIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
2015



TESIS - SF 142502

MODELING HEATING OF CRUDE OIL FLUID USING MICROWAVE ENERGY

YUSTIANA
1112 201 004

ADVISOR

Dr. Melania Suweni Muntini, M.T
Dr. Yono Hadi Pramono, M.Eng

MAGISTER PROGRAMME
INSTRUMENTATION PHYSICS
DEPARTMENT OF PHYSICS
FACULTY OF MATHEMATICS AND SCIENCES
SEPULUH NOPEMBER INSTITUTE OF TECHNOLOGY
SURABAYA
2015

LEMBAR PENGESAHAN TESIS

Tesis disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar
Magister Sains (M.Si)

di

Institut Teknologi Sepuluh Nopember

oleh :

Yustiana

Nrp. 1112201004

Tanggal Ujian : 14 Januari 2015

Periode Wisuda : Maret 2015

Disetujui oleh :

1. Dr. Melania Suweni Muntini, MT (Pembimbing)
NIP: 19641229 199002.2.001

2. Dr. Yono Hadi Pramono, M.Eng (Pembimbing)
NIP: 19690904 199203.1.003

3. Endarko, M.Si., Ph.D (Penguji)
NIP: 19741117.199903.1.001

4. Dr. rer. nat/ Eko Minarto, M.Si (Penguji)
NIP: 19750205 199903.1.004

Direktur Program Pascasajana,

Prof. Dr. Ir. Adi Soeprijanto, M.T

NIP. 19640405 199002 1 001

LEMBAR PENGESAHAN TESIS

Tesis disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar
Magister Sains (M.Si)
di
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

oleh :
Yustiana
Nrp. 1112201004

Tanggal Ujian : 14 Januari 2015
Periode Wisuda : Maret 2015

Disetujui oleh :

1. Dr. Melania Suweni Muntini, MT (Pembimbing)
NIP: 19641229 199002.2.001
2. Dr. Yono Hadi Pramono, M.Eng (Pembimbing)
NIP: 19690904 199203.1.003
3. Endarko, M.Si., Ph.D (Penguji)
NIP: 19741117.199903.1.001
4. Dr. rer. nat. Eko Minarto, M.Si (Penguji)
NIP: 19750205 199903.1.004

Direktur Program Pascasajana,

Prof. Dr. Ir. Adi Soeprijanto, M.T
NIP. 19640405 199002 1 001

PEMODELAN PEMANASAN *CRUDE OIL* MENGUNAKAN ENERGI GELOMBANG MIKRO

Nama mahasiswa : Yustiana
NRP : 1112201004
Pembimbing I : Dr. Melania Suweni Muntini, M.T
Pembimbing II : Dr. Yono Hadi Pramono, M.Eng

ABSTRAK

Kemajuan teknologi membawa ke arah peningkatan aktivitas ekonomi, industri, dan transportasi. Hal ini menyebabkan peningkatan kebutuhan suplai energi. Sementara wacana tentang penggunaan sumber energi terbarukan belum menunjukkan usaha yang serius. Sehingga sumber energi fosil tetap menjadi kebutuhan utama. Untuk itu diusulkan alih teknologi pada proses pemanasan minyak menggunakan energi gelombang mikro.

Penelitian ini bertujuan untuk membuat pemodelan pemanasan *crude oil* menggunakan energi gelombang mikro, sebelum teknologi ini diterapkan. Pemanasan fluida berfungsi untuk menurunkan viskositas, mengurangi jumlah partikel residu, dan meminimalkan biaya produksi. Data sekunder diperoleh dari jurnal-jurnal terdahulu, dimodelkan dan dianalisa menggunakan parameter NSD (*Normalisasi Square Deviation*) untuk menentukan kelayakan fungsi.

Pemodelan dilakukan menggunakan software Matlab versi 7.8.0.347 (R.2009a) di dalam pandu gelombang silinder dengan jari-jari 5 cm dan panjang 1000 m yang berisi *crude oil*.

Hasil penelitian menunjukkan bahwa hasil pemodelan fungsi absorpsi *crude oil* adalah berbentuk linear dengan persamaan dielektrik $\epsilon' = 0.0034T + 2.2410$, dan deviasi sebesar 0.0110. Persamaan $\epsilon''/\epsilon' = \tan \delta = 0.0014T - 0.0074$ dan deviasi 0.0090. Hasil NSD 0.0001. Pemodelan distribusi suhu menghasilkan pola dengan kombinasi fungsi eksponensial dan gaussian. Suhu maksimum diperoleh di sekitar pusat silinder. Suhu menurun secara eksponensial searah sumbu z dan menurun secara gaussian searah sumbu radial.

Kata kunci : pemodelan, *crude oil*, pemanasan, energi gelombang mikro, viskositas.

MODELING HEATING OF *CRUDE OIL* FLUID USING MICROWAVE ENERGY

Name : Yustiana
NRP : 1112201004
Advisor I : Dr. Melania Suweni Muntini, M.T
Advisor II : Dr. Yono Hadi Pramono, M.Eng

ABSTRACT

Advances in technology lead to an increase in economic activity, industrial, and transportation. This leads to an increase in the needs of energy supply. While discourse on the use of renewable energy sources has not shown a serious effort. So the fossil energy sources remains a major requirement. For the proposed transfer of technology in the oil heating process using microwave energy.

This study aims to create a pure modeling of crude oil heating using microwave energy, before the technology is applied. Heating serves to reduce the viscosity of the fluid, reducing the residual particles, and minimize production costs. Secondary data were obtained from previous journals, modeled and analyzed using NSD parameters (Normalized Square Deviation) to determine eligibility of functions.

Modeling was performed using Matlab software version 7.8.0.347 (R.2009a) in the waveguide cylinder, with a radius of 5 cm and length of 1000 m that contains crude oil.

The result showed that the result of modeling the absorption function of crude oil is a linear shape for dielectric function $\epsilon' = 0.0034T + 2.2410$ with deviation 0.0110 and $\epsilon''/\epsilon' = \tan \delta = 0.0014T - 0.0074$ with deviation 0.0090. The result of NSD is 0.0001. Modeling of the temperature distribution produce a combination of exponential and gaussian function. The maximum temperature is approximately the centre of the cylinder and decreases exponentially in the direction of the z-axis and decreased gaussian radial direction of the axis.

Keywords: modeling, crude oil, heating, microwave energy, viscosity.

Kata Pengantar

Bismillahirrahmanirrahim. Segala Puji kami panjatkan kepada Allah Rabbul Al ‘Amin atas limpahan Rahman dan Rahim Nya yang tiada terhingga sehingga kami dapat menyelesaikan tesis ini. Sholawat dan salam semoga senantiasa tercurahkan untuk suri tauladan Rasullullah SAW, para sahabat, dan seluruh kaum muslimin sampai akhir zaman.

Terimakasih yang tiada putusnya kami sampaikan untuk Ayah dan Bunda tercinta yang tak pernah berhenti menguntai doa untuk kebaikan dan keberhasilan ananda. Semoga kelak bisa menjadi tabungan amal ibadah sekaligus pelindung dari siksa api neraka.

Tidak lupa pula kami sampaikan ucapan terimakasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Ibu Dr. Melania Suweni Muntini, M.T sebagai Dosen Pembimbing I yang telah banyak memberikan ide, arahan, bimbingan, dan motivasi.
2. Bapak Dr. Yono Hadi Pramono, M.Eng sebagai Dosen Pembimbing II yang telah banyak memberikan logika, gagasan dan pemikiran.
3. Bapak Endarko, M.Si. Ph.D sebagai Dosen Penguji I
4. Bapak Dr. rer. nat. Eko Minarto, M.Si sebagai Dosen Penguji II
5. Bapak Drs. Ali Yunus Rohedi, M.Si. atas kesempatan berdiskusi.
6. Bapak Rohim Aminullah Firdaus, S.Pd, M.Si atas segala dukungan, pemikiran, dan waktu yang telah diberikan kepada kami.
7. My Best Friend, Jazzakallah khoiron katsir, atas segala dukungan moril dan materiil yang telah diberikan. You Always the Best. Thanks so Much.
8. Mbak Ummu, Lia, Ahmadi, Yos, Ayu, Mahe, Adi, Pak Totok, Pak Imam, Pak Fahruzi, Kiki, Intan, Riska dan semua teman-teman S-2 Fisika ITS.
9. Bu Dinar, Bu Ade, Bu Penny, Bu Nanik, Bu Masunah, Bu Emi, Bu Anisah, Bapak Sujarwanto, Bapak Ngadimo, Bapak Khoiron, Bapak Fauzi dan semua teman-teman di SMA Hidayatul Ummah.
10. Adek Lina, Akak Shabrina, Akak Haqi, Zuddin, Migdad, Haidar, Hanif dan Adek Fira terimakasih atas doanya.

serta pihak-pihak lain yang tidak bisa disebut satu per satu.

Semoga tesis ini dapat menjadi bagian dari pengembangan ilmu dan kekayaan intelektual serta membuka peluang untuk penelitian-penelitian selanjutnya dimasa mendatang. Amiin.

Surabaya, 23 Januari 2015

Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN JUDUL	ii
LEMBAR PENGESAHAN	iii
ABSTRAK	iv
ABSTRACT	v
DAFTAR ISI	vi
DAFTAR TABEL	ix
DAFTAR GAMBAR	x
DAFTAR SIMBOL DAN SATUAN	xi
BAB 1 PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Perumusan Masalah	3
1.3 Batasan Masalah	4
1.4 Tujuan Penelitian	4
1.5 Manfaat Penelitian	5
BAB 2 TINJAUAN PUSTAKA	
2.1 <i>Crude Oil</i>	7
2.2 Viskositas dan Pemanasan	8
2.3 Aliran Panas	9
2.4 Energi Gelombang Mikro	10
2.5 Sifat Dielektrik	14
2.6 Pemodelan Numerik	16
2.6.1 Algoritma Pencocokan Kurva	16

2.6.2 Pencocokan Kurva melalui Pendekatan Fungsi Linear	18
2.6.3 Pencocokan Kurva melalui Pendekatan Fungsi Polinomial	20
2.6.4 Pencocokan Kurva melalui Pendekatan Fungsi Eksponensial	21
2.7 Algoritma Persamaan Differensial	22
2.7.1 Pendekatan Numerik untuk Derivatif Pertama	22
2.7.2 Pendekatan Numerik untuk Derivatif Kedua	23
2.7.3 Pendekatan Numerik untuk Persamaan Differensial Biasa	24
2.7.4 Pendekatan Numerik untuk Persamaan Differensial Parsial	25
2.8 Teori Kesalahan	27

BAB 3 METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Studi Literatur	31
3.2 Metode Pemodelan.....	31
3.3 Penentuan Pemodelan	32
3.4 Pembuatan Simulasi	33
3.5 Pengujian Model dan Analisis Eror	35
3.6 Final Model.....	35

BAB 4 HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Hasil Perhitungan Keadaan Awal Crude Oil.....	37
4.2 Pemodelan Fungsi Absorpsi	38
4.2.1 Referensi Fungsi Absorpsi Untuk Material Crude Oil.....	38
4.2.2 Pemodelan Komputasi Fungsi Absorpsi	39
4.2.3 Hasil Pemodelan Fungsi Absorpsi	42
4.3 Heat Generation	45
4.4 Persamaan Distribusi Suhu	46
4.4.1 Pengembangan Metode Komputasi untuk Persamaan Panas pada	

Koordinat Silinder	46
4.5 Penentuan Kondisi Awal dan Syarat Batas Pemodelan	48
4.6 Pengaruh Lama Waktu Pemanasan terhadap Distribusi Suhu	52
BAB 5 SIMPULAN DAN SARAN	
5.1 Simpulan	53
5.2 Saran	53
DAFTAR PUSTAKA	55
LAMPIRAN	
Lampiran 1 Tabel Data Sekunder Konstanta Dielektrik Crude Oil	67
Lampiran 2A Script dan Hasil Pemodelan Dielektrik Fungsi Polinomial	69
Lampiran 2B Script dan Hasil Pemodelan $\tan \delta$ Fungsi Polinomial	63
Lampiran 3 Script dan Hasil Pemodelan Fungsi Absorpsi Eksponensial	67
Lampiran 4 Tabel Hasil Fungsi Pemodelan	77
Lampiran 5A Tabel Standar Deviasi	79
Lampiran 5B Tabel Standar Deviasi	87
Lampiran 6 Script Distribusi Suhu Koordinat Silinder	89
Lampiran 7A Hasil Pemodelan Distribusi Suhu	91

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Bessel Root	14
Tabel 2.2	Sifat-sifat Minyak dan Air	22
Tabel 3.1	Rencana Kerja Penelitian.....	27
Tabel 4.1	Penyimpangan Kurva Fitting	41

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Variasi Viskositas Minyak terhadap Suhu	8
Gambar 2.2	Model Analitis	11
Gambar 2.3	(a) Konstanta Dielektrik (b) Loss Dielektrik	16
Gambar 3.1	Diagram Umum Penelitian	20
Gambar 3.2	Diagram Alir Simulasi	24
Gambar 4.1	Grafik Pencocokan Kurva untuk Crude Oil Tipe B	40
Gambar 4.2	Grafik Pencocokan Kurva Fungsi Linear Crude Oil Tipe A .	44
Gambar 4.3	Pemodelan Fungsi Eksponensial Crude Oil Tipe B	45
Gambar 4.4	Grid untuk Metode Finite Difference	47
Gambar 4.5	Grafik Distribusi Suhu untuk Daya 500 W	50
Gambar 4.6	Grafik Distribusi Suhu untuk Daya 3000 W	51
Gambar 4.11	Grafik Distribusi Suhu untuk Daya 6000 W	51

Daftar Simbol, Besaran, dan Satuan

A	Luas (m^2)
a	Jari-jari (m)
B	Rapat Fluks Magnetik (Wb/m^2)
C_p	Kapasitas Kalor jenis ($J/(kg K)$)
c	Kecepatan cahaya (m/s)
D	Rapat Fluks Listrik (C/m^2)
E	Intensitas Medan Listrik (V/m)
f	Frekuensi Gelombang Insiden (Hz)
g	Konstanta Gravitasi (m/s^2)
H	Intensitas Medan Magnet (A/m)
J	Rapat Arus (A/m^2)
J_n	Fungsi Bessel (<i>tidak berdimensi</i>)
k	Konduktivitas thermal (W/mK)
k	Variabel fungsi Bessel (<i>tidak berdimensi</i>)
n, p	Orde modus pandu gelombang, konstanta (<i>tidak berdimensi</i>)
n	Indeks bias (<i>tidak berdimensi</i>)
P	Daya (W)
p	Tekanan (Pa)
q	Rapat Muatan Listrik (C/m^3)
Q	Pembangkit Panas Elektromagnetik Lokal (W/m^3)
R	Fungsi Radial pada koordinat silinder (<i>tidak berdimensi</i>)
r	Jari-jari (m)
S	Vektor Poynting (W/m^2)
T	Suhu ($^{\circ}C$)
t	Waktu (s)
$\tan \delta$	Koefisien loss dielektrik (<i>tidak berdimensi</i>)
v	Kecepatan (m/s)
x	Pembuat nol fungsi Bessel (<i>tidak berdimensi</i>)
Z	Komponen sumbu Z pada koordinat silinder (<i>tidak berdimensi</i>)
Z_H	Impedansi Gelombang (Ω)
Z_I	Impedansi Intrinsik (Ω)

Greek letters

α	Difusi termal (m^2/s)
β	Koefisien ekspansi termal ($1/K$)
η	Viskositas multak ($Pa s$)
ϵ	Permitivitas listrik (F/m)
ϵ	Konstanta dielektrik (<i>tidak berdimensi</i>)
γ^2	Konstanta (<i>tidak berdimensi</i>)
κ	Efektif dielektrik (<i>tidak berdimensi</i>)
λ	Panjang Gelombang (m)
μ	Permeabilitas Magnetik (H/m)
v	Kecepatan Propagasi (m/s)
ν	Viskositas Kinematik (m^2/s)

ρ	Massa jenis (kg/m^3)
σ	Konduktivitas Listrik (S/m)
τ	Waktu relaksasi (s)
ω	Frekuensi Sudut (rad/s)
ψ	Fungsi gelombang umum (<i>tidak berdimensi</i>)
Φ	Fungsi sudut dalam koordinat silinder (<i>tidak berdimensi</i>)

Subscript

∞	Kondisi ambient
a	Udara
co	Cut-off
C, D	Fase kontinu, fase disperse
ϕ	Volume fraksi fase dispersi
g	Pandu gelombang
j	Jumlah lapisan
in	Input
r	Relatif
s	Harmonik
w	Air
0	Ruang bebas, kondisi awal

Superscript

'	Salah satu dari perbedaan bahan
*	Kompleks conjugate
β	Konstanta ($^{\circ}C^{-2}$)
γ	Konstanta ($^{\circ}C^{-1}$)
j	Tanda imajiner
m, n	Orde polinomial

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar belakang

Secara umum terjadinya peningkatan kebutuhan energi berkaitan erat dengan semakin berkembangnya kegiatan ekonomi dan bertambahnya jumlah penduduk. Di Indonesia, jumlah penduduk yang mengalami peningkatan dari tahun ke tahun dan pertumbuhan ekonomi terus berlangsung dengan ditunjukkannya beragam aktivitas ekonomi, maka peningkatan kebutuhan energi merupakan suatu hal yang tidak bisa dihindari (Hidayat, 2005).

Pesatnya aktivitas ekonomi membawa pada peningkatan sektor industri dan transportasi. Hal ini akan berdampak terhadap melonjaknya kebutuhan energi untuk kedua sektor tersebut. Sementara jumlah cadangan energi, khususnya energi fosil sangat terbatas. Cadangan dan produksi minyak di Indonesia terus mengalami penurunan. Menurut Teguh Dartanto (2005), penurunan cadangan minyak ini disebabkan oleh dua hal utama. Pertama, eksploitasi minyak selama bertahun-tahun, dan kedua karena minimnya eksplorasi atau survey geologi untuk menemukan cadangan minyak terbaru. Sedangkan penurunan produksi minyak disebabkan sumur-sumur yang ada sudah tua, teknologi yang digunakan sudah ketinggalan.

Di pihak lain, wacana tentang sumber energi terbarukan masih bertahan pada tahap menyiapkan peraturan tentang mengurangi ketergantungan pada sumber bahan bakar minyak. Namun sayang sekali, pada tataran implementasi belum terlihat adanya usaha serius dan sistematis untuk menerapkannya. Kalaupun ada implementasi secara nyata, itupun masih berada pada skala uji coba riset di laboratorium. Sehingga sumber energi berbahan fosil masih menjadi kebutuhan utama.

Oleh karena sumber energi fosil masih menjadi 'primadona' kebutuhan energi di dunia, sementara keberadaan sumbernya semakin terbatas, maka diperlukan adanya inovasi-inovasi teknologi baru untuk meningkatkan produksi melalui efisiensi atau optimasi proses di dalam industri perminyakan. Selama ini

pada sejumlah industri pengeboran minyak bumi sebagaimana yang telah banyak dilakukan masih menggunakan metode konvensional, yang salah satunya adalah metode *steam injection*. *Steam injection* merupakan proses pemanasan yang berasal dari pembakaran bahan bakar fosil untuk memenuhi kebutuhan energi pada proses pengilangan minyak bumi. Pemanasan ini bertujuan untuk menurunkan viskositas minyak agar mudah dialirkan. Hasil pemanasan dengan metode *steam injection* masih kurang efektif dibandingkan dengan biaya yang dibutuhkan untuk sumur produksi karena faktor *heat loss* (Hascakir et al., 2009).

Sebagai inovasi dan alih teknologi diusulkan energi gelombang mikro menjadi salah satu alternatif untuk pemanasan minyak di dalam sumur produksi. Selain untuk menurunkan viskositas dan meningkatkan kualitas produksi. Hal lain yang menjadi kelebihan energi gelombang mikro ini adalah proses pemanasannya yang bersifat volumetrik, lebih cepat, efektif, dan efisien (Basak, 2004).

Untuk memprediksi kemungkinan pemanfaatan energi gelombang mikro pada aplikasi industri pengeboran minyak bumi, maka dibutuhkan studi tentang pemodelan pemanasan yang berkaitan dengan perambatan panas pada aliran *crude oil* di dalam sumur minyak. Pemodelan ini diperlukan untuk mengetahui penggunaan gelombang mikro sebagai pembangkit panas pada minyak. Energi gelombang elektromagnetik yang berasal dari radiasi gelombang mikro dengan pembangkit *magnetron* akan diserap oleh *crude oil* sesuai dengan besar sifat dan *loss* dielektriknya, kemudian diubah menjadi energi panas. Energi panas ini akan meningkatkan suhu *crude oil* dan menurunkan nilai viskositas sehingga lebih mudah untuk dialirkan.

Akshay Sahni dan Mridul Kumar (2000) dalam penelitiannya mendiskusikan metode alternatif transfer panas pada reservoir minyak berat yaitu menggunakan gelombang elektromagnetik. Reservoir dengan permeabilitas sangat rendah dan kekentalan minyak sedang, pemanasan menggunakan *antenna microwave* dan diletakkan di dekat *producing well* sebagai sumber panas. Dengan mensetting *antenna microwave* pada frekuensi 0.915 GHz di bagian terendah pada jarak 30 kaki dari sumur produksi dengan daya yang bervariasi dari 30 kW, 45 kW dan 60 kW. Hasilnya, simulasi menggunakan simulator TERASING menunjukkan bahwa suhu di dekat sumber *microwave* meningkat sekitar 400 °F

(300 °F melebihi keadaan awal 100 °F) dengan penurunan viskositas dari 33 cp menjadi 0.33 cp.

Penggunaan energi pemanas gelombang mikro dapat mengurangi jumlah pembakaran langsung bahan bakar minyak sebagaimana metode *steam injection*, sehingga diharapkan dapat meningkatkan hasil produksi minyak karena tidak perlu membakar minyak hasil produksi untuk memenuhi kebutuhan energi. Disamping itu dengan pemanasan juga dapat menurunkan prosentase keberadaan partikel residu, seperti aspal dan paraffin wax, yang mengikuti hasil produksi.

Sebagaimana pada penelitian sebelumnya, Bjorndalen and Islam (2004) telah melakukan riset tentang pengaruh irradiasi gelombang mikro dan ultrasonic untuk menghilangkan endapan paraffin dan aspal pada sumur horizontal. *Microwave* digunakan memindah dan merubah arah *plumb* untuk membersihkan daerah terkontaminasi. Digunakan 3 sampel destilasi air dicampur dengan komposisi (0%, 10%, dan 100%) minyak mentah, paraffin dan aspal masing-masing sebanyak 50 ml, kemudian sampel diradiasi dibawah paparan gelombang mikro. Hasilnya adalah irradiasi *microwave* meningkatkan suhu minyak mentah, menurunkan viskositas, serta mengurangi jumlah partikel yang mengendap, yaitu paraffin dan aspal, karena keduanya menguap jika suhunya meningkat.

Berdasarkan uraian tersebut maka dirancang suatu penelitian berbasis studi literatur tentang pemodelan pemanasan *crude oil* menggunakan energi gelombang mikro sebagai sumber energi untuk memenuhi kebutuhan energi pada proses *steam* di dalam sumur minyak bumi.

1.2 Perumusan permasalahan

Rumusan masalah pada penelitian ini adalah:

1. Bagaimana membuat pemodelan pemanasan *crude oil* menggunakan energi gelombang mikro?
2. Bagaimana membuat simulasi pemodelannya secara komputasi menggunakan program matlab ?
3. Bagaimana menganalisis hubungan antara energi gelombang mikro terhadap sifat dielektrik dan viskositas minyak, suhu, serta penghematan pemanfaatan energi dan waktu ?

1.3 Batasan Permasalahan

Batasan permasalahan pada penelitian ini adalah:

1. Pemodelan pemanasan dibatasi pada perambatan panas *crude oil* yang berada di dalam pandu gelombang silinder vertikal dengan diameter 4 inci atau 10.16 cm dan panjang silinder 1000 m.
2. Proses pemanasan adalah pada bagian proses *steam injection* yang beroperasi pada suhu antara 27 °C sampai 400 °C.
3. Sebagai sumber pembangkit energi gelombang mikro diasumsikan menggunakan magnetron (MICRO DENSHI UM-1500 dan MEGA LP 320) yang beroperasi pada frekuensi 2.450 GHz dengan daya input maksimum 1.5 kW melalui sebuah gelombang monokromatis pada modus TE_{11} . Sumber pembangkit ditempatkan dibagian ujung atas pipa.
4. Perpindahan panas diasumsikan hanya terjadi antara udara dan fluida, sedangkan bagian lainnya dianggap konstan.
5. Pembahasan difokuskan pada distribusi panas akibat radiasi gelombang mikro, sedangkan pengaruh energi elektromagnetik tidak diperhatikan.
6. Dinding kontainer berbentuk silinder dianggap sebagai konduktor sempurna tidak menyerap energi.
7. Viskositas *crude oil* dianggap sama atau homogen.
8. Sifat dielektrik *crude oil* menjadi variabel terkendali terhadap distribusi panas.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Membuat pemodelan pemanasan *crude oil* menggunakan energi gelombang mikro.
2. Membuat simulasi pemodelannya secara komputasi menggunakan program matlab.
3. Melakukan analisis tentang hubungan antara energi gelombang mikro terhadap sifat dielektrik dan viskositas, distribusi suhu, serta penghematan pemanfaatan energi dan waktu.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat yang dapat diperoleh dari penelitian ini adalah dapat mengetahui model pemanasan *crude oil* menggunakan energi gelombang mikro dan mengetahui simulasi radiasinya tentang besarnya energi yang dibutuhkan untuk suatu proses *steam* jika menggunakan energi gelombang mikro, sesuai dengan variasi suhu, posisi dan waktu yang dibutuhkan pada proses tersebut. Sehingga energi gelombang mikro dapat dimanfaatkan sebagai sumber energi alternatif proses pemanasan minyak bumi pada industri pengeboran minyak bumi, khususnya di bagian proses *steam injection*.

Selain itu hasil penelitian ini juga dapat digunakan sebagai acuan tentang karakteristik dan sifat-sifat fluida minyak bumi untuk mendapatkan kualitas produksi yang tinggi sebagaimana kebutuhan masyarakat, serta bermanfaat untuk perkembangan teknologi gelombang mikro khususnya desain peralatan yang sesuai dengan sifat-sifat dan karakteristik fluida, baik secara laboratorium maupun industri.

“ Halaman ini sengaja dikosongkan”

BAB 2

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Crude Oil

Pengeboran sumber minyak bumi menghasilkan minyak mentah (*crude oil*). Minyak mentah hasil pengeboran ini mengandung berbagai senyawa hidrokarbon, air, dan senyawa pengotor lain. Zat-zat selain minyak mentah dipisahkan terlebih dahulu sebelum dilakukan proses selanjutnya (Sandri, dan Budiyanti, 2005).

Campuran hidrokarbon dalam minyak mentah terdiri atas berbagai senyawa hidrokarbon, misalnya senyawa alkana, aromatik, naftalena, alkena, dan alkuna. Senyawa-senyawa ini memiliki panjang rantai dan titik didih yang berbeda-beda. Semakin panjang rantai karbon yang dimilikinya, semakin tinggi titik didihnya.

Agar dapat digunakan untuk berbagai keperluan, komponen-komponen minyak mentah harus diolah lagi dalam beberapa tahap. Tahap pertama, pemisahan komponen minyak mentah berdasarkan titik didihnya menggunakan teknik destilasi bertingkat (penyulingan). Hasil proses penyulingan adalah bahan bakar seperti bensin, solar, dan minyak tanah, serta minyak pelumas. Tahap kedua, merupakan pengolahan lanjutan dari hasil-hasil unit pengolahan tahapan pertama. Pada tahap ini, pengolahan ditujukan untuk mendapatkan dan menghasilkan berbagai jenis bahan bakar minyak (BBM) dan non bahan bakar minyak (*non* BBM) dalam jumlah besar dan mutu yang lebih baik, yang sesuai dengan permintaan konsumen atau pasar. Pada pengolahan ini, terjadi perubahan struktur kimia yang dapat berupa pemecahan molekul (proses *cracking*), penggabungan molekul (proses *polymerisasi*, *alkilasi*), atau perubahan struktur molekul (proses *reforming*) (Sandri, dan Budiyanti, 2005).

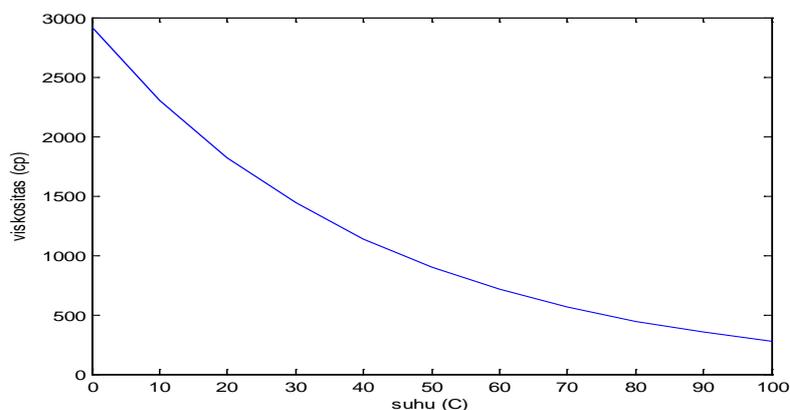
Pada setiap proses pengolahan minyak bumi sebagaimana telah dijelaskan diatas, dibutuhkan energi dan alat pemanas untuk memanaskan minyak mentah menjadi berbagai jenis bahan bakar yang bisa digunakan baik secara langsung maupun sebagai bahan baku industri petrokimia (Sunardi et al., 2012).

2.2 Viskositas dan Pemanasan

Viskositas adalah ukuran kekentalan suatu fluida, yaitu *friksi internal* atau resistansi aliran fluida atau minyak. Viskositas suatu *crude oil*, bitumen, selama proses kombinasi *air injection* dan *horizontal well* pada proses *thermal oil recovery* bisa berkurang dari 1 million MPa menjadi 500-1000 MPa, dengan kenaikan suhu sampai 700 °C, dan peningkatan *gravity API* dari 2° sampai 8° (Castanier dan Brigham, 2003).

Viskositas minyak sangat sensitif terhadap perubahan suhu. Kenaikan suhu minyak dapat menurunkan nilai viskositas sehingga minyak dapat dialirkan lebih mudah untuk proses pengolahan selanjutnya (Demirbas, 2006) dan (Fang dan Lai, 1995).

Dalam risetnya, Hascakir maupun Gunal dan Islam, juga menyatakan bahwa kenaikan suhu akan menurunkan nilai viskositas. Variasi viskositas terhadap perubahan suhu ditunjukkan pada Gambar 2.2 berikut.



Gambar 2.1 Variasi viskositas minyak terhadap suhu (Hascakir et al., 2009).

Oleh sebab itu viskositas sangat erat kaitannya dengan proses pemanasan pada industri pengolahan minyak bumi. Proses pemanasan minyak pada industri pengeboran minyak bumi ini selain bertujuan untuk menurunkan viskositas, juga berfungsi menurunkan jumlah partikel residu seperti aspal dan paraffin (Bjorndalen et al., 2003).

Secara umum proses pengilangan minyak merupakan proses industri yang sangat kompleks dengan berbagai jenis peralatan dan fasilitas pendukungnya. Suhu saat proses pemanasan berlangsung dapat beroperasi dari suhu rendah (kamar) sampai pada suhu tinggi (800 °C). Energi yang dibutuhkan pada kilang meliputi energi panas yang beroperasi pada suhu tinggi 400 °C - 800 °C, energi *steam* dan energi listrik yang beroperasi pada suhu rendah dibawah 400 °C. Secara konvensional kebutuhan energi ini dipasok dari pembakaran secara langsung bahan bakar minyak hasil produksi sekitar 10-20% (Sunardi et al., 2012).

2.3 Aliran Panas

Untuk mendapatkan suatu bahan bakar yang bisa langsung digunakan sebagai kebutuhan sehari-hari, minyak mentah atau *crude oil* harus diolah terlebih dahulu melalui beberapa proses pemanasan. Salah satu proses pemanasan bertujuan untuk mendapatkan minyak dalam keadaan panas sampai pada batas suhu dan titik didih tertentu. Oleh sebab itu sangat dibutuhkan energi yang dapat memanaskan minyak, sehingga minyak dapat mengalir dari dalam pipa-sumur minyak dengan viskositas yang dikehendaki.

Persamaan aliran atau perambatan panas pada fluida karena paparan gelombang mikro (*insident wave*) mengubah energi gelombang elektromagnetik menjadi energi panas adalah sebagai berikut (D. Salvi et al., 2010):

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v}\nabla T = \frac{k}{\rho C_p} \nabla^2 T + \frac{Q}{\rho C_p} \quad (2.1)$$

yang menyatakan laju perubahan suhu pada setiap titik posisi dan waktu pada suatu fluida karena pengaruh energi gelombang elektromagnetik, dalam penelitian ini adalah gelombang mikro. Dimana ρ , C_p , k , T , dan Q masing-masing adalah kerapatan, kalor jenis, konduktivitas termal, suhu dan pembangkit panas elektromagnetik lokal yang merupakan fungsi medan listrik dan didefinisikan sebagai

$$Q = 2\pi f \varepsilon_0 \varepsilon_r (\tan \delta) |E|^2 \quad (2.2)$$

dimana $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$ dengan $\varepsilon_0 = 8.854 \text{ pFm}^{-1}$ adalah permitivitas pada ruang bebas, dan ε_r adalah konstanta dielektrik relatif bahan, $\tan \delta$ adalah *loss* faktor dielektrik, E^2 adalah amplitudo medan listrik.

Sementara persamaan aliran fluida pada koordinat silinder mengikuti solusi persamaan Navier-Stoke, melalui deskripsi keseimbangan momentum dan kontinuitas dituliskan sebagaimana diberikan oleh (D. Salvi et al., 2010):

Persamaan kontinuitas

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad (2.3)$$

Persamaan momentum

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} = -\nabla p + \eta(\nabla^2 v) + \rho g \quad (2.4)$$

dimana persamaan ini menggambarkan kecepatan pemanasan fluida dengan η adalah viskositas fluida, g dan p adalah gravitasi dan tekanan.

2.4 Perambatan Gelombang Mikro

Energi gelombang mikro adalah radiasi gelombang elektromagnetik tidak terionisasi dengan rentang frekuensi yang overlap dengan frekuensi gelombang radio. Energi gelombang mikro berkaitan dengan superhigh frekuensi (SHF) pada 3 GHz sampai dengan 30 GHz (Haque, 1999).

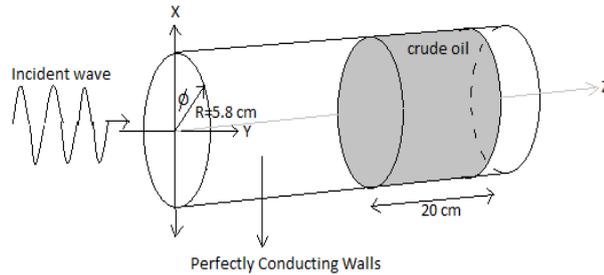
Spektrum frekuensi gelombang mikro menurut model *IEEE band* (Hund, 1989) adalah pada rentang frekuensi antara 1 sampai dengan 40 GHz dan terdiri dari tujuh *band*. Pertama, *L band* (1 - 2 GHz), *S band* (2 - 4 GHz), *C band* (4 - 8 GHz), *X band* (8 - 12 GHz), *K_u band* (12 - 18 GHz), *K band* (18 - 27 GHz), dan *K_a band* (27 - 40 GHz).

Energi gelombang mikro dibangkitkan ketika elektron-elektron berosilasi pada frekuensi tinggi. Mekanisme dasar pemanasan gelombang mikro meliputi agitasi molekul-molekul polar atau ion-ion yang berosilasi dibawah pengaruh suatu medan listrik atau magnet (Mutyala et al., 2010).

Sejauh ini energi gelombang mikro telah banyak dimanfaatkan untuk berbagai bidang, diantaranya adalah bidang komunikasi, militer, industri, sains, medis dan instrumentasi. Sementara pada wilayah domestik gelombang mikro lebih dikenal sebagai *microwave oven* untuk pemanasan makanan (Hill dan Jennings, 1993).

Secara umum studi tentang pemanasan gelombang mikro berkaitan dengan solusi propagasi persamaan gelombang elektromagnetik, yaitu persamaan

Maxwell dan gabungan antara persamaan panas dan momentum. Gambar 2.2 menunjukkan model analitis dengan pandu gelombang silinder.



Gambar 2.2 Model analitis

Karena gelombang mikro merupakan gelombang elektromagnetik, maka untuk merambatkan energi gelombang mikro dibutuhkan suatu pandu gelombang. Pandu gelombang merupakan piranti untuk menyalurkan energi gelombang elektromagnetik dengan perantaraan gelombang elektromagnetik di dalam suatu tabung pipa konduktor. Biasanya di dalamnya bukan hanya berisi udara atau vakum, namun bisa juga berisi bahan dielektrik.

Untuk pandu gelombang silindrik, dan gelombang elektromagnet merambat pada arah sumbu Z, maka medan magnet dan medan listriknya akan merupakan pemecahan gelombang elektromagnetik melalui solusi persamaan Bessel. Berawal dari persamaan gelombang elektromagnetik (Zaki, 2012).

$$\nabla^2 E - \mu\epsilon \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0 \quad (2.5)$$

$$\nabla^2 H - \mu\epsilon \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} = 0 \quad (2.6)$$

Dengan masing-masing E dan H terdiri dari tiga komponen yaitu $E_x, E_y, E_z, H_x, H_y, H_z$ dan karena gelombangnya harmonik maka medan listrik dan medan magnet masing-masing adalah

$$E = E_s(x, y, z, t)e^{j\omega t}$$

$$H = H_s(x, y, z, t)e^{j\omega t}$$

sedangkan untuk koordinat silinder persamaan Helmholtznya adalah (Jackson, 1998).

$$\nabla^2 E(r) = -\left(\frac{\omega}{v}\right)^2 E(r) \quad (2.7)$$

$$\nabla^2 H(r) = -\left(\frac{\omega}{v}\right)^2 H(r) \quad (2.8)$$

dengan medan listrik dan medan magnet merupakan fungsi radial. Sementara bentuk umum derivatif parsial kedua untuk komponen-komponen pada koordinat silinder adalah

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = 0 \quad (2.9)$$

dengan menggunakan metode pemisahan variabel maka bentuk umum fungsi $\psi(r, \phi, z)$ merupakan perkalian dari masing-masing komponen fungsi $R(r), \Phi(\phi), Z(z)$ sehingga diperoleh

$$\psi(r, \phi, z) = R(r)\Phi(\phi)Z(z) \quad (2.10)$$

maka persamaan (2.15) dapat direduksi menjadi persamaan (2.17)

$$\frac{1}{rR} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dR}{dr} \right) + \frac{1}{r^2\Phi} \frac{d^2\Phi}{d\phi^2} + \frac{1}{Z} \frac{d^2Z}{dz^2} = \gamma^2 \quad (2.11)$$

dengan memisalkan suku ketiga ruas kiri sebagai $\frac{1}{Z} \frac{d^2Z}{dz^2} = \gamma_g^2$ sehingga diperoleh solusi $Z(z) = Ae^{-\gamma_g z} + Be^{\gamma_g z}$, kemudian memisalkan suku kedua pada ruas kiri sebagai $\frac{1}{\Phi} \frac{d^2\Phi}{d\phi^2} = -n^2$ sehingga diperoleh solusi $\Phi = A \sin n\phi + B \cos n\phi$.

Persamaan differensialnya menjadi persamaan PD Bessel sebagaimana persamaan berikut

$$r \frac{d}{dr} \left(r \frac{dR}{dr} \right) + [(\gamma_g^2 - \gamma^2)r^2 - n^2]R = 0 \quad (2.12)$$

Persamaan ini mempunyai pemecahan dalam satu variabel dalam suatu fungsi $R(r) = C_n J_n(k_e r) + D_n N_n(k_e r)$ dengan $k_e^2 = \gamma_g^2 - \gamma^2$. Untuk $r = 0$ solusi akan tereduksi menjadi $R(r) = C_n J_n(k_e r)$. Sehingga pemecahan persamaan (2.13) menjadi seperti persamaan (2.19)

$$\psi = \psi_0 \cos n\phi J_n(k_e r) e^{-j\beta_g z} \quad (2.14)$$

dengan $\gamma_g^2 = -\beta_g^2$ dan $J_n(k_e r)$ merupakan fungsi Bessel.

Maka solusi medan listrik dan medan magnet untuk modus TE ($E_z = 0, H_z \neq 0$) dan modus TM ($E_z \neq 0, H_z = 0$) juga mengikuti fungsi Bessel menjadi

$$E_z = E_{oz} \cos n\phi J_n(k_e r) e^{-j\beta_g z} \quad (2.15)$$

$$H_z = H_{oz} \cos n\phi J_n(k_e r) e^{-j\beta_g z} \quad (2.16)$$

dimana β_g untuk modus TM (a) dan TE (b) masing-masing adalah

$$\beta_g = \sqrt{\omega^2 \mu \epsilon - \left(\frac{x_{np}}{a}\right)^2} \quad (2.17a)$$

$$\beta_g = \sqrt{\omega^2 \mu \epsilon - \left(\frac{x'_{np}}{a}\right)^2} \quad (2.17b)$$

dengan $k_{np} = \frac{x_{np}}{a}$ untuk modus TM dan $k_{np} = \frac{x'_{np}}{a}$ untuk modus TE, dengan x_{np} dan x'_{np} adalah pembuat nol fungsi Bessel, dan a adalah jari-jari. Frekuensi ambang (*cut-off frequency*) untuk modus TM (a) dan TE (b) masing-masing adalah

$$f_{co} = \frac{x_{np}}{2\pi a \sqrt{\mu \epsilon}} \quad (2.18a)$$

$$f_{co} = \frac{x'_{np}}{2\pi a \sqrt{\mu \epsilon}} \quad (2.18b)$$

dengan $k_g = 2\pi/\lambda_g$, merupakan bilangan gelombang, maka panjang gelombang di dalam pandu gelombang adalah

$$\lambda_g = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_{co}}{f}\right)^2}} \quad (2.19)$$

dan kecepatan gelombang di dalam pandu gelombang adalah

$$v_g = \frac{\omega}{\beta_g} = \frac{v}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_{co}}{f}\right)^2}} \quad (2.20)$$

Berikut adalah tabel pembuat nol fungsi untuk PD Bessel ditampilkan pada Tabel 2.1.

Tabel 2.1 Bessel Roots

Modus TE		Modus TM	
x'_{01}	3.821	x_{01}	2.403
x'_{02}	7.016	x_{02}	5.520
x'_{11}	1.841	x_{11}	3.832
x'_{12}	5.332	x_{12}	7.016
x'_{21}	3.054	x_{21}	5.135
x'_{22}	6.706	x_{03}	8.654

Sumber : Jackson, 1998.

2.5 Sifat Dielektrik

Dielektrik adalah sifat isolator yang baik dari suatu bahan. Konstanta magnetik semua bahan hampir sama dengan 1 ($K_m \approx 1$), kecuali bahan ferromagnetik, maka indeks bias bahan dapat disamakan dengan akar konstanta dielektriknya (Zaki, 2012).

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{K_m} \quad (2.21)$$

dimana n =indeks bias bahan, c =kecepatan cahaya (m/s), dan v =kecepatan cahaya dalam medium. K_m =konstanta dielektrik bahan.

Pada gelombang elektromagnetik, frekuensi memegang peranan penting bagi suatu medium atau bahan untuk bersifat sebagai konduktor, kuasi konduktor atau dielektrik (Zaki, 2012).

Problem pemanas gelombang mikro adalah berhubungan dengan medan elektromagnetik, distribusi suhu pada bahan dielektrik. Telah diketahui bahwa sifat dielektrik sangat penting untuk prediksi secara teori. Suatu kajian medan elektromagnetik yang akurat, ditentukan melalui energi disipasi gelombang mikro pada bahan dielektrik yang merupakan hal penting dan krusial. Energi disipasi gelombang mikro merepresentasikan energi absorpsi yang diubah dalam bentuk energi panas pada bahan dielektrik. Pada saat yang sama suhu akan dihasilkan dengan perubahan sifat dielektrik (Ratanadecho et al., 2002).

Ekspresi sifat dielektrik (permitivitas relative ϵ_r dan koefisien loss dielektrik $\tan \delta$) untuk air murni didefinisikan melalui persamaan Debye sebagai berikut (Ratanadecho et al., 2002):

$$\epsilon_{rw} = \epsilon_{rwh} + \frac{\epsilon_{rwl} - \epsilon_{rwh}}{1 + \omega^2 \tau_w^2} \quad (2.22)$$

$$\tan \delta_w = \frac{(\epsilon_{rwl} - \epsilon_{rwh}) \omega \tau_w}{\epsilon_{rwl} + \epsilon_{rwh} \omega^2 \tau_w^2} \quad (2.23)$$

dimana

ϵ_{rwl} adalah konstanta dielektrik statis air murni (tidak berdimensi)

ϵ_{rwh} adalah batas frekuensi tinggi ϵ_{rw} (tidak berdimensi)

τ_w adalah waktu relaksasi air murni (s)

ω adalah frekuensi sudut (rad/s)

Suatu larutan memiliki karakter yang berbeda dengan air, dan sifat dielektriknya diberikan oleh Stogryn sebagai berikut (Ratanadecho et al., 2002):

$$\epsilon_{rw} = \epsilon_{rwh} + \frac{\epsilon_{rbL} - \epsilon_{rwh}}{1 + \omega^2 \tau_b^2} \quad (2.24)$$

$$\tan \delta_w = \left\{ \frac{(\epsilon_{rbL} - \epsilon_{rwh}) \omega \tau_b}{\epsilon_{rwl} + \epsilon_{rwh} \omega^2 \tau_b^2} + \frac{\tau}{\omega \epsilon_0} \right\} / \epsilon_{rb} \quad (2.25)$$

dimana b adalah indeks untuk larutan, σ adalah konduktivitas listrik larutan, dan ϵ_0 adalah permitivitas pada ruang bebas.

Untuk fluida minyak (oil-water emulsi) ekspresi efektif dielektrik menurut Fricke (Basak, 2004) adalah

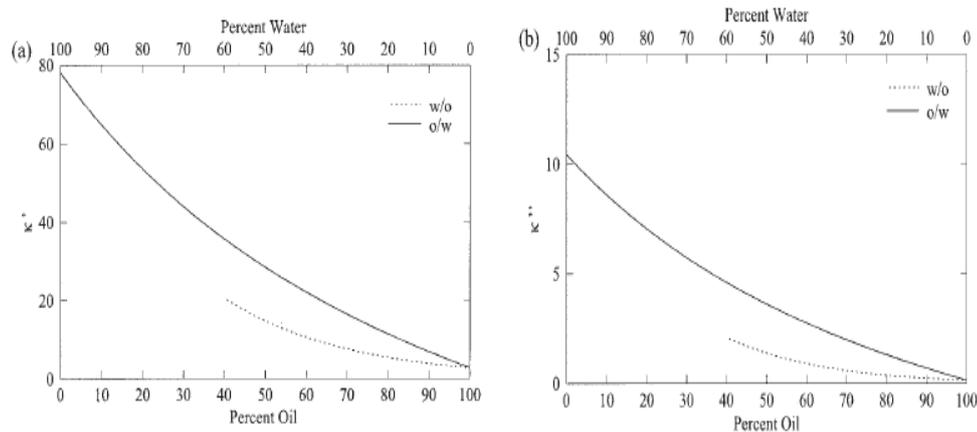
$$\kappa^* = \kappa_c^* \frac{\kappa_D^* (1 + a\phi) + \kappa_c^* a (1 - \phi)}{\kappa_c^* (a + \phi) + \kappa_D^* (1 - \phi)} \quad (2.26)$$

dimana κ_c^* dan κ_D^* adalah relatif ko mplek conjugate sifat dielektrik pada fase kontinu dan disperse. Sementara ϕ adalah volume fraksi fase dispersi dan $a = 2$ untuk disperse bola dan $a = 1$ untuk disperse silinder, serta o/w emulsi.

Untuk fluida minyak (water-oil emulsi) ekspresi efektif dielektrik adalah

$$\ln \kappa^* = \phi \ln \kappa_D^* + (1 - \phi) \ln \kappa_c^* \quad (2.27)$$

Grafik untuk dielektrik dan loss dielektrik (efektif dielektrik) ditampilkan pada Gambar 2.3.



Gambar 2.3 (a) Konstanta dielektrik, (b) Loss dielektrik (untuk o/w dan w/o)
(Basak, 2004)

Data untuk konduktivitas termal dan sifat dielektrik minyak (emulsi) ditampilkan pada Tabel 2.2.

Tabel 2.2 Sifat-sifat fisis minyak dan air.

Sifat Bahan	Minyak	Air
Kapasitas panas, C_p [$W\ s\ kg^{-1}\ ^\circ C^{-1}$]	2000	4190
Konduktivitas termal, k [$W\ m^{-1}\ ^\circ C^{-1}$]	0.168	0.609
Massa jenis (kerapatan), ρ [$kg\ m^{-3}$]	900	1000
Konstanta dielektrik (2450 MHz), κ'	2.80	78.10
Loss dielektrik (2450 MHz), κ''	0.15	10.44

Sumber : Basak, 2004.

2.6 Pemodelan Numerik

2.6.1 Algoritma Pencocokan Kurva.

Matlab sebagai salah satu *software* pemrograman *mathematic scientific* menyediakan beberapa program dasar atau biasa disebut sebagai fungsi *built-in* Matlab untuk menyelesaikan suatu sistem persamaan matematis dengan perhitungan berbasis matriks atau vektor. Program dasar ini dapat diaplikasikan secara langsung maupun ditambahkan pengembangan dan dimodifikasi terlebih

dahulu sesuai dengan kebutuhan untuk menyatakan suatu persoalan menggunakan bahasa matematis.

Sebagai contoh diberikan suatu sistem persamaan linear yaitu

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1N}x_N &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2N}x_N &= b_2 \\ &\dots \dots \dots = \dots \\ a_{M1}x_1 + a_{M2}x_2 + \dots + a_{MN}x_N &= b_M \end{aligned} \tag{2.28}$$

sistem persamaan linear tersebut dapat ditampilkan dalam bentuk matrik-vektor sebagaimana persamaan berikut

$$A_{M \times N} \mathbf{x} = \mathbf{b} \tag{2.29}$$

dimana

$$A_{M \times N} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{M1} & a_{M2} & \dots & a_{MN} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_M \end{bmatrix}$$

maka untuk mendapatkan penyelesaian dari matrik x setidaknya ada tiga persyaratan antara lain adalah

- a. Untuk jumlah baris (persamaan) sama dengan jumlah kolom (variabel yang tidak diketahui) atau $M=N$.

Solusi dari sistem persamaan tersebut dapat dicari melalui invers matrik A, dengan syarat matrik A adalah matrik non singular (determinan matrik tidak nol), memiliki nilai invers, sebagaimana persamaan berikut ini

$$\mathbf{x} = A^{-1}\mathbf{b} \tag{2.30}$$

- b. Untuk jumlah baris (persamaan) lebih kecil daripada jumlah kolom (variabel yang tidak diketahui) atau $M < N$.

Solusi dari persamaan ini adalah tidak unik, atau solusinya numerik. Karena jumlah persamaannya kurang dari jumlah variabel yang ditanyakan, atau matriks A adalah matrik singular dengan determinan nol atau sangat kecil. Penyelesaian dapat ditentukan menggunakan pendekatan *minimum norm solution*, dengan menyusun ulang matrik x menjadi dua komponen

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}^+ + \mathbf{x}^- \tag{2.31}$$

kemudian mengekspresikan matrik dalam bentuk kombinasi linear sehingga untuk salah komponen positif menjadi

$$x^+ = A^T \alpha \quad (2.32)$$

dan komponen yang lain menjadi

$$Ax^- = 0 \quad (2.33)$$

selanjutnya mensubstitusikan kembali kedua syarat tersebut ke dalam persamaan (4.6) sehingga dapat diperoleh persamaan berikut

$$A(x^+ + x^-) = AA^T \alpha + Ax^- = AA^T \alpha = b \quad (2.34)$$

Oleh karena matrik AA^T adalah non singular maka penyelesaiannya didapatkan sebagaimana ketentuan pada syarat pertama menggunakan invers matrik, yaitu

$$\alpha^0 = [AA^T]^{-1}b \quad (2.35)$$

dengan memasukkan kembali ke persamaan(4.10) akan diperoleh

$$x^{0+} = A^T [AA^T]^{-1}b \quad (2.36)$$

selanjutnya matrik $A^T [AA^T]^{-1}$ disebut sebagai matrik invers semu atau *pseudo-invers*. (Yang et al., 2005)

- c. Untuk jumlah baris (persamaan) lebih besar daripada jumlah kolom (variabel yang tidak diketahui) atau $M > N$

Solusinya dapat diselesaikan menggunakan metode LSE (*Least Square Error*) karena tidak diperoleh penyelesaian yang memenuhi semua persamaan yang diberikan, yaitu

$$e = Ax - b \quad (2.37)$$

sehingga permasalahannya adalah meminimalkan fungsi obyektif

$$J = \frac{1}{2} \|e\|^2 = \frac{1}{2} \|Ax - b\|^2 = \frac{1}{2} [Ax - b]^T [Ax - b] \quad (2.38)$$

dimana solusinya dapat ditentukan dari derivatifnya terhadap arah x sama dengan nol.

$$\frac{\partial}{\partial x} J = A^T [Ax - b] = 0, \quad x^0 = [A^T A]^{-1} A^T b \quad (2.39)$$

dimana matrik $[A^T A]^{-1} A^T$ adalah matrik invers semu atau *pseudo invers*.

2.6.2 Pencocokan Kurva melalui Pendekatan Fungsi Linear

Konsep dasar sistem persamaan linear dan algoritma pencocokan kurva pada pembahasan sebelumnya, digunakan sebagai metode untuk menentukan

koefisien pemodelan fungsi absorpsi. Untuk pendekatan fungsi secara linear akan dihasilkan dua buah koefisien dan untuk fungsi kuadrat akan dihasilkan tiga buah koefisien.

Data sekunder koefisien dielektrik yang bervariasi terhadap suhu disusun menjadi sistem persamaan linear dengan jumlah baris lebih besar daripada jumlah variabel yang ditanyakan ($M > N$). Maka penyelesaiannya mengikuti aturan menggunakan *pseudo invers*.

Hubungan kedua variabel data sekunder dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan linear adalah

$$f(x) = a + bx \tag{2.40}$$

dimana $f(x)$ menunjukkan konstanta dielektrik dan x menunjukkan suhu. Sehingga untuk beberapa data eksperimental persamaan tersebut dapat disusun ke dalam bentuk matrik.

$$\begin{aligned} bx_1 + a &= y_1 \\ bx_2 + a &= y_2 \\ &\dots\dots\dots \\ bx_M + a &= y_M \end{aligned} \tag{2.41}$$

sehingga

$$AP = b \quad \text{de ngan matrik} \quad A = \begin{bmatrix} x_1 & 1 \\ x_2 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ x_M & 1 \end{bmatrix}, \quad P = \begin{bmatrix} b \\ a \end{bmatrix}, \quad y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_M \end{bmatrix}$$

persamaan ini dapat diselesaikan menggunakan metode LS (*Least-Square*).

$$J = \frac{1}{2} \|e\|^2 = \frac{1}{2} \|AP - y\|^2 = \frac{1}{2} [AP - y]^T [AP - y]$$

dengan penyelesaian adalah

$$P^0 = \begin{bmatrix} b^0 \\ a^0 \end{bmatrix} = [A^T A]^{-1} A^T y \tag{2.42}$$

dengan syarat nilai derivatifnya nol

$$\frac{\partial}{\partial x} J = A^T [AP - y] = 0$$

apabila digunakan fungsi pembobot $W = V^{-1} = R^{-T} R^{-1}$ maka untuk menyajikan rentang error suatu data, solusi dapat dinyatakan menggunakan persamaan

$$P^0 = \begin{bmatrix} b^0 \\ a^0 \end{bmatrix} = [A^T W A]^{-1} A^T W y$$

$$P^0 = \begin{bmatrix} b^0 \\ a^0 \end{bmatrix} = [(R^{-1}A)^T R^{-1}A]^{-1} (R^{-1}A)^T R^{-1}y \quad (2.43)$$

Selanjutnya fungsi tersebut dapat diminimalisasi dalam tinjauan standar deviasi

$$S(a, b) = \sum_{i=0}^n (y_i - a - bx_i)^2 \quad (2.44)$$

dengan syarat derivatifnya sama dengan nol, sehingga dihasilkan persamaan

$$\frac{\partial S}{\partial a} = \sum_{i=0}^n -2(y_i - a - bx_i) = 2 \left(-\sum_{i=0}^n y_i + na + b \sum_{i=0}^n x_i \right) = 0 \quad (2.45)$$

$$\frac{\partial S}{\partial b} = \sum_{i=0}^n -2(y_i - a - bx_i)x_i = 2 \left(-\sum_{i=0}^n y_i x_i + a \sum_{i=0}^n x_i + b \sum_{i=0}^n x_i^2 \right) = 0$$

atau selanjutnya membagi kedua persamaan dengan $2n$ dan menyusun kembali kedua persamaan tersebut akan diperoleh bentuk persamaan sebagai berikut

$$a + \bar{x}b = \bar{y} \quad a\bar{x} + \left(\frac{1}{n} \sum_{i=0}^n x_i^2 \right) b = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n y_i x_i \quad (2.46)$$

dimana

$$\bar{x} = \sum_{i=0}^n x_i \quad \bar{y} = \sum_{i=0}^n y_i$$

2.6.3 Pencocokan Kurva melalui Pendekatan Fungsi Polinomial

Pada pembahasan pemodelan dengan pendekatan fungsi polinomial sekaligus membahas pendekatan fungsi kuadratik atau polinomial orde dua. Sebagaimana pendekatan fungsi linear, pendekatan fungsi polinomial juga diselesaikan berdasarkan penyelesaian sistem persamaan linear, yang dinyatakan dalam bentuk polinomial.

$$f(x) = a_0x^0 + a_1x^1 + a_2x^2 + \dots + a_jx^{j-1} = \sum_{j=1-1}^m a_jx^{j-1} \quad (2.47)$$

untuk sekumpulan data eksperimental, pernyataan dapat ditampilkan sebagai bentuk

$$\begin{aligned}
 a_m x_1^n + a_{m-1} x_1^{n-1} + a_{m-2} x_1^{n-2} + \dots a_0 x_1^0 &= y_m \\
 a_m x_2^n + a_{m-1} x_2^{n-1} + a_{m-2} x_2^{n-2} + \dots a_0 x_2^0 &= y_{m-1} \\
 &\dots \dots \dots \\
 a_m x_m^n + a_{m-1} x_m^{n-1} + a_{m-2} x_m^{n-2} + \dots a_0 x_m^0 &= y_0
 \end{aligned}
 \tag{2.48}$$

dapat dinyatakan ke dalam bentuk matrik menjadi

$$A = \begin{bmatrix} x_1^n & x_1^{n-1} & \dots & x_1^0 \\ x_2^n & x_2^{n-1} & \dots & x_2^0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_m^n & x_m^{n-1} & \dots & x_m^0 \end{bmatrix}, \quad P = \begin{bmatrix} a_m \\ a_{m-1} \\ \vdots \\ a_0 \end{bmatrix}, \quad y = \begin{bmatrix} y_m \\ y_{m-1} \\ \vdots \\ y_0 \end{bmatrix},$$

solusi dari sistem persamaan tersebut dapat diselesaikan sebagaimana pada pembahasan sebelumnya yakni menggunakan invers matrik. Sehingga untuk $m=n$ atau matrik A adalah non singular, matrik P dapat ditentukan menggunakan persamaan berikut

$$P = \begin{bmatrix} a_m \\ a_{m-1} \\ \vdots \\ a_0 \end{bmatrix} = A^{-1}y \tag{2.49}$$

Sementara apabila matrik A tidak singular, solusinya dapat ditentukan menggunakan *pseudo invers*.

$$P^{0+} = \begin{bmatrix} a_m \\ a_{m-1} \\ \vdots \\ a_0 \end{bmatrix} = A^T [AA^T]^{-1}y \quad \text{untuk } m < n \tag{2.50}$$

$$P^0 = \begin{bmatrix} a_m \\ a_{m-1} \\ \vdots \\ a_0 \end{bmatrix} = [A^T A]^{-1}A^T y \quad \text{untuk } m > n \tag{2.51}$$

2.6.4 Pencocokan Kurva melalui Pendekatan Fungsi Eksponensial

Pembahasan dengan pendekatan fungsi eksponensial dapat diselesaikan berdasarkan sistem persamaan linear, dengan mengganti nilai y dalam bentuk logaritma.

$$f(x) = a_0 e^{a_1 x} \tag{2.52}$$

atau

$$\ln y = \ln(a_0 e^{a_1 x})$$

$$\ln y = a_1 x + \ln a_0 \quad (2.53)$$

apabila dinyatakan dalam bentuk sistem persamaan linear untuk beberapa data eksperimental adalah

$$\begin{aligned} a_1 x_1 + \ln a_0 &= \ln y_1 \\ a_1 x_2 + \ln a_0 &= \ln y_2 \\ &\dots \dots \dots \\ a_1 x_n + \ln a_0 &= \ln y_n \end{aligned} \quad (2.54)$$

dinyatakan dalam matrik menjadi

$$A = \begin{bmatrix} x_1 & 1 \\ x_2 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ x_n & 1 \end{bmatrix}, \quad P = \begin{bmatrix} a_1 \\ \ln a_0 \end{bmatrix}, \quad y = \begin{bmatrix} \ln y_1 \\ \ln y_2 \\ \vdots \\ \ln y_n \end{bmatrix},$$

selanjutnya penyelesaian matrik P menggunakan *pseudo invers* adalah

$$P^0 = \begin{bmatrix} a_1 \\ \ln a_0 \end{bmatrix} = [A^T A]^{-1} A^T y \quad (2.55)$$

2.7 Algoritma Persamaan Differensial

Persamaan differensial adalah deskripsi matematis tentang perubahan variabel-variabel serta derivatifnya (laju perubahan) terhadap satu atau lebih variabel independen yang saling mempengaruhi satu sama lain secara dinamis (Yang. et.all, 2005).

Telah diketahui bahwa persamaan panas merupakan salah satu permasalahan alam yang diformulasikan ke dalam bentuk persamaan differensial. Untuk menyelesaikan persamaan differensial dapat dilakukan melalui dua cara yakni secara analitis dan numerik. Seringkali untuk permasalahan yang kompleks suatu persamaan differensial tidak dapat ditentukan solusinya secara analitik. Oleh sebab dibutuhkan penyelesaian secara numerik.

2.7.1 Pendekatan Numerik untuk Derivatif Pertama

Secara analitik derivatif pertama suatu fungsi $f(x)$ di sekitar titik x dapat ditentukan menggunakan persamaan

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \quad (2.56)$$

Menghitung derivatif menggunakan pendekatan ini tentu tidak akurat sebagaimana apabila dihitung menggunakan cara analitik . Oleh karena itu perhitungan secara numerik mempunyai tingkat kesalahan. Untuk menganalisa error dapat digunakan ekspansi deret Taylor sebagaimana persamaan

$$f(x + h) = f(x) + hf'(x) + \frac{h^2}{2!}f''(x) + \frac{h^3}{3!}f'''(x) + \dots \quad (2.57a)$$

$$f(x - h) = f(x) - hf'(x) + \frac{h^2}{2!}f''(x) - \frac{h^3}{3!}f'''(x) + \dots \quad (2.57b)$$

menggunakan persamaan (2.47a) dapat ditentukan derivatif pertama untuk pendekatan maju dengan error pemotongan berorde h.

$$f'(x) = \frac{f(x + h) - f(x)}{h} - \frac{h^2}{2!}f''(x) - \frac{h^3}{3!}f'''(x) + \dots$$

$$f'(x) = \frac{f(x + h) - f(x)}{h} + \mathcal{O}(h) \quad (2.58a)$$

menggunakan persamaan (4.40b) dapat ditentukan derivatif pertama untuk pendekatan mundur dengan error pemotongan berorde h.

$$f'(x) = \frac{f(x) - f(x - h)}{h} + \frac{h^2}{2!}f''(x) - \frac{h^3}{3!}f'''(x) + \dots$$

$$f'(x) = \frac{f(x) - f(x - h)}{h} + \mathcal{O}(h) \quad (2.58b)$$

mengurangkan persamaan (2.47a) dengan (2.47b) menghasilkan pendekatan antara (tengah) dengan error pemotongan berorde h^2 .

$$f'(x) = \frac{f(x + h) - f(x - h)}{2h} - \frac{h^2}{3!}f'''(x) + \dots$$

$$f'(x) = \frac{f(x + h) - f(x - h)}{2h} + \mathcal{O}(h^2) \quad (2.58c)$$

2.7.2 Pendekatan Numerik untuk Derivatif Kedua

Persamaan numerik derivatif kedua pendekatan tengah dapat ditentukan menggunakan penjumlahan persamaan (4.40a) dan (4.40b)

$$f(x + h) + f(x - h) = 2f(x) + h^2f''(x) + \frac{h^2}{12}f^{(4)}(x) + \dots$$

$$f''(x) = \frac{f(x+h) - 2f(x) + f(x-h)}{h^2} + \mathcal{O}(h^2) \quad (2.59a)$$

sementara untuk derivatif kedua pendekatan maju dapat ditentukan dengan kombinasi langkah h dan $2h$ sehingga diperoleh

$$f''(x) = \frac{f(x+2h) - 2f(x+h) + f(x)}{h^2} + \mathcal{O}(h) \quad (2.59b)$$

Selanjutnya kita dapat menggunakan persamaan-persamaan derivatif pertama dan kedua tersebut untuk menyelesaikan persamaan differensial biasa maupun parsial sesuai permasalahan.

2.7.3 Pendekatan Numerik Persamaan Differensial Biasa

Persamaan differensial biasa adalah persamaan differensial yang semua variabel-variabel terikat hanya bergantung pada satu variabel bebas. Pengetahuan dasar tentang solusi numerik atas persamaan differensial biasa diberikan melalui:

Metode Euler

Sebagai contoh diberikan persamaan differensial orde satu

$$\frac{dy}{dt} = f(t, y) \quad (2.60)$$

melalui persamaan (2.47a) dengan ekspansi deret Taylor persamaan differensial ini dapat dinyatakan sebagai

$$y(t+h) = y(t) + hy'(t) + \frac{h^2}{2!}y''(t) + \frac{h^3}{3!}y'''(t) + \dots \quad (2.61)$$

untuk nilai h yang sangat kecil maka suku ke tiga dan empat dapat diabaikan sehingga

$$y(t+h) = y(t) + hy'(t)$$

dan dalam persamaan numerik dapat dinyatakan sebagai

$$y_1 = y_0 + hy'_0$$

secara umum dapat dituliskan menjadi

$$y_{n+1} = y_n + hy'_n \quad n = 0, 1, 2 \dots$$

karena turunan pertama terhadap waktu adalah $y'(t) = \frac{dy}{dt} = f(t, y)$, menghasilkan persamaan numerik

$$y_{n+1} = y_n + hf(t_n, y_n) \quad n = 0,1,2 \dots \quad (2.62)$$

dengan error berorde h^2 .

Metode Runge-Kutta

Metode Runge-Kutta merupakan perkembangan metode penyelesaian persamaan differensial biasa untuk mendapatkan akurasi solusi yang lebih baik dengan mempertimbangkan waktu komputasi serta error.

Dengan menganggap bahwa

$$k_1 = f(t_n, y_n) \text{ dan } k_2 = f(t_{n+1}, y_{n+1})$$

dan

$$y_{n+1} = y_n + hf(t_n, y_n)$$

maka akan diperoleh persamaan

$$k_2 = f(t_{n+1}, y_{n+1}) = f(t_{n+1}, y_n + hf(t_n, y_n)) = f(t_{n+1}, y_n + hk_1)$$

dan

$$y_{n+1} = y_n + h(k_1 + k_2)/2$$

sehingga untuk $n = 0,1,2 \dots$ bentuk sederhana metode Runge-Kutta adalah

$$k_1 = hf(t_n, y_n)$$

$$k_2 = hf(t_n + h/2, y_n + k_1/2)$$

$$k_3 = hf(t_n + h/2, y_n + k_2/2)$$

$$k_4 = hf(t_n + h, y_n + k_3)$$

dan

$$y_{n+1} = y_n + \frac{(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)}{6} \quad (2.63)$$

dengan error berorde h^4 .

2.7.4 Pendekatan Numerik Persamaan Differensial Parsial

Persamaan differensial parsial adalah persamaan differensial yang mengandung lebih dari satu variabel bebas. Secara umum persamaan differensial parsial untuk dua dimensi dapat dituliskan sebagai

$$A(x, t) \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + B(x, t) \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + C(x, t) \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} + f\left(x, t, z, \frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial t}\right) = 0 \quad (2.64)$$

persamaan ini dibagi menjadi tiga jenis keadaan yaitu apabila nilai

$B^2 - 4AC < 0$ disebut persamaan differensial parsial eliptik

$B^2 - 4AC = 0$ disebut persamaan differensial parsial parabolik

$B^2 - 4AC > 0$ disebut persamaan differensial parsial hiperbolik

Salah satu contoh permasalahan fisika yang mempunyai bentuk persamaan differensial parsial adalah persamaan panas satu dimensi, misalnya

$$K \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial u}{\partial t} \quad (2.65)$$

persamaan ini termasuk dalam kategori persamaan differensial parsial parabolik. Untuk mendapatkan solusi dari persamaan ini dapat menggunakan pendekatan tengah untuk derivatif kedua dan pendekatan mundur untuk derivatif pertama, sehingga diperoleh persamaan

$$K \left(\frac{u_{i-1,j+1} - 2u_{i,j+1} + u_{i+1,j+1}}{h^2} \right) = \left(\frac{-u_{i,j} + u_{i,j+1}}{k} \right) \quad (2.66)$$

dengan $\alpha = Kk/h^2$ dan titik (i, j) menunjukkan titik $x=ih$ dan waktu $t=jk$, persamaan dapat ditulis kembali dalam bentuk

$$(1 + 2\alpha)u_{i,j+1} - \alpha(u_{i-1,j+1} + u_{i+1,j+1}) = u_{i,j} \quad (2.67)$$

persamaan ini dapat disusun dalam bentuk matrik sebagai

$$\begin{bmatrix} (1 + 2\alpha) & -\alpha & 0 & \dots & 0 \\ -\alpha & (1 + 2\alpha) & -\alpha & \dots & 0 \\ 0 & -\alpha & (1 + 2\alpha) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -\alpha \\ 0 & 0 & 0 & \dots & (1 + 2\alpha) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{1,j+1} \\ u_{2,j+1} \\ u_{3,j+1} \\ \vdots \\ u_{n-2,j+1} \\ u_{n-1,j+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{1,j} \\ u_{2,j} \\ u_{3,j} \\ \vdots \\ u_{n-2,j} \\ u_{n-1,j} \end{bmatrix}$$

dimana

$$A = \begin{bmatrix} (1 + 2\alpha) & -\alpha & 0 & \dots & 0 \\ -\alpha & (1 + 2\alpha) & -\alpha & \dots & 0 \\ 0 & -\alpha & (1 + 2\alpha) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -\alpha \\ 0 & 0 & 0 & \dots & (1 + 2\alpha) \end{bmatrix}$$

adalah matrik yang sudah dapat diketahui elemennya, sedangkan

$$U = \begin{bmatrix} u_{1,j+1} \\ u_{2,j+1} \\ u_{3,j+1} \\ \vdots \\ u_{n-2,j+1} \\ u_{n-1,j+1} \end{bmatrix}, \quad \text{dan} \quad B = \begin{bmatrix} u_{1,j} \\ u_{2,j} \\ u_{3,j} \\ \vdots \\ u_{n-2,j} \\ u_{n-1,j} \end{bmatrix}, \quad \text{adalah matrik yang akan dicari nilainya.}$$

Dalam bahasa program penyelesaian matrik ini dapat menggunakan invers matrik metode defaktorisasi LU(A).

2.8 Teori Kesalahan

Setiap penyelesaian numerik yang menggunakan pendekatan nilai diskrit selalu menghasilkan deviasi terhadap nilai analitiknya. Untuk pemodelan numerik ini akan ditentukan standar deviasi fungsi hasil pemodelan terhadap fungsi aktualnya.

Selanjutnya kelayakan fungsi pemodelannya ditentukan menggunakan parameter *NSD* (*Normalisasi Square Deviation*), untuk fungsi kontinu adalah sebagai berikut

$$NSD = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |Q_A(T, t) - Q_s(T, t)|^2 dt}{\int_{-\infty}^{\infty} |Q_s(T, t)|^2 dt} \quad (2.68)$$

sementara untuk fungsi diskrit persamaan menjadi

$$NSD = \frac{\sum_i^n |Q_A(T, t) - Q_s(T, t)|^2}{\sum_i^n |Q_s(T, t)|^2} \quad (2.69)$$

dimana $Q_A(T, t)$ adalah solusi eksak dan $Q_s(T, t)$ adalah solusi pemodelan dari persamaan (2.2). Nilai $NSD \leq 10^{-3}$ untuk menentukan kelayakan fungsi matlab.

Berdasarkan uraian dan penjelasan tentang kajian, penurunan perumusan, serta asumsi-asumsi di atas, diharapkan dapat menjadi landasan pemikiran untuk pengembangan studi tentang pemodelan pemanasan *crude oil* menggunakan energi gelombang mikro melalui sifat dielektriknya.

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

BAB 4

HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Hasil Perhitungan Keadaan Awal Crude Oil

Pemodelan pemanasan *crude oil* menggunakan energi gelombang mikro telah dilakukan melalui beberapa tahapan sebagaimana dituliskan di dalam metode penelitian pada bab sebelumnya. Pertama adalah menentukan sumber pembangkit gelombang mikro yang digunakan dalam model. Kedua, menentukan besaran-besaran dan parameter fisis yang berkaitan dengan proses pemanasan. Besaran dan parameter fisis tersebut antara lain adalah konstanta dielektrik, loss dielektrik, densitas (kerapatan jenis), konduktivitas termal, kalor jenis, viskositas, suhu pada keadaan awal dan suhu lingkungan, tekanan, kecepatan aliran dan waktu.

Sebagai sumber pembangkit gelombang mikro pada penelitian ini, diasumsikan menggunakan magnetron tipe MICRO DENSITUM UM-1500 dengan energi input maksimum 1.5 kW dan pembangkit komersial tipe MEGA LP 320 dengan daya 500 W. Radiasi gelombang mikro dari sumber pembangkit dirambatkan melalui suatu pandu gelombang silinder pada modus TE₁₁ dan dianggap bersifat *perfect conducting* serta terbuat dari bahan *propylene*.

Sebelum membuat pemodelan, dilakukan penghitungan nilai *depth penetration* (D_p), yaitu kedalaman perambatan gelombang dimana energinya berkurang sampai $\frac{1}{e}$ atau hanya tinggal sekitar 36.8% menggunakan persamaan berikut (Zhang, 2006)

$$D_p = \frac{\lambda_0 \sqrt{\epsilon'}}{2\pi \epsilon''} \quad (4.1)$$

atau menurut Basak (2004) persamaan *depth penetration* adalah

$$D_p = \frac{c}{\sqrt{2\pi f} \left[\kappa' \left(\sqrt{1 + \left(\frac{\kappa''}{\kappa'} \right)^2} - 1 \right) \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (4.2)$$

Berdasarkan data yang telah diperoleh dari hasil penelitian sebelumnya, tentang karakteristik *crude oil* menurut Basak (2004) yaitu, konstanta dielektrik

dan *loss* dielektrik minyak masing-masing adalah 2.80 dan 0.15. Besaran ini dianggap tidak bervariasi terhadap suhu dan diukur pada frekuensi gelombang mikro 2.450 GHz. Penghitungan menggunakan persamaan (4.1) memperoleh nilai *dept penetration* sebesar 21.74 cm, sedangkan jika menggunakan persamaan (4.2) maka nilainya menjadi 43.65 cm.

Perbedaan kedua nilai ini disebabkan oleh perbedaan ketelitian kedua persamaan tersebut. Persamaan (4.1) menggunakan ketelitian dari besaran nilai *loss* dielektriknya ϵ'' . Sedangkan persamaan (4.2) menggunakan ketelitian dari nilai akar *loss* dielektrik κ'' . Sementara nilai $\sqrt{\kappa''}$ lebih kecil daripada nilai ϵ'' sehingga penggunaan persamaan (4.2) akan menghasilkan nilai yang lebih besar daripada persamaan (4.1).

Sementara pada pemodelan pemanasan *crude oil* menggunakan gelombang mikro, pada perambatan dengan modus TE₁₁ dan jari jari silinder adalah 5.08 cm melalui persamaan (2.23b)

$$f_{co} = \frac{x'_{np}}{2\pi a \sqrt{\mu\epsilon}}$$

diperoleh nilai frekuensi *cut off* di udara sebesar 1.56 GHz, dan di dalam fluida *crude oil* sebesar 0.91 GHz. Besar energi yang dihasilkan oleh radiasi gelombang mikro akan dikonversi menjadi energi panas yang diserap oleh medium, dalam hal ini adalah *crude oil*. Panas yang diserap tersebut dapat meningkatkan suhu *crude oil* melalui mekanisme transfer panas. Karena nilai frekuensi *cut off* kurang dari frekuensi gelombang pembangkit, maka gelombang mikro dapat dirambatkan melalui pandu gelombang silinder tersebut.

4.2 Pemodelan Fungsi Absorpsi

4.2.1 Referensi Fungsi Absorpsi untuk Material *Crude Oil*

Untuk menentukan besarnya *heat generation* dilakukan studi literatur terhadap sifat-sifat fisis atau karakteristik *crude oil*. Hasil studi literatur ternyata belum mendapatkan informasi tentang pemanasan *crude oil* murni menggunakan gelombang mikro dengan memperhatikan faktor dielektrik. Penelitian yang telah dilakukan dengan memperhatikan sifat dielektrik ini adalah penelitian pemanasan *petroleum* dengan gelombang mikro. Oleh sebab itu, dilakukan pendekatan

dengan memilih bahan minyak *petroleum* sebagai referensi, karena sifat *petroleum* hampir mirip dengan sifat *crude oil* yaitu *petroleum* merupakan salah satu hasil proses pengilangan minyak bumi.

Data hasil penelitian Fang dan PMC. Lai, (1995) menyebutkan bahwa model fungsi absorpsi minyak (*petroleum*) bervariasi secara *linear* terhadap suhu. Persamaan fungsi dielektriknya bervariasi terhadap suhu adalah berbentuk sebagaimana persamaan berikut

$$\varepsilon' = 2.24 - 0.000727T \quad (4.3)$$

dan persamaan untuk fungsi *loss* dielektriknya adalah

$$\tan \delta = (0.527T + 4.82)10^{-4} \quad (4.4)$$

Selanjutnya faktor attenuasi daya ditentukan menggunakan persamaan *Lambert*

$$\alpha_E = \frac{2\pi f}{c} \left[\frac{\varepsilon'_r}{2} \sqrt{1 + \tan \delta} - 1 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.5)$$

dengan memasukkan nilai besaran koefisien dielektrik serta nilai perbandingan antara *loss factor* dielektrik dengan koefisien dielektrik atau disebut $\tan \delta$, diperoleh nilai faktor atenuasi sebesar 6.4218.

Besar penurunan daya dihitung menggunakan persamaan $P_z = P_o e^{-t\alpha_E z}$, sehingga untuk kedalaman $z = 0.2$ m diperoleh daya sebesar 0.076 kali daya masukan atau -11.19 dB.

4.2.2 Pemodelan Komputasi Fungsi Absorpsi

Sebagaimana alur yang dituliskan pada metode penelitian, untuk menentukan model persamaan fungsi absorpsi suatu material sebagai fungsi suhu dapat dilakukan melalui pendekatan beberapa fungsi. Hill and Jennings (1993) merekomendasikan beberapa persamaan pendekatan sebagaimana persamaan (3.1) sampai (3.5) yaitu:

- a. Fungsi Linear dan Kuadratik

$$\varepsilon'' / \varepsilon_0 = A + 2BT + CT^2$$

- b. Fungsi Eksponensial

$$\varepsilon'' / \varepsilon_0 = Ce^{\gamma T}$$

$$\varepsilon'' / \varepsilon_0 = Ae^{-\beta(T-T_0)^2}$$

- c. Fungsi Kombinasi Eksponensial

$$\varepsilon'' / \varepsilon_0 = Ae^{-\beta(T-T_0)^2} + Ce^{\gamma T}$$

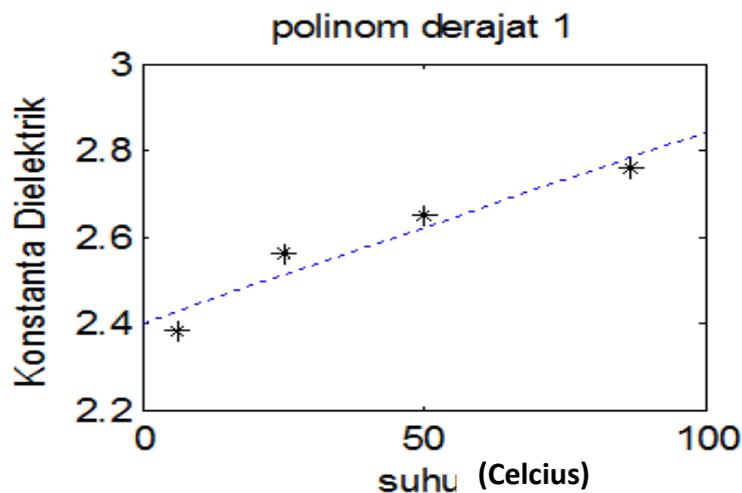
d. Fungsi Polynomial Orde Tinggi

$$\varepsilon'' / \varepsilon_0 = AT^m + BT^n$$

Berpedoman pada persamaan-persamaan pendekatan tersebut selanjutnya dibuat beberapa program pencocokan kurva (*curve fitting*) menggunakan Matlab. Yaitu suatu program untuk menentukan model sekumpulan suatu data yang berubah terhadap suatu variabel.

Dari data sekunder koefisien dielektrik yang bervariasi terhadap suhu, selengkapnya disediakan pada halaman lampiran, data tersebut disusun dalam bentuk sistem persamaan linear sebagaimana persamaan (2.34). Untuk keperluan pemrograman, sistem persamaan linear tersebut kemudian diubah menjadi bentuk matrik sebagaimana persamaan (2.35). Selanjutnya dihitung koefisien-koefisiennya menggunakan prinsip invers matrik. Dari hasil koefisien tersebut dapat ditentukan model persamaan matematis secara utuh sebagai representasi bentuk keseluruhan data. Persamaan matematis yang diperoleh kemudian digambarkan bersama-sama data aktual dalam grafik sehingga disebut sebagai *curve fitting*.

Berikut adalah contoh fitting data aktual dengan hasil persamaan pemodelan $\varepsilon' = 0.0044T + 2.4023$ untuk *crude oil* tipe B.



Gambar 4.1 Grafik pencocokan kurva untuk *crude oil* tipe B

Tanda bintang pada Gambar 4.1 menunjukkan nilai data aktual konstanta dielektrik *crude oil*. Data aktual tersebut kemudian akan dicocokkan dengan kurva dengan tanda garis terputus yang merupakan hasil persamaan pemodelan fungsi absorpsi yaitu $\epsilon' = 0.0044T + 2.4023$. Sebagaimana dapat dilihat pada grafik *curve fitting* bahwa data-data aktual tidak selalu tepat berada pada pola *curve fitting*. Hal ini berarti bahwa *curve fitting* merupakan kurva pendekatan. Oleh sebab itu terdapat deviasi atau penyimpangan hasil persamaan pemodelan dengan nilai data aktual. Penyimpangan ini sekaligus menunjukkan tingkat kesalahan atau error fungsi pendekatan. Perhitungan besarnya penyimpangan tersebut ditunjukkan pada Tabel 4.1 berikut.

Tabel 4.1 Nilai penyimpangan *curve fitting*

Suhu	Nilai dielektrik aktual	Nilai dielektrik model	Selisih nilai aktual dan model	Kuadrat selisih nilai aktual dan model
6	2.38	2.4287	0.0487	0.0024
25	2.56	2.5123	0.0477	0.0023
50	2.65	2.6223	0.0277	0.0008
87	2.76	2.7851	0.0251	0.0001
Varians				0.0060
Std. dev				0.0045

Nilai varians diperoleh dengan cara menjumlahkan hasil kuadrat selisih keempat data sebagaimana persamaan $s^2 = \sum(\epsilon_{eksak} - \epsilon_{model})^2$. Nilai standar deviasi diperoleh melalui persamaan $Dev = \sqrt{\frac{s^2}{n-1}}$, yaitu akar nilai varians dibagi dengan tiga (banyak data dikurangi satu). Nilai standar deviasi untuk hasil fungsi pendekatan yang lain akan dibahas di sub bab selanjutnya. Tabel selengkapnya tentang standar deviasi fungsi pemodelan dapat dilihat di halaman lampiran.

4.2.3 Hasil Pemodelan Fungsi Absorpsi

Pencocokan kurva melalui sekelompok data sekunder koefisien dielektrik bervariasi terhadap suhu menggunakan fungsi Matlab *built-in polyfit* serta fungsi *polyfits*, menghasilkan fungsi pemodelan dengan standar deviasi yang dihitung menggunakan selisih fungsi data aktual dan fungsi hasil pemodelan sebagaimana persamaan (2.43).

a. Hasil Pemodelan melalui pendekatan fungsi linear

Hasil *curve fitting* menggunakan persamaan (2.48) untuk pendekatan fungsi linear pada *crude oil A*, persamaan dielektriknya adalah $\epsilon' = 0.0034T + 2.2410$ dengan deviasi sebesar 0.0110. Persamaan $\epsilon''/\epsilon' = \tan \delta = 0.0014T - 0.0074$ dengan deviasi 0.0090. Pada *crude oil B*, diperoleh persamaan dielektrik $\epsilon' = 0.0044T + 2.4023$ dengan deviasi 0.0448 dan persamaan $\epsilon''/\epsilon' = \tan \delta = 0.0020T + 0.0556$ dengan deviasi 0.0379. Pada *crude oil C*, didapatkan persamaan dielektrik $\epsilon' = 0.0048T + 2.7769$ dengan deviasi 0.0143 dan persamaan $\epsilon''/\epsilon' = \tan \delta = 0.0007T + 0.2791$ dengan deviasi sebesar 0.0041.

b. Hasil pemodelan melalui pendekatan fungsi kuadrat

Hasil *curve fitting* menggunakan persamaan (2.54) dan (2.55) untuk pendekatan fungsi kuadrat *crude oil A*, model persamaan dielektriknya adalah $\epsilon' = 0T^2 - 0.0020T + 2.391$ dengan deviasi 0.2354 dan $\epsilon''/\epsilon' = 0T^2 - 0.004T + 0.1428$ dengan deviasi yang sama 0.2351. Pada *crude oil B*, persamaan dielektrik $\epsilon' = 0T^2 + 0.009T + 2.3388$ dengan deviasi 0.2238 dan persamaan $\epsilon''/\epsilon' = 0T^2 + 0.0052T + 0.0121$ dengan deviasi 0.1586. Sementara untuk *crude oil C*, dihasilkan persamaan dielektrik sebagai $\epsilon' = 0T^2 + 0.0057T + 2.7714$ dengan deviasi 0.0350 dan persamaan $\epsilon''/\epsilon' = 0T^2 + 0.0011T + 0.2764$ dengan deviasi sebesar 0.0164.

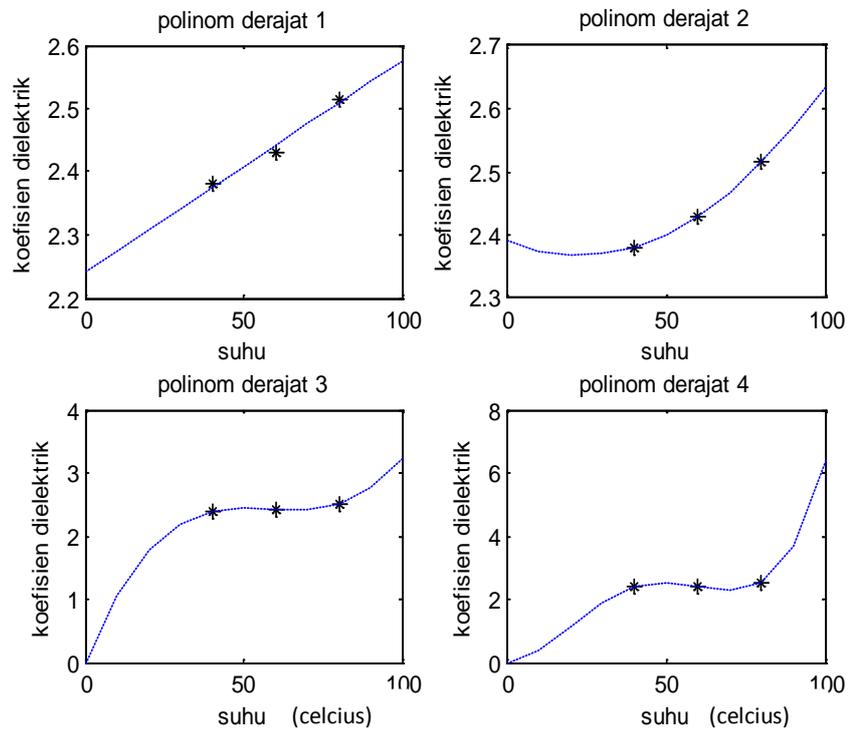
Berdasarkan hasil persamaan tersebut dapat dinyatakan bahwa pendekatan fungsi kuadrat kurang baik untuk mewakili bentuk atau model

persamaan dielektrik karena koefisien pada variabel derajat dua untuk semua jenis *crude oil* adalah nol. Hal ini menunjukkan pendekatan berubah menjadi bentuk linear.

c. Hasil pemodelan melalui pendekatan fungsi polinom derajat 3

Hasil *curve fitting* untuk polinomial derajat 3 menggunakan persamaan (2.54) menghasilkan persamaan dielektrik untuk *crude oil* A adalah $\epsilon' = 0T^3 - 0.0022T^2 + 0.1275T + 0$ dengan deviasi 4.9410 dan persamaan $\epsilon''/\epsilon' = 0T^3 - 0.0001T^2 + 0.0037T + 0$ dengan deviasi 0.3508. Selanjutnya untuk *crude oil* B dihasilkan persamaan dielektrik sebagai bentuk $\epsilon' = 0T^3 - 0.0003T^2 + 0.0162T + 2.2917$ dengan deviasi 0.7872 dan persamaan $\epsilon''/\epsilon' = 0T^3 + 0.0002T^2 - 0.0043T + 0.0745$ dengan deviasi 0.5901. Untuk *crude oil* C persamaan $\epsilon' = 0T^3 + 0.0003T^2 - 0.0005T + 2.7802$ dengan deviasi 0.3932 dan persamaan $\epsilon''/\epsilon' = 0T^3 - 0.0001T^2 + 0.0022T + 0.2749$ dengan deviasi 0.1412. Sebagaimana hasil yang diperoleh pada pendekatan fungsi kuadrat, pendekatan polinomial orde 3 juga memberikan hasil yang kurang baik. Hal ini ditunjukkan oleh koefisien variabel derajat 3 juga menghasilkan nilai nol.

Salah satu hasil running program dalam script Matlab dengan fungsi *polyfit* ditunjukkan pada Gambar 4.2.



Gambar 4.2. Grafik Pencocokan Kurva Fungsi Linear *crude oil* tipe A

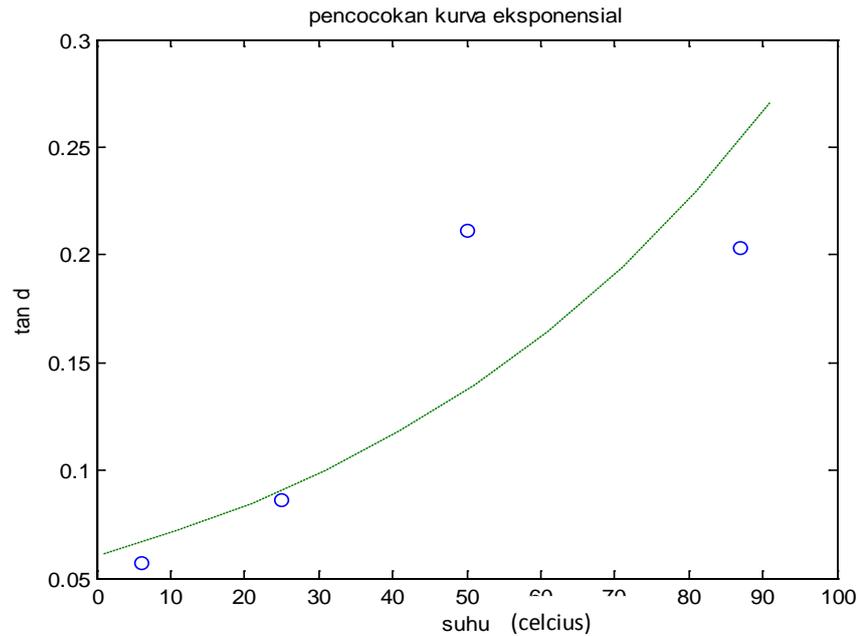
Berdasarkan hasil pendekatan keempat fungsi polinomial tersebut dapat diketahui bahwa pendekatan secara linear (derajat satu) merupakan hasil pendekatan yang dapat mewakili fungsi absorpsi *crude oil*, sebagaimana fungsi absorpsi *petroleum* hasil penelitian Fang and PMC. Lai, (1995).

d. Hasil Pemodelan melalui Pendekatan Fungsi Eksponen

Hasil *curve fitting* menggunakan persamaan (2.60) untuk pendekatan fungsi eksponensial *crude oil* A adalah $\epsilon' = \exp(0.8097 + 0.0014T)$ dengan deviasi 0.0098 dan persamaan $\epsilon''/\epsilon' = \exp(-3.5621 + 0.0156T)$ dengan deviasi 0.0059. *Crude oil* B menghasilkan model persamaan $\epsilon' = \exp(0.8774 + 0.0017T)$ dengan deviasi 0.0477 dan persamaan $\epsilon''/\epsilon' = \exp(-2.8135 + 0.0165T)$ dengan deviasi 0.0519. *Crude oil* C menghasilkan persamaan $\epsilon' = \exp(1.0217 + 0.0016T)$

dengan deviasi 0.0150 dan persamaan $\epsilon'' / \epsilon' = \exp(-1.2759 + 0.0022T)$ dengan deviasi 0.0039.

Salah satu hasil program matlab melalui pendekatan fungsi eksponensial ditampilkan pada Gambar 4.3.



Gambar 4.3 Pemodelan fungsi eksponensial *crude oil* tipe B dengan persamaan $\tan \delta = \exp(-2.8135 + 0.0165T)$

Hasil pada Gambar 4.3 tersebut menunjukkan bahwa pendekatan melalui fungsi eksponensial juga mempunyai kemungkinan sebagai salah satu solusi model fungsi absorpsi *crude oil*, sebagaimana fungsi linear tetapi dengan deviasi yang sedikit lebih besar.

4.3 Heat Generation

Diawali dengan fungsi absorpsi minyak, dalam hal ini diambil fungsi absorpsi *petroleum* berbentuk linear, dapat ditentukan besarnya energi gelombang pembangkit melalui persamaan *heat generation* yaitu

$$Q = 2\pi f \epsilon_0 \epsilon_r \tan \delta E^2$$

dengan $\tan \delta = \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'}$ sebagai besaran yang bervariasi terhadap suhu sebagaimana persamaan Fang dan Lai yaitu $\tan \delta = (0.527T + 4.82)10^{-4}$.

Besarnya energi gelombang mikro yang dirambatkan di dalam pandu gelombang bergantung pada nilai amplitudo medan listrik E, yang dapat diperoleh melalui persamaan perambatan gelombang mikro pada koordinat silinder sebagaimana persamaan (2.20) yaitu

$$E_z = E_{oz} \cos n\phi J_n(k_e r) e^{-j\beta_g z}$$

Selanjutnya dari nilai medan listrik ini dihitung besar *heat generation* menjadi $Q = (0.949T + 8.68)10^{-6}Wm^{-3}$ atau $Q = (1.055T + 9.65)10^{-22}Wm^{-3}$. Nilai ini kemudian dihitung deviasinya melalui parameter NSD sebagaimana persamaan (2.75) untuk mendapatkan kelayakan masing-masing fungsi pendekatan. Sehingga untuk pendekatan fungsi linear orde satu diperoleh nilai NSD sebesar 0.000143277. Hal ini berarti fungsi tersebut layak sebagai fungsi pemodelan karena nilainya kurang dari 0.001. Penghitungan selengkapnya ditampilkan pada halaman lampiran.

4.4 Persamaan Distribusi Suhu

4.4.1 Pengembangan Metode Komputasi untuk Persamaan Panas pada Koordinat Silinder

Setelah mengetahui besarnya daya yang dirambatkan di dalam pandu gelombang yang berisi minyak, *crude oil*, dan besarnya *heat generation* maka dapat dibuat pemodelan persamaan distribusi suhu menggunakan persamaan (2.1) yaitu

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v}\nabla T = \frac{k}{\rho C_p} \nabla^2 T + \frac{Q}{\rho C_p}$$

melalui program Matlab persamaan perpindahan panas fungsi parabolik pada koordinat silinder. Asumsi pada pemodelan ini adalah gerakan fluida konstan, sehingga suku kedua persamaan ruas kiri dapat diabaikan. Distribusi suhu pada koordinat silinder merupakan perkembangan persamaan (2.72) dengan mengganti *heat generation* Q menjadi fungsi linear sehingga persamaan menjadi

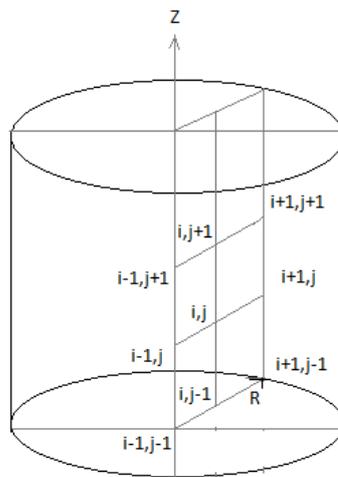
$$\frac{\partial T}{\partial t} = K \left(\frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + BT \quad (4.6)$$

dimana $K = \frac{k}{\rho C_p}$ dan $B = \frac{Q}{\rho C_p}$.

Solusi secara numerik persamaan ini dapat diselesaikan menggunakan transformasi koordinat $\eta = \ln r$ sehingga diperoleh persamaan berikut

$$\frac{\partial T}{\partial t} = K \left(\frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + BT \quad (4.7)$$

dengan metode *finite difference* serta mengabaikan variabel sudut diperoleh gambaran node untuk masing-masing langkah pada variabel r dan z sebagaimana gambar berikut:



Gambar 4.4 Grid untuk metode finite difference pada silinder (Saitoh, et.al. 1992)

Dengan mengubah bentuk persamaan differensial untuk orde satu menjadi bentuk persamaan diskrit melalui substitusi berikut ini

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T_{k+1} - T_k}{\Delta t} \quad (4.8)$$

dan persamaan differensial untuk orde kedua dalam bentuk diskrit menjadi

$$\frac{\partial^2 T}{\partial t^2} = \frac{T_{k+1} - 2T_k + T_{k-1}}{\Delta t^2} \quad (4.9)$$

serta menggunakan pendekatan *central difference* untuk persamaan differensial orde dua pada ruas kanan dan *forward difference* untuk persamaan differensial orde pertama pada ruas kiri, sehingga diperoleh persamaan perbedaan menjadi lebih sederhana sebagaimana persamaan berikut (Yang et al., 2005)

$$\frac{T_{i,j}^{k+1} - T_{i,j}^k}{\Delta t} = \frac{K}{r^2} \left(\frac{T_{i,j+1}^k - 2T_{i,j}^k + T_{i,j-1}^k}{(\Delta \eta)^2} \right) + K \left(\frac{T_{i+1,j}^{k+1} - 2T_{i,j}^{k+1} + T_{i-1,j}^{k+1}}{(\Delta z)^2} \right) + BT_{i,j}^k$$

dengan T menyatakan suhu pada suatu titik dengan indeks i,j,k berkorelasi dengan suatu titik pada koordinat silinder r,z,t yang berarti posisi titik pada jari-jari r, kedalaman z dan waktu t. Sedangkan Δt , $\Delta \eta$, Δz masing-masing adalah ukuran langkah waktu, jari-jari (dalam fungsi ln), dan kedalaman.

4.5 Penentuan Kondisi Awal dan Persamaan Syarat Batas Pemodelan

Kondisi awal pemodelan yaitu pada saat sebelum simulasi pemanasan *crude oil* menggunakan energi gelombang mikro ditentukan berdasarkan pada kondisi awal yang terjadi di lapangan pada proses pemanasan minyak secara konvensional yaitu masih menggunakan metode *steam injection*.

Sebagaimana data yang diperoleh pada proses *drilling* menurut Yu dan Chuan, 2011 antara lain adalah kedalaman sumur pipa sekitar 1569 m, dengan jumlah produksi fluida 5.3 t/d (perhari), produksi oil 4.5t/d (dengan moisture content 15.1%), produksi campuran air 65 t/d, suhu oil 35 Celcius, suhu air 38°C, suhu freezing point crude oil 36°C, suhu dinding sumur 34°C, suhu campuran 37.8°C, kerapatan 988 kg/m³, kalor jenis 4045.32 J/kg.K, viskositas dalam fungsi suhu (5.075-0.082T) Pa.s, konduktivitas termal dalam fungsi suhu (0.61-0.01187T), ketebalan pipa 40 mm, diameter 10-16 cm.

Selanjutnya untuk pemodelan dapat dibuat program dengan kondisi pada saat awal yaitu pada saat t=0 pada kedalaman 1000 m adalah 40°C sehingga dapat dituliskan dalam bentuk persamaan sebagai $T(r, 1000, 0) = 40^\circ\text{C}$ dan kondisi awal di tepi sumur pada jari-jari 5 cm adalah 34°C dan pada dalam persamaan menjadi $T(5, 1000, 0) = 34^\circ\text{C}$. Selanjutnya, setelah dilakukan pemanasan pada minyak menggunakan energi gelombang mikro diharapkan pada kedalaman 20 cm dari permukaan minyak, suhu minyak masih sekitar 200°C atau $T(r, 980, t) = 200^\circ\text{C}$. Simulasi dilakukan melalui program komputasi dengan variabel jari-jari berkisar antara $-5 \leq r \leq 5$ (cm), dan rentang kedalaman sumur adalah $-1000 \leq z \leq 0$ (m), menurut literatur waktu dapat dibuat fleksibel antara $0 \leq t \leq 5000$ (s)

Kemudian untuk menentukan kondisi pada syarat perbatasan digunakan beberapa asumsi agar diperoleh keadaan yang sesuai dengan keadaan yang diharapkan antara lain adalah pada perbatasan antara udara dan minyak mentah, *crude oil*, suhu dipermukaan minyak adalah sekitar 400°C. Keadaan ini ditentukan berdasarkan pada perhitungan analitis konversi energi yaitu perubahan energi radiasi gelombang mikro menjadi energi panas yang diserap secara langsung oleh minyak tanpa melalui perantara medium, sementara pipa tempat minyak masih berada pada kondisi semula.

Keadaan panas akibat radiasi tersebut akan dirambatkan secara konveksi ke dalam minyak disepanjang pipa yang suhunya relatif lebih rendah. Radiasi gelombang mikro yang langsung mengenai minyak tepat di pusat silinder mengakibatkan panas akan terpusat pada bagian tengah di sepanjang pipa, yakni pada pusat silinder ($R=0$). Sedangkan semakin ke tepi silinder dan semakin ke dalam pipa, temperatur akan semakin menurun.

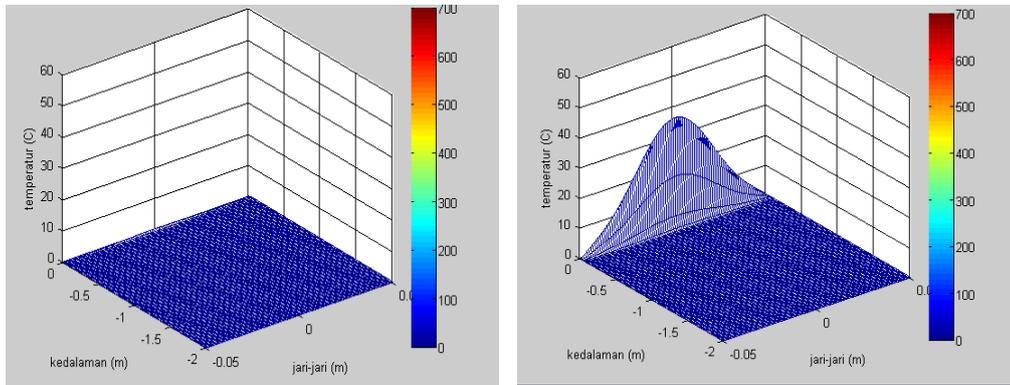
Berdasarkan mekanisme transfer panas tersebut maka digunakan syarat batas sebagai fungsi eksponensial yang berubah terhadap sumbu z atau pada kedalaman sumur. Sementara untuk perambatan panas ke arah radial menggunakan fungsi kosinus yang berubah terhadap sumbu R atau jari-jari.

Simulasi ini menggunakan persamaan kondisi awal yaitu persamaan $T = 40 \exp\left(0.5\left(\frac{r}{0.02}\right)^2\right) \exp\left(-\frac{z}{L}\right)$ dan menggunakan dua buah persamaan syarat batas yaitu pertama adalah $T = 40 \exp\left(\frac{r}{t}\right) - 40 \exp\left(-\frac{z}{t}\right)$ dan $T = 40 \exp\left(\frac{r}{t}\right) - 40 \exp\left(-\frac{z}{t}\right)$.

Persamaan ini dipilih berdasarkan keadaan yang terjadi di lapangan sebagaimana hasil penelitian bahwa suhu di dalam pipa di sekitar sumber gelombang mikro merupakan fungsi eksponensial terhadap sumbu z atau pada arah kedalaman pipa dan merupakan persamaan kosinus untuk arah pada sumbu r .

Berdasarkan persamaan tersebut kemudian dituangkan dalam script Matlab pada M-file sebagaimana pada Lampiran 6, dan dijalankan dengan beberapa kondisi awal dan syarat batas. Salah satu hasil pemrograman dan menjalankan script tersebut pada rentang jari-jari adalah $-0.05 < r < 0.05$ sementara rentang kedalaman adalah $0 < z < 2$ dimana tetapan $K=1.53e-7$, $B=3.297e-6$,

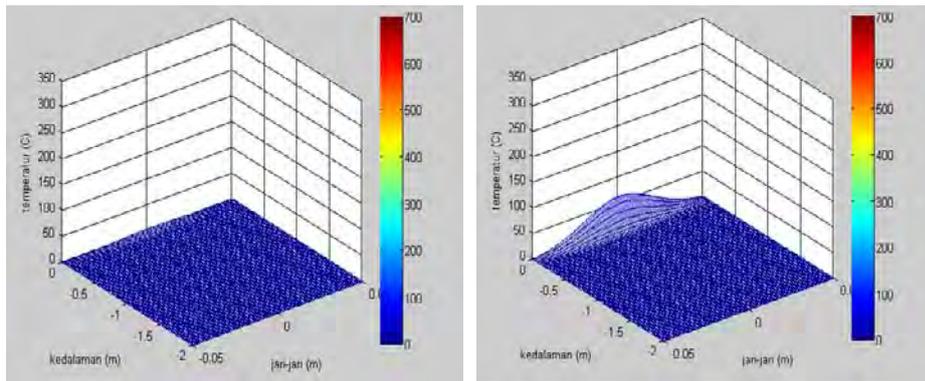
diperoleh grafik distribusi suhu untuk daya 500 W sebagaimana ditampilkan pada Gambar 4.5. Hasil distribusi suhu untuk beberapa variasi ditampilkan pada halaman Lampiran 7.



Gambar 4.5 Grafik distribusi suhu untuk $r=5$ cm dan $z=2$ m untuk daya 500W dengan waktu pemanasan $t=1000$ s dan $t=50000$ s.

Berdasarkan hasil simulasi seperti ditunjukkan oleh Gambar 4.5 tersebut dapat dilihat bahwa untuk daya 500 W distribusi suhu mulai tampak di pusat silinder adalah sekitar 0.5°C pada waktu 1000 s. Pada detik-detik awal pemanasan masih belum terbaca perubahan suhu. Keadaan ini menunjukkan bahwa untuk memanaskan minyak membutuhkan rentang waktu sampai terlihat perubahan suhu. Suhu tertinggi pada rentang waktu 50000 s diperoleh hampir sebesar 40°C di pusat silinder dan mulai menurun pada kedalaman sekitar 2 cm dari permukaan. Kemudian suhu semakin menurun mengikuti variasi jari-jari. Semakin ke tepi silinder suhu semakin rendah. Untuk suhu di sepanjang sumbu z menurun mengikuti fungsi eksponensial, semakin ke dalam suhu semakin berkurang. Kondisi ini menyatakan bahwa dengan daya 500 W belum cukup untuk memanaskan minyak sampai pada kedalaman 20 cm.

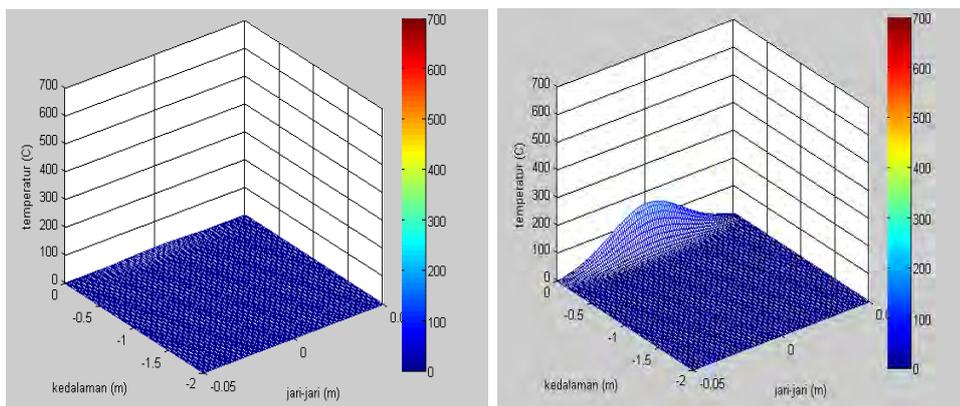
Pada pemanasan menggunakan daya 3000 W hasil distribusi suhu ditunjukkan sebagaimana Gambar 4.6 berikut ini



Gambar 4.6 Grafik distribusi suhu untuk $r=5$ cm dan $z=2$ m untuk daya 3000W dengan waktu pemanasan $t=1000$ s dan $t=10000$ s.

Hasil ini menyajikan bahwa suhu maksimal yang diperoleh pada interval waktu 1000 s adalah 5°C dan berada pada pusat silinder, selanjutnya panas mulai hilang pada posisi kedalaman 4 cm dan jari-jari 5 cm. Pada interval waktu 10000 s dapat dicapai suhu 60°C di pusat silinder. Pada radius 2 cm suhu mulai menurun secara perlahan sehingga sama dengan suhu mula-mula. Semakin ke tepi suhu semakin menurun. Hal ini terjadi karena panas akibat radiasi gelombang mikro akan dirambatkan ke samping sampai ke tepi silinder dan ke kedalaman silinder. Pemanasan menggunakan daya ini dapat mencapai suhu sekitar 350°C dengan kedalaman sekitar 5 sampai 10 cm selama 35000 s.

Pemanasan menggunakan daya 6000 W menghasilkan distribusi suhu sebagaimana ditampilkan pada Gambar 4.7



Gambar 4.7 Grafik distribusi suhu untuk $r=5$ cm dan $z=2$ m untuk daya 6000W dengan waktu pemanasan $t=1000$ s dan $t=10000$ s.

Pada grafik dapat dilihat bahwa untuk pemanasan dengan waktu 1000 s perubahan suhu mulai tampak sekitar 10°C. Pemanasan menghasilkan perubahan suhu sebesar 150°C pada waktu 10000 s. Hal ini menunjukkan bahwa dengan daya yang lebih besar akan lebih cepat diperoleh perubahan suhu yang lebih tinggi. Pemanasan menggunakan daya ini dapat mencapai suhu sekitar 500°C dengan kedalaman sejauh sekitar 10 sampai 20 cm untuk interval waktu 20000 s.

4.6 Pengaruh Lama Waktu Pemanasan terhadap Distribusi Suhu

Lamanya waktu paparan radiasi gelombang mikro ke dalam sumur minyak mentah akan berpengaruh terhadap perambatan panas pada minyak sehingga mengubah pola distribusi dan meningkatkan suhu di dalam silinder atau pipa. Pada suatu pemodelan numerik lamanya waktu ini berhubungan dengan *time step* atau langkah waktu.

Hasil pemodelan dengan variasi waktu menunjukkan bahwa semakin lama waktu pemodelan yang digunakan akan menghasilkan distribusi suhu yang bergelombang membentuk fungsi eksponen pada sepanjang tepi silinder ke arah radial dan ke arah sumbu z atau kedalaman pipa.

Suhu di pusat silinder akan semakin tinggi, jangkauan panas ke arah sumbu z akan semakin jauh ke dalam silinder. Hal ini menyebabkan bahwa perambatan panas pada arah radial dengan waktu yang semakin lama akan cepat menyebar ke sekitar tepi silinder, karena dimensi jari-jari silinder yang jauh lebih kecil dibandingkan dengan dimensi kedalaman atau panjang silinder. Keadaan ini mengakibatkan suhu disekitar sumber akan lebih tinggi daripada suhu di bagian lain dalam silinder.

Perambatan panas ke arah radial memerlukan waktu relatif lebih cepat dibandingkan merambatkan panas ke dalam silinder sepanjang arah sumbu z. Keadaan ini dapat digambarkan bahwa setelah panas merambat ke tepi silinder dengan cepat panas akan dirambatkan ke daerah sekitarnya yang mempunyai suhu lebih rendah. Perambatan panas ke arah sumbu z akan membutuhkan waktu yang relatif lebih lama. Hal ini disebabkan perbedaan dimensi silinder yang sangat besar antara jari-jari dan silinder. Pemanasan dengan waktu lama, jangkauan panas yang dapat didistribusikan ke arah sumbu z akan lebih jauh.

BAB 5

SIMPULAN DAN SARAN

5.1 Simpulan

Berdasarkan hasil penelitian ini dapat disimpulkan bahwa pemanasan *crude oil* menggunakan energi gelombang mikro belum dimungkinkan untuk dilakukan sebagai salah satu pengganti sumber energi konvensional *steam injection*.

Hasil pemodelan menunjukkan bahwa untuk fungsi absorpsi dapat didekati dengan baik melalui pendekatan fungsi *linear* sebagaimana fungsi absorpsi untuk *petroleum*. Hasil pemodelan distribusi suhu merupakan fungsi eksponensial. Suhu maksimum diperoleh di pusat silinder sebesar 350°C menggunakan daya 3000 W, kemudian suhu menurun secara eksponensial searah sumbu z dan sumbu radial. Suhu sekitar 200°C diperoleh di sekitar kedalaman 5 sampai 10 cm. Suhu 0°C dicapai pada kedalaman sekitar 20 cm.

5.2 Saran

Untuk penelitian lebih lanjut dapat disarankan pemodelan menggunakan sumber gelombang mikro ditempatkan di dasar sumur minyak bumi. Metode komputasi lain dapat digunakan untuk pemodelan menggunakan energi gelombang mikro dengan mengurangi asumsi-asumsi sehingga dapat diaplikasikan dan dimanfaatkan pada industri pengeboran minyak bumi untuk optimalisasi dan efisiensi energi di kemudian hari.

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

Lampiran 1

Tabel 4.1 Data Sekunder Konstanta Dielektrik Crude Oil

No	Tipe Crude oil	Suhu	Konstanta Dielektrik (Re)	Loss factor Dielectric (Im)	$\tan \delta$
1	C14H30	40	2.381	0.132	0.055438891
		60	2.43	0.16	0.065843621
		80	2.515	0.26	0.103379722
2	C8H18	6	2.38	0.135	0.056722689
		25	2.56	0.22	0.0859375
		50	2.65	0.56	0.211320755
		87	2.76	0.56	0.202898551
3	C7H15	1	2.78	0.77	0.276978417
		25	2.89	0.87	0.301038062
		40	2.99	0.91	0.304347826
		55	3.03	0.95	0.313531353

Sumber : (Floyd Buckley dan Arthur A. Maryott, 1958)

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

Lampiran 2A

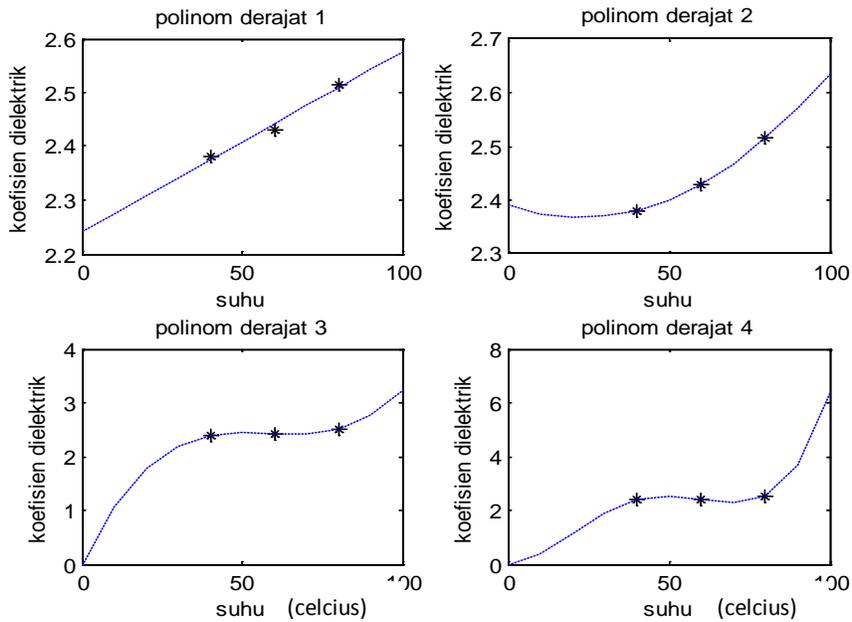
Pemodelan Fungsi Konstanta Dielektrik sebagai Fungsi Polynomial

```
function[th,err,yi]=polyfits(x,y,N,xi,r)
%program rutin pencocokan kurva polinomial dengan menentukan koefisien th
%x,y adalah vektor-vektor baris dan pasangan data
%N adalah orde atau derajat polinomial (>=0)
%r adalah array faktor pembobot balik dengan dimensi sama dengan y
M=length(x); x=x(:); y=y(:); % membuat semua vektor menjadi kolom
if nargin==4 %jumlah argumen input 4
    if length(xi)==M, r=xi; xi=x; % dengan argumen masukan (x,y,N,r)
    else r=1; % dengan argumen masukan (x,y,N,xi)
    end
elseif nargin==3,xi=x; r=1; %jumlah argumen input 3(x,y,N)
end
A(:,N+1)=ones(M,1);
for n=N:-1:1, A(:,n)=A(:, n+1).*x; end
if length(r)==M
    for m=1:M, A(m,:)=A(m,:)/r(m); y(m)=y(m)/r(m); end
end
th=(A\y)'
ye=polyval(th,x); err=norm(y-ye)/norm(y); %nilai-nilai y yang diestimasi,dan errornya
yi=polyval(th,xi);
% program polyfits untuk konstanta dielektrik crude oil A (C14H30)
x=[40 60 80 ];
y=[2.381 2.43 2.515 ];
[x,i]=sort(x); y=y(i);
xi=0:10:100; %titik-titik tengah
for i=1:4
    [th, err, yi]=polyfits(x,y,i,xi); err; %LS
    subplot(220+i)
    plot(x,y,'k*', xi,yi,'b:')
    xlabel('suhu'); ylabel('Konstanta Dielektrik');
end
```

Koefisien polinomial hasil penghitungan untuk derajat 1 sampai 4

```
th =
    0.0034    2.2410
err =
    0.0035
th =
    0.0000   -0.0020    2.3910
err =
    0
th =
    0.0000   -0.0022    0.1275    0
err =
    3.4814e-016
th =
    0.0000   -0.0001    0.0047    0    0
```

```
err =
3.1297e-015
```



Gambar 1. Grafik Pencocokan Kurva Fungsi Konstanta Dielektrik Polinomial untuk crude oil C14H30

```
% program polyfits untuk konstanta dielektrik crude oil B(C8H18)
x=[6 25 50 87 ];
y=[2.38 2.56 2.65 2.76 ];
[x,i]=sort(x); y=y(i);
xi=0:10:100; %titik-titik tengah
for i=1:4
    [th, err, yi]=polyfits(x,y,i,xi); err %LS
    subplot(220+i)
    plot(x,y,'k*', xi,yi,'b:')
    xlabel('suhu'); ylabel('Konstanta Dielektrik');
end
```

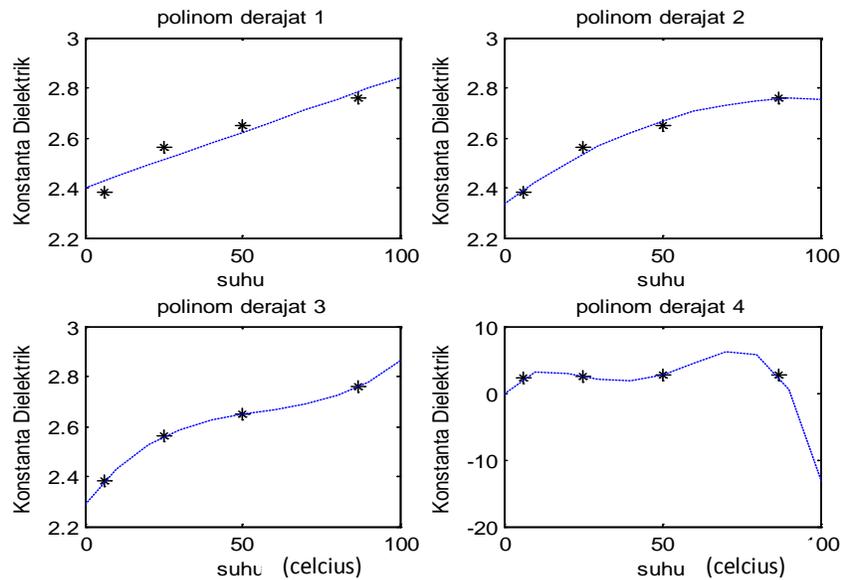
Koefisien polinomial hasil penghitungan untuk derajat 1 sampai 4

```
th =
    0.0044    2.4023
err =
    0.0150
th =
   -0.0000    0.0090    2.3388
err =
    0.0066
th =
    0.0000   -0.0003    0.0162    2.2917
err =
    1.2118e-016
```

```

th =
-0.0000  0.0006 -0.0310  0.5620    0
err =
4.1324e-014

```



Gambar 2. Grafik Pencocokan Kurva Fungsi Konstanta Dielektrik Polinomial untuk crude oil C8H18

```

% program polyfits untuk konstanta dielektrik crude oil C (C7H15)
x=[1 25 40 55 ];
y=[2.78 2.89 2.99 3.03 ];
[x,i]=sort(x); y=y(i);
xi=0:10:100; %titik-titik tengah
for i=1:4
    [th, err, yi]=polyfits(x,y,i,xi); err %LS
    subplot(220+i)
    plot(x,y,'k*', xi,yi,'b:')
    xlabel('suhu'); ylabel('Konstanta Dielektrik');
    title('polinom derajat 1')
end

```

Koefisien polinomial hasil penghitungan untuk derajat 1 sampai 4

```

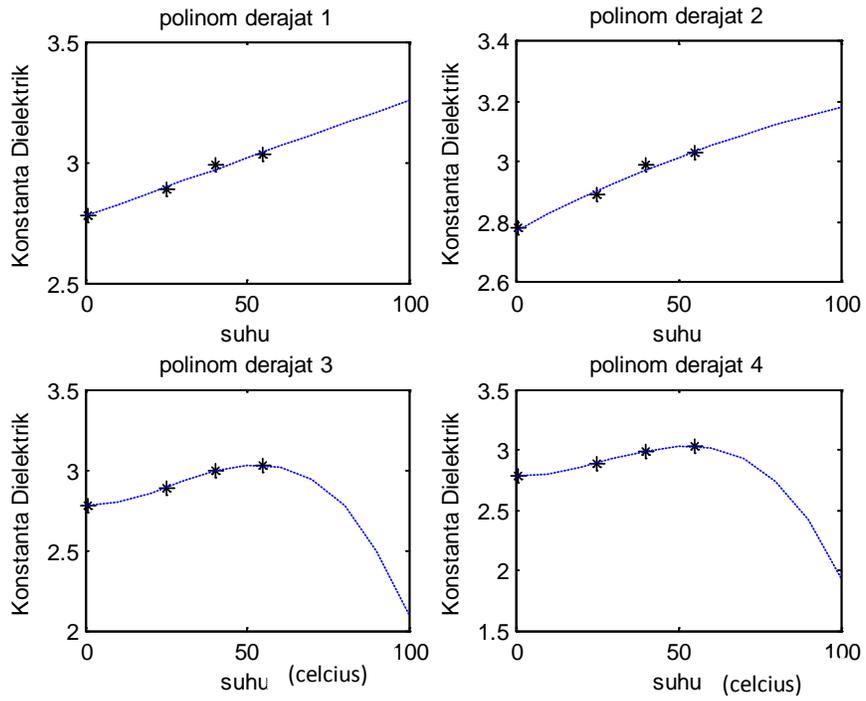
th =
0.0048  2.7769
err =
0.0042
th =
-0.0000  0.0057  2.7714
err =
0.0038
th =
-0.0000  0.0003 -0.0005  2.7802

```

```

err =
    0
th =
    -0.0000 -0.0000 0.0002    0 2.7798
err =
    2.5185e-016

```



Gambar 3. Grafik Pencocokan Kurva Fungsi Konstanta Dielektrik Polinomial untuk crude oil C7H15

Lampiran 2B

Pemodelan Fungsi Absorpsi $\tan \delta$ sebagai Pendekatan dalam Fungsi Polinomial

Script Program

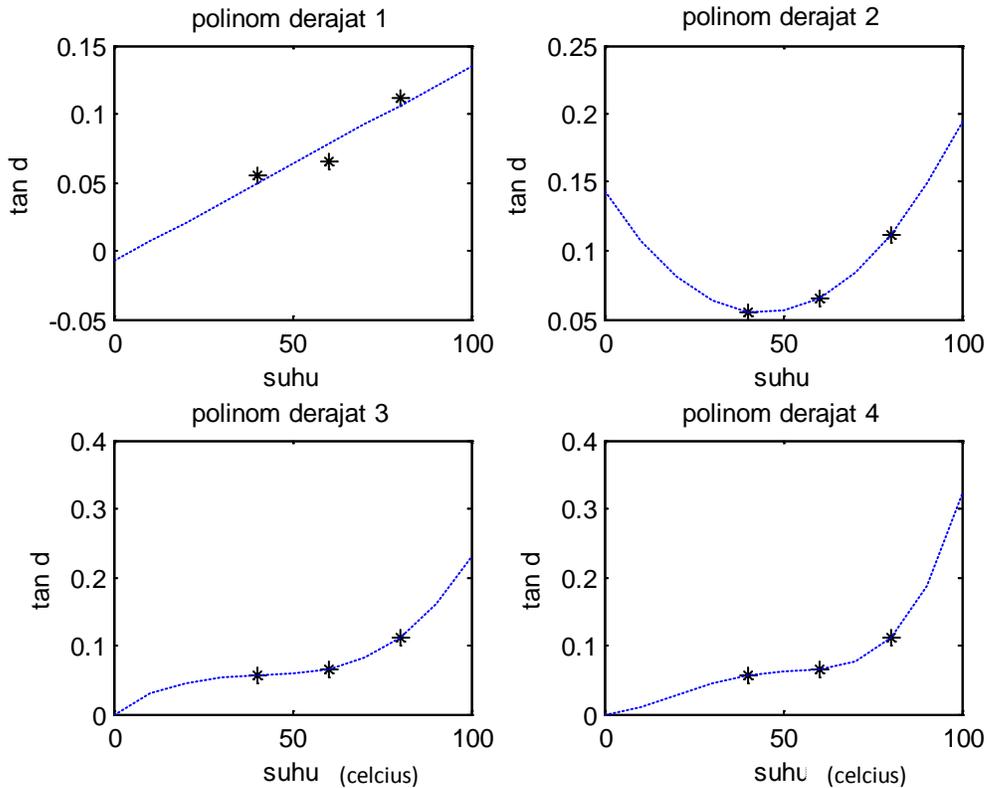
```
function[th,err,yi]=polyfits(x,y,N,xi,r)
%program rutin pencocokan kurva polinomial dengan menentukan koefisien th
%x,y adalah vektor-vektor baris dan pasangan data
%N adalah orde atau derajat polinomial (>=0)
%r adalah array faktor pembobot balik dengan dimensi sama dengan y
M=length(x); x=x(:); y=y(:); % membuat semua vektor menjadi kolom
if nargin==4 %jumlah argumen input 4
    if length(xi)==M, r=xi; xi=x; % dengan argumen masukan (x,y,N,r)
    else r=1; % dengan argumen masukan (x,y,N,xi)
    end
elseif nargin==3,xi=x; r=1; %jumlah argumen input 3(x,y,N)
end
A(:,N+1)=ones(M,1);
for n=N:-1:1, A(:,n)=A(:, n+1).*x; end
if length(r)==M
    for m=1:M, A(m,:)=A(m,+)/r(m); y(m)=y(m)/r(m); end
end
th=(A\y)'
ye=polyval(th,x); err=norm(y-ye)/norm(y); %nilai-nilai y yang
diestimasi,dan errornya
yi=polyval(th,xi);

% program polyfits untuk tan d crude oil C14H30
x=[40 60 80 ];
y=[0.055438891 0.065843621 0.112311015 ];
[x,i]=sort(x); y=y(i);
xi=0:10:100; %titik-titik tengah
for i=1:4
    [th, err, yi]=polyfits(x,y,i,xi); err %LS
    subplot(220+i)
    plot(x,y,'k*', xi,yi,'b:')
    xlabel('suhu'); ylabel('tan d');
    title('polinom derajat 1')
end
```

Hasil Program

```
th =
    0.0014    -0.0074
err =
    0.1040
th =
    0.0000    -0.0040    0.1428
err =
    1.7681e-016
th =
    0.0000    -0.0001    0.0037    0
err =
    7.0723e-016
th =
    1.0e-003 *
    0.0000    -0.0028    0.1142    0    0
```

```
err =
    1.7358e-015
```



Gambar 1. Pemodelan Fungsi $\tan d$ dalam pendekatan polynomial untuk crude oil C14H30

```
% program polyfits untuk tan d crude oil C8H18
x=[6 25 50 87 ];
y=[0.0567222689 0.0859375 0.211320755 0.202898551 0.276978417];
[x,i]=sort(x); y=y(i);
xi=0:10:100; %titik-titik tengah
for i=1:4
    [th, err, yi]=polyfits(x,y,i,xi); err %LS
    subplot(220+i)
    plot(x,y,'k*', xi,yi,'b:')
    xlabel('suhu'); ylabel('tan d');
    title('polinom derajat 1')
end
```

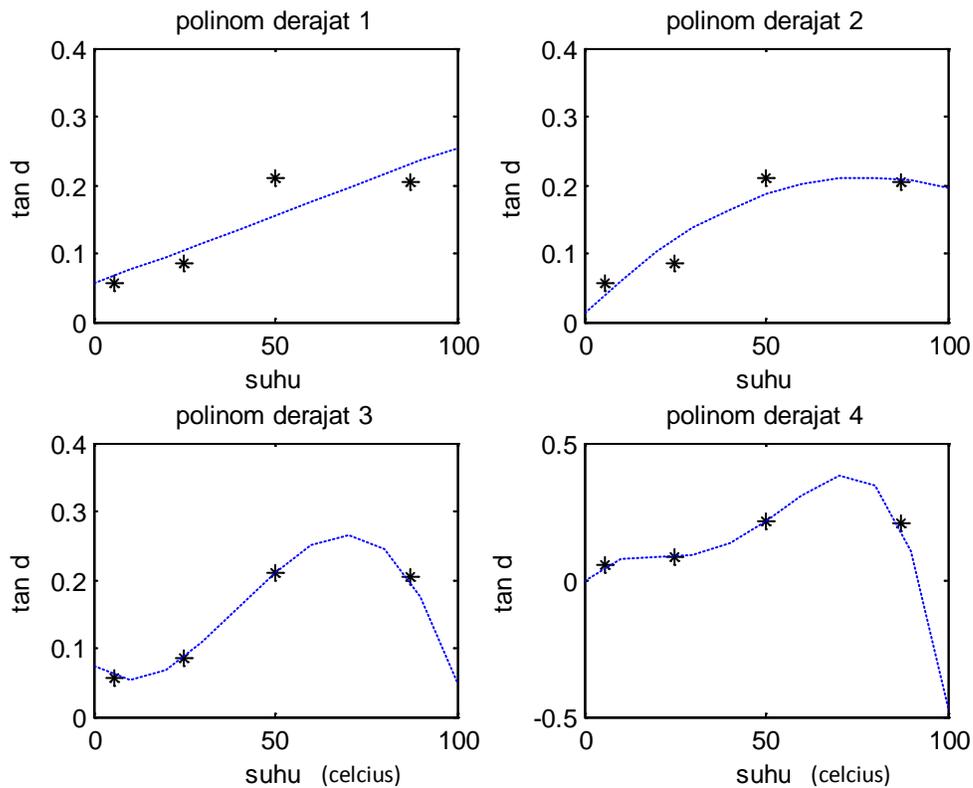
Hasil Program

```
th =
    0.0020  0.0556
err =
    0.2117
th =
-0.0000  0.0052  0.0121
```

```

err =
    0.1453
th =
    -0.0000    0.0002   -0.0043    0.0745
err =
    6.8108e-016
th =
    -0.0000    0.0000   -0.0008    0.0134    0
err =
    2.3930e-014

```



Gambar 2. Pemodelan Fungsi $\tan d$ dalam pendekatan polynomial untuk crude oil C8H18

```

% program polyfits untuk tan d crude oil C7H15
x=[1 25 40 55 ];
y=[0.276978417 0.301038062 0.304347826 0.313531353 ];
[x,i]=sort(x); y=y(i);
xi=0:10:100; %titik-titik tengah
for i=1:4
    [th, err, yi]=polyfits(x,y,i,xi); err %LS
    subplot(220+i)
    plot(x,y,'k*', xi,yi,'b:')
    xlabel('suhu'); ylabel('tan d');
    title('polinom derajat 1')

```

end

Hasil Program

th =

0.0007 0.2791

err =

0.0108

th =

-0.0000 0.0011 0.2764

err =

0.0067

th =

0.0000 -0.0001 0.0022 0.2749

err =

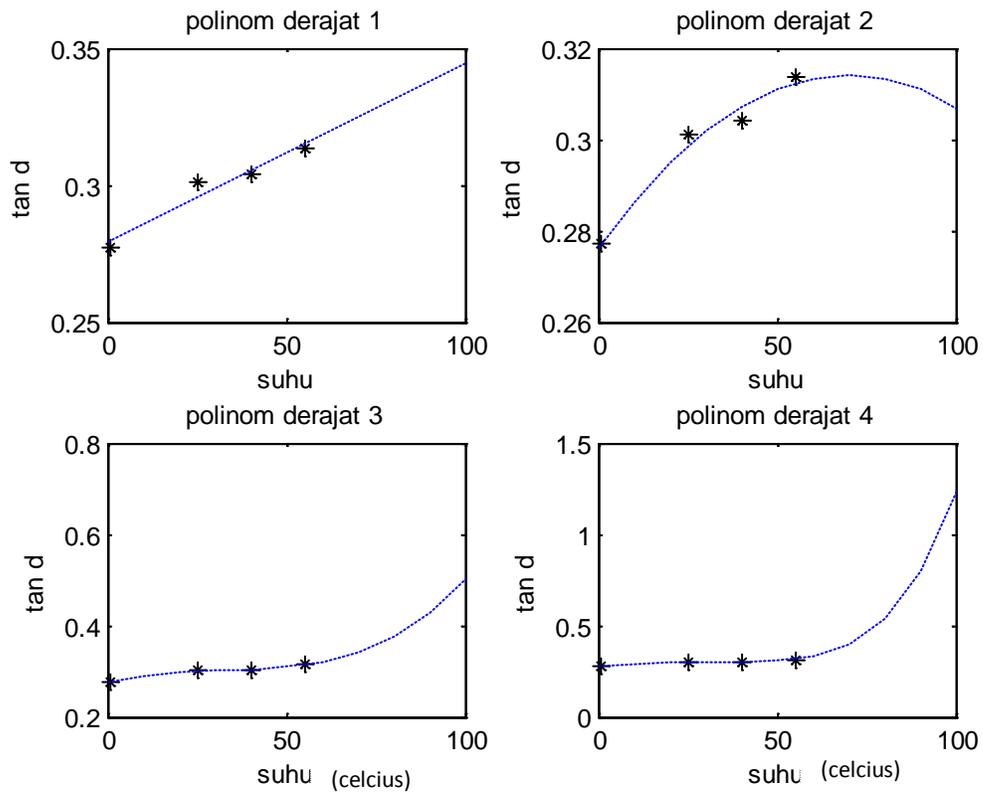
9.2742e-017

th =

0.0000 -0.0000 0.0001 0 0.2769

err =

1.6063e-016



Gambar 3. Pemodelan Fungsi $\tan \delta$ dalam pendekatan polynomial untuk crude oil C7H15

Lampiran 3 (Pemodelan Eksponensial)

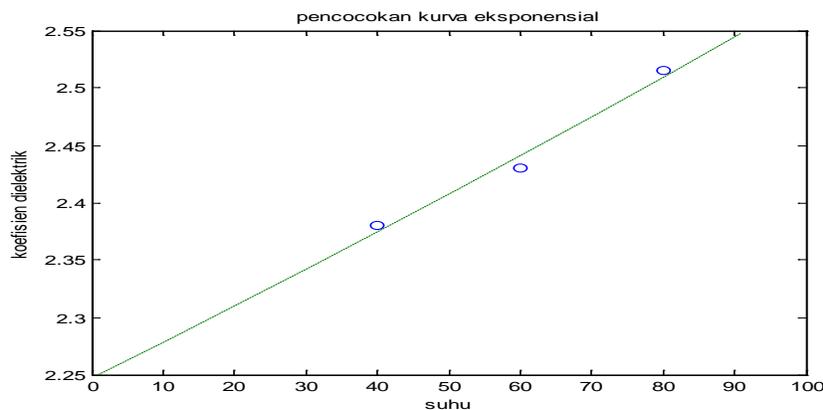
1. Pemodelan Fungsi Koefisien Dielektrik dengan pendekatan Eksponensial
Untuk Crude Oil C14H30

script program

```
% Pemodelan menentukan fungsi absorpsi sebagai fungsi eksponen
% menggunakan algoritma polinom derajat 1 dengan nilai y1=ln y
% untuk crude oil tipe C14H30
x=[40 60 80];
y=[2.38 2.43 2.515];
y1=log(y)
n=1; %tingkat pendekatan
p=polyfit(x,y1,n)%menemukan koefisien polinomial
% misalnya koefisien polinom digunakan untuk mendekati fungsi eksponensial
% untuk polinom derajat 1 (hanya ada dua koefisien p)
a1=p(1)
a0=p(2)
x1=1:10:100;
z1=exp(a0+a1*x1)
plot (x,y,'o',x1,z1,':')
xlabel('suhu'), ylabel('koefisien dielektrik')
title ('pencocokan kurva eksponensial')
```

Hasil program

```
y1 =
    8.6710e-001    8.8789e-001    9.2227e-001
p =
    1.3793e-003    8.0966e-001
a1 =
    1.3793e-003
a0 =
    8.0966e-001
z1 =
    Columns 1 through 5
    2.2503e+000    2.2815e+000    2.3132e+000    2.3453e+000    2.3779e+000
    Columns 6 through 10
    2.4109e+000    2.4444e+000    2.4784e+000    2.5128e+000    2.5477e+000
```



Gambar 1. Pemodelan menggunakan fungsi eksponensial $\epsilon' = \exp(0.80966 + 0.0013793T)$

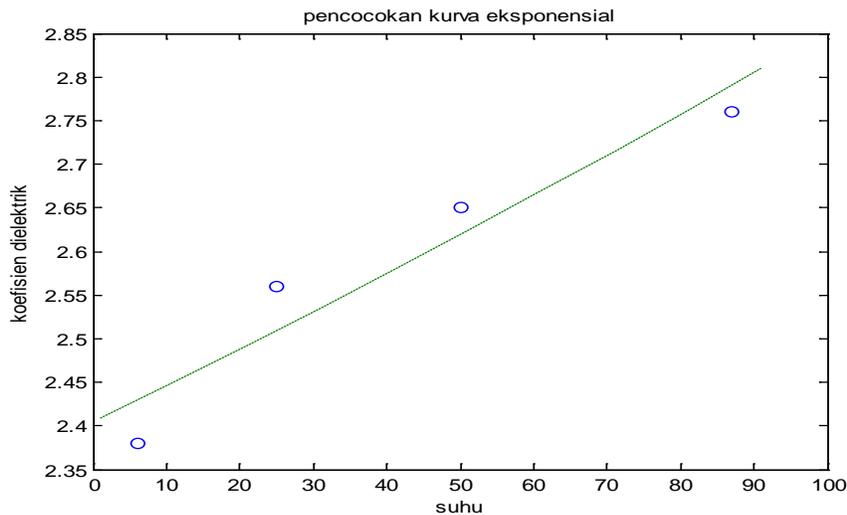
Untuk Crude Oil C8H18

script program

```
% Pemodelan menentukan fungsi absorpsi sebagai fungsi eksponen
% menggunakan algoritma polinom derajat 1 dengan nilai y1=ln y
% untuk crude oil tipe C8H18
x=[6 25 50 87 ];
y=[2.38 2.56 2.65 2.76 ];
y1=log(y)
n=1; %tingkat pendekatan
p=polyfit(x,y1,n)%menemukan koefisien polinomial
% misalnya koefisien polinom digunakan untuk mendekati fungsi eksponensial
% untuk polinom derajat 1 (hanya ada dua koefisien p)
a1=p(1)
a0=p(2)
x1=1:10:100;
z1=exp(a0+a1*x1)
plot (x,y,'o',x1,z1,':')
xlabel('suhu'), ylabel('koefisien dielektrik')
title ('pencocokan kurva eksponensial')
```

Hasil program

```
y1 =
    8.6710e-001    9.4001e-001    9.7456e-001    1.0152e+000
p =
    1.7110e-003    8.7736e-001
a1 =
    1.7110e-003
a0 =
    8.7736e-001
z1 =
    Columns 1 through 5
    2.4087e+000    2.4502e+000    2.4925e+000    2.5355e+000    2.5793e+000
    Columns 6 through 10
    2.6238e+000    2.6691e+000    2.7151e+000    2.7620e+000    2.8097e+000
```



Gambar 2. Pemodelan menggunakan fungsi eksponensial $\epsilon' = \exp(0.87736 + 0.0017117T)$

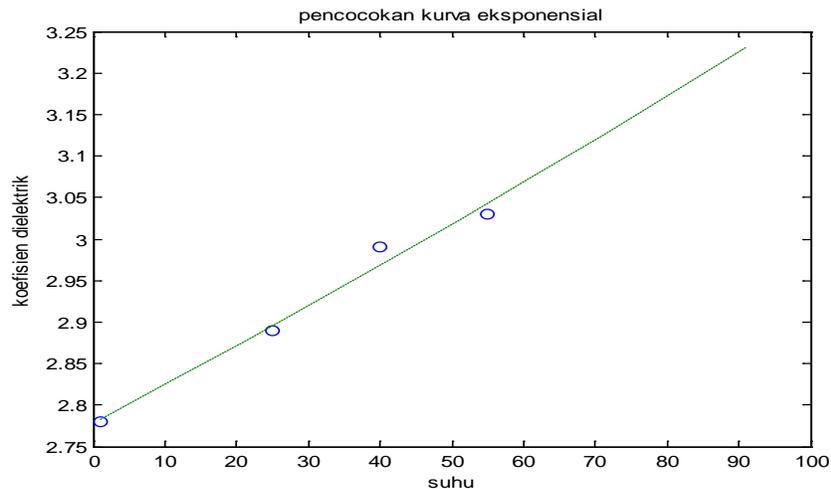
Untuk Crude Oil C7H15

script program

```
% Pemodelan menentukan fungsi absorpsi sebagai fungsi eksponen
% menggunakan algoritma polinom derajat 1 dengan nilai y1=ln y
% untuk crude oil tipe C7H15
x=[1 25 40 55 ];
y=[2.78 2.89 2.99 3.03 ];
y1=log(y)
n=1; %tingkat pendekatan
p=polyfit(x,y1,n)%menemukan koefisien polinomial
% misalnya koefisien polinom digunakan untuk mendekati fungsi eksponensial
% untuk polinom derajat 1 (hanya ada dua koefisien p)
a1=p(1)
a0=p(2)
x1=1:10:100;
z1=exp(a0+a1*x1)
plot (x,y,'o',x1,z1,':')
xlabel('suhu'), ylabel('koefisien dielektrik')
title ('pencocokan kurva eksponensial')
```

Hasil program

```
y1 =
    1.0225e+000    1.0613e+000    1.0953e+000    1.1086e+000
p =
    1.6581e-003    1.0217e+000
a1 =
    1.6581e-003
a0 =
    1.0217e+000
z1 =
    Columns 1 through 5
    2.7826e+000    2.8291e+000    2.8764e+000    2.9245e+000    2.9734e+000
    Columns 6 through 10
    3.0231e+000    3.0737e+000    3.1251e+000    3.1773e+000    3.2304e+000
```



Gambar 3. Pemodelan menggunakan fungsi eksponensial $\epsilon' = \exp(1.0217 + 0.00165817T)$

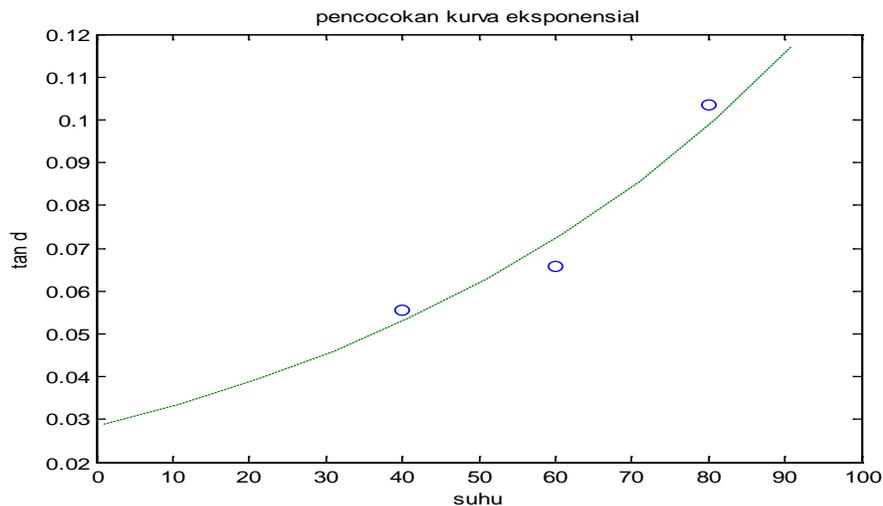
2. Pemodelan Fungsi Absorpsi tan d dengan pendekatan Eksponensial Untuk Crude Oil C14H30

script program

```
% Pemodelan menentukan fungsi absorpsi tan d sebagai fungsi eksponen
% menggunakan algoritma polinom derajat 1 dengan nilai y1=ln y
% untuk crude oil tipe C14H30
x=[40 60 80 ];
y=[0.055438891 0.065843621 0.103379722 ];
y1=log(y)
n=1; %tingkat pendekatan
p=polyfit(x,y1,n)%menemukan koefisien polinomial
% misalnya koefisien polinom digunakan untuk mendekati fungsi eksponensial
% untuk polinom derajat 1 (hanya ada dua koefisien p)
a1=p(1)
a0=p(2)
x1=1:10:100;
z1=exp(a0+a1*x1)
plot (x,y,'o',x1,z1,':')
xlabel('suhu'), ylabel('tan d')
title ('pencocokan kurva eksponensial')
```

Hasil

```
y1 =
-2.8925e+000 -2.7205e+000 -2.2693e+000
p =
1.5578e-002 -3.5621e+000
a1 =
1.5578e-002
a0 =
-3.5621e+000
z1 =
Columns 1 through 5
2.8824e-002 3.3683e-002 3.9361e-002 4.5996e-002 5.3750e-002
Columns 6 through 10
6.2810e-002 7.3398e-002 8.5771e-002 1.0023e-001 1.1713e-001
```



Gambar 1. Pemodelan menggunakan fungsi eksponensial $\tan \delta = \exp(-3.5621 + 0.015578T)$

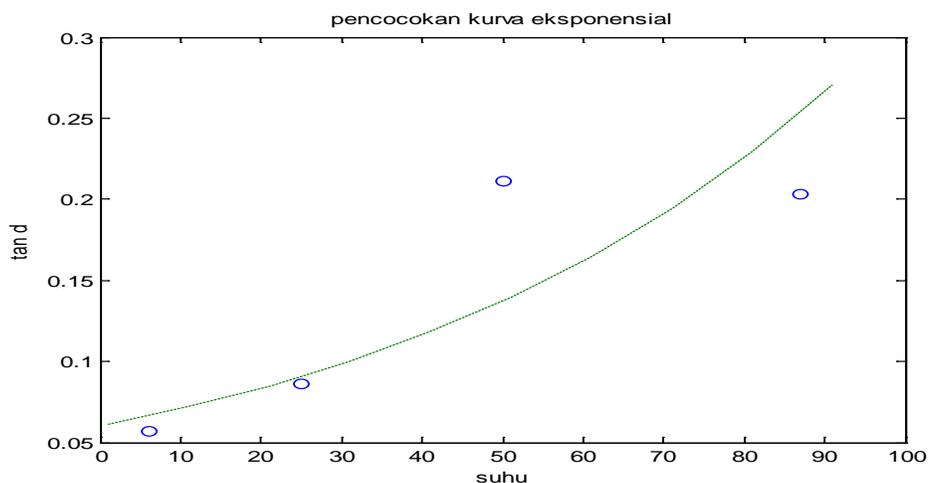
Untuk Crude Oil C8H18

script program

```
% Pemodelan menentukan fungsi absorpsi tan d sebagai fungsi eksponen
% menggunakan algoritma polinom derajat 1 dengan nilai y1=ln y
% untuk crude oil tipe C8H18
x=[6 25 50 87 ];
y=[0.056722689 0.0859375 0.211320755 0.202898551 ];
y1=log(y)
n=1; %tingkat pendekatan
p=polyfit(x,y1,n)%menemukan koefisien polinomial
% misalnya koefisien polinom digunakan untuk mendekati fungsi eksponensial
% untuk polinom derajat 1 (hanya ada dua koefisien p)
a1=p(1)
a0=p(2)
x1=1:10:100;
z1=exp(a0+a1*x1)
plot (x,y,'o',x1,z1,':')
xlabel('suhu'), ylabel('tan d')
title ('pencocokan kurva eksponensial')
```

Hasil

```
y1 =
-2.8696e+000 -2.4541e+000 -1.5544e+000 -1.5950e+000
p =
1.6552e-002 -2.8135e+000
a1 =
1.6552e-002
a0 =
-2.8135e+000
z1 =
Columns 1 through 5
6.0997e-002 7.1977e-002 8.4934e-002 1.0022e-001 1.1826e-001
Columns 6 through 10
1.3955e-001 1.6467e-001 1.9432e-001 2.2929e-001 2.7057e-001
```



Gambar 2. Pemodelan menggunakan fungsi eksponensial $\tan \delta = \exp(-2.8135 + 0.016552T)$

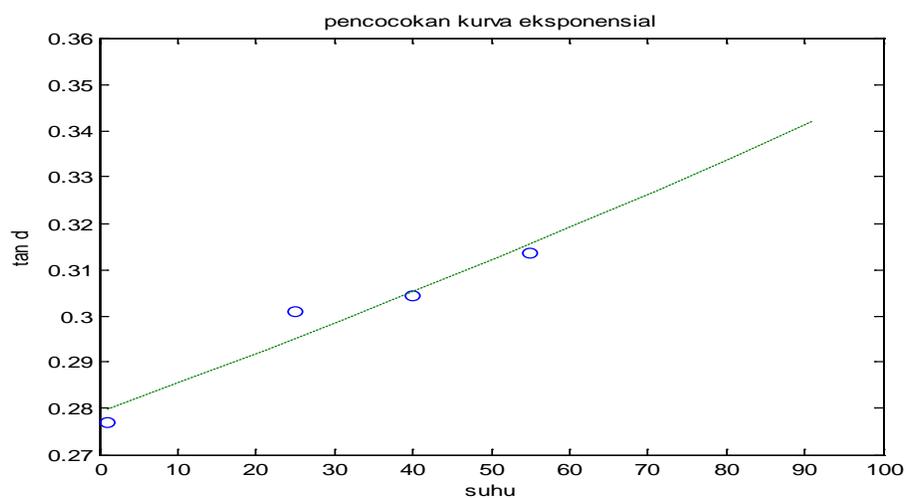
Untuk Crude Oil C7H15

script program

```
% Pemodelan menentukan fungsi absorpsi tan d sebagai fungsi eksponen
% menggunakan algoritma polinom derajat 1 dengan nilai y1=ln y
% untuk crude oil tipe C7H15
x=[1 25 40 55 ];
y=[0.276978417 0.301038062 0.304347826 0.313531353 ];
y1=log(y)
n=1; %tingkat pendekatan
p=polyfit(x,y1,n)%menemukan koefisien polinomial
% misalnya koefisien polinom digunakan untuk mendekati fungsi eksponensial
% untuk polinom derajat 1 (hanya ada dua koefisien p)
a1=p(1)
a0=p(2)
x1=1:10:100;
z1=exp(a0+a1*x1)
plot (x,y,'o',x1,z1,':')
xlabel('suhu'), ylabel('tan d')
title ('pencocokan kurva eksponensial')
```

Hasil

```
y1 =
-1.2838e+000 -1.2005e+000 -1.1896e+000 -1.1599e+000
p =
 2.2313e-003 -1.2759e+000
a1 =
 2.2313e-003
a0 =
-1.2759e+000
z1 =
Columns 1 through 5
 2.7979e-001 2.8611e-001 2.9256e-001 2.9916e-001 3.0591e-001
Columns 6 through 10
 3.1281e-001 3.1987e-001 3.2709e-001 3.3447e-001 3.4202e-001
```



Gambar 3. Pemodelan menggunakan fungsi eksponensial $\tan \delta = \exp(-1.2759 + 0.0022313T)$

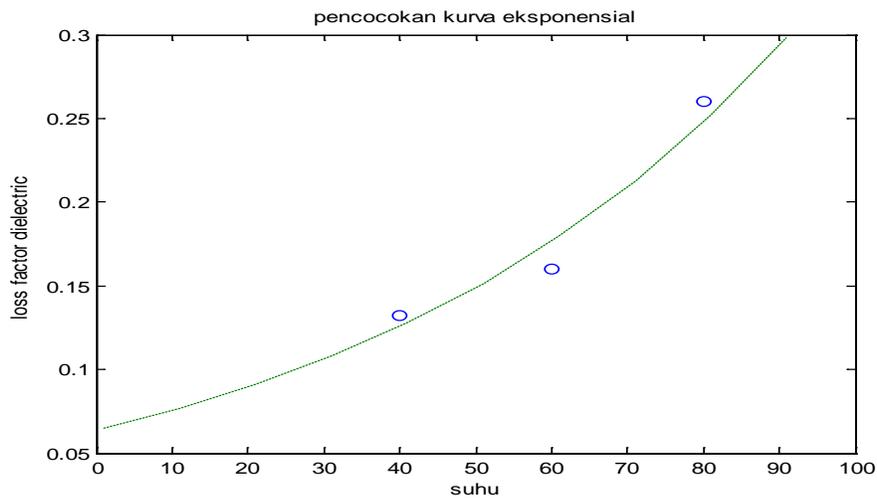
3. Pemodelan Fungsi Absorbsi loss factor dielectric dengan pendekatan Eksponensial Untuk Crude Oil C14H30

script program

```
% Pemodelan menentukan fungsi absorpsi loss factor dielectric sebagai fungsi
eksponen
% menggunakan algoritma polinom derajat 1 dengan nilai y1=ln y
% untuk crude oil tipe C14H30
x=[40 60 80 ];
y=[0.132 0.16 0.26 ];
y1=log(y)
n=1; %tingkat pendekatan
p=polyfit(x,y1,n)%menemukan koefisien polinomial
% misalnya koefisien polinom digunakan untuk mendekati fungsi eksponensial
% untuk polinom derajat 1 (hanya ada dua koefisien p)
a1=p(1)
a0=p(2)
x1=1:10:100;
z1=exp(a0+a1*x1)
plot (x,y,'o',x1,z1,':')
xlabel('suhu'), ylabel('loss factor dielectric ')
title ('pencocokan kurva eksponensial')
```

Hasil

```
y1 =
-2.0250e+000 -1.8326e+000 -1.3471e+000
p =
1.6947e-002 -2.7517e+000
a1 =
1.6947e-002
a0 =
-2.7517e+000
z1 =
Columns 1 through 5
6.4911e-002 7.6898e-002 9.1100e-002 1.0792e-001 1.2785e-001
Columns 6 through 10
1.5147e-001 1.7944e-001 2.1258e-001 2.5183e-001 2.9834e-001
```



Gambar 1. Pemodelan menggunakan fungsi eksponensial $\epsilon'' = \exp(-2.7517 + 0.016947T)$

Untuk Crude Oil C8H18

script program

```
% Pemodelan menentukan fungsi absorpsi loss factor dielectric sebagai fungsi eksponen
```

```
% menggunakan algoritma polinom derajat 1 dengan nilai y1=ln y
```

```
% untuk crude oil tipe C8H18
```

```
x=[6 25 50 87 ];
```

```
y=[0.135 0.22 0.56 0.56 ];
```

```
y1=log(y)
```

```
n=1; %tingkat pendekatan
```

```
p=polyfit(x,y1,n)%menemukan koefisien polinomial
```

```
% misalnya koefisien polinom digunakan untuk mendekati fungsi eksponensial
```

```
% untuk polinom derajat 1 (hanya ada dua koefisien p)
```

```
a1=p(1)
```

```
a0=p(2)
```

```
x1=1:10:100;
```

```
z1=exp(a0+a1*x1)
```

```
plot (x,y,'o',x1,z1,':')
```

```
xlabel('suhu'), ylabel('loss factor dielectric ')
```

```
title ('pencocokan kurva eksponensial')
```

Hasil

y1 =

```
-2.0025e+000 -1.5141e+000 -5.7982e-001 -5.7982e-001
```

p =

```
1.8263e-002 -1.9361e+000
```

a1 =

```
1.8263e-002
```

a0 =

```
-1.9361e+000
```

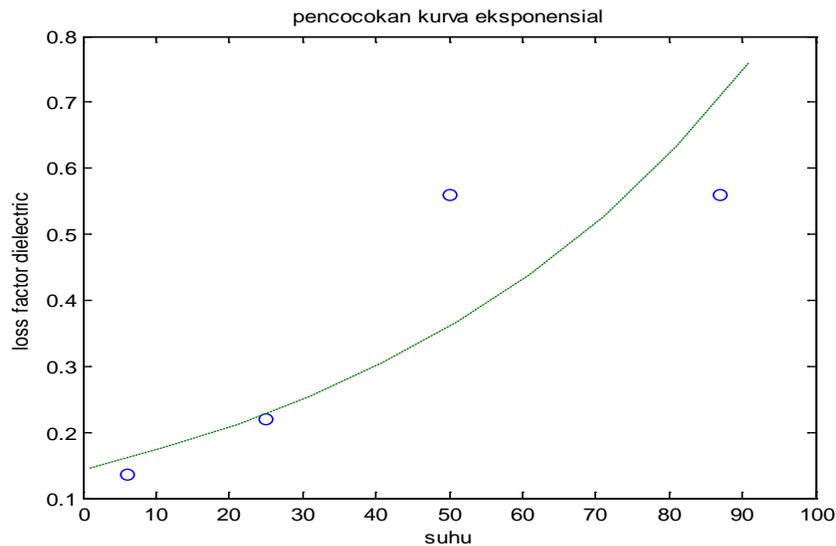
z1 =

Columns 1 through 5

```
1.4692e-001 1.7636e-001 2.1170e-001 2.5412e-001 3.0504e-001
```

Columns 6 through 10

```
3.6616e-001 4.3953e-001 5.2759e-001 6.3331e-001 7.6021e-001
```



Gambar 2. Pemodelan menggunakan fungsi eksponensial $\epsilon'' = \exp(-1.9361 + 0.018263T)$

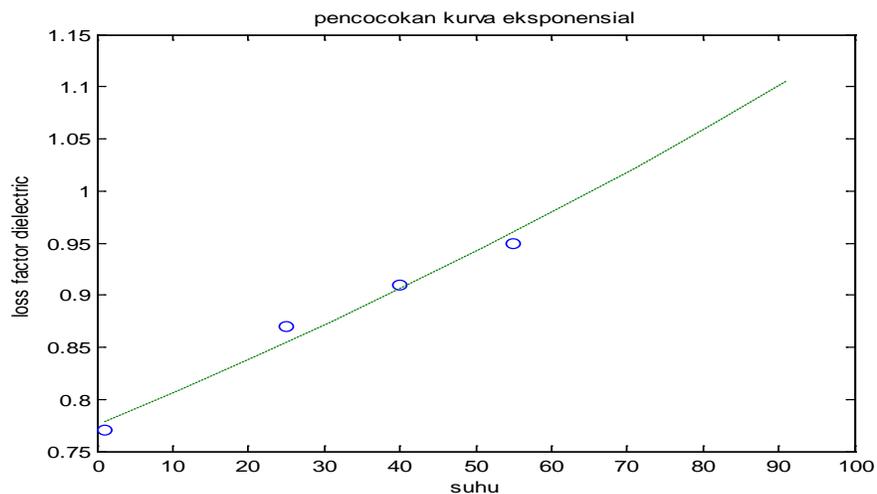
Untuk Crude Oil C7H15

script program

```
% Pemodelan menentukan fungsi absorpsi loss factor dielectric sebagai fungsi
eksponen
% menggunakan algoritma polinom derajat 1 dengan nilai y1=ln y
% untuk crude oil tipe C7H15
x=[1 25 40 55 ];
y=[0.77 0.87 0.91 0.95 ];
y1=log(y)
n=1; %tingkat pendekatan
p=polyfit(x,y1,n)%menemukan koefisien polinomial
% misalnya koefisien polinom digunakan untuk mendekati fungsi eksponensial
% untuk polinom derajat 1 (hanya ada dua koefisien p)
a1=p(1)
a0=p(2)
x1=1:10:100;
z1=exp(a0+a1*x1)
plot (x,y,'o',x1,z1,':')
xlabel('suhu'), ylabel('loss factor dielectric ')
title ('pencocokan kurva eksponensial')
```

Hasil

```
y1 =
-2.6136e-001 -1.3926e-001 -9.4311e-002 -5.1293e-002
p =
3.8894e-003 -2.5421e-001
a1 =
3.8894e-003
a0 =
-2.5421e-001
z1 =
Columns 1 through 5
7.7855e-001 8.0943e-001 8.4153e-001 8.7490e-001 9.0960e-001
Columns 6 through 10
9.4568e-001 9.8318e-001 1.0222e+000 1.0627e+000 1.1049e+000
```



Gambar 3. Pemodelan menggunakan fungsi eksponensial $\epsilon'' = \exp(0.25421 + 0.0038894T)$

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

Lampiran 4

Tabel 2. Hasil Fungsi Pemodelan

No	Crude Oil	Orde	Koef. Dielektrik	$\tan \delta$
1	C14H30	D1	$0.0034T+2.241$	$0.0014T-0.0074$
		D2	$0T^2-0.0020T+2.391$	$0T^2-0.004T+0.1428$
		D3	$0T^3-0.0022T^2+0.1275T+0$	$0T^3-0.0001T^2+0.0037T+0$
		D4	$0T^4-0.0001T^3+0.0047T^2+0+0$	$(0T^4-0.0028T^3+0.1142T^2+0T+0)10^{-3}$
		Eksp	$\exp(0.80966+0.0013793T)$	$\exp(-3.5621+0.015578T)$
2	C8H18	D1	$0.0044T+2.4023$	$0.0020T+0.0556$
		D2	$0T^2+0.009T+2.3388$	$0T^2+0.0052T+0.0121$
		D3	$0T^3-0.0003T^2+0.0162T+2.2917$	$0T^3+0.0002T^2-0.0043T+0.0745$
		D4	$0T^4-0.0006T^3+0.031T^2+0.5620T+0$	$0T^4+0T^3-0.0008T^2+0.0134T+0$
		Eksp	$\exp(0.87736+0.001711T)$	$\exp(-2.8135+0.016525T)$
3	C7H15	D1	$0.0048T+2.7769$	$0.0007T+0.2791$
		D2	$0T^2+0.0057T+2.7714$	$0T^2+0.0011T+0.2764$
		D3	$0T^3+0.0003T^2-0.0005T+2.7802$	$0T^3-0.0001T^2+0.0022T+0.2749$
		D4	$0T^4+0T^3+0.0002T^2+0T+2.7798$	$0T^4-0T^3+0.0001T^2+0T+0.2769$
		Eksp	$\exp(1.0217+0.0016581T)$	$\exp(-1.2759+0.0022313T)$

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

Lampiran 5A

Tabel 3. Standar Deviasi Fungsi Pemodelan Linear 1

No	Type Crude oil	Suhu	Konstanta Dielektrik (Re)	Fungsi Pemodelan Linear	Re-Model	Varians	Std. Deviasi
1	C14H300	40	2.381	2.377	0.004	1.6E-05	
		60	2.43	2.445	-0.015	0.000225	
		80	2.515	2.513	0.002	4E-06	
						0.000245	0.011067972
2	C8H180	6	2.38	2.4287	-0.0487	0.002372	
		25	2.56	2.5123	0.0477	0.002275	
		50	2.65	2.6223	0.0277	0.000767	
		87	2.76	2.7851	-0.0251	0.00063	
						0.006044	0.044886078
3	C7H15	1	2.78	2.7817	-0.0017	2.89E-06	
		25	2.89	2.8969	-0.0069	4.76E-05	
		40	2.99	2.9689	0.0211	0.000445	
		55	3.03	3.0409	-0.0109	0.000119	
						0.000615	0.014312233

Tabel 4. Standar Deviasi Fungsi Pemodelan Polinomial Derajat 2

No	Crude oil	Suhu	Konstanta Dielektrik (Re)	Fungsi Pemodelan Linear 2	Re-Model	Varians	Std. Deviasi
1	C14H30O	40	2.381	2.311	0.07	0.0049	
		60	2.43	2.271	0.159	0.025281	
		80	2.515	2.231	0.284	0.080656	
							0.110837
2	C8H18O	6	2.38	2.3928	-0.0128	0.000164	
		25	2.56	2.5638	-0.0038	1.44E-05	
		50	2.65	2.7888	-0.1388	0.019265	
		87	2.76	3.1218	-0.3618	0.130899	
							0.150343
3	C7H15	1	2.78	2.7771	0.0029	8.41E-06	
		25	2.89	2.9139	-0.0239	0.000571	
		40	2.99	2.9994	-0.0094	8.84E-05	
		55	3.03	3.0849	-0.0549	0.003014	
							0.003682

Tabel 5. Standar Deviasi Fungsi Pemodelan Polinomial Derajat 3

No	Crude oil	Suhu	Konstanta Dielektrik (Re)	Fungsi Pemodelan Linear 3	Re-Model	Varians	Std. Deviasi
1	C14H30O	40	2.381	1.58	0.801	0.641601	
		60	2.43	-0.27	2.7	7.29	
		80	2.515	-3.88	6.395	40.89603	
							48.82763
2	C8H18O	6	2.38	2.3781	0.0019	3.61E-06	
		25	2.56	2.5092	0.0508	0.002581	
		50	2.65	2.3517	0.2983	0.088983	
		87	2.76	1.4304	1.3296	1.767836	
							1.859403
3	C7H15	1	2.78	2.78	0	0	
		25	2.89	2.9552	-0.0652	0.004251	
		40	2.99	3.2402	-0.2502	0.0626	
		55	3.03	3.6602	-0.6302	0.397152	
							0.464003

Tabel 6. Standar Deviasi Fungsi Pemodelan Linear 1

No	Crude oil	Suhu	tan d (Im/Re)	Fungsi Pemodelan Linear 1	Re-Model	Varians	Std. Deviasi
1	C14H30	40	0.055438891	0.0486	0.006838891	4.68E-05	
		60	0.065843621	0.0766	-0.010756379	0.000116	
		80	0.103379722	0.1046	-0.001220278	1.49E-06	
							0.000164
2	C8H18	6	0.056722689	0.0676	-0.010877311	0.000118	
		25	0.0859375	0.1056	-0.0196625	0.000387	
		50	0.211320755	0.1556	0.055720755	0.003105	
		87	0.202898551	0.2296	-0.026701449	0.000713	
							0.004323
3	C7H15	1	0.276978417	0.2798	-0.002821583	7.96E-06	
		25	0.301038062	0.2966	0.004438062	1.97E-05	
		40	0.304347826	0.3071	-0.002752174	7.57E-06	
		55	0.313531353	0.3176	-0.004068647	1.66E-05	
							5.18E-05

Tabel 7. Standar Deviasi Fungsi Pemodelan Linear 2

No	Crude oil	Suhu	tan d	Fungsi Pemodelan D2	Re-Model	Varians	Std. Deviasi
1	C14H30	40	0.055438891	-0.0172	0.072638891	0.005276	
		60	0.065843621	-0.0972	0.163043621	0.026583	
		80	0.103379722	-0.1772	0.280579722	0.078725	
						0.110585	0.23514316
2	C8H18	6	0.056722689	0.0433	0.013422689	0.00018	
		25	0.0859375	0.1421	-0.0561625	0.003154	
		50	0.211320755	0.2721	-0.060779245	0.003694	
		87	0.202898551	0.4645	-0.261601449	0.068435	
						0.075464	0.158602049
3	C7H15	1	0.276978417	0.2775	-0.000521583	2.72E-07	
		25	0.301038062	0.3039	-0.002861938	8.19E-06	
		40	0.304347826	0.3204	-0.016052174	0.000258	
		55	0.313531353	0.3369	-0.023368647	0.000546	
						0.000812	0.016454267

Tabel 8. Standar Deviasi Fungsi Pemodelan Linear 3

No	Crude oil	Suhu	tan d	Fungsi Pemodelan D3	Re-Model	varians	Std. Deviasi
1	C14H300	40	0.055438891	-0.012	0.067438891	0.004548	
		60	0.065843621	-0.138	0.203843621	0.041552	
		80	0.103379722	-0.344	0.447379722	0.200149	
						0.246249	0.350890896
2	C8H180	6	0.056722689	0.0559	0.000822689	6.77E-07	
		25	0.0859375	0.092	-0.0060625	3.68E-05	
		50	0.211320755	0.3595	-0.148179245	0.021957	
		87	0.202898551	1.2142	-1.011301449	1.022731	
						1.044725	0.590120084
3	C7H15	1	0.276978417	0.277	-2.1583E-05	4.66E-10	
		25	0.301038062	0.2674	0.033638062	0.001132	
		40	0.304347826	0.2029	0.101447826	0.010292	
		55	0.313531353	0.0934	0.220131353	0.048458	
						0.059881	0.141281036

Tabel 9. Standar Deviasi Fungsi Eksponensial

No	Crude oil	Suhu	Konstanta Dielektrik (Re)	Fungsi Pemodelan Eksponensial	Re-Model	Varians	Std. Deviasi
1	C14H30O	40	2.381	2.374607118	0.006392882	4.08689E-05	
		60	2.43	2.441024919	0.011024919	0.000121549	
		80	2.515	2.509300427	0.005699573	3.24851E-05	
						0.000194903	0.00987175
2	C8H18O	6	2.38	2.42935551	-0.04935551	0.002435966	
		25	2.56	2.509629167	0.050370833	0.002537221	
		50	2.65	2.619307579	0.030692421	0.000942025	
		87	2.76	2.790489421	0.030489421	0.000929605	
						0.006844817	0.047766155
3	C7H15	1	2.78	2.782523083	0.002523083	6.36595E-06	
		25	2.89	2.895484632	0.005484632	3.00812E-05	
		40	2.99	2.96840271	0.02159729	0.000466443	
		55	3.03	3.043157111	0.013157111	0.00017311	
						0.000676	0.015011103

Tabel 10. Standar Deviasi Fungsi Eksponensial

No	Crude oil	Suhu	tan d	Fungsi Pemodelan Eksponensial	Re-Model	Varians	Std. Deviasi
1	C14H300	40	0.055438891	0.052919679	0.002519212	6.34643E-06	
		60	0.065843621	0.072264665	-0.006421044	4.12298E-05	
		80	0.103379722	0.098681282	0.00469844	2.20753E-05	
							6.96516E-05
2	C8H180	6	0.056722689	0.066248	-0.009525311	9.07316E-05	
		25	0.0859375	0.09068394	-0.00474644	2.25287E-05	
		50	0.211320755	0.137071855	0.0742489	0.005512899	
		87	0.202898551	0.252631089	-0.049732538	0.002473325	
							0.008099485
3	C7H15	1	0.276978417	0.279803222	-0.002824805	7.97953E-06	
		25	0.301038062	0.295195479	0.005842583	3.41358E-05	
		40	0.304347826	0.305242725	-0.000894899	8.00844E-07	
		55	0.313531353	0.315631937	-0.002100584	4.41245E-06	
							4.73286E-05

Lampiran 5B

Tabel 4.2 Normalisasi Square Deviation

No	Crude Oil	$\tan \delta$ eksak	Qeksak	$\tan \delta$ model	Qmodel	$(Qmodel)^2$	Qeksak-Qmodel	$(Qe-Qm)^2$	NSD
1	A	0.055438891	3.774448788	0.0486	3.30883623	10.9483972	0.465612558	0.216795054	
		0.065843621	4.482834541	0.0766	5.21516163	27.19791083	-0.732327089	0.536302966	
		0.103379722	7.038406782	0.1046	7.12148703	50.71557752	-0.083080248	0.006902328	
	Jumlah					88.86188554		0.760000347	0.008552602
2	B	0.056722689	3.861853671	0.0676	4.60241418	21.18221628	-0.740560509	0.548429867	
		0.0859375	5.850887109	0.1056	7.18957008	51.68991794	-1.338682971	1.792072096	
		0.211320755	14.38736153	0.1556	10.59372258	112.2269581	3.793638949	14.39169647	
		0.202898551	13.81395219	0.2296	15.63186828	244.3553059	-1.817916087	3.304818901	
	Jumlah					429.4543982		20.03701734	0.046656915
3	C	0.276978417	18.85753541	0.2798	19.04963739	362.8886847	-0.192101976	0.036903169	
		0.301038062	20.49558943	0.2966	20.19343263	407.7747214	0.302156797	0.09129873	
		0.304347826	20.72092825	0.3071	20.90830466	437.1572035	-0.1873764	0.035109915	
		0.313531353	21.34617078	0.3176	21.62317668	467.5617697	-0.277005897	0.076732267	
	Jumlah					1675.382379		0.240044082	0.000143277

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

Lampiran 6

Script untuk fungsi transfer panas pada koordinat silinder

```
function [u,r,z,t]=heat_rz_ADI(a,c,D,T,irz0,brzt,Mr,Mz,N)
%selesaikan u_t=c(u_rr + u_zz) untuk D(1)<=r<=D(2) D(3)<=z<=D(4) 0<=t<=T;
% dengan Q=heat generation, B=2pifetandE=7e+2
% kondisi awal:u(r,z,0)=irz0(r,z)
% kondisi batas:u(r,z,t)=brzt(r,z)untuk(r,z)cB
% Mr/Mz = # jumlah sub-subinterval sepanjang sumbu r/z
% N = # jumlah sub-subinterval sepanjang sumbu t

dr = (D(2)-D(1))/Mr; r = D(1)+(0:Mr)*dr;
dz = (D(4)-D(3))/Mz; z = D(3)+(0:Mz)*dz;
dt = T/N; t=[0:N]*dt;
% inisialisasi
for j = 1:Mr + 1
    for i = 1:Mz + 1
        u(i,j)= irz0(r(j),z(j));
    end
end
df=log(dr); f=log(r);
B=c*dt;
rf = (exp(-2*f))*(a*dt/(df*df)); rf1 = 1 + 2*rf; rf2 = 1 - 2*rf+B;
rz = (a*dt/(dz*dz)); rz1 = 1 + 2*rz; rz2 = 1 - 2*rz+B;
for j = 1:Mr - 1
    Az(j,j)= rz1;
    if j>1, Az(j-1,j)=-rz; Az(j,j-1)=-rz; end
end
for i = 1:Mz - 1
    Ar(i,i)= rf1;
    if i>1, Ar(i-1,i)=-rf; Ar(i,i-1)= -rf; end
end
for k = 1:N
    u_1=u; t=k*dt;
    for i = 1:Mz+1
        u(i,1)= feval(brzt,r(1),z(i),t);
        u(i,Mr+1)= feval(brzt,r(Mr+1),z(i),t);
    end
    for j = 1:Mr+1
        u(1,j)= feval(brzt,r(j),z(1),t);
        u(Mz+1,j)= feval(brzt,r(j),z(Mz+1),t);
    end
    if mod(k,2) == 0
        for i = 2:Mz
            jj = 2:Mr;
            br = [rz*u(i,1) zeros(1,Mr-3) rz*u(i,Mz+1)]...
                +rf*(u_1(i-1,jj)+ u_1(i+1,jj))+ rf2*u_1(i,jj);
            u(i,jj) = trid(Az,br)';
        end
    else
        for j = 2:Mr
            ii = 2:Mz;
            bz = [rf*u(1,j); zeros(Mz-3,1); rf*u(Mr+1,j)]...
                +rz*(u_1(ii,j-1)+ u_1(ii,j+1))+ rz2*u_1(ii,j);
            u(ii,j) = trid(Ar,bz);
        end
    end
end
end
```

```

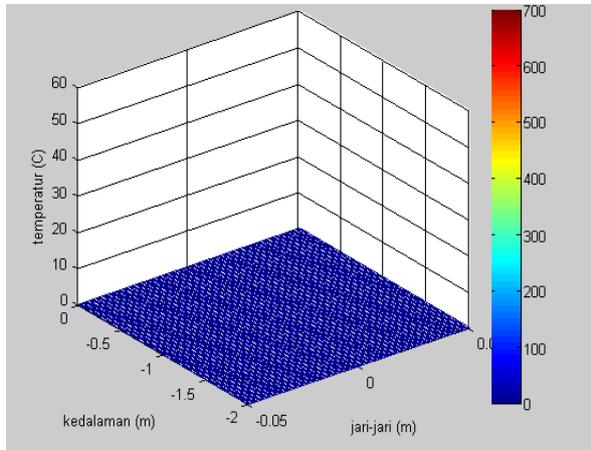
function x=trid(A,b)
%menyelesaikan sistem persamaan tridiagonal
N=size(A,2);
for m=2:N %segitiga atas
    tmp=A(m,m-1)/A(m-1,m-1);
    A(m,m)=A(m,m)-A(m-1,m)*tmp; A(m,m-1)=0;
    b(m,:)=b(m,:)-b(m-1,:)*tmp;
end
x(N,:)=b(N,+)/A(N,N);
for m=N-1:-1:1 % substitusi balik
    x(m,:)=(b(m,)-A(m,m+1)*x(m+1))/A(m,m);
end

% selesai_heat_rz_adi
clear, clf
a = 1.53e-7; c=3.297e-6;
it0 = inline('400*exp(0.5*((0-r)/0.02)^2)*exp(z)','r','z');
brzt = inline('40*exp(r/t)-40*exp(z/t)','r','z','t');
D = [-0.05 0.05 -6 0]; T=1250; Mr=100; Mz=100; N=125;
[u,r,z,t]=heat_rz_ADI(a,c,D,T,it0,brzt,Mr,Mz,N);
mesh(r,z,u)
xlabel('r-node'); ylabel('z-node'); zlabel('temperatur');

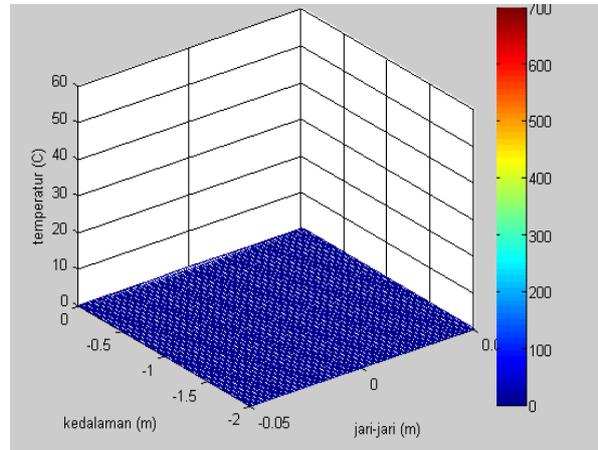
```

Lampiran 7

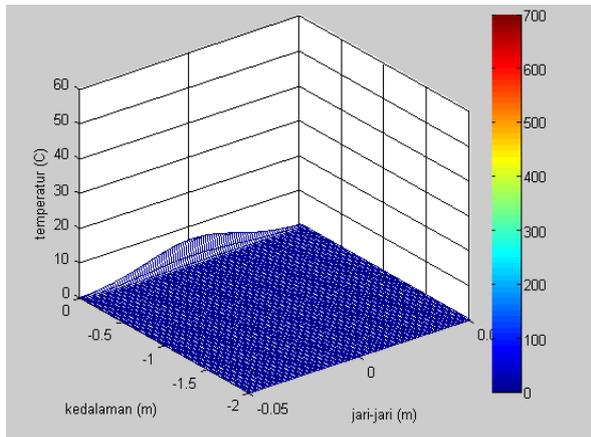
Distribusi suhu untuk daya 500 W



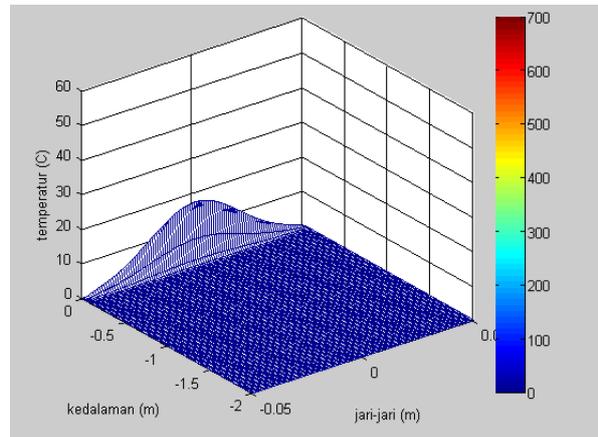
$T=100$ s



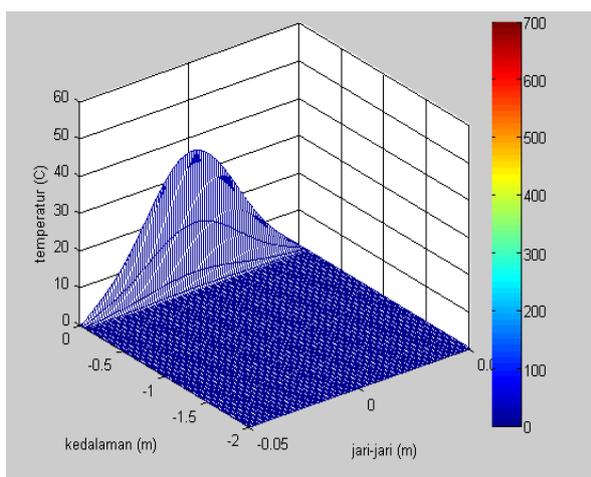
$T=1000$ s



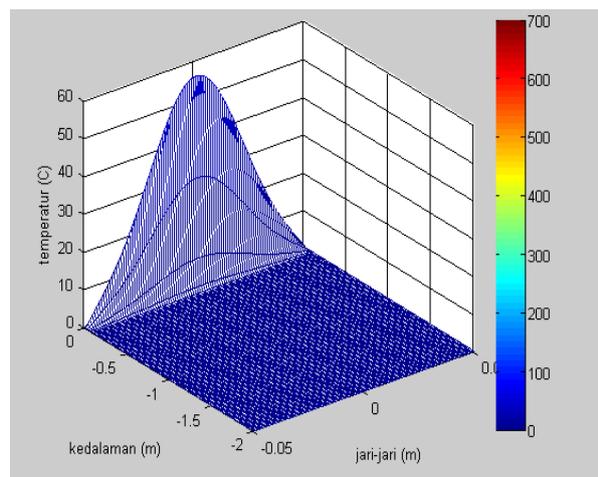
$T=10000$ s



$T=25000$ s

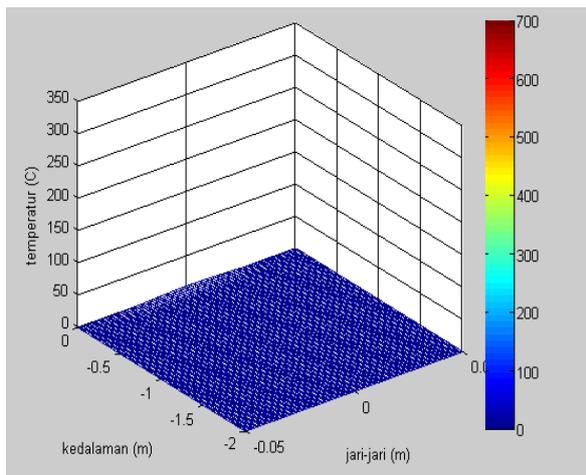


$T=50000$

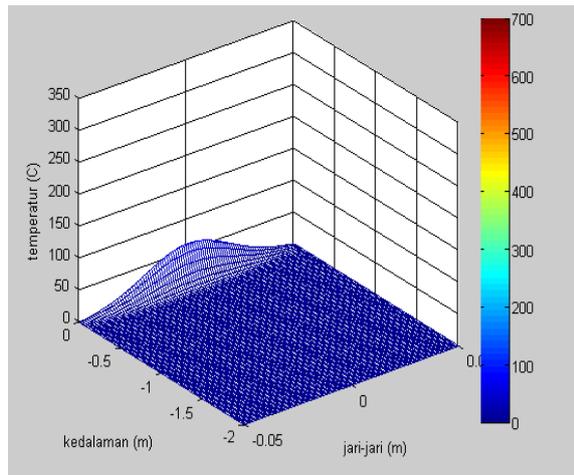


$T=75000$

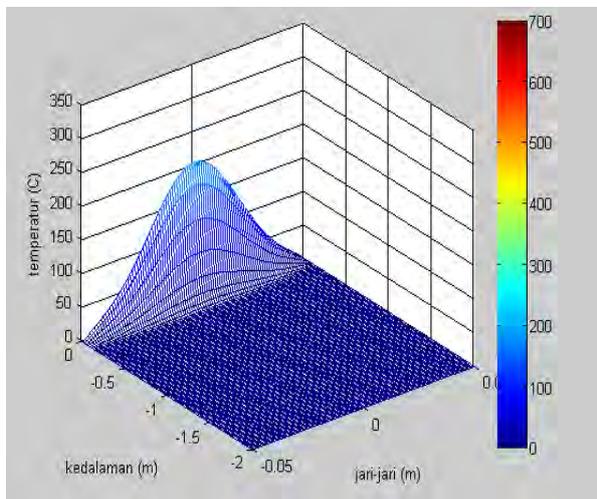
Distribusi suhu untuk daya 3000 W



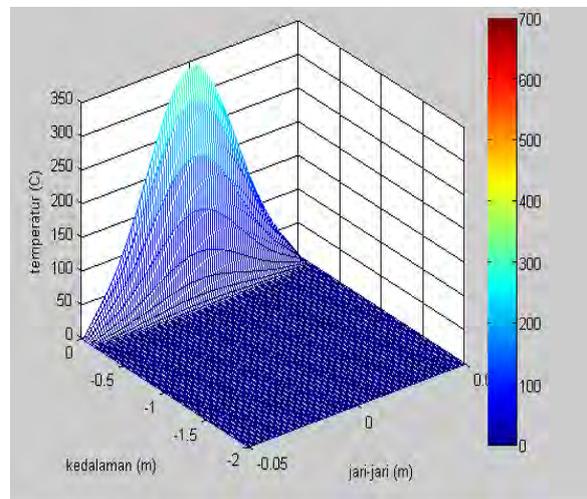
T=1000 s



T=10000 s

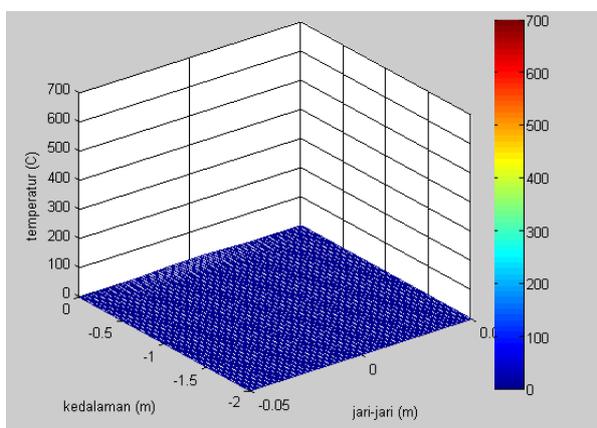


T=25000 s

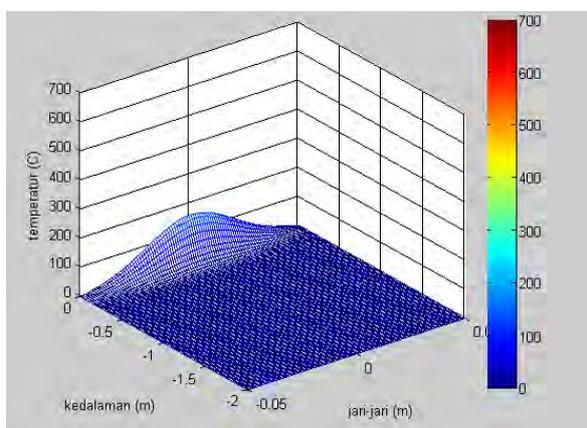


T=35000 s

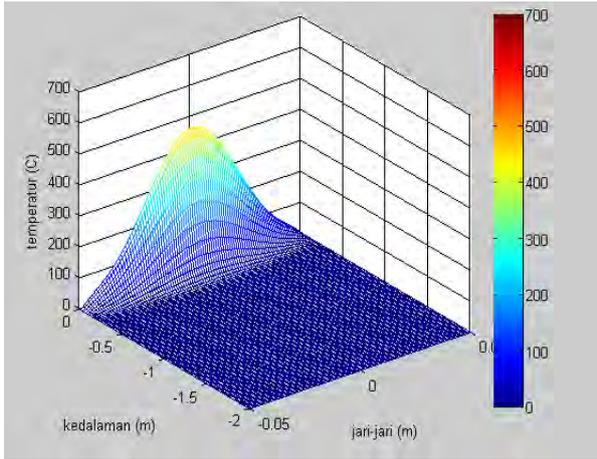
Distribusi suhu untuk daya 6000 W



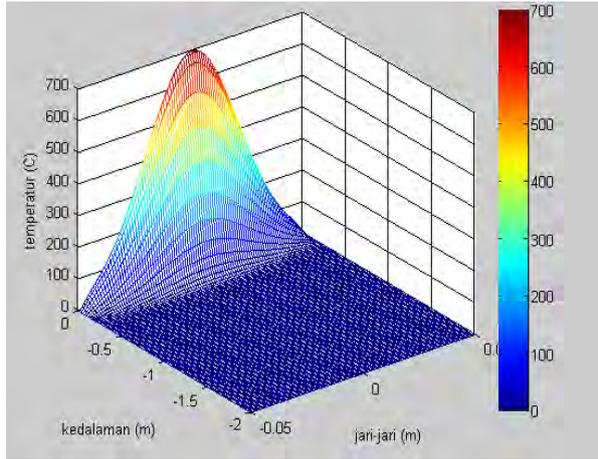
T=1000 s



T=10000 s



$T=20000$ s



$T=25000$ s

DAFTAR PUSTAKA

- A. Sahni, M. Kumar, R.B.Knapp, 2000. Electromagnetic Heating Methods for Heavy Oil Reservoirs. Soc. Pet. Eng. SPEAAPG.
- Agus Syarip Hidayat, 2005. Konsumsi BBM dan Peluang Pengembangan Energi Alternatif. Inov. Perhimpun. Pelajar Indones. Jpn. 11–17.
- Ayhan Demirbas, 2006. Biodiesel production via non-catalytic SCF method and biodiesel fuel characteristics. Energy Convers. Manag. 47, 2271–2282.
- Bjorndalen, N., Islam, M.R., 2004. The effect of microwave and ultrasonic irradiation on crude oil during production with a horizontal well. J. Pet. Sci. Eng. 43, 139–150.
- Bjorndalen, N., Mustafiz, S., Islam, M.R., 2003. Numerical modeling of petroleum fluids under microwave irradiation for improved horizontal well performance. Int. Commun. Heat Mass Transf. 30, 765–774.
- D. Salvi, Dorin Boldor, J. Ortego, G. M. Aita, C. M. Sabliov, 2010. Numerical Modeling of Continuous Flow Microwave Heating: A Critical Comparison of COMSOL and ANSYS. J. Microw. Power Electromagn. Energy 44, 187–197.
- Edgar Hund, 1989. Microwave Communications Components and Circuits. Mc Grow Hill International Editions.
- Fang, C., PMC. Lai, 1995. Microwave Heating of Water-in-Oil Emulsion. J. Microw. Power Electromagn. Energy 30.
- Floyd Buckley, Arthur A. Maryott, 1958. Table of Dielectric Dispersion Data for Pure Liquid and Dilute Solution. NBS.
- Hascakir, B., Acar, C., Akin, S., 2009. Microwave-Assisted Heavy Oil Production: An Experimental Approach. Energy Fuels 23, 6033–6039.
- James M. Hill, Michael J. Jennings, 1993. Formulation of model equations for heating by microwave radiation. Appl Math Model. 17, 369.
- John David Jackson, 1998. Classical Electrodynamics, Third Edition. ed. John Wiley & Son.

- Kazi E. Haque, 1999. Microwave energy for mineral treatment processes—a brief review. *Int. J. Miner. Process. Publ. Elsevier Sci. BV* 57, 1–24.
- L.M. Castanier, W.E. Brigham, 2003. Upgrading of crude oil via in situ combustion. *J. Pet. Sci. Eng.* 39, 125–136.
- Mahmud Zaki, 2012. Medan Elektromagnetik. FMIPA Fisika Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- P. Ratanadecho, K. Aoki, M. Akahori, 2002. A numerical and experimental investigation of the modeling of microwave heating for liquid layers using a rectangular wave guide (effects of natural convection and dielectric properties).
- Sandri Justiana, S.Si dan Budiyanti Dwi Hardanie, S.Si, 2005. Rekayasa Minyak Pelumas dari bahan Botol Plastik Bekas. *Inov. Perhimpun. Pelajar Indones. Jpn.* 39–40.
- Sateesh Mutyala, Craig Fairbridge, J.R. Jocelyn Pare, Bélanger, J.M.R., Ng, S., Randall Hawkins, 2010. Microwave Application to Oil sand and Petroleum: A review. *Fuel Process. Technol.* 91, 127–135.
- Sunardi, Djati H Salimy, Edwaren Liun, Sahala M Lumbanraja, 2012. Energi Nuklir Sebagai Sumber Energi Panas Alternatif pada Kilang Minyak, *J. Pengemb. Energi Nukl.* 14, 85–94.
- Tanmay Basak, 2004. Role of Resonances on Microwave Heating of Oil–Water Emulsions. *AIChE Journal* 50, 2659–2675.
- Teguh Dartanto, 2005. BBM, Kebijakan Energi, Subsidi, dan Kemiskinan di Indonesia. *Inov. Perhimpun. Pelajar Indones. Jpn.* 3–10.
- Won Young Yang, Wenwu Cao, Tae-Sang Chung, John Morris, 2005. APPLIED NUMERICAL METHODS USING MATLAB. A JOHN WILEY & SONS, INC., PUBLICATION.

Biografi



Penulis adalah seorang Praktisi Pendidikan, mengajar Mata Pelajaran Fisika di SMA Hidayatul Ummah Surabaya, sekaligus menjadi Dosen LB di Institut Teknologi Adhi Tama Surabaya. Penulis dilahirkan di Surabaya, pada tanggal 03 September 1977. Penulis telah menyelesaikan Pendidikan Dasar di SDN Jagir II No. 602 Surabaya, Pendidikan Menengah Pertama di SMPN 32 Surabaya, dan Pendidikan Menengah Atas di SMA Muhammadiyah 3 Surabaya, serta Pendidikan Tinggi di Jurusan Fisika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Airlangga Surabaya.