



TESIS - SS14 2501

**PENAKSIRAN PARAMETER DAN PENGUJIAN
HIPOTESIS MODEL *GEOGRAPHICALLY
WEIGHTED BIVARIAT POISSON REGRESSION***

Studi Kasus : Jumlah Penderita Penyakit Kusta PB dan
Kusta MB di Provinsi Jawa Timur Tahun 2012

MUHAMAD IKBAL THOLA
NRP 1313 201 028

DOSEN PEMBIMBING
Dr. PURHADI, M.Sc

PROGRAM MAGISTER
JURUSAN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
2015



THESIS SS14 2501

**PARAMETER ESTIMATION AND HYPOTHESIS
TESTING OF *GEOGRAPHICALLY WEIGHTED
BIVARIATE POISSON REGRESSION MODEL***

**Case Study : The Number of PB and MB Leprosy Patients
in East Java 2012**

**MUHAMAD IKBAL THOLA
NRP 1313 201 028**

**SEPERVISOR
Dr. PURHADI, M.Sc**

**MAGISTER PROGRAM
STATISTICS DEPARTEMENT
FACULTY OF MATHEMATICS AND NATURAL SCIENCES
SEPULUH NOPEMBER INSTITUTE OF TECHNOLOGY
SURABAYA
2015**

**PENAKSIRAN PARAMETER DAN PENGUJIAN HIPOTESIS MODEL
GEOGRAPHICALLY WEIGHTED BIVARIATE POISSON REGRESSION**
(Studi Kasus : Jumlah Penderita Penyakit Kusta PB dan
Kusta MB di Provinsi Jawa Timur)

Tesis ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar
Magister Sains (M.Si)
di
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Oleh :
MUHAMMAD IKBAL THOLA
NRP 1313201028

Tanggal Ujian
Periode Wisuda

: 25 Maret 2015
: September 2015

Disetujui Oleh :

1. Dr. Purhadi, M.Sc
NIP 19620204 198701 1 001

(Pembimbing)

2. Dr. Ismaini Zain, M.Si
NIP 19600525 198803 2 001

(Penguji)

3. Dr. I Nyoman Latra, M.S
NIP. 19511130 197901 1 001

(Penguji)

Direktur Program Pascasarjana



Prof. Dr. Ir. Adi Soeprijanto, M.T
NIP 19640405 199002 1 001

PENAKSIRAN PARAMETER DAN PENGUJIAN HIPOTESIS MODEL *GEOGRAPHICALLY WEIGHTED BIVARIATE POISSON REGRESSION*

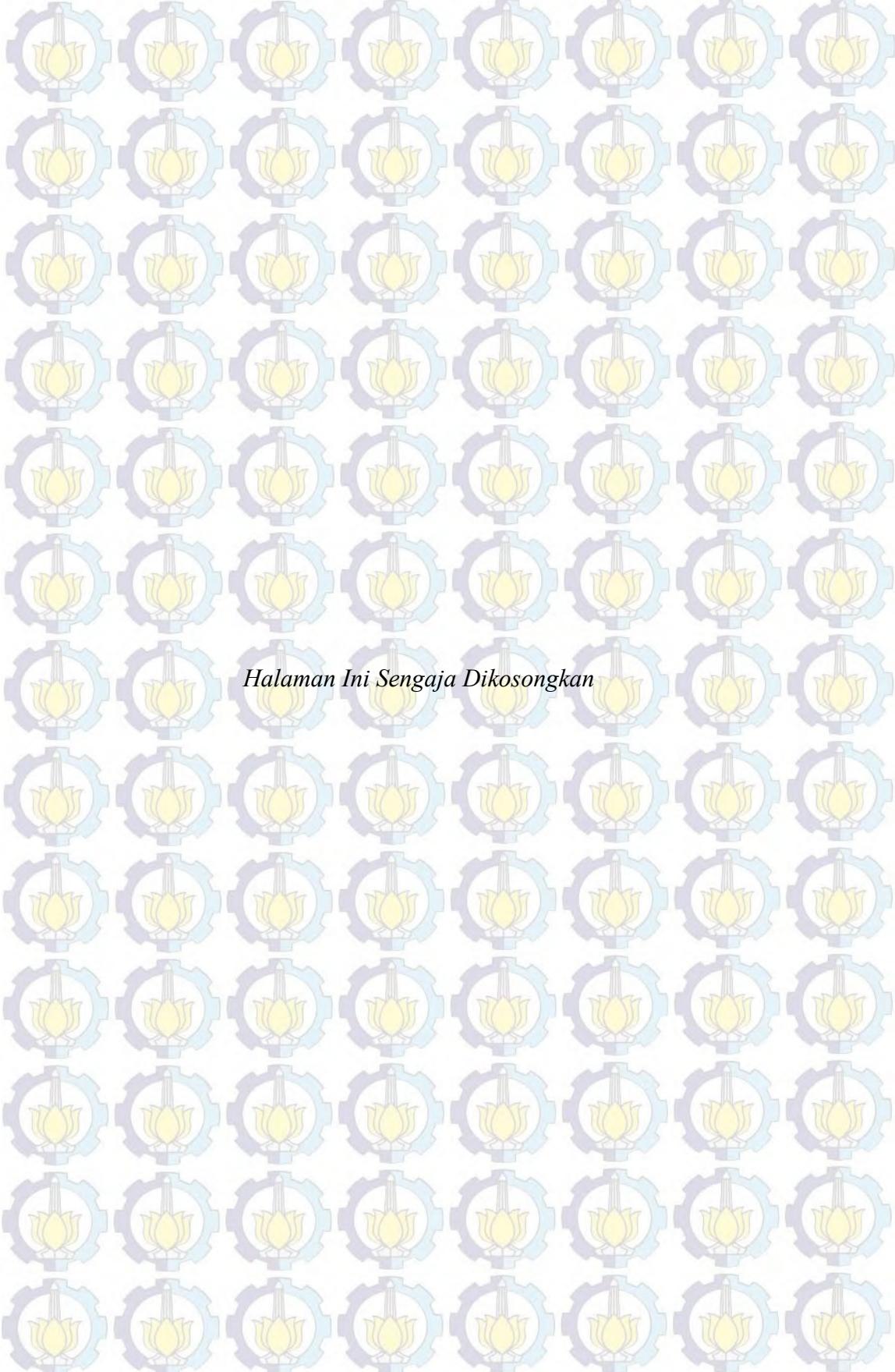
Studi Kasus : Jumlah Penderita Penyakit Kusta PB dan
Kusta MB di Provinsi Jawa Timur Tahun 2012

Nama Mahasiswa : Muhamad Ikbal Thola
NRP : 1313 201 028
Dosen Pembimbing: Dr. Purhadi, M.Sc

ABSTRAK

Regresi bivariat poisson merupakan metode yang digunakan untuk memodelkan sepasang data *count* berdistribusi poisson yang memiliki korelasi. Penaksiran parameter model regresi bivariat poisson menggunakan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) serta pengujian hipotesis menggunakan *Maximum Likelihood Ratio Test* (MLRT). Pemodelan ini menghasilkan taksiran parameter yang bersifat global untuk seluruh lokasi (daerah). Adanya pengaruh lokasi yang merupakan faktor penting terhadap pemodelan apabila dilakukan di setiap daerah yang berbeda-beda. Hal ini dikarenakan setiap daerah/wilayah pasti memiliki kondisi geografis yang berbeda sehingga menyebabkan hasil pemodelan regresi bivariat poisson kurang representative. Untuk itu diperlukan analisis yang dapat mencakup pengaruh lokasi tersebut yaitu dengan pemodelan GWBPR (*Geographically Weighted Bivariate Poisson Regression*). GWBPR adalah regresi bivariat poisson yang mempertimbangkan efek spasial dimana data tersebut diambil. Kusta merupakan salah satu penyakit menular yang bisa menyebabkan kelumpuhan pada penderita. Penyakit ini terbagi menjadi dua tipe yaitu tipe Pausi Basiler (PB) dan tipe Multi Basiler (MB). Analisis yang digunakan untuk memodelkan jumlah kasus kusta PB dan MB serta faktor-faktor yang mempengaruhinya di tiap kab/kota di Jawa Timur adalah GWBPR. Penaksiran parameter model GWBPR menggunakan MLE dengan iterasi Newton-Raphson serta pengujian hipotesis menggunakan MLRT. Dari hasil analisis ini diketahui bahwa terdapat 4 kelompok pembagian wilayah terhadap kusta PB maupun MB berdasarkan kesamaan variabel prediktor yang signifikan. Hal ini menunjukkan bahwa pemodelan GWBPR menghasilkan parameter yang bersifat lokal yang bisa dilihat dari perbedaan variabel prediktor yang signifikan untuk setiap kab/kota di Jawa Timur.

Kata Kunci : GWBPR, Kusta, MLE, MLRT, Newton-Raphson, Regresi Bivariat Poisson



Halaman Ini Sengaja Dikosongkan

PARAMETER ESTIMATION AND HYPOTHESIS TESTING OF GEOGRAPHICALLY WEIGHTED BIVARIATE POISSON REGRESSION MODEL

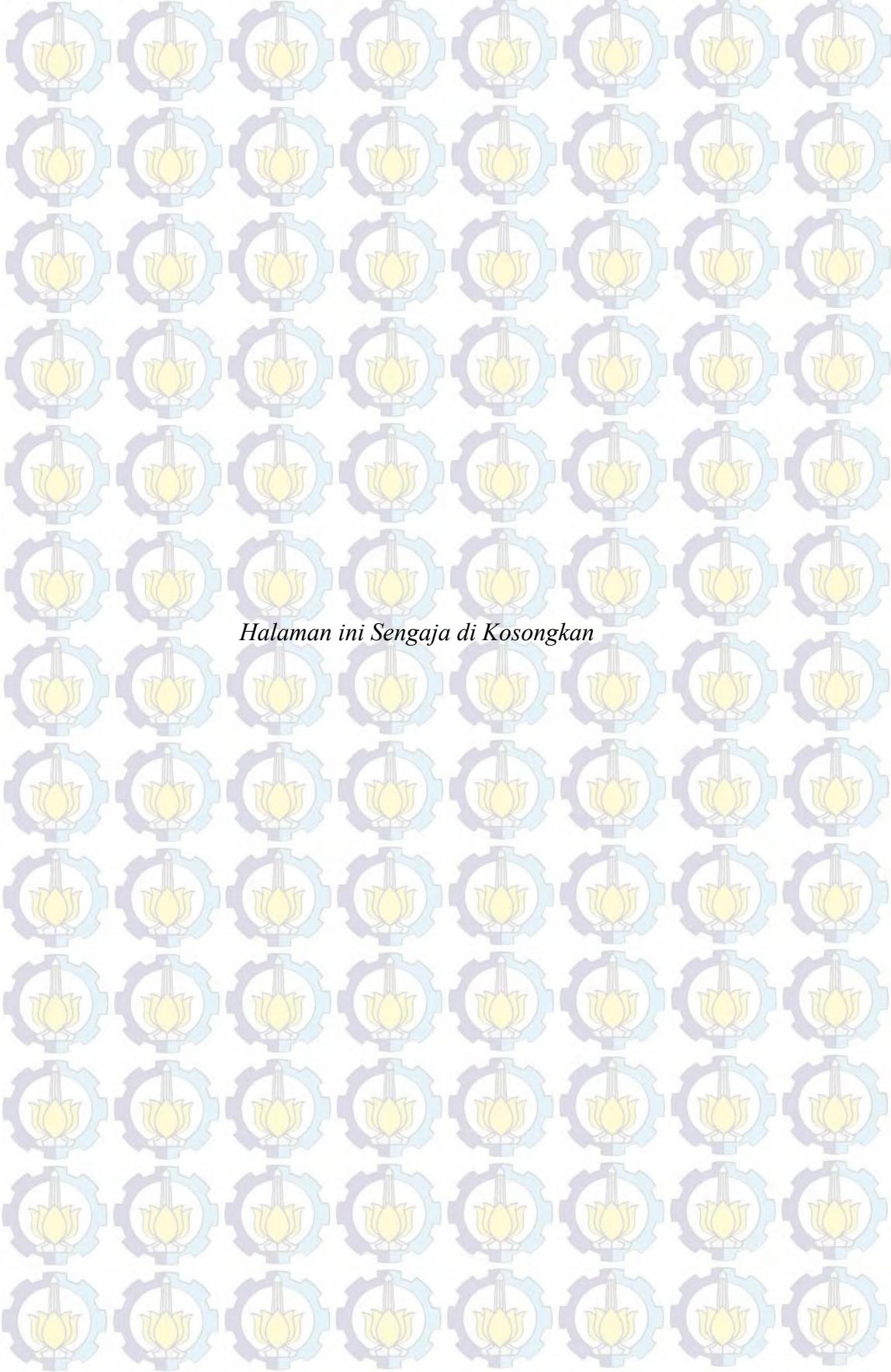
Case Study : The Number of PB and MB Leprosy Patients in East Java 2012

Name	:	Muhamad Ikbal Thola
NRP	:	1313 201 028
Supervisor	:	Dr. Purhadi, M.Sc

ABSTRACT

Bivariate poisson regression is a method that used to modeling a pair of correlated poisson *count* data. The parameter estimation of bivariate poisson regression model use *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) and hypothesis testing use *Maximum Likelihood Ratio Test* (MLRT). This modeling resulted a global parameter estimation for all location (area). Location's influence is an important factor in this modeling, if it is done in different area, because every location/area surely have a different geographic condition and cause the bivariate poisson regression is not representative. To solve this problem, GWBPR (*Geographically Weighted Bivariate Poisson Regression*) is considered to embrace location's influence. GWBPR is bivariate poisson regression that considering the spatial effect where the data was taken. Leprocy is a spread disease which can cause paralysis to its sufferer. This disease divide into two types, Pausi Basiler (PB) and (Multi Basiler). GWBPR used to modeling the number of PB and MB leprosy and to identify the influence factors. GWBPR parameter estimation using MLE with Newton-Raphson iteration and hypothesis testing using MLRT. According to the result, there are 4 divided area groups to PB and MB leprosy based a same significant predictors. GWBPR resulted a local parameter, can see from the different of significant predictors for each district/city in East Java.

Keywords : Bivariate Poisson Regression, GWBPR, Leprosy, MLE, MLRT, Newton-Raphson



Halaman ini Sengaja di Kosongkan

KATA PENGANTAR

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

Alhamdulillah penulis panjatkan kehadiran Allah SWT yang telah memberikan rahmat, taufiq, nikmat serta hidayah-Nya kepada penulis sehingga tesis ini dapat diselesaikan tepat pada waktunya. Tesis ini berjudul “PENAKSIRAN PARAMETER DAN PENGUJIAN HIPOTESIS MODEL *GEOGRAPHICALLY WEIGHTED BIVARIATE POISSON REGRESSION* (Studi Kasus : Jumlah Penderita Penyakit Kusta PB dan Kusta MB di Provinsi Jawa Timur Tahun 2012)”. Tesis ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat dalam menyelesaikan pendidikan program Pascasarjana di Jurusan Statistika FMIPA ITS.

Penulis menyadari bahwa tesis ini dapat terselesaikan tidak lepas dari bantuan berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis mengucapkan banyak terima kasih kepada :

1. Kedua orang tuaku yang saya cintai, Bapak Hadjaje Thola dan Ibu Asnidar yang telah memberikan seluruh doa, dukungan dan kasih sayang yang tak termilai harganya. Kepada kakak dan adikku yang memberikan kasih sayang dan doa kepada penulis. Kepada Novi Susilowati yang telah memberikan doa dan dukungan kepada penulis.
2. Bapak Dr. Purhadi, M.Sc, selaku dosen pembimbing yang telah dengan sabar memberikan banyak bimbingan, nasehat, motivasi serta banyak ilmu pengetahuan demi terselesaikan tesis ini.
3. Bapak Dr. I Nyoman Latra, M.S dan Ibu Dr. Ismaini Zain, M.Si selaku dosen penguji yang telah memberikan banyak masukan dan saran demi kesempurnaan tesis ini.
4. Bapak Dr. M. Mashuri, MT selaku ketua Jurusan Statistika FMIPA ITS serta Bapak Dr. Suhartono, M.Sc, selaku Kepala Prodi Pascasarjana Statistika FMIPA ITS.
5. Bapak Dr. Bambang Wijanarko Otok, M.Si., selaku dosen wali yang telah memberikan nasihat baik akademik maupun nonakademik kepada penulis.

6. Bapak dan Ibu dosen pengajar Jurusan Statistika FMIPA ITS yang telah mengajarkan ilmu yang bermanfaat kepada penulis.
7. Bapak dan Ibu staf dan karyawan Jurusan Statistika FMIPA ITS yang telah membantu penulis selama masa perkuliahan.
8. Teman-teman seperantauan dan seperjuangan di Pascasarjana Statistika di kampus perjuangan khususnya angkatan 2013.
9. Semua pihak yang telah membantu penulis yang tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu, terimah kasih atas doa dan dukungannya.

Surabaya, April 2015

Penulis

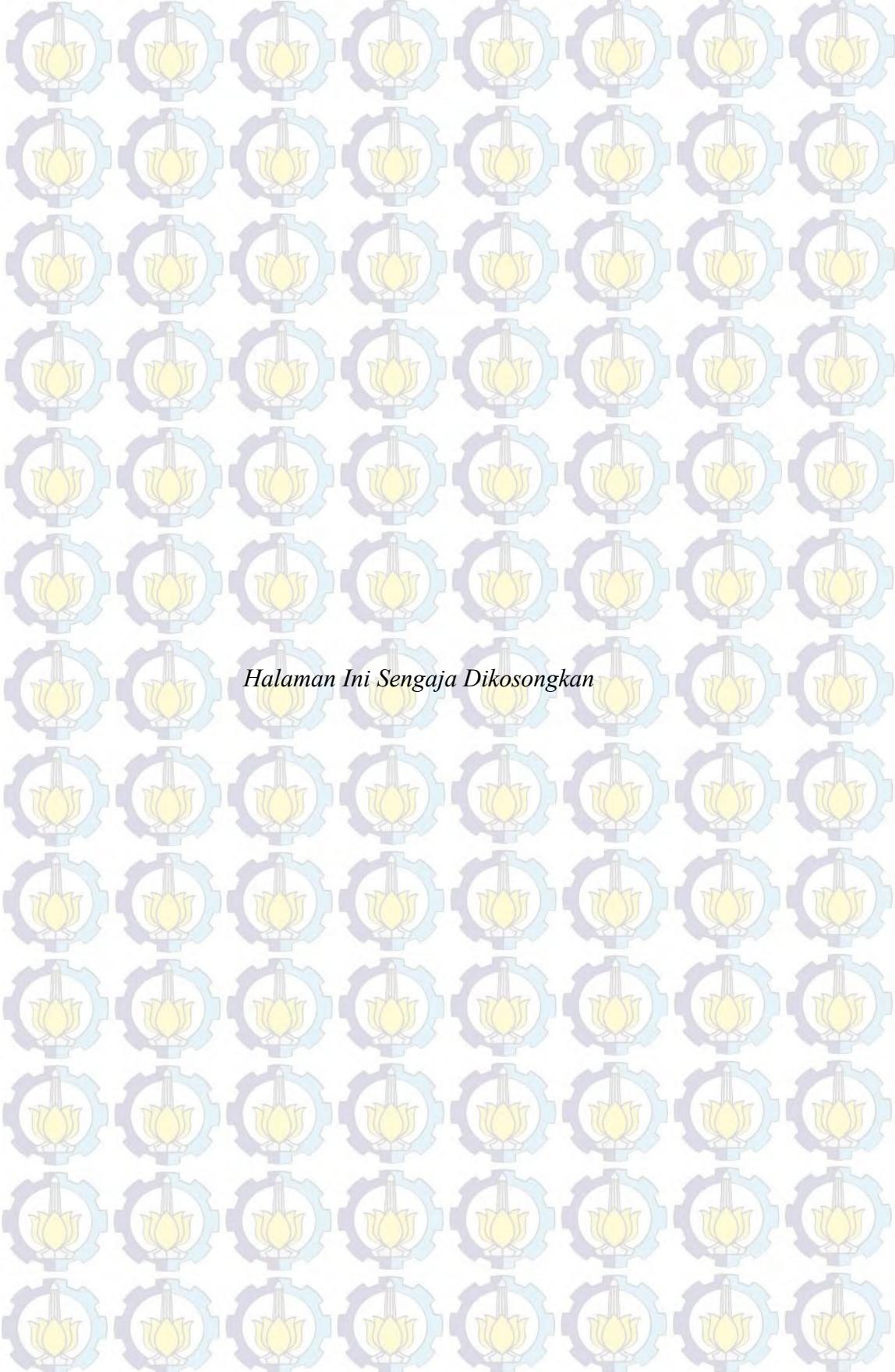
DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	iii
ABSTRAK	v
ABSTRACT	vii
KATA PENGANTAR	ix
DAFTAR ISI	xi
DAFTAR TABEL	xiii
DAFTAR GAMBAR	xv
DAFTAR LAMPIRAN	xvii
BAB 1 PENDAHULUAN	
1.1. Latar Belakang	1
1.2. Rumusan Masalah	4
1.3. Tujuan Penelitian	4
1.4. Manfaat Penelitian	5
1.5. Batasan Masalah	5
BAB 2 TINJAUAN PUSTAKA	
2.1. Distribusi Poisson	7
2.1.1. Distribusi Univariat Poisson	7
2.1.2. Distribusi Bivariat Poisson	8
2.2. Regresi Univariat Poisson	9
2.2.1. Model Regresi Univariat Poisson.....	9
2.2.2. Penaksir Parameter Regresi Univariat Poisson.....	9
2.2.3. Pengujian Parameter Regresi Univariat Poisson.....	10
2.3. Regresi Bivariat Poisson	12
2.3.1. Model Regresi Bivariat Poisson.....	12
2.3.2. Penaksir Parameter Regresi Bivariat Poisson.....	12
2.3.3. Pengujian Parameter Regresi Bivariat Poisson.....	14
2.4. <i>Geographically Weighted Poisson Regression (GWPR)</i>	15
2.4.1. Penaksir Parameter Model GWPR	16
2.4.2. Pengujian Parameter Model GWPR	18
2.5. Over/Under Dispersi	19

2.6. Koefisien Korelasi	20
2.7. Multikolinearitas	21
2.8. Efek Spasial	21
2.8.1. Spasial Dependence.....	22
2.8.2. Spasial Heterogenity.....	23
2.8.3. Matriks Pembobot Spasial.....	24
2.9. Penyakit Kusta dan Penularannya	25
BAB 3 METODE PENELITIAN	
3.1. Sumber Data	29
3.2. Variabel Penelitian	29
3.3. Metode Analisis	32
BAB 4 HASIL DAN PEMBAHASAN	
4.1. Penaksir Paramater Model GWBPR	37
4.2. Pengujian Paramater Model GWBPR	45
4.2.1 Pengujian Kesamaan Model GWBPR	45
4.2.2 Pengujian Serentak Parameter Model GWBPR	51
4.2.3 Pengujian Parsial Parameter Model GWBPR	52
4.3. Pemodelan Jumlah Kasus Kusta PB dan MB di Jawa Timur Tahun 2012	52
4.3.1. Deskripsi Jumlah Kasus Kusta PB dan MB di Jawa Timur Tahun 2012	52
4.3.2. Pemeriksaan Korelasi Variabel Respon	54
4.3.3. Pemeriksaan Miltikolinearitas Variabel Prediktor	55
4.3.4. Pemodelan Jumlah Kasus Kusta PB dan MB dengan Metode Regresi Bivariat Poisson	57
4.3.5. Pemodelan Jumlah Kasus Kusta PB dan MB dengan Metode GWBPR	58
BAB 5 KESIMPULAN DAN SARAN	
5.1. Kesimpulan	69
5.1. Saran	70
DAFTAR PUSTAKA	71
LAMPIRAN	75
BIOGRAFI PENULIS	103

DAFTAR TABEL

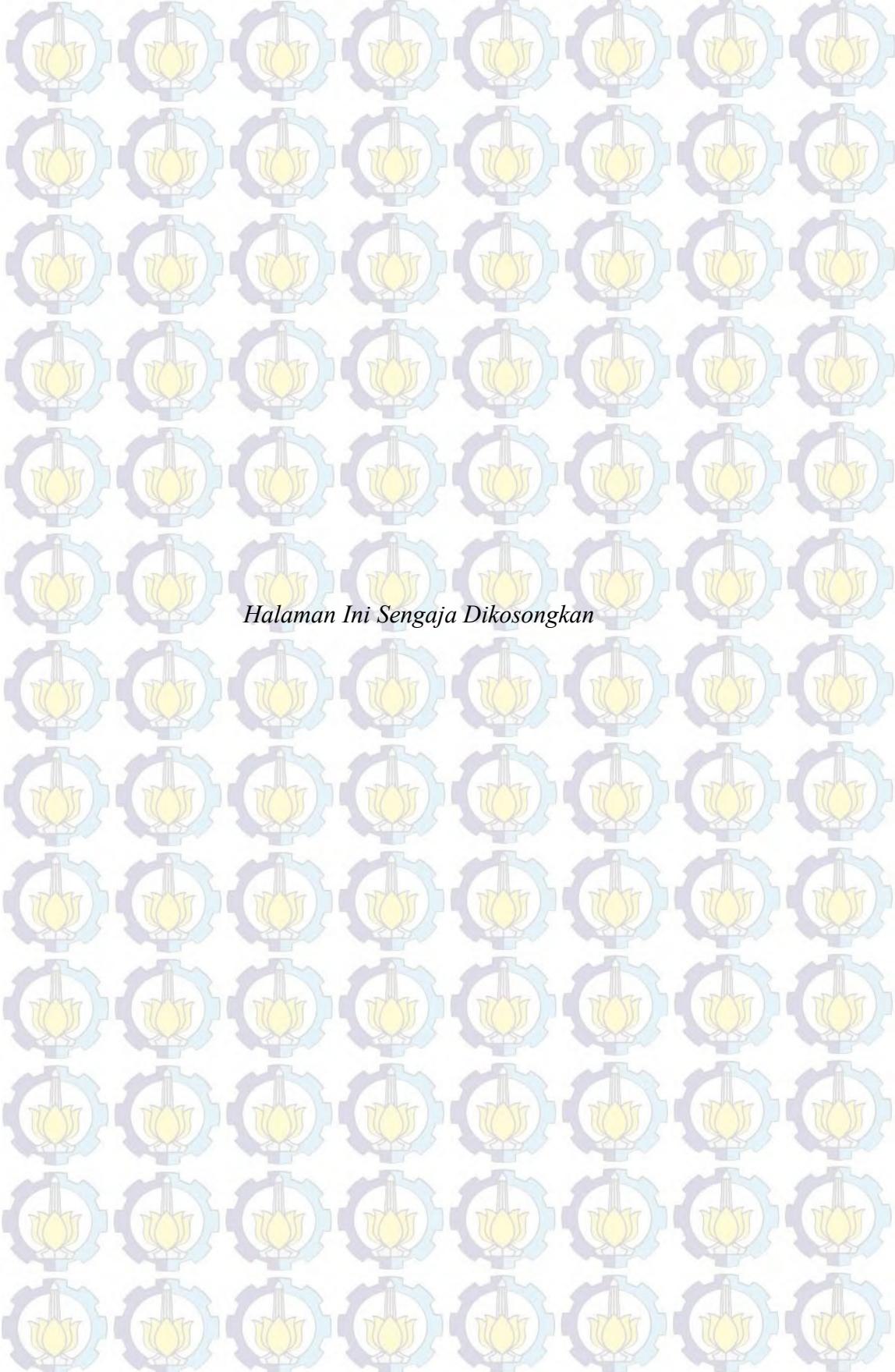
Tabel 3.1	Variabel Penelitian dan Definisi Operasional	30
Tabel 3.2	Struktur Data Penelitian	31
Tabel 4.1	Statistik Deskriptif Variabel	53
Tabel 4.2	Nilai Koefisien Korelasi Variabel Prediktor	55
Tabel 4.3	Nilai VIF Variabel Prediktor	56
Tabel 4.4	Hasil Taksiran Parameter Model Regresi Bivariat Poisson	57
Tabel 4.5	Perbandingan Nilai Devians Model BPR dan GWBPR.....	60
Tabel 4.6	Variabel yang Signifikan di Tiap Kab/Kota di Jawa Timur.....	61
Tabel 4.7	Pengelompokan Kab/Kota Pada Kasus Kusta PB	62
Tabel 4.8	Pengelompokan Kab/Kota Pada Kasus Kusta MB	62
Tabel 4.9	Statistika Deskriptif Tiap Kelompok Pada Kasus Kusta PB	63
Tabel 4.10	Statistika Deskriptif Tiap Kelompok Pada Kasus Kusta MB	64
Tabel 4.11	Pengujian Parameter Model GWBPR di Kabupaten Pacitan dengan Pembobot <i>Adaptive Bisquare Kernel</i>	66
Tabel 4.12	Perbandingan Devians Model	68



Halaman Ini Sengaja Dikosongkan

DAFTAR GAMBAR

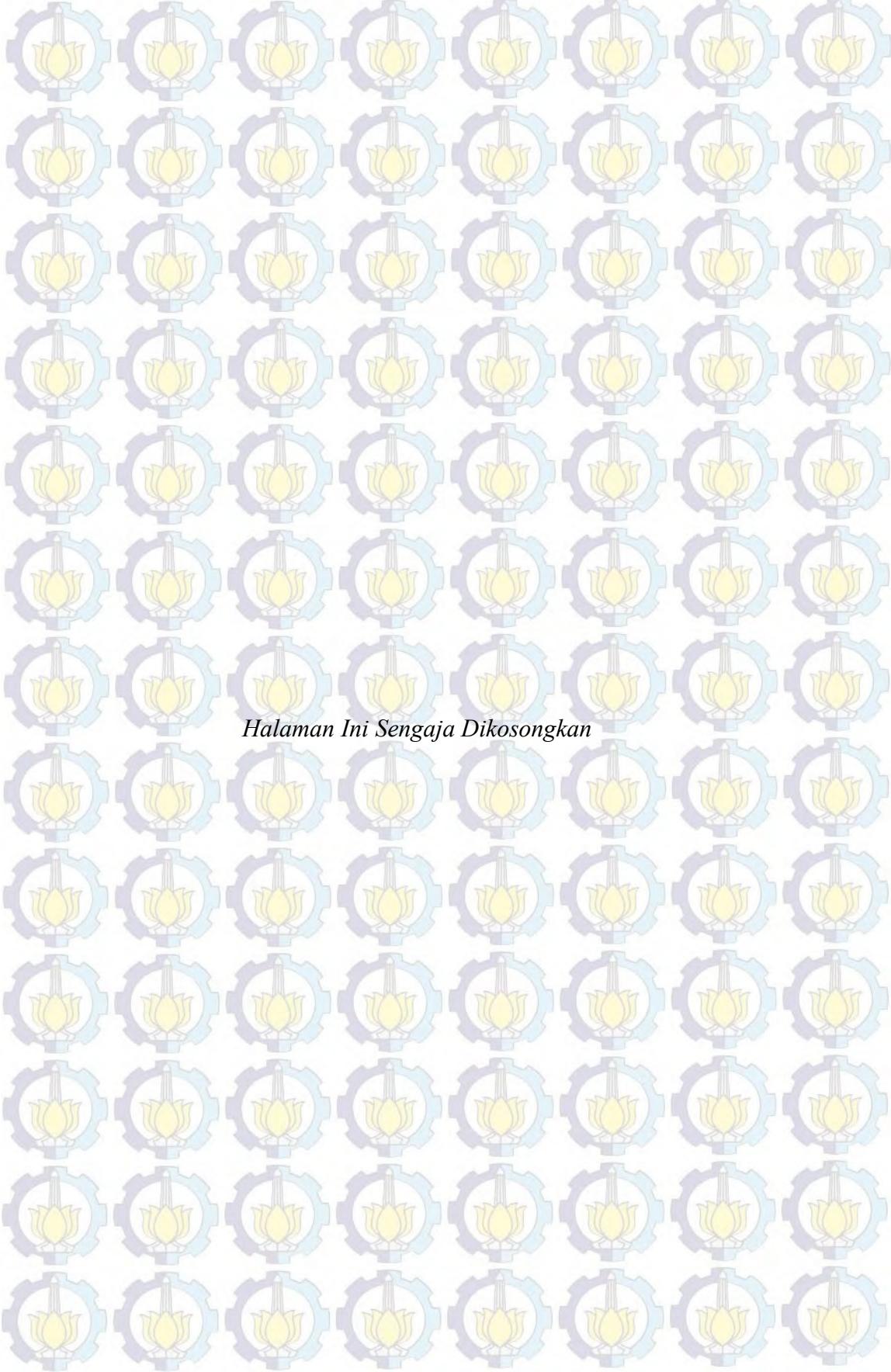
Gambar 3.1	Diagram Alir Penelitian	35
Gambar 4.1	Peta pengelompokan Kabupaten/Kota berdarakan variabel yang signifikan pada kasus kusta PB	65
Gambar 4.2	Peta pengelompokan Kabupaten/Kota berdarakan variabel yang signifikan pada kasus kusta MB	65



Halaman Ini Sengaja Dikosongkan

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1	Data Penderita Kasus Kusta PB dan MB tahun 2012 serta Variabel yang Mempengaruhinya	75
Lampiran 2	Data Lintang dan Bujur Masing-masing Kabupaten/Kota	77
Lampiran 3	Statistik Deskriptif, Korelasi Variabel Respon, dan Multikolinieritas Variabel Prediktor	78
Lampiran 4	Sintax dan Output Penaksiran Parameter Regresi Bivariat Poisson Menggunakan Software R	79
Lampiran 5	Sintax Program Untuk Mencari nilai $\ln \text{Likelihood}$ di bawah H_0 pada Regresi Bivariat Poisson Menggunakan Matlab.....	81
Lampiran 6	Sintax dan Output Metode <i>Bootstrap</i> Untuk Mencari <i>Standar Error</i> pada Pengujian Parsial Regresi Bivariat Poisson Menggunakan Software R	84
Lampiran 7	Sintax dan Ouput Jarak Euclid Antar Kab/Kota di Jawa Timur Menggunakan Software R	85
Lampiran 8	Sintax dan Ouput Pengujian Efek Spasial Menggunakan Software R	86
Lampiran 9	Sintax Pembentukan Pembobot Geografis Menggunakan Software R	87
Lampiran 10	Matriks Pembobot Geografis	88
Lampiran 11	Sintax Program Matlab Untuk Penaksiran Parameter dan Pengujian Hipotesis Model GWBPR	89
Lampiran 12	Koefisien Parameter untuk setiap kab/kota di Jawa Timur ...	97
Lampiran 13	Nilai Z Hitung Pengujian Hipotesis Parsial	99
Lampiran 14	Nilai Loglikelihood untuk setiap kab/kota di Jawa Timur.....	101



Halaman Ini Sengaja Dikosongkan

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Regresi Poisson merupakan salah satu analisis regresi non linear yang variabel responnya mengikuti distribusi poisson. Variabel respon pada distribusi poisson diperoleh dari hitungan jumlah kejadian yang jarang terjadi dalam satuan waktu tertentu. Sebagai contoh kejadian yang berdistribusi poisson dalam bidang kesehatan adalah jumlah penderita penyakit tertentu disuatu wilayah dalam satu tahun. Pemodelan regresi poisson yang di peruntukkan hanya pada satu variabel respon disebut regresi univariat poisson. Sedangkan pemodelan regresi poisson yang diperuntukkan pada dua variabel respon disebut regresi bivariat poisson. Menurut Karlis & Ntzoufras (2005) regresi bivariat poisson adalah regresi yang diperuntukan untuk pemodelan saat terdapat sepasang data *count* (jumlah) yang menunjukkan nilai korelasi tinggi. Nilai korelasi yang tinggi ini menunjukkan hubungan yang erat antara variabel respon, sehingga variabel respon yang digunakan harus mengikuti distribusi bivariat poisson.

Regresi bivariat poisson diperkenalkan oleh Jung & Winkelmann (1993) untuk memodelkan sepasang data *count* yang berdistribusi poisson. Penaksiran parameter regresi bivariat poisson dilakukan dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Dalam hal ini hasil penaksiran parameter tidak eksplisit dan tidak dapat diselesaikan secara analitik sehingga untuk mendapatkan penaksir paramaternya menggunakan analisis numerik. Cameron & Trivedi (1998) menggunakan iterasi numerik Newton-Raphson dalam mendapatkan penaksir parameter model regresi bivariat poisson. Selanjutnya hasil taksiran parameter digunakan untuk membangun model regresi bivariat poisson. Model yang telah didapatkan akan dilakukan pengujian hipotesis dengan menggunakan *Maximum Likelihood Ratio Test* (MLRT).

Pemodelan tentang regresi bivariat poisson telah dilakukan oleh Pritasari (2013). Penelitian ini memodelkan jumlah kematian ibu dan bayi di kabupaten/kota di Provinsi Jawa Timur. Dari hasil yang diperoleh, terdapat dua

hasil taksiran parameter yang signifikan, sehingga menyebabkan beberapa variabel tidak berpengaruh terhadap kematian ibu dan bayi. Hal ini terjadi karena model yang dihasilkan bersifat global untuk seluruh kabupaten/kota di Provinsi Jawa Timur padahal untuk masing-masing kabupaten/kota memiliki karakteristik yang berbeda-beda. Sehingga untuk menyelesaikan permasalahan tersebut, maka pemodelan yang digunakan harus mempertimbangkan kondisi dan lokasi disetiap wilayah yang akan diamati.

Pemodelan regresi bivariat poisson menghasilkan model regresi yang bersifat global untuk seluruh lokasi pengamatan yang dianalisis. Interpretasi dari model yang bersifat global ini menganggap bahwa setiap lokasi memiliki karakteristik yang sama padahal dalam beberapa kasus tertentu setiap lokasi memiliki karakteristik yang berbeda-beda. Perbedaan karakteristik ini dipengaruhi oleh beberapa faktor seperti keadaan alam atau geografis, kebudayaan dan lain-lain. Karakteristik pada masing-masing wilayah sangat mungkin mempengaruhi jumlah kejadian pada wilayah tersebut seperti halnya kejadian yang berdistribusi poisson. Setiap wilayah memiliki sekumpulan data yang berbeda-beda antara wilayah yang satu dengan wilayah yang lainnya sehingga untuk mengatasi terjadinya keragaman tersebut dapat digunakan analisis data spasial.

Analisis terhadap data spasial memerlukan perhatian yang lebih dibandingkan dengan data nonspasial, khususnya ketika digunakan dalam analisis regresi. Regresi spasial merupakan hasil pengembangan dari metode regresi linier klasik. Pengembangan itu berdasarkan adanya pengaruh tempat atau spasial pada data yang dianalisis (Anselin, 1988). Pemodelan regresi spasial ketika variabel respon yang digunakan berupa data *count* dan bergantung pada karakteristik lokasi yang diamati dapat menggunakan *Geographically Weigheted Poisson Regression* (GWPR). Metode GWPR diperkenalkan oleh Nakaya, Fotheringham, Brunsdon & Charlton pada tahun 2005 dengan memodelkan angka kematian seseorang pada usia produktif di Tokyo. Penaksiran parameter model ini menggunakan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dan pengujian hipotesis menggunakan *Maximum Likelihood Ratio Test* (MLRT).

Pemodelan regresi spasial yang dilakukan terhadap dua variabel respon yang berupa data *count* dan memiliki korelasi serta bergantung pada karakteristik

lokasi yang dimati menggunakan *Geographically Weighed Bivariate Poisson Regression* (GWBPR). GWBPR merupakan pengembangan dari regresi bivariat poisson yang memperhatikan pembobot yang berupa letak lintang dan letak bujur dari titik-titik pengamatan yang diamati. Pemodelan GWBPR diaplikasikan pada data jumlah kasus kusta di Propinsi Jawa Timur tahun 2012 yang persebaran datanya berdistribusi Poisson.

Penyakit kusta merupakan suatu penyakit menular yang disebabkan oleh infeksi bakteri *Mycobacterium leprae* atau biasa disebut kuman kusta. Kuman kusta dapat hidup diluar tubuh manusia antara 1– 9 hari tergantung pada suhu atau cuaca, dan diketahui hanya kusta yang utuh (solid) saja yang dapat menimbulkan penularan (Hiswani, 2001). Ketidakmampuan kuman ini bertahan pada cuaca yang panas mengakibatkan kuman ini akan cepat mati, sehingga tidak dapat masuk kedalam tubuh seseorang. Dalam hal ini, kondisi geografis suatu wilayah dapat mempengaruhi kelangsungan hidup kuman kusta yang dapat menyebabkan penularan penyakit terhadap seseorang.

Menurut *Word Health Organizations* (WHO) penyakit kusta terbagi menjadi dua tipe yaitu kusta tipe PB (Pausi Basiler) atau biasa disebut kusta kering dan kusta tipe MB (Mausi Basiler) atau biasa disebut kusta basah. Provinsi Jawa Timur merupakan penyumbang penderita kusta terbanyak di antara provinsi lainnya. Rata-rata penemuan penderita kusta di Provinsi Jawa Timur per tahun antara 4.000-5.000 orang. Pada tahun 2012 penemuan penderita baru di Provinsi Jawa Timur sebanyak 4.842 orang. Jumlah ini merupakan jumlah tertinggi diantara provinsi lainnya (Dinkes Jatim, 2013).

Beberapa penelitian tentang penyakit kusta telah dilakukan di berbagai daerah. Hasil penelitian Simunati (2013) tentang faktor yang mempengaruhi kejadian penyakit kusta menunjukkan adanya pengaruh riwayat kontak, status gizi dan perilaku hidup bersih terhadap kejadian penyakit kusta di kota Makassar. Norlatifah, Sutomo, & Solikhah (2010) juga meneliti faktor yang mempengaruhi penyakit kusta di kabupaten Tapin Provinsi Kalimantan Timur. Penelitian ini menghasilkan kondisi fisik rumah, riwayat kontak dan tingkat pendidikan mempengaruhi jumlah kejadian penyakit kusta. Ruslan (2013) juga melakukan penelitian tentang penyakit ini di kabupaten Bima. Penelitian ini menghasilkan

bahwa pengetahuan, sikap dan persepsi berpengaruh terhadap perilaku pencarian pengobatan penderita kusta pada fasilitas kesehatan. Pengetahuan merupakan faktor yang paling dominan yang berpengaruh terhadap perilaku pencarian pengobatan penderita kusta pada fasilitas kesehatan di Kabupaten Bima.

Jumlah penderita penyakit kusta PB dan MB di Provinsi Jawa Timur mempunyai keterkaitan satu sama lain, sehingga diduga mempunyai korelasi yang tinggi diantara penyakit ini. Untuk itu pada kasus ini akan dilakukan pemodelan regresi secara bivariat antara penyakit kusta PB dan MB dengan menggunakan *Geographically Weighted Bivariate Poisson Regression* (GWBPR) serta mengkaji tentang penaksiran parameter dan statistik uji model GWBPR. Hasil kajian tersebut diharapkan dapat menentukan faktor-faktor yang berpengaruh signifikan terhadap penularan penyakit kusta PB dan MB di Provinsi Jawa Timur.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah dikemukakan, rumusan permasalahan yang diambil pada penelitian ini adalah sebagai berikut.

- a. Bagaimana mendapatkan penaksir paramater pada model GWBPR?
- b. Bagaimana statistik uji pada model GWBPR?
- c. Faktor-faktor apa saja yang berpengaruh terhadap jumlah kasus kusta PB dan MB di Propinsi Jawa Timur tahun 2012 dengan menggunakan model GWBPR?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

- a. Mendapatkan bentuk penaksir parameter pada model GWBPR.
- b. Mendapatkan bentuk statistik uji pada model GWBPR.
- c. Menentukan faktor-faktor yang berpengaruh terhadap jumlah kasus kusta PB dan MB di Propinsi Jawa Timur tahun 2012 berdasarkan model GWBPR.

1.4 Manfaat Penelitian

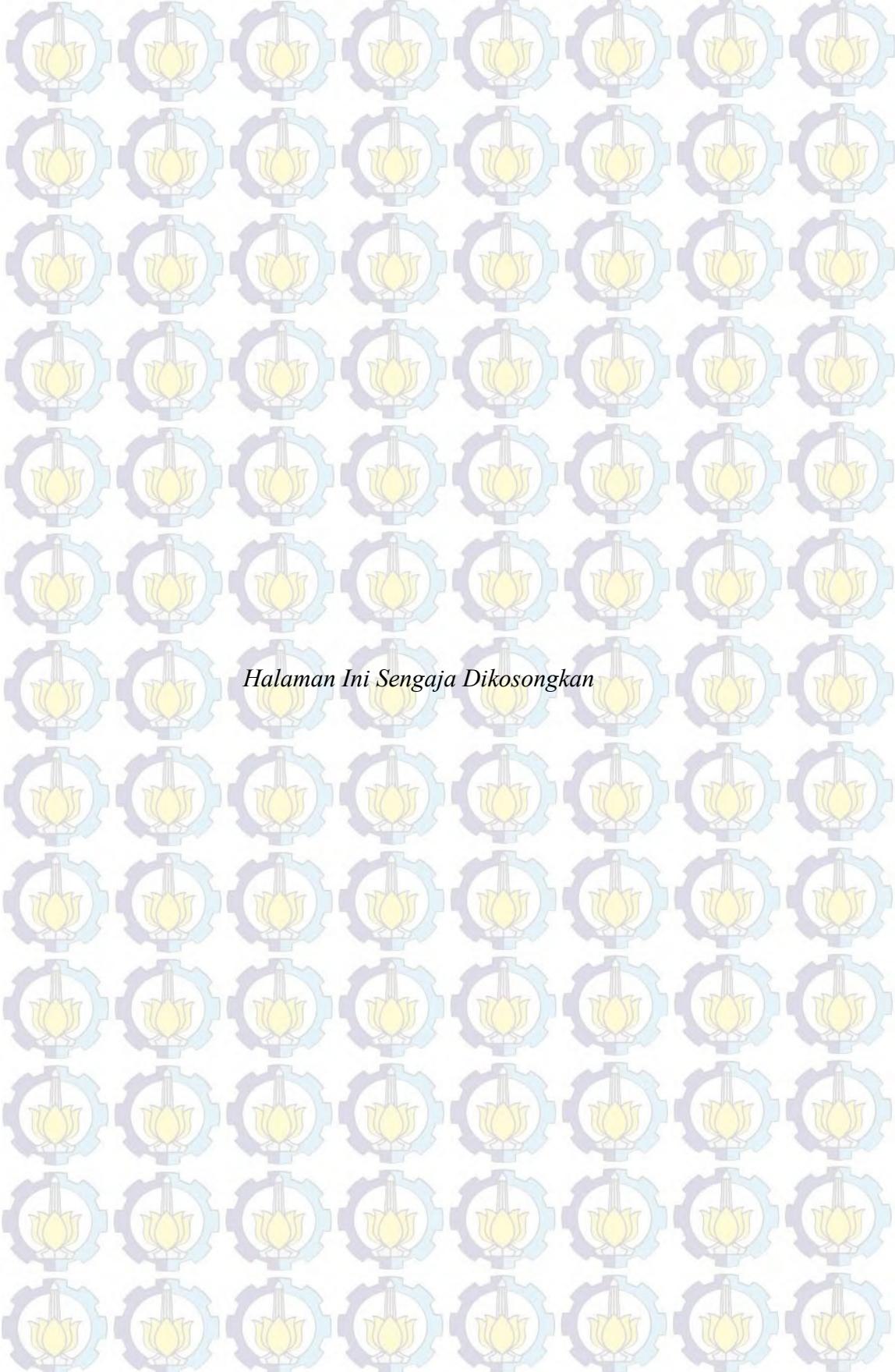
Adapun manfaat yang ingin dicapai pada penelitian ini adalah sebagai berikut.

- a. Sebagai pengembangan kelmuwan metode GWBPR, khususnya mengenai penaksiran parameter dan statistik uji serta implementasinya dalam bidang kesehatan.
- b. Bagi masyarakat, mengetahui faktor-faktor yang berhubungan dengan penyakit kusta yang berpotensi dalam meningkatkan penyebaran penyakit kusta sehingga dapat menjadi bentuk peringatan dini agar lebih waspada dan berhati-hati supaya tidak tertular penyakit tersebut.

1.5 Batasan Masalah

Adapun batasan permasalahan pada penelitian ini adalah sebagai berikut.

- a. Penelitian ini menggunakan data jumlah penderita penyakit kusta PB dan kusta MB yang tercatat di 38 kabupaten/kota di Propinsi Jawa Timur pada tahun 2012.
- b. Penaksiran parameter menggunakan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dan penentuan statistik uji menggunakan *Maximum Likelihood Rasio Test* (MLRT).
- c. Dalam penelitian ini tidak menfokuskan terhadap penanganan terjadinya kasus *over/under* dispersi pada data yang digunakan.



Halaman Ini Sengaja Dikosongkan

BAB 2

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Distribusi Poisson

Distribusi Poisson merupakan suatu distribusi untuk peristiwa yang probabilitas kejadianya kecil, dimana kejadian tergantung pada interval waktu tertentu atau di suatu daerah tertentu dengan hasil pengamatan berupa variabel diskrit dan antar variabel prediktor saling independen. Interval waktu tersebut dapat berupa berapa saja panjangnya, misalnya semenit, sehari, seminggu, sebulan atau bahkan setahun. Daerah tertentu yang dimaksudkan dapat berupa suatu garis, suatu luasan, suatu volume, atau mungkin sepotong bahan (Walpole, 1982).

Distribusi poisson memberikan suatu model yang realistik untuk berbagai macam fenomena random selama nilai dari variabel random poisson adalah bilangan bulat yang tidak negatif. Banyak fenomena random untuk suatu *count* dari beberapa respon (variabel yang diteliti) merupakan suatu calon untuk pemodelan yang mengasumsikan distribusi poisson. Misalkan suatu *count* mungkin berupa jumlah kecelakaan lalu lintas tiap minggu, banyaknya kerusakan per unit dari beberapa material, jumlah aliran listrik tiap satuan panjang kabel, banyaknya kesalahan cetak suatu halaman dalam satu buku, banyaknya orang dalam suatu populasi yang hidup sampai 100 tahun, dan lain-lain.

Beberapa karakteristik dari percobaan yang mengikuti distribusi poisson antara lain:

1. Kejadian yang terjadi pada populasi yang besar dengan probabilitas yang kecil.
2. Kejadian bergantung pada interval waktu tertentu.
3. Kejadian yang termasuk ke dalam *counting process*.
4. Perulangan dari kejadian yang mengikuti sebaran distribusi binomial.

2.1.1 Distribusi Univariat Poisson

Menurut Cameron dan Trivedi (2013) variabel random diskrit Y dikatakan berdistribusi poisson dengan parameter λ jika dan hanya jika fungsi probabilitasnya berbentuk seperti pada persamaan (2.1). Dimana λ adalah rata-rata suatu kejadian (y) yang bernilai lebih besar dari atau sama dengan nol.

$$f(y) = \begin{cases} \frac{e^{-\lambda} \lambda^y}{y!}, & y = 0, 1, 2, \dots \\ 0, & \text{y yang lain} \end{cases} \quad (2.1)$$

Nilai mean dan varians dari distribusi poisson adalah sebagai berikut :

$$E(Y) = \lambda$$

$$Var(Y) = \lambda$$

2.1.2 Distribusi Bivariat Poisson

Misalkan variabel random Y_1 dan Y_2 sebagai berikut :

$$Y_1 = X_1 + X_0$$

$$Y_2 = X_2 + X_0$$

dengan X_0, X_1, X_2 merupakan variabel random yang masing-masing berdistribusi poisson dengan parameter $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2$. Jika X_0 dan X_1 saling independen serta X_0 dan X_2 saling independen maka diperoleh :

$$E(Y_1) = \lambda_1 + \lambda_0$$

$$E(Y_2) = \lambda_2 + \lambda_0$$

setelah diketahui nilai ekspektasi dari masing-masing variabel random Y_1 dan Y_2 maka dapat diketahui pula $E(Y_1 Y_2)$ adalah sebagai berikut :

$$E(Y_1 Y_2) = (\lambda_1 + \lambda_0)(\lambda_2 + \lambda_0) + \lambda_0$$

sehingga diperoleh nilai varians dan covarians sebagai berikut :

$$Var(Y_1) = (\lambda_1 + \lambda_0)$$

$$Var(Y_2) = (\lambda_2 + \lambda_0)$$

$$Cov(Y_1 Y_2) = \lambda_0$$

dengan fungsi pembangkit momen bersama dari bivariat poisson Y_1, Y_2 adalah :

$$M_{(Y_1 Y_2)}(t_1, t_2) = E(e^{t_1 Y_1 + t_2 Y_2})$$

$$M_{(Y_1 Y_2)}(t_1, t_2) = E(e^{t_1(X_1+X_0) + t_2(X_2+X_0)})$$

$$M_{(Y_1 Y_2)}(t_1, t_2) = \exp(\lambda_1(e^{t_1} - 1) + \lambda_2(e^{t_2} - 1) + \lambda_0(e^{(t_1+t_2)} - 1))$$

$$M_{(Y_1 Y_2)}(t_1, t_2) = \exp(-(\lambda_0 + \lambda_1 + \lambda_2) + (\lambda_0 e^{(t_1+t_2)} + \lambda_1 e^{t_1} + \lambda_2 e^{t_2}))$$

sehingga secara bersama-sama variabel random Y_1 dan Y_2 berdistribusi bivariat poisson dengan fungsi probabilitas bersamanya berbentuk seperti pada persamaan (2.2).

$$f(y) = \begin{cases} e^{-(\lambda_0 + \lambda_1 + \lambda_2)} \sum_{k=0}^s \frac{\lambda_1^{y_1-k} \lambda_2^{y_2-k} \lambda_0^k}{(y_1-k)!(y_2-k)k!}; & y_1, y_2 = 0, 1, 2, \dots \\ 0, & y_1, y_2 yang lain \end{cases} \quad (2.2)$$

dimana $s = \min(y_1, y_2)$ (Kawamura, 1973)

2.2 Regresi Univariat Poisson

Regresi poisson digambarkan dengan adanya hubungan antara variabel respon (Y) yang berdistribusi poisson dan terdapat satu atau lebih variabel prediktor (X) (Agresti, 1990). Regresi Poisson merupakan model regresi yang sering digunakan untuk menganalisis suatu data *count*. Regresi poisson mengacu pada penggunaan distribusi poisson.

2.2.1 Model Regresi Univariat Poisson

Model regresi poisson merupakan model standar data diskrit dan termasuk dalam regresi nonlinear. Menurut Cameron & Trivedi (1998) model regresi poisson dituliskan seperti pada persamaan (2.3).

$$\begin{aligned} y_i &\sim Poisson(\lambda_i) \\ \lambda_i &= e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}} \end{aligned} \quad (2.3)$$

dengan \mathbf{x} adalah vektor variabel prediktor yang dinotasikan sebagai berikut :

$$\mathbf{x}_i = [1 \quad x_{1i} \quad x_{2i} \quad \cdots \quad x_{ki}]^T$$

$\boldsymbol{\beta}$ adalah parameter regresi poisson yang dinotasikan sebagai berikut :

$$\boldsymbol{\beta} = [\beta_0 \quad \beta_1 \quad \beta_2 \quad \cdots \quad \beta_k]^T$$

2.2.2 Penaksir Parameter Model Regresi Univariat Poisson

Penaksiran parameter model regresi poisson menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE), yaitu dengan memaksimumkan nilai fungsi *likelihoodnya* (Dobson, 1990). Metode ini digunakan apabila distribusi data diketahui. Menurut Cameron & Trivedi (1998) fungsi $\ln likelihood$ dari distribusi poisson seperti pada persamaan (2.4).

$$\begin{aligned}\ln L(\boldsymbol{\beta}) &= \ln \left(\prod_{i=1}^n \frac{e^{-\lambda_i} \lambda_i^{y_i}}{y_i!} \right) \\ &= -\sum_{i=1}^n e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}} + \sum_{i=1}^n y_i \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta} - \sum_{i=1}^n \ln y_i !\end{aligned}\quad (2.4)$$

Taksiran parameter regresi poisson dengan metode MLE dilambangkan dengan $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ yang didapat dari turunan pertama fungsi $\ln likelihood$. Turunan pertama fungsi $\ln likelihood$ terhadap $\boldsymbol{\beta}^T$ dan disamakan dengan nol seperti pada persamaan (2.5).

$$\begin{aligned}\frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}^T} &= -\sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}} + \sum_{i=1}^n y_i \mathbf{x}_i = 0 \\ \sum_{i=1}^n y_i \mathbf{x}_i &= \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}\end{aligned}\quad (2.5)$$

Persamaan (2.5) tidak dapat diselesaikan secara analitik, sehingga perlu digunakan prosedur iteratif. Metode *Iteratively Reweighted Least Square* (IRLS) dapat digunakan untuk mendapatkan penaksir parameter regresi poisson (Myers, , Montgomery, Vining, & Robinson, 1990). Greene (2003) dan Cameron & Trivedi (2005) menggunakan metode iterasi numerik Newton-Raphson untuk mencari solusi dari persamaan (2.5). Berikut ini adalah persamaan iterasi numerik Newton-Raphson.

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(m+1)} = \hat{\boldsymbol{\beta}}_{(m)} - \mathbf{H}^{-1}(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(m)}) \mathbf{g}(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(m)}) \quad (2.6)$$

Nilai $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(m)}$ merupakan nilai taksiran parameter pada saat iterasi ke m , $\mathbf{g}(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(m)})$ merupakan vektor gradien dengan parameter $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(m)}$, dan $\mathbf{H}(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(m)})$ adalah matriks Hessian dengan parameter $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(m)}$. Taksiran awal parameter $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(0)}$ menggunakan metode *Ordinary Least Square* (OLS). Iterasi akan berhenti apabila nilai dari $\|\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(m+1)} - \hat{\boldsymbol{\beta}}_{(m)}\| < \varepsilon$, $\varepsilon > 0$ dan sangat kecil.

2.2.3 Pengujian Parameter Model Regresi Univariat Poisson

Pengujian parameter model regresi univariat poisson dilakukan dengan metode *Maximum Likelihood Ratio Test* (MLRT) dengan hipotesis

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_k = 0$$

H_1 : paling sedikit ada satu $\beta_l \neq 0$, dengan $l = 1, 2, \dots, k$

Himpunan parameter dibawah populasi adalah

$$\Omega = \{\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k | -\infty < \beta_l < \infty ; l = 1, 2, \dots, k\}$$

Himpunan parameter dibawah H_0 adalah

$$\omega = \{\beta_0 | -\infty < \beta_0 < \infty\}$$

$L_1(\hat{\Omega})$ adalah nilai maksimum *likelihood* untuk model lengkap dimana melibatkan variabel prediktor. $L_1(\hat{\omega})$ adalah nilai maksimum *likelihood* untuk model sederhana tanpa melibatkan prediktor. *Likelihood ratio test* dapat ditulis seperti persamaan (2.7).

$$D(\hat{\beta}) = -2 \left(\ln L_1(\hat{\omega}) - \ln L_1(\hat{\Omega}) \right) \quad (2.7)$$

dimana

$$L_1(\hat{\omega}) = \frac{\left(\exp \left(\sum_{i=1}^n \exp(\hat{\beta}_0) \right) \right) \left(\prod_{i=1}^n \exp(\hat{\beta}_0)^{y_i} \right)}{\prod_{i=1}^n y_i !}$$

$$L_1(\hat{\Omega}) = \frac{\left(\exp \left(\sum_{i=1}^n \exp(\mathbf{x}_i^T \hat{\beta}) \right) \right) \left(\prod_{i=1}^n \exp(\mathbf{x}_i^T \hat{\beta})^{y_i} \right)}{\prod_{i=1}^n y_i !}$$

sehingga diperoleh

$$D(\hat{\beta}) = 2 \sum_{i=1}^n \left(y_i \mathbf{x}_i^T \hat{\beta} - \exp(\mathbf{x}_i^T \hat{\beta}) - y_i \hat{\beta}_0 + \exp(\hat{\beta}_0) \right) \quad (2.8)$$

$D(\hat{\beta})$ adalah devians dari model regresi univariat poisson. $D(\hat{\beta})$ mengikuti distribusi χ^2 dengan derajat bebas $(a - b)$, dimana a adalah jumlah paramater dibawah populasi dan b adalah jumlah parameter dibawah H_0 . Kriteria pengujian adalah tolak H_0 apabila $D(\hat{\beta}) > \chi^2_{(\alpha; a-b)}$. Nilai devians semakin kecil jika parameter didalam model semakin bertambah (McCullagh & Nelder, 1989).

Apabila keputusan pengujian secara serentak adalah tolak H_0 maka langkah selanjutnya adalah melakukan pengujian parameter secara parsial untuk mengetahui parameter mana saja yang memberikan pengaruh yang signifikan terhadap model. Hipotesis yang digunakan adalah :

$$H_0: \beta_l = 0$$

$$H_1: \beta_l \neq 0, \text{ dengan } l = 1, 2, \dots, k$$

Statistik uji yang digunakan adalah seperti persamaan berikut.

$$Z = \frac{\beta_l}{se(\beta_l)}; l = 1, 2, \dots, k$$

$se(\hat{\beta}_l)$ merupakan standar error dari $\hat{\beta}_l$. Nilai $se(\hat{\beta}_j)$ merupakan akar dari elemen diagonal utama pada matriks $var(\hat{\beta})$. Matriks $var(\hat{\beta})$ disebut juga matriks informasi fisher, dimana nilai $var(\hat{\beta}) = -E(H^{-1}(\hat{\beta}))$. Kriteria pengujian adalah tolak H_0 apabila nilai dari $|Z_{hitung}|$ lebih besar dari nilai $Z_{(\alpha/2)}$ dimana α adalah tingkat signifikansi yang digunakan.

2.3 Regresi Bivariat Poisson

Regresi bivariat poisson adalah metode yang digunakan untuk memodelkan sepasang *count data* berdistribusi poisson yang memiliki korelasi dengan beberapa variabel prediktor (Karlis & Ntzoufras, 2005). Variabel prediktor tersebut adalah variabel yang diduga sama-sama berpengaruh untuk kedua variabel respon.

2.3.1 Model Regresi Bivariat Poisson

Model regresi bivariat poisson menurut Karlis & Ntzoufras (2005) adalah seperti persamaan (2.9).

$$\begin{aligned} (Y_{1i}, Y_{2i}) &\sim PB(\lambda_{1i}, \lambda_{2i}, \lambda_0) \\ \lambda_{ij} + \lambda_0 &= e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_i}; j = 1, 2 \end{aligned} \quad (2.9)$$

dengan \mathbf{x} adalah vektor dari variabel prediktor yang dinotasikan sebagai berikut.

$$\mathbf{x}_i = [1 \ x_{1i} \ x_{2i} \ \dots \ x_{ki}]^T$$

dan $\boldsymbol{\beta}_j$ adalah parameter regresi poisson yang dinotasikan sebagai berikut.

$$\boldsymbol{\beta}_j = [\beta_{j0} \ \beta_{j1} \ \beta_{j2} \ \dots \ \beta_{jk}]^T, j = 1, 2$$

2.3.2 Penaksir Parameter Model Regresi Bivariat Poisson

Penaksiran parameter regresi bivariat poisson dilakukan dengan menggunakan metode *Maksimum Likelihood Estimation* (MLE). Metode MLE

yaitu dengan memaksimumkan fungsi *likelihood*nya. Misalkan diberikan n sampel random dari variabel random

$$(Y_{1i}, Y_{2i}) \sim PB(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_0)$$

Maka fungsi *likelihood* menurut Jung dan Winkelman (1993) dapat ditulis seperti persamaan persamaan (2.10).

$$L(\beta_1, \beta_2, \lambda_0) = \prod_{i=1}^n \left[e^{-(\lambda_0 + \lambda_{1i} + \lambda_{2i})} \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} \frac{\lambda_{1i}^{y_{1i}-k} \lambda_{2i}^{y_{2i}-k} \lambda_0^k}{(y_{1i}-k)! (y_{2i}-k)! k!} \right] \quad (2.10)$$

transformasi model regresi persamaan (2.9) ke dalam persamaan (2.10) maka diperoleh fungsi *likelihood* seperti pada persamaan (2.11)

$$L(\beta_1, \beta_2, \lambda_0) = \prod_{i=1}^n \left[\exp\left(\lambda_0 - e^{\mathbf{x}_i^T \beta_1} - e^{\mathbf{x}_i^T \beta_2}\right) B_i \right] \quad (2.11)$$

dimana nilai B_i adalah

$$B_i = \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} \frac{\left(e^{\mathbf{x}_i^T \beta_1} - \lambda_0\right)^{y_{1i}-k} \left(e^{\mathbf{x}_i^T \beta_2} - \lambda_0\right)^{y_{2i}-k} \lambda_0^k}{(y_{1i}-k)! (y_{2i}-k)! k!}$$

Fungsi \ln *likelihood* adalah sebagai berikut.

$$\ln L(\beta_1, \beta_2, \lambda_0) = n\lambda_0 - \sum_{i=1}^n \exp\left(\mathbf{x}_i^T \beta_1\right) - \sum_{i=1}^n \exp\left(\mathbf{x}_i^T \beta_2\right) + \sum_{i=1}^n \ln B_i \quad (2.12)$$

Proses mendapatkan penaksir parameter dari model ini maka persamaan (2.12) diturunkan terhadap masing-masing parameternya kemudian di samakan dengan nol. Namun hasilnya tidak dapat diselesaikan secara analitik, sehingga perlu digunakan prosedur iteratif. Dengan cara yang sama pada penaksiran parameter model regresi univariat poisson yaitu menggunakan iterasi numerik Newton Raphson dengan persamaan (2.13).

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m+1)} = \hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)} - \mathbf{H}^{-1}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}) \mathbf{g}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}) \quad (2.13)$$

dimana

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\theta} &= (\lambda_0 \quad \beta_1^T \quad \beta_2^T)^T \\ \mathbf{g}(\boldsymbol{\theta}) &= \left(\frac{\partial \ln L}{\partial \lambda_0} \quad \frac{\partial \ln L}{\partial \beta_1} \quad \frac{\partial \ln L}{\partial \beta_2} \right)^T \end{aligned}$$

$$\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}) = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \lambda_0^2} & \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \lambda_0 \partial \boldsymbol{\beta}_1} & \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \lambda_0 \partial \boldsymbol{\beta}_2} \\ \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \boldsymbol{\beta}_1 \partial \boldsymbol{\beta}_1^T} & \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \boldsymbol{\beta}_1 \partial \boldsymbol{\beta}_2^T} & \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \boldsymbol{\beta}_2 \partial \boldsymbol{\beta}_2^T} \\ Simetris & & \end{pmatrix}$$

Nilai $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}$ merupakan nilai taksiran parameter pada saat iterasi ke m , $\mathbf{g}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)})$ merupakan vektor gradien dengan parameter $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}$, dan $\mathbf{H}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)})$ adalah matriks Hessian dengan parameter $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}$. Taksiran awal parameter $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(0)}$ menggunakan metode *Ordinary Least Square* (OLS). Iterasi akan berhenti apabila nilai dari $\|\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m+1)} - \hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}\| < \varepsilon$, $\varepsilon > 0$ dan sangat kecil.

2.3.3 Pengujian Parameter Model Regresi Bivariat Poisson

Pengujian Parameter model regresi bivariat poisson dilakukan dengan metode *Maximum Likelihood Rasio Test* (MLRT) dengan hipotesis

$$H_0: \beta_{j1} = \beta_{j2} = \dots = \beta_{jk} = 0; j = 1, 2$$

$$H_1: \text{paling sedikit ada satu } \beta_{jl} \neq 0; j = 1, 2; l = 1, 2, \dots, k$$

Himpunan parameter dibawah populasi adalah

$$\Omega = \{\lambda_0; \beta_{j0}, \beta_{j1}, \beta_{j2}, \dots, \beta_{jk}; j = 1, 2\}$$

Himpunan parameter dibawah H_0 adalah

$$\omega = \{\lambda_{\omega,0}; \beta_{j0}; j = 1, 2\}$$

$L_2(\widehat{\Omega})$ adalah nilai maksimum *likelihood* untuk model lengkap dimana melibatkan variabel prediktor. $L_2(\widehat{\omega})$ adalah nilai maksimum *likelihood* untuk model sederhana tanpa melibatkan prediktor. *Likelihood ratio test* dapat ditulis seperti persamaan (2.14).

$$D(\hat{\boldsymbol{\theta}}) = -2 \left(\ln L_2(\hat{\omega}) - \ln L_2(\hat{\Omega}) \right) \quad (2.14)$$

sehingga diperoleh

$$D(\hat{\boldsymbol{\theta}}) = 2 \left[\left(n\hat{\lambda}_0 - \sum_{i=1}^n \exp(\mathbf{x}_i^T \hat{\boldsymbol{\beta}}_1) - \sum_{i=1}^n \exp(\mathbf{x}_i^T \hat{\boldsymbol{\beta}}_2) + \sum_{i=1}^n \ln \hat{B}_i \right) - \right]$$

$$\left(n\hat{\lambda}_{\omega,0} - \sum_{i=1}^n \exp(\hat{\beta}_{1,0}) - \sum_{i=1}^n \exp(\hat{\beta}_{2,0}) + \sum_{i=1}^n \ln \hat{B}_{i,0} \right) \quad (2.15)$$

$D(\hat{\theta})$ adalah devians dari model regresi bivariat poisson. $D(\hat{\theta})$ mengikuti distribusi χ^2 dengan derajat bebas ($a - b$), dimana a adalah jumlah paramater dibawah populasi dan b adalah jumlah parameter dibawah H_0 . Kriteria pengujian adalah tolak H_0 apabila $D(\hat{\theta}) > \chi^2_{(\alpha;a-b)}$. Nilai devians semakin kecil jika parameter didalam model semakin bentambah (McCullagh dan Nelder, 1989).

Apabila keputusan pengujian serentak adalah tolak H_0 maka langkah selanjutnya adalah melakukan pengujian parameter secara parsial untuk mengetahui parameter mana saja yang memberikan pengaruh yang signifikan terhadap model. Hipotesis yang digunakan adalah sebagai berikut :

$$H_0: \beta_{jl} = 0; j = 1, 2; l = 1, 2, \dots, k$$

$$H_1: \beta_{jl} \neq 0; j = 1, 2; l = 1, 2, \dots, k$$

Statistik uji yang digunakan adalah seperti persamaan berikut.

$$Z = \frac{\hat{\beta}_{jl}}{se(\hat{\beta}_{jl})}; j=1,2; l=1,2, \dots, k \quad (2.16)$$

$se(\hat{\beta}_{jl})$ merupakan standar error $\hat{\beta}_{jl}$. Nilai $se(\hat{\beta}_{jl})$ diperoleh dengan metode *Bootstrap*. Kriteria pengujian adalah tolak H_0 apabila nilai dari $|Z_{hitung}|$ lebih besar dari nilai $Z_{(\alpha/2)}$ dimana α adalah tingkat signifikansi yang digunakan.

2.4 Geographically Weighted Poisson Regression (GWPR)

GWPR merupakan suatu metode statistika yang sebenarnya pengembangan dari regresi poisson namun yang membedakannya adalah metode ini memperhatikan pembobot berupa letak lintang dan letak bujur dari titik-titik pengamatan yang diamati. Dalam model GWPR variabel respon (Y) dipengaruhi oleh variabel predictor (X) yang koefisien regresinya dipengaruhi letak geografis baik lintang maupun bujur dan disimbolkan (u_i, v_i) . Menurut Nakaya, dkk (2005) model GWPR menghasilkan penaksir parameter yang bersifat lokal untuk setiap titik pengamatan. Berikut ini adalah model GWPR dimana u_i

sebagai koordinat lintang dan v_i sebagai koordinat bujur yang digunakan sebagai pembobot dalam penaksiran parameter nantinya.

$$\begin{aligned} y_i &\sim \text{Poisson}(\lambda_i) \\ \lambda_i &= e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)} \\ \lambda_i &= \exp\left(\beta_0(u_i, v_i) + \sum_{l=1}^k \beta_l(u_i, v_i)x_{il}\right) \end{aligned} \quad (2.17)$$

dimana :

- y_i : Nilai variabel dependent ke-i
- x_{il} : Nilai variabel independent ke-l pada setiap variabel dependent ke-i yang diduga berpengaruh terhadap variabel dependent
- (u_i, v_i) : Koordinat lintang dan bujur pada titik pengamatan dependent ke-i
- $\beta_0(u_i, v_i)$: Parameter intercept regresi berdasarkan titik pengamatan dengan koordinat lintang (u_i) dan koordinat bujur (v_i)
- $\beta_l(u_i, v_i)$: Parameter regresi untuk setiap variabel x ke-l berdasarkan titik pengamatan dengan koordinat lintang (u_i) dan koordinat bujur (v_i)

2.4.1 Penaksiran Parameter Model GWPR

Penaksir parameter model GWPR dilakukan dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dengan memberikan pembobot pada fungsi $\ln likelihood$. Pada langkah awal membentuk fungsi *likelihood*.

$$L(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)) = \prod_{i=1}^n \frac{\exp(-\lambda_i) \lambda_i^{y_i}}{y_i!} \quad (2.18)$$

Setelah didapatkan fungsi *likelihood* model GWPR kemudian dicari fungsi $\ln likelihood$.

$$\begin{aligned} \ln L(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)) &= \sum_{i=1}^n \ln\left(\frac{\exp(-\lambda_i) \lambda_i^{y_i}}{y_i!}\right) \\ &= \sum_{i=1}^n \left(-\exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)) + y_i \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i) - \ln y_i! \right) \end{aligned} \quad (2.19)$$

Pada model GWPR faktor yang diperhatikan sebagai pembobot adalah faktor geografis dari tiap titik-titik pengamatan (daerah). Tentunya setiap daerah memiliki faktor geografis yang berbeda-beda sehingga hal ini menunjukkan

bawa setiap daerah menunjukkan sifat lokal pada model GWPR. Jadi, bentuk fungsi $\ln \text{likelihood}$ dengan pembobot geografis sebagai berikut.

$$\ln L^*(\beta(u_i, v_i)) = \sum_{i=1}^n (-\exp(\mathbf{x}_i^T \beta(u_i, v_i)) + y_i \mathbf{x}_i^T \beta(u_i, v_i) - \ln y_i!)(w_{ij}) \quad (2.20)$$

Proses mendapatkan taksiran parameter model GWPR, maka fungsi $\ln \text{likelihood}$ dengan pembobot geografis diturunkan terhadap $\beta^T(u_i, v_i)$ dan disamakan dengan nol.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L^*(\beta(u_i, v_i))}{\partial \beta^T(u_i, v_i)} &= 0 \\ \sum_{i=1}^n (-\mathbf{x}_i \exp(\mathbf{x}_i^T \beta(u_i, v_i)) + \mathbf{x}_i y_i)(w_{ij}) &= 0 \end{aligned} \quad (2.21)$$

Persamaan (2.20) di atas, tidak dapat diselesaikan secara analitik, sehingga perlu digunakan prosedur iteratif. Dengan cara yang sama pada penaksiran parameter model regresi univariat poisson yaitu menggunakan iterasi numerik Newton Raphson dengan menggunakan persamaan (2.22).

$$\hat{\beta}(u_i, v_i)_{(m+1)} = \hat{\beta}(u_i, v_i)_{(m)} - \mathbf{H}^{-1}(\hat{\beta}(u_i, v_i)_{(m)}) \mathbf{g}(\hat{\beta}(u_i, v_i)_{(m)}) \quad (2.22)$$

dimana

$$\beta(u_i, v_i)_{(m)} = [\beta_0(u_i, v_i) \ \beta_1(u_i, v_i) \ \dots \ \beta_k(u_i, v_i)]^T$$

$$\mathbf{g}(\beta(u_i, v_i)_{(m)}) = \frac{\partial \ln L^*(\beta(u_i, v_i))}{\partial \beta^T(u_i, v_i)}$$

$$\mathbf{H}(\beta(u_i, v_i)_{(m)}) = \frac{\partial^2 \ln L^*(\beta(u_i, v_i))}{\partial \beta(u_i, v_i) \partial \beta^T(u_i, v_i)}$$

Nilai $\beta(u_i, v_i)_{(m)}$ merupakan nilai taksiran parameter lokasi ke- i saat iterasi ke m ,

$\mathbf{g}(\beta(u_i, v_i)_{(m)})$ merupakan vektor gradien dengan parameter $\beta(u_i, v_i)_{(m)}$, dan

$\mathbf{H}(\beta(u_i, v_i)_{(m)})$ adalah invers dari matriks Hessian dengan parameter $\beta(u_i, v_i)_{(m)}$.

Taksiran awal parameter $\beta(u_i, v_i)_{(0)}$ menggunakan metode *Ordinary Least Square*

(OLS). Iterasi akan berhenti apabila nilai dari $\|\beta(u_i, v_i)_{(m+1)} - \beta(u_i, v_i)_{(m)}\| < \varepsilon$, $\varepsilon > 0$ dan sangat kecil.

2.4.2 Pengujian Parameter Model GWPR

Pengujian pertama yang dilakukan adalah menguji kesamaan antara model GWPR dengan model regresi univariat poisson. Berikut adalah hipotesis pengujian kesamaan.

$$H_0: \beta_l(u_i, v_i) = \beta_l$$

$$H_1: \beta_l(u_i, v_i) \neq \beta_l; i = 1, 2, \dots, n; l = 1, 2, \dots, k$$

Statistik uji yang digunakan adalah sebagai berikut

$$F_{hit} = \frac{\text{Devian Model A} / df_A}{\text{Devian Model B} / df_B} \quad (2.23)$$

Misalkan model GWPR disebut model B dengan derajat bebas df_B dan model regresi univariat poisson disebut model A dengan derajat bebas df_A , maka statistik ujinya adalah F_{hit} yang mengikuti distribusi F dengan derajat bebas df_A dan df_B (Fotheringham, Brunsdon, & Charlton, 2002). Untuk mencari nilai devians dari model GWPR adalah dengan persamaan (2.24).

$$D(\hat{\beta}(u_i, v_i)) = -2 \left(\ln L_3(\hat{\omega}) - \ln L_3(\hat{\Omega}) \right) \quad (2.24)$$

$D(\hat{\beta}(u_i, v_i))$ disebut juga dengan devians model GWPR atau *likelihood ratio*.

$D(\hat{\beta}(u_i, v_i))$ mengikuti distribusi χ^2 dengan derajat bebas ($a - b$), dimana a adalah jumlah parameter dibawah populasi dan b adalah jumlah parameter dibawah H_0 . $L_3(\hat{\omega})$ merupakan fungsi *likelihood* untuk himpunan parameter dibawah H_0 , dan $L_3(\hat{\Omega})$ merupakan fungsi *likelihood* dengan himpunan parameter dibawah populasi.

$$L_3(\hat{\omega}) = \prod_{i=1}^n \frac{\exp(-\hat{\lambda}_i) \hat{\lambda}_i^{y_i}}{y_i!}; \hat{\lambda}_i = \exp(\hat{\beta}_0(u_i, v_i))$$

dan

$$L_3(\hat{\Omega}) = \prod_{i=1}^n \frac{\exp(-\hat{\lambda}_i) \hat{\lambda}_i^{y_i}}{y_i!}; \hat{\lambda}_i = \exp\left(\hat{\beta}_0(u_i, v_i) + \sum_{l=1}^k \hat{\beta}_l(u_i, v_i) x_{il}\right)$$

Keputusan pengujian tolak H_0 jika $F_{hit} > F_{(\alpha, df_A, df_B)}$ yang berarti bahwa terdapat perbedaan yang signifikan antara regresi univariat poisson dengan model GWPR.

Namun gagal tolak H_0 jika $F_{hit} \leq F_{(\alpha, df_A, df_A)}$ yang berarti bahwa tidak terdapat perbedaan yang signifikan antara model regresi univariat poisson dengan model GWPR dimana α merupakan taraf signifikansi. Berdasarkan pengujian tersebut kemudian didapatkan keputusan kesamaan antara model regresi univariat poisson dan model GWPR.

Pengujian berikutnya adalah pengujian secara serentak pada model GWPR dengan hipotesis sebagai berikut.

$$H_0: \beta_1(u_i, v_i) = \beta_2(u_i, v_i) = \dots = \beta_k(u_i, v_i) = 0$$

$$H_1: \text{Minimal ada satu } \beta_l(u_i, v_i) \neq 0 ; l = 1, 2, \dots, k$$

Keputusan tolak H_0 jika $D(\hat{\beta}(u_i, v_i)) > \chi^2_{(\alpha; a-b)}$ yang berarti secara bersama-sama parameter berpengaruh signifikan terhadap model.

Pengujian selanjutnya yaitu pengujian secara parsial untuk setiap parameter model GWPR. Berikut ini adalah pengujian hipotesis secara parsial.

$$H_0: \beta_l(u_i, v_i) = 0$$

$$H_1: \beta_l(u_i, v_i) \neq 0; l = 1, 2, \dots, k$$

Statistik uji yang digunakan adalah sebagai berikut

$$t = \frac{\hat{\beta}_l(u_i, v_i)}{se(\hat{\beta}_l(u_i, v_i))}$$

Menurut Nakaya, dkk (2005), statistik uji ini didekati dengan distribusi normal standart sehingga signifikansi test adalah $|t_{hitung}| > t_{(v;\alpha/2)}$ dengan α adalah taraf signifikasi. Jika didapatkan keputusan tersebut maka tolak H_0 berarti parameter ke- k pada lokasi ke- i (u_i, v_i) berpengaruh signifikan terhadap model.

Gagal tolak H_0 jika $|t_{hitung}| \leq t_{(v;\alpha/2)}$ artinya bahwa parameter ke- k pada lokasi ke- i (u_i, v_i) tidak signifikan terhadap model.

2.5 Over/Under Dispersi

Regresi poisson mengasumsikan terjadinya equidispersi yaitu kondisi dimana data variabel respon yang digunakan mempunyai nilai mean dan varians bernilai sama (Winkelmann, 2008). Akan tetapi ada kalanya terdapat kondisi equidispersi tidak terpenuhi, dimana nilai varians lebih besar atau lebih kecil dari nilai mean (*over/under dispersion*), sehingga menghasilkan model regresi poisson

yang kurang sesuai. Kondisi *over/under dispersi* dapat diukur dengan nilai devians yang dibagi dengan derajat bebas. Jika hasil bagi benilai lebih besar dari 1, maka terjadi *over dispersi* pada variabel respon. Jika hasil bagi bernilai lebih kecil dari 1, maka maka terjadi *under dispersi* pada variabel respon yang digunakan.

2.6. Koefisien Korelasi

Koefisien korelasi merupakan suatu indikator atau suatu nilai dalam hubungan linear antara dua variabel (Draper & Smith, 1992). Koefisien korelasi didefiniskan seperti pada persamaan (2.25).

$$r_{y_1, y_2} = \frac{\sum_{i=1}^n (y_{1i} - \bar{y}_1)(y_{2i} - \bar{y}_2)}{\sqrt{\left(\sum_{i=1}^n (y_{1i} - \bar{y}_1)^2 \right) \left(\sum_{i=1}^n (y_{2i} - \bar{y}_2)^2 \right)}} \quad (2.25)$$

Koefisien korelasi dapat menunjukkan dua hubungan, yaitu positif dan negatif. Nilai positif dan negatif ini dikarenakan nilai korelasi berkisar antara -1 hingga 1 atau dapat ditulis $-1 \leq r_{y_1, y_2} \leq 1$. Apabila nilai korelasi mendekati 1, baik itu positif maupun negatif hal tersebut berarti kedua variabel memiliki hubungan yang erat. Nilai korelasi 0 menunjukkan bahwa kedua variabel tidak memiliki hubungan erat secara linier. Nilai korelasi yang positif menunjukkan adanya hubungan berbanding lurus pada dua variabel tersebut, sedangkan nilai korelasi yang negatif menunjukkan hubungan yang berbanding terbalik. Pengujian korelasi untuk variabel respon dilakukan dengan hipotesis sebagai berikut:

$$H_0 : \rho^* = 0; \text{Tidak terdapat hubungan antara } Y_1 \text{ dan } Y_2$$

$$H_1 : \rho^* \neq 0; \text{Terdapat hubungan antara } Y_1 \text{ dan } Y_2$$

Statistik uji yang digunakan pada pengujian ini adalah sebagai berikut.

$$t = \frac{r_{y_1, y_2} \sqrt{n-2}}{\sqrt{1 - (r_{y_1, y_2})^2}} \quad (2.26)$$

Kriteria keputusan adalah tolak H_0 apabila $|t_{hit}| > t_{(\alpha/2, n-2)}$ (McClave, Benson & Sincich, 2010).

2.7 Multikolinieritas

Multikolinieritas merupakan salah satu masalah dalam analisis regresi, seperti halnya *missing* data dan pencilan (*outliers*). Multikolinieritas adalah suatu kondisi dimana variabel-variabel prediktor berkorelasi tinggi. Adanya kasus multikolinieritas dapat mengakibatkan hasil taksiran parameter menjadi tidak akurat. Hal ini dikarenakan *standar error* yang besar dari hasil taksiran parameter dengan signifikansi yang kecil, bahkan menjadi tidak signifikan pada pengujian individu namun sangat signifikan pada pengujian simultan..

Identifikasi masalah multikolinieritas dalam pemodelan regresi poisson juga sangat penting. Variabel prediktor yang berkorelasi tinggi dengan variabel prediktor lain mengakibatkan kedua variabel prediktor tersebut mempunyai nilai yang sebanding. Nilai yang sebanding ini menyebabkan matriks dari variabel prediktor tidak memiliki invers sehingga proses penaksiran dalam model regresi poisson tidak dapat dilakukan.

Menurut Gujarati (2004) salah satu cara mengidentifikasi adanya kasus multikolinieritas yaitu dengan melihat nilai *Variance-Inflating Factor* (VIF) yang lebih dari 10. Nilai VIF menunjukkan bagaimana variansi dari hasil takisran parameter meningkat karena adanya multikolinieritas. Nilai VIF dirumuskan oleh persamaan (2.27).

$$VIF = \frac{1}{1 - R_j^2} \quad (2.27)$$

R_j^2 adalah koefisien determinasi antara x_j dengan variabel prediktor lainnya.

Masalah multikolinieritas juga dapat diatasi dengan beberapa cara, diantaranya yaitu dengan mengeluarkan variabel prediktor yang berkorelasi tinggi, melakukan transformasi data, menambah data, menggunakan regresi *ridge* atau dapat juga menggunakan *Principal Component Analysis* (PCA).

2.8 Efek Spasial

Pemodelan pada data spasial dapat dikelompokkan berdasarkan tipe data spasial yang digunakan yaitu spasial titik dan spasial area. Masing-masing tipe data spasial tersebut dapat dikelompokkan lagi berdasarkan jenis data yang digunakan yaitu *cross sectional* dan *time-series*. Pemodelan data spasial selalu

melibatkan matriks pembobot spasial. Sedangkan efek spasial pada data dapat berupa *error* yang saling berkorelasi (dependensi spasial) maupun keragaman (heterogenitas) spasial antar lokasi. Berikut akan diuraikan lebih lanjut mengenai penentuan matriks pembobot dan kedua efek spasial tersebut.

2.8.1 Spatial Dependence

Spatial dependence atau dependensi spasial merupakan salah satu permasalahan utama pada data spasial. Adanya dependensi spasial menunjukkan bahwa pengamatan pada lokasi yang satu dipengaruhi oleh pengamatan di lokasi yang lain. Untuk mengetahui hal tersebut perlu dilakukan identifikasi keberadaan efek spasial pada data yang digunakan. Salah satu pengujian yang dapat digunakan untuk mengidentifikasi adanya dependensi spasial yaitu dengan pengujian Moran's I. Statistik Moran's I sering digunakan dalam autokerelasi spasial, yang juga merupakan ukuran korelasi antar pengamatan di lokasi yang satu dengan lokasi yang lain. Ukuran dari Moran's I dinyatakan Lee & Wong (2001) dengan persamaan (2.28).

$$I = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij}} \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij} (y_i - \bar{y})(y_j - \bar{y})}{\sum_{j=1}^n (y_j - \bar{y})^2} \quad (2.28)$$

dengan I adalah Indeks Moran yang bernilai $-1 \leq I \leq 1$

Nilai Indeks Moran yang mendekati -1 atau 1 menunjukkan adanya autokorelasi (ρ) yang tinggi antar residual di lokasi yang satu dengan lokasi yang lain. Hal tersebut akan tergambar melalui pemodelan dengan menggunakan Spasial Error Model (SEM), Spasial Autoregressive Model (SAR) maupun Spasial Durbin Model (SDM). Adanya ρ pada model menunjukkan keberadaan dependensi spasial atau pengaruh pengamatan di lokasi satu oleh pengamatan di lokasi yang lain. Nilai Indeks Moran yang sama dengan 0 menunjukkan tidak adanya autokorelasi. Pengujian dependensi spasial menggunakan Moran's I, dilakukan dengan hipotesis berikut.

$$H_0 : \rho = 0 \text{ (tidak ada dependensi spasial)}$$

$$H_1 : \rho \neq 0 \text{ (ada dependensi spasial)}$$

Statistik uji yang digunakan adalah sebagai berikut:

$$Z_{hit} = \frac{I - E(I)}{\sqrt{\text{var}(I)}} \quad (2.29)$$

dimana

I = Nilai Indeks Moran's

$E(I)$ = Nilai ekspektasi dari indeks Moran's

$\text{Var}(I)$ = Variansi dari indeks Moran's

Kriteria keputusan adalah tolak H_0 jika $|Z_{hitung}| > Z_{\alpha/2}$

2.8.2 Spatial Heterogeneity

Permasalahan pada data spasial selain dependensi spasial adalah adanya heterogenitas spasial. Heterogenitas spasial disebabkan karena adanya perbedaan karakteristik dari pengamatan di lokasi yang satu dengan pengamatan di lokasi yang lain. Menurut Anselin (1988), efek spasial yang berupa heterogenitas spasial ini dapat diidentifikasi menggunakan pengujian *Breusch-Pagan*. Hipotesis yang digunakan adalah sebagai berikut.

$H_0 : \sigma_1^2 = \dots = \sigma_n^2 = \sigma^2$ (Tidak terdapat heterogenitas)

$H_1 : \text{Minimal ada } \sigma_i^2 \neq \sigma^2$ (terdapat heterogenitas)

Statistik uji *Breusch-Pagan* (BP) adalah sebagai berikut

$$BP = \left(\frac{1}{2} \right) \mathbf{h}^T \mathbf{Z} (\mathbf{Z}^T \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{Z}^T \mathbf{h} \quad (2.30)$$

dengan

$$\mathbf{h} = (h_1, h_2, \dots, h_n)^T \text{ dengan } h_i = \frac{e_i^2}{\sigma^2} - 1$$

$$e_i = y_i - \hat{y}_i, (\hat{y}_i \text{ diperoleh dari metode OLS})$$

σ^2 = Varians dari y

\mathbf{Z} = Matriks berukuran $n \times (k+1)$ yang berisi vektor yang sudah dinormalisasi (z) untuk setiap pengamatan

Kriteria keputusan yaitu tolak H_0 jika statistik uji $BP > \chi^2_{(k)}$ atau $p\text{-value} < \alpha$.

2.8.3 Matriks Pembobot Spasial

Pembobot memiliki peranan penting pada data spasial, karena nilai suatu pembobot merupakan perwakilan dari lokasi dimana masing-masing data diambil. Informasi mengenai suatu lokasi dapat direpresentasikan oleh sebuah titik koordinat, seperti Garis Lintang dan Garis Bujur. Berdasarkan informasi spasial tersebut dapat diperhitungkan jarak titik koordinat antar lokasi sehingga diharapkan kekuatan dari dependensi spasial akan menurun dengan adanya jarak tersebut. Lokasi yang berdekatan seharusnya menunjukkan hubungan kemiripan, begitu juga sebaliknya. Lokasi yang berjauhan juga memperlihatkan adanya keragaman spasial. Keragaman spasial antara lokasi yang satu dengan lokasi yang lain ditunjukkan dengan adanya matriks pembobot \mathbf{W} yang entri-entrinya merupakan fungsi dari jarak *Euclidian* antar lokasi. Pembentukan fungsi pembobot dari jarak *Euclidian* salah satunya dapat menggunakan fungsi kernel (*kernel function*). Fungsi pembobot \mathbf{W} yang digunakan merupakan fungsi kontinu dari jarak *Euclidian* karena parameter yang dihasilkan dapat berubah secara drastis ketika lokasi pengamatan berubah. Menurut Nakaya, dkk (2005) salah satu alternatif fungsi pembobot yang digunakan adalah fungsi *Adaptive Bisquare Kernel*. Fungsi kernel adaptif yaitu fungsi kernel yang memiliki *bandwidth* yang berbeda pada setiap lokasi pengamatan. Fungsi *Adaptive Bisquare Kernel* yaitu:

$$w_{ij} = \begin{cases} \left(1 - \left(\frac{d_{ij}}{G_i}\right)^2\right)^2; & \text{untuk } d_{ij} \leq G_i \\ 0; & \text{untuk } d_{ij} > G_i \end{cases} \quad (2.31)$$

dimana

$$d_{ij} = \sqrt{(u_i - u_j)^2 + (v_i - v_j)^2} \quad (2.32)$$

d_{ij} adalah jarak *Euclidian* antara lokasi ke- i dan lokasi ke- j . Sedangkan G_i adalah parameter penghalus atau yang disebut sebagai *bandwidth* dari lokasi ke- i . *Bandwidth* dapat dianalogikan sebagai radius suatu lingkaran, sehingga sebuah titik yang berada didalam radius lingkaran dianggap masih memiliki pengaruh. Penentuan *bandwidth* optimum juga memiliki peranan penting dalam pembentukan matriks pembobot. Besar kecilnya *bandwidth* yang digunakan akan

berpengaruh pada ketepatan model yang berkaitan dengan variansi dan bias dari penaksir yang dihasilkan. Oleh karena itu, *bandwidth* optimum diperlukan untuk mengatur besar kecilnya variansi dan bias tersebut (Nakaya, dkk, 2005). Pemilihan *bandwidth* optimum dapat dilakukan dengan metode *Cross Validation* (CV). Metode CV ini didefinisikan oleh persamaan (2.33).

$$CV(G) = \sum_{i=1}^n \left(y_i - \hat{y}_{\neq i}(G) \right)^2 \quad (2.33)$$

Dengan $\hat{y}_{\neq i}(G)$ menunjukkan nilai penaksir y_j ketika pengamatan di lokasi (u_i, v_i) tidak diikutsertakan pada penaksiran dan n menunjukkan jumlah lokasi pengamatan. Nilai CV minimum dapat diperoleh ketika *bandwidth* yang optimum.

2.9 Penyakit Kusta dan Penularannya

Kusta adalah penyakit menular yang disebabkan oleh infeksi bakteri *Mycobacterium leprae*. Penatalaksanaan kasus yang buruk dapat menyebabkan kusta menjadi progresif, menyebabkan kerusakan permanen pada kulit, saraf, anggota gerak, dan mata (Kemenkes, 2013). Penyakit ini sering kali menimbulkan masalah yang sangat kompleks. Masalah yang dimaksud bukan hanya dari segi medis tetapi meluas sampai masalah sosial, ekonomi, budaya, keamanan dan ketahanan nasional. Di Indonesia terdapat dua klasifikasi dalam penyakit kusta. Klasifikasi ini bertujuan untuk menentukan regimen pengobatan dan untuk perencanaan operasional. Klasifikasi yang pertama adalah penyakit kusta tipe PB (Pausi Basiler) atau biasa disebut dengan kusta kering, dan yang kedua adalah tipe MB (Multi Basiler) atau biasa disebut dengan kusta basah (Hiswani, 2001).

Kuman kusta dapat hidup diluar tubuh manusia antara 1– 9 hari tergantung pada suhu atau cuaca, dan diketahui hanya kuman kusta yang utuh (solid) saja yang dapat menimbulkan penularan (Hiswani, 2001). Ketidakmampuan kuman ini bertahan pada cuaca yang panas mengakibatkan kuman ini akan cepat mati, sehingga tidak dapat masuk kedalam tubuh seseorang. Dalam hal ini, kondisi geografis suatu wilayah dapat mempengaruhi kelangsungan hidup kuman kusta yang dapat menyebabkan penularan penyakit kepada orang lain.

Konsep hidup bersih dan sehat merupakan salah satu faktor untuk mencegah terjadinya suatu penyakit. Apabila konsep ini tidak dilaksanakan dengan baik, maka sudah sangat jelas akan meningkatkan resiko seseorang untuk terkena suatu penyakit. Simunati (2013) dalam penelitiannya menyimpulkan bahwa umumnya kejadian penyakit kusta dapat diakibatkan perilaku hidup bersih (*Hygiene*) yang kurang baik. Hal dapat disebabkan kuman micobakterium leprae mampu hidup diluar tubuh manusia. *Hygiene* perorangan termasuk kedalam tindakan pencegahan primer yang spesifik dimana hal itu merupakan kompetensi seseorang mempertahankan kesehatannya. *Hygiene* perorangan menjadi penting karena dapat meminimalkan pintu masuk mikroorganisme yang ada dimanapun dan pada akhirnya mencegah seseorang terkena penyakit.

Informasi dini kepada masyarakat tentang penyakit ini merupakan hal yang baik untuk dilakukan. Informasi ini bertujuan untuk memberikan pemahaman tentang cara penularan dan dampak dari penyakit kusta sehingga masyarakat bisa lebih awal untuk mencegahnya. Ruslan (2013) dalam penelitiannya mengungkapkan bahwa pengetahuan merupakan salah satu faktor predisposisi untuk terbentuknya sebuah perilaku baru, dengan demikian untuk mendapatkan pengetahuan yang baik terkait dengan perilaku pencarian pengobatan kusta pada fasilitas kesehatan diperlukan adanya informasi yang terus menerus dan berkesinambungan baik kepada penderita kusta itu sendiri maupun kepada masyarakat umum. Peningkatan pengetahuan masyarakat tentang kusta bisa dilakukan dengan optimalisasi penyuluhan. Penyuluhan kesehatan sebagai salah satu konsep pendidikan kesehatan memiliki tujuan untuk menambah pengetahuan dan mengubah perilaku masyarakat yang tidak sehat menjadi sehat.

Lingkungan merupakan tempat bagi setiap orang dalam melakukan aktifitas keseharian. Lingkungan yang sehat antara lain mencakup lingkungan pemukiman. Tinggal di daerah pemukiman yang sehat merupakan keinginan dari setiap orang agar dapat terhindar dari berbagai macam penyakit. Menurut Ress (1975) dalam Zulkifli (2001) penularan penyakit kusta dapat disebabkan oleh lingkungan yang kurang sehat baik fisik, bilogis dan sosial. Hal ini senada dengan penelitian yang dilakukan oleh Norlatifah, dkk (2010) yang menyimpulkan bahwa kondisi fisik suatu rumah juga mempengaruhi penularan penyakit kusta.

Pemerintah Indonesia dalam keputusan menteri kesehatan telah mendefinisikan rumah sehat adalah bangunan rumah tinggal yang memenuhi syarat kesehatan yaitu memiliki jamban sehat, tempat pembuangan sampah, sarana air bersih, sarana pembuangan air limbah, ventilasi baik, kepadatan hunian rumah sesuai dan lantai rumah tidak dari tanah (Kemenkes, 2013).

Penderita penyakit kusta yang terlambat mendapatkan pengobatan akan mengalami cacat fisik sehingga menimbulkan masalah sosial. Ketersedian tenaga medis disuatu wilayah merupakan salah satu faktor yang menunjang kefektifan pengobatan suatu penyakit. Jumlah tenaga medis disuatu wilayah yang endemik kusta merupakan hal yang penting untuk memaksimalkan pengobatan kepada penderita. Hal ini dikarenakan penderita akan mendapatkan kesempatan lebih banyak dalam pelayanan kesehatan. Menurut Hiswani (2001), pengobatan terhadap penyakit kusta bukan hanya untuk menyembuhkan penderita tetapi untuk memutuskan mata rantai penularan. Pengobatan penderita kusta ditujukan untuk mematikan kuman kusta sehingga tidak berdaya merusak jaringan tubuh, dan tanda-tanda penyakit menjadi kurang aktif dan akhirnya hilang. Dengan hancurnya kuman maka sumber penularan dari penderita keorang lain akan terputus.

Faktor lain juga yang menunjang keefektifan pengobatan adalah dengan teraturnya penderita untuk meminum obat. Penghasilan keluarga setiap bulannya digunakan untuk membiayai kebutuhan keluarga sehar-hari. Adanya berbagai keresahan dibidang sosio ekonomi keluarga, khususnya masyarakat yang pendapatannya kecil. Dengan penghasilan yang kecil, mengelurkan biaya terasa berat bagi penderita datang ke pelayanan kesehatan dan puskesmas. Dengan tidak datangnya mereka ke puskesmas membuat penderita tidak akan teratur untuk meminum obat. Dari hasil penelitian Fajar (2002) di Kabupaten Gresik menghasilkan bahwa ada pengaruh penghasilan yang rendah terhadap pengobatan teratur.

Berdasarkan uraian yang dapat dijelaskan, maka dapat disimpulkan bahwa penyebab penyakit kusta dipengaruhi oleh banyak faktor yang meliputi faktor lingkungan yang diwakili oleh variabel rumah sehat, faktor perilaku yang diwakili oleh variabel rumah tangga yang berperilaku hidup bersih dan sehat, faktor

pengetahuan yang diwakili oleh variabel penyuluhan kesehatan, faktor pengobatan yang diwakili oleh variabel ketersediaan sarana kesehatan, dan faktor ekonomi yang diwakili oleh variabel penduduk miskin.

BAB 3

METODE PENELITIAN

3.1 Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang berasal dari Data Profil Kesehatan Propinsi Jawa Timur Tahun 2012. Pada penelitian ini yang dijadikan sebagai unit observasi adalah kabupaten/kota di Jawa Timur. Propinsi Jawa Timur terdiri dari 29 kabupaten dan 9 kota, sehingga unit observasi sebanyak 38 kabupaten/kota.

3.2 Variabel Penelitian

Variabel penelitian yang digunakan dalam penelitian ini terdiri dari dua variabel respon (Y) dan lima variabel prediktor (X). Variabel respon dalam penelitian ini adalah.

- Jumlah kasus kusta PB (Y_1).

Jumlah seluruh kasus kusta PB yang tercatat dan yang ada di wilayah kerja Puskesmas termasuk kasus yang ditemukan di Rumah Sakit tahun 2012 di kabupaten/kota di Jawa Timur.

- Jumlah kasus kusta MB (Y_2).

Jumlah seluruh kasus kusta MB yang tercatat dan yang ada di wilayah kerja Puskesmas termasuk kasus yang ditemukan di Rumah Sakit tahun 2012 di kabupaten/kota di Jawa Timur.

Sedangkan lima variabel prediktornya adalah faktor-faktor yang berhubungan dengan penyebab dan penularan penyakit kusta.

- Persentase penduduk miskin (X_1).

Pada umumnya penyakit kusta terdapat di negara yang sedang berkembang, dan sebagian besar penderitanya adalah dari golongan ekonomi lemah. Umumnya negara-negara endemis kusta adalah negara dengan tingkat sosial ekonomi rendah (Zulkifli, 2003).

b. Persentase rumah tangga berperilaku hidup bersih dan sehat (X_2).

Rumah tangga yang ber-Perilaku Hidup Bersih dan Sehat (PHBS) akan menciptakan lingkungan yang bersih dan sehat. Menurut Zulkifli (2003) faktor lingkungan yang sehat juga berpengaruh terhadap penularan penyakit kusta.

c. Persentase kegiatan penyuluhan kesehatan (X_3).

Penyuluhan yang diberikan pada kelompok orang yang sehat yang belum terkena penyakit kusta adalah proses peningkatan pengetahuan, kemauan, dan kemampuan masyarakat yang belum menderita sakit sehingga dapat memelihara, meningkatkan dan melindungi kesehatannya dari penyakit kusta (Hutabarat, 2008)

d. Rasio Tenaga Medis (X_4).

Pengobatan kepada penderita kusta adalah merupakan salah satu cara pemutusan mata rantai penularan (Zulkifli, 2003). Pengobatan penderita kusta ditujukan untuk mematikan kuman kusta. Jumlah tenaga medis meliputi dokter, dokter spesialis dan perawat disuatu wilayah memberikan kesempatan kepada penderita untuk mendapatkan pelayanan kesehatan yang lebih banyak dan pengobatan lebih efektif sehingga penularan penyakit bisa diminimalisir.

e. Presentasi Rumah Sehat (X_5)

Rumah Sehat adalah bangunan rumah tinggal yang memenuhi syarat kesehatan yaitu memiliki jamban sehat, tempat pembuangan sampah, sarana air bersih, sarana pembuangan air limbah, ventilasi baik, kepadatan hunian rumah sesuai dan lantai rumah tidak dari tanah. Sehingga hal ini berperan sangat penting dalam penularan penyakit. Kondisi fisik rumah yang tidak baik tertular penyakit kusta lebih besar dibandingkan orang yang tinggal dengan kondisi fisik rumah yang baik (Norlatifah, dkk, 2010).

Definisi operasional dari masing-masing variabel dan struktur data yang digunakan akan diuraikan pada berikut ini.

Tabel 3.1 Variabel Penelitian dan Definisi Operasional

Variabel	Definisi Operasional
Jumlah kasus kusta PB (Y_1)	Jumlah kasus kusta PB yang tercatat di tiap kabupaten/ kota di Provinsi Jawa Timur

Tabel 3.1 Variabel Penelitian dan Definisi Operasional (Lanjutan)

Variabel	Definisi Operasional
Jumlah kasus kusta MB (Y ₂)	Jumlah kasus kusta MB yang tercatat di tiap kabupaten/ kota di Provinsi Jawa Timur
Persentase penduduk miskin (X ₁)	Hasil bagi dari jumlah penduduk yang miskin dengan jumlah penduduk secara keseluruhan di tiap kabupaten/ kota di Provinsi Jawa Timur
Persentase rumah tangga berperilaku hidup bersih dan sehat (X ₂)	Hasil bagi jumlah rumah tangga yang ber-PHBS dengan jumlah rumah tangga yang di pantau di tiap kabupaten/kota di Provinsi Jawa Timur.
Persentase kegiatan penyuluhan kesehatan (X ₃).	Hasil bagi jumlah kegiatan penyuluhan kesehatan dengan jumlah penduduk di tiap kabupaten/kota di Provinsi Jawa Timur.
Rasio Tenaga Medis (X ₄).	Rasio Tenaga Medis adalah Dokter Umum dan Spesialis yang memberikan pelayanan kesehatan di suatu wilayah (di Puskesmas, Rumah Sakit, dan sarana pelayanan kesehatan lain) per 100.000 penduduk
Persentase Rumah Sehat. (X ₅)	Hasil bagi jumlah rumah sehat dengan jumlah rumah yang diperiksa/dibina di tiap kabupaten/kota di Provinsi Jawa Timur.

Tabel 3.2 Struktur Data Penelitian

Kab/Kota	Y ₁	Y ₂	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	u _i	v _i
1	y _{1,1}	y _{2,1}	x _{1,1}	x _{2,1}	x _{3,1}	x _{4,1}	x _{5,1}	u ₁	v ₁
2	y _{1,2}	y _{2,2}	x _{1,2}	x _{2,2}	x _{3,2}	x _{4,2}	x _{5,2}	u ₂	v ₂
3	y _{1,3}	y _{2,3}	x _{1,3}	x _{2,3}	x _{3,3}	x _{4,3}	x _{5,3}	u ₃	v ₃
4	y _{1,4}	y _{2,4}	x _{1,4}	x _{2,4}	x _{3,4}	x _{4,4}	x _{5,4}	u ₄	v ₄
5	y _{1,5}	y _{2,5}	x _{1,5}	x _{2,5}	x _{3,5}	x _{4,5}	x _{5,5}	u ₅	v ₅
:	:	:	:	:	:	:	:	:	:
38	y _{1,38}	y _{2,38}	x _{1,38}	y _{2,38}	x _{3,38}	x _{4,38}	x _{5,38}	u ₃₈	v ₃₈

Variabel geografis yang menunjukkan lokasi masing-masing kabupaten/kota di Jawa Timur ditunjukkan oleh Garis Lintang Selatan (u_i) dan Garis Bujur Timur (v_i)

3.3 Metode Analisis

Langkah-langkah dalam analisis untuk setiap tujuan penelitian adalah sebagai berikut :

1. Langkah-langkah untuk mendapatkan penaksir parameter pada model GWBPR adalah sebagai berikut :
 - a. Membentuk fungsi *likelihood* dari model GWBPR yaitu

$$L(\lambda_0(u_i, v_i), \beta_1(u_i, v_i), \beta_2(u_i, v_i)) = \prod_{i=1}^n \left[e^{-(\lambda_0(u_i, v_i) + \lambda_1(u_i, v_i) + \lambda_2(u_i, v_i))} \sum_{k=0}^{\min(y_{li}, y_{2i})} \frac{\lambda_1(u_i, v_i)^{y_{li}-k} \lambda_2(u_i, v_i)^{y_{li}-k} \lambda_0(u_i, v_i)^k}{(y_{li}-k)! (y_{li}-k)! (k)!} \right]$$

- b. Melakukan transformasi bentuk persamaan $\lambda_j(u_i, v_i) + \lambda_0(u_i, v_i) = e^{x_i^T \beta_j(u_i, v_i)}$ terhadap fungsi *likelihood*.
- c. Menetapkan fungsi $\ln \text{likelihood}$ $Q = \ln L(\lambda_0(u_i, v_i), \beta_1(u_i, v_i), \beta_2(u_i, v_i))$
- d. Mengalikan fungsi Q dengan pembobot geografis w_{ij} sehingga diperoleh fungsi Q^*
- e. Menurunkan fungsi Q^* terhadap parameter $\lambda_0(u_i, v_i)$, $\beta_1(u_i, v_i)$, $\beta_2(u_i, v_i)$ kemudian disama dengan nol.
- f. Apabila langkah sebelumnya menghasilkan bentuk yang tidak *close form* maka untuk menyelesaiakannya menggunakan iterasi Newton-Raphson dengan persamaan.

$$\hat{\theta}(u_i, v_i)_{(m+1)} = \hat{\theta}(u_i, v_i)_{(m)} - \mathbf{H}^{-1}(\hat{\theta}(u_i, v_i)_{(m)}) \mathbf{g}(\hat{\theta}(u_i, v_i)_{(m)})$$

dimana

$$\theta(u_i, v_i) = (\lambda_0(u_i, v_i) \quad \beta_1^T(u_i, v_i) \quad \beta_2^T(u_i, v_i))^T$$

$$\mathbf{g}(\theta(u_i, v_i)) = \left(\frac{\partial Q^*}{\partial \lambda_0(u_i, v_i)} \quad \frac{\partial Q^*}{\partial \beta_1(u_i, v_i)} \quad \frac{\partial Q^*}{\partial \beta_2(u_i, v_i)} \right)^T$$

$$\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}(u_i, v_i)) = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \lambda_0^2(u_i, v_i)} & & & & \\ \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \lambda_0(u_i, v_i) \partial \beta_1^T(u_i, v_i)} & \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \beta_1(u_i, v_i) \partial \beta_1^T(u_i, v_i)} & & & \\ \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \lambda_0(u_i, v_i) \partial \beta_2^T(u_i, v_i)} & \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \beta_1(u_i, v_i) \partial \beta_2^T(u_i, v_i)} & \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \beta_2(u_i, v_i) \partial \beta_2^T(u_i, v_i)} & & \\ & & & & \end{pmatrix}$$

Simetris

Nilai taksiran awal parameter $\hat{\boldsymbol{\theta}}(u_i, v_i)_{(0)}$ menggunakan nilai taksiran yang diperoleh dari regresi bivariat poisson. Nilai $\hat{\boldsymbol{\theta}}(u_i, v_i)_{(0)}$ merupakan sekumpulan penaksir parameter yang konvergen saat iterasi ke-m. Jika belum mendapatkan penaksiran parameter yang konvergen, maka diproses kembali hingga iterasi ke $m = m+1$. Iterasi akan berhenti apabila nilai dari $\|\hat{\boldsymbol{\theta}}(u_i, v_i)_{(m+1)} - \hat{\boldsymbol{\theta}}(u_i, v_i)_{(m)}\| < \varepsilon$, $\varepsilon > 0$ dan sangat kecil.

2. Langkah-langkah untuk mendapatkan statistik uji pada model GWBPR adalah sebagai berikut :

a. Melakukan pengujian kesamaan model GWBPR dan regresi bivariat poisson untuk menguji signifikansi faktor geografis yang memberikan pengaruh pada variabel lokal. Hipotesis pada pengujian yang membandingkan kesamaan antara model GWBPR dengan model regresi bivariat poisson ini adalah sebagai berikut :

$$H_0: \beta_{jl}(u_i, v_i) = \beta_{jl}; \text{ dengan } j = 1, 2; l = 1, 2, \dots, k$$

$$H_1: \text{paling sedikit ada satu } \beta_{jl}(u_i, v_i) \neq \beta_{jl}$$

b. Pengujian hipotesis secara serentak :

1) Membentuk hipotesis untuk menguji model GWBPR :

$$H_0: \beta_{j1}(u_i, v_i) = \dots = \beta_{jl}(u_i, v_i) = 0; \text{ dengan } j = 1, 2; l = 1, 2, \dots, k$$

$$H_1: \text{paling sedikit ada satu } \beta_{jl}(u_i, v_i) \neq 0$$

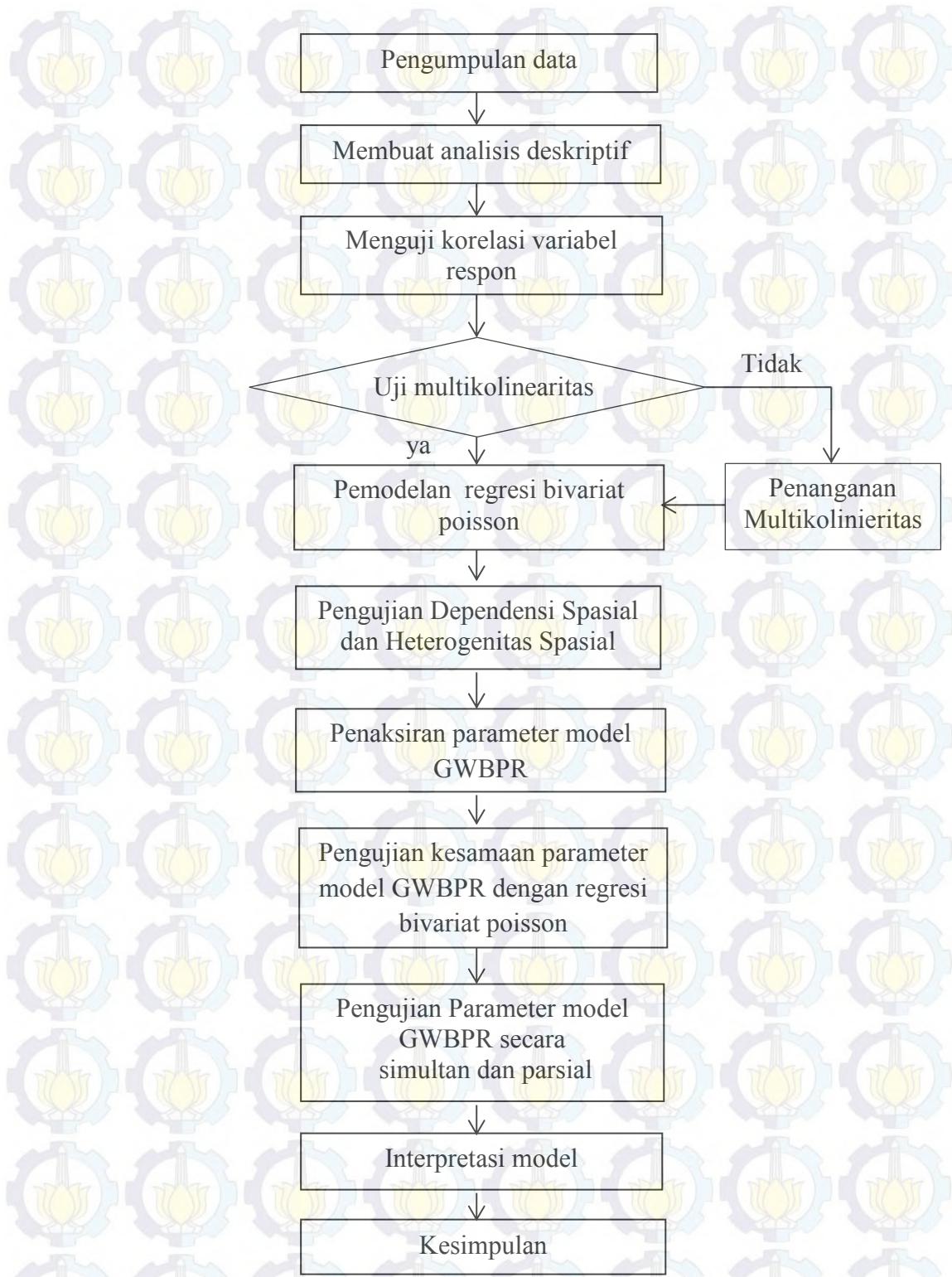
2) Menentukan himpunan parameter-parameter di bawah $H_0 (\omega)$

3) Membuat fungsi *likelihood* di bawah $H_0 (L(\omega))$

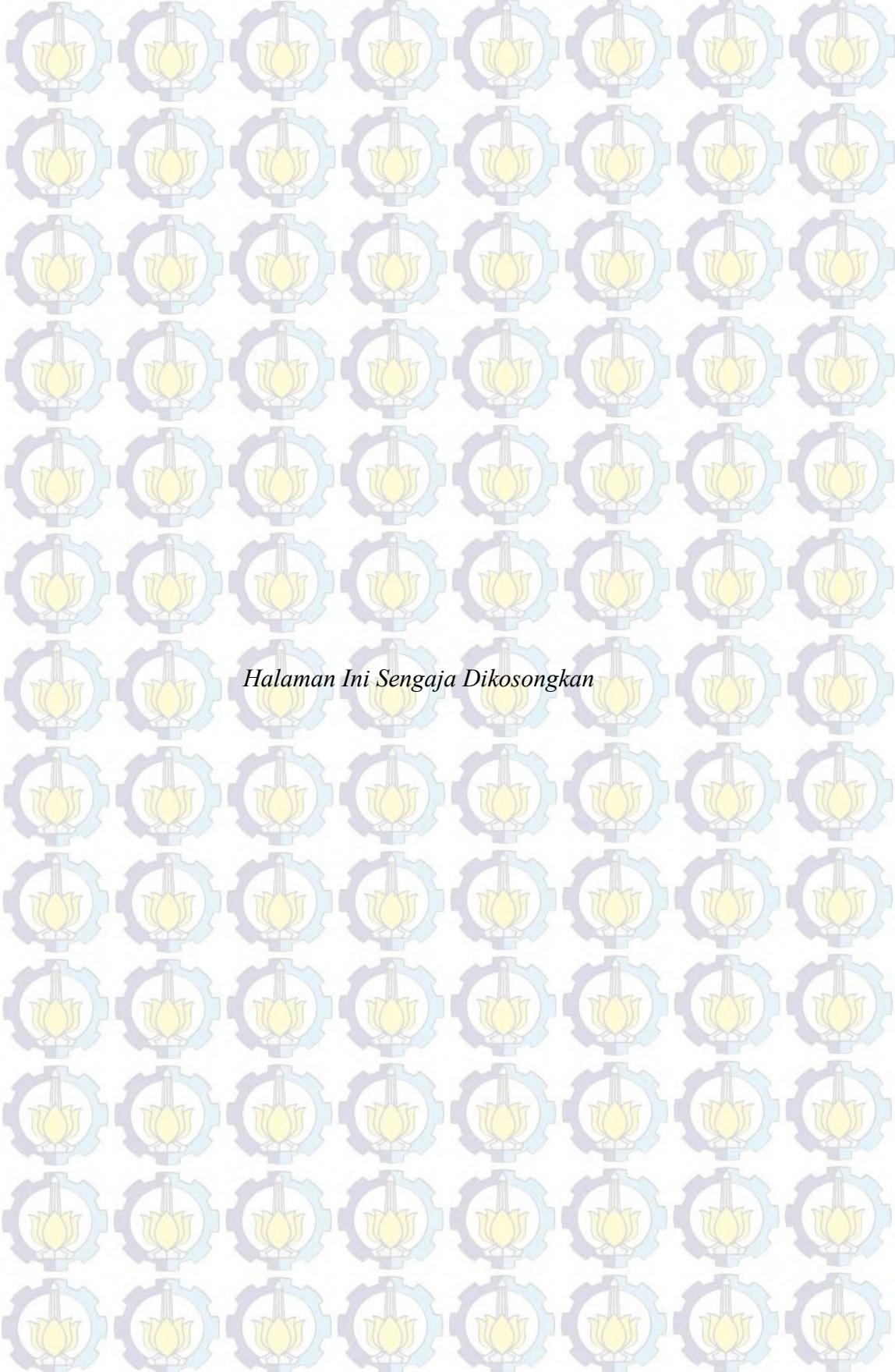
4) Menentukan himpunan parameter-parameter di bawah populasi (Ω)

5) Membuat fungsi *likelihood* di bawah populasi $L(\Omega)$

- 6) Menentukan statistik uji dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Ratio Test* (MLRT).
- 7) Menentukan daerah penolakan H_0 .
- c. Pengujian hipotesis secara parsial.
- 1) Hipotesis untuk menguji signifikansi parameter β
- $$H_0: \beta_{jl}(u_i, v_i) = 0$$
- $$H_1: \beta_{jl}(u_i, v_i) \neq 0; j = 1, 2; l = 1, 2, \dots k$$
- 2) Menentukan statistik uji.
 - 3) Menentukan daerah penolakan H_0 .
3. Langkah-langkah untuk menentukan faktor-faktor yang berpengaruh terhadap penyakit kusta PB dan kusta MB dengan pendekatan model GWBPR adalah sebagai berikut.
- a. Membuat analisis deskriptif terhadap variabel respon dan variabel prediktor.
 - b. Menguji korelasi untuk variabel respon.
 - c. Mendeteksi kasus multikolinearitas dari variabel prediktor dengan menggunakan kriteria uji VIF.
 - d. Memodelkan dengan regresi bivariat poisson dan menentukan nilai devians dari model.
 - e. Melakukan Uji Dependensi dan Heterogenitas Spasial.
 - f. Melakukan penaksiran parameter model GWBPR dengan menggunakan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE).
 - g. Melakukan Pengujian kesamaan parameter model GWBPR dengan regresi bivariat poisson.
 - h. Melakukan pengujian hipotesis simultan dan parsial untuk model GWBPR.
 - i. Melakukan interpretasi model yang didapatkan.
 - j. Membuat kesimpulan dari hasil analisis.



Gambar 3.1 Diagram Alir Penelitian



Halaman Ini Sengaja Dikosongkan

BAB 4

HASIL DAN PEMBAHASAN

Bagian awal bab ini akan membahas tentang proses penaksiran parameter pada model GWBPR. Pembahasan selanjutnya yaitu pembentukan statistik uji pada pengujian parameter model GWBPR baik secara simultan maupun secara parsial. Model GWBPR kemudian akan digunakan dalam pemodelan jumlah kasus kusta PB dan MB di Provinsi Jawa Timur tahun 2012 serta mencari faktor-faktor yang mempengaruhinya.

4.1 Penaksir Paramater Model GWBPR

Penaksiran parameter model GWBPR dilakukan dengan menggunakan metode *Maksimum Likelihood Estimation* (MLE). Metode MLE yaitu dengan memaksimumkan fungsi *likelihood*. Fungsi *likelihood* dari model GWBPR seperti persamaan (4.1).

$$L(\lambda_0(u_i, v_i), \beta_1(u_i, v_i), \beta_2(u_i, v_i)) = \prod_{i=1}^n \left[e^{-(\lambda_0(u_i, v_i) + \beta_1(u_i, v_i) + \beta_2(u_i, v_i))} \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} \frac{\lambda_1(u_i, v_i)^{y_{1i}-k} \lambda_2(u_i, v_i)^{y_{2i}-k} \lambda_0(u_i, v_i)^k}{(y_{1i}-k)!(y_{2i}-k)!k!} \right] \quad (4.1)$$

melakukan transformasi persamaan (4.2) kedalam persamaan (4.1)

$$\lambda_j(u_i, v_i) + \lambda_0(u_i, v_i) = e^{x_i^T \beta_j(u_i, v_i)}; j = 1, 2 \quad (4.2)$$

maka diperoleh fungsi *likelihood* seperti pada persamaan (4.3).

$$\begin{aligned} L(\dots) &= \prod_{i=1}^n \left[\exp\left(-\lambda_0(u_i, v_i) - \left(e^{x_i^T \beta_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i)\right) - \left(e^{x_i^T \beta_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i)\right)\right) \right. \\ &\quad \left. \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} \frac{\left(e^{x_i^T \beta_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i)\right)^{(y_{1i}-k)} \left(e^{x_i^T \beta_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i)\right)^{(y_{2i}-k)} \lambda_0^k(u_i, v_i)}{(y_{1i}-k)!(y_{2i}-k)!k!} \right] \\ &= \prod_{i=1}^n \left[\exp\left(\lambda_0(u_i, v_i) - e^{x_i^T \beta_1(u_i, v_i)} - e^{x_i^T \beta_2(u_i, v_i)}\right) \right. \\ &\quad \left. \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} \frac{\left(e^{x_i^T \beta_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i)\right)^{(y_{1i}-k)} \left(e^{x_i^T \beta_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i)\right)^{(y_{2i}-k)} \lambda_0^k(u_i, v_i)}{(y_{1i}-k)!(y_{2i}-k)!k!} \right] \quad (4.3) \end{aligned}$$

Persamaan (4.3) bisa kita sederhanakan menjadi persamaan (4.4).

$$L(\dots) = \prod_{i=1}^n \left[\exp\left(\lambda_0(u_i, v_i) - e^{x_i^T \beta_1(u_i, v_i)} - e^{x_i^T \beta_2(u_i, v_i)}\right) B_i \right] \quad (4.4)$$

dimana

$$B_i = \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} \frac{\lambda_0^k(u_i, v_i) \left(e^{x_i^T \beta_1(u_i, v_i)} - \lambda_0 \right)^{(y_{1i}-k)} \left(e^{x_i^T \beta_2(u_i, v_i)} - \lambda_0 \right)^{(y_{2i}-k)}}{k! (y_{1i}-k)! (y_{2i}-k)!}$$

Untuk mendapatkan fungsi *ln likelihood* maka kita akan melakukan transformasi *ln* terhadap persamaan (4.4), sehingga mendapatkan persamaan (4.5).

$$Q = \ln L(\dots) = \sum_{i=1}^n \lambda_0(u_i, v_i) - \sum_{i=1}^n \exp(x_i^T \beta_1(u_i, v_i)) - \sum_{i=1}^n \exp(x_i^T \beta_2(u_i, v_i)) + \sum_{i=1}^n \ln B_i \quad (4.5)$$

Pada model GWBPR faktor yang diperhatikan sebagai pembobot adalah faktor geografis dari tiap titik-titik pengamatan (daerah). Tentunya setiap daerah memiliki faktor geografis yang berbeda-beda sehingga hal ini menunjukkan bahwa setiap daerah menunjukkan sifat lokal pada model GWBPR. Jadi, bentuk fungsi *ln likelihood* dengan pembobot geografis sebagai berikut.

$$\begin{aligned} Q^* &= \sum_{j=1}^n \left(\lambda_0(u_i, v_i) - \exp(x_j^T \beta_1(u_i, v_i)) - \exp(x_j^T \beta_2(u_i, v_i)) + \ln B_j \right) (w_{ij}) \\ Q^* &= \sum_{j=1}^n \lambda_0(u_i, v_i) (w_{ij}) - \sum_{j=1}^n (\exp(x_j^T \beta_1(u_i, v_i))) (w_{ij}) - \sum_{j=1}^n (\exp(x_j^T \beta_2(u_i, v_i))) (w_{ij}) \\ &\quad + \sum_{j=1}^n (\ln B_j) (w_{ij}) \end{aligned} \quad (4.6)$$

dimana w_{ij} adalah pembobot geografis. Untuk mendapatkan taksiran parameter model GWBPR, maka fungsi pada persamaan (4.6) diturunkan masing-masing terhadap $\lambda_0(u_i, v_i)$, $\beta_1^T(u_i, v_i)$, $\beta_2^T(u_i, v_i)$ dan disamakan dengan nol.

- $\frac{\partial Q^*}{\partial \lambda_0(u_i, v_i)} = \sum_{j=1}^n w_{ij} + \sum_{j=1}^n \frac{1}{B_j} \frac{\partial B_j}{\partial \lambda_0(u_i, v_i)} (w_{ij})$

Misalkan

$$B_j = \sum_{k=0}^{\min(y_{1j}, y_{2j})} B_{1,j} \cdot B_{2,j}$$

dimana :

$$B_{1,j} = \frac{\lambda_0^k(u_i, v_i) \left(e^{x_j^T \beta_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right)^{(y_{1j}-k)}}{k!(y_{1j}-k)!}$$

$$\begin{aligned}
B_{2,j} &= \frac{\lambda_0^k(u_i, v_i) \left(e^{\mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right)^{(y_{2j}-k)}}{(y_{2j}-k)!} \\
\frac{\partial B_j}{\partial \lambda_0(u_i, v_i)} &= \sum_{k=0}^{\min(y_{1j}, y_{2j})} \frac{\partial B_{1j}}{\partial \lambda_0(u_i, v_i)} B_{2j} + B_{1j} \frac{\partial B_{2j}}{\partial \lambda_0(u_i, v_i)} \\
&= \sum_{k=0}^{\min(y_{1j}, y_{2j})} \left(\frac{k \lambda_0^{k-1}(u_i, v_i) \left(e^{\mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right)^{y_{1j}-k} - (y_{1j}-k) \lambda_0^k(u_i, v_i) \left(e^{\mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right)^{y_{1j}-k-1}}{k!(y_{1j}-k)!} \right) \\
&\quad \left(\frac{\lambda_0^k(u_i, v_i) \left(e^{\mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right)^{(y_{2j}-k)}}{(y_{2j}-k)!} \right) + \left(\frac{\lambda_0^k(u_i, v_i) \left(e^{\mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right)^{(y_{1j}-k)}}{k!(y_{1j}-k)!} \right) \\
&\quad \left(\frac{-(y_{2j}-k) \left(e^{\mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)} \right)^{(y_{2j}-k-1)}}{(y_{2j}-k)!} \right)
\end{aligned}$$

maka

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Q^*}{\partial \lambda_0(u_i, v_i)} &= \sum_{j=1}^n w_{ij} + \sum_{j=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1j}, y_{2j})} \left[\frac{k}{\lambda_0(u_i, v_i)} - \frac{(y_{1j}-k)}{\left(e^{\mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right)} - \frac{(y_{2j}-k)}{\left(e^{\mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right)} \right] (w_{ij}) \\
0 &= \sum_{j=1}^n w_{ij} + \sum_{j=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1j}, y_{2j})} \left[\frac{k}{\lambda_0(u_i, v_i)} - \frac{(y_{1j}-k)}{\left(e^{\mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right)} - \frac{(y_{2j}-k)}{\left(e^{\mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right)} \right] (w_{ij}) \quad (4.7)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\bullet \quad \frac{\partial Q^*}{\partial \boldsymbol{\beta}_1^T(u_i, v_i)} &= 0 - \sum_{j=1}^n \mathbf{x}_j \left(\exp(\mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) \right) (w_{ij}) - 0 + \sum_{i=1}^n \frac{1}{B_j} \frac{\partial B_j}{\partial \boldsymbol{\beta}_1^T(u_i, v_i)} (w_{ij}) \\
&= - \sum_{j=1}^n \mathbf{x}_j \left(\exp(\mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) \right) (w_{ij}) + \sum_{j=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1j}, y_{2j})} \left[\frac{k!}{\lambda_0^k(u_i, v_i)} \frac{(y_{1j}-k)!}{\left(e^{\mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right)^{(y_{1j}-k)}} \frac{(y_{2j}-k)!}{\left(e^{\mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right)^{(y_{2j}-k)}} \right] \\
&\quad \left[\frac{\lambda_0^k(u_i, v_i)}{k!} - \frac{(y_{1j}-k) \left(e^{\mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right)^{(y_{1j}-k-1)} \left(e^{\mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)} \right)}{(y_{1j}-k)!} \frac{\mathbf{x}_j \left(\exp(\mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) - \lambda_0(u_i, v_i) \right)^{(y_{2j}-k)}}{(y_{2j}-k)!} \right] (w_{ij}) \\
\frac{\partial Q^*}{\partial \boldsymbol{\beta}_1^T(u_i, v_i)} &= - \sum_{j=1}^n \mathbf{x}_j \left(\exp(\mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) \right) (w_{ij}) + \sum_{j=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1j}, y_{2j})} \left[\frac{(y_{1j}-k) \left(e^{\mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)} \right) \mathbf{x}_j}{\left(e^{\mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right)} \right] (w_{ij})
\end{aligned}$$

$$0 = -\sum_{j=1}^n \mathbf{x}_j \left(\exp(\mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) \right) (w_{ij}) + \sum_{i=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1j}, y_{2j})} \left[\frac{(y_{1j} - k) e^{\mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)} \mathbf{x}_j}{(e^{\mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i))} \right] (w_{ij}) \quad (4.8)$$

- $$\begin{aligned} \frac{\partial Q^*}{\partial \boldsymbol{\beta}_2^T(u_i, v_i)} &= 0 - 0 - \sum_{j=1}^n \mathbf{x}_j \left(\exp(\mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) (w_{ij}) + \sum_{i=1}^n \frac{1}{B_j} \frac{\partial B_j}{\partial \boldsymbol{\beta}_2^T(u_i, v_i)} (w_{ij}) \\ &= -\sum_{j=1}^n \mathbf{x}_j \left(\exp(\mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) (w_{ij}) + \sum_{j=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1j}, y_{2j})} \left[\frac{k!}{\lambda_0^k(u_i, v_i)} \frac{(y_{1j} - k)!}{(e^{\mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i))^{(y_{1j}-k)}} \frac{(y_{2j} - k)!}{(e^{\mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i))^{(y_{2j}-k)}} \right] \\ &\quad \left[\frac{\lambda_0^k(u_i, v_i)}{k!} - \frac{(y_{1j} - k)(e^{\mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i))^{(y_{1j}-k-1)}}{(y_{1j} - k)!} \frac{(e^{\mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)}) \mathbf{x}_j}{(e^{\mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i))^{(y_{2j}-k)}} \right] (w_{ij}) \\ \frac{\partial Q^*}{\partial \boldsymbol{\beta}_2^T(u_i, v_i)} &= -\sum_{j=1}^n \mathbf{x}_j \left(\exp(\mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) (w_{ij}) + \sum_{j=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1j}, y_{2j})} \left[\frac{(y_{2j} - k)(e^{\mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)}) \mathbf{x}_j}{(e^{\mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i))} \right] (w_{ij}) \\ 0 &= -\sum_{j=1}^n \mathbf{x}_j \left(\exp(\mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) (w_{ij}) + \sum_{j=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1j}, y_{2j})} \left[\frac{(y_{2j} - k)e^{\mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)} \mathbf{x}_j}{(e^{\mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i))} \right] (w_{ij}) \end{aligned} \quad (4.9)$$

Persamaan (4.7), (4.8), dan (4.9) tidak dapat diselesaikan secara analitik dan tidak *close-form*, sehingga untuk mencari nilai $\hat{\lambda}_0(u_i, v_i)$, $\hat{\boldsymbol{\beta}}_1(u_i, v_i)$, $\hat{\boldsymbol{\beta}}_2(u_i, v_i)$ menggunakan bantuan iterasi numerik Newton-Raphson dengan persamaan (4.10) berikut.

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(u_i, v_i)_{(m+1)} = \hat{\boldsymbol{\theta}}(u_i, v_i)_{(m)} - \mathbf{H}^{-1}(\hat{\boldsymbol{\theta}}(u_i, v_i)_{(m)}) \mathbf{g}(\hat{\boldsymbol{\theta}}(u_i, v_i)_{(m)}) \quad (4.10)$$

dimana

$$\boldsymbol{\theta}(u_i, v_i) = (\lambda_0(u_i, v_i) \ \ \boldsymbol{\beta}_1^T(u_i, v_i) \ \ \boldsymbol{\beta}_2^T(u_i, v_i))^T \quad (4.11)$$

$$\mathbf{g}(\boldsymbol{\theta}(u_i, v_i)) = \left(\frac{\partial Q^*}{\partial \lambda_0(u_i, v_i)} \ \ \frac{\partial Q^*}{\partial \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)} \ \ \frac{\partial Q^*}{\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)} \right)^T \quad (4.12)$$

$$\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}(u_i, v_i)) = \left(\begin{array}{ccc} \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \lambda_0^2(u_i, v_i)} & & \\ \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \lambda_0(u_i, v_i) \partial \boldsymbol{\beta}_1^T(u_i, v_i)} & \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i) \partial \boldsymbol{\beta}_1^T(u_i, v_i)} & \\ \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \lambda_0(u_i, v_i) \partial \boldsymbol{\beta}_2^T(u_i, v_i)} & \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i) \partial \boldsymbol{\beta}_2^T(u_i, v_i)} & \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i) \partial \boldsymbol{\beta}_2^T(u_i, v_i)} \end{array} \right) \quad (4.13)$$

Simetris

Turunan pertama fungsi Q^*

- $\frac{\partial Q^*}{\partial \lambda_0(u_i, v_i)}$ seperti persamaan (4.7)
- $$\begin{aligned} \frac{\partial Q^*}{\partial \beta_1(u_i, v_i)} &= 0 - \sum_{j=1}^n \mathbf{x}_j^T \left(\exp(\mathbf{x}_j^T \beta_1(u_i, v_i)) \right) (w_{ij}) - 0 + \sum_{j=1}^n \frac{1}{B_j} \frac{\partial B_j}{\partial \beta_1^T(u_i, v_i)} (w_{ij}) \\ &= - \sum_{j=1}^n \mathbf{x}_j^T \left(\exp(\mathbf{x}_j^T \beta_1(u_i, v_i)) \right) (w_{ij}) + \sum_{j=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1j}, y_{2j})} \left[\frac{k!}{\lambda_0^k(u_i, v_i)} \frac{(y_{1j}-k)!}{\left(e^{\mathbf{x}_j^T \beta_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right)^{(y_{1j}-k)}} \frac{(y_{2j}-k)!}{\left(e^{\mathbf{x}_j^T \beta_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right)^{(y_{2j}-k)}} \right] \\ &\quad \left[\frac{\lambda_0^k(u_i, v_i)}{k!} - \frac{(y_{1j}-k) \left(e^{\mathbf{x}_j^T \beta_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right)^{(y_{1j}-k-1)}}{(y_{1j}-k)!} \frac{\left(e^{\mathbf{x}_j^T \beta_1(u_i, v_i)} \right)^T \left(e^{\mathbf{x}_j^T \beta_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right)^{(y_{2j}-k)}}{(y_{2j}-k)!} \right] (w_{ij}) \end{aligned}$$
- $$\frac{\partial Q^*}{\partial \beta_1(u_i, v_i)} = - \sum_{j=1}^n \mathbf{x}_j^T \left(\exp(\mathbf{x}_j^T \beta_1(u_i, v_i)) \right) (w_{ij}) + \sum_{j=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1j}, y_{2j})} \left[\frac{(y_{1j}-k) \left(e^{\mathbf{x}_j^T \beta_1(u_i, v_i)} \right)^T \mathbf{x}_j^T}{\left(e^{\mathbf{x}_j^T \beta_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right)} \right] (w_{ij}) \quad (4.14)$$

- $$\begin{aligned} \frac{\partial Q^*}{\partial \beta_2(u_i, v_i)} &= 0 - 0 - \sum_{j=1}^n \mathbf{x}_j^T \left(\exp(\mathbf{x}_j^T \beta_2(u_i, v_i)) \right) (w_{ij}) + \sum_{j=1}^n \frac{1}{B_j} \frac{\partial B_j}{\partial \beta_2^T(u_i, v_i)} (w_{ij}) \\ &= - \sum_{j=1}^n \mathbf{x}_j^T \left(\exp(\mathbf{x}_j^T \beta_1(u_i, v_i)) \right) (w_{ij}) + \sum_{j=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1j}, y_{2j})} \left[\frac{k!}{\lambda_0^k(u_i, v_i)} \frac{(y_{1j}-k)!}{\left(e^{\mathbf{x}_j^T \beta_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right)^{(y_{1j}-k)}} \frac{(y_{2j}-k)!}{\left(e^{\mathbf{x}_j^T \beta_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right)^{(y_{2j}-k)}} \right] \\ &\quad \left[\frac{\lambda_0^k(u_i, v_i)}{k!} - \frac{(y_{1j}-k) \left(e^{\mathbf{x}_j^T \beta_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right)^{(y_{1j}-k-1)}}{(y_{1j}-k)!} \frac{\left(e^{\mathbf{x}_j^T \beta_1(u_i, v_i)} \right)^T \left(e^{\mathbf{x}_j^T \beta_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right)^{(y_{2j}-k)}}{(y_{2j}-k)!} \right] (w_{ij}) \end{aligned}$$
- $$\frac{\partial Q^*}{\partial \beta_2(u_i, v_i)} = - \sum_{j=1}^n \mathbf{x}_j^T \left(\exp(\mathbf{x}_j^T \beta_2(u_i, v_i)) \right) (w_{ij}) + \sum_{j=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1j}, y_{2j})} \left[\frac{(y_{2j}-k) \left(e^{\mathbf{x}_j^T \beta_2(u_i, v_i)} \right)^T \mathbf{x}_j^T}{\left(e^{\mathbf{x}_j^T \beta_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right)} \right] (w_{ij}) \quad (4.15)$$

Turunan kedua fungsi Q^*

- $$\begin{aligned} \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \lambda_0^2(u_i, v_i)} &= \frac{\partial}{\partial \lambda_0(u_i, v_i)} \left[\frac{\partial Q^*}{\partial \lambda_0(u_i, v_i)} \right] \\ &= \frac{\partial}{\partial \lambda_0(u_i, v_i)} \left[\sum_{j=1}^n w_{ij} + \sum_{j=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1j}, y_{2j})} \left[\frac{k}{\lambda_0(u_i, v_i)} - \frac{(y_{1j}-k)}{\left(e^{\mathbf{x}_j^T \beta_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right)} - \frac{(y_{2j}-k)}{\left(e^{\mathbf{x}_j^T \beta_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right)} \right] (w_{ij}) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= 0 + \sum_{j=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1j}, y_{2j})} \left[-\frac{k}{\lambda_0^2(u_i, v_i)} - \frac{(y_{1j}-k)}{\left(e^{\mathbf{x}_j^T \beta_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i)\right)^2} - \frac{(y_{2j}-k)}{\left(e^{\mathbf{x}_j^T \beta_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i)\right)^2} \right] (w_{ij}) \\
&= -\sum_{j=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1j}, y_{2j})} \left[\frac{k}{\lambda_0^2(u_i, v_i)} + \frac{(y_{1j}-k)}{\left(e^{\mathbf{x}_j^T \beta_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i)\right)^2} + \frac{(y_{2j}-k)}{\left(e^{\mathbf{x}_j^T \beta_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i)\right)^2} \right] (w_{ij}) \quad (4.16)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\bullet \quad & \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \lambda_0(u_i, v_i) \partial \beta_1^T(u_i, v_i)} = \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \beta_1^T(u_i, v_i) \partial \lambda_0(u_i, v_i)} \\
& \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \beta_1^T(u_i, v_i) \partial \lambda_0(u_i, v_i)} = \frac{\partial}{\partial \beta_1^T(u_i, v_i)} \left[\frac{\partial Q^*}{\partial \lambda_0(u_i, v_i)} \right] \\
&= \frac{\partial}{\partial \beta_1^T(u_i, v_i)} \left[\sum_{j=1}^n w_{ij} + \sum_{j=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1j}, y_{2j})} \left[\frac{k}{\lambda_0(u_i, v_i)} - \frac{(y_{1j}-k)}{\left(e^{\mathbf{x}_j^T \beta_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i)\right)} - \frac{(y_{2j}-k)}{\left(e^{\mathbf{x}_j^T \beta_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i)\right)} \right] (w_{ij}) \right] \\
&= 0 + \sum_{j=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1j}, y_{2j})} \left[0 + \frac{(y_{1j}-k) \left(e^{\mathbf{x}_j^T \beta_1(u_i, v_i)} \right) \mathbf{x}_j}{\left(e^{\mathbf{x}_j^T \beta_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right)^2} - 0 \right] (w_{ij}) \\
&\frac{\partial^2 Q^*}{\partial \lambda_0(u_i, v_i) \partial \beta_1^T(u_i, v_i)} = \sum_{j=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1j}, y_{2j})} \left[\frac{(y_{1j}-k) \left(e^{\mathbf{x}_j^T \beta_1(u_i, v_i)} \right) \mathbf{x}_j}{\left(e^{\mathbf{x}_j^T \beta_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right)^2} \right] (w_{ij}) \quad (4.17)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\bullet \quad & \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \lambda_0(u_i, v_i) \partial \beta_2^T(u_i, v_i)} = \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \beta_2^T(u_i, v_i) \partial \lambda_0(u_i, v_i)} \\
& \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \beta_2^T(u_i, v_i) \partial \lambda_0(u_i, v_i)} = \frac{\partial}{\partial \beta_2^T(u_i, v_i)} \left[\frac{\partial Q^*}{\partial \lambda_0(u_i, v_i)} \right] \\
&= \frac{\partial}{\partial \beta_2^T(u_i, v_i)} \left[\sum_{j=1}^n w_{ij} + \sum_{j=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1j}, y_{2j})} \left[\frac{k}{\lambda_0(u_i, v_i)} - \frac{(y_{1j}-k)}{\left(e^{\mathbf{x}_j^T \beta_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i)\right)} - \frac{(y_{2j}-k)}{\left(e^{\mathbf{x}_j^T \beta_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i)\right)} \right] (w_{ij}) \right] \\
&= 0 + \sum_{j=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1j}, y_{2j})} \left[0 - 0 + \frac{(y_{2j}-k) \left(e^{\mathbf{x}_j^T \beta_2(u_i, v_i)} \right) \mathbf{x}_j}{\left(e^{\mathbf{x}_j^T \beta_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right)^2} \right] (w_{ij}) \\
&\frac{\partial^2 Q^*}{\partial \lambda_0(u_i, v_i) \partial \beta_2^T(u_i, v_i)} = \sum_{j=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1j}, y_{2j})} \left[\frac{(y_{2j}-k) \left(e^{\mathbf{x}_j^T \beta_2(u_i, v_i)} \right) \mathbf{x}_j}{\left(e^{\mathbf{x}_j^T \beta_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right)^2} \right] (w_{ij}) \quad (4.18)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \bullet \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \beta_1(u_i, v_i) \partial \beta_1^T(u_i, v_i)} = \frac{\partial}{\partial \beta_1(u_i, v_i)} \left[\frac{\partial Q^*}{\partial \beta_1^T(u_i, v_i)} \right] \\
&= \frac{\partial}{\partial \beta_1(u_i, v_i)} \left[-\sum_{j=1}^n \mathbf{x}_j \left(\exp(\mathbf{x}_j^T \beta_1(u_i, v_i)) \right) (w_{ij}) + \sum_{j=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1j}, y_{2j})} \left[\frac{(y_{1j} - k) \left(e^{\mathbf{x}_j^T \beta_1(u_i, v_i)} \right) \mathbf{x}_j}{\left(e^{\mathbf{x}_j^T \beta_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right)} \right] (w_{ij}) \right] \\
&= -\sum_{j=1}^n \mathbf{x}_j \left(\exp(\mathbf{x}_j^T \beta_1(u_i, v_i)) \right) \mathbf{x}_j^T (w_{ij}) + \sum_{j=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1j}, y_{2j})} \left[\frac{(y_{1j} - k) \mathbf{x}_j \left(e^{\mathbf{x}_j^T \beta_1(u_i, v_i)} \right) \mathbf{x}_j^T \left(e^{\mathbf{x}_j^T \beta_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right)}{\left(e^{\mathbf{x}_j^T \beta_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right)^2} \right. \\
&\quad \left. - \frac{(y_{1j} - k) \left(e^{\mathbf{x}_j^T \beta_1(u_i, v_i)} \right) \mathbf{x}_j \left(e^{\mathbf{x}_j^T \beta_1(u_i, v_i)} \right) \mathbf{x}_j^T}{\left(e^{\mathbf{x}_j^T \beta_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right)^2} \right] (w_{ij}) \\
&= -\sum_{j=1}^n \mathbf{x}_j \mathbf{x}_j^T \left(\exp(\mathbf{x}_j^T \beta_1(u_i, v_i)) \right) (w_{ij}) - \sum_{j=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1j}, y_{2j})} \left[\frac{(y_{1j} - k) \mathbf{x}_j \mathbf{x}_j^T \left(e^{\mathbf{x}_j^T \beta_1(u_i, v_i)} \right) \lambda_0(u_i, v_i)}{\left(e^{\mathbf{x}_j^T \beta_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right)^2} \right] (w_{ij}) \quad (4.19)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \bullet \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \beta_2(u_i, v_i) \partial \beta_2^T(u_i, v_i)} = \frac{\partial}{\partial \beta_2(u_i, v_i)} \left[\frac{\partial Q^*}{\partial \beta_2^T(u_i, v_i)} \right] \\
&= \frac{\partial}{\partial \beta_2(u_i, v_i)} \left[-\sum_{j=1}^n \mathbf{x}_j \left(\exp(\mathbf{x}_j^T \beta_2(u_i, v_i)) \right) (w_{ij}) + \sum_{j=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1j}, y_{2j})} \left[\frac{(y_{2j} - k) \left(e^{\mathbf{x}_j^T \beta_2(u_i, v_i)} \right) \mathbf{x}_j}{\left(e^{\mathbf{x}_j^T \beta_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right)} \right] (w_{ij}) \right] \\
&= -\sum_{j=1}^n \mathbf{x}_j \left(\exp(\mathbf{x}_j^T \beta_2(u_i, v_i)) \right) \mathbf{x}_j^T (w_{ij}) + \sum_{j=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1j}, y_{2j})} \left[\frac{(y_{2j} - k) \mathbf{x}_j \left(e^{\mathbf{x}_j^T \beta_2(u_i, v_i)} \right) \mathbf{x}_j^T \left(e^{\mathbf{x}_j^T \beta_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right)}{\left(e^{\mathbf{x}_j^T \beta_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right)^2} \right. \\
&\quad \left. - \frac{(y_{2j} - k) \left(e^{\mathbf{x}_j^T \beta_2(u_i, v_i)} \right) \mathbf{x}_j \left(e^{\mathbf{x}_j^T \beta_2(u_i, v_i)} \right) \mathbf{x}_j^T}{\left(e^{\mathbf{x}_j^T \beta_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right)^2} \right] (w_{ij}) \\
&= -\sum_{j=1}^n \mathbf{x}_j \mathbf{x}_j^T \left(\exp(\mathbf{x}_j^T \beta_2(u_i, v_i)) \right) (w_{ij}) - \sum_{j=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1j}, y_{2j})} \left[\frac{-(y_{2j} - k) \mathbf{x}_j \mathbf{x}_j^T \left(e^{\mathbf{x}_j^T \beta_2(u_i, v_i)} \right) \lambda_0(u_i, v_i)}{\left(e^{\mathbf{x}_j^T \beta_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right)^2} \right] (w_{ij}) \quad (4.20)
\end{aligned}$$

$$\bullet \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \beta_1(u_i, v_i) \partial \beta_2^T(u_i, v_i)} = \frac{\partial}{\partial \beta_1(u_i, v_i)} \left[\frac{\partial Q^*}{\partial \beta_2^T(u_i, v_i)} \right]$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)} \left[-\sum_{j=1}^n \mathbf{x}_j \left(\exp(\mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) \right) (w_{ij}) + \sum_{j=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1j}, y_{2j})} \left[\frac{(y_{2j} - k) \left(e^{\mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)} \right) \mathbf{x}_j}{\left(e^{\mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right)} \right] (w_{ij}) \right] \\
&= \mathbf{0}
\end{aligned} \tag{4.21}$$

Adapun langkah-langkah penaksiran parameter dengan bantuan iterasi Newton-Raphson adalah sebagai berikut :

1. Menentukan nilai taksiran awal parameter $\hat{\boldsymbol{\theta}}(u_i, v_i)_{(0)}$ dengan menggunakan nilai $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ yang diperoleh dari model regresi bivariat poisson kemudian di subtitusikan ke persamaan (4.11) sehingga diperoleh
$$\boldsymbol{\theta}(u_i, v_i)_{(0)} = \left(\lambda_0(u_i, v_i)_{(0)} \quad \boldsymbol{\beta}_1^T(u_i, v_i)_{(0)} \quad \boldsymbol{\beta}_2^T(u_i, v_i)_{(0)} \right)^T$$
2. Membentuk vektor gradien $\mathbf{g}(\boldsymbol{\theta}(u_i, v_i))$ dengan mensubtitusikan persamaan (4.7), (4.14) dan (4.15) ke dalam persamaan (4.12).
3. Membentuk matriks Hessian $\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}(u_i, v_i))$ dengan mensubtitusikan persamaan (4.16), (4.17), (4.18), (4.19), (4.20), dan (4.21) ke dalam persamaan (4.13).
4. Memasukkan nilai $\hat{\boldsymbol{\theta}}(u_i, v_i)_{(0)}$ ke dalam elemen-elemen vektor $\mathbf{g}(\boldsymbol{\theta}(u_i, v_i))$ dan matriks $\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}(u_i, v_i))$, sehingga diperoleh vektor gradien $\mathbf{g}(\hat{\boldsymbol{\theta}}(u_i, v_i)_{(0)})$ dan matriks Hessian $\mathbf{H}(\hat{\boldsymbol{\theta}}(u_i, v_i)_{(0)})$.
5. Mulai dari $m = 0$ dilakukan iterasi pada persamaan (4.10). Nilai $\hat{\boldsymbol{\theta}}(u_i, v_i)_{(m)}$ merupakan sekumpulan penaksir parameter yang konvergen saat iterasi ke- m .
6. Jika belum mendapatkan penaksiran parameter yang konvergen, maka dilanjutkan kembali ke langkah 5 hingga iterasi ke $m = m+1$. Iterasi akan berhenti apabila nilai dari $\|\hat{\boldsymbol{\theta}}(u_i, v_i)_{(m+1)} - \hat{\boldsymbol{\theta}}(u_i, v_i)_m\| \leq \varepsilon$, ε adalah bilangan yang sangat kecil.

Proses iterasi Newton-Raphson diatas akan dilakukan untuk setiap lokasi $k-i$, sehingga akan mendapatkan nilai $\hat{\boldsymbol{\theta}}(u_i, v_i)$ yang bersifat lokal untuk setiap wilayah.

4.2 Pengujian Parameter Model GWBPR

Pengujian parameter diperlukan untuk mengetahui kelayakan suatu model. Pengujian parameter pada model GWBPR dilakukan dengan menggunakan *Maximum Likelihood Ratio Test* (MLRT). Pengujian parameter ini meliputi pengujian kesamaan model GWBPR dengan regresi bivariat poisson, pengujian serentak dan pengujian parsial parameter model GWBPR. Pengujian serentak terdiri dari pengujian serentak parameter $\beta_1(u_i, v_i)$ dan $\beta_2(u_i, v_i)$. Sedangkan pengujian parsial mencakup pengujian parsial pada setiap parameter $\beta_1(u_i, v_i)$ dan parameter $\beta_2(u_i, v_i)$. Masing-masing pengujian beserta hipotesis dan statistik *likelihood ratio* yang digunakan akan diuraikan lebih lanjut berikut ini.

4.2.1 Pengujian Kesamaaan Model GWBPR

Pengujian kesamaan model GWBPR dilakukan untuk menguji signifikansi faktor geografis yang memberikan pengaruh pada variabel lokal. Pengujian ini membandingkan kesamaan antara model GWBPR dengan model regresi bivariat poisson, dengan hipotesis sebagai berikut:

$$H_0: \beta_{jl}(u_i, v_i) = \beta_{jl} ; \text{ dengan } j = 1, 2; l = 1, 2, \dots, k$$

$$H_1: \text{paling sedikit ada satu } \beta_{jl}(u_i, v_i) \neq \beta_{jl}$$

Statistik uji yang digunakan pada pengujian ini merupakan ukuran perbandingan nilai *likelihood ratio* dari model regresi bivariat poisson dan model GWBPR, yang dituliskan dalam bentuk:

$$F_{hit} = \frac{D(\hat{\Theta}) / df_1}{D(\hat{\Theta}(u_i, v_i)) / df_2} \quad (4.22)$$

$D(\hat{\Theta})$ menyatakan nilai devians dari model regresi bivariat poisson dengan derajat bebas df_1 dan $D(\hat{\Theta}(u_i, v_i))$ menyatakan nilai devians dari model GWBPR dengan derajat df_2 (Fotheringham dkk, 2002).

Langkah pertama, akan ditentukan bentuk $D(\hat{\Theta})$. Nilai devians dibentuk dari himpunan parameter di bawah H_0 (ω) dan dibawah populasi (Ω). Nilai devians model regresi bivariat poisson diperoleh dengan menyelesaikan persamaan (2.27). $D(\hat{\Theta})$ mengikuti distribusi χ^2 dengan derajat bebas $df_1 = (a - b)$,

dimana a adalah jumlah paramater dibawah populasi dan b adalah jumlah parameter dibawah H_0 .

Selanjutnya nilai devians dari model GWBPR, dibentuk dari himpunan paramater dibawah H_0 (ω) dan dibawah populasi (Ω). Himpunan parameter dibawah H_0 adalah $\omega = \{\lambda_{\omega,0}(u_i, v_i), \beta_{1,0}(u_i, v_i), \beta_{2,0}(u_i, v_i)\}$ sehingga fungsi likelihoodnya sebagai berikut :

$$\begin{aligned} L(\omega) &= \prod_{i=1}^n f(y_i; \lambda_{\omega,0}(u_i, v_i); \beta_{1,0}(u_i, v_i); \beta_{2,0}(u_i, v_i)) \\ L(\omega) &= \prod_{i=1}^n \left(\exp\left(\lambda_{\omega,0}(u_i, v_i) - e^{\beta_{1,0}(u_i, v_i)} - e^{\beta_{2,0}(u_i, v_i)}\right) \cdot B_{i,0} \right) \end{aligned} \quad (4.23)$$

dengan

$$B_{i,0} = \sum_{k=0}^{\min(y_{1j}, y_{2j})} \frac{\left(e^{\beta_{1,0}(u_i, v_i)} - \lambda_{\omega,0}(u_i, v_i)\right)^{y_{1j}-k} \left(e^{\beta_{2,0}(u_i, v_i)} - \lambda_{\omega,0}(u_i, v_i)\right)^{y_{2j}-k} \lambda_{\omega,0}^{-k}(u_i, v_i)}{(y_{1j}-k)! (y_{2j}-k)! k!}$$

Transformasi ln fungsi pada persamaan (4.23) adalah sebagai berikut

$$\ln L(\omega) = \sum_{i=1}^n \lambda_{\omega,0}(u_i, v_i) - \sum_{i=1}^n \exp(\beta_{1,0}(u_i, v_i)) - \sum_{i=1}^n \exp(\beta_{2,0}(u_i, v_i)) + \sum_{i=1}^n \ln B_{i,0} \quad (4.24)$$

Selanjutnya $\ln L(\omega)$ dikalikan dengan pembobot geografis sehingga fungsinya menjadi

$$\ln L^*(\omega) = \sum_{j=1}^n \lambda_{\omega,0}(u_i, v_i) w_{ij} - \sum_{j=1}^n \exp(\beta_{1,0}(u_i, v_i)) w_{ij} - \sum_{j=1}^n \exp(\beta_{2,0}(u_i, v_i)) w_{ij} + \sum_{j=1}^n \ln B_{j,0} w_{ij} \quad (4.25)$$

Untuk mencari nilai $\hat{\lambda}_{\omega,0}(u_i, v_i)$, $\hat{\beta}_{1,0}(u_i, v_i)$, dan $\hat{\beta}_{2,0}(u_i, v_i)$ fungsi persamaan (4.25) diturunkan terhadap masing masing terhadap $\lambda_{\omega,0}(u_i, v_i)$, $\beta_{1,0}(u_i, v_i)$, dan $\beta_{2,0}(u_i, v_i)$ kemudian disamakan dengan nol. Namun hasilnya tidak eksplisit sehingga diperlukan bantuan interasi Newton-Raphson dengan algoritma sebagai berikut.

1. Menentukan taksiran awal parameter $\hat{\lambda}_{\omega,0}(u_i, v_i)$, $\hat{\beta}_{1,0}(u_i, v_i)$, dan $\hat{\beta}_{2,0}(u_i, v_i)$
yaitu

$$\hat{\Psi}(u_i, v_i)_0 = (\hat{\lambda}_{\omega,0}(u_i, v_i) \hat{\beta}_{1,0}(u_i, v_i) \hat{\beta}_{2,0}(u_i, v_i))^T$$

2. Membentuk vektor gradien $\mathbf{g}(\psi(u_i, v_i))$.

$$\mathbf{g}(\psi(u_i, v_i)) = \left(\frac{\partial \ln L^*(\omega)}{\partial \lambda_{\omega,0}(u_i, v_i)}, \frac{\partial \ln L^*(\omega)}{\partial \beta_{1,0}(u_i, v_i)}, \frac{\partial \ln L^*(\omega)}{\partial \beta_{2,0}(u_i, v_i)} \right)^T$$

3. Membuat matriks Hessian $\mathbf{H}(\psi(u_i, v_i))$

$$\mathbf{H}(\psi(u_i, v_i)) = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 \ln L^*(\omega)}{\partial \lambda_{\omega,0}^2(u_i, v_i)} & \frac{\partial^2 \ln L^*(\omega)}{\partial \lambda_{\omega,0}(u_i, v_i) \partial \beta_{1,0}(u_i, v_i)} & \frac{\partial^2 \ln L^*(\omega)}{\partial \lambda_{\omega,0}(u_i, v_i) \partial \beta_{2,0}(u_i, v_i)} \\ \frac{\partial^2 \ln L^*(\omega)}{\partial \beta_{1,0}^2(u_i, v_i)} & \frac{\partial^2 \ln L^*(\omega)}{\partial \beta_{1,0}(u_i, v_i) \partial \beta_{2,0}(u_i, v_i)} & \frac{\partial^2 \ln L^*(\omega)}{\partial \beta_{2,0}^2(u_i, v_i)} \\ simetris & & \end{pmatrix}$$

4. Mensubstitusikan nilai $\hat{\psi}(u_i, v_i)_0$ ke dalam elemen-elemen vektor $\mathbf{g}(\psi(u_i, v_i))$

dan matriks $\mathbf{H}(\psi(u_i, v_i))$ sehingga diperoleh $\mathbf{g}(\hat{\psi}(u_i, v_i)_0)$ dan $\mathbf{H}(\hat{\psi}(u_i, v_i)_0)$

5. Mulai dari $m=0$ dilakukan iterasi pada persamaan

$$\hat{\psi}(u_i, v_i)_{m+1} = \hat{\psi}(u_i, v_i)_m - \mathbf{H}^{-1}(\hat{\psi}(u_i, v_i)_m) \mathbf{g}(\hat{\psi}(u_i, v_i)_m) \quad (4.26)$$

Nilai $\hat{\psi}(u_i, v_i)_m$ merupakan sekumpulan penaksir parameter yang konvergen saat iterasi ke- m . Jika belum mendapatkan penaksir parameter yang konvergen, maka dilanjutkan kembali ke langkah 5 hingga iterasi ke $m=m+1$. Iterasi akan berhenti apabila nilai dari $\|\hat{\psi}(u_i, v_i)_{m+1} - \hat{\psi}(u_i, v_i)_m\| < \varepsilon$, ε adalah bilangan yang sangat kecil.

Proses iterasi Newton-Raphson diatas dilakukan untuk setiap lokasi $k-i$, sehingga akan mendapatkan nilai $\hat{\lambda}_{\omega,0}(u_i, v_i)$, $\hat{\beta}_{1,0}(u_i, v_i)$, dan $\hat{\beta}_{2,0}(u_i, v_i)$ yang bersifat lokal untuk setiap wilayah yang digunakan untuk memaksimumkan fungsi $L(\omega)$.

$$L(\hat{\omega}) = \max_{\omega} L(\omega)$$

$$L(\hat{\omega}) = \prod_{i=1}^n \left(\exp\left(\hat{\lambda}_{\omega,0}(u_i, v_i) - e^{\hat{\beta}_{1,0}(u_i, v_i)} - e^{\hat{\beta}_{2,0}(u_i, v_i)}\right) \cdot \hat{B}_{i,0} \right) \quad (4.27)$$

dengan

$$\hat{B}_{i,0} = \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} \frac{\left(e^{\hat{\beta}_{1,0}(u_i, v_i)} - \hat{\lambda}_{\omega,0}(u_i, v_i)\right)^{y_{1i}-k} \left(e^{\hat{\beta}_{2,0}(u_i, v_i)} - \hat{\lambda}_{\omega,0}(u_i, v_i)\right)^{y_{2i}-k} \hat{\lambda}_{\omega,0}^k(u_i, v_i)}{(y_{1i}-k)!(y_{2i}-k)!k!}$$

Himpunan parameter di bawah populasi adalah $\Omega = \{\lambda_0(u_i, v_i), \beta_1(u_i, v_i), \beta_2(u_i, v_i)\}$, sehingga fungsi *likelihood*nya sebagai berikut :

$$L(\Omega) = \prod_{i=1}^n f(y_i; \lambda_0(u_i, v_i); \beta_1(u_i, v_i); \beta_2(u_i, v_i))$$

$$L(\Omega) = \prod_{i=1}^n \left(\exp\left(\lambda_0(u_i, v_i) - e^{\mathbf{x}_i^T \beta_1(u_i, v_i)} - e^{\mathbf{x}_i^T \beta_2(u_i, v_i)}\right) \cdot B_i \right) \quad (4.28)$$

dengan

$$B_i = \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} \frac{\left(e^{\mathbf{x}_i^T \beta_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i)\right)^{y_{1i}-k} \left(e^{\mathbf{x}_i^T \beta_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i)\right)^{y_{2i}-k} \lambda_0^k(u_i, v_i)}{(y_{1i}-k)!(y_{2i}-k)!k!}$$

$$L(\hat{\Omega}) = \max_{\Omega} L(\Omega)$$

$$L(\hat{\Omega}) = \prod_{i=1}^n \left(\exp\left(\hat{\lambda}_0(u_i, v_i) - e^{\mathbf{x}_i^T \hat{\beta}_1(u_i, v_i)} - e^{\mathbf{x}_i^T \hat{\beta}_2(u_i, v_i)}\right) \cdot \hat{B}_i \right) \quad (4.29)$$

dengan

$$\hat{B}_i = \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} \frac{\left(e^{\mathbf{x}_i^T \hat{\beta}_1(u_i, v_i)} - \hat{\lambda}_0(u_i, v_i)\right)^{y_{1i}-k} \left(e^{\mathbf{x}_i^T \hat{\beta}_2(u_i, v_i)} - \hat{\lambda}_0(u_i, v_i)\right)^{y_{2i}-k} \hat{\lambda}_0^k(u_i, v_i)}{(y_{1i}-k)!(y_{2i}-k)!k!}$$

Dimana nilai $\hat{\lambda}_0(u_i, v_i)$, $\hat{\beta}_1(u_i, v_i)$, dan $\hat{\beta}_2(u_i, v_i)$ diperoleh dari proses iterasi Newton-Raphson pada persamaan (4.10).

Nilai devians dari model GWBPR diperoleh dengan menyelesaikan persamaan (4.30) berikut

$$D(\hat{\theta}(u_i, v_i)) = -2 \ln \left[\frac{L(\hat{\theta})}{L(\hat{\Omega})} \right] = 2 \left[\ln L(\hat{\Omega}) - \ln L(\hat{\theta}) \right]$$

$$D(\hat{\theta}(u_i, v_i)) = 2 \left[\left(\hat{\lambda}_0(u_i, v_i) - \sum_{i=1}^n \exp\left(\mathbf{x}_i^T \hat{\beta}_1(u_i, v_i)\right) \right) - \sum_{i=1}^n \exp\left(\mathbf{x}_i^T \hat{\beta}_2(u_i, v_i)\right) + \sum_{i=1}^n \ln \hat{B}_i \right] -$$

$$\left(\hat{\lambda}_{\omega,0}(u_i, v_i) - \sum_{i=1}^n \exp\left(\hat{\beta}_{1,0}(u_i, v_i)\right) - \sum_{i=1}^n \exp\left(\hat{\beta}_{2,0}(u_i, v_i)\right) + \sum_{i=1}^n \ln \hat{B}_{i,0} \right) \quad (4.30)$$

$D(\hat{\theta}(u_i, v_i))$ mendekati distribusi χ^2 dengan derajat bebas $df_2 = (a - b)$ dimana a menyatakan jumlah parameter model GWBPR di bawah populasi dan b menyatakan jumlah parameter model GWBPR di bawah bawah H_0 .

Setelah diperoleh nilai devians untuk regresi bivariat poisson dan GWBPR, selanjutnya akan ditentukan distribusi dari statistik uji F_{hit} pada persamaan (4.22) dengan menggunakan teknik transformasi variabel. Pertama, akan ditentukan *joint distribution* dari $D(\hat{\theta}) \sim \chi^2_{(df_1)}$ dan $D(\hat{\theta}(u_i, v_i)) \sim \chi^2_{(df_2)}$ yang saling bebas dengan fungsi kepadatan peluang masing-masing $\gamma_{G_1}(g_1)$ dan $\gamma_{G_2}(g_2)$, yaitu;

$$\begin{aligned}\gamma_{G_1, G_2}(g_1, g_2) &= \gamma_{G_1}(g_1)\gamma_{G_2}(g_2) \\ &= \frac{1}{\Gamma\left(\frac{df_1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{df_2}{2}\right)2^{\left(\frac{df_1+df_2}{2}\right)}} g_1^{\left(\frac{df_1}{2}-1\right)} g_2^{\left(\frac{df_2}{2}-1\right)} e^{-\left(\frac{g_1+g_2}{2}\right)}\end{aligned}\quad (4.31)$$

dimana $A = \{(g_1, g_2) | 0 < g_1 < \infty; 0 < g_2 < \infty\}$

Diberikan variabel acak $F = \frac{g_1/df_1}{g_2/df_2}$ dan didefinisikan variabel acak kedua yaitu $H = G_2$, sehingga transformasi dan inversnya dapat dituliskan sebagai berikut.

$$g_1 = \left(\frac{df_1}{df_2} \right) fh \text{ dan } g_2 = h$$

Serta diperoleh matriks *Jacobian* berikut

$$J = \begin{vmatrix} \left(\frac{df_1}{df_2} \right) h & \left(\frac{df_1}{df_2} \right) f \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = \left(\frac{df_1}{df_2} \right) h$$

Transformasi ini merupakan transformasi satu-satu yang memetakan himpunan A ke $B = \{(f, h) | 0 < f < \infty; 0 < h < \infty\}$, sehingga diperoleh distribusi bersama untuk F dan H berikut ini.

$$\begin{aligned}\gamma_{F, H}(f, h) &= \gamma_{G_1, G_2}\left(g_1 = \left(\frac{df_1}{df_2} \right) fh, g_2 = h\right) \cdot |J| \\ &= \frac{1}{\Gamma\left(\frac{df_1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{df_2}{2}\right)2^{\left(\frac{df_1+df_2}{2}\right)}} \left(\frac{df_1}{df_2} fh \right)^{\left(\frac{df_1}{2}-1\right)} h^{\left(\frac{df_2}{2}-1\right)} e^{-\left(\frac{df_1 fh + h}{2}\right)} \left(\frac{df_1}{df_2} h \right)\end{aligned}\quad (4.32)$$

Distribusi dari statistik uji F_{hit} diperoleh dengan menetukan distribusi marginal untuk variabel acak F dari distribusi bersama $\gamma_{F, H}(f, h)$ yang telah diperoleh pada persamaan (4.32), yaitu :

$$\begin{aligned}
\gamma_F(f) &= \int_0^\infty \gamma_{F,H}(f, h) dh \\
&= \int_0^\infty \frac{1}{\Gamma\left(\frac{df_1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{df_2}{2}\right)} 2^{\left(\frac{df_1+df_2}{2}\right)} \left(\frac{df_1}{df_2} fh\right)^{\left(\frac{df_1}{2}-1\right)} h^{\left(\frac{df_2}{2}-1\right)} e^{-\left(\frac{df_1 fh}{2} + \frac{h}{2}\right)} \left(\frac{df_1}{df_2} h\right) dh \\
&= \frac{\left(\frac{df_1}{df_2} f\right)^{\left(\frac{df_1}{2}-1\right)} \frac{df_1}{df_2}}{\Gamma\left(\frac{df_1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{df_2}{2}\right)} 2^{\left(\frac{df_1+df_2}{2}\right)} \int_0^\infty h^{\left(\frac{df_1+df_2}{2}-1\right)} e^{-\frac{h}{2}\left(f \frac{df_1}{df_2} + 1\right)} dh
\end{aligned} \tag{4.33}$$

Misalkan

$$\begin{aligned}
c &= \frac{h}{2} \left(f \frac{df_1}{df_2} + 1 \right) \rightarrow dc = \frac{1}{2} \left(f \frac{df_1}{df_2} + 1 \right) dh \\
h &= \frac{2c}{\left(f \frac{df_1}{df_2} + 1 \right)} \rightarrow dh = \frac{2}{\left(f \frac{df_1}{df_2} + 1 \right)} dc
\end{aligned}$$

Persamaan (4.33) dapat ditulis menjadi

$$\begin{aligned}
\gamma_F(f) &= \frac{\left(\frac{df_1}{df_2} f\right)^{\left(\frac{df_1}{2}-1\right)} \left(\frac{df_1}{df_2}\right)}{\Gamma\left(\frac{df_1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{df_2}{2}\right)} 2^{\left(\frac{df_1+df_2}{2}\right)} \int_0^\infty \frac{2c}{f \frac{df_1}{df_2} + 1} e^{-c \left(f \frac{df_1}{df_2} + 1 \right)} dc \\
&= \frac{\left(\frac{df_1}{df_2} f\right)^{\left(\frac{df_1}{2}-1\right)} \left(\frac{df_1}{df_2}\right) 2^{\left(\frac{df_1+df_2}{2}\right)}}{\Gamma\left(\frac{df_1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{df_2}{2}\right)} \int_0^\infty c^{\left(\frac{df_1+df_2}{2}-1\right)} e^{-c} dc
\end{aligned}$$

Karena $\int_0^\infty c^{\left(\frac{df_1+df_2}{2}-1\right)} e^{-c} dc = \Gamma\left(\frac{df_1}{2} + \frac{df_2}{2}\right)$ maka

$$\gamma_F(f) = \frac{f^{\left(\frac{df_1}{2}-1\right)} \left(\frac{df_1}{df_2}\right)^{\left(\frac{df_1}{2}\right)} \Gamma\left(\frac{df_1}{2} + \frac{df_2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{df_1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{df_2}{2}\right) \left(f \frac{df_1}{df_2} + 1\right)^{\left(\frac{df_1+df_2}{2}\right)}}; 0 < f < \infty \tag{4.34}$$

Dengan demikian, statistik uji F_{hit} mengikuti distribusi F dengan derajat bebas (df_1, df_2). Pada tingkat signifikansi α , kriteria penolakan pada pengujian ini adalah tolak H_0 jika nilai $F_{hit} > F_{(\alpha; df_1, df_2)}$.

4.2.2. Pengujian Serentak Parameter Model GWBPR

Pengujian serentak parameter pada model GWBPR ini dilakukan untuk mengetahui signifikansi parameter $\beta_1(u_i, v_i)$ dan $\beta_2(u_i, v_i)$ secara bersama-sama dengan hipotesis sebagai berikut.

$$H_0: \beta_{j1}(u_i, v_i) = \dots = \beta_{jl}(u_i, v_i) = 0 ; \text{ dengan } j = 1, 2; l = 1, 2, \dots k$$

$$H_1: \text{paling sedikit ada satu } \beta_{jl}(u_i, v_i) \neq 0$$

Pada pengujian ini statistik uji yang digunakan yaitu ukuran *likelihood ratio* (devians). Langkah awal untuk membentuk *likelihood ratio* adalah dengan menentukan himpunan parameter dibawah populasi (Ω) dan dibawah H_0 (ω). Kemudian dibentuk fungsi $\ln \text{likelihood}$ untuk model penuh yang melibatkan seluruh variabel prediktor pada himpunan parameter di bawah populasi dan dimaksimalkan diperoleh $\ln L(\hat{\Omega})$ berikut.

$$\ln L(\hat{\Omega}) = \hat{\lambda}_0(u_i, v_i) - \sum_{i=1}^n \exp(\mathbf{x}_i^T \hat{\beta}_1(u_i, v_i)) - \sum_{i=1}^n \exp(\mathbf{x}_i^T \hat{\beta}_2(u_i, v_i)) + \sum_{i=1}^n \ln \hat{B}_i \quad (4.35)$$

dengan nilai $\hat{\lambda}_0(u_i, v_i)$, $\hat{\beta}_1(u_i, v_i)$ dan $\hat{\beta}_2(u_i, v_i)$ merupakan hasil taksiran parameter yang telah diperoleh pada persamaan (4.10). Sedangkan fungsi $\ln \text{likelihood}$ untuk model yang tidak melibatkan variabel prediktor dibentuk pada himpunan parameter dibawah H_0 dan dimaksimalkan sehingga diperoleh $L(\hat{\omega})$ berikut.

$$\ln L(\hat{\omega}) = \hat{\lambda}_{\omega,0}(u_i, v_i) - \sum_{i=1}^n \exp(\hat{\beta}_{1,0}(u_i, v_i)) - \sum_{i=1}^n \exp(\hat{\beta}_{2,0}(u_i, v_i)) + \sum_{i=1}^n \ln \hat{B}_{i,0} \quad (4.36)$$

dengan nilai $\hat{\lambda}_{\omega,0}(u_i, v_i)$, $\hat{\beta}_{1,0}(u_i, v_i)$ dan $\hat{\beta}_{2,0}(u_i, v_i)$ merupakan penaksir parameter yang diperoleh dari proses iterasi pada persamaan (4.26). Kedua fungsi $\ln \text{likelihood}$ tersebut selanjutnya akan membentuk nilai devians dengan menyelesaikan persamaan (4.30). Pada taraf signifikansi α , kriteria penolakan untuk pengujian adalah tolak H_0 jika $D(\hat{\Theta}(u_i, v_i)) > \chi^2_{(df_2)}$. df_2 adalah derajat bebas dengan $df_2 = (a - b)$ dimana a menyatakan jumlah parameter model

GWBPR di bawah populasi dan b menyatakan jumlah parameter model GWBPR di bawah bawah H_0 .

4.2.3 Pengujian Parsial Parameter Model GWBPR

Selain pengujian secara serentak, pengujian parameter secara parsial pada model GWBPR juga perlu dilakukan untuk mengetahui signifikansi pada masing-masing parameter $\hat{\beta}_1(u_i, v_i)$ dan $\hat{\beta}_2(u_i, v_i)$. Hipotesis pada pengujian ini adalah

$$H_0: \beta_{jl}(u_i, v_i) = 0$$

$$H_1: \beta_{jl}(u_i, v_i) \neq 0; \text{ dengan } j = 1, 2; l = 1, 2, \dots, k; i = 1, 2, \dots, n$$

Statistik uji yang digunakan hipotesis ini adalah statistik uji Z dengan persamaan sebagai berikut :

$$Z_{hit} = \frac{\hat{\beta}_{jl}(u_i, v_i)}{se(\hat{\beta}_{jl}(u_i, v_i))} \quad (4.37)$$

Nilai $se(\hat{\beta}_{jl}(u_i, v_i)) = \sqrt{Var(\hat{\beta}_{jl}(u_i, v_i))}$ dimana nilai $Var(\hat{\beta}_{jl}(u_i, v_i))$ diperoleh dari elemen diagonal utama dari matriks varians dan covarian yang diperoleh dari persamaan berikut :

$$\text{Cov}(\hat{\theta}(u_i, v_i)) = -(\mathbf{H}^{-1}(\hat{\theta}(u_i, v_i))) \quad (4.38)$$

Kriteria penolakan pada pengujian ini adalah tolak H_0 apabila $|Z_{hit}| > Z_{\alpha/2}$ dengan α adalah taraf signifikansi. Untuk setiap lokasi akan dilakukan langkah yang sama, sehingga akan didapatkan nilai standar error dari setiap parameter untuk masing-masing lokasi ke- i .

4.3 Pemodelan Jumlah Kasus Kusta PB dan MB di Jawa Timur Tahun 2012

4.3.1 Deskripsi Jumlah Kasus Kusta PB dan MB di Jawa Timur Tahun 2012

Berdasarkan letak geografis, Jawa Timur terletak pada $7,12^\circ - 8,48^\circ$ Lintang Selatan (LS) dan $111,00^\circ - 114,40^\circ$ Bujur Timur (BT). Jawa Timur terdiri dari 38 wilayah kabupaten/kota terbagi menjadi 29 kabupaten dan 9 kota. Berdasarkan hasil survei yang dilakukan Kementerian Kesehatan Republik Indonesia tahun 2012, Provinsi Jawa Timur merupakan penyumbang jumlah kusta terbanyak di antara provinsi lainnya. Rata-rata penemuan kasus kusta di

Provinsi Jawa Timur per tahun antara 4.000-5.000 orang. Pada tahun 2012, penemuan jumlah kasus baru di Indonesia sebanyak 18.853 kasus, sedangkan penemuan kasus baru di Provinsi Jawa Timur sebanyak 4.842 kasus (25,5% dari jumlah kasus baru di Indonesia). Berdasarkan jumlah kasus tersebut, jumlah kasus kusta PB sebanyak 341 kasus dan jumlah kasus kusta MB sebanyak 4.501 kasus. Dalam penelitian ini juga terdapat lima variabel prediktor yang diduga berpengaruh terhadap jumlah kasus kusta PB dan MB di Jawa Timur. Dengan menggunakan data pada Lampiran 1, maka diperoleh statistik deskriptif terhadap seluruh variabel yang digunakan yang disajikan dalam Tabel 4.1 berikut ini.

Tabel 4.1 Statistik Deskriptif Variabel

Variabel	Total Sampel	Mean	Std. Dev	Minimum	Maksimum
Y ₁	38	8,97	14,29	0,00	71,00
Y ₂	38	118,40	135,90	0,00	553,00
X ₁	38	32,39	13,02	13,24	62,39
X ₂	38	43,72	14,79	8,50	65,74
X ₃	38	1,30	1,06	0,09	4,05
X ₄	38	25,49	34,35	3,51	167,03
X ₅	38	67,84	12,97	38,29	87,17

Berdasarkan Tabel 4.1, jumlah terbanyak kasus kusta PB adalah 71 kasus yang terjadi di Kab Sumenep dan daerah yang tidak terjadi kasus kusta PB pada tahun 2012 adalah Kab Tulungangung, Kab Bondowoso, Kab Ngawi, Kota Kediri, Kota Pasuruan, Kota Madiun, dan Kota Batu. Jumlah kasus kusta PB di Jawa Timur memiliki nilai *mean* sebesar 8,97 dan *standard deviation* sebesar 14,29. Hal ini menggambarkan bahwa kasus kusta PB termasuk golongan penyakit menular yang jarang terjadi di Jawa Timur karena jumlah kasus ini memiliki proporsi yang sangat kecil apabila dibandingkan dengan jumlah penduduk di Jawa Timur. Jumlah kasus kusta MB di Jawa Timur memiliki nilai *mean* sebesar 118,4 dan *standard deviation* sebesar 135,9. Jumlah terbanyak kasus kusta MB adalah 553 kasus yang terjadi di Kab Sampang dan daerah yang tidak terjadi kasus kusta MB pada tahun 2012 adalah Kota Batu. Kasus kusta MB juga termasuk golongan penyakit menular yang jarang terjadi di Jawa Timur karena jumlah kasus ini

memiliki proporsi yang sangat kecil apabila dibandingkan dengan jumlah penduduk di Jawa Timur.

Persentase penduduk miskin (X_1) di masing-masing kab/kota Jawa Timur memiliki perbedaan yang lumayan jauh. Perbedaan ini terlihat dari nilai standar deviasinya yang lumayan besar. Nilai ini dipengaruhi oleh karakteristik yang bebeda-beeda untuk setiap kab/kota di Jawa Timur. Nilai *mean* variabel X_2 menjelaskan bahwa hampir sebagian besar rumah tangga di Jawa Timur memiliki kesadaran tentang perilaku hidup bersih dan sehat sehingga dapat mencegah penularan penyakit kusta. Variabel X_3 menggambarkan masih sedikitnya jumlah kegiatan penyuluhan kesehatan yang diselenggarakan selama tahun 2012 baik secara kelompok maupun massal, baik ditingkat puskesmas, rumah sakit, maupun di dinas kesehatan dibanding jumlah penduduk masing-masing kabupaten/kota. Nilai standar deviasi yang juga kecil menggambarkan kondisi yang tidak berbeda jauh di hampir setiap kabupaten/kota di Jawa Timur.

Jumlah tenaga medis yang sangat bebeda jauh untuk masing-masing kab/kota menyebabkan beberapa wilayah memiliki jumlah kasus kusta yang tinggi. Hal ini terlihat dari nilai *standard deviation* yang besar dari Rasio Tenaga Medis (X_4) di Provinsi Jawa Timur. Nilai *mean* variabel X_5 menjelaskan bahwa penduduk Jawa Timur telah memiliki rumah sehat yang cukup banyak, namun untuk masing-masing kab/kota masih tedapat perbedaan dalam jumlah yang dapat dilihat dari nilai *standard deviation* yang cukup besar.

4.3.2 Pemeriksaan Korelasi Variabel Respon

Analisis GWBPR melibatkan dua variabel respon. Kedua variabel respon tersebut harus saling berhubungan atau saling berkorelasi. Koefisien korelasi antar variabel respon dapat menunjukkan apakah jumlah kasus kusta PB berkorelasi dengan jumlah kasus kusta MB. Nilai koefisien korelasi menunjukkan adanya hubungan yang kuat antar jumlah kasus kusta PB dan MB. Dengan menggunakan data pada Lampiran 1 serta menggunakan persamaan (2.25) maka diperoleh nilai koefisien korelasi antara jumlah kasus kusta PB dan MB sebesar 0,830, hal ini menunjukkan bahwa terdapat hubungan yang erat antara jumlah kasus kusta PB

dan jumlah kasus kusta MB. Untuk melihat signifikansi keeratan hubungan tersebut maka dilakukan pengujian hipotesis sebagai berikut

$$H_0 : \rho^* = 0, \text{ Tidak terdapat hubungan antara } Y_1 \text{ dan } Y_2$$

$$H_1 : \rho^* \neq 0, \text{ Terdapat hubungan antara } Y_1 \text{ dan } Y_2$$

Dengan menggunakan persamaan (2.26) diperoleh nilai $t_{hit} = 8,928$ dan dengan menggunakan taraf signifikansi 5% diperoleh nilai $t_{(0,025;36)} = 2,0438$. Oleh karena $t_{hit} > t_{(0,025;36)}$ maka keputusan adalah tolak H_0 . Kesimpulan yang dihasilkan adalah terdapat hubungan yang signifikan antara jumlah kasus kusta PB dan jumlah kasus kusta MB.

4.3.3 Pemeriksaan Multikolinearitas Variabel Prediktor

Dalam analisis regresi, kasus multikolinieritas memiliki pengaruh besar terhadap hasil estimasi parameter. Oleh sebab itu, sebelum melakukan analisis lebih lanjut dengan regresi bivariat poisson dan GWBPR, terlebih dahulu akan dilakukan pemeriksaan apakah terdapat kasus multikolinieritas antar variabel prediktor. Beberapa cara untuk memeriksa adanya kasus multikolinieritas adalah dengan melihat nilai korelasi antar variabel prediktor dan juga melihat nilai *Variance Inflation Factor* (VIF). Dengan menggunakan data pada Lampiran 1 dan serta menggunakan persamaan (2.25) dan (2.27) maka diperoleh koefisien korelasi nilai VIF untuk masing-masing variabel prediktor yang disajikan pada Tabel 4.2 dan 4.3 dibawah ini.

Tabel 4.2 Nilai Koefisien Korelasi Variabel Prediktor

	X1	X2	X3	X4
X2	-0,370			
X3	0,023	0,076		
X4	-0,359	0,095	0,499	
X5	-0,517	0,485	0,075	0,040

Dari Tabel 4.2 terlihat bahwa antar variabel prediktor tidak memiliki korelasi yang tinggi. Variabel X1 memiliki korelasi yang negatif dengan variabel X2, X4 dan X5. Hal ini menjelaskan bahwa hubungan antara persentase penduduk miskin memiliki hubungan yang terbalik dengan persentase rumah tangga ber-PHBS, rasio tenaga medis dan persentase rumah sehat. Hubungan ini berrarti

bahwa semakin tinggi persentase penduduk miskin maka semakin kecil persentase rumah tangga ber-PHBS, rasio tenaga medis dan persentase rumah sehat di wilayah tersebut. Terhadap X3, variabel X1 memiliki korelasi yang positif. Hal ini menjelaskan bahwa semakin besar persentase penduduk miskin maka persentase kegiatan penyuluhan kesehatan juga semakin bertambah.

Variabel persentase rumah tangga ber-PHBS (X2) memiliki nilai korelasi yang positif terhadap variabel X3, X4, dan X5. Hal ini menjelaskan bahwa semakin besar persentase kegiatan penyuluhan kesehatan maka persentase rumah tangga ber-PHBS semakin besar. Semakin besar rasio tenaga medis maka persentase rumah tangga ber-PHBS maka juga bertambah. Semakin besar persentase rumah tangga ber-PHBS semakin besar maka persentase rumah sehat penduduk akan bertambah. Variabel kegiatan penyuluhan kesehatan (X3) memiliki nilai korelasi yang positif terhadap X4 dan X5. Hal ini menjelaskan bahwa semakin besar rasio tenaga medis maka persentase kegiatan penyuluhan kesehatan semakin besar. Semakin besar persentase kegiatan penyuluhan kesehatan maka persentase rumah sehat penduduk semakin bertambah. Variabel rasio tenaga medis (X4) memiliki nilai korelasi yang positif. Hal ini menjelaskan bahwa semakin besar rasio tenaga medis, maka persentase rumah sehat penduduk juga semakin besar.

Tabel 4.3 Nilai VIF Variabel Prediktor

Variabel	X1	X2	X3	X4	X5
VIF	1,590	1,393	1,451	1,726	1,666

Berdasarkan Tabel 4.3, seluruh variabel prediktor mempunyai nilai VIF<10, sehingga dapat disimpulkan bahwa tidak terdapat kasus multikolinieritas pada lima variabel prediktor yang digunakan. Oleh karena itu, semua variabel prediktor tersebut dapat digunakan dalam pemodelan menggunakan regresi bivariat poisson dan GWBPR.

4.3.4 Pemodelan Jumlah Kasus Kusta PB dan MB dengan Metode Regresi Bivariat Poisson

Berdasarkan data dari Dinas Kesehatan Provinsi Jawa Timur 2012, persebaran jumlah kasus kusta PB dan MB diseluruh kab/kota mengikuti distribusi bivariat poisson. Penaksiran parameter model regresi bivariat poisson menghasilkan nilai taksiran yang bersifat global atau sama untuk masing-masing kab/kota di Jawa Timur, sehingga faktor-faktor yang mempengaruhi terjadinya penyakit kusta PB dan MB diantara kelima variabel prediktor yang digunakan dianggap sama untuk setiap kab/kota. Berdasarkan hasil dari Lampiran 4 diperoleh nilai taksiran paramater model regresi bivariat poisson yang disajikan pada Tabel 4.4 berikut ini.

Tabel 4.4 Hasil Taksiran Parameter Model Regresi Bivariat Poisson

Parameter	Kusta PB (Y_1)			Kusta MB (Y_2)		
	Taksiran	Std Error	Z_{hitung}	Taksiran	Std Error	Z_{hitung}
$\beta_{j,0}$	-1,6708	0,9286368	-1,799	2,6185	0,1223916	21,394*
$\beta_{j,1}$	0,1017	0,0146232	6,955*	0,0413	0,0016492	25,075*
$\beta_{j,2}$	0,0140	0,0063049	2,224*	0,0022	0,0012738	1,698
$\beta_{j,3}$	-0,2770	0,1485888	-1,864	0,0467	0,0209011	2,235*
$\beta_{j,4}$	-0,2385	0,0366798	-6,502*	-0,0460	0,0025055	-18,355*
$\beta_{j,5}$	0,0189	0,0103764	1,817	0,0168	0,0013756	12,190*
$\hat{\lambda}_0 = 3,33672$						

*)Signifikansi pada taraf signifikan 5%

Dalam regresi bivariat poisson akan terbentuk dua model dimana model pertama adalah model untuk jumlah kasus kusta PB, sedangkan model kedua adalah model untuk jumlah kasus kusta MB. Karlis dan Ntzoufras (2005) menyatakan apabila nilai kovarians tidak sama dengan nol hal itu menunjukkan bahwa variabel respon saling berhubungan atau dependen. Jadi dapat disimpulkan bahwa jumlah kasus kusta PB dan MB di Jawa Timur pada tahun 2012 memang saling berkaitan.

Pengujian signifikansi parameter secara parsial diperoleh dengan menggunakan persamaan (2.16). Berdasarkan output Lampiran 6 diperoleh nilai

Z_{hitung} seperti pada Tabel 4.4. Pada taraf signifikansi 5% nilai $Z_{(0,025)} = 1,96$, sehingga diperoleh kesimpulan yaitu variabel prediktor yang signifikan untuk jumlah kasus kusta PB adalah X_1 , X_2 , dan X_4 sedangkan untuk jumlah kasus kusta MB variabel prediktor yang signifikan adalah X_1 , X_2 , X_4 dan X_5

Kebaikan model regresi bivariat poisson dapat dilihat dengan nilai devians dari model yang terbentuk. Berdasarkan hasil output pada Lampiran 4 dan Lampira 5 serta dengan menyelesaikan persamaan (2.15), maka diperoleh nilai $D(\hat{\theta}) = -2(-7845,390 - (-1352,001)) = 12986,778$. Nilai χ^2 tabel pada taraf signifikan 5% dan derajat bebas (df) = 10 adalah 18,307. Keputusan pengujian ini adalah tolak H_0 karena nilai $D(\hat{\theta}) > \chi^2_{(0,05;10)}$ yang berarti bahwa seluruh parameter secara bersama-sama mempunyai pengaruh terhadap model. Dengan demikian model regresi bivariat poisson layak digunakan dalam memodelkan jumlah kasus kusta PB dan MB di Jawa Timur. Nilai devians yang sangat besar disebabkan oleh kondisi over dispersi dalam data yang digunakan.

4.3.5 Pemodelan Jumlah Kasus Kusta PB dan MB dengan Metode GWBPR

Pemodelan GWBPR melibatkan faktor geografis dari setiap kabupaten/kota. Faktor geografis tersebut diwakili oleh informasi letak geografis dari setiap kabupaten/kota di Jawa Timur yang berupa titik koordinat garis Lintang Selatan (LS) dan Bujur Timur (BT), seperti yang disajikan pada Lampiran 2. Berdasarkan informasi letak geografis masing-masing kabupaten/kota, kemudian dapat ditentukan jarak *Euclid* antar kabupaten/kota dengan menggunakan persamaan (2.32). Hasil jarak *Euclid* untuk masing-masing kabupaten/kota seperti yang disajikan pada Lampiran 7. Fungsi kernel yang digunakan dalam pemodelan GWBPR adalah fungsi *Adaptive Bisquare Kernel* karena pengamatan tersebar secara mengelompok, sehingga membutuhkan *bandwidth* yang berbeda-beda di tiap lokasinya. Penentuan *bandwidth* dilakukan dengan metode *Cross Validation*. Setelah diperoleh nilai *bandwidth* maka diperoleh matriks pembobot spasial dengan memasukan nilai *bandwidth* dan jarak *Euclid* kedalam fungsi kernel pada persamaan (2.31). Matriks pembobot spasial yang diperoleh untuk tiap-tiap lokasi kemudian digunakan dalam proses mencari penaksir parameter model regresi sehingga tiap-tiap lokasi memiliki model yang

berbeda-beda. Matriks pembobot spasial yang diperoleh dapat dilihat pada Lampiran 10.

Perbedaan karakteristik antara wilayah yang satu dengan wilayah yang lain menyebabkan terjadi heterogenitas atau keragaman spasial. Adanya keragaman spasial pada data jumlah kasus kusta PB dan MB serta faktor-faktor yang mempengaruhinya didentifikasi dengan menggunakan pengujian *Breuch-Pagan* dengan hipotesis sebagai berikut:

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \cdots = \sigma_n^2 = \sigma^2$$

$$H_1 : \text{Minimal ada satu } \sigma_i^2 = \sigma^2 ; i=1,2,\dots,n$$

Berdasarkan output pada Lampiran 8 dan dengan menyelesaikan persamaan (2.30) diperoleh nilai statistik uji *Breuch-Pagan* untuk kusta PB sebesar 11.6935 dengan *p-value* sebesar 0.03924 dan untuk kusta MB sebesar 16.1604 dengan *p-value* sebesar 0.006401. Dengan jumlah parameter adalah lima dan dengan menggunakan taraf signifikansi 5% diperoleh χ^2 tabel sebesar 11,07. Sehingga dengan kriteria *p-value* maupun statistik uji *Breuch-Pagan* diperoleh keputusan tolak H_0 karena $p-value < \alpha$ dan statistik uji BP > χ^2 tabel, dengan kata lain jumlah kasus kusta PB dan MB di Jawa Timur mempunyai heterogenitas atau keragaman spasial antar wilayah.

Pengujian dependensi spasial antar wilayah dilakukan dengan statistik uji *Moran's I* dilakukan dengan hipotesis sebagai berikut:

$$H_0 : \rho = 0 \text{ (tidak ada dependensi spasial)}$$

$$H_1 : \rho \neq 0 \text{ (ada dependensi spasial)}$$

Berdasarkan hasil analisis yang diperoleh dari Lampiran 8 diperoleh nilai *p-value* kusta PB sebesar 0.9399911 kusta MB sebesar 0.332679. Sehingga dapat diambil keputusan gagal tolak H_0 karena $p-value > \alpha$, dengan kata lain kusta PB dan MB tidak mempunyai dependensi spasial antar wilayah.

Pemodelan jumlah kasus kusta PB dan MB di Jawa Timur pada tahun 2012 dengan menggunakan GWBPR bertujuan untuk melihat signifikansi faktor geografis terhadap model. Untuk mengetahui signifikansi faktor geografis yang dilibatkan pada pemodelan, dilakukan pengujian kesamaan model GWBPR dengan regresi bivariat poisson dengan hipotesis sebagai berikut :

$$H_0: \beta_{jl}(u_i, v_i) = \beta_{jl} ; \text{ dengan } j = 1, 2; l = 1, 2, \dots, k$$

$$H_1: \text{paling sedikit ada satu } \beta_{jl}(u_i, v_i) \neq \beta_{jl}$$

Dari hasil analisis pada Lampiran 5 dan Lampiran 14 maka diperoleh nilai devians dari kedua model dan disajikan dalam Tabel 4.5 berikut ini.

Tabel 4.5 Perbandingan Nilai Devians Model BPR dan GWBPR

Model	Devians	Df	Devians/df	F_{hitung}	F_{tabel}
BPR	12986,778	10	1298,6778	19,675	2,978
GWBPR	660,033	10	66,0033		

Nilai F_{hitung} pada tabel diatas diperoleh dengan menyelesaikan persamaan (4.22).

Dengan tingkat signifikansi 5% diperoleh $F_{\text{tabel}} = 2,978$. Keputusan pengujian ini adalah tolak H_0 karena nilai $F_{\text{hitung}} > F_{\text{tabel}}$ yang berarti bahwa tedapat perbedaan yang signifikan antara model GWBPR dan regresi bivariat poisson.

Pengujian signifikansi model GWBPR secara serentak dilakukan untuk menguji apakah secara bersama-sama variabel prediktor berpengaruh terhadap model. Hipotesis yang digunakan dalam pengujian signifikansi model GWBPR secara parsial adalah sebagai berikut:

$$H_0: \beta_{j1}(u_i, v_i) = \dots = \beta_{jl}(u_i, v_i) = 0 ; \text{ dengan } j = 1, 2; l = 1, 2, \dots, k$$

$$H_1: \text{paling sedikit ada satu } \beta_{jl}(u_i, v_i) \neq 0$$

Dengan menggunakan persamaan (4.30) dan berdasarkan hasil analisis pada Lampiran 14 diperoleh nilai devians sebesar 660,033. Pada taraf signifikan 5% dan dengan derajat bebas $df = 10$ diperoleh χ^2 tabel sebesar 18,307 sehingga dapat diambil keputusan bahwa tolak H_0 karena nilai $D(\hat{\Theta}(u_i, v_i)) > \chi^2_{(0,05;10)}$ yang berarti bahwa seluruh parameter secara bersama-sama mempunyai pengaruh terhadap model. Dengan demikian model GWBPR layak digunakan dalam memodelkan jumlah kasus kusta PB dan MB di Jawa Timur. Nilai devians yang sangat besar disebabkan oleh kondisi over dispersi dalam data yang digunakan.

Pengujian signifikansi model GWBPR secara parsial dilakukan untuk mengetahui faktor-faktor apa saja yang berpengaruh signifikan di setiap wilayah. Hipotesis yang digunakan dalam pengujian signifikansi model GWBPR secara parsial adalah sebagai berikut:

$$H_0: \beta_{jl}(u_i, v_i) = 0; \text{ dengan } j = 1, 2; l = 1, 2, \dots, k; i = 1, 2, \dots, n$$

$$H_1: \beta_{jl}(u_i, v_i) \neq 0; \text{ dengan } j = 1, 2; l = 1, 2, \dots, k; i = 1, 2, \dots, n$$

Dengan menggunakan persamaan (4.37), diperoleh parameter yang signifikan pada masing-masing kabupaten/kota. Hasil taksiran parameter model GWBPR selengkapnya dapat dilihat pada Lampiran 12. Setelah diperoleh parameter yang signifikan maka diperoleh pula variabel yang berpengaruh signifikan terhadap jumlah kasus kusta PB dan MB di Jawa Timur. Variabel yang signifikan untuk masing-masing Kab/Kota selengkapnya akan disajikan dalam Tabel 4.6 berikut.

Tabel 4.6 Variabel yang Signifikan di Tiap Kab/Kota di Jawa Timur.

Kabupaten/Kota	Variabel yang Signifikan	
	Kusta PB	Kusta MB
Kab. Pacitan	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ dan X ₅	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ dan X ₅
Kab. Ponorogo	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ dan X ₅	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ dan X ₅
Kab. Trenggalek	X ₁ , X ₂ , X ₃ , dan X ₄	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ dan X ₅
Kab. Tulungagung	X ₁ , X ₂ , X ₃ , dan X ₄	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ dan X ₅
Kab. Blitar	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ dan X ₅	X ₁ , X ₃ , X ₄ dan X ₅
Kab. Kediri	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ dan X ₅	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ dan X ₅
Kab. Malang	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ dan X ₅	X ₁ , X ₂ , X ₃ , dan X ₄
Kab. Lumajang	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ dan X ₅	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ dan X ₅
Kab. Jember	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ dan X ₅	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ dan X ₅
Kab. Banyuwangi	X ₁ , X ₂ , X ₄ dan X ₅	X ₁ , X ₂ , X ₄ dan X ₅
Kab. Bondowoso	X ₁ , X ₂ , X ₃ , dan X ₄	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ dan X ₅
Kab. Situbondo	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ dan X ₅	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ dan X ₅
Kab. Probolinggo	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ dan X ₅	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ dan X ₅
Kab. Pasuruan	X ₁ , X ₂ , X ₄ dan X ₅	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ dan X ₅
Kab. Sidoarjo	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ dan X ₅	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ dan X ₅
Kab. Mojokerto	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ dan X ₅	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ dan X ₅
Kab. Jombang	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ dan X ₅	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ dan X ₅
Kab. Nganjuk	X ₁ , X ₂ , X ₃ , dan X ₄	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ dan X ₅
Kab. Madiun	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ dan X ₅	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ dan X ₅
Kab. Magetan	X ₁ , X ₂ , X ₄ dan X ₅	X ₁ , X ₂ , X ₃ , dan X ₄
Kab. Ngawi	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ dan X ₅	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ dan X ₅
Kab. Bojonegoro	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ dan X ₅	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ dan X ₅
Kab. Tuban	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ dan X ₅	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ dan X ₅
Kab. Lamongan	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ dan X ₅	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ dan X ₅
Kab. Gresik	X ₁ , X ₃ , X ₄ dan X ₅	X ₁ , X ₂ , X ₄ dan X ₅
Kab. Bangkalan	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ dan X ₅	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ dan X ₅
Kab. Sampang	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ dan X ₅	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ dan X ₅
Kab. Pamekasan	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ dan X ₅	X ₁ , X ₂ , X ₃ , dan X ₄
Kab. Sumenep	X ₁ , X ₂ , X ₃ , dan X ₄	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ dan X ₅

Tabel 4.6 Variabel yang Signifikan di Tiap Kab/Kota di Jawa Timur (Lanjutan)

Kabupaten/Kota	Variabel yang Signifikan	
	Kusta PB	Kusta MB
Kota Kediri	X ₁ , X ₂ , X ₃ , dan X ₄	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ dan X ₅
Kota Blitar	X ₁ , X ₂ , X ₄ dan X ₅	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ dan X ₅
Kota Malang	X ₁ , X ₂ , X ₃ , dan X ₄	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ dan X ₅
Kota Probolinggo	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ dan X ₅	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ dan X ₅
Kota Pasuruan	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ dan X ₅	X ₁ , X ₂ , X ₄ dan X ₅
Kota Mojokerto	X ₁ , X ₂ , X ₃ , dan X ₄	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ dan X ₅
Kota Madiun	X ₁ , X ₂ , X ₄ dan X ₅	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ dan X ₅
Kota Surabaya	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ dan X ₅	X ₁ , X ₂ , X ₄ dan X ₅
Kota Batu	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ dan X ₅	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ dan X ₅

Pada Tabel 4.6 menjelaskan bahwa pembobot fungsi *Adaptive Bisquare Kernel* pada kasus kusta PB menghasilkan 4 kelompok kab/kota berdasarkan kesamaan variabel prediktor yang signifikan sedangkan pada kasus kusta MB juga menghasilkan 4 kelompok kabupaten/kota. Selengkapnya pembagian kelompok tersebut dijelaskan oleh Tabel 4.7 dan 4.8 berikut.

Tabel 4.7 Pengelompokan Kab/Kota Pada Kasus Kusta PB

Klmpk	Kabupaten/Kota	Variabel yang Signifikan
1	Kab. Pacitan, Ponorogo, Blitar, Kediri, Malang, Lumajang, Jember, Situbondo, Probolinggo, Sidoarjo, Mojokerto, Jombang, Ngawi, Madiun, Bojonegoro, Tuban, Lamongan, Bangkalan, Sampang, Pamekasan, Kota. Probolinggo, Pasuruan, Surabaya, dan Kota Batu.	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ dan X ₅
2	Kab. Trenggalek, Tulungagung, Bondowoso, Nganjuk, Sumenep, Kota Kediri, Mojokerto dan Malang	X ₁ ,X ₂ ,X ₃ ,dan X ₄
3	Kab. Banyuwangi, Pasuruan, Magetan, Kota Blitar, Madiun	X ₁ ,X ₂ ,X ₄ dan X ₅
4	Kab. Gresik	X ₁ ,X ₃ ,X ₄ dan X ₅

Tabel 4.8 Pengelompokan Kab/Kota Pada Kasus Kusta MB

Klmpk	Kabupaten/Kota	Variabel yang Signifikan
1	Kab Pacitan, Ponorogo, Trenggalek, Tulungangung, Kediri, Lumajang, Jember, Bondowoso, Situbondo, Probolinggo, Pasuruan, Sidoarjo, Mojokerto, Jombang, Nganjuk, Madiun, Ngawi, Bojonegoro, Tuban, Lamongan, Bangkalan, Sampang, Sumenep, Kota Kediri, Blitar, Malang, Probolinggo, Madiun, Mojokerto, dan Kota Batu	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ dan X ₅
2	Kab. Malang, Magetan, dan Pamekasan.	X ₁ ,X ₂ ,X ₃ ,dan X ₄
3	Kab. Banyuwangi, Gresik, Kota Pasuruan, dan Surabaya.	X ₁ ,X ₂ ,X ₄ dan X ₅
4	Kab. Blitar	X ₁ ,X ₃ ,X ₄ dan X ₅

Statistika deskriptif dari masing-masing variabel berdasarkan kelompok baik pada kasus kusta PB dan kusta MB akan dijelaskan oleh Tabel 4.9 dan Tabel 4.10 berikut ini.

Tabel 4.9 Statistika Deskriptif Tiap Kelompok Pada Kasus Kusta PB

Variabel		Kel 1	Kel 2	Kel 3	Kel 4
Y₁	Mean	10,0333	3,0000	7,2500	2,0000
	Var	15,7556	2,6457	6,7515	--
X₁	Mean	32,5795	34,3180	30,3745	22,3534
	Var	12,7192	17,3142	8,6838	---
X₂	Mean	44,1279	41,3538	43,3380	---
	Var	15,0577	17,0725	12,8756	---
X₃	Mean	1,1817	1,3993	---	0,0851
	Var	0,9664	1,0484	---	---
X₄	Mean	16,7233	34,6972	57,0794	4,4501
	Var	13,7789	39,6707	71,2943	---
X₅	Mean	67,0488	--	73,2160	87,1700
	Var	12,0328	--	6,3523	---

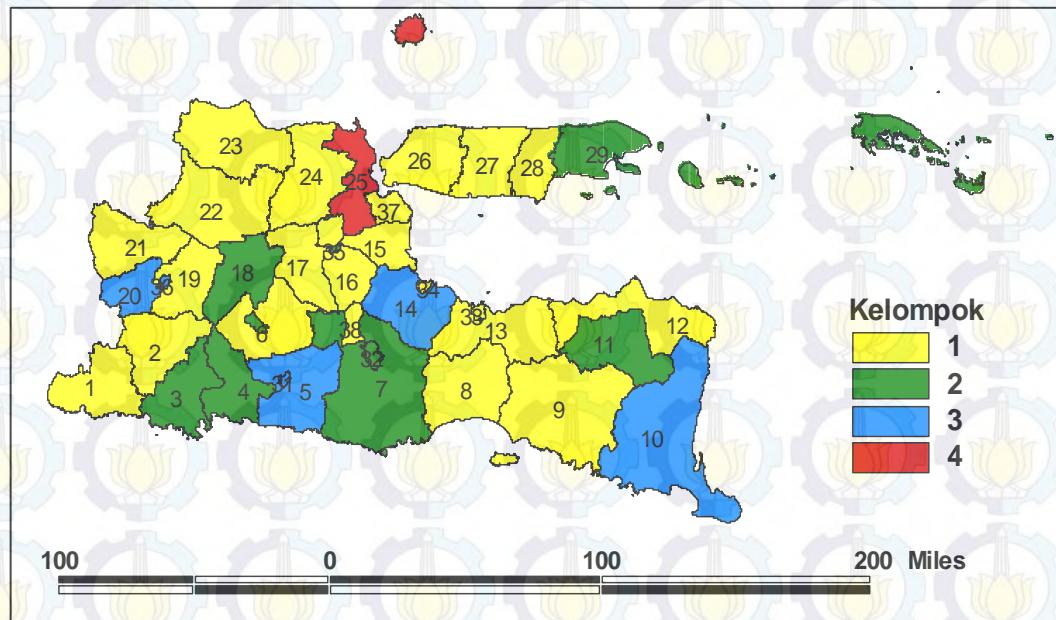
Berdasarkan Tabel 4.9 terlihat bahwa kelompok 1 memiliki rata-rata jumlah kasus kusta PB (Y_1) yang paling tinggi di antara kelompok lainnya. Rata-rata persentase penduduk miskin (X_1) disetiap kelompok tidak berbeda jauh, namun kelompok 2 memiliki nilai rata-rata yang paling tinggi dan yang paling rendah terdapat pada kelompok 4. Rata-rata persentase rumah tangga yang ber-PHBS (X_2) disetiap kelompok juga tidak berbeda jauh, namun kelompok 1 memiliki nilai rata-rata yang paling tinggi dan yang paling rendah terdapat pada kelompok 2. Selanjutnya rata-rata persentase kegiatan penyuluhan kesehatan (X_3) pada setiap kelompok juga tidak berbeda jauh. Hanya saja kelompok 2 memiliki nilai rata-rata yang paling tinggi dan yang paling rendah terdapat pada kelompok 4. Pada variabel rasio tenaga medis (X_4) memiliki nilai rata-rata yang berbeda jauh untuk masing-masing kelompok. Nilai yang paling rendah adalah pada kelompok 4, kemudian kelompok 1, kelompok 2 dan yang tertinggi adalah kelompok 3. Berikutnya untuk rata-rata persentase rumah sehat (X_5) pada setiap kelompok tidak berbeda jauh. kelompok 4 memiliki nilai rata-rata yang paling tinggi dan yang paling rendah terdapat pada kelompok 1.

Tabel 4.10 Statistika Deskriptif Tiap Kelompok Pada Kasus Kusta MB

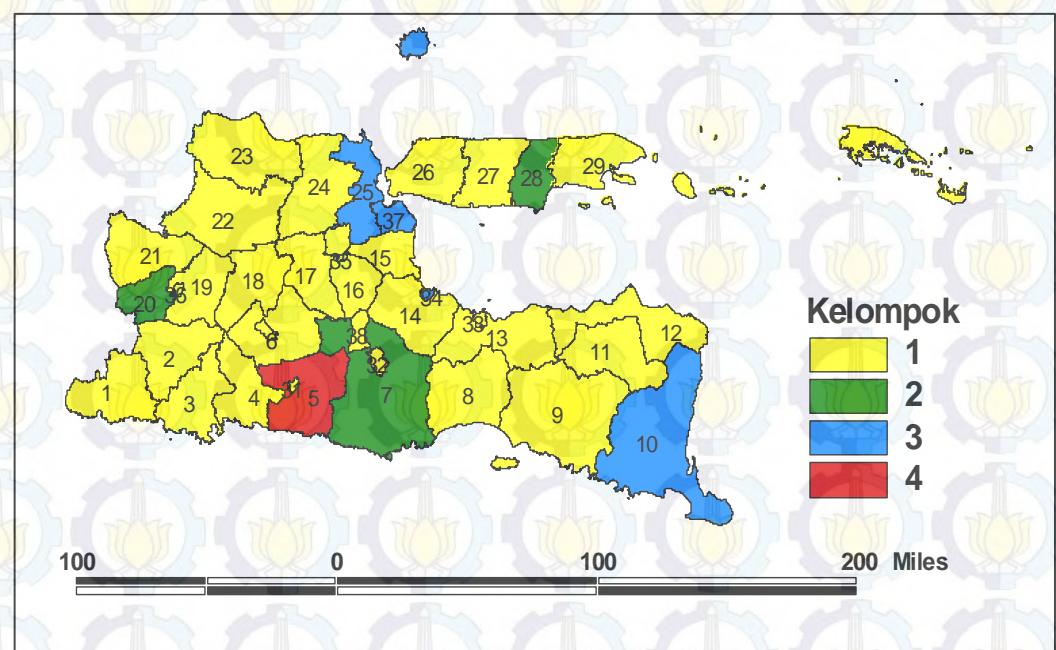
Variabel		Kel 1	Kel 2	Kel 3	Kel 4
Y	Mean	127,367	104,333	88,500	13,000
	Var	147,948	96,955	63,364	--
X₁	Mean	33,641	37,087	21,798	23,004
	Var	13,452	8,681	8,646	--
X₂	Mean	42,884	43,440	48,740	--
	Var	13,934	30,479	12,198	--
X₃	Mean	1,317	1,215	--	0,512
	Var	1,024	0,652	--	--
X₄	Mean	28,731	10,005	16,261	11,806
	Var	37,863	6,384	12,245	--
X₅	Mean	66,872	--	77,677	65,180
	Var	13,501	--	8,071	--

Berdasarkan Tabel 4.10 terlihat bahwa kelompok 1 memiliki rata-rata jumlah kasus kusta MB (Y_2) yang paling tinggi di antara kelompok lainnya. Rata-rata persentase penduduk miskin (X_1) disetiap kelompok tidak berbeda jauh, namun kelompok 2 memiliki nilai rata-rata yang paling tinggi dan yang paling rendah terdapat pada kelompok 3 . Rata-rata persentase rumah tangga yang ber-PHBS (X_2) disetiap kelompok juga tidak berbeda jauh, namun kelompok 3 memiliki nilai rata-rata yang paling tinggi dan yang paling rendah terdapat pada kelompok 2. Selanjutnya rata-rata persentase kegiatan penyuluhan kesehatan (X_3) pada setiap kelompok juga tidak berbeda jauh. Hanya saja kelompok 1 memiliki nilai rata-rata yang paling tinggi dan yang paling rendah terdapat pada kelompok 4. Pada variabel rasio tenaga medis (X_4) memiliki nilai rata-rata yang tidak berbeda jauh untuk masing-masing kelompok. Nilai yang paling rendah adalah pada kelompok 2, kemudian kelompok 4, kelompok 3 dan yang tertinggi adalah kelompok 1. Berikutnya untuk rata-rata persentase rumah sehat (X_5) pada setiap kelompok tidak berbeda jauh. kelompok 4 memiliki nilai rata-rata yang paling tinggi dan yang paling rendah terdapat pada kelompok 3.

Pengelompokan Kabupaten/Kota pada Tabel 4.7 dan 4.8 jika digambarkan dalam peta Jawa Timur adalah sebagai berikut :



Gambar 4.1 Peta pengelompokan Kab/Kota berdasarkan variabel yang signifikan pada kasus kusta PB



Gambar 4.2 Peta pengelompokan Kab/Kota berdarakan variabel yang signifikan pada kasus kusta MB

Berdasarkan pengujian parameter secara parsial, sebagai contoh akan disajikan pengujian parameter pada lokasi penelitian yang pertama yaitu Kabupaten Pacitan pada tabel 4.11 berikut.

Tabel 4.11 Pengujian Parameter Model GWBPR di Kabupaten Pacitan dengan Pembobot Adaptive Bisquare Kernel

Kusta PB			Kusta MB		
Parameter	Taksiran	$ Z_{hitung} $	Parameter	Taksiran	$ Z_{hitung} $
$\beta_{1.0}$	7,4900	25,76*	$\beta_{2.0}$	9,6185	92,62*
$\beta_{1.1}$	0,0415	4,40*	$\beta_{2.1}$	0,0034	2,27*
$\beta_{1.2}$	0,0338	5,16*	$\beta_{2.2}$	0,0070	10,68*
$\beta_{1.3}$	-0,5757	4,53*	$\beta_{2.3}$	-0,1818	9,36*
$\beta_{1.4}$	-0,2047	11,11*	$\beta_{2.4}$	-0,0603	36,69*
$\beta_{1.5}$	-0,0564	14,43*	$\beta_{2.5}$	-0,0256	30,35*
$\lambda_0 = 24,88$					

*)Signifikansi pada taraf signifikan 5%

Berdasarkan Tabel 4.11, maka dapat disimpulkan bahwa terdapat 5 variabel yang signifikan pada model GWBPR. Sehingga bentuk model GWBPR untuk Kabupaten Pacitan dapat dituliskan sebagai berikut.

a. Kusta PB

$$\hat{\lambda}_{1.1} = \exp(74,9 + 0,0415X_1 + 0,0338X_2 - 0,5757X_3 - 0,2047X_4 - 0,0564X_5) \quad (4.39)$$

Dari model persamaan (4.39) dapat disimpulkan bahwa setiap penambahan 1% penduduk miskin (X_1) maka akan melipatkan rata-rata jumlah kasus kusta PB sebanyak $\exp(0,414) = 1,042269$ kali dengan asumsi variabel lain konstan. Setiap penambahan 1% rumah tangga ber-PHBS (X_2) maka akan melipatkan rata-rata jumlah kasus sebanyak $\exp(0,0338) = 1,034378$ kali dengan asumsi variabel lain konstan. Setiap penambahan 1% penyuluhan kesehatan (X_3) maka akan melipatkan rata-rata jumlah kasus sebanyak $\exp(-0,5757) = 0,562311$ kali dengan asumsi variabel lain konstan. Setiap penambahan 1 rasio tenaga medis (X_4) maka akan melipatkan rata-rata jumlah kasus kusta PB sebanyak $\exp(-0,2047) = 0,81892$ kali dengan asumsi variabel lain konstan. Setiap penambahan 1% rumah sehat (X_5) maka akan melipatkan rata-rata jumlah kasus sebanyak $\exp(-0,0564) = 0,945161$ kali dengan asumsi variabel lain konstan.

b. Kusta MB

$$\hat{\lambda}_{2.1} = \exp(9,6185 + 0,0034X_1 + 0,007X_2 - 0,1818X_3 - 0,0603X_4 - 0,0256X_5) \quad (4.40)$$

Dari model persamaan (4.40) dapat disimpulkan bahwa setiap penambahan 1% penduduk miskin (X_1) maka akan melipatkan rata-rata jumlah kasus kusta MB sebanyak $\exp(0,0034) = 1,003406$ kali dengan asumsi variabel lain konstan. Setiap penambahan 1% rumah tangga ber-PHBS (X_2) maka akan melipatkan rata-rata jumlah kasus sebanyak $\exp(0,007) = 1,007025$ kali dengan asumsi variabel lain konstan. Setiap penambahan 1% penyuluhan kesehatan (X_3) maka akan melipatkan rata-rata jumlah kasus sebanyak $\exp(-0,1818) = 0,833768$ kali dengan asumsi variabel lain konstan. Setiap penambahan 1 rasio tenaga medis (X_4) maka akan melipatkan rata-rata jumlah kasus kusta MB sebanyak $\exp(-0,0603) = 0,941482$ kali dengan asumsi variabel lain konstan. Setiap penambahan 1% rumah sehat maka akan melipatkan rata-rata jumlah kasus sebanyak $\exp(-0,0256) = 0,974725$ kali dengan asumsi variabel lain konstan.

Hasil dari analisis deskriptif diatas terlihat bahwa variabel X_1 sudah sesuai dalam mempengaruhi jumlah kasus kusta PB dan MB, karena semakin banyak penduduk miskin maka akan menyebabkan semakin banyak yang akan tertular penyakit kusta di suatu wilayah. Hal ini disebabkan karena terasa berat bagi penduduk yang berpenghasilan rendah untuk mengeluarkan biaya kesehatan atau biaya pengobatan untuk pencegahan terhadap penyakit kusta yang akan menular kepada orang lain jika tidak diobati dengan cepat dan tepat.

Variabel kegiatan penyuluhan kesehatan (X_3), tenaga medis (X_4), dan rumah sehat (X_5) juga sudah sesuai dalam mempengaruhi jumlah kasus kusta PB dan MB. Apabila semakin banyak kegiatan penyuluhan kesehatan (X_3) yang dilakukan, maka penularan penyakit kusta akan semakin berkurang sehingga jumlah penderita penyakit ini semakin sedikit dan begitupun sebaliknya. Penambahan tenaga medis (X_4) akan mengurangi jumlah penderita penyakit ini, karena kesempatan bagi penderita untuk mendapatkan perawatan dan pengobatan akan semakin besar. Apabila jumlah penderita bisa dikurangi, maka dipastikan penularan juga bisa semakin berkurang. Penambahan rumah yang sehat (X_5) juga akan mengurangi jumlah penderita kusta dan sebaliknya. Hal ini dikarenakan bakteri kusta yang menular tidak dapat hidup di lingkungan yang bersih dan sehat, sehingga pencegahan terhadap penularan penyakit ini bisa sangat efektif.

Variabel rumah tangga ber-PHBS (X_2) dalam mempengaruhi jumlah kasus kusta PB dan MB belum sesuai dengan harapan, karena jika semakin banyak rumah tangga yang ber-PHBS diharapkan mampu mengurangi jumlah kasus kusta justru dalam model ini yang terjadi adalah dapat menambah jumlah kasus kusta. Hal ini diduga terjadi karena data yang digunakan hanya sebanyak 38 observasi dan efek heterogenitas spasial pada data yang lemah, sehingga model yang terbentuk kurang mampu mengambarkan apa yang diharapkan.

Sebagai perbandingan antara model regresi bivariat poisson dengan metode GWBPR maka di bawah ini dasajikan nilai devians dari masing-masing model.

Tabel 4.12 Perbandingan Devians Model

Model	Devians
Regresi Bivariat Poisson	12986,778
GWBPR <i>Adaptive Bisquare Kernel</i>	660,033

Berdasarkan Tabel 4.12 nilai devians untuk metode GWBPR dengan pembobot *Adaptive Bisquare Kernel* menghasilkan nilai yang lebih kecil daripada devians regresi bivariat poisson, oleh karena itu dapat disimpulkan bahwa metode GWBPR sesuai untuk digunakan dalam pemodelan jumlah kasus kusta PB dan MB di Jawa Timur tahun 2012.

BAB 5

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1. Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis yang telah dilakukan, diperoleh beberapa kesimpulan sebagai berikut.

1. Model GWBPR adalah bentuk lokal dari model regresi bivariat poisson yang telah mengakomodir adanya pengaruh karakteristik dari lokasi (faktor spasial). Model GWBPR menghasilkan penaksir yang bersifat lokal untuk masing-masing lokasi pengamatan. Penaksiran parameter model GWBPR dilakukan dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dengan bantuan interasi numerik Newton-Raphson. Statistik Uji model GWBPR menggunakan metode *Maximum Likelihood Ratio Test* (MLRT) dengan mencari nilai *likelihood ratio* (devians). Nilai devians dibandingkan dengan nilai statsitik uji *Chi-Square* untuk mendapatkan kesimpulan dari hipotesis yang diberikan.
2. Pengujian kesamaan model GWBPR dengan model regresi bivariat poisson untuk jumlah kasus kusta PB dan MB diidekati dengan distribusi *F* dan memberikan kesimpulan bahwa pada taraf signikansi 5%, terdapat perbedaan yang signifikan antara model GWBPR dan model regresi bivariat poisson. Pengujian hipotesis secara serentak paramater model GWBPR memberikan kesimpulan bahwa pada taraf signifikansi 5%, secara serentak variabel prediktor berpengaruh terhadap model sehingga model GWBPR layak digunakan pada pemodelan jumlah kasus kusta PB dan MB di Jawa Timur tahun 2012.
3. Pemodelan GWBPR dengan pembobot *Adaptive Bisquare Kernel* membentuk 4 kelompok kabupaten/kota berdasarkan kesamaan variabel prediktor yang signifikan baik pada kasus kusta PB maupun kusta MB. Variabel prediktor yang berpengaruh signifikan terhadap seluruh kelompok baik kusta PB dan MB adalah persentase penduduk miskin dan rasio tenaga medis yang berarti bahwa variabel ini bersifat global untuk seluruh kab/kota di Jawa Timur. Sedangkan variabel sisanya yaitu persentase rumah tangga ber-PHBS,

persentase kegiatan penyuluhan dan persentase rumah sehat berpengaruh signifikan disebagian kab/kota di provinsi Jawa Timur yang dimana variabel ini hanya bersifat lokal.

5.2. Saran

Penelitian ini memiliki nilai devians yang tinggi. Hal ini dikarenakan terdapat *over/under dispersi* pada data yang digunakan. Metode yang disarankan untuk mengatasi hal tersebut adalah metode *Geographically Weighed Bivariate Negatif Binomial Regression* (GWBNBR). Penggunaan metode ini dapat dilakukan terhadap kasus yang sama, sehingga memberikan informasi tentang perbandingan dari kedua model yang dihasilkan.

DAFTAR PUSTAKA

- Agresti, A. 1990. *Categorical Data Analysis*. New York : John Wiley & Sons, Inc.
- Anselin, L. 1988, *Spatial Econometrics: Method and Models*, Kluwer Academic Publishers, the Netherlands
- Cameron, A.C & Trivedi, P.K. 1998. *Regression Analysis of Count Data*. Cambridge University Press, USA
- Cameron, A.C & Trivedi, P.K. 2005. *Microeconometrics, Methods and Applications*. Cambridge University Press, New York.
- Cameron, A.C & Trivedi, P.K. 2013. *Regression Analysis of Count Data Second Edition*. Cambridge University Press, USA.
- Dinas Kesehatan Provinsi Jawa Timur. 2013. *Profil Kesehatan Propinsi Jawa Timur 2012*. Dinkes Jatim. Surabaya
- Dobson, A.J. 1990. *An Intruduction to Generalized Linear Models*. Great Britain : TJ Press.
- Draper, N.R dan Smith, H. 1998. *Applied Regression Analysis, Thrid Edition*. Wiley. USA
- Fajar, N.A. 2002. Analisis Faktor Sosial Budaya Dalam Keluraga Yang Mempengaruhi Pengobatan Dini Dan Keteraturan Berobat Pada Penderita Kusta (Studi Pada Keluarga Penderita di Kabupaten Gresik) Tahun 2002. Jakarta : (<http://digilib.litbang.depkes.go.id/>)
- Fotheringham, A.S., Brunsdon, C., & Charlton, M. (2002), *Geographically Weighted Regression*, Jhon Wiley & Sons, Chichester, UK
- Greene, W. (2003). *Econometrics Analysis, 5th Edition*. Prentice Hall, New Jersey.
- Gujarati, D. N. (2004). *Basic Econometrics, 4th Edition*. The McGraw Hill Companies, New York.
- Hiswani. 2001. *Kusta Salah Satu Penyakit Menular Yang Masih Di Jumpai Di Indonesia*. Fakultas Kedokteran. Universitas Sumatera Utara. Medan.
- Hutabarat, B. 2008. *Pengaruh Faktor Internal dan Eksternal Terhadap Kepatuhan Minum Obat Penderita Kusta Di Kabupaten Asahan Tahun 2007* (Thesis). Universitas Suamtera Utara. Medan.

- Jung, C. R. & Winkelman, R. 1993. Two Aspect of Labor Mobility : A Bivariate Poisson Regression Aprroach. *Journal Emperical Economics*, 543-556
- Karlis, D, & Ntzoufras, I. 2005. Bivariate Poisson and Diagonal Inflated Bivariat Poisson Regresi Models in R. *Journal of Statistical Software*, 1-36.
- Kawamura, K. 1973. *The Structure of Bivariate Poisson Distribubution*. Kodai. Math. SEM. REP. 246-256
- Kementerian Kesahatan Republik Indonesia. 2013. *Profil Kesehatan Indonesia 2012*. Kemenkes RI. Jakarta.
- Lee, J. & Wong, D.W.S 2001. Statistical Analysis with Arcview GIS. New York. John Wiley and Sons
- McClave, J.T., Benson, P.G., & Sincich, T. *Statistiscs for Business and Economics, 11th Edition*. Pearson Education Inc. Florida
- McCullagh, P. & Nelder, J. A. 1989. *Generalized Linear Models, 2nd Edition*. Chapman and Hall, London.
- McDougall, A.C. 2005. *Atlas Kusta*. Sasakawa Memorial Health Foundation. Tokyo, Jepang.
- Myers, R. H., Montgomery, D. C., Vining, G. G., & Robinson, T. J. (1990). *Generalized Linear Model with Applications in Engineering and Sciences, 2th Edition*. John Wiley & Sons, Inc., New Jersey.
- Nakaya, T., Fotheringham, A.S., Brudson, C & Charlton, M. (2005). Geographically weighted Poisson regression for disease association mapping. *Statistics in Medicine* 2005. *Wiley Interscience* ; 24:26952717.
- Norlatifah, Sutomo. A.H, & Solikhah. 2010. Hubungan Kondisi Fisik Rumah, Sarana Air Bersih Dan Karakteristik Masyarakat Dengan Kejadian Kusta Di Kabupaten Tapin Kalimantan Selatan. *KES MAS*. Vol 3. No. 1. ISSN : 1978-0575
- Pritasari, E. 2013. *Regresi Bivariat Poisson Dalam Pemodelan Jumlah Kematian Bayi dan Jumlah Kematian Ibu di Propinsi Jawa Timur*. Skripsi. Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya,
- Prawoto. 2008. *Faktor - Faktor Risiko Yang Berpengaruh Terhadap Terjadinya Reaksi Kusta* (Thesis) Universitas Diponegoro. Semarang

- Ruslan. 2013. *Pengaruh Pengetahuan, Sikap, Persepsi Terhadap Perilaku Pencarian Pengobatan Penderita Kusta Pada Fasilitas Kesehatan Di Kabupaten Bima*. Fakultas Kedokteran Universitas Padjadjaran. Bandung.
- Simunati, 2013. Faktor-Faktor Yang Mempengaruhi Kejadian Penyakit Kusta Di Poliklinik Rehabilitasi Rumah Sakit Dr.Tadjuddin Chalid Makassar. *Poltekkes Kemenkes Makassar*. Vol 3. No. 1. ISSN : 2302-1721
- Walpole, R.E, 1982, *Pengantar Statistika, edisi ketiga*, Gramedia Pustaka Tama, Jakarta.
- Winkelmann, R. (2008). *Economic Analysis of Count Data, fifth edition*. Berlin: Springer.
- Zulkifli. 2003. *Penyakit Kusta dan Masalah Yang Ditimbulkannya*. FKM Universitas Sumatera Utara. Medan.



Halaman Ini Sengaja Di Kosongkan

Lampiran 1. Data Penderita Kasus Kusta PB dan MB tahun 2012 serta Variabel yang Mempengaruhinya

Kab/Kota	Y₁	Y₂	X₁	X₂	X₃	X₄	X₅
Kab. Pacitan	4	19	34,9479	54,81	1,29778	13,8022	49,89
Kab. Ponorogo	3	62	40,8176	35,09	0,62732	13,6424	61,17
Kab. Trenggalek	1	18	39,8198	34,35	0,67936	15,4667	60,54
Kab. Tulungagung	0	27	25,1427	35,32	1,44704	4,19114	57,8
Kab. Blitar	2	13	23,0039	49,63	0,51218	11,8059	65,18
Kab. Kediri	1	35	27,8692	64,89	0,33976	10,6052	56,46
Kab. Malang	2	69	28,2693	57,25	1,15053	16,887	70,55
Kab. Lumajang	9	181	27,8889	40,52	0,21802	11,9262	76,55
Kab. Jember	14	357	29,4372	63,8	0,19969	13,1658	80,02
Kab. Banyuwangi	3	52	33,7894	38,63	0,81172	8,60477	73,76
Kab. Bondowoso	0	20	62,3884	14,55	0,40123	15,9529	38,93
Kab. Situbondo	33	258	49,9978	18,86	0,88596	9,13672	53,07
Kab. Probolinggo	25	263	42,314	20,05	1,18187	8,15948	38,29
Kab. Pasuruan	16	199	33,0979	38,59	0,49052	8,75011	64,05
Kab. Sidoarjo	4	72	18,3999	56,93	0,69063	36,1045	68,63
Kab. Mojokerto	2	59	22,9116	37,55	0,91879	5,42874	72,37
Kab. Jombang	2	124	26,3122	45,31	1,20996	16,262	77,69
Kab. Nganjuk	16	94	30,252	30,91	0,71652	5,46067	50,53
Kab. Madiun	1	32	28,896	46,92	3,29125	17,8579	69,27
Kab. Magetan	1	30	37,3651	64,57	1,89756	8,85279	73,93
Kab. Ngawi	0	62	33,6175	62,32	1,20007	10,9907	62,7
Kab. Bojonegoro	1	129	47,349	43,49	1,27637	12,9672	77,37
Kab. Tuban	11	232	33,6876	53,67	0,85989	9,98328	64,96
Kab. Lamongan	13	131	46,0718	45,54	1,36003	12,6495	84,46
Kab. Gresik	13	145	22,3534	54,84	0,08513	4,45013	87,17
Kab. Bangkalan	32	415	51,1392	39,69	0,87144	9,27291	81,18
Kab. Sampang	36	553	59,1096	29,09	3,01754	6,30312	51,92
Kab. Pamekasan	6	214	45,6254	8,5	0,59768	4,27527	51,24
Kab. Sumenep	71	418	53,8974	59,99	2,44704	3,51164	56,29
Kota Kediri	0	8	13,5984	65,74	1,70857	105,598	83,3
Kota Blitar	1	3	15,2221	30,44	2,59227	92,1563	81,93
Kota Malang	1	14	15,1638	36,07	0,47899	43,349	86,84
Kota Probolinggo	1	23	19,9521	52,19	1,50396	28,3257	78,62
Kota Pasuruan	0	18	14,6765	38,52	4,05009	31,5715	68,79
Kota Mojokerto	3	6	34,2815	53,9	3,31538	84,0473	81,12
Kota Madiun	0	7	32,398	44,46	4,01749	167,033	72,41
Kota Surabaya	13	139	16,3711	62,97	0,84782	20,4183	80,99
Kota Batu	0	0	13,2433	31,48	0,25206	69,8177	67,8

Definisi Varibel :

Y_1	Jumlah kasus kusta PB tiap kabupaten/kota di Jawa Timur
Y_2	Jumlah kasus kusta MB tiap kabupaten/kota di Jawa Timur
X_1	Persentase penduduk miskin
X_2	Persentase rumah tangga berperilaku hidup bersih dan sehat
X_3	Persentase kegiatan penyuluhan kesehatan
X_4	Rasio Tenaga Medis
X_5	Presentasi Rumah Sehat

Lampiran 2. Data Lintang dan Bujur Masing-masing Kabupaten/Kota

Kab/Kota	u	v
Kab. Pacitan	7,36	111,53
Kab. Ponorogo	7,24	111,26
Kab. Trenggalek	7,12	113,15
Kab. Tulungagung	7	113,51
Kab. Blitar	8,02	111,42
Kab. Kediri	8,16	113,32
Kab. Malang	7,47	112,74
Kab. Lumajang	7,54	113,49
Kab. Jember	7,59	112,37
Kab. Banyuwangi	7,52	111,57
Kab. Bondowoso	8,03	112
Kab. Situbondo	7,09	112,24
Kab. Probolinggo	7,09	111,53
Kab. Pasuruan	7,39	111,19
Kab. Sidoarjo	7,07	112,24
Kab. Mojokerto	7,27	112,42
Kab. Jombang	8,08	113,56
Kab. Nganjuk	7,32	112,42
Kab. Madiun	7,43	113,56
Kab. Magetan	7,57	112,92
Kab. Ngawi	7,32	112,13
Kab. Bojonegoro	8,03	111,53
Kab. Tuban	7,1	113,28
Kab. Lamongan	8,1	114,21
Kab. Gresik	7,47	112,03
Kab. Bangkalan	8,11	111,06
Kab. Sampang	6,52	112,01
Kab. Pamekasan	7,34	111,26
Kab. Sumenep	7,02	112,44
Kota Kediri	7,58	112,38
Kota Blitar	8,04	112,09
Kota Malang	7,38	112,09
Kota Probolinggo	7,14	112,44
Kota Pasuruan	7,37	111,3
Kota Mojokerto	7,28	112,25
Kota Madiun	7,45	113,12
Kota Surabaya	7,51	112,31
Kota Batu	7,49	112

Lampiran 3. Statistik Deskriptif, Korelasi Variabel Respon, dan Multikolinieritas Variabel Prediktor

A. Statistik Deskriptif

Descriptive Statistics: Y1, Y2, X1, X2, X3, X4, X5

Variable	Mean	StDev	Minimum	Maximum
Y1	8.97	14.29	0.00	71.00
Y2	118.4	135.9	0.0	553.0
X1	32.39	13.02	13.24	62.39
X2	43.72	14.79	8.50	65.74
X3	1.301	1.057	0.085	4.050
X4	25.49	34.35	3.51	167.03
X5	67.84	12.97	38.29	87.17

B. Korelasi Variabel Respon

Correlations: Y1, Y2

Pearson correlation of Y1 and Y2 = 0.830
P-Value = 0.000

C. Identifikasi Multikolinearitas Variabel Prediktor

Regression Analysis: Y1 versus X1, X2, X3, X4, X5

The regression equation is
$$Y1 = -15.0 + 0.554 X1 + 0.128 X2 + 1.88 X3 - 0.0831 X4 + 0.001 X5$$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P	VIF
Constant	-14.97	17.03	-0.88	0.386	
X1	0.5543	0.2005	2.76	0.009	1.590
X2	0.1276	0.1653	0.77	0.446	1.393
X3	1.876	2.359	0.80	0.432	1.451
X4	-0.08306	0.07924	-1.05	0.302	1.728
X5	0.0013	0.2061	0.01	0.995	1.666

Lampiran 4. Sintax dan Output Penaksiran Parameter Regresi Bivariat Poisson Menggunakan Software R

A. Sintax Program

```
library(bivpois)
Y1=data[,1]
Y2=data[,2]
X1=data[,3]
X2=data[,4]
X3=data[,5]
X4=data[,6]
X5=data[,7]
model<-lm.bp(Y1~X1+X2+X3+X4+X5,Y2~X1+X2+X3+X4+X5,data=data)
model$coef
model$parameters
model$lambda1
model$lambda2
model$lambda3
model$loglikelihood
```

B. Output Program

```
> model<-lm.bp(Y1~X1+X2+X3+X4+X5,Y2~X1+X2+X3+X4+X5,data=data)
    iter      loglike Rel.Dif.loglike
    1.00    -60993.80     61.99
    iter      loglike Rel.Dif.loglike
    2.0000   -1480.8548    0.9757
    iter      loglike Rel.Dif.loglike
    3.000e+00  -1.446e+03   2.338e-02
    iter      loglike Rel.Dif.loglike
    4.000e+00  -1.406e+03   2.752e-02
    iter      loglike Rel.Dif.loglike
    .
    5.500e+01  -1.352e+03   1.071e-08
    iter      loglike Rel.Dif.loglike
    5.600e+01  -1.352e+03   7.545e-09
>
> model$coef
(I1):(Intercept)      (I1):X1      (I1):X2      (I1):X3
-1.670815206  0.101711091  0.014022664 -0.276971127
(I1):X4          (I1):X5      (I2):(Intercept) (I2):X1
-0.238491945  0.018857261  2.618521635  0.041354113
(I2):X2          (I2):X3      (I2):X4      (I2):X5
  0.002163238  0.046726694 -0.045990102  0.016770133
(I3):(Intercept)
  1.204989571
```

Lampiran 4. Sintax dan Output Estimasi Parameter Regresi Bivariat Poisson Menggunakan Software R (Lanjutan)

B. Output Program (Lanjutan)

```
> model$lambda3
   1      2      3      4      5      6      7      8
3.336724 3.336724 3.336724 3.336724 3.336724 3.336724 3.336724 3.336724
   9     10     11     12     13     14     15     16
3.336724 3.336724 3.336724 3.336724 3.336724 3.336724 3.336724 3.336724
  17     18     19     20     21     22     23     24
3.336724 3.336724 3.336724 3.336724 3.336724 3.336724 3.336724 3.336724
  25     26     27     28     29     30     31     32
3.336724 3.336724 3.336724 3.336724 3.336724 3.336724 3.336724 3.336724
  33     34     35     36     37     38
3.336724 3.336724 3.336724 3.336724 3.336724 3.336724
> model$loglikelihood
[1] -60993.801 -1480.855 -1446.226 -1406.432 -1387.408 -1374.852
[7] -1368.561 -1366.123 -1365.019 -1364.173 -1363.212 -1362.087
[13] -1360.873 -1359.671 -1358.554 -1357.550 -1356.662 -1355.880
[19] -1355.197 -1354.605 -1354.097 -1353.667 -1353.309 -1353.016
[25] -1352.779 -1352.591 -1352.444 -1352.331 -1352.244 -1352.179
[31] -1352.131 -1352.095 -1352.069 -1352.050 -1352.036 -1352.026
[37] -1352.019 -1352.013 -1352.010 -1352.007 -1352.005 -1352.004
[43] -1352.003 -1352.002 -1352.002 -1352.001 -1352.001 -1352.001
[49] -1352.001 -1352.001 -1352.001 -1352.001 -1352.001 -1352.001
[55] -1352.001 -1352.001
```

Lampiran 5. Sintax Program Untuk Mencari nilai ln Likelihood di bawah H_0 pada Regresi Bivariat Poisson Menggunakan Matlab

A. Sintax Matlab

```
data=load('D:/dataikbal.txt');
format long
format compact
y=data(:,1:2)';
[k0 n]=size(y);
% inisialisasi nilai awal
Teta=[16;3;3];
Teta1=Teta;
Norm=1;
m=0;
tol=10^-8;
l=length(Teta);
while (Norm>0.1)
lambda=Teta(1);
B1=Teta(2);
B2=Teta(3);
% vektor gradien
% mencari nilai A
a=0;
for i=1:n
    n1=min(y(:,i));
    for k=0:n1
        a=a+(k/lambda)-((y(1,i)-k)/(exp(B1)-lambda))-((y(2,i)-k)/(exp(B2)-lambda));
    end
end
A=n+a;
% mencari nilai b
b1=-n*exp(B1);
b2=0;
for i=1:n
    n1=min(y(:,i));
    for k=0:n1
        b2=b2+(((y(1,i)-k)*(exp(B1)))/(exp(B1)-lambda));
    end
end
b=b1+b2;
% mencari nilai c
c1=-n*exp(B2);
c2=0;
for i=1:n
    n1=min(y(:,i));
    for k=0:n1
        c2=c2+(((y(2,i)-k)*(exp(B2)))/(exp(B2)-lambda));
    end
end
c=c1+c2;
g=[A b c]';
% membentuk matriks Hessian
% Mencari nilai D
D=0;
for i=1:n
```

A. Sintax Matlab (Lanjutan)

```
n1=min(y(:,i));
for k=0:n1
    D=D+(k/(lambda^2))+((y(1,i)-k)/((exp(B1)-
lambda)^2))+((y(2,i)-k)/((exp(B2)-lambda)^2));
end
D=-D;
% mencari nilai e
e=0;
for i=1:n
    n1=min(y(:,i));
    for k=0:n1
        e=e+(((y(1,i)-k)*(exp(B1)))/((exp(B1)-lambda)^2));
    end
end
% mencari nilai f
f=0;
for i=1:n
    n1=min(y(:,i));
    for k=0:n1
        f=f+(((y(2,i)-k)*(exp(B2)))/((exp(B2)-lambda)^2));
    end
end
% mencari nilai Q
Q1=n*exp(B1);
Q2=0;
for i=1:n
    n1=min(y(:,i));
    for k=0:n1
        Q2=Q2+(((y(1,i)-k)*(exp(B1))*lambda)/((exp(B1)-
lambda)^2));
    end
end
Q=-Q1-Q2;
% mencari nilai S
S1=n*exp(B2);
S2=0;
for i=1:n
    n1=min(y(:,i));
    for k=0:n1
        S2=S2+(((y(2,i)-k)*(exp(B2))*lambda)/((exp(B2)-
lambda)^2));
    end
end
S=-S1-S2;
H=[D e f ; e Q 0 ; f 0 S];
m=m+1;
T1=zeros(1,1);
Teta1=[Teta1 T1];
Teta1(:,m+1)=Teta1(:,m)-(pinv(H))*g;
Norm=norm((Teta1(m+1)-Teta1(m)),2);
Teta=Teta1(:,m+1);
end
Teta=Teta1(:,m+1)
```

B. Sintax Maple

```

> restart;
> y1 := (4, 3, 1, 0, 2, 1, 2, 9, 14, 3, 0, 33, 25, 16, 4, 2, 2, 16, 1, 1, 0, 1, 11,
      13, 13, 32, 36, 6, 71, 0, 1, 1, 1, 0, 3, 0, 13, 0)
> y2 := (19, 62, 18, 27, 13, 35, 69, 181, 357, 52, 20, 258, 263, 199, 72, 59,
      124, 94, 32, 30, 62, 129, 232, 131, 145, 415, 553, 214, 418, 8, 3, 14,
      23, 18, 6, 7, 139, 0)
> λ := 2.90917883774929#diperoleh dari Matlab
> β01 := 2.87608891889233#diperoleh dari Matlab
> β02 := 2.925957968168123#diperoleh dari Matlab

> a1
      := ln( 
$$\sum_{k=0}^4 \frac{1}{(4-k)!(19-k)!(k!)} ((\exp(\beta01) - \lambda)^{(4-k)}) \cdot ((\exp(\beta02) - \lambda)^{(19-k)}) \cdot ((\lambda)^k) )$$

> a2
      := ln( 
$$\sum_{k=0}^3 \frac{1}{(3-k)!(62-k)!(k!)} ((\exp(\beta01) - \lambda)^{(3-k)}) \cdot ((\exp(\beta02) - \lambda)^{(62-k)}) \cdot ((\lambda)^k) )$$

      :
> a38
      := ln( 
$$\sum_{k=0}^0 \frac{1}{(0-k)!(0-k)!(k!)} ((\exp(\beta01) - \lambda)^{(0-k)}) \cdot ((\exp(\beta02) - \lambda)^{(0-k)}) \cdot ((\lambda)^k) )$$

> logLikelihoodHo := 38·λ - 38·exp(β01) - 38·exp(β02) + (a1
      + a2 + a3 + a4 + a5 + a6 + a7 + a8 + a9 + a10 + a11
      + a12 + a13 + a14 + a15 + a16 + a17 + a18 + a19 + a20
      + a21 + a22 + a23 + a24 + a25 + a26 + a27 + a28 + a29
      + a30 + a31 + a32 + a33 + a34 + a35 + a36 + a37
      + a38)
      logLikelihoodHo := -7845.39036

```

Lampiran 6. Sintax dan Output Metode *Bootstrap* Untuk Mencari *Standar Error* pada Pengujian Parsial Regresi Bivariat Poisson Menggunakan Software R

A. Sintax Program

```
n=length(Y1)
bootrep <- 200
results<-matrix(NA,bootrep,13)
for (i in 1:bootrep)
{
  bootx1<-rpois(n,model$lambda1)
  bootx2<-rpois(n,model$lambda2)
  bootx3<-rpois(n,model$lambda3)
  bootx<-bootx1+bootx3
  booty<-bootx2+bootx3
  data1 = cbind(bootx,booty,X1,X2,X3,X4,X5)
  data1=data.frame(data1)
  testtempt<-lm.bp(bootx~X1+X2+X3+X4+X5,booty~X1+X2+X3+X4+X5,data=data1)
  betafound<-c(testtempt$beta1,testtempt$beta2,testtempt$beta3)
  results[i,]<-betafound
}
summary(betafound)
sd(results)
parameter=as.vector(model$coef)
parameter
se=as.vector(sd(results))
se
zhit=parameter/se
zhit
```

B. Output Program

```
> se
[1] 0.928636887 0.014623280 0.006304938 0.148588870 0.036679830
0.010376426
[7] 0.122391654 0.001649212 0.001273841 0.020901157 0.002505555
0.001375675
[13] 0.160881410
> zhit=parameter/se
> zhit
[1] -1.799213 6.955422 2.224076 -1.864010 -6.501992 1.817318
[7] 21.394609 25.075066 1.698201 2.235603 -18.355259 12.190477
```

Lampiran 7. Sintax dan Ouput Jarak Euclid Antar Kabupaten/Kota di Jawa Timur Menggunakan Software R

A. Sintax Program

```

U=data[,8]
U<-as.matrix(U)
i=nrow(U)
V=data[,9]
V=as.matrix(V)
j=nrow(V)
library(fields)
jarak=matrix(nrow=38,ncol=38)
for(i in 1:38)
  for(j in 1:38)
    jarak[i,j]=sqrt((U[i,]-U[j,])**2+(V[i,]-V[j,])**2)
  write.table(jarak,file="D:/jarak.csv",sep=",")

```

B. Output Program

Kab/Kota	1	2	3	37	38
1	0	0.295466	1.637681	0.794292	0.487647
2	0.295466	0	1.893806	1.084159	0.781089
3	1.637681	1.893806	0	0.926121	1.208056
4	2.012461	2.262764	0.379473	1.303879	1.587514
5	0.669104	0.796241	1.950103	1.025768	0.785684
6	1.960638	2.256103	1.053803	1.201083	1.480304
7	1.21499	1.497765	0.539073	0.431856	0.74027
8	1.968248	2.250089	0.54037	1.180381	1.490839
9	0.870919	1.163873	0.910659	0.1	0.383275
10	0.164924	0.417732	1.629847	0.740068	0.431045
11	0.818413	1.082451	1.466492	0.605392	0.54
12	0.759605	0.991413	0.910494	0.425793	0.466476
13	0.27	0.308869	1.620278	0.885889	0.617171
14	0.341321	0.165529	1.97851	1.12641	0.816149
15	0.766942	0.994636	0.911373	0.445533	0.483735
:	:	:	:		:	:
33	0.936216	1.18423	0.710282	0.392173	0.562228
34	0.230217	0.136015	1.866815	1.019657	0.710211
35	0.724431	0.990808	0.914112	0.237697	0.326497
36	1.592545	1.871817	0.331361	0.812219	1.120714
37	0.794292	1.084159	0.926121	0	0.310644
38	0.487647	0.781089	1.208056	0.310644	0

Lampiran 8. Sintax dan Ouput Pengujian Efek Spasial Menggunakan Software R.

A. Pengujian Spasial Dependent

```
> library(ape)
> tesis.dists=as.matrix(dist(cbind(data$u,data$v)))
> tesis.dists.inv=1/thesis.dists
> diag(thesis.dists.inv)=0
> Moran.I(data$Y1,thesis.dists.inv)
$observed
[1] -0.03039627
$expected
[1] -0.02702703
$sd
[1] 0.04475556
$p.value
[1] 0.9399911

> Moran.I(data$Y2,thesis.dists.inv)
$observed
[1] -0.07515556
$expected
[1] -0.02702703
$sd
[1] 0.049682
$p.value
[1] 0.332679
```

B. Pengujian Spasial Heterogeneity

```
> library(lmtest)
> library(zoo)
> tesis.lm <- lm(Y1~X1+X2+X3+X4+X5, data=data)
> bptest(thesis.lm)
  studentized Breusch-Pagan test
data: tesis.lm
BP = 11.6935, df = 5, p-value = 0.03924

> tesis.lm2<-lm(Y2~X1+X2+X3+X4+X5, data=data)
> bptest(thesis.lm2)
  studentized Breusch-Pagan test

data: tesis.lm2
BP = 16.1604, df = 5, p-value = 0.006401
```

Lampiran 9. Sintax Pembentukan Pembobot Geografis Menggunakan Software R

```
library(spgwr)
bdwtBisquare1<-ggwr.sel(Y1~X1+X2+X3+X4+X5,data=data,coords=
cbind(data$u,data$v),adapt=TRUE,gweight=gwr.bisquare)

GRTGB1<-ggwr(Y1~X1+X2+X3+X4+X5,data=data,coords=
cbind(data$u,data$v),adapt=bdwtBisquare1,gweight=gwr.bisquare)

bdwtBisquare2<-ggwr.sel(Y2~X1+X2+X3+X4+X5,data=data,coords=
cbind(data$u,data$v),adapt=TRUE,gweight=gwr.bisquare)

GRTGB2<-ggwr(Y2~X1+X2+X3+X4+X5,data=data,coords=
cbind(data$u,data$v),adapt=bdwtBisquare2,gweight=gwr.bisquare)

bdwtBisquare1<-GRTGB1$bandwidth
bdwtBisquare1<-as.matrix(bdwtBisquare1)
bdwtBisquare2<-GRTGB2$bandwidth
bdwtBisquare2<-as.matrix(bdwtBisquare2)
n=length(Y1)
BWmin=rep(0,n)
for (i in 1:n)
  BWmin[i]=min(bdwtBisquare1[i],bdwtBisquare2[i])
BWmin<-as.matrix(BWmin)
i<-nrow(BWmin)
pembobot2<-matrix(nrow=38,ncol=38)
for(i in 1:38)
  for(j in 1:38)
    {pembobot2[i,j]=(1-(jarak[i,j]/BWmin[i,])**2)**2
    pembobot2[i,j]<-ifelse(jarak[i,j]<BWmin[i,],pembobot2[i,j],0)}
write.table(pembobot2,file="D:/pembobot2.csv",sep=",")
```

Lampiran 10. Matriks Pembobot Geografis

Kab/Kota	1	2	3	37	38
1	1	0.822501	0	0.107138	0.557191
2	0.880151	1	0	0.028036	0.322457
3	0	0	1	0.325653	0.072612
4	0	0	0.894532	0.129647	0.002639
5	0.609494	0.475334	0	0.234833	0.486681
6	0	0	0.272196	0.143408	0.003163
7	0	0	0.54864	0.694871	0.26115
8	0	0	0.760249	0.15122	0.000631
9	0.101436	0	0.064962	0.982111	0.753443
10	0.948925	0.695584	0	0.229471	0.677771
11	0.161932	0	0	0.452943	0.547357
12	0.175336	9.66E-05	0.027181	0.668075	0.609633
13	0.884716	0.850559	0	0.129931	0.47555
14	0.863224	0.966927	0	0.0519	0.353567
15	0.169591	0.000115	0.028703	0.64241	0.586765
:	:	:	:		:	:
33	0.068822	0	0.331102	0.757879	0.538714
34	0.924094	0.973164	0	0.057978	0.399013
35	0.216862	2.50E-07	0.022275	0.88826	0.794714
36	0	0	0.867111	0.344058	0.04531
37	0.162318	0	0.035432	1	0.825678
38	0.442223	0.019746	0	0.746592	1

Lampiran 11. Sintax Program Matlab Untuk Penaksiran dan Pengujian Hipotesis Parameter Model GWBPR

A. Himpunan dibawah Populasi

```
data=load('d:/dataikbal.txt');
data1=load('d:/dataikball.txt');
format long
format compact
y=data(:,1:2)';
x=data(:,3:7)';
w=data1(:,1:38);
[k0 n]=size(x);
x1=ones(n,1)';
x=[x1;x];

% inisialisasi nilai awal
Teta=[3.33;-1.67;0.1;0.1;-0.2;-0.2;0.01;2.61;0.04;0.1;0.04;-
0.04;0.02];
Teta1=Teta;
Nilai=1;
m=0;
tol=10^-8;
l=length(Teta);

while Nilai>tol
lambda=Teta(1);
B1=Teta(2:7);
B2=Teta(8:13);

% vektor gradien
% mencari nilai A
a1=0;
for i=1:n
    a1=a1+w(1,i);
end
a2=0;
for i=1:n
    n1=min(y(:,i));
    for k=0:n1
        a2=a2+(k/lambda)*(w(1,i))-(y(1,i)-
k)*(w(1,i))/(exp(x(:,i)'*B1)-lambda)-(y(2,i)-
k)*(w(1,i))/(exp(x(:,i)'*B2)-lambda);
    end
end
A=a1+a2;
% mencari nilai b
b1=0;
for i=1:n
    b1=b1+x(:,i)'*exp(x(:,i)'*B1)*(w(1,i));
end
b1=-b1;
b2=0;
for i=1:n
    n1=min(y(:,i));
```

A. Himpunan dibawah Populasi (Lanjutan)

```

for k=0:n1
    b2=b2+x(:,i)'*(y(1,i)-
k)*(w(1,i))*(exp(x(:,i)'^B1))/((exp(x(:,i)'^B1)-lambda);
    end
end
b=b1+b2;
% mencari nilai c
c1=0;
for i=1:n
    c1=c1+x(:,i)'^exp(x(:,i)'^B2)*w(1,i));
end
c1=-c1;
c2=0;
for i=1:n
    n1=min(y(:,i));
    for k=0:n1
        c2=c2+x(:,i)'*(y(2,i)-
k)*(w(1,i))*(exp(x(:,i)'^B2))/((exp(x(:,i)'^B2)-lambda);
        end
    end
c=c1+c2;
g=[A b c]';

% membentuk matriks Hessian
% Mencari nilai D
D=0;
for i=1:n
    n1=min(y(:,i));
    for k=0:n1
        D=D+(k/(lambda^2))*w(1,i)+((y(1,i)-
k)*(w(1,i))/((exp(x(:,i)'^B1)-lambda)^2))+((y(2,i)-
k)*w(1,i)/((exp(x(:,i)'^B2)-lambda)^2));
    end
end
D=-D;
% mencari nilai e
e=0;
for i=1:n
    n1=min(y(:,i));
    for k=0:n1
        e=e+x(:,i)'*(y(1,i)-
k)*(exp(x(:,i)'^B1))*w(1,i))/((exp(x(:,i)'^B1)-lambda)^2);
    end
end
% mencari nilai f
f=0;
for i=1:n
    n1=min(y(:,i));
    for k=0:n1
        f=f+x(:,i)'*(y(2,i)-
k)*(exp(x(:,i)'^B2))*w(1,i))/((exp(x(:,i)'^B2)-lambda)^2);
    end
end

```

A. Hipotesis dibawah Pupulasi (Lanjutan)

```
% mencari nilai p
p=e';
% mencari nilai Q
Q1=0;
for i=1:n
    Q1=Q1+x(:,i)*x(:,i)'^exp(x(:,i)'*B1)*(w(1,i));
end
Q2=0;
for i=1:n
    n1=min(y(:,i));
    for k=0:n1
        Q2=Q2+x(:,i)*x(:,i)^(y(1,i)-
k)*(exp(x(:,i)'*B1))*lambda*(w(1,i))/((exp(x(:,i)'*B1)-
lambda)^2);
    end
end
Q=-Q1-Q2;
% membuat matriks O
O=zeros(k0+1,k0+1);
% mencari nilai r
r=f';
% mencari nilai S
S1=0;
for i=1:n
    S1=S1+x(:,i)*x(:,i)'^exp(x(:,i)'*B2)*(w(1,i));
end
S2=0;
for i=1:n
    n1=min(y(:,i));
    for k=0:n1
        S2=S2+x(:,i)*x(:,i)^(y(2,i)-
k)*(exp(x(:,i)'*B2))*lambda*(w(1,i))/((exp(x(:,i)'*B2)-
lambda)^2);
    end
end
S=-S1-S2;
H=[D e f ; p Q O ; r O S];

m=m+1;
T1=zeros(1,1);
Teta1=[Teta1 T1];
Teta1(:,m+1)=Teta1(:,m)-(pinv(H))*g;
Nilai=norm((Teta1(m+1)-Teta1(m)),2);
Teta=Teta1(:,m+1);
end
H;
Teta=Teta1(:,m+1)

lambda=Teta(1);
B1=Teta(2:7);
B2=Teta(8:13);
```

A. Hipotesis dibawah Pupulasi (Lanjutan)

```
% memasukkan parameter ke matriks Hessian
% Mencari nilai D
D=0;
for i=1:n
    n1=min(y(:,i));
    for k=0:n1
        D=D+(k/(lambda^2))*w(1,i)+((y(1,i)-
k)*(w(1,i))/((exp(x(:,i)'*B1)-lambda)^2))+((y(2,i)-
k)*w(1,i)/((exp(x(:,i)'*B2)-lambda)^2));
    end
end
D=-D;
% mencari nilai e
e=0;
for i=1:n
    n1=min(y(:,i));
    for k=0:n1
        e=e+x(:,i)'*(y(1,i)-
k)*(exp(x(:,i)'*B1))*(w(1,i))/((exp(x(:,i)'*B1)-lambda)^2);
    end
end
% mencari nilai f
f=0;
for i=1:n
    n1=min(y(:,i));
    for k=0:n1
        f=f+x(:,i)'*(y(2,i)-
k)*(exp(x(:,i)'*B2))*(w(1,i))/((exp(x(:,i)'*B2)-lambda)^2);
    end
end
% mencari nilai p
p=e';
% mencari nilai Q
Q1=0;
for i=1:n
    Q1=Q1+x(:,i)*x(:,i)'*exp(x(:,i)'*B1)*w(1,i));
end
Q2=0;
for i=1:n
    n1=min(y(:,i));
    for k=0:n1
        Q2=Q2+x(:,i)*x(:,i)'*(y(1,i)-
k)*(exp(x(:,i)'*B1))*lambda*(w(1,i))/((exp(x(:,i)'*B1)-
lambda)^2);
    end
end
Q=-Q1-Q2;
% membuat matriks O
O=zeros(k0+1,k0+1);
% mencari nilai r
r=f';
```

A. Hipotesis dibawah Pupulasi (Lanjutan)

```
% mencari nilai S
S1=0;
for i=1:n
    S1=S1+x(:,i)*x(:,i)'^*exp(x(:,i)'^*B2)*(w(1,i));
end
S2=0;
for i=1:n
    n1=min(y(:,i));
    for k=0:n1
        S2=S2+x(:,i)*x(:,i)'^*(y(2,i)-
k)*(exp(x(:,i)'^*B2))*lambda^(w(1,i))/((exp(x(:,i)'^*B2)-
lambda)^2);
    end
end
S=-S1-S2;
H=[D e f ; p Q O ; r O S];

Cov=- (pinv(H));
C=diag(Cov);
Z=Teta./sqrt(C);

%mencari nilai loglikelihood
n1=min(y(:,1));
BB1=0;
for k=0:n1
    BB1=BB1+(((exp(x(:,1)'^*B1))-lambda)^(y(1,1)-
k))*(((exp(x(:,1)'^*B2))-lambda)^(y(2,1)-
k))*((lambda^(k)))/((factorial((y(1,1)-
k)))*(factorial((y(2,1)-k)))*(factorial(k)));
end
BB1=BB1;
loglikelihood1=lambda-exp(x(:,1)'^*B1)-exp(x(:,1)'^*B2)+log(BB1)
```

B. Himpunan dibawah H_0

```
data=load('D:/dataikbal.txt');
data1=load('d:/dataikbal1.txt');
format long
format compact
y=data(:,1:2)';
w=data1(:,1:38);
n=length(y);

% inisialisasi nilai awal
Teta=[24;8;8];
Teta1=Teta;
Norm=1;
m=0;
tol=10^-8;
l=length(Teta);
```

B. Himpunan dibawah H_0 (Lanjutan)

```
while (Norm>tol)
lambda=Teta(1);
B1=Teta(2);
B2=Teta(3);

% vektor gradien
% mencari nilai A
a1=0;
for i=1:n
    a1=a1+w(1,i);
end
a2=0;
for i=1:n
    n1=min(y(:,i));
    for k=0:n1
        a2=a2+(k/lambda)*(w(1,i))-(y(1,i)-
k)*(w(1,i))/(exp(B1)-lambda)-(y(2,i)-k)*(w(1,i))/(exp(B2)-
lambda);
    end
end
A=a1+a2;
% mencari nilai b
b1=0;
for i=1:n
    b1=b1+exp(B1)*(w(1,i));
end
b1=-b1;
b2=0;
for i=1:n
    n1=min(y(:,i));
    for k=0:n1
        b2=b2+(((y(1,i)-k)*(exp(B1)*(w(1,i))))/(exp(B1)-
lambda));
    end
end
b=b1+b2;
% mencari nilai c
c1=0;
for i=1:n
    c1=c1+exp(B1)*(w(1,i));
end
c1=-c1;
c2=0;
for i=1:n
    n1=min(y(:,i));
    for k=0:n1
        c2=c2+(((y(2,i)-k)*(exp(B2)*(w(1,i))))/(exp(B2)-
lambda));
    end
end
c=c1+c2;
g=[A b c]';
```

B. Himpunan dibawah Ho (Lanjutan)

```
% membentuk matriks Hessian
% Mencari nilai D
D=0;
for i=1:n
    n1=min(y(:,i));
    for k=0:n1
        D=D+(k/(lambda^2))*(w(1,i))+((y(1,i)-k)*(w(1,i)))/((exp(B1)-lambda)^2)+((y(2,i)-k)*(w(1,i)))/((exp(B2)-lambda)^2);
    end
end
D=-D;
% mencari nilai e
e=0;
for i=1:n
    n1=min(y(:,i));
    for k=0:n1
        e=e+(((y(1,i)-k)*(exp(B1))*w(1,i)))/((exp(B1)-lambda)^2);
    end
end
% mencari nilai f
f=0;
for i=1:n
    n1=min(y(:,i));
    for k=0:n1
        f=f+(((y(2,i)-k)*(exp(B2))*w(1,i)))/((exp(B2)-lambda)^2);
    end
end
% mencari nilai Q
Q1=0;
for i=1:n
    Q1=Q1+exp(B1)*w(1,i);
end
Q1=-Q1;
Q2=0;
for i=1:n
    n1=min(y(:,i));
    for k=0:n1
        Q2=Q2+(((y(1,i)-k)*(exp(B1))*lambda*w(1,i)))/((exp(B1)-lambda)^2);
    end
end
Q=-Q1-Q2;
% mencari nilai S
S1=0;
for i=1:n
    S1=S1+exp(B1)*w(1,i);
end
S1=-S1;
```

B. Himpunan dibawah H_0 (Lanjutan)

```
S2=0;
for i=1:n
    n1=min(y(:,i));
    for k=0:n1
        S2=S2+(((y(2,i)-
k)*(exp(B2))*(lambda)*(w(1,i)))/((exp(B2)-lambda)^2));
    end
end
S=-S1-S2;
H=[D e f ; e Q 0 ; f 0 S];

m=m+1;
T1=zeros(1,1);
Teta1=[Teta1 T1];
Teta1(:,m+1)=Teta1(:,m)-(pinv(H))*g;
Norm=norm((Teta1(m+1)-Teta1(m)),2);
Teta=Teta1(:,m+1);
end
Teta=Teta1(:,m+1)

%mencari nilai loglikelihood
n1=min(y(:,1));
BB1=0;
for k=0:n1
    BB1=BB1+(((exp(B1))-lambda)^((y(1,1)-k)))*(((exp(B2))-
lambda)^((y(2,1)-k)))*((lambda)^(k))/((factorial((y(1,1)-
k)))*(factorial((y(2,1)-k)))*(factorial(k)));
end
BB1=BB1;
loglikelihood1=lambda-exp(B1)-exp(B2)+log(BB1)
```

Lampiran 12. Koefisien Parameter untuk setiap kab/kota di Jawa Timur

Kab/Kota	λ_0	$\beta_{1,0}$	$\beta_{1,1}$	$\beta_{1,2}$	$\beta_{1,3}$	$\beta_{1,4}$	$\beta_{1,5}$
Kab. Pacitan	24.88	7.49	0.0415	0.0338	-0.5757	-0.2047	-0.0564
Kab. Ponorogo	28.52	2.32	0.1886	0.1321	-1.3852	-0.4015	-0.0765
Kab. Trenggalek	24.55	1.20	0.1555	0.0242	-1.0797	-0.2511	0.0052
Kab. Tulungagung	0.19	-5.86	0.3584	0.0757	-1.8923	-0.5610	-0.0078
Kab. Blitar	105.7	1.71	0.2207	0.1231	1.4606	-0.5015	-0.0102
Kab. Kediri	16.23	-1.77	0.3286	0.0470	-2.7324	-0.7624	0.0452
Kab. Malang	22.25	2.49	0.0782	0.0325	0.1821	-0.0297	-0.0243
Kab. Lumajang	0.43	-0.67	0.2768	0.0511	-2.9668	-0.7560	0.0448
Kab. Jember	25.38	2.79	0.0582	0.0280	0.2700	-0.0825	-0.0063
Kab. Banyuwangi	24.62	3.87	0.0843	0.0460	-0.1128	-0.2550	-0.0281
Kab. Bondowoso	0.17	-2.33	0.1870	0.1108	-0.8783	-0.4539	-0.0092
Kab. Situbondo	27.12	0.79	0.1803	0.0316	-1.3254	-0.1187	-0.0163
Kab. Probolinggo	28.43	2.98	0.1239	0.0419	-0.6683	-0.1800	-0.0354
Kab. Pasuruan	10.03	4.14	0.1250	0.0524	-0.0680	-0.3705	-0.0437
Kab. Sidoarjo	27.42	1.03	0.1805	0.0293	-1.3740	-0.1473	-0.0143
Kab. Mojokerto	24.70	2.27	0.1004	0.0220	-0.2049	-0.0284	-0.0122
Kab. Jombang	14.00	-1.36	0.2560	0.0311	-1.9328	-0.5689	0.0271
Kab. Nganjuk	26.02	1.79	0.1010	0.0162	-0.1498	-0.0350	0.0002
Kab. Madiun	19.44	1.47	0.1069	0.0308	-0.1370	-0.0778	-0.0163
Kab. Magetan	22.25	2.06	0.1003	0.0361	0.0295	0.0035	-0.0382
Kab. Ngawi	25.70	0.42	0.1221	0.0103	-0.2531	-0.0175	0.0140
Kab. Bojonegoro	79.30	2.81	0.1204	0.0839	-0.5201	-0.3463	-0.0306
Kab. Tuban	19.68	0.94	0.1094	0.0407	-0.1632	-0.0407	-0.0185
Kab. Lamongan	12.31	-4.26	0.4398	0.0980	-3.6061	-1.0595	0.0732
Kab. Gresik	26.48	1.50	0.0744	0.0000	0.4904	-0.0560	0.0214
Kab. Bangkalan	2.47	11.89	0.6531	1.0454	2.6349	-2.3942	-0.7466
Kab. Sampang	27.92	1.69	0.1756	0.0297	-1.4232	-0.1829	-0.0171
Kab. Pamekasan	22.51	3.13	0.1117	0.0644	-0.3093	-0.2732	-0.0365
Kab. Sumenep	23.20	1.41	0.1139	0.0295	-0.4991	-0.0360	-0.0043
Kota Kediri	25.36	2.44	0.0713	0.0066	0.3554	-0.0529	0.0056
Kota Blitar	3.03	3.91	0.1699	-0.0444	-0.4600	-0.8012	0.0329
Kota Malang	49.75	2.64	0.0303	0.0278	0.6099	0.0295	-0.0002
Kota Probolinggo	26.22	2.14	0.1081	0.0294	-0.3755	-0.0192	-0.0180
Kota Pasuruan	26.59	2.26	0.1766	0.1242	-1.2158	-0.3954	-0.0673
Kota Mojokerto	26.74	1.22	0.1178	0.0175	-0.3447	-0.0136	-0.0001
Kota Madiun	0.78	-12.44	0.4864	0.1518	-3.5045	-0.7286	0.0327
Kota Surabaya	25.68	2.79	0.0624	0.0282	0.2031	-0.0823	-0.0071
Kota Batu	5.64	2.85	0.0805	0.0297	-0.0508	-0.1700	-0.0086

Lampiran 12. Koefisien Parameter (Lanjutan)

Kab/Kota	$\beta_{2,0}$	$\beta_{2,1}$	$\beta_{2,2}$	$\beta_{2,3}$	$\beta_{2,4}$	$\beta_{2,5}$
Kab. Pacitan	9.6185	0.0034	0.0070	-0.1818	-0.0603	-0.0256
Kab. Ponorogo	4.7973	0.1156	0.0503	-0.0711	-0.1973	-0.0216
Kab. Trenggalek	2.4609	0.0893	0.0622	-0.1439	-0.0350	-0.0056
Kab. Tulungagung	-7.0716	0.8013	0.2403	-1.4442	0.0707	-0.3275
Kab. Blitar	-5.2933	0.1388	-0.1777	-1.4198	-0.0343	0.2788
Kab. Kediri	-9.8970	0.0669	-0.0061	-4.6850	-0.0515	0.3077
Kab. Malang	2.8268	0.1070	0.0412	-0.3710	-0.0255	0.0013
Kab. Lumajang	0.0457	0.5348	0.1200	-1.2369	0.0380	-0.2273
Kab. Jember	3.2554	0.0767	0.0398	-0.0866	-0.0438	0.0128
Kab. Banyuwangi	6.9215	0.0344	0.0065	0.0330	-0.0787	-0.0017
Kab. Bondowoso	-17.9683	0.1513	0.1787	-6.8685	0.0485	0.2529
Kab. Situbondo	3.0387	0.1178	0.0164	-0.3868	-0.0304	0.0151
Kab. Probolinggo	5.1376	0.0789	0.0164	0.1285	-0.0719	-0.0050
Kab. Pasuruan	4.3449	0.2918	-0.0805	1.0093	-0.1732	-0.0031
Kab. Sidoarjo	3.1497	0.1188	0.0159	-0.4124	-0.0295	0.0137
Kab. Mojokerto	1.8241	0.1080	0.0190	-0.1118	-0.0431	0.0315
Kab. Jombang	2.7609	0.0600	0.0164	-0.9989	-0.1475	0.0568
Kab. Nganjuk	1.7706	0.1065	0.0198	-0.1020	-0.0453	0.0325
Kab. Madiun	2.1191	0.0902	0.0613	-0.2483	-0.0345	0.0021
Kab. Magetan	2.1993	0.0991	0.0579	-0.3484	-0.0249	-0.0008
Kab. Ngawi	2.6790	0.0953	0.0201	-0.1002	-0.0395	0.0278
Kab. Bojonegoro	3.2062	0.0667	0.0066	-0.4076	-0.1033	0.0429
Kab. Tuban	0.5541	0.1449	0.0410	-0.5596	-0.0185	0.0131
Kab. Lamongan	3.0955	0.2203	0.0859	-2.6369	0.0141	-0.0606
Kab. Gresik	2.9200	0.0794	0.0278	0.0211	-0.0464	0.0240
Kab. Bangkalan	3.4533	0.2471	0.2526	-3.3100	-0.7595	-0.0824
Kab. Sampang	4.3908	0.0954	0.0173	-0.1774	-0.0364	0.0032
Kab. Pamekasan	5.5678	0.0636	0.0181	0.3797	-0.1221	-0.0007
Kab. Sumenep	2.0844	0.1205	0.0193	-0.3007	-0.0337	0.0230
Kota Kediri	2.0323	0.0924	0.0295	-0.0743	-0.0492	0.0279
Kota Blitar	-5.6327	0.0661	0.1646	-6.7900	0.0167	0.1350
Kota Malang	4.2407	0.0712	0.0182	0.1986	-0.0603	0.0124
Kota Probolinggo	1.7229	0.1124	0.0230	-0.2684	-0.0324	0.0327
Kota Pasuruan	4.7092	0.0981	0.0446	-0.0155	-0.1839	-0.0091
Kota Mojokerto	2.1769	0.1009	0.0241	-0.1779	-0.0364	0.0306
Kota Madiun	-20.9227	0.9458	0.1220	-2.6025	0.0120	-0.0653
Kota Surabaya	3.5809	0.0748	0.0332	-0.0127	-0.0449	0.0135
Kota Batu	4.3043	0.0647	0.0186	0.2758	-0.0699	0.0141

Lampiran 13. Nilai Z Hitung Pengujian Hipotesis Parsial

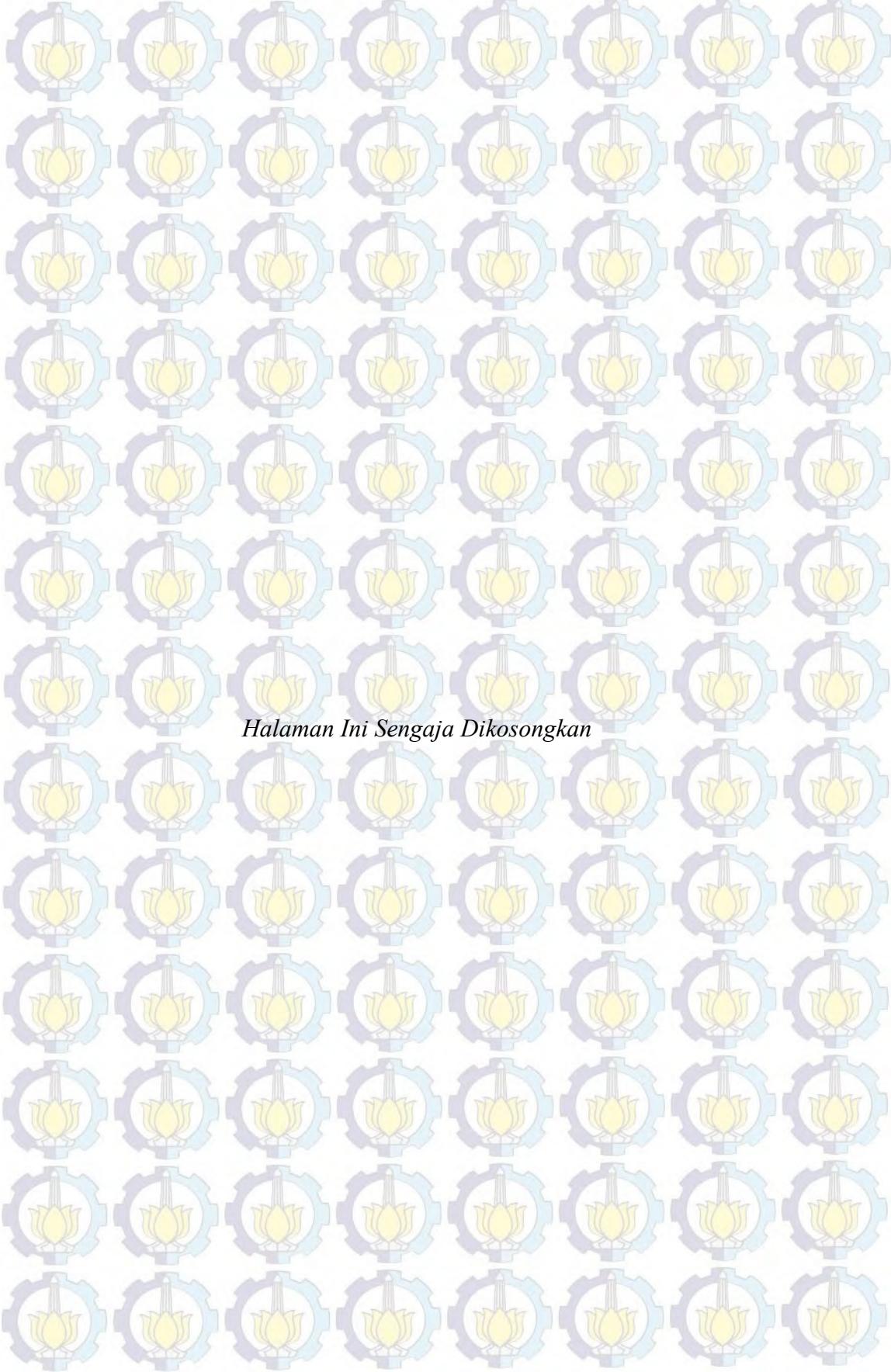
Kab/Kota	$\beta_{1,0}$	$\beta_{1,1}$	$\beta_{1,2}$	$\beta_{1,3}$	$\beta_{1,4}$	$\beta_{1,5}$
Kab. Pacitan	25.76	4.40	5.16	4.53	11.11	14.43
Kab. Ponorogo	10.49	24.27	18.87	14.52	19.49	16.69
Kab. Trenggalek	3.62	24.08	7.12	9.51	14.75	1.08
Kab. Tulungagung	11424.78	74.88	9.43	295.58	11.11	0.56
Kab. Blitar	14.96	80.35	59.98	22.68	68.46	6.44
Kab. Kediri	4.60	49.57	11.96	23.21	49.50	13.17
Kab. Malang	12.81	31.58	20.46	5.89	30.15	10.85
Kab. Lumajang	1.70	36.09	13.18	21.29	38.54	8.81
Kab. Jember	13.25	24.82	17.09	8.34	22.87	2.59
Kab. Banyuwangi	16.50	19.63	10.54	0.99	22.42	6.97
Kab. Bondowoso	2.55	17.07	10.24	4.23	26.50	1.20
Kab. Situbondo	3.01	57.11	21.14	32.65	15.89	5.16
Kab. Probolinggo	14.68	28.13	20.64	12.92	22.52	14.23
Kab. Pasuruan	20.52	19.82	7.54	0.69	20.41	9.05
Kab. Sidoarjo	3.94	59.19	19.85	33.84	17.33	4.50
Kab. Mojokerto	10.70	43.78	16.92	7.91	19.99	4.92
Kab. Jombang	3.99	24.84	9.24	9.39	17.38	8.37
Kab. Nganjuk	8.60	45.28	12.47	5.59	25.46	0.08
Kab. Madiun	4.96	27.93	11.18	4.35	8.91	4.67
Kab. Magetan	8.41	40.66	22.32	0.95	4.09	13.93
Kab. Ngawi	2.12	56.32	7.86	9.86	13.12	6.19
Kab. Bojonegoro	17.43	28.67	23.28	8.40	28.53	12.89
Kab. Tuban	2.53	26.82	15.43	3.25	7.25	3.87
Kab. Lamongan	22.44	134.54	49.86	44.64	71.59	23.90
Kab. Gresik	6.25	27.07	0.02	11.71	25.22	7.58
Kab. Bangkalan	26.63	79.46	55.14	9.84	27.62	117.73
Kab. Sampang	6.63	63.70	23.85	45.00	22.83	5.68
Kab. Pamekasan	14.37	19.65	11.37	2.81	18.43	8.64
Kab. Sumenep	5.67	39.09	28.97	19.48	16.77	1.72
Kota Kediri	9.73	26.98	3.15	9.04	23.71	1.80
Kota Blitar	5.50	12.33	4.28	1.82	22.69	3.09
Kota Malang	38.12	36.96	48.33	68.42	186.22	0.29
Kota Probolinggo	9.51	45.03	23.68	13.92	15.91	6.45
Kota Pasuruan	11.11	22.62	18.16	12.36	21.14	14.22
Kota Mojokerto	5.92	53.82	13.89	14.28	9.94	0.03
Kota Madiun	2096.03	114.51	40.96	30.33	44.54	9.84
Kota Surabaya	13.95	27.80	19.04	6.72	24.24	3.10
Kota Batu	13.97	33.09	18.18	1.41	43.77	3.84

Lampiran 13. Nilai Z Hitung Pengujian Hipotesis Parsial (Lanjutan)

Kab/Kota	$\beta_{2,0}$	$\beta_{2,1}$	$\beta_{2,2}$	$\beta_{2,3}$	$\beta_{2,4}$	$\beta_{2,5}$
Kab. Pacitan	92.62	2.27	10.68	9.36	36.69	30.35
Kab. Ponorogo	83.71	57.54	30.10	3.27	40.03	19.10
Kab. Trenggalek	29.24	85.06	80.15	11.40	25.03	6.50
Kab. Tulungagung	5118.06	13355.47	2336.81	2311.02	1896.92	5118.06
Kab. Blitar	69.34	118.78	102.80	38.41	25.03	165.89
Kab. Kediri	280.72	180.67	51.19	642.39	166.71	778.33
Kab. Malang	45.30	133.74	84.61	39.24	35.75	1.95
Kab. Lumajang	0.66	429.45	255.32	86.59	104.73	598.21
Kab. Jember	62.50	124.14	91.93	10.94	159.97	24.02
Kab. Banyuwangi	100.20	33.19	8.92	1.76	42.24	2.43
Kab. Bondowoso	342.61	490.23	897.87	1016.51	368.02	545.01
Kab. Situbondo	43.07	133.45	46.50	43.16	48.05	18.68
Kab. Probolinggo	99.96	69.62	33.57	12.16	51.96	8.10
Kab. Pasuruan	1740.56	2388.57	519.25	622.74	465.08	32.66
Kab. Sidoarjo	45.07	134.91	45.80	46.47	47.49	17.00
Kab. Mojokerto	22.05	118.71	44.66	12.64	60.29	34.49
Kab. Jombang	20.85	29.95	13.28	45.18	29.69	35.00
Kab. Nganjuk	21.15	116.94	42.87	11.01	61.38	35.01
Kab. Madiun	26.70	87.76	85.93	21.93	23.06	2.86
Kab. Magetan	29.95	99.43	88.62	30.64	26.95	1.15
Kab. Ngawi	40.06	121.62	46.45	10.71	138.62	37.07
Kab. Bojonegoro	54.35	62.99	5.22	17.11	41.70	44.61
Kab. Tuban	4.52	99.91	51.00	34.93	25.74	9.33
Kab. Lamongan	34.18	200.90	120.61	158.82	7.09	115.77
Kab. Gresik	38.86	89.26	48.19	1.73	69.94	30.15
Kab. Bangkalan	26.41	45.97	35.78	24.14	36.93	14.46
Kab. Sampang	61.35	90.51	49.87	18.76	35.28	3.78
Kab. Pamekasan	99.42	58.54	23.36	24.06	57.70	0.97
Kab. Sumenep	23.77	116.79	52.75	31.91	45.11	23.22
Kota Kediri	23.29	98.95	46.00	6.62	60.48	28.18
Kota Blitar	102.77	116.92	475.29	597.74	85.35	257.27
Kota Malang	94.59	123.95	53.63	28.62	89.63	25.25
Kota Probolinggo	22.52	126.84	61.23	30.72	56.91	38.34
Kota Pasuruan	94.80	61.45	31.41	0.82	45.98	9.40
Kota Mojokerto	31.66	127.85	59.30	20.61	72.00	40.01
Kota Madiun	720.06	3245.81	996.18	523.72	32.88	216.24
Kota Surabaya	73.96	129.70	86.38	1.73	113.67	26.55
Kota Batu	94.70	111.83	49.21	36.05	78.43	29.45

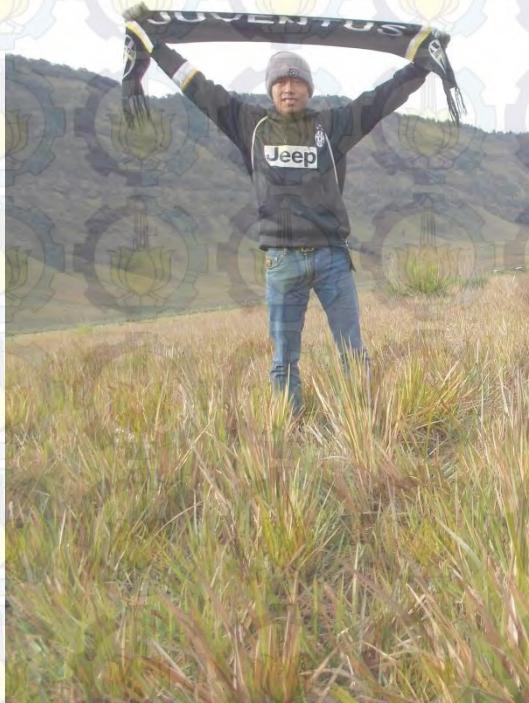
Lampiran 14. Nilai Loglikelihood masing-masing kab/kota di Jawa Timur

Kab/Kota	LogLikelihood	
	Populasi	Ho
Kab. Pacitan	-2320.396025	-12791.19011
Kab. Ponorogo	-1125.299321	-976.1192356
Kab. Trenggalek	-1237.95043	-1125.464797
Kab. Tulungagung	-47.58878571	-3049.889231
Kab. Blitar	-1445.409612	-3169.292473
Kab. Kediri	-789.3445527	-4130.517878
Kab. Malang	-1487.131234	-2673.360372
Kab. Lumajang	-312.3089587	-3196.399912
Kab. Jember	-3584.8126	-2523.499431
Kab. Banyuwangi	-1710.463655	-577.5839981
Kab. Bondowoso	-30.96445433	-501.2317452
Kab. Situbondo	-835.7421107	-7523.153357
Kab. Probolinggo	-2751.247532	-645.9493871
Kab. Pasuruan	-14873.53884	-2888.579572
Kab. Sidoarjo	-130.8780472	-9260.07878
Kab. Mojokerto	-854.0577521	-2480.145066
Kab. Jombang	-93.96967596	-403.9051498
Kab. Nganjuk	-1489.499494	-1960.445504
Kab. Madiun	-434.7650852	-547.5283764
Kab. Magetan	-6003.194217	-696.6120365
Kab. Ngawi	-4024.49467	-1482.515402
Kab. Bojonegoro	-2811.040606	-1011.210833
Kab. Tuban	-1819.383896	-622.3241555
Kab. Lamongan	-9093.121196	-296.9611917
Kab. Gresik	-1340.118044	-497.4915754
Kab. Bangkalan	-11868.64418	-496.9639383
Kab. Sampang	-18623.58871	-33932.61208
Kab. Pamekasan	-3373.558665	-427.8800486
Kab. Sumenep	-26702.74881	-9203.682514
Kota Kediri	27.21167183	-1014.335721
Kota Blitar	6.339971161	-584.4191571
Kota Malang	-295.4069797	-1241.458328
Kota Probolinggo	-514.5486714	-5014.322485
Kota Pasuruan	42.39512849	-1108.935265
Kota Mojokerto	-307.4021579	-2435.398687
Kota Madiun	-1.93407192	-1004.785408
Kota Surabaya	-737.1876223	-860.1575648
Kota Batu	-0.987837191	-970.3973082
Jumlah	-122996.7817	-123326.7981
Devians		660.0327



Halaman Ini Sengaja Dikosongkan

BIOGRAFI PENULIS



Penulis bernama lengkap Muhamad Ikbal Thola dan biasa dipanggil Ikbal. Lahir pada tanggal 25 Januari 1990 di Kota Palu, Sulawesi Tengah dan merupakan anak ke tiga dari empat bersaudara. Penulis telah menempuh pendidikan formal di TK Aisyiyah Palu (1994-1995), SD Inpres Tawanjuka Palu (1995-2001), SMP Negeri 4 Palu (2001-2004), dan SMA Negeri 2 Palu (2004-2007). Setelah lulus SMA penulis melanjutkan studi pada Jurusan Matematika FMIPA Universitas Tadulako, Palu (2007-2011). Pada tahun 2013 penulis melanjutkan studi Magsiter di Program Pascasarjana Jurusan Statistika, FMIPA Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.

Saran dan kritik yang berhubungan dengan Tesis ini dapat ditujukan ke alamat email : ikbalthola@gmail.com atau ikbalthola@yahoo.co.id