



TUGAS AKHIR– SM141501

**ESTIMASI GERAK PROYEKTIL DENGAN METODE
EXTENDED KALMAN FILTER (EKF) PADA INISIAL
KONDISI PESAWAT UDARA BERGERAK**

RISKA APRILIA
NRP 0611144000003

Dosen Pembimbing :
Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si
Hendro Nurhadi, Dipl.-Ing., Ph.D

DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA, KOMPUTASI, DAN SAINS DATA
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
2018



FINAL PROJECT– SM141501

***ESTIMATION OF PROJECTILE MOTION USING EXTENDED
KALMAN FILTER (EKF) METHOD AT THE INITIAL
CONDITION OF THE MOVING AIRCRAFT***

RISKA APRILIA
NRP 0611144000003

Supervisors :
Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si
Hendro Nurhadi, Dipl.Ing., Ph.D

DEPARTMENT OF MATHEMATICS
FACULTY OF MATHEMATICS, COMPUTATION, AND DATA
SCIENCES
SEPULUH NOPEMBER INSTITUTE OF TECHNOLOGY
SURABAYA
2018

LEMBAR PENGESAHAN

**ESTIMASI GERAK PROYEKTIL DENGAN METODE
EXTENDED KALMAN FILTER (EKF) PADA INISIAL
KONDISI PESAWAT UDARA BERGERAK
*ESTIMATION OF PROJECTILE MOTION USING
EXTENDED KALMAN FILTER (EKF) METHOD AT THE
INITIAL CONDITION OF THE MOVING AIRCRAFT*
TUGAS AKHIR**

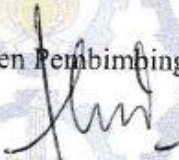
Diajukan untuk Memenuhi Salah Satu Syarat
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika
Pada Bidang Studi Matematika Terapan
Program Studi S-1 Departemen Matematika
Fakultas Matematika, Komputasi, Dan Sains Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya


Oleh:

RISKA APRILIA
NRP. 06111440000003
Menyetujui,


Dosen Pembimbing II

Dosen Pembimbing I


Hendro Nurhadi, Dipl. Ing., Ph.D.
NIP. 19751120 200202 1 002


Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si
NIP. 19660414 199102 2 001

Mengetahui,
Ketua Departemen Matematika
FMKSD ITS


Dr. Imam Mukhlash, S.Si, MT.
NIP. 19700831 199403 1 003

Surabaya, Juli 2018

**ESTIMASI GERAK PROYEKTIL DENGAN METODE
EXTENDED KALMAN FILTER (EKF) PADA INISIAL
KONDISI PESAWAT UDARA BERGERAK
BERGERAK**

Nama : Riska Aprilia
NRP : 06111440000003
Jurusan : Matematika FMKSD-ITS
Pembimbing : 1. Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si
2. Hendro Nurhadi, Dipl.Ing.,Ph.D

ABSTRAK

Salah satu usaha untuk mempertahankan negara adalah pengembangan dalam bidang kedirgantaraan. Contohnya pada jalur udara dengan pesawat yang dilengkapi dengan teknologi senjata api. Pada bidang kemiliteran, proyektil senjata api yang digunakan adalah proyektil kaliber 12.7×99 mm karena memiliki kecepatan yang sangat tinggi. Oleh karena itu diperlukan sebuah estimator untuk memprediksi lintasan proyektil yang ditembak dari pesawat udara. Salah satu estimator yang dapat digunakan adalah Extended Kalman Filter. Metode ini merupakan pengembangan dari metode Kalman Filter. Pada penelitian ini Extended Kalman Filter dibandingkan dengan Kalman Filter untuk mengetahui hasil estimasi yang optimal dengan data pengukuran diasumsikan linier. Hasil estimasi menunjukkan bahwa Extended Kalman Filter memiliki hasil yang optimal untuk memprediksi lintasan proyektil yang ditembak dari pesawat udara bergerak. Hal ini ditunjukkan dengan tingkat keakurasian sebesar 97.81% pada posisi x , 64.34% pada posisi y , dan 98.13% pada posisi z .

Kata-kunci: Gerak Proyektil, Kalman Filter, Extended Kalman Filter

***ESTIMATION OF PROJECTILE MOTION USING
EXTENDED KALMAN FILTER (EKF) METHOD AT THE
INITIAL CONDITION OF THE MOVING AIRCRAFT***

Name : Riska Aprilia
NRP : 0611144000003
Department : Mathematics
Supervisors : 1. Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si
2. Hendro Nurhadi, Dipl.Ing.,Ph.D

ABSTRACT

One attempt to defend the country is the development in the field of aerospace. For example on air lines is aircraft equipped with weapon technology. In the field of military, the projectile used are 12.7 × 99 mm calibre projectile. Because it has very high speeds. Therefore, we need an estimator to predict the trajectory of projectile being shot from the aircraft. One of the estimators that can be used is the Extended Kalman Filter. This method is a development of the Kalman Filter method. In this study, Extended Kalman Filter compared with Kalman Filter to find out the optimal estimation result. And data measurements are assumed linear. The estimation results show that the Extended Kalman Filter has optimal results for predicting the trajectory of projectile being shot from a moving aircraft. This is indicated by the accuracy of 97.81% at the x position, 64.34% at the y-position and 98.13% at the z- position.

Keywords: *Projectile Motion, Kalman Filter, Extended Kalman Filter*

KATA PENGANTAR

Segala puji dan syukur penulis panjatkan ke hadirat Allah SWT yang telah memberikan limpahan taufik dan rahmat-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir yang berjudul

“ESTIMASI GERAK PROYEKTIL DENGAN METODE EXTENDED KALMAN FILTER (EKF) PADA INISIAL KONDISI PESAWAT UDARA BERGERAK”

Sebagai salah satu syarat kelulusan Program Sarjana Departemen Matematika FMKSD Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya.

Tugas Akhir ini dapat terselesaikan dengan baik berkat bantuan dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan ucapan terimakasih dan penghargaan kepada:

1. Dr. Imam Mukhlas, S.Si, MT selaku Ketua Departemen Matematika ITS yang telah memberikan dukungan dan bimbingan selama perkuliahan hingga terselesaikannya Tugas Akhir ini.
2. Ibu Prof. Dr. Dra. Erna Apriliani, M.Si dan Bapak Hendro Nurhadi, Dipl. Ing., Ph.D selaku dosen pembimbing atas segala bimbingan dan motivasinya kepada penulis dalam mengerjakan Tugas Akhir ini sehingga dapat terselesaikan dengan baik.
3. Bapak Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si, M.Si selaku kaprodi S1 dan Bapak Drs. Iis Herisman, M.Sc selaku Sekretaris Kaprodi S1 yang telah memberikan banyak bantuan dalam proses pengumpulan Tugas Akhir ini.
4. Bapak Dr. Hariyanto, M.Si selaku dosen wali yang telah memberikan arahan akademik.

5. Bapak Dr. Didik Khusnul Arief, S.Si,M.Si, Bu Nur Asiyah,M.Si sebagai dosen penguji yang telah memberikan arahan pada penulisan Tugas Akhir.
6. Bapak Ibu dosen serta seluruh staff Tenaga Kependidikan Departemen Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
7. Keluarga Basuki (Ibu, Bapak, dan Kakak) tercinta yang selalu mendoakan dan memberikan semangat serta motivasi kepada penulis.
8. Mbak Siti Mushonifah, S.Si, M.Si, selaku asisten dari Bapak Hendro Nurhadi,Dipl.Ing.,Ph.D yang selalu memberikan bimbingan dan motivasi kepada penulis dalam mengerjakan Tugas Akhir.
9. I Gusti Agung Bagus Widya Sastra “*special person*” yang selalu menjadi tempat berkeluh kesah dan pemberi motivasi kepada penulis.
10. Mas Heri P. dan Mas Prima Aditya yang telah membantu membimbing penulis dan berbagi ilmu kepada penulis dalam mengerjakan Tugas Akhir.
11. Sahabat SMA terwacana Trinita Diyah P., Dyandra Permatasari P., Vega Desiana, Insan Amalia dan Yusi Duwi S. yang selalu menghibur penulis dikala penulis banyak pikiran.
12. Diah Agustin dan Luh Ayu selaku tim proyektil yang selalu kemana-mana bersama dan berjuang bersama menuju wisuda 118.
13. Brian Nugraha, Via, Agil, Maya, Fisa, serta teman-teman AKSIOMA yang selalu memberikan motivasi kepada penulis.
14. Semua pihak yang tidak bisa penulis sebutkan satu-persatu, terimakasih telah memberikan saran, dukungan, motivasi dan membantu sampai terselesaikannya Tugas Akhir ini.

Penulis juga menyadari bahwa dalam Tugas Akhir ini masih terdapat kekurangan. Oleh sebab itu, kritik dan saran yang bersifat membangun sangat penulis harapkan demi kesempurnaan Tugas Akhir ini. Akhirnya penulis berharap semoga Tugas Akhir ini dapat bermanfaat bagi banyak pihak

Surabaya, Juli 2018

Penulis

DAFTAR ISI

TUGAS AKHIR– SM141501.....	i
LEMBAR PENGESAHAN.....	v
ABSTRAK.....	vii
ABSTRACT	ix
KATA PENGANTAR	xi
DAFTAR ISI.....	xv
DAFTAR TABEL.....	xix
DAFTAR GAMBAR.....	xxi
DAFTAR SIMBOL	xxiii
PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah.....	3
1.3 Batasan Masalah	4
1.4 Tujuan	4
1.5 Manfaat	4
1.6 Sistematika Penulisan	5
TINJAUAN PUSTAKA	7
2.1 Penelitian Terdahulu	7
2.2 Peluru	8
2.3 Kaliber Peluru	9
2.4 Peluru Kaliber 12.7 × 99 mm.....	10
2.5 Model Dinamik Peluru yang Ditembak Dari Pesawat Udara yang Bergerak	12
2.6 Metode Kalman Filter	18
2.7 Metode Extended Kalman Filter	19
METODE PENELITIAN	23
3.1 Studi Literatur	23

3.2	Identifikasi Model Gerak Proyektil Kaliber $12,7 \times 99$ mm yang Ditembak dari Pesawat Udara yang Bergerak.....	23
3.3	Implementasi Metode Kalman Filter.....	24
3.4	Implementasi Metode Extended Kalman Filter	25
3.5	Penarikan Kesimpulan dan Saran.....	28
3.6	Pembuatan Laporan Tugas akhir.....	28
3.7	Diagram Alur Penelitian	28
3.8	Diagram Implementasi Algoritma Kalman Filter	30
3.9	Diagram Implementasi Algoritma Extended Kalman Filter	31
ANALISIS DAN PEMBAHASAN		33
4.1	Persamaan Gerak Proyektil yang Ditembak dari Pesawat Udara Bergerak	33
4.2	Diskritisasi	38
4.3	Bentuk Sistem Diskrit Stokastik	40
4.4	Implementasi Metode Kalman Filter.....	44
4.5	Implementasi Metode Extended Kalman Filter	61
4.6	Simulasi Kalman Filter dan Extended Kalman Filter ...	66
4.6.1	Simulasi I.....	67
4.6.2	Simulasi II.....	72
4.6.2.1	Lintasan Proyektil dengan Sudut Tembak Berbeda	73
4.6.2.2	Lintasan Proyektil dengan Kecepatan Pesawat Berbeda	79
4.6.2.3	Lintasan Proyektil dengan Ketinggian Berbeda	84
KESIMPULAN DAN SARAN.....		89
5.1	Kesimpulan	89
5.2	Saran.....	89

DAFTAR PUSTAKA	91
LAMPIRAN A	95
LAMPIRAN B	99
LAMPIRAN C	113

DAFTAR TABEL

Tabel 2. 1 Spesifikasi Proyektil 12,7 x 99 mm tipe MU3-P dari PT. Pindad	11
Tabel 2. 2 Algoritma Kalman Filter.....	18
Tabel 2. 3 Algoritma Extended Kalman Filter	20
Tabel 3. 1 Parameter Proyektil Kaliber 12.7 x 99 mm	27
Tabel 4. 1 Kondisi Awal masing-masing Variabel.....	67
Tabel 4. 2 Nilai rata-rata RMSE dari Metode KF dan EKF	72
Tabel 4. 3 Kecepatan Total Proyektil dengan Sudut Tembak Berbeda.....	73
Tabel 4. 4 Posisi Akhir Proyektil pada Sistem Real dengan Sudut Tembak Berbeda	74
Tabel 4. 5 Panjang Lintasan Proyektil pada Sistem Real pada Bidang x, y	74
Tabel 4. 6 Posisi Akhir Proyektil pada Lintasan oleh Kalman Filter	75
Tabel 4. 7 Panjang Lintasan Proyektil dengan KF pada Bidang x, y	76
Tabel 4. 8 Error Lintasan Proyektil pada Real dan KF pada Bidang x, y	76
Tabel 4. 9 Posisi Akhir Proyektil pada Lintasan oleh EKF	77
Tabel 4. 10 Panjang Lintasan Proyektil oleh EKF pada Bidang x, y	78
Tabel 4. 11 Error Lintasan Proyektil oleh Real dan EKF pada Bidang x, y	78
Tabel 4. 12 Kecepatan Total Proyektil dengan Kecepatan Pesawat Berbeda	79
Tabel 4. 13 Posisi Akhir Proyektil pada Lintasan pada Sistem Real dengan Kecepatan Pesawat yang Berbeda.....	80

Tabel 4. 14	Posisi Akhir Proyektil pada Lintasan dengan Kalman Filter dengan Kecepatan Pesawat yang Berbeda	82
Tabel 4. 15	Posisi Akhir Proyektil pada Lintasan dengan Extended Kalman Filter dengan Kecepatan Pesawat yang Berbeda	83
Tabel 4. 16	Posisi Akhir Proyektil pada Sistem Real dengan Ketinggian yang Berbeda.....	85
Tabel 4. 17	Posisi Akhir Proyektil pada Kalman Filter dengan Ketinggian yang Berbeda.....	86
Tabel 4. 18	Posisi Akhir Proyektil pada Extended Kalman Filter dengan Ketinggian yang Berbeda	87

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2. 1 (A) Proyektil dan (B) Selongsong Peluru	9
Gambar 2. 2 Peluru senapan dengan kaliber berbeda	9
Gambar 2. 3 Proyektil kaliber 12,7 x 99 mm tipe mu3-p dari PT. Pindad.....	10
Gambar 2.4 Lintasan penerbangan atmosfer dari proyektil penembakan datar dari pesawat terbang.....	13
Gambar 2.5 Koordinat Proyektil.....	14
Gambar 2.6 Orientasi Peluru	14
Gambar 2. 7 Gambaran tentang kecepatan peluru pada titik tembak senjata api pada penerbangan sebuah pesawat	17
Gambar 4.1 Grafik Perbandingan Nilai Real dan Estimasi Variabel x	68
Gambar 4.2 Grafik Perbandingan Nilai Real dan Estimasi Variabel y	69
Gambar 4.3 Grafik Perbandingan Nilai Real dan Estimasi Variabel z	70
Gambar 4. 4 Perbandingan Error antara Nilai Real dan Estimasi	71
Gambar 4. 5 Lintasan Proyektil pada Sistem Real dengan Sudut Tembak Berbeda	73
Gambar 4. 6 Lintasan Proyektil dengan Kalman Filter dengan Sudut Tembak Berbeda	75
Gambar 4. 7 Lintasan Proyektil dengan EKF dengan Sudut Tembak Berbeda	77
Gambar 4. 8 Lintasan Proyektil pada Sistem Real dengan Kecepatan Pesawat Berbeda.....	80
Gambar 4. 9 Lintasan Proyektil dengan Kalman Filter dengan Kecepatan Pesawat Berbeda.....	81

Gambar 4. 10	Lintasan Projektil dengan Extended Kalman Filter dengan Kecepatan Pesawat Berbeda.....	82
Gambar 4. 11	Lintasan Projektil pada Sistem Real dengan Ketinggian yang Berbeda.....	84
Gambar 4. 12	Lintasan Projektil dengan Kalman Filter dengan Ketinggian yang Berbeda.....	86
Gambar 4. 13	Lintasan Projektil dengan Extended Kalman Filter dengan Ketinggian yang Berbeda.....	87

DAFTAR SIMBOL

x	: Posisi variabel x
y	: Posisi variabel y
z	: Posisi variabel z
φ	: Sudut <i>roll</i> proyektil
θ	: Sudut <i>pitch</i> proyektil
ψ	: Sudut <i>yaw</i> proyektil
V	: Kecepatan total proyektil
$\hat{u}, \hat{v}, \hat{w}$: Kecepatan komponen proyektil pada bidang tanpa guling
\hat{p}	: Kecepatan sudut roll proyektil pada bidang tanpa guling
\hat{q}	: Kecepatan sudut pitch proyektil pada bidang tanpa guling
\hat{r}	: Kecepatan sudut yaw proyektil pada bidang tanpa guling
D	: Diameter proyektil
ρ	: Massa jenis udara
S_{ref}	: Luas permukaan proyektil
g	: Gaya gravitasi bumi
C_D	: Koefisien gaya dorong
C_{LA}	: Koefisien gaya angkat
C_{MaM}	: Koefisien gaya Magnus
\hat{v}_w, \hat{w}_w	: Kecepatan komponen angin
C_{OM}	: Koefisien <i>overtuning</i> momen
I_{xx}	: Momen axial inersia
I_{yy}	: Momen transverse inersia
C_{RD}	: Koefisien <i>roll damping</i>
C_{PD}	: Koefisien <i>pitch damping</i>

X_{k+1}	:	Variabel keadaan pada waktu $k + 1$
X_k	:	Variabel keadaan pada waktu k
A_k	:	Matrik koefisien
B_k	:	Matrik koefisien untuk input sistem
u_k	:	Variabel input sistem
G_k	:	Matrik koefisien <i>noise</i> sistem
w_k	:	<i>Noise</i> sistem
Z_k	:	Vektor pengukuran pada waktu ke- k
H_k	:	Matrik koefisien pengukuran
v_k	:	<i>Noise</i> pengukuran
P_k	:	Matrik kovarian error pada waktu k
R_k	:	Matrik kovarian error <i>noise</i> pengukuran pada waktu k
Q_k	:	Matrik kovarian error <i>noise</i> sistem pada waktu k
\hat{X}_{k+1}^-	:	Estimasi variabel keadaan pada waktu $k + 1$ sebelum pengukuran
\hat{X}_{k+1}	:	Estimasi variabel keadaan pada waktu $k + 1$ sesudah pengukuran
P_{k+1}^-	:	Matrik kovarian error pada waktu $k + 1$ sebelum pengukuran
P_{k+1}	:	Matrik kovarian error pada waktu $k + 1$ sesudah pengukuran
K_{k+1}	:	Kalman Gain pada waktu $k + 1$

BAB I

PENDAHULUAN

Pada bab ini dijelaskan mengenai hal-hal yang menjadi latar belakang permasalahan yang akan dibahas dalam Tugas Akhir. Permasalahan-permasalahan tersebut disusun ke dalam suatu rumusan masalah. Selanjutnya dijabarkan juga batasan masalah untuk mendapatkan tujuan yang diinginkan serta manfaat yang diperoleh dari Tugas Akhir ini.

1.1 Latar Belakang

Pertahanan Negara atau pertahanan nasional pada dasarnya adalah usaha mempertahankan kedaulatan Negara, keutuhan wilayah sebuah Negara, dan keselamatan segenap bangsa dari ancaman dan gangguan baik dari luar maupun dari dalam terhadap keutuhan bangsa dan Negara. Setiap warga Negara Indonesia berhak dan wajib ikut serta dalam pertahanan dan keamanan Negara sesuai yang tecantum dalam UUD 1945 pasal 30 ayat 1. Usaha untuk mendukung pertahanan negara adalah dengan pengembangan dalam bidang kedirgantaraan. Para peneliti dan akademisi telah melakukan berbagai macam pengembangan alutsista (alat utama sistem pertahanan) [1]. Hal ini dilakukan untuk meningkatkan system pertahanan dan keamanan negara.

Sistem pertahanan negara pada jalur udara dapat menggunakan pesawat yang dilengkapi dengan teknologi persenjataan berupa senjata api atau senapan angin. Senjata api atau senapan angin juga dilengkapi dengan proyektil. Secara umum, ukuran proyektil yang dipakai pada senjata api disebut dengan kaliber. Pada umumnya, cara kerja saat peluru ditembakkan adalah dengan mendorong proyektil peluru dengan energi kinetik yang dihasilkan oleh ledakan propelan, yang biasanya adalah bubuk mesiu. Terdapat

beberapa macam ukuran proyektil yang digunakan pada dunia kemiliteran. Salah satunya adalah proyektil kaliber 12.7 x 99 mm. Proyektil kaliber 12.7 x 99 mm memiliki kecepatan yang sangat tinggi. Oleh karena itu diperlukan sebuah estimator agar dapat mengetahui lintasan dari proyektil.

Pada penelitian terdahulu telah banyak dikembangkan masalah gerak proyektil. Yaitu penelitian yang dilakukan oleh Dimitrios N. Gkritzapis, Dionissios P. Margaris, George Kaimakamis dan Konstantinos Siassiakos pada tahun 2010 [2] tentang gerak proyektil kaliber .50 API M8 yang ditembakkan dari M2 *Machine gun*. Penelitian tersebut dilakukan untuk memprediksi lintasan peluru dengan mempertimbangkan pengaruh gaya dan momen yang bekerja pada proyektil dengan menggunakan simulasi numerik Metode Runge Kutta orde empat. Kemudian Dimtrios N. Gkritzapis melanjutkan penelitiannya bersama dengan Elias E. Panagiotopaulos pada tahun 2011 [3] yaitu tentang penyelidikan fenomena gerak *pitching* dan *yawing* pada proyektil API M8 yang ditembakkan dari senapan mesin M2 yang diluncurkan secara horizontal dari sudut tembak yang berbeda pada pesawat subsonic berkecepatan tinggi. Penelitian ini menggunakan simulasi numerik untuk mengestimasi lintasan peluru.

Berdasarkan penelitian-penelitian sebelumnya, penulis tertarik membuat sebuah penelitian yaitu tentang estimasi gerak proyektil kaliber $12,7 \times 99$ mm yang ditembakkan dari pesawat udara yang bergerak dengan mengabaikan kondisi lingkungan seperti kecepatan angin dan temperatur udara. Salah satu metode estimasi yang sering digunakan adalah Kalman Filter. Kalman Filter merupakan estimator untuk sistem dinamik stokastik yang linier [4]. Kalman Filter adalah estimator optimal linier dengan adanya *noise* sistem dan *noise* pengukuran [5]. Disisi lain, banyak modifikasi dari metode Kalman Filter. Modifikasi dilakukan untuk

menghindari konvergensi algoritma, untuk mengurangi waktu komputasi, untuk mengurangi kesalahan estimasi, dan sebagainya [6]. Salah satu modifikasi dari Kalman Filter adalah metode Extended Kalman Filter. Extended Kalman Filter merupakan metode estimasi yang digunakan untuk sistem dinamik stokastik yang tak linier. Model gerak proyektil yang digunakan pada penelitian Tugas Akhir ini adalah model gerak proyektil dengan enam derajat kebebasan, berbentuk tak linier dengan target diam. Sehingga Model yang berupa sistem matematika tak linier tersebut diestimasi dengan menggunakan metode Extended Kalman Filter dan dengan mengasumsikan data pengukurannya linier. Pada Tugas Akhir ini, penulis juga akan menggabungkan metode Kalman Filter sebagai pembanding untuk metode Extended Kalman Filter. Dikarenakan model gerak proyektil yang ditembak dari pesawat udara bergerak memiliki sistem yang non linier, sehingga sebelum di aplikasikan ke dalam metode Kalman Filter model yang tak linier perlu dilinierisasi dengan mendefinisikan matrik Jacobi [5].

Berdasarkan pemaparan diatas, penulis mengangkat sebuah permasalahan dengan judul *“Estimasi Gerak Proyektil dengan Metode Extended Kalman Filter (EKF) Pada Inisial Kondisi Pesawat Udara Bergerak”*.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang diatas, masalah yang akan diteliti dalam Tugas Akhir ini adalah:

1. Bagaimana hasil penerapan Metode Extended Kalman Filter pada gerak proyektil kaliber 12.7×99 mm pada inisial kondisi pesawat udara bergerak?
2. Bagaimana keunggulan dari metode Extended Kalman Filter jika dibandingkan dengan metode Kalman Filter?

1.3 Batasan Masalah

Pada Tugas Akhir ini, penulis membatasi permasalahan sebagai berikut:

1. Proyektil yang digunakan adalah proyektil kaliber 12,7×99 mm tipe mu3-p.
2. Kecepatan pesawat konstan.
3. Gerak pesawat diasumsikan stabil atau pesawat tidak melakukan gerakan *pitching*, *yawing* dan *rolling*.
4. Ketinggian pesawat diasumsikan tetap.
5. Kecepatan angin dan suhu udara diabaikan.
6. Sudut tembak berkisar antara -10° sampai 60° .
7. Sudut azimuth pada senjata api diasumsikan tetap atau tidak berputar.
8. Target yang akan ditembak diasumsikan diam.
9. Target berada pada jarak antara 0 sampai 2 km dari moncong senjata.
10. Simulasi menggunakan software MATLAB.

1.4 Tujuan

Tujuan dari penulisan dari Tugas akhir ini adalah:

1. Untuk mengetahui hasil penerapan metode Extended Kalman Filter pada gerak proyektil kaliber $12,7 \times 99$ mm pada inisial kondisi pesawat udara bergerak.
2. Untuk mengetahui keunggulan dari metode Extended Kalman Filter jika dibandingkan dengan metode Kalman Filter.

1.5 Manfaat

Pada penulisan Tugas Akhir ini, penulis mengharapkan agar Tugas Akhir ini dapat bermanfaat bagi berbagai kalangan sebagai berikut:

1. Sebagai bahan pertimbangan untuk estimasi gerak proyektil kaliber 12.7 x 99 mm pada inisial kondisi pesawat udara bergerak.
2. Untuk menunjang kemandirian pertahanan dan keamanan negara.

1.6 Sistematika Penulisan

Penulisan Tugas Akhir ini disusun dalam lima bab, yang terdiri dari:

1. BAB I PENDAHULUAN

Pada bab ini berisi tentang gambaran umum dari penulisan Tugas Akhir yang meliputi latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian dan sistematika penulisan.

2. BAB II TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini berisi tentang kajian teori dari referensi penunjang serta penjelasan permasalahan yang dibahas pada Tugas Akhir ini, yaitu meliputi penelitian terdahulu, peluru kaliber $12,7 \times 99$ mm, model gerak proyektil yang ditembak dari pesawat udara yang bergerak, metode Kalman Filter dan metode Extended Kalman Filter.

3. BAB III METODE PENELITIAN

Pada bab ini dijelaskan tahapan-tahapan dalam pengerjaan Tugas Akhir. Tahapan-tahapan tersebut antara lain studi literatur, mengidentifikasi model gerak proyektil yang ditembakkan dari pesawat udara bergerak. Selanjutnya dilakukan implementasi metode Kalman Filter dan metode Extended Kalman Filter. Tahap selanjutnya dilakukan simulasi dan analisis hasil. Tahap terakhir adalah melakukan penarikan kesimpulan berdasarkan analisis dan juga saran.

4. BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini dibahas mengenai pembahasan dalam penyelesaian pengerjaan Tugas Akhir dan implementasi hasil pembahasan kedalam sebuah simulasi. Pembahasan Tugas Akhir ini meliputi diskritisasi persamaan gerak proyektil yang ditembak dari pesawat udara bergerak, penerapan model gerak proyektil dengan menggunakan metode Kalman Filter dan Extended Kalman Filter. Selanjutnya diperoleh hasil estimasi dari Kalman Filter dan juga Extended Kalman Filter.

5. BAB V PENUTUP

Pada bab ini merupakan penutup, berisi mengenai kesimpulan akhir yang diperoleh dari Tugas Akhir serta saran untuk pengembangan penelitian selanjutnya.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini diuraikan mengenai hasil dari penelitian-penelitian sebelumnya yang terkait dengan permasalahan dalam Tugas akhir ini. Selain itu juga diuraikan mengenai pengertian dari proyektil, kaliber proyektil, proyektil kaliber 12,7 x 99 mm dan juga model dinamis gerak proyektil yang ditembakkan dari pesawat udara yang bergerak serta algoritma Kalman Filter dan juga algoritma Extended Kalman Filter.

2.1 Penelitian Terdahulu

Pada Tugas Akhir ini penulis melihat dari beberapa penelitian-penelitian sebelumnya yang sesuai dengan topik yang diambil. Salah satu penelitian yang digunakan adalah jurnal yang ditulis oleh Leonard C Hainz III dan Mark Costello pada tahun 2004 yang berjudul *In-Flight Impact Point Prediction*. Pada penelitian ini dijelaskan tentang sebuah metode yang dapat memprediksi titik dampak penerbangan dari sebuah peluru. Dengan tiga konfigurasi sensor yang dieksplorasi. Pada penelitian ini didapatkan perkiraan keadaan proyektil dengan enam derajat kebebasan dengan menggunakan Metode Kalman Filter dan solusi modifikasi teori linier. Hasil yang diperoleh pada penelitian ini menunjukkan bahwa tingkat kebebasan model proyektil dan simulasi pembacaan sensor yang disimulasikan menunjukkan bahwa teknik tersebut mampu meramalkan dampak tanah hingga 15 meter pada puncaknya lintasan saat umpan balik keadaan penuh tersedia [7].

Penelitian selanjutnya dilakukan oleh Dimitrios N. Gkritzapis, Dionissios P. Margaris, Geroige Kaimakamis dan Konstantinos Siassiakos pada tahun 2010 yang berjudul "*A Study Of Firing Sidiwise from an Airplane*". Pada penelitian tersebut dijelaskan tentang gerak peluru yang diakibatkan karena adanya fenomena-

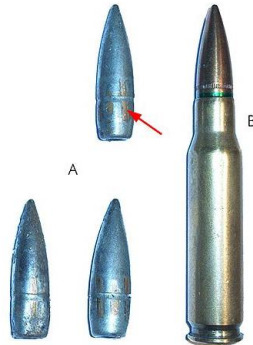
fenomena aerodinamika untuk proyektil yang dilepaskan secara horizontal dari pesawat berkecepatan tinggi. Amunisi yang digunakan adalah proyektil kaliber .50 API M8 yang ditembakkan dari M2 *Machine gun*. Penelitian tersebut dilakukan untuk memprediksi lintasan peluru dengan mempertimbangkan pengaruh gaya dan momen yang bekerja pada proyektil dengan menggunakan simulasi numerik Metode Runge Kutta orde empat, Pada penelitian ini didapatkan hasil bahwa lompatan aerodinamis merupakan efek yang sangat penting yang disebabkan oleh gerak *pitching* dan *yawing* pada proyektil kaliber 12,7 mm [2].

Penelitian selanjutnya dilakukan oleh Dimtrios N. Gkritzapis dan Elias E. Panagiotopoulos pada tahun 2011 yang berjudul “*Epicyclic Motion Analysis for API M8 Bullet Firing Sidewise from a High Subsonic Air Vehicle*”. Pada penelitian tersebut dijelaskan tentang penyelidikan fenomena gerak *pitching* dan *yawing* pada proyektil yang menggunakan model dinamis gerak proyektil dengan enam derajat kebebasan (6-DOF). Amunisi yang digunakan adalah peluru API M8 berkecepatan tinggi yang ditembakkan dari senapan mesin M2 yang diluncurkan secara horizontal dari sudut tembak yang berbeda pada pesawat subsonic berkecepatan tinggi. Pada penelitian ini digunakan simulasi dinamika penerbangan bebas 6-DOF untuk lintasan datar dan membandingkannya dengan solusi differensial linear orde kedua yang sesuai [3].

2.2 Peluru

Proyektil peluru, mata peluru, atau anak peluru adalah proyektil padat yang ditembakkan dari senjata api atau senapan angin, yang terbuat dari logam, umumnya dari timbal. Sebuah proyektil peluru merusak target dengan cara menembusnya dengan energi kinetik yang dihasilkan oleh kecepatannya yang sangat tinggi. Dalam konteks modern, sebuah proyektil peluru bersama dengan

selongsong, bubuk mesiu, Rim, dan primer merupakan bagian dari amunisi.



Gambar 2. 1 (A) Proyektil dan (B) Selongsong Peluru

Cara kerja saat ditembakkan adalah dengan mendorong proyektil peluru dengan energi kinetik yang dihasilkan oleh ledakan propelan, yang biasanya adalah bubuk mesiu. Bahan peledak ini dinyalakan oleh denator kecil yang disebut *primer*.

2.3 Kaliber Peluru

Kaliber secara umum menyatakan ukuran peluru yang dipakai pada senjata api. Kaliber dilihat dari diameter isi lorong laras.



Gambar 2. 2 Peluru senapan dengan kaliber berbeda

Kaliber dapat dinyatakan dalam inci maupun dalam milimeter. Biasanya penyebutan dalam inci digunakan untuk produk komersial dan penyebutan dalam milimeter untuk produk militer.

Dalam inci, kaliber disebut dalam desimal dan dapat ditambahkan satuan kaliber “cal”. Jadi untuk peluru dengan diameter 0.45 inci biasa disebut .45 cal artinya kaliber empat-lima. Dalam milimeter kaliber tidak diberi satuan *cal*, misal untuk peluru 5.56 milimeter disebut 5.56 mm. penyebutan lain juga bisa dengan ditambahkan negara asal, tipe senjata, atau pabrik yang pertama memproduksi, misalnya :

- 1) 5.56 x 45 mm, bias disebut 5.56 NATO, .223 Rem
- 2) 6.62 x 39, disebut 7.62 Soviet, 7.62 Warsaw, 7.62 ComBloc, .30 Short Russian.

2.4 Peluru Kaliber 12.7×99 mm

Peluru kaliber $12,7 \times 99$ mm atau .50 *Browning Machine Gun* (.50 BMG) atau $12,7 \times 99$ mm NATO adalah peluru yang didesain untuk senapan mesin berat M2 *Browning* yang secara resmi digunakan pada tahun 1921, meskipun pengembangannya sudah dimulai sejak tahun 1910an. Selain untuk M2, peluru ini digunakan untuk senapan runduk (*sniper rifle*) dan juga senapan mesin yang menggunakan peluru kaliber .50. Peluru ini biasanya diuntai sebagaimana halnya peluru untuk senapan mesin, tetapi untuk pemakaian pada senapan runduk peluru ini tidak diuntai.



Gambar 2. 3 Proyektil kaliber $12,7 \times 99$ mm tipe mu3-p dari PT. Pindad

Peluru ini dicatat sebagai sebagai salah satu peluru dengan catatan jangkauan terjauh sebesar 2.474 meter menggunakan senapan runduk *Accuracy International AWM* di Perang Afganistan. Kecepatan proyektil $12,7 \times 99$ mm mencapai 900 m/s. Proyektil

kaliber 12,7×99mm memiliki banyak tipe. Perbedaannya hanya berdasarkan pada isi dari peluru itu sendiri dan bentuk dari ujung proyektilnya (*bullet*). Macam-macam tipe proyektil kaliber 12,7×99 mm menurut PT. Pindad, yaitu proyektil kaliber 12,7 ×99 mm tipe MU3-TJ, MU17-TJ, MU11-TG, MU5-HPBT A2, MU12-AR, MU3-N, MU3-P, MU3-SAM, MU3-M, MU3-P+PN, MU3-PB, MU18-TJ, MU37-TJ, MU3-BLAM, MU3- PN , dsb. Namun pada penelitian ini, digunakan proyektil kaliber 12,7 × 99 mm tipe MU3-P. Berikut merupakan spesifikasi dari peluru kaliber 12,7×99 mm tipe mu3-p dari PT. Pindad seperti pada table 2.1.

Tabel 2. 1 Spesifikasi Proyektil 12,7 x 99 mm tipe MU3-P dari PT. Pindad

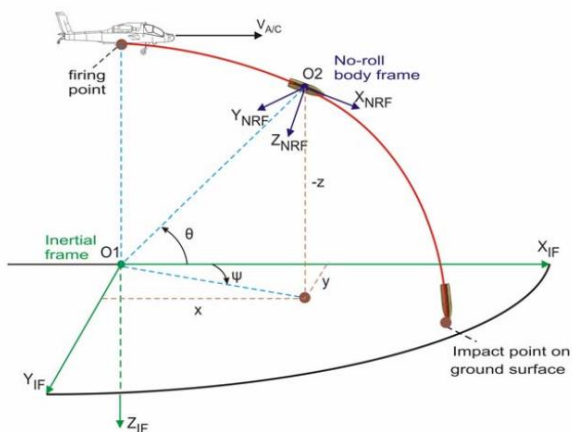
Detail	Deskripsi
Kegunaan	Senjata kaliber 12,7 x 99 mm , M2 <i>Browning Machine Gun</i> , M2HB <i>Machine Gun</i> dan senjata lain pada kaliber yang sama.
<i>Cartridge</i>	-Berat : 119 gram -Ketebalan Rim : 2,11 mm -Selongsong : 17,27 mm
<i>Bullet</i>	-Panjang : 58,67 mm -Berat : 45,20 gram -Bahan : Inti : Antimonial Timbal Jaket : Kuningan 90 (CuZn 10) -Tipe : AP, Full Metal Jacket, Pointed Boat Tail
Selongsong	-Panjang : 99,31 mm -Bahan : Kuningan 72 (CuZn 28) -Tipe : Rimless, Bottleneck, dan centerfire
Primer	-Tipe : Non-Korosif dan Non-Mercurik

Bahan Pembakar	-Tipe : Bubuk tanpa asap
Karakteristik	-Kecepatan rata-rata : 900 m/s -Tekanan gas rata-rata: maks. 3800 kg/cm ² -Tekanan gas individu: maks. 4000 kg/cm ² -Akurasi pada 150 m: maks. 30 cm (ES) @10 putaran -Melalui penetrasi pada 150 m : Baja ringan 16 mm
Pengemasan	Menggunakan <i>Close Loop Link</i> Tipe M2 (HBFL) -1 Link : 1 putaran - 1 kotak metalik : 100 ronde (1 linked) -1 kotak plastik : 200 ronde (2 kotak logam) Menggunakan <i>Open Loop Link</i> Tipe M15 (CIS) -1 Link : 80 putaran -1 kotak metalik : 80 ronde (1 linked) -1 kotak plastik : 160 ronde (2 kotak metalik)

2.5 Model Dinamik Peluru yang Ditembak Dari Pesawat Udara yang Bergerak

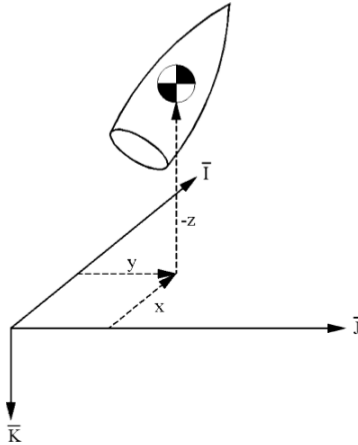
Model gerak proyektil yang ditembak dari pesawat yang bergerak dapat dimodelkan dengan enam derajat kebebasan (6-DOF) [3]. Enam derajat kebebasan terdiri dari tiga komponen translasi yang menggambarkan posisi pusat massa proyektil, dan tiga sudut Euler. Dua sistem koordinat digunakan untuk pendekatan

komputasi dari gerakan penerbangan atmosfer. Dan salah satunya untuk bidang yang tetap (bingkai inersia, IF) dipermukaan tanah, yang proyeksinya terletak pada proyeksi titik tembak ke permukaan tanah, seperti pada gambar 2.3. Untuk yang lainnya adalah koordinat rotasi tanpa guling yang melekat pada, dan bergerak dengan, pusat proyektil massa O_2 (koordinat tanpa guling, NRF, $\varphi = 0$) dengan sumbu X_{NRF} mengikuti gerak proyektil. Sumbu Y_{NRF} tegak lurus terhadap X_{NRF} yang terletak dibidang horizontal. Sumbu Z_{NRF} berorientasi untuk melengkapi sistem ortogonal kanan. Hukum gerak Newton menyatakan bahwa laju perubahan pada momentum linier harus sama dengan jumlah semua gaya yang diterapkan secara eksternal dan tingkat perubahan pada momentum sudut harus sama dengan jumlah semua momen yang diberikan secara eksternal. Gaya yang bekerja pada proyektil terdiri dari berat, gaya aerodinamik, dan gaya magnus. Di sisi lain momen yang bekerja pada proyektil terdiri dari momen, karena gaya aerodinamika standar, momen aerodinamis Magnus dan momen aerodinamis yang tidak stabil.

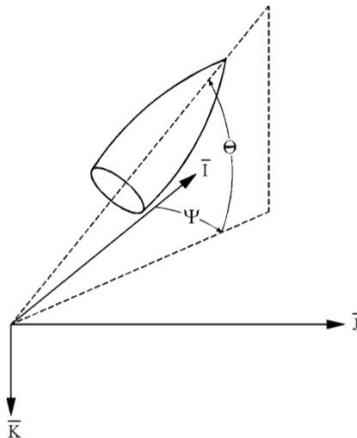


Gambar 2.4 Lintasan penerbangan atmosfer dari proyektil penembakan datar dari pesawat terbang.

Pada gambar 2.5 dan gambar 2.6 diberikan visualisasi derajat kebebasan pada gerak proyektil



Gambar 2.5 Koordinat Proyektil



Gambar 2.6 Orientasi Peluru

Pada persamaan gerak peluru terdapat dua belas variable *state* yaitu: $x, y, z, \theta, \psi, \varphi, \hat{u}, \hat{v}, \hat{w}, \hat{p}, \hat{q}, \hat{r}$ yang dibutuhkan untuk

deskripsi posisi, arah penerbangan, kecepatan pada tiap titik lintasan peluru. Komponen-komponen gaya dan momen yang bekerja dinyatakan dalam bingkai tanpa guling ($\hat{*}$) dengan tanpa dimensi yang diskripsikan sebagai lintasan peluru saat berada pada posisi melengkung, dan sebagai independen variable [3], yang ditulis sebagai berikut:

$$l = \frac{1}{D} s = \frac{1}{D} \int_0^t V dt \quad (2.1)$$

Persamaan gerak peluru di definisikan sebagai berikut [4]:

$$\frac{dx}{dl} = \frac{D}{V} (\cos \theta \hat{u} - \psi \hat{v} + \sin \theta \hat{w}) \quad (2.2)$$

$$\frac{dy}{dl} = \frac{D}{V} (\psi \cos \theta \hat{u} + \hat{v} + \psi \sin \theta \hat{w}) \quad (2.3)$$

$$\frac{dz}{dl} = \frac{D}{V} (-\sin \theta \hat{u} + \cos \theta \hat{w}) \quad (2.4)$$

$$\frac{d\varphi}{dl} = \frac{D}{V} (\hat{p} + \tan \theta \hat{r}) \quad (2.5)$$

$$\frac{d\theta}{dl} = \frac{D}{V} \hat{q} \quad (2.6)$$

$$\frac{d\psi}{dl} = \frac{D}{V \cos \theta} \hat{r} \quad (2.7)$$

$$\frac{d\hat{u}}{dl} = -\frac{D}{V} g \sin \theta - \frac{\rho S_{ref} D}{2m} C_D V \quad (2.8)$$

$$\frac{d\hat{v}}{dl} = -\frac{\rho S_{ref} D}{2m} (C_{LA} + C_D)(\hat{v} - \hat{v}_w) - D \hat{r} \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{w}}{dl} = & -\frac{\rho S_{ref} D}{2m} (C_{LA} + C_D)(\hat{w} - \hat{w}_w) + D \hat{q} \\ & + \frac{D}{V} g \cos \theta \end{aligned} \quad (2.10)$$

$$\frac{d\hat{p}}{dl} = \frac{\pi \rho D^5}{16 I_{YY}} C_{RD} \hat{p} \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned}
\frac{d\hat{q}}{dl} = & \frac{\pi\rho D^5}{16I_{YY}V} L_{CGCM} C_{MaM} \hat{p} (\hat{v} - \hat{v}_w) \\
& + \frac{\pi\rho D^3}{8I_{YY}} L_{CGCP} (C_{LA} + C_D) (\hat{w} - \hat{w}_w) \\
& + \frac{\pi\rho D^5}{16I_{YY}} C_{PD} \hat{q} + \frac{\pi\rho D^4}{8I_{YY}} C_{OM} \\
& - \frac{I_{XX} D}{I_{YY} V} \hat{p} \hat{r}
\end{aligned} \tag{2.12}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d\hat{r}}{dl} = & \frac{\pi\rho D^4}{16I_{YY}V} L_{CGCM} C_{MaM} \hat{p} (\hat{w} - \hat{w}_w) \\
& - \frac{\pi\rho D^3}{8I_{YY}} L_{CGCP} (C_{LA} + C_D) (\hat{v} - \hat{v}_w) \\
& + \frac{\pi\rho D^5}{16I_{YY}} C_{PD} \hat{r} - \frac{\pi\rho D^4}{8I_{YY}} C_{OM} \\
& - \frac{I_{XX} D}{I_{YY} V} \hat{p} \hat{q}
\end{aligned} \tag{2.13}$$

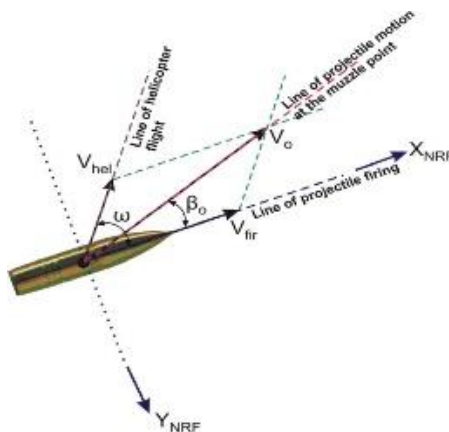
Model gerak proyektil yang ditembak dari pesawat udara bergerak yaitu pada persamaan (2.2) sampai (2.13) yang digunakan untuk estimasi yaitu berbentuk turunan terhadap waktu yang didefinisikan sebagai berikut:

$$\frac{dX}{dt} = \frac{dX}{dl} \frac{dl}{dt} \tag{2.14}$$

Dengan X merupakan kumpulan *state* pada model gerak proyektil yang ditembak dari pesawat udara bergerak.

Pada model gerak proyektil yang ditembak dari pesawat udara bergerak juga memiliki sedikit perbedaan dengan model gerak proyektil yang ditembakkan dari senjata yang diam yaitu pada

inisialisasi kecepatan total dari proyektil yang diasumsikan seperti pada gambar berikut:



Gambar 2. 7 Gambaran tentang kecepatan peluru pada titik tembak senjata api pada penerbangan sebuah pesawat

Sesuai pada gambar berikut inisial total kecepatan moncong senjata api V_0 pada proyektil yang ditembakkan ke arah kanan V_{fir} dengan sudut ω yang relative pada gerak penerbangan pesawat $V_{A/C}$ yang di definisikan sebagai berikut [4]:

$$V_0 = \sqrt{V_{fir}^2 + V_{A/C}^2 + 2 V_{fir} V_{A/C} \cos \omega} \quad (2.15)$$

Pada model gerak proyektil yang ditembakkan dari pesawat udara bergerak juga diasumsikan bahwa kecepatan pada komponen \hat{u} diganti dengan V karena diasumsikan bahwa pengaruh kecepatan angin sangat kecil sehingga mempengaruhi komponen kecepatan \hat{v} dan \hat{w} yang diasumsikan sangat kecil sehingga dapat didefinisikan sebagai berikut [3]:

$$V = \sqrt{\hat{u}^2 + \hat{v}^2 + \hat{w}^2} \approx \hat{u} \quad (2.16)$$

2.6 Metode Kalman Filter

Metode Kalman Filter diperkenalkan pertama kali oleh R.E. Kalman pada tahun 1960 [8]. Kalman Filter merupakan sebuah algoritma pengolahan data yang optimal. Kalman Filter merupakan suatu estimator sistem dinamik linear [9]. Kalman filter mampu mengestimasi variabel keadaan dinamis dari sistem dengan dua tahapan yaitu tahap prediksi dan tahap koreksi. Tahap prediksi (*time update*) merupakan tahap estimasi dari sistem model dinamik, sedangkan tahap koreksi (*measurement update*) merupakan tahap estimasi dari model pengukuran [10]. Algoritma Kalman Filter waktu diskrit ditulis sebagai berikut:

$$\text{Model sistem} \quad : \quad x_{k+1} = \mathbf{A}x_k + \mathbf{B}u_k + \mathbf{G}w_k \quad (2.17)$$

$$\text{Model Pengukuran} \quad : \quad z_k = \mathbf{H}x_k + v_k \quad (2.18)$$

Dengan Asumsi :

$$x_0 \sim N(\bar{x}_0, \mathbf{P}_{x_0}), w_k \sim N(0, \mathbf{Q}_k), v_k \sim N(0, \mathbf{R}_k)$$

Pada Kalman filter, estimasi dilakukan dengan dua tahapan yaitu tahap prediksi (*time update*) dan tahap koreksi (*measurement update*). Tahap prediksi yaitu memprediksi variabel keadaan dan tingkat akurasiya dihitung menggunakan persamaan kovarian error atau norm kovariansi error. Pada tahap koreksi, hasil estimasi variabel keadaan dikoreksi menggunakan model pengukuran. Salah satu bagian dari tahap ini yaitu menentukan matriks Kalman Gain yang digunakan untuk meminimumkan kovariansi error [11]. Tahap prediksi dan tahap koreksi akan diulang terus menerus sampai waktu k yang ditentukan. Algoritma Kalman Filter diberikan pada Tabel 2.2.

Tabel 2. 2 Algoritma Kalman Filter

Model Sistem	$x_{k+1} = \mathbf{A}x_k + \mathbf{B}u_k + \mathbf{G}w_k$
Model Pengukuran	$z_k = \mathbf{H}x_k + v_k$

Asumsi	$x_0 \sim N(\bar{x}_0, P_{x_0}), w_k \sim N(0, Q_k)$ $, v_k \sim N(0, R_k)$
Inisialisasi	$\hat{X}_0 = \bar{X}_0$ $P_0 = P_{x_0}$
Tahap Prediksi	Estimasi : $\hat{X}_{k+1}^- = A_k \hat{x}_k + B u_k$ Kovarian Error : $P_{k+1}^- = A_k P_k A_k^T + G_k Q_k G_k^T$
Tahap Koreksi	Kalman Gain : $K_{k+1} = P_{k+1}^- H^T (H P_{k+1}^- H^T + R)^{-1}$ Estimasi : $\hat{X}_{k+1} = \hat{X}_{k+1}^- + K_{k+1} (z_{k+1} - H \hat{X}_{k+1}^-)$ Kovarian Error : $P_{k+1} = [I - K_{k+1} H_{k+1}] P_{k+1}^-$ $[I - K_{k+1} H_{k+1}]^T + K_{k+1} R_{k+1} K_{k+1}^T$

2.7 Metode Extended Kalman Filter

Dalam Kalman Filter model yang digunakan adalah linier, tetapi pada kenyataannya banyak model tak linier. Oleh sebab itu, dikembangkan metode Extended Kalman Filter yang digunakan untuk menyelesaikan model tak linier. Misalkan diberikan model stokastik tak linier:

$$X_{k+1} = f(X_k, u_k) + w_k \quad (2.19)$$

Dengan w_k adalah *noise* sistem yang digunakan untuk mengupdate parameter fungsi Gaussian [12]. *Noise* sistem tersebut merupakan vektor acak yang diambil dari distribusi Gaussian dengan *mean* = 0 dan kovarian R [13] [14]. Dengan model pengukuran tak linier $Z_k \in R^n$ yang memenuhi

$$Z_k = h_k(X_k) + v_k \quad (2.20)$$

Yang diasumsikan bahwa $X_0 \sim N(\widehat{X}_0, P_{X_0})$, $w_k \sim N(0, Q_k)$, dan $v_k \sim N(0, R_k)$ memiliki sebaran normal dan diasumsikan *white*, artinya tidak memiliki korelasi satu sama lain maupun dengan nilai awal \widehat{X}_0 .

Sebelum proses estimasi, dilakukan proses inisialisasi terlebih dahulu pada sistem tak linier. Proses inisialisasi dilakukan dengan mendefinisikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 X_{k+1}^* &= f(\widehat{X}_k, u_k) \\
 Z_k^* &= h_k(X_k) + v_k \\
 A &= [A_{i,j}] = \left[\frac{\partial f_i}{\partial X_j}(\widehat{X}_k, u_k) \right] \\
 H &= [H_{i,j}] = \left[\frac{\partial f_i}{\partial X_j}(X_{k+1}^*) \right]
 \end{aligned}$$

A dan H adalah matrik Jacobi yang diperoleh dari penurunan f dan h terhadap arah X . Modifikasi dari algoritma kalman filter inilah yang disebut dengan algoritma Extended Kalman Fiter [15]. Algoritma Extended Kalman Filter diberikan pada Tabel 2.3.

Tabel 2. 3 Algoritma Extended Kalman Filter

Model Sistem	$X_{k+1} = f(X_k, u_k) + w_k$
Model Pengukuran	$Z_{k+1} = h(X_{k+1}) + v_k$
Asumsi	$x_0 \sim N(\bar{X}_0, P_{X_0}), w_k \sim N(0, Q_k)$ $, v_k \sim N(0, R_k)$
Inisialisasi	$\widehat{X}_0 = \bar{X}_0$ $P_0 = P_{X_0}$

Tahap Prediksi	$A = \left[\frac{\partial f_i}{\partial X_j} (\hat{X}_k, u_k) \right]$ <p>Estimasi : $\hat{x}_{k+1}^- = f(X_k, u_k)$ Kovarian Error : $P_{k+1}^- = AP_k + PA^T + G_k Q_k G_k^T$</p>
Tahap Koreksi	<p>Kalman Gain : $K_{k+1} = P_{k+1}^- H^T (HP_{k+1}^- H^T + R_{k+1})^{-1}$</p> <p>Estimasi : $\hat{X}_{k+1} = \hat{X}_{k+1}^- + K_{k+1} (Z_{k+1} - h(\hat{X}_{k+1}^-))$</p> <p>Kovarian Error : $P_{k+1} = [I - K_{k+1} H] P_{k+1}^-$</p>

BAB III

METODE PENELITIAN

Pada bab ini akan dijelaskan bagaimana langkah-langkah yang digunakan dalam mengestimasi gerak proyektil yang ditembak pada pesawat udara bergerak dengan menggunakan metode Kalman Filter dan Extended Kalman Filter. Tahap penelitian dalam Tugas Akhir ini terdiri atas tujuh tahap, yaitu studi literatur, mengidentifikasi model gerak proyektil kaliber $12,7 \times 99$ mm yang ditembakkan dari pesawat udara yang bergerak, implementasi metode, analisis dan pembahasan, penarikan kesimpulan, dan pembuatan laporan Tugas Akhir. Adapun metode penelitian yang digunakan adalah sebagai berikut:

3.1 Studi Literatur

Pada tahap ini diawali dengan identifikasi masalah dengan cara melakukan pencarian dan pengumpulan referensi yang menunjang penelitian. Referensi yang dipakai adalah buku-buku, jurnal ilmiah, literature, tugas akhir atau tesis yang berkaitan dengan permasalahan, serta artikel dari internet. Dengan tujuan untuk mempelajari lebih dalam mengenai model proyektil yang ditembakkan dari pesawat yang bergerak, metode Kalman Filter dan metode Extended Kalman Filter.

3.2 Identifikasi Model Gerak Proyektil Kaliber $12,7 \times 99$ mm yang Ditembak dari Pesawat Udara yang Bergerak

Pada tahap ini dilakukan pemahaman mengenai model gerak proyektil yang ditembak dari pesawat udara bergerak yang dimodelkan dengan enam derajat kebebasan (6-DOF) yaitu pada persamaan (2.2) sampai (2.13). Model gerak proyektil yang ditembak dari pesawat udara bergerak pada penelitian ini merupakan model tak linier. Sebelum model gerak proyektil diaplikasikan ke

dalam algoritma Kalman Filter dan Algoritma Extended Kalman Filter, maka perlu dilakukan diskritisasi dengan menggunakan metode Beda Hingga Maju untuk memprediksi satu langkah kedepan.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \frac{dx}{dt} = \frac{x_{k+1} - x_k}{\Delta t} \\ \dot{y} &= \frac{dy}{dt} = \frac{y_{k+1} - y_k}{\Delta t} \\ \dot{z} &= \frac{dz}{dt} = \frac{z_{k+1} - z_k}{\Delta t} \\ &\vdots \\ \dot{\hat{r}} &= \frac{d\hat{r}}{dt} = \frac{\hat{r}_{k+1} - \hat{r}_k}{\Delta t}\end{aligned}$$

Kemudian akan dilakukan estimasi system dengan menggunakan Metode Kalman Filter dan Metode Extended Kalman Filter. Selanjutnya akan dilakukan pengkajian terhadap hasil dari kedua metode tersebut.

3.3 Implementasi Metode Kalman Filter

Pada tahap ini, algoritma Kalman Filter diterapkan untuk menyelesaikan model gerak proyektil dengan enam derajat kebebasan yang berbentuk non-linier. Dan dengan data pengukuran yang linier. Tahapan-tahapan untuk metode Kalman Filter yaitu mendefinisikan model system dan model pengukuran, kemudian dilakukan diskritisasi model gerak proyektil yang ditembak dari pesawat udara bergerak. Karena model gerak proyektil yang ditembak dari pesawat udara bergerak memiliki bentuk sistem yang tak linier maka dilakukan linierisasi disekitar *state* variabel dengan mendefinisikan matriks Jacobi. Kemudian dilakukan inialisasi nilai awal, selanjutnya masuk ke tahap prediksi dan koreksi. Adapun langkah-langkah yang dilakukan untuk menggunakan metode Kalman Filter adalah sebagai berikut:

- a. Menentukan model sistem dan model pengukuran metode Kalman Filter

Model yang direpresentasikan: $x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + Gw_k$

Karena pada model gerak proyektil yang ditembak dari pesawat udara bergerak memiliki bentuk yang tak linier, maka harus dilakukan pelinieran terlebih dahulu sebelum diimplementasikan ke metode Kalman Filter dengan mendefinisikan matriks Jacobi.

$$A = \left[\frac{\partial f_i}{\partial x_j} (\hat{X}_k, u_k) \right]$$

Model pengukuran: $Z_k = HX_k + v_k$

Dengan variabel keadaan $X = [x, y, z, \varphi, \theta, \psi, V, \hat{v}, \hat{w}, \hat{p}, \hat{q}, \hat{r}]^T$

- b. Tahap Prediksi

Pada tahap ini menghitung kovarian error dan estimasi pada model sistem.

Kovarian error: $P_{k+1}^- = A_k P_k A^T + G Q G^T$

Estimasi: $\hat{x}_{k+1}^- = A_k \hat{x}_k + B u_k$

- c. Tahap Koreksi

Pada tahap koreksi ini menghitung Kalman Gain, Kovarian error pada model pengukuran. Kemudian diperoleh hasil estimasi.

Kalman Gain: $K_{k+1} = P_{k+1}^- H^T (H P_{k+1}^- H^T + R)^{-1}$

Kovarian Error: $P_{k+1} = [I - K_{k+1} H_{k+1}] P_{k+1}^- [I - K_{k+1} H_{k+1}]^T + K_{k+1} R_{k+1} K_{k+1}^T$

Estimasi: $\hat{x}_{k+1} = \hat{x}_{k+1}^- + K_{k+1} (z_{k+1} - H \hat{x}_{k+1}^-)$

- d. Pada tahap koreksi dilakukan kembali ke langkah prediksi secara rekursif atau berulang dengan melakukan iterasi sebanyak k langkah. Pada tahap koreksi perhitungan dikatakan bagus jika nilai kovarian errornya semakin kecil dan juga perhitungan dikatakan bagus jika nilai errornya semakin kecil pula.

3.4 Implementasi Metode Extended Kalman Filter

Pada tahap ini, algoritma Extended Kalman Filter diterapkan untuk menyelesaikan model gerak peluru dengan enam derajat

kebebasan yang berbentuk tak linier. Sebelum algoritma EKF diterapkan, dilakukan diskritisasi untuk memperoleh model stokastik. Kemudian dilakukan inisialisasi untuk matriks \mathbf{A} yang merupakan matrik Jacobi dari model gerak proyektil yang ditembak dari pesawat udara bergerak yang berbentuk non-linier. Adapun langkah-langkah yang dilakukan pada metode Extended Kalman Filter adalah sebagai berikut:

- a. Menentukan model sistem dan model pengukuran metode Extended Kalman Filter

Model pada sitem direpresentasikan: $x_{k+1} = f(x_k, u_k) + w_k$

Model pengukuran: $z_{k+1} = H_k(x_{k+1}) + v_k$

Dengan variabel keadaan $X = [x, y, z, \varphi, \theta, \psi, V, \hat{v}, \hat{w}, \hat{p}, \hat{q}, \hat{r}]^T$

- b. Melakukan pelinieran

Model persamaan gerak proyektil yang ditembak dari pesawat udara bergerak merupakan model tak linier sehingga dilakukan proses pelinieran. Proses pelinieran dengan membentuk matrik Jacobi.

$$A = \left[\frac{\partial f_i}{\partial x_j} (\hat{X}_k, u_k) \right]$$

- c. Tahap Prediksi

Pada tahap ini menghitung kovarian *error* dan estimasi pada model sistem.

Kovarian *error*: $P_{k+1}^- = \mathbf{A}_k \mathbf{P}_k + \mathbf{P}_k \mathbf{A}_k^T + \mathbf{G}_k \mathbf{Q}_k \mathbf{G}_k^T$

Estimasi: $\hat{x}_{k+1}^- = f(\hat{X}_k, u_k)$

- d. Tahap Koreksi

Pada Tahap koreksi ini menghitung Kalman Gain, Kovarian *error* pada model pengukuran. Kemudian diperoleh hasil estimasi.

Kalman Gain: $\mathbf{K}_{k+1} = \mathbf{P}_{k+1}^- \mathbf{H}^T [\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k+1}^- \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_{k+1}^p]^{-1}$

$$\text{Kovarian error: } \mathbf{P}_{k+1} = [\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}] \mathbf{P}_{k+1}^-$$

$$\text{Estimasi: } \hat{\mathbf{X}}_{k+1} = \hat{\mathbf{X}}_{k+1}^- + \mathbf{K}_{k+1} (\mathbf{Z}_{k+1} - h(\hat{\mathbf{X}}_{k+1}^-))$$

- e. Pada tahap koreksi dilakukan kembali ke langkah prediksi secara rekursif atau berulang dengan melakukan iterasi sebanyak k langkah. Pada tahap koreksi perhitungan dikatakan bagus jika nilai kovarian errornya semakin kecil dan juga perhitungan dikatakan bagus jika nilai errornya semakin kecil pula.

3.1 Simulasi, Analisis Hasil, dan Pembahasan

Pada tahap ini, akan dilakukan simulasi dari model gerak peluru dengan enam derajat kebebasan yang ditembakkan dari pesawat yang bergerak yang diimplementasikan dalam bentuk program menggunakan *software* aplikasi MATLAB. Pada simulasi kali ini, parameter yang digunakan adalah sebagai berikut:

Tabel 3. 1 Parameter Proyektil Kaliber 12.7 x 99 mm

Keterangan	Simbol	Parameter
Massa Proyektil	m	0.0452 kg
Diameter	D	0.0127 m
Massa jenis udara	ρ	1 kg/m ³
Luas Permukaan proyektil	S_{ref}	0.000127 m ²
Koefisien roll damping	C_{rd}	-0.009
Koefisien gaya Tarik	C_d	0.63
Koefisien gaya angkat	C_{la}	3.52
Momen magnus	C_{MaM}	0.27
Koefisien <i>overtuning magnus</i>	C_{OM}	2.6
Momen axial Inersia	I_{xx}	0.7843×10^{-6}
Momen Transverse Inersia	I_{yy}	0.7389×10^{-6}
Gaya gravitasi bumi	g	9.8065
Jarak antara pusat gravitasi dengan pusat magnus	L_{CGCM}	0.01956

Jarak antara pusat gravitasi dengan pusat tekanan	L_{CGCP}	0.02318
---	------------	---------

Simulasi yang dilakukan dengan memperlihatkan hasil grafik dari nilai real, hasil simulasi menggunakan algoritma Kalman Filter dan hasil simulasi menggunakan algoritma EKF. Kemudian dilakukan analisis terhadap hasil estimasi untuk gerak peluru.

3.5 Penarikan Kesimpulan dan Saran

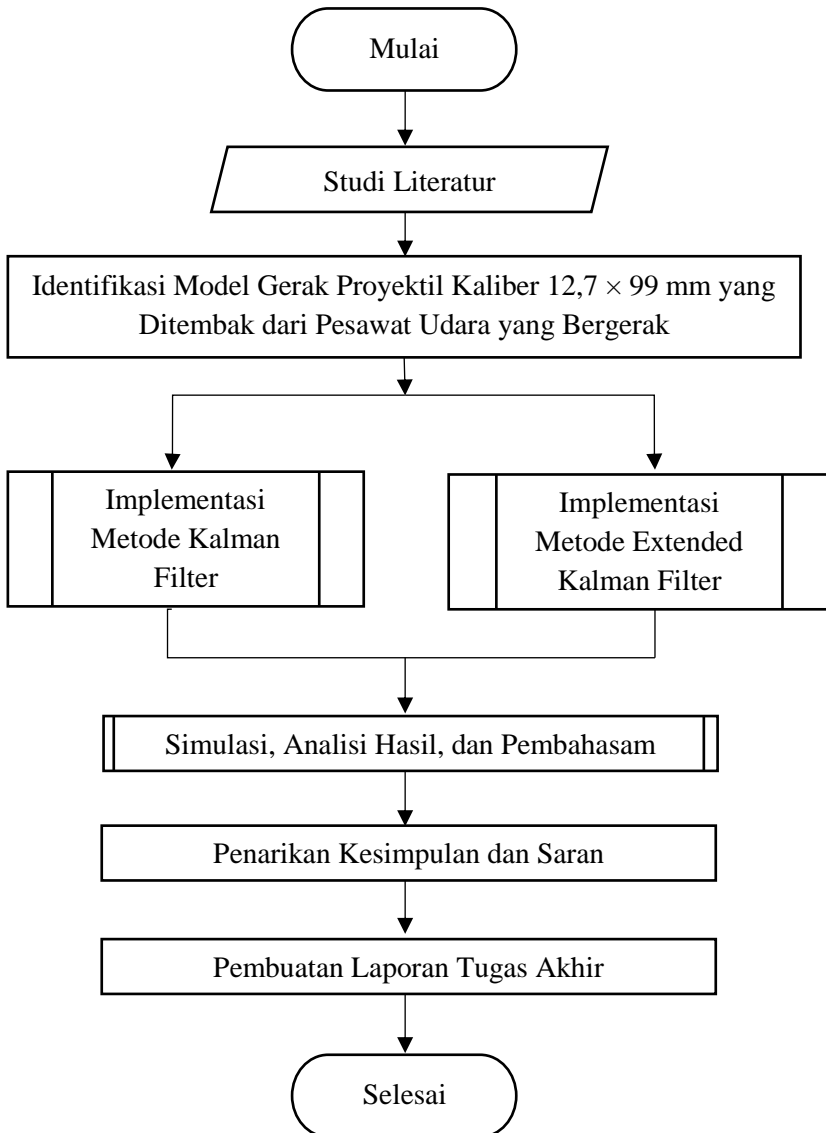
Pada tahap ini, dilakukan penarikan kesimpulan yang didasarkan pada hasil yang diperoleh dari tahap-tahap sebelumnya. Dan diberikan saran untuk penelitian-penelitian selanjutnya.

3.6 Pembuatan Laporan Tugas akhir

Pada tahap ini, setelah dapat menjawab permasalahan dari topik Tugas Akhir ini, maka akan dibuat laporan Tugas Akhir.

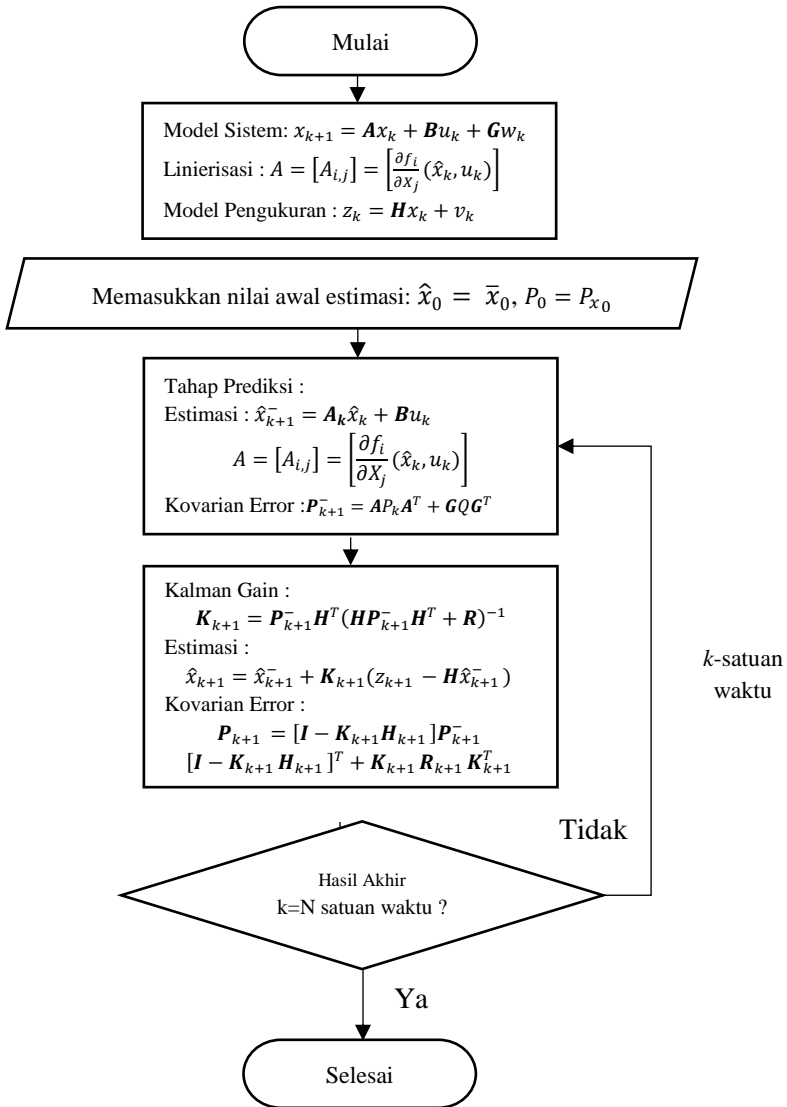
3.7 Diagram Alur Penelitian

Langkah-langkah penelitian pada Tugas Akhir ini disajikan dalam diagram alur sebagai berikut:



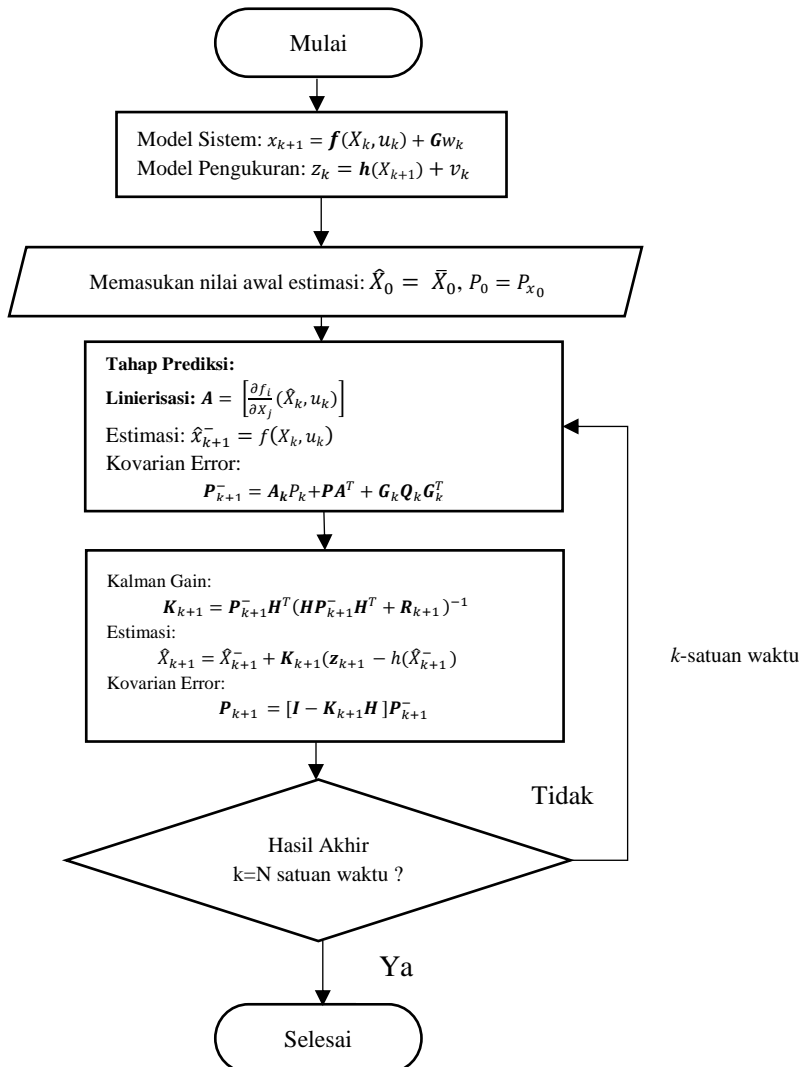
Gambar 3. 1 Diagram Alur Penelitian

3.8 Diagram Implementasi Algoritma Kalman Filter



Gambar 3. 2 Diagram Algoritma Kalman Filter

3.9 Diagram Implementasi Algoritma Extended Kalman Filter



Gambar 3. 3 Diagram Algoritma Extended Kalman Filter

BAB IV

ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini dibahas mengenai estimasi gerak proyektil kaliber 12,7 x 99 mm yang ditembak dari pesawat udara bergerak. Pembahasan diawali dengan pembentukan model ruang keadaan (*state space*) waktu diskrit stokastik. Selanjutnya dilakukan proses estimasi dengan algoritma Kalman Filter dan Extended Kalman Filter. Setelah itu melakukan simulasi dengan menggunakan software MATLAB untuk memperoleh tingkat keakuratan dari kedua algoritma dan menganalisis hasilnya.

4.1 Persamaan Gerak Proyektil yang Ditembak dari Pesawat Udara Bergerak

Pada bagian ini akan dibahas tentang model proyektil yang ditembak dari pesawat udara bergerak. Seperti yang telah dijelaskan pada Bab II, gerak proyektil yang ditembak dari pesawat udara bergerak dimodelkan dengan enam derajat kebebasan (6-DOF) yang dinyatakan dalam bingkai tanpa guling (*no-roll*) ($\hat{*}$) yaitu pada persamaan (2.2) – (2.13).

Pada Bab II telah dijelaskan bahwa kecepatan proyektil pada komponen \hat{u} diganti dengan V karena diasumsikan bahwa pengaruh kecepatan angin sangat kecil sehingga mempengaruhi komponen kecepatan \hat{v} dan \hat{w} yang diasumsikan sangat kecil yang telah didefinisikan pada persamaan (2.16).

Oleh karena itu persamaan (2.2) – (2.13) menjadi:

$$\frac{dx}{dl} = \frac{D}{V} (V \cos \theta - \psi \hat{v} + \sin \theta \hat{w})$$
$$\frac{dy}{dl} = \frac{D}{V} (\psi V \cos \theta + \hat{v} + \psi \sin \theta \hat{w})$$

$$\frac{dz}{dl} = \frac{D}{V} (-V \sin \theta + \cos \theta \hat{w})$$

$$\frac{d\varphi}{dl} = \frac{D}{V} (\hat{p} + \tan \theta \hat{r})$$

$$\frac{d\theta}{dl} = \frac{D}{V} \hat{q}$$

$$\frac{d\psi}{dl} = \frac{D}{V \cos \theta} \hat{r}$$

$$\frac{dV}{dl} = -\frac{D}{V} g \sin \theta - \frac{\rho S_{ref} D}{2m} C_D V$$

$$\frac{d\hat{v}}{dl} = -\frac{\rho S_{ref} D}{2m} (C_{LA} + C_D)(\hat{v} - \hat{v}_w) - D \hat{r}$$

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{w}}{dl} = & -\frac{\rho S_{ref} D}{2m} (C_{LA} + C_D)(\hat{w} - \hat{w}_w) + D \hat{q} \\ & + \frac{D}{V} g \cos \theta \end{aligned}$$

$$\frac{d\hat{p}}{dl} = \frac{\pi \rho D^5}{16 I_{YY}} C_{RD} \hat{p}$$

$$\frac{d\hat{q}}{dl} = \frac{\pi \rho D^4}{16 I_{YY} V} L_{CGCM} C_{MaM} \hat{p} (\hat{v} - \hat{v}_w)$$

$$+ \frac{\pi \rho D^3}{8 I_{YY}} L_{CGCP} (C_{LA} + C_D)(\hat{w} - \hat{w}_w)$$

$$+ \frac{\pi \rho D^5}{16 I_{YY}} C_{PD} \hat{q} + \frac{\pi \rho D^4}{8 I_{YY}} C_{OM}$$

$$- \frac{I_{XX} D}{I_{YY} V} \hat{p} \hat{r}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d\hat{r}}{dl} = & \frac{\pi\rho D^4}{16I_{YY}V} L_{CGCM} C_{MaM} \hat{p} (\hat{w} - \hat{w}_w) \\
& - \frac{\pi\rho D^3}{8I_{YY}} L_{CGCP} (C_{LA} + C_D) (\hat{v} - \hat{v}_w) \\
& + \frac{\pi\rho D^5}{16I_{YY}} C_{PD} \hat{r} - \frac{\pi\rho D^4}{8I_{YY}} C_{OM} \\
& - \frac{I_{XX} D}{I_{YY} V} \hat{p} \hat{q}
\end{aligned} \tag{4.1}$$

Persamaan (4.1) akan diubah kedalam bentuk model dinamik terhadap waktu dengan definisi $\frac{dX}{dl} \frac{dl}{dt} = \frac{dX}{dt}$ dengan X merupakan *state* variabel dari persamaan gerak proyektil.

Sehingga persamaan (4.1) menjadi:

$$\begin{aligned}
\frac{dx}{dl} \frac{dl}{dt} &= \frac{D}{V} (V \cos \theta - \psi \hat{v} + \sin \theta \hat{w}) \frac{V}{D} \\
\frac{dy}{dl} \frac{dl}{dt} &= \frac{D}{V} (\psi V \cos \theta + \hat{v} + \psi \sin \theta \hat{w}) \frac{V}{D} \\
\frac{dz}{dl} \frac{dl}{dt} &= \frac{D}{V} (-V \sin \theta + \cos \theta \hat{w}) \frac{V}{D} \\
\frac{d\varphi}{dl} \frac{dl}{dt} &= \frac{D}{V} (\hat{p} + \tan \theta \hat{r}) \frac{V}{D} \\
\frac{d\theta}{dl} \frac{dl}{dt} &= \frac{D}{V} \hat{q} \frac{V}{D} \\
\frac{d\psi}{dl} \frac{dl}{dt} &= \frac{D}{V \cos \theta} \hat{r} \frac{V}{D} \\
\frac{dV}{dl} \frac{dl}{dt} &= \left(-\frac{D}{V} g \sin \theta - \frac{\rho S_{ref} D}{2m} C_D V \right) \frac{V}{D} \\
\frac{d\hat{v}}{dl} \frac{dl}{dt} &= \left(-\frac{\rho S_{ref} D}{2m} (C_{LA} + C_D) (\hat{v} - \hat{v}_w) - D \hat{r} \right) \frac{V}{D}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d\hat{w}}{dl} \frac{dl}{dt} &= \left(-\frac{\rho S_{ref} D}{2m} (C_{LA} + C_D)(\hat{w} - \hat{w}_w) + D\hat{q} \right. \\
&\quad \left. + \frac{D}{V} g \cos \theta \right) \frac{V}{D} \\
\frac{d\hat{p}}{dl} \frac{dl}{dt} &= \frac{\pi \rho D^5}{16 I_{YY}} C_{RD} \hat{p} \frac{V}{D} \\
\frac{d\hat{q}}{dl} \frac{dl}{dt} &= \left(\frac{\pi \rho D^4}{16 I_{YY} V} L_{CGCM} C_{MaM} \hat{p} (\hat{v} - \hat{v}_w) \right. \\
&\quad + \frac{\pi \rho D^3}{8 I_{YY}} L_{CGCP} (C_{LA} + C_D)(\hat{w} - \hat{w}_w) \\
&\quad + \frac{\pi \rho D^5}{16 I_{YY}} C_{PD} \hat{q} + \frac{\pi \rho D^4}{8 I_{YY}} C_{OM} \\
&\quad \left. - \frac{I_{XX} D}{I_{YY} V} \hat{p} \hat{r} \right) \frac{V}{D} \\
\frac{d\hat{r}}{dl} \frac{dl}{dt} &= \left(\frac{\pi \rho D^4}{16 I_{YY} V} L_{CGCM} C_{MaM} \hat{p} (\hat{w} - \hat{w}_w) \right. \\
&\quad - \frac{\pi \rho D^3}{8 I_{YY}} L_{CGCP} (C_{LA} + C_D)(\hat{v} - \hat{v}_w) \\
&\quad + \frac{\pi \rho D^5}{16 I_{YY}} C_{PD} \hat{r} - \frac{\pi \rho D^4}{8 I_{YY}} C_{OM} \\
&\quad \left. - \frac{I_{XX} D}{I_{YY} V} \hat{p} \hat{q} \right) \frac{V}{D}
\end{aligned} \tag{4.2}$$

Persamaan (4.2) dioperasikan menjadi:

$$\frac{dx}{dt} = V \cos \theta - \psi \hat{v} + \sin \theta \hat{w} \tag{4.3}$$

$$\frac{dy}{dt} = \psi V \cos \theta + \hat{v} + \psi \sin \theta \hat{w} \tag{4.4}$$

$$\frac{dz}{dt} = -V \sin \theta + \cos \theta \hat{w} \tag{4.5}$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \hat{p} + \tan \theta \hat{r} \quad (4.6)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \hat{q} \quad (4.7)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{\hat{r}}{\cos \theta} \quad (4.8)$$

$$\frac{dV}{dt} = -g \sin \theta - \frac{\rho S_{ref}}{2m} C_D V^2 \quad (4.9)$$

$$\frac{d\hat{v}}{dt} = -\frac{\rho S_{ref} V}{2m} (C_{LA} + C_D)(\hat{v} - \hat{v}_w) - V \hat{r} \quad (4.10)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{w}}{dt} = & -\frac{\rho S_{ref} V}{2m} (C_{LA} + C_D)(\hat{w} - \hat{w}_w) + V \hat{q} \\ & + g \cos \theta \end{aligned} \quad (4.11)$$

$$\frac{d\hat{p}}{dt} = \frac{\pi \rho D^4}{16 I_{YY}} V C_{RD} \hat{p} \quad (4.12)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{q}}{dt} = & \frac{\pi \rho D^3}{16 I_{YY}} L_{CGCM} C_{MaM} \hat{p} (\hat{v} - \hat{v}_w) \\ & + \frac{\pi \rho D^2 V}{8 I_{YY}} L_{CGCP} (C_{LA} + C_D) (\hat{w} - \hat{w}_w) \\ & + \frac{\pi \rho D^4 V}{16 I_{YY}} C_{PD} \hat{q} + \frac{\pi \rho D^3 V}{8 I_{YY}} C_{OM} \\ & - \frac{I_{XX}}{I_{YY}} \hat{p} \hat{r} \end{aligned} \quad (4.13)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{r}}{dt} = & \frac{\pi \rho D^3}{16 I_{YY}} L_{CGCM} C_{MaM} \hat{p} (\hat{w} - \hat{w}_w) \\ & - \frac{\pi \rho D^2 V}{8 I_{YY}} L_{CGCP} (C_{LA} + C_D) (\hat{v} - \hat{v}_w) \\ & + \frac{\pi \rho D^4 V}{16 I_{YY}} C_{PD} \hat{r} - \frac{\pi \rho D^3 V}{8 I_{YY}} C_{OM} \\ & - \frac{I_{XX}}{I_{YY}} \hat{p} \hat{q} \end{aligned} \quad (4.14)$$

4.2 Diskritisasi

Persamaan gerak proyektil (4.3) – (4.14) merupakan model sistem dinamik deterministik waktu kontinu. Persamaan model gerak proyektil tersebut diubah menjadi bentuk model sistem dinamik waktu diskrit. Untuk memperoleh sistem persamaan waktu diskrit dapat menggunakan metode Beda Hingga Maju yang sudah dijelaskan pada Bab III sehingga persamaan (4.3) – (4.14) menjadi:

$$\frac{x_{k+1} - x_k}{\Delta t} = \cos \theta_k V_k - \psi_k \hat{v}_k + \sin \theta_k \hat{w}_k$$

$$\frac{y_{k+1} - y_k}{\Delta t} = \psi_k V_k \cos \theta_k + \hat{v}_k + \psi_k \sin \theta_k \hat{w}_k$$

$$\frac{z_{k+1} - z_k}{\Delta t} = -V_k \sin \theta_k + \cos \theta_k \hat{w}_k$$

$$\frac{\varphi_{k+1} - \varphi_k}{\Delta t} = \hat{p}_k + \hat{r}_k \tan \theta_k$$

$$\frac{\theta_{k+1} - \theta_k}{\Delta t} = \hat{q}_k$$

$$\frac{\psi_{k+1} - \psi_k}{\Delta t} = \frac{\hat{r}_k}{\cos \theta_k}$$

$$\frac{V_{k+1} - V_k}{\Delta t} = -g \sin \theta_k - \frac{\rho S_{ref}}{2m} C_D V_k^2$$

$$\frac{\hat{v}_{k+1} - \hat{v}_k}{\Delta t} = -\frac{\rho S_{ref} V_k}{2m} (C_{LA} + C_D)(\hat{v}_k - \hat{v}_w) - V_k \hat{r}_k$$

$$\frac{\hat{w}_{k+1} - \hat{w}_k}{\Delta t} = -\frac{\rho S_{ref} V_k}{2m} (C_{LA} + C_D)(\hat{w}_k - \hat{w}_w) + V_k \hat{q}_k + g \cos \theta_k$$

$$\frac{\hat{p}_{k+1} - \hat{p}_k}{\Delta t} = \frac{\pi \rho D^4}{16 I_{YY}} V_k C_{RD} \hat{p}_k$$

$$\begin{aligned}
\frac{\hat{q}_{k+1} - \hat{q}_k}{\Delta t} &= \frac{\pi\rho D^3}{16I_{YY}} L_{CGCM} C_{MaM} \hat{p}_k (\hat{v}_k - \hat{v}_w) \\
&\quad + \frac{\pi\rho D^2 V_k}{8I_{YY}} L_{CGCP} (C_{LA} + C_D) (\hat{w}_k \\
&\quad - \hat{w}_w) + \frac{\pi\rho D^4 V_k}{16I_{YY}} C_{PD} \hat{q}_k \\
&\quad + \frac{\pi\rho D^3 V_k}{8I_{YY}} C_{OM} - \frac{I_{XX}}{I_{YY}} \hat{p}_k \hat{r}_k \\
\frac{\hat{r}_{k+1} - \hat{r}_k}{\Delta t} &= \frac{\pi\rho D^3}{16I_{YY}} L_{CGCM} C_{MaM} \hat{p}_k (\hat{w}_k - \hat{w}_w) \\
&\quad - \frac{\pi\rho D^2 V_k}{8I_{YY}} L_{CGCP} (C_{LA} + C_D) (\hat{v}_k \\
&\quad - \hat{v}_w) + \frac{\pi\rho D^4 V_k}{16I_{YY}} C_{PD} \hat{r}_k \\
&\quad - \frac{\pi\rho D^3 V_k}{8I_{YY}} C_{OM} - \frac{I_{XX}}{I_{YY}} \hat{p}_k \hat{q}_k
\end{aligned} \tag{4.15}$$

Persamaan (4.15) dioperasikan sehingga menjadi:

$$\begin{aligned}
x_{k+1} &= \Delta t (\cos \theta_k V_k - \psi_k \hat{v}_k + \sin \theta_k \hat{w}_k) + x_k \\
y_{k+1} &= \Delta t (\psi_k V_k \cos \theta_k + \hat{v}_k + \psi_k \sin \theta_k \hat{w}_k) + y_k \\
z_{k+1} &= \Delta t (-V_k \sin \theta_k + \cos \theta_k \hat{w}_k) + z_k \\
\varphi_{k+1} &= \Delta t (\hat{p}_k + \hat{r}_k \tan \theta_k) + \varphi_k \\
\theta_{k+1} &= \hat{q}_k \Delta t + \theta_k \\
\psi_{k+1} &= \Delta t \left(\frac{\hat{r}_k}{\cos \theta_k} \right) + \psi_k \\
V_{k+1} &= \Delta t \left(-g \sin \theta_k - \frac{\rho S_{ref}}{2m} C_D V_k^2 \right) + V_k \\
\hat{v}_{k+1} &= \Delta t \left(-\frac{\rho S_{ref} V_k}{2m} (C_{LA} + C_D) (\hat{v}_k - \hat{v}_w) - V_k \hat{r}_k \right) \\
&\quad + \hat{v}_k
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\hat{w}_{k+1} &= \Delta t \left(-\frac{\rho S_{ref} V_k}{2m} (C_{LA} + C_D)(\hat{w}_k - \hat{w}_w) + V_k \hat{q}_k \right. \\
&\quad \left. + g \cos \theta_k \right) + \hat{w}_k \\
\hat{p}_{k+1} &= \Delta t \left(\frac{\pi \rho D^4}{16 I_{YY}} V_k C_{RD} \hat{p}_k \right) + \hat{p}_k \\
\hat{q}_{k+1} &= \Delta t \left(\frac{\pi \rho D^3}{16 I_{YY}} L_{CGCM} C_{MaM} \hat{p}_k (\hat{v}_k - \hat{v}_w) \right. \\
&\quad \left. + \frac{\pi \rho D^2 V_k}{8 I_{YY}} L_{CGCP} (C_{LA} + C_D)(\hat{w}_k \right. \\
&\quad \left. - \hat{w}_w) + \frac{\pi \rho D^4 V_k}{16 I_{YY}} C_{PD} \hat{q}_k \right. \\
&\quad \left. + \frac{\pi \rho D^3 V_k}{8 I_{YY}} C_{OM} - \frac{I_{XX}}{I_{YY}} \hat{p}_k \hat{r}_k \right) + \hat{q}_k \\
\hat{r}_{k+1} &= \Delta t \left(\frac{\pi \rho D^3}{16 I_{YY}} L_{CGCM} C_{MaM} \hat{p}_k (\hat{w}_k - \hat{w}_w) \right. \\
&\quad \left. - \frac{\pi \rho D^2 V_k}{8 I_{YY}} L_{CGCP} (C_{LA} + C_D)(\hat{v}_k \right. \\
&\quad \left. - \hat{v}_w) + \frac{\pi \rho D^4 V_k}{16 I_{YY}} C_{PD} \hat{r}_k \right. \\
&\quad \left. - \frac{\pi \rho D^3 V_k}{8 I_{YY}} C_{OM} - \frac{I_{XX}}{I_{YY}} \hat{p}_k \hat{q}_k \right) + \hat{r}_k
\end{aligned} \tag{4.16}$$

4.3 Bentuk Sistem Diskrit Stokastik

Model Dinamis gerak proyektil yang ditembak dari pesawat udara bergerak pada persamaan (4.3) – (4.14) merupakan persamaan deterministik. Model tersebut mengabaikan adanya *noise* atau gangguan. *Noise-noise* tersebut terjadi pada model sistem seperti kesalahan dalam memodelkan dan juga *noise* dapat terjadi

pada model pengukuran. Walaupun *noise* berukuran sangat kecil namun perlu diperhitungkan adanya suatu *noise*. Persamaan gerak proyektil yang ditembak dari pesawat udara bergerak dengan mempertimbangkan adanya suatu *noise*, maka persamaan (4.16) menjadi:

$$\begin{aligned}
 x_{k+1} &= \Delta t (\cos \theta_k V_k - \psi_k \hat{v}_k + \sin \theta_k \hat{w}_k) + x_k \\
 &\quad + w_{1k} \\
 y_{k+1} &= \Delta t (\psi_k V_k \cos \theta_k + \hat{v}_k \\
 &\quad + \psi_k \sin \theta_k \hat{w}_k) + y_k + w_{2k} \\
 z_{k+1} &= \Delta t (-V_k \sin \theta_k + \cos \theta_k \hat{w}_k) + z_k + w_{3k} \\
 \varphi_{k+1} &= \Delta t (\hat{p}_k + \hat{r}_k \tan \theta_k) + \varphi_k + w_{4k} \\
 \theta_{k+1} &= \hat{q}_k \Delta t + \theta_k + w_{5k} \\
 \psi_{k+1} &= \Delta t \left(\frac{\hat{r}_k}{\cos \theta_k} \right) + \psi_k + w_{6k} \\
 V_{k+1} &= \Delta t \left(-g \sin \theta_k - \frac{\rho S_{ref}}{2m} C_D V_k^2 \right) + V_k + w_{7k} \\
 \hat{v}_{k+1} &= \Delta t \left(-\frac{\rho S_{ref} V_k}{2m} (C_{LA} + C_D) (\hat{v}_k - \hat{v}_w) - V_k \hat{r}_k \right) \\
 &\quad + \hat{v}_k w_{8k} \\
 \hat{w}_{k+1} &= \Delta t \left(-\frac{\rho S_{ref} V_k}{2m} (C_{LA} + C_D) (\hat{w}_k - \hat{w}_w) + V_k \hat{q}_k \right. \\
 &\quad \left. + g \cos \theta_k \right) + \hat{w}_k + w_{9k} \\
 \hat{p}_{k+1} &= \Delta t \left(\frac{\pi \rho D^4}{16 I_{YY}} V_k C_{RD} \hat{p}_k \right) + \hat{p}_k + w_{10k}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\hat{q}_{k+1} &= \Delta t \left(\frac{\pi \rho D^3}{16 I_{YY}} L_{CGCM} C_{MaM} \hat{p}_k (\hat{v}_k - \hat{v}_w) \right. \\
&\quad + \frac{\pi \rho D^2 V_k}{8 I_{YY}} L_{CGCP} (C_{LA} + C_D) (\hat{w}_k \\
&\quad - \hat{w}_w) + \frac{\pi \rho D^4 V_k}{16 I_{YY}} C_{PD} \hat{q}_k \\
&\quad \left. + \frac{\pi \rho D^3 V_k}{8 I_{YY}} C_{OM} - \frac{I_{XX}}{I_{YY}} \hat{p}_k \hat{r}_k \right) + \hat{q}_k \\
&\quad + w_{11k} \\
\hat{r}_{k+1} &= \Delta t \left(\frac{\pi \rho D^3}{16 I_{YY}} L_{CGCM} C_{MaM} \hat{p}_k (\hat{w}_k - \hat{w}_w) \right. \\
&\quad - \frac{\pi \rho D^2 V_k}{8 I_{YY}} L_{CGCP} (C_{LA} + C_D) (\hat{v}_k \\
&\quad - \hat{v}_w) + \frac{\pi \rho D^4 V_k}{16 I_{YY}} C_{PD} \hat{r}_k \\
&\quad \left. - \frac{\pi \rho D^3 V_k}{8 I_{YY}} C_{OM} - \frac{I_{XX}}{I_{YY}} \hat{p}_k \hat{q}_k \right) + \hat{r}_k \\
&\quad + w_{12k}
\end{aligned} \tag{4.17}$$

Dengan menyesuaikan bentuk persamaan ruang keadaan dari system dinamik stokastik diskrit dalam algoritma Extended Kalman Filter yaitu:

$$\begin{aligned}
x_{k+1} &= \mathbf{f}(x_k, u_k) + \mathbf{G}w_k \\
Z_k &= \mathbf{H}x_k + v_k
\end{aligned}$$

Sehingga persamaan (4.17) dapat dibentuk kedalam persamaan ruang keadaan sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} x_{k+1} \\ y_{k+1} \\ z_{k+1} \\ \varphi_{k+1} \\ \theta_{k+1} \\ \psi_{k+1} \\ V_{k+1} \\ \hat{v}_{k+1} \\ \hat{w}_{k+1} \\ \hat{p}_{k+1} \\ \hat{q}_{k+1} \\ \hat{r}_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ f_5 \\ f_6 \\ f_7 \\ f_8 \\ f_9 \\ f_{10} \\ f_{11} \\ f_{12} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_{1k} \\ w_{2k} \\ w_{3k} \\ w_{4k} \\ w_{5k} \\ w_{6k} \\ w_{7k} \\ w_{8k} \\ w_{9k} \\ w_{10k} \\ w_{11k} \\ w_{12k} \end{bmatrix}$$

dengan:

$$f_1 = \Delta t (\cos \theta_k V_k - \psi_k \hat{v}_k + \sin \theta_k \hat{w}_k) + x_k \quad (4.18)$$

$$f_2 = \Delta t (\psi_k V_k \cos \theta_k + \hat{v}_k + \psi_k \sin \theta_k \hat{w}_k) + y_k \quad (4.19)$$

$$f_3 = \Delta t (-V_k \sin \theta_k + \cos \theta_k \hat{w}_k) + z_k \quad (4.20)$$

$$f_4 = \Delta t (\hat{p}_k + \hat{r}_k \tan \theta_k) + \varphi_k \quad (4.21)$$

$$f_5 = \hat{q}_k \Delta t + \theta_k \quad (4.22)$$

$$f_6 = \Delta t \left(\frac{\hat{r}_k}{\cos \theta_k} \right) + \psi_k \quad (4.23)$$

$$f_7 = \Delta t \left(-g \sin \theta_k - \frac{\rho S_{ref}}{2m} C_D V_k^2 \right) + V_k \quad (4.24)$$

$$f_8 = \Delta t \left(-\frac{\rho S_{ref} V_k}{2m} (C_{LA} + C_D) (\hat{v}_k - \hat{v}_w) - V_k \hat{r}_k \right) + \hat{v}_k \quad (4.25)$$

$$f_9 = \Delta t \left(-\frac{\rho S_{ref} V_k}{2m} (C_{LA} + C_D) (\hat{w}_k - \hat{w}_w) + V_k \hat{q}_k + g \cos \theta_k \right) \quad (4.26)$$

$$f_{10} = \Delta t \left(\frac{\pi \rho D^4}{16 I_{YY}} V_k C_{RD} \hat{p}_k \right) + \hat{p}_k \quad (4.27)$$

$$\begin{aligned}
f_{11} = \Delta t \left(\frac{\pi\rho D^3}{16I_{YY}} L_{CGCM} C_{MaM} \hat{p}_k (\hat{v}_k - \hat{v}_w) \right. \\
+ \frac{\pi\rho D^2 V_k}{8I_{YY}} L_{CGCP} (C_{LA} + C_D) (\hat{w}_k \\
- \hat{w}_w) + \frac{\pi\rho D^4 V_k}{16I_{YY}} C_{PD} \hat{q}_k \\
\left. + \frac{\pi\rho D^3 V_k}{8I_{YY}} C_{OM} - \frac{I_{XX}}{I_{YY}} \hat{p}_k \hat{r}_k \right) + \hat{q}_k
\end{aligned} \tag{4.28}$$

$$\begin{aligned}
f_{12} = \Delta t \left(\frac{\pi\rho D^3}{16I_{YY}} L_{CGCM} C_{MaM} \hat{p}_k (\hat{w}_k - \hat{w}_w) \right. \\
- \frac{\pi\rho D^2 V_k}{8I_{YY}} L_{CGCP} (C_{LA} + C_D) (\hat{v}_k \\
- \hat{v}_w) + \frac{\pi\rho D^4 V_k}{16I_{YY}} C_{PD} \hat{r}_k \\
\left. - \frac{\pi\rho D^3 V_k}{8I_{YY}} C_{OM} - \frac{I_{XX}}{I_{YY}} \hat{p}_k \hat{q}_k \right) + \hat{r}_k
\end{aligned} \tag{4.29}$$

4.4 Implementasi Metode Kalman Filter

Berikut ini adalah langkah-langkah yang digunakan dalam estimasi menggunakan metode Kalman Filter:

1. Model Sistem dan Pengukuran

Model diskrit dari gerak proyektil kaliber $12,7 \times 99$ mm memiliki bentuk yang non-linier, sedangkan metode Kalman Filter merupakan estimator untuk model sistem yang linier. Oleh karena itu dilakukan linierisasi di sekitar *state* dari persamaan gerak proyektil yang ditembak dari pesawat udara bergerak dengan mendefinisikan matriks Jacobi, sebagai berikut:

$$A = \left[\frac{\partial f_i}{\partial x_j} (\hat{X}_k, u_k) \right]$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial y_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial z_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial \varphi_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial \theta_k} = (-V_k \sin \theta_k + \hat{w}_k \cos \theta_k) \Delta t$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial \psi_k} = -\Delta t \hat{v}_k$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial V_k} = \Delta t \cos \theta_k$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial \hat{v}_k} = -\Delta t \psi_k$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial \hat{w}_k} = \Delta t \sin \theta_k$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial \hat{p}_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial \hat{q}_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial \hat{r}_k} = 0$$

Turunan f_2

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial y_k} = 1$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial z_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial \varphi_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial \theta_k} = (-V_k \psi_k \sin \theta_k + \psi_k \widehat{w}_k \cos \theta_k) \Delta t$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial \psi_k} = -\Delta t (V_k \cos \theta_k + \widehat{w}_k \sin \theta_k)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial V_k} = \Delta t \psi_k \cos \theta_k$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial \widehat{v}_k} = \Delta t$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial \widehat{w}_k} = \Delta t \psi_k \sin \theta_k$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial \widehat{p}_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial \widehat{q}_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial \widehat{r}_k} = 0$$

Turunan f_3

$$\frac{\partial f_3}{\partial x_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial y_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial z_k} = 1$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial \varphi_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial \theta_k} = (-V_k \cos \theta_k - \widehat{w}_k \sin \theta_k) \Delta t$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial \psi_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial V_k} = -\Delta t \sin \theta_k$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial \hat{v}_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial \hat{w}_k} = \Delta t \cos \theta_k$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial \hat{p}_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial \hat{q}_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial \hat{r}_k} = 0$$

Turunan f_4

$$\frac{\partial f_4}{\partial x_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial y_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial z_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial \varphi_k} = 1$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial \theta_k} = \Delta t \hat{r}_k \sec^2 \theta_k$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial \psi_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial V_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial \hat{v}_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial \hat{w}_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial \hat{p}_k} = \Delta t$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial \hat{q}_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial \hat{r}_k} = \Delta t \tan \theta_k$$

Turunan f_5

$$\frac{\partial f_5}{\partial x_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_5}{\partial y_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_5}{\partial z_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_5}{\partial \varphi_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_5}{\partial \theta_k} = 1$$

$$\frac{\partial f_5}{\partial \psi_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_5}{\partial V_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_5}{\partial \hat{v}_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_5}{\partial \hat{w}_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_5}{\partial \hat{p}_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_5}{\partial \hat{q}_k} = \Delta t$$

$$\frac{\partial f_5}{\partial \hat{r}_k} = 0$$

Turunan f_6

$$\frac{\partial f_6}{\partial x_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_6}{\partial y_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_6}{\partial z_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_6}{\partial \varphi_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_6}{\partial \theta_k} = \hat{r}_k \tan \theta_k \sec \theta_k \Delta t$$

$$\frac{\partial f_6}{\partial \psi_k} = 1$$

$$\frac{\partial f_6}{\partial V_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_6}{\partial \hat{v}_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_6}{\partial \hat{w}_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_6}{\partial \hat{p}_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_6}{\partial \hat{q}_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_6}{\partial \hat{r}_k} = \frac{\Delta t}{\cos \theta_k}$$

Turunan f_7

$$\frac{\partial f_7}{\partial x_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_7}{\partial y_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_7}{\partial z_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_7}{\partial \varphi_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_7}{\partial \theta_k} = -\Delta t g \cos \theta_k$$

$$\frac{\partial f_7}{\partial \psi_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_7}{\partial V_k} = -\frac{\rho S_{ref}}{m} C_D V_k \Delta t + 1$$

$$\frac{\partial f_7}{\partial \hat{v}_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_7}{\partial \hat{w}_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_7}{\partial \hat{p}_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_7}{\partial \hat{q}_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_7}{\partial \hat{r}_k} = 0$$

Turunan f_8

$$\frac{\partial f_8}{\partial x_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_8}{\partial y_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_8}{\partial z_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_8}{\partial \varphi_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_8}{\partial \theta_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_8}{\partial \psi_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_8}{\partial V_k} = \left(-\frac{\rho S_{ref}}{2m} (\hat{v}_k - \hat{v}_w)(C_{LA} + C_D) - \hat{r}_k \right) \Delta t$$

$$\frac{\partial f_8}{\partial \hat{v}_k} = \left(-\frac{\rho S_{ref}}{2m} V_k (C_{LA} + C_D) \right) \Delta t + 1$$

$$\frac{\partial f_8}{\partial \hat{w}_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_8}{\partial \hat{p}_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_8}{\partial \hat{q}_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_8}{\partial \hat{r}_k} = -V_k \Delta t$$

Turunan f_9

$$\frac{\partial f_9}{\partial x_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_9}{\partial y_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_9}{\partial z_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_9}{\partial \varphi_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_9}{\partial \theta_k} = -g \sin \theta_k \Delta t$$

$$\frac{\partial f_9}{\partial \psi_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_9}{\partial V_k} = \left(-\frac{\rho S_{ref}}{2m} (\hat{w}_k - \hat{w}_w)(C_{LA} + C_D) + \hat{q}_k \right) \Delta t$$

$$\frac{\partial f_9}{\partial \hat{v}_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_9}{\partial \hat{w}_k} = \left(-\frac{\rho S_{ref}}{2m} V_k (C_{LA} + C_D) \right) \Delta t + 1$$

$$\frac{\partial f_9}{\partial \hat{p}_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_9}{\partial \hat{q}_k} = V_k \Delta t$$

$$\frac{\partial f_9}{\partial \hat{r}_k} = 0$$

Turunan f_{10}

$$\frac{\partial f_{10}}{\partial x_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_{10}}{\partial y_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_{10}}{\partial z_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_{10}}{\partial \varphi_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_{10}}{\partial \theta_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_{10}}{\partial \psi_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_{10}}{\partial V_k} = \frac{\pi \rho D^4}{16 I_{yy}} C_{RD} \hat{p}_k \Delta t$$

$$\frac{\partial f_{10}}{\partial \hat{v}_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_{10}}{\partial \hat{w}_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_{10}}{\partial \hat{p}_k} = \frac{\pi \rho D^4}{16 I_{yy}} C_{RD} V_k \Delta t + 1$$

$$\frac{\partial f_{10}}{\partial \hat{q}_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_{10}}{\partial \hat{r}_k} = 0$$

Turunan f_{11}

$$\frac{\partial f_{11}}{\partial x_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_{11}}{\partial y_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_{11}}{\partial z_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_{11}}{\partial \varphi_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_{11}}{\partial \theta_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_{11}}{\partial \psi_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_{11}}{\partial V_k} = \Delta t \pi \rho \left(\frac{D^2}{8 I_{yy}} L_{CGCP} (C_{LA} + C_D)(\hat{w}_k - \hat{w}_w) \right. \\ \left. + \frac{D^4}{16 I_{yy}} C_{PD} \hat{q}_k + \frac{D^3}{8 I_{yy}} C_{OM} \right)$$

$$\frac{\partial f_{11}}{\partial \hat{v}_k} = \Delta t \pi \rho \left(\frac{D^3}{16 I_{yy}} L_{CGCM} C_{MAM} \hat{p}_k \right)$$

$$\frac{\partial f_{11}}{\partial \hat{w}_k} = \Delta t \pi \rho \left(\frac{D^2}{8 I_{yy}} V_k L_{CGCP} (C_{LA} + C_D) \right)$$

$$\frac{\partial f_{11}}{\partial \hat{p}_k} = \Delta t \pi \rho \left(\frac{D^3}{16 I_{yy}} L_{CGCM} C_{MAM} (\hat{v}_k - \hat{v}_w) - \frac{I_{xx}}{I_{yy}} \hat{r}_k \right)$$

$$\frac{\partial f_{11}}{\partial \hat{q}_k} = \Delta t \pi \rho \left(\frac{D^4}{16 I_{yy}} V_k C_{PD} \right) + 1$$

$$\frac{\partial f_{11}}{\partial \hat{r}_k} = -\Delta t \pi \rho \frac{I_{xx}}{I_{yy}} \hat{p}_k$$

Turunan f_{12}

$$\frac{\partial f_{12}}{\partial x_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_{12}}{\partial y_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_{12}}{\partial z_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_{12}}{\partial \varphi_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_{12}}{\partial \theta_k} = 0$$

$$\frac{\partial f_{12}}{\partial \psi_k} = 0$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_{12}}{\partial V_k} &= \Delta t \pi \rho \left(-\frac{D^2}{8 I_{yy}} L_{CGCP} (C_{LA} + C_D)(\hat{v}_k - \hat{v}_w) \right. \\ &\quad \left. + \frac{D^4}{16 I_{yy}} C_{PD} \hat{r}_k - \frac{D^3}{8 I_{yy}} C_{OM} \right) \\ \frac{\partial f_{11}}{\partial \hat{v}_k} &= \Delta t \pi \rho \left(-\frac{D^2}{8 I_{yy}} V_k L_{CGCP} (C_{LA} + C_D) \right) \\ \frac{\partial f_{11}}{\partial \hat{w}_k} &= \Delta t \pi \rho \left(\frac{D^3}{16 I_{yy}} L_{CGCM} C_{MAM} \hat{p}_k \right) \\ \frac{\partial f_{11}}{\partial \hat{p}_k} &= \Delta t \pi \rho \left(\frac{D^3}{16 I_{yy}} L_{CGCM} C_{MAM} (\hat{w}_k - \hat{w}_w) - \frac{I_{xx}}{I_{yy}} \hat{q}_k \right) \\ \frac{\partial f_{11}}{\partial \hat{q}_k} &= -\Delta t \pi \rho \frac{I_{xx}}{I_{yy}} \hat{p}_k \\ \frac{\partial f_{11}}{\partial \hat{r}_k} &= \Delta t \pi \rho \frac{D^4}{16 I_{yy}} V_k C_{PD} + 1 \end{aligned}$$

Setelah melakukan pelinearannya membentuk matriks Jacobi, maka didapatkan matriks A sehingga dapat dibentuk dalam bentuk ruang keadaan (*state space*) yang memenuhi model sistem dari metode Kalman Filter yaitu:

$$x_{k+1} = Ax_k + Gw_k$$

Dengan:

$$X_{k+1} = \begin{bmatrix} x_{k+1} \\ y_{k+1} \\ z_{k+1} \\ \varphi_{k+1} \\ \theta_{k+1} \\ \psi_{k+1} \\ V_{k+1} \\ \hat{v}_{k+1} \\ \hat{w}_{k+1} \\ \hat{p}_{k+1} \\ \hat{q}_{k+1} \\ \hat{r}_{k+1} \end{bmatrix}, A = \left[\frac{\partial f_i}{\partial x_j} (\hat{X}_k, u_k) \right]$$

Dan G merupakan matriks koefisien *noise* sistem berukuran 12×12 .

Matriks koefisien *noise* sistem ini berupa matriks identitas.

Sedangkan untuk model pengukurannya adalah:

$$Z_k = H \begin{bmatrix} x_k \\ y_k \\ z_k \\ \varphi_k \\ \theta_k \\ \psi_k \\ V_k \\ \hat{v}_k \\ \hat{w}_k \\ \hat{p}_k \\ \hat{q}_k \\ \hat{r}_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{1k} \\ v_{2k} \\ v_{3k} \\ v_{4k} \\ v_{5k} \\ v_{6k} \\ v_{7k} \\ v_{8k} \\ v_{9k} \\ v_{10k} \\ v_{11k} \\ v_{12k} \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

Dengan v_k adalah *noise* pengukuran. Untuk *noise* pengukuran (v_k) dan *noise* sistem (w_k) diasumsikan berdistribusi normal serta memiliki *mean* nol. Pada Tugas Akhir ini data pengukuran yang diberikan adalah posisi proyektil untuk masing-masing komponen yaitu x , y , dan z . Sehingga matriks H merupakan matriks identitas

berukuran 3×12 . Data pengukuran pada Tugas Akhir ini diasumsikan linear sehingga matriks H dapat ditulis sebagai berikut:

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Sehingga persamaan (4.30) dapat ditulis sebagai berikut:

$$Z_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k \\ y_k \\ z_k \\ \varphi_k \\ \theta_k \\ \psi_k \\ V_k \\ \hat{v}_k \\ \hat{w}_k \\ \hat{p}_k \\ \hat{q}_k \\ \hat{r}_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{1k} \\ v_{2k} \\ v_{3k} \\ v_{4k} \\ v_{5k} \\ v_{6k} \\ v_{7k} \\ v_{8k} \\ v_{9k} \\ v_{10k} \\ v_{11k} \\ v_{12k} \end{bmatrix}$$

2. Inisialisasi Awal

Pada Tugas Akhir ini, setelah mendapatkan model sistem dan model pengukuran, selanjutnya melakukan inisialisasi awal. Dimana inisialisasi ini untuk nilai estimasi awal \bar{X}_0 dan kovarian $X(P_0)$ yaitu:

$$\hat{X}_0 = \bar{X}_0, P_0 = P_{X0}$$

Dimana $X = [x, y, z, \varphi, \theta, \psi, V, \hat{v}, \hat{w}, \hat{p}, \hat{q}, \hat{r}]^T$ dan P_{X0} merupakan matrik kovarian untuk nilai estimasi yang berbentuk matriks diagonal dengan ukuran 12×12 .

$$P_{X0} = \begin{bmatrix} p_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_8 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{12} \end{bmatrix}$$

3. Tahap Prediksi

Pada tahap prediksi, model sistem yang digunakan sudah dilinerkan melalui metode Jacobi

$$A = \left[\frac{\partial f_i}{\partial x_j} (\hat{x}_k, u_k) \right]$$

Lalu dihitung Kovarian Error dan estimasi yaitu:

$$\text{Kovarian Error} \quad : \quad P_{k+1}^- = A_k P_k A_k^T + G Q G^T$$

$$\text{Estimasi} \quad : \quad \hat{x}_{k+1}^- = A_k \hat{x}_k + B u_k$$

Dimana kovarian dari *noise* system Q_k merupakan matriks diagonal dengan ukuran 12×12 .

$$Q_k = \begin{bmatrix} q_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & q_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q_8 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q_9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q_{10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q_{11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q_{12} \end{bmatrix}$$

4. Tahap Koreksi

Pada tahap koreksi dihitung kalman Gain, kovarian error, dan estimasi melalui model pengukuran yaitu:

$$\text{Kalman Gain} \quad : \quad K_{k+1} = P_{k+1}^- H^T (H P_{k+1}^- H^T + R)^{-1}$$

$$\text{Kovarian Error} \quad : \quad P_{k+1} = [I - K_{k+1} H_{k+1}] P_{k+1}^- [I - K_{k+1} H_{k+1}]^T + K_{k+1} R_{k+1} K_{k+1}^T$$

$$\text{Estimasi} \quad : \quad \hat{x}_{k+1} = \hat{x}_{k+1}^- + K_{k+1} (z_{k+1} - H \hat{x}_{k+1}^-)$$

Kovarian *noise* pengukuran R_k merupakan matriks diagonal dengan ukuran 12×12 .

$$R_k = \begin{bmatrix} r_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_8 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_{10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_{11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_{12} \end{bmatrix}$$

Dan dengan H adalah matriks koefisien pengukuran dimana matriks pengukuran ini yaitu berupa posisi $x, y,$ dan z . Sehingga matriks H merupakan sebuah matriks berukuran 3×12 sebagai berikut:

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Setelah melewati tahap koreksi, kembali ke tahap prediksi dengan waktu selanjutnya dan berulang terus menerus sesuai k langkah yang diinginkan

4.5 Implementasi Metode Extended Kalman Filter

Perbedaan yang jelas nampak antara metode Kalman Filter dengan metode Extended Kalman Filter adalah untuk sistem awal pada Kalman Filter berbentuk linear dan sedangkan pada metode Extended Kalman Filter berbentuk non-linear.

1. Model sistem dan Pengukuran

Model diskrit dari gerak proyektil kaliber $12,7 \times 99$ mm telah memenuhi bentuk *state space* atau ruang keadaan dari metode Extended Kalman Filter. Seperti yang dijelaskan pada persamaan (4.17) yaitu:

$$\begin{bmatrix} x_{k+1} \\ y_{k+1} \\ z_{k+1} \\ \varphi_{k+1} \\ \theta_{k+1} \\ \psi_{k+1} \\ V_{k+1} \\ \hat{v}_{k+1} \\ \hat{w}_{k+1} \\ \hat{p}_{k+1} \\ \hat{q}_{k+1} \\ \hat{r}_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ f_5 \\ f_6 \\ f_7 \\ f_8 \\ f_9 \\ f_{10} \\ f_{11} \\ f_{12} \end{bmatrix}$$

dengan:

$$X_{k+1} = \begin{bmatrix} x_{k+1} \\ y_{k+1} \\ z_{k+1} \\ \varphi_{k+1} \\ \theta_{k+1} \\ \psi_{k+1} \\ V_{k+1} \\ \hat{v}_{k+1} \\ \hat{w}_{k+1} \\ \hat{p}_{k+1} \\ \hat{q}_{k+1} \\ \hat{r}_{k+1} \end{bmatrix}, f(X_k, u_k) = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ f_5 \\ f_6 \\ f_7 \\ f_8 \\ f_9 \\ f_{10} \\ f_{11} \\ f_{12} \end{bmatrix}$$

Menyesuaikan dengan bentuk persamaan ruang keadaan dari sistem dinamik stokastik diskrit dalam algoritma Extended Kalman Filter yaitu:

$$X_{k+1} = f(x_k, u_k) + G_k w_k$$

Maka dari persamaan (4.17) yang telah didapatkan bentuk persamaan ruang keadaan dari sistem dinamik stokastik diskrit menjadi:

$$\begin{bmatrix} x_{k+1} \\ y_{k+1} \\ z_{k+1} \\ \varphi_{k+1} \\ \theta_{k+1} \\ \psi_{k+1} \\ V_{k+1} \\ \hat{v}_{k+1} \\ \hat{w}_{k+1} \\ \hat{p}_{k+1} \\ \hat{q}_{k+1} \\ \hat{r}_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ f_5 \\ f_6 \\ f_7 \\ f_8 \\ f_9 \\ f_{10} \\ f_{11} \\ f_{12} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_{1k} \\ w_{2k} \\ w_{3k} \\ w_{4k} \\ w_{5k} \\ w_{6k} \\ w_{7k} \\ w_{8k} \\ w_{9k} \\ w_{10k} \\ w_{11k} \\ w_{12k} \end{bmatrix}$$

Dengan f_1 sampai f_{12} terdapat pada persamaan (4.18) – (4.29), dan G_k merupakan matriks koefisien sistem berukuran 12×12 . Dimana matriks koefisien *noise* sistem ini berupa matriks identitas. Sedangkan untuk model pengukurannya adalah:

$$Z_k = Hx_k + v_k$$

Atau dapat ditulis:

$$Z_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k \\ y_k \\ z_k \\ \varphi_k \\ \theta_k \\ \psi_k \\ V_k \\ \hat{v}_k \\ \hat{w}_k \\ \hat{p}_k \\ \hat{q}_k \\ \hat{r}_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{1k} \\ v_{2k} \\ v_{3k} \\ v_{4k} \\ v_{5k} \\ v_{6k} \\ v_{7k} \\ v_{8k} \\ v_{9k} \\ v_{10k} \\ v_{11k} \\ v_{12k} \end{bmatrix}$$

Dengan v_k adalah *noise* pengukuran. Untuk *noise* pengukuran (v_k) dan *noise* sistem (w_k) diasumsikan berdistribusi normal serta memiliki *mean* nol.

2. Inisialisasi Awal

Untuk memulai implementasi dilakukan inisialisasi awal untuk estimasi awal \bar{X}_0 dan kovarian X (P_0) yaitu:

$$\hat{X}_0 = \bar{X}_0, P_0 = P_{X0}$$

Dimana $X = [x, y, z, \varphi, \theta, \psi, V, \hat{v}, \hat{w}, \hat{p}, \hat{q}, \hat{r}]^T$ dan P_{X0} merupakan matrik kovarian untuk nilai awal estimasi yang berbentuk matriks diagonal dengan ukuran 12×12 .

$$P_{X0} = \begin{bmatrix} p_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_8 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{12} \end{bmatrix}$$

3. Tahap Prediksi

Pada tahap prediksi digunakan model sistem yang sudah dilinierkan pada sub bab sebelumnya melalui metode Jacobian

$$A = \left[\frac{\partial f_i}{\partial x_j} (\hat{X}_k, u_k) \right]$$

Kemudian dihitung Kovarian Error dan estimasi yaitu:

Kovarian Error: $P_{k+1}^- = AP_k + PA^T + G_k Q_k G_k^T$

Estimasi : $\hat{x}_{k+1}^- = f(X_k, u_k)$

Dimana kovarian dari *noise* sistem Q_k merupakan matriks diagonal dengan ukuran 12×12

$$Q_k = \begin{bmatrix} q_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & q_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q_8 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q_9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q_{10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q_{11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q_{12} \end{bmatrix}$$

4. Tahap Koreksi

Pada tahap koreksi dihitung Kalman Gain, kovarian error dan estimasi melalui model pengukuran yaitu

Kalman Gain: $K_{k+1} = P_{k+1}^- H^T (HP_{k+1}^- H^T + R_{k+1})^{-1}$

Kovarian Error: $P_{k+1} = [I - K_k H] P_{k+1}^-$

Estimasi: $\hat{X}_{k+1} = \hat{X}_{k+1}^- + K_{k+1} (Z_{k+1} - h(\hat{X}_{k+1}^-))$

Dimana data yang diukur yaitu posisi variable x, y , dan z . Kovarian dari *noise* pengukuran R_k merupakan matriks diagonal dengan ukuran 12×12

$$R_k = \begin{bmatrix} r_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_8 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_{10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_{11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_{12} \end{bmatrix}$$

Dan dengan matriks H berukuran 3×12 yang berbentuk linier sebagai berikut:

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Setelah melewati tahap koreksi, kembali lagi ke tahap prediksi dengan waktu selanjutnya dan berulang terus menerus sesuai dengan k langkah yang diberikan.

4.6 Simulasi Kalman Filter dan Extended Kalman Filter

Pada subbab ini simulasi dilakukan dengan menerapkan algoritma Kalman Filter dan Extended Kalman Filter secara langsung pada model gerak proyektil dengan kasus yang diberikan. Hasil simulasi akan dievaluasi dengan cara membandingkan nilai real dengan hasil estimasi Kalman Filter (KF) dan Extended Kalman Filter (EKF) serta diakhir akan simulasi ditampilkan *nilai Root Mean Square Error* (RMSE) dari masing-masing variable yang diukur. Dalam simulasi ini, nilai real yang diambil adalah sistem yang non linier yang berbentuk seperti pada persamaan (2.19). Simulasi pada percobaan ini parameter yang digunakan adalah

terdapat pada Tabel 3. 2 dan nilai awal yang diberikan yaitu sebagai berikut:

Tabel 4. 1 Kondisi Awal masing-masing Variabel

$t = 0$	Nilai Awal	$t = 0$	Nilai Awal
x	0	V	1105,85 m/s
y	0	\hat{v}	230 m/s
z	500 m	\hat{w}	0
φ	0	\hat{p}	0
θ	0.262 rad	\hat{q}	0
ψ	0	\hat{r}	0

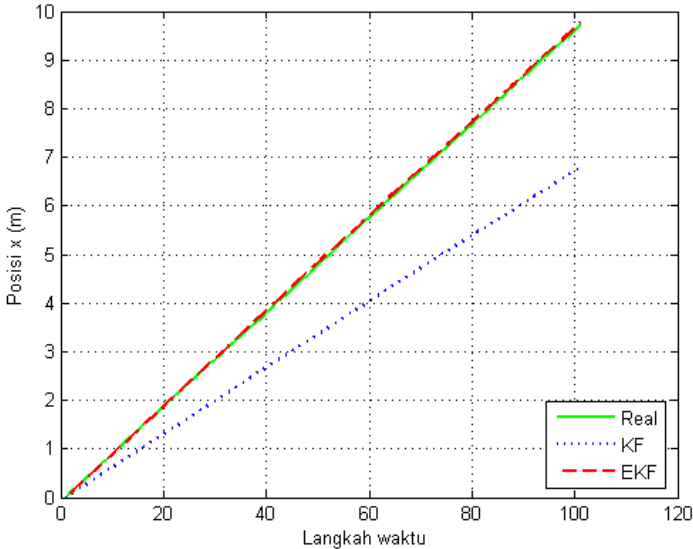
Berikut merupakan hasil dari estimasi gerak proyektil kaliber 12.7×99 mm yang ditembak dari pesawat udara bergerak:

4.6.1 Simulasi I

Simulasi pada percobaan pertama dengan diberikan kondisi awal pada Tabel 4.1 dan parameter pada Tabel 3.1 dan dengan matriks H yang diberikan yaitu :

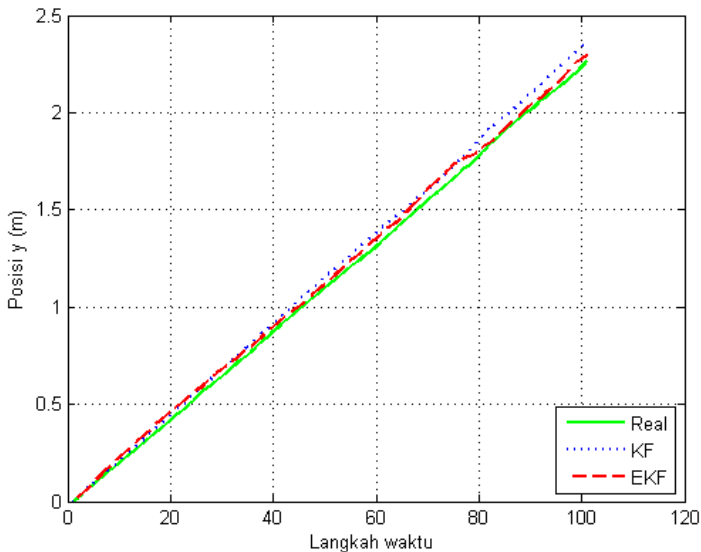
$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Yang menggambarkan bahwa data yang diukur adalah posisi x , y , dan z . Pada simulasi kali ini diberikan 100 k langkah pada simulasi menggunakan software MATLAB.



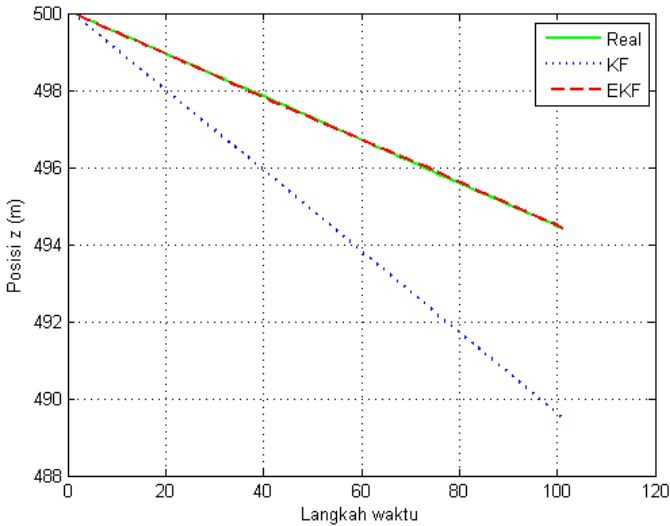
Gambar 4.1 Grafik Perbandingan Nilai Real dan Estimasi Variabel x

Gambar 4.1 merupakan gambar grafik simulasi untuk variabel x , dengan keterangan warna hijau pada grafik menunjukkan nilai real suatu sistem, warna biru menunjukkan nilai estimasi dengan metode Kalman Filter, sedangkan untuk warna merah pada grafik menunjukkan nilai estimasi dengan metode Extended Kalman Filter. Pada simulasi kali ini terlihat bahwa hasil estimasi oleh EKF lebih mendekati dengan nilai Real. Hal ini ditunjukkan dengan selisih nilai real dengan nilai hasil estimasi KF sebesar 0.2880. Sedangkan selisih antara nilai real dengan nilai hasil estimasi EKF sebesar 0.0017. Pada gambar 4.1 juga menunjukkan bahwa semakin banyak langkah waktu yang diberikan maka jarak atau posisi x semakin jauh.



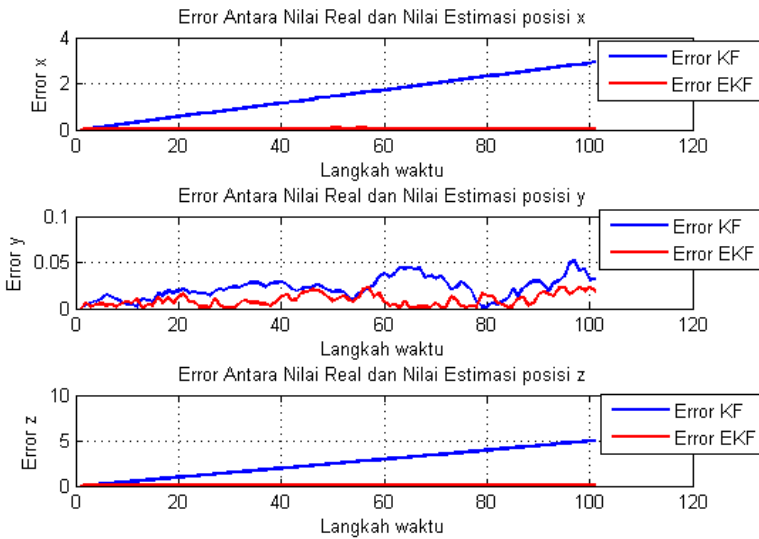
Gambar 4.2 Grafik Perbandingan Nilai Real dan Estimasi Variabel y

Gambar 4.2 merupakan gambar simulasi dari variable posisi y dengan keterangan warna hijau pada grafik menunjukkan sistem atau nilai real, warna biru menunjukkan nilai estimasi dengan metode Kalman Filter, sedangkan untuk warna merah pada grafik menunjukkan nilai estimasi dengan metode Extended Kalman Filter. Pada simulasi kali ini terlihat bahwa hasil estimasi dengan EKF mendekati dengan sistem real yang ditunjukkan dengan selisih nilai real dengan nilai hasil estimasi KF sebesar 0.0201. Sedangkan selisih antara nilai real dengan nilai hasil estimasi EKF sebesar 0.0082



Gambar 4.3 Grafik Perbandingan Nilai Real dan Estimasi Variabel z

Gambar 4.3 merupakan gambar simulasi dari variable posisi z dengan keterangan warna hijau pada grafik menunjukkan sistem atau nilai real, warna biru menunjukkan nilai estimasi dengan metode Kalman Filter, sedangkan untuk warna merah pada grafik menunjukkan nilai estimasi dengan metode Extended Kalman Filter. Pada simulasi kali ini terlihat bahwa hasil estimasi dengan EKF mendekati dengan sistem real dengan ditunjukkan dengan selisih nilai real dengan nilai hasil estimasi KF sebesar 0.4950. Sedangkan selisih antara nilai real dengan nilai hasil estimasi EKF sebesar 0.0083. Pada gambar 4.3 juga menunjukkan bahwa semakin banyak langkah waktu yang diberikan maka ketinggian atau posisi z semakin turun. Hal ini sesuai pada kondisi real bahwa penembakan dilakukan dari ketinggian 500 m dengan target berada di bawah.



Gambar 4. 4 Perbandingan Error antara Nilai Real dan Estimasi

Pada gambar 4.4, menunjukkan nilai error antara nilai real dan nilai estimasi dari ketiga variable yang diukur. Dapat dilihat dari grafik bahwa nilai error yang paling kecil adalah error antara nilai real dengan hasil simulasi menggunakan metode Extended Kalman Filter daripada error antara nilai real dengan hasil simulasi dengan menggunakan metode Kalman Filter. Hal ini dikarenakan karena model sistem yang digunakan berbentuk non-linier, oleh karena itu jika digunakan estimator Kalman Filter hasil estimasi kurang optimal.

Berikut akan ditunjukkan Tabel rata-rata RMSE yang dihasilkan oleh masing-masing metode pada variable x , y , dan z .

Tabel 4. 2 Nilai rata-rata RMSE dari Metode KF dan EKF

Langkah	Posisi x	
	100	RMSE KF (m)
0.29193		0.006379
Posisi y		
RMSE KF (m)		RMSE EKF (m)
0.009119		0.005324
Posisi z		
RMSE KF (m)		RMSE EKF (m)
0.485748		0.009029

Pada tabel 4.2 terlihat bahwa nilai RMSE yang dihasilkan oleh metode Extended Kalman Filter relative lebih kecil yaitu pada interval $0,005324 \leq rmse \leq 0,009029$ dan RMSE yang dihasilkan oleh metode Kalman Filter yaitu pada interval $0.009119 \leq rmse \leq 0.48748$. Hal ini dapat dikatakan bahwa estimasi gerak proyektil yang ditembak dari pesawat udara bergerak lebih akurat menggunakan metode Extended Kalman Filter dengan tingkat akurasi sebesar 97.81% pada variable x , 64.34% pada variable y dan 98.13% pada variable z .

4.6.2 Simulasi II

Pada percobaan kali ini dilakukan simulasi yang mengacu pada gambar 2.4 dengan kondisi awal dan parameter sesuai pada subbab 4.6 dan dengan data pengukuran yang dimiliki adalah variable posisi x, y , dan z . Tujuan dari percobaan simulasi ini adalah untuk mengetahui lintasan dari proyektil yang ditembak dari pesawat udara bergerak dengan asumsi target diam dan kecepatan dari pesawat konstan yang diberikan selama 100 langkah.

Simulasi kali ini mengambil nilai dari sudut tembak, kecepatan pesawat, dan juga ketinggian (posisi z) pesawat yang berbeda-beda. Hal ini dilakukan untuk mengetahui lintasan proyektil

yang ditembak dari pesawat udara bergerak dengan kondisi awal yang berbeda-beda.

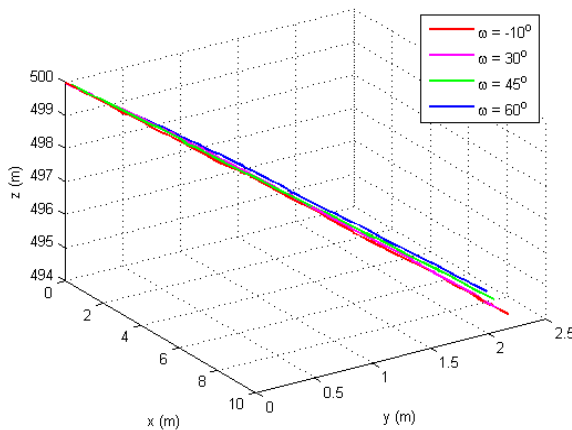
4.6.2.1 Lintasan Proyektil dengan Sudut Tembak Berbeda

Pada penelitian ini, diambil kecepatan dari pesawat adalah 230 m/s, pesawat berada pada ketinggian 500 m dan dengan pengambilan beberapa sudut tembak yaitu -10° , 30° , 45° dan 60° . Pengambilan sudut tembak yang berbeda mempengaruhi inisialisasi dari kecepatan total proyektil. Inisialisasi kecepatan total dari proyektil sesuai pada persamaan (2.15). Sehingga diperoleh inisialisasi kecepatan total proyektil yang ditembak dari pesawat udara bergerak dengan pengambilan sudut yang berbeda yaitu sesuai pada tabel berikut:

Tabel 4. 3 Kecepatan Total Proyektil dengan Sudut Tembak Berbeda

Sudut Tembak	-10°	30°	45°	60°
Kecepatan Total (m/s)	1127.212	1105.180	1075.008	1034.359

Hasil simulasi yang diperoleh adalah sebagai berikut:



Gambar 4. 5 Lintasan Proyektil pada Sistem Real dengan Sudut Tembak Berbeda

Pada gambar 4.5, lintasan yang terbentuk adalah lintasan proyektil pada sistem real. Pada gambar terlihat bahwa lintasan yang terbentuk berupa garis lurus yang membentuk sebuah gradien. Dengan mengambil sudut tembak yang berbeda mempengaruhi kecepatan total dari proyektil yang berbeda pula. Hal ini juga mempengaruhi posisi terakhir dari proyektil selama 100 langkah. Berikut adalah table posisi terakhir proyektil oleh lintasan real dengan posisi awal (x, y, z) adalah $(0,0,500)m$

Tabel 4. 4 Posisi Akhir Proyektil pada Sistem Real dengan Sudut Tembak Berbeda

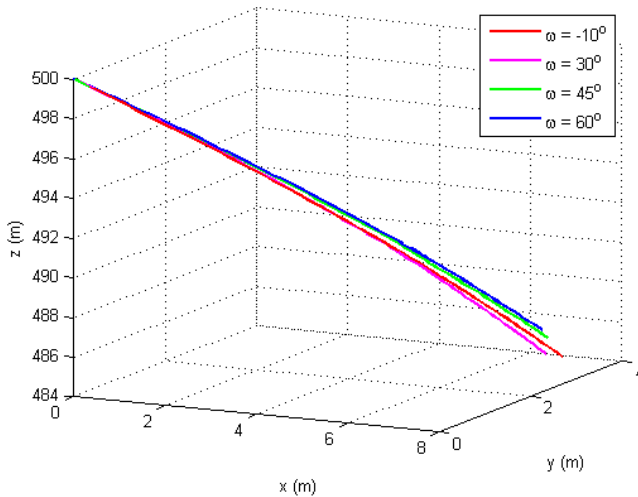
Posisi	Sudut			
	-10°	30°	45°	60°
x	9.7629 m	9.5314 m	9.3126 m	8.8968 m
y	2.1792	2.1731 m	2.1465 m	2.2969 m
z	494.3624 m	494.4049 m	494.6104 m	494.7251 m

Tabel 4.4 menjelaskan tentang posisi akhir dari lintasan proyektil oleh sistem real pada masing-masing variable $x, y,$ dan z . Dari hasil tersebut didapatkan panjang lintasan proyektil oleh sistem real pada bidang koordinat x dan y sebagai berikut:

Tabel 4. 5 Panjang Lintasan Proyektil pada Sistem Real pada Bidang x, y

Sudut	Panjang Lintasan
-10°	10.0036 m
30°	9.7760 m
45°	9.5568 m
60°	9.1881 m

Dari tabel 4.4 dan tabel 4.5 semakin besar sudut tembak yang diberikan maka panjang lintasan yang terbentuk pada bidang x, y dan juga ketinggiannya semakin pendek. Hal ini juga dipengaruhi oleh kecepatan total dari proyektil yang semakin kecil



.Gambar 4. 6 Lintasan Proyektil dengan Kalman Filter dengan Sudut Tembak Berbeda

Sedangkan pada gambar 4.6, lintasan yang terbentuk adalah lintasan dengan Kalman Filter. Terlihat pada gambar lintasan yang dibentuk oleh Kalman Filter menyerupai setengah parabola. Berbeda dengan lintasan yang dibentuk oleh sistem real. Namun, pada dasarnya dengan mengambil sudut tembak yang berbeda mempengaruhi kecepatan total yang dari proyektil yang berbeda pula.

Hal ini juga mempengaruhi posisi terakhir dari proyektil selama 100 langkah. Berikut adalah tabel posisi terakhir proyektil oleh lintasan oleh KF dengan posisi awal (x, y, z) adalah $(0,0,500)$.

Tabel 4. 6 Posisi Akhir Proyektil pada Lintasan oleh Kalman Filter

Posisi	Sudut			
	-10°	30°	45°	60°
x	5.2614 m	5.0621 m	4.9991 m	4.7729 m
y	2.9547m	2.9673m	3.0201 m	3.1448 m

z	486.5796 <i>m</i>	486.8620 <i>m</i>	487.4528 <i>m</i>	487.7955 <i>m</i>
-----	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------

Tabel 4.6 menjelaskan tentang posisi akhir dari lintasan proyektil oleh Kalman Filter pada masing-masing variable x , y , dan z . Dari hasil tersebut didapatkan panjang lintasan proyektil oleh KF pada bidang koordinat x dan y sebagai berikut:

Tabel 4. 7 Panjang Lintasan Proyektil dengan KF pada Bidang x, y

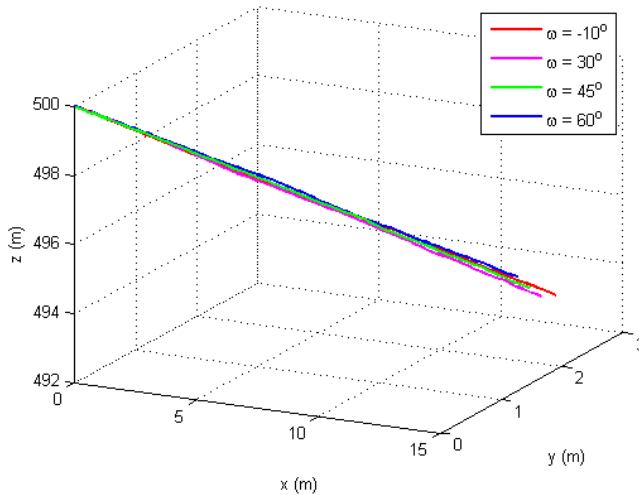
Sudut	Panjang Lintasan
-10°	6.0343 <i>m</i>
30°	5.8677 <i>m</i>
45°	5.8405 <i>m</i>
60°	5.7158 <i>m</i>

Dari tabel 4.6 dan tabel 4.7 semakin besar sudut tembak yang diberikan maka panjang lintasan yang terbentuk pada bidang x, y dan juga ketinggiannya semakin pendek. Hal ini juga dipengaruhi oleh kecepatan total dari proyektil yang semakin kecil. Lintasan yang dibentuk oleh Kalman Filter pada bidang x, y memiliki selisih dengan lintasan yang dibentuk oleh sistem asli. Berikut adalah tabel selisih lintasan oleh sistem real dengan KF.

Tabel 4. 8 Error Lintasan Proyektil pada Real dan KF pada Bidang x, y

Sudut	Error
-10°	3.9693 <i>m</i>
30°	3.9083 <i>m</i>
45°	3.7163 <i>m</i>
60°	3.4723 <i>m</i>

Dari tabel 4.8 terlihat bahwa selisih atau error lintasan oleh sistem real dengan KF relative besar, yaitu antara interval $3,4723 \leq error \leq 3,9693$.



Gambar 4. 7 Lintasan Proyektil dengan EKF dengan Sudut Tembak Berbeda

Pada gambar 4.7, lintasan yang terbentuk adalah lintasan dengan Extended Kalman Filter. Terlihat pada gambar lintasan yang dibentuk oleh Extended Kalman Filter menyerupai dengan sistem asli yang menyerupai dengan gradien. Dan dengan mengambil sudut tembak yang berbeda mempengaruhi kecepatan total yang dari proyektil yang berbeda pula.

Hal ini juga mempengaruhi posisi terakhir dari proyektil selama 100 langkah. Berikut adalah tabel posisi terakhir proyektil oleh lintasan oleh EKF dengan posisi awal (x, y, z) adalah $(0, 0, 500)$.

Tabel 4. 9 Posisi Akhir Proyektil pada Lintasan oleh EKF

Posisi	Sudut			
	-10°	30°	45°	60°
x	9.7814 m	96117 m	9.3437 m	9.0001 m

<i>y</i>	2.6389 <i>m</i>	2.7967 <i>m</i>	2.8948 <i>m</i>	2.8444 <i>m</i>
<i>z</i>	494.2973 <i>m</i>	494.4459 <i>m</i>	494.5889 <i>m</i>	494.8086 <i>m</i>

Tabel 4.9 menjelaskan tentang posisi akhir dari lintasan proyektil oleh Extended Kalman Filter pada masing-masing variable *x*, *y*, dan *z*. Dari hasil tersebut didapatkan panjang lintasan proyektil oleh EKF pada bidang koordinat *x* dan *y* sebagai berikut:

Tabel 4. 10 Panjang Lintasan Proyektil oleh EKF pada Bidang *x, y*

Sudut	Panjang Lintasan
-10°	10.1311 <i>m</i>
30°	10.0103 <i>m</i>
45°	9.7819 <i>m</i>
60°	9.4389 <i>m</i>

Dari tabel 4.9 dan tabel 4.10 semakin besar sudut tembak yang diberikan maka panjang lintasan yang terbentuk pada bidang *x, y* dan juga ketinggiannya semakin pendek. Hal ini juga dipengaruhi oleh kecepatan total dari proyektil yang semakin kecil. Lintasan yang dibentuk oleh Extended Kalman Filter pada bidang *x, y* memiliki selisih dengan lintasan yang dibentuk oleh sistem asli. Berikut adalah tabel selisih lintasan oleh sistem real dengan EKF.

Tabel 4. 11 Error Lintasan Proyektil oleh Real dan EKF pada Bidang *x, y*

Sudut	Error
-10°	0.1275 <i>m</i>
30°	0.2343 <i>m</i>
45°	0.2251 <i>m</i>
60°	0.2508 <i>m</i>

Dari tabel 4.11 terlihat bahwa selisih atau error lintasan oleh sistem real dengan EKF relative kecil dibanding dengan selisih antara lintasan oleh real dengan KF yaitu antara interval $0.1275 \leq error \leq 0.2508$.

Pada simulasi II terlihat bahwa sudut tembak yang diberikan mempengaruhi kecepatan total proyektil. Semakin besar sudut

tembak yang diberikan maka semakin kecil kecepatan total proyektil yang menyebabkan jarak yang ditempuh proyektil pada posisi x semakin kecil pula pada langkah ke 100. Pada simulasi II ini juga dapat disimpulkan bahwa lintasan yang dibentuk oleh EKF lebih mendekati dengan lintasan yang dibentuk oleh sistem real dengan ditunjukkan dengan error yang relative kecil. Hal ini membuktikan bahwa EKF lebih bekerja optimal daripada KF untuk mengestimasi gerak proyektil yang ditembak dari pesawat udara bergerak.

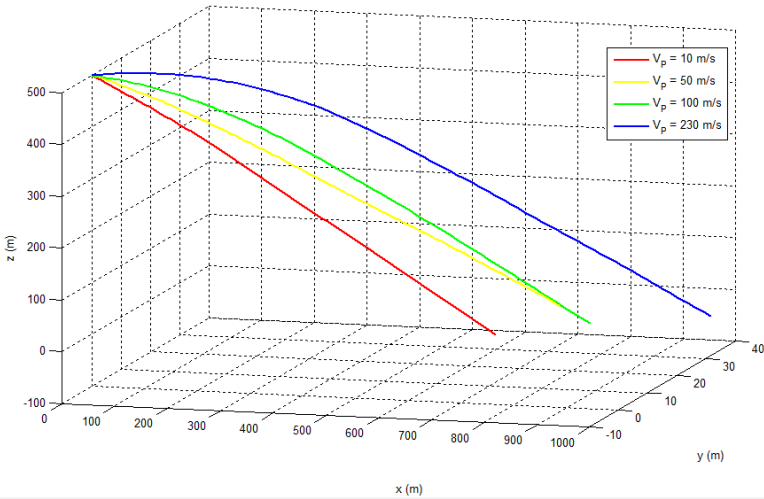
4.6.2.2 Lintasan Proyektil dengan Kecepatan Pesawat Berbeda

Percobaan kali ini dengan mengambil sudut tembak tetap yaitu 30° dan kecepatan pesawat yang berbeda, yaitu 10 m/s, 50 m/s, 100 m/s, dan 230 m/s. Hal ini dilakukan untuk mengetahui lintasan proyektil yang ditembak dari pesawat udara bergerak jika kecepatan pesawat diasumsikan sangat pelan hingga kecepatan pesawat tinggi. Kecepatan pesawat yang diambil juga mempengaruhi dari kecepatan total proyektil yang telah dijelaskan pada Bab II persamaan (2.15). Sehingga diperoleh total kecepatan proyektil sebagai berikut:

Tabel 4. 12 Kecepatan Total Proyektil dengan Kecepatan Pesawat Berbeda

Kecepatan Pesawat	10 m/s	50 m/s	100 m/s	230 m/s
Kecepatan Total (m/s)	908,6738	943.631	987.866	1105.180

Hasil simulasi dari kondisi awal tersebut adalah sebagai berikut:



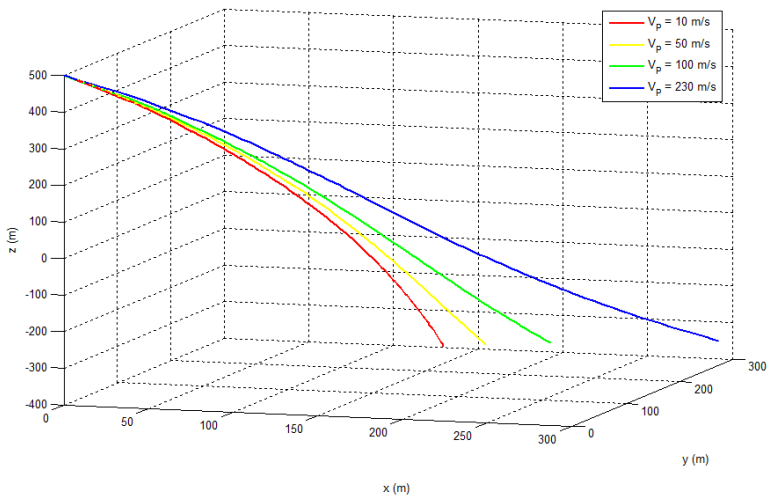
Gambar 4. 8 Lintasan Proyektil pada Sistem Real dengan Kecepatan Pesawat Berbeda

Gambar 4.8 merupakan gambar lintasan proyektil pada sistem real dengan pengambilan kecepatan pesawat berbeda-beda dari hasil simulasi tersebut dapat dilihat bahwa semakin besar kecepatan pesawat yang diberikan maka lintasan proyektil yang ditembak dari pesawat udara yang terbentuk juga semakin panjang. Hal ini juga mempengaruhi posisi terakhir dari proyektil yang ditembak dari pesawat udara bergerak selama 100 langkah. Berikut adalah tabel posisi terakhir proyektil pada sistem real.

Tabel 4. 13 Posisi Akhir Proyektil pada Lintasan pada Sistem Real dengan Kecepatan Pesawat yang Berbeda

Posisi	Kecepatan Pesawat			
	10 m/s	50 m/s	100 m/s	230 m/s
<i>x</i>	783.093 m	815.7605 m	849.7583 m	953.4538 m
<i>y</i>	-3.0577 m	15.8250 m	17.2809 m	39.6571 m
<i>z</i>	45.3427 m	32.2369 m	2.8059 m	-51.7365 m

Dari tabel 4.13 dapat dilihat bahwa kecepatan dari pesawat sangat mempengaruhi posisi akhir dan juga lintasan proyektil yang ditembak dari pesawat udara bergerak. Semakin cepat pesawat, maka jarak yang ditempuh proyektil juga semakin jauh. Begitu juga sebaliknya, ketika pesawat pada kecepatan yang rendah maka jarak yang ditempuh proyektil juga semakin pendek. Hal ini dapat dilihat pada tabel bahwa posisi pada sumbu- x semakin jauh dan sumbu- y positif yang semakin besar. Artinya bahwa arah penembakan semakin kearah kanan atau ke arah sumbu positif y .



Gambar 4. 9 Lintasan Proyektil dengan Kalman Filter dengan Kecepatan Pesawat Berbeda

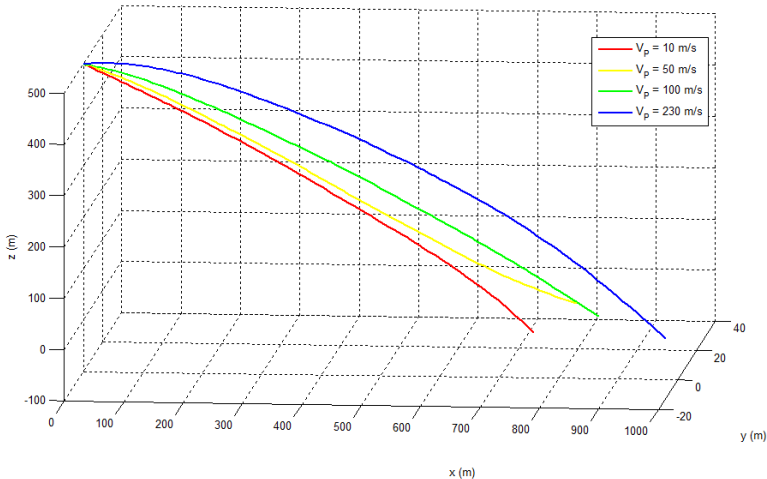
Pada gambar 4.9 merupakan gambar lintasan proyektil yang ditembak dari pesawat udara bergerak dengan Kalman Filter. Pada gambar terlihat bahwa lintasan proyektil dengan diberikan kecepatan pesawat sebesar 10 m/s, bentuk dari lintasan menyerupai seperempat lingkaran. Sedangkan, jika diberikan kecepatan pesawat yang sangat tinggi mempengaruhi bentuk lintasan proyektil terutama dari kelengkungan lintasan. Hal ini juga mempengaruhi

posisi terakhir dari proyektil. Berikut tabel dari posisi akhir proyektil dengan Kalman Filter.

Tabel 4. 14 Posisi Akhir Proyektil pada Lintasan dengan Kalman Filter dengan Kecepatan Pesawat yang Berbeda

Posisi	Kecepatan Pesawat			
	10 m/s	50 m/s	100 m/s	230 m/s
<i>x</i>	220.1604 m	228.3571 m	244.6854 m	292.935 m
<i>y</i>	13.0052 m	65.7001 m	135.1606 m	297.3915 m
<i>z</i>	-205.2909 m	-231.2461 m	-265.8324 m	-349.134 m

Dari tabel 4.14 terlihat bahwa semakin cepat pesawat, maka semakin jauh pula lintasan dari proyektil. Begitu sebaliknya, semakin pelan pesawat maka semakin pendek pula lintasan proyektil yang terbentuk. Pada lintasan proyektil dengan Kalman Filter terlihat berbeda jika dibandingkan dengan Sistem realnya. Dan juga selisih posisi akhir antara sistem real dengan Kalman Filter cukup jauh.



Gambar 4. 10 Lintasan Proyektil dengan Extended Kalman Filter dengan Kecepatan Pesawat Berbeda

Gambar 4.10 merupakan gambar lintasan proyektil yang ditembak dari pesawat udara bergerak dengan Extended Kalman Filter. Lintasan proyektil dengan Extended Kalman Filter lebih mirip secara grafis dengan sistem real. Jika diberi kecepatan yang rendah pada pesawat maka lintasannya lurus namun jika semakin besar kecepatan pesawat maka semakin terlihat lintasan dari proyektil melengkung. Hal ini juga mempengaruhi posisi terakhir dari proyektil. Semakin besar kecepatan pesawat yang diberikan, maka posisi akhir proyektil juga semakin jauh. Begitupun juga sebaliknya. Berikut tabel dari posisi akhir proyektil dengan Extended Kalman Filter.

Tabel 4. 15 Posisi Akhir Proyektil pada Lintasan dengan Extended Kalman Filter dengan Kecepatan Pesawat yang Berbeda

Posisi	Kecepatan Pesawat			
	10 m/s	50 m/s	100 m/s	230 m/s
x	790.1066 m	821.583 m	856.7397 m	968.9112 m
y	-19.9241 m	5.3979 m	6.3588 m	7.1292 m
z	46.1619 m	30.7755 m	4.1595 m	-40.4138 m

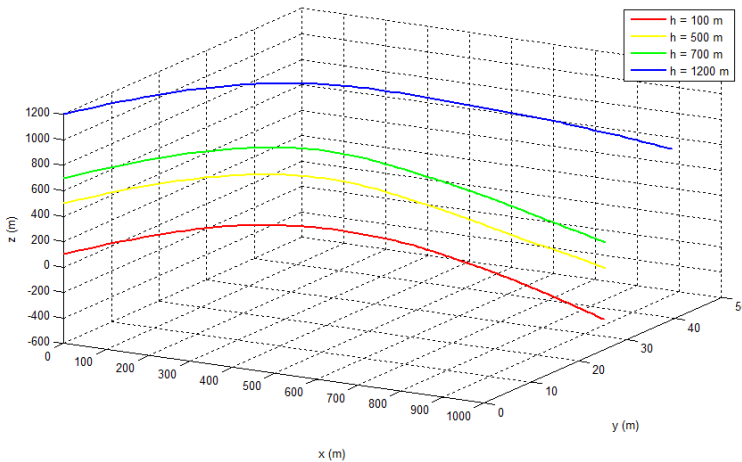
Dari tabel 4.15 terlihat bahwa semakin cepat pesawat, maka semakin jauh pula lintasan dari proyektil. Begitu sebaliknya, semakin pelan pesawat maka semakin pendek pula lintasan proyektil yang terbentuk. Hal ini terlihat bahwa posisi pada sumbu- x yang semakin jauh, dan sumbu- y positif. Artinya bahwa penembakan kearah kanan dari pesawat. Pada lintasan proyektil dengan Extended Kalman Filter terlihat tidak jauh berbeda jika dibandingkan dengan Sistem realnya. Dan juga selisih posisi akhir antara sistem real dengan Extended Kalman Filter tidak terpaut jauh.

Pada simulasi yang telah dilakukan dengan diberikannya kecepatan pesawat yang berbeda-beda juga menyebabkan kondisi awal dari kecepatan peluru berbeda. Semakin besar kecepatan pesawat maka semakin besar pula kondisi awal untuk kecepatan

peluru, begitupun sebaliknya. Hal itu juga mempengaruhi waktu sampainya peluru menuju tanah (target). Ketika pesawat berkecepatan 10 m/s, 50 m/s, 100 m/s, dan 230 m/s, maka waktu yang diperlukan peluru hingga mencapai tanah masing-masing adalah sebesar 0,96 detik, 0,92 detik, 0,87 detik dan 0,75 detik. Hal ini menunjukkan bahwa kecepatan pesawat yang diberikan juga mempengaruhi waktu sampainya peluru mencapai tanah (target).

4.6.2.3 Lintasan Proyektile dengan Ketinggian Berbeda

Percobaan kali ini dengan mengambil sudut tembak tetap yaitu 30° dan kecepatan pesawat tetap yaitu 230 m/s. Sedangkan untuk ketinggian diambil kondisi yang berbeda-beda yaitu 100 m, 500 m, 700 m, dan 1200 m. Hal ini dilakukan untuk mengetahui lintasan proyektile yang ditembak dari pesawat udara bergerak jika pesawat berada pada ketinggian yang berbeda-beda. Hasil dari simulasi tersebut adalah sebagai berikut:



Gambar 4. 11 Lintasan Proyektile pada Sistem Real dengan Ketinggian yang Berbeda

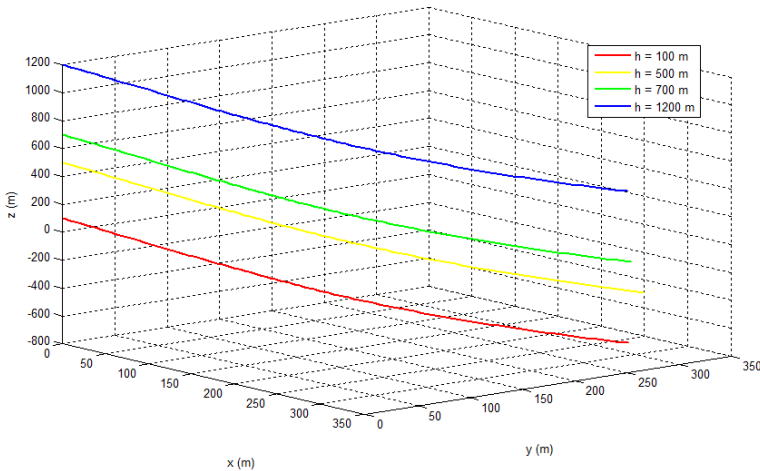
Gambar 4.11 merupakan gambar lintasan proyektil pada sistem real dengan pengambilan ketinggian pesawat berbeda-beda dari hasil simulasi tersebut dapat dilihat bahwa semakin tinggi posisi pesawat maka semakin pendek jauh posisi akhir dengan tanah jika diberikan 100 langkah. Sedangkan, semakin rendah posisi pesawat maka posisi akhir dari proyektil mendekati tanah. Berikut adalah tabel posisi akhir dari proyektil yang ditembak dari pesawat udara bergerak dengan ketinggian yang berbeda-beda:

Tabel 4. 16 Posisi Akhir Proyektil pada Sistem Real dengan Ketinggian yang Berbeda

Posisi	Ketinggian			
	100 m	500 m	700 m	1200 m
x	952,6638 m	957,4459 m	952,5754 m	955,4894 m
y	29,5135 m	29,2808 m	29,7031 m	43,6044 m
z	-453,5313 m	-45,2090 m	146,5358 m	651,8683 m

Pada tabel 4.16 menunjukkan bahwa ketinggian pesawat mempengaruhi posisi akhir proyektil yang ditembak dari pesawat udara bergerak. Posisi akhir proyektil yang sangat terlihat yaitu pada posisi-z. Jika pesawat berada pada ketinggian yang sangat tinggi maka selama 100 langkah proyektil belum menyentuh tanah (target). Posisi akhir proyektil pada sumbu-y juga terlihat semakin tinggi posisi target semakin ke arah positif pada sumbu-y atau penembakan semakin ke kanan.

Pada gambar 4.12 menunjukkan gambar lintasan proyektil yang ditembak dari pesawat udara bergerak dengan Kalman Filter dengan ketinggian yang berbeda-beda. Ketinggian yang diberikan memberikan pengaruh pada posisi akhir proyektil.



Gambar 4. 12 Lintasan Proyektil dengan Kalman Filter dengan Ketinggian yang Berbeda

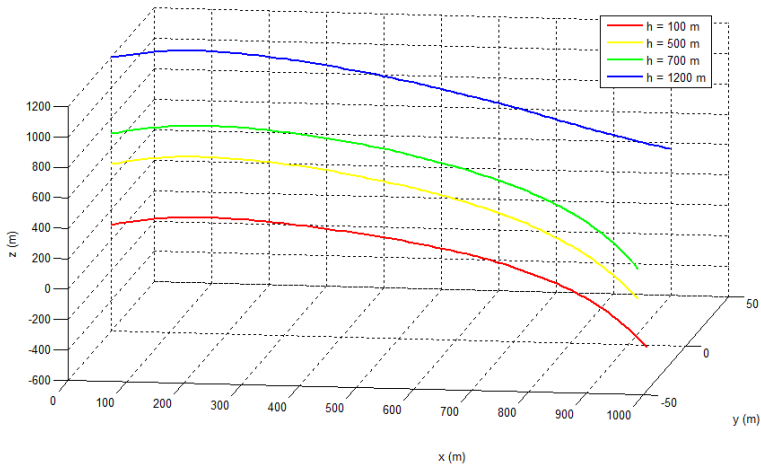
Berikut adalah tabel dari posisi akhir proyektil yang ditembak dari pesawat udara dengan diberikan ketinggian pesawat yang berbeda dengan menggunakan Kalman Filter:

Tabel 4. 17 Posisi Akhir Proyektil pada Kalman Filter dengan Ketinggian yang Berbeda

Posisi	Ketinggian			
	100 m	500 m	700 m	1200 m
<i>x</i>	288,775 m	314,3541 m	297,6086 m	962,78546 m
<i>y</i>	303,0744 m	296,4191 m	298,0987 m	6,5542 m
<i>z</i>	-737,1259 m	-332,1956 m	-137,9686 m	650,3642 m

Pada tabel 4.17 menunjukkan bahwa posisi akhir proyektil pada sumbu-*x* semakin tinggi posisi pesawat maka semakin jauh pula posisi akhirnya. Namun jika dibandingkan dengan posisi akhir proyektil pada sumbu-*x* di sistem real, selisihnya terpaut jauh. Posisi proyektil dengan Kalman Filter pada sumbu-*y*, semakin tinggi posisi

pesawat maka posisi akhir dari proyektil semakin ke arah sumbu- y negatif, yang artinya arah nembak semakin ke kiri.



Gambar 4. 13 Lintasan Proyektil dengan Extended Kalman Filter dengan Ketinggian yang Berbeda

Pada gambar 4.13 menunjukkan grafik lintasan proyektil yang ditembak dari pesawat udara dengan Extended Kalman Filter dengan diberikan ketinggian yang berbeda-beda. Ketinggian pesawat sangat berpengaruh terhadap posisi akhir proyektil pada sumbu- z . Semakin tinggi posisi pesawat maka posisi akhir proyektil semakin jauh dari tanah (target). Berikut adalah tabel posisi akhir dari proyektil dengan Extended Kalman Filter dengan ketinggian yang berbeda:

Tabel 4. 18 Posisi Akhir Proyektil pada Extended Kalman Filter dengan Ketinggian yang Berbeda

Posisi	Ketinggian			
	100 m	500 m	700 m	1200 m
x	965,4776 m	971,3945 m	972,0343 m	293,1872 m

<i>y</i>	<i>-22,6221 m</i>	<i>-36,7673 m</i>	<i>-37,3101 m</i>	<i>298,244 m</i>
<i>z</i>	<i>-467,2735 m</i>	<i>-53,9961 m</i>	<i>146,5688 m</i>	<i>360,5058m</i>

Pada tabel 4.17 menunjukkan bahwa posisi awal pesawat (ketinggian) sangat mempengaruhi posisi akhir proyektil. Semakin tinggi pesawat maka posisi akhir dari proyektil semakin jauh dari tanah (target). Dan posisi proyektil pada sumbu-*y* semakin menuju kearah sumbu positif yang artinya penembakan ke arah kanan. Jika dibandingkan dengan posisi akhir proyektil pada sistem real, posisi akhir atau lintasan dari proyektil dengan Extended Kalman Filter lebih mendekati atau memiliki selisih yang relative kecil dibandingkan dengan lintasan sistem real dengan Kalman Filter.

Selain itu, pada simulasi ini ketinggian berpengaruh terhadap waktu proyektil sampai ke tanah (target). Semakin tinggi posisi pesawat, maka semakin banyak waktu yang dibutuhkan, meskipun selisihnya tidak terlampau jauh. Ketika pesawat berada pada ketinggian 100 m, 500 m, 700 m, dan 1200 m, waktu yang dibutuhkan proyektil agar sampai ke tanah (target) masing-masing adalah 0,153 detik, 0,78 detik, 1,12 detik dan 1,29 detik.

Hal ini menunjukkan bahwa ketinggian mempengaruhi waktu tempuh proyektil mencapai tanah (target).

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

Pada bab ini, diberikan kesimpulan yang diperoleh dari penelitian serta saran untuk penelitian selanjutnya.

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan analisis dan pembahasan yang telah disajikan pada bab sebelumnya, dapat disimpulkan beberapa hal sebagai berikut:

1. Hasil Estimasi menunjukkan bahwa untuk variable posisi x , y , dan z dari gerak proyektil yang ditembak dari pesawat udara bergerak oleh metode Extended Kalman Filter (EKF) lebih baik dengan keakurasian sebesar 97.81% pada variable x , 64.34% pada variable y , dan 98.13% pada variable z .
2. Metode Extended Kalman Filter lebih akurat dibanding dengan metode Kalman Filter. Estimasi dengan metode Kalman Filter tidak optimal dengan diperolehnya nilai RMSE pada interval $0.009119 \leq rmse \leq 0.48748$ dikarenakan KF dapat mengestimasi secara optimal pada sistem dinamik linier, sedangkan persamaan gerak proyektil yang ditembak dari pesawat udara bergerak berbentuk nonlinier.
3. Waktu komputasi pada metode Extended Kalman Filter lebih cepat dibanding dengan Kalman Filter. Metode Kalman Filter membutuhkan waktu 0,305209 detik untuk satu kali simulasi sedangkan metode Extended Kalman Filter hanya membutuhkan waktu 0,062754 detik.

5.2 Saran

Adapun saran dari penulis yang dapat dilakukan untuk penelitian selanjutnya, yaitu:

1. Menambahkan target pada misi penembakan proyektil pada pesawat udara bergerak
2. Model gerak proyektil yang ditembak dari pesawat udara bergerak merupakan sistem tak linier sehingga dapat dilakukan perbandingan metode estimasi yang keduanya dapat digunakan untuk sistem yang tak linier.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Noviana,S.(2016). **Estimasi Lintasan Peluru Kendali dengan Metode Ensemble Kalman Filter.** Tesis Jurusan Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember. Surabaya.
- [2] Gkritzapis,D.N., Margaris, D.P., Kaimakamis, G., Siassiakos, K. (2010). **A Study of Firing Sidewise from an Airplane.** Applied Mathematical Science. Vol. 4 no.1. Page 1-12
- [3] Gkritzapis,Dimitrios N., Panagiotopoulos, Elias E. (2011). **Epicyclic Motion Analysis for API M8 Bullet Firing Sidewise from a High Subsonic Air Vehicle.** Greece: Hellenic Millitary Academy
- [4] Apriliani,E., Arif,D.K, dan Sanjoyo,B.A. (2010). **The Square Root Ensemble Kalman Filter to estimate The Concentration of Air Pollution.** IEEE, International Conference on Mathematical Application in Engineering (ICMAE'10). Kuala Lumpur, Malaysia.
- [5] Pieniezny,S.K. (2007). **A Comparison of Estimation Accuracy by The Use of KF, EKF & UKF Filters.** WIT Transaction on Modelling and Simulation Vol.6. Poland. WIT Press.
- [6] Apriliani, E., Sanjoyo, A. B. (2011). **The Groundwater Pollution Estimation by The Ensemble Kalman Filter.** Canadian Journal on Science and Engineering Mathematics, Vol.2.60-63.
- [7] Hainz III, L.C., Costello,M.(2004). **In-Flight Impact Prediction.** Oregon : Oregon State University

- [8] Kleeman, Lindsay.(2007). **Understanding and Applying Kalman Filtering**. Clayton : Monash University.
- [9] Syarifudin, A.N.A., Dian A., Apriliani, E. (2018). **Perbandingan Metode Kalman Filter, Extended Kalman Filter, dan Ensemble Kalman Filter pada Model Penyebaran Virus**. Journal Mathematics and its Applications. Vol.15, No.1, Maret 2018, 17-29.
- [10] Lewis, F.L.(1998). **Optimal Estimation With An Introduction to Stochastic Control Theory**. Georgia: School of Electrical Engineering Georgia Institute of Technology Atlanta.
- [11] Ermayanti, Z., Apriliani, E., Nurhadi,H. , Herlambang, T. (2015) . **Estimate and Control Position Autonomous Underwater Vehicle based on Determined Trajectory using Fuzzy Kalman Filter Method**. 2015 International Conference on Advance Mechatronics, Intelligent Manufacture, and Industrial Automation (ICAMIMIA).
- [12] Ansari,S. et.al. (2017). **An Extended Kalman Filter with Inequality Constaints for Real-Time Detection of Intradialytic Hypotension**. 39th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society (EMBC). 2227-2230.
- [13] Curn. (2014). **Correlated Estimation Problems and The Ensemble Kalman Filter**. Disertation Departement Filosofi (Computer Science). Trinity College. Ireland:University of Dublin.
- [14] Ngatini, Apriliani.E, Nurhadi,H. (2017). **Ensemble and Fuzzy Kalan Filter for Position Estimation of an Autonomous Underwater Vehicle Based on**

- Dynamical System of AUV Motion.** Expert System with Application, hal. 29-35.
- [15] Welch, G., Bishop,G.(2006). **An Introduction to The Kalman Filter.** Chapel Hill: University of North Carolina.

LAMPIRAN A
Daftar Nilai RMSE untuk Variabel Terukur

No	Posisi x		Posisi y		Posisi z	
	RMSE KF	RMSE EKF	RMSE KF	RMSE EKF	RMSE KF	RMSE EKF
1	0,2853	0,0111	0,0093	0,0033	0,4846	0,0183
2	0,2738	0,0066	0,0046	0,0041	0,4848	0,0136
3	0,287	0,0015	0,0075	0,0088	0,04865	0,0019
4	0,2858	0,0064	0,0197	0,008	0,4882	0,0069
5	0,2942	0,0057	0,0131	0,0071	0,493	0,0016
6	0,2927	0,0218	0,0044	0,0031	0,4913	0,0248
7	0,2913	0,0083	0,0042	0,0043	0,4863	0,0045
8	0,2741	0,0011	0,0073	0,0038	0,4787	0,0046
9	0,2844	0,0055	0,0178	0,0041	0,4849	0,0183
10	0,288	0,0049	0,0092	0,0078	0,4952	0,0016
11	0,2995	0,0053	0,0017	0,0048	0,5	0,009
12	0,2856	0,0052	0,0029	0,0039	0,4986	0,0163
13	0,2905	0,0109	0,0123	0,008	0,4947	0,0192
14	0,2891	0,0024	0,0032	0,0022	0,495	0,0102
15	0,3067	0,0052	0,0162	0,0062	0,5041	0,002
16	0,2994	0,0065	0,0111	0,0055	0,497	0,0116
17	0,2779	0,0082	0,0155	0,0129	0,4826	0,0069
18	0,2995	0,003	0,0048	0,0011	0,4977	0,005
19	0,2948	0,0022	0,0121	0,0111	0,4827	0,0028
20	0,2984	0,0011	0,0114	0,0056	0,4958	0,0084
21	0,3012	0,0016	0,0111	0,006	0,4907	0,0093
22	0,2925	0,0022	0,0126	0,0043	0,4945	0,0032
23	0,2846	0,009	0,0167	0,0084	0,4853	0,0083

No	Posisi x		Posisi y		Posisi z	
	RMSE KF	RMSE EKF	RMSE KF	RMSE EKF	RMSE KF	RMSE EKF
24	0,2846	0,009	0,0167	0,0084	0,4853	0,0083
25	0,3089	0,0012	0,0128	0,0019	0,5099	0,0116
26	0,2905	0,0026	0,0032	0,0044	0,4931	0,0054
27	0,3148	0,0041	0,0116	0,0036	0,5161	0,0157
28	0,2909	0,0115	0,0193	0,0035	0,4893	0,0122
29	0,3019	0,0078	0,0021	0,009	0,5092	0,0042
30	0,293	0,0042	0,0039	0,0032	0,4914	0,0064
31	0,2952	0,0094	0,0059	0,0038	0,4995	0,0057
32	0,29	0,0126	0,0053	0,002	0,5038	0,0172
33	0,3032	0,0044	0,0021	0,0075	0,5091	0,0094
34	0,2922	0,003	0,008	0,0014	0,4937	0,0027
35	0,2944	0,0081	0,0035	0,0034	0,5017	0,002
36	0,2907	0,0107	0,0092	0,0018	0,4948	0,0032
37	0,2886	0,0017	0,0139	0,0098	0,4966	0,022
38	0,277	0,0143	0,0028	0,0025	0,4753	0,0215
39	0,2961	0,0172	0,0097	0,0043	0,4952	0,0098
40	0,2955	0,0122	0,0125	0,017	0,5009	0,0107
41	0,2933	0,0031	0,0149	0,0071	0,5018	0,0178
42	0,296	0,0132	0,0078	0,0077	0,5018	0,0288
43	0,2816	0,0064	0,0083	0,0084	0,476	0,0097
44	0,3017	0,0052	0,0019	0,0031	0,5006	0,0213
45	0,2846	0,0082	0,0075	0,0015	0,491	0,0055
46	0,3015	0,0073	0,007	0,0004	0,4937	0,0024
47	0,2879	0,0036	0,0181	0,0118	0,4973	0,0157
48	0,2869	0,0075	0,0034	0,0033	0,4972	0,013
49	0,2888	0,0022	0,0116	0,0004	0,4889	0,0015

No	Posisi x		Posisi y		Posisi z	
	RMSE KF	RMSE EKF	RMSE KF	RMSE EKF	RMSE KF	RMSE EKF
51	0,3068	0,0116	0,0061	0,0043	0,5136	0,0116
52	0,2909	0,0049	0,0036	0,0002	0,4948	0,0025
53	0,2995	0,0032	0,0077	0,0012	0,4975	0,0081
54	0,2857	0,0015	0,0167	0,0122	0,4914	0,014
55	0,2942	0,0058	0,0076	0,0016	0,5028	0,0081
56	0,287	0,0145	0,0101	0,004	0,4933	0,0011
57	0,2909	0,0173	0,0113	0,0058	0,4875	0,0305
58	0,2867	0,0026	0,0155	0,0103	0,4967	0,0078
59	0,3058	0,0037	0,0047	0,0047	0,5052	0,0109
60	0,286	0,0141	0,012	0,0066	0,4935	0,0163
61	0,2813	0,0061	0,0105	0,0024	0,4782	0,01
62	0,2883	0,0013	0,0084	0,0069	0,498	0,0078
63	0,3061	0,0023	0,0121	0,0113	0,499	0,005
64	0,2916	0,0087	0,0062	0,0054	0,4992	0,0055
65	0,2906	0,0046	0,0125	0,006	0,491	0,0048
66	0,2805	0,0091	0,0186	0,0088	0,4877	0,0046
67	0,3009	0,0099	0,0121	0,0021	0,509	0,0255
68	0,2888	0,0088	0,0053	0,0018	0,4858	0,0093
69	0,2987	0,0063	0,0055	0,0069	0,4937	0,0025
70	0,3004	0,0076	0,0079	0,0035	0,5001	0,002
71	0,2983	0,0043	0,0065	0,0014	0,5008	0,0062
72	0,3005	0,0022	0,0103	0,0084	0,4958	0,0097
73	0,2913	0,0022	0,0038	0,0009	0,4923	0,0064
74	0,2909	0,0016	0,0105	0,0073	0,4944	0,0061
75	0,2902	0,0025	0,0012	0,005	0,4987	0,012
76	0,2902	0,0096	0,0068	0,0063	0,4955	0,0045

No	Posisi x		Posisi y		Posisi z	
	RMSE KF	RMSE EKF	RMSE KF	RMSE EKF	RMSE KF	RMSE EKF
78	0,2948	0,0012	0,0124	0,0068	0,5009	0,0068
79	0,2845	0,0024	0,0127	0,0001	0,492	0,0124
80	0,2929	0,0067	0,0112	0,0073	0,495	0,0016
81	0,2869	0,0116	0,0171	0,0161	0,4887	0,0192
82	0,2888	0,0013	0,0014	0,0006	0,4821	0,002
83	0,2916	0,0075	0,0059	0,0052	0,5009	0,0054
84	0,3	0,0036	0,0159	0,0004	0,4978	0,0116
85	0,2892	0,0106	0,0058	0,0035	0,492	0,0036
86	0,2927	0,0059	0,008	0,0048	0,4953	0,0215
87	0,289	0,0047	0,0077	0,0017	0,4956	0,0083
88	0,2928	0,0021	0,0015	0,0048	0,4958	0,0103
89	0,2808	0,0157	0,0111	0,0107	0,4871	0,0111
90	0,2941	0,0018	0,0201	0,0163	0,4843	0,007
91	0,3015	0,0029	0,008	0,003	0,5041	0,0048
92	0,2797	0,0056	0,0089	0,0031	0,4844	0,0039
93	0,2947	0,0062	0,0032	0,0054	0,5062	0,0021
94	0,2946	0,0077	0,0097	0,0065	0,4985	0,0078
95	0,3016	0,0064	0,0069	0,0067	0,496	0,0033
96	0,2934	0,0025	0,0085	0,0007	0,5006	0,0057
97	0,2867	0,0102	0,0068	0,0049	0,4949	0,0068
98	0,2774	0,0047	0,0137	0,0098	0,04777	0,0056
99	0,2735	0,0064	0,006	0,0046	0,4868	0,0049
100	0,2846	0,0119	0,0069	0,0044	0,4848	0,0031

LAMPIRAN B

Source Code

```
clc;
clear;
disp ('-----');
disp ('PROGRAM SIMULASI');
disp ('ESTIMASI GERAK PROYEKTIL KALIBER 12.7 X
99 MM ');
disp ('MENGUNAKAN METODE EXTENDED KALMAN
FILTER ');
disp ('PADA INISIAL KONDISI PESAWAT BERGERAK');
disp ('-----
-----');

%Inputan Parameter
C_rd = -0.009 ;
C_d = 0.63 ;
C_pd = -6.6 ;
C_om = 2.6;
C_la = 3.52 ;
C_mam = 0.27;
D = 0.0127 ;
I_xx = 0.7843*10^-6;
I_yy = 0.7389 *10^-5;
L_cgcp = 0.02318 ;
L_cgcm = 0.01956 ;
g = 9.8065 ;
m=0.0452;
r=1;
S=0.000127;
phi = 3.14 ;

%inputan
x1(1)=0; %input ('Masukkan nilai awal posisi x:')
x2(1)=0; %input ('Masukkan nilai awal posisi y:')
x3(1)=500; %input ('Masukkan nilai awal posisi
z:')
```

```

x4(1)=0; %input ('Masukkan nilai awal sudut roll
(roll) :')
x5(1)=0.5236; %input ('Masukkan nilai awal sudut
yaw (teta):')
x6(1)=0; %input ('Masukkan nilai awal sudut pitch
(garpu):')
x7(1)=1105.1805; % 889.387 (-10rad) :
1034.359(30rad) : 1075.008(45rad) : 1105.1805
(60rad) %input ('Masukkan nilai awal kecepatan
total:')
x8(1)=0; %input ('Masukkan nilai awal kecepatan
komponen 1:')
x9(1)=0; %input ('Masukkan nilai awal kecepatan
komponen 2:')
x10(1)=0; %input ('Masukkan nilai awal kecepatan
sudut p:')
x11(1)=0; %input ('Masukkan nilai awal kecepatan
sudut q:')
x12(1)=0; %input ('Masukkan nilai awal kecepatan
sudut r:')
x=[x1(1);x2(1);x3(1);x4(1);x5(1);x6(1);x7(1);x8
(1);x9(1);x10(1);x11(1);x12(1)];

x01(1)=0; %input ('Masukkan nilai awal posisi
x:')
x02(1)=0; %input ('Masukkan nilai awal posisi
y:')
x03(1)=500; %input ('Masukkan nilai awal posisi
z:')
x04(1)=0; %input ('Masukkan nilai awal sudut
roll (roll) :')
x05(1)=0.5236; %input ('Masukkan nilai awal
sudut yaw (teta):')
x06(1)=0; %input ('Masukkan nilai awal sudut
pitch (garpu):')
x07(1)=1105.1805; %input ('Masukkan nilai awal
kecepatan total:')
x08(1)=0; %input ('Masukkan nilai awal kecepatan
komponen 1:')

```

```

x09(1)=0; %input ('Masukkan nilai awal kecepatan
komponen 2:')
x010(1)=0; %input ('Masukkan nilai awal
kecepatan sudut p:')
x011(1)=0; %input ('Masukkan nilai awal
kecepatan sudut q:')
x012(1)=0; %input ('Masukkan nilai awal
kecepatan sudut r:')
xr=[x01(1);x02(1);x03(1);x04(1);x05(1);x06(1);x
07(1);x08(1);x09(1);x010(1);x011(1);x012(1)];

x1ekf(1)=x1(1);
x2ekf(1)=x2(1);
x3ekf(1)=x3(1);
x4ekf(1)=x4(1);
x5ekf(1)=x5(1);
x6ekf(1)=x6(1);
x7ekf(1)=x7(1);
x8ekf(1)=x8(1);
x9ekf(1)=x9(1);
x10ekf(1)=x10(1);
x11ekf(1)=x11(1);
x12ekf(1)=x12(1);

x1kf(1)=x1(1);
x2kf(1)=x2(1);
x3kf(1)=x3(1);
x4kf(1)=x4(1);
x5kf(1)=x5(1);
x6kf(1)=x6(1);
x7kf(1)=x7(1);
x8kf(1)=x8(1);
x9kf(1)=x9(1);
x10kf(1)=x10(1);
x11kf(1)=x11(1);
x12kf(1)=x12(1);

% Inisialisasi Awal
Q1 = 10^-5;

```

```

Q2 = 10^-6;
Q3 = 10^-5;
Q4 = 10^-6;
R = 10^-2;
dt = 10^-4;
k=100;

H=[ 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
    0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
    0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0];
n=numel(x); % untuk mengetahui ukuran state
b=size(H,1); % untuk mengetahui ukuran keluaran
Qk= [Q1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
     0 Q1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
     0 0 Q1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
     0 0 0 Q2 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
     0 0 0 0 Q2 0 0 0 0 0 0 0 0;
     0 0 0 0 0 Q2 0 0 0 0 0 0 0;
     0 0 0 0 0 0 Q3 0 0 0 0 0 0;
     0 0 0 0 0 0 0 Q3 0 0 0 0 0;
     0 0 0 0 0 0 0 0 Q3 0 0 0 0;
     0 0 0 0 0 0 0 0 0 Q4 0 0;
     0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 Q4 0;
     0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 Q4];
Rk= R*eye(b);
P1 = 10^-5;
P2 = 10^-6;
P3 = 10^-5;
P4 = 10^-6;

P0_ekf=[P1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
        0 P1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
        0 0 P1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
        0 0 0 P2 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
        0 0 0 0 P2 0 0 0 0 0 0 0 0;
        0 0 0 0 0 P2 0 0 0 0 0 0 0;
        0 0 0 0 0 0 P3 0 0 0 0 0 0;
        0 0 0 0 0 0 0 P3 0 0 0 0 0;
        0 0 0 0 0 0 0 0 P3 0 0 0 0;

```

```

0 0 0 0 0 0 0 0 0 P4 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 P4 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 P4];
PO_kf=[P1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 P1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 P1 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 P2 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 P2 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 P2 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 P3 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 P3 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 P3 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 P4 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 P4 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 P4];

tic
%Model Sistem dan Pengukuran
J015(i) = ((-1)*sin(x05(i))*x07(i)+x09(i)*cos(x05(i))) *dt ;
J016(i) = (-1)*x08(i) *dt ;
J017(i) = cos(x05(i)) *dt ;
J018(i) = (-1)*x06(i) *dt;
J019(i) = sin(x05(i)) *dt ;
J025(i) = ((-1)*x07(i)*x06(i)*sin(x05(i))+x06(i)*x09(i)) *dt ;
J026(i) = (x07(i)*cos(x05(i))+x09(i)*cos(x05(i))) *dt ;
J027(i) = (x06(i)*cos(x05(i))) *dt;
J029(i) = x06(i)*sin(x05(i)) *dt;
J035(i) = ((-1)*x07(i)*cos(x05(i))-x09(i)*sin(x05(i))) *dt;
J037(i) = (-1)*sin(x05(i)) *dt;
J039(i) = cos(x05(i)) *dt;
J045(i) = x012(i)*(sec(x05(i)))^2 *dt;
J0412(i) = tan(x05(i)) *dt;
J065(i) = x012(i)*tan(x05(i))*sec(x05(i)) *dt;
J0612(i) = sec(x05(i)) *dt;

```

```

J075(i) = (-1)*g*cos(x05(i))*dt;
J077(i) = (-1)*r*S/m*C_d*x07(i)*dt+1;
J087(i) = ((-1)*r*(S/2*m)*x08(i)*(C_la+C_d)-
x012(i))*dt;
J088(i) = (-1)*r*(S/2*m)*x07(i)*(C_la+C_d)*dt+1;
J0812(i) = (-1)*x07(i)*dt;
J095(i) = (-1)*g*sin(x05(i))*dt;
J097(i) = ((-1)*r*(S/2*m)*(C_la+C_d)*x09(i)+x011(i))*dt;
J099(i) = ((-1)*r*(S/2*m)*(C_la+C_d)*x07(i))*dt+1;
J0911(i) = x07(i)*dt;
J0107(i) = phi*r*(D^4/16*I_yy)*C_rd*x010(i)*dt;
J01010(i) = phi*r*(D^4/16*I_yy)*x07(i)*C_rd*dt+1;
J0117(i) = dt*phi*r*((D^2/8*I_yy)*L_cgcp*(C_la+C_d)*x09(i)
+(D^4/16*I_yy)*C_pd*x011(i)+(D^3/8*I_yy)*C_om);
J0118(i) = dt*phi*r*((D^3/16*I_yy)*L_cgcp*C_mam*x010(i));
J0119(i) = dt*phi*r*((D^2/8*I_yy)*x07(i)*L_cgcp*(C_la+C_d)
);
J01110(i) = dt*phi*r*((D^3/16*I_yy)*L_cgcm*C_mam*x08(i)-
(I_xx/I_yy)*x012(i));
J01111(i) = dt*phi*r*((D^4/16*I_yy)*C_pd)+1;
J01112(i) = dt*phi*r*(-1)*(I_xx/I_yy)*x010(i);
J0127(i) = dt*phi*r*((-1)*(D^2/8*I_yy)*L_cgcp*(C_la+C_d)*x08(i)+(D^4/16*I_yy)*C_pd*x012(i)-(D^3/8*I_yy)*C_om);
J0128(i) = dt*phi*r*((-1)*D^2/8*I_yy)*x07(i)*L_cgcp*(C_la+C_d));
J0129(i) = dt*phi*r*((D^3/16*I_yy)*L_cgcm*C_mam*x010(i));

```



```

    J01210(i) =
dt*phi*r*((D^3/16*I_yy)*L_cgcm*C_mam*x09(i)-
(I_xx/I_yy)*x011(i));
    J01211(i) = (-
1)*dt*phi*r*(I_xx/I_yy)*x010(i);
    J01212(i) =
dt*phi*r*(D^4/16*I_yy)*x07(i)*C_pd+1;

%Kalman filter
    %Model sistem

xr(:,i+1)=A_kf*xr(:,i)+sqrt(Qk)*randn(12,1);
    x01(i+1)=xr(1,i+1);
    x02(i+1)=xr(2,i+1);
    x03(i+1)=xr(3,i+1);
    x04(i+1)=xr(4,i+1);
    x05(i+1)=xr(5,i+1);
    x06(i+1)=xr(6,i+1);
    x07(i+1)=xr(7,i+1);
    x08(i+1)=xr(8,i+1);
    x09(i+1)=xr(9,i+1);
    x010(i+1)=xr(10,i+1);
    x011(i+1)=xr(11,i+1);
    x012(i+1)=xr(12,i+1);
    %Model pengukuran

z0(:,i+1)=H0*xr(:,i+1)+normrnd(0,sqrt(R),3,1);
    z_kf(:,i+1)=[z0(:,i+1)];
    %h0=H0*xr(:,i);
    h0=[xr(1,i);xr(2,i);xr(3,i)];
    %Tahap prediksi
    xpre(:,i+1)=A_kf*xkf(:,i);
    Ppre=A_kf*P0_kf*A_kf'+Qk;
    %Tahap koreksi
    K_kf=Ppre*H0'*inv(H*Ppre*H0'+Rk);
    P0_kf=(eye(n)-K_kf*H0)*Ppre;
    xkf(:,i+1)=xpre(:,i+1)+K_kf*(z_kf(:,i+1)-
h0);
    x1kf(i+1)=xkf(1,i+1);

```

```

x2kf(i+1)=xkf(2,i+1);
x3kf(i+1)=xkf(3,i+1);
x4kf(i+1)=xkf(4,i+1);
x5kf(i+1)=xkf(5,i+1);
x6kf(i+1)=xkf(6,i+1);
x7kf(i+1)=xkf(7,i+1);
x8kf(i+1)=xkf(8,i+1);
x9kf(i+1)=xkf(9,i+1);
x10kf(i+1)=xkf(10,i+1);
x11kf(i+1)=xkf(11,i+1);
x12kf(i+1)=xkf(12,i+1);
%-----
-----
J15(i) = ((-
1)*sin(x5(i))*x7(i)+x9(i)*cos(x5(i)))*dt ;
J16(i) = (-1)*x8(i)*dt ;
J17(i) = cos(x5(i))*dt ;
J18(i) = (-1)*x6(i)*dt;
J19(i) = sin(x5(i))*dt ;
J25(i) = ((-
1)*x7(i)*x6(i)*sin(x5(i))+x6(i)*x9(i))*dt ;
J26(i) =
(x7(i)*cos(x5(i))+x9(i)*cos(x5(i)))*dt ;
J27(i) = (x6(i)*cos(x5(i)))*dt;
J29(i) = x6(i)*sin(x5(i))*dt;
J35(i) = ((-1)*x7(i)*cos(x5(i))-
x9(i)*sin(x5(i)))*dt;
J37(i) = (-1)*sin(x5(i))*dt;
J39(i) = cos(x5(i))*dt;
J45(i) = x12(i)*(sec(x5(i)))^2*dt;
J412(i)= tan(x5(i))*dt;
J65(i) = x12(i)*tan(x5(i))*sec(x5(i))*dt;
J612(i)= sec(x5(i))*dt;
J75(i) = (-1)*g*cos(x5(i))*dt;
J77(i) = (-1)*r*S/m*C_d*x7(i)*dt+1;
J87(i) = ((-1)*r*(S/2*m)*x8(i)*(C_la+C_d)-
x12(i))*dt;
J88(i) = (-
1)*r*(S/2*m)*x7(i)*(C_la+C_d)*dt+1;

```

```

J812(i) = (-1)*x7(i)*dt;
J95(i) = (-1)*g*sin(x5(i))*dt;
J97(i) = ((-
1)*r*(S/2*m)*(C_la+C_d)*x9(i)+x11(i))*dt;
J99(i) = ((-
1)*r*(S/2*m)*(C_la+C_d)*x7(i))*dt+1;
J911(i) = x7(i)*dt;
J107(i) =
phi*r*(D^4/16*I_yy)*C_rd*x10(i)*dt;
J1010(i) =
phi*r*(D^4/16*I_yy)*x7(i)*C_rd*dt+1;
J117(i) =
dt*phi*r*((D^2/8*I_yy)*L_cgcp*(C_la+C_d)*x9(i)+
(D^4/16*I_yy)*C_pd*x11(i)+(D^3/8*I_yy)*C_om);
J118(i) =
dt*phi*r*((D^3/16*I_yy)*L_cgcp*C_mam*x10(i));
J119(i) =
dt*phi*r*((D^2/8*I_yy)*x7(i)*L_cgcp*(C_la+C_d)
;
J1110(i) =
dt*phi*r*((D^3/16*I_yy)*L_cgcm*C_mam*x8(i)-
(I_xx/I_yy)*x12(i));
J1111(i) = dt*phi*r*((D^4/16*I_yy)*C_pd)+1;
J1112(i) = dt*phi*r*(-1)*(I_xx/I_yy)*x10(i);
J127(i) = dt*phi*r*((-
1)*(D^2/8*I_yy)*L_cgcp*(C_la+C_d)*x8(i)+(D^4/16
*I_yy)*C_pd*x12(i)-(D^3/8*I_yy)*C_om);
J128(i) = dt*phi*r*((-
1)*D^2/8*I_yy)*x7(i)*L_cgcp*(C_la+C_d));
J129(i) =
dt*phi*r*((D^3/16*I_yy)*L_cgcm*C_mam*x10(i));
J1210(i) =
dt*phi*r*((D^3/16*I_yy)*L_cgcm*C_mam*x9(i)-
(I_xx/I_yy)*x11(i));
J1211(i) = (-1)*dt*phi*r*(I_xx/I_yy)*x10(i);
J1212(i) =
dt*phi*r*(D^4/16*I_yy)*x7(i)*C_pd+1;

%Extended Kalman Filter

```

```

x1(i+1)=(cos(x5(i))*x7(i)-
x6(i)*x8(i)+x9(i)*sin(x5(i)))*dt+x1(i)+sqrt(Q1)
*randn(1,1);

x2(i+1)=(x7(i)*x6(i)*cos(x5(i))+x8(i)+x6(i)*x9(
i)*sin(x5(i)))*dt+x2(i)+sqrt(Q1)*randn(1,1);
x3(i+1)=((-
1)*x7(i)*sin(x5(i))+x9(i)*cos(x5(i)))*dt+x3(i)+
sqrt(Q1)*randn(1,1);

x4(i+1)=(x10(i)+x12(i)*tan(x5(i)))*dt+x4(i)+sqr
t(Q2)*randn(1,1);
x5(i+1)=
(x11(i)*dt)+x5(i)+sqrt(Q2)*randn(1,1);

x6(i+1)=(x12(i)/cos(x5(i)))*dt+x6(i)+sqrt(Q2)*r
andn(1,1);
x7(i+1)=((-1)*g*sin(x5(i))-
r*(S/2*m)*C_d*(x7(i))^2)*dt+x7(i)+sqrt(Q3)*rand
n(1,1);
x8(i+1)=((( (-
1)*r*S*x7(i))/(2*m))*((C_la+C_d)*x8(i))-
(x7(i)*x12(i)))*dt+x8(i)+sqrt(Q3)*randn(1,1);
x9(i+1)=((( (-
1)*r*S*x7(i))/(2*m))*((C_la+C_d)*x9(i))+(x7(i)*
x11(i))+g*cos(x5(i)))*dt+x9(i)+sqrt(Q3)*randn(1
,1);

x10(i+1)=((phi/16*I_yy)*r*D^4*x7(i)*C_rd*x10(i)
)*dt+x10(i)+sqrt(Q4)*randn(1,1);

x11(i+1)=(dt*phi*r*((D^3/16*I_yy)*L_cgcm*C_mam*
x10(i)*x8(i)+(D^2/8*I_yy)*x7(i)*L_cgcp*(C_la+C_
d)*x9(i)+(D^4/16*I_yy)*x7(i)*C_pd*x11(i)+(D^3/8
*I_yy)*x7(i)*C_om
(I_xx/I_yy)*x10(i)*x12(i)))+x11(i)+sqrt(Q4)*ran
dn(1,1);

x12(i+1)=(dt*phi*r*((D^3/16*I_yy)*L_cgcm*C_mam*

```

```

x10(i))*x9(i)-
(D^2/8*I_yy)*x7(i)*L_cgcp*(C_la+C_d)*x8(i)+(D^4
/16*I_yy)*x7(i)*C_pd*x12(i)-
(D^3/8*I_yy)*x7(i)*C_om-
(I_xx/I_yy)*x10(i)*x11(i))+x12(i)+sqrt(Q4)*rand
n(1,1);
x(:,i+1)=[x1(i+1) x2(i+1) x3(i+1) x4(i+1)
x5(i+1) x6(i+1) x7(i+1) x8(i+1) x9(i+1) x10(i+1)
x11(i+1) x12(i+1)]';

%Model pengukuran
z(:,i+1)=H*x(:,i+1)+normrnd(0,sqrt(R),3,1);
z_ekf(:,i+1)=[z(:,i+1)];
%h=x(:,i);
h=[x(1,i);x(2,i);x(3,i)];
%Tahap Prediksi
x1preh(i+1)=(cos(x5ekf(i))*x7ekf(i)-
x6ekf(i)*x8ekf(i)+x9ekf(i)*sin(x5ek
f(i)))*dt+x1ekf(i)+sqrt(Q1)*randn(1,
1);
x2preh(i+1)=(x7ekf(i)*x6ekf(i)*cos(x5ekf(i))+x8
ekf(i)+x6ekf(i)*x9ekf(i)*sin(x5ekf(
i)))*dt+x2ekf(i)+sqrt(Q1)*randn(1,1
);
x3preh(i+1)=((1)*x7ekf(i)*sin(x5ekf(i))+x9ekf(i)
)*cos(x5ekf(i))*dt+x3ekf(i)+sqrt(Q
1)*randn(1,1);
x4preh(i+1)=(x10ekf(i)+x12ekf(i)*tan(x5ekf(i)))
*dt+x4ekf(i)+sqrt(Q2)*randn(1,1);
x5preh(i+1)=x11ekf(i)*dt+x5ekf(i)+sqrt(Q2)*rand
n(1,1);
x6preh(i+1)=(x12ekf(i)/cos(x5ekf(i)))*dt+x6ekf(
i)+sqrt(Q2)*randn(1,1);
x7preh(i+1)=((-1)*g*sin(x5ekf(i))-
r*(S/2*m)*C_d*(x7ekf(i))^2)*dt+x7ekf(i)+sqrt(Q3
)*randn(1,1);
x8preh(i+1)=((( -
1)*r*S*x7ekf(i))/(2*m))*((C_la+C_d)*x8ekf(i))-

```

```

(x7ekf(i)*x12ekf(i)))*dt+x8ekf(i)+sqrt(Q3)*rand
n(1,1);
    x9preh(i+1)=(((((-
1)*r*S*x7ekf(i))/(2*m))*((C_la+C_d)*x9ekf(i))+
(x7ekf(i)*x11ekf(i))+g*cos(x5ekf(i)))*dt+x9ekf(i)
)+sqrt(Q3)*randn(1,1);

x10preh(i+1)=(phi/16*I_yy)*r*D^4*x7ekf(i)*C_rd
*x10ekf(i)*dt+x10ekf(i)+sqrt(Q4)*randn(1,1);

x11preh(i+1)=(dt*phi*r*((D^3/16*I_yy)*L_cgcm*C_
mam*x10ekf(i)*x8ekf(i)+(D^2/8*I_yy)*x7ekf(i)*L_
cgcp*(C_la+C_d)*x9ekf(i)+(D^4/16*I_yy)*x7ekf(i)
*C_pd*x11ekf(i)+(D^3/8*I_yy)*x7ekf(i)*C_om
(I_xx/I_yy)*x10ekf(i)*x12ekf(i))+x11ekf(i))+sqr
t(Q4)*randn(1,1);

x12preh(i+1)=(dt*phi*r*((D^3/16*I_yy)*L_cgcm*C_
mam*x10ekf(i)*x9ekf(i)-
(D^2/8*I_yy)*x7ekf(i)*L_cgcp*(C_la+C_d)*x8ekf(i)
)+(D^4/16*I_yy)*x7ekf(i)*C_pd*x12ekf(i)-
(D^3/8*I_yy)*x7ekf(i)*C_om
(I_xx/I_yy)*x10ekf(i)*x11ekf(i)+x12ekf(i)))+sqr
t(Q4)*randn(1,1);

xpreh(:,i+1)=[x1preh(i+1);x2preh(i+1);x3preh(i+
1);x4preh(i+1);x5preh(i+1);x6preh(i+1);x7preh(i
+1);x8preh(i+1);x9preh(i+1);x10preh(i+1);x11pre
h(i+1);x12preh(i+1)];

    Ppreh=A_ekf*P0_ekf*A_ekf'+Qk;

    %Tahap Koreksi
K_ekf=Ppreh*H'*inv(H*Ppreh*H'+Rk);
xekf(:,i+1)=xpreh(:,i+1)+K_ekf*(z_ekf(:,i+1)-
h);
x1ekf(i+1)=xekf(1,i+1);
x2ekf(i+1)=xekf(2,i+1);
x3ekf(i+1)=xekf(3,i+1);

```

```

x4ekf(i+1)=xekf(4,i+1);
x5ekf(i+1)=xekf(5,i+1);
x6ekf(i+1)=xekf(6,i+1);
x7ekf(i+1)=xekf(7,i+1);
x8ekf(i+1)=xekf(8,i+1);
x9ekf(i+1)=xekf(9,i+1);
x10ekf(i+1)=xekf(10,i+1);
x11ekf(i+1)=xekf(11,i+1);
x12ekf(i+1)=xekf(12,i+1);
P0_ekf=(eye(n)-K_ekf*H)*Ppreh;
%error
e1=abs(x1-xkf(1,:));
e2=abs(x1-xekf(1,:));
temp0=0;
temp00=0;
for i=1:k
    temp1=temp0+e1(i)^2;
    temp2=temp00+e2(i)^2;
end
RMSE1_KF=sqrt(temp1/k)
RMSE1_EKF=sqrt(temp2/k)

e3=abs(x2-xkf(2,:));
e4=abs(x2-xekf(2,:));
temp0=0;
temp00=0;
for i=i:k
    temp1=temp0+e3(i)^2;
    temp2=temp00+e4(i)^2;
end
RMSE2_KF=sqrt(temp1/k)
RMSE2_EKF=sqrt(temp2/k)

e5=abs(x3-xkf(3,:));
e6=abs(x3-xekf(3,:));
temp0=0;
temp00=0;
for i=1:k
    temp1=temp0+e5(i)^2;

```

```
temp2=temp00+e6(i)^2;  
end  
RMSE3_KF=sqrt(temp1/k)  
RMSE3_EKF=sqrt(temp2/k)
```


LAMPIRAN C

Biodata Penulis



Penulis bernama Riska Aprilia, lahir di Kediri, 01 April 1996. Penulis merupakan anak kedua dari dua bersaudara. Penulis menempuh pendidikan formal dimulai dari TK Kusuma Mulia VI (2000-2002), SDN Langenharjo 2 (2002-2008), MTsN 1 Model pare (2008-2011), SMAN 2 Pare (2011-2014). Setelah lulus dari SMA, pada tahun 2014 penulis melanjutkan studi ke jenjang S1 di Departemen Matematika ITS Surabaya melalui jalur SNMPTN dengan NRP 1214100003. Di Departemen Matematika, penulis mengambil Bidang Minat Matematika Terapan. Selain itu, penulis juga aktif dalam organisasi tingkat departemen maupun tingkat Institut. Seperti aktif di Himpunan Mahasiswa ITS sebagai Staff Student Resource Development (2015-2016) dan Kadiv Pemetaan dan Pemantauan (2016-2017) selain itu penulis juga aktif di Unit Kegiatan Mahasiswa Persaudaraan Setia Hati Terate sebagai Sekretaris II (2015-2016) dan sebagai Ketua Divisi Rumah Tangga (2016-2017) Informasi lebih lanjut mengenai Tugas Akhir ini dapat ditujukan ke penulis melalui email: riskaris65@gmail.com