



TUGAS AKHIR – SM141501

**ESTIMASI GERAK PROYEKTIL DI BAWAH
PENGARUH FAKTOR LINGKUNGAN TROPIS
MENGUNAKAN METODE UNSCENTED KALMAN
FILTER**

Luh Ayu Bugiati Listosari
NRP 06 1 1 14 40 00 0023

Dosen Pembimbing:
Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si
Hendro Nurhadi, Dipl.-Ing., Ph.D

DEPARTEMEN MATEMATIKA
Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya
2018



FINAL PROJECT – SM141501

**ESTIMATION OF PROJECTILE MOTION UNDER
THE INFLUENCE OF TROPICAL ENVIRONMENTAL
FACTOR USING UNSCENTED KALMAN FILTER
METHOD**

Luh Ayu Bugiati Listosari
NRP 06 1 1 14 40 00 0023

Supervisors:
Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si
Hendro Nurhadi, Dipl.-Ing., Ph.D

DEPARTMENT OF MATHEMATICS
Faculty of Mathematics, Computation, and Data Sciences
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya
2018

LEMBAR PENGESAHAN
ESTIMASI GERAK PROYEKTIL DI BAWAH
PENGARUH FAKTOR LINGKUNGAN TROPIS
MENGGUNAKAN METODE UNSCENTED KALMAN
FILTER

ESTIMATION OF PROJECTILE MOTION UNDER THE
INFLUENCE OF TROPICAL ENVIRONMENTAL
FACTOR USING UNSCENTED KALMAN FILTER
METHOD

TUGAS AKHIR

Diajukan Untuk Memenuhi Salah Satu Syarat
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains
Pada Bidang Studi Matematika Terapan
Program Studi S-1 Departemen Matematika
Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya
Oleh:

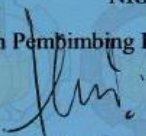
LUH AYU BUGIATI LISTOSARI


NRP. 06 1 1 14 40 00 0023

Menyetujui,


Dosen Pembimbing II,

Dosen Pembimbing I,


Hendro Nurhadi, Dipl.-Ing., Ph.D
NIP. 19751120 200212 1 002


Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si
NIP. 19660414 199102 2 001

Mengetahui,
Ketua Departemen Matematika
FMKSD ITS


Dr. Imam Mukhlash, S.Si, MT
NIP. 19700831 199403 1 003

Surabaya, Juli 2018

ESTIMASI GERAK PROYEKTIL DI BAWAH PENGARUH FAKTOR LINGKUNGAN TROPIS MENGUNAKAN METODE UNSCENTED KALMAN FILTER

Nama : Luh Ayu Bugiati Listosari
NRP : 06 1 1 14 40 00 0023
Departemen : Matematika FMKSD-ITS
Pembimbing : 1. Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si
2. Hendro Nurhadi, Dipl.-Ing., Ph.D

ABSTRAK

Proyektil merupakan bagian dari peluru yang meluncur di udara akibat adanya ekspansi termal yang terjadi di dalam selongsong. Secara umum, proyektil yang sering digunakan pada kendaraan perang ataupun senjata oleh Tentara Nasional Indonesia (TNI) adalah ukuran proyektil kaliber 12,7 x 99 mm, dimana proyektil kaliber 12,7 x 99 mm adalah desain proyektil untuk senapan M2 Browning Machine Gun. Dalam gerak proyektil yang sangat cepat, perlu adanya estimator untuk dapat meminimalkan gangguan dari pengaruh faktor lingkungan terhadap gerak proyektil. Salah satu metode estimasi yang digunakan adalah Unscented Kalman Filter (UKF) untuk model sistem non linear. Dalam Tugas Akhir ini gerak proyektil dipengaruhi oleh kecepatan angin dan temperatur. Hasil simulasi menunjukkan bahwa metode Unscented Kalman Filter dapat memberikan hasil yang sangat baik dalam mengestimasi model sistem non linear 6 DOF yang mendeskripsikan gerak translasi dan gerak rotasi pada pusat massa proyektil, dengan akurasi UKF 99,9% pada kecepatan proyektil terhadap sumbu koordinat bumi-1,2,3 (V_1, V_2, V_3).

Kata Kunci : Proyektil, Kalman Filter, Unscented Kalman Filter

ESTIMATION OF PROJECTILE MOTION UNDER THE INFLUENCE OF TROPICAL ENVIRONMENTAL FACTOR USING UNSCENTED KALMAN FILTER METHOD

Name : Luh Ayu Bugiati Listosari
NRP : 06 1 1 14 40 00 0023
Department : Matematika FMKSD-ITS
Supervisors : 1. Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si
2. Hendro Nurhadi, Dipl.-Ing., Ph.D

ABSTRACT

The projectile is part of a bullet that slides in the air due to the thermal expansion occurring inside the sleeve. In general, projectiles often used in vehicles of war or weapons by the Indonesian Armed Forces (TNI) are a 12.7 x 99 mm caliber projectile, where a 12.7 x 99 mm caliber projectile is a projectile design for M2 Browning Machine Gun rifles. In a very fast projectile movement, it is necessary to have an estimator to minimize noise from the influence of environmental factors on projectile motion. One of the estimation method used is Unscented Kalman Filter (UKF) for non-linear system model. In this Final Project, projectile motion influenced by wind speed and air temperature. The simulation results show that the Unscented Kalman Filter method can provide excellent results in estimating non-linear system model 6 DOF that describes translational motion and rotation motion at projectile mass center, with 99.9% UKF accuracy at a projectile velocity to the axis of the earth coordinate-1,2,3 (V_1, V_2, V_3).

Key-words : Projectile, Kalman Filter, Unscented Kalman Filter

KATA PENGANTAR

Rasa syukur saya panjatkan kepada Allah SWT dan Rosul-Nya, karena berkat limpahan rahmat dan hidayah-Nya penulis dapat menyelesaikan laporan Tugas Akhir yang berjudul

“ESTIMASI GERAK PROYEKTIL DI BAWAH PENGARUH FAKTOR LINGKUNGAN TROPIS MENGUNAKAN METODE UNSCENTED KALMAN FILTER”

Sebagai salah satu syarat kelulusan Program Sarjana Departemen Matematika FMKSD-ITS Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya.

Penyusunan laporan Tugas Akhir ini tidak terlepas dari bantuan dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, pada kesempatan ini tidak lupa saya menyampaikan terima kasih kepada :

1. Dr. Imam Muklash, S.Si., M.T. selaku Ketua Departemen Matematika FMKSD ITS.
2. Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si, M.Si selaku Kaprodi S1 Departemen Matematika FMKSD ITS.
3. Drs. Sentot Didik Surjanto, M.Si selaku dosen wali saya.
4. Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si. selaku dosen pembimbing 1 dan Hendro Nurhadi, Dipl.-Ing., Ph.D. selaku dosen pembimbing 2 Tugas Akhir saya, atas segala bimbingan dan motivasi yang telah diberikan.
5. Mbak Siti Mushonnifah dan Mas Tito, Mas Heri dan Pak Teguh yang dengan besar hati membatu saya selama proses pengerjaan laporan Tugas Akhir ini.
6. Orang-orang terkasih; kedua orang tua saya, adik serta saudara saya, yang senantiasa mendoakan, memberikan motivasi dan dukungan, serta cinta kasih yang begitu

- besar selama ini.
7. Partner Tugas Akhir saya Riska Aprilia, Diah Agustin, serta teman-teman perkuliahan lainnya yang ikut memberikan bantuan, motivasi, dan dukungan doa.
 8. Teman se kos saya tasia, zulfa, dan ersha yang selalu meramaikan suasana kos saat penghuni lain pulang kampung.
 9. Teman bermain saya Nuke, Nadia, Ayu Riska, Anggita, Fifi, Mida, teman-teman Matematika Angkatan 2014 (AKSIOMA), Serta teman-teman dari kepanitiaan dan Organisasi kampus yang telah menorehkan banyak cerita selama saya berkuliah di Departemen Matematika ITS.
 10. Semua pihak yang belum disebutkan yang telah membantu selama proses pengerjaan Tugas Akhir sampai pada akhir penyusunan laporan ini sehingga laporan dapat disusun dengan baik dan selesai tepat waktu.

Penulis menyadari bahwa dalam penyusunan laporan ini masih terdapat kekurangan. Oleh karena itu kritik dan saran yang membangun sangat diharapkan. Semoga penyusunan laporan Tugas Akhir ini bermanfaat bagi semua pihak.

Surabaya, April 2018
Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN.....	v
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	ix
KATA PENGANTAR.....	xi
DAFTAR ISI.....	xiii
DAFTAR GAMBAR	xv
DAFTAR TABEL	xvii
DAFTAR SIMBOL.....	xviii
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang Masalah.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	3
1.3 Batasan Masalah	4
1.4 Tujuan	4
1.5 Manfaat	5
1.6 Sistematika Penulisan	5
BAB II TINJAUAN PUSTAKA.....	7
2.1 Penelitian Terdahulu	7
2.2 Proyektil Kaliber 12,7 x 99 mm.....	8
2.3 Model Gerak Proyektil di bawah Faktor Lingkungan Tropis.....	10
2.4 Metode <i>Kalman Filter</i>	15
2.5 Metode Unscented Kalman Filter	17
2.5.1 Transformasi Unscented.....	17
2.5.2 Algoritma Unscented Kalman Filter	20
2.6 Metode Beda Hingga	22
2.6.1 Beda Hingga Maju.....	23
2.6.2 Beda Hingga Mundur	23
2.6.3 Beda Hingga Pusat	23
BAB III METODE PENELITIAN.....	25
3.1 Studi Literatur	25

3.2 Identifikasi Model	25
3.3 Implementasi Metode.....	25
3.4 Hasil dan Analisis	26
3.5 Kesimpulan dan Saran.....	27
3.6 Pembuatan Laporan Tugas Akhir.....	27
BAB IV HASIL DAN ANALISIS	31
4.1 Model Dinamik Gerak Proyektil di bawah Pengaruh Faktor Lingkungan.....	31
4.2 Implementasi Algoritma Uncented Kalman Filter pada gerak proyektil di bawah pengaruh faktor lingkungan tropis	54
4.2.1 Insialisasi	57
4.2.2 Tahap Prediksi (<i>Prediction Stages</i>).....	61
4.2.3 Tahap Koreksi (<i>Correction Satges</i>)	62
4.3 Simulasi dan Analisa Hasil	63
4.3.1 Simulasi dengan Sudut Penembakan $0^0, 30^0, 45^0$	65
4.3.2 Simulasi dengan Pengaruh Temperatur dan Arah angin	77
4.3.3 Simulasi Lintasan Proyektil terhadap Posisi Target.....	89
BAB V PENUTUP	95
5.1 Kesimpulan	95
5.2 Saran.....	96
DAFTAR PUSTAKA.....	97
Lampiran 1. Grafik Simulasi Percobaan	100
Lampiran 2. Data BMKG Perak.....	103
Lampiran 3. Source Code.....	104
Lampiran 4. Biodata Penulis	131

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Proyektil kaliber 12,7 x 99 mm, <i>Browning M2, M2HB Machine Gun</i>	9
Gambar 2.2	Sistem koordinat untuk persamaan 6 DOF ...	11
Gambar 3.1	Diagram Alir Metode Penelitian	28
Gambar 3.2	Flowchart Algoritma UKF	29
Gambar 4.1	Estimasi V_1 terhadap sudut penembakan pada $k = 10$	66
Gambar 4.2	Estimasi V_2 terhadap sudut penembakan pada $k = 10$	66
Gambar 4.3	Estimasi V_3 terhadap sudut penembakan pada $k = 10$	67
Gambar 4.4	Lintasan proyektil bidang XY pada $k = 10$...	69
Gambar 4.5	Estimasi V_1 terhadap sudut penembakan pada $k = 30$	69
Gambar 4.6	Estimasi V_2 terhadap sudut penembakan pada $k = 30$	70
Gambar 4.7	Estimasi V_3 terhadap sudut penembakan pada $k = 30$	70
Gambar 4.8	Lintasan proyektil bidang XY pada $k = 30$...	72
Gambar 4.9	Estimasi V_1 terhadap sudut penembakan pada $k = 50$	73
Gambar 4.10	Estimasi V_2 terhadap sudut penembakan pada $k = 50$	74
Gambar 4.11	Estimasi V_3 terhadap sudut penembakan pada $k = 50$	74
Gambar 4.12	Lintasan proyektil bidang XY pada $k = 50$...	76
Gambar 4.13	Estimasi nilai real dan UKF pada variabel V_1	79
Gambar 4.14	Lintasan proyektil yang dipengaruhi kecepatan	

Angin di kota Surabaya.....	79
Gambar 4.15 Kecepatan proyektil V_1 dengan arah angin searah sumbu koordinat bumi-1(W_1)	81
Gambar 4.16 Kecepatan proyektil V_2 dengan arah angin searah sumbu koordinat bumi-2(W_2)	81
Gambar 4.17 Kecepatan proyektil V_3 dengan arah angin searah sumbu koordinat bumi-3(W_3)	82
Gambar 4.18 Lintasan proyektil dengan arah angin searah sumbu koordinat bumi-1(W_1)	84
Gambar 4.19 Kecepatan proyektil V_1 dengan arah angin berlawanan sumbu koordinat bumi-1(W_1)	85
Gambar 4.20 Kecepatan proyektil V_1 dengan arah angin berlawanan sumbu koordinat bumi-2(W_2)	85
Gambar 4.21 Kecepatan proyektil V_1 dengan arah angin berlawanan sumbu koordinat bumi-3(W_3)	86
Gambar 4.22 Lintasan proyektil dengan arah angin berlawanan sumbu koordinat bumi-1(W_1)	88
Gambar 4.23 Lintasan proyektil bidang XYZ	90
Gambar 4.24 Lintasan proyektil bidang XY	90
Gambar 4.25 Lintasan proyektil dengan kecepatan berubah pada bidang XYZ	92
Gambar 4.26 Lintasan proyektil dengan kecepatan berubah pada bidang XY	93

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1 Spesifikasi Proyektil MU 3P Kaliber 12,7 x 99 mm	9
Tabel 2.2 Algoritma <i>Kalman Filter</i> (KF)	16
Tabel 2.3 Algoritma Unsceneted Kalman Filter	21
Tabel 3.1 Nilai Parameter	26
Tabel 4.1 Nilai <i>Root Mean Square Error</i> (RMSE) setiap Variabel di tiga penembakan pada $k = 10$...	68
Tabel 4.2 Nilai <i>Root Mean Square Error</i> (RMSE) setiap Variabel di tiga penembakan pada $k = 30$...	71
Tabel 4.3 Nilai <i>Root Mean Square Error</i> (RMSE) setiap Variabel di tiga penembakan pada $k = 50$...	75
Tabel 4.4 Perpindahan posisi lintasan proyektil	77
Tabel 4.5 Ilustrasi hubungan antara kepadatan udara dengan suhu udara pada 1 atm	78
Tabel 4.6 Nilai <i>Root Mean Square Error</i> (RMSE) angin searah pada setiap variabel	83
Tabel 4.7 Nilai <i>Root Mean Square Error</i> (RMSE) angin berlawanan pada setiap variabel	87
Tabel 4.8 Perbedaan jarak tempuh proyektil dengan arah kecepatan angin searah dan berlawanan sumbu koordinat bumi-1(W_1).....	88
Tabel 4.9 Posisi target terhadap kecepatan V_1, V_2, V_3 tetap terhadap sudut tembak	91
Tabel 4.10 Posisi target terhadap kecepatan V_1, V_2, V_3 berubah- ubah terhadap sudut tembak	93

DAFTAR SIMBOL

t	:Waktu
$\sum \vec{F}$:Jumlah vektor gaya aerodinamik
\vec{H}	:Jumlah vektor momentum sudut proyektil
$\sum \vec{M}$:Jumlah vektor semua moment aerodinamika
C_D	:Koefisien gaya tarik
$C_{L\alpha}$:Koefisien gaya angkat
C_{Lp}	:Koefisien momen redaman rotasi
δ_F	:Sudut sayap (radian)
$C_{M\alpha}$:Koefisien momen <i>pitch</i> (bermanuver)
$C_{Mp\alpha}$:Koefisien momen magnus
$(C_{Mq} + C_{Ma})$:Koefisien momen redaman <i>pitch</i>
$C_{Np\alpha}$:Koefisien gaya magnus
$(C_{Nq} + C_{Na})$:Koefisien gaya redaman <i>pitch</i>
d	:Dimeter proyektil
m	:Massa proyektil
S	:Luas permukaan proyektil ($S = \frac{\pi d^2}{4}$)
p	:Sumbu kecepatan putar (<i>rad/s</i>)
ρ	:Kepadatan udara
\vec{h}	:Vektor momentum sudut dibagi dengan momen inersia melintang, I_y
\vec{g}	:Vektor percepatan yang disebabkan oleh gravitasi
\vec{v}	:Vektor kecepatan proyektil di udara
\vec{V}	:Vektor kecepatan proyektil dipengaruhi sistem koordinat bumi
\vec{x}	:Vektor unit lintasan proyektil sehubungan dengan sumbu simetri
\vec{W}	:Vektor kecepatan angin, dipengaruhi sistem koordinat bumi (<i>m/s</i>)
T	:Temperatur ($^{\circ}\text{C}$)

I_y	:Momen inersia proyektil pada sumbu- y , melalui pusat massa
I_x	:Momen inersia proyektil pada sumbu- x
x_0	:Inisial dari sistem
x_{k+1}	:Variabel keadaan pada waktu $k + 1$
P_{k+1}^-	:Kovarian <i>error</i> tahap prediksi saat $k + 1$
\hat{x}_{k+1}^-	:Estimasi keadaan tahap prediksi saat $k + 1$
\hat{x}_{k+1}	:Estimasi keadaan tahap koreksi saat $k + 1$
P_{k+1}	:Kovarian <i>error</i> tahap koreksi saat $k + 1$
\tilde{x}_k	:Selisih antara titik estimasi dan titik sebenarnya dari variabel keadaan x
G_k	:Matriks koefisien <i>noise</i> sistem
Q_k	:Kovarian <i>noise</i> sistem
R_k	:Kovarian <i>noise</i> pengukuran
k	:Waktu diskrit
\hat{x}_0^a	: <i>Mean</i> pada tahap inisialisasi
\hat{P}_0^a	:Kovarian pada tahap inisialisasi
$\chi_{k k-1}^x$:Fungsi awal pada tahap prediksi
\hat{x}_k^-	:Nilai estimasi pada tahap prediksi
\hat{x}_k	:Nilai estimasi pada tahap koreksi
χ_{k-1}^a	:Matriks <i>sigma points</i>
H	:Matriks Jacobi
L	:Dimensi state tambahan
N	:Distribusi normal
P_k^-	:Kovarian pada tahap prediksi
P_{x_k}	:Kovarian pada tahap koreksi
$W_i^{(m)}$:Bobot pada <i>mean</i>
$W_i^{(c)}$:Bobot pada kovarian
K_{k+1}	: <i>Kalman gain</i> pada <i>kalman filter</i>
K_k	:Kalman gain pada Unscented kalman filter
λ	:Parameter penskalaan.
α	:Konstanta yang digunakan untuk menentukan sebaran dari titik sigma di sekitar \hat{x} , dimana α selalu bernilai positif kecil.

κ	:Skala tambahan, dimana nilai $\kappa \geq 0$. Nilai yang paling sering digunakan adalah $\kappa = 0$.
x_k	:Variabel keadaan pada saat k
z_k	:Variabel pengukuran
u_k	:Sebagai input proses
w_k	:Vektor <i>noise</i> pada sistem
v_k	:Vektor <i>noise</i> pada pengukuran

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Peluru pada umumnya terdiri dari berbagai bagian yaitu proyektil, selongsong, mesiu, dan pematik. Proyektil merupakan bagian dari peluru yang meluncur di udara akibat adanya ekspansi termal yang terjadi di dalam selongsong [1]. Secara umum, proyektil memiliki banyak ukuran (diameter) yang digunakan pada senjata api yang dinyatakan sebagai kaliber. Salah satu kaliber yang sering digunakan pada kendaraan perang ataupun senjata oleh Tentara Nasional Indonesia (TNI) adalah ukuran proyektil kaliber 12,7 x 99 mm, dimana proyektil kaliber 12,7 x 99 mm adalah desain proyektil untuk senapan M2 *Browning Machine Gun*, selain itu digunakan untuk senapan sniper dan senapan mesin dengan proyektil kaliber .50 inci. Proyektil yang ditembakkan dari senapan M2 *Browning Machine Gun* dapat bergerak di udara dengan kecepatan 900 meter per detik. Artinya, proyektil bergerak menuju sasaran dengan jarak 2.000 meter dalam waktu kurang dari 3 detik [2].

Proyektil dapat bergerak menempuh suatu lintasan dengan memberi suatu kecepatan awal pada keadaan awalnya, setelah itu saat meluncur di udara gerak proyektil sepenuhnya dipengaruhi oleh gravitasi. Sebuah proyektil merusak atau membinasakan target dengan cara menembusnya dengan energi kinetik yang dihasilkan oleh kecepatannya yang sangat tinggi. Dalam gerakan proyektil yang sangat cepat, pastinya terdapat faktor lingkungan yang mempengaruhi lintasan gerak proyektil pada target/sasaran. Beberapa faktor lingkungan yang mempengaruhi gerak proyektil diantaranya ialah arah kecepatan angin, curah hujan, tekanan udara, kelembaban udara, dan temperatur. Faktor lingkungan tersebut merupakan

gangguan yang dapat mempengaruhi kestabilan gerak proyektil menuju pada target. Untuk itu perlu adanya suatu estimator untuk dapat meminimalkan noise dari pengaruh faktor lingkungan terhadap gerak proyektil. Beberapa penelitian mengenai gerak lintasan dan estimasi diantaranya penelitian tentang estimasi Posisi Mobile Robot Menggunakan Akar Kuadrat Unscented Kalman Filter(AK-UKF) [3], estimasi posisi autonomous underwater vehicle menggunakan Ensemble dan Fuzzy Kalman Filter [4], estimasi dan control fuzzy kalman filter pada AUV berdasarkan lintasan yang ditentukan [5].

Salah satu estimator yang bisa digunakan berdasarkan hasil penelitian yang dilakukan oleh Kejun Wang, Wei Wang, dan Yang Li pada tahun 2010 yang berjudul “*A Multiple Object Tracking Method Using Kalman Filter*”. Dari penelitian tersebut model sistem yang digunakan merupakan model sistem linear dengan menggunakan Metode Kalman Filter, dimana metode Kalman Filter mampu memberikan sebuah informasi pada pelacakan target bergerak dengan cukup baik [6]. *Kalman Filter* adalah salah satu metode untuk mengestimasi suatu masalah yang menggunakan sistem keadaan dan model pengukuran yang diperkenalkan pertama kali oleh Rudolph E. Kalman [7]. Selama beberapa tahun Filter Kalman dianggap sebagai metode estimasi yang paling optimal dalam menaksir dan menduga variabel keadaan dari sebuah sistem. Akan tetapi, Algoritma pada *Kalman Filter* hanya dapat diimplementasikan pada model dinamik linear saja. Padahal banyak permasalahan muncul bukan hanya dalam model dinamik yang linear tetapi juga muncul pada model dinamik yang non-linear. Dari permasalahan yang sering muncul tersebut maka perlu dikembangkan algoritma yang tidak hanya dapat diimplemetasikan pada sistem dinamik linear tetapi juga dapat diimplementasikan pada sistem dinamik non-linear. Algoritma yang telah dikembangkan dari modifikasi algoritma *Kalman Filter* untuk mengestimasi sistem dinamik non linear diantaranya ialah Extended Kalman Filter (EKF), Ensemble

Kalman Filter (EnKF), dan Unscented Kalman Filter (UKF). Salah satu algoritma yang digunakan pada penelitian ini adalah Unscented Kalman Filter (UKF).

Metode Unscented Kalman Filter dapat digunakan untuk mengestimasi sistem dinamik non linear dengan menggunakan transformasi unscented. Metode dasar Transformasi Unscented pertama kali diperkenalkan Uhlman dan Julier [8], mereka membuat sebuah kerangka yang mewakili variabel random dalam L dimensi menggunakan $2L + 1$ sampel, yang dinamakan titik-titik sigma. Penggunaan transformasi unscented selanjutnya dilakukan oleh Eric Wan dan Merwe [7], dimana mereka memperkenalkan metode Unscented Kalman Filter. Berdasarkan penelitian yang dilakukan oleh Aristyo Gumilar pada tahun 2011 yang berjudul "*Estimasi Posisi Peluru Kendali pada Lintasan Menggunakan Unscented Kalman Filter*". Pada penelitian tersebut menyatakan bahwa Metode Unscented Kalman Filter dapat mengestimasi posisi peluru kendali dengan sangat baik untuk model dinamik yang non linear [9].

Oleh karena itu, Berdasarkan latar belakang yang telah dipaparkan dari penelitian-penelitian tersebut, pada penelitian Tugas Akhir ini akan dilakukan suatu estimasi pada model gerak proyektil dibawah pengaruh faktor lingkungan tropis menggunakan metode Unscented Kalman Filter dengan tujuan untuk membantu pembelajaran para prajurit dengan cepat mempelajari lintasan dalam menembak target/sasaran dengan mempertimbangkan kondisi/faktor lingkungan saat di tempat penembakan.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah disajikan diatas, penulis menuliskan beberapa permasalahan-permasalahan yang akan dibahas dalam penelitian Tugas Akhir ini sebagai berikut:

1. Bagaimana Model Persamaan Gerak Proyektil dibawah Pengaruh Faktor Lingkungan Tropis?
2. Bagaimana Implementasi Metode Unscented Kalman Filter pada Gerak Proyektil dibawah Pengaruh Faktor Lingkungan Tropis?

1.3 Batasan Masalah

Dalam Tugas Akhir ini, penulis membatasi permasalahan sebagai berikut :

1. Model proyektil yang diteliti merupakan model proyektil tipe MU 3P kaliber 12,7 x 99 mm desain M2 *Browning Machine Gun*.
2. Faktor Lingkungan Tropis yang diamati ialah kecepatan Angin dan temperatur. Arah kecepatan angin yang digunakan ialah arah kecepatan angin searah (+) dan berlawanan (-) terhadap sumbu koordinat bumi-1 (sumbu X). Temperatur yang digunakan disesuaikan dengan temperatur pada iklim tropis
3. Data kecepatan angin dan temperatur diambil dari Badan Meteorologi Klimatologi dan Geofisika (BMKG) Stasiun Perak Surabaya.
4. Target diasumsikan sebuah titik.

1.4 Tujuan

Tujuan dari penelitian Tugas Akhir ini adalah:

1. Mengetahui model gerak proyektil dibawah pengaruh faktor lingkungan tropis.
2. Menerapkan metode Unscented Kalman Filter untuk mengestimasi gerak proyektil dibawah pengaruh faktor lingkungan tropis.

1.5 Manfaat

Dari penelitian Tugas Akhir ini, penulis mengharapkan agar penelitian Tugas Akhir ini dapat bermanfaat bagi berbagai kalangan sebagai berikut :

1. Memperluas masalah-masalah yang dapat diterapkan dengan metode Unscented Kalman Filter.
2. Menambah wawasan dan memberi gambaran tentang estimasi dengan menggunakan algoritma Unscented Kalman Filter.
3. Sebagai bahan pertimbangan pada estimasi sistem gerak proyektil dibawah pengaruh faktor lingkungan tropis pada lintasan target yang ditentukan.

1.6 Sistematika Penulisan

Penulisan Tugas Akhir ini disusun dalam lima bab. yaitu :

1. **BAB I PENDAHULUAN**
Pada Bab ini dijelaskan tentang gambaran umum dari penulisan laporan Tugas Akhir yang meliputi latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, dan sistematika penulisan.
2. **BAB II TINJAUAN PUSTAKA**
Pada Bab ini dijelaskan tentang defenisi, teori-teori, penelitian sebelumnya yang terkait permasalahan dalam Tugas Akhir ini. Beberapa teori yang dibahas dalam bab ini adalah Penelitian terdahulu, Proyektil Kaliber 12,7 x 99 mm, Model gerak peluru yang dipengaruhi faktor lingkungan, Metode Kalman filter, Metode Unscented Kalman Filter dan Metode Beda Hingga.
3. **BAB III METODE PENELITIAN**
Pada Bab ini dijelaskan langkah-langkah yang dilakukan dalam pengerjaan laporan Tugas Akhir. Adapun langkah-langkah tersebut adalah studi literatur, Identifikasi model

gerak peluru serta pengaruh lingkungannya, Implementasi Metode, Simulasi dan Penarikan kesimpulan.

4. **BAB IV HASIL DAN ANALISIS**

Pada Bab ini dijelaskan secara detail penurunan model matematika dan simulasi sebagai hasil akhir.

5. **BAB V PENUTUP**

Pada Bab ini berisi kesimpulan dari hasil pembahasan pada BAB IV dan saran untuk pengembangan penelitian berikut.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Penelitian Terdahulu

Dalam penelitian Tugas Akhir ini penulis merujuk pada beberapa penelitian-penelitian sebelumnya yang sesuai dengan topik yang diambil. Salah satu peneliti pada penelitian Tugas Akhir yang ditulis oleh Aristyo Gumilar pada tahun 2011 yang berjudul “*Estimasi Posisi Peluru Kendali pada Lintasan Menggunakan Unscented Kalman Filter*”. Pada penelitian tersebut menyatakan bahwa Metode Unscented Kalman Filter dapat mengestimasi posisi peluru kendali dengan baik. Namun dalam penelitian tersebut simulasi pergerakan peluru kendali masih berupa 2 dimensi, sehingga diharapkan bisa dikembangkan menjadi 3 dimensi [9]. Pada Peneliti lainnya dari penelitian Tugas Akhir yang ditulis oleh Miftahuddin pada tahun 2011 yang berjudul “*Estimasi Posisi Robot Mobil Menggunakan Unscented Kalman Filter*”. Pada penelitian tersebut metode Unscented Kalman Filter (UKF) dapat digunakan untuk mengestimasi pergerakan dari robot mobil pada gerakan lurus, berputar, maupun berbelok. Performa UKF dalam mengestimasi posisi variable x dan y hampir sama akurat, Namun hal ini berbeda ketika UKF mengestimasi variable θ (sudut mobil) dimana UKF memerlukan respon yang sangat lama untuk melakukan estimasi secara akurat [10].

Penelitian lain dari jurnal yang ditulis oleh Ryan F. Hooke pada tahun 2015 dengan judul “*The Mathematical Modelling of Projectile Trajectories under the Influence of Environmental Effects*”. Pada penelitian ini telah dibuat model 3-DOF yang dapat dikembangkan lebih lanjut menjadi model 6-DOF. Dengan menggunakan metode range-kutta dan memasukkan vektor nilai angin rata-rata sebagai gangguan faktor lingkungannya, model 6-DOF mampu mendapatkan tingkat

akurasi yang baik untuk penembakan balistik lintasan pendek, Namun penelitian ini belum berdampak besar untuk lintasan panjang (jarak jauh). Salah satu faktor lingkungan yang berpengaruh untuk lintasan jarak jauh adalah faktor gaya coriolis, dimana faktor gaya coriolis adalah salah satu faktor gaya yang membelokkan arah arus yang berasal dari tenaga rotasi bumi[11]. Pada penelitian dari jurnal yang ditulis oleh Piotr Smagowski dan Piotr Kaniewski pada tahun 2017 dengan judul “*Estimation of Ballistic Object Ttrajectory Using Non-linear Kalman Filtering*” . Pada penelitian ini penulis mengestimasi gerak ptoyektile dengan menggunakan model dinamik sistem 3 DOF. Model yang digunakan merupakan hasil modifikasi dari model gerak proyektil 6 DOF yang telah di reduksi, dimana model dinamik 3 DOF dapat digunakan untuk mengetimasi gerak proyektil untuk jarak pendek, sehingga untuk jarak pajang belum dapat memberikan hasil yang cukup baik [12].

Berdasarkan penelitian-penelitian tersebut, pada penelitian Tugas Akhir ini dilakukan estimasi gerak proyektil dibawah pengaruh faktor lingkungan tropis menggunakan metode Unsceted Kalman Filter.

2.2 Proyektil Kaliber 12,7 x 99 mm

Senjata yang sering digunakan oleh pasukan TNI (Tentara Nasional Indonesia) ialah .50 *Browning Machine Gun* (.50 BMG) atau Proyektil kaliber 12,7 x 99 mm NATO. Protektile ini merupakan proyektil yang didesain untuk senapan mesin berat M2 *Browning* yang secara resmi digunakan pada tahun 1921, meskipun pengembangannya sudah dimulai sejak tahun 1910an. Selain untuk M2, proyektil ini digunakan juga untuk senapan runduk (*sniper rifle*) dan juga senapan mesin yang menggunakan proyektil kaliber .50. Proyektil ini dicatat sebagai salah satu proyektil dengan catatan jangkauan terjauh sebesar

8,120ft atau 2,706 yards atau 2,474 meter menggunakan senapan runduk *Accuracy International AWM* di Perang Afganistan [2].



Gambar 2.1 Proyektil kaliber 12,7 x 99 mm, *Browning M2, M2HB Machine Gun*

Amunisi untuk senjata kaliber 12,7 x 99 mm terdiri dari bermacam jenis proyektil, dimana PT.Pindad telah memproduksinya secara mandiri. Tipe-tipe proyektil tersebut diantaranya proyektil standar MU 3TJ, proyektil sniper 12,7 mm MU 3M, proyektil anti material MU 3SAMM, proyektil bakar tembus baja MU 3PB, proyektil tracer MU 3N, proyektil penembus armor MU 3P, dan yang paling dahsyat proyektil tembus peledak MU 3BLAM. Proyektil MU 3P unggul dengan inti baja keras yang mempunyai daya tembus terhadap lapisan baja, *Mild Steel* dengan ketebalan 16 mm pada jarak 150 meter. Berikut spesifikasi proyektil MU 3P kaliber 12,7 x 99 mm disajikan dalam Tabel 2.1[2]:

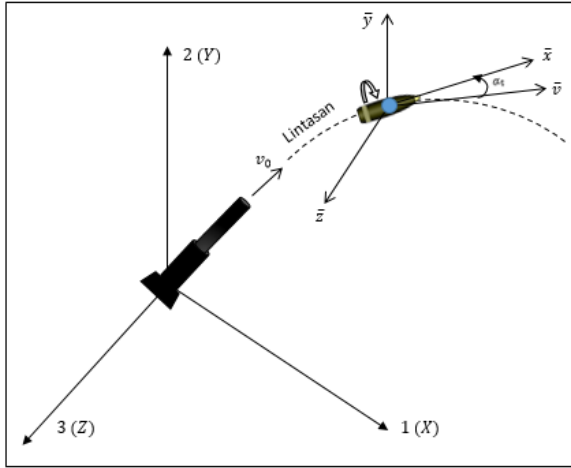
Tabel 2.1 Spesifikasi Proyektil MU 3P Kaliber 12,7 x 99 mm

Detail	Deskripsi
Tempat Peluru	- Berat: (119) g. - <i>Rim Thickness</i> : 2,11 mm - <i>Extractor</i> : 17,27 mm
Proyektil	- Panjang: 58,67 m - Berat: 45,20 g (698 butir)

	<ul style="list-style-type: none"> - Bahan: Inti: Antimoni Timbal Jaket: Kuningan 90 (CuZn 10) - Tipe: AP, Jaket Full Metal, Perahu <i>Pointed Boat</i>
Selongsong	<ul style="list-style-type: none"> - Panjang: 99,31 mm - Bahan: Kuningan 72 (CuZn 28) - Tipe: <i>Rimless, Bottleneck, dan centerfire</i>
Primer	Tipe: Non Korosif, Non Mercurik
Bahan pembakar	Jenis: bubuk tanpa asap
Karakteristik	<ul style="list-style-type: none"> - Kecepatan rata-rata: 900 m / s - Tekanan rata-rata GA: Max. 3,800 kg / cm² - Tekanan Gas Individu: Max. 4.000 kg / cm² - Akurasi 150 m: Max. 30 cm (ES) @ 10 putaran - Melalui Penetrasi pada 150 m: Baja Ringan 16 mm

2.3 Model Gerak Proyektil dibawah Faktor Lingkungan Tropis

Hukum gerak Newton menyatakan bahwa tingkat perubahan momentum linear harus sama dengan jumlah semua gaya yang diterapkannya, dan laju perubahan momentum sudut harus sama dengan jumlah semua momen yang diterapkannya juga. Gambaran lengkap gerak proyektil secara utuh dibuat dalam persamaan gerak 6 DOF. Pada persamaan gerak 6 DOF menggambarkan persamaan gerak translasi dan rotasi di sekitarnya. Berikut ini merupakan hukum gerak Newton untuk proyektil [13]:



Gambar 2.2 Sistem koordinat untuk persamaan 6-DOF

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \sum \vec{F} + m\vec{g} \quad (2.1)$$

$$\frac{d\vec{H}}{dt} = \sum \vec{M} \quad (2.2)$$

dengan, $\vec{H} = I_x p \vec{x} + I_y \left(\vec{x} \times \frac{d\vec{x}}{dt} \right)$

m : Massa Proyektil

\vec{v} : Vektor kecepatan proyektil dipengaruhi sistem koordinat bumi

t : Waktu

$\sum \vec{F}$: Jumlah vektor semua gaya aerodinamik

\vec{g} : Percepatan yang disebabkan oleh gravitasi

\vec{H} : Jumlah vektor momentum sudut proyektil

$\Sigma \vec{M}$: Jumlah vektor semua moment aerodinamika yang ditujukan pada pusat massa

Kepadatan udara (*air density*) memiliki keterkaitan dengan gaya tarik (*drag force*) yang bekerja pada proyektil saat bergerak di udara. Semakin padat udara, semakin besar gaya tariknya (*drag force*). Gaya tarik ditunjukkan pada Persamaan (2.3) [11]:

$$F_D = \frac{1}{2} \rho V^2 C_D S \quad (2.3)$$

Dari Gambar 2.2 diperoleh persamaan diferensial vektor gerak untuk gerak tidak fleksibel, simetri terhadap rotasi, dilanjutkan dengan semua gaya aerodinamik dan momennya yang ditambahkan kecepatan angin, dan gravitasi. Berikut merupakan persamaan diferensial gerak proyektil 6 DOF [13]:

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{V}}{dt} = & \frac{\rho v S C_D}{2m} \vec{v} + \frac{\rho S C_{L\alpha}}{2m} [v^2 \vec{x} - (\vec{v} \cdot \vec{x}) \vec{v}] \\ & - \frac{\rho S d C_{Np\alpha}}{2m} \left(\frac{I_y}{I_x} \right) (\vec{h} \cdot \vec{x}) (\vec{x} \times \vec{v}) \\ & + \frac{\rho v S d (C_{Nq} + C_{Na})}{2m} (\vec{h} \times \vec{x}) + \vec{g} \end{aligned} \quad (2.4)$$

Persamaan (2.4) merupakan persamaan diferensial vektor gerak pada pusat massa proyektil. Persamaan (2.5) merupakan persamaan diferensial yang menggambarkan momentum sudut (*spin, pitch, yaw*) proyektil pada pusat massanya:

$$\frac{d\vec{h}}{dt} = \frac{\rho v S d^2 C_{Lp}}{2I_x} (\vec{h} \cdot \vec{x}) \vec{x} + \frac{\rho v^2 S d \delta_F C_{M\alpha}}{2I_y} (\vec{x})$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\rho v S d C_{M\alpha}}{2I_y} (\vec{v} \times \vec{x}) + \frac{\rho S d^2 C_{M\beta\alpha}}{2I_x} (\vec{h} \cdot \vec{x}) \\
& (\vec{v} - (\vec{v} \cdot \vec{x})\vec{x}) + \frac{\rho v S d^2 (C_{Mq} + C_{M\alpha})}{2I_y} \\
& (\vec{h} - (\vec{h} \cdot \vec{x})\vec{x})
\end{aligned} \tag{2.5}$$

Dari Persamaan (2.4) dan (2.5) diketahui bahwa kecepatan sudut melintang q dan r mengandung vektor $\frac{d\vec{x}}{dt}$. Dengan $\vec{h} = \frac{\vec{H}}{I}$, dan kedua sisi persamaannya dibagi dengan I_y :

$$\vec{h} = \frac{I_x p}{I_y} \vec{x} + \left(\vec{x} \times \frac{d^2 \vec{x}}{dt^2} \right) \tag{2.6}$$

Pada Persamaan (2.6) didefinisikan bentuk vektor perkalian silang (*cross product*) dan vektor perkalian titik (*dot product*) dari \vec{h} dan \vec{x} sebagai berikut:

$$(\vec{h} \cdot \vec{x}) = \frac{I_x p}{I_y} \tag{2.7}$$

$$(\vec{h} \times \vec{x}) = \frac{d\vec{x}}{dt} \tag{2.8}$$

Didefinisikan hubungan antara kecepatan proyektil di udara dan kecepatan angin yang mempengaruhinya sebagai berikut:

$$\vec{v} = \vec{V} - \vec{W} \tag{2.9}$$

Sehingga persamaan gerak proyektil 6 DOF di bawah pengaruh faktor lingkungan ditunjukkan dalam Persamaan (2.4) dan (2.5) sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{V}}{dt} = & \frac{\rho v S C_D}{2m} \vec{v} + \frac{\rho S C_{L\alpha}}{2m} [v^2 \vec{x} - (\vec{v} \cdot \vec{x}) \vec{v}] \\ & - \frac{\rho S d C_{Np\alpha}}{2m} \left(\frac{I_y}{I_x} \right) (\vec{h} \cdot \vec{x}) (\vec{x} \times \vec{v}) \\ & + \frac{\rho v S d (C_{Nq} + C_{Na})}{2m} (\vec{h} \times \vec{x}) + \vec{g} \end{aligned}$$

dan,

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{h}}{dt} = & \frac{\rho v S d^2 C_{Lp}}{2I_x} (\vec{h} \cdot \vec{x}) \vec{x} + \frac{\rho v^2 S d \delta_F C_{M\alpha}}{2I_y} (\vec{x}) \\ & + \frac{\rho v S d C_{M\alpha}}{2I_y} (\vec{v} \times \vec{x}) + \frac{\rho S d^2 C_{Mp\alpha}}{2I_x} (\vec{h} \cdot \vec{x}) \\ & (\vec{v} - (\vec{v} \cdot \vec{x}) \vec{x}) + \frac{\rho v S d^2 (C_{Mq} + C_{Ma})}{2I_y} \\ & (\vec{h} - (\vec{h} \cdot \vec{x}) \vec{x}) \end{aligned}$$

Simbol-simbol pada Persamaan (2.4) dan (2.5) dijelaskan sebagai berikut:

C_D	: Koefisien gaya tarik
$C_{L\alpha}$: Koefisien gaya angkat
C_{Lp}	: Koefisien momen redaman rotasi
δ_F	: Sudut sayap (radian)
$C_{M\alpha}$: Koefisien momen <i>pitch</i> (bermanuver)
$C_{Mp\alpha}$: Koefisien momen magnus
$(C_{Mq} + C_{Ma})$: Koefisien momen redaman <i>pitch</i>
$C_{Np\alpha}$: Koefisien gaya magnus
$(C_{Nq} + C_{Na})$: Koefisien gaya redaman <i>pitch</i>
d	: Dimeter proyektil
S	: Luas permukaan proyektil $(S = \frac{\pi d^2}{4})$
p	: Sumbu kecepatan putar (<i>rad/s</i>)
ρ	: Kepadatan udara

\vec{h}	:Vektor momentum sudut dibagi dengan momen inersia melintang, I_y
\vec{v}	:Vektor kecepatan proyektil di udara, ($\vec{v} = \vec{V} - \vec{W}$)
\vec{V}	: Vektor kecepatan proyektil dipengaruhi sistem koordinat bumi
\vec{x}	: Vektor unit lintasan proyektil sehubungan dengan sumbu simetri
\vec{W}	: Vektor kecepatan angin, dipengaruhi sistem koordinat bumi
I_y	: Momen inersia proyektil pada sumbu-y, melalui pusat massa
I_x	: Momen inersia proyektil pada sumbu-x

2.4 Metode *Kalman Filter*

Metode *Kalman Filter* diperkenalkan pertama kali oleh R.E. Kalman pada tahun 1960. *Kalman Filter* merupakan sebuah algoritma pengolahan data yang optimal. *Kalman Filter* merupakan suatu estimator sistem dinamik linear. *Kalman Filter* mampu mengestimasi variabel keadaan dinamis dari sistem dengan dua tahapan yaitu tahap prediksi dan tahap koreksi. Tahap prediksi (*time update*) merupakan tahap estimasi dari sistem model dinamik, sedangkan tahap koreksi (*measurement update*) merupakan tahap estimasi dari model pengukuran. Algoritma *Kalman Filter* waktu diskrit ditulis sebagai berikut [14]:

Model sistem:

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + Gw_k$$

Model pengukuran:

$$z_k = Hx_k + v_k$$

Asumsi:

$$x_0 \sim N(\bar{x}_0, P_{x_0}), w_k \sim N(0, Q_k), v_k \sim N(0, R_k)$$

dengan A_k, B_k, G_k, H_k adalah matriks-matriks dengan nilai elemen-elemennya pada koefisien masing-masing variabel.

Pada Kalman Filter, estimasi dilakukan dengan dua tahapan yaitu tahap prediksi (*time update*) dan tahap koreksi (*measurement update*). Tahap prediksi yaitu memprediksi variabel keadaan dan tingkat akurasinya dihitung menggunakan persamaan kovarian *error*.

Pada tahap koreksi, hasil estimasi variabel keadaan dikoreksi menggunakan model pengukuran. Salah satu bagian dari tahap ini yaitu menentukan matriks *Kalman Gain* yang digunakan untuk meminimumkan kovariansi *error*. Tahap prediksi dan koreksi dilakukan secara rekursif dengan cara meminimumkan kovariansi *error* estimasi: $\tilde{x}_k = x_k - \hat{x}_k$, \hat{x}_k merupakan penaksiran dari variabel keadaan. Berikut ini adalah algoritma *Kalman Filter* yang diberikan pada Tabel 2.2[15].

Tabel 2.2 Algoritma *Kalman Filter* (KF)

Model Sistem	$x_{k+1} = Ax_k + B_k u_k + G_k w_k$
Model Pengukuran	$Z_{k+1} = H_k x_k + v_k$
Asumsi	$x_0 \sim N(\bar{x}_0, P_{x_0}), w_k \sim N(0, Q_k), v_k \sim N(0, R_k)$
Inisialisasi	$\hat{x}_0 = \bar{x}_0, P_0 = P_{x_0}$
Tahap Prediksi	Estimasi : $\hat{x}_{k+1}^- = A_k \hat{x}_k + B_k u_k$ Kovarian Error : $P_{k+1}^- = A_k P_k A_k^T + G_k Q_k G_k^T$

Tahap Koreksi	Kalman Gain : $K_{k+1} = P_{k+1}^- \mathbf{H}_{k+1}^T [\mathbf{H}_k P_{k+1}^- \mathbf{H}_{k+1}^T + \bar{R}_{k+1}^p]^{-1}$ Estimasi : $\hat{x}_{k+1} = \hat{x}_{k+1}^- + K_{k+1} (z_{k+1} - H_{k+1} \hat{x}_{k+1}^-)$ Kovarian Error : $P_{k+1} = [\mathbf{I} - K_{k+1} \mathbf{H}_{k+1}] P_{k+1}^-$
---------------	--

2.5 Metode Unscented Kalman Filter

Unscented Kalman Filter adalah pengembangan dari *Kalman Filter* untuk sistem non linear dan teknik linearisasinya berdasarkan turunan statistik yaitu dengan Transformasi Unscented. Berikut penjelasan mengenai Transformasi Unscented dan algoritma Unscented Kalman Filter.

2.5.1 Transformasi Unscented

Transformasi Unscented merupakan metode yang digunakan untuk menghitung *mean* dan kovarian suatu variabel random yang mengalami transformasi non linear.

Misal diberikan suatu fungsi kepadatan peluang diskrit $y_\kappa = f(x_\kappa, \kappa)$ mempunyai variabel random x dari sebuah model non linear dengan dimensi L , mean \hat{x} dan kovarian P_x . Fungsi $y_\kappa = f(x_\kappa, \kappa)$ didekati dengan transformasi unscented. Kemudian *mean* dan kovarian tersebut digunakan untuk menentukan penyebaran $2L + 1$ titik-titik sigma di sekitar \hat{x} . Titik-titik sigma dalam bentuk vektor sigma χ_i , dapat diperoleh menggunakan persamaan berikut [16]:

$$\chi_0 = \hat{x}$$

$$\chi_i = \hat{x} + (\sqrt{(L + \lambda)P_x})_i, \quad i = 1, \dots, L$$

$$\chi_i = \hat{x} - \left(\sqrt{(L + \lambda)P_x}\right)_{i-L}, \quad i = (L + 1), \dots, 2L \quad (2.10)$$

dengan,

$$\lambda = \alpha^2(n + \kappa) - L$$

Misal diberikan variabel keadaan :

$$x = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_L]^T \quad (2.11)$$

Titik sigma pada Persamaan (2.10) dapat dinyatakan dalam bentuk matriks sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \chi &= [\chi_1 \ \chi_2 \ \dots \ \chi_L \ \chi_{L+1} \ \chi_{L+2} \ \dots \ 2L]^T \\ X &= \begin{bmatrix} \hat{x}_1 & \hat{x}_2 & \dots & \hat{x}_L \\ \hat{x}_1 + \left(\sqrt{(L + \lambda)P_{11}}\right) & \hat{x}_2 + \left(\sqrt{(L + \lambda)P_{12}}\right) & \dots & \hat{x}_L + \left(\sqrt{(L + \lambda)P_{1L}}\right) \\ \hat{x}_1 + \left(\sqrt{(L + \lambda)P_{21}}\right) & \hat{x}_2 + \left(\sqrt{(L + \lambda)P_{22}}\right) & \dots & \hat{x}_L + \left(\sqrt{(L + \lambda)P_{2L}}\right) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \hat{x}_1 + \left(\sqrt{(L + \lambda)P_{L1}}\right) & \hat{x}_2 + \left(\sqrt{(L + \lambda)P_{L2}}\right) & \dots & \hat{x}_L + \left(\sqrt{(L + \lambda)P_{LL}}\right) \\ \hat{x}_1 - \left(\sqrt{(L + \lambda)P_{11}}\right) & \hat{x}_2 - \left(\sqrt{(L + \lambda)P_{12}}\right) & \dots & \hat{x}_L - \left(\sqrt{(L + \lambda)P_{1L}}\right) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \hat{x}_1 - \left(\sqrt{(L + \lambda)P_{L1}}\right) & \hat{x}_2 - \left(\sqrt{(L + \lambda)P_{L2}}\right) & \dots & \hat{x}_L - \left(\sqrt{(L + \lambda)P_{LL}}\right) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.12)$$

Karena $y_k = f(x_k)$, maka penyebaran vektor sigma y_k adalah:

$$y_k = f(\chi_i), \quad i = 0, \dots, 2L$$

Titik-titik sigma untuk y_i adalah :

$$y_i = f(\chi_i) = \begin{bmatrix} f(\chi_0) \\ f(\chi_1) \\ \vdots \\ f(\chi_L) \\ f(\chi_{L+1}) \\ f(\chi_{L+2}) \\ \vdots \\ f(\chi_{2L}) \end{bmatrix}$$

$$y_i = \begin{bmatrix} f(\hat{x}_1) & f(\hat{x}_2) & \dots & f(\hat{x}_L) \\ f\left(\hat{x}_1 + \sqrt{(L+\lambda)P_{11}}\right) & f\left(\hat{x}_2 + \sqrt{(L+\lambda)P_{12}}\right) & \dots & f\left(\hat{x}_L + \sqrt{(L+\lambda)P_{1L}}\right) \\ f\left(\hat{x}_1 + \sqrt{(L+\lambda)P_{21}}\right) & f\left(\hat{x}_2 + \sqrt{(L+\lambda)P_{22}}\right) & \dots & f\left(\hat{x}_L + \sqrt{(L+\lambda)P_{2L}}\right) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ f\left(\hat{x}_1 + \sqrt{(L+\lambda)P_{L1}}\right) & f\left(\hat{x}_2 + \sqrt{(L+\lambda)P_{L2}}\right) & \dots & f\left(\hat{x}_L + \sqrt{(L+\lambda)P_{LL}}\right) \\ f\left(\hat{x}_1 - \sqrt{(L+\lambda)P_{11}}\right) & f\left(\hat{x}_2 - \sqrt{(L+\lambda)P_{12}}\right) & \dots & f\left(\hat{x}_L - \sqrt{(L+\lambda)P_{1L}}\right) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ f\left(\hat{x}_1 - \sqrt{(L+\lambda)P_{L1}}\right) & f\left(\hat{x}_2 - \sqrt{(L+\lambda)P_{L2}}\right) & \dots & f\left(\hat{x}_L - \sqrt{(L+\lambda)P_{LL}}\right) \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Pembobot *mean* dan kovarian berdasarkan persamaan :

$$W_0^{(m)} = \frac{\lambda}{L + \lambda}$$

$$W_0^{(C)} = \frac{\lambda}{L + \lambda} + 1 - \alpha^2 + \beta$$

$$W_i^{(m)} = W_i^{(C)} = \frac{1}{2(L + \lambda)}, \quad i = 0, \dots, 2L \quad (2.14)$$

dengan menggunakan titik-titik sigma sebagaimana Persamaan (2.10) dan pembobot *mean* dan kovarian pada Persamaan (2.14) diperoleh mean:

$$\hat{y} = \sum_{i=0}^{2L+1} [W_i^{(m)} f(x_i)] \quad (2.15)$$

atau

$$\hat{y} = \left(\frac{\lambda}{L + \lambda} \right) f(x_0) = \left(\frac{1}{2(L + \lambda)} \right) \sum_{i=1}^{2L} [f(x_i)] \quad (2.16)$$

Sedangkan untuk menghitung kovarian dari y digunakan persamaan berikut ini:

$$P_y = \sum_{i=0}^{2L} [W_i^{(c)} (f(x_i) - \hat{y})(f(x_i) - \hat{y})^T] \quad (2.17)$$

atau,

$$P_y = \left(\frac{\lambda}{L + \lambda} + 1 - \alpha^2 + \beta \right) (f(x_i) - \hat{y})(f(x_i) - \hat{y})^T + \frac{1}{2(L + \lambda)} \sum_{i=1}^{2L} [(f(x_i) - \hat{y})(f(x_i) - \hat{y})^T] \quad (2.18)$$

Estimasi dan kovarian *error* pada persamaan UKF diperoleh dengan menggunakan transformasi unscented.

2.5.2 Algoritma Unscented Kalman Filter

Metode Unscented Kalman Filter (UKF) adalah metode estimasi yang dimodifikasi dari algoritma Kalman Filter yang dapat digunakan untuk memperkirakan model sistem non linear dengan menggunakan transformasi unscented. Bentuk umum dari sistem dinamika non linear di UKF adalah:

$$x_{k+1} = f(x_k, u_k) + w_k$$

$$z_k = H(x_k, k) + v_k$$

Dengan x_k mewakili variabel keadaan pada saat k , z_k merupakan variabel pengukuran, u_k didefinisikan sebagai input proses, dan w_k vektor *noise* pada keadaan dan v_k adalah vektor *noise* pada pengukuran sedangkan k adalah waktu diskrit. Algoritma Unscented Kalman Filter disajikan pada Tabel 2.3[9]:

Tabel 2.3 Algoritma Unscented Kalman Filter

Model sistem	$\mathbf{x}_{k+1} = f(x_k, u_k) + w_k$
Model Pengukuran	$\mathbf{Z}_k = H(x_k, k) + v_k$
Inisialisasi Pada $k = 0$	$\hat{x}_0 = E[x_0];$ $P_{xn} = E[(x_0 - \hat{x}_0)(x_0 - \hat{x}_0)^T];$ $\hat{x}_0^a = E[x^a] = E[\hat{x}_0^T \ 0 \ 0]^T;$ $\hat{P}_0^a = E[(\hat{x}_0^a - \hat{x}_0)(\hat{x}_0^a - \hat{x}_0)^T]$ $= \begin{bmatrix} P_x & 0 & 0 \\ 0 & P_w & 0 \\ 0 & 0 & v \end{bmatrix}$
untuk $k \in \{1, \dots, \infty\}$	Perhitungan Titik Sigma $\chi_{k-1}^a = [\hat{x}_{k-1}^a \ \hat{x}_{k-1}^a + \gamma\sqrt{P_{k-1}} \ \hat{x}_{k-1} - \gamma\sqrt{P_{k-1}}]$ dimana, $\gamma = \sqrt{L + \lambda}; \lambda = \alpha^2(L + k) - L$
Tahap Prediksi	$\chi_{k k-1}^x = f[\chi_{k-1}^x, \chi_{k-1}^w]$ Estimasi : $\hat{x}_k^- = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(m)} \chi_{i,k k-1}^x$ Kovarian Error : $P_k^- = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} [\chi_{i,k k-1}^x - \hat{x}_k^-][\chi_{i,k k-1}^x - \hat{x}_k^-]^T + R^w$

	$Z_{k k-1} = H[\chi_{k k-1}^x, \chi_{k-1}^v]$ $\hat{z}_k^- = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(m)} Z_{i,k k-1}$
Tahap Koreksi	$P_{\bar{z}_k \bar{z}_k} = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} [Z_{i,k k-1} - \hat{z}_k^-] [Z_{i,k k-1} - \hat{z}_k^-]^T + R^v$ $P_{x_k z_k} = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} [\chi_{i,k k-1}^x - \hat{x}_k^-] [Z_{i,k k-1} - \hat{z}_k^-]^T$ $K_k = P_{x_k z_k} P_{\bar{z}_k \bar{z}_k}^{-1};$ $\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k (z_k - \hat{z}_k^-);$ $P_{x_k} = P_{x_k}^- - K_k P_{\bar{z}_k} K_k^T$

2.6 Metode Beda Hingga

Jika $S = S(x)$ diekspansikan menurut deret Taylor, maka :

$$S(x+h) = S(x) + h \frac{\partial}{\partial x} S(x) + \frac{h^2}{2!} \frac{\partial^2}{\partial x^2} S(x) + \dots \quad (2.19)$$

$$S(x-h) = S(x) - h \frac{\partial}{\partial x} S(x) + \frac{h^2}{2!} \frac{\partial^2}{\partial x^2} S(x) + \dots \quad (2.20)$$

Pada metode Beda Hingga terdapat beberapa skema numerik, di antaranya adalah [16,17]:

2.6.1 Beda Hingga Maju

Dari Persamaan (2.19) diperoleh[18]:

$$S(x+h) - S(x) = h \frac{\partial}{\partial x} S(x) + 0(h)$$

$$\frac{\partial S}{\partial x} \approx \frac{S(x+h) - S(x)}{h} \quad (2.21)$$

Persamaan (2.21) merupakan persamaan beda hingga maju. Jika menggunakan notasi beda hingga dengan $S = (x = ih)$, maka Persamaan (2.21) menjadi:

$$\frac{\partial S}{\partial x} = \frac{S_{i+1} - S_i}{\Delta x} \quad (2.22)$$

2.6.2 Beda Hingga Mundur

Dari Persamaan (2.20) diperoleh:

$$S(x-h) - S(x) = -h \frac{\partial}{\partial x} S(x) + 0(h)$$

$$\frac{\partial S}{\partial x} \approx \frac{S(x+h) - S(x)}{h} \quad (2.23)$$

Persamaan (2.23) merupakan persamaan beda hingga mundur. Jika menggunakan notasi beda hingga $S = (x = ih)$, maka Persamaan (2.23) menjadi:

$$\frac{\partial S}{\partial x} = \frac{S_i - S_{i-1}}{\Delta x} \quad (2.24)$$

2.6.3 Beda Hingga Pusat

Jika Persamaan (2.19) dikurangi dengan Persamaan (2.20), maka akan diperoleh:

$$S(x+h) - S(x-h) = 2h \frac{\partial}{\partial x} S(x) - 0(h)$$

$$\frac{\partial S}{\partial x} \approx \frac{S(x+h) - S(x-h)}{2h} \quad (2.25)$$

Persamaan (2.25) merupakan persamaan beda hingga tengah untuk turunan parsial pertama. Jika menggunakan notasi beda hingga dengan $S = (x = ih)$, maka Persamaan (2.25) menjadi:

$$\frac{\partial S}{\partial x} = \frac{S_{i+1} - S_{i-1}}{2\Delta x} \quad (2.26)$$

Jika Persamaan (2.19) dijumlah dengan Persamaan (2.20), maka akan diperoleh :

$$S(x+h) + S(x-h) = 2S(x) + h^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} S(x) + O(h)^2$$

$$\frac{\partial^2 S}{\partial x^2} \approx \frac{S(x+h) - 2S(x) + S(x-h))}{h^2} \quad (2.27)$$

Persamaan (2.25) merupakan persamaan beda hingga tengah untuk turunan parsial pertama. Jika menggunakan notasi beda hingga dengan $S = (x = ih)$, maka Persamaan (2.25) menjadi :

$$\frac{\partial^2 S}{\partial x^2} = \frac{S_{i+1} - 2S_i + S_{i-1}}{(\Delta x)^2} \quad (2.28)$$

BAB III

METODE PENELITIAN

Pada bab ini akan dijelaskan bagaimana langkah-langkah yang digunakan dalam mengestimasi gerak proyektil dibawah pengaruh faktor lingkungan dengan menggunakan metode Unscented Kalman Filter. Adapun metode penelitian yang digunakan adalah sebagai berikut:

3.1 Studi Literatur

Pada langkah ini, dilakukan dengan mencari referensi yang berupa buku-buku, jurnal, makalah dan hasil penelitian lainnya yang berkaitan dengan topik pada penelitian Tugas Akhir ini.

3.2 Identifikasi Model

Pada langkah ini, mengidentifikasi model persamaan gerak proyektil di bawah faktor lingkungan tropis yang di estimasi. Model persamaan tersebut masih berbentuk kontinu sehingga harus dilakukan pendiskritan pada model proyektil di bawah faktor lingkungan tropis. Dalam hal ini untuk mendapatkan skema diskrit akan digunakan metode beda hingga dengan skema pendiskritan berupa beda maju. Pada akhirnya sistem diskrit non linear yang telah didapat harus diubah menjadi sistem stokastik dengan menambahkan *noise* pada sistem diskrit tersebut. Penambahan *noise* dilakukan dengan membangkitkan sejumlah bilangan random dari *computer*.

3.3 Implementasi Metode

Pada langkah ini, setelah proses pendiskritisasi dilakukan tahap konstruksi Unscented Kalman Filter. Tahap konstruksi metode meliputi:

3.3.1 Tahap Inisialisasi

3.3.2 Tahap Prediksi

3.3.3 Tahap Koreksi

3.4 Hasil dan Analisis

Pada tahap ini dilakukan penerapan model gerak proyektil dibawah pengaruh faktor lingkungan tropis dengan algoritma Unscented Kalman Filter. Selanjutnya dilakukan simulasi dengan menggunakan software MATLAB R2013a untuk mengetahui hasil estimasi dan dilakukan analisis terhadap hasil simulasi tersebut. Pada tahap simulasi digunakan nilai-nilai parameter pada Model Gerak Proyektil di bawah Pengaruh Faktor Lingkungan Tropis Menggunakan Metode Unscented Kalman Filter. Nilai-nilai parameter tersebut ditampilkan pada Tabel 3.1 sebagai berikut:

Tabel 3.1 Nilai Parameter

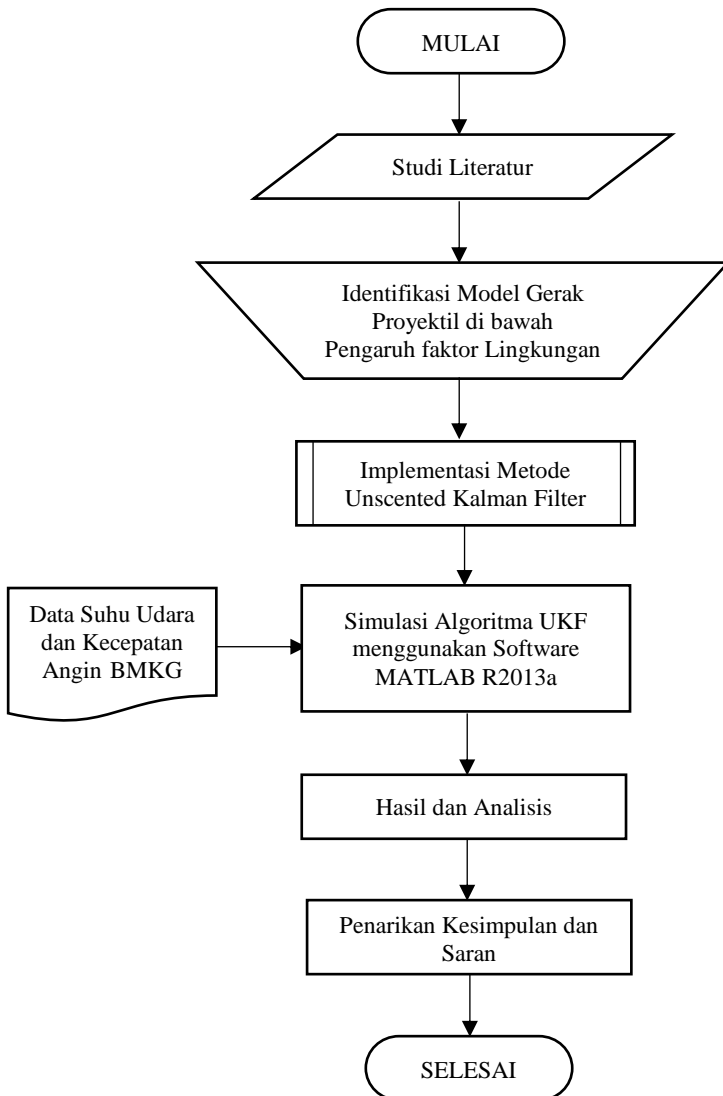
Parameter	Nilai	Parameter	Nilai
dt	0,01	g_1	-5,43 m/s ²
C_d	0,140	g_2	-32,174 m/s ²
$C_{L\alpha}$	1,63	g_3	0
C_{Lp}	-0,0125	x_1	1 rad
$C_{L\delta}$	-0,009	x_2	0
δ_F	0,52 rad	x_3	0
$C_{M\alpha}$	3,26	v	900 m/s
$C_{Mp\alpha}$	2,6	W_1	5 m/s
$(C_{Mq} + C_{Ma})$	1,2	W_2	0
$C_{Np\alpha}$	6,05	W_3	0
$(C_{Nq} + C_{Na})$	-6,6	I_y	12,97 kg/m ²
d	0,0127 m	ρ	1 kg/m ³
m	0,0452 kg	p	3,5 rad/s
S	0,000127 m ²		

3.5 Kesimpulan dan Saran

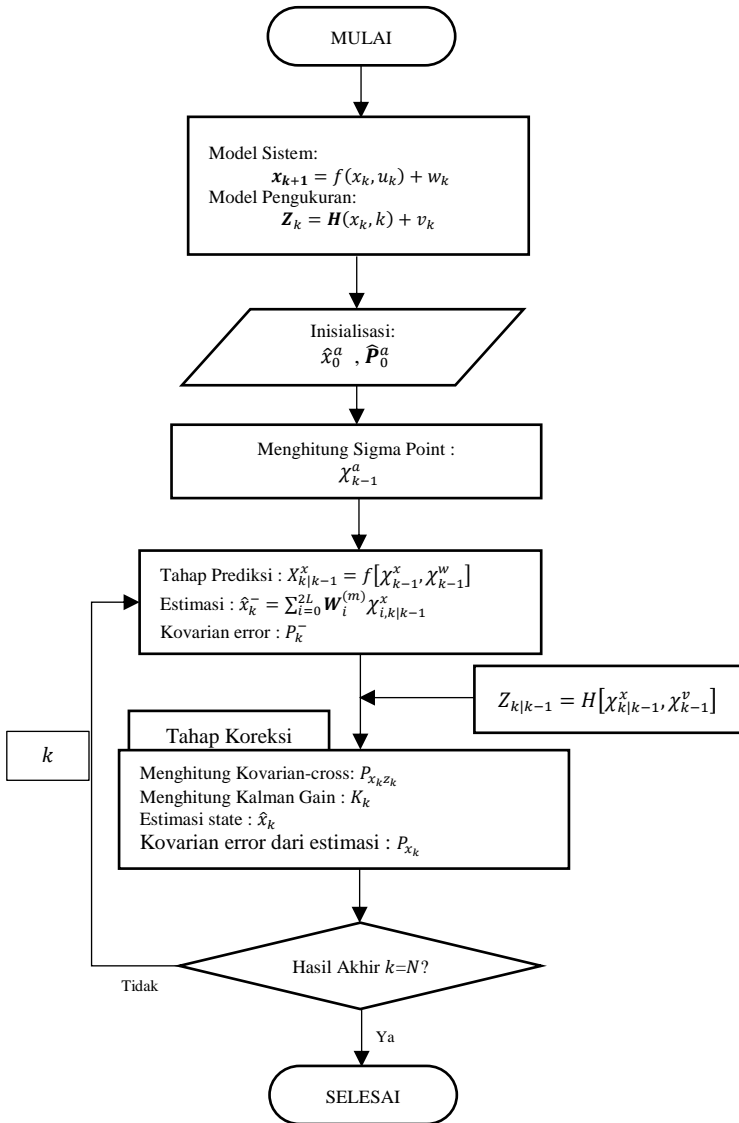
Pada langkah ini, dilakukan penarikan kesimpulan dari hasil pembahasan. Selanjutnya diberikan saran untuk perbaikan pada penelitian berikutnya.

3.6 Pembuatan Laporan Tugas Akhir

Pada langkah ini, Akan dibuat laporan akhir dari pengerjaan penelitian Tugas Akhir.



Gambar 3.1 Diagram Alir Metode Penelitian



Gambar 3.2 Flowchart Algoritma Unscented Kalman Filter

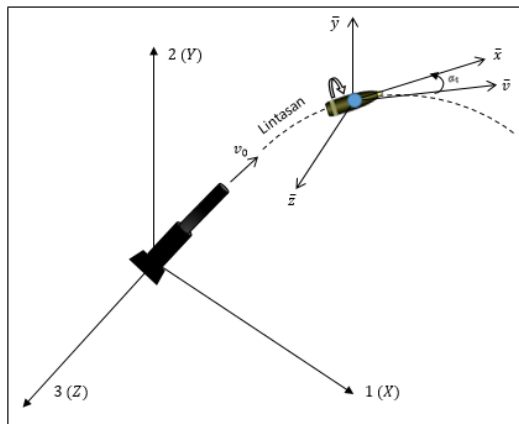
BAB IV

HASIL DAN ANALISIS

Pada Bab ini dijelaskan proses implementasi metode Unscented Kalman Filter dalam menyetimasi gerak proyektil kaliber 12,7 x 99 mm dibawah pengaruh faktor lingkungan tropis. Pembahasan meliputi pembentukan model ruang keadaan (*state space*) waktu diskrit stokastik. Selanjutnya dilakukan proses implementasi metode unscented kalman filter pada model persamaan sistem gerak proyektil yang non linear. Selajutnya dilakukan simulasi dengan menggunakan MATLAB untuk memperoleh tingkat keakurasian UKF kemudian menganalisis hasilnya.

4.1 Model Dinamik Gerak Proyektil di bawah Faktor Lingkungan.

Pada sub bab ini menjelaskan model gerak proyektil di bawah pengaruh faktor lingkungan yang telah dijelaskan pada Bab II seperti yang diilustrasikan pada Gambar 2.2 sebagai berikut:



Gambar 2.2 Sistem koordinat untuk persamaan 6-DOF

Model sistem yang digunakan ialah persamaan model gerak 6 DOF, di mana model gerak 6 DOF mendeskripsikan gerak translasi dan gerak rotasinya. Berdasarkan pada gambar 2.2, Sumbu (1,2,3) merupakan sumbu koordinat bumi dan sumbu $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ merupakan sumbu koordinat terhadap pusat massa proyektil. Pada Bab II diperoleh persamaan diferensial vektor gerak untuk gerak tidak fleksibel, simetri terhadap rotasi, dilanjutkan dengan semua gaya aerodinamik dan momennya yang ditambahkan kecepatan angin, dan gravitasi. Persamaan tersebut ditunjukkan pada Persamaan (2.4) dan (2.5):

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{V}}{dt} = & \frac{\rho v S C_D}{2m} \vec{v} + \frac{\rho S C_{L\alpha}}{2m} [v^2 \bar{x} - (\vec{v} \cdot \bar{x}) \vec{v}] \\ & - \frac{\rho S d C_{Np\alpha}}{2m} \left(\frac{I_y}{I_x} \right) (\vec{h} \cdot \bar{x}) (\bar{x} \times \vec{v}) \\ & + \frac{\rho v S d (C_{Nq} + C_{Na})}{2m} (\vec{h} \times \bar{x}) + \vec{g} \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{h}}{dt} = & \frac{\rho v S d^2 C_{Lp}}{2I_x} (\vec{h} \cdot \bar{x}) \bar{x} + \frac{\rho v^2 S d \delta_F C_{M\alpha}}{2I_y} (\bar{x}) \\ & + \frac{\rho v S d C_{M\alpha}}{2I_y} (\vec{v} \times \bar{x}) + \frac{\rho S d^2 C_{Mp\alpha}}{2I_x} (\vec{h} \cdot \bar{x}) \\ & (\vec{v} - (\vec{v} \cdot \bar{x}) \bar{x}) + \frac{\rho v S d^2 (C_{Mq} + C_{Ma})}{2I_y} \\ & (\vec{h} - (\vec{h} \cdot \bar{x}) \bar{x}) \end{aligned} \quad (2.5)$$

Persamaan (2.4) merupakan persamaan diferensial vektor gerak pada pusat massa proyektil dan Persamaan (2.5) merupakan persamaan diferensial yang menggambarkan momentum sudut (*spin, pitch, yaw*) proyektil pada pusat massanya. Kemudian persamaan tersebut dijabarkan menjadi

persamaan gerak 6 DOF gerak translasi dan rotasi terhadap sumbu koordinat bumi (1,2,3) sebagai berikut:

Kecepatan proyektil terhadap sumbu koordinat bumi-1 (V_1):

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 = & -[\tilde{C}_D]v_1 + [\tilde{C}_{l\alpha}](v^2x_1 - vv_1 \cos \alpha_t) \\ & - [\tilde{C}_{N_{p\alpha}}](x_2v_3 - x_3v_2) + [\tilde{C}_{Nq}] \\ & (h_2x_3 - h_3x_2) + g_1\end{aligned}\quad (4.1)$$

Kecepatan proyektil terhadap sumbu koordinat bumi-2 (V_2):

$$\begin{aligned}\dot{V}_2 = & -[\tilde{C}_D]v_2 + [\tilde{C}_{l\alpha}](v^2x_2 - vv_2 \cos \alpha_t) \\ & - [\tilde{C}_{N_{p\alpha}}](x_3v_1 - x_1v_3) + [\tilde{C}_{Nq}] \\ & (h_3x_1 - h_1x_3) + g_2\end{aligned}\quad (4.2)$$

Kecepatan proyektil terhadap sumbu koordinat bumi-3 (V_3):

$$\begin{aligned}\dot{V}_3 = & -[\tilde{C}_D]v_3 + [\tilde{C}_{l\alpha}](v^2x_3 - vv_3 \cos \alpha_t) \\ & - [\tilde{C}_{N_{p\alpha}}](x_1v_2 - x_2v_1) + [\tilde{C}_{Nq}] \\ & (h_1x_2 - h_2x_1) + g_3\end{aligned}\quad (4.3)$$

Momentum sudut terhadap sumbu koordinat bumi-1 (h_1):

$$\begin{aligned}\dot{h}_1 = & \left([\tilde{C}_{l_p}] + [\tilde{C}_{l_\delta}] \right) x_1 + [\tilde{C}_{M_\alpha}](v_2x_3 - v_3x_2) \\ & + [\tilde{C}_{M_{p\alpha}}](v_1 - vx_1 \cos \alpha_t) + [\tilde{C}_{M_q}] \\ & \left(h_1 - \frac{I_x}{I_y} px_1 \right)\end{aligned}\quad (4.4)$$

Momentum sudut terhadap sumbu koordinat bumi-2 (h_2):

$$\begin{aligned} \dot{h}_2 = & \left([\tilde{C}_{l_p}] + [\tilde{C}_{l_\delta}] \right) x_2 + [\tilde{C}_{M_\alpha}] (v_3 x_1 - v_1 x_3) \\ & + [\tilde{C}_{M_{p\alpha}}] (v_2 - v x_2 \cos \alpha_t) + [\tilde{C}_{M_q}] \\ & \left(h_2 - \frac{I_x}{I_y} p x_2 \right) \end{aligned} \quad (4.5)$$

Momentum sudut terhadap sumbu koordinat bumi-3 (h_3):

$$\begin{aligned} \dot{h}_3 = & \left([\tilde{C}_{l_p}] + [\tilde{C}_{l_\delta}] \right) x_3 + [\tilde{C}_{M_\alpha}] (v_1 x_2 - v_2 x_1) \\ & + [\tilde{C}_{M_{p\alpha}}] (v_3 - v x_3 \cos \alpha_t) + [\tilde{C}_{M_q}] \\ & \left(h_3 - \frac{I_x}{I_y} p x_3 \right) \end{aligned} \quad (4.6)$$

Menurut buku McCoy yang berjudul “*Modern Exterior Ballistics*“ didefinisikan pengaruh faktor lingkungan yaitu temperatur yang berpengaruh dengan kepadatan udara (ρ) dan arah kecepatan angin terhadap sumbu koordinat bumi-1,2,3 (\vec{W}) sebagai berikut[13]:

$$v_1 = V_1 - W_1; v_2 = V_2 - W_2; v_3 = V_3 - W_3$$

$$v^2 = v_1^2 + v_2^2 + v_3^2; v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}$$

$$\cos \alpha_t = \frac{v_1 x_1 + v_2 x_2 + v_3 x_3}{v}, \text{ cosinus dari total sudut serang.}$$

$$\frac{I_x}{I_y} p = \vec{h} \cdot \vec{x} = h_1 x_1 + h_2 x_2 + h_3 x_3,$$

$$p = \frac{I_x}{I_y} (\vec{h} \cdot \vec{x}), p : \text{Sumbu laju putaran proyektil } \left(\frac{\text{rad}}{\text{detik}} \right) \quad (i)$$

dengan pemisalan koefisien gaya dan momennya sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 [\tilde{C}_D] &= \frac{\rho v S C_D}{2m} & ; & & [\tilde{C}_{l_\delta}] &= \frac{\rho v^2 S d \delta_F C_{l_\delta}}{2I_y} \\
 [\tilde{C}_{l_\alpha}] &= \frac{\rho v S C_{l_\alpha}}{2m} & ; & & [\tilde{C}_{M_\alpha}] &= \frac{\rho v S d C_{M_\alpha}}{2I_y} \\
 [\tilde{C}_{N_{p\alpha}}] &= \frac{\rho S d C_{N_{p\alpha}} p}{2m} & ; & & [\tilde{C}_{M_{p\alpha}}] &= \frac{\rho v S d^2 C_{M_{p\alpha}} p}{2I_y} \\
 [\tilde{C}_{N_q}] &= \frac{\rho v S d (C_{N_q} + C_{N_\alpha})}{2m} & ; & & [\tilde{C}_{M_q}] &= \frac{\rho v S d^2 (C_{M_q} + C_{M_\alpha})}{2I_y} \\
 [\tilde{C}_{l_p}] &= \frac{\rho v S d^2 C_{l_p} p}{2I_y}
 \end{aligned}$$

dengan mensubstitusi Pendefinisian (i) ke dalam Persamaan (4.1) sampai (4.6), diperoleh Persamaan baru sebagai berikut:

Kecepatan proyektil terhadap sumbu koordinat bumi-1 (V_1):

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_1 &= -[\tilde{C}_D](V_1 - W_1) + [\tilde{C}_{l_\alpha}] \left(((V_1 - W_1)^2 + (V_2 - W_2)^2 + (V_3 - W_3)^2)x_1 - (V_1 - W_1)((V_1 - W_1)x_1 + (V_2 - W_2)x_2 + (V_3 - W_3)x_3) \right) - [\tilde{C}_{N_{p\alpha}}] (x_2(V_3 - W_3) - x_3(V_2 - W_2)) + [\tilde{C}_{N_q}](h_2x_3 - h_3x_2) + g_1 \\
 &= -[\tilde{C}_D]V_1 + [\tilde{C}_D]W_1 + [\tilde{C}_{l_\alpha}](V_1^2 - 2V_1W_1 + W_1^2 + V_2^2 - 2V_2W_2 + W_2^2 + V_3^2 - 2V_3W_3 + W_3^2)x_1 - [\tilde{C}_{l_\alpha}](V_1^2 - 2V_1W_1 + W_1^2)x_1 - [\tilde{C}_{l_\alpha}](V_1V_2 - V_1W_2 - W_1V_2 + W_1W_2)x_2 - [\tilde{C}_{l_\alpha}](V_1V_3 - V_1W_3 - W_1V_3 + W_1W_3)x_3 - [\tilde{C}_{N_{p\alpha}}](V_3x_2) + [\tilde{C}_{N_{p\alpha}}](W_3x_2) + [\tilde{C}_{N_{p\alpha}}](V_2x_3) - [\tilde{C}_{N_{p\alpha}}](W_2x_3) + [\tilde{C}_{N_q}](h_2x_3) - [\tilde{C}_{N_q}](h_3x_2) + g_1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= [-[\tilde{C}_D] + [\tilde{C}_{l\alpha}](-V_2x_2 + W_2x_2 - V_3x_3 + W_3x_3)]V_1 + \\
&\quad \left[[\tilde{C}_{Np\alpha}] (x_3) + [\tilde{C}_{l\alpha}](V_2x_1 - 2W_2x_1 + W_1x_2) \right] V_2 + \\
&\quad \left[[\tilde{C}_{l\alpha}](V_3x_1 - 2W_3x_1 + W_1x_3) - [\tilde{C}_{Np\alpha}] x_2 \right] V_3 + \\
&\quad \left[[\tilde{C}_D]W_1 + [\tilde{C}_{l\alpha}](W_2^2x_1 + W_3^2x_1 - W_2W_1x_2 - \right. \\
&\quad \left. W_1W_3x_3) + [\tilde{C}_{Np\alpha}] (W_3x_2 - W_2x_3) + g_1 \right] + \\
&\quad \left[[\tilde{C}_{Nq}]x_3 \right] h_2 + [-[\tilde{C}_{Nq}]x_2]h_3 \tag{4.7}
\end{aligned}$$

Kecepatan proyektil terhadap sumbu koordinat bumi-2 (V_2):

$$\begin{aligned}
\dot{V}_2 &= -[\tilde{C}_D](V_2 - W_2) + [\tilde{C}_{l\alpha}] \left(((V_1 - W_1)^2 + (V_2 - W_2)^2 + \right. \\
&\quad \left. (V_3 - W_3)^2)x_2 - (V_2 - W_2)((V_1 - W_1)x_1 + \right. \\
&\quad \left. (V_2 - W_2)x_2 + (V_3 - W_3)x_3) \right) - [\tilde{C}_{Np\alpha}] (x_3(V_1 - \\
&\quad W_1) - x_1(V_3 - W_3)) + [\tilde{C}_{Nq}](h_3x_1 - h_1x_3) + g_2 \\
&= -[\tilde{C}_D]V_2 + [\tilde{C}_D]W_2 + [\tilde{C}_{l\alpha}](V_1^2 - 2V_1W_1 + W_1^2 + V_2^2 - \\
&\quad 2V_2W_2 + W_2^2 + V_3^2 - 2V_3W_3 + W_3^2)x_2 - [\tilde{C}_{l\alpha}](V_1V_2 - \\
&\quad V_2W_1 - V_1W_2 + W_1W_2)x_1 - [\tilde{C}_{l\alpha}](V_2^2 - 2V_2W_2 + \\
&\quad W_2^2)x_2 - [\tilde{C}_{l\alpha}](V_2V_3 - V_2W_3 - W_2V_3 + W_2W_3)x_3 - \\
&\quad [\tilde{C}_{Np\alpha}] (V_1x_3) + [\tilde{C}_{Np\alpha}] (W_1x_3) + [\tilde{C}_{Np\alpha}] (V_3x_1) - \\
&\quad [\tilde{C}_{Np\alpha}] (W_3x_1) + [\tilde{C}_{Nq}](h_3x_1) - [\tilde{C}_{Nq}](h_1x_3) + g_2 \\
&= \left[[\tilde{C}_{l\alpha}](V_1x_2 - 2W_1x_2 + W_2x_1) - [\tilde{C}_{Np\alpha}] x_3 \right] V_1 + \\
&\quad \left[-[\tilde{C}_D] + [\tilde{C}_{l\alpha}](W_1x_1 - V_1x_1 - V_3x_3 + W_3x_3) \right] V_2 + \\
&\quad \left[[\tilde{C}_{l\alpha}](V_3x_2 - 2W_3x_2 + W_2x_3) - [\tilde{C}_{Np\alpha}] x_1 \right] V_3 +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left[[\tilde{C}_D]W_2 + [\tilde{C}_{l\alpha}](W_1^2x_2 + W_3^2x_2 - W_2W_1x_1 - \right. \\
& \left. W_2W_3x_3) + [\tilde{C}_{Np\alpha}](W_1x_3 - W_3x_1) + g_2 \right] + \\
& \left[-[\tilde{C}_{Nq}]x_3 \right]h_1 + \left[[\tilde{C}_{Nq}]x_1 \right]h_3 \tag{4.8}
\end{aligned}$$

Kecepatan proyektil terhadap sumbu koordinat bumi-3 (V_3)

$$\begin{aligned}
\dot{V}_3 &= -[\tilde{C}_D](V_3 - W_3) + [\tilde{C}_{l\alpha}] \left(((V_1 - W_1)^2 + (V_2 - W_2)^2 + \right. \\
& \left. (V_3 - W_3)^2)x_3 - (V_3 - W_3)((V_1 - W_1)x_1 + \right. \\
& \left. (V_2 - W_2)x_2 + (V_3 - W_3)x_3) \right) - [\tilde{C}_{Np\alpha}](x_1(V_2 - \\
& W_2) - x_2(V_1 - W_1)) + [\tilde{C}_{Nq}](h_1x_2 - h_2x_1) + g_3 \\
&= -[\tilde{C}_D]V_3 + [\tilde{C}_D]W_3 + [\tilde{C}_{l\alpha}](V_1^2 - 2V_1W_1 + W_1^2 + V_2^2 - \\
& 2V_2W_2 + W_2^2 + V_3^2 - 2V_3W_3 + W_3^2)x_3 - [\tilde{C}_{l\alpha}](V_1V_3 - \\
& V_3W_1 - V_1W_3 + W_1W_3)x_1 - [\tilde{C}_{l\alpha}](V_2V_3 - V_3W_2 - \\
& V_2W_3 + W_2W_3)x_2 - [\tilde{C}_{l\alpha}](V_3^2 - 2V_3W_3 + W_3^2)x_3 - \\
& [\tilde{C}_{Np\alpha}](V_2x_1) + [\tilde{C}_{Np\alpha}](W_2x_1) + [\tilde{C}_{Np\alpha}](V_1x_2) - \\
& [\tilde{C}_{Np\alpha}](W_1x_2) + [\tilde{C}_{Nq}](h_1x_2) - [\tilde{C}_{Nq}](h_2x_1) + g_3 \\
&= \left[[\tilde{C}_{l\alpha}](V_1x_3 - 2W_1x_3 + W_3x_1) + [\tilde{C}_{Np\alpha}]x_2 \right]V_1 + \\
& \left[[\tilde{C}_{l\alpha}](V_2x_3 - 2W_2x_3 - V_3x_3 + W_3x_2) - \right. \\
& \left. [\tilde{C}_{Np\alpha}]x_1 \right]V_2 + \left[-[\tilde{C}_D] + [\tilde{C}_{l\alpha}](-V_1x_1 + W_1x_1 + \right. \\
& \left. W_2x_2) \right]V_3 + \left[[\tilde{C}_D]W_3 + [\tilde{C}_{l\alpha}](W_1^2x_3 + W_2^2x_3 - \right.
\end{aligned}$$

$$W_1W_3x_1 - W_2W_3x_2) + [\tilde{C}_{Np\alpha}](W_2x_1 - W_1x_2) + g_3] + [[\tilde{C}_{Nq}]x_2]h_1 + [-[\tilde{C}_{Nq}]x_1]h_2 \quad (4.9)$$

Momentum sudut terhadap sumbu koordinat bumi-1 (h_1):

$$\begin{aligned} \dot{h}_1 &= \left([\tilde{C}_{l_p}] + [\tilde{C}_{l_\delta}] \right) x_1 + [\tilde{C}_{M_\alpha}](V_2 - W_2)x_3 - [\tilde{C}_{M_\alpha}](V_3 - W_3)x_2 + [\tilde{C}_{M_{p\alpha}}](V_1 - W_1) - [\tilde{C}_{M_{p\alpha}}] \left((V_1 - W_1)x_1^2 + (V_2 - W_2)x_1x_2 + (V_3 - W_3)x_1x_3 \right) + [\tilde{C}_{M_q}]h_1 - [\tilde{C}_{M_q}](h_1x_1^2 + h_2x_1x_2 + h_3x_1x_3) \\ &= \left([\tilde{C}_{l_p}] + [\tilde{C}_{l_\delta}] \right) x_1 + [\tilde{C}_{M_\alpha}](V_2x_3 - W_2x_3 - V_3x_2 + W_3x_2) + [\tilde{C}_{M_{p\alpha}}](V_1 - W_1 - V_1x_1^2 + W_1x_1^2 - V_2x_1x_2 + W_2x_1x_2 - V_3x_1x_3 + W_3x_1x_3) + [\tilde{C}_{M_q}]h_1 - [\tilde{C}_{M_q}](h_1x_1^2 + h_2x_1x_2 + h_3x_1x_3) \\ &= \left[[\tilde{C}_{M_{p\alpha}}](1 - x_1^2) \right] V_1 + \left[[\tilde{C}_{M_\alpha}]x_3 - [\tilde{C}_{M_{p\alpha}}](x_1x_2) \right] V_2 + \left[-[\tilde{C}_{M_\alpha}]x_2 - [\tilde{C}_{M_{p\alpha}}](x_1x_3) \right] V_3 + \left[[\tilde{C}_{M_q}](1 - x_1^2) \right] h_1 + \left[-[\tilde{C}_{M_q}]x_1x_2 \right] h_2 + \left[-[\tilde{C}_{M_q}]x_1x_3 \right] h_3 + \left(\left[[\tilde{C}_{l_p}] + [\tilde{C}_{l_\delta}] \right] x_1 - [\tilde{C}_{M_\alpha}](W_2x_3 - W_3x_2) - [\tilde{C}_{M_{p\alpha}}](W_1 - W_1x_1^2 - W_2x_1x_2 - W_3x_1x_3) \right) \quad (4.10) \end{aligned}$$

Momentum sudut terhadap sumbu koordinat bumi-2 (h_2):

$$\begin{aligned}
\dot{h}_2 &= \left([\tilde{C}_{l_p}] + [\tilde{C}_{l_\delta}] \right) x_2 + [\tilde{C}_{M_\alpha}] (V_3 - W_3) x_1 - [\tilde{C}_{M_\alpha}] (V_1 - W_1) x_3 + [\tilde{C}_{M_{p\alpha}}] (V_2 - W_2) - [\tilde{C}_{M_{p\alpha}}] \left((V_1 - W_1) x_1 x_2 + (V_2 - W_2) x_2^2 + (V_3 - W_3) x_2 x_3 \right) + [\tilde{C}_{M_q}] h_2 - [\tilde{C}_{M_q}] (h_1 x_1 x_2 + h_2 x_2^2 + h_3 x_2 x_3) \\
&= \left([\tilde{C}_{l_p}] + [\tilde{C}_{l_\delta}] \right) x_2 + [\tilde{C}_{M_\alpha}] (V_3 x_1 - W_3 x_1 - V_1 x_3 + W_1 x_3) + [\tilde{C}_{M_{p\alpha}}] (V_2 - W_2 - V_1 x_1 x_2 + W_1 x_1 x_2 - V_2 x_2^2 + W_2 x_2^2 - V_3 x_2 x_3 + W_3 x_2 x_3) + [\tilde{C}_{M_q}] h_2 - [\tilde{C}_{M_q}] (h_1 x_1 x_2 + h_2 x_2^2 + h_3 x_2 x_3) \\
&= \left[[\tilde{C}_{M_\alpha}] (-x_3) + [\tilde{C}_{M_{p\alpha}}] (-x_1 x_2) \right] V_1 + \left[[\tilde{C}_{M_{p\alpha}}] (1 - x_2^2) \right] V_2 + \left[[\tilde{C}_{M_\alpha}] x_1 + [\tilde{C}_{M_{p\alpha}}] (-x_2 x_3) \right] V_3 + \left[[\tilde{C}_{M_q}] (-x_1 x_2) \right] h_1 + \left[[\tilde{C}_{M_q}] (1 - x_2^2) \right] h_2 + \left[-[\tilde{C}_{M_q}] x_2 x_3 \right] h_3 + \left[\left([\tilde{C}_{l_p}] + [\tilde{C}_{l_\delta}] \right) x_2 + [\tilde{C}_{M_\alpha}] (W_1 x_3 - W_3 x_1) + [\tilde{C}_{M_{p\alpha}}] (-W_2 + W_1 x_1 x_2 + W_2 x_2^2 + W_3 x_2 x_3) \right]
\end{aligned} \tag{4.11}$$

Momentum sudut terhadap sumbu koordinat bumi-3 (h_3):

$$\dot{h}_3 = \left([\tilde{C}_{l_p}] + [\tilde{C}_{l_\delta}] \right) x_3 + [\tilde{C}_{M_\alpha}] (V_1 - W_1) x_2 - [\tilde{C}_{M_\alpha}] (V_2 - W_2) x_1 + [\tilde{C}_{M_{p\alpha}}] (V_3 - W_3) - [\tilde{C}_{M_{p\alpha}}] \left((V_1 - W_1) x_1 x_2 + (V_2 - W_2) x_2 x_1 + (V_3 - W_3) x_3 x_1 \right) + [\tilde{C}_{M_q}] h_3 - [\tilde{C}_{M_q}] (h_1 x_1 x_2 + h_2 x_2 x_1 + h_3 x_3 x_1)$$

$$\begin{aligned}
& W_1)x_1x_3 + (V_2 - W_2)x_2x_3 + (V_3 - W_3)x_3^2) + \\
& \left[\tilde{C}_{M_q} \right] h_3 - \left[\tilde{C}_{M_q} \right] (h_1x_1x_3 + h_2x_2x_3 + h_3x_3^2) \\
= & \left(\left[\tilde{C}_{l_p} \right] + \left[\tilde{C}_{l_\delta} \right] \right) x_3 + \left[\tilde{C}_{M_\alpha} \right] (V_1x_2 - W_1x_2 - V_2x_1 + \\
& W_2x_1) + \left[\tilde{C}_{M_{p\alpha}} \right] (V_3 - W_3 - V_1x_1x_3 + W_1x_1x_3 - \\
& V_2x_2x_3 + W_2x_2x_3 - V_3x_3^2 + W_3x_3^2) + \left[\tilde{C}_{M_q} \right] h_3 - \\
& \left[\tilde{C}_{M_q} \right] (h_1x_1x_3 + h_2x_2x_3 + h_3x_3^2) \\
= & \left[\left[\tilde{C}_{M_\alpha} \right] (x_2) + \left[\tilde{C}_{M_{p\alpha}} \right] (-x_1x_3) \right] V_1 + \\
& \left[\left[\tilde{C}_{M_{p\alpha}} \right] (-x_2x_3) + \left[\tilde{C}_{M_\alpha} \right] (-x_1) \right] V_2 + \left[\left[\tilde{C}_{M_{p\alpha}} \right] (1 - \right. \\
& \left. x_3^2) \right] V_3 + \left[\left[\tilde{C}_{M_q} \right] (-x_1x_3) \right] h_1 + \left[\left[\tilde{C}_{M_q} \right] (-x_2x_3) \right] h_2 + \\
& \left[\left[\tilde{C}_{M_q} \right] (1 - x_3^2) \right] h_3 + \left(\left[\tilde{C}_{l_p} \right] + \left[\tilde{C}_{l_\delta} \right] \right) x_3 + \\
& \left[\tilde{C}_{M_\alpha} \right] (W_2x_1 - W_1x_2) + \left[\tilde{C}_{M_{p\alpha}} \right] (-W_3 + W_1x_1x_3 + \\
& W_2x_2x_3 + W_3x_3^2) \tag{4.12}
\end{aligned}$$

Pada Tugas Akhir ini faktor lingkungan yang diamati ialah arah kecepatan angin dan temperatur. Jika gerak proyektil diasumsikan bergerak ke arah sumbu koordinat bumi-1 (sumbu- X) maka arah kecepatan angin searah (+) dan berlawanan (-) terhadap sumbu koordinat bumi-1 (W_1), dan arah kecepatan angin terhadap sumbu koordinat bumi-2 dan 3 (W_2 dan W_3) diabaikan. Maka diperoleh arah kecepatan angin terhadap sumbu koordinat bumi (W_1, W_2, W_3) sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
[W_1, W_2, W_3] &= [W_1, 0, 0], \text{ dan} \\
[-W_1, -W_2, -W_3] &= [-W_1, 0, 0]
\end{aligned}$$

Sedangkan temperatur yang digunakan disesuaikan pada temperatur di kota surabaya yang sesuai dengan iklim tropis di indonesia. Dari permasalahan di atas diperoleh persamaan baru gerak proyektil dengan kecepatan angin terhadap sumbu koordinat bumi-1 (W_1) sebagai berikut:

Kecepatan proyektil terhadap sumbu koordinat bumi-1 (V_1):

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = & [-[\tilde{C}_D] + [\tilde{C}_{l\alpha}](-V_2x_2 - V_3x_3)]V_1 + \left[[\tilde{C}_{Np\alpha}](x_3) + \right. \\ & \left. [\tilde{C}_{l\alpha}](V_2x_1 + W_1x_2) \right]V_2 + \left[[\tilde{C}_{l\alpha}](V_3x_1 + W_1x_3) - \right. \\ & \left. [\tilde{C}_{Np\alpha}](x_2) \right]V_3 + \left[[\tilde{C}_D]W_1 + g_1 \right] + \left[[\tilde{C}_{Nq}](x_3) \right]h_2 + \\ & \left[-[\tilde{C}_{Nq}](x_2) \right]h_3 \end{aligned} \quad (4.13)$$

Kecepatan proyektil terhadap sumbu koordinat bumi-2 (V_2):

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & \left[[\tilde{C}_{l\alpha}](V_1x_2 - 2W_1x_2) - [\tilde{C}_{Np\alpha}](x_3) \right]V_1 + \left[-[\tilde{C}_D] + \right. \\ & \left. [\tilde{C}_{l\alpha}](W_1x_1 - V_1x_1 - V_3x_3) \right]V_2 + \left[[\tilde{C}_{l\alpha}](V_3x_2) - \right. \\ & \left. [\tilde{C}_{Np\alpha}](x_1) \right]V_3 + \left[[\tilde{C}_{l\alpha}](W_1^2x_2) + [\tilde{C}_{Np\alpha}](W_1x_3) + g_2 \right] + \\ & \left[-[\tilde{C}_{Nq}](x_3) \right]h_1 + \left[[\tilde{C}_{Nq}](x_1) \right]h_3 \end{aligned} \quad (4.14)$$

Kecepatan proyektil terhadap sumbu koordinat bumi-1 (V_1):

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 = & \left[[\tilde{C}_{l\alpha}](V_1x_3 - 2W_1x_3) + [\tilde{C}_{Np\alpha}](x_2) \right]V_1 \\ & + \left[[\tilde{C}_{l\alpha}](V_2x_3 - V_3x_3) - [\tilde{C}_{Np\alpha}](x_1) \right]V_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + [-[\tilde{C}_D] + [\tilde{C}_{l\alpha}](-V_1x_1 + W_1x_1)]V_3 \\
& + \left[[\tilde{C}_{l\alpha}](W_1^2x_3) + [\tilde{C}_{Np\alpha}](-W_1x_2) + g_3 \right] \\
& + \left[[\tilde{C}_{Nq}]x_2 \right]h_1 + \left[-[\tilde{C}_{Nq}]x_1 \right]h_2
\end{aligned} \tag{4.15}$$

Momentum sudut terhadap sumbu koordinat bumi-1 (h_1):

$$\begin{aligned}
\dot{h}_1 = & \left[[\tilde{C}_{Mp\alpha}] (1 - x_1^2) \right] V_1 + \left[[\tilde{C}_{M\alpha}] x_3 - \right. \\
& \left. [\tilde{C}_{Mp\alpha}] (x_1x_2) \right] V_2 + \left[-[\tilde{C}_{M\alpha}] x_2 - \right. \\
& \left. [\tilde{C}_{Mp\alpha}] (x_1x_3) \right] V_3 + \left[[\tilde{C}_{Mq}] (1 - x_1^2) \right] h_1 + \\
& \left[-[\tilde{C}_{Mq}] x_1x_2 \right] h_2 + \left[-[\tilde{C}_{Mq}] x_1x_3 \right] h_3 + \left[\left([\tilde{C}_{lp}] + \right. \right. \\
& \left. \left. [\tilde{C}_{l\delta}] \right) x_1 - [\tilde{C}_{Mp\alpha}] (W_1 - W_1x_1^2) \right]
\end{aligned} \tag{4.16}$$

Momentum sudut terhadap sumbu koordinat bumi-2 (h_2):

$$\begin{aligned}
\dot{h}_2 = & \left[[\tilde{C}_{M\alpha}](-x_3) + [\tilde{C}_{Mp\alpha}](-x_1x_2) \right] V_1 + \left[[\tilde{C}_{Mp\alpha}] (1 - \right. \\
& \left. x_2^2) \right] V_2 + \left[[\tilde{C}_{M\alpha}]x_1 + [\tilde{C}_{Mp\alpha}](-x_2x_3) \right] V_3 + \\
& \left[[\tilde{C}_{Mq}](-x_1x_2) \right] h_1 + \left[[\tilde{C}_{Mq}] (1 - x_2^2) \right] h_2 + \\
& \left[-[\tilde{C}_{Mq}] x_2x_3 \right] h_3 + \left[\left([\tilde{C}_{lp}] + [\tilde{C}_{l\delta}] \right) x_2 + \right. \\
& \left. [\tilde{C}_{M\alpha}](W_1x_3) + [\tilde{C}_{Mp\alpha}](W_1x_1x_2) \right]
\end{aligned} \tag{4.17}$$

Momentum sudut terhadap sumbu koordinat bumi-3 (h_3):

$$\begin{aligned}
 \dot{h}_3 = & \left[[\tilde{C}_{M\alpha}] (x_2) + [\tilde{C}_{Mp\alpha}] (-x_1 x_3) \right] V_1 + \\
 & \left[[\tilde{C}_{Mp\alpha}] (-x_2 x_3) + [\tilde{C}_{M\alpha}] (-x_1) \right] V_2 + \left[[\tilde{C}_{Mp\alpha}] (1 - \right. \\
 & \left. x_3^2) \right] V_3 + \left[[\tilde{C}_{Mq}] (-x_1 x_3) \right] h_1 + \\
 & \left[[\tilde{C}_{Mq}] (-x_2 x_3) \right] h_2 + \left[[\tilde{C}_{Mq}] (1 - x_3^2) \right] h_3 + \\
 & \left(\left[[\tilde{C}_{lp}] + [\tilde{C}_{l\delta}] \right] x_3 + [\tilde{C}_{M\alpha}] (-W_1 x_2) + \right. \\
 & \left. [\tilde{C}_{Mp\alpha}] (W_1 x_1 x_3) \right) \tag{4.18}
 \end{aligned}$$

dari Persamaan (4.13) – (4.18) dibentuk sebuah persamaan ruang keadaan waktu kontinu sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \\ \dot{V}_3 \\ \dot{h}_1 \\ \dot{h}_2 \\ \dot{h}_3 \end{bmatrix} = & \begin{bmatrix} A_{11} & B_{12} & C_{13} & 0 & E_{15} & F_{16} \\ A_{21} & B_{22} & C_{23} & D_{24} & 0 & F_{26} \\ A_{31} & B_{32} & C_{33} & D_{34} & E_{35} & 0 \\ A_{41} & B_{42} & C_{43} & D_{44} & E_{45} & F_{46} \\ A_{51} & B_{52} & C_{53} & D_{54} & E_{55} & F_{56} \\ A_{61} & B_{62} & C_{63} & D_{64} & E_{65} & F_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_{17} \\ G_{27} \\ G_{37} \\ G_{47} \\ G_{57} \\ G_{67} \end{bmatrix} \tag{4.19}
 \end{aligned}$$

Berikut ini merupakan pendefinisian dari A_{11} sampai G_{67} :

$$A_{11} = [-[\tilde{C}_D] + [\tilde{C}_{l\alpha}](-V_2 x_2 + -V_3 x_3)]$$

$$A_{21} = [[\tilde{C}_{l\alpha}](V_1 x_2 - 2W_1 x_2) - [\tilde{C}_{Np\alpha}]x_3]$$

$$A_{31} = [[\tilde{C}_{l\alpha}](V_1 x_3 - 2W_1 x_3) + [\tilde{C}_{Np\alpha}]x_2]$$

$$\begin{aligned}
A_{41} &= \left[\left[\tilde{C}_{M_{p\alpha}} \right] (1 - x_1^2) \right] \\
A_{51} &= \left[\left[\tilde{C}_{M_\alpha} \right] (-x_3) + \left[\tilde{C}_{M_{p\alpha}} \right] (-x_1 x_2) \right] \\
A_{61} &= \left[\left[\tilde{C}_{M_\alpha} \right] (x_2) + \left[\tilde{C}_{M_{p\alpha}} \right] (-x_1 x_3) \right] \\
B_{12} &= \left[\left[\tilde{C}_{l\alpha} \right] (V_2 x_1 + W_1 x_2) - \left[\tilde{C}_{N_{p\alpha}} \right] x_3 \right] \\
B_{22} &= \left[-\left[\tilde{C}_D \right] + \left[\tilde{C}_{l\alpha} \right] (W_1 x_1 - V_3 x_3 - V_1 x_1) \right] \\
B_{32} &= \left[\left[\tilde{C}_{l\alpha} \right] (V_1 x_2 - 2W_1 x_2) - \left[\tilde{C}_{N_{p\alpha}} \right] x_3 \right] \\
B_{42} &= \left[\left[\tilde{C}_{M_\alpha} \right] x_3 - \left[\tilde{C}_{M_{p\alpha}} \right] (x_1 x_2) \right] \\
B_{52} &= \left[\left[\tilde{C}_{M_{p\alpha}} \right] (1 - x_2^2) \right] \\
B_{62} &= \left[\left[\tilde{C}_{M_{p\alpha}} \right] (-x_2 x_3) + \left[\tilde{C}_{M_\alpha} \right] (-x_1) \right] \\
C_{13} &= \left[\left[\tilde{C}_{l\alpha} \right] (V_3 x_1 + W_1 x_3) - \left[\tilde{C}_{N_{p\alpha}} \right] x_2 \right] \\
C_{23} &= \left[\left[\tilde{C}_{l\alpha} \right] (V_3 x_2) - \left[\tilde{C}_{N_{p\alpha}} \right] x_1 \right] \\
C_{33} &= \left[-\left[\tilde{C}_D \right] + \left[\tilde{C}_{l\alpha} \right] (W_1 x_1 - V_1 x_1) \right] \\
C_{43} &= \left[-\left[\tilde{C}_{M_\alpha} \right] x_2 - \left[\tilde{C}_{M_{p\alpha}} \right] (x_1 x_3) \right] \\
C_{53} &= \left[\left[\tilde{C}_{M_\alpha} \right] x_1 + \left[\tilde{C}_{M_{p\alpha}} \right] (-x_2 x_3) \right] \\
C_{63} &= \left[\left[\tilde{C}_{M_{p\alpha}} \right] (1 - x_3^2) \right]
\end{aligned}$$

$$D_{14} = 0$$

$$D_{24} = [-[\tilde{C}_{Nq}]x_3]$$

$$D_{34} = [[\tilde{C}_{Nq}]x_2]$$

$$D_{44} = [[\tilde{C}_{Mq}](1 - x_1^2)]$$

$$D_{54} = [[\tilde{C}_{Mq}](-x_1x_2)]$$

$$D_{64} = [[\tilde{C}_{Mq}](-x_1x_3)]$$

$$E_{15} = [[\tilde{C}_{Nq}]x_3]$$

$$E_{25} = 0$$

$$E_{35} = [-[\tilde{C}_{Nq}]x_1]$$

$$E_{45} = [-[\tilde{C}_{Mq}]x_1x_2]$$

$$E_{55} = [[\tilde{C}_{Mq}](1 - x_2^2)]$$

$$E_{65} = [[\tilde{C}_{Mq}](-x_2x_3)]$$

$$F_{16} = [-[\tilde{C}_{Nq}]x_2]$$

$$F_{26} = [[\tilde{C}_{Nq}]x_1]$$

$$F_{36} = 0$$

$$F_{46} = [-[\tilde{C}_{Mq}]x_1x_3]$$

$$F_{56} = \left[- \left[\tilde{C}_{M_q} \right] x_2 x_3 \right]$$

$$F_{66} = \left[\left[\tilde{C}_{M_q} \right] (1 - x_3^2) \right]$$

$$G_{17} = \left[\left[\tilde{C}_D \right] W_1 + g_1 \right]$$

$$G_{27} = \left[\left[\tilde{C}_{l\alpha} \right] (W_1^2 x_2) + \left[\tilde{C}_{Np\alpha} \right] (W_1 x_3) + g_2 \right]$$

$$G_{37} = \left[\left[\tilde{C}_{l\alpha} \right] (W_1^2 x_3) + \left[\tilde{C}_{Np\alpha} \right] (-W_1 x_2) + g_3 \right]$$

$$G_{47} = \left[\left(\left[\tilde{C}_{l_p} \right] + \left[\tilde{C}_{l_\delta} \right] \right) x_2 + \left[\tilde{C}_{M_\alpha} \right] (W_1 x_3) + \left[\tilde{C}_{M_{p\alpha}} \right] (W_1 x_1 x_2) \right]$$

$$G_{57} = \left[\left(\left[\tilde{C}_{l_p} \right] + \left[\tilde{C}_{l_\delta} \right] \right) x_2 + \left[\tilde{C}_{M_\alpha} \right] (W_1 x_3) + \left[\tilde{C}_{M_{p\alpha}} \right] (W_1 x_1 x_2) \right]$$

$$G_{67} = \left[\left(\left[\tilde{C}_{l_p} \right] + \left[\tilde{C}_{l_\delta} \right] \right) x_3 + \left[\tilde{C}_{M_\alpha} \right] (-W_1 x_2) + \left[\tilde{C}_{M_{p\alpha}} \right] (W_1 x_1 x_3) \right]$$

Berdasarkan pada Gambar 2.2 untuk mengetahui posisi proyektil terhadap pusat massa relatif pada sumbu koordinat bumi (1,2,3) didapatkan sebuah vektor \bar{X} dengan komponennya sebagai berikut:

$$X_1 = X_{1_0} + \int_0^1 V_1 dt$$

$$X_2 = X_{2_0} + \int_0^1 V_2 dt$$

$$X_3 = X_{3_0} + \int_0^1 V_3 dt \quad (4.20)$$

Untuk dapat diimplementasikan dalam *Kalman Filter*, Sistem dinamik harus didiskritkan terlebih dahulu. Dengan menggunakan metode beda hingga maju agar dapat memprediksi 1 langkah waktu ke depan, Sehingga dicari bentuk diskritnya sebagai berikut:

Diskritisasi kecepatan proyektil terhadap sumbu koordinat bumi-1 (V_1):

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \frac{\partial V_1}{\partial t} = \frac{V_{1_{k+1}} - V_{1_k}}{\Delta t} \\ &= A_{11} + B_{12} + C_{13} + E_{15} + F_{16} + G_{17} \\ V_{1_{k+1}} - V_{1_k} &= A_{11}\Delta t + B_{12}\Delta t + C_{13}\Delta t + E_{15}\Delta t + F_{16}\Delta t + \\ &\quad G_{17}\Delta t \\ V_{1_{k+1}} &= A_{11}\Delta t + B_{12}\Delta t + C_{13}\Delta t + E_{15}\Delta t + F_{16}\Delta t + \\ &\quad G_{17}\Delta t + V_{1_k} \end{aligned} \quad (4.21)$$

Diskritisasi kecepatan proyektil terhadap sumbu koordinat bumi-2 (V_2):

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \frac{\partial V_2}{\partial t} = \frac{V_{2_{k+1}} - V_{2_k}}{\Delta t} \\ &= A_{21} + B_{22} + C_{23} + D_{24} + F_{26} + G_{27} \\ V_{2_{k+1}} - V_{2_k} &= A_{21}\Delta t + B_{22}\Delta t + C_{23}\Delta t + D_{24}\Delta t + F_{26}\Delta t + \\ &\quad G_{27}\Delta t \end{aligned}$$

$$V_{2_{k+1}} = A_{21}\Delta t + B_{22}\Delta t + C_{23}\Delta t + D_{24}\Delta t + F_{26}\Delta t + G_{27}\Delta t + V_{2_k} \quad (4.22)$$

Diskritisasi kecepatan proyektil terhadap sumbu koordinat bumi-3 (V_3):

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= \frac{\partial V_3}{\partial t} = \frac{V_{3_{k+1}} - V_{3_k}}{\Delta t} \\ &= A_{31} + B_{32} + C_{33} + D_{34} + E_{35} + G_{37} \\ V_{3_{k+1}} - V_{3_k} &= A_{31}\Delta t + B_{32}\Delta t + C_{33}\Delta t + D_{34}\Delta t + E_{35}\Delta t + G_{37}\Delta t \\ V_{3_{k+1}} &= A_{31}\Delta t + B_{32}\Delta t + C_{33}\Delta t + D_{34}\Delta t + E_{35}\Delta t + G_{37}\Delta t + V_{3_k} \end{aligned} \quad (4.23)$$

Diskritisasi momentum sudut terhadap sumbu koordinat bumi-1 (h_1):

$$\begin{aligned} \dot{h}_1 &= \frac{\partial h_1}{\partial t} = \frac{h_{1_{k+1}} - h_{1_k}}{\Delta t} \\ &= A_{41} + B_{42} + C_{43} + D_{44} + E_{45} + F_{46} + G_{47} \\ h_{1_{k+1}} - h_{1_k} &= A_{41}\Delta t + B_{42}\Delta t + C_{43}\Delta t + D_{44}\Delta t + E_{45}\Delta t + F_{46}\Delta t + G_{47}\Delta t \\ h_{1_{k+1}} &= A_{41}\Delta t + B_{42}\Delta t + C_{43}\Delta t + D_{44}\Delta t + E_{45}\Delta t + F_{46}\Delta t + G_{47}\Delta t + h_{1_k} \end{aligned} \quad (4.24)$$

Diskritisasi momentum sudut terhadap sumbu koordinat bumi-2 (h_2):

$$\begin{aligned}\dot{h}_2 &= \frac{\partial h_2}{\partial t} = \frac{h_{2k+1} - h_{2k}}{\Delta t} \\ &= A_{51} + B_{52} + C_{53} + D_{54} + E_{55} + F_{56} + G_{57} \\ h_{2k+1} - h_{2k} &= A_{51}\Delta t + B_{52}\Delta t + C_{53}\Delta t + D_{54}\Delta t + E_{55}\Delta t + \\ &\quad F_{56}\Delta t + G_{57}\Delta t \\ h_{2k+1} &= A_{51}\Delta t + B_{52}\Delta t + C_{53}\Delta t + D_{54}\Delta t + E_{55}\Delta t + \\ &\quad F_{56}\Delta t + G_{57}\Delta t + h_{2k}\end{aligned}\tag{4.25}$$

Diskritisasi momentum sudut terhadap sumbu koordinat bumi-3 (h_3):

$$\begin{aligned}\dot{h}_3 &= \frac{\partial h_3}{\partial t} = \frac{h_{3k+1} - h_{3k}}{\Delta t} \\ &= A_{61} + B_{62} + C_{63} + D_{64} + E_{65} + F_{66} + G_{67} \\ h_{3k+1} - h_{3k} &= A_{61}\Delta t + B_{62}\Delta t + C_{63}\Delta t + D_{64}\Delta t + E_{65}\Delta t + \\ &\quad F_{66}\Delta t + G_{67}\Delta t \\ h_{3k+1} &= A_{61}\Delta t + B_{62}\Delta t + C_{63}\Delta t + D_{64}\Delta t + E_{65}\Delta t + \\ &\quad F_{66}\Delta t + G_{67}\Delta t + h_{3k}\end{aligned}\tag{4.26}$$

Diskritisasi posisi proyektil terhadap sumbu koordinat bumi-1 (X_1):

$$X_1 = X_{10} + \int_0^1 V_1 dt$$

$$\begin{aligned}
X_1 &= 0 + \int_0^1 V_1 dt \\
X_1 &= \int_0^1 V_1 dt \\
\frac{d}{dt}[X_1] &= \frac{d}{dt} \left[\int_0^1 V_1 dt \right] \\
\frac{d}{dt} X_1 &= V_1 \\
\frac{X_{1k+1} - X_{1k}}{\Delta t} &= V_{1k} \\
X_{1k+1} &= V_{1k} \Delta t + X_{1k} \tag{4.27}
\end{aligned}$$

Diskritisasi posisi proyektil terhadap sumbu koordinat bumi-2 (X_2):

$$\begin{aligned}
X_2 &= X_{20} + \int_0^1 V_2 dt \\
X_2 &= X_{20} + \int_0^1 V_2 dt \\
X_2 &= 0 + \int_0^1 V_2 dt \\
X_2 &= \int_0^1 V_2 dt \\
\frac{d}{dt}[X_2] &= \frac{d}{dt} \left[\int_0^1 V_2 dt \right] \\
\frac{d}{dt} X_2 &= V_2 \\
\frac{X_{2k+1} - X_{2k}}{\Delta t} &= V_{2k} \\
X_{2k+1} &= V_{2k} \Delta t + X_{2k} \tag{4.28}
\end{aligned}$$

Diskritisasi posisi proyektil terhadap sumbu koordinat bumi-3 (X_3):

$$X_3 = X_{30} + \int_0^1 V_3 dt$$

$$X_3 = X_{30} + \int_0^1 V_3 dt$$

$$X_3 = 0 + \int_0^1 V_3 dt$$

$$X_3 = \int_0^1 V_3 dt$$

$$\frac{d}{dt}[X_3] = \frac{d}{dt}\left[\int_0^1 V_3 dt\right]$$

$$\frac{d}{dt}X_3 = V_3$$

$$\frac{X_{3k+1} - X_{3k}}{\Delta t} = V_{3k}$$

$$X_{3k+1} = V_{3k}\Delta t + X_{3k} \quad (4.29)$$

Sehingga sistem dinamik dapat ditulis ke dalam bentuk ruang keadaan sebagai berikut:

$$x_{k+1} = f(x_k, u_k) \quad (4.30)$$

dengan,

$$x_{k+1} = \begin{bmatrix} V_{1k+1} \\ V_{2k+1} \\ V_{3k+1} \\ h_{1k+1} \\ h_{2k+1} \\ h_{3k+1} \end{bmatrix}$$

$$f(x_k, u_k) = \begin{bmatrix} A_{11}\Delta t + B_{12}\Delta t + C_{13}\Delta t + E_{15}\Delta t + F_{16}\Delta t + G_{17}\Delta t + V_{1k} \\ A_{21}\Delta t + B_{22}\Delta t + C_{23}\Delta t + D_{24}\Delta t + F_{26}\Delta t + G_{27}\Delta t + V_{2k} \\ A_{31}\Delta t + B_{32}\Delta t + C_{33}\Delta t + D_{34}\Delta t + E_{35}\Delta t + G_{37}\Delta t + V_{3k} \\ A_{41}\Delta t + B_{42}\Delta t + C_{43}\Delta t + D_{44}\Delta t + E_{45}\Delta t + F_{46}\Delta t + G_{47}\Delta t + h_{1k} \\ A_{51}\Delta t + B_{52}\Delta t + C_{53}\Delta t + D_{54}\Delta t + E_{55}\Delta t + F_{56}\Delta t + G_{57}\Delta t + h_{2k} \\ A_{61}\Delta t + B_{62}\Delta t + C_{63}\Delta t + D_{64}\Delta t + E_{65}\Delta t + F_{66}\Delta t + G_{67}\Delta t + h_{3k} \end{bmatrix}$$

Model dinamik sistem gerak proyektil di bawah pengaruh faktor lingkungan merupakan sistem deterministik. Model tersebut mengabaikan adanya *noise* (gangguan). *Noise* tersebut dapat terjadi pada model sistem seperti kesalahan dalam memodelkan dan juga *noise* dapat terjadi pada model pengukuran. Walaupun noise berukuran sangat kecil, namun perlu diperhitungkan adanya suatu noise. Maka Persamaan (4.21) – (4.26) menjadi:

$$V_{1k+1} = A_{11}\Delta t + B_{12}\Delta t + C_{13}\Delta t + E_{15}\Delta t + F_{16}\Delta t + G_{17}\Delta t + V_{1k} + w_{1k} \quad (4.31)$$

$$V_{2k+1} = A_{21}\Delta t + B_{22}\Delta t + C_{23}\Delta t + D_{24}\Delta t + F_{26}\Delta t + G_{27}\Delta t + V_{2k} + w_{2k} \quad (4.32)$$

$$V_{3k+1} = A_{31}\Delta t + B_{32}\Delta t + C_{33}\Delta t + D_{34}\Delta t + E_{35}\Delta t + G_{37}\Delta t + V_{3k} + w_{3k} \quad (4.33)$$

$$h_{1k+1} = A_{41}\Delta t + B_{42}\Delta t + C_{43}\Delta t + D_{44}\Delta t + E_{45}\Delta t + F_{46}\Delta t + G_{47}\Delta t + h_{1k} + w_{4k} \quad (4.34)$$

$$h_{2_{k+1}} = A_{51}\Delta t + B_{52}\Delta t + C_{53}\Delta t + D_{54}\Delta t + E_{55}\Delta t + F_{56}\Delta t + G_{57}\Delta t + h_{2_k} + w_{4_k} \quad (4.35)$$

$$h_{3_{k+1}} = A_{61}\Delta t + B_{62}\Delta t + C_{63}\Delta t + D_{64}\Delta t + E_{65}\Delta t + F_{66}\Delta t + G_{67}\Delta t + h_{3_k} + w_{5_k} \quad (4.36)$$

Sehingga diperoleh bentuk persamaan ruang keadaan dari sistem dinamik diskrit stokastik sebagai berikut:

$$x_{k+1} = f(x_k, u_k) + w_k \quad (4.37)$$

dengan,

$$x_{k+1} = \begin{bmatrix} V_{1_{k+1}} \\ V_{2_{k+1}} \\ V_{3_{k+1}} \\ h_{1_{k+1}} \\ h_{2_{k+1}} \\ h_{3_{k+1}} \end{bmatrix}$$

$$f(x_k, u_k) = \begin{bmatrix} A_{11}\Delta t + B_{12}\Delta t + C_{13}\Delta t + E_{15}\Delta t + F_{16}\Delta t + G_{17}\Delta t + V_{1_k} \\ A_{21}\Delta t + B_{22}\Delta t + C_{23}\Delta t + D_{24}\Delta t + F_{26}\Delta t + G_{27}\Delta t + V_{2_k} \\ A_{31}\Delta t + B_{32}\Delta t + C_{33}\Delta t + D_{34}\Delta t + E_{35}\Delta t + G_{37}\Delta t + V_{3_k} \\ A_{41}\Delta t + B_{42}\Delta t + C_{43}\Delta t + D_{44}\Delta t + E_{45}\Delta t + F_{46}\Delta t + G_{47}\Delta t + h_{1_k} \\ A_{51}\Delta t + B_{52}\Delta t + C_{53}\Delta t + D_{54}\Delta t + E_{55}\Delta t + F_{56}\Delta t + G_{57}\Delta t + h_{2_k} \\ A_{61}\Delta t + B_{62}\Delta t + C_{63}\Delta t + D_{64}\Delta t + E_{65}\Delta t + F_{66}\Delta t + G_{67}\Delta t + h_{3_k} \end{bmatrix}$$

Sedangkan persamaan pengukurannya sebagai berikut:

$$z_k = H(x_k) + v_k$$

$$z_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{1k} \\ V_{2k} \\ V_{3k} \\ h_{1k} \\ h_{2k} \\ h_{3k} \end{bmatrix} + v_k \quad (4.38)$$

$f(x_k, u_k)$ adalah fungsi non linear. Dengan w_k adalah noise sistem dan v_k adalah noise pengukuran, dimana persamaan pengukuran merupakan sistem yang linear dan V_{1k}, V_{2k}, V_{3k} dipilih sebagai variabel pengukuran karena variabel-variabel tersebut dapat diamati, sehingga dengan pengukuran variabel-variabel tersebut dapat diestimasi gerak proyektil di bawah pengaruh faktor lingkungan tropis, meskipun h_{1k}, h_{2k}, h_{3k} tidak diukur.

4.2 Implementasi Algoritma Unscented Kalman Filter pada gerak proyektil di bawah pengaruh faktor lingkungan tropis.

Setelah mengetahui langkah-langkah pembentukan suatu pemodelan pada sistem dinamik gerak proyektil di bawah pengaruh faktor lingkungan tropis, Selanjutnya dilakukan implementasi metode Unscented Kalman Filter pada MATLAB sehingga dapat dilakukan perhitungan secara numerik dan simulasinya.

Metode Unscented Kalman Filter adalah salah satu modifikasi dari metode *Kalman Filter* yang khusus digunakan untuk model sistem non linear, Sehingga model gerak proyektil

di bawah pengaruh faktor lingkungan tropis dapat diterapkan secara langsung pada algoritma Unscented Kalman Filter. Berdasarkan subbab 4.1 bahwa sistem dinamik dapat dituliskan dalam bentuk ruang keadaan sebagai berikut:

Model Sistem:

$$x_{k+1} = f(x_k, u_k) + w_k$$

$$\begin{bmatrix} V_{1_{k+1}} \\ V_{2_{k+1}} \\ V_{3_{k+1}} \\ h_{1_{k+1}} \\ h_{2_{k+1}} \\ h_{3_{k+1}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11}\Delta t + B_{12}\Delta t + C_{13}\Delta t + E_{15}\Delta t + F_{16}\Delta t + G_{17}\Delta t + V_{1_k} \\ A_{21}\Delta t + B_{22}\Delta t + C_{23}\Delta t + D_{24}\Delta t + F_{26}\Delta t + G_{27}\Delta t + V_{2_k} \\ A_{31}\Delta t + B_{32}\Delta t + C_{33}\Delta t + D_{34}\Delta t + E_{35}\Delta t + G_{37}\Delta t + V_{3_k} \\ A_{41}\Delta t + B_{42}\Delta t + C_{43}\Delta t + D_{44}\Delta t + E_{45}\Delta t + F_{46}\Delta t + G_{47}\Delta t + h_{1_k} \\ A_{51}\Delta t + B_{52}\Delta t + C_{53}\Delta t + D_{54}\Delta t + E_{55}\Delta t + F_{56}\Delta t + G_{57}\Delta t + h_{2_k} \\ A_{61}\Delta t + B_{62}\Delta t + C_{63}\Delta t + D_{64}\Delta t + E_{65}\Delta t + F_{66}\Delta t + G_{67}\Delta t + h_{3_k} \end{bmatrix} + w_k$$

Dengan persamaan pengukuran:

$$z_k = H(x_k) + v_k$$

$$z_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{1_k} \\ V_{2_k} \\ V_{3_k} \\ h_{1_k} \\ h_{2_k} \\ h_{3_k} \end{bmatrix} + v_k$$

Dimana w_k adalah noise sistem yang berdistribusi normal dengan *mean* nol dan varians $Q, w_k \sim N(0, Q_k)$ dan v_k adalah noise pengukuran yang berdistribusi normal dengan *mean* dan varians $R, v_k \sim N(0, R_k)$. Dalam algoritma Unscented Kalman Filter, setelah diperoleh ruang keadaan (*state space*) dan persamaan pengukuran selanjutnya didefinisikan *state* gabungan. *State* gabungan adalah *state* yang didefinisikan sebagai *state* yang menggabungkan variabel-variabel dalam ruang keadaan (*state space*) dengan *noise* dari sistem dan *noise*

dari pengukuran. Secara detail *state* gabungan ini dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$x_k^a = \begin{bmatrix} V_{1k} \\ V_{2k} \\ V_{3k} \\ h_{1k} \\ h_{2k} \\ h_{3k} \\ w_k \\ v_k \end{bmatrix}$$

Titik sigma dari Transformasi Unscented akan digunakan pada *state* gabungan ini untuk menghitung matriks sigma χ_k^a yang sesuai. Sedangkan kovarian dari *state* gabungan didefinisikan sebagai berikut:

$$P^a = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & P_{14} & P_{15} & P_{16} & 0 & 0 \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} & P_{24} & P_{25} & P_{26} & 0 & 0 \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} & P_{34} & P_{35} & P_{36} & 0 & 0 \\ P_{41} & P_{42} & P_{43} & P_{44} & P_{45} & P_{46} & 0 & 0 \\ P_{51} & P_{52} & P_{53} & P_{54} & P_{55} & P_{56} & 0 & 0 \\ P_{61} & P_{62} & P_{63} & P_{64} & P_{65} & P_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_w & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_v \end{bmatrix}$$

dengan P_w dan P_v adalah matriks kovarian dari noise sistem dan pengukuran. Selanjutnya implementasi Algoritma Unscented Kalman Filter dijabarkan sebagai berikut:

4.2.1 Insialisasi

Untuk mengestimasi variabel keadaan dengan metode UKF diawali inisialisasi pada $k = 0$ dengan membentuk matriks *augmented state* dengan noise sistem dan noise pengukuran. Untuk $k = 0$ diperoleh *initial estimate* beserta kovarian *error* sebagai berikut:

$$\hat{x}_0^a = E[x^a] = \begin{bmatrix} V_{10} \\ V_{20} \\ V_{30} \\ h_{10} \\ h_{20} \\ h_{30} \\ w_0 \\ v_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{V}_{10} \\ \hat{V}_{20} \\ \hat{V}_{30} \\ \hat{h}_{10} \\ \hat{h}_{20} \\ \hat{h}_{30} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

dan dimensi dari matriks *augmented* sebagai berikut:

$$L = n_x + n_w + n_v$$

di mana L adalah dimensi dari vektor *augmented state* sistem, yaitu jumlah dari dimensi vektor *state* (n_x) dengan dimensi vektor *noise* sistem (n_w) dan vektor *noise* pengukuran (n_v). Sedangkan matriks *augmented* kovarian dibentuk dari matriks kovarian dari x , w , dan v sebagai berikut:

$$P_0^a = \begin{bmatrix} P_x & 0 & 0 \\ 0 & P_w & 0 \\ 0 & 0 & P_v \end{bmatrix}$$

dengan P_w adalah matriks kovarian dari *noise* sistem dan P_v adalah matriks kovarian dari *noise* pengukuran. Bentuk matriks kovarian secara keseluruhan dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$P_0^a = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & P_{14} & P_{15} & P_{16} & 0 & 0 \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} & P_{24} & P_{25} & P_{26} & 0 & 0 \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} & P_{34} & P_{35} & P_{36} & 0 & 0 \\ P_{41} & P_{42} & P_{43} & P_{44} & P_{45} & P_{46} & 0 & 0 \\ P_{51} & P_{52} & P_{53} & P_{54} & P_{55} & P_{56} & 0 & 0 \\ P_{61} & P_{62} & P_{63} & P_{64} & P_{65} & P_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_w & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_v \end{bmatrix}_{k=0}$$

$$= \begin{bmatrix} P_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P_{44} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & P_{55} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_w & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_v \end{bmatrix}_{k=0}$$

Ntuk $k = 0$ diperoleh *initial estimate* beserta kovarian *error* sebagai berikut:

$$\hat{x}_0^a = E[x^a] = [\hat{x}_0 \quad 0 \quad 0]^T$$

Dengan \hat{x}_0 merupakan *mean* awal dari variabel keadaan. Kovarian *error* awal dinyatakan sebagai berikut:

$$P_0^a = E[(x_0^a - \hat{x}_0^a)(x_0^a - \hat{x}_0^a)^T]$$

$$= \begin{bmatrix} P_0 & 0^{n_x \times n_w} & 0^{n_x \times n_v} \\ 0^{n_w \times n_x} & Q_0 & P_0^{wv} \\ 0^{n_v \times n_x} & P_0^{vw} & R_0 \end{bmatrix}$$

P_0^{wv} merupakan kovarian korelasi antara *noise* sistem dan P_0^{vw} merupakan kovarian korelasi antara *noise* pengukuran, kedua kovarian korelasi tersebut diberikan nilai nol.

Nilai inisialisasi diberikan dengan melakukan dugaan nilai yang memungkinkan, agar didapatkan hasil estimasi yang paling baik.

Selanjutnya, untuk $k = 1, 2, 3, \dots$

Berdasarkan transformasi unscented diperlukan $2L + 1$ titik sigma, di mana L adalah dimensi dari *state* tambahan. Dari model yang diberikan diketahui $L = 8$, sehingga didapatkan 17 titik sigma. Adapun perhitungan titik sigmanya sebagai berikut:

$$\chi_{k-1}^a = \begin{bmatrix} \chi_0 & \chi_i & 0 & 0 & -\chi_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \chi_w & 0 & 0 & -\chi_w & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \chi_v & 0 & 0 & -\chi_v \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

dengan,

$$\chi_0 = \begin{bmatrix} \hat{V}_{1k-1}^a \\ \hat{V}_{2k-1}^a \\ \hat{V}_{3k-1}^a \\ \hat{h}_{1k-1}^a \\ \hat{h}_{2k-1}^a \\ \hat{h}_{3k-1}^a \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
\chi_i &= \begin{array}{ccc} \hat{V}_{1k-1}^a + \gamma(\sqrt{P_{k-1}})_1 & \dots & \hat{V}_{1k-1}^a + \gamma(\sqrt{P_{k-1}})_6 \\ \hat{V}_{2k-1}^a + \gamma(\sqrt{P_{k-1}})_1 & \dots & \hat{V}_{2k-1}^a + \gamma(\sqrt{P_{k-1}})_6 \\ \hat{V}_{3k-1}^a + \gamma(\sqrt{P_{k-1}})_1 & \dots & \hat{V}_{3k-1}^a + \gamma(\sqrt{P_{k-1}})_6 \\ \hat{h}_{1k-1}^a + \gamma(\sqrt{P_{k-1}})_1 & \dots & \hat{h}_{1k-1}^a + \gamma(\sqrt{P_{k-1}})_6 \\ \hat{h}_{2k-1}^a + \gamma(\sqrt{P_{k-1}})_1 & \dots & \hat{h}_{2k-1}^a + \gamma(\sqrt{P_{k-1}})_6 \\ \hat{h}_{3k-1}^a + \gamma(\sqrt{P_{k-1}})_1 & \dots & \hat{h}_{3k-1}^a + \gamma(\sqrt{P_{k-1}})_6 \end{array} \\
-\chi_i &= \begin{array}{ccc} \hat{V}_{1k-1}^a - \gamma(\sqrt{P_{k-1}})_1 & \dots & \hat{V}_{1k-1}^a - \gamma(\sqrt{P_{k-1}})_6 \\ \hat{V}_{2k-1}^a - \gamma(\sqrt{P_{k-1}})_1 & \dots & \hat{V}_{2k-1}^a - \gamma(\sqrt{P_{k-1}})_6 \\ \hat{V}_{3k-1}^a - \gamma(\sqrt{P_{k-1}})_1 & \dots & \hat{V}_{3k-1}^a - \gamma(\sqrt{P_{k-1}})_6 \\ \hat{h}_{1k-1}^a - \gamma(\sqrt{P_{k-1}})_1 & \dots & \hat{h}_{1k-1}^a - \gamma(\sqrt{P_{k-1}})_6 \\ \hat{h}_{2k-1}^a - \gamma(\sqrt{P_{k-1}})_1 & \dots & \hat{h}_{2k-1}^a - \gamma(\sqrt{P_{k-1}})_6 \\ \hat{h}_{3k-1}^a - \gamma(\sqrt{P_{k-1}})_1 & \dots & \hat{h}_{3k-1}^a - \gamma(\sqrt{P_{k-1}})_6 \end{array}
\end{aligned}$$

$$\chi_w = \gamma(\sqrt{P_w})_7$$

$$\chi_v = \gamma(\sqrt{P_v})_8$$

$$-\chi_w = -\gamma(\sqrt{P_w})_7$$

$$-\chi_v = -\gamma(\sqrt{P_v})_8$$

didefinisikan:

$$\gamma = \sqrt{L + \lambda}, \text{ dan } \lambda = \alpha^2(L + \kappa) - L$$

dengan mensubstitusi persamaan λ pada persamaan γ diperoleh:

$$\gamma = \sqrt{L + \alpha^2(L + \kappa)} - L = \alpha\sqrt{L + \kappa}$$

dengan α dan κ adalah *tuning parameter*. α dinyatakan dengan suatu nilai positif yang kecil ($0 \leq \alpha \leq 1$) atau dalam penelitian-penelitian yang terkait digunakan $\alpha = 0,001$ yang merupakan kontrol dari distribusi *sigma points*. Setelah diperoleh matriks *sigma points* selanjutnya dilakukan transformasi titik-titik sigma dari sistem dan *noise* sistem ke dalam fungsi di tahap prediksi.

4.2.2 Tahap Prediksi (*Prediction Stages*)

Titik sigma yang telah diperoleh selanjutnya disubstitusikan ke fungsi tahap prediksi, yaitu:

$$\chi_{k|k-1}^x = f[\chi_{k-1}^x, \chi_{k-1}^w] \quad (4.40)$$

Selanjutnya Persamaan (4.40) digunakan untuk mencari mean dan kovarian tahap prediksi, yaitu:

$$\hat{x}_k^- = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(m)} \chi_{i,k|k-1}^x \quad (4.41)$$

$$P_k^- = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} [\chi_{i,k|k-1}^x - \hat{x}_k^-][\chi_{i,k|k-1}^x - \hat{x}_k^-]^T \quad (4.42)$$

Setelah didapatkan mean pada Persamaan (4.41) dan kovarian pada Persamaan (4.42) pada tahap prediksi, selanjutnya masuk ke tahap koreksi.

4.2.3 Tahap Koreksi (*Correction Stages*)

Titik-titik sigma disubstitusikan ke dalam fungsi pengukuran, yaitu:

$$Z_{k|k-1} = H[\chi_{k|k-1}^x, \chi_{k-1}^v] \quad (4.43)$$

di mana χ_{k-1}^v diambil dari komponen baris ke-8 dari matriks *sigma points*.

Dengan menggunakan Persamaan (4.43) didapatkan mean dan kovarian dari pengukuran,

$$\hat{z}_k^- = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(m)} Z_{i,k|k-1} \quad (4.44)$$

$$P_{\bar{z}_k \bar{z}_k} = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} [Z_{i,k|k-1} - \hat{z}_k^-][Z_{i,k|k-1} - \hat{z}_k^-]^T \quad (4.45)$$

dengan bobot W_i diberikan oleh:

$$W_0^{(m)} = \frac{\lambda}{L + \lambda} \quad (4.46)$$

$$W_0^{(c)} = \frac{\lambda}{L + \lambda} + 1 - \alpha^2 + \beta \quad (4.47)$$

$$W_i^{(m)} = W_i^{(c)} = \frac{1}{2(L+\lambda)}, \quad i = 0, \dots, 2L \quad (4.48)$$

dengan mengambil nilai $L = 8$, $\kappa = 0$, $\beta = 2$, diperoleh nilai bobot-bobot dari Persamaan (4.46) – (4.48).

Selanjutnya, Kovarian-*cross* dihitung melalui:

$$P_{x_k z_k} = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} [\mathcal{X}_{i,k|k-1}^x - \hat{x}_k^-] [Z_{i,k|k-1} - \hat{z}_k^-]^T \quad (4.49)$$

Kalman Gain diperoleh melalui:

$$K_k = P_{x_k, z_k} P_{z_k z_k}^{-1} \quad (4.50)$$

Menggunakan Kalman Gain, akan didapatkan estimasi *state*:

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k (z_k - \hat{z}_k^-) \quad (4.51)$$

Sedangkan kovarian *error* dari estimasi adalah:

$$P_{x_k} = P_{x_k}^- - K_k P_{z_k z_k} K_k^T \quad (4.52)$$

Setelah didapatkan nilai estimasi dan kovariannya, maka proses ini akan kembali ke tahap prediksi. Proses ini akan berulang terus-menerus selama waktu k yang ditentukan.

4.3 Simulasi dan Analisa Hasil

Pada tahap ini simulasi dilakukan dengan menerapkan algoritma Unscented Kalman Filter pada model gerak proyektil di bawah pengaruh faktor lingkungan tropis. Hasil simulasi dengan software matlab akan dievaluasi dengan cara membandingkan keadaan sebenarnya dengan hasil estimasi UKF. Dimana diberikan nilai awal kecepatan (V) dan momentum sudut (h) terhadap sumbu 1,2,3 sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
V_1 &= 200 \text{ m/s} \\
V_2 &= 100 \text{ m/s} \\
V_3 &= 260 \text{ m/s} \\
h_1 &= 0,52 \text{ rad } (30^0) \\
h_2 &= 0,79 \text{ rad } (45^0) \\
h_3 &= 1,05 \text{ rad } (60^0)
\end{aligned}$$

Sebagai inisialisasi nilai kovarian awal diberikan:

$$P_0^a = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.01 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.01 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{18000}\pi & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{18000}\pi & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{18000}\pi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.01 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.01 \end{bmatrix}$$

Nilai kovarian dipilih sebesar 0,01 untuk $P_{V_1}, P_{V_2}, P_{V_3}$ dan kovarian dari noise (P_w dan P_v). Sementara untuk kovarian dari variabel h_1, h_2 , dan h_3 diberikan sebesar $\frac{1}{18000}\pi$ atau $0,01^0$. Penentuan nilai kovarian antara variabel h dan variabel V berbeda karena variabel h adalah momentum sudut terhadap pusat massa, sementara V adalah kecepatan proyektil terhadap pusat massa.

Pada tahap simulasi dilakukan 3 macam kasus sebagai berikut:

- Pertama, simulasi dilakukan dengan dipilih tiga macam sudut penembakan (ϕ) yaitu dengan sudut penembakan (ϕ): $0^0, 30^0$, dan 45^0 .
- Kedua, simulasi dilakukan dengan menampilkan hasil estimasi dari pengaruh faktor lingkungan yaitu temperatur yang berhubungan dengan besar kecil nilai

kepadatan udara (ρ) pada 1 atm atau 101,325 kPa dan arah kecepatan angin searah (+) dan berlawanan (-) sumbu koordinat bumi-1 (W_1).

- Ketiga, ditampilkan sebuah simulasi mengenai lintasan gerak proyektil menuju target dengan posisi 3 bidang (X, Y, Z), dimana target diasumsikan bergerak linear dengan jarak antara penembak dan target kurang dari 2 km atau 2000 m.

Pembagian ketiga kasus tersebut dijelaskan pada subbab di bawah ini:

4.3.1 Simulasi dengan Sudut Penembakan 0^0 , 30^0 , dan 45^0

Pada simulasi ini, inputan nilai awal variabel yang digunakan adalah:

$$V_1 = 200 \text{ m/s}$$

$$V_2 = 100 \text{ m/s}$$

$$V_3 = 260 \text{ m/s}$$

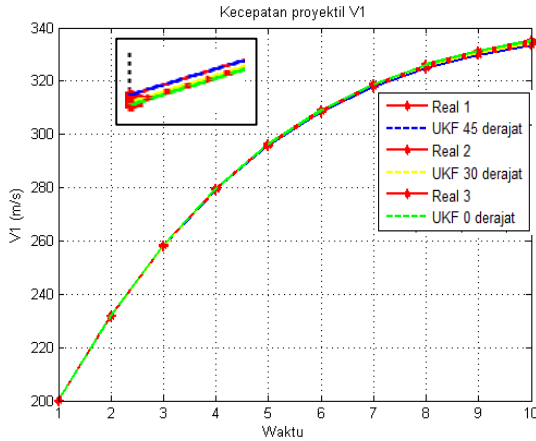
$$h_1 = 0,52 \text{ rad } (30^0)$$

$$h_2 = 0,79 \text{ rad } (45^0)$$

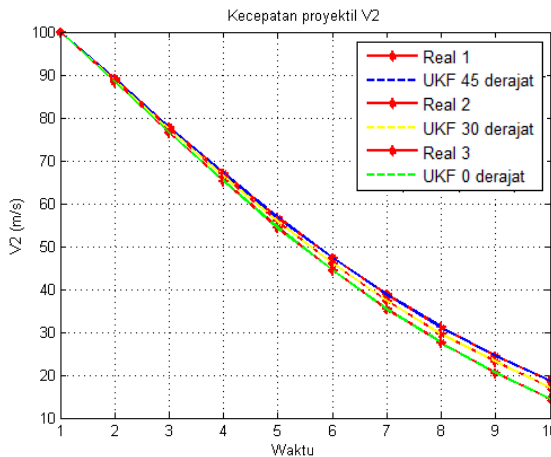
$$h_3 = 1,05 \text{ rad } (60^0)$$

Kecepatan awal pada V_1, V_2, V_3 dipilih sebesar 200 m/s, 100 m/s, dan 260 m/s, karena cukup mewakili kecepatan proyektil kaliber 12,7 x 99 mm jenis MU-3P yang memiliki kecepatan rata-rata 900 m/s dalam waktu kurang dari 3 detik dapat mencapai jarak tembak sebesar 2 km. Dengan sudut penembakan (ϕ): 0^0 , 30^0 dan 45^0 , akan diberikan dalam 3 interval waktu. Pertama dilakukan simulasi estimasi UKF untuk interval waktu $k_1 = 10$, Kedua dilakukan simulasi estimasi UKF untuk interval waktu $k_2 = 30$ dan ketiga, dilakukan simulasi estimasi UKF untuk interval waktu $k_3 = 50$. Hal ini

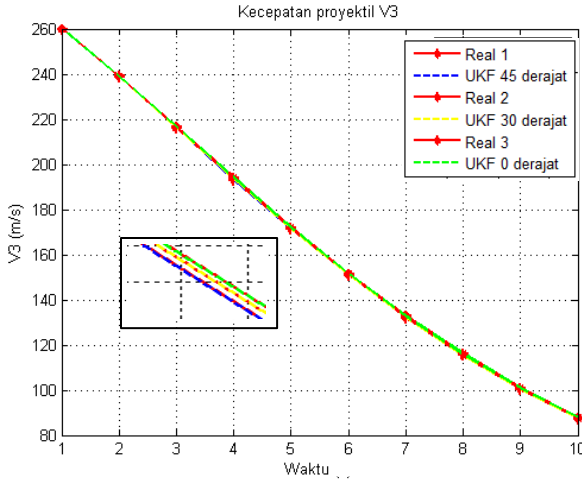
ditunjukkan untuk mengetahui perbedaan estimasi dari pembagian tiga interval waktu tersebut. Simulasi kecepatan gerak proyektil pada interval waktu $k = 10$ tampak pada gambar di bawah ini:



Gambar 4.1 Estimasi V_1 terhadap sudut penembakan pada $k = 10$



Gambar 4.2 Estimasi V_2 terhadap sudut penembakan pada $k = 10$



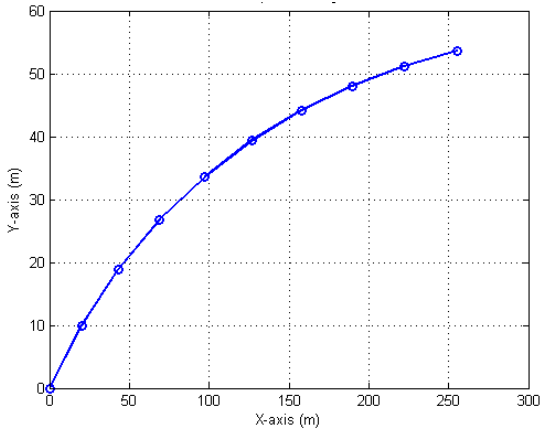
Gambar 4.3 Estimasi V_3 terhadap sudut penembakan pada $k = 10$

Pada Gambar 4.1 sampai Gambar 4.3 menampilkan hasil estimasi UKF untuk setiap variabel yang diukur yaitu V_1 , V_2 , dan V_3 untuk interval waktu $k = 10$. Terlihat bahwa UKF dapat mengestimasi dengan baik mulai dari waktu ke 1 sampai waktu ke 10 pada ketiga sudut penembakan. Grafik V_1 terlihat terus bertambah dari waktu ke 1 sampai ke 10 menuju pada kecepatan sebesar 340 m/s. Sedangkan grafik V_2 terlihat terus menurun hingga kecepatan 10 m/s, begitu juga grafik V_3 yang kecepatannya menurun hingga kecepatan 80 m/s. Hal ini disebabkan karena pengaruh kecepatan angin pada sumbu koordinat bumi 2 dan 3 (W_2 dan W_3) diabaikan, sehingga mempengaruhi kecepatan proyektil pada V_2 dan V_3 terus berkurang seperti gambar di atas. Sedangkan untuk hasil Nilai *Root Mean Square Error* (RMSE) dari setiap variabel pada masing-masing sudut penembakan ditampilkan pada Tabel 4.1 sebagai berikut:

Tabel 4.1 Nilai *Root Mean Square Error* (RMSE) pada setiap variabel di tiga sudut penembakan pada $k = 10$

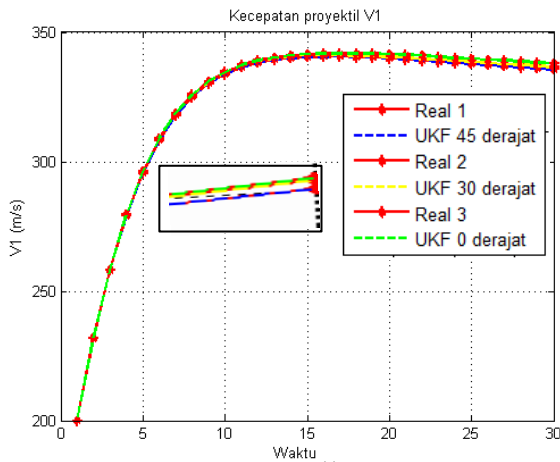
\emptyset	V_1	V_2	V_3	h_1	h_2	h_3
0°	0,0107	0,0094	0,0079	0,0493	0,0307	0,0142
30°	0,0118	0,0084	0,0086	0,0401	0,0217	0,0220
45°	0,0082	0,0088	0,0074	0,0085	0,0660	0,0300

Pada Tabel 4.1 terlihat bahwa nilai *Root Mean Square Error* (RMSE) dari variabel yang diukur (V_1, V_2, V_3) relatif lebih kecil dari pada variabel yang tidak diukur (h_1, h_2, h_3). Akurasi UKF menunjukkan 98,93 % pada variabel V_1 , 99,06 % pada variabel V_2 , 99,21 % pada variabel V_3 , 95,07 % pada variabel h_1 , 96,93 % pada variabel h_2 , dan 98,58 % pada variabel h_3 di sudut penembakan 0° . Pada sudut penembakan 30° , akurasi UKF menunjukkan 98,82 % pada variabel V_1 , 99,16 % pada variabel V_2 , 99,14 % pada variabel V_3 , 95,99 % pada variabel h_1 , 97,83 % pada variabel h_2 , dan 97,80 % pada variabel h_3 . Sedangkan untuk sudut penembakan 45° , Akurasi UKF menunjukkan 99,18 % pada variabel V_1 , 99,12 % pada variabel V_2 , 99,26 % pada variabel V_3 , 99,15 % pada variabel h_1 , 93,40 % pada variabel h_2 , dan 97,00 % pada variabel h_3 . Performa UKF cukup baik dalam mengestimasi sistem tersebut dan untuk mendapatkan hasil nilai *Root Mean Square Error* (RMSE) pada Tabel 4.1, Waktu kerja UKF pada sudut penembakan 0° memerlukan waktu sebesar 3,175 s, Waktu kerja UKF pada sudut penembakan 30° memerlukan waktu sebesar 4,502 s, Waktu kerja UKF pada sudut penembakan 45° memerlukan waktu sebesar 2,510 s. Sedangkan untuk mengetahui lintasan proyektil pada saat $k = 10$, ditampilkan terhadap bidang XY pada Gambar 4.4 sebagai berikut:

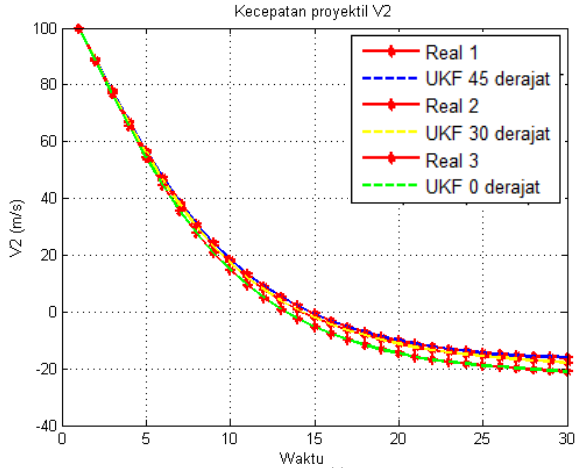


Gambar 4.4 Lintasan proyektil bidang XY pada $k = 10$

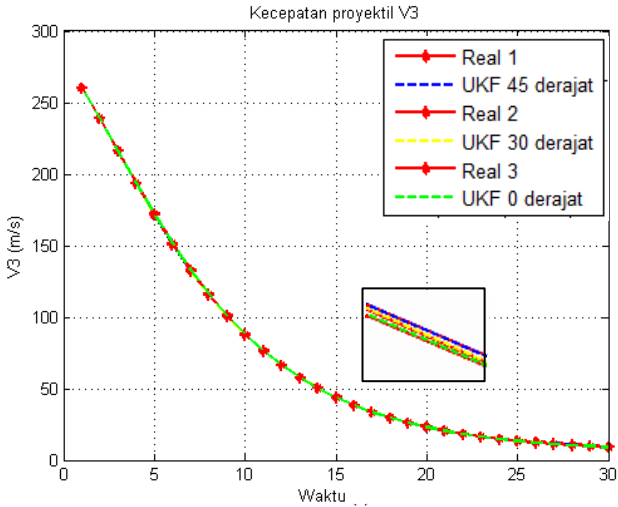
Simulasi kecepatan gerak proyektil pada interval waktu $k = 30$ tampak pada gambar di bawah ini:



Gambar 4.5 Estimasi $V1$ terhadap sudut penembakan pada $k = 30$



Gambar 4.6 Estimasi V_2 terhadap sudut penembakan pada $k = 30$



Gambar 4.7 Estimasi V_3 terhadap sudut penembakan pada $k = 30$

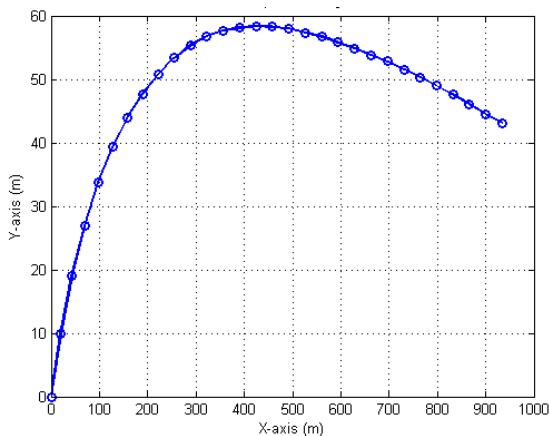
Pada Gambar 4.5 sampai Gambar 4.7 menampilkan hasil estimasi UKF untuk setiap variabel yang diukur yaitu V_1 , V_2 , dan V_3 pada interval waktu $k = 30$. Terlihat bahwa UKF dapat mengestimasi dengan baik mulai dari waktu ke 1 sampai waktu ke 30 pada ketiga sudut penembakan. Grafik V_1 terlihat terus bertambah dari waktu ke 1 sampai ke 30 menuju pada kecepatan sebesar 350 m/s. Sedangkan grafik V_2 terlihat terus menurun hingga kecepatan -40 m/s, begitu juga grafik V_3 yang kecepatannya menurun hingga kecepatan 0 m/s. Hal ini disebabkan karena pengaruh kecepatan angin pada sumbu koordinat bumi 2 dan 3 (W_2 dan W_3) diabaikan, sehingga mempengaruhi kecepatan proyektil pada V_2 dan V_3 terus berkurang seperti Gambar 4.6 dan 4.7. Sedangkan untuk hasil Nilai *Root Mean Square Error* (RMSE) dari setiap variabel pada masing-masing sudut penembakan ditampilkan pada Tabel 4.2 sebagai berikut:

Tabel 4.2 Nilai *Root Mean Square Error* (RMSE) pada setiap variabel di tiga sudut penembakan pada $k = 30$

\emptyset	V_1	V_2	V_3	h_1	h_2	h_3
0^0	0,0124	0,0104	0,0099	0,0260	0,0340	0,0594
30^0	0,0078	0,0091	0,0098	0,0154	0,0479	0,0418
45^0	0,0091	0,0096	0,0089	0,0739	0,0171	0,0392

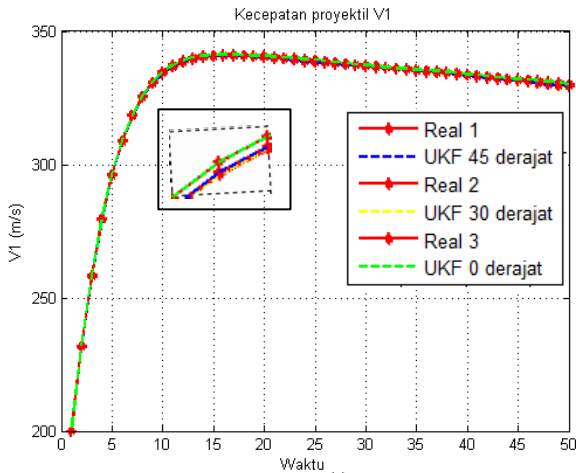
Pada Tabel 4.2 terlihat bahwa nilai *Root Mean Square Error* (RMSE) dari variabel yang diukur (V_1, V_2, V_3) relatif lebih kecil dari pada variabel yang tidak diukur (h_1, h_2, h_3). Akurasi UKF menunjukkan 98,76 % pada variabel V_1 , 98,96 % pada variabel V_2 , 99,01 % pada variabel V_3 , 97,40 % pada variabel h_1 , 96,60 % pada variabel h_2 , dan 94,06 % pada variabel h_3 di sudut penembakan 0^0 . Pada sudut penembakan 30^0 , akurasi UKF menunjukkan 99,22 % pada variabel V_1 , 99,09 % pada

variabel V_2 , 99,02 % pada variabel V_3 , 98,46 % pada variabel h_1 , 95,21 % pada variabel h_2 , dan 95,82 % pada variabel h_3 . Sedangkan untuk sudut penembakan 45° , Akurasi UKF menunjukkan 99,09 % pada variabel V_1 , 99,04 % pada variabel V_2 , 99,11 % pada variabel V_3 , 92,61 % pada variabel h_1 , 98,29 % pada variabel h_2 , dan 96,08 % pada variabel h_3 . Performa UKF cukup baik dalam mengestimasi sistem tersebut dan untuk mendapatkan hasil nilai *Root Mean Square Error* (RMSE) pada Tabel 4.2, Waktu kerja UKF pada sudut penembakan 0° memerlukan waktu sebesar 3,184 s, Waktu kerja UKF pada sudut penembakan 30° memerlukan waktu sebesar 4,252 s, Waktu kerja UKF pada sudut penembakan 45° memerlukan waktu sebesar 2,411 s. Sedangkan untuk mengetahui lintasan proyektil pada saat $k = 30$, ditampilkan terhadap bidang XY pada Gambar 4.8 sebagai berikut:

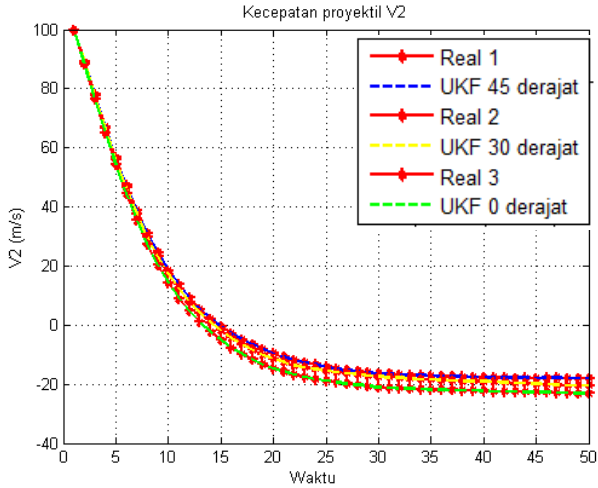


Gambar 4.8 Lintasan proyektil bidang XY pada $k = 30$

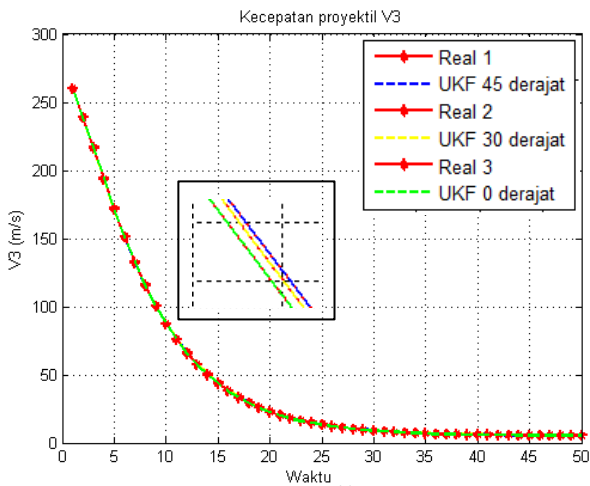
Pada Gambar 4.8 posisi proyektil masih berada pada ketinggian 43 m dengan jarak sepanjang 940 m. Proyektil tersebut masih akan bergerak sampai menyentuh tanah atau $Y=0$, Sehingga gerak proyektil terhenti. Untuk mengetahui lintasan proyektil lebih lanjut, ditampilkan sebuah hasil simulasi kecepatan gerak proyektil pada interval waktu $k = 50$ dan juga untuk mengetahui lintasan proyektil, ditampilkan gambar lintasan proyektil bidang XY . Simulasi kecepatan gerak proyektil pada interval waktu $k = 50$ tampak pada gambar di bawah ini:



Gambar 4.9 Estimasi $V1$ terhadap sudut penembakan pada $k = 50$



Gambar 4.10 Estimasi V_2 terhadap sudut penembakan pada $k = 50$



Gambar 4.11 Estimasi V_3 terhadap sudut penembakan pada $k = 50$

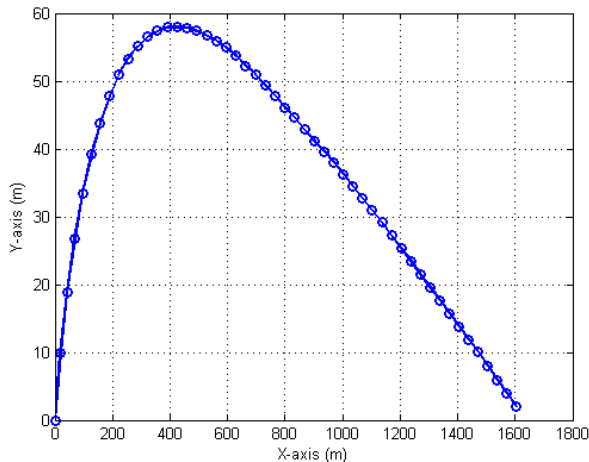
Pada Gambar 4.9 sampai Gambar 4.11 menampilkan hasil estimasi UKF untuk setiap variabel yang diukur yaitu $V_1, V_2,$ dan V_3 untuk interval waktu $k = 50$. Terlihat bahwa UKF dapat mengestimasi dengan baik mulai dari waktu ke 1 sampai waktu ke 10 pada ketiga sudut penembakan. Grafik V_1 terlihat terus bertambah dari waktu ke 1 sampai ke 50 menuju pada kecepatan sebesar 350 m/s. Sedangkan grafik V_2 terlihat terus menurun hingga kecepatan -40 m/s, begitu juga grafik V_3 yang kekecepatannya menurun hingga kecepatan 0 m/s. Hal ini disebabkan karena pengaruh kecepatan angin pada sumbu koordinat bumi 2 dan 3 (W_2 dan W_3) diabaikan, sehingga mempengaruhi kecepatan proyektil pada V_2 dan V_3 terus berkurang seperti Gambar 4.10 dan 4.11. Sedangkan untuk hasil nilai *Root Mean Square Error* (RMSE) dari setiap variabel pada masing-masing sudut penembakan ditampilkan pada Tabel 4.3 sebagai berikut:

Tabel 4.3 Nilai *Root Mean Square Error* (RMSE) pada setiap variabel di tiga sudut penembakan pada $k = 50$

\emptyset	V_1	V_2	V_3	h_1	h_2	h_3
0^0	0,0100	0,0091	0,0094	0,0381	0,0186	0,0771
30^0	0,0113	0,0095	0,0103	0,0367	0,0858	0,0362
45^0	0,0084	0,0078	0,0105	0,1038	0,0677	0,3511

Pada Tabel 4.3 terlihat bahwa nilai *Root Mean Square Error* (RMSE) dari variabel yang diukur (V_1, V_2, V_3) relatif lebih kecil dari pada variabel yang tidak diukur (h_1, h_2, h_3). Akurasi UKF menunjukkan 99,01 % pada variabel V_1, V_2, V_3 , 96,02 % pada variabel h_1 , 98,14 % pada variabel h_2 , dan 92,29 % pada variabel h_3 di sudut penembakan 0^0 . Pada sudut penembakan 30^0 , akurasi UKF menunjukkan 98,87 % pada variabel V_1 , 99,05 % pada variabel V_2 , 98,97 % pada variabel V_3 ,

96,33 % pada variabel h_1 , 91,42 % pada variabel h_2 , dan 96,38 % pada variabel h_3 . Sedangkan untuk sudut penembakan 45° , Akurasi UKF menunjukkan 99,16 % pada variabel V_1 , 99,22 % pada variabel V_2 , 98,95 % pada variabel V_3 , 89,62 % pada variabel h_1 , 93,23 % pada variabel h_2 , 64,89 % pada variabel h_3 . Performa UKF cukup baik dalam mengestimasi sistem tersebut dan untuk mendapatkan hasil nilai *Root Mean Square Error* (RMSE) tersebut, Waktu kerja UKF pada sudut penembakan 0° memerlukan waktu sebesar 3,614 s, Waktu kerja UKF pada sudut penembakan 30° memerlukan waktu sebesar 3,634 s, Waktu kerja UKF pada sudut penembakan 45° memerlukan waktu sebesar 2,749 s. Sedangkan untuk mengetahui lintasan proyektil pada saat $k = 50$, ditampilkan terhadap bidang XY pada Gambar 4.12 sebagai berikut:



Gambar 4.12 Lintasan proyektil bidang XY pada $k = 50$

Perpindahan posisi lintasan yang ditempuh proyektil pada interval waktu $k = 10, 30, \text{ dan } 50$ disajikan pada Tabel 4.4 di bawah ini:

Tabel 4.4 Perpindahan posisi lintasan proyektil

Waktu (k)	Posisi X	Posisi Y
10	260 m	54 m
30	940 m	43 m
50	1600 m	0 m

Langkah waktu yang paling optimal ialah saat $k = 50$, karena pada waktu tersebut posisi proyektil tepat berada pada jarak 1600 m atau kurang dari jarak tempuh maksimal proyektil kaliber 12,7 x 99 mm tipe MU 3P sebesar 2000 m, dan posisi proyektil tepat menyentuh tanah atau ($Y=0$). Jika langkah waktu diteruskan atau $N > 50$ maka jarak proyektil akan lebih dari 2000 m (2 km), Hal ini jelas melebihi jarak maksimum dari proyektil kaliber 12,7 x 99 mm tipe MU 3P. Selanjutnya untuk mengetahui pengaruh teperatur dan arah angin pada gerak proyektil dijelaskan pada subbab selanjutnya.

4.3.2 Simulasi dengan Pengaruh Temperatur dan Arah Angin

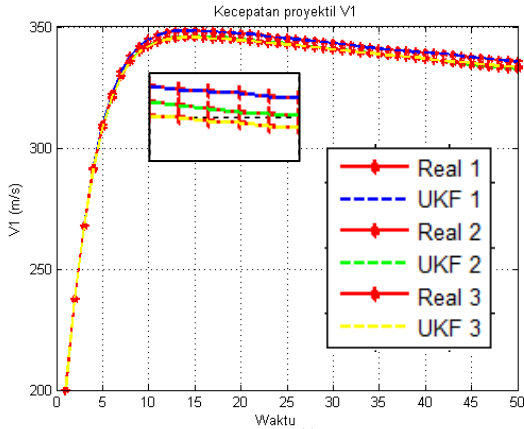
Pada subbab ini akan dijelaskan perbandingan antara pengaruh faktor lingkungan tropis di indonesia dan di luar negeri yang memiliki cuaca ekstrim. Faktor yang dibuat perbandingan ialah faktor temperatur serta arah kecepatan angin yang berlawanan ($-$) dan searah ($+$) sumbu koordinat bumi-1 (W_1). Dimana angin terjadi karena perbedaan tekanan udara, Hal itu karena udara mempunyai massa. Angin akan bergerak dari daerah yang bertekanan maksimum (temperatur rendah) ke

daerah bertekanan minimum (temperatur tinggi). Berikut ilustrasi hubungan antara kepadatan udara dengan temperatur pada 1 atm atau 101,325 kPa ditunjukkan pada Tabel 4.4 dibawah ini[19]:

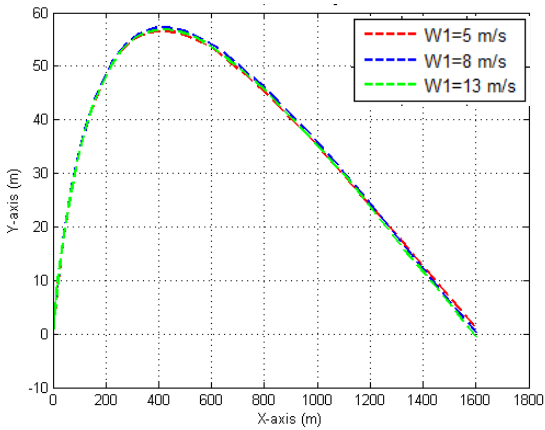
Tabel 4.5 Ilustrasi hubungan antara kepadatan udara dengan temperatur pada 1 atm.

Temperatur $T(^{\circ}\text{C})$	Kecepatan suara $c(\text{m/s})$	Kepadatan udara $\rho(\text{kg/m}^3)$
35	351,88	1,1455
30	349,02	1,1644
25	346,13	1,1839
20	343,21	1,2041
15	340,27	1,2250
10	337,31	1,2466
5	334,32	1,2690
0	331,30	1,2922
-5	328,25	1,3163
-10	325,18	1,3413
-15	322,07	1,3673
-20	318,94	1,3943
-25	315,77	1,4224

Dari Tabel 4.5 dapat dilihat bahwa semakin kecil temperatur (T) maka semakin besar kepadatan udaranya (ρ), dan sebaliknya semakin besar temperatur (T) semakin kecil kepadatan udaranya (ρ). Diberikan nilai kecepatan angin dari data yang diambil dari data BMKG Perak pada tahun 2015-2017, diambil kecepatan angin terhadap sumbu koordinat bumi-1 (W_1) sebesar 5 m/s, 8m/s, dan 13 m/s dengan temperatur bervariasi antara 20°C-35°C. Hasil simulasi pada variabel V_1, V_2 , dan V_3 ditampilkan pada Gambar 4.13 berikut ini:



Gambar 4.13 Estimasi nilai Real dan UKF pada variabel V_1



Gambar 4.14 Lintasan proyektil yang dipengaruhi kecepatan angin di kota Surabaya

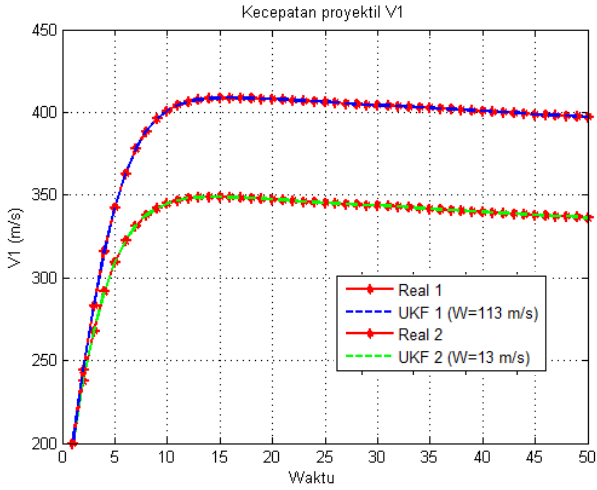
Berdasarkan pada Gambar 4.13, UKF 1 merupakan estimasi dengan kecepatan angin terhadap sumbu koordinat bumi-1 (W_1) sebesar 13 m/s, UKF 2 merupakan estimasi dengan

kecepatan angin terhadap sumbu koordinat bumi-1 (W_1) sebesar 8 m/s, UKF 3 merupakan estimasi dengan kecepatan angin terhadap sumbu koordinat bumi-1 (W_1) sebesar 5 m/s. Berdasarkan pada Gambar 4.14, Lintasan proyektil yang dipengaruhi kecepatan angin di kota surabaya yang keadaan iklimnya mewakili iklim tropis di indonesia menunjukkan perbedaan yang sedikit pengaruhnya. Hal ini dikarenakan iklim di indonesia masih tergolong negara dengan iklim yang normal dan tidak terlalu ekstim seperti negara-negara lain yang memiliki lebih dari 2 musim. Pada kasus selanjutnya dilakukan suatu perbandingan antara pengaruh iklim tropis di indonesia dengan cuaca ekstrim di luar negeri untuk dapat mengetahui perbedaan pengaruhnya terhadap kecepatan gerak proyektil.

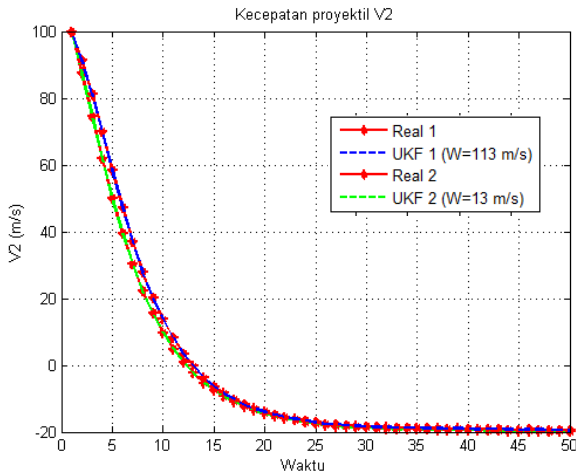
Pada tanggal 10 april 1996, Stasiun cuaca di Barrier Island mencatat kecepatan angin tertinggi di pulau barrow, Australia sebesar 113 m/s. Angin tersebut berasal dari topan olivia pada saat itu dan merupakan cuaca yang paling ekstrim pada masanya. Pulau barrow (*Queensland*) terletak pada koordinat $14^{\circ}20' 46''$ LS $144^{\circ}39' 11''$ BT / 14.346° LS 144.653° BT. Pulau ini merupakan pulau di Australia yang terdiri dari empat musim sebagai berikut:

- Musim panas terjadi di antara bulan Desember-Februari dengan suhu udara rata-rata di pulau ini berkisar dari $23,6 - 31,4^{\circ}\text{C}$.
- Musim gugur terjadi di antara bulan Maret-Mei dengan suhu udara rata-rata di pulau ini di antara $21,5 - 29^{\circ}\text{C}$.
- Musim dingin terjadi di antara bulan Juni-Agustus dengan suhu udara rata-rata beragam dari $17,5 - 26^{\circ}\text{C}$.
- Musim semi terjadi di antara bulan September-November dengan suhu udara rata-rata bervariasi dari $20,5 - 29^{\circ}\text{C}$.

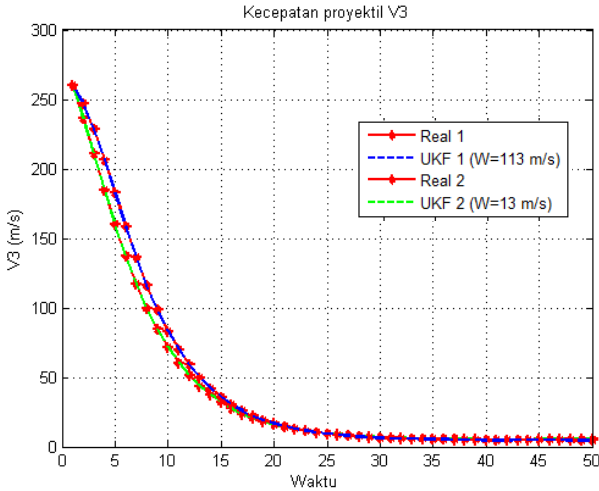
Hasil simulasi kecepatan gerak proyektil ditampilkan pada Gambar 4.15 sampai 4.17 berikut ini:



Gambar 4.15 Kecepatan proyektil V_1 dengan arah angin searah sumbu koordinat bumi-1 (W_1)



Gambar 4.16 Kecepatan proyektil V_2 dengan arah angin searah sumbu koordinat bumi-2 (W_2)



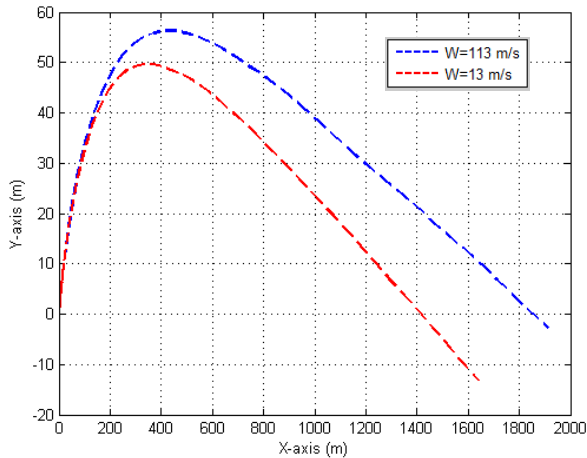
Gambar 4.17 Kecepatan proyektil V_3 dengan arah angin searah sumbu koordinat bumi-3 (W_3)

Pada Gambar 4.15 sampai 4.17 garis biru menunjukkan garis estimasi antara nilai real dan UKF dengan arah angin searah gerak proyektil sebesar 113 m/s di pulau barrow, Sedangkan garis hijau menunjukkan garis estimasi antara nilai real dan UKF dengan arah angin searah gerak proyektil sebesar 13 m/s lingkungan tropis. Dari Gambar 4.15 kecepatan proyektil pada V_1 menunjukkan bahwa kecepatan angin yang tinggi menambah kecepatan proyektil yang semula 350 m/s menuju 450 m/s, sedangkan kecepatan proyektil pada V_2 dan V_3 hampir sejajar antara keduanya dan mengalami penurunan kecepatan, Hal ini disebabkan karena pengaruh kecepatan angin terhadap sumbu koordinat bumi-2,3 (W_2 dan W_3) yang berotasi dengan kecepatan proyektil terhadap sumbu koordinat bumi-2,3 (V_2 dan V_3) diabaikan. Hasil nilai *Root Mean Square Error* (RMSE) dari setiap variabel ditampilkan pada Tabel 4.6 berikut ini:

Tabel 4.6 Nilai *Root Mean Square Error* (RMSE) angin searah pada setiap variabel

W_1	V_1	V_2	V_3	h_1	h_2	h_3
113m/s	0,0089	0,0099	0,0092	0,1091	0,0428	0,0792
13m/s	0,0105	0,0097	0,0101	0,0244	0,0377	0,0518

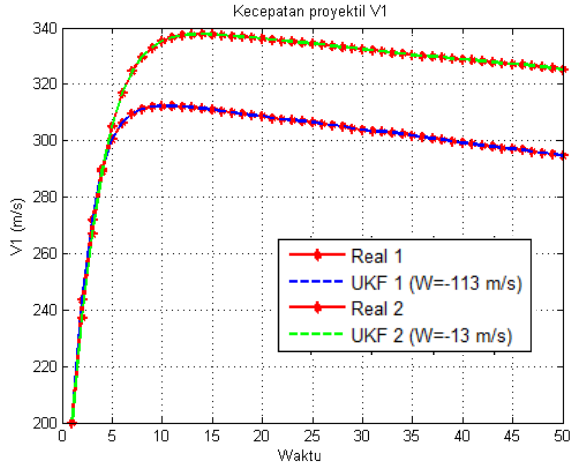
Pada Tabel 4.6 terlihat bahwa nilai *Root Mean Square Error* (RMSE) dari variabel yang diukur (V_1, V_2, V_3) relatif lebih kecil dari pada variabel yang tidak diukur (h_1, h_2, h_3). Akurasi UKF menunjukkan 99,11 % pada variabel V_1 , 99,01 % pada variabel V_2 , 99,08 % pada variabel V_3 , 89,09 % pada variabel h_1 , 95,72 % pada variabel h_2 , dan 92,08 % pada variabel h_3 di kecepatan angin searah sumbu koordinat bumi-1 (W_1) sebesar 113 m/s. Sedangkan pada kecepatan angin searah sumbu koordinat bumi-1 (W_1) sebesar 13 m/s, akurasi UKF menunjukkan 98,95 % pada variabel V_1 , 99,03 % pada variabel V_2 , 98,99 % pada variabel V_3 , 97,56 % pada variabel h_1 , 96,23 % pada variabel h_2 , dan 94,82 % pada variabel h_3 . Untuk mendapatkan hasil nilai *Root Mean Square Error* (RMSE) tersebut, Waktu kerja UKF pada kecepatan angin sebesar 113 m/s searah sumbu koordinat bumi-1 sebesar 2,676 s. Sedangkan, Waktu kerja UKF pada kecepatan angin sebesar 13 m/s searah sumbu koordinat bumi-1 sebesar 2,661 s. Selanjutnya untuk mengetahui perbedaan lintasan proyektil dari pengaruh kecepatan angin searah sumbu koordinat bumi-1 (W_1) ditampilkan pada Gambar 4.18 sebagai berikut:



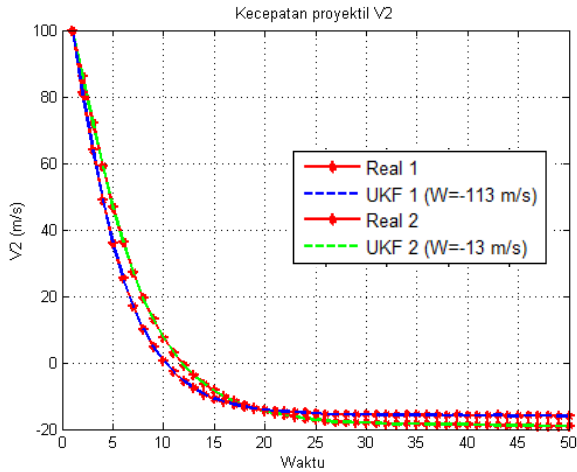
Gambar 4.18 Lintasan proyektil dengan arah angin searah sumbu koordinat bumi-1 (W_1)

Berdasarkan Gambar 4.18 garis putus-putus berwarna biru merupakan garis dari kecepatan angin sebesar 113 m/s, sedangkan garis putus-putus berwarna merah merupakan garis dari kecepatan angin sebesar 13 m/s. Angin yang sangat tinggi menyebabkan jarak tempuh proyektil semakin jauh sebesar 1900 m (1,9 km) dari jarak awal sebesar 1700 m (1,7 km).

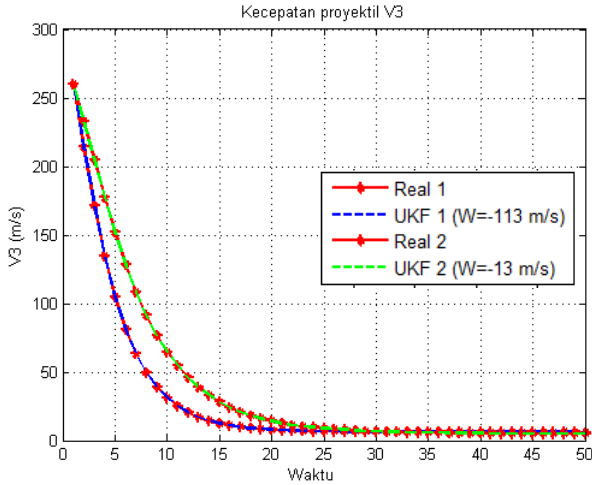
Selanjutnya hasil simulasi kecepatan proyektil dengan arah angin berlawanan sumbu koordinat bumi-1 (W_1) ditampilkan pada Gambar 4.19 sampai 4.21 berikut ini:



Gambar 4.19 Kecepatan proyektil V_1 dengan arah angin berlawanan sumbu koordinat bumi-1 (W_1)



Gambar 4.20 Kecepatan proyektil V_2 dengan arah angin berlawanan sumbu koordinat bumi-2 (W_2)



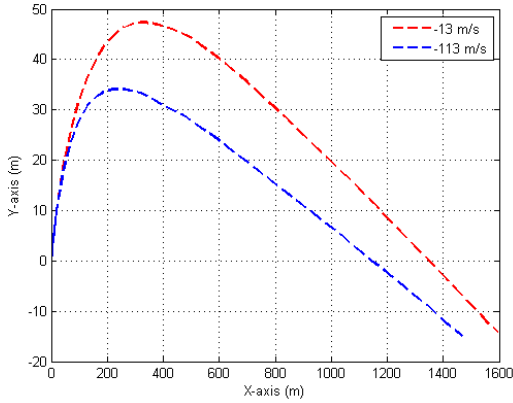
Gambar 4.21 Kecepatan proyektil V_3 dengan arah angin berlawanan sumbu koordinat bumi-3 (W_3)

Pada Gambar 4.19 sampai 4.21 garis biru menunjukkan garis estimasi antara real dan UKF dengan arah angin berlawanan sumbu koordinat bumi-1 (W_1) sebesar 113 m/s, Sedangkan garis hijau menunjukkan garis estimasi antara real dan UKF dengan arah angin berlawanan gerak proyektil sebesar 13 m/s. Dari Gambar 4.19 kecepatan proyektil pada V_1 menunjukkan bahwa kecepatan angin yang tinggi dengan arah berlawanan sumbu koordinat bumi-1 (W_1) membuat kecepatan proyektil yang semula 340 m/s menjadi 320 m/s, Sedangkan kecepatan proyektil pada V_2 dan V_3 hampir berhimpit antara keduanya dan mengalami penurunan kecepatan, Hal ini disebabkan karena pengaruh kecepatan angin terhadap sumbu koordinat bumi-2,3 (W_2 dan W_3) yang berotasi dengan kecepatan proyektil terhadap sumbu koordinat bumi-2,3 (V_2 dan V_3) diabaikan. Hasil nilai *Root Mean Square Error* (RMSE) dari setiap variabel ditampilkan pada Tabel 4.7 berikut ini:

Tabel 4.7 Nilai *Root Mean Square Error* (RMSE) angin berlawanan pada setiap variabel

W_1	V_1	V_2	V_3	h_1	h_2	h_3
-113 m /s	0,0098	0,0076	0,0114	0,0375	0,0637	0,0427
-13 m /s	0,0090	0,0092	0,0091	0,0794	0,0912	0,1037

Pada Tabel 4.7 terlihat bahwa nilai *Root Mean Square Error* (RMSE) dari variabel yang diukur (V_1, V_2, V_3) relatif lebih kecil dari pada variabel yang tidak diukur (h_1, h_2, h_3). Akurasi UKF menunjukkan 99,02 % pada variabel V_1 , 99,24 % pada variabel V_2 , 98,86 % pada variabel V_3 , 96,25 % pada variabel h_1 , 93,63 % pada variabel h_2 , dan 95,73 % pada variabel h_3 di kecepatan angin berlawanan sumbu koordinat bumi-1 (W_1) sebesar 113 m/s. Sedangkan pada kecepatan angin berlawanan sumbu koordinat bumi-1 (W_1) sebesar 13 m/s, Akurasi UKF menunjukkan 99,10 % pada variabel V_1 , 99,08 % pada variabel V_2 , 99,09 % pada variabel V_3 , 92,06 % pada variabel h_1 , 90,88 % pada variabel h_2 , dan 89,63 % pada variabel h_3 . Untuk mendapatkan hasil nilai *Root Mean Square Error* (RMSE) tersebut, Waktu kerja UKF pada kecepatan angin sebesar 113 m/s berlawanan sumbu koordinat bumi-1 sebesar 2,666 s. Sedangkan, Waktu kerja UKF pada kecepatan angin sebesar 13 m/s berlawanan sumbu koordinat bumi-1 sebesar 2,961 s. Selanjutnya untuk mengetahui perbedaan lintasan proyektil dari pengaruh kecepatan angin dengan arah berlawanan sumbu koordinat bumi-1 (W_1) ditampilkan pada Gambar 4.22 berikut ini:



Gambar 4.22 Lintasan proyektil dengan arah angin berlawanan sumbu koordinat bumi-1 (W_1)

Berdasarkan Gambar 4.22 garis putus-putus berwarna biru merupakan garis dari kecepatan angin berlawanan sumbu koordinat bumi-1 (W_1) sebesar 113 m/s, sedangkan garis putus-putus berwarna merah merupakan garis dari kecepatan angin berlawanan sumbu koordinat bumi-1 (W_1) sebesar 13 m/s. Angin yang sangat tinggi dengan arah berlawanan sumbu koordinat bumi-1 menyebabkan jarak tempuh proyektil semakin pendek sebesar 1500 m (1,5 km) dari jarak awal sebesar 1600 m (1,6 km).

Perbedaan besar jarak tempuh proyektil dengan arah kecepatan angin berlawanan (-) dan searah (+) sumbu koordinat bumi-1 (W_1) disajikan pada Tabel 4.8 berikut ini:

Tabel 4.8 Perbedaan jarak tempuh proyektil dengan arah kecepatan angin searah (+) dan berlawanan (-) sumbu koordinat bumi-1(W_1)

Arah kecepatan angin searah (+) sumbu koordinat bumi-1(W_1)		
Kecepatan Angin	Posisi X	Posisi Y
113 m/s	1900 m	-2 m
13 m/s	1700 m	-11 m

Arah kecepatan angin berlawanan (-) sumbu koordinat bumi- 1(W_1)		
Kecepatan Angin	Posisi X	Posisi Y
113 m/s	1500 m	-12 m
13 m/s	1600 m	-13 m

4.3.3 Simulasi Lintasan Proyektil terhadap Posisi Target

Pada sub bab ini dijelaskan mengenai lintasan proyektil terhadap posisi target. Target merupakan titik dimana proyektil telah mencapai tanah. Sesuai percobaan simulasi pada subbab 4.3.1, Proyektil tepat mencapai tanah pada saat $t=5$ s. Pada subbab ini, dilakukan 5 percobaan sudut tembak *yaw* diantaranya: $-10^0, 0^0, 30^0, 45^0$ dan 60^0 untuk mengetahui posisi titik target dari sudut tembak tersebut. Diberikan kecepatan awal tetap:

$$V_1 = 200 \text{ m/s}$$

$$V_2 = 100 \text{ m/s}$$

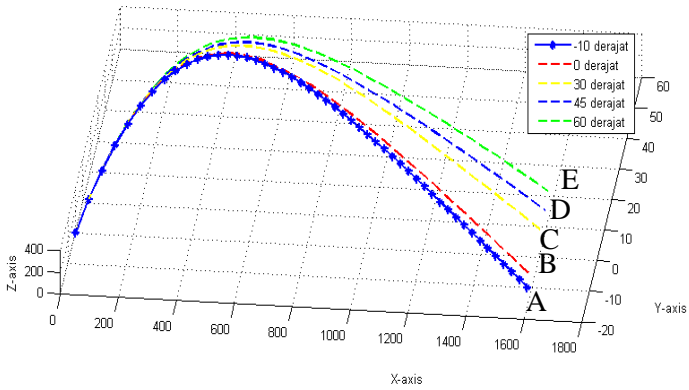
$$V_3 = 260 \text{ m/s}$$

$$h_1 = 0,52 \text{ rad } (30^0)$$

$$h_2 = 0,79 \text{ rad } (45^0)$$

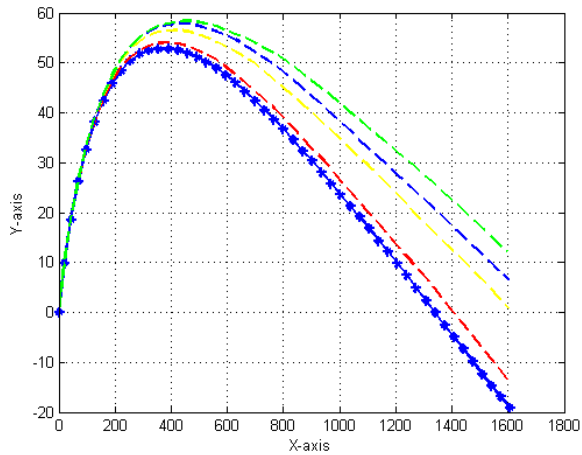
$$h_3 = 1,05 \text{ rad } (60^0)$$

Simulasi lintasan proyektil ditampilkan pada 3 bidang (X, Y, Z) seperti pada Gambar 4.23 sebagai berikut:



Gambar 4.23 Lintasan proyektil bidang XYZ

Untuk mempermudah mengetahui titik target yang berpindah posisi, Berikut ini ditampilkan gambar simulasi lintasan proyektil pada bidang XY:



Gambar 4.24 Lintasan proyektil bidang XY

Pada Gambar 4.23 dan 4.24 dapat diketahui bahwa posisi target berada pada jarak 1600 m (1,6 km) dengan target berpindah posisi secara linear pada sumbu Y. Terlihat pula perbedaan kelengkungan lintasan proyektil beragam, semakin besar sudut penembakan (\emptyset) semakin tinggi kelengkungan lintasan proyektil untuk menuju ke target. Posisi target berpindah dengan kecepatan proyektil pada sumbu koordinat bumi-1,2,3 (V_1, V_2, V_3) tetap terhadap sudut tembak disajikan pada Tabel 4.9 sebagai berikut:

Tabel 4.9 Posisi Target terhadap nilai kecepatan proyektil V_1, V_2, V_3 tetap terhadap sudut tembak

Sudut Penembakan	Sumbu X	Sumbu Y	Titik Target
-10^0	1600 m	-20 m	A
0^0	1600 m	-8 m	B
30^0	1600 m	0 m	C
45^0	1600 m	8 m	D
60^0	1600 m	10 m	E

Untuk mengetahui kecepatan target yang berpindah posisi terhadap sumbu Y, Berdasarkan perhitungan kecepatan, jarak, dan waktu:

$$\Delta V_t = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

dimana ΔV_t merupakan kecepatan perpindahan target, ΔS merupakan jarak posisi perpindahan target terhadap sumbu Y, dan Δt merupakan waktu tempuh proyektil menuju target. Diasumsikan Δt yang digunakan konstan sebesar 5 s, didapatkan:

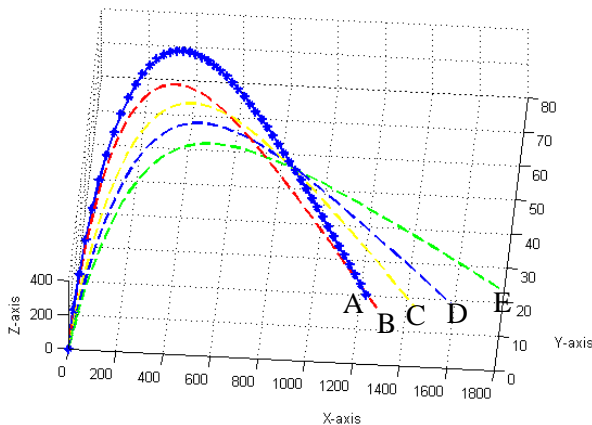
$$S_t = 30 \text{ m}$$

$t=5$ s

$$V_t = \frac{S}{t} = \frac{30}{5} = 6 \text{ m/s}$$

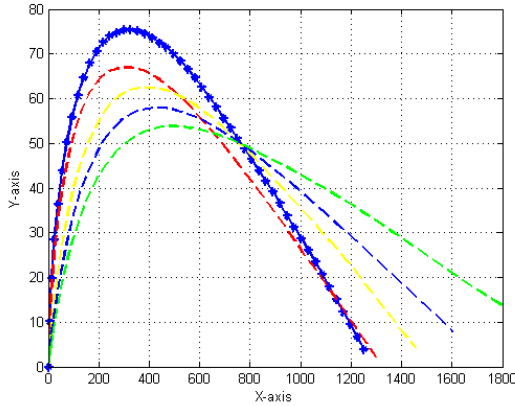
Maka diperoleh kecepatan target yang berpindah posisi dari titik A ke titik E terhadap sumbu Y sebesar 6 m/s. Dapat diketahui pula kecepatan target pada setiap perpindahannya dari titik A ke titik B sebesar 1 m/s, Kecepatan target dari titik B ke titik C sebesar 3 m/s, Kecepatan target dari titik C ke titik D sebesar 1 m/s, Sedangkan kecepatan target dari titik D ke titik E sebesar 1 m/s.

Selanjutnya diberikan nilai kecepatan yang berubah-ubah terhadap sumbu koordinat bumi-1 (V_1), Diperoleh simulasi lintasan proyektil sebagai berikut:



Gambar 4.25 Lintasan proyektil dengan kecepatan berubah pada bidang XYZ

Untuk mempermudah mengetahui titik target yang berpindah posisi, Berikut ini ditampilkan gambar simulasi lintasan proyektil pada bidang XY :



Gambar 4.26 Lintasan proyektil dengan kecepatan berubah pada bidang XY

Pada Gambar 4.25 dan 4.26 terlihat perbedaan titik posisi target, Hal ini dipengaruhi oleh sudut tembak dan kecepatan V_1 yang berbeda-beda dan nilai kecepatan proyektil tersebut masih memenuhi kecepatan proyektil kaliber 12,7 x 99 mm Tipe MU-3P yang memiliki kecepatan proyektil rata-rata 900 m/s. Titik perpindahan posisi target terhadap kecepatan proyektil pada sumbu koordinat bumi-1 (V_1) berubah-ubah di setiap sudut tembaknya disajikan pada Tabel 4.10 sebagai berikut:

Tabel 4.10 Posisi Target terhadap nilai kecepatan V_1 berubah-ubah terhadap sudut tembak

Kecepatan terhadap V_1	Sudut tembak	Posisi Y	Posisi X	Titik Target
50 m/s	-10^0	4 m	1290 m	A
60 m/s	0^0	2 m	1300 m	B

150 m/s	30^0	6 m	1480 m	C
200 m/s	45^0	9 m	1600 m	D
260 m/s	60^0	15 m	1800 m	E

Untuk mengetahui kecepatan target terhadap sumbu-X, Berdasarkan perhitungan kecepatan, jarak, dan waktu:

$$\Delta V_t = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

dimana ΔV_t merupakan kecepatan perpindahan target, ΔS merupakan resultan perpindahan posisi target terhadap sumbu-X dan sumbu-Y, dan Δt merupakan selang waktu tempuh proyektil menuju target. Diasumsikan Δt konstan sebesar 5 s, didapatkan:

$$S_t = 510 \text{ m}$$

$$t = 5 \text{ s}$$

$$V_t = \frac{S}{t} = \frac{510}{5} = 102 \text{ m/s}$$

Maka diperoleh kecepatan target yang berpindah posisi dari titik A ke titik E sebesar 102 m/s. Dapat diketahui pula kecepatan target pada setiap perpindahannya dari titik A ke titik B sebesar 2 m/s, Kecepatan target dari titik B ke titik C sebesar 36 m/s, Kecepatan target dari titik C ke titik D sebesar 24 m/s, Sedangkan kecepatan target dari titik D ke titik E sebesar 40 m/s.

BAB V

PENUTUP

Pada bab ini berisi kesimpulan dari penelitian yang telah dilakukan serta saran dari penulis agar kedepannya penelitian ini dapat berkembang lebih baik.

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian disimpulkan bahwa:

1. Penjabaran model dinamik 6 DOF dapat diimplementasikan pada proyektil kaliber 12,7 x 99 mm dengan pengaruh faktor lingkungan tropis yang mempengaruhi kecepatan gerak proyektil. Model gerak 6 DOF merupakan model sistem non linear yang mendeskripsikan antara gerak translasi dan gerak rotasinya terhadap sumbu koordinat bumi (1,2,3), yaitu kecepatan proyektil terhadap sumbu koordinat bumi-1 (V_1), kecepatan proyektil terhadap sumbu koordinat bumi-2 (V_2), kecepatan proyektil terhadap sumbu koordinat bumi-3 (V_3), Momentum sudut terhadap sumbu koordinat bumi-1 (h_1), Momentum sudut terhadap sumbu koordinat bumi-2 (h_2), Momentum sudut terhadap sumbu koordinat bumi-3 (h_3).
2. Metode Unscented Kalman Filter dapat memberikan hasil yang sangat baik dalam mengestimasi model sistem non linear, Hal ini ditunjukkan dengan hasil akurasi UKF ialah 99,9 % pada kecepatan proyektil terhadap sumbu koordinat bumi-1,2,3 (V_1, V_2, V_3).
3. Sebagai tambahan, diberikan informasi mengenai lintasan proyektil bergerak parabolik dengan jarak tempuh kurang

dari 2000 m (2 km) terhadap sumbu koordinat bumi-1 (sumbu- X). Lintasan proyektil yang dipengaruhi sudut tembak yaw antara -10^0 sampai 60^0 mempengaruhi posisi titik target, sehingga terjadi perubahan posisi titik target sesuai kecepatan awal proyektil dan sudut tembak proyektil.

5.2 Saran

Model dinamik 6 DOF yang digunakan pada penelitian ini hanya menggunakan 2 faktor lingkungan yaitu temperatur dan arah kecepatan angin. Padahal, Masih banyak faktor lingkungan lain yang dapat memberi dampak lebih besar dalam mempengaruhi gerak proyektil dan lintasannya. Oleh karena itu penelitian ini dapat dikembangkan lagi kedepannya dengan mempertimbangkan faktor lingkungan yang dapat mempengaruhi gerak proyektil yang berdampak besar untuk lintasan dengan jarak tempuh yang panjang, Salah satu faktor tersebut ialah gaya coriolis.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Firmansyah, K.M. (2015). “Pengaruh Temperatur Sintering Metode Metalurgi Serbuk Terhadap Frangibility dan Performa Balistik Peluru Frangible Komposit Cu-10%wtSn”. **Jurusan Teknik Material dan Metalurgi Institut Teknologi Sepuluh Nopember**.
- [2] <https://www.pindad.com/mu3-p>.
- [3] H. Teguh, R. Reizano Amri, H. Sri, R. Dinita. (2017). “Estimasi Posisi Mobile Robot Menggunakan Akar Kuadrat Unscented Kalman Filter (AK-UKF)”. **Technology Science and Engineering Journal**, Volume 1 No 2 June.
- [4] Ngatini, A. Erna, N. Hendro. (2017). “Ensemble and Fuzzy Kalman Filter for position estimation of an autonomous underwater vehicle based on dynamical system of AUV motion”. **Proceedings in ScienceDirect, Expert System with Applications An International Journal**, Volume 68, Februari 2017.
- [5] E. Zunif, A. Erna, N. Hendro, H. Teguh. (2015). “Estimate and Control Position Autonomus Underwater Vehicle Based on Determined Trajectory using Fuzzy Kalman Filter Method”. **Int’I Conf. On Advanced Mechatronics, Intelligent Manufacture, and Industrial Automation**.
- [6] W. Kejun, W. Wei, dan L. Yang. (2010). “A Multiple Object Tracking Method Using Kalman Filter”. **Proceedings in IEEE, International Conference on Information and Automation**, June 20-23, Harbin, China.
- [7] Lewis, F.L. (1986). “Optimal Estimation with An Introduction to Stochastic Control Theory” **John Wiley and Sons Inc. Ontario**, Canada.
- [8] Julier, S., Uhlman, J. (1997). “A new extension of the Kalman Filter to non linear system”. **Int. Symp.**

Aerospace/Defense Sensing, Simul. And Controls, Orlando, FL.

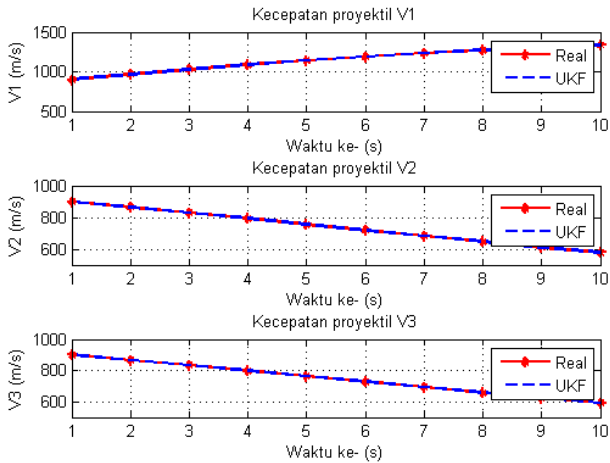
- [9] Gumilar, A. (2011). “Estimasi Posisi Peluru Kendali Pada Lintasan Menggunakan Unscented Kalman Filter”. **Jurusan Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember.**
- [10] Miftahuddin. (2011). “Estimasi Posisi Robot Mobil Menggunakan Unscented Kalman Filter”. **Jurusan Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember.**
- [11] Hooke, R.F. (2015). “The Mathematical Modelling of Projectile Trajectories Under the Influence of Environmental Effects”. **University of New South Wales Canberra at the Australian Defence Force Academy, 2612, Australia.**
- [12] S, Piotr., K, Piotr. (2017).” Estimation of Ballistic Object Trajectory Using Non-Linear Kalman Filter”.**Proceedings in IEEE, Radar Symposium (IRS), 2017 18th International.**
- [13] McCoy, R.L. (2012) “Modern Exterior Ballistics: The Launch and Flight Dynamics of Symmetric Projectiles”. **Surrey: Schiffer Publishing Ltd.**
- [14] Lewis, F.L. (1998). “Optimal Estimation with An Introduction to Stochastic Control Theory”. **School of Electrical Engineering Georgia Institute of Technology Atlanta. Georgia.**
- [15] Agus N. A. Syarifuddin, M.A. Dian, A. Erna,. (2018). “ Perbandingan Metode Kalman Filter, Extended Kalman Filter, dan Ensemble Kalman Filter pada Model penyebaran virus HIV/AIDS”. **Journal Mathematics and its Applications Vol. 15, No. 1, Maret 2018, 17-29.**
- [16] Aini, R.A. (2011). “Penerapan Metode Akar Kuadrat Unscented Kalman Filter pada Estimasi Variabel Permeabilitas dan Saturasi pada Model Reservoir Tiga Fase”. **Thesis Sudi Magister Jurusan Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember.**

- [17] Rudi. (2007). “Estimasi Variabel Keadaan Sistem Model Pengukuran Taklinier Menggunakan Extended Kalman Filter dan Unscented Kalman Filter”. **Thesis Jurusan Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember.**
- [18] F. Risa, A.K. Didik,. (2017). “State Variable Estimation of Nonisothermal Continuous Stirred Tank Reactor Using Fuzzy Kalman Filter”. **International Jurnal of Computing Science and Applied Mathematics.** Vol 3, No 1.
- [19] Grigorie, TL., Dinca, L., Corcau J-I. And Griogie, O. (2010). “Altitude Measurement Using Pressure Information: Barometric Altitude and density Altitude”. **Aircrafts.**

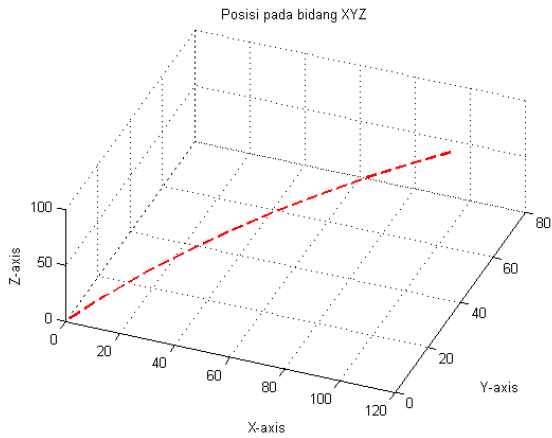
LAMPIRAN 1

Grafik Simulasi Percobaan

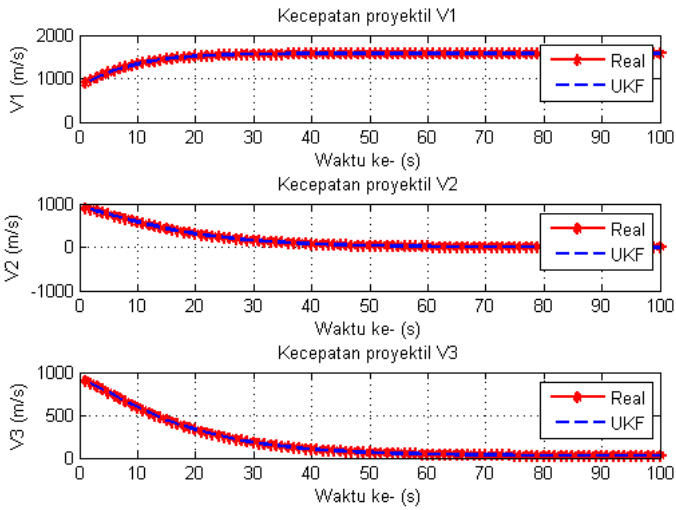
- $dt=0,01$, $N=10$



- Posisi $dt=0,01$, $N=10$



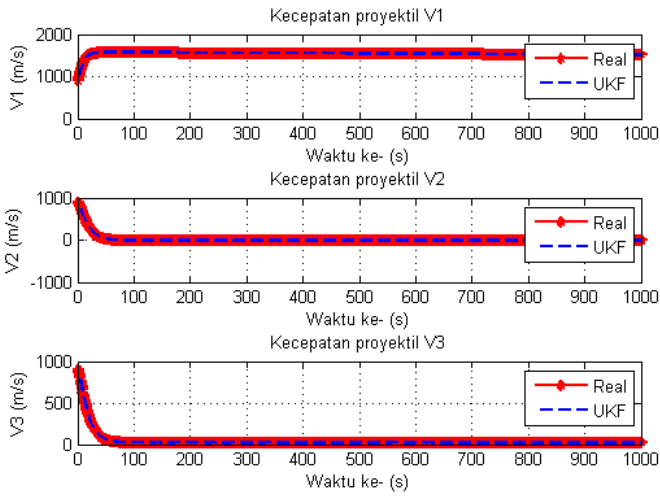
- $dt=0,01, N=100$



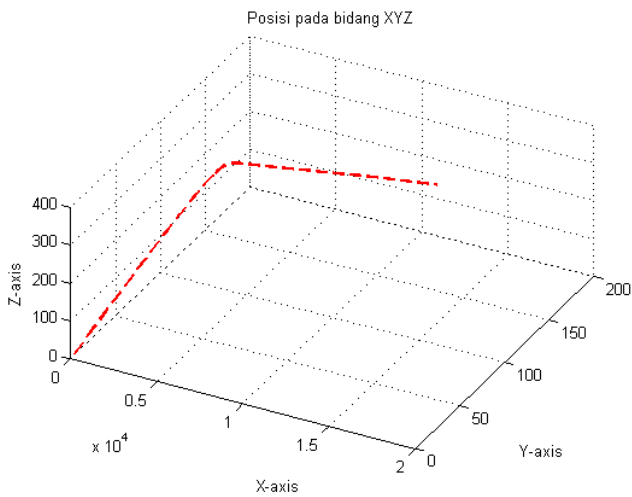
- Posisi $dt=0,01, N=100$



- $dt=0,01, N=1000$



- Posisi $dt=0,01, N=1000$



LAMPIRAN 2

Data BMKG Perak



BADAN METEOROLOGI KLIMATOLOGI DAN GEOFISIKA
STASIUN METEOROLOGI MARITIM PERAK SURABAYA

Jalan Kalimas Baru 97/B
 Surabaya - 60165

TGM : KASIMAR SURABAYA
 Email : meteoritmsby@atvoo.co.id

Tel/Fax : (031) 3291439
 Tel/Fax : (031) 3297123

DATA ANAH DAN KECEPATAN ANGIN STAMAR PERAK SURABAYA

KARIS LINTANG : 07° 12' 20"
 KARIS Bujur : 112° 44' 08"
 TINGGI DATAS PERMUKAAN LAUT : 3 Meter

Bulan	2015						2016						2017					
	Kecep Rata2	Arah Terbayak	ff	ddd	Terjadi	Kecep Rata2	Arah Terbayak	ff	ddd	Terjadi	Kecep Rata2	Arah Terbayak	ff	ddd	Terjadi			
Januari	7	BL	29	180	1	5	BL	30	340	23	4	B- BL	23	290	27			
Februari	5	U	23	180	23	5	U	19	300	29	4	B- BL	23	290	8			
Maret	6	U	22	380	25	5	U	21	300	15								
April	5	U	22	110	6	6	U	18	90	2								
Mai	5	U	18	110	25	4	T	16	180	2								
Juni	7	T	22	110	4	2	T	8	180	3								
Juli	9	T	27	150	13	3	T	8	110	0								
Agustus	9	T	26	150	8	3	T	58	130	10								
September	10	TIG	26	120	5	4	TIG	59	130	7								
Oktober	10	TIG	26	110	2	4	TIG	52	60	0								
November	7	U	21	110	4	4	T-IG	21	50	28								
Desember	6	S	24	150	27	4	B- BL	22	190	28								

Surabaya, 09 Maret 2017
 Kasid/OB dan Informasi

ZEBUL FADAMA, SSI
 NIP. 197202291995031001

LAMPIRAN 3

Source Code

```
function [x,P]=ukf(f,x,P,h,z,Q,R)
% UKF Unscented Kalman Filter for nonlinear
dynamic systems
% [x, P] = ukf(f,x,P,h,z,Q,R) returns state
estimate, x and state covariance, P
% for nonlinear dynamic system (for
simplicity, noises are assumed as additive):
%      x_k+1 = f(x_k) + w_k
%      z_k   = h(x_k) + v_k
% where w ~ N(0,Q) meaning w is gaussian noise
with covariance Q
%      v ~ N(0,R) meaning v is gaussian noise
with covariance R
% Inputs:  f: function handle for f(x)
%          x: "a priori" state estimate
%          P: "a priori" estimated state
covariance
%          h: function handle for h(x)
%          z: current measurement
%          Q: process noise covariance
%          R: measurement noise covariance
% Output:  x: "a posteriori" state estimate
%          P: "a posteriori" state covariance

L=numel(x);           %number of states
m=numel(z);           %number of
measurements
alpha=0.001;%1e-3; 0.001 %default, tunable
ki=0;                 %default, tunable
beta=2;               %default, tunable
lambda=alpha^2*(L+ki)-L; %scaling factor
c=L+lambda;           %scaling factor
Wm=[lambda/c 0.5/c+zeros(1,2*L)]; %weights
for means
```

```

Wc=Wm;
Wc(1)=Wc(1)+(1-alpha^2+beta); %weights for
covariance
c=sqrt(c);
X=sigma(x,P,c); %sigma points around
x
[x1,X1,P1,X2]=ut(f,X,Wm,Wc,L,Q); %unscented
transformation of process
[z1,Z1,P2,Z2]=ut(h,X1,Wm,Wc,m,R); %unscented
transformation of measurments

P12=X2*diag(Wc)*Z2';
%transformed cross-covariance
%R=chol(P2);
K=P12/P2;
%K=(P12/R)/R; % Filter gain.
x=x1+K*(z-z1); %state update
%P=P1-K*P2*K';
%covariance update
P=P1-K*P12';

function [y,Y,P,Y1]=ut(f,X,Wm,Wc,n,R)
%Unscented Transformation
%Input:
% f: nonlinear map
% X: sigma points
% Wm: weights for mean
% Wc: weights for covraiance
% n: numer of outputs of f
% R: additive covariance
%Output:
% y: transformed mean
% Y: transformed smapling points
% P: transformed covariance
% Y1: transformed deviations

L=size(X,2);
y=zeros(n,1);

```

```

Y=zeros(n,L);
for k=1:L %L ;30
    Y(:,k)=f(X(:,k));
    y=y+Wm(k)*Y(:,k);
end
Y1=Y-y(:,ones(1,L));
P=Y1*diag(Wc)*Y1'+R;

function X=sigmas(x,P,c)
%Sigma points around reference point
%Inputs:
%      x: reference point
%      P: covariance
%      c: coefficient
%Output:
%      X: Sigma points

A = c*chol(P)'; %untuk AK-UKF
%A = c*sqrt(P);
Y = x(:,ones(1,numel(x)));
X = [x Y+A Y-A];

```

```

% Sudut Penembakan 0 derajat
clc;
clear;
disp('==SIMULASI GERAK PROYEKTIL KALIBER 12.7
X 99 MM');
disp('DI BAWAH PENGARUH FAKTOR LINGKUNGAN
TROPIS');
disp('MENGUNAKAN METODE UNSCENTED KALMAN
FILTER==');
%==== definisikan delta t ====
dt=0.1;%0.01;0.15
N=50; %10;0.1 3/dt

% inisialisasi awal
x0= [200;100;260;0.52;0.79;1.05;0;0;0];
%x(1) = state V1
%x(2) = state V2
%x(3) = state V3
%x(4) = state h1
%x(5) = state h2
%x(6) = state h3

% matriks keluaran
h=@(x) [x(1);x(2);x(3)];
H=[1 0 0 0 0 0 0 0 0;
    0 1 0 0 0 0 0 0 0;
    0 0 1 0 0 0 0 0 0];
% inisialisasi P,Q,R
n=numel(x0); % untuk mengetahui ukuran state
m=size(H,1); % untuk mengetahui ukuran
keluaran
P=[10^-2 0 0 0 0 0 0 0 0;
    0 10^-2 0 0 0 0 0 0 0;
    0 0 10^-2 0 0 0 0 0 0;
    0 0 0 (1/18000)*pi 0 0 0 0 0;
    0 0 0 0 (1/18000)*pi 0 0 0 0;
    0 0 0 0 0 (1/18000)*pi 0 0 0;
    0 0 0 0 0 0 10^-2 0 0;
    0 0 0 0 0 0 0 10^-2 0;

```

```

    0 0 0 0 0 0 0 0 10^-2]; % kovarian error
estimasi
P1= P;
Q=[10^-2 0 0 0 0 0 0 0 0;
    0 10^-2 0 0 0 0 0 0 0;
    0 0 10^-2 0 0 0 0 0 0;
    0 0 0 (1/18000)*pi 0 0 0 0 0;
    0 0 0 0 (1/18000)*pi 0 0 0 0;
    0 0 0 0 0 (1/18000)*pi 0 0 0;
    0 0 0 0 0 0 10^-2 0 0;
    0 0 0 0 0 0 0 10^-2 0;
    0 0 0 0 0 0 0 0 10^-2];
R=0.01^2; % noise pengukuran

global rho d S v p cd mass g1 g2 g3 cla cnpa
cnq cls clr cma cmpa cmpd Iy si j1 j2 j3 w1 w2
w3
rho=1; %Air density [kg/m3]max =1.165 , min
=1.225
d=0.0127;%diameter [m]
S=0.000127; %Surface [m2]
v=900; %kecepatan proyektil[m/s]
p=3.5; %projectile axial spin rate [rad/sec]
cd=0.14; %Drag coefficient [-]
cla=1.63; %Lift coefficient [-]
cnpa=6.05;%Magnus force coefficient[-]
cnq=-6.6; %pitch damping force coefficient[-]
cls=-0.0125; %spin damping moment
coefficient[-]
clr=-0.009; %roll moment due to fin cant[-]
cma=3.26; %pitching moment coefficient[-]
cmpa=2.6 ; %magnus moment coefficient[-]
cmpd=1.2; %pitch damping moment coefficient[-]
mass=0.0452; %mass [kg]
g1=-5.43;%percepatan gravitasi terhadap sumbu
koordinat bumi 1 [m/s2]
g2=-32.174;%percepatan gravitasi terhadap
sumbu koordinat bumi 2 [m/s2]

```



```

g3=0; %percepatan gravitasi terhadap sumbu
koordinat bumi 3 [m/s2]
Iy=12.97;%inersia thd sumbu y
[m^2/g](1/12*mass*L^2)
si=0.52; %fin cant angle (rad)
j1=1;%jarak thd koordinat bumi pada sumbu x
(m)
j2=0;%jarak thd koordinat bumi 2 (m)
j3=0.015;%jarak thd koordinat bumi 3 (m)
w1=13; %kecepatan angin pada searah sumbu x
(m/s)
w2=0;
w3=0;

% definisikan fungsi nonlinear
global cd_t cla_t cnpa_t cnq_t cls_t clr_t
cma_t cmpa_t cmpd_t
cd_t=(rho*v*S*cd)/2*mass;
cla_t=(rho*v*S*cla)/2*mass;
cnpa_t=(rho*S*d*cnpa*p)/2*mass;
cnq_t=(rho*v*S*cnq)/2*mass;
cls_t=(rho*v*S*d^2*cls*p)/2*Iy;
clr_t=(rho*v^2*S*d*si*clr)/2*Iy;
cma_t=(rho*v*S*d*cma)/2*Iy;
cmpa_t=(rho*S*d^2*cma*p)/2*Iy;
cmpd_t=(rho*v*S*d^2*cmpd)/2*Iy;

f=@(x) [x(1)+(-1*(cd_t)+(cla_t))*(-
1*x(2))*(j2)+(-
1*x(3))*(j3)))*x(1)*dt+((cnpa_t)*(j3)+(
cla_t)*(x(2))*(j1)+(w1)*(j2)))*x(2)*dt+(-
1*(cnpa_t)*(j2)+(cla_t)*(x(3))*(j1)+(w1)
*(j3)))*x(3)*dt+((cd_t)*(w1)+g1)*dt+((c
nq_t)*(j3))*x(5)*dt+(-
1*(cnq_t)*(j2))*x(6)*dt;
x(2)+((-
1*(cnpa_t)*(j3))+(cla_t)*((x(1))*(j2)))+(
-2*(w1)*(j2)))*x(1)*dt+((-

```

```

1*(cd_t))+(cla_t)*(w1*j1+(-
1*x(1)*(j1))+(-
1*x(3)*(j3))) *x(2)*dt+((cnpa_t)*(j1)+(
cla_t)*(x(3)*(j2))) *x(3)*dt+(((cla_t)*(
w1^2*j2))+((cnpa_t)*w1*j3)+g2)*dt+(-
1*(cnq_t)*(j3))*x(4)*dt+((cnq_t)*j1)*x(
6)*dt;
x(3)+((cla_t)*(x(1)*(j3)+(-
2*w1*j3))+cnpa_t)*(j2))*x(1)*dt+((cla_
t)*(x(2)*j3+(-1*x(3)*j2))+(-
1*(cnpa_t)*j1))*x(2)*dt+(-
1*(cd_t)+(cla_t)*(w1*j1+(-
1*(x(1)*j1)))) *x(3)*dt+((cla_t)*(w1^2*j
3)+(cnpa_t)*(-
1*w1*j2)+g3)*dt+((cnq_t)*j2)*x(4)*dt+(-
1*(cnq_t)*j1)*x(5)*dt;
x(4)+((cmpa_t)*(1+(-
1*(j1^2)))) *x(1)*dt+((cma_t)*j3+(-
1*((cmpa_t)*(j1*j2)))) *x(2)*dt+(-
1*((cma_t)*j2)-
1*((cmpa_t)*(j1*j3))) *x(3)*dt+(((cls_t)
*j1)+((clr_t)*j1)+(-1*(cmpa_t))*(w1+(-
1*(w1*j1^2)))) *dt+((cmpd_t)*(1+(-
1*(j2^2)))) *x(4)*dt+(-
1*(cmpd_t)*j1*j2)*x(5)*dt+(-
1*(cmpd_t)*j1*j3)*x(6)*dt;
x(5)+(-1*(cma_t)*j3+((cmpa_t)*(-
1*(j1*j2)))) *x(1)*dt+((cmpa_t)*(1+(-
1*(j2^2)))) *x(2)*dt+((cma_t)*j1+((cmpa_
t)*(-
1*(j2*j3))) *x(3)*dt+(((cls_t)+(clr_t))*
j2+(cma_t)*w1*j3+(cmpa_t)*((w1*j1*j2)))
*dt+(-
1*(cmpd_t)*j1*j2)*x(4)*dt+(cmpd_t*(1+(-
1*(j2^2)))) *x(5)*dt+((cmpd_t)*(-
1*(j2*j3))*x(6)*dt;
x(6)+((cma_t)*j2+(-
1*cmpa_t)*j1*j3)*x(1)*dt+((cma_t)*(-
1*j1)+(cmpa_t)*(-
1*j2*j3))*x(2)*dt+((cmpa_t)*(1+(-

```

```

1*(j2^2))) *x(3) *dt+((cls_t)+((clr_t)*j
3)+(cma_t) *(-
1*w1*j2)+(cmpa_t) *(w1*j1*j3)) *dt+((-
1*cmpd_t) *j1*j3) *x(4) *dt+((-
1*cmpd_t) *j2*j3) *x(5) *dt+((cmpd_t) *(1+(
-1*(j3^2)))) *x(6) *dt;
x(1) *dt+x(7);
x(2) *dt+x(8);
x(3) *dt+x(9)];

%definefinisikan nilai real dan estimasi

xre(:,1)=x0;      % untuk menyimpan nilai real
saat t=1 pada state V
xrel(:,1)=x0;    % untuk menyimpan nilai real
saat t=1 pada state h
x=x0;           % untuk fungsi UKF
x1(:,1)=xre;    % untuk menyimpan nilai
estimasi UKF saat t=1

% jalankan looping
tic

for k=2:N
% menghitung nilai real k=2,3,...,N
xre(:,k)=f(xre(:,k-1))+sqrt(Q) *randn(n,1);
%menghitung keluran z
z=H*xre(:,k)+sqrt(R) *randn(m,1);
% Manggil fungsi Unscented
[x,P]=ukf(f,x,P,h,z,Q,R);
% untuk menyimpan nilai estimasi setiap
iterasi
x1(:,k)= x;
% menghitung error UKF
error(:,k)=(xre(:,k)-x1(:,k)).^2;
% temp0=0;
% temp1=temp0+error(:,k);
end
% Hitung RMSE_UKF

```

```

RMSE_UKF=sqrt(mean(error,2))
%prosentase error UKF

prosentase_UKF=(RMSE_UKF/(mean(xre(:,k))))*100
/100

% plot kecepatan
figure(1)
subplot(3,1,1);
plot(1:N,xre(1,:), '-*r',1:N,x1(1,:), '--
b', 'linewidth',2);
legend('Real', 'UKF');
xlabel('Waktu'); ylabel('V1');
title('Kecepatan proyektil V1');
grid on
subplot(3,1,2);
plot(1:N,xre(2,:), '-*r',1:N,x1(2,:), '--
b', 'linewidth',2);
legend('Real', 'UKF');
xlabel('Waktu'); ylabel('V2');
title('Kecepatan proyektil V2');
grid on
subplot(3,1,3);
plot(1:N,xre(3,:), '-*r',1:N,x1(3,:), '--
b', 'linewidth',2);
legend('Real', 'UKF');
xlabel('Waktu'); ylabel('V3');
title('Kecepatan proyektil V3');
grid on
figure(2)
plot(1:N,xre(7,:), '-or',1:N,x1(7,:), '--
b', 'linewidth',2);
legend('Real', 'UKF');
xlabel('Time'); ylabel('x1 ');
title('');
grid on
% plot untuk state 8
figure(3)

```

```

plot(1:N,xre(8,:), '-or', 1:N,x1(8,:), '--
b', 'linewidth', 2);
legend('Real', 'UKF');
xlabel('Time'); ylabel('x2 ');
title('');
grid on
% plot untuk state 9
figure(4)
plot(1:N,xre(9,:), '-or', 1:N,x1(9,:), '--
b', 'linewidth', 2);
legend('Real', 'UKF');
xlabel('Time'); ylabel('x3 ');
title('');
grid on
% posisi 2 bidang (XY)
figure (5)
plot(xre(7,:), xre(8,:), '-ob', 'linewidth', 2);
xlabel('X-axis');
ylabel('Y-axis');
title('Posisi pada bidang XY');
grid on
%posisi 2 bidang (XZ)
figure(6)
plot(xre(7,:), xre(9,:), '-ob', 'linewidth', 2);
xlabel('X-axis');
ylabel('Z-axis');
title('Posisi pada bidang XZ');
grid on
% plot untuk posisi 3 bidang
figure(7)
plot3(x1(7,:), x1(8,:), x1(9,:), '--
r', 'linewidth', 2);
xlabel('X-axis');
ylabel('Y-axis');
zlabel('Z-axis');
title('Posisi pada bidang XYZ');
grid on
hold on
% plot untuk error
figure (8)

```

```

subplot(3,1,1);
plot(1:N,error(1,:), 'b', 'linewidth',2);
title('Error Antara Nilai Real dan Nilai
Estimasi Variabel V1');
xlabel('Waktu');
ylabel('Error V1');
grid on; hold on;
grid on
legend('Error UKF');
subplot(3,1,2);
plot(1:N,error(2,:), 'r', 'linewidth',2);
title('Error Antara Nilai Real dan Nilai
Estimasi Variabel V2');
xlabel('Waktu');
ylabel('Error V2');
grid on; hold on;
grid on;
legend('Error UKF');
subplot(3,1,3);
plot(1:N,error(3,:), 'g', 'linewidth',2);
title('Error Antara Nilai Real dan Nilai
Estimasi Variabel V3');
xlabel('Waktu');
ylabel('Error V3');
grid on; hold on;
grid on;
legend('Error UKF');
toc

```

```

% Sudut Penembakan 30 derajat
clc ;
clear;
disp('==SIMULASI GERAK PROYEKTIL KALIBER 12.7
X 99 MM');
disp('DI BAWAH PENGARUH FAKTOR LINGKUNGAN
TROPIS');
disp('MENGUNAKAN METODE UNSCENTED KALMAN
FILTER==');
%==== definisikan delta t ====
dt=0.1;%0.01;0.15
N=10; %10;0.1 3/dt

% inisialisasi awal
x0= [250;150;150;0.52;0.79;1.05;0;0;0;
%x(1) = state V1
%x(2) = state V2
%x(3) = state V3
%x(4) = state h1
%x(5) = state h2
%x(6) = state h3

% matriks keluaran
h=@(x) [x(1);x(2);x(3)];
H=[1 0 0 0 0 0 0 0 0;
    0 1 0 0 0 0 0 0 0;
    0 0 1 0 0 0 0 0 0];
% inisialisasi P,Q,R
n=numel(x0); % untuk mengetahui ukuran state
m=size(H,1); % untuk mengetahui ukuran
keluaran
P=[10^-2 0 0 0 0 0 0 0 0;
    0 10^-2 0 0 0 0 0 0 0;
    0 0 10^-2 0 0 0 0 0 0;
    0 0 0 (1/18000)*pi 0 0 0 0 0;
    0 0 0 0 (1/18000)*pi 0 0 0 0;
    0 0 0 0 0 (1/18000)*pi 0 0 0;
    0 0 0 0 0 0 10^-2 0 0;
    0 0 0 0 0 0 0 10^-2 0;

```

```

    0 0 0 0 0 0 0 0 10^-2]; % kovarian error
estimasi
P1= P;
Q=[10^-2 0 0 0 0 0 0 0 0;
    0 10^-2 0 0 0 0 0 0 0;
    0 0 10^-2 0 0 0 0 0 0;
    0 0 0 (1/18000)*pi 0 0 0 0 0;
    0 0 0 0 (1/18000)*pi 0 0 0 0;
    0 0 0 0 0 (1/18000)*pi 0 0 0;
    0 0 0 0 0 0 10^-2 0 0;
    0 0 0 0 0 0 0 10^-2 0;
    0 0 0 0 0 0 0 0 10^-2]; %noise system
R=0.01^2;% noise pengukuran

global rho d S v p cd mass g1 g2 g3 cla cnpa
cnq cls clr cma cmpa cmpd Iy si j1 j2 j3 w1 w2
w3
rho=1; %Air density [kg/m3] max =1.165 , min
=1.225
d=0.0127;%diameter [m]
S=0.000127; %Surface [m2]
v=900;%kecepatan proyektil[m/s]
p=3.5; %projectile axial spin rate [rad/sec]
cd=0.14; %Drag coefficient [-]
cla=1.63; %Lift coefficient [-]
cnpa=6.05;%Magnus force coefficient[-]
cnq=-6.6; %pitch damping force coefficient[-]
cls=-0.0125; %spin damping moment
coefficient[-]
clr=-0.009; %roll moment due to fin cant[-]
cma=3.26; %pitching moment coefficient[-]
cmpa=2.6 ; %magnus moment coefficient[-]
cmpd=1.2; %pitch damping moment coefficient[-]
mass=0.0452; %mass [kg]
g1=-5.43;%percepatan gravitasi terhadap sumbu
koordinat bumi 1 [m/s2]
g2=-32.08;%percepatan gravitasi terhadap sumbu
koordinat bumi 2 [m/s2]

```



```

g3=0; %percepatan gravitasi terhadap sumbu
koordinat bumi 3 [m/s2]
Iy=12.97;%inersia thd sumbu y
[m^2/g](1/12*mass*L^2)
si=0.52; %fin cant angle (rad)
j1=1;%jarak thd koordinat bumi pada sumbu x
(m)
j2=0.01;%jarak thd koordinat bumi 2 (m)
j3=0.015;%jarak thd koordinat bumi 3 (m)
w1=13; %kecepatan angin pada searah sumbu x
(m/s)
w2=0;
w3=0;

```

```

% definisikan fungsi nonlinear
global cd_t cla_t cnpa_t cnq_t cls_t clr_t
cma_t cmpa_t cmpd_t
cd_t=(rho*v*S*cd)/2*mass;
cla_t=(rho*v*S*cla)/2*mass;
cnpa_t=(rho*S*d*cnpa*p)/2*mass;
cnq_t=(rho*v*S*cnq)/2*mass;
cls_t=(rho*v*S*d^2*cls*p)/2*Iy;
clr_t=(rho*v^2*S*d*si*clr)/2*Iy;
cma_t=(rho*v*S*d*cma)/2*Iy;
cmpa_t=(rho*S*d^2*cma*p)/2*Iy;
cmpd_t=(rho*v*S*d^2*cmpd)/2*Iy;

```

```

f=@(x) [x(1)+(-1*(cd_t)+(cla_t))*(-
1*x(2)*(j2))+(-
1*x(3)*(j3))]*x(1)*dt+((cnpa_t)*(j3)+(cla_t)*
(x(2)*(j1)+(w1)*(j2)))*x(2)*dt+(-
1*(cnpa_t)*(j2)+(cla_t)*(x(3)*(j1)+(w1)*(j3)))
*x(3)*dt+((cd_t)*(w1)+g1)*dt+((cnq_t)*(j3))*x(
5)*dt+(-1*(cnq_t)*(j2))*x(6)*dt;
x(2)+((-
1*(cnpa_t)*(j3))+(cla_t)*((x(1)*(j2))+(-
2*(w1)*(j2))))*x(1)*dt+((-

```

```

1*(cd_t)+(cla_t)*(w1*j1+(-1*x(1)*(j1))+(-
1*x(3)*(j3)))*x(2)*dt+((cnpa_t)*(j1)+(cla_t)*
(x(3)*(j2)))*x(3)*dt+(((cla_t)*(w1^2*j2))+((cn
pa_t)*w1*j3)+g2)*dt+(-
1*(cnq_t)*(j3))*x(4)*dt+((cnq_t)*j1)*x(6)*dt;
x(3)+((cla_t)*(x(1)*(j3))+(-
2*w1*j3))+cnpa_t)*(j2))*x(1)*dt+((cla_t)*(x(2
)*j3+(-1*x(3)*j2)))+(-
1*(cnpa_t)*j1))*x(2)*dt+(-
1*(cd_t)+(cla_t)*(w1*j1+(-
1*(x(1)*j1)))*x(3)*dt+((cla_t)*(w1^2*j3)+(cnp
a_t)*(-1*w1*j2)+g3)*dt+((cnq_t)*j2)*x(4)*dt+(-
1*(cnq_t)*j1)*x(5)*dt;
x(4)+((cempa_t)*(1+(-
1*(j1^2))))*x(1)*dt+((cma_t)*j3+(-
1*((cempa_t)*(j1*j2))))*x(2)*dt+(-
1*((cma_t)*j2)-
1*((cempa_t)*(j1*j3)))*x(3)*dt+(((cls_t)*j1)+((
clr_t)*j1)+(-1*(cempa_t))*(w1+(-
1*(w1*j1^2))))*dt+((cmpd_t)*(1+(-
1*(j2^2))))*x(4)*dt+(-
1*(cmpd_t)*j1*j2)*x(5)*dt+(-
1*(cmpd_t)*j1*j3)*x(6)*dt;
x(5)+(-1*(cma_t)*j3+((cempa_t)*-
1*(j1*j2)))*x(1)*dt+((cempa_t)*(1+(-
1*(j2^2))))*x(2)*dt+((cma_t)*j1+((cempa_t)*-
1*(j2*j3)))*x(3)*dt+(((cls_t)+(clr_t))*j2+(cma
_t)*w1*j3+(cempa_t)*(w1*j1*j2)))*dt+(-
1*(cmpd_t)*j1*j2)*x(4)*dt+(cmpd_t*(1+(-
1*(j2^2))))*x(5)*dt+((cmpd_t)*-
1*(j2*j3))*x(6)*dt;
x(6)+((cma_t)*j2+(-
1*cempa_t)*j1*j3)*x(1)*dt+((cma_t)*(-
1*j1)+(cempa_t)*(-
1*j2*j3))*x(2)*dt+((cempa_t)*(1+(-
1*(j2^2))))*x(3)*dt+((cls_t)+((clr_t)*j3)+(cma
_t)*(-1*w1*j2)+(cempa_t)*(w1*j1*j3))*dt+((-
1*cmpd_t)*j1*j3)*x(4)*dt+((-
1*cmpd_t)*j2*j3)*x(5)*dt+((cmpd_t)*(1+(-
1*(j3^2))))*x(6)*dt;

```

```

        x(1)*dt+x(7);
        x(2)*dt+x(8);
        x(3)*dt+x(9)];

%didefinisikan nilai real dan estimasi

xre(:,1)=x0;    % untuk menyimpan nilai real
saat t=1 pada state V
xrel(:,1)=x0;  % untuk menyimpan nilai real
saat t=1 pada state h
x=x0;          % untuk fungsi UKF
x1(:,1)=xre;  % untuk menyimpan nilai
estimasi UKF saat t=1

% jalankan looping
tic

for k=2:N
% menghitung nilai real k=2,3,...,N
    xre(:,k)=f(xre(:,k-1))+sqrt(Q)*randn(n,1);
%menghitung keluran z
    z=H*xre(:,k)+sqrt(R)*randn(m,1);
% Manggil fungsi Unscented
    [x,P]=ukf(f,x,P,h,z,Q,R);
% untuk menyimpan nilai estimasi setiap
iterasi
    x1(:,k)= x;
    % menghitung error UKF
    error(:,k)=(xre(:,k)-x1(:,k)).^2;
end
% Hitung RMSE_UKF
RMSE_UKF=sqrt(mean(error,2))
%prosentase error UKF

prosentase_UKF=(RMSE_UKF/(mean(xre(:,k))))*100
/100
% plot kecepatan
figure(1)
subplot(3,1,1);

```

```

plot(1:N,xre(1,:), '-*r',1:N,x1(1,:), '--
b', 'linewidth',2);
legend('Real', 'UKF');
xlabel('Waktu'); ylabel('V1');
title('Kecepatan proyektil V1');
grid on
subplot(3,1,2);
plot(1:N,xre(2,:), '-*r',1:N,x1(2,:), '--
b', 'linewidth',2);
legend('Real', 'UKF');
xlabel('Waktu'); ylabel('V2');
title('Kecepatan proyektil V2');
grid on
subplot(3,1,3);
plot(1:N,xre(3,:), '-*r',1:N,x1(3,:), '--
b', 'linewidth',2);
legend('Real', 'UKF');
xlabel('Waktu'); ylabel('V3');
title('Kecepatan proyektil V3');
grid on
figure(2)
plot(1:N,xre(7,:), '-or',1:N,x1(7,:), '--
b', 'linewidth',2);
legend('Real', 'UKF');
xlabel('Time'); ylabel('x1 ');
title('');
grid on
% plot untuk state 8
figure(3)
plot(1:N,xre(8,:), '-or',1:N,x1(8,:), '--
b', 'linewidth',2);
legend('Real', 'UKF');
xlabel('Time'); ylabel('x2 ');
title('');
grid on
% plot untuk state 9
figure(4)
plot(1:N,xre(9,:), '-or',1:N,x1(9,:), '--
b', 'linewidth',2);
legend('Real', 'UKF');

```

```

xlabel('Time'); ylabel('x3 ');
title('');
grid on
% posisi 2 bidang (XY)
figure (5)
plot(xre(7,:),xre(8,:), '-ob', 'linewidth',2);
xlabel('X-axis');
ylabel('Y-axis');
title('Posisi pada bidang XY');
grid on
%posisi 2 bidang (XZ)
figure(6)
plot(xre(7,:),xre(9,:), '-ob', 'linewidth',2);
xlabel('X-axis');
ylabel('Z-axis');
title('Posisi pada bidang XZ');
grid on
% plot untuk posisi 3 bidang
figure(7)
plot3(x1(7,:),x1(8,:),x1(9,:), '--
g', 'linewidth',2);
xlabel('X-axis');
ylabel('Y-axis');
zlabel('Z-axis');
title('Posisi pada bidang XYZ');
grid on
hold on
% plot untuk error
figure (8)
subplot(3,1,1);
plot(1:N,error(1,:), 'b', 'linewidth',2);
title('Error Antara Nilai Real dan Nilai
Estimasi Variabel V1');
xlabel('Waktu');
ylabel('Error V1');
grid on; hold on;
grid on
legend('Error UKF');
subplot(3,1,2);
plot(1:N,error(2,:), 'r', 'linewidth',2);

```

```
title('Error Antara Nilai Real dan Nilai  
Estimasi Variabel V2');  
xlabel('Waktu');  
ylabel('Error V2');  
grid on; hold on;  
grid on;  
legend('Error UKF');  
subplot(3,1,3);  
plot(1:N,error(3,:), 'g', 'linewidth',2);  
title('Error Antara Nilai Real dan Nilai  
Estimasi Variabel V3');  
xlabel('Waktu');  
ylabel('Error V3');  
grid on; hold on;  
grid on;  
legend('Error UKF');  
toc
```

```

% Sudut Penembakan 45 derajat
clc ;
clear;
disp('==SIMULASI GERAK PROYEKTIL KALIBER 12.7
X 99 MM');
disp('DI BAWAH PENGARUH FAKTOR LINGKUNGAN
TROPIS');
disp('MENGUNAKAN METODE UNSCENTED KALMAN
FILTER==');
%==== definisikan delta t ====
dt=0.1
N=50;

% inisialisasi awal
x0= [180;150;180;0.52;0.79;1.05;0;0;0
%x(1) = state V1
%x(2) = state V2
%x(3) = state V3
%x(4) = state h1
%x(5) = state h2
%x(6) = state h3

% matriks keluaran
h=@(x) [x(1);x(2);x(3)];
H=[1 0 0 0 0 0 0 0 0;
    0 1 0 0 0 0 0 0 0;
    0 0 1 0 0 0 0 0 0];
% inisialisasi P,Q,R
n=numel(x0); % untuk mengetahui ukuran state
m=size(H,1); % untuk mengetahui ukuran
keluaran
P=[10^-2 0 0 0 0 0 0 0 0;
    0 10^-2 0 0 0 0 0 0 0;
    0 0 10^-2 0 0 0 0 0 0;
    0 0 0 (1/18000)*pi 0 0 0 0 0;
    0 0 0 0 (1/18000)*pi 0 0 0 0;
    0 0 0 0 0 (1/18000)*pi 0 0 0;
    0 0 0 0 0 0 10^-2 0 0;
    0 0 0 0 0 0 0 10^-2 0;

```

```

    0 0 0 0 0 0 0 0 10^-2]; % kovarian error
estimasi
P1= P;
Q=[10^-2 0 0 0 0 0 0 0 0;
    0 10^-2 0 0 0 0 0 0 0;
    0 0 10^-2 0 0 0 0 0 0;
    0 0 0 (1/18000)*pi 0 0 0 0 0;
    0 0 0 0 (1/18000)*pi 0 0 0 0;
    0 0 0 0 0 (1/18000)*pi 0 0 0;
    0 0 0 0 0 0 10^-2 0 0;
    0 0 0 0 0 0 0 10^-2 0;
    0 0 0 0 0 0 0 0 10^-2];%noise system
R=0.01^2;% noise pengukuran

global rho d S v p cd mass g1 g2 g3 cla cnpa
cnq cls clr cma cmpa cmpd Iy si j1 j2 j3 w1 w2
w3
rho=1; %Air density [kg/m3] max =1.165 , min
=1.225
d=0.0127;%diameter [m]
S=0.000127; %Surface [m2]
v=900;%kecepatan proyektil[m/s]
p=3.5; %projectile axial spin rate [rad/sec]
cd=0.14; %Drag coefficient [-]
cla=1.63; %Lift coefficient [-]
cnpa=6.05;%Magnus force coefficient[-]
cnq=-6.6; %pitch damping force coefficient[-]
cls=-0.0125; %spin damping moment
coefficient[-]
clr=-0.009; %roll moment due to fin cant[-]
cma=3.26; %pitching moment coefficient[-]
cmpa=2.6 ; %magnus moment coefficient[-]
cmpd=1.2; %pitch damping moment coefficient[-]
mass=0.0452; %mass [kg]
g1=-5.43;%percepatan gravitasi terhadap sumbu
koordinat bumi 1 [m/s2]
g2=-32.024;%percepatan gravitasi terhadap
sumbu koordinat bumi 2 [m/s2]

```



```

g3=0; %percepatan gravitasi terhadap sumbu
koordinat bumi 3 [m/s2]
Iy=12.97;%inersia thd sumbu y
[m^2/g](1/12*mass*L^2)
si=0.52; %fin cant angle (rad)
j1=1;%jarak thd koordinat bumi pada sumbu x
(m)
j2=0.015;%jarak thd koordinat bumi 2 (m)
j3=0.015;%jarak thd koordinat bumi 3 (m)
w1=13; %kecepatan angin pada searah sumbu x
(m/s)
w2=0;
w3=0;

```

```

% definisikan fungsi nonlinear
global cd_t cla_t cnpa_t cnq_t cls_t clr_t
cma_t cmpa_t cmpd_t
cd_t=(rho*v*S*cd)/2*mass;
cla_t=(rho*v*S*cla)/2*mass;
cnpa_t=(rho*S*d*cnpa*p)/2*mass;
cnq_t=(rho*v*S*cnq)/2*mass;
cls_t=(rho*v*S*d^2*cls*p)/2*Iy;
clr_t=(rho*v^2*S*d*si*clr)/2*Iy;
cma_t=(rho*v*S*d*cma)/2*Iy;
cmpa_t=(rho*S*d^2*cma*p)/2*Iy;
cmpd_t=(rho*v*S*d^2*cmpd)/2*Iy;

```

```

f=@(x) [x(1)+(-1*(cd_t)+(cla_t))*(-
1*x(2)*(j2))+(-
1*x(3)*(j3))]*x(1)*dt+((cnpa_t)*(j3)+(cla_t)*
(x(2)*(j1)+(w1)*(j2)))*x(2)*dt+(-
1*(cnpa_t)*(j2)+(cla_t)*(x(3)*(j1)+(w1)*(j3)))
*x(3)*dt+((cd_t)*(w1)+g1)*dt+((cnq_t)*(j3))*x(
5)*dt+(-1*(cnq_t)*(j2))*x(6)*dt;
x(2)+((-
1*(cnpa_t)*(j3))+(cla_t)*((x(1)*(j2))+(-
2*(w1)*(j2))))*x(1)*dt+((-

```

```

1*(cd_t)+(cla_t)*(w1*j1+(-1*x(1)*(j1))+(-
1*x(3)*(j3)))*x(2)*dt+((cnpa_t)*(j1)+(cla_t)*
(x(3)*(j2)))*x(3)*dt+(((cla_t)*(w1^2*j2))+((cn
pa_t)*w1*j3)+g2)*dt+(-
1*(cnq_t)*(j3))*x(4)*dt+((cnq_t)*j1)*x(6)*dt;
x(3)+((cla_t)*(x(1)*(j3)+(-
2*w1*j3))+cnpa_t)*(j2))*x(1)*dt+((cla_t)*(x(2
)*j3+(-1*x(3)*j2)))+(-
1*(cnpa_t)*j1))*x(2)*dt+(-
1*(cd_t)+(cla_t)*(w1*j1+(-
1*(x(1)*j1)))*x(3)*dt+((cla_t)*(w1^2*j3)+(cnp
a_t)*(-1*w1*j2)+g3)*dt+((cnq_t)*j2)*x(4)*dt+(-
1*(cnq_t)*j1)*x(5)*dt;
x(4)+((cempa_t)*(1+(-
1*(j1^2))))*x(1)*dt+((cma_t)*j3+(-
1*((cempa_t)*(j1*j2))))*x(2)*dt+(-
1*((cma_t)*j2)-
1*((cempa_t)*(j1*j3)))*x(3)*dt+(((cls_t)*j1)+((
clr_t)*j1)+(-1*(cempa_t))*(w1+(-
1*(w1*j1^2))))*dt+((cmpd_t)*(1+(-
1*(j2^2))))*x(4)*dt+(-
1*(cmpd_t)*j1*j2)*x(5)*dt+(-
1*(cmpd_t)*j1*j3)*x(6)*dt;
x(5)+(-1*(cma_t)*j3+((cempa_t)*-
1*(j1*j2)))*x(1)*dt+((cempa_t)*(1+(-
1*(j2^2))))*x(2)*dt+((cma_t)*j1+((cempa_t)*-
1*(j2*j3)))*x(3)*dt+(((cls_t)+(clr_t))*j2+(cma
_t)*w1*j3+(cempa_t)*(w1*j1*j2)))*dt+(-
1*(cmpd_t)*j1*j2)*x(4)*dt+(cmpd_t*(1+(-
1*(j2^2))))*x(5)*dt+((cmpd_t)*-
1*(j2*j3))*x(6)*dt;
x(6)+((cma_t)*j2+(-
1*cempa_t)*j1*j3)*x(1)*dt+((cma_t)*(-
1*j1)+(cempa_t)*(-
1*j2*j3))*x(2)*dt+((cempa_t)*(1+(-
1*(j2^2))))*x(3)*dt+(((cls_t)+((clr_t)*j3)+(cma
_t)*(-1*w1*j2)+(cempa_t)*(w1*j1*j3)))*dt+((-
1*cmpd_t)*j1*j3)*x(4)*dt+((-
1*cmpd_t)*j2*j3)*x(5)*dt+((cmpd_t)*(1+(-
1*(j3^2))))*x(6)*dt;

```

```

        x(1)*dt+x(7);
        x(2)*dt+x(8);
        x(3)*dt+x(9)];

%didefinisikan nilai real dan estimasi

xre(:,1)=x0;      % untuk menyimpan nilai real
saat t=1 pada state V
xrel(:,1)=x0;    % untuk menyimpan nilai real
saat t=1 pada state h
x=x0;            % untuk fungsi UKF
x1(:,1)=xre;    % untuk menyimpan nilai
estimasi UKF saat t=1

% jalankan looping
tic
for k=2:N
% menghitung nilai real k=2,3,...,N
    xre(:,k)=f(xre(:,k-1))+sqrt(Q)*randn(n,1);
    %menghitung keluran z
    z=H*xre(:,k)+sqrt(R)*randn(m,1);
    % Manggil fungsi Unscented
    [x,P]=ukf(f,x,P,h,z,Q,R);
    % untuk menyimpan nilai estimasi setiap
iterasi
    x1(:,k)= x;
    % menghitung error UKF
    error(:,k)=(xre(:,k)-x1(:,k)).^2;
%     temp0=0;
%     temp1=temp0+error(:,k);
end

% Hitung RMSE_UKF
RMSE_UKF=sqrt(mean(error,2))
%prosentase error UKF
prosentase_UKF=(RMSE_UKF/(mean(xre(:,k))))*100
/100

% plot kecepatan

```

```

figure(1)
subplot(3,1,1);
plot(1:N,xre(1,:), '-*r', 1:N,x1(1,:), '--b',
'linewidth',2);
legend('Real', 'UKF');
xlabel('Waktu'); ylabel('V1');
title('Kecepatan proyektil V1');
grid on
subplot(3,1,2);
plot(1:N,xre(2,:), '-*r', 1:N,x1(2,:), '--
b', 'linewidth',2);
legend('Real', 'UKF');
xlabel('Waktu'); ylabel('V2');
title('Kecepatan proyektil V2');
grid on
subplot(3,1,3);
plot(1:N,xre(3,:), '-*r', 1:N,x1(3,:), '--
b', 'linewidth',2);
legend('Real', 'UKF');
xlabel('Waktu'); ylabel('V3');
title('Kecepatan proyektil V3');
grid on
figure(2)
plot(1:N,xre(7,:), '-or', 1:N,x1(7,:), '--
b', 'linewidth',2);
legend('Real', 'UKF');
xlabel('Time'); ylabel('x1 ');
title('');
grid on
% plot untuk state 8
figure(3)
plot(1:N,xre(8,:), '-or', 1:N,x1(8,:), '--
b', 'linewidth',2);
legend('Real', 'UKF');
xlabel('Time'); ylabel('x2 ');
title('');
grid on
% plot untuk state 9
figure(4)

```

```

plot(1:N,xre(9,:), '-or', 1:N,x1(9,:), '--
b', 'linewidth', 2);
legend('Real', 'UKF');
xlabel('Time'); ylabel('x3 ');
title('');
grid on
% posisi 2 bidang (XY)
figure (5)
plot(xre(7,:), xre(8,:), '-ob', 'linewidth', 2);
xlabel('X-axis');
ylabel('Y-axis');
title('Posisi pada bidang XY');
grid on
%posisi 2 bidang (XZ)
figure(6)
plot(xre(7,:), xre(9,:), '-ob', 'linewidth', 2);
xlabel('X-axis');
ylabel('Z-axis');
title('Posisi pada bidang XZ');
grid on
% plot untuk posisi 3 bidang
figure(7)
plot3(x1(7,:), x1(8,:), x1(9,:), '--
b', 'linewidth', 2);
xlabel('X-axis');
ylabel('Y-axis');
zlabel('Z-axis');
title('Posisi pada bidang XYZ');
grid on
hold on
% plot untuk error
figure (8)
subplot(3,1,1);
plot(1:N,error(1,:), 'b', 'linewidth', 2);
title('Error Antara Nilai Real dan Nilai
Estimasi Variabel V1');
xlabel('Waktu');
ylabel('Error V1');
grid on; hold on;
grid on

```

```

legend('Error UKF');
subplot(3,1,2);
plot(1:N,error(2,:), 'r', 'linewidth',2);
title('Error Antara Nilai Real dan Nilai
Estimasi Variabel V2');
xlabel('Waktu');
ylabel('Error V2');
grid on; hold on;
grid on;
legend('Error UKF');
subplot(3,1,3);
plot(1:N,error(3,:), 'g', 'linewidth',2);
title('Error Antara Nilai Real dan Nilai
Estimasi Variabel V3');
xlabel('Waktu');
ylabel('Error V3');
grid on; hold on;
grid on

```

LAMPIRAN 4

Biodata Penulis



Penulis bernama Luh Ayu Bugiati Listosari, Lahir di Jember, 05 September 1996. Penulis merupakan anak pertama dari dua bersaudara. Penulis menempuh pendidikan formal mulai dari TK Al-Hujjah (2000 – 2002), SD Negeri Kebonsari 04 Jember (2002 – 2008), SMP Negeri 12 Jember (2008 – 2011), SMA Negeri 2 Jember (2011 – 2014). Setelah lulus dari SMA, pada tahun 2014 penulis melanjutkan studi ke jenjang S1 di Departemen Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya melalui jalur SNMPTN dengan NRP 06 1 1 14 40 00 0023. Di Departemen Matematika, penulis mengambil Bidang Minat Matematika Terapan. Informasi lebih lanjut mengenai Tugas Akhir ini dapat ditujukan ke penulis melalui email: luhayubl@gmail.com

