



TUGAS AKHIR - SM141501

**MODEL DAN PENYELESAIAN NUMERIK ALIRAN  
NON-ISOTHERMAL STEADY-STATE UNTUK  
TRANSMISI GAS ALAM DALAM PIPA**

NOVANI INDRA KUSTANTI  
NRP. 0611144000082

Dosen Pembimbing :  
Dr. Chairul Imron, Ml.Komp.

DEPARTEMEN MATEMATIKA  
Fakultas Matematika, Komputasi dan Sains Data  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember  
Surabaya 2018





FINAL PROJECT - SM141501

**STEADY-STATE NON-ISOTHERMAL FLOW MODEL  
AND NUMERICAL SOLUTION FOR NATURAL GAS  
TRANSMISSION IN PIPES**

NOVANI INDRA KUSTANTI  
NRP. 0611144000082

Dosen Pembimbing :  
Dr. Chairul Imron, Ml.Komp.

DEPARTEMEN MATEMATIKA  
Fakultas Matematika, Komputasi dan Sains Data  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember  
Surabaya 2018



**LEMBAR PENGESAHAN**

**MODEL DAN PENYELESAIAN NUMERIK ALIRAN  
NON-ISOTHERMAL STEADY-STATE UNTUK**

**TRANSMISI GAS ALAM DALAM PIPA  
*STEADY-STATE NON-ISOTHERMAL FLOW MODEL  
AND NUMERICAL SOLUTION FOR NATURAL GAS  
TRANSMISSION IN PIPES***

Diajukan Untuk Memenuhi Salah Satu Syarat Memperoleh  
Gelar Sarjana Sains pada  
Bidang Studi Ilmu Komputer  
Program Studi S-1 Departemen Matematika  
Fakultas Matematika, Komputasi dan Sains Data  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

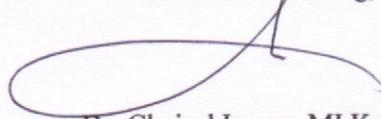
Oleh :

**NOVANI INDRA KUSTANTI**

**NRP. 06111440000082**

Menyetujui,

Dosen Pembimbing,



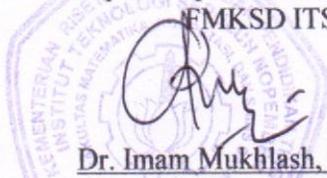
Dr. Chairul Imron, MI.Komp.

NIP. 19611115 198703 1 003

Mengetahui,

Kepala Departemen Matematika

FMKSD ITS



Dr. Imam Mukhlash, S.Si, MT.

NIP. 19700831 199403 1 003

Surabaya, 02 Agustus 2018



# MODEL DAN PENYELESAIAN NUMERIK ALIRAN NON-ISOTHERMAL STEADY-STATE UNTUK TRANSMISI GAS ALAM DALAM PIPA

Nama Mahasiswa : Novani Indra Kustanti  
NRP : 06111440000082  
Departemen : Matematika  
Pembimbing : 1. Dr. Chairul Imron, MI.Komp.

## Abstrak

Gas alam adalah bahan bakar fosil gas yang terdiri dari metana yang berbahaya karena sifatnya yang mudah terbakar dan menimbulkan ledakan. Salah satu cara untuk mengatasi masalah tersebut adalah dengan mendapatkan konsumen terlebih dahulu sebelum mendistribusikan gas alam, yaitu dengan sistem jaringan perpipaan. Apabila pendistribusian gas alam dilakukan dengan sistem transmisi pipa, maka perlu diperhatikan perilaku gas alam dalam pipa selama proses transportasi agar pengiriman gas alam dapat dilakukan dengan benar dan aman. Pada penelitian ini dikaji tentang model aliran gas dalam suatu saluran pipa untuk mengetahui perilaku gas dalam sistem jaringan distribusi, untuk mengembangkan solusi numerik yang dapat mengintegrasikan model matematis pada aliran gas alam ke dalam pipa di bawah kondisi stedi non-isothermal. Digunakan persamaan konservasi massa, persamaan konservasi momentum, dan persamaan keadaan gas nyata sehingga diperoleh model suhu dan tekanan. Model yang diperoleh selanjutnya diselesaikan secara numerik menggunakan metode Runge-Kutta. Kemudian hasilnya dibandingkan dengan data eksperimen pada jurnal *Applied Mathematical Modeling-Steady State Non Isothermal Flow Model for Natural Gas Transmission in Pipes*.

**Kata kunci** : Gas Alam, Transmisi Pipa, *Non Isothermal, Steady State*, Runge-Kutta



**STEADY-STATE NON-ISOTHERMAL FLOW MODEL  
AND NUMERICAL SOLUTION FOR NATURAL GAS  
TRANSMISSION IN PIPES**

Name : Novani Indra Kustanti  
NRP : 0611144000082  
Department : Mathematics  
Supervisor : 1.Dr. Chairul Imron, MI.Komp.

***Abstract***

*Natural gas is a fossil fuel form of gas which consists mostly of methane which can be dangerous because of its highly flammable and explosive nature. One way to overcome these problems is to get consumers first before distributing natural gas, ie with a piping network system. If the distribution of natural gas is carried out with a pipeline transmission system, it is necessary to consider the behavior of natural gas in the pipeline during the transportation process from the production site to consumers so that natural gas shipments can be carried out correctly and safely. This Final Project examines the model of gas flow in a pipeline to determine the behavior of gases in a distribution network system, to develop numerical solutions that can integrate mathematical models into the flow of natural gas into pipes under non-isothermal stedi conditions. Used mass conservation equations, momentum conservation equations, and real gas state equations to obtain a temperature and pressure model. The model obtained is then solved numerically using the Runge-Kutta method. Then the results were compared with experimental data in the journal Model of Mathematical Modeling Applied-Steady State Non-Isothermal Flow Model for Natural Gas Transmission on Pipes.*

**Keywords :** *Natural Gas, Transmission Pipe, Non Isothermal, Steady State, Runge-Kutta*



## **KATA PENGANTAR**

Alhamdulillahirabbilalamiin, segala puji dan syukur bagi Allah SWT yang telah memberikan rahmat, kasih sayang, dan petunjuk-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir yang berjudul :

### **MODEL DAN PENYELESAIAN NUMERIK ALIRAN NON-ISOTHERMAL STEADY-STATE UNTUK TRANSMISI GAS ALAM DALAM PIPA**

Sebagai salah satu syarat kelulusan Program Sarjana Departemen Matematika FMKSD Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya.

Tugas Akhir ini dapat terselesaikan dengan baik berkat bantuan dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan ucapan terima kasih kepada :

1. Dr. Imam Mukhlash, S.Si, MT, selaku Kepala Departemen Matematika ITS.
2. Bapak Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si, M.Si selaku Kaprodi S1 dan Bapak Drs. Iis Herisman, M.Sc selaku Sekretaris Kaprodi S1 yang telah memberikan banyak bantuan dalam proses pengumpulan Tugas Akhir ini.
3. Bapak Dr. Chairul Imron, MI.Komp. selaku pembimbing yang memberikan arahan dalam Tugas Akhir ini.
4. Ibu Endah Rokhmati Merdika Putri, S.Si, M.Si, PH.D selaku dosen wali yang telah memberikan arahan akademik.
5. Bapak Ibu dosen serta seluruh staf Tenaga Kependidikan Jurusan Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
6. Keluarga tercinta (Ayah dan Ibu), terima kasih atas doa-doa dan dukungannya yang selalu dicurahkan kepada penulis.

7. Teman-teman mahasiswa Matematika ITS angkatan 2014 yang telah memberikan masa-masa berkesan bagi penulis selama menjadi bagian dari mereka.
8. Semua pihak yang tidak bisa penulis sebutkan satu-persatu, terima kasih telah memberikan saran, dukungan, motivasi dan membantu sampai terselesaikannya Tugas Akhir ini.

Penulis juga menyadari bahwa dalam Tugas Akhir ini masih terdapat kekurangan. Oleh sebab itu, kritik dan saran yang bersifat membangun sangat penulis harapkan demi kesempurnaan Tugas Akhir ini. Akhirnya, penulis berharap semoga Tugas Akhir ini dapat bermanfaat bagi banyak pihak.

Surabaya, Agustus 2018

Penulis

## DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL.....	i
LEMBARAN PENGESAHAN.....	v
Abstrak .....	vii
Abstract .....	ix
KATA PENGANTAR .....	xi
DAFTAR ISI.....	xiii
DAFTAR GAMBAR .....	xv
DAFTAR TABEL.....	xvii
DAFTAR LAMPIRAN .....	xix
DAFTAR SIMBOL.....	xxi
BAB 1 PENDAHULUAN .....	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah .....	4
1.3 Batasan Masalah.....	4
1.4 Tujuan Penelitian.....	4
1.5 Manfaat Penelitian.....	4
1.6 Sistematika Penulisan.....	5
BAB II TINJAUAN PUSTAKA.....	7
2.1 Studi dan Penelitian Sebelumnya .....	7
2.2 Jaringan Pipa .....	10
2.3 Gas Alam .....	11
2.4 Gas Nyata .....	15
2.4.1 Persamaan Keadaan Gas Nyata.....	15
2.4.2 Faktor Deviasi .....	18
2.4.3 Faktor Gesekan Darcy-Weisbach.....	18
2.5 Persamaan Aliran Gas Steady-State .....	19
2.5.1 Konservasi Massa:Persamaan Momentum.....	19
2.5.2 Hukum Gerak Newton II : Persamaan Momentum .....	20
2.5.3 Konservasi Energi .....	23

2.6 Metode Runge Kutta.....	23
<b>BAB III METODE PENELITIAN.....</b>	<b>25</b>
3.1 Tahap Penelitian .....	25
3.1.1 Studi Literatur .....	25
3.1.2 Pemodelan Aliran Gas dalam Saluran Pipa.....	25
3.1.3 Penyelesaian Numerik.....	26
3.1.4 Simulasi Model .....	26
3.1.5 Analisis Hasil dan Pembahasan.....	26
3.1.6 Penarikan Kesimpulan dan Saran.....	26
3.2 Alur Penelitian.....	27
<b>BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN .....</b>	<b>29</b>
4.1 Pemodelan Aliran Gas Steady-State dalam Pipa .....	29
4.2 Penyelesaian Numerik .....	39
4.2.1 Runge Kutta Orde 4 untuk Model Tekanan .....	40
4.2.2 Runge Kutta Orde 4 untuk Model Suhu.....	41
4.3 Simulasi dan Pembahasan .....	41
4.3.1 Hasil Simulasi Model Tekanan .....	43
4.3.2 Hasil Simulasi Model Suhu.....	44
4.3.3 Akurasi Pengukuran.....	45
<b>BAB V KESIMPULAN DAN SARAN .....</b>	<b>49</b>
5.1 Kesimpulan.....	49
5.2 Saran.....	49
<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>	<b>51</b>
<b>LAMPIRAN.....</b>	<b>53</b>
<b>BIODATA PENULIS .....</b>	<b>57</b>

## DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Komponen Utama dalam Gas .....	11
Gambar 2.2	Bentuk Faktor Z sebagai Fungsi Tekanan .....	17
Gambar 4.1	Grafik Tekanan Aliran Gas Pipa.....	43
Gambar 4.2	Grafik Suhu Aliran Gas Pipa .....	44
Gambar 4.3	Peta Sketsa Pipa dengan Data Eksperimen .pada Jurnal Benito dkk (2016) .....	45
Gambar 4.4	Grafik Tekanan Data Eksperimen pada Jurnal Benito dkk (2016) .....	46
Gambar 4.5	Grafik Suhu Data Eksperimen pada Jurnal Benito dkk (2016) .....	47



## DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Komponen Utama dalam Gas .....	12
Tabel 4.1	Komponen Gas dengan Mole Fractions (ISO 20765-1:2005(E)).....	42
Tabel 4.2	Parameter dari Gas (ISO 20765-1:2005(E)).....	42
Tabel 4.3	Data Eksperimen pada Jurnal Benito dkk (2016) dan Data Hasil Simulasi .....	46



## DAFTAR LAMPIRAN

<b>Lampiran A. Source Code .....</b>	<b>53</b>
--------------------------------------	-----------



## DAFTAR SIMBOL

$C_p$	: Kapasitas panas isobarik
$D$	: Diameter dalam pipa
$f$	: Faktor gesekan
$\lambda$	: Faktor Gesekan Darcy
$g$	: Percepatan Gravitasi
$h$	: Entalpi bulk
$H$	: Kedalaman pipa di bawah permukaan tanah
$x$	: Panjang pipa
$p$	: Tekanan gas
$T$	: Suhu Gas
$q_w$	: Fluks panas pada dinding pipa
$R$	: Konstanta gas
$Re$	: Bilangan Reynolds
$v$	: Kecepatan Gas
$Z$	: Faktor Deviasi
$\varepsilon$	: Energi internal gas
$\mu$	: Koefisien Joule-Thomson
$\rho$	: Massa jenis g



# BAB 1

## PENDAHULUAN

Pada bab ini dibahas mengenai latar belakang yang mendasari penulisan Tugas Akhir ini. Di dalamnya mencakup identifikasi permasalahan pada topik Tugas Akhir kemudian dirumuskan menjadi permasalahan yang diberikan batasan-batasan dalam pembahasan pada Tugas Akhir ini.

### 1.1 Latar Belakang

Seiring perkembangan zaman, sektor industri dan teknik berkembang dengan pesat. Salah satu sektor industri dan teknik yang dikembangkan di Indonesia adalah gas alam. Gas alam seperti juga minyak bumi merupakan campuran senyawa hidrokarbon yang terbentuk dari timbunan fosil-fosil organik yang berada dalam lapisan perut bumi sejak berjuta-juta tahun lalu. Bedanya dengan minyak bumi, gas alam lebih banyak mengandung senyawa hidrokarbon ringan terutama metana ( $CH_4$ ) dan dapat ditemukan baik bersamaan dengan minyak bumi (*associated gas*) maupun terpisah dari minyak bumi (*non-associated gas*). Di Indonesia penggunaan sumber energi alternatif ini meningkat sejalan dengan perkembangan industri yang terjadi di berbagai daerah. Peningkatan ini didukung oleh beberapa fakta, diantaranya, gas alam lebih bersih dari pada sumber energi lain, gas relatif lebih murah, terutama jika dibandingkan dengan minyak atau batu bara, dan yang utama karena Indonesia mempunyai cadangan gas alam yang melimpah [1].

Komposisi pada gas alam dapat bervariasi. Gas alam dapat berbahaya karena sifatnya yang sangat mudah terbakar dan menimbulkan ledakan. Gas alam lebih ringan dari udara, sehingga cenderung mudah tersebar di atmosfer. Akan tetapi

bila ia berada dalam ruang tertutup, seperti dalam rumah, konsentrasi gas dapat mencapai titik campuran yang mudah meledak, yang jika tersulut api, dapat menyebabkan ledakan yang dapat menghancurkan bangunan. Kandungan metana yang berbahaya di udara adalah antara 5 % hingga 15 %. Sehingga sangat sulit untuk menyimpan gas alam karena hal ini sangat mahal dan berbahaya [2].

Salah satu cara untuk mengatasi masalah tersebut adalah dengan mendapatkan konsumen terlebih dahulu sebelum mendistribusikan gas alam. Pengiriman gas alam dari daerah produksi ke konsumen dapat dilakukan dengan beberapa cara tergantung situasi dan kondisi, antara lain dengan sistem transmisi pipa atau dikonversi dahulu ke bentuk lain seperti *Compressed Natural Gas* (CNG) atau *Liquid Natural Gas* (LNG). Apabila pendistribusian gas alam dilakukan dengan sistem transmisi pipa, maka perlu diperhatikan perilaku gas alam dalam saluran pipa selama proses transportasi dari tempat produksi ke konsumen agar pengiriman gas alam dapat dilakukan dengan benar dan aman. Untuk mengetahui perilaku gas alam perlu dibangun suatu model dalam sistem jaringan saluran pipa [2].

Pada penelitian sebelumnya, telah banyak dilakukan pemodelan pada aliran gas dalam saluran pipa yang dilakukan dengan mengasumsikan bahwa aliran gas dalam keadaan *steady*, dimana kondisi tekanan, laju alir, dan temperatur tidak berubah terhadap waktu. Kondisi seperti ini telah dilakukan penelitian oleh Benito dkk pada tahun 2016 [5]. Benito dkk meneliti tentang model aliran gas pipa pada kondisi tunak dan meneliti perilaku gas disepanjang pipa yaitu tekanan dan suhu disetiap nodenya. Dari setiap nodenya tersebut diperoleh hasil tekanan dan suhu yang semakin mengalami penurunan. Hal ini dapat disebabkan

dengan berbagai faktor salah satunya parameter-parameter yang digunakan. Faktor gesekan merupakan salah satu parameter penting dalam aliran gas. Faktor gesekan yang digunakan adalah menggunakan korelasi GERG 1.19.

Kemudian metode Runge-Kutta juga telah banyak digunakan untuk menganalisis model matematika, diantaranya pada tahun 2016, Tahiyatul Asfihani dkk menggunakan metode Runge-Kutta orde ke-empat untuk menganalisis model lintasan nanopartikel magnet pada pembuluh darah didalam medan magnet. Metode Runge-Kutta ini memiliki tingkat ketelitian yang tinggi, sehingga banyak digunakan diberbagai penelitian [9].

Merujuk pada penelitian diatas, dalam Tugas Akhir ini dikaji tentang model aliran gas dalam suatu saluran pipa untuk mengetahui perilaku gas dalam sistem jaringan distribusi, untuk mengembangkan solusi numerik yang akurat dan cepat yang dapat mengintegrasikan secara efisien model matematis pada aliran gas alam ke dalam pipa yang telah dilakukan penelitian oleh Benito dkk [5]. Untuk itu dibuat asumsi dan batasan masalah serta digunakan persamaan konservasi massa, persamaan konservasi momentum, dan persamaan keadaan gas nyata. Model yang diperoleh selanjutnya diselesaikan secara numerik menggunakan metode Runge-Kutta. Metode yang diusulkan memungkinkan untuk menentukan tekanan dan suhu dimanapun dalam pipa. Kemudian hasil simulasi numeriknya akan dibandingkan dengan data eksperimen pada jurnal *Applied Mathematical Modeling-Steady State Non Isothermal Flow Model for Natural Gas Transmission in Pipes*. Selanjutnya, disimulasikan dengan bantuan program MATLAB.

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang tersebut, dapat dirumuskan permasalahan dalam Tugas Akhir ini sebagai berikut :

1. Bagaimana mengkaji model matematika dari aliran *non-isothermal* dalam keadaan *steady* untuk transmisi gas alam dalam pipa?
2. Bagaimana analisis hasil perhitungan numerik dan visualisasi aliran *non-isothermal* dalam keadaan *steady* untuk transmisi gas alam dalam pipa dengan menggunakan pemrograman MATLAB?

## 1.3 Batasan Masalah

Pada penelitian ini, penulis membuat Batasan masalah sebagai berikut :

1. Pipa transmisi diasumsikan lurus, horizontal dan terkubur dalam tanah
2. Penampang melingkar konstan
3. Aliran gas satu dimensi
4. Sistem keadaan tunak (Steady-State)
5. Aliran di pipa turbulen
6. Pipa sepanjang 20 Km
7. Diameter pipa internal,  $D = 0,6426 \text{ m}$
8. Kedalaman sumbu pipa di bawah permukaan tanah,  $H = 1,5 \text{ m}$

## 1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan permasalahan yang telah dirumuskan sebelumnya, tujuan penelitian Tugas Akhir ini adalah :

1. Mengkaji model matematika dari aliran *non-isothermal steady-state* untuk transmisi gas alam dalam pipa.

2. Mengetahui hasil perhitungan numerik dari aliran non-isothermal steady-state untuk transmisi gas alam dalam pipa dengan menggunakan MATLAB

### **1.5 Manfaat Penelitian**

Mengembangkan solusi numerik yang dapat mengintegrasikan model matematis pada aliran gas alam ke dalam pipa, di bawah kondisi stedi *non-isothermal*, sehingga diperoleh pengetahuan yang lebih mendalam mengenai sistem jaringan pipa gas.

### **1.6 Sistematika Penulisan**

Penulisan Tugas Akhir ini disusun dalam lima bab, yaitu :

Bab I : PENDAHULUAN

Bab ini berisikan penjelasan mengenai latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan, manfaat, dan sistematika penulisan dari pembuatan tugas akhir.

Bab II : TINJAUAN PUSTAKA

Bab ini berisi kajian teori dari metode dan algoritma yang digunakan dalam penyusunan tugas akhir ini. Secara garis besar, bab ini berisi tentang tinjauan pustaka yang digunakan dalam menyelesaikan tugas akhir.

Bab III : METODOLOGI PENELITIAN

Bab ini berisi pembahasan mengenai metodologi pengerjaan tugas akhir.

**Bab IV : HASIL DAN PEMBAHASAN**

Bab ini menjelaskan tentang hasil yang diperoleh dalam pengerjaan tugas akhir beserta pembahasannya.

**Bab V : KESIMPULAN DAN SARAN**

Bab ini merupakan bab yang menyampaikan kesimpulan dari hasil uji coba yang dilakukan, masalah-masalah yang dialami pada proses pengerjaan tugas akhir, dan saran untuk pengembangan solusi ke depannya.

## **BAB II**

### **TINJAUAN PUSTAKA**

Pada bab ini akan diuraikan mengenai penelitian sebelumnya dan tentang dasar - dasar teori yang digunakan untuk mendapatkan model aliran gas serta penyelesaian numeriknya.

#### **2.1 Studi dari Penelitian Sebelumnya**

Pada tahun 1995, Junyang Zhou dan Adewumi telah melakukan penelitian untuk mensimulasikan aliran gas dalam saluran pipa menggunakan skema numerik *Total Variations Diminishing (TVD)* yang memiliki tingkat kesulitan yang tinggi dan bila dilihat dari segi numerik mempunyai waktu komputasi yang lama [1].

Pada tahun 1996 mereka meneliti hal yang sama dengan menggunakan skema numerik Godunov. Model yang dikembangkan mengasumsikan bahwa aliran gas dalam kondisi isothermal. Faktor deviasi gas ( $Z$ ) bernilai konstan dan dihitung dengan menggunakan persamaan Dranchuk dan Abou-Kaseem yang diambil secara rata - rata. Pada tahun 2000, Zhou dan Adewumi melaporkan lagi hasil penelitiannya pada kasus yang sama dengan menggunakan *hybrid TVD/ Gudunov Scheme*, sama dnegan menggunakan *hybrid TVD/ lax-Wendrof*. Dinyatakan bahwa hasil simulasi dengan menggunakan *hybrid TVD/ Gudunov Scheme* dan *hybrid TVD/ Roe Scheme* memberikan hasil yang memuaskan. Sedangkan hasil simulasi dengan menggunakan *hybrid TVD/ Lax-Wendrof* memberikan hasil yang cukup baik. Ketiga penelitian yang dilakukan oleh Zhou dan Adewumi tersebut mengasumsikan bahwa harga  $Z$  yang digunakan adalah faktor  $Z$  rata - rata yang dihitung dengan

menggunakan metode Dranchuk dan Abou-Kassem. Parameter yang diamati oleh Zhou dan Adewumi adalah perubahan tekanan dan laju alir pada pipa tunggal. Mereka membuktikan bahwa model yang dikembangkan sesuai dengan kondisi di lapangan yaitu dengan melakukan validasi dengan data lapangan yang diambil dari paper yang telah dipublikasikan oleh Demsey, J.R., dkk (1972) [1].

Pada tahun 2004, Harry Budiharjo Sulistyarso, Suryasatriya Trihandaru, Leksono Mucharam, Septoratio Siregar, Ivanky Saputra, dan Sinatra Canggih melakukan penelitian tentang solusi model aliran gas dalam pipa pada kondisi *Line Packing* menggunakan *Skema Richtmyer*. Proses *line Packing* dilakukan untuk menjamin pasokan gas selama terjadi masalah. Pada penelitian ini, model aliran transient beserta permasalahan pada batas akan diselesaikan secara numerik menggunakan skema Richtmyer, hal ini disebabkan karena analisis kestabilan menunjukkan bahwa skema Richtmyer lebih baik dari skema eksplisit lainnya. Dari contoh kasus yang diberikan, diperoleh hasil bahwa skema Richtmyer cukup mendekati data di lapangan, yang kebanyakan merupakan kasus aliran unsteady-state.

Pada tahun 2007, Harry Budiharjo S., Leksono Mucharam, Septoratio Siregar, Edy Soewono, Darmadi, dan Anindhita melakukan penelitian tentang metode untuk memprediksi perilaku aliran gas dalam pipa transmisi akibat proses *Line Packing*. Pada penelitian ini akan dikembangkan model *transient* Adewumi dengan menggunakan faktor deviasi gas sebagai fungsi dari tekanan. Metode hasil pengembangan ini kemudian disimulasikan pada pipa baru dan pipa lama. Software yang digunakan untuk mensimulasikan model ini adalah software yang dikembangkan pada research consortium OPPINET ITB.

Kemudian pada tahun yang sama, dilakukan penelitian juga oleh Nur aini tentang model transien aliran gas pada pipa. Pada penelitian ini akan dikembangkan model *transient* Adewumi dengan menggunakan faktor deviasi gas sebagai fungsi dari tekanan. Metode hasil pengembangan ini kemudian disimulasikan pada pipa baru dan pipa lama. Software yang digunakan untuk mensimulasikan model ini adalah software yang dikembangkan pada research consortium OPPINET ITB [7].

Pada tahun 2010, Zusnita Meyrawati melakukan penelitian tentang pemodelan dan solusi numerik aliran gas dalam saluran pipa menggunakan metode *Crank-Nicolson*. Pada Tugas Akhir ini dikaji tentang model aliran gas dalam suatu saluran pipa untuk mengetahui perilaku gas dalam sistem jaringan distribusi. Untuk itu dibuat asumsi dan batasan masalah serta digunakan persamaan konservasi massa, persamaan konservasi momentum, dan persamaan keadaan gas nyata. Model yang diperoleh berupa suatu sistem persamaan diferensial parsial (PDP) jenis parabolik linier orde dua. Model tersebut selanjutnya diselesaikan secara numerik menggunakan metode Crank-Nicolson dan disimulasikan dengan bantuan program Matlab 7.6 [1].

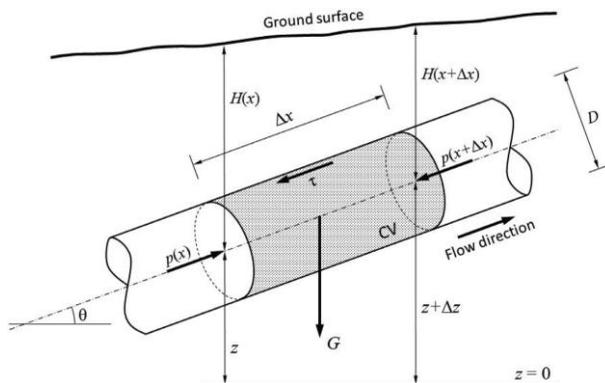
Selanjutnya pada tahun 2016, Aisyah melakukan penelitian tentang pemodelan dan simulasi penurunan tekanan pada pipa transmisi menggunakan metode iterasi titik tetap. Pada penelitian ini akan dilakukan penelitian untuk mengukur distribusi tekanan pada pipa transmisi dengan menggunakan metode Iterasi Titik Tetap. Prediksi distribusi tekanan akan dilakukan baik untuk pipa dengan asumsi temperatur isothermal (konstan) maupun non isothermal. Kemudian hasil prediksi distribusi tekanan dan temperatur tersebut akan dibandingkan dan dianalisis dengan data lapangan yang diberikan. Berdasarkan pemodelan

tersebut diperoleh hasil distribusi tekanan dengan kondisi temperatur tidak konstan dan dengan perubahan elevasi yang paling mendekati data lapangan. Sehingga nilai error yang dihasilkannya pun bernilai paling kecil jika dibandingkan dengan kondisi- kondisi yang lain.

## **2.2 Jaringan Pipa**

Jaringan pipa adalah sistem dengan rangkaian pipa yang panjang. Panjang dari jaringan pipa ini bisa mencapai ribuan kilometer. Sedangkan distribusi gas bisa memiliki arti menghubungkan pusat produksi dengan tempat-tempat penyimpanan gas. Oleh karena itu, pada sistem jaringan pipa distribusi gas dilengkapi dengan stasiun kompresi beserta peralatan lain, seperti katup dan regulator. Dengan demikian sistem ini bekerja pada tekanan tinggi dan menggunakan stasiun kompresi, untuk menyediakan energi yang cukup bagi gas tersebut, agar bisa mengalir sepanjang jarak yang akan ditempuh. Ketika gas mengalir, gas akan mengalami kehilangan energi dan tekanan akibat gesekan antara gas dan dinding dalam pipa, dan juga disebabkan transfer panas antara gas dan lingkungan di sekitar pipa. Jika diperlukan, gas harus disediakan untuk pengiriman pada titik - titik dengan tekanan tertentu. Penurunan tekanan yang tidak diinginkan sepanjang jaringan harus dikembalikan secara periodik. Tugas ini dilakukan pemasangan stasiun kompresi pada jaringan, tapi biasanya memakan lebih dari 3% atau 5% dari total gas yang diangkut. Di sisi lain, jika terjadi suatu peningkatan tekanan gas, batas aman tertentu dapat terlampaui. Dalam kasus ini perlu untuk diaktifkan suatu mekanisme darurat untuk menghindari bahaya ledakan. Untuk mengatasinya, maka jaringan memiliki regulator tekanan yang dapat mengurangi tekanan sampai mencapai nilai yang berada dalam batas aman [1].

Salah satu persoalan pokok yang paling penting dalam sistem distribusi gas adalah perhitungan tekanan yang harus diberikan pada gas dari stasiun kompresi untuk mencapai titik-titik pemakaian. Dengan menerapkan hukum konservasi massa, momentum, energi dan persamaan keadaan gas pada perhitungan volume kendali seperti yang ditunjukkan pada Gambar 2.1, akan didapatkan suatu model yang menjelaskan aliran gas dinamik satu dimensi yang melalui suatu saluran pipa [5].



**Gambar 2.1.** Volume Kendali dalam Pipa Gas

### 2.3 Gas Alam

Gas alam (*natural gas*) sering juga disebut sebagai gas bumi atau gas rawa, adalah bahan bakar fosil berbentuk gas yang terutama terdiri dari metana. Ia dapat ditemukan di ladang minyak, ladang gas Bumi dan juga tambang batu bara. Ketika gas yang kaya dengan metana diproduksi melalui pembusukan oleh bakteri anaerobik dari bahan-bahan organik selain dari fosil, maka ia disebut biogas. Sumber biogas dapat ditemukan di rawa - rawa, tempat

pembuangan akhir sampah, serta penampungan kotoran manusia dan hewan [3].

Komponen utama dalam gas alam adalah metana ( $CH_4$ ) yang merupakan molekul hidrokarbon rantai terpendek dan teringan. Gas alam juga mengandung molekul - molekul hidrokarbon yang lebih berat seperti etana ( $C_2H_6$ ), propana ( $C_3H_8$ ) dan butana ( $C_4H_{10}$ ). Selain itu juga terdapat gas - gas yang mengandung sulfur (belerang). Gas alam juga merupakan sumber utama untuk sumber gas helium [3].

**Tabel 2.1.** Komponen Utama Dalam Gas Alam

Komponen	%
Metana ( $CH_4$ )	80-95
Etana ( $C_2H_6$ )	5-15
Propana ( $C_3H_8$ ) and Butana ( $C_4H_{10}$ )	< 5

Nitrogen, helium, karbon dioksida ( $CO_2$ ), hidrogen sulfida ( $H_2S$ ), dan air dapat juga terkandung di dalam gas alam. Merkuri dapat juga terkandung dalam jumlah kecil. Komposisi gas alam bervariasi sesuai dengan sumber ladang gasnya [3].

Campuran organosulfur dan hidrogen sulfida adalah kontaminan (pengotor) utama dari gas yang harus dipisahkan. Gas dengan jumlah pengotor sulfur yang signifikan dinamakan sour gas dan sering disebut juga sebagai *acid gas* (gas asam). Gas alam yang telah diproses dan akan dijual bersifat tidak berasa dan tidak berbau. Akan tetapi, sebelum gas tersebut didistribusikan ke pengguna akhir, biasanya gas tersebut diberi bau dengan

menambahkan thiol, agar dapat terdeteksi bila terjadi kebocoran gas. Gas alam yang telah diproses itu sendiri sebenarnya tidak berbahaya, akan tetapi gas alam tanpa proses dapat menyebabkan tercekiknya pernapasan karena ia dapat mengurangi kandungan oksigen di udara pada level yang dapat membahayakan [3].

Gas alam dapat berbahaya karena sifatnya yang sangat mudah terbakar dan menimbulkan ledakan. Gas alam lebih ringan dari udara, sehingga cenderung mudah tersebar di atmosfer. Akan tetapi bila ia berada dalam ruang tertutup, seperti dalam rumah, konsentrasi gas dapat mencapai titik campuran yang mudah meledak, yang jika tersulut api, dapat menyebabkan ledakan yang dapat menghancurkan bangunan. Kandungan metana yang berbahaya di udara adalah antara 5% hingga 15% [3].

Ledakan untuk gas alam terkompresi di kendaraan, umumnya tidak mengkhawatirkan karena sifatnya yang lebih ringan, dan konsentrasi yang di luar rentang 5 - 15% yang dapat menimbulkan ledakan [3].

Metode penyimpanan gas alam dilakukan dengan Natural Gas Underground storage, yakni suatu ruangan raksasa di bawah tanah yang lazim disebut sebagai *salt dome*, yakni kubah-kubah dibawah tanah yang terbentuk dari reservoir sumber - sumber gas alam yang telah habis. Hal ini sangat tepat unruk negara 4 musim. Pada musim panas saat pemakaian gas untuk pemanas jauh berkurang (*low demand*), gas alam diinjeksikan melalui kompresor-kompresor gas kedalam kubah didalam tanah tersebut. Pada musim dingin, dimana terjadi kebutuhan yang sangat signifikan, gas alam yang disimpan didalam kubah bawah tanah dikeluarkan untuk disalurkan kepada konusmen yang membutuhkan.

Bagi perusahaan (operator) penyedia gas alam, cara ini sangat membantu untuk menjaga stabilitas operasional pasokan gas alam melalui jaringan pipa gas alam. Pada dasarnya sistem transportasi gas alam meliputi [1]:

1. Transportasi melalui pipa penyaluran.
2. Transportasi dalam bentuk *Liquid Natural Gas* (LNG) dengan kapal tanker LNG untuk pengangkutan jarak jauh.
3. Transportasi dalam bentuk *Compressed Natural Gas* (CNG), baik di daratan dengan road tanker maupun dengan kapal tanker CNG di laut, untuk jarak dekat dan menengah (antar pulau).

Pemanfaatan gas alam sangat luas, namun secara garis besar pemanfaatan gas alam dibagi menjadi 3 kelompok yaitu:

1. Gas alam sebagai bahan bakar, antara lain sebagai bahan bakar Pembangkit Listrik Tenaga Gas/Uap, bahan bakar industri ringan, menengah dan berat, bahan bakar kendaraan bermotor (BBG/NGV), sebagai gas kota untuk kebutuhan rumah tangga, hotel, restoran dan sebagainya.
2. Gas alam sebagai bahan baku, antara lain sebagai bahan baku pabrik pupuk, petrokimia, metanol, bahan baku plastik (LDPE = *Low Density Polyethylene*, LLDPE = *Linear Low Density Polyethylene*, HDPE = *High Density Polyethylene*, PE = *Poly ethylene*, PVC = *Poly Vinyl Chloride*, C3 dan C4-nya untuk LPG, CO<sub>2</sub>-nya untuk *soft drink*, *dry ice*, pengawet makanan, hujan buatan, industri besi tuang, pengelasan dan bahan pepadam api ringan.

3. Gas alam sebagai komoditas energi untuk ekspor, yakni *Liquid Natural Gas* (LNG).

Teknologi mutakhir juga telah dapat memanfaatkan gas alam untuk air conditioner (AC), seperti yang digunakan di bandara Bangkok, Thailand dan beberapa bangunan gedung perguruan tinggi di Australia.

## 2.4 Gas Nyata

### 2.4.1 Persamaan Keadaan Gas Nyata

Pada kenyataannya semua gas yang ada di alam tidak ada yang bersifat ideal. Pada tekanan rendah, jarak antar molekul terpisah jauh, sehingga gaya tarik dan gaya tolak mendekati nol, jadi dapat diabaikan. Sedangkan pada tekanan yang relatif sangat tinggi, jarak antar molekul berdekatan, sehingga gaya tarik atau gaya tolak menjadi faktor yang penting. Namun, perilaku dari kebanyakan gas nyata tidak berbeda jauh dari perilaku gas ideal. Oleh karena itu, digunakan  $Z$  sebagai faktor pengoreksi atau faktor deviasi persamaan gas ideal, sehingga persamaan keadaan gas nyata dapat dinyatakan sebagai [5]:

$$pV = ZwR_u Temp \quad (2.1)$$

dengan:

- $p$  : tekanan  
 $V$  : volume  
 $Z$  : faktor deviasi  
 $w$  : jumlah mol gas  
 $R_u$  : konstanta gas universal  
 $Temp$  : temperatur

Dengan mensubstitusi persamaan  $m = \rho V$  dan  $m = wM$  pada persamaan (2.1), dengan  $m$  adalah massa,  $M$  adalah massa molekul relatif gas, dan  $\rho$  adalah massa jenis

gas, maka persamaan keadaan gas tersebut dapat ditulis sebagai berikut [5]:

$$p = \frac{\rho Z R_u Temp}{M} = \rho Z R_g Temp \quad (2.2)$$

dengan  $R_g = R_u/M$

### 2.4.2 Faktor Deviasi

Persamaan gas ideal yang diperoleh secara empiric dari hasil pengamatan Boyle, Gay Lussac serta yang lainnya ternyata hanya sesuai untuk keadaan gas pada temperature agak tinggi dan tekanan rendah. Pada percobaan yang lebih seksama untuk meneliti hubungan P-V suatu gas ditemukan, bahwa perilaku gas yang sebenarnya (gas nyata) tidaklah sesuai dengan yang telah dibahas, tetapi terjadi penyimpangan dari keadaan ideal, karena adanya gaya tarik-menarik antarmolekul (terutama pada tekanan tinggi) dan volum molekul-molekulnya tidak dapat diabaikan begitu saja [13].

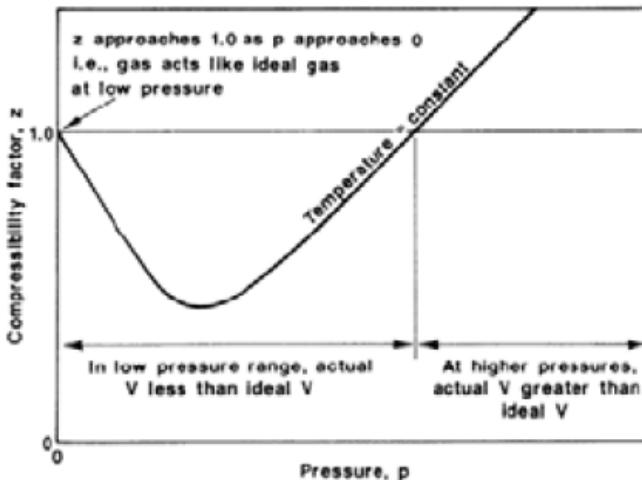
Untuk menggambarkan penyimpangan secara jelas, dapat dinyatakan dengan perbandingan volum molarnya (volum untuk 1 mol gas),  $\bar{V}$ , terhadap volum molar gas ideal  $\bar{V}_{id} = \frac{RT}{P}$ . Perbandingan ini disebut factor kompresibilitas, biasa dilambangkan dengan  $Z$ , yang dinyatakan sebagai berikut [13].

$$Z = \frac{\bar{V}}{\bar{V}_{id}} = \frac{P\bar{V}}{RT} \quad (2.3)$$

Untuk gas ideal, nilai  $Z = 1$  dan tidak bergantung pada temperatur serta tekanan. Sedangkan untuk gas nyata nilai  $Z$  tidak selamanya sama dengan 1, ia merupakan fungsi temperature dan tekanan,  $Z = Z(T, p)$ . Bagi gas ideal harga  $Z = 1$ ; tetapi untuk gas nyata bergerak dari 0,9 – 2,2 [13].

Keadaan dimana  $PV$  pada gas nyata mendekati harga  $PV$  untuk gas ideal, ternyata sangat terbatas, yaitu pada keadaan  $p$  mendekati nol. Keadaan ini disebut titik-titik Boyle. Kebanyakan gas menyimpang sekali dari sifat ideal [13].

Harga  $Z$  berbeda-beda bergantung pada jenis zat, temperatur, dan tekanan. Kegunaan dari factor kompresibilitas adalah untuk perhitungan yang teliti dengan menggunakan persamaan gas ideal yang telah mengalami penerapan faktor  $Z$  [13].



**Gambar 2.2.** Bentuk Tipikal Faktor  $Z$  Sebagai Fungsi Tekanan

### 2.4.3 Faktor Gesekan

Faktor gesekan merupakan penyebab terjadinya kerja yang hilang selama proses aliran. Faktor gesekan terjadi antara fluida yang berupa gas dengan dinding pipa. Hal ini disebabkan oleh kekasaran pipa dan viskositas fluida. Besarnya faktor gesekan dipengaruhi oleh koefisien

kekasaran pipa dan jenis aliran. Faktor gesekan yang akan dipakai dalam penelitian ini dinyatakan oleh faktor Fanning  $f$ , yang didefinisikan sebagai perbandingan antara tegangan geser dengan energi kinetik per satuan volume, yaitu [5]:

$$f = \frac{2|\tau|}{\rho v^2} \quad (2.4)$$

dengan:

$\tau$  : tegangan geser ( $Pa$ )

$v$  : kecepatan aliran gas ( $m/s^2$ )

#### 2.4.4 Faktor Gesekan Darcy-Weisbach

Dalam dinamika fluida, rumus faktor gesekan Darcy adalah persamaan yang berdasarkan pada data eksperimen dan teori untuk faktor gesekan Darcy. Faktor gesekan Darcy adalah satuan tak berdimensi yang digunakan dalam persamaan Darcy-Weisbach, untuk mendiskripsikan kehilangan tekanan akibat gesekan dalam aliran pipa [5].

Rumus faktor gesekan Darcy dapat diaplikasikan pada berbagai jenis aliran yaitu aliran laminer, aliran transisi, dan aliran turbulen. Namun, pada Tugas Akhir ini digunakan aliran turbulen sebagai berikut [5]:

$$\lambda = 8 \frac{\tau}{\rho v^2} \quad (2.5)$$

dengan:

$\lambda$  : faktor gesekan Darcy

$\tau$  : tegangan geser ( $Pa$ )

$v$  : kecepatan gas ( $m/s^2$ )

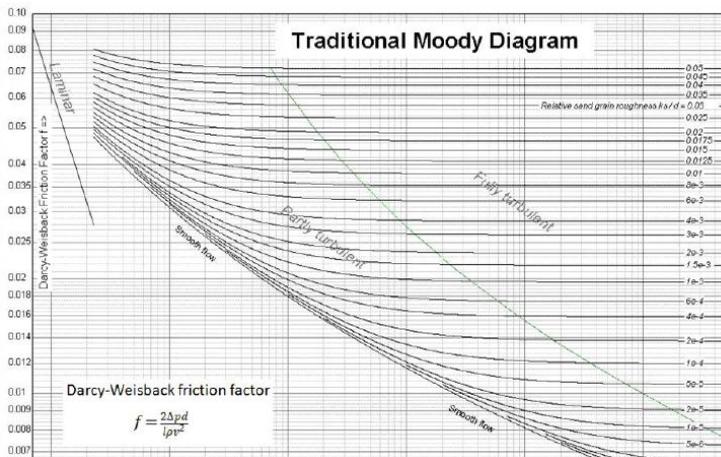
$\rho$  : massa jenis gas ( $kg/m^3$ )

#### 2.4.5 Diagram Moody

Diagram Moody sangat bermanfaat untuk menghitung aliran yang terjadi pada suatu pipa. Kenyataannya sangat susah untuk menghitung faktor gesekan di dalam pipa, terlebih apabila pipa tersebut mempunyai panjang yang

lumayan, sehingga perbandingan antara diameter dan panjang pipa sangatlah kecil [10].

Cara yang paling mudah adalah dengan pembacaan melalui diagram moody, tanpa mengetahui dengan pasti nilai dari kekasaran pipa, sebagai berikut [10]:



**Gambar 2.3.** Diagram Moody berdasarkan bilangan Reynold

## 2.5 Persamaan Aliran Gas *Steady State*

### 2.5.1 Konservasi Massa: Persamaan Kontinuitas

Persamaan konservasi massa diturunkan dengan menggunakan prinsip hukum kekekalan massa. Hukum kekekalan massa menyatakan bahwa massa tidak bisa diciptakan maupun dimusnahkan. Dengan demikian, massa dalam volume kendali adalah konstan. Untuk sebarang volume kendali berlaku [1]:

$$\frac{d}{dt}(\text{massa})$$

$$+ \text{flux massa yang keluar dari kontrol volume} = 0$$

Dan untuk  $m = \rho V$ , maka secara matematis, untuk sebarang volume  $V$  dengan permukaan  $\partial V$  berlaku [1]:

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho dV + \oint_{\partial V} \rho v dS = 0 \quad (2.6)$$

Untuk suatu volume tetap, digunakan  $d/dt$  didalam tanda integral dan diterapkan teorema divergensi yaitu [1]:

$$\oint_{\partial V} \rho v dS = \int_V \nabla(\rho v) dV \quad (2.7)$$

Sehingga dari Persamaan (2.6) dan (2.7) didapatkan [1]:

$$\int_V \left\{ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho v) \right\} dV = 0$$

Karena  $V$  sebarang, integrannya harus bernilai nol. Akibatnya [1]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho v) = 0$$

Sehingga, didapatkan persamaan konservasi massa untuk aliran satu dimensi sebagai berikut [1]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v) = 0 \quad (2.8)$$

Sedangkan untuk persamaan konservasi massa steady state, dari Persamaan (2.8) didapatkan persamaan sebagai berikut [1]:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho v) = 0 \quad (2.9)$$

dimana  $\rho v = \text{konstan}$

## 2.5.2 Hukum Gerak Newton II: Persamaan Momentum

Persamaan konservasi momentum diturunkan dengan menggunakan prinsip hukum kekekalan momentum. Hukum kekekalan momentum (Hukum Kedua Newton) menyatakan bahwa laju perubahan momentum di volume kendali sama dengan gaya bersih yang bekerja pada volume kendali

tersebut. Laju perubahan total dari momentum adalah [11,12]:

- a Laju perubahan dari momentum total dalam volume kendali .
- b Perbedaan antara laju dimana momentum meninggalkan dan memasuki volume kendali (flux bersih)/

Maka didapat:

$$\frac{d}{dt}(\text{momentum}) + \text{laju netto flux momentum yang keluar dari volume kendali} = \text{gaya}$$

Terdapat 2 macam gaya pada fluida:

- a Gaya permukaan (sebanding dengan luas, bekerja pada permukaan kontrol volume)
- b Gaya benda (sebanding dengan volume)

Maka untuk suatu volume kendali dengan volume  $V$  dan suatu permukaan dengan luas  $S$  berlaku:

$$\begin{aligned} \frac{dI}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{x_1}^{x_2} \rho v S dx = (p_1 S_1 - p_2 S_2) \\ + \int_{x_1}^{x_2} p \frac{\partial S}{\partial x} dx - \int_{x_1}^{x_2} |\tau| \pi D dx - \int_{x_1}^{x_2} \rho S g \sin \theta dx \end{aligned} \quad (2.10)$$

dengan  $I$  adalah momentum.

Pada sisi sebelah kiri merupakan turunan total dari momentum volume gas dari medium yang ditransportasikan terhadap waktu. Sedangkan pada sisi sebelah kanan merupakan jumlah total dari semua gaya luar yang bekerja pada volume kendali [11,12].

Kondisi pertama pada sisi sebelah kanan dari Persamaan (2.10) menyatakan adanya perbedaan tekanan pada awal dan akhir dari kontrol volume. Kondisi kedua menyatakan proyeksi aksial dari gaya reaksi dari permukaan

pipa. Kondisi ketiga merupakan gaya gesek pada permukaan pipa. Kondisi keempat menyatakan komponen geser (*sliding component*) dari gaya gravitasi [11,12].

Dengan menyatakan kembali perbedaan tekanan dalam bentuk integral pada keseluruhan volume kendali, didapat:

$$p_1 S_1 - p_2 S_2 = - \int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial p S}{\partial x} dx$$

Dan dengan memperhatikan bahwa:

$$- \int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial p S}{\partial x} dx + \int_{x_1}^{x_2} p \frac{\partial S}{\partial x} dx = - \int_{x_1}^{x_2} S \frac{\partial p}{\partial x} dx$$

Maka didapatkan persamaan berikut:

$$\frac{d}{dt} \int_{x_1}^{x_2} \rho v S dx = \int_{x_1}^{x_2} \left( -S \frac{\partial p}{\partial x} - |\tau| \pi D - \rho S g \sin \theta \right) dx$$

Sekarang dengan menerapkan aturan diferensiasi dari volume fluida pada sisi sebelah kiri Persamaan (2.10), maka:

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} \int_{x_1}^{x_2} \left( \frac{\partial p v S}{\partial t} + \frac{\partial \rho v^2 S}{\partial x} \right) dx \\ &= \int_{x_1}^{x_2} \left( -S \frac{\partial p}{\partial x} - |\tau| \pi D - \rho S g \sin \theta \right) dx \end{aligned} \quad (2.11)$$

Berdasarkan limit dari integrasi, sisi sebelah kiri dan kanan pada Persamaan (2.11) mempunyai limit integrasi yang sama, maka tanda integral dapat dihilangkan. Dan didapatkan persamaan:

$$\frac{\partial p v S}{\partial t} + \frac{\partial \rho v^2 S}{\partial x} = -S \frac{\partial p}{\partial x} - |\tau| \pi D - \rho S g \sin \theta$$

Maka persamaan konservasi momentum untuk volume kendali dengan luas penampang  $S$  dan sudut inklinasi  $\theta$  dapat ditulis sebagai berikut [11,12]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(pvS) + \frac{\partial}{\partial x}(pS + \rho v^2 S) + |\tau|\pi D + \rho S g \sin \theta = 0 \quad (2.12)$$

### 2.5.3 Konservasi Energi

Bentuk dasar persamaan energi adalah sebagai berikut [4,11]:

$$\frac{d}{dx} \left( \varepsilon + \frac{p}{\rho} \right) = - \frac{4q_w}{D\rho v} - g \sin \theta \quad (2.13)$$

Dimana  $\rho$  adalah kerapatan gas,  $\varepsilon$  adalah energi spesifik,  $v$  adalah kecepatan gas,  $p$  adalah tekanan gas, dan  $q_w$  adalah fluks panas dinding luar.

## 2.6 Metode Runge-Kutta Orde 4

Menurut Triatmojo (2002) dalam Hanifah (2013), metode Runge-Kutta merupakan metode yang memberikan ketelitian hasil yang lebih besar dan tidak memerlukan turunan dari fungsi. Metode Runge-Kutta orde empat adalah sebagai berikut [8,9]:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (2.14)$$

dengan

$$k_1 = hf(x_i, y_i)$$

$$k_2 = hf\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}k_1\right)$$

$$k_3 = hf\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}k_2\right)$$

$$k_4 = hf(x_i + h, y_i + k_3)$$

$$h = \frac{j_f - j_0}{n}$$

$h$  = ukuran langkah

$n$  = banyaknya langkah

$j_f$  = jarak akhir

$j_0$  = jarak awal

## **BAB III**

### **METODELOGI PENELITIAN**

Pada bab ini akan dijelaskan bagaimana langkah - langkah yang digunakan untuk menyelesaikan rumusan permasalahan pada penelitian ini. Adapun langkah - langkah yang dilakukan adalah sebagai berikut:

#### **3.1 Tahap Penelitian**

Berikut adalah tahap - tahap yang dilakukan pada pengerjaan Tugas Akhir ini.

##### **3.1.1 Studi Literatur**

Pada tahap ini dilakukan pengumpulan dan pembahasan mengenai penelitian yang pernah dilakukan sebelumnya, teori-teori pendukung yang berkaitan dengan hukum - hukum yang berlaku pada aliran fluida gas dalam saluran pipa, diantaranya persamaan konservasi massa, dan persamaan konservasi momentum, serta dibahas juga mengenai metode yang digunakan untuk menyelesaikan model secara numerik, yaitu metode Runge -Kutta orde 4.

Diharapkan dari studi literatur ini diperoleh informasi tentang penelitian - penelitian yang dilakukan sebelumnya beserta hasil yang telah didapatkan, sehingga akan diketahui penelitian mana yang belum dilakukan, atau berpotensi untuk dilanjutkan.

##### **3.1.2 Pemodelan Aliran Gas dalam Saluran Pipa**

Pada tahap ini dilakukan hal - hal sebagai berikut:

- a. Menyusun asumsi asumsi dan menentukan parameter-parameter yang mempengaruhi proses aliran gas dalam suatu saluran pipa.
- b. Mendefinisikan persamaan konservasi massa, persamaan konservasi momentum, dan persamaan keadaan untuk aliran gas *steady-state*.

c. Menurunkan model berdasarkan hukum - hukum terkait yang mempengaruhi proses aliran gas dalam suatu saluran pipa.

### **3.1.3 Penyelesaian Numerik**

Pada tahap ini, model aliran gas diselesaikan secara numerik menggunakan metode Runge-Kutta dengan memasukkan syarat awal dan syarat batas berdasarkan perkiraan kondisi keadaan dilapangan. Pada penelitian ini, diasumsikan bahwa aliran gas dalam pipa mempunyai syarat awal adalah *steady state*.

### **3.1.4 Simulasi Model**

Setelah didapatkan model aliran gas dan penyelesaian numeriknya, maka disimulasikan menggunakan bantuan program matlab 2013. Selanjutnya simulasi di running, hasil running tersebut menunjukkan nilai tekanan dan suhu gas di tiap titik dalam saluran pipa, serta visualisasi dalam bentuk grafik. Kemudian dilakukan analisis dan pembahasan dari hasil running simulasi tersebut.

### **3.1.5 Analisis Hasil dan Pembahasan**

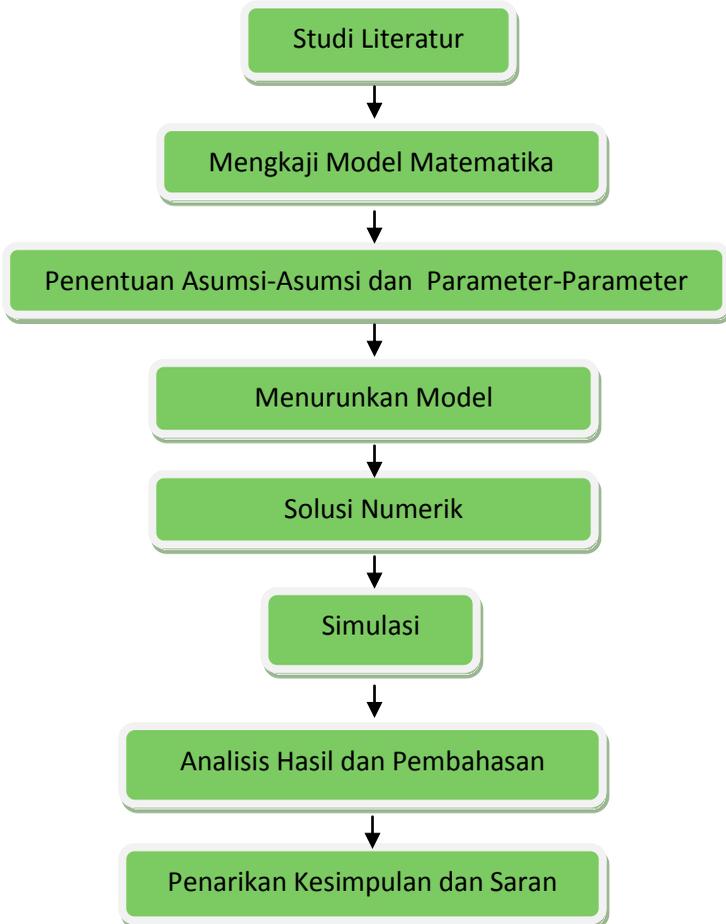
Pada tahap ini dilakukan analisis terhadap hasil simulasi yang diberikan pada tahap sebelumnya.

### **3.1.6 Penarikan Kesimpulan dan Saran**

Pada tahap ini dilakukan penarikan kesimpulan berdasarkan hasil simulasi dan pembahasan pada tahap sebelumnya. Selanjutnya dari hasil beberapa kesimpulan tersebut diberikan saran untuk penelitian selanjutnya.

### 3.2 Alur Penelitian

Berikut adalah alur penelitian dalam pengerjaan Tugas Akhir ini.





## BAB 4

### ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Pada sub-bab ini dibahas pengkajian model, penyelesaian model, hasil analisis model dan hasil simulasi model. Pembahasan dimulai dengan menjabarkan proses pengkajian model aliran gas pipa. Kemudian dilanjutkan dengan menentukan nilai-nilai parameter-parameter yang dibutuhkan dan menganalisisnya. Selanjutnya model juga akan diselesaikan secara numerik yang selanjutnya akan disimulasi dengan MATLAB 2013.

#### 4.1 Pemodelan Aliran Gas *Steady-State* dalam Pipa

Seperti yang telah diuraikan sebelumnya pada Bab 2, persamaan aliran gas *Steady-State* dalam saluran pipa diturunkan dari persamaan konservasi massa, persamaan konservasi momentum, persamaan konservasi energi, dan persamaan keadaan gas nyata. Dari persamaan - persamaan tersebut dapat dikembangkan beberapa model matematika persamaan aliran gas dalam saluran pipa, tergantung pada asumsi-asumsi yang dibuat sesuai dengan kondisi yang ada di lapangan. Pada Tugas Akhir ini didasarkan pada model aliran gas *Steady-State* yang mempunyai beberapa asumsi sebagai berikut:

1. Pipa transmisi lurus, horizontal dan terkubur dalam tanah
2. Penampang melingkar konstan
3. Aliran gas satu dimensi (hanya bergantung pada sumbu  $x$ )
4. Sistem keadaan tunak (*Steady-State*)
5. Aliran di pipa turbulen,  $Re = 10^4$
6. Pipa sepanjang 200 Km

7. Diameter pipa,  $D = 0,6426 \text{ m}$
8. Kedalaman sumbu pipa di bawah permukaan tanah,  $H = 1,5 \text{ m}$

Dengan demikian, berdasarkan asumsi-asumsi yang telah dibuat, model matematika yang dikembangkan untuk menjelaskan perilaku gas *Non-Isothermal Steady-State* dalam saluran pipa terdiri dari persamaan konservasi massa pada Persamaan (2.9), persamaan konservasi momentum pada Persamaan (2.12), persamaan konservasi energi pada Persamaan (2.13), dan persamaan keadaan gas nyata pada Persamaan (2.2), yang dapat dituliskan kembali sebagai berikut:

Persamaan Konservasi Massa:

$$\frac{d(\rho v)}{dx} = 0, \rho v = \text{constant} \quad (4.1)$$

Persamaan Konservasi Momentum:

$$\frac{dp}{dx} = -\rho v \frac{dv}{dx} - \frac{\rho v^2}{2} \frac{\lambda}{D} - g \rho \sin \theta \quad (4.2)$$

Persamaan Konservasi Energi:

$$\frac{d}{dx} \left( \varepsilon + \frac{p}{\rho} \right) = -\frac{4q_w}{D\rho v} - g \sin \theta \quad (4.3)$$

Persamaan Keadaan Gas Nyata:

$$p = \rho RTZ(p, T) \quad (4.4)$$

dengan  $\rho$  adalah kerapatan gas,  $\varepsilon$  adalah energi spesifik,  $v$  adalah kecepatan gas,  $\lambda$  adalah faktor gesekan Darcy, dan  $q_w$  adalah fluks panas dinding luar.

Persamaan (4.3) adalah bentuk biasa dari persamaan konservasi energi. Namun, diperlukan bentuk lain, misalnya

penggunaan entalpi bulk, dimana  $h = \varepsilon + \frac{p}{\rho} - \frac{v^2}{2}$  atau  $\varepsilon + \frac{p}{\rho} = h + \frac{v^2}{2}$ . Maka Persamaan (4.3) dapat ditulis kembali menjadi:

$$\frac{d}{dx} \left( h + \frac{v^2}{2} \right) = -\frac{4q_w}{D\rho v} - g \sin \theta \quad (4.5)$$

Dari perspektif perancang pipa, suhu sistem adalah variabel yang jauh lebih berguna daripada entalpi ( $h$ ). Entalpi ( $h$ ) sendiri merupakan suatu sistem yang akan berubah jika variabel - variabel keadaannya berubah. Pada sistem tertutup, perubahan entalpi hanya dipengaruhi oleh tekanan ( $p$ ), volume ( $V$ ), dan suhu ( $T$ ). Akan tetapi, tekanan ( $p$ ) merupakan pasangan volume ( $V$ ), sehingga dapat dipilih salah satunya. Variabel yang harus dipilih adalah tekanan ( $p$ ) karena entalpi ( $h$ ) adalah fungsi yang ditentukan pada tekanan ( $p$ ) tertentu sehingga variabel bebas entalpi ( $h$ ) pada sistem tertutup adalah suhu ( $T$ ) dan tekanan ( $p$ ). Sedangkan suhu ( $T$ ) dan tekanan ( $p$ ) adalah fungsi  $x$  (panjang pipa). Secara tidak langsung entalpi ( $h$ ) termasuk fungsi  $x$  (panjang pipa). Secara matematis dapat dituliskan  $h = h(T(x), p(x))$ . Pada tiap perubahan yang sangat kecil, pengaruh 2 variabel tersebut dirumuskan sebagai diferensial parsial sebagai berikut:

$$\frac{dh}{dx} = \frac{\partial h}{\partial T} \frac{dT}{dx} + \frac{\partial h}{\partial p} \frac{dp}{dx} \quad (4.6)$$

dengan  $\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{\partial h}{\partial T} \frac{dT}{dx}$  adalah proses yang berlangsung pada tekanan konstan dan  $dh = dq_p$ , sehingga diperoleh kapasitas kalor pada tekanan tetap ( $C_p$ ) sebagai berikut:

$$\frac{\partial h}{\partial T} = \frac{dh}{dT} = \frac{dq_p}{dT} = C_p \quad (4.7)$$

Substitusi Persamaan (4.7) ke Persamaan (4.6) diperoleh:

$$\frac{dh}{dx} = C_p \frac{dT}{dx} + \frac{dh}{dp} \frac{dp}{dx} \quad (4.8)$$

Nilai  $\frac{dh}{dp}$  dapat ditentukan menggunakan hubungan pembuat permutasi dalam diferensial parsial atau biasa disebut dengan rantai euler yang dirumuskan  $\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right) = -\left(\frac{\partial x}{\partial z}\right)\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)$ . Berdasarkan hubungan tersebut, dapat dituliskan:

$$\begin{aligned} \frac{\partial h}{\partial p} &= -\frac{\partial h}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial p} \\ \frac{\partial h}{\partial p} &= -C_p \frac{\partial T}{\partial p} \end{aligned} \quad (4.9)$$

Nilai  $\frac{\partial T}{\partial p}$  dikenal sebagai koefisien *Joule-Thomson* ( $\mu$ ), sehingga Persamaan (4.9) dapat disederhanakan:

$$\frac{\partial h}{\partial p} = -C_p \mu \quad (4.10)$$

Kemudian substitusi Persamaan (4.10) ke Persamaan (4.8) yang menghasilkan perubahan entalpi ( $h$ ) pada sistem tertutup sebagai fungsi suhu ( $T(x)$ ) dan tekanan ( $p(x)$ ) diperoleh:

$$\frac{dh}{dx} = C_p \frac{dT}{dx} - C_p \mu \frac{dp}{dx} \quad (4.11)$$

Selanjutnya substitusikan Persamaan (4.11) ke Persamaan (4.3) menjadi:

$$\frac{d}{dx} \left( h + \frac{v^2}{2} \right) = -\frac{4q_w}{D\rho v} - g \sin \theta$$

$$\begin{aligned} \frac{dh}{dx} + \frac{1}{2} \frac{dv^2}{dx} &= -\frac{4q_w}{D\rho v} - g \sin \theta \\ \left( C_p \frac{dT}{dx} - C_p \mu \frac{dp}{dx} \right) + \frac{1}{2} \frac{dv^2}{dx} &= -\frac{4q_w}{D\rho v} - g \sin \theta \\ C_p \frac{dT}{dx} - C_p \mu \frac{dp}{dx} + \frac{1}{2} v \frac{dv}{dx} + g \sin \theta &= -\frac{4q_w}{D\rho v} \end{aligned} \quad (4.12)$$

Dimana  $c_p$  adalah kapasitas panas spesifik isobarik dan  $\mu$  adalah koefisien Joule-Thomson. Karena perkiraan titik fungsi  $v(x)$ ,  $p(x)$ ,  $T(x)$ , dan  $\rho(x)$  harus diperoleh dari sistem yang dibentuk oleh Persamaan (4.1), (4.2), (4.4), dan (4.12), yang menghubungkan  $v, p, T, \frac{dp}{dx}$ , dan  $\frac{dT}{dx}$ . Langkah pertama adalah mendapatkan  $\frac{dv}{dx}$ . Hal ini bisa dilakukan dengan mengalikan Persamaan (4.4) dengan  $v$ , menghasilkan:

$$\begin{aligned} (p = \rho RTZ) \times v \\ pv = \rho RTZv \end{aligned}$$

Kemudian  $v, p$ , dan  $T$  diturunkan terhadap  $x$ , dan  $Z$  diturunkan terhadap  $T$  dan  $p$  menjadi:

$$\begin{aligned} pv &= v\rho RTZ \\ p \frac{dv}{dx} + v \frac{dp}{dx} &= v\rho R \left( Z \frac{dT}{dx} + T \left( \frac{\partial Z}{\partial T} \frac{dT}{dx} + \frac{\partial Z}{\partial p} \frac{dp}{dx} \right) \right) \\ p \frac{dv}{dx} + v \frac{dp}{dx} &= v\rho RZ \frac{dT}{dx} + v\rho RT \left( \frac{\partial Z}{\partial T} \frac{dT}{dx} + \frac{\partial Z}{\partial p} \frac{dp}{dx} \right) \\ \text{Ganti } \rho RZ &= \frac{p}{T} \text{ dan } \rho RT = \frac{p}{Z} \\ p \frac{dv}{dx} + v \frac{dp}{dx} &= \frac{vp}{T} \frac{dT}{dx} + \frac{vp}{Z} \left( \frac{\partial Z}{\partial T} \frac{dT}{dx} + \frac{\partial Z}{\partial p} \frac{dp}{dx} \right) \\ \text{Kalikan dengan } \frac{1}{vp} & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{1}{v} \frac{dv}{dx} + \frac{1}{p} \frac{dp}{dx} &= \frac{1}{T} \frac{dT}{dx} + \frac{1}{Z} \left( \frac{\partial Z}{\partial T} \frac{dT}{dx} + \frac{\partial Z}{\partial p} \frac{dp}{dx} \right) \\
\frac{1}{v} \frac{dv}{dx} &= \left( \frac{1}{T} \frac{dT}{dx} + \frac{1}{Z} \frac{\partial Z}{\partial T} \frac{dT}{dx} + \frac{1}{Z} \frac{\partial Z}{\partial p} \frac{dp}{dx} - \frac{1}{p} \frac{dp}{dx} \right) \\
\frac{dv}{dx} &= v \left( \frac{1}{T} \frac{dT}{dx} + \frac{1}{Z} \frac{\partial Z}{\partial T} \frac{dT}{dx} + \frac{1}{Z} \frac{\partial Z}{\partial p} \frac{dp}{dx} - \frac{1}{p} \frac{dp}{dx} \right) \\
\frac{dv}{dx} &= \frac{v}{T} \frac{dT}{dx} + \frac{v}{Z} \frac{\partial Z}{\partial T} \frac{dT}{dx} + \frac{v}{Z} \frac{\partial Z}{\partial p} \frac{dp}{dx} - \frac{v}{p} \frac{dp}{dx} \\
\frac{dv}{dx} &= \left( \frac{1}{T} + \frac{1}{Z} \frac{\partial Z}{\partial T} \right) v \frac{dT}{dx} + \left( \frac{1}{Z} \frac{\partial Z}{\partial p} - \frac{1}{p} \right) v \frac{dp}{dx} \quad (4.13)
\end{aligned}$$

Dimisalkan  $A = \left( \frac{1}{T} + \frac{1}{Z} \frac{\partial Z}{\partial T} \right)$  dan  $B = \left( \frac{1}{Z} \frac{\partial Z}{\partial p} - \frac{1}{p} \right)$

sehingga Persamaan (4.8) menjadi:

$$\frac{dv}{dx} = Av \frac{dT}{dx} + Bv \frac{dp}{dx} \quad (4.14)$$

Setelah Persamaan (4.9) diperoleh, untuk mendapatkan nilai dari  $\frac{dv}{dx}$ ,  $\frac{dp}{dx}$ , dan  $\frac{dT}{dx}$  digunakan Metode Cramer. Namun dalam menggunakan Metode Cramer perlu diperhatikan aturan crameranya yaitu, jika  $PX = Q$  adalah sistem yang terdiri dari  $m$  persamaan linier dalam  $n$  variabel sehingga  $\det P \neq 0$ , maka sistem tersebut mempunyai pemecahan yang unik [8]. Pemecahan ini adalah:

$$\begin{aligned}
x_1 &= \frac{\det P_1}{\det P} \\
x_2 &= \frac{\det P_2}{\det P} \\
&\vdots \\
x_n &= \frac{\det P_n}{\det P}
\end{aligned}$$

Berikut ini merupakan langkah penyelesaian Persamaan (4.2), (4.12), dan (4.14) menggunakan Metode Cramer :

1. Ubah Persamaan (4.2), (4.12), dan (4.14) kedalam bentuk matriks

$$\frac{dp}{dx} = -\rho v \frac{dv}{dx} - \frac{\rho v^2}{2} \frac{\lambda}{D} - g\rho \sin \theta$$

$$C_p \frac{dT}{dx} - C_p \mu \frac{dp}{dx} + \frac{1}{2} v \frac{dv}{dx} + g \sin \theta = -\frac{4q_w}{D\rho v}$$

$$\frac{dv}{dx} = Av \frac{dT}{dx} + Bv \frac{dp}{dx}$$

Misalkan:

$$\frac{dv}{dx} = x, \quad \frac{dp}{dx} = y, \quad \frac{dT}{dx} = z$$

$$\alpha = -\frac{\rho v^2}{2} \frac{\lambda}{D} - g\rho \sin \theta$$

$$\beta = -\frac{4q_w}{D\rho v} - g \sin \theta$$

Sehingga persamaannya menjadi:

$$\rho vx + y = \alpha$$

$$\frac{v}{2}x - C_p \mu y + C_p z = \beta$$

$$x - Bvy - Avz = 0$$

Ketiga persamaan di atas akan diubah kedalam bentuk matrik seperti dibawah ini:

$$PX = Q$$

$$\text{Dimana } P = \begin{bmatrix} \rho v & 1 & 0 \\ \frac{v}{2} & -C_p \mu & C_p \\ 1 & -Bv & -Av \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, \quad Q = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ 0 \end{bmatrix}$$

2. Hitung nilai determinan P

$$\begin{aligned} \det P &= \rho v \begin{vmatrix} -C_p \mu & C_p \\ -Bv & -Av \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} \frac{v}{2} & C_p \\ 1 & -Av \end{vmatrix} + 0 \\ &= \rho v (C_p \mu Av + C_p Bv) - \left( -\frac{Av^2}{2} - C_p \right) \\ &= C_p \mu Av^2 \rho + C_p Bv^2 \rho + \frac{v^2 A}{2} + C_p \end{aligned}$$

Karena parameter - parameter yang digunakan lebih dari nol atau positif maka dapat dikatakan bahwa hasil dari  $\det P > 0$ .

3. Nilai variabel  $x$

- a. Ganti kolom pertama dengan nilai ruas kanan  $(\alpha, \beta, 0)$  sehingga menjadi matriks  $x$

$$x = \begin{bmatrix} \alpha & 1 & 0 \\ \beta & -C_p \mu & C_p \\ 0 & -Bv & -Av \end{bmatrix}$$

- b. Hitung nilai determinan  $x$

$$\begin{aligned} \det x &= \alpha \begin{vmatrix} -C_p \mu & C_p \\ -Bv & -Av \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} \beta & C_p \\ 0 & -Av \end{vmatrix} + 0 \\ &= \alpha (C_p \mu Av + C_p Bv) - (-\beta Av - 0) \\ &= \alpha C_p \mu Av + \alpha C_p Bv + \beta Av \\ &= v(\alpha C_p \mu A + \alpha C_p B + \beta A) \end{aligned}$$

- c. Hitung nilai variabel  $x$  dengan cara:

$$x = \frac{\det x}{\det P} = \frac{v(\alpha C_p \mu A + \alpha C_p B + \beta A)}{C_p \mu Av^2 \rho + C_p Bv^2 \rho + \frac{v^2 A}{2} + C_p}$$

4. Nilai variabel  $y$

- a. Ganti kolom kedua dengan nilai ruas kanan  $(\alpha, \beta, 0)$  sehingga menjadi matriks  $y$

$$y = \begin{bmatrix} \rho v & \alpha & 0 \\ \frac{v}{2} & \beta & C_p \\ 1 & 0 & -Av \end{bmatrix}$$

b. Hitung nilai determinan y

$$\begin{aligned} \det y &= \rho v \begin{vmatrix} \beta & C_p \\ 0 & -Av \end{vmatrix} - \alpha \begin{vmatrix} \frac{v}{2} & C_p \\ 1 & -Av \end{vmatrix} + 0 \\ &= \rho v(-\beta Av - 0) - \alpha \left( -\frac{Av^2}{2} - C_p \right) \\ &= -\rho v^2 \beta A + \frac{\alpha Av^2}{2} + \alpha C_p \\ &= v^2 A \left( -\rho \beta + \frac{\alpha}{2} \right) + \alpha C_p \end{aligned}$$

c. Hitung nilai variabel y dengan cara:

$$y = \frac{\det y}{\det P} = \frac{v^2 A \left( -\rho \beta + \frac{\alpha}{2} \right) + \alpha C_p}{C_p \mu A v^2 \rho + C_p B v^2 \rho + \frac{v^2 A}{2} + C_p}$$

5. Nilai variabel z

a. Ganti kolom ketiga dengan nilai ruas kanan  $(\alpha, \beta, 0)$  sehingga menjadi matriks z

$$z = \begin{bmatrix} \rho v & 1 & \alpha \\ \frac{v}{2} & -\mu C_p & \beta \\ 1 & -Bv & 0 \end{bmatrix}$$

b. Hitung nilai determinan z

$$\det z = \rho v \begin{vmatrix} -\mu C_p & \beta \\ -Bv & 0 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} \frac{v}{2} & \beta \\ 1 & 0 \end{vmatrix} + \alpha \begin{vmatrix} \frac{v}{2} & -\mu C_p \\ 1 & -Bv \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned}
&= \rho v(0 + \beta Bv) - (0 - \beta) + \alpha \left( -\frac{Bv^2}{2} + \mu C_p \right) \\
&= \beta Bv^2 \rho + \beta - \frac{\alpha Bv^2}{2} + \mu C_p \alpha \\
&= v^2 B \left( \beta \rho - \frac{\alpha}{2} \right) + \beta + \mu C_p \alpha
\end{aligned}$$

c. Hitung nilai variabel  $z$  dengan cara:

$$z = \frac{\det z}{\det P} = \frac{v^2 B \left( \beta \rho - \frac{\alpha}{2} \right) + \beta + \mu C_p \alpha}{C_p \mu A v^2 \rho + C_p B v^2 \rho + \frac{v^2 A}{2} + C_p}$$

Dari penyelesaian Metode Cramer di atas, didapatkan model kecepatan, tekanan, dan suhu sebagai berikut:

$$\frac{dv}{dx} = \frac{v(\alpha C_p \mu A + \alpha C_p B + \beta A)}{C_p \mu A v^2 \rho + C_p B v^2 \rho + \frac{v^2 A}{2} + C_p} \quad (4.15)$$

$$\frac{dp}{dx} = \frac{v^2 A \left( -\rho \beta + \frac{\alpha}{2} \right) + \alpha C_p}{C_p \mu A v^2 \rho + C_p B v^2 \rho + \frac{v^2 A}{2} + C_p} \quad (4.16)$$

$$\frac{dT}{dx} = \frac{v^2 B \left( \beta \rho - \frac{\alpha}{2} \right) + \beta + \mu C_p \alpha}{C_p \mu A v^2 \rho + C_p B v^2 \rho + \frac{v^2 A}{2} + C_p} \quad (4.17)$$

Untuk Persamaan (4.15) tidak dibutuhkan karena Persamaan (4.16) dan (4.17) tidak tergantung pada  $\frac{du}{dx}$ , dimana kecepatannya pada kontinuitas Persamaan (4.1) adalah konstan. Selain itu dipertimbangkan kasus khusus yaitu kehilangan panas (fluks) melalui dinding pipa diabaikan, maka  $q_w$  dapat dianggap sebagai nol. Oleh karena itu nilai koefisien  $\beta$  dapat diambil sebagai  $\beta = -g \sin \theta$ .

Sehingga didapatkan model tekanan dan suhu aliran *non-isothermal steady-state* untuk gas alam dalam pipa sebagai berikut:

$$\begin{cases} \frac{dp}{dx} = \frac{v^2 A \left(-\rho\beta + \frac{\alpha}{2}\right) + \alpha C_p}{C_p \mu A v^2 \rho + C_p B v^2 \rho + \frac{v^2 A}{2} + C_p} \\ \frac{dT}{dx} = \frac{v^2 B \left(\beta\rho - \frac{\alpha}{2}\right) + \beta + \mu C_p \alpha}{C_p \mu A v^2 \rho + C_p B v^2 \rho + \frac{v^2 A}{2} + C_p} \end{cases} \quad (4.18)$$

dimana  $p$  adalah tekanan dan  $T$  adalah suhu.

## 4.2 Penyelesaian Numerik

Persoalan yang melibatkan model matematika banyak muncul dalam berbagai disiplin ilmu pengetahuan. Seringkali model matematika tersebut muncul dalam bentuk yang rumit. Salah satunya yaitu sistem persamaan diferensial model persamaan aliran gas pada Persamaan (4.18) yang berupa variasi kontinu dari variabel tak bebas yang melalui daerah dimana variabel tersebut didefinisikan. Hal ini menyebabkan bahwa sistem persamaan diferensial model persamaan aliran gas pada Persamaan (4.18) sangat sulit untuk diselesaikan secara analitik. Apabila metode analitik tidak dapat diterapkan, maka solusi persoalan sebenarnya masih dapat dicari dengan menggunakan metode numerik. Metode numerik adalah teknik yang digunakan untuk memformulasikan persoalan matematika sehingga dapat dipecahkan dengan operasi perhitungan. Untuk itu dalam penelitian ini dilakukan penyelesaian numerik sistem persamaan diferensial model persamaan aliran gas pada Persamaan (4.18) dengan menggunakan metode Runge-Kutta orde ke-empat. Integrasi numerik dari persamaan dengan menggunakan metode Runge-Kutta orde empat dinyatakan sebagai berikut [8]:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

dimana  $k_1 = f(x_i, y_i)$

$$k_2 = f\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{k_1}{2}\right)$$

$$k_3 = f\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{k_2}{2}\right)$$

$$k_4 = f(x_i + h, y_i + k_3)$$

#### 4.2.1 Metode Runge Kutta Orde 4 untuk Model Tekanan

$$\frac{dp}{dx} = \frac{v^2 A \left(-\rho\beta + \frac{\alpha}{2}\right) + \alpha C_p}{C_p \mu A v^2 \rho + C_p B v^2 \rho + \frac{v^2 A}{2} + C_p} = f(x, p)$$

$$p_{i+1} = p_i + \frac{h}{6}(k_{1,p} + 2k_{2,p} + 2k_{3,p} + k_{4,p})$$

dimana  $k_{1,p} = f(x_i, p_i)$

$$k_{2,p} = f\left(x_i + \frac{h}{2}, p_i + \frac{k_{1,p}}{2}\right)$$

$$k_{3,p} = f\left(x_i + \frac{h}{2}, p_i + \frac{k_{2,p}}{2}\right)$$

$$k_{4,p} = f(x_i + h, p_i + k_{3,p})$$

#### 4.2.2 Metode Runge Kutta Orde 4 untuk Model Suhu

$$\frac{dT}{dx} = \frac{v^2 B \left( \beta \rho - \frac{\alpha}{2} \right) + \beta + \mu C_p \alpha}{C_p \mu A v^2 \rho + C_p B v^2 \rho + \frac{v^2 A}{2} + C_p} = f(x, T)$$

$$T_{i+1} = T_i + \frac{h}{6} (k_{1,T} + 2k_{2,T} + 2k_{3,T} + k_{4,T})$$

$$\text{dimana } k_{1,T} = f(x_i, T_i)$$

$$k_{2,T} = f \left( x_i + \frac{h}{2}, T_i + \frac{k_{1,T}}{2} \right)$$

$$k_{3,T} = f \left( x_i + \frac{h}{2}, T_i + \frac{k_{2,T}}{2} \right)$$

$$k_{4,T} = f(x_i + h, T_i + k_{3,T})$$

Untuk mencari nilai  $k$  sebelumnya digunakan perhitungan  $p$  dan  $T$  bergantian.  $k_{1,p}$  dihitung terlebih dahulu kemudian dihitung  $k_{1,T}$  selanjutnya  $k_{2,p}$ ,  $k_{2,T}$ ,  $k_{3,p}$ ,  $k_{3,T}$ ,  $k_{4,p}$  dan  $k_{4,T}$ .

#### 4.3 Simulasi dan Pembahasan

Pada kasus ini disimulasikan kedua model utama aliran *non-isothermal steady-state* untuk gas alam dalam pipa, yaitu tekanan, dan suhu. Diberikan nilai awal sebagai berikut: jarak awal pipa  $x = 0$ , tekanan awal  $p_0 = 26 \text{ MPa}$  dan suhu awal  $T_0 = 78,3\text{K}$ , kecepatan  $26 \text{ m/s}$ , faktor deviasi  $Z=0,81996$ , kecepatan gravitasi  $g = 9,87 \text{ m/s}^2$ , sudut inklinasi  $\theta = 0,70^\circ$ ,  $Z_p = 0,1$ ,  $Z_t = 0,99$ ,  $\rho = 49,295 \text{ kg/m}^3$ ,  $C_p = 2,8342 \text{ kJ/(kg.K)}$ ,  $\mu = 6,153 \text{ K/MPa}$ , dan  $\lambda = 0,031$ .

Syarat batas telah ditetapkan yaitu tekanan  $p(0) = p(l)$ , suhu  $T(0) = T(l)$  dan jarak tempuh  $l = x_f = 200 \text{ km}$ .

Untuk kebutuhan simulasi, digunakan parameter - parameter dengan *mole fractions* komponen gas berdasarkan ISO 20765-1:2005(E). sebagai berikut:

**Tabel 4.1. Komponen Gas dengan Mole Fractions (ISO 20765-1:2005(E))**

No	Komponen Gas	Mole Fractions
1	Nitrogen	0,0030
2	Carbon dioxide	0,0060
3	Methane	0,9650
4	Ethane	0,0180
5	Propane	0,0045
6	n-butane	0,0010
7	Iso-butane	0,0010
8	n-pentane	0,0003
9	Iso-pentane	0,0005
10	n-hexane	0,0007

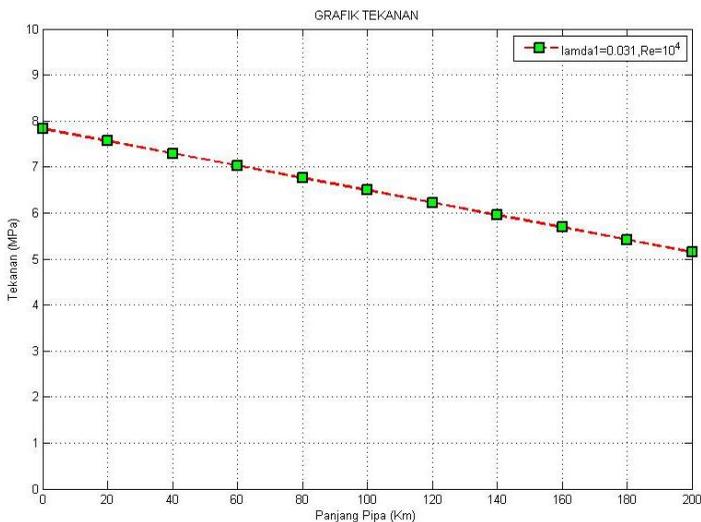
**Tabel 4.2. Parameter dari Gas (ISO 20765-1:2005(E))**

Keterangan	Simbol	Nilai	Satuan
Faktor deviasi	Z	0,81996	
Percepatan gravitasi	g	9,87	$m/s^2$
Sudut inklinasi	$\theta$	0,7	$^{\circ}$
Faktor deviasi terhadap tekanan	Zp	0,1	
Faktor deviasi terhadap suhu	Zt	0,99	
Massa jenis gas	$\rho$	49,295	$kg/m^3$
Kapasitas panas isobarik	Cp	2,8342	$kJ/(kg. K)$
Koefisien Joule-Thomson	$\mu$	6,153	$K/Mpa$
Faktor gesekan	$\lambda$	0,031	

Kasus ini juga akan disimulasikan dengan nilai faktor gesekan ( $\lambda$ ). Untuk mendapatkan nilai faktor gesekan ( $\lambda$ ) dapat dilihat pada **Gambar 2.3** yaitu *Moody Diagram* berdasarkan bilangan *Reynolds* dan kekasaran relatif pipanya. Asumsi yang digunakan pada aliran gas pipa adalah aliran bersifat turbulen. Dimana bilangan *Reynolds*-nya  $\geq 4000$ . Berikut adalah hasil simulasi untuk model tekanan dan suhu:

#### 4.3.1 Hasil Simulasi Model Tekanan

Pada model tekanan akan disimulasikan dengan memasukkan nilai faktor gesekan ( $\lambda$ ) berdasarkan bilangan *Reynolds*. Untuk  $\lambda = 0,031$  dengan  $Re = 10^4$  didapatkan hasil simulasi untuk model kecepatan sebagai berikut:

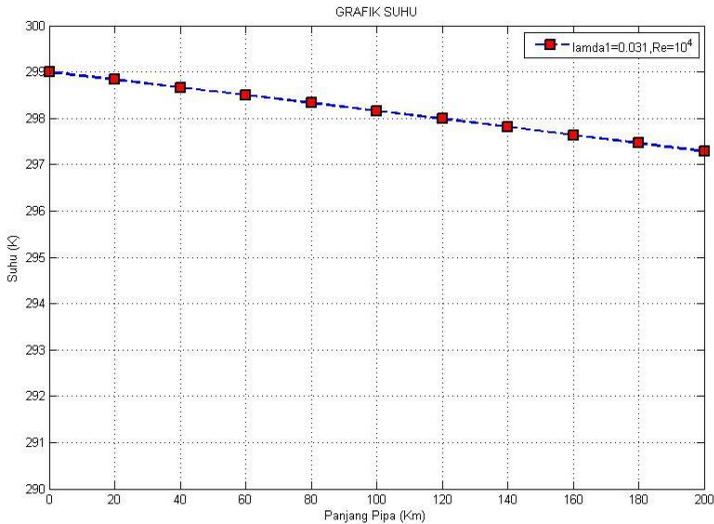


**Gambar 4.1.** Grafik Tekanan Aliran Gas Pipa pada  $x = 0$

Pada **Gambar 4.1**, terlihat dari grafik di atas bahwa tekanan mengalami penurunan. Telah diberikan pada tekanan awal  $p_0 = 7,83 \text{ MPa}$  kemudian tekanan mengalami penurunan seiring bertambahnya panjang pipa.

### 4.3.2 Hasil Simulasi Model Suhu

Pada model suhu akan disimulasikan dengan memasukkan nilai faktor gesekan ( $\lambda$ ) berdasarkan bilangan *Reynolds*. Untuk  $\lambda = 0,031$  dengan  $Re = 10^4$  didapatkan hasil simulasi untuk model kecepatan sebagai berikut:



**Gambar 4.2.** Grafik Suhu Aliran Gas Pipa pada  $x = 0$

Pada **Gambar 4.2**, terlihat dari grafik di atas bahwa suhu mengalami penurunan. Telah diberikan pada tekanan awal  $T_0 = 299 \text{ K}$  kemudian tekanan mengalami penurunan seiring bertambahnya panjang pipa.

### 4.3.3 Akurasi Pengukuran

Setelah diperoleh hasil simulasi numerik tekanan dan suhu, kemudian akan dikontraskan dengan data eksperimen dengan pengukuran di lapangan yang dilakukan pada jaringan pipa yang berada di Spanyol barat oleh perusahaan Enagas dengan mengukur kesalahan relatifnya. Untuk mengukur kesalahan relatifnya dapat diperoleh sebagai berikut [15]:

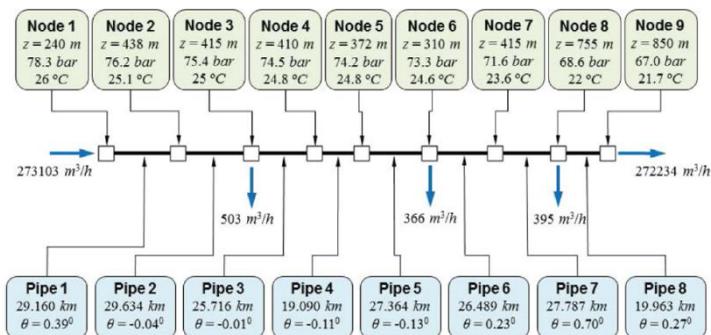
$$\text{Prosentase Kesalahan Relatif} = \left| \frac{A-F}{A} \right| \times 100\%$$

dimana:

$A$  : nilai aktual

$F$  : nilai prediksi

Berikut ini merupakan peta sketsa pipa dengan data eksperimen ditunjukkan pada **Gambar 4.3**, perbandingan dari data eksperimen beserta hasil simulasi dan kesalahan relatifnya ditunjukkan pada **Tabel 4.3**, dan grafik tekanan dan suhu berdasarkan data eksperimen dan data hasil simulasi ditunjukkan pada **Gambar 4.4** dan **Gambar 4.5**.

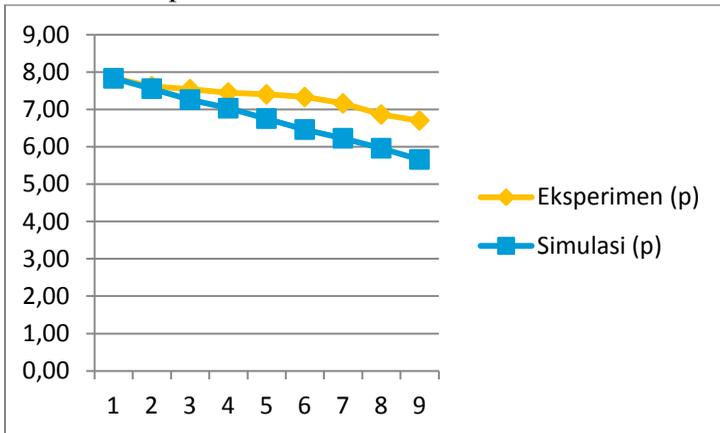


**Gambar 4.3.** Peta Sketsa Pipa dengan Data Eksperimen pada Jurnal Benito dkk (2016)

**Tabel 4.3.** Data Eksperimen pada Jurnal Benito dkk (2016) dan Data Hasil Simulasi beserta Kesalahan Relatifnya

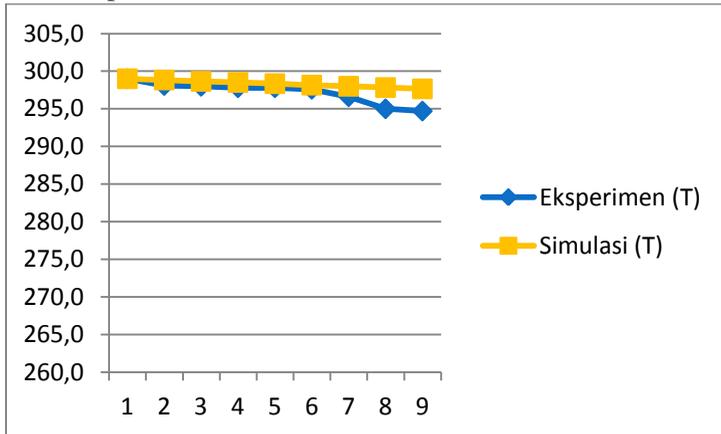
Node	x (Km)	Eksperimen		Simulasi		Kesalahan Relatif	
		p (Mpa)	T (K)	p (Mpa)	T (K)	p (Mpa)	T (K)
1	0	7,83	299,0	7,830	299,00	0,00%	0,00%
2	20	7,62	298,1	7,553	298,84	2,76%	0,25%
3	40	7,54	298,0	7,259	298,65	0,17%	0,22%
4	60	7,45	297,8	7,030	298,51	2,56%	0,24%
5	80	7,40	297,8	6,752	298,34	5,00%	0,18%
6	100	7,33	297,6	6,459	298,15	7,89%	0,19%
7	120	7,16	296,6	6,225	298,00	9,79%	0,47%
8	140	6,86	295,0	5,958	297,83	9,26%	0,96%
9	160	6,70	294,7	5,658	297,65	11,07%	1,00%

Berikut ini merupakan grafik tekanan (Megapascal) dari data eksperimen pada Jurnal Benito dkk (2016) dan data hasil simulasi pada node 1-9:



**Gambar 4.4.** Grafik Tekanan Data Eksperimen pada Jurnal Benito dkk (2016) dan Data Hasil Simulasi

Berikut ini merupakan grafik suhu (Kelvin) dari data eksperimen pada Jurnal Benito dkk (2016) dan data hasil simulasi pada node 1-9:



**Gambar 4.5.** Grafik Suhu Data Eksperimen pada Jurnal Benito dkk (2016) dan Data Hasil Simulasi

Pada **Tabel 4.3** terlihat bahwa hasil data eksperimen pada jurnal Benito dkk (2016) dengan data hasil simulasi numerik pada node 1-9 untuk suhu dan tekanan diperoleh prosentase kesalahan relatifnya. Pada node 1 diperoleh kesalahan relatif untuk suhu dan tekanan berturut-turut adalah 0,00% dan 0,00%. Pada node 2 diperoleh kesalahan relatif untuk suhu dan tekanan berturut-turut adalah 0,25% dan 2,76%. Pada node 3 diperoleh kesalahan relatif untuk suhu dan tekanan berturut-turut adalah 0,22% dan 0,17%. Pada node 4 diperoleh kesalahan relatif untuk suhu dan tekanan berturut-turut adalah 0,24% dan 2,56%. Pada node 5 diperoleh kesalahan relatif untuk suhu dan tekanan berturut-turut adalah 0,18% dan 5,00%. Pada node 6 diperoleh kesalahan relatif untuk suhu dan tekanan berturut-turut adalah 0,19% dan 7,89%. Pada node 7 diperoleh kesalahan relatif untuk suhu dan tekanan berturut-turut adalah 9,79%

dan 0,47%. Pada node 8 diperoleh kesalahan relatif untuk suhu dan tekanan berturut-turut adalah 0,96% dan 9,26%. Pada node 1 diperoleh kesalahan relatif untuk suhu dan tekanan berturut-turut adalah 11,07% dan 1,00%. Jadi, prosentase kesalahan relatif terkecil sebesar 0,00% untuk suhu dan tekanan sedangkan prosentase kesalahan relatif terbesar sebesar 1,00% untuk suhu dan 11,07% untuk tekanan. Hal ini menunjukkan bahwa hasil simulasi numerik mendekati data eksperimen pada jurnal Benito dkk (2016). Sehingga dapat dikatakan bahwa model aliran *non-isothermal steady-state* dengan menggunakan metode Runge-Kutta telah sesuai.

Pada **Gambar 4.4** dan **Gambar 4.5** terlihat bahwa pada node 1 diberikan tekanan awal sebesar 7,83 MPa dan suhu awal sebesar 299 K. Pada node 2, untuk suhu 298,84 K diperoleh tekanan sebesar 7,553 MPa. Pada node 3, untuk suhu 298,65 K diperoleh tekanan sebesar 7,259 MPa. Pada node 4, untuk suhu 298,51 K diperoleh tekanan sebesar 7,030 MPa. Pada node 5, untuk suhu 298,34 K diperoleh tekanan sebesar 6,752 MPa. Pada node 6, untuk suhu 298,15 K diperoleh tekanan sebesar 6,459 MPa. Pada node 7, untuk suhu 298 K diperoleh tekanan sebesar 6,225 MPa. Pada node 8, untuk suhu 297,83 K diperoleh tekanan sebesar 5,958 MPa. Pada node 9, untuk suhu 297,65 K diperoleh tekanan sebesar 5,658 MPa.

## **BAB 5**

### **KESIMPULAN DAN SARAN**

Bab ini membahas mengenai kesimpulan yang dapat diambil dari penyelesaian model dan hasil simulasi yang telah dilakukan sebagai jawaban dari rumusan masalah yang dikemukakan. Selain kesimpulan, terdapat juga saran yang ditujukan untuk pengembangan pemodelan nantinya.

#### **5.1 Kesimpulan**

Berdasarkan hasil simulasi yang telah dilakukan dengan menggunakan metode Runge-Kutta Orde 4, dapat disimpulkan bahwa hasil simulasi penyelesaian numerik dengan data eksperimen perusahaan Enagas Spanyol pada tekanan dan suhu, diperoleh prosentase kesalahan relatif terkecil sebesar 0,00% untuk suhu dan tekanan sedangkan prosentase kesalahan relatif terbesar sebesar 1,00% untuk suhu dan 11,07% untuk tekanan. Hal ini menunjukkan bahwa hasil simulasi numerik mendekati data eksperimen perusahaan Enagas dari Spanyol. Sehingga dapat dikatakan bahwa model aliran *non-isothermal steady-state* dengan menggunakan metode Runge-Kutta telah sesuai.

#### **5.2 Saran**

Untuk pengembangan penelitian selanjutnya, disarankan, pada penelitian selanjutnya, dapat dikembangkan model gas alam pada pipa aliran *unsteady-state*. Dimana kecepatan, suhu, dan tekanan bergantung terhadap waktu baik untuk dimensi 2 maupun dimensi 3.



## DAFTAR PUSTAKA

- [1] Meyrawati, Zusnita. 2010. *Pemodelan dan Solusi Numerik Aliran Gas dalam Saluran Pipa Menggunakan Metode Crank-Nicolson*. Tugas Akhir Sarjana Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- [2] A.J. Osiadacz. 1989. *Simulation and Analysis of Gas Networks*. Gulf Publishing Company.
- [3] Syukur, M. Hasan. 2015. Potensi Gas Alam di Indonesia. **Forum Teknologi Vol. 06 No. 1**.
- [4] A. Osiadacz , M. Chaczykowski. 2001. *Comparison of Isothermal and Non-Isothermal Pipeline Gas Flow Models*, Chem. Eng. J. 81 (1–3) 41–51 .
- [5] Benito, Alfredo Lopez, Tenreiro, Francisco J. Elorza. 2016. *Steady-State Non-Isothermal Flow Model for Natural Gas Transmission in Pipes*. Applied Mathematical Modeling 40 (2016) 10020-10037.
- [6] Chaczykowski, Maciej. 2009. *Sensitivity of Pipeline Gas Flow Model to the Selection of the Equation of State*. Chemical Engineering Journal 81 (2001) 41-51.
- [7] Nuraini. 2007. *Model Transien Aliran Gas pada Pipa*. Tugas Akhir Sarjana Matematika Institut Teknologi Bandung.
- [8] Chapra, C. Steven., Canale, P. Raymond. 2010. **Numerical Methods For Engineers**, Sixth Edition. Higher Education. Bab 31. Hal 888-902.
- [9] Tahiyatul Asfihani,dkk. 2016. *Analisis Model Lintasan Nanopartikel Magnet pada Pembuluh Darah didalam Medan Magnet dengan Metode Runge-Kutta Orde ke-empat*. **J.Math.and I t s Appl. Vol.3, No.1**, Hal. 1-10.

- [10] O.Bratland. 2009. **Pipe Flow 1**. Norwegian: Ove Bratland.
- [11] F. White. 2002. **Fluid Mechanics**. McGraw-Hill.
- [12] J.H. Ferciger, M. Peric. 2002. **Computational Methods for Fluid Dynamics**, third ed, Springer.
- [13] Sudarlin. 2011. **Termodinamika Kimia**. Yogyakarta: Penerbit Buku.
- [14] ISO 20765-1. 2005. *Natural Gas Calculation of Thermodynamic Properties Part 1: Gas Phase Properties for Transmission and Distribution Applications*. Switzerland.
- [15] Pal, Anita. 2007. *Numerical Analysis*. Department of Mathematics National Institute of Technologi Durgapur-713209.

## LAMPIRAN

### Lampiran A Source Code

#### Listing Program;

```

clear all;
clc;
close all;
%-----
%-----

%TUGAS AKHIR
%Novani Indra Kustanti/06111440000082
%MODEL DAN PENYELESAIAN NUMERIK ALIRAN
STEADY-STATE NON-ISOTHERMAL UNTUK GAS ALAM
DALAM PIPA
%Metode Runge-Kutta Orde 4
%-----inisialisasi syarat awal-----
%-----

j0 = input('Masukkan panjang pipa awal =');
jf = input('Masukkan panjang pipa akhir =');
n =10;
h = (jf-j0)/n ;
t = 0:h:n*h;
hh = 1/2;
%----- variable state-----
%-----

p1=zeros(n+1,1);
T1=zeros(n+1,1);
%----- inisialisasi variabel state
%-----

p1(1)=7.83;
T1(1)=299;
%----- inisialisasi parameter -
%-----

lamda1=0.031; %Re=10^4
v=26;
miu=6.153;
g=9.87;
D=0.6426;
theta= sin(0.70);%0.0122170;
z=0.81996;

```

## Lampiran 1 Lanjutan

```

rho=49.295;
Zp=0.1;
ZT=0.99;
Cp=2.8342;
%----- Representasi Metode Runge-
Kutta -----
for i=1:n
    %Step 1
    K1_p1(i)=
h*((v^2*(1/T1(i)+1/Z*ZT)*(rho*g*thetha+1/2*((
(-rho*v^2*lamda1)/2*D)-(g*rho*thetha)))+(((
rho*v^2*lamda1)/2*D)-
(g*rho*thetha))*Cp)/(v^2*((1/T1(i)+1/Z*ZT)*(C
p*miu*rho+1/2)+Cp*(1/Z*Zp-1/p1(i))*rho)+Cp));
    K1_T1(i)= h*((v^2*(1/Z*Zp-1/p1(i))*((-
g*thetha*rho)-1/2*(((-rho*v^2*lamda1)/2*D)-
g*rho*thetha))+(-g*thetha)+(miu*Cp*((-
rho*v^2*lamda1)/2*D)))/(v^2*((1/T1(i)+1/Z*ZT)
*(Cp*miu*rho+1/2)+Cp*(1/Z*Zp-
1/p1(i))*rho)+Cp));

    %Step2
    K2_p1(i)=
h*((v^2)*(1/(T1(i)+K1_T1(i)/2)+1/Z*ZT)*(rho*
g*thetha+1/2*(((-rho*(v^2)*lamda1)/2*D)-
(g*rho*thetha)))+((((-rho*(v^2)*lamda1)/2*D)-
(g*rho*thetha))*Cp)/((v^2)*((1/(T1(i)+K1_T1(i)
)/2)+1/Z*ZT)*(Cp*miu*rho+1/2)+Cp*(1/Z*Zp-
1/(p1(i)+K1_p1(i)/2))*rho)+Cp));
    K2_T1(i)= h*((v^2)*(1/Z*Zp-
1/(p1(i)+K1_p1(i)/2))*((-g*thetha*rho)-
1/2*(((-rho*(v^2)*lamda1)/2*D)-
g*rho*thetha))+(-g*thetha)+(miu*Cp*((-
rho*(v^2)*lamda1)/2*D)))/((v^2)*((1/(T1(i)+K1
_T1(i)/2)+1/Z*ZT)*(Cp*miu*rho+1/2)+Cp*(1/Z*Zp
-1/(p1(i)+K1_p1(i)/2))*rho)+Cp));

    %Step3

```

## Lampiran 1 Lanjutan

```

K3_p1(i)=
h*((v^2)*(1/(T1(i)+K2_T1(i)/2)+1/Z*ZT)*(rho*
g*theta+1/2*((-rho*(v^2)*lamda1)/2*D)-
(g*rho*theta)))+((-rho*(v^2)*lamda1)/2*D)-
(g*rho*theta)*Cp)/((v^2)*((1/(T1(i)+K2_T1(i)
)/2)+1/Z*ZT)*(Cp*miu*rho+1/2)+Cp*(1/Z*Zp-
1/(p1(i)+K2_p1(i)/2))*rho)+Cp));
    K3_T1(i)= h*((v^2)*(1/Z*Zp-
1/(p1(i)+K2_p1(i)/2))*((-g*theta*rho)-
1/2*((-rho*(v^2)*lamda1)/2*D)-
g*rho*theta))+(-g*theta)+(miu*Cp*((-
rho*(v^2)*lamda1)/2*D)))/((v^2)*((1/(T1(i)+K2
_T1(i)/2)+1/Z*ZT)*(Cp*miu*rho+1/2)+Cp*(1/Z*Zp-
1/(p1(i)+K2_p1(i)/2))*rho)+Cp));

```

```
%Step4
```

```

K4_p1(i)=
h*((v^2)*(1/(T1(i)+K3_T1(i))+1/Z*ZT)*(rho*g*
theta+1/2*((-rho*(v^2)*lamda1)/2*D)-
(g*rho*theta)))+((-rho*(v^2)*lamda1)/2*D)-
(g*rho*theta)*Cp)/((v^2)*((1/(T1(i)+K3_T1(i)
))+1/Z*ZT)*(Cp*miu*rho+1/2)+Cp*(1/Z*Zp-
1/(p1(i)+K3_p1(i))*rho)+Cp));
    K4_T1(i)= h*((v^2)*(1/Z*Zp-
1/(p1(i)+K3_p1(i))*((-g*theta*rho)-1/2*((-
rho*(v^2)*lamda1)/2*D)-g*rho*theta))+(-
g*theta)+(miu*Cp*((-
rho*(v^2)*lamda1)/2*D)))/((v^2)*((1/(T1(i)+K3
_T1(i))+1/Z*ZT)*(Cp*miu*rho+1/2)+Cp*(1/Z*Zp-
1/(p1(i)+K3_p1(i))*rho)+Cp));

```

```
%Total
```

```

p1(i+1) = p1(i) + (1/6)*(K1_p1(i) +
(2*K2_p1(i)) + (2*K3_p1(i)) + K4_p1(i));
T1(i+1) = T1(i) + (1/6)*(K1_T1(i) +
(2*K2_T1(i)) + (2*K3_T1(i)) + K4_T1(i));
end

```

## Lampiran 1 Lanjutan

```

%Plot Grafik
%Tekanan
figure
plot(t,p1,'--
rs','LineWidth',2,'MarkerEdgeColor','k','Mark
erFaceColor','g','MarkerSize',10)
hold off
xlabel('Panjang Pipa (Km)')
ylabel('Tekanan (MPa)');
title('GRAFIK TEKANAN');
legend('lamda1=0.031,Re=10^4');
grid on
%-----
-----

%Suhu
figure
plot(t,T1,'--
bs','LineWidth',2,'MarkerEdgeColor','k','Mark
erFaceColor','r','MarkerSize',10)
hold off
xlabel('Panjang Pipa (Km)')
ylabel('Suhu (K)');
title('GRAFIK SUHU');
legend('lamda1=0.031,Re=10^4');
grid on

```

## BIODATA PENULIS

**Novani Indra Kustanti** atau biasa dipanggil Vani lahir di Rembang tanggal 12 November 1995. Pendidikan formal yang telah ditempuh penulis yaitu TK Negeri, SD Negeri Leteh 1, SMP Negeri 2 Rembang dan SMA Negeri 1 Rembang. Saat ini, penulis sedang menempuh pendidikan S1 di Jurusan Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya dengan bidang minat Terapan, yang mencakup Pemodelan Matematika serta Riset Operasi dan Pengolahan Data (ROPD).

Selama kuliah, pada tahun 2014-2015 penulis menjadi anggota di UKM Badminton ITS. Penulis juga aktif di Lembaga Dakwah Jurusan Ibnu Muqhlah Matematika ITS, pada tahun 2016-2017. Penulis menjadi Staff Keputrian Ibnu Muqhlah Matematika ITS. Jika ingin memberikan saran, kritik, dan diskusi mengenai laporan tugas akhir ini, dapat dikirimkan melalui email [novani\\_indra@yahoo.co.id](mailto:novani_indra@yahoo.co.id). Terima kasih.

