TUGAS AKHIR -SM141501

PENENTUAN ESTIMASI SISA UMUR POMPA AIR PADA SISTEM JARINGAN PARALEL
(Studi Kasus: PDAM Bangkalan)

FITRIANI IKA RAMADANIA
NRP 06111440000036

Dosen Pembimbing
Valeriana Lukitosari, S.Si, M.T.

DEPARTEMEN MATEMATIKA
Fakultas Matematika Komputasi dan Sains Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2018

FINAL PROJECT -SM141501

DETERMINING ESTIMATION OF WATER PUMPS RESIDUAL LIFE IN PARALLEL NETWORK SYSTEMS (Case Study: PDAM Bangkalan)

FITRIANI IKA RAMADANIA
NRP 06111440000036

Supervisor
Valeriana Lukitosari, S.Si, M.T

DEPARTMENT OF MATHEMATICS
Faculty of Mathematics Computations and Data Science
Sepuluh Nopember Institute of Technology
Surabaya 2018

LEMBAR PENGESAHAN

PENENTUAN ESTIMASI SISA UMUR POMPA AIR PADA SISTEM JARINGAN PARALEL
(Studi Kasus: PDAM Bangkalan)

DETERMINING ESTIMATION OF WATER PUMPS RESIDUAL LIFE IN PARALLEL NETWORK SYSTEMS
(Case Study: PDAM Bangkalan)

TUGAS AKHIR

Diajukan untuk Memenuhi Salah Satu Syarat untuk Memperoleh
Gelar Sarjana Sains
pada Bidang Studi Matematika Terapan
Program Studi S-1 Departemen Matematika
Fakultas Matematika Komputasi Dan Sains Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

Oleh:
FITRIANI IKA RAMADANIA
NRP. 06111440000036

Menyetujui,
Dosen Pembimbing

Valeriana Lukitosari, S.Si, MT.
NIP. 19710928 199802 2 001

Mengetahui,
Kepala Departemen Matematika
FMKSD ITS

Dr. Imam Mukhlash, S.Si, MT.
NIP. 19700831 199403 1 003
Surabaya, Agustus 2018

PENENTUAN ESTIMASI SISA UMUR POMPA AIR PADA SISTEM JARINGAN PARALEL
(Studi Kasus: PDAM Bangkalan)

Nama Mahasiswa	**: Fitriani Ika Ramadania**
NRP	**: 06111440000036**
Departemen	**: Matematika FMKSD ITS**
Dosen Pembimbing	**: Valeriana Lukitosari, S.Si, MT**

Abstrak

Salah satu alat ukur untuk mengetahui kinerja suatu sistem adalah sisa umur. Taksiran sisa umur suatu sistem dapat ditentukan dengan menghitung fungsi *Mean Residual Life* (MRL). Sisa umur digunakan sebagai salah satu pertimbangan untuk melakukan perawatan dan pemeliharaan sehingga dapat meningkatkan efisiensi proses produksi. Mesin yang terhubung secara paralel sangat penting untuk menunjang proses produksi karena kegagalan semua komponen yang terhubung paralel menyebabkan kegagalan sistem. Tujuan dari penelitian ini adalah menentukan fungsi reliabilitas sistem dan mengestimasi umur dan sisa umur pompa air pada model jaringan paralel dengan melakukan estimasi parameter distribusi kerusakan yang sesuai terlebih dahulu. Simulasi dilakukan pada dua jenis sistem paralel, yaitu sistem paralel pompa air baku yang terdistribusi Weibull dan sistem redundansi *cold standby* pompa distribusi yang terdistribusi Eksponensial. Simulasi dilakukan dengan menggunakan nilai estimasi parameter yang diperoleh dengan metode MLE dan Bayes, yaitu $\lambda = 0{,}01469$, $\beta = 2{,}3418$ dan $\theta = 70{,}6732$. Hasil yang diperoleh dari simulasi penelitian ini adalah sistem paralel pompa air baku mempunyai reliabitas sebesar 85,86% dengan estimasi umur 87 hari dan sisa umur 31 hari sedangkan sistem redundansi *standby* pompa distribusi mempunyai reliabilitas sebesar 54,19% dengan estimasi umur 85 hari dan sisa umur 55 hari.

Kata Kunci— *Paralel, Pompa, Reliabilitas, Sisa Umur, Umur.*

DETERMINING ESTIMATION OF WATER PUMPS RESIDUAL LIFE IN PARALLEL NETWORK SYSTEMS (Case Study: PDAM Bangkalan)

Student Name : Fitriani Ika Ramadania
NRP : 06111440000036
Department : Matematika FMKSD ITS
Supervisor : Valeriana Lukitosari, S.Si, MT

Abstract

One of the measuring tools to know the performance of a system is the residual lifetime. The estimated residual life of a system can be determined by calculating the Mean Residual Life (MRL) function. The residual life is used as a consideration for maintenance so as to improve the efficiency of the production process because machines, which connected in parallel, are essential to support the production process. Failure of all parallel connected components causes system failure. The purposes of this research are to determine the reliability function of the system and to estimate the lifetime and the residual life of the water pump on the parallel network model by estimating the distribution parameters first. The simulation is performed on two types of parallel systems, the parallel system of the raw water pump which is distributed Weibull and the distribution pump standby-redundancy system, which is distributed Eksponensial. Simulation is done by using parameter estimation value obtained by MLE and Bayes method, $\lambda = 0{,}01469$, $\beta = 2{,}3418$ *and* $\theta = 70{,}6732$ *. The results obtained from the simulation of this research is a parallel system of raw water pump has a reliability of 85,86% with an estimated lifetime of 87 days and the residual of 31 days while standby-redundancy system of the distribution pump has a reliability of 54,19% with an estimated lifetime of 85 days and the residual life of 55 days.*

Keywords—*Paralel, Pumps, Reliability, Residual Lifetime, Lifetime.*

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Wr. Wb.

Alhamdulillaahirobbil'aalamiin, segala puji dan syukur penulis panjatkan ke hadirat Allah SWT yang telah memberikan limpahan rahmat, petunjuk serta hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir yang berjudul

"PENENTUAN ESTIMASI SISA UMUR POMPA AIR PADA SISTEM JARINGAN PARALEL (Studi Kasus: PDAM Bangkalan)"

sebagai salah satu syarat kelulusan Program Sarjana Departemen Matematika FMKSD Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya.

Tugas Akhir ini dapat terselesaikan dengan baik berkat bantuan dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan ucapan terima kasih dan penghargaan kepada:

1. Bapak Dr. Imam Mukhlash, S.Si, MT selaku Kepala Departemen Matematika ITS yang telah memberikan dukungan.
2. Ibu Valeriana Lukitosari, S.Si, MT selaku dosen pembimbing atas segala bimbingan dan motivasinya kepada penulis dalam mengerjakan Tugas Akhir ini sehingga dapat terselesaikan dengan baik.
3. Ibu Dra. Laksmi Prita Wardhani, M.Si, Ibu Dra. Nuri Wahyuningsih, M.Kes dan Ibu Soleha, S.Si, M.Si selaku dosen penguji yang telah memberikan arahan, kritik dan saran kepada penulis.
4. Bapak Drs. Iis Herisman, M.Si selaku Sekretaris Program Studi S1 Departemen Matematika yang telah memberikan arahan akademik kepada penulis.
5. Bapak Drs. Sentot Didik Surjanto, M.Si, selaku Dosen Wali yang telah memberikan arahan akademik selama penulis

menempuh pendidikan di Departemen Matematika FMKSD ITS.

6. Bapak dan Ibu dosen serta para staf Departemen Matematika ITS yang tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu.
7. Kedua orang tua saya, Ayah Mariyanto dan Ibu Juwani dan juga adik saya, Febriani Dwi Rahmawati atas semua dukungan yang telah diberikan.
8. Semua keluarga besar saya di Lamongan dan di Klaten yang atas dukungan dan semangat yang berikan.
9. Keluarga Generasi 4, teman seperjuangan BPH KSR PMI ITS 2016-2017 dan juga keluarga besar KSR PMI ITS atas semua pengalaman dan dukungan yang telah diberikan.
10. Teman-teman Aksioma 2014, dan juga keluarga besar Matematika ITS yang telah membantu dan memotivasi saya dalam mengerjakan Tugas Akhir ini.
11. Sahabat ABRA, Bids, Penghuni Lab, Sahabat Galuh serta D'lifinia yang selalu mengingatkan dan memberi masukan kepada saya.
12. Teman-teman yang lain yang selalu mendukung dan memberi masukan kepada saya.

Penulis menyadari bahwa Tugas Akhir ini masih jauh dari kesempurnaan. Oleh karena itu, kritik dan saran yang bersifat membangun sangat penulis harapkan demi kesempurnaan Tugas Akhir ini. Akhirnya, penulis berharap semoga Tugas Akhir ini dapat bermanfaat bagi banyak pihak.

Surabaya, Agustus 2018

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR TABEL

DAFTAR LAMPIRAN

DAFTAR SIMBOL

$F(t_i)$	:	Fungsi kepadatan kumulatif distribusi pada waktu kerusakan ke-i
t_i	:	Waktu antar kerusakan ke-i
t	:	Waktu antar kerusakan
i	:	Urutan sejumlah data waktu antar kerusakan sistem yang disusun dari urutan terkecil
n	:	Banyaknya data waktu antar kerusakan
λ	:	Parameter skala dari distribusi Eksponensial
$F(t)$	:	Fungsi kepadatan kumulatif (cdf) distribusi
$f(t)$	:	Fungsi kepadatan peluang (pdf) distribusi
θ	:	Parameter skala dari distribusi Weibull
β	:	Parameter bentuk dari distribusi Weibull
$\Phi\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)$	:	Peluang nilai z
μ	:	Parameter distribusi, nilai tengah
σ	:	Parameter distribusi, standar deviasi
$R(t)$	:	Fungsi reliabilitas pada waktu t
$R_S(t)$	:	Fungsi reliabilitas pada sistem jaringan seri
$R_P(t)$	:	Fungsi reliabilitas pada sistem jaringan paralel
m	:	Banyaknya alat atau komponen dalam suatu sistem
$\lambda(t)$	:	Fungsi tingkat kerusakan
$P_x(t)$	:	Peluang x komponen yang rusak pada waktu t
λt	:	Parameter distribusi Poisson
$E(t)$	:	Taksiran umur pada waktu t
$m(t)$	:	Fungsi MRL atau rataan sisa umur pada waktu t
$M_S(t)$	:	Fungsi MRL pada sistem jaringan seri

$M_P(t)$	:	Fungsi MRL pada sistem jaringan paralel
r	:	*Index of Fit*
$I(\theta)$	:	Informasi Fisher
$L(\theta; t)$	:	Fungsi *Likelihood*
$\pi(\theta)$	:	Distribusi prior
$\pi(\theta_1, \theta_2 \ldots \vert T)$	:	Distribusi posterior
l	:	Nilai *ln likelihood* pada AIC
p	:	Banyak parameter distribusi

BAB I
PENDAHULUAN

Pada bab ini dijelaskan mengenai latar belakang dari permasalahan yang dibahas pada Tugas Akhir ini, rumusan masalah yang muncul akibat latar belakang, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian dan sistematika penulisan yang diuraikan pada bagian akhir bab ini.

1.1 Latar Belakang

Perkembangan sektor industri di Indonesia saat ini berlangsung sangat cepat seiring dengan kemajuan ilmu pengetahuan dan teknologi. Salah satu sektor industri penyedia air bersih adalah PDAM. PDAM merupakan salah satu perusahaan milik daerah yang berperan penting dalam melaksanakan pengolahan dan memberikan pelayanan air bersih untuk meningkatkan kesejahteraan masyarakat.

Perkembangan industri mendorong manusia untuk mengembangkan berbagai upaya efisiensi proses produksi. Efisiensi yang lebih besar dapat diperoleh dengan menjamin bahwa peralatan yang digunakan dalam proses produksi dapat dipertahankan untuk selalu beroperasi. Gangguan pada salah satu komponen mesin akan menghambat proses produksi. Apabila gangguan tersebut terjadi di tengah proses produksi, akan mengakibatkan beberapa dampak diantaranya terhentinya proses produksi untuk sementara waktu dan tidak tercapainya target produksi. Begitu juga pada instalasi air di PDAM Bangkalan, apabila ada salah satu komponen atau mesin yang mengalami gangguan dapat menyebabkan kerugian yang cukup besar di antaranya tidak tersalurnya air bersih kepada masyarakat Bangkalan.

Salah satu mesin yang penting pada instalasi pengelolaan air bersih PDAM adalah pompa air. Pompa air berperan untuk memompa air dari sumber air menuju bangunan *intake* dan memompa air bersih yang sudah diolah menuju pipa-pipa distribusi yang selanjutnya akan disalurkan ke pelanggan.

Ukuran efisiensi proses produksi meliputi reliabilitas, umur dan sisa umur. Reliabilitas menyatakan peluang sebuah mesin, subsistem atau sistem untuk dapat beroperasi sesuai dengan yang dipersyaratkan dalam kurun waktu tertentu dan kondisi operasi tertentu [1]. Umur mesin merupakan lamanya mesin tersebut mampu beroperasi sampai gagal operasi, sedangkan sisa umur mesin merupakan lamanya mesin tersebut dapat beroperasi setelah waktu tertentu. Salah satu ukuran performa suatu mesin adalah sisa umur. Taksiran sisa umur dapat ditentukan dengan menghitung nilai fungsi *Mean Residual Life* (MRL)-nya. Fungsi MRL digunakan untuk menghitung ekspektasi rataan waktu sisa hidup suatu komponen maupun keseluruhan sistem yang masih beroperasi sampai waktu t [2].

Kajian mengenai rataan sisa umur atau *Mean Residual Life* (MRL) telah banyak dilakukan. Shen (2008) melakukan penelitian mengenai model reliabilitas dan analisa dengan *Mean Residual Life* [2]. Pada tahun sebelumnya, M. Asadi dan Bayramoglu (2005) juga melakukan penelitian mengenai fungsi MRL pada jaringan paralel [3].

Penelitian mengenai taksiran sisa umur mesin telah banyak dilakukan. Taufan (2010) telah melakukan penelitian untuk memprediksi sisa umur pada mesin cooling waterpump 2A dengan menggunakan metode ANFIS [4]. Famela (2017) telah melakukan penelitian mengenai taksiran sisa umur komponen bearing dengan membandingkan metode Least Square dan Metode Estimasi Maksimum Likelihood untuk mengestimasi parameter [5]. Septiana (2017) juga melakukan penelitian mengenai model reliabilitas pompa *submersible* dengan menggunakan metode Bayes [6].

Oleh karena itu, pada Tugas Akhir ini akan dilakukan penelitian untuk memperoleh estimasi umur dan sisa umur pompa pada model jaringan paralel dengan mengambil kasus pada unit IPAM Tangkel PDAM Bangkalan.

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah dari Tugas Akhir ini adalah :

1. Bagaimana estimasi umur dan sisa umur pompa pada model jaringan paralel.
2. Bagaimana estimasi parameter distribusi kerusakan yang sesuai.

1.3 Batasan Masalah

Batasan Masalah yang dibahas dalam penelitian Tugas Akhir ini adalah:

1. Data yang digunakan merupakan data sekunder yaitu waktu kerusakan masing-masing pompa periode 2008-2017.
2. Rangkaian pompa yang diamati adalah pompa baku dan pompa distribusi yang ada di Unit IPAM Tangkel PDAM Bangkalan.

1.4 Tujuan

Tujuan dari Tugas Akhir ini adalah:

1. Memperoleh estimasi umur dan sisa umur pompa pada model jaringan paralel.
2. Memperoleh estimasi parameter distribusi kerusakan yang sesuai.

1.5 Manfaat

Manfaat dari Tugas Akhir ini adalah:

1. Mengetahui estimasi umur dan sisa umur jaringan paralel pompa yang dapat dijadikan acuan jadwal pemeliharaan maupun kapan pompa tersebut harus diganti.
2. Mengetahui estimasi parameter distribusi kerusakan yang sesuai sehingga dapat digunakan untuk mengestimasi umur dan sisa umur.

1.6 Sistematika Penulisan Tugas Akhir

Sistematika penulisan didalam Tugas Akhir ini sebagai berikut:

1. BAB I PENDAHULUAN
   Bab ini menjelaskan tentang latar belakang, rumusan dan batasan masalah yang dihadapi dalam penelitian Tugas Akhir, tujuan penelitian, manfaat penelitian dan sistematika penulisan Tugas Akhir.
2. BAB II KAJIAN TEORI
   Bab ini menjelaskan tentang penelitian terdahulu. Selain itu, pada bab ini dijelaskan kajian teori dari referensi penunjang meliputi profil PDAM Bangkalan, distribusi kerusakan, fungsi reliabilitas dan tingkat kegagalan, redundansi, estimasi umur dan sisa umur, *index of fit*, uji kesesuaian distribusi, estimasi dan evaluasi parameter distribusi.
3. BAB III METODOLOGI PENELITIAN
   Bab ini menjelaskan metodologi atau tahapan pengerjaan yang dilakukan dalam menyelesaikan Tugas Akhir, meliputi studi literatur, pengumpulan data, penentuan distribusi kerusakan yang sesuai, penentuan nilai parameter distribusi, penentuan estimasi umur dan sisa umur, penarikan kesimpulan, evaluasi dan saran, hingga penyusunan laporan hasil tugas akhir.
4. BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN
   Bab ini menjelaskan mengenai pompa air, penentuan distribusi kerusakan, pengujian distribusi yang terpilih, penentuan estimasi parameter, perhitungan estimasi umur dan sisa umur pompa.
5. BAB VI PENUTUP
   Bab ini menjelaskan mengenai kesimpulan yang diperoleh berdasarkan pembahasan dan saran untuk pengembangan penelitian selanjutnya.

BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini dijelaskan mengenai kajian teori dari referensi penunjang serta penjelasan permasalahan yang dibahas dalam Tugas Akhir ini, meliputi penelitian sebelumnya terkait Tugas Akhir, profil PDAM Kabupaten Bangkalan, distribusi kerusakan, fungsi reliabilitas dan tingkat kegagalan, redundansi, estimasi umur dan sisa umur, *index of fit*, uji kesesuaian distribusi, estimasi dan evaluasi parameter distribusi.

2.1 Penelitian Sebelumnya

Penelitian mengenai analisis efisiensi mesin telah banyak dilakukan oleh peneliti terdahulu. Penelitian yang dilakukan oleh Taufan (2010) dalam tugas akhirnya yang berjudul Prediksi Sisa Umur pada *Rotating Machinery* dengan Metode *Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System (ANFIS)*. Taufan menggunakan data sekunder berupa data getaran berbasis *time domain* pada mesin *cooling waterpump* 2A. Hasil penelitiannya adalah metode ANFIS lebih baik dari metode Jaringan Saraf Tiruan (JST), yaitu dapat memprediksi sisa umur pakai dari data testing getaran yang memiliki RMSE 10^{-6} dengan sisa umur kurang dari 12 bulan [4]. Namun, pada penelitian [4] tidak menggunakan mesin yang terhubung paralel.

Penelitian yang dilakukan oleh Famela (2017) dalam tugas akhirnya yang berjudul Perbandingan Metode Estimasi Maksimum Likelihood dengan Metode *Least Square* dalam Penentuan Sisa Umur *Bearing*. Famela menggunakan data sekunder berupa data *downtime* komponen bearing pada mesin sakurai oliver 66. Hasil penelitiannya adalah metode yang terbaik dalam pendugaan menggunakan data TTF *bearing* 6001 ZZ, *bearing* 0606 ZZ dan *thrust bearing* mesin sakurai oliver-66 adalah metode *Least Square* [5]. Sedangkan pada penelitian ini menggunakan data waktu antar kerusakan pada mesin pompa air yang terhubung paralel dimana kerusakan suatu bagian mesin dianggap sebagai kerusakan mesin.

Penelitian yang lain dilakukan oleh Septiana (2017) dalam tugas akhirnya yang berjudul Penerapan Metode Bayes dalam Menentukan Model Estimasi Reliabilitas Pompa *Submersible* pada Rumah Pompa Wendit I PDAM Kota Malang. Septiana menggunakan data antar waktu kerusakan pompa untuk mendapatkan nilai reliabilitas pompa untuk menjadwalkan waktu pemeliharaan dengan tepat. Hasil penelitiannya adalah penerapan model estimasi reliabilitas mendapatkan nilai reliabilitas pompa I adalah 0,4030, pompa II adalah 0,69464 dan pompa III adalah 0,7701. Sedangkan nilai reliabilitas untuk sistem perpompaan pada rumah pompa Wendit I PDAM Kota Malang adalah 0.9581 [6]. Penelitian ini juga dilakukan pada pompa PDAM, namun titik berat yang akan dilakukan adalah memperoleh taksiran umur dan sisa umur pada model jaringan paralel.

Beberapa penelitian tentang *Mean Residual Life* telah dilakukan [2][3]. Namun masih terbuka peluang untuk mengkaji peralatan yang dapat dihubungkan secara paralel karena mesin-mesin yang terhubung paralel sangat penting untuk menunjang beroperasinya peralatan.

2.2 Profil PDAM Kabupaten Bangkalan

PDAM “Sumber Pocong” Bangkalan merupakan Badan Usaha Milik Daerah (BUMD) Kabupaten Bangkalan, Madura, Jawa Timur yang didirikan pada tahun 1981 melalui Peraturan Daerah Nomor 19 Tahun 1981. Dalam Perda tersebut dijelaskan bahwa PDAM untuk menjalankan tugas Pemerintah Daerah dalam bidang pelayanan penyediaan air minum kepada masyarakat. Seiring dengan pertambahan jumlah penduduk Kabupaten Bangkalan mengakibatkan meningkat pula kebutuhan air bersih. Sejak Januari 2012 hingga Desember 2016 telah terjadi peningkatan jumlah pelanggan PDAM Sumber Pocong sebesar 29 persen dan peningkatan volume pemakaian air sebesar 42 persen [7]. Untuk memenuhi kebutuhan air bersih masyarakat Bangkalan selama 24 jam secara terus menerus, PDAM telah mengupayakan agar selalu ada peningkatan fasilitas dan layanan air bersih bagi masyarakat Bangkalan.

Sejak tahun 2009 sampai tahun 2016, sarana air bersih yang dibangun oleh Pemerintah Pusat adalah [7]:

1. Pengembangan Pelayanan Kecamatan Blega, Tanah Merah, Labang, Kamal, Arosbaya berupa pembangunan instalasi baru (sumur bor dan perpipaan) menuju daerah masyarakat yang selama ini belum ada jaringan pipa.
2. Penambahan pelanggan sebanyak 6.500 sambungan rumah yang tersebar di seluruh unit pelayanan PDAM dengan sumber dana dari Pemerintah Kabupaten Bangkalan melalui penyertaan modal.

2.3 Distribusi Kerusakan

Distribusi Kerusakan yang umum digunakan adalah distribusi Eksponensial, Weibull, Normal dan Lognormal. Ke empat distribusi kerusakan tersebut dapat memenuhi fase kerusakan. Nilai $F(t_i)$ didekati dengan persamaan [1]:

$$F(t_i) = \frac{i-0{,}3}{n+0{,}4} \tag{2.1}$$

dengan:

$F(t_i)$: fungsi kepadatan kumulatif distribusi pada waktu antar kerusakan ke-i

t_i : waktu antar kerusakan ke-i

i : urutan sejumlah data waktu antar kerusakan sistem yang disusun dari urutan terkecil

n : banyaknya data waktu antar kerusakan

2.2.1 Distribusi Eksponensial

Distribusi Eksponensial memiliki laju kerusakan yang konstan terhadap waktu dan kerusakan yang bersifat acak. Parameter distribusi ekponensial adalah λ. Fungsi kepadatan peluang *(pdf)* pada waktu t dari distribusi Eksponensial, $f(t)$, adalah [1]:

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}, \quad t \geq 0;\ \lambda > 0 \tag{2.2}$$

Sedangkan fungsi kepadatan kumulatif (cdf) distribusi Eksponensial, $F(t)$ adalah

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

dengan:
t : waktu antar kerusakan
λ : parameter skala dari distribusi Eksponensial

2.2.2 Distribusi Weibull

Distribusi Weibull merupakan distribusi yang paling banyak digunakan untuk data waktu kerusakan dalam analisis reliabilitas. Distribusi Weibull dapat digunakan untuk laju kerusakan yang meningkat maupun yang menurun. Parameter distribusi ini adalah θ dan β. Parameter θ disebut sebagai parameter bentuk sedangkan parameter β disebut sebagai skala. Fungsi kepadatan peluang distribusi Weibull pada waktu, $f(t)$, adalah [1]:

$$f(t) = \frac{\beta}{\theta}\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}} \qquad t \geq 0;\ \theta, \beta > 0 \qquad (2.3)$$

Sedangkan fungsi kepadatan kumulatif distribusi Weibull, $F(t)$ adalah:

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}} \qquad (2.4)$$

dengan:
t : waktu antar kerusakan
θ : parameter skala dari distribusi Weibull
β : parameter bentuk dari distribusi Weibull

2.2.3 Distribusi Normal

Distribusi Normal merupakan distribusi yang digunakan untuk model kelelahan dan keausan dari mesin. Fungsi kepadatan dari distribusi ini memiliki kurva yang menyerupai lonceng sehingga memiliki nilai simetris terhadap dua parameter yaitu nilai tengah (μ) dan standar deviasi (σ).

Fungsi kepadatan peluang distribusi Normal pada waktu t, $f(t)$, adalah [8]:

$$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} \qquad 0 < t < +\infty$$

Sedangkan fungsi kepadatan kumulatif distribusi Normal, $F(t)$ adalah:

$$F(t) = \phi\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)$$

dengan:

t	: waktu antar kerusakan
μ	: nilai tengah
σ	: standar deviasi
$\phi\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)$	: peluang nilai z

2.2.4 Distribusi Lognormal

Distribusi lognormal merupakan distribusi yang digunakan untuk menyatakan berapa kali perbaikan dari distribusi kegagalan. Biasanya, data yang didekati dengan distribusi Weibull juga bisa didekati dengan distribusi Lognormal.

Fungsi kepadatan peluang distribusi Lognormal pada waktu t, $f(t)$, adalah [8]:

$$f(t) = \frac{1}{t\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln(t)-\mu)^2}{2\sigma^2}} \qquad 0 < t < +\infty$$

Sedangkan fungsi kepadatan kumulatif distribusi Lognormal, $F(t)$ adalah:

$$F(t) = \phi\left(\frac{\ln(t) - \mu}{\sigma}\right)$$

dengan:

t	: waktu antar kerusakan
μ	: nilai tengah
σ	: standar deviasi
$\phi\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)$	: peluang nilai z

2.4 Reliabilitas dan Tingkat Kerusakan

Reliabilitas merupakan peluang sebuah komponen, subsistem atau sistem melakukan fungsinya dengan baik, seperti yang dipersyaratkan, dalam kurun waktu tertentu dan kondisi operasi tertentu [1]. Reliabilitas dapat diartikan sebagai peluang suatu produk untuk dapat hidup lebih dari waktu yang telah ditentukan [9].

Untuk mengekspresikan hubungan ini secara matematis, didefinisikan variabel acak kontinu T sebagai waktu antar kerusakan sistem atau komponen, dimana $T \geq 0$.

Fungsi reliabilitas didefinisikan sebagai berikut [8]:

$$R(t) = 1 - F(t) \tag{2.5}$$

$$R(t) = \int_t^{\infty} f(x)dx$$

dengan:

$R(t)$: fungsi reliabilitas pada waktu t

$F(t)$: fungsi distribusi kumulatif pada waktu t

Dengan mensubstitusikan fungsi kepadatan kumulatif dan fungsi kepadatan peluang masing-masing distribusi kerusakan pada rumus fungsi reliabilitas, diperoleh nilai reliabilitas mesin tersebut.

Fungsi reliabilitas pada sistem seri didefinisikan oleh [1]:

$$R_S(t) = \prod_{i=1}^{m} R_i(t) \tag{2.6}$$

Sedangkan pada model jaringan paralel, fungsi reliabilitas sistem paralel didefinisikan oleh [1]:

$$R_P(t) = 1 - \prod_{i=1}^{m} [1 - R_i(t)] \tag{2.7}$$

Tingkat kerusakan menyatakan banyaknya kerusakan per satuan waktu, yaitu peluang mesin mengalami kerusakan dalam suatu interval waktu yang diberikan dan diketahui kondisinya baik pada awal interval. Fungsi tingkat kerusakan atau *hazard rate function* didefinisikan sebagai berikut [1]:

$$h(t) = \frac{f(t)}{R(t)} \tag{2.8}$$

dengan:

$R_S(t)$: fungsi reliabilitas pada model jaringan seri

$R_P(t)$: fungsi reliabilitas pada model jaringan paralel

$R_i(t)$: fungsi reliabilitas pada komponen i

m : banyaknya mesin dalam suatu sistem

$f_i(t)$: fungsi kepadatan peluang pada mesin i

$h(t)$: fungsi tingkat kerusakan

Jika mesin atau komponen yang memiliki tingkat kerusakan yang konstan dan segera diganti apabila mengalami gagal operasi, maka jumlah kerusakan yang diamati pada periode waktu t mengikuti distribusi Poison. Jika variabel acak X menyatakan banyaknya mesin yang mengalami kerusakan atau gagal beroperasi, maka peluang x komponen yang rusak pada waktu t adalah [1]:

$$P_x(t) = \frac{(\lambda t)^x e^{-\lambda t}}{x!} \tag{2.9}$$

dengan:

$P_x(t)$: peluang x komponen yang rusak pada waktu t

λt : parameter distribusi Poison

2.5 Redundansi

Redundansi merupakan sistem dengan komponen lebih dari satu yang beroperasi untuk menjalankan fungsi tertentu. Redundansi berfungsi untuk menghindari kegagalan mesin karena adanya perencanan kelebihan mesin yang dipasang. Salah satu bentuk redundansi adalah redundansi *standby* [1]. Redundansi *standby* sering dikenal dengan redundansi *cold standby*. Sistem yang redundansi *standby* mengoperasikan satu atau lebih mesin utama dan juga satu atau lebih mesin cadangan (dalam posisi *standby*). Apabila mesin utama gagal beroperasi, maka unit rendundan (*standby*) akan diaktifkan [10]. Tingkat kerusakan mesin cadangan pada redundansi *cold standby* diasumsikan nol [11]. Proses pemindahan kerja atau peralihan mesin tersebut menggunakan *switch*.

Perfect switching atau peralihan sempurna merupakan peralihan yang diasumsikan tidak pernah gagal saat pengoperasian maupun saat melakukan pengalihan dari pengoperasian normal ke posisi *standby* [9].

2.6 Estimasi Umur dan Sisa Umur

Estimasi umur merupakan lamanya komponen tersebut mampu beroperasi sampai gagal operasi, sedangkan sisa umur komponen merupakan lamanya komponen tersebut dapat beroperasi setelah waktu tertentu. Taksiran umur dapat didefinisikan oleh [8]:

$$E(t) = \int_0^\infty t\, f(t)dt \tag{2.10}$$

dengan:

$E(t)$: taksiran umur pada waktu t
t : waktu antar kerusakan
$f(t)$: fungsi kepadatan peluang

Fungsi *Mean Residual Life* (MRL) dapat digunakan untuk mengetahui ekspektasi rataan sisa umur suatu komponen atau mesin dengan diketahui mesin tersebut tersebut sudah bertahan hingga waktu t. Fungsi MRL menyatakan berapa lama lagi suatu komponen yang telah dipakai dan belum rusak diharapkan dapat dipakai. Fungsi MRL merupakan fungsi waktu t tidak acak. Fungsi MRL dinyatakan dengan $M(t)$.

Misalkan $T_1, T_2, T_3, \dots, T_m$ merupakan umur terurut dari m mesin dan diasumsikan sebagai variabel acak kontinu dan tak negatif yang terdistribusi independen dan identik dengan fungsi kumulatif (cdf), $F(t)$ dan fungsi reliabilitas, $R(t)$. Jika $E(T_i) < \infty$, fungsi MRL mesin, $M(t)$, didefinisikan oleh [2]:

$$M(t) = E(T_i - t | T_i > t) = \frac{\int_t^\infty R(x)dx}{R(t)}$$

dengan:
$M(t)$: rataan sisa umur pada waktu t
t : waktu kerusakan
$f(t)$: fungsi kepadatan peluang pada waktu t
$R(t)$: fungsi reliabilitas pada waktu t

2.6.1 Fungsi MRL pada Model Jaringan Seri

Misalkan $T_{1:m}, T_{2:m}, T_{3:m}, \dots, T_{m:m}$ merupakan umur m mesin yang terurut. Mesin yang disusun secara seri dianggap sebagai sistem yang beroperasi jika dan hanya jika semua komponen beroperasi sehingga umur sistem tersebut direpresentasikan oleh umur komponen yang pertama, $T_{1:m}$.

Fungsi MRL pada model jaringan seri, $M_s(t)$, didefinisikan oleh [2]:

$$M_s(t) = E(T_{1:m} - t | T_{1:m} > t) = \frac{\int_t^\infty R_s(x)\,dx}{R_s(t)} \qquad (2.11)$$

dengan:

$M_s(t)$: fungsi MRL pada model jaringan seri
$R(t)$: fungsi reliabilitas pada waktu t
m : banyaknya mesin pada suatu sistem

2.6.2 Fungsi MRL pada Model Jaringan Paralel

Misalkan $T_{1:m}, T_{2:m}, T_{3:m}, \dots, T_{m:m}$ merupakan umur sistem dengan m mesin yang terurut. Mesin yang tersusun secara paralel dianggap sebagai sistem yang gagal jika dan hanya jika semua mesin gagal beroperasi sehingga umur sistem tersebut sama dengan umur mesin yang ke m, yaitu $T_{m:m}$. Misalkan juga $T_{1:m} \leq T_{2:m} \leq \dots \leq T_{m:m}$ umur terurut dari m mesin.

Fungsi MRL pada model jaringan paralel, $M_P(t)$, didefinisikan oleh [2]:

$$M_P(t) = E(T_{m:m} - t | T_{m:m} > t) = \frac{\int_t^{\infty} R_P(x)\,dx}{R_P(t)} \quad (2.12)$$

dengan:
$M_P(t)$: fungsi MRL pada model jaringan paralel
$R(t)$: fungsi reliabilitas pada waktu t
m : banyaknya mesin pada suatu sistem

2.7 *Index of Fit*

Ukuran korelasi linear antara dua variabel yang paling banyak digunakan adalah koefisien korelasi. *Index of Fit* atau koefisien korelasi (r) menunjukkan hubungan linear antara dua variable acak X_i dan Y_i. Semakin besar nilai r menandakan bahwa hubungan yang semakin baik.

Rumus umum *Index of Fit* adalah [16]:

$$r = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)}{\sqrt{\left[n\sum_{i=1}^{n} x_i{}^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2\right]\left[n\sum_{i=1}^{n} y_i{}^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)^2\right]}} \quad (2.13)$$

Identifikasi awal nilai (x_i, y_i) dilakukan dengan pendekatan plot regresi linier yang mendekati data. Nilai (x_i, y_i) untuk masing-masing distribusi sebagai berikut [1]:

1. Distribusi Eksponensial

$$(x_i, y_i) = \left(t_i, ln\left[\frac{1}{1-F(t_i)}\right]\right) \quad (2.14)$$

2. Distribusi Weibull

$$(x_i, y_i) = \left(\ln t_i\,, lnln\left[\frac{1}{1-F(t_i)}\right]\right) \tag{2.15}$$

3. Distribusi Normal

$$(x_i, y_i) = (t_i, \Phi^{-1}[F(t_i)]) \tag{2.16}$$

4. Distribusi Lognormal

$$(x_i, y_i) = (\ln t_i\,, \Phi^{-1}[F(t_i)]) \tag{2.17}$$

Nilai $F(t_i)$ yang digunakan pada pendekatan nilai awal (x_i, y_i) sesuai dengan persamaan (2.1).

2.8 Uji Kesesuaian Distribusi

Tahap uji kesesuiaan distribusi digunakan untuk mengetahui apakah data yang ada memenuhi kriteria distribusi tertentu. Uji kesesuaian ini membandingkan antara hipotesis nol yang menyatakan bahwa data membentuk distribusi yang akan diuji dan hipotesis alternatif yang menyatakan bahwa data kerusakan tidak membentuk distribusi yang diuji. Uji kesesuaian distribusi atau uji *Goodness of Fit* dilakukan untuk masing-masing distribusi dugaan. Misalkan $t_1, t_2, t_3, \ldots\ t_n$ adalah sampel acak berukuran n dari populasi T, uji *Goodness of Fit* untuk masing-masing distribusi sebagai berikut:

2.8.1 Uji Barlett untuk Distribusi Eksponensial

Jika diberikan hipotesis bahwa distribusi T adalah $F(t)$, maka hipotesis untuk uji ini adalah [1]:

Hipotesis:

$H_0 : T = F(t)$

$H_1 : T \neq F(t)$

Statistik uji:

$$B = \frac{2n\left[\ln\left(\frac{1}{n}\right)\sum_{i=1}^{n} t_i - \left(\frac{1}{n}\right)\sum_{i=1}^{n} t_i\right]}{1+\frac{n+1}{6n}} \tag{2.18}$$

dengan:

B : nilai taksiran pada uji *Barlett*

t_i : waktu kerusakan ke-i
n : banyaknya data waktu antar kerusakan

Kriteria pengujian:

Jika $\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},n-1} < B < \chi^2_{\frac{\alpha}{2},n-1}$ maka H_0 diterima dan H_1 ditolak.

2.8.2 Uji Mann untuk Distribusi Weibull

Jika diberikan hipotesis bahwa distribusi T adalah $F(t)$, maka hipotesa untuk uji ini adalah [1]:

Hipotesis:
$H_0 : T = F(t)$
$H_1 : T \neq F(t)$

Statistik uji:

$$M = \frac{k_1 \sum_{i=k_1+1}^{n-1}\left[\frac{(\ln t_{i+1} - \ln t_i)}{M_i}\right]}{k_2 \sum_{i=1}^{k_1}\left[\frac{(\ln t_{i+1} - \ln t_i)}{M_i}\right]} \tag{2.19}$$

dengan:

$M_i = Z_{i+1} - Z_i$

$Z_i = \ln\left[-\ln\left(1 - \frac{i-0{,}5}{n+0{,}25}\right)\right]$

M : nilai taksiran pada uji *Mann*
t_i : waktu kerusakan ke-i
n : banyaknya data waktu antar kerusakan
α : derajat kesalahan atau batas kesalahan maksimal

Kriteria pengujian:

Jika $M < F_{\alpha,v_1,v_2}$ maka H_0 diterima dan H_1 ditolak.

dengan:

$v_1 = 2\left\lfloor\frac{n}{2}\right\rfloor;\ v_2 = 2\left\lfloor\frac{n-1}{2}\right\rfloor$

2.8.3 Uji Kolmogorov-Smirnov untuk Distribusi Normal dan Lognormal

Jika diberikan hipotesis bahwa distribusi T adalah $F(t)$, maka hipotesa untuk uji ini adalah [1]:

Hipotesis:
$H_0 : T = F(t)$
$H_1 : T \neq F(t)$
Statistik uji:

$$D_n = \max\{D_1, D_2\}$$

dengan:

$$D_1 = \max_{1 \leq i \leq n} \left\{ \phi\left(\frac{t_i - \bar{t}}{s}\right) - \frac{i-1}{n} \right\}$$

$$D_2 = \max_{1 \leq i \leq n} \left\{ \frac{i}{n} - \phi\left(\frac{t_i - \bar{t}}{s}\right) \right\}$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(t - \bar{t})}{n-1}}$$

D_i : Nilai taksiran pada uji *Kolmogorov-smirnov*
t_i : waktu kerusakan ke-i
n : banyaknya data waktu antar kerusakan
α : derajat kesalahan atau batas kesalahan maksimal

Kriteria pengujian:

Jika $D_n < D_{n,\alpha}$ maka H_0 diterima dan H_1 ditolak.

Jika ingin uji Kolmogorov smirnov untuk Distribusi Lognormal maka dilakukan substitusi: $t_i = \ln t_i$.

2.9 Estimasi Parameter

Estimasi parameter merupakan menduga nilai parameter populasi berdasarkan data. Salah satu cara untuk memperoleh nilai reliabilitas dari mesin yang *repairable* adalah dengan menganalisis data melalui pendekatan estimasi klasik maupun estimasi Bayes.

2.9.1 Metode *Least Square*

Salah satu metode yang digunakan untuk menduga atau mengestimasi parameter distribusi kerusakan adalah metode Least Square. Metode Least Square merupakan metode yang digunakan untuk menaksir koefisien regresi linier. Estimasi parameter dengan menggunakan metode *Least Square* sebagai berikut:

1. Estimasi Parameter λ pada Distribusi Eksponensial

   Estimasi parameter λ distribusi Eksponensial sebagai berikut [1]:

$$\hat{\lambda} = b \tag{2.20}$$

dengan:

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}$$

2. Estimasi Parameter β dan θ pada Distribusi Weibull
   Estimasi parameter distribusi Weibull sebagai berikut [1]:

$$\hat{\beta} = b \tag{2.21}$$

$$\hat{\theta} = e^{-\frac{a}{b}} \tag{2.22}$$

   dengan:

$$a = \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} y_i - b\sum_{i=1}^{n} x_i\right) = \bar{Y} - b\bar{X}$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \bar{Y}\sum_{i=1}^{n} x_i}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \bar{X}\sum_{i=1}^{n} x_i}$$

2.9.2 Metode *Maximum Likelihood Estimation*

Metode ini merupakan suatu metode estimasi parameter yang memaksimumkan fungsi kemungkinan, yaitu fungsi *likelihood.* Langkah-langkah mengestimasi parameter menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* sebagai berikut [12]:

1. Menentukan fungsi likelihood dari distribusi kerusakan
   Fungsi *likelihood* $L(\theta; t)$ yang didefinisikan oleh:

$$L(\theta; t) = \prod_{i=1}^{n} f(t_i)$$

2. Memaksimumkan fungsi likelihood dengan membuat transformasi fungsi likelihood ke dalam bentuk logaritma natural

$$\ln L(\theta; t) = l(\theta; t)$$

3. Mendiferensialkan fungsi ln likelihood terhadap parameter-parameter distribusi dan menyamakan hasil turunannya dengan nol

$$\frac{\partial l(\theta;t)}{\partial\theta}=0$$

4. Apabila tidak diperoleh ekspresi bentuk tertutup untuk estimator parameter maka dapat diselesaikan dengan menggunakan metode Newton-Raphson

$$x_{i+1}=x_i-\frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

Berdasarkan langkah-langkah yang sudah dijelaskan, estimasi parameter dengan menggunakan metode MLE sebagai berikut:

1. Estimasi Parameter λ pada Distribusi Eksponensial

Estimasi parameter λ menggunakan MLE adalah sebagai berikut:

$$\hat{\lambda}=\frac{1}{\frac{\sum_{i=1}^{n}t_i}{n}}=\frac{1}{\bar{t}} \tag{2.23}$$

2. Estimasi Parameter θ dan β pada Distribusi Weibull

Estimasi parameter distribusi Weibull adalah sebagai berikut:

$$\hat{\theta}=\left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(t_i)^{\beta}\right]^{\frac{1}{\beta}} \tag{2.24}$$

Sedangkan estimasi β diperoleh dengan iterasi metode Newton Raphson sebagai berikut:

$$\beta_{n+1}=\beta_n-\frac{\frac{1}{\beta}+\frac{\sum_{i=1}^{n}\ln t_i}{n}-\frac{\sum_{i=1}^{n}t_i{}^{\beta}\ln t_i}{\sum_{i=1}^{n}(t_i)^{\beta}}}{\frac{\left(\sum_{i=1}^{n}t_i{}^{\beta}\ln t_i\right)^2}{\left(\sum_{i=1}^{n}t_i{}^{\beta}\right)^2}-\frac{1}{\beta^2}-\frac{\sum_{i=1}^{n}t_i{}^{\beta}(\ln t_i)^2}{\sum_{i=1}^{n}t_i{}^{\beta}}} \tag{2.25}$$

2.9.3 Metode Bayes

Metode ini merupakan suatu metode pendugaan yang menggabungkan distribusi prior dan distribusi contoh. Metode ini baik digunakan untuk mengestimasi parameter distribusi yang lebih dari dua parameter.

Adapun langkah-langkah mengestimasi parameter menggunakan metode bayes sebagai berikut [12]:

1. Membentuk fungsi likelihood

$$L(\theta;t) = \prod_{i=1}^{n} f(\,t_i)$$

2. Membentuk distribusi prior

Distribusi prior merupakan distribusi awal yang memberi informasi tentang parameter. Distribusi prior non-informatif menyatakan bahwa tidak ada informasi distribusi peluang yang digunakan sebelumnya [13]. Pendekatan Jeffrey digunakan untuk mendapatkan distribusi prior non-informatif. $\theta = (\theta_1, \theta_2 \ldots)$ adalah parameter distribusi tertentu. Distribusi prior non-informatif untuk parameter θ untuk data berukuran n berdasarkan pada Informasi Fisher, $I(\theta)$, sebagai berikut [14]:

$$I(\theta) = -nE\left[\frac{\partial^2(\ln f(t))}{\partial\theta^2}\right]$$

$$g(\theta) = \sqrt{I(\theta)}$$

Jika diasumsikan $\theta_1, \theta_2 \ldots$ merupakan parameter yang independen, sehingga distribusi prior dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$\pi(\theta) = g(\theta_1).\, g(\theta_2)$$

dengan:

$g(\theta_1)$: nilai non-informatif dari parameter θ_1

$g(\theta_2)$: nilai non-informatif dari parameter θ_2

3. Membentuk distribusi posterior

Distribusi posterior didapat melalui pendekatan berdasarkan distribusi θ bersyarat T.

Distribusi posterior, $\pi(\theta_1, \theta_2 \ldots |T)$, didefinisikan oleh [12]:

$$\pi(\theta_1, \theta_2 \ldots |T) = \frac{L(\theta;t)\pi(\theta)}{\int L(\theta;t)\pi(\theta)d\theta}$$

4. Menentukan estimasi parameter yang sesuai

Untuk mendapatkan nilai estimasi parameter yang tidak diketahui, θ, maka perlu dicari distribusi posterior marginal untuk masing-masing parameter $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_k$. Jika digunakan fungsi kerugian error kuadrat, estimator Bayes $(\hat{\theta})$ untuk parameter θ didefinisikan oleh [12]:

$$\hat{\theta} = E(\theta|T)$$

dimana nilai ekspektasi adalah terhadap fungsi distribusi posterior, $\pi(\theta_1, \theta_2 \ldots |T)$.

Estimasi parameter dengan menggunakan metode MLE adalah sebagai berikut:

1. Estimasi Parameter λ pada Distribusi Eksponensial

   Estimasi parameter distribusi Eksponensial adalah sebagai berikut:

$$\hat{\lambda} = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} t_i} \tag{2.26}$$

2. Estimasi Parameter β dan θ pada Distribusi Weibull

   Estimasi parameter θ distribusi Weibull adalah sebagai berikut:

$$\hat{\theta} = \left(\frac{1}{\frac{n}{\sum_{i=1}^{n} t_i{}^{\beta}}}\right)^{\frac{1}{\beta}} = \left(\frac{\sum_{i=1}^{n} t_i{}^{\beta}}{n}\right)^{\frac{1}{\beta}} \tag{2.27}$$

Sedangkan selang kepercayaan $100(1-\alpha)\%$ untuk $\theta^{-\beta}$ sebagai berikut:

$$\left[\frac{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(2n)}{2\sum t_i{}^{\beta}}, \frac{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(2n)}{2\sum t_i{}^{\beta}}\right] \tag{2.28}$$

2.10 Evaluasi Parameter

Salah satu kriteria untuk pemilihan metode terbaik dalam mengestimasi parameter adalah dengan menggunakan *Aikaike's Information Criterion* (AIC). AIC merupakan kriteria pemilihan model terbaik dengan mempertimbangkan banyak parameter dalam model. Kriteria AIC secara umum dirumuskan sebagai berikut [15]:

$$AIC = -2l + 2p \tag{2.29}$$

dengan:

p : banyak parameter distribusi

l : nilai *ln likelihood* distribusi

BAB III
METODOLOGI PENELITIAN

Pada bab ini dijelaskan mengenai metodologi penelitian yang digunakan untuk menyelesaikan Tugas Akhir. Metodologi penelitian meliputi penjelasan tentang objek penelitian dan tahapan penelitian serta diberikan diagram alur untuk mempermudah pemahaman tahap penelitian Tugas Akhir.

3.1 Jenis dan Sumber Data

3.1.1 Jenis Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yaitu data waktu antar kerusakan komponen pompa periode Januari 2008 sampai dengan Desember 2017 pada Lampiran B.

3.1.2 Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini tidak diambil secara langsung dari lapangan. Peneliti mengambil data yang sudah ada (dicatat) oleh operator mesin pada bagian produksi PDAM Bangkalan. Data yang diperoleh adalah data sekunder yaitu data *downtime* komponen pompa periode Januari 2008 sampai dengan Desember 2017 pada Lampiran B yang didefinisikan sebagai data waktu antar kerusakan pompa.

3.2 Tahap Penelitian

Adapun tahap-tahap yang dilakukan dalam penyusunan Tugas Akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Studi Literatur

   Tahap awal yang dilakukan adalah identifikasi masalah dengan pengumpulan teori pendukung mengenai pompa, distribusi kerusakan, penentuan distribusi kerusakan yang sesuai, estimasi parameter, reliabilitas, sistem paralel dan redundansi, estimasi umur dan sisa umur. Studi literatur ini sebagai referensi untuk membantu menyelesaikan masalah yang sedang diteliti.

2. Pengumpulan Data

Pada tahap ini dilakukan pengumpulan data yang dibutuhkan yaitu data *downtime* masing-masing pompa. Data *downtime* akan diolah sehingga diperoleh data waktu antar kerusakan yaitu *time between failure* (TBF) dimana TBF merupakan selang waktu antara mesin yang sudah diperbaiki hingga terjadi kerusakan berikutnya.

3. Penentuan Distribusi Kerusakan yang Sesuai

Pada tahap ini dilakukan penentuan distribusi kerusakan yang sesuai dari keempat distribusi yaitu Eksponensial, Weibull, Lognormal dan Normal berdasarkan data waktu antar kerusakan. Untuk menentukan distribusi kerusakan yang sesuai, akan dilakukan perhitungan nilai *Index of Fit* (*iof*) masing-masing distribusi.. Data yang digunakan pada tahap ini adalah data TBF masing-masing. *Index of Fit* yang terbesar dianggap sebagai distribusi dugaan. Setelah itu, dilakukan uji kesesuaian distribusi atau *Goodness of Fit* yang terdiri dari tiga jenis yaitu uji *Barlett* untuk distribusi Eksponensial, uji *Mann* untuk distribusi Weibull dan uji *Kolmogorov-Smirnov* untuk distribusi Normal dan Lognormal. Apabila distribusi dengan nilai *Index of Fit* terbesar tidak memenuhi uji kesesuaian distribusi, maka akan dilakukan *Goodness of Fit* pada distribusi dengan nilai *Index of Fit* terbesar kedua, dan seterusnya.

4. Penentuan Nilai Parameter

Pada tahap ini dilakukan penentuan estimasi nilai parameter dari distribusi yang sesuai dengan menggunakan metode *Least Square,* metode *Maximum Likelihood Estimation* dan metode Bayes. Selanjutnya akan dilakukan uji AIC untuk menentukan metode terbaik dalam mengestimasi parameter.

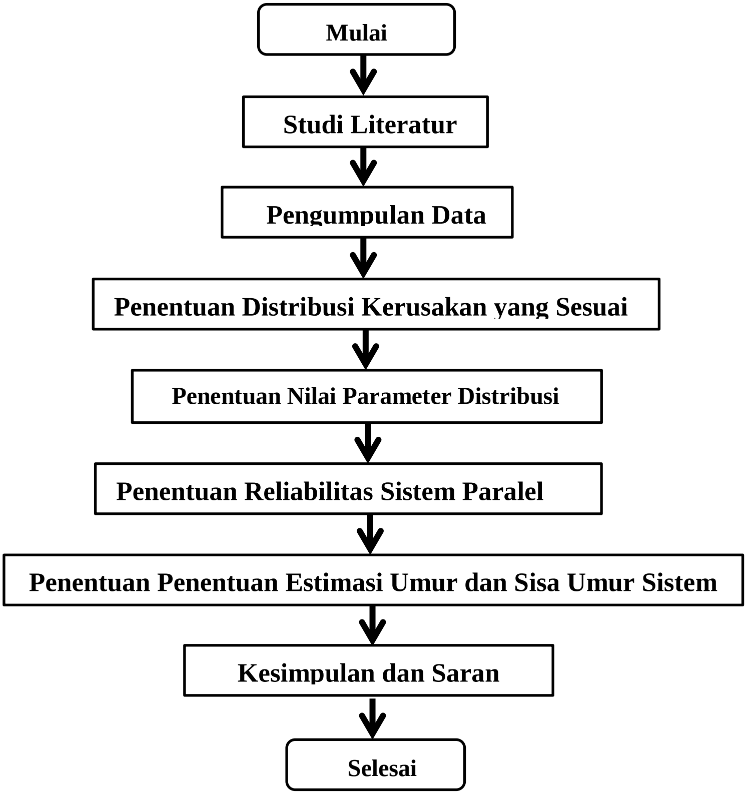
5. Estimasi Umur dan Sisa Umur

Pada tahap ini dilakukan estimasi umur dan sisa umur berdasarkan nilai parameter yang diperoleh.

6. Penarikan Kesimpulan dan Saran

Pada tahap ini dilakukan penarikan kesimpulan dari hasil penelitian yang dilakukan yaitu estimasi umur dan sisa umur berdasarkan distribusi yang terpilih. Setelah itu, diberikan saran untuk penelitian mendatang yang berupa perbaikan maupun pengembangan dari penelitian yang telah dilakukan.

Tahap-tahap pengerjaan Tugas Akhir yang telah dijelaskan di atas ditunjukkan dalam diagram alir pada Gambar 3.1.



Gambar 3.1. Diagram Metodologi Penelitian

BAB IV
HASIL DAN PEMBAHASAN

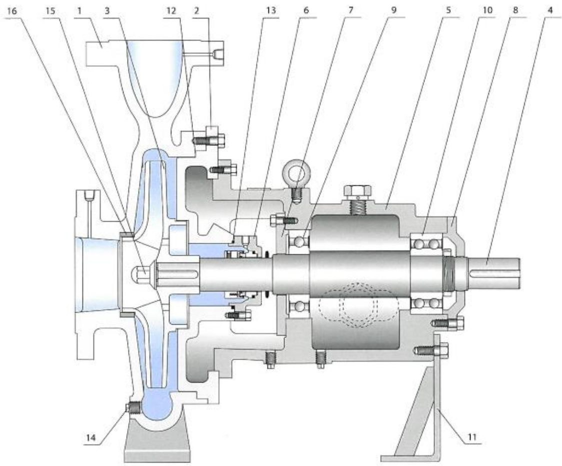
Pada bab ini dilakukan pembahasan meliputi pompa air pada instalasi pengolahan air PDAM Bangkalan, penentuan distribusi kerusakan yang sesuai dengan data, pengujian kecocokan distribusi yang terpilih, penentuan nilai parameter distribusi, perhitungan nilai reliabilitas, dan juga penentuan estimasi umur dan sisa umur sistem paralel.

4.1 Pompa Air PDAM Kabupaten Bangkalan

PDAM Bangkalan memiliki beberapa sumber air untuk memenuhi permintaan pelanggan di antaranya dari sumber air di Desa Pocong Kabupaten Bangkalan, air sungai, dan juga air permukaan. Air baku yang berasal dari sumber air dipompa menuju bangunan *intake* yang sudah dilengkapi dengan alat penyaring agar tidak ada kotoran yang menganggu kinerja pompa. Selanjutnya air diolah dibangunan *intake* melewati bak pengaduk cepat dan lambat, bak sedimentasi, bak filtrasi, dan menuju bak Thomson. Tahap selanjutnya adalah klorinasi yaitu pembubuhan zat disinfektan yang bertujuan untuk membunuh bakteri. Air yang telah melalui tahap klorinasi akan disalurkan dan disimpan di *reservoir* melalui pompa distribusi. Alur penyediaan air bersih PDAM Kabupaten Bangkalan tercantum pada Lampiran A.

Penelitian ini berfokus pada pompa air baku dan pompa distribusi. Jenis pompa air baku dan pompa distribusi yang beroperasi pada instalasi pengolahan air PDAM Bangkalan adalah pompa sentrifugal. Pompa sentrifugal merupakan salah satu jenis pompa dinamik. Pompa sentrifugal mampu beroperasi pada kecepatan tinggi dengan debit aliran yang juga tinggi. Prinsip kerja pompa sentrifugal adalah energi mekanis dari luar diberikan pada poros untuk memutar impeler sehingga fluida yang berada di dalam impeler, akan menuju saluran luar akibat adanya dorongan gaya sentrifugal. Gambar pompa sentrifugal tercantum pada Gambar 4.1 sedangkan bagian-bagian dari pompa sentrifugal tercantum pada Gambar 4.2.

Gambar 4.1 Pompa Sentrifugal



Item	Name
1	Volute
2	Backplate
3	Impeller
4	Shaft
5	BearingHousing
6	Seal Gland
7	Bearing Cover, Inboard
8	Bearing Cover, Outboard
9	Bearing
10	Bearing
11	Bearing Bracket Foot
12	Gasket
13	O Ring
14	Plug
15	Impeller Nut
16	Wear Ring

Gambar 4.2 Skema Bagian Pompa Sentrifugal

Pompa baku berfungsi untuk memasok air dari sumber air menuju ke bangunan *intake* untuk proses pengolahan menjadi air bersih. Spesifikasi pompa baku yang beroperasi di IPAM Tangkel tercantum pada Tabel 4.1.

Tabel 4.1 Spesifikasi Pompa Baku IPAM Tangkel

No	Pompa Baku	Keterangan Spesifikasi
1	Pompa Baku 1	Merk: EBARA Debit: 15 liter/detik
2	Pompa Baku 2	Merk: EBARA Debit: 20 liter/detik
3	Pompa Baku 3	Merk: EBARA Debit: 20 liter/detik

Pompa distribusi berfungsi untuk mendistribusikan air bersih yang sudah diolah ke *reservoir* maupun rumah-rumah pelanggan. Pada PDAM Bangkalan khususnya pada IPAM Tangkel, air bersih didistribusikan melalui dua pipa besar, yaitu ke wilayah selatan Bangkalan dan ke pusat kota Bangkalan. Adapun pompa distribusi yang beroperasi di IPAM Tangkel ditunjukkan pada Tabel 4.2.

Tabel 4.2 Spesifikasi Pompa Distribusi IPAM Tangkel

No	Pompa Distribusi	Keterangan Spesifikasi
1	Pompa Distribusi 1	PACO 110/150 HP Debit: 90 liter/detik
2	Pompa Distribusi 2	PACO 110/150 HP Debit: 90 liter/detik
3	Pompa Distribusi 3	NK-TECO 110 HP Debit: 80 liter/detik
4	Pompa Distribusi 4	NK-TECO 110 HP Debit: 80 liter/detik

Baik pompa baku maupun pompa distribusi tersebut dioperasikan selama 24 jam setiap harinya. Jenis pemeliharaan yang diterapkan di PDAM Bangkalan adalah *breakdown maintenance. Breakdown maintenance* merupakan jenis pemeliharaan yang tidak terencana dengan melakukan perbaikan setelah terjadi kerusakan atau tidak berfungsinya suatu peralatan. PDAM Bangkalan juga melakukan kontrol pompa dengan mengecek kerja pompa setiap tiga jam sekali. Petugas yang bertugas wajib melaporkan kondisi pompa yang meliputi angka *flow* meter, tekanan, arus listrik, frekuensi dan juga volume fluida total. Kerusakan yang sering terjadi pada pompa air adalah pada *bearing*, *mechanical seal*, impeler, kopling, as, kontaktor, g*ete valve*, elektro motor, dan panel.

Selama periode bulan Januari 2008 sampai dengan Desember 2017, jumlah waktu antar kerusakan pada pompa air baku maupun pompa distribusi pada Instalasi Pengolahan Air Minum Tangkel ditunjukkan pada Tabel 4.3.

Tabel 4.3 Jumlah Waktu antar Kerusakan Pompa di IPAM Tangkel

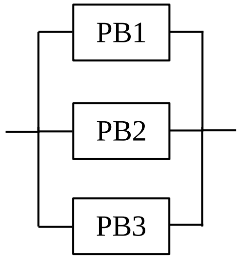
No	Jenis Pompa	Jumlah TBF
1	Pompa Baku 1	54
2	Pompa Baku 2	56
3	Pompa Baku 3	56
4	Pompa Distribusi 1	50
5	Pompa Distribusi 2	50

4.2 Sistem Paralel Pompa

Pada penelitian tugas akhir ini data yang digunakan adalah data waktu antar kerusakan pompa air baku dan pompa distribusi yang berada di Instalasi Pengolahan Air Minum (IPAM) Tangkel PDAM Bangkalan. Berikut adalah skema jaringan pompa baku dan pompa distribusi.

4.2.1 Sistem Pompa Air Baku

Pompa baku terdiri dari tiga pompa sentrifugal yang dipasang secara paralel sehingga kerusakan pada salah satu pompa tidak akan menyebabkan kegagalan sistem. Konfigurasi pompa air baku digambarkan pada Gambar 4.3.

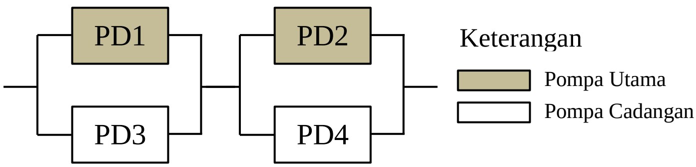


Gambar 4.3 Diagram Konfigurasi Sistem Pompa Baku

4.2.2 Sistem Pompa Distribusi

Pompa distribusi terdiri dari empat pompa sentrifugal dengan dua pompa sebagai pompa utama sedangkan dua pompa lainnya sebagai pompa cadangan *(standby)*. Pada penelitian ini, sistem terdiri dari dua subsistem yang masing-masing subsistem menggunakan redundansi *cold standby*. Jika pompa yang beroperasi gagal, maka komponen *standby* dioperasikan secara manual. Pada penelitian ini, peralihan pengoperasian pompa cadangan diasumsikan sempurna atau *perfect switching*, yaitu tidak pernah gagal pada saat pengoperasian maupun pada saat pengalihan dari pengoperasian normal ke posisi *standby.*

Konfigurasi pompa distribusi digambarkan pada Gambar 4.4.



Gambar 4.4 Diagram Konfigurasi Sistem Pompa Distribusi

Pada penelitian ini, data yang digunakan adalah data waktu antar kerusakan pompa distribusi utama yaitu pompa distribusi 1 dan pompa distribusi 2.

4.3 Penentuan Distribusi yang Sesuai

Penentuan distribusi yang sesuai dilakukan dengan dua tahap yaitu dengan perhitungan nilai *Index of Fit* dan pengujian kesesuaian distribusi atau *Goodness of Fit.*

4.3.1 *Index of Fit*

Data yang digunakan dalam perhitungan *Index of Fit* adalah data waktu antar kerusakan atau *time between failure* (TBF). Perhitungan *Index of Fit* masing-masing distribusi kerusakan dilakukan untuk masing-masing pompa air baku dan distribusi. Perhitungan nilai *Index of Fit* dilakukan dengan menggunakan persamaan (2.13).

Sebagai contoh, berikut adalah perhitungan *Index of Fit* dari pompa baku 1 pada IPAM Tangkel dengan menggunakan persamaan (2.13) sesuai dengan tabel perhitungan nilai *Index of Fit* masing-masing distribusi yang terdapat pada Lampiran C.

1. Perhitungan *Index of Fit* Distribusi Weibull

   Dengan mensubstitusi identifikasi (x_i, y_i) pada persamaan (2.15) ke persamaan (2.13), diperoleh nilai *Index of Fit* dari distribusi Weibull sebagai berikut:

$$r = \frac{54\,(-82{,}7470) - (216{,}2006)(-30{,}3452)}{\sqrt{[54(884{,}9604) - (216{,}2006)^2][54(96{,}4986) - (-30{,}3452)^2]}}$$
$$= 0{,}9881$$

2. Perhitungan *Index of Fit* Distribusi Eksponensial

   Dengan mensubstitusi identifikasi (x_i, y_i) pada persamaan (2.14) ke persamaan (2.13), diperoleh nilai *Index of Fit* dari distribusi Eksponensial sebagai berikut:

$$r = \frac{54\,(4945{,}8283) - (3457)(52{,}9431)}{\sqrt{[54(278741) - (3457)^2][54(98{,}4865) - (52{,}9431)^2]}}$$
$$= 0{,}9517$$

3. Perhitungan *Index of Fit* Distribusi Normal

   Dengan mensubstitusi identifikasi (x_i, y_i) pada persamaan (2.16) ke persamaan (2.13), diperoleh nilai *Index of Fit* dari distribusi Normal sebagai berikut:

$$r = \frac{54\,(1668{,}8113) - (3457)(0)}{\sqrt{[54(278741) - (3457)^2][54(50{,}3136) - (0)^2]}}$$
$$= 0{,}9817$$

4. Perhitungan *Index of Fit* Distribusi Lognormal

Dengan mensubstitusi identifikasi (x_i, y_i) pada persamaan (2.16) ke persamaan (2.13), diperoleh nilai *Index of Fit* dari distribusi Lognormal sebagai berikut:

$$r = \frac{54\,(30{,}3715) - (216{,}2006)(0)}{\sqrt{[54(216{,}2006) - (216{,}2006)^2][54(50{,}3136) - (0)^2]}}$$
$$= 0{,}9733$$

Berdasarkan perhitungan *Index of Fit* di atas, diperoleh nilai *Index of Fit* terbesar adalah pada distribusi Weibull, maka kemungkinan data waktu antar kerusakan pompa baku 1 terdistribusi Weibull.

Dengan cara yang sama dan sesuai dengan tabel perhitungan *Index of Fit* pompa pada Lampiran C maka didapatkan nilai *Index of Fit* pompa untuk masing-masing distribusi dicantumkan seperti pada Tabel 4.4. sedangkan data distribusi dugaan yang terpilih untuk masing-masing pompa tercantum pada Tabel 4.5.

Tabel 4.4 Nilai *Index of Fit* untuk masing-masing Distribusi

No	Pompa	Distribusi			
		Weibull	**Eksponensial**	**Normal**	**Lognormal**
1	Pompa Baku 1	0,9881	0,9517	0,9817	0,9733
2	Pompa Baku 2	0,9925	0,9625	0,9861	0,9802
3	Pompa Baku 3	0,9886	0,9302	0,9854	0,9747
4	P. Distribusi 1	0,9806	0,9827	0,9699	0,9282
5	P. Distribusi 2	0,9504	0,9747	0,9743	0,8830

Tabel 4.5 Distribusi dengan Nilai *Index of Fit* yang Terbesar

No	Pompa	Nilai r terbesar
1	Pompa Baku 1	Weibull
2	Pompa Baku 2	Weibull
3	Pompa Baku 3	Weibull
4	Pompa Distribusi 1	Eksponensial
5	Pompa Distribusi 2	Eksponensial

4.3.2 *Goodness of Fit*

Tahap selanjutnya adalah melakukan pengujian kesesuaian distribusi dugaan yang terpilih sesuai pada Tabel 4.5. Pengujian ini dimaksudkan untuk mengetahui apakah data yang ada membentuk distribusi yang terpilih atau tidak. Pengujian ini dilakukan sesuai dengan distribusi dengan *Index of Fit* terbesar. Data yang digunakan pada tahap *Goodness of Fit* adalah data waktu antar kerusakan (t_i) yang sudah diurutkan sesuai pada Lampiran C.

Macam-macam uji kesesuaian distribusi atau *Goodness of Fit* adalah uji Mann untuk distribusi Weibull, uji Barlett untuk distribusi Eksponensial, dan uji Kolmogorov-Smirnov untuk distribusi Normal dan Lognormal. Apabila distribusi terpilih tidak memenuhi uji kesesuaian distribusi maka dilakukan uji kesesuaian distribusi pada distribusi dengan nilai *Index of Fit* terbesar kedua, dan seterusnya sehingga memenuhi uji kesesuaian distribusi.

Berikut merupakan pengujian kesesuaian distribusi pada masing-masing pompa:

1. *Goodness of Fit* untuk Pompa Baku 1

Pada perhitungan pada pompa baku 1, diperoleh distribusi dengan *Index of Fit* terbesar adalah distribusi Weibull. Oleh karena itu, dilakukan uji kesesuaian distribusi dengan uji Mann. Pengujian pada uji Mann untuk data pompa baku 1 sebagai berikut:

Hipotesis:

H_0 : Data t_i pompa baku 1 terdistribusi Weibull $(T = F(t))$
H_1 : Data t_i pompa baku 1 tidak terdistribusi Weibull $(T \neq F(t))$

Statistik uji:

Dengan menggunakan persamaan (2.19) diperoleh statistik uji sebagai berikut:

$$M = \frac{27(0 + 0{,}3041 + \cdots + 0{,}1779 + 1{,}2384)}{26(0{,}1646 + 1{,}1649 + \cdots + 0{,}6144 + 0{,}6052)}$$
$$M = 0{,}9327$$

Dengan tabel distribusi F diperoleh:

$$F_{tabel} = F_{0,05;54;52} = 1{,}5796$$

Kriteria pengujian:

Karena nilai $M < F_{0,05;54;52}$ maka H_0 diterima sehingga dapat disimpulkan bahwa data waktu antar kerusakan, t_i, pompa baku 1 terdistribusi Weibull.

Perhitungan uji Mann untuk distribusi Weibull dapat dilihat pada Lampiran D.

2. *Goodness of Fit* untuk Pompa Baku 2

Pada perhitungan pada pompa baku 2, diperoleh distribusi dengan *Index of Fit* terbesar adalah distribusi Weibull. Oleh karena itu, dilakukan uji kesesuaian distribusi dengan uji Mann. Pengujian pada uji Mann untuk data pompa baku 2 adalah sebagai berikut:

Hipotesis:

H_0 : Data t_i pompa baku 2 terdistribusi Weibull $(T = F(t))$
H_1 : Data t_i pompa baku 2 tidak terdistribusi Weibull $(T \neq F(t))$

Statistik uji:

Dengan menggunakan persamaan (2.19) diperoleh statistik uji sebagai berikut:

$$M = \frac{28(0 + 0 + \cdots + 0,6290 + 0,9983)}{27(0,0583 + 0,4291 + \cdots + 03161 + 0)}$$

$$M = 1,0845$$

Dengan tabel distribusi F diperoleh:

$$F_{tabel} = F_{0,05;56;54} = 1,5661$$

Kriteria pengujian:

Karena nilai $M < F_{0,05;56;54}$ maka H_0 diterima sehingga dapat disimpulkan bahwa data waktu antar kerusakan, t_i, pompa baku 2 terdistribusi Weibull.

Perhitungan uji Mann untuk distribusi Weibull dapat dilihat pada Lampiran D.

3. *Goodness of Fit* untuk Pompa Baku 3

Pada perhitungan pada pompa baku 3, diperoleh distribusi dengan *Index of Fit* terbesar adalah distribusi Weibull. Oleh karena itu, dilakukan uji kesesuaian distribusi dengan uji Mann. Pengujian pada uji Mann untuk data pompa baku 3 adalah sebagai berikut:

Hipotesis:

H_0 : Data t_i pompa baku 3 terdistribusi Weibull $(T = F(t))$
H_1 : Data t_i pompa baku 3 tidak terdistribusi Weibull $(T \neq F(t))$

Statistik uji:

Dengan menggunakan persamaan (2.19) diperoleh statistik uji sebagai berikut:

$$M = \frac{28(0 + 0,3150 + \cdots + 0,1327 + 0,3632)}{27(0,1753 + 0,8171 + \cdots + 0 + 0,3113)}$$
$$M = 0,8836$$

Dengan tabel distribusi F diperoleh:

$$F_{tabel} = F_{0,05;56;54} = 1,5661$$

Kriteria pengujian:

Karena nilai $M < F_{0,05;56;54}$ maka H_0 diterima sehingga dapat disimpulkan bahwa data waktu antar kerusakan, t_i, pompa baku 3 terdistribusi Weibull.

Perhitungan uji Mann untuk distribusi Weibull dapat dilihat pada Lampiran D.

4. *Goodness of Fit* untuk Pompa Distribusi 1

Pada perhitungan pada pompa distribusi 1, diperoleh distribusi dengan *Index of Fit* terbesar adalah distribusi Eksponensial. Oleh karena itu, dilakukan uji kesesuaian distribusi dengan uji Barlett. Pengujian pada uji Barlett untuk data pompa distribusi adalah sebagai berikut:

Hipotesis:

H_0 : Data t_i pompa distribusi 1 terdistribusi Eksponensial $(T = F(t))$
H_1 : Data t_i pompa distribusi 1 tidak terdistribusi Eksponensial $(T \neq F(t))$

Statistik uji:

Dengan menggunakan persamaan (2.18) diperoleh statistik uji sebagai berikut:

$$B = \frac{2(50)\left[\ln\left(\left(\frac{1}{50}\right)\sum_{i=1}^{50} t_i\right) - \left(\frac{1}{50}\right)\sum_{i=1}^{50} \ln t_i\right]}{1 + \frac{50+1}{6(50)}}$$

$$B = \frac{100[4{,}1990 - 3{,}8184]}{1 + 0{,}1699}$$
$$= 32{,}5324$$

Dengan tabel distribusi khi-kuadrat diperoleh:

$\chi^2_{0{,}975{,}49} = 31{,}5549$

$\chi^2_{0{,}025{,}49} = 70{,}2224$

Kriteria pengujian:

Karena nilai $\chi^2_{0{,}975{,}49} < B < \chi^2_{0{,}025{,}49}$ maka H_0 diterima sehingga dapat disimpulkan bahwa data waktu antar kerusakan, t_i, pompa distribusi 1 terdistribusi Eksponensial.

Perhitungan uji Barlett sesuai dengan perhitungan pada Lampiran C.

5. *Goodness of Fit* untuk Pompa Distribusi 2

Pada perhitungan pada pompa distribusi 2, diperoleh distribusi dengan *Index of Fit* terbesar adalah distribusi Eksponensial. Oleh karena itu, dilakukan uji kesesuaian distribusi dengan uji Barlett. Pengujian pada uji Barlett untuk data pompa distribusi 2 adalah sebagai berikut:

Hipotesis:

H_0 : Data t_i pompa distribusi 2 terdistribusi Eksponensial $(T = F(t))$

H_1 : Data t_i pompa distribusi 2 tidak terdistribusi Eksponensial $(T \neq F(t))$

Statistik uji:

Dengan menggunakan persamaan (2.18) diperoleh statistik uji sebagai berikut:

$$B = \frac{2(50)\left[\ln\left(\left(\frac{1}{50}\right)\sum_{i=1}^{50} t_i\right) - \left(\frac{1}{50}\right)\sum_{i=1}^{50} \ln t_i\right]}{1 + \frac{50+1}{6(50)}}$$

$$B = \frac{100[4{,}2416 - 3{,}8581]}{1 + 0{,}1699}$$
$$= \frac{38{,}3506}{1{,}1699}$$
$$= 32{,}7801$$

Dengan tabel distribusi khi-kuadrat diperoleh:

$$\chi^2_{0,975,49} = 31{,}5549$$
$$\chi^2_{0,025,49} = 70{,}2224$$

Kriteria pengujian:

Karena nilai $\chi^2_{0,975,49} < B < \chi^2_{0,025,49}$ maka H_0 diterima sehingga dapat disimpulkan bahwa data waktu antar kerusakan, t_i, pompa distribusi 2 terdistribusi Eksponensial.

Perhitungan uji Barlett sesuai dengan perhitungan pada Lampiran C.

4.4 Estimasi Parameter Distribusi Kerusakan

Pada tahap ini dilakukan penentuan estimasi parameter distribusi kerusakan berdasarkan data waktu antar kerusakan (TBF) masing-masing pompa. Estimasi parameter dilakukan menggunakan tiga metode estimasi, yaitu metode *Least Square*, metode *Maximum Likelihood Estimation* dan juga metode Bayes. Estimasi nilai parameter untuk masing-masing pompa adalah sebagai berikut.

4.4.1 Metode *Least Square*

Estimasi parameter dengan menggunakan metode *Least Square* untuk masing-masing pompa adalah sebagai berikut:

1. Pompa Baku 1

Dengan menggunakan persamaan (2.21) dan (2.22), dapat diperoleh:

$$b = \frac{-82{,}7470 - (-0{,}5619)(216{,}2006)}{884{,}9604 - (4{,}0037)(216{,}2006)}$$
$$= 2{,}0019$$
$$a = (-0{,}5619) - (2{,}0019)(4{,}0037)$$
$$= -8{,}5769$$

Sehingga parameter dari distribusi Weibull adalah

$$\hat{\beta} = 2{,}0019$$
$$\hat{\theta} = e^{-\frac{(-8{,}5769)}{2{,}0019}} = 72{,}5608$$

Perhitungan nilai parameter distribusi sesuai dengan perhitungan pada Lampiran C.

2. Pompa Baku 2

Dengan menggunakan persamaan (2.21) dan (2.22), dapat diperoleh:

$$b = \frac{-92{,}3870 - (-0{,}5624)(224{,}8341)}{916{,}9327 - (4{,}0149)(224{,}8341)}$$
$$= 2{,}3902$$
$$a = (-0{,}5624) - (2{,}3902)(4{,}0149)$$
$$= -10{,}1589$$

Sehingga parameter dari distribusi Weibull adalah

$$\hat{\beta} = 2{,}3902$$
$$\hat{\theta} = e^{-\frac{(-10{,}1589)}{2{,}3902}} = 70{,}1179$$

Perhitungan nilai parameter distribusi sesuai dengan perhitungan pada Lampiran C.

3. Pompa Baku 3

Dengan menggunakan persamaan (2.21) dan (2.22), dapat diperoleh:

$$b = \frac{-94{,}0096 - (-0{,}5624)(224{,}8715)}{916{,}0271 - (4{,}0156)(224{,}8715)}$$
$$= 2{,}4885$$
$$a = (-0{,}5624) - (2{,}4885)(4{,}0156)$$
$$= -10{,}5550$$

Sehingga parameter dari distribusi Weibull adalah

$\hat{\beta} = 2{,}4885$

$\hat{\theta} = e^{-\frac{(-10{,}5550)}{2{,}4885}} = 69{,}5159$

Perhitungan nilai parameter distribusi sesuai dengan perhitungan pada Lampiran C.

4. Pompa Distribusi 1

Dengan menggunakan persamaan (2.20), dapat diperoleh:

$$b = \frac{4912{,}3846}{331877}$$
$$= 0{,}0148$$

Sehingga parameter dari distribusi Eksponensial adalah

$\hat{\lambda} = 0{,}0148$

Perhitungan nilai parameter distribusi sesuai dengan perhitungan pada Lampiran C.

5. Pompa Distribusi 2

Dengan menggunakan persamaan (2.20), dapat diperoleh:

$$b = \frac{5453{,}8636}{345112}$$
$$= 0{,}0158$$

Sehingga parameter dari distribusi Eksponensial adalah

$\hat{\lambda} = 0{,}0158$

Perhitungan nilai parameter distribusi sesuai dengan perhitungan pada Lampiran C.

4.4.2 Metode *Maximum Likelihood Estimation*

Estimasi parameter dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* untuk masing-masing pompa adalah sebagai berikut:

1. Pompa Baku 1

Sesuai dengan persamaan (2.25) dapat diperoleh nilai parameter β dengan menggunakan *software* Matlab, yaitu:

$\hat{\beta} = 2{,}0779$

Dengan mensubsitusi nilai $\hat{\beta}$ pada persamaan (2.24) berdasarkan perhitungan pada Lampiran F dapat diperoleh nilai parameter θ sebagai berikut:

$$\hat{\theta} = \left[\frac{1}{54}(10^{2,0779} + 12^{2,0779} + \cdots + 159^{2,0779})\right]^{\frac{1}{2,0779}}$$
$$= \left[\frac{1}{54}(395136,5870)\right]^{\frac{1}{2,0779}}$$
$$= [7317,3442]^{\frac{1}{2,0779}}$$
$$= 72,4002$$

2. Pompa Baku 2

Sesuai dengan persamaan (2.25) dapat diperoleh nilai parameter β dengan menggunakan *software* Matlab, yaitu:

$$\hat{\beta} = 2,3812$$

Dengan mensubsitusi nilai $\hat{\beta}$ pada persamaan (2.24) berdasarkan perhitungan pada Lampiran F dapat diperoleh nilai parameter θ sebagai berikut:

$$\hat{\theta} = \left[\frac{1}{56}(15^{2,3812} + 16^{2,3812} + \cdots + 148^{2,3812})\right]^{\frac{1}{2,3812}}$$
$$= \left[\frac{1}{56}(1392482,1090)\right]^{\frac{1}{2,3812}}$$
$$= [24865,7520]^{\frac{1}{2,3812}}$$
$$= 70,1392$$

3. Pompa Baku 3

Sesuai dengan persamaan (2.25) dapat diperoleh nilai parameter β dengan menggunakan *software* Matlab, yaitu:

$$\hat{\beta} = 2,5664$$

Dengan mensubsitusi nilai $\hat{\beta}$ pada persamaan (2.24) berdasarkan perhitungan pada Lampiran F dapat diperoleh nilai parameter θ sebagai berikut:

$$\hat{\theta} = \left[\frac{1}{56}(14^{2,5664} + 17^{2,5664} + \cdots + 118^{2,5664})\right]^{\frac{1}{2,5664}}$$
$$= \left[\frac{1}{56}(2986343,2180)\right]^{\frac{1}{2,5664}}$$
$$= [53327,5575]^{\frac{1}{2,5664}}$$
$$= 69,4802$$

4. Pompa Distribusi 1

Dengan menggunakan persamaan (2.23), dapat diperoleh nilai parameter λ sesuai dengan perhitungan pada Lampiran C sebagai berikut.

$$\hat{\lambda} = \frac{1}{66,62} = 0,0150$$

5. Pompa Distribusi 2

Dengan menggunakan persamaan (2.23), dapat diperoleh nilai parameter λ sesuai dengan perhitungan pada Lampiran C sebagai berikut.

$$\hat{\lambda} = \frac{1}{69,52} = 0,0143$$

4.4.3 Metode Bayes

Pada penelitian ini menggunakan distribusi prior non infomatif. Distribusi prior non informatif menyatakan bahwa tidak adanya informasi sebelumnya mengenai distribusi tersebut. Estimasi parameter dengan menggunakan metode Bayes untuk masing-masing pompa adalah sebagai berikut:

1. Pompa Baku 1

Berdasarkan perhitungan pada Lampiran F, dan dengan menggunakan $\hat{\beta} = 2,0779$ hasil pendekatan Iterasi Newton Raphson pada persamaan (2.25), kemudian dihitung nilai parameter θ berdasarkan persamaan (2.27) sebagai berikut:

$$\hat{\theta} = \left[\frac{1}{54}(10^{2,0779} + 12^{2,0779} + \cdots + 159^{2,0779})\right]^{\frac{1}{2,0779}}$$

$$= \left[\frac{1}{54}(395136{,}5870)\right]^{\frac{1}{2{,}0779}}$$
$$= [7317{,}3442]^{\frac{1}{2{,}0779}}$$
$$= 72{,}4002$$

Selanjutnya dilakukan pengecekan apakah nilai parameter $\hat{\beta} = 2{,}0779$ dan $\hat{\theta} = 72{,}4002$ memenuhi persamaan (2.28):

$$\theta^{-\beta} = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} t_i{}^{\beta}} = \frac{54}{395136{,}5870} = 0{,}000137$$

memenuhi selang kepercayaan $0{,}000103 \leq \theta^{-\beta} \leq 0{,}000175$ sehingga estimasi parameter θ, dengan menggunakan nilai β yang diperoleh dari hasil iterasi Newton-Raphson pada persamaan (2.25) diperbolehkan.

2. Pompa Baku 2

Berdasarkan perhitungan pada Lampiran F, dan dengan menggunakan $\hat{\beta} = 2{,}3812$ hasil pendekatan Iterasi Newton Raphson pada persamaan (2.25), kemudian dihitung nilai parameter θ berdasarkan persamaan (2.27) sebagai berikut:

$$\hat{\theta} = \left[\frac{1}{56}(15^{2{,}3812} + 16^{2{,}3812} + \cdots + 148^{2{,}3812})\right]^{\frac{1}{2{,}3812}}$$
$$= \left[\frac{1}{56}(1392482{,}1090)\right]^{\frac{1}{2{,}3812}}$$
$$= [24865{,}7520]^{\frac{1}{2{,}3812}}$$
$$= 70{,}1392$$

Selanjutnya dilakukan pengecekan apakah nilai parameter $\hat{\beta} = 2{,}3812$ dan $\hat{\theta} = 70{,}1392$ memenuhi pada persamaan (2.28):

$$\theta^{-\beta} = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} t_i{}^{\beta}} = \frac{56}{298} = 0{,}000019$$

memenuhi selang kepercayaan $0{,}000014 \leq \theta^{-\beta} \leq 0{,}000024$ sehingga estimasi parameter θ, dengan menggunakan nilai β yang diperoleh dari hasil iterasi Newton-Raphson pada persamaan (2.25) diperbolehkan.

3. Pompa Baku 3

Berdasarkan perhitungan pada Lampiran F, dan dengan menggunakan $\hat{\beta} = 2{,}5664$ hasil pendekatan Iterasi Newton Raphson pada persamaan (2.25), kemudian dihitung nilai parameter θ berdasarkan persamaan (2.27) sebagai berikut:

$$\hat{\theta} = \left[\frac{1}{56}(14^{2,5664} + 17^{2,5664} + \cdots + 118^{2,5664})\right]^{\frac{1}{2,5664}}$$
$$= \left[\frac{1}{56}(2986343{,}2180)\right]^{\frac{1}{2,5664}}$$
$$= [53327{,}5575]^{\frac{1}{2,5664}}$$
$$= 69{,}4802$$

Selanjutnya dilakukan pengecekan apakah nilai parameter $\hat{\beta} = 2{,}5664$ dan $\hat{\theta} = 69{,}4802$ memenuhi pada persamaan (2.28):

$$\theta^{-\beta} = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} t_i{}^{\beta}} = \frac{56}{1392482{,}1090} = 0{,}000040$$

memenuhi selang kepercayaan $0{,}000030 \leq \theta^{-\beta} \leq 0{,}000051$ sehingga estimasi parameter θ, dengan menggunakan nilai β yang diperoleh dari hasil iterasi Newton-Raphson pada persamaan (2.25) diperbolehkan.

4. Pompa Distribusi 1

Dengan menggunakan persamaan (2.26), dapat diperoleh nilai parameter λ sesuai dengan perhitungan pada Lampiran C sebagai berikut.

$$\hat{\lambda} = \frac{1}{66{,}62} = 0{,}0150$$

5. Pompa Distribusi 2

Dengan menggunakan persamaan (2.26), dapat diperoleh nilai parameter λ sesuai dengan perhitungan pada Lampiran C sebagai berikut.

$$\hat{\lambda} = \frac{1}{69{,}52} = 0{,}01438$$

Selanjutnya, dilakukan pemilihan metode terbaik dalam mengestimasi parameter dengan menggunakan *Aikaike's Information Criterion* (AIC).

Perhitungan AIC dilakukan pada masing-masing metode estimasi parameter untuk masing-masing pompa. Fungsi *ln likelihood* untuk distribusi Eksponensial dan Weibull diperoleh dari perhitungan pada Lampiran G.

Untuk perhitungan AIC pompa baku yang berdistribusi Weibull, digunakan fungsi *ln likelihood* Weibull. Dengan menggunakan persamaan (2.29) diperoleh nilai AIC untuk distribusi Weibull sebagai berikut:

$$AIC = -2\left(n\ ln\beta - \beta n\ ln\theta + (\beta - 1)\sum_{i=1}^{n} \ln t_i - \frac{1}{\theta^\beta}\sum_{i=1}^{n}(t_i)^\beta\right) + 2(2)$$

$$AIC = -2n\ ln\beta + 2\beta n\ ln\theta + 2(1-\beta)\sum_{i=1}^{n} \ln t_i + \frac{2}{\theta^\beta}\sum_{i=1}^{n}(t_i)^\beta + 4$$

Untuk perhitungan AIC pompa distribusi yang berdistribusi Eksponensial, digunakan fungsi ln likelihood Eksponensial. Dengan menggunakan persamaan (2.29) diperoleh nilai AIC untuk distribusi Eksponensial sebagai berikut:

$$AIC = -2\left(n\ ln\ \lambda - \lambda\sum_{i=1}^{n} t_i\right) + 2(1)$$

$$AIC\ = -2n\ ln\ \lambda + 2\lambda\sum_{i=1}^{n} t_i + 2$$

Perhitungan nilai AIC untuk masing-masing pompa adalah sebagai berikut:

1. AIC Metode *Least Square*
   a. Pompa Baku 1

$$AIC_{PB1} = -2(54)\ln(2{,}0019) + 2(2{,}0019)(54)\ln(72{,}5608)$$
$$+2\big(1-(2{,}0019)\big)\,(216{,}20057) + \frac{2}{72{,}5608^{(2{,}0019)}}$$
$$(281120{,}5581) + 4$$

$= 528{,}051$

b. Pompa Baku 2

$$AIC_{PB2} = -2(56)\ln(2{,}3902) + 2(2{,}3902)(56)\ln(70{,}1179) + 2\big(1-(2{,}3902)\big)(224{,}83406) + \frac{2}{70{,}1179^{(2{,}3902)}}(1449192{,}6750) + 4$$
$$= 531{,}3280$$

c. Pompa Baku 3

$$AIC_{PB3} = -2(56)\ln(2{,}4885) + 2(2{,}4885)(56)\ln(69{,}5159) + 2\big(1-(2{,}4885)\big)(224{,}83406) + \frac{2}{69{,}5159^{(2{,}4885)}}(2119456{,}7500) + 4$$
$$= 525{,}0877$$

d. Pompa Distribusi 1

$$AIC_{PD1} = -2(50)\ln(0{,}0148) + 2(0{,}0148)(3331) + 2$$
$$= 521{,}9104$$

e. Pompa Distribusi 2

$$AIC_{PD1} = -2(50)\ln(0{,}0158) + 2(0{,}0158)(3476) + 2$$
$$= 526{,}6161$$

2. AIC Metode MLE dan Bayes

a. Pompa Baku 1

$$AIC_{PB1} = -2(54)\ln(2{,}0779) + 2(2{,}0779)(54)\ln(72{,}5608) + 2\big(1-(2{,}0779)\big)(216{,}20057) + \frac{2}{72{,}4002^{2{,}0779}}(395136{,}5870) + 4$$
$$= 527{,}9125$$

b. Pompa Baku 2

$$AIC_{PB2} = -2(56)\ln(2{,}3812) + 2(2{,}3812)(56)\ln(70{,}1392) + 2\big(1-(2{,}3812)\big)(224{,}83406) + \frac{2}{(70{,}1392)^{(2{,}3812)}}(1392482{,}1090) + 4$$
$$= 531{,}3263$$

c. Pompa Baku 3

$$AIC_{PB3} = -2(56)\ln(2{,}5664) + 2(2{,}5664)(56)\ln(69{,}4802) + 2\big(1-(2{,}5664)\big)(224{,}83406) + \frac{2}{(69{,}4802)^{(2{,}5664)}}$$

$$(2986343{,}2180) + 4$$
$$= 524{,}9935$$

d. Pompa Distribusi 1

$$AIC_{PD1} = -2(50)\ln(0{,}0150) + 2(0{,}0150)(3331) + 2$$
$$= 521{,}9005$$

e. Pompa Distribusi 2

$$AIC_{PD1} = -2(50)\ln(0{,}01438) + 2(0{,}01438)(3476) + 2$$
$$= 526{,}1615$$

Perhitungan nilai AIC masing-masing pompa dengan menggunakan ketiga metode tersebut dicantumkan pada Tabel 4.6. Metode dengan nilai AIC terkecil merupakan metode yang terbaik dalam mengestimasi parameter.

Perhitungan AIC dapat ditunjukkan pada Tabel 4.6 sebagai berikut.

Tabel 4.6 Perbandingan Nilai AIC masing-masing Pompa

No	Metode	Pompa	Parameter		Nilai AIC
1	Metode *Least Square*	Pompa Baku 1	β	2,0019	528,051
			θ	72,5608	
		Pompa Baku 2	β	2,3902	531,328
			θ	70,1179	
		Pompa Baku 3	β	2,4885	525,0877
			θ	69,5159	
		Pompa Distribusi 1	λ	0,0148	521,9104
		Pompa Distribusi 2	λ	0,0158	526,6161
2	Metode *Maximum Likelihood Estimation* dan *Bayes*	Pompa Baku 1	β	2,0779	527,9125
			θ	72,4002	
		Pompa Baku 2	β	2,3812	531,3263
			θ	70,1392	
		Pompa Baku 3	β	2,5664	524,9935
			θ	69,4802	
		Pompa Distribusi 1	λ	0,015	521,9005
		Pompa Distribusi 2	λ	0,01438	526,1615

Berdasarkan perhitungan AIC seperti tercantum pada Tabel 4.6, diperoleh nilai AIC pada pompa baku 1 dengan metode LS adalah

528,051 sedangkan dengan metode MLE dan Bayes adalah 527,9125 dan seterusnya. Metode MLE dan Bayes merupakan metode dengan nilai AIC terkecil sehingga dapat dikatakan bahwa metode MLE dan Bayes merupakan metode terbaik dalam mengestimasi parameter.

Oleh karena itu, nilai estimasi parameter yang digunakan pada perhitungan tahap selanjutnya adalah parameter hasil estimasi metode MLE dan Bayes.

4.5 Perhitungan Nilai Reliabilitas

Reliabilitas menyatakan peluang peluang mesin, subsistem maupun sistem untuk dapat beroperasi dalam kurun waktu tertentu. Reliabilitas juga diartikan sebagai peluang suatu mesin untuk dapat beroperasi lebih dari waktu yang ditentukan. Perhitungan nilai reliabilitas untuk masing-masing sistem pompa sebagai berikut:

4.5.1 Reliabilitas Sistem Pompa Baku

Sistem pompa baku pada IPAM Tangkel PDAM Bangkalan dapat digambarkan dengan diagram pada Gambar 4.1.

Reliabilitas masing-masing pompa diperoleh dengan mensubstitusi persamaan (2.4) pada persamaan (2.5) sebagai berikut:

$$R(t) = 1 - \left(1 - e^{-\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}}\right) = e^{-\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}} \tag{4.1}$$

Reliabilitas masing-masing pompa dapat diperoleh dengan persamaan (4.1) sebagai berikut:

1. Pompa Baku 1

$$R(t) = e^{-\left(\frac{62}{72{,}4002}\right)^{2{,}0779}}$$
$$= 0{,}4846$$

2. Pompa Baku 2

$$R(t) = e^{-\left(\frac{62}{70{,}1392}\right)^{2{,}3812}}$$
$$= 0{,}4745$$

3. Pompa Baku 3

$$R(t) = e^{-\left(\frac{62}{69{,}4802}\right)^{2{,}5664}}$$

$$= 0{,}4740$$

Tiga pompa baku pada IPAM Tangkel berdistribusi sama, yaitu distribusi Weibull dan diasumsikan berhubungan satu sama lain dalam proses pemasokan air dari sumber air, sehingga parameter sistem paralel pompa baku dapat diasumsikan:

$$\theta = \frac{1}{a}\sum_{i=1}^{a}\theta_i = \frac{\theta_1 + \theta_2 + \theta_3}{3}$$
$$= \frac{72{,}4002 + 70{,}1392 + 69{,}4802}{3}$$
$$= \frac{212{,}0196}{3}$$
$$= 70{,}6732$$

dan

$$\beta = \frac{1}{a}\sum_{i=1}^{a}\beta_i = \frac{\beta_1 + \beta_2 + \beta_3}{3}$$
$$= \frac{2{,}0779 + 2{,}3812 + 2{,}5664}{3}$$
$$= \frac{7{,}0255}{3}$$
$$= 2{,}3418$$

Nilai reliabilitas sistem paralel pompa baku diperoleh dengan mensubstitusi persamaan (4.1) pada persamaan (2.7) sebagai berikut:

$$R_P(t) = 1 - \prod_{i=1}^{3}\left[1 - e^{-\left(\frac{t}{\theta_i}\right)^{\beta_i}}\right]$$

Karena diasumsikan pompa sama dan saling berhubungan, dapat ditulis:

$$R_P(t) = 1 - \left[1 - e^{-\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}}\right]^3$$

$$R_P(t) = 1 - \left[\left(1 - e^{-\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}}\right)\left(1 - e^{-\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}}\right)\left(1 - e^{-\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}}\right)\right]$$

$$R_P(t) = 1 - \left[1 - 3e^{-\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}} + 3e^{-2\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}} - e^{-3\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}}\right]$$

$$R_P(t) = 1 - 1 + 3e^{-\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}} - 3e^{-2\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}} + e^{-3\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}}$$

$$R_P(t) = 3e^{-\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}} - 3e^{-2\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}} + e^{-3\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}} \quad (4.2)$$

Selanjutnya nilai t dan nilai parameter disubstitusikan ke persamaan (4.2) sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned} R_P(62) &= 3e^{-\left(\frac{62}{70,6732}\right)^{2,3418}} - 3e^{-2\left(\frac{62}{70,6732}\right)^{2,3418}} + e^{-3\left(\frac{62}{70,6732}\right)^{2,3418}} \\ &= 3(0,479058) - 3(0,229497) + 0,109942 \\ &= 1,437175 + 0,688491 + 0,109942 \\ &= 0,8586 \end{aligned}$$

4.5.2 Reliabilitas pada Sistem Pompa Distribusi

Sistem pompa distribusi pada IPAM Tangkel PDAM Bangkalan digambarkan dengan diagram seperti pada Gambar 4.2. Pada sistem pompa distribusi terdiri dari empat pompa yang identik, dimana 2 pompa sebagai pompa utama sedangkan 2 pompa lainnya sebagai pompa *standby*. Dalam hal ini apabila pompa utama mengalami kegagalan maka pompa *standby* mengambil alih menggantikan pompa utama demi kelangsungan proses pendistribusian air.

Fungsi tingkat kegagalan *(hazard rate)* dari pompa distribusi sesuai dengan persamaan (2.8). Dengan mensubstitusikan persamaan (2.2) ke persamaan (2.8) diperoleh fungsi tingkat kegagalan sebagai berikut:

$$h(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{\lambda e^{-\lambda t}}{e^{-\lambda t}} = \lambda$$

Oleh karena data waktu antar kerusakan pompa distribusi 1 dan berdistribusi 2 terdistribusi Eksponensial, maka dapat dikatakan bahwa pompa tersebut mempunyai tingkat kegagalan konstan terhadap waktu, yaitu λ. Diasumsikan subsistem pompa distribusi tersebut berhubungan satu sama lain dalam proses distribusi air, maka parameter sistem paralel pompa baku dapat diasumsikan:

$$\lambda = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\lambda_i = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}$$
$$= \frac{0,015 + 0,01438}{2}$$
$$= \frac{0,02938}{2}$$
$$= 0,01469$$

Pada penelitian ini, konfigurasi sistem pompa distribusi terdiri dari dua subsistem redundansi *cold standby*. Pada masing-masing subsistem, apabila ada pompa yang gagal beroperasi akan segera diganti posisi *standby* sehingga jumlah kegagalan yang diamati selama periode waktu t mengikuti distribusi Poisson.

Pada kasus ini, setiap subsistem terdiri dari dua pompa, satu sebagai pompa utama dan yang lainnya sebagai cadangan. Jika X merupakan variabel acak yang menyatakan banyaknya komponen yang mengalami kegagalan, maka peluang x komponen mengalami kegagalan pada waktu t sesuai pada persamaan (2.9).

Dengan menggunakan persamaan (2.9), dapat didapat fungsi reliabilitas masing-masing subsistem sebagai berikut:

$$P(tidak\ ada\ pompa\ gagal) = P_0(t) = \frac{(\lambda t)^0 e^{-\lambda t}}{0!} = e^{-\lambda t}$$
$$P(satu\ pompa\ gagal) = P_1(t) = \frac{(\lambda t)^1 e^{-\lambda t}}{1!} = \lambda t e^{-\lambda t}$$

sehingga diperoleh:

$$R(t) = P_0(t) + P_1(t)$$
$$= e^{-\lambda t} + \lambda t e^{-\lambda t}$$
$$= e^{-\lambda t}(1 + \lambda t) \quad (4.3)$$

Subsistem 1 dan subsistem 2 beroperasi bersamaan secara seri dalam satu sistem untuk mendistribusikan air ke pelanggan.

Reliabilitas masing-masing subsistem dapat diperoleh dengan menggunakan persamaan (4.3) sebagai berikut:

1. Pompa Distribusi 1
   $$R_1(t) = e^{-(0,015)(68)}(1 + 0,015(68))$$
   $$= 0,7284$$
2. Pompa Distribusi 2

$$R_2(t) = e^{-(0{,}01438)(68)}(1 + 0{,}01438(68))$$
$$= 0{,}7439$$

Reliabilitas keseluruhan sistem pompa distribusi diperoleh dengan mensubstitusikan persamaan (4.3) pada persamaan (2.6) sebagai berikut:

$$\begin{aligned} R_S(t) &= \prod_{i=1}^{2} e^{-\lambda_i t}(1 + \lambda_i t) \\ &= \left(e^{-\lambda t}(1 + \lambda t)\right)^2 \\ &= e^{-2\lambda t}(1 + \lambda t)^2 \\ &= e^{-2\lambda t}(1 + 2\lambda t + \lambda^2 t^2) \\ &= e^{-2\lambda t} + 2\lambda t e^{-2\lambda t} + \lambda^2 t^2 e^{-2\lambda t} \\ &= e^{-2\lambda t} + 2\lambda t e^{-2\lambda t} + \lambda^2 t^2 e^{-2\lambda t} \end{aligned} \quad (4.4)$$

Selanjutnya nilai t dan nilai parameter disubstitusikan ke persamaan (4.4) sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned} R_S(68) &= e^{-2(0{,}01469)(68)} + 2(0{,}01469)(68)e^{-2(0{,}01469)(68)} \\ &\quad +(0{,}01469)^2 68^2 e^{-2(0{,}01469)(68)} \\ &= 0{,}135628 + 2(0{,}01469)(68)(0{,}135628) \\ &\quad +(0{,}01469)^2 68^2(0{,}135628) \\ &= 0{,}135628 + 0{,}270963 + 0{,}135335 \\ &= 0{,}5419 \end{aligned}$$

4.6 Penentuan Estimasi Umur

Umur merupakan lamanya mesin dapat beroperasi hingga gagal beroperasi. Pompa merupakan mesin yang dapat diperbaiki (*repairable*). Pada penelitian ini, umur merupakan lamanya pompa dapat beroperasi dari setelah diperbaiki hingga mengalami kerusakan kembali. Umur dapat diartikan sebagai rata-rata waktu antar kerusakan. Persamaan (2.5) didiferensialkan terhadap t menjadi:

$$dR(t) = -f(t)dt$$

Estimasi umur diperoleh dengan persamaan (2.10) sebagai berikut:

$$E(t) = -\int_0^{\infty} t\, dR(t)$$

$$= -\lim_{k\to\infty}\int_0^k t\, dR(t)$$

Dimisalkan:
$u = t \to du = dt$
$dv = dR(t) \to v = \bar{F}(t)$

Diperoleh:

$$E(t) = -\lim_{k\to\infty}\left([tR(t)]_0^k - \int_0^k R(t)dt\right)$$

Nilai $R(t)$ dianggap sama dengan 1 pada $t = 0$ dan $tR(t) \to 0$ pada saat $t \to \infty$ sehingga estimasi umur komponen adalah:

$$E(t) = \lim_{k\to\infty}\left(\int_0^k R(t)dt\right) \tag{4.5}$$

Selanjutnya dilakukan perhitungan estimasi umur dari sistem pompa baku dan pompa distribusi.

4.6.1 Estimasi Umur Sistem Pompa Baku

Estimasi umur mesin yang berdistribusi Weibull diperoleh dengan mensubstitusikan persamaan (2.3) pada persamaan (2.16) sebagai berikut:

$$E(t) = \lim_{k\to\infty}\int_0^k t\ \frac{\beta}{\theta}\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}} dt$$

$$= \lim_{k\to\infty}\int_0^k \beta\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta} e^{-\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}} dt$$

Dimisalkan:

$$y = \left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}$$

$$t^{\beta} = y\theta^{\beta} \to t = \theta y^{\frac{1}{\beta}}$$

$$dy = \frac{\beta}{\theta}\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta-1} dt$$

Ubah batas:
$t = 0 \ \to y = 0$
$t = \infty \to y = \infty$

Sehingga diperoleh:

$$E(t) = \lim_{k\to\infty}\int_0^k \theta y^{\frac{1}{\beta}} e^{-y} dy$$
$$= \theta \lim_{k\to\infty}\int_0^k y^{\frac{1}{\beta}} e^{-y} dy$$
$$= \theta\Gamma\left(1+\frac{1}{\beta}\right) \quad (4.6)$$

Perhitungan estimasi umur pompa baku dengan menggunakan persamaan (4.6) adalah sebagai berikut:

1. Pompa Baku 1

$$E(t) = 72{,}4002\Gamma\left(1+\frac{1}{2{,}0779}\right)$$
$$= 72{,}4002\Gamma(1{,}48126)$$
$$= 72{,}54002(0{,}8858)$$
$$= 64{,}1297$$
$$\cong 64 \text{ hari}$$

2. Pompa Baku 2

$$E(t) = 70{,}1392\Gamma\left(1+\frac{1}{2{,}3812}\right)$$
$$= 70{,}1392\Gamma(1{,}41996)$$
$$= 70{,}1392(0{,}8864)$$
$$= 62{,}1684$$
$$\cong 62 \text{ hari}$$

3. Pompa Baku 3

$$E(t) = 69{,}4802\Gamma\left(1+\frac{1}{2{,}5664}\right)$$
$$= 69{,}4802\Gamma(1{,}38965)$$
$$= 69{,}4802(0{,}8879)$$
$$= 61{,}6898$$
$$\cong 61 \text{ hari}$$

Sedangkan estimasi umur sistem paralel pompa baku menggunakan persamaan (4.5) dan fungsi reliabilitas yang didapat pada (4.2) adalah sebagai berikut:

$$E(t) = \lim_{k\to\infty}\int_0^k 3e^{-\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}} - 3e^{-2\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}} + e^{-3\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}} dt$$

$$= \lim_{k\to\infty}\int_0^k 3e^{-\left(\frac{t}{\theta}\right)^\beta}dt - \lim_{k\to\infty}\int_0^k 3e^{-2\left(\frac{t}{\theta}\right)^\beta}dt + \lim_{k\to\infty}\int_0^k e^{-3\left(\frac{t}{\theta}\right)^\beta}dt$$
$$= u - v + w$$

- Penyelesaian $u = \lim_{k\to\infty}\int_0^k 3e^{-\left(\frac{t}{\theta}\right)^\beta}dt$

Dimisalkan:

$$x = \left(\frac{t}{\theta}\right)^\beta$$
$$t = \theta x^{\frac{1}{\beta}} \rightarrow dt = \theta\left(\frac{1}{\beta}\right)x^{\frac{1}{\beta}-1}dx$$

Ubah batas:

$t = 0 \rightarrow x = 0$

$t = \infty \rightarrow x = \infty$

$$u = \frac{3\theta}{\beta}\lim_{k\to\infty}\int_0^k e^{-x}x^{\frac{1}{\beta}-1}dx$$
$$= \frac{3\theta}{\beta}\Gamma\left(\frac{1}{\beta}\right)$$
$$= 3\theta\Gamma\left(\frac{1}{\beta}+1\right)$$

- Penyelesaian $v = \lim_{k\to\infty}\int_0^k 3e^{-2\left(\frac{t}{\theta}\right)^\beta}dt$

Dimisalkan:

$$x = 2\left(\frac{t}{\theta}\right)^\beta$$
$$t = \theta\left(\frac{x}{2}\right)^{\frac{1}{\beta}} \rightarrow dt = \frac{\theta}{\beta\left(2^{\frac{1}{\beta}}\right)}x^{\frac{1}{\beta}-1}dx$$

Ubah batas:

$t = 0 \rightarrow x = 0$

$t = \infty \rightarrow x = \infty$

$$v = \frac{3\theta}{\beta\left(2^{\frac{1}{\beta}}\right)}\lim_{k\to\infty}\int_0^k e^{-x}x^{\frac{1}{\beta}-1}dx$$

$$= \frac{3\theta}{\beta\left(2^{\frac{1}{\beta}}\right)}\ \Gamma\left(\frac{1}{\beta}\right)$$

$$= \frac{3\theta}{\left(2^{\frac{1}{\beta}}\right)}\ \Gamma\left(\frac{1}{\beta}+1\right)$$

- Penyelesaian $w = \lim_{k\to\infty}\int_0^k e^{-3\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}}dt$

Dimisalkan:

$x = 3\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}$

$t = \theta\left(\frac{x}{3}\right)^{\frac{1}{\beta}} \rightarrow dt = \frac{\theta}{\beta\left(3^{\frac{1}{\beta}}\right)}x^{\frac{1}{\beta}-1}dx$

Ubah batas:

$t = 0 \rightarrow x = 0$

$t = \infty \rightarrow x = \infty$

$$w = \frac{\theta}{\beta\left(3^{\frac{1}{\beta}}\right)}\lim_{k\to\infty}\int_0^k e^{-x}x^{\frac{1}{\beta}-1}dx$$

$$= \frac{\theta}{\beta\left(3^{\frac{1}{\beta}}\right)}\ \Gamma\left(\frac{1}{\beta}\right)$$

$$= \frac{\theta}{\left(3^{\frac{1}{\beta}}\right)}\ \Gamma\left(\frac{1}{\beta}+1\right)$$

Sehingga diperoleh estimasi umur sistem pompa baku sebagai berikut:

$$E(t) = u - v + w$$

$$E(t) = 3\theta\Gamma\left(\frac{1}{\beta}+1\right) - \frac{3\theta}{\left(2^{\frac{1}{\beta}}\right)}\ \Gamma\left(\frac{1}{\beta}+1\right) + \frac{\theta}{\left(3^{\frac{1}{\beta}}\right)}\ \Gamma\left(\frac{1}{\beta}+1\right) \qquad (4.7)$$

Selanjutnya nilai parameter θ dan β disubstitusikan ke persamaan (4.7) sehingga diperoleh:

$$= 3(70{,}6732)\Gamma\left(\frac{1}{2{,}3418}+1\right) - \frac{3(70{,}6732)}{\left(2^{\frac{1}{2{,}3418}}\right)}\ \Gamma\left(\frac{1}{2{,}3418}+1\right)$$

$$+ \frac{(70{,}6732)}{\left(3^{\frac{1}{2{,}3418}}\right)}\ \Gamma\left(\frac{1}{2{,}3418}+1\right)$$

$$= \left[3(70{,}6732) - \frac{3(70{,}6732)}{\left(2^{\frac{1}{2{,}3418}}\right)} + \frac{(70{,}6732)}{\left(3^{\frac{1}{2{,}3418}}\right)}\right]\Gamma\left(\frac{1}{2{,}3418}+1\right)$$

$$= 98{,}52965(0{,}88612)$$

$$= 87{,}3093$$

$$\cong 87\ hari$$

4.6.2 Estimasi Umur Sistem Pompa Distribusi

Estimasi umur mesin yang berdistribusi Eksponensial dengan menggunakan persamaan (4.5) adalah sebagai berikut:

$$E(t) = \lim_{k\to\infty}\int_0^k e^{-\lambda t}dt$$

Dimisalkan:

$$u = \lambda t$$

$$du = \lambda dt \to dt = \frac{1}{\lambda}du$$

Ubah batas:

$$t = 0\ \to u = 0$$

$$t = \infty \to u = \infty$$

Sehingga diperoleh:

$$E(t) = \lim_{k\to\infty}\int_0^k e^{-u}\frac{1}{\lambda}du$$

$$= \lim_{k\to\infty}\left(-\frac{1}{\lambda}e^{-u}\Big|_0^k\right)$$

$$= -\frac{1}{\lambda}(0-1)$$

$$= \frac{1}{\lambda} \tag{4.7}$$

Perhitungan estimasi umur pompa distribusi dengan menggunakan persamaan (4.7) adalah sebagai berikut:

1. Pompa Distribusi 1

$$E(t) = \frac{1}{0{,}015}$$
$$= 66{,}67$$
$$\cong 66\ hari$$

2. Pompa Distribusi 2

$$E(t) = \frac{1}{0{,}01438}$$
$$= 69{,}54$$
$$\cong 69\ hari$$

Sedangkan estimasi umur sistem pompa distribusi menggunakan persamaan (4.5) dan reliabilitas sistem yang diperoleh pada (4.4) sebagai berikut:

$$E(t) = \lim_{k\to\infty}\left(\int_0^k R(t)dt\right)$$
$$= \lim_{k\to\infty}\left(\int_0^k R_s(t)dt\right)$$
$$= \lim_{k\to\infty}\int_0^k e^{-2\lambda t} + 2\lambda t e^{-2\lambda t} + \lambda^2 t^2 e^{-2\lambda t}\,dt$$
$$= \lim_{k\to\infty}\int_0^k e^{-2\lambda t}\,dt + \lim_{k\to\infty}\int_0^k 2\lambda t e^{-2\lambda t}\,dt + \lim_{k\to\infty}\int_0^k \lambda^2 t^2 e^{-2\lambda t}\,dt$$
$$= u + v + w$$

- Penyelesaian $u = \lim\limits_{k\to\infty}\int_0^k e^{-2\lambda t}\,dt$

Dimisalkan:

$u = 2\lambda t$

$du = 2\lambda dt \to dt = \frac{1}{2\lambda}du$

Ubah batas:

$t = 0 \to u = 0$

$t = \infty \rightarrow u = \infty$

$$u = \lim_{k \to \infty} \int_0^k \frac{1}{2\lambda} e^{-u} du$$

$$= \lim_{k \to \infty} \left(-\frac{1}{2\lambda} e^{-u} \Big|_0^k \right)$$

$$= -\frac{1}{2\lambda}(0 - 1)$$

$$= \frac{1}{2\lambda}$$

- Penyelesaian $v = \lim_{k \to \infty} \int_0^k 2\lambda t e^{-2\lambda t}\, dt$

Dimisalkan:

$u = t \rightarrow du = dt$

$dv = e^{-2\lambda t} dt$

$$v = \int e^{-2\lambda t} dt = -\frac{1}{2\lambda} e^{-2\lambda t}$$

Sehingga:

$$v = 2\lambda \lim_{k \to \infty} \int_0^k t e^{-2\lambda t}\, dt$$

$$= 2\lambda \left[\lim_{k \to \infty} \left(-\frac{1}{2\lambda} t e^{-2\lambda t} \Big|_0^k \right) + \lim_{k \to \infty} \int_0^k \frac{1}{2\lambda} e^{-2\lambda t} dt \right]$$

$$= 2\lambda \left[\lim_{k \to \infty} \left(-\frac{1}{2\lambda} t e^{-2\lambda t} \Big|_0^k \right) - \lim_{k \to \infty} \left(\left(\frac{1}{2\lambda} \right)^2 e^{-2\lambda t} \Big|_0^k \right) \right]$$

$$= \left[-\lim_{k \to \infty} \left(t e^{-2\lambda t} \Big|_0^k \right) - \lim_{k \to \infty} \left(\frac{1}{2\lambda} e^{-2\lambda t} \Big|_0^k \right) \right]$$

$$= \left[(0 - 0) - \frac{1}{2\lambda}(0 - 1) \right]$$

$$= \frac{1}{2\lambda}$$

- Penyelesaian $w = \lim_{k \to \infty} \int_0^k \lambda^2 t^2 e^{-2\lambda t}\, dt$

Dimisalkan:

$$u = 2\lambda t \rightarrow \lambda t = \frac{u}{2}$$

$du = 2\lambda dt \rightarrow dt = \frac{1}{2\lambda} du$

Ubah batas:

$t = 0 \rightarrow u = 0$

$t = \infty \rightarrow u = \infty$

$$w = \lim_{k\to\infty} \int_0^k \left(\frac{u}{2}\right)^2 e^{-u} \frac{1}{2\lambda} du$$
$$= \frac{1}{8\lambda} \lim_{k\to\infty} \int_0^k u^2 e^{-u} du$$
$$= \frac{1}{8\lambda} \Gamma(3)$$
$$= \frac{1}{4\lambda}$$

Maka, estimasi umur sistem pompa baku adalah

$$E(t) = u + v + w$$
$$E(t) = \int_0^\infty e^{-2\lambda t}\, dt + \int_0^\infty 2\lambda t e^{-2\lambda t}\, dt + \int_0^\infty \lambda^2 t^2 e^{-2\lambda t}\, dt$$
$$= \frac{1}{2\lambda} + \frac{1}{2\lambda} + \frac{1}{4\lambda}$$
$$= \frac{1}{\lambda}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right)$$
$$= \frac{5}{4\lambda} \qquad (4.9)$$

Selanjutnya nilai parameter λ disubstitusikan ke persamaan (4.9) sehingga diperoleh:

$$= \frac{5}{4(0,01469)}$$
$$= 85,0919$$
$$\cong 85\ hari$$

4.7 Penentuan Estimasi Sisa Umur

Sisa umur merupakan berapa lama lagi mesin dapat beroperasi sampai mengalami kerusakan dengan diketahui mesin tersebut sudah beroperasi selama waktu t. Selanjutnya dilakukan perhitungan sisa umur dari pompa baku dan pompa distribusi dengan menggunakan persamaan fungsi *Mean Residual Life* (MRL)

4.7.1. Estimasi Sisa Umur Sistem Pompa Baku

Perhitungan estimasi sisa umur jaringan paralel pompa baku berdasarkan persamaan (2.12) dengan mensubstitusikan fungsi reliabilitas sistem pada persamaan (4.2) sebagai berikut:

$$M_P(t) = E(T_{m:m} - t | T_{m:m} > t) = \frac{\int_t^\infty R_P(x)\, dx}{R_P(t)}$$

$$M_P(t) = \frac{\int_t^\infty R_P(x)\, dx}{R_P(t)}$$

$$= \frac{\int_t^\infty 3e^{-\left(\frac{x}{\theta}\right)^\beta} - 3e^{-2\left(\frac{x}{\theta}\right)^\beta} + e^{-3\left(\frac{x}{\theta}\right)^\beta}\, dx}{R_P(t)}$$

$$= \frac{\lim\limits_{k\to\infty} \int_t^k 3e^{-\left(\frac{x}{\theta}\right)^\beta} - 3e^{-2\left(\frac{x}{\theta}\right)^\beta} + e^{-3\left(\frac{x}{\theta}\right)^\beta}\, dx}{R_P(t)}$$

$$M_P(t) = \frac{\lim\limits_{k\to\infty} \int_t^k 3e^{-\left(\frac{x}{\theta}\right)^\beta} dt - \lim\limits_{k\to\infty} \int_t^k 3e^{-2\left(\frac{x}{\theta}\right)^\beta} dt + \lim\limits_{k\to\infty} \int_t^k e^{-3\left(\frac{x}{\theta}\right)^\beta} dt}{R_P(t)}$$

$$M_P(t) = \frac{u - v + w}{R_P(t)}$$

- Penyelesaian $u = \lim\limits_{k\to\infty} \int_t^k 3e^{-\left(\frac{x}{\theta}\right)^\beta} dt$

Dimisalkan:

$$y = \left(\frac{x}{\theta}\right)^\beta$$

$$x = \theta y^{\frac{1}{\beta}} \to dx = \theta \left(\frac{1}{\beta}\right) y^{\frac{1}{\beta}-1} dy$$

Ubah batas:

$$x = t \to y = \left(\frac{t}{\theta}\right)^\beta$$

$$x = \infty \to y = \infty$$

$$u = \frac{3\theta}{\beta}\lim_{k\to\infty}\int_{\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}}^{k} e^{-y}y^{\frac{1}{\beta}-1}dy$$

$$= \frac{3\theta}{\beta}\lim_{k\to\infty}\int_{0}^{k} e^{-y}y^{\frac{1}{\beta}-1}dy - \frac{3\theta}{\beta}\int_{0}^{\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}} e^{-y}\,y^{\frac{1}{\beta}-1}dy$$

$$= \frac{3\theta}{\beta}\Gamma\left(\frac{1}{\beta}\right) - \frac{3\theta}{\beta}\gamma\left(\frac{1}{\beta},\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}\right)$$

- Penyelesaian $v = \lim_{k\to\infty}\int_{t}^{k} 3e^{-2\left(\frac{x}{\theta}\right)^{\beta}}dt$

Dimisalkan:

$$y = 2\left(\frac{x}{\theta}\right)^{\beta}$$

$$x = \theta\left(\frac{y}{2}\right)^{\frac{1}{\beta}} \to dx = \frac{\theta}{\beta\left(2^{\frac{1}{\beta}}\right)}y^{\frac{1}{\beta}-1}dy$$

Ubah batas:

$$x = t \to y = 2\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}$$

$$x = \infty \to y = \infty$$

$$v = \frac{3\theta}{\beta\left(2^{\frac{1}{\beta}}\right)}\lim_{k\to\infty}\int_{2\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}}^{k} e^{-y}y^{\frac{1}{\beta}-1}dy$$

$$= \frac{3\theta}{\beta\left(2^{\frac{1}{\beta}}\right)}\lim_{k\to\infty}\int_{0}^{k} e^{-y}y^{\frac{1}{\beta}-1}dy - \frac{3\theta}{\beta\left(2^{\frac{1}{\beta}}\right)}\int_{0}^{2\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}} e^{-y}\,y^{\frac{1}{\beta}-1}dy$$

$$= \frac{3\theta}{\beta\left(2^{\frac{1}{\beta}}\right)}\Gamma\left(\frac{1}{\beta}\right) - \frac{3\theta}{\beta\left(2^{\frac{1}{\beta}}\right)}\gamma\left(\frac{1}{\beta},2\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}\right)$$

- Penyelesaian $w = \lim_{k\to\infty}\int_{t}^{k} e^{-3\left(\frac{x}{\theta}\right)^{\beta}}dt$

Dimisalkan:

$$y = 3\left(\frac{x}{\theta}\right)^{\beta}$$

$$x = \theta\left(\frac{y}{3}\right)^{\frac{1}{\beta}} \rightarrow dx = \frac{\theta}{\beta\left(3^{\frac{1}{\beta}}\right)} y^{\frac{1}{\beta}-1} dy$$

Ubah batas:

$$x = t \rightarrow y = 3\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}$$

$$x = \infty \rightarrow y = \infty$$

$$w = \frac{\theta}{\beta\left(3^{\frac{1}{\beta}}\right)} \lim_{k\to\infty} \int_{3\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}}^{k} e^{-y} y^{\frac{1}{\beta}-1} dy$$

$$= \frac{\theta}{\beta\left(3^{\frac{1}{\beta}}\right)} \lim_{k\to\infty} \int_{0}^{k} e^{-y} y^{\frac{1}{\beta}-1} dy - \frac{\theta}{\beta\left(3^{\frac{1}{\beta}}\right)} \int_{0}^{3\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}} e^{-y}\, y^{\frac{1}{\beta}-1} dy$$

$$= \frac{\theta}{\beta\left(3^{\frac{1}{\beta}}\right)} \Gamma\left(\frac{1}{\beta}\right) - \frac{\theta}{\beta\left(3^{\frac{1}{\beta}}\right)} \gamma\left(\frac{1}{\beta}, 3\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}\right)$$

Sehingga fungsi MRL sistem pompa baku menjadi:

$$M_P(t) = \frac{u - v + w}{R_P(t)}$$

$$M_P(t) = \frac{\lim_{k\to\infty} \int_t^k 3e^{-\left(\frac{x}{\theta}\right)^{\beta}} dt - \lim_{k\to\infty} \int_t^k 3e^{-2\left(\frac{x}{\theta}\right)^{\beta}} dt + \lim_{k\to\infty} \int_t^k e^{-3\left(\frac{x}{\theta}\right)^{\beta}} dt}{R_P(t)}$$

$$M_P(t) = \frac{\left(\frac{3\theta}{\beta}\Gamma\left(\frac{1}{\beta}\right) - \frac{3\theta}{\beta}\gamma\left(\frac{1}{\beta}, \left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}\right)\right) - \left(\frac{3\theta}{\beta\left(2^{\frac{1}{\beta}}\right)}\Gamma\left(\frac{1}{\beta}\right) - \frac{3\theta}{\beta\left(2^{\frac{1}{\beta}}\right)}\gamma\left(\frac{1}{\beta}, 2\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}\right)\right)}{R_P(t)}$$

$$
+\frac{\left(\frac{\theta}{\beta\left(3^{\frac{1}{\beta}}\right)}\Gamma\left(\frac{1}{\beta}\right)-\frac{\theta}{\beta\left(3^{\frac{1}{\beta}}\right)}\gamma\left(\frac{1}{\beta},3\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}\right)\right)}{R_P(t)}
$$

$$
M_P(t)=\frac{E(t)-\left(\frac{3\theta}{\beta}\gamma\left(\frac{1}{\beta},\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}\right)-\frac{3\theta}{\beta\left(2^{\frac{1}{\beta}}\right)}\gamma\left(\frac{1}{\beta},2\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}\right)+\frac{\theta}{\beta\left(3^{\frac{1}{\beta}}\right)}\gamma\left(\frac{1}{\beta},3\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}\right)\right)}{R_P(t)} \tag{4.10}
$$

Dengan mensubstitusikan $R_P(t)$ yang diperoleh pada persamaan (4.2) dan nilai $E(t)$ yang diperoleh pada persamaan (4.8), maka rataan sisa umur jaringan paralel pompa baku adalah

$$
M_P(t)=\frac{87{,}3093-\left(\begin{array}{c}3\,\frac{70{,}6732}{2{,}3418}\gamma\left(\frac{1}{2{,}3418},\frac{62^{2{,}3418}}{70{,}6732^{2{,}3418}}\right)-\\ 3\,\frac{70{,}6732}{2{,}3418\sqrt[2{,}3418]{2}}\gamma\left(\frac{1}{2{,}3418},\frac{2(62)^{2{,}3418}}{70{,}6732^{2{,}3418}}\right)+\\ \frac{70{,}6732}{2{,}3418\sqrt[2{,}3418]{3}}\gamma\left(\frac{1}{2{,}3418},\frac{3(62)^{2{,}3418}}{70{,}6732^{2{,}3418}}\right)\end{array}\right)}{R_P(t)}
$$

$$
=\frac{87{,}3093-\left(\begin{array}{c}90{,}53702\gamma(0{,}4270;0{,}7359)-67{,}3410\gamma(0{,}4270;1{,}472)\\+18{,}8783\gamma(0{,}4270;2{,}2078)\end{array}\right)}{0{,}8586}
$$

$$
=\frac{87{,}3093-(90{,}53702(1{,}6850)-67{,}3410(1{,}9308)+18{,}8783(2{,}0168))}{0{,}8586}
$$

$$
=\frac{87{,}3093-(152{,}5567-130{,}0227+38{,}0744)}{0{,}8586}
$$

$$
=\frac{26{,}7010}{0{,}8586}
$$

$$
=31{,}0973
$$

$$
\cong 31\ hari
$$

4.7.2. Estimasi Sisa Umur Sistem Pompa Distribusi

Perhitungan estimasi sisa umur sistem pompa distribusi berdasarkan persamaan (2.11) dengan mensubstitusikan fungsi reliabilitas yang diperoleh pada persamaan (4.4) adalah sebagai berikut:

$$M_S(t) = E(T_{1:m} - t | T_{1:m} > t) = \frac{\int_t^{\infty} R_s(x)\, dx}{R_s(t)}$$

$$M_S(t) = \frac{\int_t^{\infty} e^{-2\lambda x} + 2\lambda x e^{-2\lambda x} + \lambda^2 x^2 e^{-2\lambda x}\, dx}{R_s(t)}$$

$$M_S(t) = \frac{\lim\limits_{k\to\infty} \int_t^{k} e^{-2\lambda x} + 2\lambda x e^{-2\lambda x} + \lambda^2 x^2 e^{-2\lambda x}\, dx}{R_s(t)}$$

$$M_S(t) = \frac{\lim\limits_{k\to\infty} \int_t^{k} e^{-2\lambda x}\, dx + \lim\limits_{k\to\infty} \int_t^{k} 2\lambda x e^{-2\lambda x}\, dx + \lim\limits_{k\to\infty} \int_t^{k} \lambda^2 x^2 e^{-2\lambda x}\, dx}{R_s(t)}$$

$$M_S(t) = \frac{u - v + w}{R_S(t)}$$

- Penyelesaian $u = \lim\limits_{k\to\infty} \int_t^{k} e^{-2\lambda x}\, dx$

Dimisalkan:

$u = 2\lambda x$

$du = 2\lambda dx \rightarrow dx = \dfrac{1}{2\lambda} du$

Ubah batas:

$x = t \rightarrow u = 2\lambda t$

$x = \infty \rightarrow u = \infty$

$$u = \lim_{k\to\infty} \int_{2\lambda t}^{k} \frac{1}{2\lambda} e^{-u} du$$

$$= \lim_{k\to\infty} \left(-\frac{1}{2\lambda} e^{-u} \Big|_{2\lambda t}^{k} \right)$$

$$= -\frac{1}{2\lambda} \left(0 - e^{-2\lambda t} \right)$$

$$= \frac{1}{2\lambda} e^{-2\lambda t}$$

- Penyelesaian $v = \lim\limits_{k\to\infty} \int_t^{k} 2\lambda x e^{-2\lambda x}\, dx$

Dimisalkan:
$u = x \rightarrow du = dx$
$dv = e^{-2\lambda x}dx$
$v = \int e^{-2\lambda x}dx = -\frac{1}{2\lambda}e^{-2\lambda x}$
Sehingga:

$$v = 2\lambda \lim_{k\to\infty}\int_t^k xe^{-2\lambda x}\,dx$$
$$= 2\lambda\left[\lim_{k\to\infty}\left(-\frac{1}{2\lambda}xe^{-2\lambda x}\Big|_t^k\right) + \lim_{k\to\infty}\int_t^k \frac{1}{2\lambda}e^{-2\lambda x}dx\right]$$
$$= 2\lambda\left[\lim_{k\to\infty}\left(-\frac{1}{2\lambda}xe^{-2\lambda x}\Big|_t^k\right) - \lim_{k\to\infty}\left(\left(\frac{1}{2\lambda}\right)^2 e^{-2\lambda x}\Big|_t^k\right)\right]$$
$$= -\lim_{k\to\infty}\left(xe^{-2\lambda x}\Big|_t^k\right) - \lim_{k\to\infty}\left(\frac{1}{2\lambda}e^{-2\lambda x}\Big|_t^k\right)$$
$$= \left[-\left(0 - \left(te^{-2\lambda t}\right)\right) - \frac{1}{2\lambda}\left(0 - \left(e^{-2\lambda t}\right)\right)\right]$$
$$= te^{-2\lambda t} + \frac{e^{-2\lambda t}}{2\lambda}$$

- Penyelesaian $w = \lim_{k\to\infty}\int_t^k \lambda^2 x^2 e^{-2\lambda x}\,dx$

Dimisalkan:
$u = 2\lambda x \rightarrow \lambda x = \frac{u}{2}$
$du = 2\lambda dx \rightarrow dx = \frac{1}{2\lambda}du$
Ubah batas:
$x = t \rightarrow u = 2\lambda t$
$x = \infty \rightarrow u = \infty$

$$w = \lim_{k\to\infty}\int_{2\lambda t}^k \left(\frac{u}{2}\right)^2 e^{-u}\frac{1}{2\lambda}du$$
$$= \frac{1}{8\lambda}\lim_{k\to\infty}\int_{2\lambda t}^k u^2 e^{-u}du$$

Dimiisalkan:
$a = u^2 \rightarrow da = 2u \cdot du$

$db = e^{-u}du$
$b = -e^{-u}$
$$\frac{1}{8\lambda}\lim_{k\to\infty}\int_{2\lambda t}^{k} u^2e^{-u}du = \frac{1}{8\lambda}\left[\lim_{k\to\infty}\left(-u^2e^{-u}\big|_{2\lambda t}^{k}\right) + \lim_{k\to\infty}\int_{2\lambda t}^{k} 2ue^{-u}du\right]$$
Untuk mencari $\lim\limits_{k\to\infty}\int_{2\lambda t}^{k} 2ue^{-u}du$, dimisalkan:
$x = u \to dx = du$
$dy = e^{-u}du$
$y = \int e^{-u}du = -e^{-u}$
Sehingga:
$$\begin{aligned}\lim_{k\to\infty}\int_{2\lambda t}^{k} 2ue^{-u}du &= 2\lim_{k\to\infty}\int_{2\lambda t}^{k} ue^{-u}du\\ &= 2\left[\lim_{k\to\infty}\left(-ue^{-u}\big|_{2\lambda t}^{k}\right) + \lim_{k\to\infty}\int_{2\lambda t}^{k} e^{-u}du\right]\\ &= 2\left[\lim_{k\to\infty}\left(-ue^{-u}\big|_{2\lambda t}^{k}\right) - \lim_{k\to\infty}\left(e^{-u}\big|_{2\lambda t}^{k}\right)\right]\\ &= 2\lim_{k\to\infty}\left(-ue^{-u}\big|_{2\lambda t}^{k}\right) - 2\lim_{p\to\infty}\left(e^{-u}\big|_{2\lambda t}^{k}\right)\\ &= -2\lim_{k\to\infty}\left(ue^{-u}\big|_{2\lambda t}^{k}\right) - 2\lim_{k\to\infty}\left(e^{-u}\big|_{2\lambda t}^{k}\right)\end{aligned}$$
Sehingga diperoleh:
$$\frac{1}{8\lambda}\lim_{k\to\infty}\int_{2\lambda t}^{k} u^2e^{-u}du = \frac{1}{8\lambda}\left[\lim_{k\to\infty}\left(-u^2e^{-u}\big|_{2\lambda t}^{k}\right) + \lim_{k\to\infty}\int_{2\lambda t}^{k} 2ue^{-u}du\right]$$
$$= \frac{1}{8\lambda}\left[\lim_{k\to\infty}\left(-u^2e^{-u}\big|_{2\lambda t}^{k}\right) + \left[-2\lim_{k\to\infty}\left(ue^{-u}\big|_{2\lambda t}^{k}\right) - 2\lim_{k\to\infty}\left(e^{-u}\big|_{2\lambda t}^{k}\right)\right]\right]$$
$$= \frac{1}{8\lambda}\left[\lim_{k\to\infty}\left(-u^2e^{-u}\big|_{2\lambda t}^{k}\right) + \left[2\lim_{k\to\infty}\left(-ue^{-u}\big|_{2\lambda t}^{k}\right) - 2\lim_{k\to\infty}\left(e^{-u}\big|_{2\lambda t}^{k}\right)\right]\right]$$
$$= \frac{1}{8\lambda}\left[-\left(0-(2\lambda t)^2e^{-2\lambda t}\right) + (-2)\left(0-2\lambda te^{-2\lambda t}\right) - 2\left(0-e^{-2\lambda t}\right)\right]$$
$$= \frac{1}{8\lambda}\left[(2\lambda t)^2e^{-2\lambda t} + 4\lambda te^{-2\lambda t} + 2e^{-2\lambda t}\right]$$

Sehingga fungsi MRL sistem pompa distribusi menjadi:
$$M_S(t) = \frac{u-v+w}{R_S(t)}$$

$$M_S(t) = \frac{\lim_{k\to\infty}\int_t^k e^{-2\lambda x}\,dx + \lim_{k\to\infty}\int_t^k 2\lambda x e^{-2\lambda x}\,dx + \lim_{k\to\infty}\int_t^k \lambda^2 x^2 e^{-2\lambda x}\,dx}{R_s(t)}$$

$$M_S(t) = \frac{\frac{1}{2\lambda}e^{-2\lambda t} + te^{-2\lambda t} + \frac{e^{-2\lambda t}}{2\lambda} + \frac{1}{8\lambda}\left[(2\lambda t)^2 e^{-2\lambda t} + 4\lambda t e^{-2\lambda t} + 2e^{-2\lambda t}\right]}{R_s(t)}$$

$$= \frac{\frac{1}{2\lambda}e^{-2\lambda t} + te^{-2\lambda t} + \frac{1}{2\lambda}e^{-2\lambda t} + \frac{\lambda t^2}{2}e^{-2\lambda t} + \frac{t}{2}e^{-2\lambda t} + \frac{1}{4\lambda}e^{-2\lambda t}}{R_s(t)}$$

$$= \frac{\frac{5}{4\lambda}e^{-2\lambda t} + \frac{3}{2}te^{-2\lambda t} + \frac{\lambda t^2}{2}e^{-2\lambda t}}{R_S(t)} \qquad (4.11)$$

Dengan mensubstitusikan $R_s(t)$ yang diperoleh pada persamaan (4.4), rataan sisa umur sistem pompa distribusi adalah

$$M_S(t) = \frac{\frac{5}{4\lambda}e^{-2\lambda t} + \frac{3}{2}te^{-2\lambda t} + \frac{\lambda t^2}{2}e^{-2\lambda t}}{R_s(t)}$$

$$M_S(t) = \frac{\frac{5}{4(0{,}01469)}e^{-2(0{,}01469)(68)} + \frac{3}{2}(68)e^{-2(0{,}01469)(68)}}{0{,}5419} + \frac{\frac{(0{,}01469)68^2}{2}e^{-2(0{,}01469)(68)}}{0{,}5419}$$

$$= \frac{11{,}54084 + 13{,}83405 + 4{,}60637}{0{,}5419}$$

$$= \frac{29{,}98125}{0{,}5419}$$

$$= 55{,}3235$$

$$\cong 55\ hari$$

BAB V
PENUTUP

Pada bab ini berisi tentang beberapa kesimpulan yang dihasilkan berdasarkan penelitian yang telah dilakukan. Selain itu, pada bab ini juga dimasukkan beberapa saran untuk penelitian selanjutnya.

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan yang telah dilakukan dalam tugas akhir ini dapat disimpulkan beberapa kesimpulan sebagai berikut:

1. Estimasi umur sistem pompa baku diperoleh dengan menggunakan persamaan:
$$E(t) = 3\theta\Gamma\left(\frac{1}{\beta}+1\right) - \frac{3\theta}{\left(2^{\frac{1}{\beta}}\right)}\,\Gamma\left(\frac{1}{\beta}+1\right) + \frac{\theta}{\left(3^{\frac{1}{\beta}}\right)}\,\Gamma\left(\frac{1}{\beta}+1\right)$$
Sedangkan sisa umur sistem pompa baku diperoleh dengan menggunakan persamaan:
$$M_P(t) = \frac{E(t) - \left(\frac{3\theta}{\beta}\gamma\left(\frac{1}{\beta},\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}\right) - \frac{3\theta}{\beta\left(2^{\frac{1}{\beta}}\right)}\gamma\left(\frac{1}{\beta},2\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}\right) + \frac{\theta}{\beta\left(3^{\frac{1}{\beta}}\right)}\gamma\left(\frac{1}{\beta},3\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}\right)\right)}{R_P(t)}$$
dengan:
$$R_P(t) = 3e^{-\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}} - 3e^{-2\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}} + e^{-3\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}}$$
Sistem pompa baku yang disusun secara paralel memiliki nilai reliabilitas sebesar 85,86% dengan estimasi umur dari sistem adalah 87 hari sedangkan estimasi sisa umur dari sistem adalah 31 hari.
2. Estimasi umur sistem pompa distribusi diperoleh dengan menggunakan persamaan:
$$E(t) = \frac{5}{4\lambda}$$

Sedangkan sisa umur sistem pompa distribusi diperoleh dengan menggunakan persamaan:

$$M_S(t) = \frac{\frac{5}{4\lambda}e^{-2\lambda t} + \frac{3}{2}te^{-2\lambda t} + \frac{\lambda t^2}{2}e^{-2\lambda t}}{R_s(t)}$$

dengan:

$$R_S(t) = e^{-2\lambda t} + 2\lambda te^{-2\lambda t} + \lambda^2 t^2 e^{-2\lambda t}$$

Sistem pompa distribusi yang disusun secara redundansi *cold standby* memiliki nilai reliabilitas sebesar 54,19% dengan estimasi umur dari sistem adalah 85 hari sedangkan estimasi sisa umur dari sistem adalah 55 hari.

3. Nilai parameter yang digunakan dalam perhitungan reliabilitas, estimasi umur dan sisa umur adalah parameter hasil estimasi metode MLE dan Bayes karena memiliki nilai AIC terkecil. Estimasi parameter pada pompa baku adalah sebagai berikut

   Pompa baku 1:

   $\beta_1 = 2{,}0779$

   $\theta_1 = 72{,}4002$

   Pompa baku 2:

   $\beta_2 = 2{,}3812$

   $\theta_2 = 70{,}1392$

   Pompa baku 3:

   $\beta_3 = 2{,}5664$

   $\theta_3 = 69{,}4802$

   Sedangkan pada sistem pompa baku estimasi parameter β adalah 2,3418 dan estimasi parameter θ adalah 70,6732.

   Estimasi parameter λ pompa distribusi adalah sebagai berikut:

   Pompa distribusi 1:

   $\lambda_1 = 0{,}015$

   Pompa distribusi 2:

   $\lambda_2 = 0{,}01438$

   Estimasi parameter λ pada sistem pompa distribusi adalah 0,01469.

5.2 Saran

Berdasarkan hasil pembahasan dan juga kesimpulan yang telah dilakukan, saran untuk penelitian selanjutnya adalah penerapan pada sistem dengan distribusi kerusakan yang tidak sejenis. Selain itu, bisa menerapkan pada jenis model jaringan lain seperti redundansi *warm*, maupun sistem *k* out of *n*.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Ebeling, Charles E. 1997. *An Introduction to Reliability and Maintainability Engineering*. The McGraw-Hill Companies, Singapore.

[2] Shen, Y. 2009. "Reliability Modeling and Analysis with Mean Residual Life". Department of Industrial and Systems Engineering, National University of Singapore, Singapore.

[3] M. Asadi, I.Bayramoglu. 2003. "A Note on the Mean Residual Life Function of a Parallel System", *Communications in Statistics: Theory and Methods*, Vol 34, hal 475-484.

[4] Taufan, Mochmmad. 2010. Prediksi Sisa Umur pada Rotating Machinery dengan Metode ANFIS (Adaptive Neuro-Fuzzy Inference Systems. Tugas Akhir Jurusan Teknik Mesin, FTI, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.

[5] Famela, B.D. 2017. Analisa Penentuan Sisa Umur Bearing Menggunakan Fungsi Mean Residual Life (Studi Kasus Pada Mesin Sakurai Oliver-66 CV. Bintang Cakra). Jurnal Limits, Vol 14, No 2, 127-143.

[6] Septiana, W. A. 2017. Penerapan Metode Bayes dalam Menentukan Model Estimasi Reliabilitas Pompa Submersible pada Rumah Pompa Wendit I PDAM Kota Malang. Jurnal Sains dan Seni Pomits, Vol. 6, No. 2, 2337-3520.

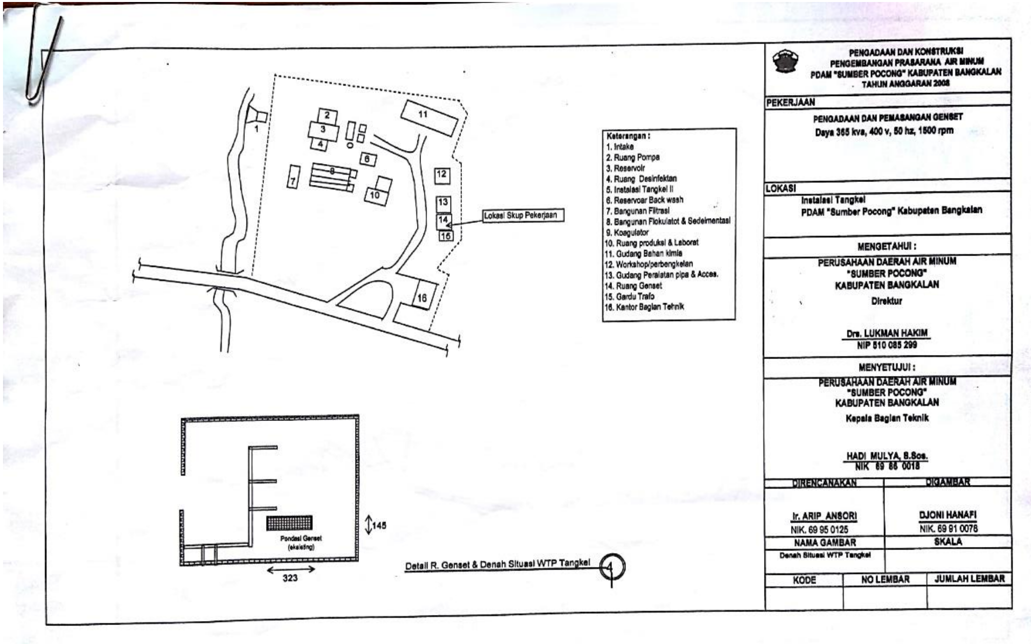
[7] Hamid. 2017. Berbenah, PDAM "Sumber Pocong" Tingkatkan Kualitas Layanan dan Penuhi Kewajiban PAD Bangkalan. *http://portalmadura.com/berbenah-pdam-sumber-pocong-tingkatkan-kualitas-layanan-dan-penuhi-kewajiban-pad-bangkalan-72891*. Diakses pada tanggal 31 Maret 2018.

[8] Dhillon, B.S. 2006. *Maintainability, Maintenance, and Reliability for Engineers*. New York and London: Taylor and Francis Group.

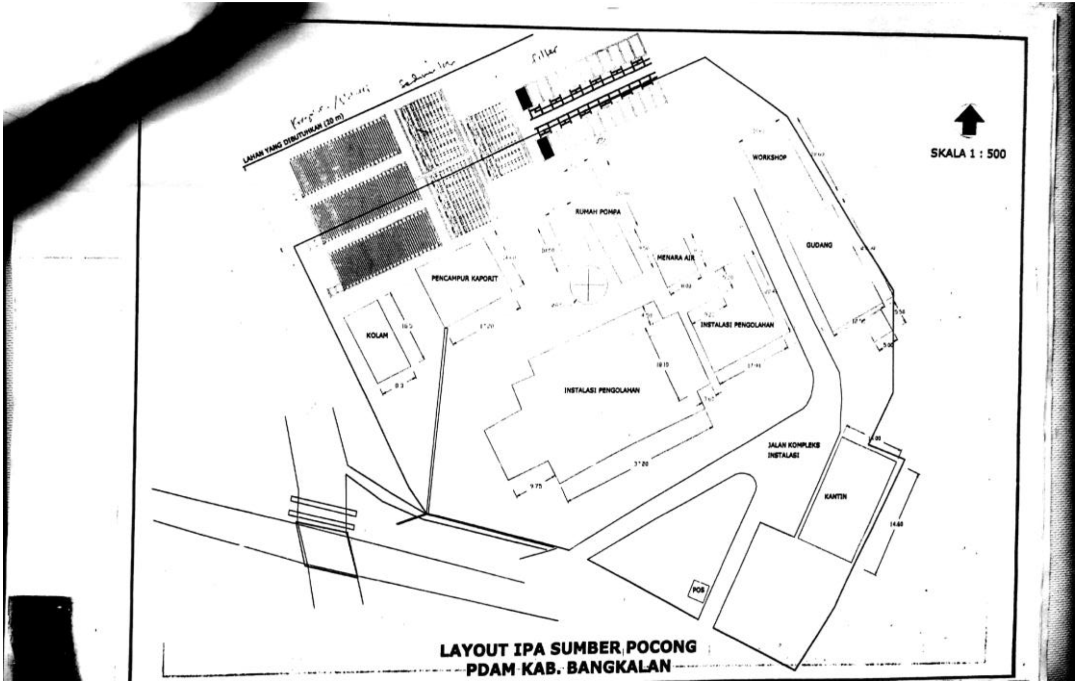
[9] Billinton, R., dan Allan, R.N. 2006. *Reliability Evolution of Engineering Systems*, Edisi Kedua. New York and London:Olenum Press.
[10] Pham, H. 2003. *Handbook of Reliability Engineering*. Verlag London Limited: Springer.
[11] Birolini, A. 2013. *Reliability Engineering*. Seventh Edition. New York Dordrecht London: Springer Heidelberg.
[12] Sahoo, P. 2008. *Probability and Mathematical Statistics*. Department of Mathematics University of Louisville, KY 40292 USA.
[13] Robert, C.P. 1994. *The Bayes Choice*. Springer-Verlag New York, Inc. New York.
[14] Hogg, R.V dan Craig, A.T. 2005. *Introduction of Mathematical Statistics*, Edisi ke-6. New Jersey: Pearson Prentice Hall.
[15] Akaike, H. 1974. "A New Look at the Statistical Model Identification", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol AC-19, No. 6.
[16] Walpole, R.E. 1993. Pengantar Statistik, Edisi ke-3. Gramedia Pustaka Utama, Jakarta.

LAMPIRAN A

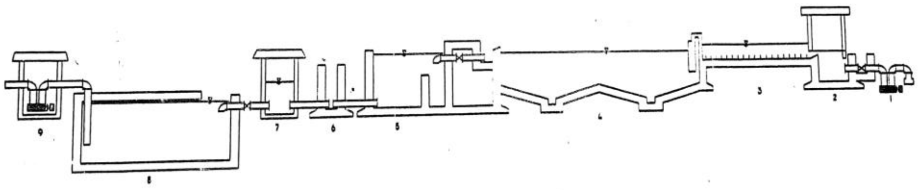
Alur pada Sistem Instalasi Pengolahan Air PDAM Kabupaten Bangkalan



LAMPIRAN A : *Lanjutan*



LAMPIRAN A : *Lanjutan*



KETERANGAN

1. INTAKE
2. BAK PENGADUK CEPAT
3. BAK PENGADUK LAMBAT
4. BAK PENGENDAP / SEDIMENTASI
5. BAK PENYARINGAN PASIR CEPAT / FILTRASI
6. BAK THOMSON
7. PEMBUBUHAN CHLORINASI
8. RESERVOIR
9. POMPA DISTRIBUSI

LAMPIRAN B

Data Waktu antar Kerusakan Pompa Air IPAM Tangkel
PDAM Bangkalan

Tabel B1. Data Waktu antar Kerusakan Pompa Baku 1

No	Tanggal Kerusakan	Tanggal Selesai	Durasi Kerusakan	TBF (hari)
1	11/01/2008	13/01/2008	2	-
2	25/04/2008	28/04/2008	3	103
3	08/08/2008	09/08/2008	1	102
4	09/09/2008	16/09/2008	7	31
5	22/02/2009	24/02/2009	2	159
6	11/04/2009	14/04/2009	3	46
7	06/05/2009	11/05/2009	5	22
8	18/07/2009	22/07/2009	4	68
9	22/10/2009	26/10/2009	4	92
10	30/12/2009	31/12/2009	1	65
11	27/01/2010	29/01/2010	2	27
12	31/03/2010	10/04/2010	10	61
13	05/06/2010	07/06/2010	2	56
14	25/09/2010	28/09/2010	3	110
15	30/11/2010	02/12/2010	2	63
16	04/02/2011	05/02/2011	1	64
17	27/04/2011	01/05/2011	4	81
18	30/05/2011	02/06/2011	3	29
19	30/06/2011	02/07/2011	2	28
20	26/08/2011	29/08/2011	3	55
21	10/09/2011	15/09/2011	5	12
22	02/12/2011	03/12/2011	1	78
23	31/01/2012	31/01/2012	0	59
24	28/04/2012	09/05/2012	11	88
25	06/07/2012	09/07/2012	3	58
26	02/11/2012	07/11/2012	5	116
27	01/12/2012	03/12/2012	2	24
28	20/02/2013	21/02/2013	1	79
29	06/04/2013	08/04/2013	2	44

LAMPIRAN B : *Lanjutan*

No	Tanggal Kerusakan	Tanggal Selesai	Durasi Kerusakan	TBF (hari)
30	02/05/2013	05/05/2013	3	24
31	09/07/2013	13/07/2013	4	65
32	26/10/2013	27/10/2013	1	105
33	27/1/2014	28/01/2014	1	92
34	15/04/2014	19/04/2014	4	77
35	15/8/2014	21/08/2014	6	118
36	20/12/2014	24/12/2014	4	121
37	03/01/2015	04/01/2015	1	10
38	11/04/2015	12/04/2015	1	97
39	25/05/2015	26/05/2015	1	43
40	30/08/2015	03/09/2015	4	96
41	03/10/2015	06/10/2015	3	30
42	12/11/2015	13/11/2015	1	37
43	19/02/2016	21/02/2016	2	98
44	14/04/2016	17/04/2016	3	53
45	01/06/2016	02/06/2016	1	45
46	05/08/2016	08/08/2016	3	64
47	03/09/2016	04/09/2016	1	26
48	10/12/2016	12/12/2016	2	97
49	07/01/2017	10/01/2017	3	26
50	06/02/2017	07/02/2017	1	27
51	04/04/2017	07/04/2017	3	56
52	01/07/2017	05/07/2017	4	85
53	04/08/2017	06/08/2017	2	30
54	08/10/2017	09/10/2017	1	63
55	30/11/2017	03/12/2017	3	52

LAMPIRAN B : *Lanjutan*

Tabel B2. Data Waktu antar Kerusakan Pompa Baku 2

No	Tanggal Kerusakan	Tanggal Selesai	Durasi Kerusakan	TBF (hari)
1	03/01/2008	05/01/2008	2	-
2	06/04/2008	09/04/2008	3	92
3	17/07/2008	18/07/2008	1	99
4	17/09/2008	19/0/2008	2	61
5	04/12/2008	09/12/2008	5	76
6	16/02/2009	17/02/2009	1	69
7	03/05/2009	06/05/2009	3	75
8	28/06/2009	03/07/2009	5	53
9	02/09/2009	05/09/2009	3	61
10	10/10/2009	15/10/2009	5	35
11	02/12/2009	04/12/2009	2	48
12	15/01/2010	16/01/2010	1	42
13	03/03/2010	06/03/2010	3	46
14	03/07/2010	07/07/2010	4	119
15	07/09/2010	10/09/2010	3	62
16	14/11/2010	16/11/2010	2	65
17	16/01/2011	19/01/2011	3	61
18	12/03/2011	16/03/2011	4	52
19	05/04/2011	09/04/2011	4	20
20	04/07/2011	05/07/2011	1	86
21	03/09/2011	05/09/2011	2	60
22	14/11/2011	18/11/2011	4	70
23	20/12/2011	21/12/2011	1	32
24	17/05/2012	20/05/2012	3	148
25	14/07/2012	15/07/2012	1	55
26	28/09/2012	30/09/2012	2	75
27	12/11/2012	13/11/2012	1	43
28	03/12/2012	05/12/2012	2	20
29	09/01/2013	12/01/2013	3	35
30	12/02/2013	16/02/2013	4	31
31	27/05/2013	29/05/2013	2	100
32	25/08/2013	27/08/2013	2	88

LAMPIRAN B : *Lanjutan*

No	**Tanggal Kerusakan**	**Tanggal Selesai**	**Durasi Kerusakan**	**TBF (hari)**
33	14/12/2013	15/12/2013	1	109
34	31/12/2013	02/01/2014	2	16
35	05/03/2014	12/03/2014	7	62
36	23/06/2014	25/06/2014	2	103
37	18/09/2014	21/09/2014	3	85
38	21/11/2014	22/11/2014	1	61
39	13/12/2014	15/12/2014	2	21
40	27/01/2015	28/01/2015	1	43
41	15/04/2015	18/04/2015	3	77
42	06/07/2015	10/07/2015	4	79
43	31/08/2015	02/09/2015	2	52
44	07/12/2015	08/12/2015	1	96
45	08/01/2016	11/01/2016	3	31
46	28/04/2016	29/04/2016	1	108
47	15/07/2016	17/07/2016	2	77
48	01/08/2016	02/08/2016	1	15
49	23/10/2016	26/10/2016	3	82
50	14/12/2016	21/12/2016	7	49
51	12/02/2017	15/02/2017	3	53
52	05/04/2017	06/04/2017	1	49
53	07/05/2017	09/05/2017	2	31
54	25/06/2017	26/06/2017	1	47
55	18/08/2017	23/08/2017	5	53
56	27/10/2017	30/10/2017	3	65
57	03/12/2017	05/12/2017	2	34

LAMPIRAN B : *Lanjutan*

Tabel B3. Data Waktu antar Kerusakan Pompa Baku 3

No	Tanggal Kerusakan	Tanggal Selesai	Durasi Kerusakan	TBF (hari)
1	06/01/2008	08/01/2008	2	-
2	04/03/2008	12/03/2008	8	56
3	17/05/2008	19/05/2008	2	66
4	19/08/2008	23/08/2008	4	92
5	01/12/2008	03/12/2008	2	100
6	03/02/2009	06/02/2009	3	62
7	18/04/2009	22/04/2009	4	71
8	09/06/2009	15/06/2009	6	48
9	18/07/2009	20/07/2009	2	33
10	17/08/2009	20/08/2009	3	28
11	30/11/2009	04/12/2009	4	102
12	04/01/2010	08/01/2010	4	31
13	21/02/2010	24/02/2010	3	44
14	22/06/2010	24/06/2010	2	118
15	04/09/2010	09/09/2010	5	72
16	11/11/2010	14/11/2010	3	63
17	21/12/2010	23/12/2010	2	37
18	07/02/2011	08/02/2011	1	46
19	19/03/2011	23/03/2011	4	39
20	29/05/2011	30/05/2011	1	67
21	03/08/2011	07/08/2011	4	65
22	10/10/2011	13/10/2011	3	64
23	05/01/2012	07/01/2012	2	84
24	08/02/2012	13/02/2012	5	32
25	11/04/2012	13/04/2012	2	58
26	12/05/2012	16/05/2012	4	29
27	23/07/2012	26/07/2012	3	68
28	04/09/2012	06/09/2012	2	40
29	30/11/2012	01/12/2012	1	85
30	02/01/2013	05/01/2013	3	32
31	04/04/2013	07/04/2013	3	89
32	29/05/2013	31/05/2013	2	52

LAMPIRAN B : *Lanjutan*

No	Tanggal Kerusakan	Tanggal Selesai	Durasi Kerusakan	TBF (hari)
33	01/08/2013	04/08/2013	3	62
34	06/10/2013	10/10/2013	4	63
35	18/12/2013	20/12/2013	2	69
36	26/02/2014	28/02/2014	2	68
37	24/04/2014	28/04/2014	4	55
38	12/06/2014	14/06/2014	2	45
39	24/09/2014	30/09/2014	6	102
40	01/12/2014	03/12/2014	2	62
41	20/03/2015	26/03/2015	6	107
42	01/07/2015	02/07/2015	1	97
43	28/08/2015	01/09/2015	4	57
44	30/11/2015	06/12/2015	6	90
45	03/01/2016	04/01/2016	1	28
46	19/04/2016	23/04/2016	4	106
47	28/06/2016	30/06/2016	2	66
48	29/07/2016	01/08/2016	3	29
49	15/09/2016	17/09/2016	2	45
50	01/10/2016	03/10/2016	2	14
51	12/12/2016	17/12/2016	5	70
52	05/04/2017	08/04/2017	3	109
53	12/06/2017	16/06/2017	4	65
54	03/07/2017	05/07/2017	2	17
55	06/10/2017	09/10/2017	3	93
56	04/11/2017	06/11/2017	2	26
57	05/12/2017	15/12/2017	10	29

LAMPIRAN B : *Lanjutan*

Tabel B4. Data Waktu antar Kerusakan Pompa Distribusi 1

No	Tanggal Kerusakan	Tanggal Selesai	Durasi Kerusakan	TBF (hari)
1	13/02/2008	14/02/2008	1	-
2	26/02/2008	29/02/2008	3	12
3	01/03/2008	04/03/2008	3	1
4	07/05/2008	11/05/2008	4	64
5	14/06/2008	16/06/2008	2	34
6	01/07/2008	07/07/2008	6	15
7	26/12/2008	30/12/2008	4	172
8	09/04/2009	13/04/2009	4	100
9	10/07/2009	12/07/2009	2	88
10	05/10/2009	06/10/2009	1	85
11	28/01/2010	30/01/2010	2	114
12	03/03/2010	06/03/2010	3	32
13	18/05/2010	27/05/2010	9	73
14	17/10/2010	22/10/2010	5	143
15	23/11/2010	30/11/2010	7	32
16	13/12/2010	15/12/2010	2	13
17	15/07/2011	17/07/2011	2	212
18	31/07/2011	04/08/2011	4	14
19	10/11/2011	13/11/2011	3	98
20	28/12/2011	30/12/2011	2	45
21	04/01/2012	05/01/2012	1	5
22	07/03/2012	08/03/2012	1	62
23	12/04/2012	14/04/2012	2	35
25	03/09/2012	07/09/2012	4	142
26	23/11/2012	03/12/2012	10	77
27	10/02/2013	12/02/2013	2	69
28	27/04/2013	28/04/2013	1	74
29	04/07/2013	08/07/2013	4	67
30	08/11/2013	11/11/2013	3	123
31	12/12/2013	14/12/2013	2	31
32	10/02/2014	13/02/2014	3	58
33	17/03/2014	18/03/2014	1	32

LAMPIRAN B : *Lanjutan*

No	Tanggal Kerusakan	Tanggal Selesai	Durasi Kerusakan	TBF (hari)
34	21/03/2014	25/03/2014	4	3
35	05/06/2014	06/06/2014	1	72
36	12/07/2014	16/07/2014	4	36
37	01/09/2014	03/09/2014	2	47
38	10/10/2014	12/10/2014	2	37
39	16/12/2014	19/12/2014	3	65
40	19/02/2015	23/02/2015	4	62
41	23/03/2015	25/03/2015	2	28
42	08/05/2015	09/05/2015	1	44
43	05/09/2015	08/09/2015	3	119
44	04/01/2016	06/01/2016	2	118
45	25/03/2016	27/03/2016	2	79
46	23/04/2016	27/04/2016	4	27
47	24/08/2016	27/08/2016	3	119
48	25/10/2016	27/10/2016	2	59
49	30/10/2016	01/11/2016	2	3
50	01/02/2017	02/02/2017	1	92
51	05/07/2017	10/07/2017	5	153
52	25/08/2017	31/08/2017	6	46

LAMPIRAN : *Lanjutan*

Tabel B5. Data Waktu antar Kerusakan Pompa Distribusi 2

No	Tanggal Kerusakan	Tanggal Selesai	Durasi Kerusakan	TBF (hari)
1	03/01/2008	04/01/2008	1	-
2	07/02/2008	10/02/2008	3	34
3	25/02/2008	28/02/2008	3	15
4	29/02/2008	04/03/2008	4	1
5	16/05/2008	18/05/2008	2	73
6	31/07/2008	06/08/2008	6	74
7	26/11/2008	30/11/2008	4	112
8	08/03/2009	12/03/2009	4	98
9	12/04/2009	14/04/2009	2	31
10	15/06/2009	16/06/2009	1	62
11	08/12/2009	10/12/2009	2	175
12	13/02/2010	16/02/2010	3	65
13	22/04/2010	01/05/2010	9	65
14	02/08/2010	07/08/2010	5	93
15	03/11/2010	10/11/2010	7	88
16	15/01/2011	17/01/2011	2	66
17	01/07/2011	03/07/2011	2	165
18	04/07/2011	08/07/2011	4	1
19	23/09/2011	26/09/2011	3	77
20	15/12/2011	16/12/2011	1	80
21	07/02/2012	08/02/2012	1	53
22	23/02/2012	25/02/2012	2	15
23	20/04/2012	28/04/2012	8	55
24	04/08/2012	08/08/2012	4	98
25	08/09/2012	18/09/2012	10	31
26	20/10/2012	22/10/2012	2	32
27	31/01/2013	04/02/2013	4	101
28	03/09/2013	06/09/2013	3	211
29	15/10/2013	17/10/2013	2	39
30	23/11/2013	26/11/2013	3	37
31	30/11/2013	01/12/2013	1	4
32	03/04/2014	07/04/2014	4	123

LAMPIRAN B : *Lanjutan*

No	Tanggal Kerusakan	Tanggal Selesai	Durasi Kerusakan	TBF (hari)
33	10/05/2014	11/05/2014	1	33
34	23/05/2014	27/05/2014	4	12
35	04/08/2014	06/08/2014	2	69
36	14/09/2014	16/09/2014	2	39
37	20/10/2014	23/10/2014	3	34
38	23/12/2014	27/12/2014	4	61
39	13/02/2015	15/02/2015	2	48
40	24/04/2015	25/04/2015	1	68
41	01/06/2015	04/06/2015	3	37
42	30/08/2015	01/09/2015	2	87
43	01/01/2016	03/01/2016	2	122
44	19/03/2016	23/03/2016	4	76
45	20/08/2016	23/08/2016	3	150
46	21/10/2016	23/10/2016	2	59
47	25/10/2016	27/10/2016	2	2
48	27/01/2017	28/01/2017	1	92
49	02/05/2017	07/05/2017	5	94
50	23/08/2017	29/08/2017	6	108
51	18/12/2017	22/12/2017	4	111

LAMPIRAN C

Perhitungan *Index of Fit*

Tabel C1. Perhitungan *Index of Fit* Distribusi Weibull Pompa Baku 1

i	t_i	x_i	$f(t_i)$	y_i	$x_i y_i$	${x_i}^2$	${y_i}^2$
1	10	2,30259	0,01287	-4,34657	-10,00835	5,3019	18,89268
2	12	2,48491	0,03125	-3,4499	-8,57269	6,17476	11,90183
3	22	3,09104	0,04963	-2,97777	-9,2044	9,55454	8,8671
4	24	3,17805	0,06801	-2,65302	-8,43144	10,10003	7,03851
5	24	3,17805	0,0864	-2,40396	-7,63992	10,10003	5,77903
6	26	3,2581	0,10478	-2,20107	-7,17128	10,61519	4,84469
7	26	3,2581	0,12316	-2,02926	-6,61152	10,61519	4,1179
8	27	3,29584	0,14154	-1,8798	-6,19553	10,86254	3,53366
9	27	3,29584	0,15993	-1,74717	-5,7584	10,86254	3,05261
10	28	3,3322	0,17831	-1,62765	-5,42366	11,10359	2,64924
11	29	3,3673	0,19669	-1,51861	-5,11361	11,33868	2,30618
12	30	3,4012	0,21507	-1,41814	-4,82336	11,56814	2,01111
13	30	3,4012	0,23346	-1,32477	-4,50582	11,56814	1,75503
14	31	3,43399	0,25184	-1,23741	-4,24923	11,79227	1,53117
15	37	3,61092	0,27022	-1,15514	-4,17112	13,03873	1,33435
16	43	3,7612	0,2886	-1,07727	-4,05182	14,14663	1,16051
17	44	3,78419	0,30699	-1,0032	-3,7963	14,32009	1,00641
18	45	3,80666	0,32537	-0,93245	-3,54953	14,49068	0,86947
19	46	3,82864	0,34375	-0,86462	-3,3103	14,65849	0,74756
20	52	3,95124	0,36213	-0,79934	-3,1584	15,61233	0,63895
21	53	3,97029	0,38051	-0,73633	-2,92346	15,76322	0,54219
22	55	4,00733	0,3989	-0,67533	-2,70627	16,05872	0,45607
23	56	4,02535	0,41728	-0,6161	-2,48001	16,20346	0,37958
24	56	4,02535	0,43566	-0,55844	-2,24791	16,20346	0,31185
25	58	4,06044	0,45404	-0,50217	-2,03902	16,4872	0,25217
26	59	4,07754	0,47243	-0,44712	-1,82315	16,62631	0,19992
27	61	4,11087	0,49081	-0,39314	-1,61616	16,89928	0,15456
28	63	4,14313	0,50919	-0,3401	-1,40907	17,16557	0,11567
29	63	4,14313	0,52757	-0,28785	-1,19261	17,16557	0,08286
30	64	4,15888	0,54596	-0,23628	-0,98265	17,29631	0,05583

LAMPIRAN C : *Lanjutan*

i	t_i	x_i	$f(t_i)$	y_i	$x_i y_i$	x_i^2	y_i^2
31	64	4,15888	0,56434	-0,18526	-0,77047	17,29631	0,03432
32	65	4,17439	0,58272	-0,1347	-0,56219	17,42551	0,01814
33	65	4,17439	0,6011	-0,08441	-0,35237	17,42551	0,00713
34	68	4,21951	0,61949	-0,03435	-0,14495	17,80425	0,00118
35	77	4,34381	0,63787	0,01562	0,06786	18,86865	0,00024
36	78	4,35671	0,65625	0,06564	0,28597	18,98091	0,00431
37	79	4,36945	0,67463	0,11583	0,50609	19,09207	0,01342
38	81	4,39445	0,69301	0,16632	0,7309	19,31118	0,02766
39	85	4,44265	0,7114	0,21729	0,96534	19,73715	0,04721
40	88	4,47734	0,72978	0,26889	1,20393	20,04654	0,0723
41	92	4,52179	0,74816	0,32134	1,45301	20,44657	0,10326
42	92	4,52179	0,76654	0,37484	1,69496	20,44657	0,14051
43	96	4,56435	0,78493	0,42969	1,96124	20,83327	0,18463
44	97	4,57471	0,80331	0,4862	2,22421	20,92798	0,23639
45	97	4,57471	0,82169	0,54479	2,49224	20,92798	0,29679
46	98	4,58497	0,84007	0,60598	2,77838	21,02193	0,36721
47	102	4,62497	0,85846	0,67046	3,10088	21,39037	0,44952
48	103	4,63473	0,87684	0,7392	3,42599	21,48071	0,54641
49	105	4,65396	0,89522	0,81355	3,78622	21,65935	0,66186
50	110	4,70048	0,9136	0,8956	4,20974	22,09452	0,8021
51	116	4,75359	0,93199	0,98881	4,70039	22,59662	0,97774
52	118	4,77068	0,95037	1,09965	5,24608	22,75943	1,20923
53	121	4,79579	0,96875	1,24292	5,96081	22,99961	1,54486
54	159	5,0689	0,98713	1,47087	7,45572	25,69379	2,16347
$\sum$	**3457**	**216,20057**	**27**	**-30,3452**	**-82,74703**	**884,96036**	**96,49857**
r	**0,988095**						

LAMPIRAN C : *Lanjutan*

Tabel C2. Perhitungan *Index of Fit* Distribusi Eksponensial Pompa Baku 1

i	t_i	x_i	$f(t_i)$	y_i	$x_i y_i$	x_i^2	y_i^2
1	10	10	0,01287	0,01295	0,12951	100	0,00017
2	12	12	0,03125	0,03175	0,38098	144	0,00101
3	22	22	0,04963	0,05091	1,11994	484	0,00259
4	24	24	0,06801	0,07044	1,69052	576	0,00496
5	24	24	0,0864	0,09036	2,16862	576	0,00816
6	26	26	0,10478	0,11069	2,87781	676	0,01225
7	26	26	0,12316	0,13143	3,41725	676	0,01727
8	27	27	0,14154	0,15262	4,12074	729	0,02329
9	27	27	0,15993	0,17427	4,70518	729	0,03037
10	28	28	0,17831	0,19639	5,49894	784	0,03857
11	29	29	0,19669	0,21902	6,35147	841	0,04797
12	30	30	0,21507	0,24217	7,26496	900	0,05864
13	30	30	0,23346	0,26586	7,97589	900	0,07068
14	31	31	0,25184	0,29014	8,99422	961	0,08418
15	37	37	0,27022	0,31501	11,65548	1369	0,09923
16	43	43	0,2886	0,34052	14,64256	1849	0,11596
17	44	44	0,30699	0,3667	16,13498	1936	0,13447
18	45	45	0,32537	0,39359	17,71143	2025	0,15491
19	46	46	0,34375	0,42121	19,37582	2116	0,17742
20	52	52	0,36213	0,44962	23,38047	2704	0,20216
21	53	53	0,38051	0,47887	25,37991	2809	0,22931
22	55	55	0,3989	0,50899	27,9944	3025	0,25907
23	56	56	0,41728	0,54005	30,24266	3136	0,29165
24	56	56	0,43566	0,5721	32,03768	3136	0,3273
25	58	58	0,45404	0,60522	35,10259	3364	0,36629
26	59	59	0,47243	0,63947	37,72855	3481	0,40892
27	61	61	0,49081	0,67493	41,17084	3721	0,45553
28	63	63	0,50919	0,7117	44,83714	3969	0,50652
29	63	63	0,52757	0,74987	47,24201	3969	0,56231
30	64	64	0,54596	0,78956	50,5319	4096	0,62341
31	64	64	0,56434	0,83089	53,1769	4096	0,69038
32	65	65	0,58272	0,874	56,80995	4225	0,76387
33	65	65	0,6011	0,91905	59,73837	4225	0,84466

LAMPIRAN C : *Lanjutan*

i	t_i	x_i	$f(t_i)$	y_i	x_iy_i	${x_i}^2$	${y_i}^2$
34	68	68	0,61949	0,96623	65,70367	4624	0,9336
35	77	77	0,63787	1,01575	78,2124	5929	1,03174
36	78	78	0,65625	1,06784	83,29157	6084	1,14028
37	79	79	0,67463	1,1228	88,70116	6241	1,26068
38	81	81	0,69301	1,18096	95,65739	6561	1,39466
39	85	85	0,7114	1,2427	105,62979	7225	1,54431
40	88	88	0,72978	1,30852	115,14947	7744	1,71222
41	92	92	0,74816	1,37897	126,86509	8464	1,90155
42	92	92	0,76654	1,45476	133,83812	8464	2,11633
43	96	96	0,78493	1,53678	147,53043	9216	2,36168
44	97	97	0,80331	1,62612	157,73368	9409	2,64427
45	97	97	0,82169	1,72424	167,25111	9409	2,973
46	98	98	0,84007	1,83304	179,63803	9604	3,36004
47	102	102	0,85846	1,95514	199,42467	10404	3,82259
48	103	103	0,87684	2,09426	215,70843	10609	4,38591
49	105	105	0,89522	2,2559	236,86929	11025	5,08908
50	110	110	0,9136	2,4488	269,36818	12100	5,99663
51	116	116	0,93199	2,68803	311,81163	13456	7,22551
52	118	118	0,95037	3,00311	354,36726	13924	9,01868
53	121	121	0,96875	3,46574	419,35404	14641	12,01133
54	159	159	0,98713	4,35304	692,13322	25281	18,94895
$\sum$	**3457**	**3457**	**27**	**52,94306**	**4945,82832**	**278741**	**98,48653**
r	**0,951662**						

LAMPIRAN C : *Lanjutan*

Tabel C3. Perhitungan *Index of Fit* Distribusi Normal Pompa Baku 1

i	t_i	x_i	$f(t_i)$	y_i	$x_i y_i$	${x_i}^2$	${y_i}^2$
1	10	10	0,01287	-2,23018	-22,30183	100	4,97372
2	12	12	0,03125	-1,86273	-22,35278	144	3,46977
3	22	22	0,04963	-1,64843	-36,26543	484	2,71732
4	24	24	0,06801	-1,49074	-35,77779	576	2,22231
5	24	24	0,0864	-1,36328	-32,71873	576	1,85853
6	26	26	0,10478	-1,25478	-32,62427	676	1,57447
7	26	26	0,12316	-1,15933	-30,14246	676	1,34404
8	27	27	0,14154	-1,07341	-28,98201	729	1,1522
9	27	27	0,15993	-0,99476	-26,85852	729	0,98955
10	28	28	0,17831	-0,92183	-25,81122	784	0,84977
11	29	29	0,19669	-0,8535	-24,75149	841	0,72846
12	30	30	0,21507	-0,78894	-23,6682	900	0,62243
13	30	30	0,23346	-0,72751	-21,82539	900	0,52928
14	31	31	0,25184	-0,66872	-20,73021	961	0,44718
15	37	37	0,27022	-0,61215	-22,6494	1369	0,37472
16	43	43	0,2886	-0,55747	-23,97124	1849	0,31077
17	44	44	0,30699	-0,50441	-22,19421	1936	0,25443
18	45	45	0,32537	-0,45274	-20,37334	2025	0,20497
19	46	46	0,34375	-0,40225	-18,5035	2116	0,16181
20	52	52	0,36213	-0,35276	-18,34377	2704	0,12444
21	53	53	0,38051	-0,30413	-16,11885	2809	0,09249
22	55	55	0,3989	-0,2562	-14,09116	3025	0,06564
23	56	56	0,41728	-0,20886	-11,69607	3136	0,04362
24	56	56	0,43566	-0,16198	-9,07074	3136	0,02624
25	58	58	0,45404	-0,11545	-6,69612	3364	0,01333
26	59	59	0,47243	-0,06917	-4,08113	3481	0,00478
27	61	61	0,49081	-0,02304	-1,40549	3721	0,00053
28	63	63	0,50919	0,02304	1,45158	3969	0,00053
29	63	63	0,52757	0,06917	4,35782	3969	0,00478
30	64	64	0,54596	0,11545	7,38882	4096	0,01333
31	64	64	0,56434	0,16198	10,36656	4096	0,02624
32	65	65	0,58272	0,20886	13,57579	4225	0,04362
33	65	65	0,6011	0,2562	16,65319	4225	0,06564

LAMPIRAN C : *Lanjutan*

i	t_i	x_i	$f(t_i)$	y_i	$x_i y_i$	x_i^2	y_i^2
34	68	68	0,61949	0,30413	20,68079	4624	0,09249
35	77	77	0,63787	0,35276	27,1629	5929	0,12444
36	78	78	0,65625	0,40225	31,37551	6084	0,16181
37	79	79	0,67463	0,45274	35,76653	6241	0,20497
38	81	81	0,69301	0,50441	40,85752	6561	0,25443
39	85	85	0,7114	0,55747	47,38501	7225	0,31077
40	88	88	0,72978	0,61215	53,86885	7744	0,37472
41	92	92	0,74816	0,66872	61,5219	8464	0,44718
42	92	92	0,76654	0,72751	66,93119	8464	0,52928
43	96	96	0,78493	0,78894	75,73824	9216	0,62243
44	97	97	0,80331	0,8535	82,78945	9409	0,72846
45	97	97	0,82169	0,92183	89,41744	9409	0,84977
46	98	98	0,84007	0,99476	97,48649	9604	0,98955
47	102	102	0,85846	1,07341	109,48758	10404	1,1522
48	103	103	0,87684	1,15933	119,41053	10609	1,34404
49	105	105	0,89522	1,25478	131,75185	11025	1,57447
50	110	110	0,9136	1,36328	149,96086	12100	1,85853
51	116	116	0,93199	1,49074	172,926	13456	2,22231
52	118	118	0,95037	1,64843	194,5146	13924	2,71732
53	121	121	0,96875	1,86273	225,39056	14641	3,46977
54	159	159	0,98713	2,23018	354,5991	25281	4,97372
$\sum$	**3457**	**3457**	**27**	**0**	**1668,81129**	**278741**	**50,31362**
r	**0,981745**						

LAMPIRAN C: *Lanjutan*

Tabel C4. Perhitungan *Index of Fit* Distribusi Lognormal Pompa Baku 1

i	t_i	x_i	$f(t_i)$	y_i	$x_i y_i$	x_i^2	y_i^2
1	10	2,30259	0,01287	-2,23018	-5,13519	5,3019	4,97372
2	12	2,48491	0,03125	-1,86273	-4,62871	6,17476	3,46977
3	22	3,09104	0,04963	-1,64843	-5,09536	9,55454	2,71732
4	24	3,17805	0,06801	-1,49074	-4,73766	10,10003	2,22231
5	24	3,17805	0,0864	-1,36328	-4,33258	10,10003	1,85853
6	26	3,2581	0,10478	-1,25478	-4,08819	10,61519	1,57447
7	26	3,2581	0,12316	-1,15933	-3,77719	10,61519	1,34404
8	27	3,29584	0,14154	-1,07341	-3,53778	10,86254	1,1522
9	27	3,29584	0,15993	-0,99476	-3,27857	10,86254	0,98955
10	28	3,3322	0,17831	-0,92183	-3,07172	11,10359	0,84977
11	29	3,3673	0,19669	-0,8535	-2,87399	11,33868	0,72846
12	30	3,4012	0,21507	-0,78894	-2,68334	11,56814	0,62243
13	30	3,4012	0,23346	-0,72751	-2,47442	11,56814	0,52928
14	31	3,43399	0,25184	-0,66872	-2,29636	11,79227	0,44718
15	37	3,61092	0,27022	-0,61215	-2,21041	13,03873	0,37472
16	43	3,7612	0,2886	-0,55747	-2,09676	14,14663	0,31077
17	44	3,78419	0,30699	-0,50441	-1,9088	14,32009	0,25443
18	45	3,80666	0,32537	-0,45274	-1,72343	14,49068	0,20497
19	46	3,82864	0,34375	-0,40225	-1,54007	14,65849	0,16181
20	52	3,95124	0,36213	-0,35276	-1,39386	15,61233	0,12444
21	53	3,97029	0,38051	-0,30413	-1,20748	15,76322	0,09249
22	55	4,00733	0,3989	-0,2562	-1,02669	16,05872	0,06564
23	56	4,02535	0,41728	-0,20886	-0,84073	16,20346	0,04362
24	56	4,02535	0,43566	-0,16198	-0,65202	16,20346	0,02624
25	58	4,06044	0,45404	-0,11545	-0,46878	16,4872	0,01333
26	59	4,07754	0,47243	-0,06917	-0,28205	16,62631	0,00478
27	61	4,11087	0,49081	-0,02304	-0,09472	16,89928	0,00053
28	63	4,14313	0,50919	0,02304	0,09546	17,16557	0,00053
29	63	4,14313	0,52757	0,06917	0,28659	17,16557	0,00478
30	64	4,15888	0,54596	0,11545	0,48014	17,29631	0,01333
31	64	4,15888	0,56434	0,16198	0,67365	17,29631	0,02624
32	65	4,17439	0,58272	0,20886	0,87186	17,42551	0,04362
33	65	4,17439	0,6011	0,2562	1,06949	17,42551	0,06564

LAMPIRAN C : *Lanjutan*

i	t_i	x_i	$f(t_i)$	y_i	$x_i y_i$	x_i^2	y_i^2
34	68	4,21951	0,61949	0,30413	1,28328	17,80425	0,09249
35	77	4,34381	0,63787	0,35276	1,53234	18,86865	0,12444
36	78	4,35671	0,65625	0,40225	1,75249	18,98091	0,16181
37	79	4,36945	0,67463	0,45274	1,97823	19,09207	0,20497
38	81	4,39445	0,69301	0,50441	2,21662	19,31118	0,25443
39	85	4,44265	0,7114	0,55747	2,47665	19,73715	0,31077
40	88	4,47734	0,72978	0,61215	2,74078	20,04654	0,37472
41	92	4,52179	0,74816	0,66872	3,02379	20,44657	0,44718
42	92	4,52179	0,76654	0,72751	3,28966	20,44657	0,52928
43	96	4,56435	0,78493	0,78894	3,601	20,83327	0,62243
44	97	4,57471	0,80331	0,8535	3,90451	20,92798	0,72846
45	97	4,57471	0,82169	0,92183	4,2171	20,92798	0,84977
46	98	4,58497	0,84007	0,99476	4,56094	21,02193	0,98955
47	102	4,62497	0,85846	1,07341	4,96448	21,39037	1,1522
48	103	4,63473	0,87684	1,15933	5,37316	21,48071	1,34404
49	105	4,65396	0,89522	1,25478	5,83969	21,65935	1,57447
50	110	4,70048	0,9136	1,36328	6,40807	22,09452	1,85853
51	116	4,75359	0,93199	1,49074	7,08637	22,59662	2,22231
52	118	4,77068	0,95037	1,64843	7,86413	22,75943	2,71732
53	121	4,79579	0,96875	1,86273	8,93327	22,99961	3,46977
54	159	5,0689	0,98713	2,23018	11,30458	25,69379	4,97372
$\sum$	**3457**	**216,20057**	**27**	**0**	**30,3715**	**884,96036**	**50,31362**
r	**0,973255**						

LAMPIRAN C : *Lanjutan*

Tabel C5. Perhitungan *Index of Fit* Distribusi Weibull Pompa Baku 2

i	t_i	x_i	$f(t_i)$	y_i	$x_i y_i$	$x_i{}^2$	$y_i{}^2$
1	15	2,70805	0,01241	-4,38291	-11,86913	7,33354	19,20987
2	16	2,77259	0,03014	-3,48658	-9,66684	7,68725	12,15622
3		2,99573	0,04787	-3,01479	-9,0315	8,97441	9,08896
4	20	2,99573	0,0656	-2,6904	-8,05972	8,97441	7,23826
5	21	3,04452	0,08333	-2,44172	-7,43386	9,26912	5,96198
6	31	3,43399	0,10106	-2,2392	-7,6894	11,79227	5,01404
7	31	3,43399	0,11879	-2,0678	-7,10078	11,79227	4,27578
8	31	3,43399	0,13652	-1,91875	-6,58897	11,79227	3,68161
9	32	3,46574	0,15426	-1,78655	-6,1917	12,01133	3,19175
10	34	3,52636	0,17199	-1,66746	-5,88008	12,43522	2,78044
11	35	3,55535	0,18972	-1,55888	-5,54237	12,6405	2,43012
12	35	3,55535	0,20745	-1,45888	-5,18684	12,6405	2,12834
13	42	3,73767	0,22518	-1,36602	-5,10572	13,97017	1,866
14	43	3,7612	0,24291	-1,27916	-4,81119	14,14663	1,63626
15	43	3,7612	0,26064	-1,19743	-4,50379	14,14663	1,43385
16	46	3,82864	0,27837	-1,12012	-4,28853	14,65849	1,25467
17	47	3,85015	0,2961	-1,04663	-4,02969	14,82364	1,09544
18	48	3,8712	0,31383	-0,97649	-3,7802	14,9862	0,95354
19	49	3,89182	0,33156	-0,90929	-3,5388	15,14627	0,82681
20	49	3,89182	0,34929	-0,84469	-3,28736	15,14627	0,71349
21	52	3,95124	0,36702	-0,78238	-3,09136	15,61233	0,61211
22	52	3,95124	0,38475	-0,7221	-2,85321	15,61233	0,52143
23	53	3,97029	0,40248	-0,66364	-2,63486	15,76322	0,44042
24	53	3,97029	0,42021	-0,6068	-2,40916	15,76322	0,3682
25	53	3,97029	0,43794	-0,55138	-2,18915	15,76322	0,30402
26	55	4,00733	0,45567	-0,49724	-1,99261	16,05872	0,24725
27	60	4,09434	0,4734	-0,44422	-1,8188	16,76366	0,19733
28	61	4,11087	0,49113	-0,3922	-1,61227	16,89928	0,15382
29	61	4,11087	0,50887	-0,34103	-1,40194	16,89928	0,1163
30	61	4,11087	0,5266	-0,29061	-1,19467	16,89928	0,08446
31	61	4,11087	0,54433	-0,24083	-0,99001	16,89928	0,058
32	62	4,12713	0,56206	-0,19157	-0,79061	17,03324	0,0367
33	62	4,12713	0,57979	-0,14272	-0,58904	17,03324	0,02037

LAMPIRAN C : *Lanjutan*

i	t_i	x_i	$f(t_i)$	y_i	$x_i y_i$	x_i^2	y_i^2
34	65	4,17439	0,59752	-0,0942	-0,39321	17,42551	0,00887
35	65	4,17439	0,61525	-0,04588	-0,19152	17,42551	0,0021
36	69	4,23411	0,63298	0,00233	0,00988	17,92766	0,00001
37	70	4,2485	0,65071	0,05055	0,21477	18,04971	0,00256
38	75	4,31749	0,66844	0,09889	0,42696	18,6407	0,00978
39	75	4,31749	0,68617	0,14748	0,63672	18,6407	0,02175
40	76	4,33073	0,7039	0,19644	0,85072	18,75525	0,03859
41	77	4,34381	0,72163	0,24593	1,06827	18,86865	0,06048
42	77	4,34381	0,73936	0,29611	1,28626	18,86865	0,08768
43	79	4,36945	0,75709	0,34718	1,51699	19,09207	0,12053
44	82	4,40672	0,77482	0,39936	1,75986	19,41917	0,15949
45	85	4,44265	0,79255	0,45291	2,01211	19,73715	0,20513
46	86	4,45435	0,81028	0,50816	2,26351	19,84121	0,25822
47	88	4,47734	0,82801	0,56551	2,53197	20,04654	0,3198
48	92	4,52179	0,84574	0,62548	2,8283	20,44657	0,39123
49	96	4,56435	0,86348	0,68876	3,14375	20,83327	0,47439
50	99	4,59512	0,88121	0,75629	3,47525	21,11513	0,57198
51	100	4,60517	0,89894	0,82943	3,81965	21,20759	0,68795
52	103	4,63473	0,91667	0,91024	4,21869	21,48071	0,82853
53	108	4,68213	0,9344	1,00215	4,6922	21,92235	1,00431
54	109	4,69135	0,95213	1,1116	5,2149	22,00874	1,23565
55	119	4,77912	0,96986	1,25329	5,98962	22,84002	1,57073
56	148	4,99721	0,98759	1,47913	7,39155	24,97213	2,18784
$\sum$	**3477**	**224,83406**	**28**	**-31,49334**	**-92,38697**	**916,93267**	**100,34542**
r	**0,9925049**						

LAMPIRAN C : *Lanjutan*

Tabel C6. Perhitungan *Index of Fit* Distribusi Eksponensial Pompa Baku 2

i	t_i	x_i	$f(t_i)$	y_i	$x_i y_i$	x_i^2	y_i^2
1	15	15	0,01241	0,01249	0,18734	225	0,00016
2	16	16	0,03014	0,03061	0,48969	256	0,00094
3	20	20	0,04787	0,04906	0,98112	400	0,00241
4	20	20	0,0656	0,06785	1,35707	400	0,0046
5	21	21	0,08333	0,08701	1,82724	441	0,00757
6	31	31	0,10106	0,10654	3,30284	961	0,01135
7	31	31	0,11879	0,12646	3,92039	961	0,01599
8	31	31	0,13652	0,14679	4,55049	961	0,02155
9	32	32	0,15426	0,16754	5,36121	1024	0,02807
10	34	34	0,17199	0,18872	6,41665	1156	0,03562
11	35	35	0,18972	0,21037	7,36298	1225	0,04426
12	35	35	0,20745	0,2325	8,13735	1225	0,05405
13	42	42	0,22518	0,25512	10,71508	1764	0,06509
14	43	43	0,24291	0,27827	11,96562	1849	0,07743
15	43	43	0,26064	0,30197	12,98463	1849	0,09118
16	46	46	0,27837	0,32624	15,00709	2116	0,10643
17	47	47	0,2961	0,35112	16,50254	2209	0,12328
18	48	48	0,31383	0,37663	18,07822	2304	0,14185
19	49	49	0,33156	0,40281	19,73764	2401	0,16226
20	49	49	0,34929	0,42969	21,05493	2401	0,18464
21	52	52	0,36702	0,45732	23,78056	2704	0,20914
22	52	52	0,38475	0,48573	25,25793	2704	0,23593
23	53	53	0,40248	0,51497	27,29348	2809	0,2652
24	53	53	0,42021	0,54509	28,88999	2809	0,29713
25	53	53	0,43794	0,57615	30,53608	2809	0,33195
26	55	55	0,45567	0,60821	33,45136	3025	0,36992
27	60	60	0,4734	0,64132	38,47933	3600	0,41129
28	61	61	0,49113	0,67557	41,20989	3721	0,4564
29	61	61	0,50887	0,71104	43,37324	3721	0,50557
30	61	61	0,5266	0,74781	45,61614	3721	0,55921
31	61	61	0,54433	0,78598	47,94467	3721	0,61776
32	62	62	0,56206	0,82567	51,19129	3844	0,68172
33	62	62	0,57979	0,86699	53,75363	3844	0,75168

LAMPIRAN C : *Lanjutan*

i	t_i	x_i	$f(t_i)$	y_i	$x_i y_i$	${x_i}^2$	${y_i}^2$
34	65	65	0,59752	0,9101	59,15678	4225	0,82829
35	65	65	0,61525	0,95516	62,0852	4225	0,91232
36	69	69	0,63298	1,00234	69,16115	4761	1,00468
37	70	70	0,65071	1,05185	73,62954	4900	1,10639
38	75	75	0,66844	1,10395	82,79592	5625	1,2187
39	75	75	0,68617	1,1589	86,91784	5625	1,34306
40	76	76	0,7039	1,21706	92,49659	5776	1,48124
41	77	77	0,72163	1,27881	98,46825	5929	1,63535
42	77	77	0,73936	1,34462	103,53587	5929	1,80801
43	79	79	0,75709	1,41507	111,79079	6241	2,00243
44	82	82	0,77482	1,49087	122,25111	6724	2,22268
45	85	85	0,79255	1,57288	133,69483	7225	2,47395
46	86	86	0,81028	1,66223	142,95139	7396	2,76299
47	88	88	0,82801	1,76034	154,91021	7744	3,09881
48	92	92	0,84574	1,86915	171,96144	8464	3,49371
49	96	96	0,86348	1,99125	191,15989	9216	3,96507
50	99	99	0,88121	2,13036	210,9058	9801	4,53844
51	100	100	0,89894	2,292	229,2003	10000	5,25328
52	103	103	0,91667	2,48491	255,94538	10609	6,17476
53	108	108	0,9344	2,72414	294,20672	11664	7,42092
54	109	109	0,95213	3,03922	331,2747	11881	9,23684
55	119	119	0,96986	3,50184	416,71907	14161	12,26289
56	148	148	0,98759	4,38914	649,59333	21904	19,26459
$\sum$	**3477**	**3477**	**28**	**54,93582**	**4805,5298**	**259185**	**102,38103**
r	**0,9624580**						

LAMPIRAN C : *Lanjutan*

Tabel C7. Perhitungan *Index of Fit* Distribusi Normal Pompa Baku 2

i	t_i	x_i	$f(t_i)$	y_i	$x_i y_i$	x_i^2	y_i^2
1	15	15	0,01241	-2,24415	-33,66226	225	5,03621
2	16	16	0,03014	-1,87871	-30,05941	256	3,52956
3	20	20	0,04787	-1,66584	-33,31686	400	2,77503
4	20	20	0,0656	-1,50936	-30,18729	400	2,27818
5	21	21	0,08333	-1,38299	-29,04288	441	1,91267
6	31	31	0,10106	-1,27551	-39,54091	961	1,62693
7	31	31	0,11879	-1,18104	-36,6121	961	1,39484
8	31	31	0,13652	-1,09607	-33,97806	961	1,20136
9	32	32	0,15426	-1,01835	-32,58727	1024	1,03704
10	34	34	0,17199	-0,94635	-32,1758	1156	0,89557
11	35	35	0,18972	-0,87894	-30,76298	1225	0,77254
12	35	35	0,20745	-0,81531	-28,53593	1225	0,66473
13	42	42	0,22518	-0,75482	-31,70261	1764	0,56976
14	43	43	0,24291	-0,69698	-29,97012	1849	0,48578
15	43	43	0,26064	-0,64138	-27,57929	1849	0,41137
16	46	46	0,27837	-0,58769	-27,03393	2116	0,34538
17	47	47	0,2961	-0,53565	-25,17568	2209	0,28692
18	48	48	0,31383	-0,48502	-23,28113	2304	0,23525
19	49	49	0,33156	-0,43561	-21,34483	2401	0,18976
20	49	49	0,34929	-0,38724	-18,97456	2401	0,14995
21	52	52	0,36702	-0,33975	-17,66716	2704	0,11543
22	52	52	0,38475	-0,29302	-15,23727	2704	0,08586
23	53	53	0,40248	-0,24693	-13,08714	2809	0,06097
24	53	53	0,42021	-0,20135	-10,67151	2809	0,04054
25	53	53	0,43794	-0,15619	-8,27785	2809	0,02439
26	55	55	0,45567	-0,11134	-6,12365	3025	0,0124
27	60	60	0,4734	-0,06672	-4,00291	3600	0,00445
28	61	61	0,49113	-0,02222	-1,35565	3721	0,00049
29	61	61	0,50887	0,02222	1,35565	3721	0,00049
30	61	61	0,5266	0,06672	4,06962	3721	0,00445
31	61	61	0,54433	0,11134	6,79168	3721	0,0124
32	62	62	0,56206	0,15619	9,68352	3844	0,02439
33	62	62	0,57979	0,20135	12,48365	3844	0,04054

LAMPIRAN C : *Lanjutan*

i	t_i	x_i	$f(t_i)$	y_i	$x_i y_i$	x_i^2	y_i^2
34	65	65	0,59752	0,24693	16,05027	4225	0,06097
35	65	65	0,61525	0,29302	19,04658	4225	0,08586
36	69	69	0,63298	0,33975	23,44296	4761	0,11543
37	70	70	0,65071	0,38724	27,10651	4900	0,14995
38	75	75	0,66844	0,43561	32,67066	5625	0,18976
39	75	75	0,68617	0,48502	36,37677	5625	0,23525
40	76	76	0,7039	0,53565	40,70961	5776	0,28692
41	77	77	0,72163	0,58769	45,25245	5929	0,34538
42	77	77	0,73936	0,64138	49,38617	5929	0,41137
43	79	79	0,75709	0,69698	55,06138	6241	0,48578
44	82	82	0,77482	0,75482	61,89557	6724	0,56976
45	85	85	0,79255	0,81531	69,30154	7225	0,66473
46	86	86	0,81028	0,87894	75,58903	7396	0,77254
47	88	88	0,82801	0,94635	83,27854	7744	0,89557
48	92	92	0,84574	1,01835	93,6884	8464	1,03704
49	96	96	0,86348	1,09607	105,22239	9216	1,20136
50	99	99	0,88121	1,18104	116,92251	9801	1,39484
51	100	100	0,89894	1,27551	127,55132	10000	1,62693
52	103	103	0,91667	1,38299	142,4484	10609	1,91267
53	108	108	0,9344	1,50936	163,01136	11664	2,27818
54	109	109	0,95213	1,66584	181,57689	11881	2,77503
55	119	119	0,96986	1,87871	223,56685	14161	3,52956
56	148	148	0,98759	2,24415	332,13433	21904	5,03621
$\sum$	**3477**	**3477**	**28**	**0**	**1483,72758**	**259185**	**52,28681**
r	**0,9860782**						

LAMPIRAN C : *Lanjutan*

Tabel C8. Perhitungan *Index of Fit* Distribusi Lognormal Pompa Baku 2

i	t_i	x_i	$f(t_i)$	y_i	$x_i y_i$	${x_i}^2$	${y_i}^2$
1	15	2,70805	0,01241	-2,24415	-6,07727	7,33354	5,03621
2	16	2,77259	0,03014	-1,87871	-5,2089	7,68725	3,52956
3	20	2,99573	0,04787	-1,66584	-4,99042	8,97441	2,77503
4	20	2,99573	0,0656	-1,50936	-4,52165	8,97441	2,27818
5	21	3,04452	0,08333	-1,38299	-4,21056	9,26912	1,91267
6	31	3,43399	0,10106	-1,27551	-4,3801	11,79227	1,62693
7	31	3,43399	0,11879	-1,18104	-4,05566	11,79227	1,39484
8	31	3,43399	0,13652	-1,09607	-3,76388	11,79227	1,20136
9	32	3,46574	0,15426	-1,01835	-3,52934	12,01133	1,03704
10	34	3,52636	0,17199	-0,94635	-3,33716	12,43522	0,89557
11	35	3,55535	0,18972	-0,87894	-3,12495	12,6405	0,77254
12	35	3,55535	0,20745	-0,81531	-2,89872	12,6405	0,66473
13	42	3,73767	0,22518	-0,75482	-2,82128	13,97017	0,56976
14	43	3,7612	0,24291	-0,69698	-2,62148	14,14663	0,48578
15	43	3,7612	0,26064	-0,64138	-2,41235	14,14663	0,41137
16	46	3,82864	0,27837	-0,58769	-2,25007	14,65849	0,34538
17	47	3,85015	0,2961	-0,53565	-2,06234	14,82364	0,28692
18	48	3,8712	0,31383	-0,48502	-1,87762	14,9862	0,23525
19	49	3,89182	0,33156	-0,43561	-1,69531	15,14627	0,18976
20	49	3,89182	0,34929	-0,38724	-1,50705	15,14627	0,14995
21	52	3,95124	0,36702	-0,33975	-1,34245	15,61233	0,11543
22	52	3,95124	0,38475	-0,29302	-1,15781	15,61233	0,08586
23	53	3,97029	0,40248	-0,24693	-0,98037	15,76322	0,06097
24	53	3,97029	0,42021	-0,20135	-0,79942	15,76322	0,04054
25	53	3,97029	0,43794	-0,15619	-0,6201	15,76322	0,02439
26	55	4,00733	0,45567	-0,11134	-0,44617	16,05872	0,0124
27	60	4,09434	0,4734	-0,06672	-0,27315	16,76366	0,00445
28	61	4,11087	0,49113	-0,02222	-0,09136	16,89928	0,00049
29	61	4,11087	0,50887	0,02222	0,09136	16,89928	0,00049
30	61	4,11087	0,5266	0,06672	0,27426	16,89928	0,00445
31	61	4,11087	0,54433	0,11134	0,4577	16,89928	0,0124
32	62	4,12713	0,56206	0,15619	0,6446	17,03324	0,02439
33	62	4,12713	0,57979	0,20135	0,831	17,03324	0,04054

LAMPIRAN C : *Lanjutan*

i	t_i	x_i	$f(t_i)$	y_i	x_iy_i	${x_i}^2$	${y_i}^2$
34	65	4,17439	0,59752	0,24693	1,03077	17,42551	0,06097
35	65	4,17439	0,61525	0,29302	1,2232	17,42551	0,08586
36	69	4,23411	0,63298	0,33975	1,43855	17,92766	0,11543
37	70	4,2485	0,65071	0,38724	1,64517	18,04971	0,14995
38	75	4,31749	0,66844	0,43561	1,88074	18,6407	0,18976
39	75	4,31749	0,68617	0,48502	2,09408	18,6407	0,23525
40	76	4,33073	0,7039	0,53565	2,31977	18,75525	0,28692
41	77	4,34381	0,72163	0,58769	2,55283	18,86865	0,34538
42	77	4,34381	0,73936	0,64138	2,78602	18,86865	0,41137
43	79	4,36945	0,75709	0,69698	3,04542	19,09207	0,48578
44	82	4,40672	0,77482	0,75482	3,3263	19,41917	0,56976
45	85	4,44265	0,79255	0,81531	3,62215	19,73715	0,66473
46	86	4,45435	0,81028	0,87894	3,91511	19,84121	0,77254
47	88	4,47734	0,82801	0,94635	4,23711	20,04654	0,89557
48	92	4,52179	0,84574	1,01835	4,60477	20,44657	1,03704
49	96	4,56435	0,86348	1,09607	5,00283	20,83327	1,20136
50	99	4,59512	0,88121	1,18104	5,427	21,11513	1,39484
51	100	4,60517	0,89894	1,27551	5,87396	21,20759	1,62693
52	103	4,63473	0,91667	1,38299	6,4098	21,48071	1,91267
53	108	4,68213	0,9344	1,50936	7,06704	21,92235	2,27818
54	109	4,69135	0,95213	1,66584	7,81505	22,00874	2,77503
55	119	4,77912	0,96986	1,87871	8,9786	22,84002	3,52956
56	148	4,99721	0,98759	2,24415	11,2145	24,97213	5,03621
$\sum$	**3477**	**224,83406**	**28**	**0**	**26,75273**	**916,93267**	**52,28681**
r	**0,9801624**						

LAMPIRAN C : *Lanjutan*

Tabel C9. Perhitungan *Index of Fit* Distribusi Weibull Pompa Baku 3

i	t_i	x_i	$f(t_i)$	y_i	$x_i y_i$	x_i^2	y_i^2
1	14	2,63906	0,01241	-4,38291	-11,56674	6,96462	19,20987
2	17	2,83321	0,03014	-3,48658	-9,87822	8,0271	12,15622
3	26	3,2581	0,04787	-3,01479	-9,82248	10,61519	9,08896
4	28	3,3322	0,0656	-2,6904	-8,96497	11,10359	7,23826
5	28	3,3322	0,08333	-2,44172	-8,1363	11,10359	5,96198
6	29	3,3673	0,10106	-2,2392	-7,54006	11,33868	5,01404
7	29	3,3673	0,11879	-2,0678	-6,96288	11,33868	4,27578
8	29	3,3673	0,13652	-1,91875	-6,461	11,33868	3,68161
9	31	3,43399	0,15426	-1,78655	-6,13498	11,79227	3,19175
10	32	3,46574	0,17199	-1,66746	-5,77899	12,01133	2,78044
11	32	3,46574	0,18972	-1,55888	-5,40268	12,01133	2,43012
12	33	3,49651	0,20745	-1,45888	-5,101	12,22557	2,12834
13	37	3,61092	0,22518	-1,36602	-4,93258	13,03873	1,866
14	39	3,66356	0,24291	-1,27916	-4,68629	13,42168	1,63626
15	40	3,68888	0,26064	-1,19743	-4,41719	13,60783	1,43385
16	44	3,78419	0,27837	-1,12012	-4,23874	14,32009	1,25467
17	45	3,80666	0,2961	-1,04663	-3,98418	14,49068	1,09544
18	45	3,80666	0,31383	-0,97649	-3,71718	14,49068	0,95354
19	46	3,82864	0,33156	-0,90929	-3,48136	14,65849	0,82681
20	48	3,8712	0,34929	-0,84469	-3,26995	14,9862	0,71349
21	52	3,95124	0,36702	-0,78238	-3,09136	15,61233	0,61211
22	55	4,00733	0,38475	-0,7221	-2,89371	16,05872	0,52143
23	56	4,02535	0,40248	-0,66364	-2,6714	16,20346	0,44042
24	57	4,04305	0,42021	-0,6068	-2,45331	16,34626	0,3682
25	58	4,06044	0,43794	-0,55138	-2,23886	16,4872	0,30402
26	62	4,12713	0,45567	-0,49724	-2,05218	17,03324	0,24725
27	62	4,12713	0,4734	-0,44422	-1,83337	17,03324	0,19733
28	62	4,12713	0,49113	-0,3922	-1,61864	17,03324	0,15382
29	63	4,14313	0,50887	-0,34103	-1,41294	17,16557	0,1163
30	63	4,14313	0,5266	-0,29061	-1,20405	17,16557	0,08446
31	64	4,15888	0,54433	-0,24083	-1,00157	17,29631	0,058
32	65	4,17439	0,56206	-0,19157	-0,79967	17,42551	0,0367
33	65	4,17439	0,57979	-0,14272	-0,59578	17,42551	0,02037

LAMPIRAN C : *Lanjutan*

i	t_i	x_i	$f(t_i)$	y_i	$x_i y_i$	x_i^2	y_i^2
34	66	4,18965	0,59752	-0,0942	-0,39465	17,55321	0,00887
35	66	4,18965	0,61525	-0,04588	-0,19222	17,55321	0,0021
36	67	4,20469	0,63298	0,00233	0,00981	17,67944	0,00001
37	68	4,21951	0,65071	0,05055	0,2133	17,80425	0,00256
38	68	4,21951	0,66844	0,09889	0,41727	17,80425	0,00978
39	69	4,23411	0,68617	0,14748	0,62443	17,92766	0,02175
40	70	4,2485	0,7039	0,19644	0,83457	18,04971	0,03859
41	71	4,26268	0,72163	0,24593	1,04832	18,17044	0,06048
42	72	4,27667	0,73936	0,29611	1,26638	18,28987	0,08768
43	84	4,43082	0,75709	0,34718	1,5383	19,63214	0,12053
44	85	4,44265	0,77482	0,39936	1,77421	19,73715	0,15949
45	89	4,48864	0,79255	0,45291	2,03294	20,14786	0,20513
46	90	4,49981	0,81028	0,50816	2,28661	20,24829	0,25822
47	92	4,52179	0,82801	0,56551	2,55711	20,44657	0,3198
48	93	4,5326	0,84574	0,62548	2,83506	20,54446	0,39123
49	97	4,57471	0,86348	0,68876	3,15089	20,92798	0,47439
50	100	4,60517	0,88121	0,75629	3,48285	21,20759	0,57198
51	102	4,62497	0,89894	0,82943	3,83607	21,39037	0,68795
52	102	4,62497	0,91667	0,91024	4,20981	21,39037	0,82853
53	106	4,66344	0,9344	1,00215	4,67347	21,74766	1,00431
54	107	4,67283	0,95213	1,1116	5,19432	21,83533	1,23565
55	109	4,69135	0,96986	1,25329	5,87961	22,00874	1,57073
56	118	4,77068	0,98759	1,47913	7,05648	22,75943	2,18784
$\sum$	**3447**	**224,87149**	**28**	**-31,49334**	**-94,00965**	**916,02712**	**100,34542**
r	**0,9885998**						

LAMPIRAN C : *Lanjutan*

Tabel C10. Perhitungan *Index of Fit* Distribusi Eksponensial Pompa Baku 3

i	t_i	x_i	$f(t_i)$	y_i	x_iy_i	x_i^2	y_i^2
1	14	14	0,01241	0,01249	0,17485	196	0,00016
2	17	17	0,03014	0,03061	0,52029	289	0,00094
3	26	26	0,04787	0,04906	1,27546	676	0,00241
4	28	28	0,0656	0,06785	1,8999	784	0,0046
5	28	28	0,08333	0,08701	2,43632	784	0,00757
6	29	29	0,10106	0,10654	3,08975	841	0,01135
7	29	29	0,11879	0,12646	3,66746	841	0,01599
8	29	29	0,13652	0,14679	4,25691	841	0,02155
9	31	31	0,15426	0,16754	5,19367	961	0,02807
10	32	32	0,17199	0,18872	6,0392	1024	0,03562
11	32	32	0,18972	0,21037	6,73187	1024	0,04426
12	33	33		0,2325	7,67236	1089	0,05405
13	37	37	0,22518	0,25512	9,43948	1369	0,06509
14	39	39	0,24291	0,27827	10,85254	1521	0,07743
15	40	40	0,26064	0,30197	12,07872	1600	0,09118
16	44	44	0,27837	0,32624	14,35461	1936	0,10643
17	45	45	0,2961	0,35112	15,80031	2025	0,12328
18	45	45	0,31383	0,37663	16,94833	2025	0,14185
19	46	46	0,33156	0,40281	18,52922	2116	0,16226
20	48	48	0,34929	0,42969	20,62524	2304	0,18464
21	52	52	0,36702	0,45732	23,78056	2704	0,20914
22	55	55	0,38475	0,48573	26,71512	3025	0,23593
23	56	56	0,40248	0,51497	28,83839	3136	0,2652
24	57	57	0,42021	0,54509	31,07036	3249	0,29713
25	58	58	0,43794	0,57615	33,41684	3364	0,33195
26	62	62	0,45567	0,60821	37,7088	3844	0,36992
27	62	62	0,4734	0,64132	39,76197	3844	0,41129
28	62	62	0,49113	0,67557	41,88547	3844	0,4564
29	63	63	0,50887	0,71104	44,79531	3969	0,50557
30	63	63	0,5266	0,74781	47,11175	3969	0,55921
31	64	64	0,54433	0,78598	50,3026	4096	0,61776
32	65	65	0,56206	0,82567	53,66828	4225	0,68172
33	65	65	0,57979	0,86699	56,35462	4225	0,75168

LAMPIRAN C : *Lanjutan*

i	t_i	x_i	$f(t_i)$	y_i	$x_i y_i$	${x_i}^2$	${y_i}^2$
34	66	66	0,59752	0,9101	60,06688	4356	0,82829
35	66	66	0,61525	0,95516	63,04036	4356	0,91232
36	67	67	0,63298	1,00234	67,15648	4489	1,00468
37	68	68	0,65071	1,05185	71,52584	4624	1,10639
38	68	68	0,66844	1,10395	75,0683	4624	1,2187
39	69	69	0,68617	1,1589	79,96441	4761	1,34306
40	70	70	0,7039	1,21706	85,19423	4900	1,48124
41	71	71	0,72163	1,27881	90,7954	5041	1,63535
42	72	72	0,73936	1,34462	96,81276	5184	1,80801
43	84	84	0,75709	1,41507	118,86616	7056	2,00243
44	85	85	0,77482	1,49087	126,72371	7225	2,22268
45	89	89	0,79255	1,57288	139,98635	7921	2,47395
46	90	90	0,81028	1,66223	149,60029	8100	2,76299
47	92	92	0,82801	1,76034	161,95158	8464	3,09881
48	93	93	0,84574	1,86915	173,83059	8649	3,49371
49	97	97	0,86348	1,99125	193,15114	9409	3,96507
50	100	100	0,88121	2,13036	213,03616	10000	4,53844
51	102	102	0,89894	2,292	233,7843	10404	5,25328
52	102	102	0,91667	2,48491	253,46048	10404	6,17476
53	106	106	0,9344	2,72414	288,75845	11236	7,42092
54	107	107	0,95213	3,03922	325,19626	11449	9,23684
55	109	109	0,96986	3,50184	381,70066	11881	12,26289
56	118	118	0,98759	4,38914	517,919	13924	19,26459
$\sum$	**3447**	**3447**	**28**	**54,93582**	**4644,58636**	**250197**	**102,38103**
r	**0,9302411**						

LAMPIRAN C : *Lanjutan*

Tabel C11. Perhitungan *Index of Fit* Distribusi Normal Pompa Baku 3

i	t_i	x_i	$f(t_i)$	y_i	$x_i y_i$	x_i^2	y_i^2
1	45	45	0,01241	-2,24415	-31,41811	196	5,03621
2	17	17	0,03014	-1,87871	-31,93812	289	3,52956
3	26	26	0,04787	-1,66584	-43,31192	676	2,77503
4	28	28	0,0656	-1,50936	-42,2622	784	2,27818
5	29	29	0,08333	-1,38299	-38,72384	784	1,91267
6	31	31	0,10106	-1,27551	-36,98988	841	1,62693
7	32	32	0,11879	-1,18104	-34,25003	841	1,39484
8	32	32	0,13652	-1,09607	-31,78593	841	1,20136
9	33	33	0,15426	-1,01835	-31,56892	961	1,03704
10	70	70	0,17199	-0,94635	-30,2831	1024	0,89557
11	37	37	0,18972	-0,87894	-28,12615	1024	0,77254
12	39	39	0,20745	-0,81531	-26,9053	1089	0,66473
13	40	40	0,22518	-0,75482	-27,92849	1369	0,56976
14	29	29	0,24291	-0,69698	-27,1822	1521	0,48578
15	45	45	0,26064	-0,64138	-25,65515	1600	0,41137
16	46	46	0,27837	-0,58769	-25,85854	1936	0,34538
17	48	48	0,2961	-0,53565	-24,10437	2025	0,28692
18	14	14	0,31383	-0,48502	-21,82606	2025	0,23525
19	52	52	0,33156	-0,43561	-20,03801	2116	0,18976
20	55	55	0,34929	-0,38724	-18,58732	2304	0,14995
21	56	56	0,36702	-0,33975	-17,66716	2704	0,11543
22	57	57	0,38475	-0,29302	-16,11634	3025	0,08586
23	58	58	0,40248	-0,24693	-13,82793	3136	0,06097
24	28	28	0,42021	-0,20135	-11,4769	3249	0,04054
25	29	29	0,43794	-0,15619	-9,05878	3364	0,02439
26	62	62	0,45567	-0,11134	-6,90302	3844	0,0124
27	62	62	0,4734	-0,06672	-4,13634	3844	0,00445
28	62	62	0,49113	-0,02222	-1,37787	3844	0,00049
29	63	63	0,50887	0,02222	1,40009	3969	0,00049
30	63	63	0,5266	0,06672	4,20305	3969	0,00445
31	64	64	0,54433	0,11134	7,1257	4096	0,0124
32	65	65	0,56206	0,15619	10,15208	4225	0,02439
33	65	65	0,57979	0,20135	13,0877	4225	0,04054

LAMPIRAN C : *Lanjutan*

i	t_i	x_i	$f(t_i)$	y_i	$x_i y_i$	${x_i}^2$	${y_i}^2$
34	66	66	0,59752	0,24693	16,2972	4356	0,06097
35	66	66	0,61525	0,29302	19,33961	4356	0,08586
36	67	67	0,63298	0,33975	22,76345	4489	0,11543
37	68	68	0,65071	0,38724	26,33204	4624	0,14995
38	68	68	0,66844	0,43561	29,6214	4624	0,18976
39	69	69	0,68617	0,48502	33,46663	4761	0,23525
40	71	71	0,7039	0,53565	37,49569	4900	0,28692
41	102	102	0,72163	0,58769	41,72629	5041	0,34538
42	44	44	0,73936	0,64138	46,17927	5184	0,41137
43	72	72	0,75709	0,69698	58,54628	7056	0,48578
44	84	84	0,77482	0,75482	64,16004	7225	0,56976
45	85	85	0,79255	0,81531	72,56279	7921	0,66473
46	89	89	0,81028	0,87894	79,1048	8100	0,77254
47	118	118	0,82801	0,94635	87,06392	8464	0,89557
48	90	90	0,84574	1,01835	94,70675	8649	1,03704
49	92	92	0,86348	1,09607	106,31846	9409	1,20136
50	93	93	0,88121	1,18104	118,10354	10000	1,39484
51	97	97	0,89894	1,27551	130,10235	10404	1,62693
52	100	100	0,91667	1,38299	141,0654	10404	1,91267
53	102	102	0,9344	1,50936	159,99263	11236	2,27818
54	106	106	0,95213	1,66584	178,24521	11449	2,77503
55	107	107	0,96986	1,87871	204,77972	11881	3,52956
56	109	109	0,98759	2,24415	264,8098	13924	5,03621
$\sum$	**3447**	**3447**	**28**	**0**	**1389,4439**	**250197**	**52,28681**
r	**0,9885998**						

LAMPIRAN C : *Lanjutan*

Tabel C12. Perhitungan *Index of Fit* Distribusi Lognormal Pompa Baku 3

i	t_i	x_i	$f(t_i)$	y_i	x_iy_i	x_i^2	y_i^2
1	14	2,63906	0,01241	-2,24415	-5,92244	6,96462	5,03621
2	17	2,83321	0,03014	-1,87871	-5,32279	8,0271	3,52956
3	26	3,2581	0,04787	-1,66584	-5,42748	10,61519	2,77503
4	28	3,3322	0,0656	-1,50936	-5,02951	11,10359	2,27818
5	28	3,3322	0,08333	-1,38299	-4,60842	11,10359	1,91267
6	29	3,3673	0,10106	-1,27551	-4,29503	11,33868	1,62693
7	29	3,3673	0,11879	-1,18104	-3,9769	11,33868	1,39484
8	29	3,3673	0,13652	-1,09607	-3,69078	11,33868	1,20136
9	31	3,43399	0,15426	-1,01835	-3,49701	11,79227	1,03704
10	32	3,46574	0,17199	-0,94635	-3,27979	12,01133	0,89557
11	32	3,46574	0,18972	-0,87894	-3,04618	12,01133	0,77254
12	33	3,49651	0,20745	-0,81531	-2,85075	12,22557	0,66473
13	37	3,61092	0,22518	-0,75482	-2,72561	13,03873	0,56976
14	39	3,66356	0,24291	-0,69698	-2,55343	13,42168	0,48578
15	40	3,68888	0,26064	-0,64138	-2,36597	13,60783	0,41137
16	44	3,78419	0,27837	-0,58769	-2,22395	14,32009	0,34538
17	45	3,80666	0,2961	-0,53565	-2,03905	14,49068	0,28692
18	45	3,80666	0,31383	-0,48502	-1,84632	14,49068	0,23525
19	46	3,82864	0,33156	-0,43561	-1,66779	14,65849	0,18976
20	48	3,8712	0,34929	-0,38724	-1,49907	14,9862	0,14995
21	52	3,95124	0,36702	-0,33975	-1,34245	15,61233	0,11543
22	55	4,00733	0,38475	-0,29302	-1,17425	16,05872	0,08586
23	56	4,02535	0,40248	-0,24693	-0,99397	16,20346	0,06097
24	57	4,04305	0,42021	-0,20135	-0,81407	16,34626	0,04054
25	58	4,06044	0,43794	-0,15619	-0,63418	16,4872	0,02439
26	62	4,12713	0,45567	-0,11134	-0,45951	17,03324	0,0124
27	62	4,12713	0,4734	-0,06672	-0,27534	17,03324	0,00445
28	62	4,12713	0,49113	-0,02222	-0,09172	17,03324	0,00049
29	63	4,14313	0,50887	0,02222	0,09208	17,16557	0,00049
30	63	4,14313	0,5266	0,06672	0,27641	17,16557	0,00445
31	64	4,15888	0,54433	0,11134	0,46305	17,29631	0,0124
32	65	4,17439	0,56206	0,15619	0,65198	17,42551	0,02439
33	65	4,17439	0,57979	0,20135	0,84051	17,42551	0,04054

LAMPIRAN C : *Lanjutan*

i	t_i	x_i	$f(t_i)$	y_i	x_iy_i	x_i^2	y_i^2
34	66	4,18965	0,59752	0,24693	1,03454	17,55321	0,06097
35	66	4,18965	0,61525	0,29302	1,22767	17,55321	0,08586
36	67	4,20469	0,63298	0,33975	1,42856	17,67944	0,11543
37	68	4,21951	0,65071	0,38724	1,63394	17,80425	0,14995
38	68	4,21951	0,66844	0,43561	1,83805	17,80425	0,18976
39	69	4,23411	0,68617	0,48502	2,05364	17,92766	0,23525
40	70	4,2485	0,7039	0,53565	2,27572	18,04971	0,28692
41	71	4,26268	0,72163	0,58769	2,50515	18,17044	0,34538
42	72	4,27667	0,73936	0,64138	2,74296	18,28987	0,41137
43	84	4,43082	0,75709	0,69698	3,08819	19,63214	0,48578
44	85	4,44265	0,77482	0,75482	3,35342	19,73715	0,56976
45	89	4,48864	0,79255	0,81531	3,65964	20,14786	0,66473
46	90	4,49981	0,81028	0,87894	3,95507	20,24829	0,77254
47	92	4,52179	0,82801	0,94635	4,27918	20,44657	0,89557
48	93	4,5326	0,84574	1,01835	4,61578	20,54446	1,03704
49	97	4,57471	0,86348	1,09607	5,01419	20,92798	1,20136
50	100	4,60517	0,88121	1,18104	5,43887	21,20759	1,39484
51	102	4,62497	0,89894	1,27551	5,89921	21,39037	1,62693
52	102	4,62497	0,91667	1,38299	6,39631	21,39037	1,91267
53	106	4,66344	0,9344	1,50936	7,03883	21,74766	2,27818
54	107	4,67283	0,95213	1,66584	7,7842	21,83533	2,77503
55	109	4,69135	0,96986	1,87871	8,8137	22,00874	3,52956
56	118	4,77068	0,98759	2,24415	10,70614	22,75943	5,03621
$\sum$	**3447**	**224,87149**	**28**	**0**	**25,45323**	**916,02712**	**52,28681**
r	**0,9747242**						

LAMPIRAN C : *Lanjutan*

Tabel C13. Perhitungan *Index of Fit* Distribusi Weibull Pompa Distribusi 1

i	t_i	x_i	$f(t_i)$	y_i	$x_i y_i$	x_i^2	y_i^2
1	1	0	0,01389	-4,26968	0	0	18,23018
2	3	1,09861	0,03373	-3,37226	-3,7048	1,20695	11,37211
3	3	1,09861	0,05357	-2,89934	-3,18525	1,20695	8,40615
4	5	1,60944	0,07341	-2,57378	-4,14233	2,59029	6,62433
5	12	2,48491	0,09325	-2,32388	-5,77463	6,17476	5,40043
6	13	2,56495	0,1131	-2,12012	-5,43799	6,57897	4,49489
7	14	2,63906	0,13294	-1,94741	-5,13933	6,96462	3,7924
8	15	2,70805	0,15278	-1,79702	-4,86642	7,33354	3,22928
9	27	3,29584	0,17262	-1,66342	-5,48236	10,86254	2,76696
10	28	3,3322	0,19246	-1,54289	-5,14121	11,10359	2,3805
11	31	3,43399	0,2123	-1,4328	-4,92021	11,79227	2,05291
12	32	3,46574	0,23214	-1,33123	-4,6137	12,01133	1,77218
13	32	3,46574	0,25198	-1,23673	-4,28619	12,01133	1,52951
14	32	3,46574	0,27183	-1,14818	-3,97928	12,01133	1,31831
15	34	3,52636	0,29167	-1,06467	-3,75442	12,43522	1,13353
16	35	3,55535	0,31151	-0,9855	-3,50381	12,6405	0,97122
17	36	3,58352	0,33135	-0,91008	-3,26128	12,84161	0,82824
18	37	3,61092	0,35119	-0,8379	-3,0256	13,03873	0,70208
19	44	3,78419	0,37103	-0,76857	-2,90842	14,32009	0,5907
20	45	3,80666	0,39087	-0,70173	-2,67124	14,49068	0,49242
21	46	3,82864	0,41071	-0,63706	-2,43908	14,65849	0,40585
22	47	3,85015	0,43056	-0,57431	-2,21117	14,82364	0,32983
23	58	4,06044	0,4504	-0,51323	-2,08394	16,4872	0,26341
24	59	4,07754	0,47024	-0,45361	-1,84963	16,62631	0,20577
25	62	4,12713	0,49008	-0,39527	-1,63132	17,03324	0,15624
26	62	4,12713	0,50992	-0,33801	-1,39501	17,03324	0,11425
27	64	4,15888	0,52976	-0,28168	-1,17147	17,29631	0,07934
28	65	4,17439	0,5496	-0,22612	-0,94389	17,42551	0,05113
29	67	4,20469	0,56944	-0,17117	-0,71971	17,67944	0,0293
30	69	4,23411	0,58929	-0,11669	-0,49409	17,92766	0,01362
31	72	4,27667	0,60913	-0,06254	-0,26748	18,28987	0,00391
32	73	4,29046	0,62897	-0,00857	-0,03676	18,40804	0,00007
33	74	4,30407	0,64881	0,04538	0,19532	18,52498	0,00206

LAMPIRAN C : *Lanjutan*

i	t_i	x_i	$f(t_i)$	y_i	$x_i y_i$	${x_i}^2$	${y_i}^2$
34	77	4,34381	0,66865	0,09947	0,43207	18,86865	0,00989
35	79	4,36945	0,68849	0,15386	0,67229	19,09207	0,02367
36	85	4,44265	0,70833	0,20876	0,92743	19,73715	0,04358
37	88	4,47734	0,72817	0,26436	1,18362	20,04654	0,06989
38	92	4,52179	0,74802	0,32092	1,45111	20,44657	0,10299
39	98	4,58497	0,76786	0,37871	1,73638	21,02193	0,14342
40	100	4,60517	0,7877	0,43809	2,01749	21,20759	0,19192
41	114	4,7362	0,80754	0,49948	2,36564	22,43158	0,24948
42	118	4,77068	0,82738	0,56342	2,68789	22,75943	0,31744
43	119	4,77912	0,84722	0,63062	3,0138	22,84002	0,39768
44	119	4,77912	0,86706	0,70205	3,35518	22,84002	0,49287
45	123	4,81218	0,8869	0,77911	3,74921	23,15712	0,60701
46	142	4,95583	0,90675	0,86391	4,28141	24,56022	0,74635
47	143	4,96284	0,92659	0,95999	4,76426	24,62983	0,92157
48	153	5,03044	0,94643	1,07389	5,40213	25,30531	1,15324
49	172	5,14749	0,96627	1,22064	6,28325	26,4967	1,48997
50	212	5,35659	0,98611	1,45317	7,78405	28,69302	2,11171
$\sum$	**3331**	**190,91983**	**25**	**-28,04962**	**-42,73951**	**787,96294**	**88,81579**
r	**0,9805935**						

LAMPIRAN C : *Lanjutan*

Tabel C14. Perhitungan *Index of Fit* Distribusi Eksponensial Pompa Distribusi 1

i	t_i	x_i	$f(t_i)$	y_i	$x_i y_i$	x_i^2	y_i^2
1	1	1	0,01389	0,01399	0,01399	1	0,0002
2	3	3	0,03373	0,03431	0,10294	9	0,00118
3	3	3	0,05357	0,05506	0,16518	9	0,00303
4	5	5	0,07341	0,07625	0,38124	25	0,00581
5	12	12	0,09325	0,09789	1,17471	144	0,00958
6	13	13	0,1131	0,12002	1,56023	169	0,0144
7	14	14	0,13294	0,14264	1,997	196	0,02035
8	15	15	0,15278	0,16579	2,48688	225	0,02749
9	27	27	0,17262	0,18949	5,11623	729	0,03591
10	28	28	0,19246	0,21376	5,98537	784	0,04569
11	31	31	0,2123	0,23864	7,39784	961	0,05695
12	32	32	0,23214	0,26415	8,45285	1024	0,06978
13	32	32	0,25198	0,29033	9,29059	1024	0,08429
14	32	32	0,27183	0,31721	10,15086	1024	0,10062
15	34	34	0,29167	0,34484	11,72458	1156	0,11891
16	35	35	0,31151	0,37325	13,0638	1225	0,13932
17	36	36	0,33135	0,40249	14,48976	1296	0,162
18	37	37	0,35119	0,43262	16,0068	1369	0,18716
19	44	44	0,37103	0,46367	20,40168	1936	0,21499
20	45	45	0,39087	0,49573	22,30778	2025	0,24575
21	46	46	0,41071	0,52884	24,32683	2116	0,27968
22	47	47	0,43056	0,56309	26,46542	2209	0,31707
23	58	58	0,4504	0,59856	34,71641	3364	0,35827
24	59	59	0,47024	0,63533	37,48433	3481	0,40364
25	62	62	0,49008	0,6735	41,75701	3844	0,4536
26	62	62	0,50992	0,71319	44,21765	3844	0,50864
27	64	64	0,52976	0,75452	48,28903	4096	0,56929
28	65	65	0,5496	0,79763	51,84571	4225	0,63621
29	67	67	0,56944	0,84268	56,45949	4489	0,71011
30	69	69	0,58929	0,88986	61,40017	4761	0,79185
31	72	72	0,60913	0,93937	67,63482	5184	0,88242
32	73	73	0,62897	0,99147	72,37714	5329	0,98301
33	74	74	0,64881	1,04643	77,43556	5476	1,09501

LAMPIRAN C : *Lanjutan*

i	t_i	x_i	$f(t_i)$	y_i	$x_i y_i$	${x_i}^2$	${y_i}^2$
34	77	77	0,66865	1,10458	85,05285	5929	1,2201
35	79	79	0,68849	1,16633	92,14011	6241	1,36033
36	85	85	0,70833	1,23214	104,73221	7225	1,51818
37	88	88	0,72817	1,3026	114,62839	7744	1,69675
38	92	92	0,74802	1,37839	126,8118	8464	1,89996
39	98	98	0,76786	1,4604	143,11943	9604	2,13277
40	100	100	0,7877	1,54975	154,97474	10000	2,40172
41	114	114	0,80754	1,64787	187,85664	12996	2,71546
42	118	118	0,82738	1,75667	207,28684	13924	3,08588
43	119	119	0,84722	1,87877	223,57373	14161	3,52978
44	119	119	0,86706	2,01788	240,12815	14161	4,07185
45	123	123	0,8869	2,17953	268,08158	15129	4,75033
46	142	142	0,90675	2,37243	336,88487	20164	5,62842
47	143	143	0,92659	2,61166	373,46714	20449	6,82076
48	153	153	0,94643	2,92674	447,79113	23409	8,5658
49	172	172	0,96627	3,38936	582,97042	29584	11,48778
50	212	212	0,98611	4,27667	906,65322	44944	18,28987
$\sum$	**3331**	**3331**	**25**	**48,95837**	**5392,83314**	**331877**	**90,70796**
r	**0,9827287**						

LAMPIRAN C : *Lanjutan*

Tabel C15. Perhitungan *Index of Fit* Distribusi Normal Pompa Distribusi 1

i	t_i	x_i	$f(t_i)$	y_i	$x_i y_i$	x_i^2	y_i^2
1	1	1	0,01389	-2,20041	-2,20041	1	4,84181
2	3	3	0,03373	-1,82859	-5,48578	9	3,34376
3	3	3	0,05357	-1,61117	-4,83351	9	2,59587
4	5	5	0,07341	-1,45084	-7,25418	25	2,10493
5	12	12	0,09325	-1,32098	-15,85176	144	1,74499
6	13	13	0,1131	-1,21023	-15,733	169	1,46466
7	14	14	0,13294	-1,11262	-15,57664	196	1,23792
8	15	15	0,15278	-1,02459	-15,36889	225	1,04979
9	27	27	0,17262	-0,94387	-25,48438	729	0,89088
10	28	28	0,19246	-0,86887	-24,32824	784	0,75493
11	31	31	0,2123	-0,79846	-24,75228	961	0,63754
12	32	32	0,23214	-0,73181	-23,41786	1024	0,53554
13	32	32	0,25198	-0,66826	-21,38429	1024	0,44657
14	32	32	0,27183	-0,6073	-19,43365	1024	0,36882
15	34	34	0,29167	-0,54852	-18,64976	1156	0,30088
16	35	35	0,31151	-0,49158	-17,20532	1225	0,24165
17	36	36	0,33135	-0,43619	-15,70286	1296	0,19026
18	37	37	0,35119	-0,38211	-14,13801	1369	0,14601
19	44	44	0,37103	-0,32912	-14,48137	1936	0,10832
20	45	45	0,39087	-0,27704	-12,467	2025	0,07675
21	46	46	0,41071	-0,22571	-10,38257	2116	0,05094
22	47	47	0,43056	-0,17496	-8,22312	2209	0,03061
23	58	58	0,4504	-0,12466	-7,23021	3364	0,01554
24	59	59	0,47024	-0,07467	-4,40561	3481	0,00558
25	62	62	0,49008	-0,02487	-1,54193	3844	0,00062
26	62	62	0,50992	0,02487	1,54193	3844	0,00062
27	64	64	0,52976	0,07467	4,77897	4096	0,00558
28	65	65	0,5496	0,12466	8,10282	4225	0,01554
29	67	67	0,56944	0,17496	11,72232	4489	0,03061
30	69	69	0,58929	0,22571	15,57385	4761	0,05094
31	72	72	0,60913	0,27704	19,9472	5184	0,07675
32	73	73	0,62897	0,32912	24,0259	5329	0,10832
33	74	74	0,64881	0,38211	28,27602	5476	0,14601

LAMPIRAN C : *Lanjutan*

i	t_i	x_i	$f(t_i)$	y_i	$x_i y_i$	x_i^2	y_i^2
34	77	77	0,66865	0,43619	33,58668	5929	0,19026
35	79	79	0,68849	0,49158	38,83487	6241	0,24165
36	85	85	0,70833	0,54852	46,62439	7225	0,30088
37	88	88	0,72817	0,6073	53,44254	7744	0,36882
38	92	92	0,74802	0,66826	61,47983	8464	0,44657
39	98	98	0,76786	0,73181	71,71719	9604	0,53554
40	100	100	0,7877	0,79846	79,84607	10000	0,63754
41	114	114	0,80754	0,86887	99,05068	12996	0,75493
42	118	118	0,82738	0,94387	111,3762	13924	0,89088
43	119	119	0,84722	1,02459	121,92649	14161	1,04979
44	119	119	0,86706	1,11262	132,40141	14161	1,23792
45	123	123	0,8869	1,21023	148,85835	15129	1,46466
46	142	142	0,90675	1,32098	187,5792	20164	1,74499
47	143	143	0,92659	1,45084	207,46962	20449	2,10493
48	153	153	0,94643	1,61117	246,50888	23409	2,59587
49	172	172	0,96627	1,82859	314,51832	29584	3,34376
50	212	212	0,98611	2,20041	466,48704	44944	4,84181
$\sum$	**3331**	**3331**	**25**	**0**	**2190,14415**	**331877**	**46,3703**
r	**0,9698933**						

LAMPIRAN C : *Lanjutan*

Tabel C16. Perhitungan *Index of Fit* Distribusi Lognormal Pompa Distribusi 1

i	t_i	x_i	$f(t_i)$	y_i	$x_i y_i$	x_i^2	y_i^2
1	1	0	0,01389	-2,20041	0	0	4,84181
2	3	1,09861	0,03373	-1,82859	-2,00892	1,20695	3,34376
3	3	1,09861	0,05357	-1,61117	-1,77005	1,20695	2,59587
4	5	1,60944	0,07341	-1,45084	-2,33503	2,59029	2,10493
5	12	2,48491	0,09325	-1,32098	-3,28251	6,17476	1,74499
6	13	2,56495	0,1131	-1,21023	-3,10418	6,57897	1,46466
7	14	2,63906	0,13294	-1,11262	-2,93626	6,96462	1,23792
8	15	2,70805	0,15278	-1,02459	-2,77465	7,33354	1,04979
9	27	3,29584	0,17262	-0,94387	-3,11083	10,86254	0,89088
10	28	3,3322	0,19246	-0,86887	-2,89524	11,10359	0,75493
11	31	3,43399	0,2123	-0,79846	-2,7419	11,79227	0,63754
12	32	3,46574	0,23214	-0,73181	-2,53625	12,01133	0,53554
13	32	3,46574	0,25198	-0,66826	-2,31601	12,01133	0,44657
14	32	3,46574	0,27183	-0,6073	-2,10475	12,01133	0,36882
15	34	3,52636	0,29167	-0,54852	-1,93429	12,43522	0,30088
16	35	3,55535	0,31151	-0,49158	-1,74774	12,6405	0,24165
17	36	3,58352	0,33135	-0,43619	-1,5631	12,84161	0,19026
18	37	3,61092	0,35119	-0,38211	-1,37976	13,03873	0,14601
19	44	3,78419	0,37103	-0,32912	-1,24546	14,32009	0,10832
20	45	3,80666	0,39087	-0,27704	-1,05461	14,49068	0,07675
21	46	3,82864	0,41071	-0,22571	-0,86415	14,65849	0,05094
22	47	3,85015	0,43056	-0,17496	-0,67362	14,82364	0,03061
23	58	4,06044	0,4504	-0,12466	-0,50617	16,4872	0,01554
24	59	4,07754	0,47024	-0,07467	-0,30448	16,62631	0,00558
25	62	4,12713	0,49008	-0,02487	-0,10264	17,03324	0,00062
26	62	4,12713	0,50992	0,02487	0,10264	17,03324	0,00062
27	64	4,15888	0,52976	0,07467	0,31055	17,29631	0,00558
28	65	4,17439	0,5496	0,12466	0,52037	17,42551	0,01554
29	67	4,20469	0,56944	0,17496	0,73565	17,67944	0,03061
30	69	4,23411	0,58929	0,22571	0,95567	17,92766	0,05094
31	72	4,27667	0,60913	0,27704	1,18483	18,28987	0,07675
32	73	4,29046	0,62897	0,32912	1,41208	18,40804	0,10832
33	74	4,30407	0,64881	0,38211	1,64462	18,52498	0,14601

LAMPIRAN C : *Lanjutan*

i	t_i	x_i	$f(t_i)$	y_i	$x_i y_i$	x_i^2	y_i^2
34	77	4,34381	0,66865	0,43619	1,89473	18,86865	0,19026
35	79	4,36945	0,68849	0,49158	2,14794	19,09207	0,24165
36	85	4,44265	0,70833	0,54852	2,43689	19,73715	0,30088
37	88	4,47734	0,72817	0,6073	2,71909	20,04654	0,36882
38	92	4,52179	0,74802	0,66826	3,02173	20,44657	0,44657
39	98	4,58497	0,76786	0,73181	3,35532	21,02193	0,53554
40	100	4,60517	0,7877	0,79846	3,67705	21,20759	0,63754
41	114	4,7362	0,80754	0,86887	4,11512	22,43158	0,75493
42	118	4,77068	0,82738	0,94387	4,50289	22,75943	0,89088
43	119	4,77912	0,84722	1,02459	4,89665	22,84002	1,04979
44	119	4,77912	0,86706	1,11262	5,31733	22,84002	1,23792
45	123	4,81218	0,8869	1,21023	5,82385	23,15712	1,46466
46	142	4,95583	0,90675	1,32098	6,54655	24,56022	1,74499
47	143	4,96284	0,92659	1,45084	7,20028	24,62983	2,10493
48	153	5,03044	0,94643	1,61117	8,10489	25,30531	2,59587
49	172	5,14749	0,96627	1,82859	9,41268	26,4967	3,34376
50	212	5,35659	0,98611	2,20041	11,78669	28,69302	4,84181
$\sum$	**3331**	**190,91983**	**25**	**0**	**48,53349**	**787,96294**	**46,3703**
r	**0,9282396**						

LAMPIRAN C : *Lanjutan*

Tabel C17. Perhitungan *Index of Fit* Distribusi Weibull Pompa Distribusi 2

i	t_i	x_i	$f(t_i)$	y_i	$x_i y_i$	x_i^2	y_i^2
1	1	0	0,01389	-4,26968	0	0	18,23018
2	1	0	0,03373	-3,37226	0	0	11,37211
3	2	0,69315	0,05357	-2,89934	-2,00967	0,48045	8,40615
4	4	1,38629	0,07341	-2,57378	-3,56801	1,92181	6,62433
5	12	2,48491	0,09325	-2,32388	-5,77463	6,17476	5,40043
6	15	2,70805	0,1131	-2,12012	-5,74138	7,33354	4,49489
7	15	2,70805	0,13294	-1,94741	-5,27368	7,33354	3,7924
8	31	3,43399	0,15278	-1,79702	-6,17094	11,79227	3,22928
9	31	3,43399	0,17262	-1,66342	-5,71216	11,79227	2,76696
10	32	3,46574	0,19246	-1,54289	-5,34724	12,01133	2,3805
11	33	3,49651	0,2123	-1,4328	-5,00979	12,22557	2,05291
12	34	3,52636	0,23214	-1,33123	-4,6944	12,43522	1,77218
13	34	3,52636	0,25198	-1,23673	-4,36117	12,43522	1,52951
14	37	3,61092	0,27183	-1,14818	-4,14597	13,03873	1,31831
15	37	3,61092	0,29167	-1,06467	-3,84445	13,03873	1,13353
16	39	3,66356	0,31151	-0,9855	-3,61045	13,42168	0,97122
17	39	3,66356	0,33135	-0,91008	-3,33412	13,42168	0,82824
18	48	3,8712	0,35119	-0,8379	-3,2437	14,9862	0,70208
19	53	3,97029	0,37103	-0,76857	-3,05146	15,76322	0,5907
20	55	4,00733	0,39087	-0,70173	-2,81205	16,05872	0,49242
21	59	4,07754	0,41071	-0,63706	-2,59764	16,62631	0,40585
22	61	4,11087	0,43056	-0,57431	-2,36091	16,89928	0,32983
23	62	4,12713	0,4504	-0,51323	-2,11817	17,03324	0,26341
24	65	4,17439	0,47024	-0,45361	-1,89356	17,42551	0,20577
25	65	4,17439	0,49008	-0,39527	-1,65	17,42551	0,15624
26	66	4,18965	0,50992	-0,33801	-1,41615	17,55321	0,11425
27	68	4,21951	0,52976	-0,28168	-1,18855	17,80425	0,07934
28	69	4,23411	0,5496	-0,22612	-0,9574	17,92766	0,05113
29	73	4,29046	0,56944	-0,17117	-0,73439	18,40804	0,0293
30	74	4,30407	0,58929	-0,11669	-0,50226	18,52498	0,01362
31	76	4,33073	0,60913	-0,06254	-0,27086	18,75525	0,00391
32	77	4,34381	0,62897	-0,00857	-0,03722	18,86865	0,00007
33	80	4,38203	0,64881	0,04538	0,19886	19,20216	0,00206

LAMPIRAN C : *Lanjutan*

i	t_i	x_i	$f(t_i)$	y_i	$x_i y_i$	${x_i}^2$	${y_i}^2$
34	87	4,46591	0,66865	0,09947	0,44421	19,94434	0,00989
35	88	4,47734	0,68849	0,15386	0,68889	20,04654	0,02367
36	92	4,52179	0,70833	0,20876	0,94395	20,44657	0,04358
37	93	4,5326	0,72817	0,26436	1,19823	20,54446	0,06989
38	94	4,54329	0,74802	0,32092	1,45801	20,64153	0,10299
39	98	4,58497	0,76786	0,37871	1,73638	21,02193	0,14342
40	98	4,58497	0,7877	0,43809	2,00864	21,02193	0,19192
41	101	4,61512	0,80754	0,49948	2,30516	21,29934	0,24948
42	108	4,68213	0,82738	0,56342	2,638	21,92235	0,31744
43	111	4,70953	0,84722	0,63062	2,96991	22,17967	0,39768
44	112	4,7185	0,86706	0,70205	3,31262	22,26423	0,49287
45	122	4,80402	0,8869	0,77911	3,74285	23,07862	0,60701
46	123	4,81218	0,90675	0,86391	4,15731	23,15712	0,74635
47	150	5,01064	0,92659	0,95999	4,81014	25,10647	0,92157
48	165	5,10595	0,94643	1,07389	5,48322	26,07068	1,15324
49	175	5,16479	0,96627	1,22064	6,30435	26,67501	1,48997
50	211	5,35186	0,98611	1,45317	7,77718	28,64239	2,11171
$\sum$	**3476**	**192,90543**	**25**	**-28,04962**	**-41,25447**	**812,18212**	**88,81579**
r	**0,9746715**						

LAMPIRAN C : *Lanjutan*

Tabel C18. Perhitungan *Index of Fit* Distribusi Eksponensial Pompa Distribusi 2

i	t_i	x_i	$f(t_i)$	y_i	$x_i y_i$	x_i^2	y_i^2
1	1	1	0,01389	0,01399	0,01399	1	0,0002
2	1	1	0,03373	0,03431	0,03431	1	0,00118
3	2	2	0,05357	0,05506	0,11012	4	0,00303
4	4	4	0,07341	0,07625	0,30499	16	0,00581
5	12	12	0,09325	0,09789	1,17471	144	0,00958
6	15	15	0,1131	0,12002	1,80027	225	0,0144
7	15	15	0,13294	0,14264	2,13965	225	0,02035
8	31	31	0,15278	0,16579	5,13956	961	0,02749
9	31	31	0,17262	0,18949	5,87419	961	0,03591
10	32	32	0,19246	0,21376	6,84042	1024	0,04569
11	33	33	0,2123	0,23864	7,87512	1089	0,05695
12	34	34	0,23214	0,26415	8,98115	1156	0,06978
13	34	34	0,25198	0,29033	9,87126	1156	0,08429
14	37	37	0,27183	0,31721	11,73693	1369	0,10062
15	37	37	0,29167	0,34484	12,7591	1369	0,11891
16	39	39	0,31151	0,37325	14,55681	1521	0,13932
17	39	39	0,33135	0,40249	15,69724	1521	0,162
18	48	48	0,35119	0,43262	20,76557	2304	0,18716
19	53	53	0,37103	0,46367	24,57475	2809	0,21499
20	55	55	0,39087	0,49573	27,26507	3025	0,24575
21	59	59	0,41071	0,52884	31,2018	3481	0,27968
22	61	61	0,43056	0,56309	34,34874	3721	0,31707
23	62	62	0,4504	0,59856	37,11064	3844	0,35827
24	65	65	0,47024	0,63533	41,29629	4225	0,40364
25	65	65	0,49008	0,6735	43,77751	4225	0,4536
26	66	66	0,50992	0,71319	47,0704	4356	0,50864
27	68	68	0,52976	0,75452	51,3071	4624	0,56929
28	69	69	0,5496	0,79763	55,03621	4761	0,63621
29	73	73	0,56944	0,84268	61,51556	5329	0,71011
30	74	74	0,58929	0,88986	65,84945	5476	0,79185
31	76	76	0,60913	0,93937	71,39231	5776	0,88242
32	77	77	0,62897	0,99147	76,34301	5929	0,98301
33	80	80	0,64881	1,04643	83,71412	6400	1,09501

LAMPIRAN C : *Lanjutan*

i	t_i	x_i	$f(t_i)$	y_i	$x_i y_i$	x_i^2	y_i^2
34	87	87	0,66865	1,10458	96,09867	7569	1,2201
35	88	88	0,68849	1,16633	102,63708	7744	1,36033
36	92	92	0,70833	1,23214	113,35722	8464	1,51818
37	93	93	0,72817	1,3026	121,14137	8649	1,69675
38	94	94	0,74802	1,37839	129,56858	8836	1,89996
39	98	98	0,76786	1,4604	143,11943	9604	2,13277
40	98	98	0,7877	1,54975	151,87525	9604	2,40172
41	101	101	0,80754	1,64787	166,43439	10201	2,71546
42	108	108	0,82738	1,75667	189,72016	11664	3,08588
43	111	111	0,84722	1,87877	208,54356	12321	3,52978
44	112	112	0,86706	2,01788	226,00297	12544	4,07185
45	122	122	0,8869	2,17953	265,90205	14884	4,75033
46	123	123	0,90675	2,37243	291,80873	15129	5,62842
47	150	150	0,92659	2,61166	391,74875	22500	6,82076
48	165	165	0,94643	2,92674	482,912	27225	8,5658
49	175	175	0,96627	3,38936	593,13851	30625	11,48778
50	211	211	0,98611	4,27667	902,37655	44521	18,28987
$\sum$	**3476**	**3476**	**25**	**48,95836**	**5453,86364**	**345112**	**90,70796**
r	**0,9746715**						

LAMPIRAN C : *Lanjutan*

Tabel C19. Perhitungan *Index of Fit* Distribusi Normal Pompa Distribusi 2

i	t_i	x_i	$f(t_i)$	y_i	$x_i y_i$	x_i^2	y_i^2
1	1	1	0,01389	-2,20041	-2,20041	1	4,84181
2	1	1	0,03373	-1,82859	-1,82859	1	3,34376
3	2	2	0,05357	-1,61117	-3,22234	4	2,59587
4	4	4	0,07341	-1,45084	-5,80335	16	2,10493
5	12	12	0,09325	-1,32098	-15,85176	144	1,74499
6	15	15	0,1131	-1,21023	-18,15346	225	1,46466
7	15	15	0,13294	-1,11262	-16,68925	225	1,23792
8	31	31	0,15278	-1,02459	-31,76236	961	1,04979
9	31	31	0,17262	-0,94387	-29,25985	961	0,89088
10	32	32	0,19246	-0,86887	-27,8037	1024	0,75493
11	33	33	0,2123	-0,79846	-26,3492	1089	0,63754
12	34	34	0,23214	-0,73181	-24,88147	1156	0,53554
13	34	34	0,25198	-0,66826	-22,72081	1156	0,44657
14	37	37	0,27183	-0,6073	-22,47016	1369	0,36882
15	37	37	0,29167	-0,54852	-20,29532	1369	0,30088
16	39	39	0,31151	-0,49158	-19,17164	1521	0,24165
17	39	39	0,33135	-0,43619	-17,01144	1521	0,19026
18	48	48	0,35119	-0,38211	-18,3412	2304	0,14601
19	53	53	0,37103	-0,32912	-17,44346	2809	0,10832
20	55	55	0,39087	-0,27704	-15,23744	3025	0,07675
21	59	59	0,41071	-0,22571	-13,31677	3481	0,05094
22	61	61	0,43056	-0,17496	-10,67256	3721	0,03061
23	62	62	0,4504	-0,12466	-7,72885	3844	0,01554
24	65	65	0,47024	-0,07467	-4,85364	4225	0,00558
25	65	65	0,49008	-0,02487	-1,61654	4225	0,00062
26	66	66	0,50992	0,02487	1,64141	4356	0,00062
27	68	68	0,52976	0,07467	5,07765	4624	0,00558
28	69	69	0,5496	0,12466	8,60146	4761	0,01554
29	73	73	0,56944	0,17496	12,77208	5329	0,03061
30	74	74	0,58929	0,22571	16,70239	5476	0,05094
31	76	76	0,60913	0,27704	21,05537	5776	0,07675
32	77	77	0,62897	0,32912	25,34239	5929	0,10832
33	80	80	0,64881	0,38211	30,56867	6400	0,14601

LAMPIRAN C : *Lanjutan*

i	t_i	x_i	$f(t_i)$	y_i	$x_i y_i$	$x_i{}^2$	$y_i{}^2$
34	87	87	0,66865	0,43619	37,94859	7569	0,19026
35	88	88	0,68849	0,49158	43,25909	7744	0,24165
36	92	92	0,70833	0,54852	50,46405	8464	0,30088
37	93	93	0,72817	0,6073	56,47905	8649	0,36882
38	94	94	0,74802	0,66826	62,81635	8836	0,44657
39	98	98	0,76786	0,73181	71,71719	9604	0,53554
40	98	98	0,7877	0,79846	78,24915	9604	0,63754
41	101	101	0,80754	0,86887	87,75543	10201	0,75493
42	108	108	0,82738	0,94387	101,93754	11664	0,89088
43	111	111	0,84722	1,02459	113,72976	12321	1,04979
44	112	112	0,86706	1,11262	124,61309	12544	1,23792
45	122	122	0,8869	1,21023	147,64812	14884	1,46466
46	123	123	0,90675	1,32098	162,48058	15129	1,74499
47	150	150	0,92659	1,45084	217,62547	22500	2,10493
48	165	165	0,94643	1,61117	265,84291	27225	2,59587
49	175	175	0,96627	1,82859	320,00411	30625	3,34376
50	211	211	0,98611	2,20041	464,28663	44521	4,84181
$\sum$	**3476**	**3476**	**25**	**0**	**2133,93293**	**345112**	**46,3703**
r	**0,9742571**						

LAMPIRAN C : *Lanjutan*

Tabel C20. Perhitungan *Index of Fit* Distribusi Lognormal Pompa Distribusi 2

i	t_i	x_i	$f(t_i)$	y_i	$x_i y_i$	x_i^2	y_i^2
1	1	0	0,01389	-2,20041	0	0	4,84181
2	1	0	0,03373	-1,82859	0	0	3,34376
3	2	0,69315	0,05357	-1,61117	-1,11678	0,48045	2,59587
4	4	1,38629	0,07341	-1,45084	-2,01129	1,92181	2,10493
5	12	2,48491	0,09325	-1,32098	-3,28251	6,17476	1,74499
6	15	2,70805	0,1131	-1,21023	-3,27736	7,33354	1,46466
7	15	2,70805	0,13294	-1,11262	-3,01302	7,33354	1,23792
8	31	3,43399	0,15278	-1,02459	-3,51844	11,79227	1,04979
9	31	3,43399	0,17262	-0,94387	-3,24122	11,79227	0,89088
10	32	3,46574	0,19246	-0,86887	-3,01126	12,01133	0,75493
11	33	3,49651	0,2123	-0,79846	-2,79182	12,22557	0,63754
12	34	3,52636	0,23214	-0,73181	-2,58062	12,43522	0,53554
13	34	3,52636	0,25198	-0,66826	-2,35652	12,43522	0,44657
14	37	3,61092	0,27183	-0,6073	-2,19292	13,03873	0,36882
15	37	3,61092	0,29167	-0,54852	-1,98067	13,03873	0,30088
16	39	3,66356	0,31151	-0,49158	-1,80094	13,42168	0,24165
17	39	3,66356	0,33135	-0,43619	-1,59801	13,42168	0,19026
18	48	3,8712	0,35119	-0,38211	-1,47922	14,9862	0,14601
19	53	3,97029	0,37103	-0,32912	-1,30671	15,76322	0,10832
20	55	4,00733	0,39087	-0,27704	-1,11021	16,05872	0,07675
21	59	4,07754	0,41071	-0,22571	-0,92033	16,62631	0,05094
22	61	4,11087	0,43056	-0,17496	-0,71924	16,89928	0,03061
23	62	4,12713	0,4504	-0,12466	-0,51448	17,03324	0,01554
24	65	4,17439	0,47024	-0,07467	-0,31171	17,42551	0,00558
25	65	4,17439	0,49008	-0,02487	-0,10382	17,42551	0,00062
26	66	4,18965	0,50992	0,02487	0,1042	17,55321	0,00062
27	68	4,21951	0,52976	0,07467	0,31508	17,80425	0,00558
28	69	4,23411	0,5496	0,12466	0,52782	17,92766	0,01554
29	73	4,29046	0,56944	0,17496	0,75066	18,40804	0,03061
30	74	4,30407	0,58929	0,22571	0,97146	18,52498	0,05094
31	76	4,33073	0,60913	0,27704	1,19981	18,75525	0,07675
32	77	4,34381	0,62897	0,32912	1,42964	18,86865	0,10832
33	80	4,38203	0,64881	0,38211	1,67441	19,20216	0,14601

LAMPIRAN C : *Lanjutan*

i	t_i	x_i	$f(t_i)$	y_i	x_iy_i	x_i^2	y_i^2
34	87	4,46591	0,66865	0,43619	1,94799	19,94434	0,19026
35	88	4,47734	0,68849	0,49158	2,20097	20,04654	0,24165
36	92	4,52179	0,70833	0,54852	2,4803	20,44657	0,30088
37	93	4,5326	0,72817	0,6073	2,75265	20,54446	0,36882
38	94	4,54329	0,74802	0,66826	3,0361	20,64153	0,44657
39	98	4,58497	0,76786	0,73181	3,35532	21,02193	0,53554
40	98	4,58497	0,7877	0,79846	3,66092	21,02193	0,63754
41	101	4,61512	0,80754	0,86887	4,00992	21,29934	0,75493
42	108	4,68213	0,82738	0,94387	4,4193	21,92235	0,89088
43	111	4,70953	0,84722	1,02459	4,82535	22,17967	1,04979
44	112	4,7185	0,86706	1,11262	5,24988	22,26423	1,23792
45	122	4,80402	0,8869	1,21023	5,81397	23,07862	1,46466
46	123	4,81218	0,90675	1,32098	6,3568	23,15712	1,74499
47	150	5,01064	0,92659	1,45084	7,26961	25,10647	2,10493
48	165	5,10595	0,94643	1,61117	8,22654	26,07068	2,59587
49	175	5,16479	0,96627	1,82859	9,4443	26,67501	3,34376
50	211	5,35186	0,98611	2,20041	11,77629	28,64239	4,84181
$\sum$	**3476**	**192,90543**	**25**	**0**	**49,56019**	**812,18212**	**46,3703**
r	**0,8830302**						

LAMPIRAN D

Perhitungan Uji Mann Distribusi Weibull

Tabel D1. Uji Mann pada Pompa Baku 1

i	t_i	$\ln t_i$	$ln\left(\frac{i-0,5}{n+0,25}\right)$	Z_i	M_i	$\frac{lnt_{i+1}-lnt_i}{M_i}$
1	10	2,30259	-0,00926	-4,68212	1,10797	0,16455
2	12	2,48491	-0,02804	-3,57415	0,52034	1,16489
3	22	3,09104	-0,04718	-3,05382	0,34614	0,25138
4	24	3,17805	-0,06669	-2,70768	0,26114	0
5	24	3,17805	-0,08659	-2,44654	0,21066	0,37996
6	26	3,25810	-0,10690	-2,23588	0,17721	0
7	26	3,25810	-0,12762	-2,05867	0,15344	0,24596
8	27	3,29584	-0,14879	-1,90523	0,13569	0
9	27	3,29584	-0,17041	-1,76954	0,12194	0,29824
10	28	3,33220	-0,19251	-1,64760	0,11100	0,31614
11	29	3,36730	-0,21511	-1,53660	0,10210	0,33205
12	30	3,40120	-0,23823	-1,43450	0,09472	0
13	30	3,40120	-0,26190	-1,33978	0,08853	0,37038
14	31	3,43399	-0,28615	-1,25125	0,08326	2,12492
15	37	3,61092	-0,31099	-1,16798	0,07874	1,90847
16	43	3,76120	-0,33647	-1,08924	0,07483	0,30721
17	44	3,78419	-0,36262	-1,01441	0,07142	0,31464
18	45	3,80666	-0,38946	-0,94298	0,06844	0,32114
19	46	3,82864	-0,41705	-0,87454	0,06581	1,8629
20	52	3,95124	-0,44542	-0,80873	0,06349	0,3
21	53	3,97029	-0,47462	-0,74524	0,06144	0,60284
22	55	4,00733	-0,50470	-0,68379	0,05963	0,30218
23	56	4,02535	-0,53571	-0,62416	0,05802	0
24	56	4,02535	-0,56771	-0,56614	0,05660	0,61996
25	58	4,06044	-0,60077	-0,50954	0,05535	0,30883
26	59	4,07754	-0,63497	-0,45419	0,05426	0,61444
27	61	4,11087	-0,67037	-0,39993	0,05330	0,60525

LAMPIRAN D : *Lanjutan*

i	t_i	$\ln t_i$	$ln\left(\frac{i-0,5}{n+0,25}\right)$	Z_i	M_i	$\frac{lnt_{i+1}-lnt_i}{M_i}$
28	63	4,14313	-0,70707	-0,34663	0,05248	0
29	63	4,14313	-0,74517	-0,29415	0,05179	0,30408
30	64	4,15888	-0,78478	-0,24236	0,05122	0
31	64	4,15888	-0,82602	-0,19114	0,05077	0,3054
32	65	4,17439	-0,86904	-0,14037	0,05043	0
33	65	4,17439	-0,91399	-0,08994	0,05021	0,89855
34	68	4,21951	-0,96106	-0,03972	0,05012	2,48015
35	77	4,34381	-1,01045	0,01040	0,05014	0,25733
36	78	4,35671	-1,06241	0,06054	0,05030	0,25325
37	79	4,36945	-1,11722	0,11084	0,05060	0,49409
38	81	4,39445	-1,17520	0,16144	0,05105	0,94412
39	85	4,44265	-1,23676	0,21250	0,05168	0,67115
40	88	4,47734	-1,30236	0,26418	0,05250	0,84666
41	92	4,52179	-1,37256	0,31668	0,05355	0
42	92	4,52179	-1,44807	0,37023	0,05487	0,77563
43	96	4,56435	-1,52975	0,42510	0,05652	0,18336
44	97	4,57471	-1,61870	0,48162	0,05857	0
45	97	4,57471	-1,71634	0,54019	0,06114	0,16775
46	98	4,58497	-1,82455	0,60133	0,06440	0,62123
47	102	4,62497	-1,94591	0,66573	0,06859	0,14224
48	103	4,63473	-2,08406	0,73432	0,07412	0,25946
49	105	4,65396	-2,24440	0,80844	0,08170	0,56943
50	110	4,70048	-2,43546	0,89013	0,09264	0,57332
51	116	4,75359	-2,67185	0,98277	0,10982	0,15565
52	118	4,77068	-2,98200	1,09259	0,14113	0,1779
53	121	4,79579	-3,43399	1,23372	0,22053	1,23844
54	159	5,06890	-4,28129	1,45425		

LAMPIRAN D : *Lanjutan*

Tabel D2. Uji Mann pada Pompa Baku 2

i	t_i	$\ln t_i$	$ln\left(\frac{i-0,5}{n+0,25}\right)$	Z_i	M_i	$\frac{lnt_{i+1}-lnt_i}{M_i}$
1	15	2,70805	-0,00893	-4,71849	1,10764	0,05827
2	16	2,77259	-0,02703	-3,61086	0,51999	0,42913
3	20	2,99573	-0,04546	-3,09087	0,34578	0
4	20	2,99573	-0,06424	-2,74509	0,26077	0,18710
5	21	3,04452	-0,08338	-2,48433	0,21028	1,85216
6	31	3,43399	-0,10289	-2,27405	0,17682	0
7	31	3,43399	-0,12280	-2,09723	0,15303	0
8	31	3,43399	-0,14310	-1,94421	0,13526	0,23472
9	32	3,46574	-0,16383	-1,80894	0,12150	0,49897
10	34	3,52636	-0,18499	-1,68744	0,11054	0,26223
11	35	3,55535	-0,20661	-1,5769	0,10162	0
12	35	3,55535	-0,22871	-1,47528	0,09423	1,93486
13	42	3,73767	-0,25131	-1,38105	0,08802	0,26734
14	43	3,76120	-0,27444	-1,29303	0,08273	0
15	43	3,76120	-0,29811	-1,2103	0,07819	0,86256
16	46	3,82864	-0,32235	-1,13212	0,07425	0,28964
17	47	3,85015	-0,34720	-1,05787	0,07082	0,29729
18	48	3,87120	-0,37268	-0,98705	0,06780	0,30410
19	49	3,89182	-0,39882	-0,91924	0,06515	0
20	49	3,89182	-0,42567	-0,85410	0,06280	0,94627
21	52	3,95124	-0,45326	-0,79130	0,06071	0
22	52	3,95124	-0,48163	-0,73059	0,05886	0,32362
23	53	3,97029	-0,51083	-0,67173	0,05721	0
24	53	3,97029	-0,54090	-0,61452	0,05575	0
25	53	3,97029	-0,57191	-0,55877	0,05445	0,68031
26	55	4,00733	-0,60392	-0,50432	0,05330	1,63254

LAMPIRAN D : *Lanjutan*

i	t_i	$\ln t_i$	$ln\left(\frac{i-0,5}{n+0,25}\right)$	Z_i	M_i	$\frac{lnt_{i+1}-lnt_i}{M_i}$
27	60	4,09434	-0,63698	-0,45102	0,05229	0,31613
28	61	4,11087	-0,67117	-0,39874	0,05140	0
29	61	4,11087	-0,70657	-0,34733	0,05064	0
30	61	4,11087	-0,74327	-0,29669	0,04999	0
31	61	4,11087	-0,78137	-0,24670	0,04945	0,32884
32	62	4,12713	-0,82098	-0,19726	0,04902	0
33	62	4,12713	-0,86222	-0,14824	0,04869	0,97055
34	65	4,17439	-0,90524	-0,09955	0,04846	0
35	65	4,17439	-0,95019	-0,05109	0,04835	1,23522
36	69	4,23411	-0,99726	-0,00274	0,04834	0,29765
37	70	4,24850	-1,04665	0,04560	0,04845	1,42398
38	75	4,31749	-1,09861	0,09405	0,04868	0
39	75	4,31749	-1,15342	0,14273	0,04905	0,27003
40	76	4,33073	-1,21141	0,19178	0,04957	0,26373
41	77	4,34381	-1,27297	0,24135	0,05025	0
42	77	4,34381	-1,33856	0,2916	0,05112	0,50163
43	79	4,36945	-1,40877	0,34272	0,05221	0,71386
44	82	4,40672	-1,48427	0,39493	0,05357	0,67077
45	85	4,44265	-1,56595	0,44849	0,05525	0,21171
46	86	4,45435	-1,65490	0,50374	0,05732	0,40104
47	88	4,47734	-1,75254	0,56107	0,05992	0,74191
48	92	4,52179	-1,86075	0,62098	0,06318	0,67360
49	96	4,56435	-1,98211	0,68416	0,06738	0,45671
50	99	4,59512	-2,12026	0,75154	0,07290	0,13786
51	100	4,60517	-2,28061	0,82444	0,08045	0,36742
52	103	4,63473	-2,47166	0,90489	0,09134	0,51897
53	108	4,68213	-2,70805	0,99623	0,10843	0,08500

LAMPIRAN D : *Lanjutan*

i	t_i	$\ln t_i$	$ln\left(\frac{i-0,5}{n+0,25}\right)$	Z_i	M_i	$\frac{lnt_{i+1}-lnt_i}{M_i}$
54	109	4,69135	-3,01821	1,10466	0,13955	0,62900
55	119	4,77912	-3,47019	1,24421	0,21846	0,99828
56	148	4,99721	-4,31749	1,46267		

LAMPIRAN D : *Lanjutan*

Tabel D3. Uji Mann pada Pompa Baku 3

i	t_i	$\ln t_i$	$ln\left(\frac{i-0,5}{n+0,25}\right)$	Z_i	M_i	$\frac{lnt_{i+1}-lnt_i}{M_i}$
1	14	2,63906	-0,00893	-4,71849	1,10764	0,17529
2	17	2,83321	-0,02703	-3,61086	0,51999	0,81710
3	26	3,25810	-0,04546	-3,09087	0,34578	0,21432
4	28	3,33220	-0,06424	-2,74509	0,26077	0
5	28	3,33220	-0,08338	-2,48433	0,21028	0,16688
6	29	3,36730	-0,10289	-2,27405	0,17682	0
7	29	3,36730	-0,12280	-2,09723	0,15303	0
8	29	3,36730	-0,14310	-1,94421	0,13526	0,49306
9	31	3,43399	-0,16383	-1,80894	0,12150	0,26130
10	32	3,46574	-0,18499	-1,68744	0,11054	0
11	32	3,46574	-0,20661	-1,57690	0,10162	0,30281
12	33	3,49651	-0,22871	-1,47528	0,09423	1,21416
13	37	3,61092	-0,25131	-1,38105	0,08802	0,59811
14	39	3,66356	-0,27444	-1,29303	0,08273	0,30603
15	40	3,68888	-0,29811	-1,21030	0,07819	1,21900
16	44	3,78419	-0,32235	-1,13212	0,07425	0,30266
17	45	3,80666	-0,34720	-1,05787	0,07082	0
18	45	3,80666	-0,37268	-0,98705	0,06780	0,32415
19	46	3,82864	-0,39882	-0,91924	0,06515	0,65328
20	48	3,87120	-0,42567	-0,85410	0,06280	1,27462
21	52	3,95124	-0,45326	-0,79130	0,06071	0,92386
22	55	4,00733	-0,48163	-0,73059	0,05886	0,30613
23	56	4,02535	-0,51083	-0,67173	0,05721	0,30937
24	57	4,04305	-0,54090	-0,61452	0,05575	0,31197
25	58	4,06044	-0,57191	-0,55877	0,05445	1,22487
26	62	4,12713	-0,60392	-0,50432	0,05330	0

LAMPIRAN D : *Lanjutan*

i	t_i	$\ln t_i$	$ln\left(\frac{i-0,5}{n+0,25}\right)$	Z_i	M_i	$\frac{lnt_{i+1}-lnt_i}{M_i}$
27	62	4,12713	-0,63698	-0,45102	0,05229	0
28	62	4,12713	-0,67117	-0,39874	0,05140	0,31127
29	63	4,14313	-0,70657	-0,34733	0,05064	0
30	63	4,14313	-0,74327	-0,29669	0,04999	0,31504
31	64	4,15888	-0,78137	-0,24670	0,04945	0,31354
32	65	4,17439	-0,82098	-0,19726	0,04902	0
33	65	4,17439	-0,86222	-0,14824	0,04869	0,31359
34	66	4,18965	-0,90524	-0,09955	0,04846	0
35	66	4,18965	-0,95019	-0,05109	0,04835	0,31104
36	67	4,20469	-0,99726	-0,00274	0,04834	0,30647
37	68	4,21951	-1,04665	0,04560	0,04845	0
38	68	4,21951	-1,09861	0,09405	0,04868	0,29987
39	69	4,23411	-1,15342	0,14273	0,04905	0,29334
40	70	4,24850	-1,21141	0,19178	0,04957	0,28618
41	71	4,26268	-1,27297	0,24135	0,05025	0,27835
42	72	4,27667	-1,33856	0,29160	0,05112	3,01556
43	84	4,43082	-1,40877	0,34272	0,05221	0,22666
44	85	4,44265	-1,48427	0,39493	0,05357	0,85844
45	89	4,48864	-1,56595	0,44849	0,05525	0,20225
46	90	4,49981	-1,6549	0,50374	0,05732	0,38341
47	92	4,52179	-1,75254	0,56107	0,05992	0,18044
48	93	4,53260	-1,86075	0,62098	0,06318	0,66650
49	97	4,57471	-1,98211	0,68416	0,06738	0,45207
50	100	4,60517	-2,12026	0,75154	0,07290	0,27164
51	102	4,62497	-2,28061	0,82444	0,08045	0
52	102	4,62497	-2,47166	0,90489	0,09134	0,42114
53	106	4,66344	-2,70805	0,99623	0,10843	0,08659

LAMPIRAN D : Lanjutan

LAMPIRAN D : *Lanjutan*

i	t_i	$\ln t_i$	$ln\left(\frac{i-0,5}{n+0,25}\right)$	Z_i	M_i	$\frac{lnt_{i+1}-lnt_i}{M_i}$
54	107	4,67283	-3,01821	1,10466	0,13955	0,13271
55	109	4,69135	-3,47019	1,24421	0,21846	0,36316
56	118	4,77068	-4,31749	1,46267		

LAMPIRAN E

Source Code Mencari Nilai Parameter Beta Distribusi Weibull Metode MLE dengan Menggunakan Iterasi Newton Raphson

```
clc;
clear all;
fprintf(' Iterasi Newton Raphson untuk
Perhitungan Nilai Parameter Beta Distribusi
Weibull dengan Metode MLE \n');

bn=input('Masukkan Nilai Beta = ');
% //banyaknya TBF
sigma1=0;
sigma2=0;
sigma3=0;
sigma4=0;
t=xlsread('DataTBF','TBF','B2:B9');
n=length(t);

for i=1:n
sigma1=sigma1+((t(i)^bn)*log(t(i)));
sigma2=sigma2+(t(i)^bn);
sigma3=sigma3+(log(t(i)));
sigma4=sigma4+((t(i)^bn)*((log(t(i)))^2));
end
% inisiasi iterasi pertama
iterasi=1
bnplus=bn-(((1/bn)+(sigma3/n)-sigma1/sigma2))
/((sigma1^2/sigma2^2)-(1/(bn^2))-
(sigma4/sigma2)))
nilaibn=round(100000*bn);
nilaibnplus=round(100000*bnplus);
while(nilaibnplus~=nilaibn)
bn=bnplus;
iterasi=iterasi+1
sigma1=0;
sigma2=0;
sigma3=0;
sigma4=0;
```

```
for i=1:n
sigma1=sigma1+((t(i)^bn)*log(t(i)));
sigma2=sigma2+(t(i)^bn);
sigma3=sigma3+(log(t(i)));
sigma4=sigma4+((t(i)^bn)*((log(t(i)))^2));
end
bnplus=bn-(((1/bn)+(sigma3/n)-(sigma1/sigma2))
/((sigma1^2/sigma2^2)-(1/(bn^2))-
(sigma4/sigma2)))
nilaibn=round(100000*bn);
nilaibnplus=round(100000*bnplus);
end
```

LAMPIRAN F

Perhitungan Parameter θ pada Distribusi Weibull dengan Menggunakan Metode Bayes

Tabel F1. Perhitungan Parameter θ Pompa Baku 1, Nilai $\beta = 2{,}0779$

i	t_i	t_i^{β}	i	t_i	t_i^{β}
1	10	119,6465	28	63	5480,87286
2	12	174,75544	29	63	5480,87286
3	22	615,77221	30	64	5663,19307
4	24	737,80389	31	64	5663,19307
5	24	737,80389	32	65	5848,61002
6	26	871,31085	33	65	5848,61002
7	26	871,31085	34	68	6423,47842
8	27	942,39021	35	77	8316,47101
9	27	942,39021	36	78	8542,46828
10	28	1016,36494	37	79	8771,61038
11	29	1093,24324	38	81	9239,34152
12	30	1173,03307	39	85	10212,67675
13	30	1173,03307	40	88	10975,91018
14	31	1255,74213	41	92	12038,01074
15	37	1813,7038	42	92	12038,01074
16	43	2478,4725	43	96	13151,07926
17	44	2599,7424	44	97	13437,33012
18	45	2724,01994	45	97	13437,33012
19	46	2851,3104	46	98	13726,77967
20	52	3678,60662	47	102	14916,61556
21	53	3827,12661	48	103	15222,09644
22	55	4133,32574	49	105	15842,70168
23	56	4291,0137	50	110	17450,57978
24	56	4291,0137	51	116	19486,65318
25	58	4615,58792	52	118	20191,26938
26	59	4782,48256	53	121	21272,55822
27	61	5125,50739	54	159	37521,74992

LAMPIRAN F : *Lanjutan*

Tabel F2. Perhitungan Parameter θ Pompa Baku 2, Nilai $\beta = 2{,}3812$

i	t_i	t_i^{β}	i	t_i	t_i^{β}
1	15	631,69655	29	61	17833,12292
2	16	736,63187	30	61	17833,12292
3	20	1253,17761	31	61	17833,12292
4	20	1253,17761	32	62	18537,15541
5	21	1407,56541	33	62	18537,15541
6	31	3558,2009	34	65	20744,80156
7	31	3558,2009	35	65	20744,80156
8	31	3558,2009	36	69	23914,83864
9	32	3837,63025	37	70	24748,41858
10	34	4433,61112	38	75	29167,27661
11	35	4750,45083	39	75	29167,27661
12	35	4750,45083	40	76	30101,85961
13	42	7332,99198	41	77	31053,58285
14	43	7755,59437	42	77	31053,58285
15	43	7755,59437	43	79	33008,7919
16	46	9106,65636	44	82	36072,27601
17	47	9585,16116	45	85	39294,55238
18	48	10077,93689	46	86	40404,31163
19	49	10585,09855	47	88	42677,81131
20	49	10585,09855	48	92	47442,93786
21	52	12194,02727	49	96	52503,017
22	52	12194,02727	50	99	56494,54632
23	53	12759,85387	51	100	57862,87388
24	53	12759,85387	52	103	62082,32878
25	53	12759,85387	53	108	69500,61483
26	55	13936,43316	54	109	71042,78479
27	60	17144,85267	55	119	87557,31284
28	61	17833,12292	56	148	147172,6794

LAMPIRAN F : *Lanjutan*

Tabel F3. Perhitungan Parameter θ Pompa Baku 3, Nilai $\beta = 2{,}5664$

$\boldsymbol{i}$	$\boldsymbol{t_i}$	$\boldsymbol{t_i}^{\boldsymbol{\beta}}$	$\boldsymbol{i}$	$\boldsymbol{t_i}$	$\boldsymbol{t_i}^{\boldsymbol{\beta}}$
1	14	873,82203	29	63	41478,93396
2	17	1438,21599	30	63	41478,93396
3	26	4279,44649	31	64	43189,70973
4	28	5175,90589	32	65	44942,87372
5	28	5175,90589	33	65	44942,87372
6	29	5663,67367	34	66	46738,79982
7	29	5663,67367	35	66	46738,79982
8	29	5663,67367	36	67	48577,85941
9	31	6720,94979	37	68	50460,42146
10	32	7291,50041	38	68	50460,42146
11	32	7291,50041	39	69	52386,85256
12	33	7890,67535	40	70	54357,51694
13	37	10583,5875	41	71	56372,77659
14	39	12114,57568	42	72	58432,99124
15	40	12927,86361	43	84	86790,13417
16	44	16510,37543	44	85	89466,55834
17	45	17490,59547	45	89	100673,3483
18	45	17490,59547	46	90	103601,9611
19	46	18505,5373	47	92	109613,7612
20	48	20641,32213	48	93	112697,5927
21	52	25348,42506	49	97	125559,9051
22	55	29272,97126	50	100	135768,8064
23	56	30658,4188	51	102	142847,1174
24	57	32083,16683	52	102	142847,1174
25	58	33547,61132	53	106	157668,5133
26	62	39810,16998	54	107	161514,1317
27	62	39810,16998	55	109	169375,8019
28	62	39810,16998	56	118	207624,2055

LAMPIRAN G

Estimasi Parameter Distribusi Weibull dan Eksponensial

1. Estimasi Parameter dengan Menggunakan Metode *Maximum Likelihood Estimation*

a. Distribusi Eksponensial

Berdasarkan fungsi kepadatan peluang distribusi Eksponensial pada persamaan (2.2), diperoleh fungsi *likelihood* sebagai berikut:

$$\begin{aligned} L(t;\lambda) &= f(t_1)f(t_2)\dots f(t_n) \\ &= \left(\lambda e^{-\lambda t_1}\right)\left(\lambda e^{-\lambda t_2}\right)\dots\left(\lambda e^{-\lambda t_n}\right) \\ &= \lambda^n . e^{-\lambda(t_1+t_2+t_3+\cdots+t_n)} \\ &= \lambda^n . e^{-\lambda\sum_{i=1}^{n} t_i} \end{aligned}$$

Fungsi ln *likelihood*:

$$\begin{aligned} \ln L(t;\lambda) &= l(\lambda;t) \\ &= ln\left(\lambda^n . e^{-\lambda\sum_{i=1}^{n} t_i}\right) \\ &= ln\lambda^n + ln\left(e^{-\lambda\sum_{i=1}^{n} t_i}\right) \\ &= n\, ln\,\lambda - \lambda\sum_{i=1}^{n} t_i \end{aligned}$$

Fungsi ln *likelihood* diturunkan terhadap parameter λ:

$$\frac{\partial l(\lambda;t)}{\partial\lambda} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial\lambda}\left(n\, ln\,\lambda - \lambda\sum_{i=1}^{n} t_i\right) = \frac{n}{\lambda} - \sum_{i=1}^{n} t_i = 0$$

$$\frac{n}{\lambda} = \sum_{i=1}^{n} t_i$$

$$\lambda = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} t_i}$$

$$\lambda = \frac{1}{\frac{\sum_{i=1}^{n} t_i}{n}} = \frac{1}{\bar{t}}$$

b. Distribusi Weibull

Berdasarkan fungsi kepadatan peluang distribusi Weibull pada persamaan (2.3), diperoleh fungsi *likelihood* sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
L(t;\beta;\theta) &= f(t_1)f(t_2)\ldots f(t_n) \\
&= \left(\frac{\beta}{\theta}\left(\frac{t_1}{\theta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t_1}{\theta}\right)^{\beta}}\right)\left(\frac{\beta}{\theta}\left(\frac{t_2}{\theta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t_2}{\theta}\right)^{\beta}}\right)\ldots\left(\frac{\beta}{\theta}\left(\frac{t_n}{\theta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t_n}{\theta}\right)^{\beta}}\right) \\
&= \prod_{i=1}^{n}\frac{\beta}{\theta}\left(\frac{t_i}{\theta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t_i}{\theta}\right)^{\beta}} \\
&= \left(\frac{\beta}{\theta}\right)^{n}\left(\frac{1}{\theta^{\beta-1}}\right)^{n}\prod_{i=1}^{n}(t_i)^{\beta-1}e^{-\left(\frac{t_i}{\theta}\right)^{\beta}} \\
&= \frac{\beta^n}{\theta^n\theta^{\beta n-n}}\left(\prod_{i=1}^{n}(t_i)^{\beta-1}\right)e^{-\frac{1}{\theta^\beta}\sum_{i=1}^{n}(t_i)^\beta} \\
&= \frac{\beta^n}{\theta^n\theta^{\beta n-n}}\left(\prod_{i=1}^{n}(t_i)^{\beta-1}\right)e^{-\frac{1}{\theta^\beta}\sum_{i=1}^{n}(t_i)^\beta} \\
&= \frac{\beta^n}{\theta^{\beta n}}\left(\prod_{i=1}^{n}(t_i)^{\beta-1}\right)e^{-\frac{1}{\theta^\beta}\sum_{i=1}^{n}(t_i)^\beta}
\end{aligned}
$$

Fungsi ln *likelihood*:

$$\ln L(t;\beta;\theta) = l(\beta;\theta;t)$$

$$
\begin{aligned}
l(\beta;\theta;t) &= ln\left(\frac{\beta^n}{\theta^{\beta n}}\left(\prod_{i=1}^{n}(t_i)^{\beta-1}\right)e^{-\frac{1}{\theta^\beta}\sum_{i=1}^{n}(t_i)^\beta}\right) \\
&= \ln\beta^n - \ln\theta^{\beta n} + ln\prod_{i=1}^{n}(t_i)^{\beta-1} + ln\left(e^{-\frac{1}{\theta^\beta}\sum_{i=1}^{n}(t_i)^\beta}\right) \\
&= n\,ln\beta - \beta n\,ln\theta + (\beta-1)\,ln\prod_{i=1}^{n}t_i - \frac{1}{\theta^\beta}\sum_{i=1}^{n}(t_i)^\beta \\
&= n\,ln\beta - \beta n\,ln\theta + (\beta-1)\sum_{i=1}^{n}\ln t_i - \frac{1}{\theta^\beta}\sum_{i=1}^{n}(t_i)^\beta
\end{aligned}
$$

Fungsi ln *likelihood* diturunkan terhadap parameter θ:

$$\frac{\partial l(\beta;\theta;t)}{\partial\theta}=0$$

$$\frac{\partial}{\partial\theta}\left(n\,ln\beta-\beta n\,ln\theta+(\beta-1)\sum_{i=1}^{n}\ln t_i-\frac{1}{\theta^{\beta}}\sum_{i=1}^{n}(t_i)^{\beta}\right)=0$$

$$-\frac{\beta n}{\theta}+\frac{\beta}{\theta^{\beta+1}}\sum_{i=1}^{n}(t_i)^{\beta}=0$$

$$\frac{\beta}{\theta^{\beta+1}}\sum_{i=1}^{n}(t_i)^{\beta}=\frac{\beta n}{\theta}$$

$$\frac{1}{\theta^{\beta}}\sum_{i=1}^{n}(t_i)^{\beta}=n$$

$$\theta^{\beta}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(t_i)^{\beta}$$

$$\theta=\left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(t_i)^{\beta}\right]^{\frac{1}{\beta}}$$

Fungsi ln *likelihood* diturunkan terhadap parameter β:

$$\frac{\partial l(\beta;\theta;t)}{\partial\beta}=0$$

$$\frac{\partial}{\partial\beta}\left(n\,ln\beta-\beta n\,ln\theta+(\beta-1)\sum_{i=1}^{n}\ln t_i-\frac{1}{\theta^{\beta}}\sum_{i=1}^{n}(t_i)^{\beta}\right)=0$$

$$\frac{\partial}{\partial\beta}\left(n\,ln\beta-\beta n\,ln\theta+(\beta-1)\sum_{i=1}^{n}\ln t_i-\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{t_i}{\theta}\right)^{\beta}\right)=0$$

$$\frac{n}{\beta}-n\,ln\theta+\sum_{i=1}^{n}\ln t_i-\frac{\partial}{\partial\beta}\left(\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{t_i}{\theta}\right)^{\beta}\right)=0$$

$$\frac{n}{\beta}-n\,ln\theta+\sum_{i=1}^{n}\ln t_i-\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial}{\partial\beta}\left(\frac{t_i}{\theta}\right)^{\beta}\right)=0$$

Misalkan:

$$u = \left(\frac{t_i}{\theta}\right)^{\beta}$$

$$\ln u = ln\left(\frac{t_i}{\theta}\right)^{\beta} = \beta ln\left(\frac{t_i}{\theta}\right)$$

Didiferensialkan:

$$\frac{1}{u}du = ln\left(\frac{t_i}{\theta}\right)d\beta$$

$$\frac{du}{d\beta} = u\ ln\left(\frac{t_i}{\theta}\right) = \left(\frac{t_i}{\theta}\right)^{\beta} ln\left(\frac{t_i}{\theta}\right)$$

Sehingga persamaan menjadi:

$$\frac{n}{\beta} - n\ ln\theta + \sum_{i=1}^{n} \ln t_i - \sum_{i=1}^{n}\left(\left(\frac{t_i}{\theta}\right)^{\beta} ln\left(\frac{t_i}{\theta}\right)\right) = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} \ln t_i = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{t_i}{\theta}\right)^{\beta} ln\left(\frac{t_i}{\theta}\right) + n\ ln\theta - \frac{n}{\beta}$$

$$\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{t_i}{\theta}\right)^{\beta} ln\ t_i - \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{t_i}{\theta}\right)^{\beta} \ln\theta + n\ ln\theta - \frac{n}{\beta} = \sum_{i=1}^{n} \ln t_i$$

Seperti yang kita tahu bahwa:

$\frac{1}{\theta^{\beta}}\sum_{i=1}^{n}(t_i)^{\beta} = n$ dan $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(t_i)^{\beta} = \theta^{\beta}$

Diperoleh:

$$\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{t_i}{\theta}\right)^{\beta} ln\ t_i - n\ln\theta + n\ ln\theta - \frac{n}{\beta} = \sum_{i=1}^{n} \ln t_i$$

$$\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{t_i}{\theta}\right)^{\beta} ln\ t_i - \frac{n}{\beta} = \sum_{i=1}^{n} \ln t_i$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} {t_i}^{\beta} ln\ t_i}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(t_i)^{\beta}} - \frac{n}{\beta} = \sum_{i=1}^{n} \ln t_i$$

$$n\left[\frac{\sum_{i=1}^{n} {t_i}^{\beta} ln\ t_i}{\sum_{i=1}^{n}(t_i)^{\beta}} - \frac{1}{\beta}\right] = \sum_{i=1}^{n} \ln t_i$$

$$n\left[\frac{\sum_{i=1}^{n} t_i{}^{\beta} ln\, t_i}{\sum_{i=1}^{n}(t_i)^{\beta}} - \frac{1}{\beta}\right] = \sum_{i=1}^{n} \ln t_i$$

$$\left[\frac{\sum_{i=1}^{n} t_i{}^{\beta} ln\, t_i}{\sum_{i=1}^{n}(t_i)^{\beta}} - \frac{1}{\beta}\right] = \frac{\sum_{i=1}^{n} \ln t_i}{n}$$

Nilai estimasi parameter β melalui pendekatan iterasi metode Newton-Raphson dengan menganggap bahwa:

$$f(\beta) = \frac{\partial l(\beta;\theta;t)}{\partial \beta} = 0$$

Langkah-langkah pendekatan metode Newton-Raphson untuk mencari estimasi parameter adalah sebagai berikut:

1. Menentukan nilai awal β_0, pada penelitian ini ditentukan $\beta_0 = 1$
2. Menentukan persamaan $f(\beta)$

$$f(\beta) = \frac{1}{\beta} + \frac{\sum_{i=1}^{n} \ln t_i}{n} - \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i{}^{\beta} ln\, t_i}{\sum_{i=1}^{n}(t_i)^{\beta}}$$

Dan turunan pertama dari $f(\beta)$ adalah

$$f'(\beta) = \frac{df(\beta)}{d\beta}$$

$$\frac{\left(\sum_{i=1}^{n} t_i{}^{\beta} lnt_i\right)^2 - \sum_{i=1}^{n} t_i{}^{\beta} \sum_{i=1}^{n} t_i{}^{\beta}(lnt_i)^2}{\left(\sum_{i=1}^{n} t_i{}^{\beta}\right)^2} - \frac{1}{\beta^2}$$

3. Subtitusi persamaan $f(\beta)$ dan turunan pertamanya $f'(\beta)$ ke dalam rumus metode Newton-Raphson:

$$\beta_{n+1} = \beta_n - \frac{f(\beta_n)}{f'(\beta_n)}$$

$$\beta_{n+1} = \beta_n - \frac{\frac{1}{\beta_n} + \frac{\sum_{i=1}^{n} \ln t_i}{n} - \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i{}^{\beta_n} ln\, t_i}{\sum_{i=1}^{n}(t_i)^{\beta_n}}}{\frac{\left(\sum_{i=1}^{n} t_i{}^{\beta_n} lnt_i\right)^2}{\left(\sum_{i=1}^{n} t_i{}^{\beta_n}\right)^2} - \frac{1}{\beta_n{}^2} - \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i{}^{\beta_n}(lnt_i)^2}{\sum_{i=1}^{n} t_i{}^{\beta_n}}}$$

Iterasi dihentikan jika nilai yang dihasilkan telah konvergen.

Nilai β_{n+1} merupakan nilai aproksimasi untuk β. Perhitungan ini dilakukan dengan *software* Mathlab 2013a sesuai dengan *source code* pada Lampiran E.

2. Estimasi Parameter dengan Menggunakan Metode Bayes

a. Distribusi Eksponensial

Berdasarkan fungsi kepadatan peluang distribusi Eksponensial pada persamaan (2.2), diperoleh fungsi *likelihood* sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
L(t;\lambda) &= f(t_1)f(t_2)\ldots f(t_n)\\
&= \left(\lambda e^{-\lambda t_1}\right)\left(\lambda e^{-\lambda t_2}\right)\ldots\left(\lambda e^{-\lambda t_n}\right)\\
&= \lambda^n . e^{-\lambda(t_1+t_2+t_3+\cdots+t_n)}\\
&= \lambda^n . e^{-\lambda\sum_{i=1}^{n} t_i}
\end{aligned}
$$

Mencari distribusi prior non informatif:

Fungsi $\ln f(t)$:

$$
\begin{aligned}
\ln f(t) &= \ln\left(\lambda e^{-\lambda t}\right)\\
&= ln\,\lambda - \lambda t
\end{aligned}
$$

Mendiferensialkan $\ln f(t)$ terhadap parameter:

$$\frac{\partial(\ln\ f(t;\lambda))}{\partial\lambda} = \frac{1}{\lambda} - t$$

$$\frac{\partial^2(\ln\ f(t;\lambda))}{\partial\lambda^2} = -\frac{1}{\lambda^2}$$

$$
\begin{aligned}
E\left(-\frac{1}{\lambda^2}\right) &= \int_{-\infty}^{\infty}\left(-\frac{1}{\lambda^2}\right)f(t)dt\\
&= \int_0^{\infty} -\frac{1}{\lambda^2}\lambda e^{-\lambda t}dt\\
&= -\frac{1}{\lambda}\int_0^{\infty} e^{-\lambda t}dt\\
&= -\frac{1}{\lambda}\left[-\frac{1}{\lambda}e^{-\lambda t}\right]_0^{\infty}\\
&= \frac{1}{\lambda^2}[0-1]\\
&= -\frac{1}{\lambda^2}
\end{aligned}
$$

Diperoleh Informasi Fisher sebagai berikut:

$$I(\lambda) = -nE\left[\frac{\partial^2(\ln f(t))}{\partial\lambda^2}\right]$$

$$I(\lambda) = -nE\left(-\frac{1}{\lambda^2}\right) = \frac{n}{\lambda^2}$$

Diperoleh distribusi prior non informatifnya:

$$\pi(\lambda) = g(\lambda) = \sqrt{I(\lambda)} = \frac{1}{\lambda}\sqrt{n}$$

Selanjutnya akan ditentukan distribusi posterior sebagai berikut:

$$\pi(\lambda|T) = \frac{L(\lambda;t)\pi(\lambda)}{\int L(\lambda;t)\pi(\lambda)d\lambda}$$

$$\pi(\lambda|T) = \frac{\left(\frac{1}{\lambda}\sqrt{n}\right)\lambda^n e^{-\lambda\sum_{i=1}^n t_i}}{\int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{1}{\lambda}\sqrt{n}\right)\lambda^n e^{-\lambda\sum_{i=1}^n t_i}\,d\lambda}$$

$$= \frac{\lambda^{n-1}e^{-\lambda\sum_{i=1}^n t_i}}{\int_{-\infty}^{\infty}\lambda^{n-1}e^{-\lambda\sum_{i=1}^n t_i}\,d\lambda}$$

Dimisalkan $y = \sum_{i=1}^n t_i$, menjadi:

$$\pi(\lambda|T) = \frac{\lambda^{n-1}e^{-\lambda y}}{\int_0^{\infty}\lambda^{n-1}e^{-\lambda y}\,d\lambda}$$

Untuk mencari nilai dari $\int_0^{\infty}\lambda^{n-1}.\,e^{-\lambda y}\,d\lambda$, dimisalkan

$$p = \lambda y \rightarrow \lambda = \frac{p}{y}$$

$$d\lambda = \frac{1}{y}dp$$

Sehingga

$$\int_0^{\infty}\lambda^{n-1}e^{-\lambda y}\,d\lambda = \int_0^{\infty}\left(\frac{p}{y}\right)^{n-1}e^{-p}\frac{1}{y}dp$$

$$= \frac{1}{y^n}\int_0^{\infty}p^{n-1}e^{-p}\,dp$$

$$= \frac{1}{y^n}\Gamma(n)$$

Distribusi posteriornya adalah:

$$\pi(\lambda|T) = \frac{\lambda^{n-1} y^n e^{-\lambda y}}{\Gamma(n)}$$

Selanjutnya dicari ekspetasi λ dari distribusi posterior untuk mendapatkan estimasi parameter dari distribusi, sebagai berikut:

$$\hat{\lambda} = E(\lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} \lambda \frac{\lambda^{n-1} y^n e^{-\lambda y}}{\Gamma(n)} d\lambda = \frac{1}{\Gamma(n)} \int_0^{\infty} \lambda^n y^n e^{-\lambda y}\, d\lambda$$

$$= \frac{y^n}{\Gamma(n)} \int_0^{\infty} \lambda^n e^{-\lambda y}\, d\lambda$$

Dimisalkan:

$$p = \lambda y \rightarrow \lambda = \frac{p}{y}$$

$$d\lambda = \frac{1}{y} dp$$

Ubah batas:

$\lambda = 0 \rightarrow p = 0$

$\lambda = \infty \rightarrow p = \infty$

$$\hat{\lambda} = E(\lambda) = \frac{y^n}{\Gamma(n)} \int_0^{\infty} \left(\frac{p}{y}\right)^n e^{-p} \frac{1}{y} dp = \frac{y^n}{\mathrm{y}^{n+1}\Gamma(n)} \int_0^{\infty} p^n e^{-p}\, dp$$

$$= \frac{1}{\mathrm{y}\Gamma(n)} \Gamma(n+1) = \frac{1}{y} \frac{n!}{(n-1)!} = \frac{n}{y} = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} t_i}$$

Jadi diperoleh estimasi untuk distribusi Eksponensial menggunakan metode Bayes adalah $\hat{\lambda} = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} t_i}$

b. Distribusi Weibull

Berdasarkan fungsi kepadatan peluang distribusi Weibull pada persamaan (2.3), diperoleh transformasi fungsi ke bentuk eksponensial dengan memisalkan $\omega = \frac{1}{\theta^{\beta}}$, fungsi kepadatan peluang menjadi:

$$f(t) = \beta\omega t^{\beta-1} e^{-\omega t^{\beta}}$$

Dengan memisalkan $y = t^{\beta}$

$y^{\frac{1}{\beta}} = t$ menjadi $g^{-1}(y) = y^{\frac{1}{\beta}}$

Diperoleh:

$$f\left(g^{-1}(y)\right) = f\left(y^{\frac{1}{\beta}}\right)$$

$$= \beta\omega\left(y^{\frac{1}{\beta}}\right)^{\beta-1} e^{-\omega\left(y^{\frac{1}{\beta}}\right)^{\beta}}$$

$$= \beta\omega y^{1-\frac{1}{\beta}} e^{-\omega y}$$

Lalu diturunkan terhadap y:

$$\left|\frac{d\left(g^{-1}(y)\right)}{dy}\right| = \frac{1}{\beta} y^{\frac{1}{\beta}-1}$$

Hasil transformasinya menjadi

$$f(y) \ = f\left(g^{-1}(y)\right). \left|\frac{d\left(g^{-1}(y)\right)}{dy}\right|$$

$$= \beta\omega y^{1-\frac{1}{\beta}} e^{-\omega y}\left(\frac{1}{\beta} y^{\frac{1}{\beta}-1}\right)$$

$$= \omega e^{-\omega y}$$

$$= \omega e^{-\omega t^{\beta}}$$

Fungsi *likelihood*:

$$L(y) = f(y_1)f(y_2) \ldots \ f(y_n)$$

$$= \omega^{n} e^{-\lambda \sum_{i=1}^{n} t_i{}^{\beta}}$$

Fungsi ln:

$$\ln f(y) = ln\left[\omega e^{-\omega t^{\beta}}\right]$$

$$= \ln \omega - \omega t^{\beta}$$

Diturunkan terhadap ω:

$$\frac{\partial(\ln\ f(y))}{\partial\omega} \ = \frac{1}{\omega} - t^{\beta}$$

$$\frac{\partial^2(\ln\ f(y))}{\partial\omega^2} = -\frac{1}{\omega^2}$$

Sehingga diperoleh Informasi Fisher sebagai berikut:

$$I(\omega) \ = -nE\left[-\frac{1}{\omega^2}\right]$$

$$= -n\int_{-\infty}^{\infty}\left(-\frac{1}{\omega^2}\right)\omega e^{-\omega y}dy$$
$$= -n\int_{0}^{\infty}\left(-\frac{1}{\omega}\right)e^{-\omega y}dy$$

Misalkan

$u = \omega y \;\rightarrow y = \frac{u}{\omega}$

$dy = \frac{1}{\omega}du$

Batas menjadi:

$y = 0 \rightarrow u = 0$

$y = \infty \rightarrow u = \infty$

Diperoleh:

$$I(\omega) = n\int_{0}^{\infty}\frac{1}{\omega^2}e^{-u}du$$
$$= \frac{n}{\omega^2}[-e^{-u}]|_0^{\infty}$$
$$= \frac{n}{\omega^2}(1) = \frac{n}{\omega^2}$$

$$g(\omega) = \sqrt{I(\omega)} = \sqrt{\frac{n}{\omega^2}} = \frac{1}{\omega}\sqrt{n}$$

Diperoleh distribusi prior non informatifnya:

$$\pi(\omega) = g(\omega) = \frac{1}{\omega}\sqrt{n}$$

Selanjutnya akan ditentukan distribusi posterior sebagai berikut:

$$\pi(\omega|T) = \frac{L(\omega;t)\pi(\omega)}{\int L(\omega;t)\pi(\omega)d\omega}$$

$$\pi(\omega|T) = \frac{\frac{1}{\omega}\sqrt{2n}\left[\omega^n e^{-\omega\sum_{i=1}^{n}y_i}\right]}{\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{\omega}\sqrt{2n}\left[\omega^n e^{-\omega\sum_{i=1}^{n}y_i}\right]d\omega}$$
$$= \frac{\left[\omega^{n-1}e^{-\omega\sum_{i=1}^{n}y_i}\right]}{\int_{-\infty}^{\infty}\omega^{n-1}e^{-\omega\sum_{i=1}^{n}y_i}d\omega}$$

Mencari nilai $\int_{-\infty}^{\infty}\omega^{n-1}e^{-\omega\sum_{i=1}^{n}y_i}d\omega$

Jika dimisalkan $u = \omega\sum_{i=1}^{n}y_i$

$$\omega = \frac{u}{\sum_{i=1}^{n} y_i}$$
$$d\omega = \frac{du}{\sum_{i=1}^{n} y_i}$$

maka dapat ditulis:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \omega^{n-1} e^{-\omega \sum_{i=1}^{n} y_i} d\omega \;\; = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{u}{\sum_{i=1}^{n} y_i}\right)^{n-1} e^{-u} \frac{du}{\sum_{i=1}^{n} y_i}$$
$$= \frac{1}{\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)^n} \int_{-\infty}^{\infty} u^{n-1} e^{-u} du$$
$$= \frac{\Gamma(n)}{\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)^n}$$

Sehingga menjadi:

$$\pi(\theta|T) = \frac{\left[\omega^{n-1} e^{-\omega \sum_{i=1}^{n} y_i}\right]}{\frac{\Gamma(n)}{\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)^n}}$$
$$\pi(\theta|T) = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)^n \left[\omega^{n-1} e^{-\omega \sum_{i=1}^{n} y_i}\right]}{\Gamma(n)}$$
$$= \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} t_i{}^{\beta}\right)^n \left[\omega^{n-1} e^{-\omega \sum_{i=1}^{n} t_i{}^{\beta}}\right]}{\Gamma(n)}$$

Persamaan distribusi posterior di atas merupakan distribusi Gamma dengan $\Omega \sim GAM\left(\frac{1}{\sum_{i=1}^{n} t_i{}^{\beta}}, n\right)$

Misalkan:

$x = \omega$
$\alpha = n$
$\beta = \frac{1}{\sum t_i{}^{c}}$

Parameter ω dapat dicari dengan menghitung ekspektasi dari distribusi Gamma:

$$E(\Omega) \;\; = \int_{0}^{\infty} \omega f(\omega) d\omega$$

$$= \int_0^{\infty} \omega \left(\frac{\left(\sum_{i=1}^{n} t_i{}^{\beta}\right)^n \left[\omega^{n-1} e^{-\omega \sum_{i=1}^{n} t_i{}^{\beta}}\right]}{\Gamma(n)} \right) d\omega$$

$$= \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} t_i{}^{\beta}\right)^n}{\Gamma(n)} \int_0^{\infty} \omega^n e^{-\omega \sum_{i=1}^{n} t_i{}^{\beta}} d\omega$$

Misalkan:

$$y = \omega \sum_{i=1}^{n} t_i{}^{\beta} \rightarrow \omega = \frac{y}{\sum_{i=1}^{n} t_i{}^{\beta}}$$

$$d\omega = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} t_i{}^{\beta}} dy$$

Sehingga persamaan menjadi:

$$E(\Omega) = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} t_i{}^{\beta}\right)^n}{\Gamma(n)} \int_0^{\infty} \left(\frac{y}{\sum_{i=1}^{n} t_i{}^{\beta}}\right)^n e^{-y} \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} t_i{}^{\beta}} dy$$

$$E(\Omega) = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} t_i{}^{\beta}\, \Gamma(n)} \int_0^{\infty} y^n e^{-y} dy$$

$$E(\Omega) = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} t_i{}^{\beta}\, \Gamma(n)} \int_0^{\infty} y^n e^{-y} dy$$

$$E(\Omega) = \frac{\Gamma(n+1)}{\sum_{i=1}^{n} t_i{}^{\beta}\, \Gamma(n)}$$

$$E(\Omega) = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} t_i{}^{\beta}}$$

$$\omega = \frac{1}{\theta^{\beta}} = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} t_i{}^{\beta}}$$

$$\theta^{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i{}^{\beta}}{n}$$

$$\theta = \left(\frac{\sum_{i=1}^{n} t_i{}^{\beta}}{n}\right)^{\frac{1}{\beta}}$$

Sedangkan fungsi MGF dari distribusi Gamma adalah:

$$M_{\omega}(t) = E(e^{t\omega})$$

$$M_{\omega}(t) = \int_0^{\infty} e^{t\omega} f(\omega) d\omega$$

$$= \int_0^\infty e^{t\omega}\left(\frac{\left(\sum_{i=1}^n t_i{}^\beta\right)^n \left[\omega^{n-1} e^{-\omega\sum_{i=1}^n t_i{}^\beta}\right]}{\Gamma(n)}\right) d\omega$$

$$= \frac{\left(\sum_{i=1}^n t_i{}^\beta\right)^n}{\Gamma(n)} \int_0^\infty \omega^{n-1} e^{-\left(\sum_{i=1}^n t_i{}^\beta - t\right)\omega} d\omega$$

Misalkan:

$$z = \left(\sum_{i=1}^n t_i{}^\beta - t\right)\omega$$

$$\omega = \frac{z}{\left(\sum_{i=1}^n t_i{}^\beta - t\right)}$$

$$d\omega = \frac{dz}{\left(\sum_{i=1}^n t_i{}^\beta - t\right)}$$

$$= \frac{\left(\sum_{i=1}^n t_i{}^\beta\right)^n}{\Gamma(n)} \int_0^\infty \left(\frac{z}{\left(\sum_{i=1}^n t_i{}^\beta - t\right)}\right)^{n-1} e^{-z} \frac{dz}{\left(\sum_{i=1}^n t_i{}^\beta - t\right)}$$

$$= \frac{\left(\sum_{i=1}^n t_i{}^\beta\right)^n}{\left(\sum_{i=1}^n t_i{}^\beta - t\right)^n \Gamma(n)} \int_0^\infty z^{n-1} e^{-z} dz$$

$$= \frac{\left(\sum_{i=1}^n t_i{}^\beta\right)^n \Gamma(n)}{\left(\sum_{i=1}^n t_i{}^\beta - t\right)^n \Gamma(n)}$$

$$= \frac{\left(\sum_{i=1}^n t_i{}^\beta\right)^n}{\left(\sum_{i=1}^n t_i{}^\beta - t\right)^n}$$

$$= \left(\frac{\sum_{i=1}^n t_i{}^\beta - t}{\sum_{i=1}^n t_i{}^\beta}\right)^{-n}$$

$$= \left(1 - \frac{t}{\sum_{i=1}^n t_i{}^\beta}\right)^{-n}$$

Dari distribusi posterior, dapat dihitung fungsi MGF

$$M_{2\omega \sum t_i{}^\beta}(t) = M_\omega\left(2t \sum t_i{}^\beta\right)$$

$$= \left(1 - \frac{2t\sum_{i=1}^n t_i{}^\beta}{\sum_{i=1}^n t_i{}^\beta}\right)^{-n}$$

$$= (1 - 2t)^{-2n/2}$$

MGF yang diperoleh di atas merupakan fungsi momen dari distribusi khi-kuadrat dengan derajat bebas $2n$.

Untuk mengkonstruksi selang kepercayaan untuk ω, dibutuhkan kuantitas pivot. Variabel acak sebagai fungsi dari sampel dan parameter dan distribusi peluangnya diketahui tapi tidak melibatkan ω. Dimisalkan peubah acak

$$Q = 2\omega \sum t_i{}^{\beta} \sim \chi^2(2n)$$

sebagai kuantitas pivotnya. Selang kepercayaan $100(1-\alpha)\%$ untuk ω dapat dikontruksi dari:

$$1-\alpha = P\left(\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(2n) \le Q \le \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(2n)\right)$$

$$P\left(\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(2n) \le 2\omega \sum t_i{}^{\beta} \le \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(2n)\right)$$

$$P\left(\frac{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(2n)}{2\sum t_i{}^{\beta}} \le \omega \le \frac{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(2n)}{2\sum t_i{}^{\beta}}\right)$$

Sehingga, selang kepercayaan $100(1-\alpha)\%$ untuk λ sebagai berikut:

$$\left[\frac{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(2n)}{2\sum t_i{}^{\beta}}, \frac{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(2n)}{2\sum t_i{}^{\beta}}\right]$$

BIODATA PENULIS

Penulis memiliki nama lengkap Fitriani Ika Ramadania, lahir di Lamongan pada tanggal 19 Februari 1996. Penulis berasal dari Kabupaten Lamongan, bertempat tinggal di Dusun Plosogeneng, Desa Plosowahyu RT.02/RW.02 Kec. Lamongan, Kab. Lamongan. Pendidikan formal yang pernah ditempuh yaitu SDN Plosowahyu I, SMPN 2 Lamongan dan SMAN 2 Lamongan. Kemudian, penulis melanjutkan studi di departemen Matematika ITS, dengan bidang minat Matematika Terapan. Dalam bidang minat ini penulis mulai mengenal bahasa pemrograman diantaranya adalah Minitab, R, Python, dan juga MATLAB. Semasa menempuh jenjang pendidikan S-1, penulis juga aktif dalam kegiatan non-akademis diantaranya aktif di organisasi kemahasiswaan Matematika ITS dan UKM KSR PMI ITS. Penulis juga mengikuti kepanitiaan acara besar yang ada di ITS diantaranya: OMITS, dan Pekan Kesehatan. Selama penulisan Tugas Akhir ini Penulis tidak lepas dari kekurangan, untuk itu penulis mengharapkan kritik, saran, dan pertanyaan mengenai Tugas Akhir ini yang dapat dikirimkan melalui *e-mail* ke ramadania.fitrianiika@gmail.com.