TUGAS AKHIR– SM141501

PENERAPAN METODE *BRANCHING* DALAM MASALAH TRANSPORTASI UNTUK MEMINIMALKAN BIAYA AGAR PERSEDIAAN OPTIMAL (STUDI KASUS PT. XYZ)

TRI WAHYUNI
NRP. 06111440000014

Dosen Pembimbing :
Valeriana Lukitosari, S.Si, MT

DEPARTEMEN MATEMATIKA
Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya
2018

TUGAS AKHIR– SM141501

PENERAPAN METODE *BRANCHING* DALAM MASALAH TRANSPORTASI UNTUK MEMINIMALKAN BIAYA AGAR PERSEDIAAN OPTIMAL (STUDI KASUS PT. XYZ)

TRI WAHYUNI
NRP. 06111440000014

Dosen Pembimbing :
Valeriana Lukitosari, S.Si, MT

DEPARTEMEN MATEMATIKA
Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya
2018

FINAL PROJECT – SM141501

APPLICATION OF BRANCHING METHOD IN TRANSPORTATION PROBLEM TO MINIMIZE COST IN ORDER TO OPTIMUM SUPPLIES (CASE STUDY PT. XYZ)

TRI WAHYUNI
NRP. 06111440000014

Supervisor :
Valeriana Lukitosari, S.Si, MT

DEPARTMENT OF MATHEMATIC
Faculty of Mathematics, Computing, and Data Sciences
Sepuluh Nopember Insitute of Technology
Surabaya
2018

LEMBAR PENGESAHAN

PENERAPAN METODE *BRANCHING* DALAM MASALAH TRANSPORTASI UNTUK MEMINIMALKAN BIAYA AGAR PERSEDIAAN OPTIMAL (STUDI KASUS PT. XYZ)

APPLICATION OF BRANCHING METHOD IN TRANSPORTATION PROBLEM TO MINIMIZE COST IN ORDER TO OPTIMUM SUPPLIES (CASE STUDY PT. XYZ)

TUGAS AKHIR

Diajukan untuk Memenuhi Salah Satu Syarat
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains
Pada Bidang Studi Matematika Terapan
Program Studi S-1 Departemen Matematika
Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

Oleh :
TRI WAHYUNI
NRP. 06111440000014

Menyetujui,
Dosen Pembimbing

Valeriana Lukitosari, S.Si, MT
NIP. 19710928 199802 2 001

Mengetahui,
Kepala Departemen Matematika
FMKSD ITS

KEMENTERIAN RISET, TEKNOLOGI, DAN PENDIDIKAN TINGGI
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
FAKULTAS MATEMATIKA, KOMPUTASI, DAN SAINS DATA
DEPARTEMEN MATEMATIKA

Dr. Imam Mukhlash, S.Si, MT
NIP. 19700831 199403 1 003

Surabaya, Agustus 2018

PENERAPAN METODE *BRANCHING* DALAM MASALAH TRANSPORTASI UNTUK MEMINIMALKAN BIAYA AGAR PERSEDIAAN OPTIMAL (STUDI KASUS PT. XYZ)

Nama : Tri Wahyuni
NRP : 06111440000014
Jurusan : Matematika, FMKSD – ITS
Pembimbing : Valeriana Lukitosari, S.Si, MT

ABSTRAK

Strategi logistik yang efektif dalam pendistribusian barang dan jasa perlu memperhatikan karakteristik perilaku biaya transportasi. Salah satu perilaku biaya transportasi yang menjadi masalah yaitu biaya tetap (*fixed-costs*). Masalah transportasi biaya tetap merupakan kasus khusus dari masalah biaya tetap umum. Masalah tersebut melibatkan distribusi dari m *supplier* (pemasok) ke sejumlah n *customer* (pelanggan) sehingga permintaan di setiap tujuan pendistribusian dapat terpenuhi dan dapat mencegah adanya pasokan dari kompetitor lain yang sejenis. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk meminimalkan biaya transportasi dengan skema distribusi yang dapat mengoptimalkan pemuatan produk. Berdasarkan penerapan pendekatan linier Balinski maka masalah transportasi biaya tetap dapat diselesaikan dengan metode *branching*. Metode *branching* secara bertahap menghasilkan cabang - cabang penyelesaian masalah baru dengan nilai $Z(P)$ dan $Z(PB)$ yang berbeda, kemudian dua nilai tersebut dibandingkan untuk mendapatkan solusi optimal nilai $Z^*(P)$. Solusi optimal diperoleh melalui simulasi data persediaan dan permintaan produk PT. XYZ saat periode maksimum dan minimum. Pada tugas akhir ini solusi optimal yang didapatkan berupa biaya transportasi yang minimal. Biaya minimal untuk periode permintaan maksimum dan minimum masing -masing sebesar $Rp. 421.244.600.000,-$ dan $\text{Rp}. 239.924.100.000,-$ per bulan. Sedangkan biaya minimal untuk masalah transportasi biaya tetap berskala kecil sebesar $Rp. 125.000.000,-$ per bulan.

Kata Kunci : *biaya tetap, masalah transportasi, metode branching.*

APPLICATION OF BRANCHING METHOD IN TRANSPORTATION PROBLEM TO MINIMIZE COST IN ORDER TO OPTIMUM SUPPLIES (CASE STUDY PT. XYZ)

Name : Tri Wahyuni
NRP : 06111440000014
Department : *Mathematics*
Supervisor : Valeriana Lukitosari, S.Si, MT

ABSTRACT

An effective logistics strategy in the distribution of commodities and services need to understand characteristics that drive transportation cost. One of the characteristics that drive transportation costs into problem is fixed costs. Fixed-cost transportation problem is a special case of the fixed-general costs problem. The fixed-costs transportation problem involves the distribution of m suppliers to n customers so that demand in each destination of distribution can be fulfilled and it can prevent the supply from other competitors. The purpose of this research is to minimize transportation costs with a distribution scheme that can optimize product loading. Based on Balinski linier approximation, fixed-costs transportation problem can be solved by branching method. The branching method gradually generates branches of new problem solving with different $Z(P)$ *and* $Z(PB)$*, then two values are compared to obtain the optimal solution* $Z^*(P)$*. The optimal solution obtained by the simulation of inventories data and product demand of PT. XYZ on the maximum and minimum period. In this research, the optimal solution is minimal transportation costs. Minimal transportation cost for maximum and minimum demand periods are* $Rp. 421.244.600.000,-$ *and* $\text{Rp}. 239.924.100.000,-$ *per month. While the minimum cost for small-scale fixed-cost transportation problem is* $Rp. 125.000.000,-$ *per month..*

Keywords : *fixed cost, transportation problem, branching method.*

KATA PENGANTAR

Alhamdulillaahirobbil'aalamiin, segala puji dan syukur penulis panjatkan ke hadirat Allah SWT yang telah memberikan limpahan rahmat, taufik serta hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir yang berjudul

"PENERAPAN METODE *BRANCHING* DALAM MASALAH TRANSPORTASI UNTUK MEMINIMALKAN BIAYA AGAR PERSEDIAAN OPTIMAL (STUDI KASUS PT.XYZ)"

sebagai salah satu syarat kelulusan Program Sarjana Departemen Matematika FMKSD Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya.

Tugas Akhir ini dapat diselesaikan dengan baik berkat bantuan dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan ucapan terimakasih dan penghargaan kepada :

1. Kepala Departemen Matematika ITS, Bapak Dr. Imam Mukhlash, S.Si, MT, yang telah memberikan dukungan dan motivasi selama perkuliahan hingga terselesaikannya Tugas Akhir ini.
2. Kaprodi S1 Departemen Matematika, Bapak Dr. Didik Khusnul Arif, S.SI, M.Si, dan Sekretaris Prodi S1, Drs. Iis Herisman, M.Si, yang telah memberikan arahan akademik selama penulis kuliah di Departemen Matematika FMKSD-ITS.
3. Ibu Valeriana Lukitosari, S.Si, MT sebagai dosen pembimbing yang telah memberikan motivasi dan pengarahan dalam penyelesaian tugas akhir ini.
4. Bapak Dr. Soehardjoepri, M.Si, Drs. Suhud Wahyudi, M.Si, Drs. Suharmadi, Dipl. Sc, M.Phil dan Ibu Dra. Nuri

Wahyuningsih, M.Kes sebagai dosen penguji yang telah memberikan pengarahan dalam penyelesaian tugas akhir ini.

5. Bapak Dr. Hariyanto, M.Si sebagai dosen wali yang telah memberikan arahan akademik selama penulis kuliah di Departemen Matematika FMKSD-ITS.
6. Bapak dan Ibu dosen serta para staf Departemen Matematika ITS yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.
7. Kedua orang tua Saya, Bapak Turiyan, Ibu Tumi dan kakak Saya, Tono beserta istri dan keponakan – keponakan saya, Norick cs, atas dukungan, nasehat dan semangat yang telah diberikan.
8. Sahabat DEBU, Diah, Dila Ersha, Mutia, Tika, dan teman-teman Penunggu Lab. Komputasi, Afif, Aqil, Bifa, Eko, Faizin, Nia, Nuke, Okky, Wulan yang telah membantu, memotivasi dan selalu menghibur Saya selama pengerjaan Tugas Akhir ini.
9. Tim SC PH’16, Anang, Bertus, Bifa, Fi’ul, Juli, Okky, Sinta yang memberikan cerita indah dan pengalaman berharga selama perkuliahan.
10. Seluruh teman-teman AKSIOM14 yang selalu memberikan cerita manis dan pahit selama kehidupan perkuliahan dan organisasi.
11. Seluruh teman dalam organisasi HIMATIKA, terutama Departemen SAD, yang selalu menjadi tempat bernaung bagi penulis dalam mengembangkan potensi di bidang olahraga.

Penulis menyadari bahwa dalam penyusunan Tugas Akhir ini masih mempunyai banyak kekurangan. Kritik dan saran dari berbagai pihak yang bersifat membangun juga sangat diharapkan sebagai bahan perbaikan di masa yang akan datang.

Surabaya, Agustus 2018
Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

Hal

DAFTAR TABEL

Hal

DAFTAR LAMPIRAN

DAFTAR SIMBOL

i : indeks untuk *supplier* (sub pabrik atau plant)
j : indeks untuk *customer* (agen)
m : banyaknya *supplier* (sub pabrik atau plant)
n : banyaknya *customer* (agen)
Z : biaya transportasi yang dibutuhkan untuk keseluruhan pengiriman (distribusi) produk
x_{ij} : jumlah produk yang dikirim dari sumber (Plant) i ke tujuan (Agen) j
y_{ij} : *binary integer progamming* untuk x_{ij} yang bernilai 1 jika $x_{ij} > 0$ dan bernilai 0 untuk x_{ij} yang lainnya
a_i : banyaknya persediaan (*supply*) pada masing-masing *supplier*
b_j : banyaknya permintaan (*demand*) pada masing-masing *customer*
c_{ij} : biaya variabel pengiriman (distribusi) per unit produk
C_{ij} : biaya pengiriman (distribusi) per unit produk dengan relaksasi Balinski
f_{ij} : biaya tetap pengiriman (distribusi) per unit produk
m_{ij} : nilai minimal dari antara a_i dan b_j
x_{ij}^B : jumlah produk yang dikirim dari Plant i ke Agen j dalam masalah transportasi relaksasi
y_{ij}^B : *binary integer progamming* untuk x_{ij}^B yang bernilai 1 jika $x_{ij}^B > 0$ dan bernilai 0 untuk x_{ij}^B yang lainnya dalam masalah transportasi relaksasi
$\{x_{ij}^B\}$: himpunan penyelesaian jumlah produk dari masalah transportasi relaksasi
$\{x_{ij}^B, y_{ij}^B\}$: himpunan penyelesaian solusi optimal dari masalah transportasi relaksasi
$Z(P)$: batas atas solusi optimal masalah transportasi biaya tetap
$Z(PB)$: batas bawah solusi optimal masalah transportasi biaya tetap
$Z^*(P)$: solusi optimal biaya masalah transportasi biaya tetap

$Z(P1)$: batas atas solusi optimal masalah transportasi biaya tetap pada simulasi numerik periode permintaan maksimum

$Z(PB1)$: batas bawah solusi optimal masalah transportasi biaya tetap pada simulasi numerik periode permintaan maksimum

$Z(P2)$: batas atas solusi optimal masalah transportasi biaya tetap pada simulasi numerik periode permintaan maksimum

$Z(PB2)$: batas bawah solusi optimal masalah transportasi biaya tetap pada simulasi numerik periode permintaan maksimum

$Z(MPB)$:batas bawah solusi optimal masalah transportasi relaksasi Balinski dengan reduksi biaya tetap pada simulasi numerik kasus 2.

Z(MP) : batas atas solusi optimal masalah transportasi dengan reduksi biaya tetap pada simulasi numerik kasus 2.

Δ : diferensiasi (perbedaan) biaya tetap antara masalah transportasi relaksasi dan masalah transportasi biaya tetap

f_{st} : biaya tetap yang diringkas sepanjang cabang $Y(s,t)$

f_{st}^{*} : biaya tetap yang diringkas sepanjang cabang $Y(s,t)$

Z_{st} : biaya tetap yang disimpan dari sub masalah pada studi kasus kedua

Z_{Ycost} : nilai f_{st} yang disimpan dari cabang Y

Z_{YYcost} : nilai f_{st} yang disimpan dari cabang YY

$Z_{YYYcost}$: nilai f_{st} yang disimpan dari cabang YYY

$Y(s,t)$: cabang yang memuat sel (s,t)

$N(s,t)$: cabang yang mengecualikan sel (s,t)

$B(\dots)$: notasi masing-masing cabang dari $Z(P)$ dan $Z(PB)$ yang dimasukkan dalam pohon solusi

$G(\dots)$: notasi masing-masing cabang dari $Z(P)$ dan $Z(PB)$ yang dimasukkan dalam pohon solusi

BAB I
PENDAHULUAN

Pada bab ini, dibahas mengenai latar belakang adanya penelitian ini, rumusan masalah berdasarkan latar belakang yang telah dibahas beserta batasan-batasan masalah yang ada, tujuan dan manfaat mengenai adanya penelitian ini, serta uraian sistematika penulisan pada bagian akhir bab ini.

1.1 Latar Belakang

Perkembangan sektor industri menyebabkan transportasi menjadi salah satu kebutuhan vital bagi perusahaan. Transportasi mempunyai peran penting dalam kegiatan pendistribusian barang maupun jasa. Saat ini tersedia beragam alternatif transportasi untuk mendukung logistik produk atau bahan baku. Bagi suatu perusahaan, transportasi melayani dua hal utama yaitu pergerakan produk dan penyimpanan produk sementara saat pendistribusian. Pengiriman produk dengan tepat waktu dapat mengurangi persediaan, penyimpanan dan penanganan material. Dengan demikian, nilai transportasi menjadi lebih besar dari sekedar memindahkan produk dari satu lokasi ke lokasi lainnya. Karena transportasi memegang peranan penting dalam perputaran logistik, tanpa transportasi yang andal, maka aktivitas komersial juga tidak berfungsi dengan baik dan hanya akan menghabiskan waktu, uang serta sumber daya lingkungan [1].

Untuk mengembangkan strategi logistik yang efektif, perlu dipahami faktor dan karakteristik dari ekonomi dan penetapan harga transportasi. Salah satu faktor yang berpengaruh dalam hal tersebut adalah perilaku biaya transportasi. Perilaku biaya transportasi diklasifikasikan ke dalam 4 kategori yaitu *variable costs* (biaya variabel), *fixed costs* (biaya tetap), *joint cost* (biaya gabungan), dan *common costs* (biaya *overhead*) [1]. Kategori pertama yaitu *variable costs* atau biaya variabel yang berubah secara langsung dan dapat di prediksi dalam kaitannya dengan beberapa aktivitas. Biaya variabel hanya bisa dihindari dengan tidak mengoperasikan kendaraan. Sedangkan kategori *fixed costs* atau biaya tetap adalah biaya yang tidak berubah dalam jangka pendek dan harus dilakukan sekalipun ketika sebuah perusahaan tidak beroperasi seperti saat liburan atau mogok kerja. Kategori biaya ini termasuk yang tidak langsung dipengaruhi oleh volume pengiriman. Untuk *joint costs* atau biaya gabungan adalah biaya yang tak terhindarkan dibuat berdasarkan keputusan untuk memberikan penawaran layanan tertentu. Sedangkan *common costs* atau biaya overhead contohnya biaya manajemen pool kendaraan dan alokasi biaya manajemen kantor pusat. Biaya ini dibebankan ke kiriman berdasarkan alokasi sesuai dengan tingkat aktivitas yang dilakukan untuk menangani kiriman [2].

Pengalokasian distribusi produk dari sejumlah tempat asal ke beberapa tempat tujuan sangat penting bagi suatu perusahaan agar selalu dapat memenuhi *demand* di pasaran sehingga mencegah terjadinya *stock out* dan pasar tidak diisi dengan produk dari kompetitor lain yang sejenis. Agar pemenuhan persediaan tersebut tersampaikan dengan tepat waktu, tentunya akan berakibat pada konsumsi keuangan yang mungkin lebih besar dalam hal transportasi yaitu terkait biaya pengiriman. Sehingga menajemen biaya yang baik sangat diperlukan mengingat perilaku biaya transportasi merupakan salah satu faktor yang berpengaruh dalam strategi logistik yang efektif, yaitu dengan meminimalkan biaya transportasi terutama untuk jenis biaya tetap (*fixed costs*). Karena biaya tetap termasuk masalah transportasi yang sulit untuk diselesaikan [3].

Penelitian mengenai masalah transportasi biaya tetap telah dilakukan oleh beberapa peneliti terdahulu. Penelitian yang dilakukan oleh Veena Adlakha dan Krzysztof Kowalski menjelaskan langkah - langkah penyelesaian masalah transportasi biaya tetap berdasarkan metode Hungarian dan VAM yang hanya bermanfaat untuk masalah dalam skala kecil [4]. Adlakha, Kowalski dan Vemuganti pada penelitian selanjutnya memberikan serangkaian langkah – langkah penyelesaian yang secara bertahap meningkatkan akurasi saat waktu komputasi meningkat [5]. Selanjutnya Adlakha, Kowalski dan Lev mengembangkan metode *branching* yang efektif menyelesaikan masalah transportasi biaya tetap. Metode dimulai dengan perumusan linier dari masalah yang konvergen ke solusi optimal dengan secara berkala meningkatkan batas atas dan batas bawah sehingga solusi optimal diperoleh saat kedua batas sama, sehingga bermanfaat untuk penyelesaian masalah biaya tetap dalam ukuran besar [6]. Kemudian penelitian oleh Kowalski et al. yang mengembangkan algoritma sederhana untuk mendapatkan solusi optimal umum dalam masalah biaya tetap skala kecil [3]. Metode dimulai dengan menguraikan masalah menjadi sub sub masalah yang lebih kecil sehingga bermanfaat untuk menyelesaikan berbagai macam ukuran masalah biaya tetap.

Dalam tugas akhir ini, akan dilakukan penelitian bagaimana meminimalkan masalah transportasi biaya tetap menggunakan metode *branching* [6]. Dimana terdapat masalah biaya tetap dalam skala kecil dan skala besar yang memiliki jumlah persediaan dan permintaan yang berbeda. Dengan penggunaan metode *branching* dalam proses iterasi secara berurutan bertujuan untuk mendapatkan batas atas $Z(P)$ dan batas bawah $Z(PB)$ yang sesuai dengan batasan dalam kendala. Sehingga dari kedua batas tersebut dapat dibandingkan untuk mendapatkan solusi optimal $Z^*(P)$ yang merupakan biaya minimal transportasi yang dibutuhkan untuk menjaga persediaan tetap optimal dan bisa memenuhi setiap permintaan pelanggan.

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah pada tugas akhir ini yaitu berapa biaya minimal yang didapatkan dari penerapan metode *branching*.

1.3 Batasan Masalah

Ruang lingkup permasalahan yang akan dibahas dalam tugas akhir ini adalah :

1. Pembahasan masalah hanya menyangkut satu perilaku biaya transportasi yaitu biaya tetap atau biaya variabel.
2. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data historis jumlah produksi, data jumlah persediaan produk dan jumlah permintaan masing-masing agen saat periode maksimum, minimum dan berskala kecil.
3. Data yang digunakan merupakan data degenerate mengikuti pola dan perilaku pada tahun-tahun sebelumnya dan diasumsikan dapat mempresentasikan data yang sebenarnya.
4. Pengamatan dalam penelitian ini dilakukan pada pendistribusian produk untuk Wilayah 1 yang memiliki 3 Agen.
5. Pendistribusian produk hanya melalui jalur darat dengan alat bantu transportasi truk oleh distributor dalam bentuk kemasan (zag/bag) 40 kg.

6. Kendaraan truk yang digunakan memiliki kapasitas muatan 30 ton dan akan kembali ke pabrik setelah proses pengiriman.
7. Pendistribusian produk dilakukan minimal satu kali dalam sehari sesuai dengan waktu yang dibutuhkan untuk keberangkatan truk, *loading* dan *unloading*, serta kembalinya truk ke pabrik.

1.4 Tujuan

Tujuan dari penulisan tugas akhir ini adalah mendapatkan biaya minimal dari penerapan metode *branching*.

1.5 Manfaat

Manfaat yang dapat di peroleh dari penulisan tugas akhir ini adalah :

1. Diperolehnya informasi berapa biaya minimal yang didapatkan dari penerapan metode *branching*
2. Sebagai suatu bentuk kontribusi dalam pengembangan ilmu matematika terapan.
3. Sebagai literatur penunjang bagi mahasiswa yang menempuh jenjang sarjana.

1.6 Sistematika Penulisan

Untuk memberikan gambaran mengenai keseluruhan isi tugas akhir ini, maka akan dikemukakan sstematika penulisan dalam tugas akhir ini sebagai berikut :

1. BAB I PENDAHULUAN

   Bab ini menjelaskan tentang latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan, manfaat dan sistematika penulisan tugas akhir.

2. BAB II TINJAUAN PUSTAKA
   Pada bab ini dijelaskan tentang landasan yang menjadi dasar dalam pelaksanaan penelitian tugas akhir ini, yaitu berupa studi literatur yang membantu dalam menentukan metode yang sesuai untuk menyelesaikan permasalahan yang dihdapi.
3. BAB III METODE PENELITIAN
   Bab ini menjelaskan tentang tahapan-tahapan dalam proses menyelesaikan masalah dan mencapai tujuan tugas akhir.
4. BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN
   Bab ini menjelaskan mengenai biaya apa saja yang berpengaruh pada masalah transportasi melalui tahap pengumpulan dan pengolahan data untuk kemudian dilakukan penyelesaian masalah biaya transportasi tersebut dengan simulasi numerik menggunakan metode *branching*.
5. BAB V KESIMPULAN DAN SARAN
   Bab ini menjelaskan mengenai kesimpulan yang diperoleh dari pembahasan dan saran untuk pengembangan penelitian selanjutnya.

BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini, dibahas mengenai teori transportasi dalam riset operasi, komponen biaya transportasi, masalah transportasi biaya tetap, *binary integer progamming*, pendekatan linier Balinski, algoritma *pre-screening,* dan metode *branching*.

2. 1 Transportasi Dalam Riset Operasi

Transportasi dalam riset operasi menyediakan dua hal utama, yaitu pergerakan produk dan penyimpanan produk sementara. Baik dalam bentuk bahan, komponen, barang dalam proses ataupun barang jadi. Nilai pokok transportasi adalah naik dan turunnya perpindahan produk dalam rantai pasokan. Kinerja dari transportasi sanat penting untuk pengadaan, manufaktur dan distribusi [1]. Transportasi juga memainkan peranan penting dalam kinerja pengembalian logistik ke perusahaan. Aspek transportasi lainnya yang kurang terlihat yaitu penyimpanan produk. Saat produk berada dalam kendaraan transportasi, itu yang disebut dengan penyimpanan produk sementara. Kendaraan pengangkut juga dapat digunakan untuk penyimpanan produk pada tujuan pengiriman barang, namun fasilitas penyimpanannya realtif mahal. Bentuk lain dari penyimpanan produk sementara adalah pengalihan. Pengalihan terjadi saat tujuan pengiriman diubah saat produk sudah dalam perjalanan.

Terdapat dua prinsip yang mempengaruhi efisiensi transportasi yaitu bobot dan jarak. Bobot dalam transportasi adalah biaya berat per unit yang menurun seiring dengan bertambahnya jumlah kiriman. Sedangkan jarak mengacu pada penurunan biaya transportasi per satuan berat seiring dengan bertambahnya jarak. Prinsip ini penting saat sedang mengevaluasi alternatif transportasi. Tujuan dari perspektif transportasi adalah memaksimalkan ukuran beban muatan dan jarak pengiriman masih memenuhi harapan pelanggan (*customer*).

Transportasi sangat penting untuk distribusi suatu perusahaan. Dalam manajemen transportasi, manajer transportasi bertanggung jawab untuk mengatur hampir 60% logistik perusahaan seperti persediaan produk agar dipindahkan (dikirimkan) secara tepat waktu dan ekonomis [1]. Tanggungjawab lainnya adalah untuk menentukan apakah layanan transportasi harus menggunakan kendaraan pribadi atau harus menyewa. Perusahaan yang sukses menyadari bahwa tidak ada transportasi yang murah untuk mengembangkan usahanya. Kecuali transportasi dikelola secara efektif dan efisien agar pengadaan, manufaktur dan kinerja distribusi dapat memenuhi harapan.

Model transportasi menggunakan sarana sebuah matriks untuk memberikan gambaran mengenai kasus distribusi. Distribusi optimal dalam model transportasi adalah distribusi barang dari sumber-sumber untuk memenuhi permintaan tujuan agar biaya total distribusi minimum. Adapun ciri-ciri model transportasi adalah sebagai berikut :

1. Terdapat sejumlah sumber dan tujuan tertentu.
2. Besarnya jumlah komoditi yang didistribusikan tertentu.
3. Besarnya jumlah barang yang dikirim sesuai dengan kapasitas sumber.
4. Biaya pengangkutan memiliki besar tertentu.

Bentuk umum model matematis transportasi adalah sebagai berikut :

Fungsi Tujuan :

$$Min \quad Z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij}\, x_{ij} \tag{2.1}$$

Ketika jumlah *supply* (persediaan) harus sama dengan jumlah *demand* (permintaan), maka dapat digunakan *balance transportastion model* dengan pembatas sebagai berikut :

Pembatas :

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = S_i \qquad \forall_i = 1,2,3,\dots,m \tag{2.2}$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = D_j \qquad \forall_j = 1,2,3,\dots,n \tag{2.3}$$

$$x_{ij} \geq 0$$

dengan :

x_{ij} : Jumlah produk yang dikirim dari sumber *i* ke tujuan *j*

c_{ij} : Biaya angkut per produk dari sumber *i* ke tujuan *j*

S_i : Besarnya kapasitas yang dimiliki oleh sumber *i*

D_j : Besarnya kapasitas yang dimiliki oleh tujuan *j*

2. 2 Komponen Biaya Transportasi

Logistik terdiri dari proses penyimpanan dan distribusi. Untuk pengembangan strategi logistik (pendistribusian) yang efektif, perlu memperhatikan faktor yang berpengaruh dalam masalah transportasi, salah satunya komponen biaya transportasi. Secara umum, biaya transportasi terdiri dari biaya variabel dan biaya tetap [1].

2.2.1 Biaya Variabel

Biaya ini berubah ubah sesuai dengan layanan yang diberikan, volume dan massa yang diangkut, serta waktu. Biaya variabel dalam transportasi diantaranya adalah biaya pekerja, biaya bahan bakar, biaya perawatan mesin. Biaya transportasi akan berubah mengikuti jarak yang harus ditempuh dalam menyalurkan muatan (produk). Jarak ini akan selaras dengan biaya bahan bakar, sehingga semakin jauh jarak maka akan memberikan biaya bahan bakar yang lebih besar. Selain itu, biaya variabel ini selaras dengan waktu, sehingga semakin besar nilai jarak, akan memperbesar nilai waktu dan waktu menyebabkan menambah biaya para pekerja [1].

2.2.2 Biaya Tetap

Biaya ini merupakan biaya yang tidak berubah-ubah nilainya atau dengan kata lain tidak terpengaruh oleh variabel. Biaya ini muncul bisa dari investasi ataupun biaya sewa. Biya investasi seperti pembelian kendaraan oleh perusahaan ataupun biaya sewa kendaraan. Biaya ini tidak akan terpengaruh oleh jarak ataupun waktu, sehingga jarak jauh atau dekat biaya sewa akan tetap sama [1].

2. 3 Masalah Transportasi Biaya Tetap

Masalah biaya tetap (*fixed charge*) muncul dalam sejumlah besar sistem produksi dan transportasi. Masalah biaya tetap semacam itu biasanya dimodelkan sebagai masalah progamming bilangan bulat (*integer progamming*) 0 – 1. Masalah transportasi biaya tetap adalah kasus khusus dari masalah biaya umum. Masalah tersebut melibatkan distribusi dari *m supplier* (pemasok) ke sejumlah *n customer* (pelanggan) sehingga permintaan di setiap tujuan terpenuhi untuk mencegah adanya pasokan dari *supplier* lain. Tujuannya adalah untuk menentukan jenis rute yang akan dilalui dan mengetahui ukuran pengiriman pada rute-rute tersebut, sehingga total biaya dari pemenuhan permintaan, berdasarkan kendala persediaan, dapat diminimalkan. Terdapat dua jenis biaya yang perlu dipertimbangkan dalam pengiriman x_{ij} unit produk. Biaya kontinyu berupa biaya variabel yang meningkat secara linier dengan jumlah produk yang diangkut antara sumber *i* dan tujuan *j*, dapat dinotasikan sebagai c_{ij}. Kemudian biaya tetap yang besarnya tidak bergantung pada jumlah produk yang

Model matematis untuk masalah transportasi biaya tetap secara umum merupakan perluasan dari model matematis transportasi pada persamaan (2.1), dinotasikan dengan P adalah sebagai berikut :

$$P: \quad Min\,Z(P) = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\left(c_{ij}x_{ij} + f_{ij}y_{ij}\right) \tag{2.4}$$

dengan kendala

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i \qquad \text{untuk i} = 1,2,\dots,\text{n} \tag{2.5}$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j \qquad \text{untuk j} = 1,2,\dots,\text{m} \tag{2.6}$$

$$x_{ij} \geq 0 \qquad \text{untuk semua } (i,j)$$

$$y_{ij} = \begin{cases} 0\,, & \text{jika } x_{ij} = 0 \\ 1\,, & \text{jika } x_{ij} > 0 \end{cases}$$

dengan :

x_{ij} : jumlah produk yang dikirim dari sumber *i* ke tujuan *j*

c_{ij} : biaya angkut per produk dari sumber *i* ke tujuan *j*

a_i : kapasitas persediaan yang dimiliki oleh sumber *i*

b_j : kapasitas permintaan yang dimiliki oleh tujuan j

y_{ij} : binary integer programming untuk biaya tetap

tanpa mengurangi bentuk umumnya, diasumsikan bahwa

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j \quad \text{dengan } a_i, \qquad b_j, c_{ij}, f_{ij} \geq 0.$$

Biaya tetap dapat berupa biaya tol di jalan raya, biaya pendaratan di bandara, biaya pemasangan dalam sistem produksi atau biaya pembangunan jalan dalam sistem transportasi, dapat juga berupa biaya sewa kendaraan jika dibutuhkan dalam pemenuhan maupun perputaran logistik. Tergantung pada pengaplikasiannya, pentingnya biaya tetap akan bervariasi [7].

2. 4 *Binary Integer Progamming* (BIP)

Integer Programming adalah sebuah model penyelesaian matematis yang memungkinkan hasil penyelesaian kasus pemrograman linear yang berupa bilangan pecahan diubah menjadi bilangan bulat tanpa meninggalkan optimalitas penyelesaian [8]. *Binary Integer Programming* (BIP) adalah program integer yang variabel keputusannya bernilai biner (atau variabel 0-1). Masalah integer programming yang hanya memuat variabel biner terkadang disebut masalah 0-1 *Integer Programming* [9].

Masalah BIP dapat diilustrasikan dengan masalah yang melibatkan sejumlah interrelasi keputusan ya atau tidak. Dalam keputusan semacam ini, dua pilihan yang memungkinkan adalah ya atau tidak. Sebagai contoh, haruskah suatu perusahaan melakukan proyek tetap tertentu, haruskah membuat suatu investasi tetap tertentu, dan sebagainya. Dengan adanya dua pilihan, maka keputusan ini dapat dilambangkan dengan variabel keputusan yang dibatasi hanya memiliki dua nilai, yaitu 0 dan 1 [9].

2. 5 Pendekatan Linier Masalah Transportasi Biaya Tetap

Pada beberapa literatur, model matematis transportasi biaya tetap hampir sama dengan masalah transportasi standar. Sehingga masalah transportasi biaya tetap secara signifikan lebih sulit diselesaikan karena diskontinuitas dalam fungsi objektif Z diperkenalkan oleh biaya tetap. Solusi dari permasalahan P adalah biaya transportasi yang minimal.

Balinski mengembangkan pendekatan linier dari masalah transportasi biaya tetap yang dibentuk dengan merelaksasikan pembatas integer pada y_{ij} dan memenuhi sifat bahwa [11] :

$$y_{ij} = x_{ij}/m_{ij}$$

dengan

$$m_{ij} = min\left(a_i\ , b_j\right) \tag{2.7}$$

Melalui relaksasi diatas, sebuah masalah transportasi biaya tetap ditransformasikan menjadi masalah transportasi klasik tanpa biaya tetap, dengan biaya unit transportasi dirumuskan sebagai berikut :

$$C_{ij} = c_{ij} + f_{ij}/m_{ij} \tag{2.8}$$

Masalah transportasi rileksasi diatas dapat disebut dengan PB dan formulasi pada Persamaan (2.8) dapat digunakan untuk mengembangkan solusi awal yang layak dalam masalah transportasi biaya tetap yang menghasilkan nilai fungsi objektif $Z(PB)$. Solusi optimal dari masalah transportasi PB adalah $\left\{x_{ij}^B\right\}$, maka didapatkan solusi layak $\left\{x_{ij}^B, y_{ij}^B\right\}$ dari P dengan syarat sebagai berikut :

$$y_{ij}^B = \begin{cases} 0\ , & \text{jika } x_{ij}^B = 0 \\ 1\ , & \text{jika } x_{ij}^B > 0 \end{cases} \tag{2.9}$$

Dengan nilai fungsi objektif $Z(PB) = \sum\sum C_{ij}\, x_{ij}^{B}$

Balinski juga menunjukkan bahwa nilai optimal $Z(PB)$, memberikan batas bawah pada nilai optimal $Z^{*}(P)$ dari masalah transportasi biaya tetap [11]. Sehingga solusi $\{x_{ij}^{B}, y_{ij}^{B}\}$ menjadi solusi yang layak yang memberikan batas atas pada $Z^{*}(P)$. Sehingga $Z(PB) \leq Z^{*}(P) \leq Z(P)$ atau bisa dituliskan sebagai berikut :

$$\sum\sum C_{ij}\, x_{ij}^{B} \leq Z^{*}(P) \leq \sum\sum\left(c_{ij}x_{ij}^{B} + f_{ij}y_{ij}^{B}\right) \quad (2.10)$$

Dikarenakan fungsi objektif dari suatu masalah transportasi relaksasi (PB) adalah diskrit, batas bawah dalam pertidaksamaan (2.10) dari solusi optimal PB dapat diubah menuju interval terdekat yaitu batas atas.

Tabel 2.1 Bentuk Umum Tabel Parameter Biaya $\left(\boldsymbol{f_{ij}}, \boldsymbol{c_{ij}}\right)$

	Agen 1	**Agen 2**	...	**Am**	**Persediaan (*supply*)**
Plant 1	(f_{11}, c_{11})	(f_{12}, c_{12})	...	(f_{1m}, c_{1m})	a_1
Plant 2	(f_{21}, c_{21})	(f_{22}, c_{22})	...	(f_{2m}, c_{2m})	a_2
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
Plant n	(f_{n1}, c_{n1})	(f_{n2}, c_{n2})	...	(f_{nm}, c_{nm})	a_i
Permintaan (*Demand*)	b_1	b_2	...	b_j	$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$

Langkah pertama untuk menyelesaikan permasalahan $\boldsymbol{P}$ adalah mencari solusi kelayakan awal berdasarkan pendekatan linier oleh Balinski kemudian untuk mendapatkan nilai optimal dapat menggunakan bantuan *software* LINDO 6.1 untuk membantu perhitungan pada matriks yang berukuran besar. Model masalah transportasi menggunakan sarana matriks untuk memberikan gambaran mengenai kasus distribusi. Berdasarkan informasi yang diperoleh dari sub bab sebelumnya, dapat dikonstruksi tabel parameter biaya dengan bentuk (f_{ij}, c_{ij}) dimana f_{ij} merupakan biaya tetap dan c_{ij} merupakan biaya variabel seperti pada Tabel 2.1. Tabel parameter biaya tersebut yang disubstitusi ke dalam tabel parameter transportasi melalui pendekatan linier Balinski.

2. 6 Algoritma *Pre-Screening*

Sebelum menggunakan perumusan masalah transportasi rileksasi dari masalah transportasi biaya tetap oleh Balinski, terlebih dahulu dibahas algoritma *pre-screening* dari Adlakha dan Kowalski untuk mengidentifikasi semua biaya tetap optimal untuk f_{ij} yang akan muncul di setiap distribusi $\left(x_{ij}, y_{ij}\right)$ dalam masalah transportasi biaya tetap, dinotasikan sebagai f_{st}^{*} [4]. Fenomena ini secara khusus ada dalam banyak masalah berskala kecil dengan merumuskan ulang Persamaan (2.4) didapatkan perumusan seperti berikut ini :

$$Z = f_{st}^{*} + min \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} \left\{c_{ij}x_{ij} + \left(f_{ij}y_{ij} \middle| i \neq s \; and \; j \neq t\right)\right\} \quad (2.11)$$

dengan

$$f_{ij} = f_{st}^{*} \qquad \text{jika} \sum_{i \neq s} a_i < b_t \;\; \text{atau} \;\; \sum_{i \neq s} b_j < a_s \quad (2.12)$$

Setelah mengidentifikasi biaya tetap f_{st}^{*}, nilai dari f_{st} diasumsikan nol untuk menyelesaikan masalah transportasi biaya tetap. Kemudian biaya tetap f_{st}^{*} ditambahkan ke biaya dari solusi akhir.

Algoritma *pre-screening* yang telah dibahas merupakan bagian dari proses Hungarisasi. Proses Hungarisasi adalah proses umum yang digunakan dalam pengoptimalan suatu penugasan. Proses tersebut melibatkan reduksi tabel parameter biaya melalui baris dan kolom. Proses Hungarisasi terdiri dari pengurangan setiap angka dalam baris (kolom) dengan angka terkecil dalam setiap baris (kolom) tersebut. Masalah yang diperoleh dari reduksi matriks ini ekuivalen dengan masalah asli sehingga solusi optimal yang didapat akan sama [9].

2. 7 Metode *Branching*

Metode branching merupakan salah satu metode untuk menyelesaikan program linier bilangan bulat *(Integer Progamming)*. *Branching* (pembagian) dilakukan dengan membagi keseluruhan himpunan solusi layak menjadi himpunan bagian yang lebih kecil [10]. Diantara sub masalah yang masih ada (belum dihilangkan), pilihlah salah satu sub masalah yang dihasilkan paling akhir. Hentikan hubungan sampai ditemukan batas yang lebih besar. Cabangkan simpul untuk sub masalah ini untuk menghasilkan dua sub masalah yang baru dengan menetapkan variabel selanjutnya *(branching variabel)* pada 0 atau 1.

Dalam menyelesaikan permasalahan transportasi biaya tetap, metode ini melibatkan perumusan dan penyelesaian Balinski. Kemudian sel tertentu dipilih sesuai dengan kriteria seleksi yang ada. Metode percabangan keluar secara progresif dengan pemilihan muatan atau tidak memasukkan sel yang dipilih untuk mencari solusi optimal permasalahan transportasi biaya tetap [6]. Metode percabangan (*branching*) mengelola hubungan yang disajikan dalam ketidaksamaan, yang meningkatkan batas atas dan batas bawah untuk masalah transportasi biaya tetap dengan beberapa pertimbangan. Metode yang secara berurutan mencari biaya tetap f_{ij} dari masalah transportasi biaya tetap yang diberikan, sehingga dapat diringkas dalam usaha menginduksi sifat linier ke dalam permasalahan dan mencari solusi optimal yang secara berurutan meningkatkan batas bawah yang diperoleh dari formulasi Balinski [11].

Karena percabangan melewati semua titik di himpunan, metode yang diusulkan menjamin bahwa setidaknya satu dari titik tersebut optimal, yang diidentifikasi oleh batas atas terendah. Menurut teorema pada metode *branching*, metode percabangan ini memberikan batas bawah masalah transportasi biaya tetap yang tidak menurun pada setiap langkah iterasi sepanjang cabang [6]. Langkah - langkah dari metode branching masalah transportasi biaya tetap secara umum dapat diuraikan sebagai berikut [11] :

Langkah 1. Merumuskan matriks masalah transportasi relaksasi Balinski dengan Persamaan (2.8)

Langkah 2. Selesaikan sebagai masalah transportasi klasik dan identifikasi muatan sebagai x_{ij}^B.

Langkah 3. Periksa kondisi pengakhiran untuk cabang tertentu dengan ketentuan sebagai berikut :

1. Jika $\sum\sum C_{ij}\, x_{ij}^B = \sum\sum\left(c_{ij}x_{ij}^B + f_{ij}y_{ij}^B\right)$, maka proses percabangan dapat diakhiri.
2. Jika $\sum\sum C_{ij}\, x_{ij}^B \geq$ nilai Z sejauh yang didapatkan, maka harus dihentikan dan diakhiri. Jika tidak, maka dilanjutkan.

Prosedur berakhir ketika semua cabang yang mungkin berakhir.

Langkah 4. Mengeluarkan sel yang memuat sebagian, yaitu sel dengan syarat $0 < x_{ij}^B < m_{ij}$

Langkah 5. Untuk setiap sel yang terpilih di Langkah 4, akan dihitung :

$$\Delta = f_{ij} - \left(f_{ij}/m_{ij}\right)x_{ij}^{B} = f_{ij}\left(1 - x_{ij}^{B}/m_{ij}\right)$$

Nilai Δ, $f_{ij}\left(1 - x_{ij}^{B}/m_{ij}\right)$, merupakan diferensiasi biaya tetap antara masalah transportasi relaksasi dan masalah transportasi biaya tetap untuk memuat x_{ij}^{B} di sel (i, j).

Langkah 6. Memilih sel (s, t) dengan Δ tertinggi diantara yang diidentifikasi pada Langkah 5.

Membentuk cabang dengan memilih Δ yang memiliki nilai f_{ij} terbesar. Jika ada lebih dari satu Δ, maka pilih satu secara acak.

Cabang $\mathrm{Y}(s, \mathrm{t})$: memuat sel (s, t)

Langkah 7. Menyimpan nilai $Z_{Ycost} = f_{st}$, dengan Z_{Ycost} merepresentasikan biaya tetap yang diringkas sepanjang cabang $Y(s, t)$. Kemudian menetapkan $f_{st} = 0$ di masalah transportasi biaya tetap.

Langkah 8. Mengulangi Langkah 1-6 dengan masalah transportasi biaya tetap yang telah disesuaikan.

Cabang $\mathrm{N}(\mathrm{s}, \mathrm{t})$: mengecualikan sel (s, t)

Langkah 9. Menetapkan $c_{st} = M$ (jumlah yang sangat besar) dalam masalah transportasi biaya tetap.

Langkah 10. Mengulangi Langkah 1-6 dengan masalah transportasi biaya tetap yanng telah disesuaikan.

Setelah langkah keenam dapat diketahui bahwa metode ini menghasilkan dua cabang. Pada cabang Y, sel yang dipilih diberikan muatan. Biaya tetap yang terkait diringkas sebagai Z_{Ycost} untuk digabungkan dengan fungsi objektif dan $f_{st} = 0$ dalam masalah transportasi biaya tetap ini. Di cabang N yang

yang dipilih, dikecualikan dengan menetapkan biaya terkait dengan jumlah yang sangat besar.

Metode *branching* (percabangan) memanfaatkan hubungan yang disajikan dalam Pertidaksamaan (2.10), yang memberikan batas bawah dan batas atas untuk masalah transportasi biaya tetap yang sedang dipertimbangkan. Metode ini secara berurutan mencari biaya tetap f_{ij} yang diberikan oleh masalah transportasi biaya tetap yang dapat diringkas untuk mendorong sifat linier menjadi masalah dan mencari solusi optimal dengan secara berurutan dengan meningkatkan batas bawah yang diperoleh dari formulasi Balinski. Karena percabangan melewati semua titik dalam cabang, metode ini menjamin bahwa setidaknya terdapat satu titik yang optimal yang diidentifikasi oleh batas atas terendah.

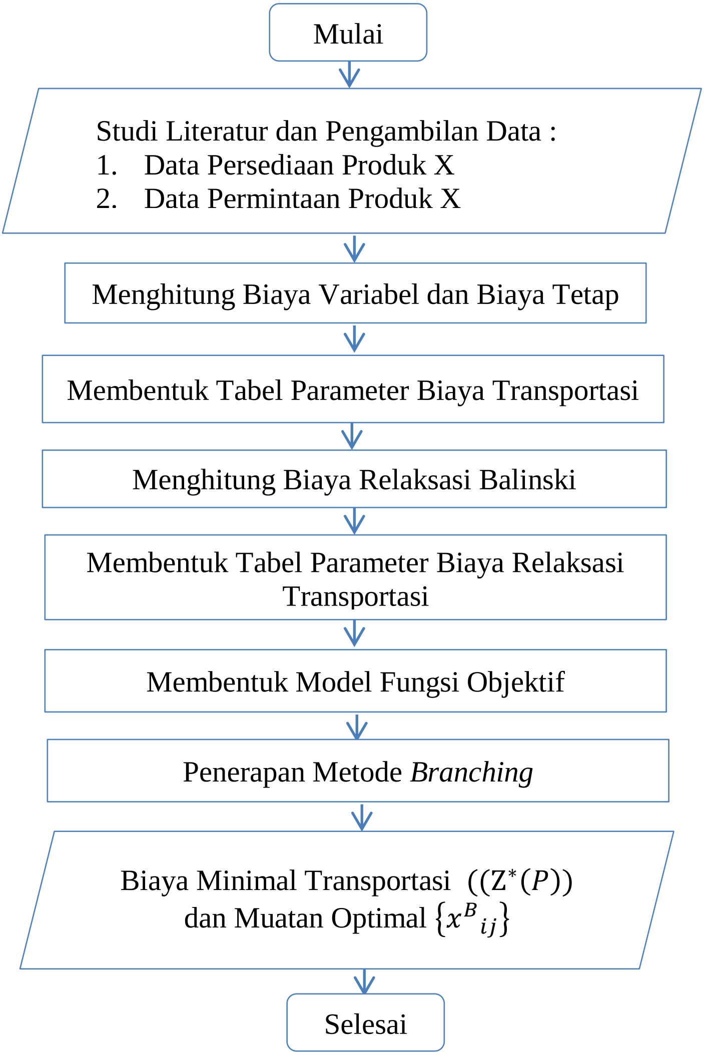
BAB III
METODE PENELITIAN

Pada bab ini, dijelaskan mengenai tahapan-tahapan dalam pengerjaan penelitian ini secara rinci dan sistematis. Tahapan-tahapan tersebut juga disajikan dalam bentuk diagram alir (*flowchart*) seperti dalam Gambar 3.1. Pada penelitian ini terdapat beberapa tahap dalam proses penelitian yang meliputi :

1. Studi Literatur

   Pada tahap pertama ini, yaitu studi literatur, dilakukan identifikasi masalah yang menjadi topik penelitian. Identifikasi masalah dilakukan dengan mencari referensi penunjang. Contohnya pada buku, jurnal, paper, *text book*, dan segala referensi yang menunjang penelitian. Serta dilakukan pengumpulan data yang dibutuhkan secara sekunder.
2. Analisis Biaya dan Pembentukan Model Matematika

   Pada tahap ini dilakukan analisis biaya apa saja yang berpengaruh dalam proses distribusi produk. Kemudian pembentukan tabel parameter biaya transportasi dari masalah transportasi biaya tetap untuk dilakukan penyelesaian menggunakan pendekatan linier Balinski. Kemudian menghasilkan tabel parameter biaya transportasi masalah relaksasi dan dari hasil tersebut di transformasikan ke *binary integer progamming* untuk dilakukan penyelesaian masalah baru dengan metode *branching*. Dari hasil metode *branching* didapatkan biaya masalah transportasi biaya tetap ($Z(P)$) dan biaya masalah transportasi relaksasi ($Z(PB)$) dari masing-masing cabang. Kemudian $Z(P)$ menjadi batas atas dan $Z(PB)$ menjadi batas bawah dalam pertidaksamaan sehingga menghasilkan biaya solusi optimal $Z^*(P)$.



Gambar 3.1 Diagram Alir Metode Penelitian

3. Tahap Simulasi

   Pada tahap ini dilakukan simulasi numerik terhadap model yang telah dibentuk dengan menggunakan bantuan *software* LINDO 6.1.
4. Penarikan Kesimpulan dan Memberikan Saran

   Berdasarkan pada hasil akhir yang telah dianalisis, pada tahap ini dilakukan penarikan kesimpulan. Kemudian memberikan saran rekomendasi untuk penelitian selanjutnya.
5. Penulisan Laporan

   Tahap terakhir yaitu penyusunan laporan. Laporan disusun berdasarkan segala bentuk proses penelitian. Hal itu meliputi hasil analisis pada setiap tahap penelitian.

BAB IV
ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini membahas mengenai simulasi numerik terhadap dua kasus dengan data sekunder yang telah diperoleh dari perusahaan yang dibagi ke dalam masalah dengan solusi *degenerate* dan masalah dalam solusi *non-degenerate*. Dimulai dengan pembentukan model fungsi objektif, pendekatan linier masalah transportasi biaya tetap, penerapan algoritma *pre-screening*, penerapan metode *branching*, dan simulasi numerik.

4.1. Simulasi Numerik Studi Kasus Pertama

Pada subbab ini, dilakukan simulasi numerik studi kasus yang pertama yaitu pada masalah data dengan solusi *non-degenerate* yang terdapat pada kasus berskala besar. PT. XYZ adalah sebuah perusahaan yang bergerak dalam bisnis semen. Pada proses produksi, perusahaan memiliki 3 sub pabrik yang beroperasi secara bersamaan yang disebut dengan Plant 1, Plant 2 dan Plant 3. Masing-masing Plant mempunyai kapasitas produksi yang berbeda sesuai dengan kemampuan mesin produksi dan memiliki gudang sendiri untuk menyimpan produk. Untuk membedakan banyaknya gudang persediaan dapat digunakan indeks $i = 1, 2, 3$. Sehingga banyaknya persediaan semen masing-masing Plant berbeda, tetapi informasi jumlah produk keseluruhan Plant dicatat oleh unit kerja yang bertugas untuk membantu proses pendistribusian produk. Perusahaan melakukan pendistribusian produk untuk memenuhi persediaan (*stock*) di pasaran berdasarkan informasi dari unit kerja yang bertangungjawab sesuai skema distribusi yang terdapat pada Lampiran A. Pada simulasi numerik ini dilakukan minimalisasi biaya transportasi untuk pendistribusian produk dari ketiga Plant ke Wilayah 1 yang memiliki agen-agen terdaftar, yaitu Agen 1, Agen 2, dan Agen 3 dengan data permintaan produk yang berbeda dari masing-masing agen. Sedangkan untuk membedakan banyaknya permintaan dari agen dapat digunakan indeks $j = 1, 2, 3$. Setiap produk yang dibeli oleh pelanggan yaitu x_{ij} produk yang sama (identik).

Data yang digunakan untuk studi kasus pertama masalah *degenerate* merupakan data persediaan produk masing-masing plant yang terbatas pada periode permintaan maksimum dan periode permintaan minimum seperti yang terlihat dalam Lampiran C. Sedangkan data permintaan produk masing-masing agen pada periode permintaan maksimum dan periode permintaan minimum terdapat pada Lampiran B. Dalam proses pendistribusian produk, perusahaan menyewa kendaraan truk menggunakan sistem bisnis *Third Party Logistic* (3PL) dengan ketentuan *full maintenance* dimana segala kerusakan ditanggung oleh penyedia jasa (3PL) kecuali biaya bahan bakar, operasional, gaji sopir dan pemakaian ban.

Kendaraan yang digunakan dalam proses pengiriman yaitu truk bak tronton dengan kapasitas muatan 30 ton. Masing-masing jalur distribusi mempunyai perbedaan jumlah kebutuhan truk. Banyaknya truk yang dibutuhkan bergantung pada jumlah permintaan dengan mempertimbangkan persediaan plant dibagi kapasitas muatan truk dengan ketentuan sebagai berikut :

$$Kebutuhan\ truk = \begin{cases} \dfrac{persediaan}{kapasitas\ truk} \ ; \ permintaan > persediaan \\ \dfrac{permintaan}{kapasitas\ truk} \ ; \ permintaan < persediaan, \end{cases} \tag{4.1}$$

selama 1 bulan pengiriman.

Karena dalam simulasi ini, data yang digunakan terbatas pada periode permintaan maksimum dan minimum, maka kebutuhan truk dalam perhitungan diatas adalah kebutuhan selama sebulan. Dalam sehari, satu truk mampu melakukan pengiriman produk ke tempat tujuan sebanyak satu kali termasuk perjalanan keberangkatan dan kembali ke pabrik. Sehingga jumlah minimal truk yang dibutuhkan selama satu bulan diperoleh dari kebutuhan truk dibagi dengan jumlah rata-rata hari dalam sebulan (dalam hal ini 30 hari). Biaya sewa kendaraan sebesar $Rp. 45.000.000,-$ untuk satu unit selama satu bulan dengan intensitas pemakaian yang tidak terbatas. Sehingga total biaya sewa kendaraan untuk memenuhi permintaan dari Plant i ke Agen j adalah perkalian dari jumlah minimal truk yang dibutuhkan dengan biaya sewa per unit kendaraan. Data jumlah kendaraan yang dibutuhkan dan besarnya biaya sewa kendaraan masing – masing Plant dengan tujuan yang berbeda untuk periode permintaan maksimum dan minimum terdapat dalam Lampiran D dan E.

Selain biaya sewa kendaraan, terdapat biaya variabel lainnya yang mempengaruhi proses pendistribusian produk yaitu biaya bahan bakar. Biaya bahan bakar dihitung mulai dari perjalanan keberangkatan hingga kembali lagi ke gudang masing-masing plant sesuai dengan jarak tempuh dan jumlah truk yang dibutuhkan. Rasio 1 liter solar dapat digunakan untuk jarak 2 KM dengan harga $Rp\, 5.500,-$. Secara matematis dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} Biaya\ BBM = {} & jumlah\ truk \times jarak \\ & \times harga\ 1\ liter\ solar\ (Rp\ 5.500) \\ & \times 30\ (selama\ sebulan) \end{aligned}$$

Data biaya bahan bakar seluruh truk yang dibutuhkan untuk distribusi produk pada periode permintaan maksimum dan minimum dapat dilihat pada Lampiran D dan F.

4.1.1 Masalah Transportasi Biaya Tetap Periode Permintaan Maksimum

Pada subbab ini, dilakukan simulasi numerik dengan studi kasus saat periode permintaan maksimum dimulai dengan pembentukan tabel parameter biaya, pembentukan fungsi objektif, mencari solusi optimal awal menggunakan pendekatan linier balinski, kemudian mencari penyelesaian solusi optimal akhir dengan menggunakan algoritma *branching*.

1. Pembentukan Tabel Parameter Biaya dan Fungsi Objektif

Data yang diperoleh sebelumnya dapat digunakan untuk membentuk tabel parameter biaya transportasi berdasarkan pada Tabel 2.1, seperti yang dapat dilihat pada Tabel 4.1. Terdapat dua jenis biaya yang berpengaruh dalam proses distribusi produk, yaitu biaya variabel dan biaya tetap. Dalam hal ini yang termasuk biaya tetap adalah biaya sewa kendaraan. Dikarenakan saat jalur distribusi dipilih atau tidak, sewa kendaraan tetap diperlukan sebagai syarat kerjasama 3PL. Sedangkan yang termasuk biaya variabel adalah biaya bahan bakar, karena biaya ini terjadi sesuai dengan jalur distribusi tertentu yang dipilih dan tidak termasuk dalam kerjasama 3PL. Sehingga bentuk matriks transportasi dari masalah ini adalah :

$$\left(f_{ij};\ c_{ij}\right) = (biaya\ sewa\ kendaraan, biaya\ bahan\ bakar)$$

Pada sel (1,1) atau x_{11} yaitu dari Plant 1 ke Agen 1 pada Tabel 4.1 terdapat biaya sewa kendaraan yang merupakan biaya tetap sebesar $Rp.720.000.000,-$ dan biaya bahan bakar yang merupakan biaya variabel sebesar $Rp.343.200.000,-$ dengan menggunakan perumusan (4.1). Jumlah minimal truk yang dibutuhkan Plant 1, Plant 2, dan Plant 3 sehingga permintaan produk dari Agen 1, 2, dan 3 terpenuhi masing – masing sebanyak 16 unit untuk satu bulan. Sedangkan untuk sel x_{12}, x_{13}, x_{21}, x_{22}, x_{23}, x_{31}, x_{32}, dan x_{33} didapatkan informasi yang sama terkait biaya tetap dan biaya variabel lainnya berdasarkan data pada Lampiran D.

Tabel 4.1 Parameter Biaya Transportasi (f_{ij}, c_{ij}) Periode Permintaan Maksimum Untuk 30 Ton Produk

	Agen 1	**Agen 2**	**Agen 3**	**Persediaan (Ton)**
Plant 1	$(720; 343)10^6$	$(720; 375)10^6$	$(630; 402)10^6$	14.130
Plant 2	$(720; 79)10^6$	$(720; 206)10^6$	$(630; 192)10^6$	14.130
Plant 3	$(720; 510)10^6$	$(720; 628)10^6$	$(630; 404)10^6$	14.330
Permintaan (Ton)	13.890	16.130	12.570	42.590

Tabel 4.2 Parameter Biaya Transportasi (f_{ij}, c_{ij}) Periode Permintaan Maksimum Untuk 1 Ton Produk

	Agen 1	**Agen 2**	**Agen 3**	**Persediaan (Ton)**
Plant 1	$(24; 11)10^6$	$(24; 12)10^6$	$(21; 13)10^6$	14.130
Plant 2	$(24; 2)10^6$	$(24; 6)10^6$	$(21; 6)10^6$	14.130
Plant 3	$(24; 16)10^6$	$(24; 20)10^6$	$(21; 13)10^6$	14.330
Permintaan (Ton)	13.890	16.130	12.570	42.590

Tabel parameter biaya transportasi diatas, merupakan biaya yang diperlukan untuk mengirimkan 30 ton produk selama 1 bulan. Sehingga biaya yang diperlukan untuk mengirimkan 1 ton produk selama 1 bulan dapat dilihat pada Tabel 4.2 berdasarkan data pada Lampiran E. Kemudian berdasarkan Tabel 4.2, didapatkan model matematis masalah transportasi $P1$ sebagai notasi dari periode permintaan maksimum sebagai berikut :

$$\begin{aligned} P1: \quad Min\, Z(P1) = & \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}\left(c_{ij}x_{ij} + f_{ij}y_{ij}\right) \\ = & \ 11{,}440 + 24y_{11} + 12{,}496x_{12} + 24y_{12} \\ & +13{,}398x_{13} + 21y_{13} + 2{,}640x_{21} + 24 \\ & + 6{,}864x_{22} + 24y_{22} + 6{,}391x_{23} \\ & + 21y_{23} + 16{,}984x_{31} + 24y_{31} \\ & + 20{,}944x_{32} + 24y_{32} + 13{,}475x_{33} \\ & + 21y_{33} \end{aligned} \qquad (4.2)$$

dengan kendala,

a. $\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i$ untuk i = 1,2,3 dan j = 1,2,3

Sehingga didapatkan,

$x_{11} + x_{12} + x_{13} = 14.130$
$x_{21} + x_{22} + x_{23} = 14.130$
$x_{31} + x_{32} + x_{33} = 14.330$

b. $\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j$ untuk i = 1,2,3 dan j = 1,2,3

Sehingga didapatkan,

$x_{11} + x_{12} + x_{13} = 13.890$
$x_{21} + x_{22} + x_{23} = 16.130$

$x_{31} + x_{32} + x_{33} = 12.570$

c. $x_{ij} \geq 0$ untuk semua (i, j)

2. Mencari Solusi Optimal Awal Menggunakan Pendekatan Linier Balinski

Selanjutnya dilakukan perhitungan biaya tiap sel ($i = 1,2,3$ dan $j = 1,2,3$) dengan pendekatan linier relaksasi Balinksi (PB) menggunakan rumus (2.7) dan (2.8) untuk mendapatkan solusi optimal masalah transportasi biaya tetap $P1$ menggunakan bantuan *software* LINDO 61. seperti berikut ini :

$$C_{11} = c_{11} + f_{11}/m_{11} = 11,440 + \frac{24}{13890} = 11,442$$

$$C_{12} = c_{12} + f_{12}/m_{12} = 12,496 + \frac{24}{14130} = 12,498$$

$$C_{13} = c_{13} + f_{13}/m_{13} = 13,398 + \frac{21}{12570} = 13,4$$

$$C_{21} = c_{21} + f_{21}/m_{21} = 2,640 + \frac{24}{13890} = 2,642$$

$$C_{22} = c_{22} + f_{22}/m_{22} = 6,864 + \frac{24}{14130} = 6,866$$

$$C_{23} = c_{23} + f_{23}/m_{23} = 6,391 + \frac{21}{12570} = 6,393$$

$$C_{31} = c_{31} + f_{31}/m_{31} = 16,984 + \frac{24}{13890} = 16,986$$

$$C_{32} = c_{32} + f_{32}/m_{32} = 20,944 + \frac{24}{14330} = 20,946$$

$$C_{33} = c_{33} + f_{33}/m_{33} = 13,475 + \frac{21}{12570} = 13,477$$

Berdasarkan perhitungan pendekatan linier Balinski, dapat dibuat tabel parameter biaya transportasi relaksasi yang menggantikan tabel parameter biaya transportasi biaya tetap seperti yang terdapat pada Tabel 4.3. Selanjutnya, akan dilakukan perhitungan terhadap tabel parameter biaya transportasi relaksasi untuk mendapatkan solusi optimal yang dinotasikan sebagai $\{x^B{}_{ij}\}$ pada masing-masing sel dengan metode VAM atau bantuan *software* LINDO 6.1 seperti yang terdapat pada Lampiran F. Jika Z menyatakan nilai fungsi objektif, maka berdasarkan hasil penyelesaian Lampiran F didapatkan solusi optimal awal untuk masalah transportasi relaksasi periode permintaan maksimum yang dinotasikan sebagai $PB1$ seperti pada Tabel 4.4 dengan biaya $Z(PB1)$ sebesar $Rp. 421.212.800.000,-$.

Tabel 4.3 Parameter Biaya Transportasi Relaksasi C_{ij} Periode Permintaan Maksimum

	Agen 1	**Agen 2**	**Agen 3**	**Persediaan (Ton)**
Plant 1	$(11{,}442)10^6$	$(12{,}498)10^6$	$(13{,}400)10^6$	14.130
Plant 2	$(2{,}642)10^6$	$(6{,}866)10^6$	$(6{,}393)10^6$	14.130
Plant 3	$(16{,}986)10^6$	$(20{,}946)10^6$	$(13{,}477)10^6$	14.330
Permintaan (Ton)	13.890	16.130	12.570	42.590

Tabel 4.4 Solusi Optimal Awal Masalah Transportasi Relaksasi Periode Permintaan Maksimum

	Agen 1 (Ton)	**Agen 2 (Ton)**	**Agen 3 (Ton)**	**Persediaan (Ton)**
Plant 1 (Ton)	0	14.130	0	14.130
Plant 2 (Ton)	13.890	240	0	14.130
Plant 3 (Ton)	0	1760	12570	14.330
Permintaan (Ton)	13.890	16.130	12.570	42.590

Sehingga untuk mendapatkan solusi optimal $\{x_{ij}^B, y_{ij}^B\}$ dari $P1$ dengan syarat berdasarkan persamaan (2.9) dan hasil x_{ij}^B diperoleh hasil $y_{12}^B,\ y_{21}^B,\ y_{22}^B,\ y_{32}^B,\ y_{33}^B = 1$. Berdasarkan persamaan (2.10) diperoleh biaya :

$$
\begin{aligned}
Z(P1) &= c_{12}x_{12}^B + f_{12}y_{12}^B + c_{21}x_{21}^B + f_{21}y^B{}_{21} \\
&\quad + c_{22}x_{22}^B + f_{22}y_{22}^B + c_{32}x_{32}^B + f_{32}y_{32}^B \\
&\quad + c_{33}x_{33}^B + f_{33}y_{33}^B \\
Z(P1) &= (11{,}440(14130) + 24 + 2{,}640(13890) \\
&\quad + 24 + 6{,}864(240) + 24 + 20{,}944(1760) \\
&\quad + 24 + 13{,}475(12570) + 21) \times 10^6 \\
Z(P1) &= 421.245.000.000
\end{aligned}
$$

Berdasarkan Pertidaksamaan (2.10), didapatkan $B(1)$ yaitu $421.212.800.000 \leq Z^*(P) \leq 421.245.000.000$ sesuai pada Lampiran Y.

3. Penyelesaian Solusi Optimal Akhir dengan Menggunakan Algoritma *Branching*

Pada bagian ini, dilakukan penerapan algoritma *branching* untuk mencari cabang masalah transportasi yang baru. Sehingga diperoleh solusi optimal akhir $Z^*(P)$ sesuai dengan langkah-langkah metode *branching* dalam subbab 2.7 dan dilakukan pembentukan pohon solusi untuk masing-masing masalah. Menurut langkah-langkah metode *branching*, langkah 1 sampai dengan langkah 2 sudah diselesaikan pada subbab sebelumnya, dan didapatkan hasil optimal dari $\{x^B{}_{ij}\}$, $Z(PB)$ dan $Z(P)$ dari masing-masing masalah. Sehingga pembahasan pada bagian ini dapat dimulai dari langkah 3 metode *branching*.

Langkah ke-3

Memeriksa kondisi terakhir dari cabang, untuk mengetahui solusi yang paling optimal dengan membandingkan nilai dari $Z(PB1)$ dan $Z(P1)$. Jika $Z(PB1) = Z(P1)$ maka solusi dapat dikatakan optimal, jika belum maka dapat dilanjutkan ke langkah 4. Dikarenakan $Z(PB1) \neq Z(P1)$ yaitu $421.212.800.000 \neq 421.245.000.000$, maka masih ada solusi lain yang lebih optimal. Oleh karena itu, dapat dilakukan proses pengoptimalan dengan melanjutkan ke langkah 4.

Langkah ke-4

Memilih sel yang terdapat x_{ij}^B dengan syarat $x_{ij}^B < m_{ij}$. Berdasarkan Lampiran F diperoleh sel yang memenuhi syarat yaitu sel (2,2) dan sel (3,2) yang memuat 240 ton dan 1760 ton.

Langkah ke-5

Menghitung nilai $\Delta = f_{ij}\left(1 - x_{ij}^B/m_{ij}\right)$ untuk masing – masing sel yang dipilih pada di langkah keempat seperti berikut :

$$\Delta_{22} = f_{22}(1 - x_{22}^B/m_{22})$$
$$= 24\left(1 - \frac{240}{14130}\right)$$
$$= 23,6429$$
$$\Delta_{32} = f_{32}(1 - x_{32}^B/m_{32})$$
$$= 24\left(1 - \frac{1760}{14130}\right)$$
$$= 21,38128$$

Langkah ke-6

Memilih sel (s,t) dengan Δ tertinggi pada langkah kelima, yaitu sel $(2,2)$ dengan nilai $\Delta = 23{,}6429$. Kemudian akan dibuat cabang pada $Y(2{,}2)$ dan $N(2{,}2)$.

Cabang Y(2,2)

Langkah ke-7

Menyimpan nilai $Z_{Ycost} = f_{22} = 720 \times 10^6$ dan sel $(2{,}2)$ yang terisi dijadikan $f_{22} = 0$. Kemudian mencari solusi optimal baru cabang Y menggunakan pendekatan Balinski dan bantuan *software* LINDO 6.1 seperti pada Lampiran G. Sehingga didapatkan solusi optimal baru untuk masalah transportasi relaksasi periode permintaan maksimum di Cabang Y seperti pada Tabel 4.5 dengan biaya $Z(PB1)$ sebesar $Rp. 419.945.500.000,-$ setelah ditambahkan nilai Z_{Ycost}.

Tabel 4.5 Solusi Optimal Baru Cabang Y Periode Permintaan Maksimum

	Agen 1 (Ton)	**Agen 2 (Ton)**	**Agen 3 (Ton)**	**Persediaan (Ton)**
Plant 1 (Ton)	0	14.130	0	14.130
Plant 2 (Ton)	13.890	240	0	14.130
Plant 3 (Ton)	0	1760	12570	14.330
Permintaan (Ton)	13.890	16.130	12.570	42.590

Berdasarkan Tabel 4.5 diperoleh biaya $Z(P1)$ sebesar $Rp. 421.709.000.000$. Hasil tersebut dinotasikan sebagai $B(2)$ dan dapat ditambahkan ke dalam pohon solusi di Lampiran Y.

Langkah ke-8

Mengulangi langkah pertama sampai keenam dengan masalah transportasi biaya tetap yang telah disesuaikan. Hal tersebut dilakukan untuk menemukan cabang – cabang Y baru yang memungkinkan untuk mendapatkan solusi yang lebih optimal sehingga $Z(PB1) = Z(P1)$.

Cabang N(2,2)

Langkah ke-9

Membuat cabang $N(2,2)$ dengan mengecualikan sel (2,2) dan menetapkan $c_{22} = M$. Kemudian mencari solusi optimal cabang N menggunakan pendekatan Balinski dan bantuan *software* LINDO 6.1 seperti pada Lampiran H. Sehingga didapatkan solusi optimal baru untuk masalah transportasi relaksasi periode permintaan maksimum di Cabang N seperti pada Tabel 4.6 dengan biaya $Z(PB1)$ sebesar $Rp. 422.891.800.000,-$.

Tabel 4.6 Solusi Optimal Baru Cabang *N* Periode Permintaan Maksimum

	Agen 1 (Ton)	**Agen 2 (Ton)**	**Agen 3 (Ton)**	**Persediaan (Ton)**
Plant 1 (Ton)	0	14.130	0	14.130
Plant 2 (Ton)	13.890	0	240	14.130
Plant 3 (Ton)	0	2000	12330	14.330
Permintaan (Ton)	13.890	16.130	12.570	42.590

Berdasarkan Tabel 4.6 diperoleh biaya $Z(P1)$ sebesar $Rp. 422.921..000.000$. Hasil tersebut dinotasikan sebagai $B(3)$ dan dapat ditambahkan ke dalam pohon solusi di Lampiran Y.

Langkah ke-10

Mengulangi langkah pertama sampai keenam dengan masalah transportasi biaya tetap yang telah disesuaikan. Hal tersebut dilakukan untuk menemukan cabang - cabang N baru yang mungkin untuk mendapatkan solusi yang lebih optimal sehingga $Z(PB1) = Z(P1)$.

Cabang $Y(2,2)Y(3,1)$

Berdasarkan hasil solusi optimal baru untuk masalah transportasi relaksasi Balinski di cabang YY seperti pada Lampiran I, diperoleh biaya $Z(PB1)$ sebesar $Rp. 418.210.100.000,-$. Kemudian diperoleh biaya $Z(P1)$ berdasarkan Tabel 4.7 sebesar $Rp. 421.709.000.000,-$.

Tabel 4.7 Solusi Optimal Baru Cabang YY Periode Permintaan Maksimum

	Agen 1 (Ton)	**Agen 2 (Ton)**	**Agen 3 (Ton)**	**Persediaan (Ton)**
Plant 1 (Ton)	0	14.130	0	14.130
Plant 2 (Ton)	12.130	2000	240	14.130
Plant 3 (Ton)	1760	0	12570	14.330
Permintaan (Ton)	13.890	16.130	12.570	42.590

Hasil tersebut dinotasikan sebagai $B(4)$ dan dapat ditambahkan ke dalam pohon solusi di Lampiran Y.

Cabang $Y(2,2)N(3,1)$

Berdasarkan hasil solusi optimal baru untuk masalah transportasi relaksasi Balinski di cabang YN seperti pada Lampiran J, diperoleh biaya $Z(PB1)$ sebesar $Rp. 421.005.000.000,-$.

Tabel 4.8 Solusi Optimal Baru Cabang YN Periode Permintaan Maksimum

	Agen 1 (Ton)	**Agen 2 (Ton)**	**Agen 3 (Ton)**	**Persediaan (Ton)**
Plant 1 (Ton)	0	14.130	0	14.130
Plant 2 (Ton)	13.890	240	0	14.130
Plant 3 (Ton)	0	1760	12570	14.330
Permintaan (Ton)	13.890	16.130	12.570	42.590

Kemudian diperoleh biaya $Z(P1)$ berdasarkan Tabel 4.7 sebesar $Rp. 421.245.000.000,-$. Hasil tersebut dinotasikan sebagai $B(5)$ dan dapat ditambahkan ke dalam pohon solusi di Lampiran Y.

Cabang $N(2,2)Y(3,2)$

Berdasarkan hasil solusi optimal baru untuk masalah transportasi relaksasi Balinski di cabang NY seperti pada Lampiran K, diperoleh biaya $Z(PB1)$ sebesar $Rp. 420.999.800.000,-$. Kemudian diperoleh biaya $Z(P1)$ berdasarkan Tabel 4.7 sebesar $Rp. 422.921.000.000,-$.

Tabel 4.9 Solusi Optimal Baru Cabang YN Periode Permintaan Maksimum

	Agen 1 (Ton)	**Agen 2 (Ton)**	**Agen 3 (Ton)**	**Persediaan (Ton)**
Plant 1 (Ton)	0	14.130	0	14.130
Plant 2 (Ton)	13.890	240	0	14.130
Plant 3 (Ton)	0	1760	12570	14.330
Permintaan (Ton)	13.890	16.130	12.570	42.590

Hasil tersebut dinotasikan sebagai $B(6)$ dan dapat ditambahkan ke dalam pohon solusi di Lampiran Y.

Cabang $N(2,2)N(3,2)$

Cabang ini memberikan hasil tidak layak (*infeasible*) untuk dilanjutkan karena kendala permintaan dan persediaan. Sehingga pada cabang NN proses percabangan dihentikan agar tidak memberikan biaya yang lebih besar untuk pengangkutan produk pada sel yang dipilih. Hasil dari cabang ini dinotasikan sebagai $B(7)$ ke dalam pohon solusi di Lampiran Y.

Sedangkan untuk cabang lainnya yang memungkinkan berdasarkan cabang-cabang baru yang sudah ada, diperoleh solusi pada cabang YYY dan YYN yang merupakan percabangan dari cabang YY. Biaya $Z(PB1)$ pada cabang YYY sebesar $Rp. 410.422.600.000,-$ dan biaya $Z(P1)$ sebesar $Rp. 421.709.000.000,-$ berdasarkan pada Lampiran L. Hasil pada cabang YYY dinotasikan sebagai $B(8)$ pada pohon solusi di Lampiran Y. Kemudian untuk cabang YYN diperoleh biaya $Z(PB1)$ sebesar $\text{Rp}. 446.133.300.000,-$ dan biaya $Z(P1)$ sebesar $Rp. 460.137.000.000,-$ berdasarkan pada Lampiran M. Hasil pada cabang YYN dinotasikan sebagai $B(9)$ pada pohon solusi di Lampiran Y. Pada cabang YYN diperoleh biaya $Z(PB1)$ yang lebih besar dibandingkan biaya Z lainnya, sehingga menurut algorima *branching*, pada cabang ini bisa dihentikan proses percabangan yang baru.

Cabang YN membentuk cabang baru pada YNY dan YNN. Biaya $Z(PB1)$ pada cabang YNY sebesar $Rp. 419.340.000.000,-$ dan biaya $Z(P1)$ sebesar $Rp. 421.245.000.000,-$ berdasarkan pada Lampiran N. Hasil pada cabang YNY dinotasikan sebagai $B(10)$ pada pohon solusi di Lampiran Y. Cabang YNN memberikan hasil tidak layak (*infeasible*) untuk dilanjutkan karena kendala permintaan dan persediaan. Sehingga pada cabang YNN proses percabangan dihentikan agar tidak memberikan biaya yang lebih besar untuk pengangkutan produk pada sel yang dipilih. Hasil dari cabang ini dinotasikan sebagai $B(11)$ ke dalam pohon solusi di Lampiran Y.

Cabang NY membentuk cabang baru pada NYY dan NYN. Biaya $Z(PB1)$ pada cabang NYY sebesar $Rp. 420.905.500.000,-$ dan biaya $Z(P1)$ sebesar $Rp. 422.921.000.000,-$ berdasarkan pada Lampiran O. Hasil pada cabang NYY dinotasikan sebagai $B(12)$ pada pohon solusi di Lampiran Y. Cabang NYN memberikan hasil tidak layak (*infeasible*) untuk dilanjutkan karena kendala permintaan dan persediaan. Sehingga pada cabang NYN proses percabangan dihentikan agar tidak memberikan biaya yang lebih besar untuk pengangkutan produk pada sel yang dipilih. Hasil dari cabang ini dinotasikan sebagai $B(13)$ ke dalam pohon solusi di Lampiran Y.

Cabang NYY membentuk cabang baru pada $NYYY$ dan $NYYN$. Biaya $Z(PB1)$ pada cabang $NYYY$ sebesar $Rp.415.024.100.000,-$ dan biaya $Z(P1)$ sebesar $Rp.422.921.000.000,-$ berdasarkan pada Lampiran P. Hasil pada cabang NYY dinotasikan sebagai $B(14)$ pada pohon solusi di Lampiran Y. Kemudian untuk cabang $NYYN$ diperoleh biaya $Z(PB1)$ sebesar Rp. $505.575.700.000,-$ dan biaya $Z(P1)$ sebesar $Rp.512.439.000.000,-$ berdasarkan pada Lampiran Q. Hasil pada cabang $NYYN$ dinotasikan sebagai $B(15)$ pada pohon solusi di Lampiran Y. Pada cabang $NYYN$ diperoleh biaya $Z(PB1)$ yang lebih besar dibandingkan biaya Z lainnya, sehingga menurut algorima *branching*, pada cabang ini bisa dihentikan proses percabangan yang baru.

Berdasarkan semua nilai Z yang dicari, solusi paling optimal yaitu pada cabang YNY dengan biaya $Z(PB1)$ sebesar Rp. $419.340.000.000,-$ dan biaya $Z(P1)$ sebesar Rp. $421.244.600.000,-$. Sehingga berdasarkan Pertidaksamaan (2.10), batas bawah dapat diubah kedalam batas atas terdekat dan diperoleh $Z^*(P1)$ sebesar Rp. $421.244.600.000,-$ dengan solusi optimal akhir seperti pada Tabel 4.10. Diperoleh biaya transportasi minimal yang diperlukan untuk pendistribusian produk dari 3 Plant sebanyak 1.064.750 zak/bag 40 kg dengan jumlah truk 48 unit (masing-

masing Plant maksimal 16 unit truk) menuju 3 Agen selama satu bulan sebanyak $Rp. 421.244.600.000, -$.

Tabel 4.10 Solusi Optimal Akhir Masalah Transportasi Biaya Tetap Periode Permintaan Maksimum

	Agen 1 (Ton)	**Agen 2 (Ton)**	**Agen 3 (Ton)**	**Persediaan (Ton)**
Plant 1 (Ton)	0	14.130	0	14.130
Plant 2 (Ton)	13.890	240	0	14.130
Plant 3 (Ton)	0	1.760	12.570	14.330
Permintaan (Ton)	13.890	16.130	12.570	42.590

4.1.2 Masalah Transportasi Biaya Tetap Periode Permintaan Minimum

Pada subbab ini, dilakukan simulasi numerik dengan studi kasus saat periode permintaan maksimum yang dimulai dengan pembentukan tabel parameter biaya, pembentukan fungsi objektif, mencari solusi optimal awal menggunakan pendekatan linier balinski, kemudian mencari penyelesaian solusi optimal akhir dengan menggunakan algoritma *branching*.

1. Pembentukan Tabel Parameter Biaya dan Fungsi Objektif

Data yang diperoleh sebelumnya dapat digunakan untuk membentuk tabel parameter biaya transportasi berdasarkan pada Tabel 2.1, seperti yang dipaparkan pada Tabel 4.11. Terdapat dua jenis biaya yang berpengaruh dalam proses distribusi produk, yaitu biaya variabel dan biaya tetap. Dalam hal ini, yang termasuk biaya tetap adalah biaya sewa kendaraan. Dikarenakan saat jalur distribusi dipilih atau tidak, sewa kendaraan tetap diperlukan sebagai syarat kerjasama 3PL. Sedangkan yang termasuk biaya variabel adalah biaya bahan bakar, karena biaya ini terjadi sesuai dengan jalur distribusi tertentu yang dipilih dan tidak termasuk dalam kerjasaam 3PL. Sehingga bentuk matriks transportasi dari masalah ini adalah :

$$\left(f_{ij}; c_{ij}\right) = (biaya\ sewa\ kendaraan, biaya\ bahan\ bakar)$$

Tabel 4.11 Parameter Biaya Transportasi $\left(f_{ij}, c_{ij}\right)$ Periode Permintaan Minimum Untuk 30 Ton Produk

	Agen 1	**Agen 2**	**Agen 3**	**Persediaan (Ton)**
Plant 1	$(405; 193)10^6$	$(405; 210)10^6$	$(405; 258)10^6$	7.650
Plant 2	$(495; 54)10^6$	$(585; 167)10^6$	$(630; 191)10^6$	13.703
Plant 3	$(495; 350)10^6$	$(585; 510)10^6$	$(585; 375)10^6$	11.603
Permintaan (Ton)	9.540	11.386	12.030	32.956

Pada sel (1,1) atau x_{11} yaitu dari Plant 1 ke Agen 1 pada Tabel 4.5 terdapat biaya sewa kendaraan yang merupakan biaya tetap sebesar $Rp. 405.000.000,-$ dan biaya bahan bakar yang merupakan biaya variabel sebesar $Rp. 193.000.000,-$ dengan menggunakan perumusan (4.11). Jumlah minimal truk yang dibutuhkan Plant 1 sebanyak 9 unit, Plant 2 sebanyak 16 unit, dan Plant 3 sebanyak 14 unit untuk satu bulan. Sedangkan untuk sel x_{12}, x_{13}, x_{21}, x_{22}, x_{23}, x_{31}, x_{32}, dan x_{33} didapatkan informasi yang sama terkait biaya tetap dan biaya variabel lainnya berdasarkan data pada Lampiran D. Tabel parameter biaya transportasi tersebut merupakan biaya yang diperlukan untuk mengirimkan 30 ton produk selama 1 bulan. Sehingga biaya yang diperlukan untuk mengirimkan 1 ton produk selama 1 bulan dapat dilihat pada Tabel 4.12 berdasarkan data pada Lampiran E.

Tabel 4.12 Parameter Biaya Transportasi (f_{ij}, c_{ij}) Periode Permintaan Minimum Untuk 1 Ton Produk

	Agen 1	**Agen 2**	**Agen 3**	**Persediaan (Ton)**
Plant 1	$(13;6)10^6$	$(13;7)10^6$	$(13;8)10^6$	7.650
Plant 2	$(16;1)10^6$	$(19;5)10^6$	$(21;6)10^6$	13.703
Plant 3	$(16;11)10^6$	$(19;17)10^6$	$(19;12)10^6$	11.603
Permintaan (Ton)	9.540	11.386	12.030	32.956

Berdasarkan tabel parameter biaya transportasi diatas, dapat diperoleh model matematis masalah transportasi $P2$ sebagai notasi dari periode permintaan minimum sebagai berikut :

$$
\begin{aligned}
P2: \quad Min\, Z(P2) = & \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}\left(c_{ij}x_{ij} + f_{ij}y_{ij}\right) \\
= & \ 6{,}435x_{11} + 13{,}5y_{11} + 7{,}029x_{12} \\
& +13{,}5y_{12} + 8{,}613x_{13} + 13{,}5y_{13} \\
& +1{,}815x_{21} + 16{,}5y_{21} + 5{,}577x_{22} \\
& + 19{,}5y_{22} + 6{,}391x_{23} + 21y_{23} \\
& + 11{,}6765x_{31} + 16{,}5y_{31} + 17{,}017x_{32} \\
& + 19{,}5y_{32} + 12{,}5125x_{33} \\
& + 19{,}5y_{33} \qquad (4.3)
\end{aligned}
$$

dengan kendala,

$a.\ \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i$ untuk i $=1{,}2{,}3$ dan j $=1{,}2{,}3$

Sehingga didapatkan,

$x_{11} + x_{12} + x_{13} = 7.650$
$x_{21} + x_{22} + x_{23} = 13.703$
$x_{31} + x_{32} + x_{33} = 11.603$

$b.\ \sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j$ untuk i $= 1,2,3$ dan j $= 1,2,3$

Sehingga didapatkan,

$x_{11} + x_{12} + x_{13} = 9.540$
$x_{21} + x_{22} + x_{23} = 11.386$
$x_{31} + x_{32} + x_{33} = 12.030$

$c.\ \ x_{ij} \geq 0$ untuk semua (i, j)

2. Mencari Solusi Optimal Awal Menggunakan Pendekatan Linier Balinski dan VAM

Selanjutnya dilakukan perhitungan biaya tiap sel ($i = 1,2,3$ dan $j = 1,2,3$) dengan pendekatan linier relaksasi Balinksi (PB) menggunakan rumus (2.7) dan (2.8) untuk mendapatkan solusi optimal masalah transportasi biaya tetap $P1$ menggunakan bantuan *software* LINDO 6.1 seperti berikut ini :

$$C_{11} = c_{11} + f_{11}/m_{11} = 6{,}435 + \frac{13{,}5}{7650} = 6{,}4368$$

$$C_{12} = c_{12} + f_{12}/m_{12} = 7{,}029 + \frac{13{,}5}{7650} = 7{,}0308$$

$$C_{13} = c_{13} + f_{13}/m_{13} = 8{,}613 + \frac{13{,}5}{7650} = 8{,}6148$$

$$C_{21} = c_{21} + f_{21}/m_{21} = 1{,}815 + \frac{16{,}5}{9540} = 1{,}8167$$

$$C_{22} = c_{22} + f_{22}/m_{22} = 5{,}577 + \frac{19{,}5}{11386} = 5{,}5787$$

$$C_{23} = c_{23} + f_{23}/m_{23} = 6{,}391 + \frac{21}{12030} = 6{,}3927$$
$$C_{31} = c_{31} + f_{31}/m_{31} = 11{,}6765 + \frac{16{,}5}{9540} = 11{,}6782$$
$$C_{32} = c_{32} + f_{32}/m_{32} = 17{,}017 + \frac{19{,}5}{11386} = 17{,}0187$$
$$C_{33} = c_{33} + f_{33}/m_{33} = 12{,}5125 + \frac{19{,}5}{11603} = 12{,}5142$$

Tabel 4.13 Parameter Biaya Transportasi (f_{ij}, c_{ij}) Relaksasi Periode Permintaan Minimum

	Agen 1	**Agen 2**	**Agen 3**	**Persediaan (Ton)**
Plant 1	$(6{,}4368)10^6$	$(7{,}0308)10^6$	$(8{,}6148)10^6$	7.650
Plant 2	$(1{,}8167)10^6$	$(5{,}5787)10^6$	$(6{,}3927)10^6$	13.703
Plant 3	$(11{,}6782)10^6$	$(17{,}0187)10^6$	$(12{,}5142)10^6$	11.603
Permintaan (Ton)	9.540	11.386	12.030	32.956

Berdasarkan perhitungan pendekatan linier Balinski, dapat dibuat tabel parameter biaya transportasi relaksasi yang menggantikan tabel parameter biaya transportasi biaya tetap seperti yang terdapat pada Tabel 4.13.

Tabel 4.14 Solusi Optimal Awal Masalah Transportasi Relaksasi Periode Permintaan Minimum

	Agen 1 (Ton)	**Agen 2 (Ton)**	**Agen 3 (Ton)**	**Persediaan (Ton)**
Plant 1 (Ton)	0	7.650	0	7.650
Plant 2 (Ton)	9.540	3.736	427	13.703
Plant 3 (Ton)	0	0	11.603	11.603
Permintaan (Ton)	9.540	11.386	12.030	32.956

Berdasarkan hasil penyelesaian Lampiran R, didapatkan solusi optimal awal untuk masalah transportasi relaksasi periode permintaan minimum yang dinotasikan sebagai $PB2$ seperti pada Tabel 4.14 dengan biaya $Z(PB2)$ sebesar $Rp.\ 239.890.900.000,-$. Sehingga untuk mendapatkan solusi optimal $\{x_{ij}^B, y_{ij}^B\}$ dari $P2$ dengan syarat berdasarkan Persamaan (2.9) dan hasil $\{x_{ij}^B\}$ diperoleh hasil y_{11}^B, y_{21}^B, y_{22}^B, y_{23}^B, $y_{33}^B = 1$. Berdasarkan persamaan (2.10) diperoleh biaya :

$$Z(P2) = c_{12}x_{12}^B + f_{12}y_{12}^B + c_{21}x_{21}^B + f_{21}y_{21}^B + c_{22}x_{22}^B$$
$$+f_{22}y_{22}^B + c_{23}x_{23}^B + f_{23}y_{23}^B + c_{33}x_{33}^B + f_{33}y_{33}^B$$

$$Z(P2) = (6{,}435(7650) + 13{,}5 + 1{,}815(9540) + 16{,}5$$
$$+5{,}577(3736) + 19{,}5 + 6{,}391(427) + 21$$
$$+12{,}5125(11603) + 19{,}5) \times 10^6$$
$$Z(P2) = 239.924.000.000$$

Berdasarkan Pertidaksamaan (2.10), didapatkan $G(1)$ yaitu $239.890.900.000 \leq Z^*(P) \leq 239.924.000.000$ seperti yang terdapat dalam Lampiran Z.

3. Penyelesaian Solusi Optimal Akhir dengan Menggunakan Algoritma *Branching*

Pencarian solusi optimal akhir $Z^*(P)$ dapat menggunakan metode *branching*, langkah – langkah yang perlu dilakukan yaitu sama dengan ketika mencari penyelesaian masalah transportasi biaya tetap periode permintaan maksimum yang sesuai dengan algoritma *branching* pada subbab 2.7. Berdasarkan hasil penyelesaian solusi optimal awal dapat diketahui bahwa nilai $Z(PB2) \neq Z(P2)$ yaitu $239.890.900.000 \neq 239.924.000.000$, sehingga solusi ini belum optimal dan masih ada kemungkinan solusi lain yang lebih optimal. Berdasarkan Lampiran S, diperoleh sel yang memenuhi syarat $x^B{}_{ij} < m_{ij}$ yaitu sel (2,2) dan sel (2,3).

$$\Delta_{22} = f_{22}(1 - x^B{}_{22}/m_{22}) = 19{,}5\left(1 - \frac{3736}{9540}\right) = 13{,}10$$

$$\Delta_{23} = f_{23}(1 - x^B{}_{23}/m_{23}) = 21\left(1 - \frac{427}{12030}\right) = 20{,}25$$

Sel (2,3) dipilih karena mempunyai nilai Δ tertinggi yaitu $20{,}25$. Maka dari sel ini bisa dibuat cabang baru $Y(2{,}3)$ dan $N(2{,}3)$ untuk mencari solusi optimal akhir.

Cabang Y(2,3)

Menyimpan nilai $Z_{Ycost} = f_{23} = 585 \times 10^6$, dan membuat sel (2,3) yang terisi menjadi $f_{23} = 0$. Kemudian mencari solusi optimal cabang Y menggunakan pendekatan Balinski dan dengan bantuan *software* LINDO 6.1 seperti pada Lampiran S.

Tabel 4.15 Solusi Optimal Baru Cabang Y Periode Permintaan Minimum

	Agen 1 (Ton)	**Agen 2 (Ton)**	**Agen 3 (Ton)**	**Persediaan (Ton)**
Plant 1 (Ton)	0	7.650	0	7.650
Plant 2 (Ton)	9.540	3.736	427	13.703
Plant 3 (Ton)	0	0	11.603	11.603
Permintaan (Ton)	9.540	11.386	12.030	32.956

Sehingga didapatkan solusi optimal baru untuk masalah transportasi relaksasi periode permintaan maksimum di

Cabang Y seperti pada Tabel 4.15 dengan biaya $Z(PB2)$ sebesar $Rp. 239.732.200.000,-$ setelah ditambahkan nilai Z_{Ycost}. Berdasarkan Tabel 4.15 diperoleh biaya $Z(P2)$ sebesar $Rp. 239.924.000.000$. Hasil tersebut dinotasikan sebagai $G(2)$ dan dapat dimasukkan ke dalam pohon solusi di Lampiran Z.

Cabang N(2,3)

Membuat cabang $N(2,3)$ dengan mengecualikan sel (2,3) dan menetapkan $c_{22} = M$. Kemudian mencari solusi optimal cabang N menggunakan pendekatan Balinski dan bantuan *software* LINDO 6.1 seperti pada Lampiran T. Sehingga didapatkan solusi optimal baru untuk masalah transportasi relaksasi periode permintaan maksimum di Cabang N seperti pada Tabel 4.16 dengan biaya $Z(PB2)$ sebesar $Rp. 240.219.700.000,-$.

Tabel 4.16 Solusi Optimal Baru Cabang N Periode Permintaan Minimum

	Agen 1 (Ton)	**Agen 2 (Ton)**	**Agen 3 (Ton)**	**Persediaan (Ton)**
Plant 1 (Ton)	0	7.650	0	7.650
Plant 2 (Ton)	9.540	3.736	427	13.703
Plant 3 (Ton)	0	0	11.603	11.603
Permintaan (Ton)	9.540	11.386	12.030	32.956

Berdasarkan Tabel 4.16 diperoleh biaya $Z(P2)$ sebesar $Rp. 240.245.000.000$. Hasil tersebut dinotasikan sebagai $\boldsymbol{G(3)}$ dan dapat ditambahkan ke dalam pohon solusi di Lampiran Z.

Cabang $Y(2,3)Y(2,2)$

Berdasarkan hasil solusi optimal baru untuk masalah transportasi relaksasi Balinski di cabang YY seperti pada Lampiran U, diperoleh biaya $Z(PB2)$ sebesar $Rp. 237.561.200.000,-$. Kemudian diperoleh biaya $Z(P2)$ berdasarkan Tabel 4.17 sebesar $Rp. 239.924.000.000,-$.

Tabel 4.17 Solusi Optimal Baru Cabang YY Periode Permintaan Minimum

	Agen 1 (Ton)	**Agen 2 (Ton)**	**Agen 3 (Ton)**	**Persediaan (Ton)**
Plant 1 (Ton)	0	7.650	0	7.650
Plant 2 (Ton)	9.540	3.736	427	13.703
Plant 3 (Ton)	0	0	11.603	11.603
Permintaan (Ton)	9.540	11.386	12.030	32.956

Hasil tersebut dinotasikan sebagai $G(4)$ dan dapat ditambahkan ke dalam pohon solusi di Lampiran Z.

Cabang $Y(2,3)N(2,2)$

Berdasarkan hasil solusi optimal baru untuk masalah transportasi relaksasi Balinski di cabang YN seperti pada Lampiran V, diperoleh biaya $Z(PB2)$ sebesar $Rp. 258.126.000.000,-$. Kemudian diperoleh biaya $Z(P2)$ berdasarkan Tabel 4.18 sebesar $Rp. 259.794.000.000,-$.

Tabel 4.18 Solusi Optimal Baru Cabang $\boldsymbol{YN}$ Periode Permintaan Minimum

	Agen 1 (Ton)	**Agen 2 (Ton)**	**Agen 3 (Ton)**	**Persediaan (Ton)**
Plant 1 (Ton)	0	7.650	0	7.650
Plant 2 (Ton)	9.540	0	4.163	13.703
Plant 3 (Ton)	0	3.736	7.867	11.603
Permintaan (Ton)	9.540	11.386	12.030	32.956

Hasil tersebut dinotasikan sebagai $G(5)$ dan dapat ditambahkan ke dalam pohon solusi di Lampiran Z.

Cabang $N(2,3)Y(1,3)$

Berdasarkan hasil solusi optimal baru untuk masalah transportasi relaksasi Balinski di cabang NY seperti pada Lampiran W, diperoleh biaya $Z(PB2)$ sebesar $Rp. 239.957.200.000,-$. Kemudian diperoleh biaya $Z(P2)$ berdasarkan Tabel 4.19 sebesar $Rp. 240.245.000.000,-$. Hasil tersebut dinotasikan sebagai $G(6)$ dan dapat ditambahkan ke dalam pohon solusi di Lampiran Z.

Tabel 4.19 Solusi Optimal Baru Cabang NY Periode Permintaan Minimum

	Agen 1 (Ton)	**Agen 2 (Ton)**	**Agen 3 (Ton)**	**Persediaan (Ton)**
Plant 1 (Ton)	0	7.223	427	7.650
Plant 2 (Ton)	9.540	4.163	0	13.703
Plant 3 (Ton)	0	0	11.603	11.603
Permintaan (Ton)	9.540	11.386	12.030	32.956

Cabang $N(2,3)N(1,3)$

Cabang ini memberikan hasil tidak layak (*infeasible*) untuk dilanjutkan karena kendala permintaan dan persediaan. Sehingga pada cabang NN proses percabangan dihentikan agar tidak memberikan biaya yang lebih besar untuk pengangkutan produk pada sel yang dipilih. Hasil dari cabang ini dinotasikan sebagai $G(7)$ ke dalam pohon solusi di Lampiran Z.

Cabang $N(2,3)Y(1,3)Y(2,2)$

Cabang NY membentuk cabang baru pada NYY dan NYN. Berdasarkan hasil solusi optimal baru untuk masalah transportasi relaksasi Balinski di cabang NYY seperti pada Lampiran X, diperoleh biaya $Z(PB2)$ sebesar $Rp. 237.548.000.000,-$. Kemudian diperoleh biaya $Z(P2)$ berdasarkan Tabel 4.20 sebesar $Rp. 240.245.000.000,-$. Hasil tersebut dinotasikan sebagai $G(8)$ dan dapat ditambahkan ke dalam pohon solusi di Lampiran Z.

Tabel 4.20 Solusi Optimal Baru Cabang NYY Periode Permintaan Minimum

	Agen 1 (Ton)	Agen 2 (Ton)	Agen 3 (Ton)	Persediaan (Ton)
Plant 1 (Ton)	0	7.223	427	7.650
Plant 2 (Ton)	9.540	4.163	0	13.703
Plant 3 (Ton)	0	0	11.603	11.603
Permintaan (Ton)	9.540	11.386	12.030	32.956

Cabang $N(2,3)Y(1,3)N(2,2)$

Cabang ini memberikan hasil tidak layak (*infeasible*) untuk dilanjutkan karena kendala permintaan dan persediaan. Sehingga pada cabang NYN proses percabangan dihentikan agar tidak memberikan biaya yang lebih besar untuk pengangkutan produk pada sel yang dipilih. Hasil dari cabang ini dinotasikan sebagai $G(9)$ ke dalam pohon solusi di Lampiran Z.

Berdasarkan semua nilai Z yang dicari, solusi paling optimal yaitu pada cabang YY dengan biaya $Z(PB2)$ sebesar $\text{Rp}. 237.561.200.000,-$ dan biaya $Z(P1)$ sebesar $\text{Rp}. 239.924.100.000,-$. Sehingga berdasarkan Pertidaksamaan (2.10), batas bawah dapat diubah kedalam batas atas terdekat dan diperoleh $Z^*(P1)$ sebesar Rp. $239.924.100.000,-$. dengan solusi optimal akhir seperti pada Tabel 4.21.

Tabel 4.21 Solusi Optimal Akhir Masalah Transportasi Biaya Tetap Periode Permintaan Minimum

	Agen 1 (Ton)	**Agen 2 (Ton)**	**Agen 3 (Ton)**	**Persediaan (Ton)**
Plant 1 (Ton)	0	7.650	0	7.650
Plant 2 (Ton)	9.540	3.736	427	13.703
Plant 3 (Ton)	0	0	11.603	11.603
Permintaan (Ton)	9.540	11.386	12.030	32.956

Diperoleh biaya transportasi minimal yang diperlukan untuk pendistribusian produk dari 3 Plant sebanyak 814.900 zak/bag 40 kg dengan jumlah truk 38 unit (9 unit Plant 1, 16 unit Plant 2, dan 13 unit Plant 3) menuju 3 Agen selama satu bulan sebanyak Rp. $239.924.100.000,-$.

4.2. Simulasi Numerik Studi Kasus Kedua

Data yang digunakan untuk studi kasus kedua masalah *degenerate* yang terdapat pada kasus berskala kecil merupakan data sekunder dari persediaan Plant dan permintaan produk seperti yang terdapat pada Lampiran B dan C. Dalam studi kasus ini, yang termasuk biaya tetap adalah biaya sewa kendaraan, dikarenakan saat jalur distribusi dipilih atau tidak, sewa kendaraan tetap diperlukan sebagai syarat kerjasama 3PL. Sedangkan yang termasuk biaya variabel adalah biaya bahan bakar, karena biaya ini terjadi sesuai dengan jalur distribusi tertentu yang dipilih dan tidak termasuk dalam kerjasaam 3PL. Sehingga dapat dibentuk matriks transportasi dari masalah tersebut seperti yang terdapat pada Tabel 4.22 dengan formulasi sebagai berikut :

$\left(f_{ij}; c_{ij}\right) = (biaya\ sewa\ kendaraan, biaya\ bahan\ bakar)$

Tabel 4.22 Tabel Parameter Biaya Transportasi $\left(f_{ij}, c_{ij}\right)$ Studi Kasus Kedua

	Agen 1	**Agen 2**	**Agen 3**	**Persediaan (Ton)**
Plant 1	$(20; 1)10^6$	$(10; 2)10^6$	$(10; 3)10^6$	5
Plant 2	$(20; 1)10^6$	$(20; 2)10^6$	$(20; 1)10^6$	30
Plant 3	$(10; 3)10^6$	$(20; 1)10^6$	$(10; 2)10^6$	15
Permintaan (Ton)	10	20	20	50

Berdasarkan data dari Tabel 4.22, diperoleh informasi bahwa salah satu nilai a_1 (Plant 1) memiliki nilai sama dengan interval minimal dari diferensiasi biaya tetap yaitu 5 menurut kriteria Kowalski [12]. Sehingga hanya terdapat satu $\mathrm{x}_{1\mathrm{j}}$ yang dapat memuat produk dalam baris 1. Hal tersebut memberikan kebebasan untuk memilih salah satu dari dua operasi yang bisa dilakukan. Operasi yang pertama yaitu dengan mengurangi setiap biaya tetap yang ada pada baris pertama dengan biaya tetap minimal (dalam hal ini 10) pada baris tersebut. Operasi yang kedua yaitu dengan menugaskan salah satu lokasi di baris pertama untuk mengirimkan a_1. Sehingga table parameter biaya transportasi berukuran 3×3 dapat dibentuk menjadi 3 cabang sub masalah baru yang berukuran 2×3, atau bahkan menjadi sub masalah yang lebih kecil sebagai proses percabangan. Dalam simulasi numerik studi kasus kedua ini, dilakukan kombinasi dari kedua opsi tersebut yaitu memilih operasi kedua untuk memecah masalah menjadi sub masalah baru yang lebih kecil kemudian dilanjutkan dengan operasi pertama untuk mereduksi biaya tetap menggunakan algoritma *pre-screening*. Selanjutnya menggunakan pendekatan linier Balinski untuk membentuk model fungsi objektif, kemudian menggunakan bantuan *software* LINDO 6.1 untuk mencari penyelesaian solusi optimal dari masing-masing cabang sub masalah.

Pada sub masalah pertama, sel (1,1) atau x_{11} (dari Plant 1 ke Agen 1), dipilih untuk untuk mengirimkan 5 ton produk, dengan demikian baris pertama dihapuskan dari pertimbangan lebih lanjut. Cara yang sama dapat diterapkan dalam sub masalah kedua, sel (1,2) dipilih dan baris pertama dihapuskan, atau dalam sub masalah ketiga, sel (1,3) dipilih kemudian baris pertama dihapuskan. Pada setiap kasus ini menghasilkan penghapusan dari baris pertama dengan penyesuaian dari persediaan dan permintaan yang berkaitan serta penyimpanan biaya masing-masing cabang sub masalah yang dirumuskan dengan $Z = c_{ij}x_{ij} + f_{ij}y_{ij}$ untuk kemudian ditambahkan diakhir penyelesaian solusi optimal. Untuk lebih memahami, dapat dilihat pada Tabel 4.23 yang memuat $\boldsymbol{x_{11}}$ sebesar 5 dengan biaya transportasi sebesar $\text{Rp}. 25.000.000,-$, Tabel 4.24 yang memuat $\boldsymbol{x_{12}}$ sebesar 5 dengan biaya transportasi sebesar $\text{Rp}. 20.000.000,-$, dan Tabel 4.25 yang memuat $\boldsymbol{x_{13}}$ sebesar 5 dengan biaya transportasi sebesar $\text{Rp}. 25.000.000,-$.

Tabel 4.23 Sub Masalah 1

	Agen 1	**Agen 2**	**Agen 3**	**Persediaan (Ton)**
Plant 2	$(20;1)10^6$	$(20;2)10^6$	$(20;1)10^6$	30
Plant 3	$(10;3)10^6$	$(20;1)10^6$	$(10;2)10^6$	15
Permintaan (Ton)	5	20	20	45

Tabel 4.24 Sub Masalah 2

	Agen 1	Agen 2	Agen 3	Persediaan (Ton)
Plant 2	$(20;1)10^6$	$(20;2)10^6$	$(20;1)10^6$	30
Plant 3	$(10;3)10^6$	$(20;1)10^6$	$(10;2)10^6$	15
Permintaan (Ton)	10	15	20	45

Tabel 4.25 Sub Masalah 3

	Agen 1	Agen 2	Agen 3	Persediaan (Ton)
Plant 2	$(20;1)10^6$	$(20;2)10^6$	$(20;1)10^6$	30
Plant 3	$(10;3)10^6$	$(20;1)10^6$	$(10;2)10^6$	15
Permintaan (Ton)	10	20	15	45

Berdasarkan algoritma *pre-screening* dapat dilakukan reduksi terhadap biaya tetap masing-masing sub masalah dengan nilai f_{st}^* yang berbeda sesuai pada Persamaan (2.12). Karena $b_1 + b_2 < a_2$ dan $b_1 + b_3 < a_2$, sehingga diperoleh matriks reduksi biaya tetap untuk sub masalah 1 dengan menyimpan nilai $f_{st}^* = 40 \times 10^6$ seperti pada Tabel 4.26 berikut ini :

Tabel 4.26 Parameter Reduksi Biaya Sub Masalah 1

	Agen 1	Agen 2	Agen 3	Persediaan (Ton)
Plant 2	$(20;1)10^6$	$(0;2)10^6$	$(0;1)10^6$	30
Plant 3	$(10;3)10^6$	$(20;1)10^6$	$(10;2)10^6$	15
Permintaan (Ton)	5	20	20	45

Sedangkan untuk sub masalah 2, karena $b_1 + b_2 < a_2$, $b_1 < a_3$, $b_2 < a_2$, dan $b_3 < a_2$, sehingga diperoleh matriks reduksi biaya tetap untuk sub masalah 2 dengan menyimpan nilai $f_{st}^* = 20 \times 10^6$ seperti Tabel 4.27.

Tabel 4.27 Tabel Parameter Reduksi Biaya Sub Masalah 2

	Agen 1	**Agen 2**	**Agen 3**	**Persediaan (Ton)**
Plant 2	$(20;1)10^6$	$(20;2)10^6$	$(0;1)10^6$	30
Plant 3	$(10;3)10^6$	$(20;1)10^6$	$(10;2)10^6$	15
Permintaan (Ton)	10	15	20	45

Kemudian untuk sub masalah 3, karena $b_1 + b_2 < a_2$, $b_2 < a_2$, $b_3 < a_2$, dan $b_1 + b_3 < a_2$, sehingga diperoleh matriks reduksi biaya tetap untuk sub masalah 3 dengan menyimpan nilai $f_{st}^* = 20 \times 10^6$ seperti pada Tabel 4.28.

Tabel 4 28 Tabel Parameter Reduksi Biaya Sub Masalah 3

	Agen 1	**Agen 2**	**Agen 3**	**Persediaan (Ton)**
Plant 2	$(20;1)10^6$	$(0;2)10^6$	$(20;1)10^6$	30
Plant 3	$(10;3)10^6$	$(20;1)10^6$	$(10;2)10^6$	15
Permintaan (Ton)	10	20	15	45

Kemudian digunakan pendekatan linier Balinski dari tabel parameter reduksi biaya tetap untuk mendapatkan tabel parameter relaksasi biaya C_{ij} dari masing-masing cabang sub masalah dengan Persamaan (2.7) dan (2.8) sehingga diperoleh solusi optimal untuk masing-masing cabang sub masalah. Untuk sub masalah 1 terdapat pada Tabel 4.29, untuk sub masalah 2 terdapat pada Tabel 4.30 dan sub masalah 3 terdapat pada Tabel 4.31.

Tabel 4.29 Parameter Relaksasi Balinski Sub Masalah 1

	Agen 1	Agen 2	Agen 3	Persediaan (Ton)
Plant 2	5×10^6	2×10^6	1×10^6	30
Plant 3	5×10^6	$2{,}33 \times 10^6$	$2{,}66 \times 10^6$	15
Permintaan (Ton)	10	20	15	45

Berdasarkan matriks relaksasi Balinski sub masalah 1, selanjutnya dibentuk model fungsi objektif seperti pada Persamaan (2.4), (2.5) dan (2.6) dengan penyesuaian masing - masing nilai. Sehingga solusi optimal masalah transportasi relaksasi Balinski berdasarkan Tabel 4.29 untuk sub masalah 1 diperoleh $\{x_{ij}^B\}$ dengan biaya $Z(MPB)$ sebesar $\text{Rp.}\,88.300.000,-$ sebagai batas bawah seperti yang terdapat di Lampiran Y. Karena interval minimal 5, maka nilai $Z(MPB)$ dapat dirubah ke interval terdekat yaitu $\text{Rp.}\,90.000.000,-$. Sedangkan berdasarkan hasil dari $\{x_{ij}^B\}$ diperoleh biaya transportasi masalah biaya tetap dengan reduksi sebesar $Z(MP) = c_{ij}x_{ij}^B + f_{ij}y_{ij}^B = 95.000.000$ sebagai batas atas. Selanjutnya berdasarkan Persamaan (2.11) didapatkan biaya sebesar $Z = f_{st}^* + Z_{11} + Z(MP) = 160.000.000$ dengan hasil solusi optimal yang terdapat pada Tabel 4.30.

Tabel 4.30 Solusi Optimal Sub Masalah 1 dengan Reduksi

	Agen 1 (Ton)	Agen 2 (Ton)	Agen 3 (Ton)	Persediaan (Ton)
Plant 2 (Ton)	0	10	20	30
Plant 3 (Ton)	5	10	0	15
Permintaan (Ton)	5	20	20	45

Tabel 4.31 Parameter Relaksasi Balinski Sub Masalah 2

	Agen 1	**Agen 2**	**Agen 3**	**Persediaan (Ton)**
Plant 2	3×10^6	$3{,}33$	1×10^6	30
Plant 3	4×10^6	$2{,}33 \times 10^6$	$2{,}66 \times 10^6$	15
Permintaan (Ton)	10	20	15	45

Berdasarkan penyelesaian solusi optimal masalah transportasi relaksasi Balinski untuk sub masalah 2 diperoleh $\{x_{ij}^B\}$ dengan biaya $Z(MPB) = 85.000.000$ sebagai batas bawah seperti yang terdapat di Lampiran Z. Sedangkan berdasarkan hasil dari $\{x_{ij}^B\}$ diperoleh biaya transportasi masalah biaya tetap reduksi sebesar $Z(MP) = 85.000.000$ sebagai batas atas. Selanjutnya berdasarkan Persamaan (2.11) didapatkan biaya sebesar $Z = f_{st}^* + Z_{12} + Z(MP) = 125.000.000$ dengan hasil solusi optimal yang terdapat pada Tabel 4.32.

Tabel 4.32 Solusi Optimal Sub Masalah 2 dengan Reduksi

	Agen 1 (Ton)	**Agen 2 (Ton)**	**Agen 3 (Ton)**	**Persediaan (Ton)**
Plant 2 (Ton)	10	0	20	30
Plant 3 (Ton)	0	15	0	15
Permintaan (Ton)	5	20	20	45

Tabel 4.33 Parameter Relaksasi Balinski Sub Masalah 3

	Agen 1	**Agen 2**	**Agen 3**	**Persediaan (Ton)**
Plant 2	3×10^6	2×10^6	$2{,}33 \times 10^6$	30
Plant 3	4×10^6	$2{,}33 \times 10^6$	$2{,}66 \times 10^6$	15
Permintaan (Ton)	10	20	15	45

Berdasarkan penyelesaian solusi optimal masalah transportasi relaksasi Balinski untuk sub masalah 3 diperoleh $\{x_{ij}^B\}$ dengan biaya $Z(MPB) = 109.900.000$ sebagai batas bawah seperti yang terdapat di Lampiran AA. Karena interval minimal 5, maka nilai $Z(MPB)$ dapat dirubah ke interval terdekat yaitu Rp. $110.000.000,-$. Sedangkan berdasarkan hasil dari $\{x_{ij}^B\}$ diperoleh biaya transportasi masalah biaya tetap reduksi $Z(MP)$ sebesar $Rp. 110.000.000,-$ sebagai batas atas. Selanjutnya berdasarkan Persamaan (2.11) didapatkan biaya sebesar $Z = f_{st}^* + Z_{13} + Z(MP) = 155.000.000$ dengan matriks solusi optimal yang terdapat pada Tabel 4.34.

Tabel 4.34 Solusi Optimal Sub Masalah 3 dengan Reduksi

	Agen 1 (Ton)	**Agen 2 (Ton)**	**Agen 3 (Ton)**	**Persediaan (Ton)**
Plant 2 (Ton)	10	5	15	30
Plant 3 (Ton)	0	15	0	15
Permintaan (Ton)	5	20	20	45

Dari keseluruhan hasil yang diperoleh, berdasarkan algoritma *branching*, sub masalah 2 dan 3 mempunyai nilai $Z(MPB) = Z(MP)$ sehingga solusi yang diperoleh dapat dikatakan paling optimal untuk sub masalah tersebut. Karena tujuan utamanya yaitu untuk mendapatkan solusi optimal dari distribusi dengan biaya seminimal mungkin, sehingga sub masalah 2 merupakan penyelesaian solusi yang paling optimal untuk simulasi numerik kasus kedua ini. Cabang sub masalah 2 memberikan solusi optimal $Z^*(MP) = Z = 125.000.000,-$ yang diperoleh dari penyelesaian tiga cabang masalah transportasi biaya tetap dengan ukuran table parameter biaya 2×3 dan diperoleh jalur distribusi seperti pada Tabel 4.35.

Tabel 4.35 Solusi Optimal Masalah Transportasi Biaya Tetap Kasus Kedua

	Agen 1 (Ton)	**Agen 2 (Ton)**	**Agen 3 (Ton)**	**Persediaan (Ton)**
Plant 1 (Ton)	0	5	0	5
Plant 2 (Ton)	10	0	20	30
Plant 3 (Ton)	0	15	0	15
Permintaan (Ton)	10	20	20	50

Selama pendistribusian produk digunakan kendaraan (truk) bermuatan 5 ton. Sehingga biaya transportasi minimal yang diperlukan untuk pendistribusian produk dari 3 Plant sebanyak 1.250 zak/bag 40 kg dengan jumlah truk 9 unit (1 unit Plant 1, 6 unit Plant 2, dan 3 unit Plant 3) menuju 3 Agen selama satu bulan sebanyak $Rp. 125.000.000,-$.

BAB V
KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan yang telah dilakukan dalam tugas akhir ini dapat disimpulkan bahwa jenis biaya transportasi secara umum ada 2, yaitu biaya variabel dan biaya tetap. Biaya tetap adalah biaya yang tidak berubah dalam jangka waktu tertentu seiring dengan adanya perubahan kuantitas pada unit produksi. Biaya tetap yang diamati dalam penelitian ini yaitu biaya sewa kendaraan. Sedangkan biaya variabel adalah biaya yang berubah sesuai dengan perubahan kuantitas pada unit produksi. Biaya variabel yang diamati dalam penelitian ini yaitu biaya bahan bakar. Kedua biaya tersebut berpengaruh terhadap biaya yang dianggarkan perusahaan untuk pendistribusian produk.

Pada pendistribusian produk, perusahaan PT. XYZ mengemas produk semen dalam bentuk zag/bag dengan berat 40 kg. Sehingga untuk memenuhi persediaan sesuai permintaan agen dengan kendaraan truk bermuatan 30 ton, terdapat jumlah pengiriman yang muatan dan berat kemasannya merupakan bilangan bulat. Untuk itu, digunakan metode *branching* yang dapat menyelesaikan permasalahan yang berhubungan dengan bilangan bulat. Metode ini melibatkan perumusan dan peny elesaian Balinski dengan memilih sel tertentu yang akan dimuat secara maksimal dan memberikan biaya transportasi yang minimal. Berdasarkan simulasi numerik kasus pertama didapatkan hasil optimasi biaya minimal pendistribusian produk PT. XYZ dari 3 Plant dengan jumlah truk 48 unit (masing-masing Plant maksimal 16 unit truk) sebesar $Rp. 421.244.600.000,-$ per bulan untuk masalah transportasi periode permintaan maksimum. Kemudian didapatkan hasil optimasi biaya minimal pendistribusian produk PT. XYZ dari 3 Plant dengan jumlah truk 38 unit (9 unit Plant 1, 16 unit Plant 2, dan 13 unit Plant 3) sebesar Rp. $239.924.100.000,-$ per bulan untuk masalah transportasi periode permintaan minimum. Sedangkan untuk simulasi numerik kasus kedua didapatkan hasil optimasi biaya pendistribusian produk PT. XYZ dari 3 Plant dengan jumlah truk 9 unit (1 unit Plant 1, 6 unit Plant 2, dan 3 unit Plant 3) sebesar $Rp. 125.000.000,-$ per bulan untuk masalah transportasi periode persediaan dan permintaan berskala kecil.

5.2 Saran

Berdasarkan pembahasan, simulasi dan kesimpulan yang telah dilakukan, untuk penelitian selanjutnya diharapkan bisa menambahkan biaya variabel dan biaya tetap. Sehingga jika ada sebuah kasus dengan biaya variabel lebih dominan dibandingkan biaya tetap, hal itu dapat menjadi alternatif untuk penambahan biaya pada penelitian selanjutnya.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Bowersox, D.J., Closs, S.J., dan Cooper, M.B. (2002). *"Supply Chain Logistic Management", First Edition.* The McGraw-Hill Companies, Inc.. New York.

[2] Bowersox, D.J., Closs, S.J., dan Cooper, M.B. (2013). *"Supply Chain Logistic Management", Fourth Edition* dalam *Pricing Strategy*. Zaroni. Bandung.

[3] Kowalski, K., Lev, B., Shen, W., dan Tu, Y. (2014). "A Fast and Simple Braching Algorithm for Solving Small Scale Fixed-Charge Transportation Poblem". *Operation Research Perspectives*, Vol. 1, No. 1, Hal 1-5.

[4] Adlakha, V., dan Kowalski, K. (2003). "A Simple Heuristic for Solving Small Fixed-Charge Transportation Problems". *Omega*, Vol. 31, No. 3, Hal 205-211.

[5] Adlakha, V., Kowalski, K., dan Vemuganti, R.R. (2006). "Heuristik Algorithms for the Fixed – Charge Transportation Problem". *Operational Research Society of India*. Vol. 43, No. 2, Hal. 132-151.

[6] Adlakha, V., Kowalski, K. dan Lev, B. (2010). "A Branching Method for the Fixed Charge Transportation Problem". *Omega*, Vol. 38, No. 5, Hal 393-397.

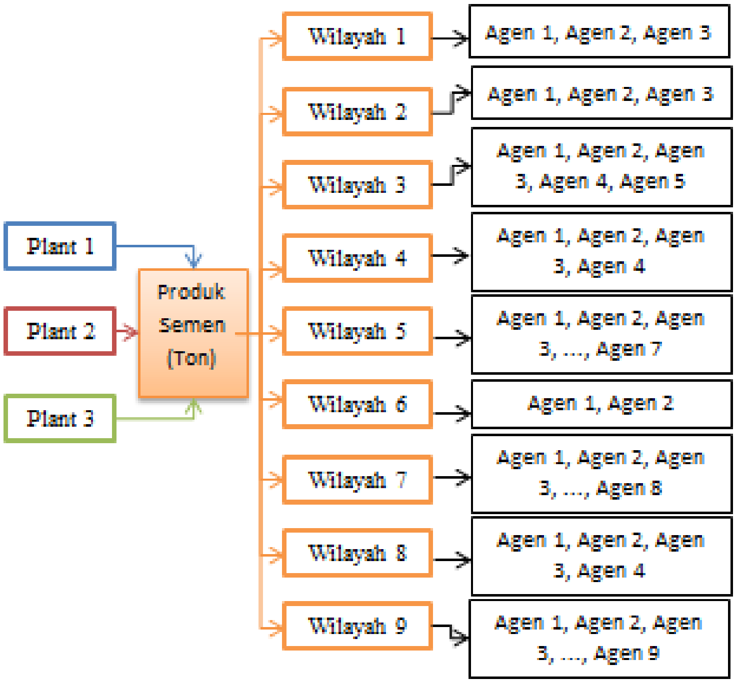
[7] Palekar, U.S., Karwan, M.K., dan Zionts, S. (1990). "A Branch and Bound Method for the Fixed Charge Transportation Problem". *Management Sains*, Vol. 36, No. 9, Hal 1092-1105.

[8] Siswanto. (2007). *Operation Research*. Jakarta: Erlangga.

[9] Hiller, F.S., dan Lieberman, G.J. (2005). *Introduction to Operations Research*. Eight Edition. Alih Bahasa: Parama Kartika Dewa, dkk. Yogyakarta: ANDI.

[10] Balinski, M.L. (1961). “Fixed Cost Transportation Problem”. *Naval Research Logistics Quarterly,* Vol. 2928, No. 00, Hal 41-54.
[11] Taha, H. A. (1996). “*Riset Operasi”*. Alih Bahasa: Daniel Wirajaya. Jakarta : Binapura Aksara.
[12] Kowalski, K. (2005). “On the Structure of the Fixed Charge Transportation Problem”. *Int. J. Math. Educ. Sci. Tech*., Vol. 36, No. 8, hal 879-888.

LAMPIRAN A
Skema Distribusi Produk PT. XYZ



LAMPIRAN B
Data Jumlah Permintaan Semen Periode Maksimum, Minimum dan Skala Kecil

No.	Nama Agen	Jumlah Permintaan (Ton)		
		Periode Permintaan Maksimum	Periode Permintaan Minimum	Periode Permintaan Skala Kecil
1.	Agen 1	13.890	9.540	10
2.	Agen 2	16.130	11.386	20
3.	Agen 3	12.570	12.030	20
Total		**42.590**	**32.956**	**50**

LAMPIRAN C
Data Jumlah Persediaan Semen Periode Maksimum, Minimum dan Skala Kecil

No.	Sub Pabrik	Jumlah Persediaan (Ton)		
		Periode Permintaan Maksimum	Periode Permintaan Minimum	Periode Permintaan Skala Kecil
1.	Plant 1	14.130	7.650	5
2.	Plant 2	14.130	13.703	30
3.	Plant 3	14.330	11.603	15
Total		**42.590**	**32.956**	**50**

LAMPIRAN D

Data Biaya Tetap dan Biaya Variabel Periode Maksimum dan Minimum Per 30 Ton

1. Periode Permintaan Maksimum

Pabrik	Tujuan	Jarak (KM)	Persediaan (Ton)	Permintaan (Ton)	Kebutuhan Truk (1 bulan)	*Jumlah Truk (unit)	Biaya Sewa Kendaraan (selama 1 bulan)	Harga BBM (per 1 Liter)	Biaya Tetap (fij)	Biaya Variabel (Cij)
Plant 1	Agen 1	130	14.130	13.890	463	16	Rp45.000.000	Rp5.500	Rp720.000.000	Rp343.200.000
	Agen 2	142	14.130	16.130	471	16	Rp45.000.000	Rp5.500	Rp720.000.000	Rp374.880.000
	Agen 3	174	14.130	12.570	419	14	Rp45.000.000	Rp5.500	Rp630.000.000	Rp401.940.000
Plant 2	Agen 1	30	14.130	13.890	463	16	Rp45.000.000	Rp5.500	Rp720.000.000	Rp79.200.000
	Agen 2	78	14.130	16.130	471	16	Rp45.000.000	Rp5.500	Rp720.000.000	Rp205.920.000
	Agen 3	83	14.130	12.570	419	14	Rp45.000.000	Rp5.500	Rp630.000.000	Rp191.730.000
Plant 3	Agen 1	193	14.330	13.890	463	16	Rp45.000.000	Rp5.500	Rp720.000.000	Rp509.520.000
	Agen 2	238	14.330	16.130	478	16	Rp45.000.000	Rp5.500	Rp720.000.000	Rp628.320.000
	Agen 3	175	14.330	12.570	419	14	Rp45.000.000	Rp5.500	Rp630.000.000	Rp404.250.000

*1 truk minimal 1 kali pengiriman dalam sehari

LAMPIRAN D (LANJUTAN)

2. Periode Permintaan Minimum

Pabrik	Tujuan	Jarak (KM)	Persediaan (Ton)	Permintaan (Ton)	Kebutuhan Truk (1 bulan)	*Jumlah Truk (unit)	Biaya Sewa Kendaraan (selama 1 bulan)	Harga BBM (per 1 Liter)	Biaya Tetap (fij)	Biaya Variabel (Cij)
Plant 1	Agen 1	130	7.650	9.540	255	9	Rp45.000.000	Rp5.500	Rp405.000.000	Rp193.050.000
	Agen 2	142	7.650	11.386	255	9	Rp45.000.000	Rp5.500	Rp405.000.000	Rp210.870.000
	Agen 3	174	7.650	12.030	255	9	Rp45.000.000	Rp5.500	Rp405.000.000	Rp258.390.000
Plant 2	Agen 1	30	13.703	9.540	318	11	Rp45.000.000	Rp5.500	Rp495.000.000	Rp54.450.000
	Agen 2	78	13.703	11.386	380	13	Rp45.000.000	Rp5.500	Rp585.000.000	Rp167.310.000
	Agen 3	83	13.703	12.030	401	14	Rp45.000.000	Rp5.500	Rp630.000.000	Rp191.730.000
Plant 3	Agen 1	193	11.603	9.540	318	11	Rp45.000.000	Rp5.500	Rp495.000.000	Rp350.295.000
	Agen 2	238	11.603	11.386	380	13	Rp45.000.000	Rp5.500	Rp585.000.000	Rp510.510.000
	Agen 3	175	11.603	12.030	387	13	Rp45.000.000	Rp5.500	Rp585.000.000	Rp375.375.000

*1 truk minimal 1 kali pengiriman dalam sehari

LAMPIRAN E

Data Biaya Tetap dan Biaya Variabel Periode Maksimum dan Minimum Per 1 Ton

1. Periode Permintaan Maksimum

Pabrik	Tujuan	Biaya Per 30 Ton		Biaya Per 1 Ton	
		Biaya Tetap (fij)	Biaya Variabel (cij)	Biaya Tetap (fij)	Biaya Variabel (cij)
Plant 1	Agen 1	Rp720.000.000	Rp343.200.000	Rp24.000.000	Rp11.440.000
	Agen 2	Rp720.000.000	Rp374.880.000	Rp24.000.000	Rp12.496.000
	Agen 3	Rp630.000.000	Rp401.940.000	Rp21.000.000	Rp13.398.000
Plant 2	Agen 1	Rp720.000.000	Rp79.200.000	Rp24.000.000	Rp2.640.000
	Agen 2	Rp720.000.000	Rp205.920.000	Rp24.000.000	Rp6.864.000
	Agen 3	Rp630.000.000	Rp191.730.000	Rp21.000.000	Rp6.391.000
Plant 3	Agen 1	Rp720.000.000	Rp509.520.000	Rp24.000.000	Rp16.984.000
	Agen 2	Rp720.000.000	Rp628.320.000	Rp24.000.000	Rp20.944.000
	Agen 3	Rp630.000.000	Rp404.250.000	Rp21.000.000	Rp13.475.000

LAMPIRAN E (LANJUUTAN)

2. Periode Permintaan Minimum

Pabrik	Tujuan	Biaya Per 30 Ton		Biaya Per 1 Ton	
		Biaya Tetap (fij)	Biaya Variabel (cij)	Biaya Tetap (fij)	Biaya Variabel (cij)
Plant 1	Agen 1	Rp405.000.000	Rp193.050.000	Rp13.500.000	Rp6.435.000
	Agen 2	Rp405.000.000	Rp210.870.000	Rp13.500.000	Rp7.029.000
	Agen 3	Rp405.000.000	Rp258.390.000	Rp13.500.000	Rp8.613.000
Plant 2	Agen 1	Rp495.000.000	Rp54.450.000	Rp16.500.000	Rp1.815.000
	Agen 2	Rp585.000.000	Rp167.310.000	Rp19.500.000	Rp5.577.000
	Agen 3	Rp630.000.000	Rp191.730.000	Rp21.000.000	Rp6.391.000
Plant 3	Agen 1	Rp495.000.000	Rp350.295.000	Rp16.500.000	Rp11.676.500
	Agen 2	Rp585.000.000	Rp510.510.000	Rp19.500.000	Rp17.017.000
	Agen 3	Rp585.000.000	Rp375.375.000	Rp19.500.000	Rp12.512.500

LAMPIRAN F
Model Pendekatan Linier Balinski dan Matriks Solusi Optimal Awal Periode Permintaan Maksimum

➢ Model Fungsi Objektif Pendekatan Linier Rileksasi Balinski

min
11.442x_11+12.498x_12+13.400x_13+2.642x_21+6.866x_22+6.393x_23+16.986x_31+20.946x_32+13.477x_33
st
x_11+x_12+x_13=14130
x_21+x_22+x_23=14130
x_31+x_32+x_33=14330
x_11+x_21+x_31=13890
x_12+x_22+x_32=16130
x_13+x_23+x_33=12570
end

➢ Solusi Optimal $\{x^{B}{}_{ij}\}$ Awal

OBJECTIVE FUNCTION VALUE
1) 421212.8

VARIABLE	VALUE (xbij)	REDUCE COST
X_11	0,000000	3,168000
X_12	14130,000000	0,000000
X_13	0,000000	8,370998
X_21	13890,000000	0,000000
X_22	240,000000	0,000000
X_23	0,000000	6,995999
X_31	0,000000	0,264001
X_32	1760,000000	0,000000
X_33	12570,000000	0,000000

LAMPIRAN G
Matriks dan Solusi Optimal dari Cabang Y Periode Maksimum

- **Tabel Parameter Perubahan Biaya untuk Cabang Y**

	Agen 1	Agen 2	Agen 3	Persediaan (Ton)
Plant 1	$(24;11)10^6$	$(24;12)10^6$	$(21;13)10^6$	14.130
Plant 2	$(24;2)10^6$	$(0;6)10^6$	$(21;6)10^6$	14.130
Plant 3	$(24;16)10^6$	$(24;20)10^6$	$(21;13)10^6$	14.330
Permintaan (Ton)	13.890	16.130	12.570	42.590

- **Tabel Parameter Biaya Transportasi Masalah Relaksasi Balinski**

$$C_{11} = c_{11} + f_{11}/m_{11} = 11{,}440 + \frac{24}{13890} = 11{,}442$$

$$C_{12} = c_{12} + f_{12}/m_{12} = 12{,}496 + \frac{24}{14130} = 12{,}498$$

$$C_{13} = c_{13} + f_{13}/m_{13} = 13{,}398 + \frac{21}{12570} = 13{,}4$$

$$C_{21} = c_{21} + f_{21}/m_{21} = 2{,}640 + \frac{24}{13890} = 2{,}642$$

$$C_{22} = c_{22} + f_{22}/m_{22} = 6{,}864 + \frac{0}{14130} = 6{,}864$$

$$C_{23} = c_{23} + f_{23}/m_{23} = 6{,}391 + \frac{21}{12570} = 6{,}393$$

$$C_{31} = c_{31} + f_{31}/m_{31} = 16{,}984 + \frac{24}{13890} = 16{,}986$$

$$C_{32} = c_{32} + f_{32}/m_{32} = 20{,}944 + \frac{24}{14330} = 20{,}946$$

$$C_{33} = c_{33} + f_{33}/m_{33} = 13{,}475 + \frac{21}{12570} = 13{,}477$$

	Agen 1	Agen 2	Agen 3	Persediaan (Ton)
Plant 1	$(11{,}442)10^6$	$(12{,}498)10^6$	$(13{,}400)10^6$	14.130
Plant 2	$(2{,}642)10^6$	$(6{,}864)10^6$	$(6{,}393)10^6$	14.130
Plant 3	$(16{,}986)10^6$	$(20{,}946)10^6$	$(13{,}477)10^6$	14.330
Permintaan (Ton)	13.890	16.130	12.570	42.590

LAMPIRAN G (LANJUTAN)

➢ Model Fungsi Objektif Pendekatan Linier Relaksasi Balinski

min
11.442x_11+12.498x_12+13.400x_13+2.642x_21+6x_22+6.393x_23+16.986x_31+20.946x_32+13.477x_33
st
x_11+x_12+x_13=14130
x_21+x_22+x_23=14130
x_31+x_32+x_33=14330
x_11+x_21+x_31=13890
x_12+x_22+x_32=16130
x_13+x_23+x_33=12570
end

➢ Solusi Optimal $\{x^{B}{}_{ij}\}$ Baru

OBJECTIVE FUNCTION VALUE
1) 419945.5

VARIABLE	VALUE (xbij)	REDUCE COST
X_11	0,000000	2,302000
X_12	14130,000000	0,000000
X_13	0,000000	7,768999
X_21	12130,000000	0,000000
X_22	2000,000000	0,000000
X_23	0,000000	7,260000
X_31	1760,000000	0,000000
X_32	0,000000	0,601999
X_33	12570,000000	0,000000

LAMPIRAN H
Matriks dan Solusi Optimal dari Cabang *N* Periode Maksimum

➢ **Tabel Parameter Perubahan Biaya untuk Cabang *N***

	Agen 1	Agen 2	Agen 3	Persediaan (Ton)
Plant 1	$(24;11)10^6$	$(24;12)10^6$	$(21;13)10^6$	14.130
Plant 2	$(24;2)10^6$	M	$(21;6)10^6$	14.130
Plant 3	$(24;16)10^6$	$(24;20)10^6$	$(21;13)10^6$	14.330
Permintaan (Ton)	13.890	16.130	12.570	42.590

➢ **Tabel Parameter Biaya Transportasi Masalah Relaksasi Balinski**

$C_{11} = c_{11} + f_{11}/m_{11} = 11{,}440 + \frac{24}{13890} = 11{,}442$

$C_{12} = c_{12} + f_{12}/m_{12} = 12{,}496 + \frac{24}{14130} = 12{,}498$

$C_{13} = c_{13} + f_{13}/m_{13} = 13{,}398 + \frac{21}{12570} = 13{,}4$

$C_{21} = c_{21} + f_{21}/m_{21} = 2{,}640 + \frac{24}{13890} = 2{,}642$

$C_{22} = M$

$C_{23} = c_{23} + f_{23}/m_{23} = 6{,}391 + \frac{21}{12570} = 6{,}393$

$C_{31} = c_{31} + f_{31}/m_{31} = 16{,}984 + \frac{24}{13890} = 16{,}986$

$C_{32} = c_{32} + f_{32}/m_{32} = 20{,}944 + \frac{24}{14330} = 20{,}946$

$C_{33} = c_{33} + f_{33}/m_{33} = 13{,}475 + \frac{21}{12570} = 13{,}477$

	Agen 1	Agen 2	Agen 3	Persediaan (Ton)
Plant 1	$(11{,}442)10^6$	$(12{,}498)10^6$	$(13{,}400)10^6$	14.130
Plant 2	$(2{,}642)10^6$	M	$(6{,}393)10^6$	14.130
Plant 3	$(16{,}986)10^6$	$(20{,}946)10^6$	$(13{,}477)10^6$	14.330
Permintaan (Ton)	13.890	16.130	12.570	42.590

LAMPIRAN H (LANJUTAN)

➢ Model Fungsi Objektif Pendekatan Linier Relaksasi Balinski

min
11.442x_11+12.498x_12+13.400x_13+2.642x_21+x_22+6.393x_23+16.986x_31+20.946x_32+13.477x_33
st
x_11+x_12+x_13=14130
x_21+x_22+x_23=14130
x_31+x_32+x_33=14330
x_11+x_21+x_31=13890
x_12+x_22+x_32=16130
x_13+x_23+x_33=12570
x_22=0
end

➢ Solusi Optimal $\left\{ x^{B}{}_{ij} \right\}$ Baru

OBJECTIVE FUNCTION VALUE
1) 422891,8

VARIABLE	VALUE (xbij)	REDUCE COST
X_11	0,000000	10,164000
X_12	14130,000000	0,000000
X_13	0,000000	8,370998
X_21	13890,000000	0,000000
X_22	0,000000	0,000000
X_23	240,000000	0,000000
X_31	0,000000	7,260000
X_32	2000,000000	0,000000
X_33	12330,000000	0,000000

LAMPIRAN I

Matriks dan Solusi Optimal dari Cabang YY Periode Maksimum

➢ **Tabel Parameter Biaya Perubahan untuk Cabang YY**

	Agen 1	**Agen 2**	**Agen 3**	**Persediaan (Ton)**
Plant 1	$(24;11)10^6$	$(24;12)10^6$	$(21;13)10^6$	14.130
Plant 2	$(24;2)10^6$	$(0;6)10^6$	$(21;6)10^6$	14.130
Plant 3	$(0;16)10^6$	$(24;20)10^6$	$(21;13)10^6$	14.330
Permintaan (Ton)	13.890	16.130	12.570	42.590

➢ **Tabel Parameter Biaya Transportasi Masalah Relaksasi Balinski**

$$C_{11} = c_{11} + f_{11}/m_{11} = 11{,}440 + \frac{24}{13890} = 11{,}442$$

$$C_{12} = c_{12} + f_{12}/m_{12} = 12{,}496 + \frac{24}{14130} = 12{,}498$$

$$C_{13} = c_{13} + f_{13}/m_{13} = 13{,}398 + \frac{21}{12570} = 13{,}4$$

$$C_{21} = c_{21} + f_{21}/m_{21} = 2{,}640 + \frac{24}{13890} = 2{,}642$$

$$C_{22} = c_{22} + f_{22}/m_{22} = 6{,}864 + \frac{0}{14130} = 6{,}864$$

$$C_{23} = c_{23} + f_{23}/m_{23} = 6{,}391 + \frac{21}{12570} = 6{,}393$$

$$C_{31} = c_{31} + f_{31}/m_{31} = 16{,}984 + \frac{0}{13890} = 16{,}984$$

$$C_{32} = c_{32} + f_{32}/m_{32} = 20{,}944 + \frac{24}{14330} = 20{,}946$$

$$C_{33} = c_{33} + f_{33}/m_{33} = 13{,}475 + \frac{21}{12570} = 13{,}477$$

	Agen 1	**Agen 2**	**Agen 3**	**Persediaan (Ton)**
Plant 1	$(11{,}442)10^6$	$(12{,}498)10^6$	$(13{,}400)10^6$	14.130
Plant 2	$(2{,}642)10^6$	$(6{,}864)10^6$	$(6{,}393)10^6$	14.130
Plant 3	$(16{,}984)10^6$	$(20{,}946)10^6$	$(13{,}477)10^6$	14.330
Permintaan (Ton)	13.890	16.130	12.570	42.590

LAMPIRAN I (LANJUTAN)

➢ Model Fungsi Objektif Pendekatan Linier Relaksasi Balinski

min
11.442x_11+12.498x_12+13.400x_13+2.642x_21+6x_22+6.393x_23+16x_31+
20.946x_32+13.477x_33
st
x_11+x_12+x_13=14130
x_21+x_22+x_23=14130
x_31+x_32+x_33=14330
x_11+x_21+x_31=13890
x_12+x_22+x_32=16130
x_13+x_23+x_33=12570
end

➢ Solusi Optimal $\left\{x^{B}{}_{ij}\right\}$ Baru

OBJECTIVE FUNCTION VALUE
1) 418210.1

VARIABLE	VALUE (xbij)	REDUCE COST
X_11	0,000000	2,302000
X_12	14130,000000	0,000000
X_13	0,000000	6,782999
X_21	12130,000000	0,000000
X_22	2000,000000	0,000000
X_23	0,000000	6,274000
X_31	1760,000000	0,000000
X_32	0,000000	1,587999
X_33	12570,000000	0,000000

LAMPIRAN J

Matriks dan Solusi Optimal dari Cabang YN Periode Maksimum

➢ Tabel Parameter Perubahan Biaya untuk Cabang YN

	Agen 1	Agen 2	Agen 3	Persediaan (Ton)
Plant 1	$(24; 11)10^6$	$(24; 12)10^6$	$(21; 13)10^6$	14.130
Plant 2	$(24; 2)10^6$	$(0; 6)10^6$	$(21; 6)10^6$	14.130
Plant 3	M	$(24; 20)10^6$	$(21; 13)10^6$	14.330
Permintaan (Ton)	13.890	16.130	12.570	42.590

➢ Tabel Parameter Biaya Transportasi Masalah Relaksasi Balinski

$$C_{11} = c_{11} + f_{11}/m_{11} = 11,440 + \frac{24}{13890} = 11,442$$
$$C_{12} = c_{12} + f_{12}/m_{12} = 12,496 + \frac{24}{14130} = 12,498$$
$$C_{13} = c_{13} + f_{13}/m_{13} = 13,398 + \frac{21}{12570} = 13,4$$
$$C_{21} = c_{21} + f_{21}/m_{21} = 2,640 + \frac{24}{13890} = 2,642$$
$$C_{22} = c_{22} + f_{22}/m_{22} = 6,864 + \frac{0}{14130} = 6,864$$
$$C_{23} = c_{23} + f_{23}/m_{23} = 6,391 + \frac{21}{12570} = 6,393$$
$$C_{31} = M$$
$$C_{32} = c_{32} + f_{32}/m_{32} = 20,944 + \frac{24}{14330} = 20,946$$
$$C_{33} = c_{33} + f_{33}/m_{33} = 13,475 + \frac{21}{12570} = 13,477$$

	Agen 1	Agen 2	Agen 3	Persediaan (Ton)
Plant 1	$(11,442)10^6$	$(12,498)10^6$	$(13,400)10^6$	14.130
Plant 2	$(2,642)10^6$	$(6,864)10^6$	$(6,393)10^6$	14.130
Plant 3	M	$(20,946)10^6$	$(13,477)10^6$	14.330
Permintaan (Ton)	13.890	16.130	12.570	42.590

LAMPIRAN J (LANJUTAN)

➢ Model Fungsi Objektif Pendekatan Linier Relaksasi Balinski

min
11.442x_11+12.498x_12+13.400x_13+2.642x_21+6x_22+6.393x_23+x_31+20.
946x_32+13.477x_33
st
x_11+x_12+x_13=14130
x_21+x_22+x_23=14130
x_31+x_32+x_33=14330
x_11+x_21+x_31=13890
x_12+x_22+x_32=16130
x_13+x_23+x_33=12570
x_31=0
end

➢ Solusi Optimal $\left\{ x^{B}{}_{ij} \right\}$ Baru

OBJECTIVE FUNCTION VALUE
1) 421.005.0

VARIABLE	VALUE (xbij)	REDUCE COST
X_11	0,000000	2,302000
X_12	14130,000000	0,000000
X_13	0,000000	8,370998
X_21	13890,000000	0,000000
X_22	240,000000	0,000000
X_23	0,000000	7,861999
X_31	0,000000	0,000000
X_32	1760,000000	0,000000
X_33	12570,000000	0,000000

LAMPIRAN K
Matriks dan Solusi Optimal dari Cabang *NY* Periode Maksimum

➢ Tabel Parameter Perubahan Biaya untuk Cabang *NY*

	Agen 1	**Agen 2**	**Agen 3**	**Persediaan (Ton)**
Plant 1	$(24; 11)10^6$	$(24; 12)10^6$	$(21; 13)10^6$	14.130
Plant 2	$(24; 2)10^6$	M	$(21; 6)10^6$	14.130
Plant 3	$(24; 16)10^6$	$(0; 20)10^6$	$(21; 13)10^6$	14.330
Permintaan (Ton)	13.890	16.130	12.570	42.590

➢ Tabel Parameter Biaya Transportasi Masalah Relaksasi Balinski

$C_{11} = c_{11} + f_{11}/m_{11} = 11{,}440 + \frac{24}{13890} = 11{,}442$

$C_{12} = c_{12} + f_{12}/m_{12} = 12{,}496 + \frac{24}{14130} = 12{,}498$

$C_{13} = c_{13} + f_{13}/m_{13} = 13{,}398 + \frac{21}{12570} = 13{,}4$

$C_{21} = c_{21} + f_{21}/m_{21} = 2{,}640 + \frac{24}{13890} = 2{,}642$

$C_{22} = M$

$C_{23} = c_{23} + f_{23}/m_{23} = 6{,}391 + \frac{21}{12570} = 6{,}393$

$C_{31} = c_{31} + f_{31}/m_{31} = 16{,}984 + \frac{24}{13890} = 16{,}986$

$C_{32} = c_{32} + f_{32}/m_{32} = 20{,}944 + \frac{0}{14330} = 20{,}944$

$C_{33} = c_{33} + f_{33}/m_{33} = 13{,}475 + \frac{21}{12570} = 13{,}477$

	Agen 1	**Agen 2**	**Agen 3**	**Persediaan (Ton)**
Plant 1	$(11{,}442)10^6$	$(12{,}498)10^6$	$(13{,}400)10^6$	14.130
Plant 2	$(2{,}642)10^6$	M	$(6{,}393)10^6$	14.130
Plant 3	$(16{,}986)10^6$	$(20{,}944)10^6$	$(13{,}477)10^6$	14.330
Permintaan (Ton)	13.890	16.130	12.570	42.590

LAMPIRAN K (LANJUTAN)

➢ Model Fungsi Objektif Pendekatan Linier Relaksasi Balinski

min
11.442x_11+12.498x_12+13.400x_13+2.642x_21+x_22+6.393x_23+16.986x_31+20x_32+13.477x_33
st
x_11+x_12+x_13=14130
x_21+x_22+x_23=14130
x_31+x_32+x_33=14330
x_11+x_21+x_31=13890
x_12+x_22+x_32=16130
x_13+x_23+x_33=12570
x_22=0
end

➢ Solusi Optimal $\{x^{B}{}_{ij}\}$ Baru

OBJECTIVE FUNCTION VALUE
1) 420999.8

VARIABLE	VALUE (xbij)	REDUCE COST
X_11	0,000000	9,218000
X_12	14130,000000	0,000000
X_13	0,000000	7,424999
X_21	13890,000000	0,000000
X_22	0,000000	0,000000
X_23	240,000000	0,000000
X_31	0,000000	7,260000
X_32	2000,000000	0,000000
X_33	12330,000000	0,000000

LAMPIRAN L
Matriks dan Solusi Optimal dari Cabang YYY Periode Maksimum

➢ Tabel Parameter Biaya Perubahan untuk Cabang YYY

	Agen 1	Agen 2	Agen 3	Persediaan (Ton)
Plant 1	$(24;11)10^6$	$(24;12)10^6$	$(21;13)10^6$	14.130
Plant 2	$(0;2)10^6$	$(0;6)10^6$	$(21;6)10^6$	14.130
Plant 3	$(0;16)10^6$	$(24;20)10^6$	$(21;13)10^6$	14.330
Permintaan (Ton)	13.890	16.130	12.570	42.590

➢ Tabel Parameter Biaya Transportasi Masalah Relaksasi Balinski

$C_{11} = c_{11} + f_{11}/m_{11} = 11{,}440 + \frac{24}{13890} = 11{,}442$

$C_{12} = c_{12} + f_{12}/m_{12} = 12{,}496 + \frac{24}{14130} = 12{,}498$

$C_{13} = c_{13} + f_{13}/m_{13} = 13{,}398 + \frac{21}{12570} = 13{,}4$

$C_{21} = c_{21} + f_{21}/m_{21} = 2{,}640 + \frac{0}{13890} = 2{,}640$

$C_{22} = c_{22} + f_{22}/m_{22} = 6{,}864 + \frac{0}{14130} = 6{,}864$

$C_{23} = c_{23} + f_{23}/m_{23} = 6{,}391 + \frac{21}{12570} = 6{,}393$

$C_{31} = c_{31} + f_{31}/m_{31} = 16{,}984 + \frac{0}{13890} = 16{,}984$

$C_{32} = c_{32} + f_{32}/m_{32} = 20{,}944 + \frac{24}{14330} = 20{,}946$

$C_{33} = c_{33} + f_{33}/m_{33} = 13{,}475 + \frac{21}{12570} = 13{,}477$

	Agen 1	Agen 2	Agen 3	Persediaan (Ton)
Plant 1	$(11{,}442)10^6$	$(12{,}498)10^6$	$(13{,}400)10^6$	14.130
Plant 2	$(2{,}640)10^6$	$(6{,}864)10^6$	$(6{,}393)10^6$	14.130
Plant 3	$(16{,}984)10^6$	$(20{,}946)10^6$	$(13{,}477)10^6$	14.330
Permintaan (Ton)	13.890	16.130	12.570	42.590

LAMPIRAN L (LANJUTAN)

➢ Model Fungsi Objektif Pendekatan Linier Relaksasi Balinski

min
11.442x_11+12.498x_12+13.400x_13+2x_21+6x_22+6.393x_23+16x_31+20.946x_32+13.477x_33
st
x_11+x_12+x_13=14130
x_21+x_22+x_23=14130
x_31+x_32+x_33=14330
x_11+x_21+x_31=13890
x_12+x_22+x_32=16130
x_13+x_23+x_33=12570
end

➢ Solusi Optimal $\{x^{B}{}_{ij}\}$ Baru

OBJECTIVE FUNCTION VALUE
1) 410422.6

VARIABLE	VALUE (xbij)	REDUCE COST
X_11	0,000000	2,944000
X_12	14130,000000	0,000000
X_13	0,000000	7,424999
X_21	12130,000000	0,000000
X_22	2000,000000	0,000000
X_23	0,000000	6,916000
X_31	1760,000000	0,000000
X_32	0,000000	0,945999
X_33	12570,000000	0,000000

LAMPIRAN M
Matriks dan Solusi Optimal dari Cabang YYN Periode Maksimum

➢ Tabel Parameter Biaya Perubahan untuk Cabang YYN

	Agen 1	Agen 2	Agen 3	Persediaan (Ton)
Plant 1	$(24;11)10^6$	$(24;12)10^6$	$(21;13)10^6$	14.130
Plant 2	M	$(0;6)10^6$	$(21;6)10^6$	14.130
Plant 3	$(0;16)10^6$	$(24;20)10^6$	$(21;13)10^6$	14.330
Permintaan (Ton)	13.890	16.130	12.570	42.590

➢ Tabel Parameter Biaya Transportasi Masalah Relaksasi Balinski

$C_{11} = c_{11} + f_{11}/m_{11} = 11{,}440 + \frac{24}{13890} = 11{,}442$

$C_{12} = c_{12} + f_{12}/m_{12} = 12{,}496 + \frac{24}{14130} = 12{,}498$

$C_{13} = c_{13} + f_{13}/m_{13} = 13{,}398 + \frac{21}{12570} = 13{,}4$

$C_{21} = M$

$C_{22} = c_{22} + f_{22}/m_{22} = 6{,}864 + \frac{0}{14130} = 6{,}864$

$C_{23} = c_{23} + f_{23}/m_{23} = 6{,}391 + \frac{21}{12570} = 6{,}393$

$C_{31} = c_{31} + f_{31}/m_{31} = 16{,}984 + \frac{0}{13890} = 16{,}984$

$C_{32} = c_{32} + f_{32}/m_{32} = 20{,}944 + \frac{24}{14330} = 20{,}946$

$C_{33} = c_{33} + f_{33}/m_{33} = 13{,}475 + \frac{21}{12570} = 13{,}477$

	Agen 1	Agen 2	Agen 3	Persediaan (Ton)
Plant 1	$(11{,}442)10^6$	$(12{,}498)10^6$	$(13{,}400)10^6$	14.130
Plant 2	M	$(6{,}864)10^6$	$(6{,}393)10^6$	14.130
Plant 3	$(16{,}984)10^6$	$(20{,}946)10^6$	$(13{,}477)10^6$	14.330
Permintaan (Ton)	13.890	16.130	12.570	42.590

LAMPIRAN M (LANJUTAN)

➢ Model Fungsi Objektif Pendekatan Linier Relaksasi Balinski

min
11.442x_11+12.498x_12+13.400x_13+x_21+6x_22+6.393x_23+16x_31+20.946x_32+13.477x_33
st
x_11+x_12+x_13=14130
x_21+x_22+x_23=14130
x_31+x_32+x_33=14330
x_11+x_21+x_31=13890
x_12+x_22+x_32=16130
x_13+x_23+x_33=12570
x_21=0
end

➢ Solusi Optimal $\{x^{B}{}_{ij}\}$ Baru

OBJECTIVE FUNCTION VALUE
1) 446133.3

VARIABLE	VALUE (xbij)	REDUCE COST
X_11	12130,000000	0,000000
X_12	2000,000000	0,000000
X_13	0,000000	4,480999
X_21	0,000000	0,000000
X_22	14130,000000	0,000000
X_23	0,000000	3,972000
X_31	1760,000000	0,000000
X_32	0,000000	3,889999
X_33	12570,000000	0,000000

LAMPIRAN N
Matriks dan Solusi Optimal dari Cabang YNY Periode Maksimum

➢ **Tabel Parameter Perubahan Biaya untuk Cabang YNY**

	Agen 1	Agen 2	Agen 3	Persediaan (Ton)
Plant 1	$(24;11)10^6$	$(24;12)10^6$	$(21;13)10^6$	14.130
Plant 2	$(24;2)10^6$	$(0;6)10^6$	$(21;6)10^6$	14.130
Plant 3	M	$(0;20)10^6$	$(21;13)10^6$	14.330
Permintaan (Ton)	13.890	16.130	12.570	42.590

➢ **Tabel Parameter Biaya Transportasi Masalah Relaksasi Balinski**

$$C_{11} = c_{11} + f_{11}/m_{11} = 11{,}440 + \frac{24}{13890} = 11{,}442$$
$$C_{12} = c_{12} + f_{12}/m_{12} = 12{,}496 + \frac{24}{14130} = 12{,}498$$
$$C_{13} = c_{13} + f_{13}/m_{13} = 13{,}398 + \frac{21}{12570} = 13{,}4$$
$$C_{21} = c_{21} + f_{21}/m_{21} = 2{,}640 + \frac{24}{13890} = 2{,}642$$
$$C_{22} = c_{22} + f_{22}/m_{22} = 6{,}864 + \frac{0}{14130} = 6{,}864$$
$$C_{23} = c_{23} + f_{23}/m_{23} = 6{,}391 + \frac{21}{12570} = 6{,}393$$
$$C_{31} = M$$
$$C_{32} = c_{32} + f_{32}/m_{32} = 20{,}944 + \frac{0}{14330} = 20{,}944$$
$$C_{33} = c_{33} + f_{33}/m_{33} = 13{,}475 + \frac{21}{12570} = 13{,}477$$

	Agen 1	Agen 2	Agen 3	Persediaan (Ton)
Plant 1	$(11{,}442)10^6$	$(12{,}498)10^6$	$(13{,}400)10^6$	14.130
Plant 2	$(2{,}642)10^6$	$(6{,}864)10^6$	$(6{,}393)10^6$	14.130
Plant 3	M	$(20{,}944)10^6$	$(13{,}477)10^6$	14.330
Permintaan (Ton)	13.890	16.130	12.570	42.590

LAMPIRAN N (LANJUTAN)

➢ Model Fungsi Objektif Pendekatan Linier Relaksasi Balinski

min
11.442x_11+12.498x_12+13.400x_13+2.642x_21+6x_22+6.393x_23+x_31+20
x_32+13.477x_33
st
x_11+x_12+x_13=14130
x_21+x_22+x_23=14130
x_31+x_32+x_33=14330
x_11+x_21+x_31=13890
x_12+x_22+x_32=16130
x_13+x_23+x_33=12570
x_31=0
end

➢ Solusi Optimal $\{x^{B}{}_{ij}\}$ Baru

OBJECTIVE FUNCTION VALUE
1) 419340.0

VARIABLE	VALUE (xbij)	REDUCE COST
X_11	0,000000	2,302000
X_12	14130,000000	0,000000
X_13	0,000000	7,424999
X_21	13890,000000	0,000000
X_22	240,000000	0,000000
X_23	0,000000	6,916000
X_31	0,000000	0,000000
X_32	1760,000000	0,000000
X_33	12570,000000	0,000000

LAMPIRAN O
Matriks dan Solusi Optimal dari Cabang NYY Periode Maksimum

➢ Tabel Parameter Perubahan Biaya untuk Cabang NYY

	Agen 1	**Agen 2**	**Agen 3**	**Persediaan (Ton)**
Plant 1	$(24; 11)10^6$	$(24; 12)10^6$	$(21; 13)10^6$	14.130
Plant 2	$(24; 2)10^6$	M	$(0; 6)10^6$	14.130
Plant 3	$(24; 16)10^6$	$(0; 20)10^6$	$(21; 13)10^6$	14.330
Permintaan (Ton)	13.890	16.130	12.570	42.590

➢ Tabel Parameter Biaya Transportasi Masalah Relaksasi Balinski

$C_{11} = c_{11} + f_{11}/m_{11} = 11{,}440 + \frac{24}{13890} = 11{,}442$

$C_{12} = c_{12} + f_{12}/m_{12} = 12{,}496 + \frac{24}{14130} = 12{,}498$

$C_{13} = c_{13} + f_{13}/m_{13} = 13{,}398 + \frac{21}{12570} = 13{,}4$

$C_{21} = c_{21} + f_{21}/m_{21} = 2{,}640 + \frac{24}{13890} = 2{,}642$

$C_{22} = M$

$C_{23} = c_{23} + f_{23}/m_{23} = 6{,}391 + \frac{0}{12570} = 6{,}391$

$C_{31} = c_{31} + f_{31}/m_{31} = 16{,}984 + \frac{24}{13890} = 16{,}986$

$C_{32} = c_{32} + f_{32}/m_{32} = 20{,}944 + \frac{0}{14330} = 20{,}944$

$C_{33} = c_{33} + f_{33}/m_{33} = 13{,}475 + \frac{21}{12570} = 13{,}477$

	Agen 1	**Agen 2**	**Agen 3**	**Persediaan (Ton)**
Plant 1	$(11{,}442)10^6$	$(12{,}498)10^6$	$(13{,}400)10^6$	14.130
Plant 2	$(2{,}642)10^6$	M	$(6{,}391)10^6$	14.130
Plant 3	$(16{,}986)10^6$	$(20{,}944)10^6$	$(13{,}477)10^6$	14.330
Permintaan (Ton)	13.890	16.130	12.570	42.590

LAMPIRAN O (LANJUTAN)

➢ Model Fungsi Objektif Pendekatan Linier Relaksasi Balinski

min
11.442x_11+12.498x_12+13.400x_13+2.642x_21+x_22+6x_23+16.986x_31+20x_32+13.477x_33
st
x_11+x_12+x_13=14130
x_21+x_22+x_23=14130
x_31+x_32+x_33=14330
x_11+x_21+x_31=13890
x_12+x_22+x_32=16130
x_13+x_23+x_33=12570
x_22=0
end

➢ Solusi Optimal $\{x^{B}{}_{ij}\}$ Baru

OBJECTIVE FUNCTION VALUE
1) 420905.5

VARIABLE	VALUE (xbij)	REDUCE COST
X_11	0,000000	8,825000
X_12	14130,000000	0,000000
X_13	0,000000	7,424999
X_21	13890,000000	0,000000
X_22	0,000000	0,000000
X_23	240,000000	0,000000
X_31	0,000000	6,867000
X_32	2000,000000	0,000000
X_33	12330,000000	0,000000

LAMPIRAN P
Matriks dan Solusi Optimal dari Cabang $NYYY$ Periode Maksimum

➢ **Tabel Parameter Perubahan Biaya untuk Cabang $NYYY$**

	Agen 1	Agen 2	Agen 3	Persediaan (Ton)
Plant 1	$(24;11)10^6$	$(24;12)10^6$	$(21;13)10^6$	14.130
Plant 2	$(24;2)10^6$	M	$(0;6)10^6$	14.130
Plant 3	$(24;16)10^6$	$(0;20)10^6$	$(0;13)10^6$	14.330
Permintaan (Ton)	13.890	16.130	12.570	42.590

➢ **Tabel Parameter Biaya Transportasi Masalah Relaksasi Balinski**

$C_{11} = c_{11} + f_{11}/m_{11} = 11,440 + \frac{24}{13890} = 11,442$

$C_{12} = c_{12} + f_{12}/m_{12} = 12,496 + \frac{24}{14130} = 12,498$

$C_{13} = c_{13} + f_{13}/m_{13} = 13,398 + \frac{21}{12570} = 13,4$

$C_{21} = c_{21} + f_{21}/m_{21} = 2,640 + \frac{24}{13890} = 2,642$

$C_{22} = M$

$C_{23} = c_{23} + f_{23}/m_{23} = 6,391 + \frac{0}{12570} = 6,391$

$C_{31} = c_{31} + f_{31}/m_{31} = 16,984 + \frac{24}{13890} = 16,986$

$C_{32} = c_{32} + f_{32}/m_{32} = 20,944 + \frac{0}{14330} = 20,944$

$C_{33} = c_{33} + f_{33}/m_{33} = 13,475 + \frac{0}{12570} = 13,475$

	Agen 1	Agen 2	Agen 3	Persediaan (Ton)
Plant 1	$(11,442)10^6$	$(12,498)10^6$	$(13,400)10^6$	14.130
Plant 2	$(2,642)10^6$	M	$(6,391)10^6$	14.130
Plant 3	$(16,986)10^6$	$(20,944)10^6$	$(13,475)10^6$	14.330
Permintaan (Ton)	13.890	16.130	12.570	42.590

LAMPIRAN P (LANJUTAN)

➢ Model Fungsi Objektif Pendekatan Linier Relaksasi Balinski

min
11.442x_11+12.498x_12+13.400x_13+2.642x_21+x_22+6x_23+16.986x_31+20x_32+13x_33
st
x_11+x_12+x_13=14130
x_21+x_22+x_23=14130
x_31+x_32+x_33=14330
x_11+x_21+x_31=13890
x_12+x_22+x_32=16130
x_13+x_23+x_33=12570
x_22=0
end

➢ Solusi Optimal $\{x^{B}{}_{ij}\}$ Baru

OBJECTIVE FUNCTION VALUE
1) 415024.1

VARIABLE	VALUE (xbij)	REDUCE COST
X_11	0,000000	8,825000
X_12	14130,000000	0,000000
X_13	0,000000	7,424999
X_21	13890,000000	0,000000
X_22	0,000000	0,000000
X_23	240,000000	0,000000
X_31	0,000000	6,867000
X_32	2000,000000	0,000000
X_33	12330,000000	0,000000

LAMPIRAN Q
Matriks dan Solusi Optimal dari Cabang $NYYN$ Periode Maksimum

- **Tabel Parameter Perubahan Biaya untuk Cabang $NYYN$**

	Agen 1	Agen 2	Agen 3	Persediaan (Ton)
Plant 1	$(24; 11)10^6$	$(24; 12)10^6$	$(21; 13)10^6$	14.130
Plant 2	$(24; 2)10^6$	M	$(0; 6)10^6$	14.130
Plant 3	$(24; 16)10^6$	$(0; 20)10^6$	M	14.330
Permintaan (Ton)	13.890	16.130	12.570	42.590

- **Tabel Parameter Biaya Transportasi Masalah Relaksasi Balinski**

$C_{11} = c_{11} + f_{11}/m_{11} = 11{,}440 + \frac{24}{13890} = 11{,}442$

$C_{12} = c_{12} + f_{12}/m_{12} = 12{,}496 + \frac{24}{14130} = 12{,}498$

$C_{13} = c_{13} + f_{13}/m_{13} = 13{,}398 + \frac{21}{12570} = 13{,}4$

$C_{21} = c_{21} + f_{21}/m_{21} = 2{,}640 + \frac{24}{13890} = 2{,}642$

$C_{22} = M$

$C_{23} = c_{23} + f_{23}/m_{23} = 6{,}391 + \frac{0}{12570} = 6{,}391$

$C_{31} = c_{31} + f_{31}/m_{31} = 16{,}984 + \frac{24}{13890} = 16{,}986$

$C_{32} = c_{32} + f_{32}/m_{32} = 20{,}944 + \frac{0}{14330} = 20{,}944$

$C_{33} = M$

	Agen 1	Agen 2	Agen 3	Persediaan (Ton)
Plant 1	$(11{,}442)10^6$	$(12{,}498)10^6$	$(13{,}400)10^6$	14.130
Plant 2	$(2{,}642)10^6$	M	$(6{,}391)10^6$	14.130
Plant 3	$(16{,}986)10^6$	$(20{,}944)10^6$	M	14.330
Permintaan (Ton)	13.890	16.130	12.570	42.590

LAMPIRAN Q (LANJUTAN)

➢ Model Fungsi Objektif Pendekatan Linier Relaksasi Balinski

min
11.442x_11+12.498x_12+13.400x_13+2.642x_21+x_22+6x_23+16.986x_31+20x_32+x_33
st
x_11+x_12+x_13=14130
x_21+x_22+x_23=14130
x_31+x_32+x_33=14330
x_11+x_21+x_31=13890
x_12+x_22+x_32=16130
x_13+x_23+x_33=12570
x_22=0
x_33=0
end

➢ Solusi Optimal $\{x^{B}{}_{ij}\}$ Baru

OBJECTIVE FUNCTION VALUE
1) 505575.7

VARIABLE	VALUE (xbij)	REDUCE COST
X_11	0,000000	1,958000
X_12	14130,000000	0,000000
X_13	0,000000	0,557999
X_21	1560,000000	0,000000
X_22	0,000000	0,000000
X_23	12570,000000	0,000000
X_31	12330,000000	0,000000
X_32	2000,000000	0,000000
X_33	0,000000	0,000000

LAMPIRAN R
Model Pendekatan Linier Balinski dan Solusi Optimal Periode Permintaan Minimum

➢ Model Fungsi Objektif Pendekatan Linier Relaksasi Balinski

min
6.4368x_11+7.0308x_12+8.6148x_13+1.8167x_21+5.5787x_22+6.3927x_23+11.6782x_31+17.0187x_32+12.5142x_33
st
x_11+x_12+x_13=7650
x_21+x_22+x_23=13703
x_31+x_32+x_33=11603
x_11+x_21+x_31=9540
x_12+x_22+x_32=11386
x_13+x_23+x_33=12030
end

➢ Solusi Optimal $\{x^{B}{}_{ij}\}$ Awal

OBJECTIVE FUNCTION VALUE
1) 239890.9

VARIABLE	VALUE (xbij)	REDUCE COST
X_11	0,000000	3,168000
X_12	7650,000000	0,000000
X_13	0,000000	0,770000
X_21	9540,000000	0,000000
X_22	3736,000000	0,000000
X_23	427,000000	0,000000
X_31	0,000000	3,740000
X_32	0,000000	5,318500
X_33	11603,000000	0,000000

LAMPIRAN S
Matriks dan Solusi Optimal dari Cabang Y Periode Minimum

- **Tabel Parameter Perubahan Biaya untuk Cabang Y**

	Agen 1	Agen 2	Agen 3	Persediaan (Ton)
Plant 1	$(13;6)10^6$	$(13;7)10^6$	$(13;8)10^6$	7.650
Plant 2	$(16;1)10^6$	$(19;5)10^6$	$(0;6)10^6$	13.703
Plant 3	$(16;11)10^6$	$(19;17)10^6$	$(19;12)10^6$	11.603
Permintaan (Ton)	9.540	11.386	12.030	32.956

- **Tabel Parameter Biaya Transportasi Masalah Relaksasi Balinski**

$$C_{11} = c_{11} + f_{11}/m_{11} = 6{,}435 + \frac{13{,}5}{7650} = 6{,}4368$$

$$C_{12} = c_{12} + f_{12}/m_{12} = 7{,}029 + \frac{13{,}5}{7650} = 7{,}0308$$

$$C_{13} = c_{13} + f_{13}/m_{13} = 8{,}613 + \frac{13{,}5}{7650} = 8{,}6148$$

$$C_{21} = c_{21} + f_{21}/m_{21} = 1{,}815 + \frac{16{,}5}{9540} = 1{,}8167$$

$$C_{22} = c_{22} + f_{22}/m_{22} = 5{,}577 + \frac{19{,}5}{11386} = 5{,}5787$$

$$C_{23} = c_{23} + f_{23}/m_{23} = 6{,}391 + \frac{0}{12030} = 6{,}391$$

$$C_{31} = c_{31} + f_{31}/m_{31} = 11{,}6765 + \frac{16{,}5}{9540} = 11{,}6782$$

$$C_{32} = c_{32} + f_{32}/m_{32} = 17{,}017 + \frac{19{,}5}{11386} = 17{,}0187$$

$$C_{33} = c_{33} + f_{33}/m_{33} = 12{,}5125 + \frac{19{,}5}{11603} = 12{,}5142$$

	Agen 1	Agen 2	Agen 3	Persediaan (Ton)
Plant 1	$(6{,}4368)10^6$	$(7{,}0308)10^6$	$(8{,}6148)10^6$	7.650
Plant 2	$(1{,}8167)10^6$	$(5{,}5787)10^6$	$(6{,}391)10^6$	13.703
Plant 3	$(11{,}6782)10^6$	$(17{,}0187)10^6$	$(12{,}5142)10^6$	11.603
Permintaan (Ton)	9.540	11.386	12.030	32.956

LAMPIRAN S (LANJUTAN)

➢ Model Fungsi Objektif Pendekatan Linier Relaksasi Balinski

min
6.4368x_11+7.0308x_12+8.6148x_13+1.8167x_21+5.5787x_22+6x_23+11.6782x_31+17.0187x_32+12.5142x_33
st
x_11+x_12+x_13=7650
x_21+x_22+x_23=13703
x_31+x_32+x_33=11603
x_11+x_21+x_31=9540
x_12+x_22+x_32=11386
x_13+x_23+x_33=12030
end

➢ Solusi Optimal $\{x^{B}{}_{ij}\}$ Baru

OBJECTIVE FUNCTION VALUE
1) 239732.2

VARIABLE	VALUE (xbij)	REDUCE COST
X_11	0,000000	3,168000
X_12	7650,000000	0,000000
X_13	0,000000	1,162701
X_21	9540,000000	0,000000
X_22	3736,000000	0,000000
X_23	427,000000	0,000000
X_31	0,000000	3,347300
X_32	0,000000	4,925799
X_33	11603,000000	0,000000

LAMPIRAN T
Matriks dan Solusi Optimal dari Cabang *N* Periode Minimum

➢ Tabel Parameter Perubahan Biaya untuk Cabang N

	Agen 1	Agen 2	Agen 3	Persediaan (Ton)
Plant 1	$(13;6)10^6$	$(13;7)10^6$	$(13;8)10^6$	7.650
Plant 2	$(16;1)10^6$	$(19;5)10^6$	M	13.703
Plant 3	$(16;11)10^6$	$(19;17)10^6$	$(19;12)10^6$	11.603
Permintaan (Ton)	9.540	11.386	12.030	32.956

➢ Tabel Parameter Biaya Transportasi Masalah Relaksasi Balinski

$C_{11} = c_{11} + f_{11}/m_{11} = 6{,}435 + \frac{13{,}5}{7650} = 6{,}4368$

$C_{12} = c_{12} + f_{12}/m_{12} = 7{,}029 + \frac{13{,}5}{7650} = 7{,}0308$

$C_{13} = c_{13} + f_{13}/m_{13} = 8{,}613 + \frac{13{,}5}{7650} = 8{,}6148$

$C_{21} = c_{21} + f_{21}/m_{21} = 1{,}815 + \frac{16{,}5}{9540} = 1{,}8167$

$C_{22} = c_{22} + f_{22}/m_{22} = 5{,}577 + \frac{19{,}5}{11386} = 5{,}5787$

$C_{23} = M$

$C_{31} = c_{31} + f_{31}/m_{31} = 11{,}6765 + \frac{16{,}5}{9540} = 11{,}6782$

$C_{32} = c_{32} + f_{32}/m_{32} = 17{,}017 + \frac{19{,}5}{11386} = 17{,}0187$

$C_{33} = c_{33} + f_{33}/m_{33} = 12{,}5125 + \frac{19{,}5}{11603} = 12{,}5142$

	Agen 1	Agen 2	Agen 3	Persediaan (Ton)
Plant 1	$(6{,}4368)10^6$	$(7{,}0308)10^6$	$(8{,}6148)10^6$	7.650
Plant 2	$(1{,}8167)10^6$	$(5{,}5787)10^6$	M	13.703
Plant 3	$(11{,}6782)10^6$	$(17{,}0187)10^6$	$(12{,}5142)10^6$	11.603
Permintaan (Ton)	9.540	11.386	12.030	32.956

LAMPIRAN T (LANJUTAN)

➢ Model Fungsi Objektif Pendekatan Linier Relaksasi Balinski

min
6.4368x_11+7.0308x_12+8.6148x_13+1.8167x_21+5.5787x_22+6x_23+11.6782x_31+17.0187x_32+12.5142x_33
st
x_11+x_12+x_13=7650
x_21+x_22+x_23=13703
x_31+x_32+x_33=11603
x_11+x_21+x_31=9540
x_12+x_22+x_32=11386
x_13+x_23+x_33=12030
end

➢ Solusi Optimal $\{x^B{}_{ij}\}$ Baru

OBJECTIVE FUNCTION VALUE
1) 240219.7

VARIABLE	VALUE (xbij)	REDUCE COST
X_11	0,000000	3,168000
X_12	7223,000000	0,000000
X_13	427,000000	0,000000
X_21	9540,000000	0,000000
X_22	4163,000000	0,000000
X_23	0,000000	0,000000
X_31	0,000000	4,510000
X_32	0,000000	6,088500
X_33	11603,000000	0,000000

LAMPIRAN U
Matriks dan Solusi Optimal dari Cabang YY Periode Minimum

➢ **Tabel Parameter Perubahan Biaya untuk Cabang YY**

	Agen 1	Agen 2	Agen 3	Persediaan (Ton)
Plant 1	$(13;6)10^6$	$(13;7)10^6$	$(13;8)10^6$	7.650
Plant 2	$(16;1)10^6$	$(0;5)10^6$	$(0;6)10^6$	13.703
Plant 3	$(16;11)10^6$	$(19;17)10^6$	$(19;12)10^6$	11.603
Permintaan (Ton)	9.540	11.386	12.030	32.956

➢ **Tabel Parameter Biaya Transportasi Masalah Relaksasi Balinski**

$$C_{11} = c_{11} + f_{11}/m_{11} = 6{,}435 + \frac{13{,}5}{7650} = 6{,}4368$$
$$C_{12} = c_{12} + f_{12}/m_{12} = 7{,}029 + \frac{13{,}5}{7650} = 7{,}0308$$
$$C_{13} = c_{13} + f_{13}/m_{13} = 8{,}613 + \frac{13{,}5}{7650} = 8{,}6148$$
$$C_{21} = c_{21} + f_{21}/m_{21} = 1{,}815 + \frac{16{,}5}{9540} = 1{,}8167$$
$$C_{22} = c_{22} + f_{22}/m_{22} = 5{,}577 + \frac{0}{11386} = 5{,}577$$
$$C_{23} = c_{23} + f_{23}/m_{23} = 6{,}391 + \frac{0}{12030} = 6{,}391$$
$$C_{31} = c_{31} + f_{31}/m_{31} = 11{,}6765 + \frac{16{,}5}{9540} = 11{,}6782$$
$$C_{32} = c_{32} + f_{32}/m_{32} = 17{,}017 + \frac{19{,}5}{11386} = 17{,}0187$$
$$C_{33} = c_{33} + f_{33}/m_{33} = 12{,}5125 + \frac{19{,}5}{11603} = 12{,}5142$$

	Agen 1	Agen 2	Agen 3	Persediaan (Ton)
Plant 1	$(6{,}4368)10^6$	$(7{,}0308)10^6$	$(8{,}6148)10^6$	7.650
Plant 2	$(1{,}8167)10^6$	$(5{,}577)10^6$	$(6{,}391)10^6$	13.703
Plant 3	$(11{,}6782)10^6$	$(17{,}0187)10^6$	$(12{,}5142)10^6$	11.603
Permintaan (Ton)	9.540	11.386	12.030	32.956

LAMPIRAN U (LANJUTAN)

➢ Model Fungsi Objektif Pendekatan Linier Relaksasi Balinski

```
min
6.4368x_11+7.0308x_12+8.6148x_13+1.8167x_21+5x_22+6x_23+11.6782x_3
1+17.0187x_32+12.5142x_33
st
x_11+x_12+x_13=7650
x_21+x_22+x_23=13703
x_31+x_32+x_33=11603
x_11+x_21+x_31=9540
x_12+x_22+x_32=11386
x_13+x_23+x_33=12030
end
```

➢ Solusi Optimal $\{x^{B}{}_{ij}\}$ Baru

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 237561.2

VARIABLE	VALUE (xbij)	REDUCE COST
X_11	0,000000	2,589300
X_12	7650,000000	0,000000
X_13	0,000000	0,584001
X_21	9540,000000	0,000000
X_22	3736,000000	0,000000
X_23	427,000000	0,000000
X_31	0,000000	3,347300
X_32	0,000000	5,504499
X_33	11603,000000	0,000000

LAMPIRAN V
Matriks dan Solusi Optimal dari Cabang YN Periode Minimum

- **Tabel Parameter Perubahan Biaya untuk Cabang YN**

	Agen 1	**Agen 2**	**Agen 3**	**Persediaan (Ton)**
Plant 1	$(13;6)10^6$	$(13;7)10^6$	$(13;8)10^6$	7.650
Plant 2	$(16;1)10^6$	M	$(0;6)10^6$	13.703
Plant 3	$(16;11)10^6$	$(19;17)10^6$	$(19;12)10^6$	11.603
Permintaan (Ton)	9.540	11.386	12.030	32.956

- **Tabel Parameter Biaya Transportasi Masalah Relaksasi Balinski**

$C_{11} = c_{11} + f_{11}/m_{11} = 6{,}435 + \frac{13{,}5}{7650} = 6{,}4368$

$C_{12} = c_{12} + f_{12}/m_{12} = 7{,}029 + \frac{13{,}5}{7650} = 7{,}0308$

$C_{13} = c_{13} + f_{13}/m_{13} = 8{,}613 + \frac{13{,}5}{7650} = 8{,}6148$

$C_{21} = c_{21} + f_{21}/m_{21} = 1{,}815 + \frac{16{,}5}{9540} = 1{,}8167$

$C_{22} = M$

$C_{23} = c_{23} + f_{23}/m_{23} = 6{,}391 + \frac{0}{12030} = 6{,}391$

$C_{31} = c_{31} + f_{31}/m_{31} = 11{,}6765 + \frac{16{,}5}{9540} = 11{,}6782$

$C_{32} = c_{32} + f_{32}/m_{32} = 17{,}017 + \frac{19{,}5}{11386} = 17{,}0187$

$C_{33} = c_{33} + f_{33}/m_{33} = 12{,}5125 + \frac{19{,}5}{11603} = 12{,}5142$

	Agen 1	**Agen 2**	**Agen 3**	**Persediaan (Ton)**
Plant 1	$(6{,}4368)10^6$	$(7{,}0308)10^6$	$(8{,}6148)10^6$	7.650
Plant 2	$(1{,}8167)10^6$	M	$(6{,}391)10^6$	13.703
Plant 3	$(11{,}6782)10^6$	$(17{,}0187)10^6$	$(12{,}5142)10^6$	11.603
Permintaan (Ton)	9.540	11.386	12.030	32.956

LAMPIRAN V (LANJUTAN)

➢ Model Fungsi Objektif Pendekatan Linier Relaksasi Balinski

min
6.4368x_11+7.0308x_12+8.6148x_13+1.8167x_21+x_22+6x_23+11.6782x_31
+17.0187x_32+12.5142x_33
st
x_11+x_12+x_13=7650
x_21+x_22+x_23=13703
x_31+x_32+x_33=11603
x_11+x_21+x_31=9540
x_12+x_22+x_32=11386
x_13+x_23+x_33=12030
x_22=0
end

➢ Solusi Optimal $\{x^{B}{}_{ij}\}$ Baru

OBJECTIVE FUNCTION VALUE
1) 258126

VARIABLE	VALUE (xbij)	REDUCE COST
X_11	0,000000	8,093800
X_12	7650,000000	0,000000
X_13	0,000000	6,088500
X_21	9540,000000	0,000000
X_22	0,000000	0,000000
X_23	4163,000000	0,000000
X_31	0,000000	3,347300
X_32	3736,000000	0,000000
X_33	7867,000000	0,000000

LAMPIRAN W
Matriks dan Solusi Optimal dari Cabang *NY* Periode Minimum

➢ **Tabel Parameter Perubahan Biaya untuk Cabang NY**

	Agen 1	**Agen 2**	**Agen 3**	**Persediaan (Ton)**
Plant 1	$(13;6)10^6$	$(13;7)10^6$	$(0;8)10^6$	7.650
Plant 2	$(16;1)10^6$	$(19;5)10^6$	M	13.703
Plant 3	$(16;11)10^6$	$(19;17)10^6$	$(19;12)10^6$	11.603
Permintaan (Ton)	9.540	11.386	12.030	32.956

➢ **Tabel Parameter Biaya Transportasi Masalah Relaksasi Balinski**

$C_{11} = c_{11} + f_{11}/m_{11} = 6{,}435 + \frac{13{,}5}{7650} = 6{,}4368$

$C_{12} = c_{12} + f_{12}/m_{12} = 7{,}029 + \frac{13{,}5}{7650} = 7{,}0308$

$C_{13} = c_{13} + f_{13}/m_{13} = 8{,}613 + \frac{0}{7650} = 8{,}613$

$C_{21} = c_{21} + f_{21}/m_{21} = 1{,}815 + \frac{16{,}5}{9540} = 1{,}8167$

$C_{22} = c_{22} + f_{22}/m_{22} = 5{,}577 + \frac{19{,}5}{11386} = 5{,}5787$

$C_{23} = M$

$C_{31} = c_{31} + f_{31}/m_{31} = 11{,}6765 + \frac{16{,}5}{9540} = 11{,}6782$

$C_{32} = c_{32} + f_{32}/m_{32} = 17{,}017 + \frac{19{,}5}{11386} = 17{,}0187$

$C_{33} = c_{33} + f_{33}/m_{33} = 12{,}5125 + \frac{19{,}5}{11603} = 12{,}5142$

	Agen 1	**Agen 2**	**Agen 3**	**Persediaan (Ton)**
Plant 1	$(6{,}4368)10^6$	$(7{,}0308)10^6$	$(8{,}613)10^6$	7.650
Plant 2	$(1{,}8167)10^6$	$(5{,}5787)10^6$	M	13.703
Plant 3	$(11{,}6782)10^6$	$(17{,}0187)10^6$	$(12{,}5142)10^6$	11.603
Permintaan (Ton)	9.540	11.386	12.030	32.956

LAMPIRAN W (LANJUTAN)

➢ Model Fungsi Objektif Pendekatan Linier Relaksasi Balinski

min
11.442x_11+12.498x_12+13.400x_13+2.642x_21+x_22+6.393x_23+16.986x_31+20x_32+13.477x_33
st
x_11+x_12+x_13=14130
x_21+x_22+x_23=14130
x_31+x_32+x_33=14330
x_11+x_21+x_31=13890
x_12+x_22+x_32=16130
x_13+x_23+x_33=12570
x_22=0
end

➢ Solusi Optimal $\{x^B{}_{ij}\}$ Baru

OBJECTIVE FUNCTION VALUE
1) 239957.2

VARIABLE	VALUE (xbij)	REDUCE COST
X_11	0,000000	3,168000
X_12	7223,000000	0,000000
X_13	427,000000	0,000000
X_21	9540,000000	0,000000
X_22	4163,000000	0,000000
X_23	0,000000	0,000000
X_31	0,000000	3,895200
X_32	0,000000	5,473700
X_33	11603,000000	0,000000

LAMPIRAN X
Matriks dan Solusi Optimal dari Cabang *NYN* Periode Minimum

- **Tabel Parameter Perubahan Biaya untuk Cabang NYN**

	Agen 1	Agen 2	Agen 3	Persediaan (Ton)
Plant 1	$(13;6)10^6$	$(13;7)10^6$	$(0;8)10^6$	7.650
Plant 2	$(16;1)10^6$	M	M	13.703
Plant 3	$(16;11)10^6$	$(19;17)10^6$	$(19;12)10^6$	11.603
Permintaan (Ton)	9.540	11.386	12.030	32.956

- **Tabel Parameter Biaya Transportasi Masalah Relaksasi Balinski**

$$C_{11} = c_{11} + f_{11}/m_{11} = 6{,}435 + \frac{13{,}5}{7650} = 6{,}4368$$
$$C_{12} = c_{12} + f_{12}/m_{12} = 7{,}029 + \frac{13{,}5}{7650} = 7{,}0308$$
$$C_{13} = c_{13} + f_{13}/m_{13} = 8{,}613 + \frac{0}{7650} = 8{,}613$$
$$C_{21} = c_{21} + f_{21}/m_{21} = 1{,}815 + \frac{16{,}5}{9540} = 1{,}8167$$
$$C_{22} = M$$
$$C_{23} = M$$
$$C_{31} = c_{31} + f_{31}/m_{31} = 11{,}6765 + \frac{16{,}5}{9540} = 11{,}6782$$
$$C_{32} = c_{32} + f_{32}/m_{32} = 17{,}017 + \frac{19{,}5}{11386} = 17{,}0187$$
$$C_{33} = c_{33} + f_{33}/m_{33} = 12{,}5125 + \frac{19{,}5}{11603} = 12{,}5142$$

	Agen 1	Agen 2	Agen 3	Persediaan (Ton)
Plant 1	$(6{,}4368)10^6$	$(7{,}0308)10^6$	$(8{,}613)10^6$	7.650
Plant 2	$(1{,}8167)10^6$	M	M	13.703
Plant 3	$(11{,}6782)10^6$	$(17{,}0187)10^6$	$(12{,}5142)10^6$	11.603
Permintaan (Ton)	9.540	11.386	12.030	32.956

LAMPIRAN X (LANJUTAN)

➢ Model Fungsi Objektif Pendekatan Linier Relaksasi Balinski

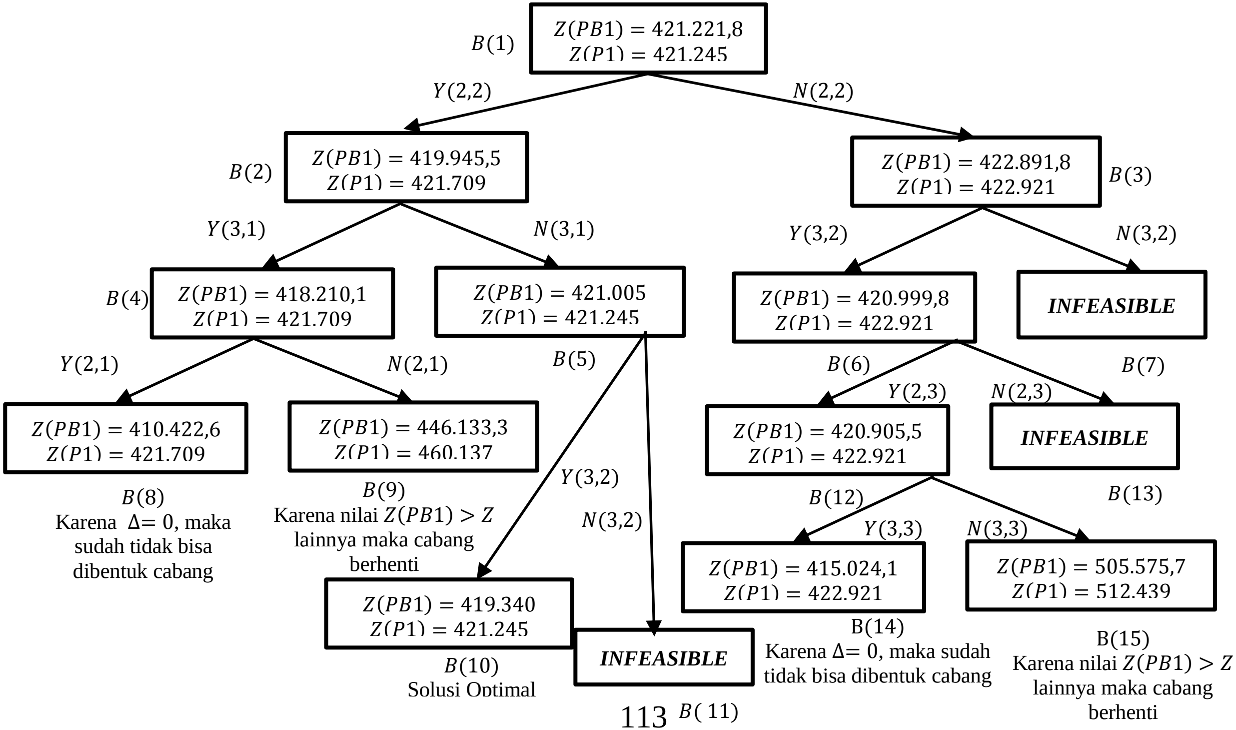
min
6.4368x_11+7.0308x_12+8x_13+1.8167x_21+5x_22+x_23+11.6782x_31+17.0187x_32+12.5142x_33
st
x_11+x_12+x_13=7650
x_21+x_22+x_23=13703
x_31+x_32+x_33=11603
x_11+x_21+x_31=9540
x_12+x_22+x_32=11386
x_13+x_23+x_33=12030
x_23=0
end

➢ Solusi Optimal $\{x^{B}{}_{ij}\}$ Baru

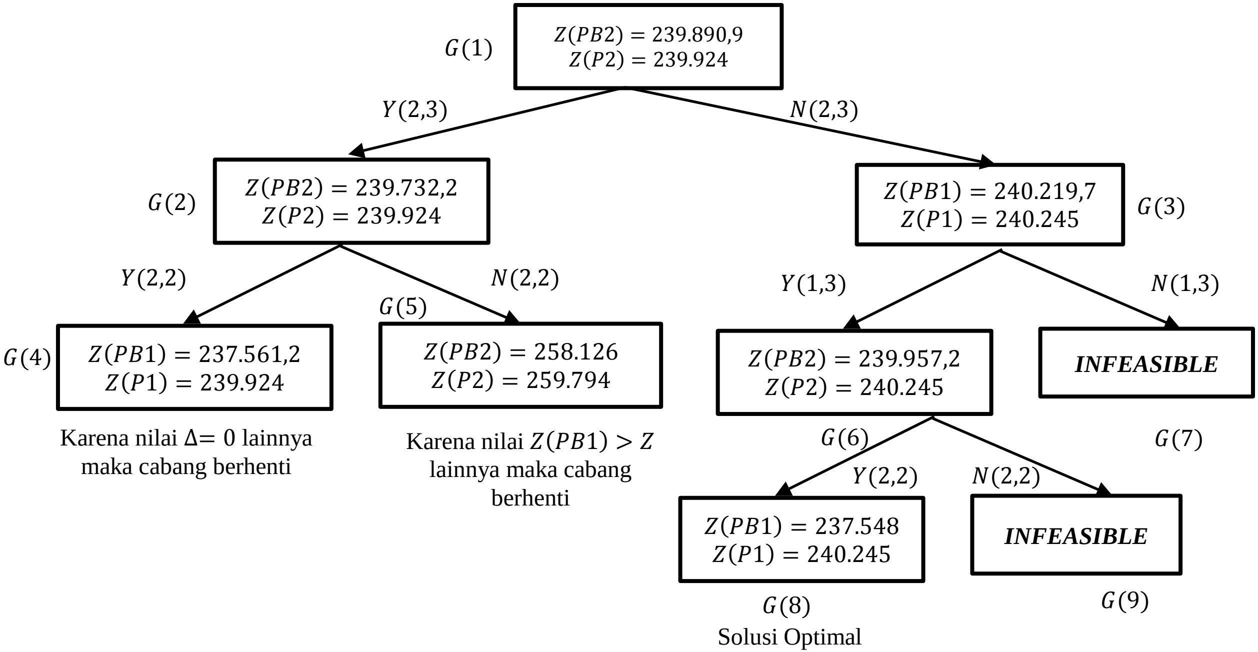
OBJECTIVE FUNCTION VALUE
1) 237548

VARIABLE	VALUE (xbij)	REDUCE COST
X_11	0,000000	2,589300
X_12	7223,000000	0,000000
X_13	427,000000	0,000000
X_21	9540,000000	0,000000
X_22	4163,000000	0,000000
X_23	0,000000	0,000000
X_31	0,000000	3,316500
X_32	0,000000	5,473700
X_33	11603,000000	0,000000

LAMPIRAN Y
Pohon Solusi Periode Permintaan Maksimum



LAMPIRAN Z
Pohon Solusi Periode Permintaan Minimum



LAMPIRAN AA
Model Pendekatan Linier Balinski dan Matriks Solusi Optimal Sub Masalah 1

➢ Model Fungsi Objektif Pendekatan Linier Relaksasi Balinski

min
5x_21+2x_22+x_23+5x_31+2.33x_32+2.66x_33
Subject to
x_21+x_22+x_23=30
x_31+x_32+x_33=15
x_21+x_31=5
x_22+x_32=20
x_23+x_33=20
end

➢ Solusi Optimal $\{x^{B}{}_{ij}\}$

OBJECTIVE FUNCTION VALUE
1) 88.30000

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X_21	0.000000	0.330000
X_22	10.000000	0.000000
X_23	20.000000	0.000000
X_31	5.000000	0.000000
X_32	10.000000	0.000000
X_33	0.000000	1.330000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	0.000000
3)	0.000000	-0.330000
4)	0.000000	-4.670000
5)	0.000000	-2.000000
6)	0.000000	-1.000000

LAMPIRAN BB
Model Pendekatan Linier Balinski dan Matriks Solusi Optimal Sub Masalah 2

➢ Model Fungsi Objektif Pendekatan Linier Relaksasi Balinski

min
3x_21+3.33x_22+x_23+4x_31+2.33x_32+2.66x_33
subject to
x_21+x_22+x_23=30
x_31+x_32+x_33=15
x_21+x_31=10
x_22+x_32=15
x_23+x_33=20
end

➢ Solusi Optimal $\{x^{B}{}_{ij}\}$

OBJECTIVE FUNCTION VALUE
1) 84.95000

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X_21	10.000000	0.000000
X_22	0.000000	0.000000
X_23	20.000000	0.000000
X_31	0.000000	2.000000
X_32	15.000000	0.000000
X_33	0.000000	2.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	0.000000
3)	0.000000	-1.000000
4)	0.000000	-3.000000
5)	0.000000	-3.330000
6)	0.000000	-1.000000

LAMPIRAN CC

Model Pendekatan Linier Balinski dan Matriks Solusi Optimal Sub Masalah 3

➢ Model Fungsi Objektif Pendekatan Linier Relaksasi Balinski

```
min
3x_21+2x_22+2.33x_23+4x_31+2.33x_32+2.66x_33
subject to
x_21+x_22+x_23=30
x_31+x_32+x_33=15
x_21+x_31=10
x_22+x_32=20
x_23+x_33=15
end
```

➢ Solusi Optimal $\{x^{B}{}_{ij}\}$

OBJECTIVE FUNCTION VALUE
1) 109.9000

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X_21	10.000000	0.000000
X_22	5.000000	0.000000
X_23	15.000000	0.000000
X_31	0.000000	0.670000
X_32	15.000000	0.000000
X_33	0.000000	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	0.000000
3)	0.000000	-0.330000
4)	0.000000	-3.000000
5)	0.000000	-2.000000
6)	0.000000	-2.330000

BIODATA PENULIS

Tri Wahyuni lahir di Jombang, 28 Mei 1996. Jenjang pendidikan formal yang ditempuh oleh penulis dimulai dari RA Muslimat Jatigedong (2000-2002), SDN Jatigedong I (2002-2008), SMPN 1 Ploso (2008-2011), dan SMAN 3 Jombang (2011-2014). Kemudian melanjutkan studi ke jenjang S1 di Jurusan Matematika ITS pada tahun 2014-sekarang. Di Jurusan Matematika ITS penulis mengambil bidang minat Matematika Terapan. Penulis bergabung dengan organisasi di HIMATIKA ITS sebagai staff Departemen SAD (*Sport and Art Development*) (2015-2016) dan Kabiro *Sport* Departemen SAD (2016-2017), serta menjadi staff Departemen Inventaris UKM Bola Basket ITS (2015-2016).
Jika ingin memberikan kritik, saran, tanggapan dan diskusi mengenai Laporan Tugas Akhir ini, bisa melalui email yuni.triwahyuni5@gmail.com.

Semoga bermanfaat.