TESIS - SM 142501

ESTIMASI PARAMETER-PARAMETER YIELD SURAT UTANG NEGARA INDONESIA MENGGUNAKAN METODE ENSEMBLE KALMAN FILTER

LUQMAN AFFANDI
NRP 06111650012006

DOSEN PEMBIMBING:
Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si
Endah R.M.Putri,S.Si.,M.T.,Ph.D

PROGRAM MAGISTER
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA, KOMPUTASI DAN DATA SAINS
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
2018

THESIS - SM 142501

ESTIMATION OF PARAMETERS OF INDONESIA GOVERNMENT BOND YIELD BY USING ENSEMBLE KALMAN FILTER METHOD

LUQMAN AFFANDI
NRP 06111650012006

SUPERVISOR:
Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si
Endah R.M.Putri,S.Si.,M.T.,Ph.D

MASTER PROGRAM
DEPARTMENT OF MATHEMATICS
FACULTY OF MATHEMATICS, COMPUTATION AND SCIENCES DATA
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
2018

Tesis ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar
Megister Sains (M.Si.)
di
Fakultas Matematika, Komputasi dan Sains Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

Oleh:
LUQMAN AFFANDI
NRP. 06111650012006

Tanggal Ujian : 2 Agustus 2018
Periode Wisuda : September 2018

Disetujui oleh

Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si
NIP 19660414 199102 2 001 — Pembimbing I

Endah R.M.Putri,S.Si.,M.T.,Ph.D
NIP 19761213 200212 2 001 — Pembimbing II

Dr.Dra.Mardlijah,M.T.
NIP 19670114 199102 2 001 — (Penguji)

Dr. Chairul Imron, M.I.Komp.
NIP 19611115 198703 1 003 — (Penguji)

Dekan FMKSD,

Prof. Dr. Basuki Widodo, M.Sc.
NIP. 19650605 198903 1 002

ESTIMASI PARAMETER-PARAMETER YIELD SURAT UTANG NEGARA INDONESIA MENGGUNAKAN METODE ENSEMBLE KALMAN FILTER

Nama Mahasiswa	:	LUQMAN AFFANDI
NRP	:	06111650012006
Pembimbing	:	1. Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si
		2. Endah R.M.Putri,S.Si.,M.T.,Ph.D

ABSTRAK

Yield to maturity merupakan keuntungan yang diperoleh oleh seorang investor dalam membeli obligasi hingga jatuh tempo tiba. Model Diebold dan Li merupakan modifikasi dari Model Nelson Siegel dimana model Diebold dan Li mempresentasikan *yield to maturity* dari obligasi-obligasi dengan waktu jatuh tempo yang beragam. Parameter β_{1t}, β_{2t}, β_{3t}, λ_t pada model Diebold dan Li sangat berpengaruh dalam menentukan kurva *yield*, Oleh karena itu, dibutuhkan suatu metode estimasi agar nantinya kurva *yield* sesuai dengan kondisi riil. Metode yang akan digunakan untuk estimasi parameter adalah metode *Ensemble* Kalman Filter. Hasil yang diperoleh untuk penyesuaian estimasi dari data *Yield* diambil dari Surat Utang Negara Indonesia tahun 2010 sampai 2018.

Kata-kunci: Kurva *Yield*, Model Diebold dan Li dan *Ensemble* Kalman Filter

ESTIMATION OF PARAMETERS OF INDONESIA GOVERNMENT BOND YIELD BY USING ENSEMBLE KALMAN FILTER METHOD

Name	:	LUQMAN AFFANDI
NRP	:	06111650012006
Supervisors	:	1. Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si
		2. Endah R.M.Putri,S.Si.,M.T.,Ph.D

ABSTRACT

Yield to maturity is profit obtained by an investor in purchasing bond until maturity comes. Diebold and li model is a modification from Nelson Siegel model where it presents yield to maturity from bonds with variative maturity time. Parameters β_{1t}, β_{2t}, β_{3t}, λ_t in Diebold and Li model are very influential in determining Yield Curve. Therefore it is needed an estimation method such that Yield Curve is suitable with real condition. The method that will be used for estimation of parameters is Ensemble Kalman Filter method. The result obtained for estimation adjustment from yield dates is taken from Indonesia Government bond in the span of 2010 to 2018.

Key-words: Yield, Diebold and Li Model and Ensemble kalman Filter

KATA PENGANTAR

Segala puji bagi Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat, taufik, dan hidayah-Nya, sehingga penulis diberikan suatu kesempatan untuk menyelesaikan tesis yang berjudul

"Estimasi Parameter-Parameter Yield Surat Utang Negara Indonesia Menggunakan Metode Ensemble Kalman Filter".

tesis ini dibuat untuk memenuhi salah satu syarat dalam memperoleh gelar Magister Program Strata-2 Departemen Matematika, Fakultas Matematika, Komputasi dan Sains Data, Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

Penyusunan tesis ini tidak terlepas dari bantuan berbagai pihak. oleh karena itu, pada kesempatan ini, penulis menyampaikan terima kasih kepada pihak-pihak tersebut diantaranya:

1. Rektor Institut Teknologi Sepuluh Nopember
2. Dekan Fakultas Matematika, Komputasi dan Sains Data, Institut Teknologi Sepuluh Nopember
3. Kepala Departemen Matematika, Fakultas Matematika, Komputasi dan Sains Data, Institut Teknologi Sepuluh Nopember
4. Kepala Program Studi Strata-2 Departemen Matematika, Fakultas Matematika, Komputasi dan Sains Data, Institut Teknologi Sepuluh Nopember
5. Prof.Dr.Erna Aprilliani, M.Si. dan Endah R.M.Putri, S.Si., M.T., Ph.D. selaku dosen pembimbing dalam penyelesaian tesis
6. Dr.Dra.Mardlijah, M.T., dan Dr.Chairul Imron, M.I.Komp. selaku dosen penguji dalam penyelesaian tesis ini.
7. Dr.Budi Setiyono, S.Si., M.T. selaku dosen wali selama menempuh program studi Strata-2
8. Ibu dan Ayah serta kakak ku yang selalu memberikan do'a serta dukungan selama menempuh program studi Strata-2. Semoga beliau diberi limpahan rahmat-Nya, aamiin ya robbal 'alamiin
9. Teman-teman seperjuangan di Program Studi Magister Matematika. Terima kasih banyak atas segala sesuatunya yang telah diberikan selama menjalani perkuliahan Strata-2

10. Staff Pasca Sarjana Matematika, Mbak Resty dan Mas Afif. Terimakasih banyak atas bantuan dalam menginformasikan keperluan administrasi dan bersedia menampung keluh kesah penulis selama proses penyelesaian tesis hingga kelulusan

11. Kakak dan Adik angkatan di Program Studi Magister Matematika, serta semua pihak yang telah memberikan do'a dan dukungannya kepada penulis, yang tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu.

Penulis menyadari bahwa dalam tesis ini masih terdapat kelemahan dan kekurangan, oleh karena itu penulis sangat terbuka menerima saran dan ide demi kesempurnaan penulisan selanjutnya. Penulis berharap semoga tesis ini dapat bermanfaat bagi pembaca, dan semua yang telah dikerjakan ini mendapat ridho dari Allah SWT.

Surabaya, Juli 2018

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL i

LEMBAR PENGESAHAN v

ABSTRAK vii

ABSTRACT ix

KATA PENGANTAR xi

DAFTAR ISI xiii

DAFTAR TABEL xv

DAFTAR GAMBAR xvii

BAB 1 PENDAHULUAN 1
- 1.1 Latar Belakang 1
- 1.2 Rumusan Masalah 3
- 1.3 Batasan Masalah 3
- 1.4 Tujuan Penelitian 3
- 1.5 Manfaat Penelitian 3

BAB 2 KAJIAN PUSTAKA DAN DASAR TEORI 5
- 2.1 Kontruksi Model Diebold dan Li 5
  - 2.1.1 *Term Structure of Interest rate (Kurva Yield)* 5
  - 2.1.2 Model Nelson-Siegel 7
  - 2.1.3 Model Diebold dan Li 11
  - 2.1.4 Model Nelson Siegel Svensson 12
- 2.2 Kalman Filter 12
- 2.3 *Extended* Kalman Filter 13
- 2.4 *Ensemble* Kalman Filter 14
- 2.5 Tingkat Ketelitian Metode Estimasi 16

BAB 3 METODE PENELITIAN 17
- 3.1 Tahapan Penelitian 17

BAB 4 HASIL DAN PEMBAHASAN 19
- 4.1 Data 19
- 4.2 Linierisasi Model Diebold dan Li 20
- 4.3 Implementasi Metode EnKF pada Model Diebold Li 23
- 4.4 Simulasi 25

BAB 5 KESIMPULAN DAN SARAN 47
- 5.1 Kesimpulan 47
- 5.2 Saran 49

DAFTAR PUSTAKA 51
LAMPIRAN 53

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1 Algoritma Kalman filter 13
Tabel 2.2 Algoritma EKF 14
Tabel 2.3 Algoritma EnKF 16

Tabel 4.1 Data *yield* 19
Tabel 4.2 Algoritma EnKF 23
Tabel 4.3 Nilai awal parameter *yield* dan RMSE dengan *Ensemble* 100 25
Tabel 4.4 Nilai awal parameter *yield* dan RMSE dengan *Ensemble* 100 27
Tabel 4.5 Nilai awal parameter *yield* dan RMSE dengan *Ensemble* 100 28
Tabel 4.6 Nilai estimasi parameter *yield* dan RMSE dengan *Ensemble* 100 29
Tabel 4.7 Nilai estimasi parameter *yield* dan RMSE dengan *Ensemble* 100 31
Tabel 4.8 Nilai estimasi parameter *yield* dan RMSE dengan *Ensemble* 100 33
Tabel 4.9 Nilai estimasi parameter *yield* dan RMSE dengan *Ensemble* 100 35
Tabel 4.10 Nilai estimasi parameter *yield* dan RMSE dengan *Ensemble* 100 37
Tabel 4.11 Nilai estimasi parameter *yield* dan RMSE dengan *Ensemble* 100 39
Tabel 4.12 Nilai estimasi parameter *yield* dan RMSE dengan *Ensemble* 100 41
Tabel 4.13 Nilai estimasi parameter *yield* dan RMSE dengan *Ensemble* 100 43
Tabel 4.14 Nilai estimasi parameter *yield* dan RMSE dengan *Ensemble* 100 45

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Grafik faktor pengali model Nelson Siegel dengan $\lambda_t = 1/3, \lambda_t = 1$, dan $\lambda_t = 3$ 9

Gambar 4.1 *yield* real dan *yield* EnKF serta error *yield* pada jatuh tempo 1 tahun dengan *Ensemble* 100 25
Gambar 4.2 Parameter-parameter *yield* dengan *Ensemble* 100 26
Gambar 4.3 *yield* real dan *yield* EnKF serta error *yield* pada jatuh tempo 1 tahun dengan *Ensemble* 100 27
Gambar 4.4 *yield* real dan *yield* EnKF serta error *yield* pada jatuh tempo 1 tahun dengan *Ensemble* 100 28
Gambar 4.5 *yield* real dan *yield* EnKF serta error *yield* pada jatuh tempo 1 tahun dengan *Ensemble* 100 29
Gambar 4.6 Parameter-parameter *yield* dengan *Ensemble* 100 30
Gambar 4.7 *yield* real dan *yield* EnKF serta error *yield* pada jatuh tempo 1 tahun dengan *Ensemble* 100 31
Gambar 4.8 Parameter-parameter *yield* dengan *Ensemble* 100 32
Gambar 4.9 *yield* real dan *yield* EnKF serta error *yield* pada jatuh tempo 1 tahun dengan *Ensemble* 100 33
Gambar 4.10 Parameter-parameter *yield* dengan *Ensemble* 100 34
Gambar 4.11 *yield* real dan *yield* EnKF serta error *yield* pada jatuh tempo 1 tahun dengan *Ensemble* 100 35
Gambar 4.12 Parameter-parameter *yield* dengan *Ensemble* 100 36
Gambar 4.13 *yield* real dan *yield* EnKF serta error *yield* pada jatuh tempo 1 tahun dengan *Ensemble* 100 37
Gambar 4.14 Parameter-parameter *yield* dengan *Ensemble* 100 38
Gambar 4.15 *yield* real dan *yield* EnKF serta error *yield* pada jatuh tempo 1 tahun dengan *Ensemble* 100 39
Gambar 4.16 Parameter-parameter *yield* dengan *Ensemble* 100 40
Gambar 4.17 *yield* real dan *yield* EnKF serta error *yield* pada jatuh tempo 1 tahun dengan *Ensemble* 100 41
Gambar 4.18 Parameter-parameter *yield* dengan *Ensemble* 100 42
Gambar 4.19 *yield* real dan *yield* EnKF serta error *yield* pada jatuh tempo 1 tahun dengan *Ensemble* 100 43
Gambar 4.20 Parameter-parameter *yield* dengan *Ensemble* 100 44
Gambar 4.21 *yield* real dan *yield* EnKF serta error *yield* pada jatuh tempo 1 tahun dengan *Ensemble* 100 45
Gambar 4.22 Parameter-parameter *yield* dengan *Ensemble* 100 46

BAB 1
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Dalam suatu negara yang masih berkembang tentu banyak hal yang perlu diperhatikan salah satunya yaitu pembangunan yang kurang merata dengan tujuan agar terciptanya keadilan sosial bagi seluruh rakyat indonesia dan diharapkan dapat besaing dengan negara-negara yang telah menjadi negara maju. Salah satu contoh negara yang berkembang yakni negara Indonesia. Pada kondisi negara Indonesia pembangunan masih banyak yang kurang merata salah satunya yaitu infrastruktur. Dalam membangun infrastruktur dana yang dibutuhkan tidaklah sedikit. Oleh karena itu, untuk bisa menunjang kondisi keuangan atau APBN (Anggaran Pendapatan dan Belanja Negara) di negara Indonesia dalam pembangunan yang kurang merata diperlukan beberapa cara. Salah satu cara tersebut yakni dengan menerbitkan sebuah instrumen investasi yaitu Obligasi Ritel Indonesia atau dikenal dengan ORI. ORI atau Obligasi Ritel Indonesia mempunyai dasar hukum yakni diatur dalam Undang-undang Nomor 24 Tahun 2002 tentang Surat Utang Negara dan Peraturan Menteri Keuangan Nomor 42/PMK.08/2014 tentang Penjualan Obligasi Negara Kepada Investor Ritel di Pasar Perdana Domestik.

Investasi adalah komitmen atas sejumlah dana atau sumber daya lainnya yang dilakukan pada saat ini, dengan tujuan memperoleh sejumlah keuntungan di masa datang (Tandelilin, 2010). Investasi dapat dilakukan pada aset real (tanah, emas, mesin, atau bangunan) maupun aset finansial (deposito, saham, atau obligasi). Bagi investor yang belum berani dengan risiko tinggi, obligasi dapat dijadikan salah satu aset yang cukup baik karena dapat memberikan pendapatan yang relatif tetap (berupa kupon obligasi) dan keuntungan akibat adanya perbedaan harga jual dan beli dari obligasi (*capital gain*).

Dalam memperkirakan harga obligasi, investor juga harus memperhatikan salah satu faktor penting sebelum berinvestasi obligasi yakni imbal hasil (*yield*). *Yield* adalah tingkat return yang diterima dari investasi (Kellison, 2009). Terdapat beberapa ukuran *yield* obligasi, seperti *nominal yield*, *current yield*, *yield to maturity*, *yield to call*, dan *realized (horizon) yield* (Tandelilin, 2010). Salah satu ukuran *yield* yang sering digunakan adalah *yield*

to maturity. *Yield to maturity* adalah tingkat bunga sebenarnya yang akan diterima investor, dengan asumsi obligasi akan terus dipertahankan sampai waktu jatuh tempo (Kellison, 2009). Hubungan *yield to maturity* dengan waktu jatuh tempo digambarkan dalam kurva *yield*.Kurva *yield* merupakan salah satu media yang biasa digunakan oleh para investor untuk melakukan valuasi harga obligasi, sekaligus sebagai salah satu parameter untuk menetukan timing dalam pembelian obligasi. Pada kondisi pasar obligasi yang kurang likuid seperti di Indonesia, dimana tidak semua harga obligasi dapat ditemukan dan ditransaksikan, dibutuhkan adanya media yang dapat digunakan untuk melakukan estimasi terhadap bentuk kurva *yield* dan merepresentasikan harga di pasar obligasi yang sebenarnya.

Dalam penelitian terdahulu pada tahun 1987, Charles Nelson dan Andrew Siegel mempublikasikan artikel berjudul *Parsimonious Modeling of Yield Curves* yang bertujuan memperkenalkan model *yield curve* sederhana yang dapat menggambarkan perbedaan bentuk kurva *yield*, seperti bentuk *monoton*, *humped*, atau bentuk *S*. Pada tahun 2006, Diebold dan Li mengembangkan model kurva *yield* Nelson-Siegel dengan menginterpretasikan tiga parameter model sebagai faktor-faktor yang terkait dengan *level*, *slope*, dan *curvature*. Pada tahun 2007, Vicent dan Tabak membandingkan model Gaussian Affine dengan model Diebold dan Li untuk data di Brazil dan menyimpulkan bahwa model Diebold Li lebih unggul dari perkiraan tingkat bunga. Pada tahun 2007, Almeida dkk memperoleh peramalan yang lebih baik dari pada model Diebold dan Li menunggunakan model Svensson versi dinamis (1994). Pada tahun 2007, Vargas menggunakan data brasil untuk kontrak ID masa depan untuk mereplikasi hasil yang diperoleh Diebold dan Li. Pada tahun 2008, Laurini dan Horta disisi lain memperkirakan model Svensson yang diperluas (1994) dimana parameter peluruhan bervariasi dari waktu ke waktu dan volatilitas stokastik ditambahkan ke persamaan yang digunakan untuk mengukur sistem ruang negara. Kemudian pada tahun 2010, Joao F.Caldeira dkk meneliti tentang 'ketepatan estimasi kurva *yield* dan peramalan di Brazil' estimasi tersebut dengan menggunakan Kalman Filter dengan data mulai januari 2006 sampai februari 2009 dan dengan hasil metode Kalman Filter paling sesuai untuk estimasti model.

Oleh karena itu, penelitian ini disusun untuk mengestimasi parameter-parameter *Yield* Surat Utang Negara Indonesia menggunakan Metode *Ensemble* Kalman Filter.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang permasalahan di atas, rumusan masalah untuk penelitian ini adalah

1. Bagaimana mengestimasi parameter-parameter *Yield* Surat Utang Negara Indonesia menggunakan Metode *Ensemble* Kalman Filter ?

2. Analisa hasil estimasi parameter-parameter *Yield* Surat Utang Negara Indonesia ?

1.3 Batasan Masalah

Dalam bahasan penelitian ini, permasalahan yang diteliti akan dibatasi pada Model Matematika yang digunakan hanya Model Diebold dan Li

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah memperoleh nilai estimasi parameter-parameter *Yield* Surat Utang Negara Indonesia menggunakan Metode *Ensemble* Kalman Filter dan memperoleh *yield* hasil EnKF.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah sebagai bahan pengetahuan untuk para investor yang hendak investasi atau membeli Surat Utang Negara Indonesia dan sebagai suatu bentuk konstribusi dalam pengembangan Matematika terapan di bidang investasi dan keuangan.

BAB 2
KAJIAN PUSTAKA DAN DASAR TEORI

Dalam bab ini dibahas mengenai kajian pustaka dan dasar teori yang berkaitan dengan topik penelitian tesis yaitu kontruksi model Diebold-Li (2006), *Term Structure of Interest rate (kurva yield)*, Model Nelson-Siegel,Model Diebold-Li, Model Nelson Siegel Svensson, Kalman Filter, *Extended* Kalman Filter, *Ensemble* Kalman Filter, dan Tingkat Ketelitian Metode Estimasi.

2.1 Kontruksi Model Diebold dan Li

Di antara model statistik untuk suku bunga, model berpengaruh yang dirancang oleh Diebold-Li (Diebold and Li, 2006) banyak digunakan dalam aplikasi pasar.Model ini merupakan perpanjangan dinamis dari model Nelson-Siegel (Nelson and Siegel, 1987).Berikut kontruksi model Diebold li :

2.1.1 *Term Structure of Interest rate (Kurva Yield)*

Term structure of interest rate juga dapat diartikan sebagai hubungan antara tingkat bunga dan periode investasi. Grafik yang menggambarkan hubungan ini disebut kurva *yield*. Umumnya, pada kurva *yield* semakin lama periode investasi maka akan semakin besar *yield* yang akan diperoleh. Tingkat bunga yang berlaku pada kurva *yield* sering disebut sebagai *spot rates*. *Spot rate* adalah tingkat bunga yang berlaku untuk dana yang dipinjam pada saat ini hingga masa jatuh tempo. Fabozzi (2005) mendefinisikan *spot rate* $y_t(\tau)$ pada waktu t dengan waktu jatuh tempo τ sebagai *yield to maturity* dari obligasi berkupon nol dengan nilai nominal F=1 sebagai

$$y_t(\tau) = -\frac{log\frac{P_t(\tau)}{F}}{\tau} = -\frac{logP_t(\tau)}{\tau}$$

sehingga diperoleh persamaan

$$P_t(\tau) = e^{-\tau y_t(\tau)} \tag{2.1}$$

dengan :
$P_t(\tau)$: harga obligasi pada saat t dengan waktu jatuh tempo τ
$y_t(\tau)$: *yield* yang akan diterima pada saat t dengan waktu jatuh tempo τ

Selain *spot rate*, dalam tingkat bunga juga dikenal istilah *forward rate*. *Forward rate* merupakan besarnya *yield* yang diharapkan terjadi di masa depan. Berdasarkan Fabozzi (2005) *forward rate* $f_t(\tau_1, \tau_2)$ didefinisikan sebagai

$$f_t(\tau_1, \tau_2) = \frac{1}{\tau_2 - \tau_1} log \frac{P_t(\tau_1)}{P_t(\tau_2)}$$

dengan :
$f_t(\tau_1, \tau_2)$: tingkat bunga yang berlaku pada saat $t + \tau_1$ sampai $t + \tau_2$, yang besarnya ditentukan pada saat $t(0 \leq \tau_1 \leq \tau_2)$.
$P_t(\tau_i)$: harga obligasi pada saat t dengan waktu jatuh tempo τ_i *Instantaneous forward rate* merupakan *forward rate* yang berlaku untuk periode waktu yang sangat singkat $(\tau_2 \to \tau_1)$

$$\begin{aligned} f_t(\tau_1) &= \lim_{\tau_2 \to \tau_1} f_t(\tau_1, \tau_2) \\ &= \lim_{\tau_2 \to \tau_1} \frac{1}{\tau_2 - \tau_1} log \frac{P_t(\tau_1)}{P_t(\tau_2)} \\ &= \lim_{\tau_2 \to \tau_1} -\frac{logP_t(\tau_2) - logP_t(\tau_1)}{\tau_2 - \tau_1} \\ &= -\frac{\partial}{\partial \tau_1} logP_t(\tau_1) \end{aligned}$$

Dengan mensubstitusi persamaan (2.1) ke dalam persamaan di atas akan diperoleh hubungan antara *yield to maturity* dan *instantaneous forward rate*

$$\begin{aligned} f_t(\tau_1) &= -\frac{\partial}{\partial \tau_1} loge^{\tau_1 y_t(\tau_1)} \\ &= \frac{\partial}{\partial \tau_1} \tau_1 y_t(\tau_1). \end{aligned}$$

Dengan menggunakan teorema kalkukus 1 diperoleh

$$y_t(\tau_1) = \frac{1}{\tau_1} \int_0^{\tau_1} f_t(x) dx. \tag{2.2}$$

Maka dari itu kurva *yield* adalah salah satu *tools* yang banyak digunakan oleh para pelaku pasar obligasi untuk mengambil keputusan investasi dan juga melakukan valuasi terhadap portofolio surat berharga yang dimiliki. untuk pasar surat berharga yang kurang *likuid* seperti Indonesia, terkadang terdapat kesulitan untuk menemukan kurva *yield* yang dapat digunakan sebagai *benchmark*.

2.1.2 Model Nelson-Siegel

Setelah mengetahui hubungan antara *yield to maturity* dan *instantaneous forward rate*. Sehingga dalam proses pembentukkan model *yield to maturity* oleh Nelson dan Siegel diawali dengan proses pembentukkan model *instantaneous forward* rate.Nelson dan Siegel (1987) mendefinisikan *instantaneous forward* rate $f_t(\tau)$ dengan waktu jatuh tempo τ sebagai solusi dari persamaan differensial biasa orde dua dengan akar-akar karakteristiknya real dan sama. Selain dari solusi persamaan differensial, mereka juga memperoleh bahwa *instantaneous forward rate* $f_t(\tau)$ dapat dibentuk dari penjumlahan konstanta dengan polinomial *Laguerre*. Kemudian Hillebrans dan Li (2010) memperjelas definisi tersebut dengan memberikan fungsi bobot e^{-z} pada polinomial *Laguerre* $L_n(z) = \frac{e^z}{n!}\frac{d^z}{dz^n}(z^n e^{-z})$ dengan $z = \lambda_t \tau . \lambda_t$ merupakan parameter peluruhan eksponensial yang berguna dalam menentukkan bentuk kurva $f_t(\tau)$. Sehingga *instantaneous forward rate* $f_t(\tau)$ dapat dinyatakan sebagai penjumlahan konstanta dengan polinomial *Laguerre* $L_n(z)$ yang memiliki fungsi bobot $w(z) = e^{-z}$ dengan orde polinomial *Laguerre* yang digunakan adalah nol dan satu (n=0 dan 1). Dalam persamaan matematika dapat ditulis menjadi

$$\begin{aligned} f_t(\tau) &= c + \sum_{n=0}^{1} c_n w(z) L_n(z) \\ &= c + c_0 w(z) L_0(z) + c_1 w(z) L_1(z). \end{aligned}$$

c, c_0, dan c_1 merupakan parameter model *instantaneous forward rate*. Dengan $L_0(z) = 1, L_1(z) = 1 - z$, dan $c, c_0, c_1 \in R$, persamaan di atas dapat ditulis menjadi

$$f_t(\tau) = c + c_0 e^{-z} + c_1 e^{-z}(1 - z).$$

Dengan mensubtitusi $z = \lambda_t \tau$, maka diperoleh

$$\begin{aligned} f_t(\tau) &= c + c_0 e^{-\lambda_t \tau} + c_1 e^{-\lambda_t \tau}(1 - \lambda_t \tau) \\ &= c + (c_0 + c_1) e^{-\lambda_t \tau} - c_1 e^{-\lambda_t \tau}(\lambda_t \tau) \end{aligned}$$

Dengan mensubtitusikan $c = \beta_{1t}, c_0 + c_1 = \beta_{2t}$, dan $c_1 = -\beta_{3t}$ maka persamaan *instantaneous forward rate* dapat ditulis menjadi

$$f_t(\tau) = \beta_{1t} + \beta_{2t} e^{-\lambda_t \tau} + \beta_{3t} e^{-\lambda_t \tau}(\lambda_t \tau) \tag{2.3}$$

$\beta_{1t} + \beta_{2t}$ menyatakan nilai awal (ketika waktu jatuh tempo sama dengan nol). Tanda positif dari β_{3t} menyatakan bentuk dari kurva *instantaneous forward rate* berupa hump-shape. Bentuk ini terjadi karena *instantaneous forward rate* mengalami kenaikan kemudian turun kembali.λ_t menyatakan titik belok dari kurva *instantaneous forward rate* (Stefani, 2009).
Setelah memperoleh model *instantaneous forward rate*, Nelson dan Siegel menginterpretasikan faktor pengali dari parameter model tersebut sebagai:

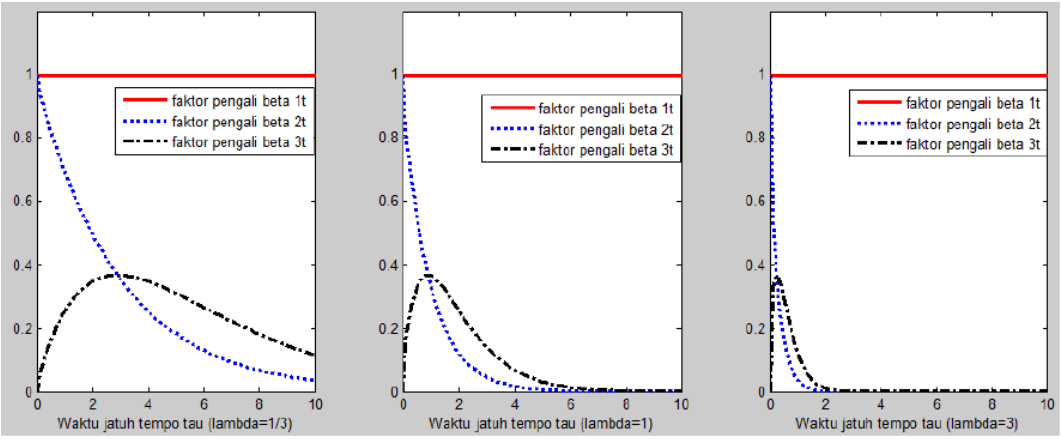
a. faktor pengali 1 pada suku 1.β_0 sebagai komponen jangka panjang (*long-term*),

b. faktor pengali $e^{-\lambda_t \tau}$ pada suku $\beta_1 e^{-\lambda_t \tau}$ sebagai komponen jangka pendek (*short-term*),

c. faktor pengali $(\lambda_t \tau) e^{-\lambda_t \tau}$ pada suku $\beta_2 (\lambda_t \tau) e^{-\lambda_t \tau}$ sebagai komponen jangka menangah (*medium-term*).

Untuk memperjelas interpretasi faktor pengali dari parameter model *instantaneous forward rate*, perhatikan Gambar 2.1.
Pada Gambar 2.1 digunakan nilai $\lambda_t \tau > 0$ yang berbeda, hal ini bertujuan untuk melihat karakteristik faktor pengali parameter persamaan (2.3). Gambar kiri menggunakan nilai $\lambda_t \tau = 1/3$, gambar tengah menggunakan nilai $\lambda_t \tau = 1$, sedangkan gambar kanan menggunakan nilai $\lambda_t \tau = 3$. Grafik berwarna merah menunjukkan faktor pengali dari β_{1t}, faktor ini konstan dan tidak menuju nol untuk sebarang waktu jatuh tempo τ. Ketika nilai τ semakin besar, β_{1t} memiliki peranan yang semakin penting dalam pembentukkan kurva *yield*. Hal ini dikarenakan nilai faktor pengali dari β_{2t} dan β_{3t} akan semakin kecil. Sehingga faktor pengali dari β_{1t} disebut sebagai komponen *long-term*. Grafik berwarna biru menunjukkan faktor pengali β_{2t}. Pada ketiga

gambar tersebut, menunjukkan grafik faktor pengali β_{2t} merupakan grafik yang memiliki hubungan kebalikan dengan waktu jatuh tempo τ. Pada saat τ kecil, faktor pengali β_{2t} akan lebih memberi pengaruh pada nilai $f_t(\tau)$ dibandingkan pada saat τ besar. Sehingga faktor pengali dari β_{2t} disebut komponen *short-term*. Grafik berwarna hitam menunjukkan faktor pengali β_{3t}. Gambar 2.1 menunjukan grafik faktor pengali β_{3t} merupakan grafik yang memiliki nilai 0 pada saat $\tau \longrightarrow 0$, kemudian meningkat dan akan kembali menuju nol pada waktu jatuh tempo tertentu. Peningkatan β_{3t} tidak akan memberikan pengaruh besar pada *yield to maturity* dengan waktu jatuh tempo pendek dan panjang, namun memberikan pengaruh yang cukup besar pada *medium-term*. Sehingga faktor pengali dari β_{3t} disebut sebagai komponen *medium-term*.



instantaneous forward rate

Gambar 2.1: Grafik faktor pengali model Nelson Siegel dengan $\lambda_t = 1/3, \lambda_t = 1$, dan $\lambda_t = 3$

Berdasarkan persamaan (2.2) besarnya *yield to maturity* dengan waktu jatuh tempo τ dapat dihitung dengan menggunakan *instantaneous forward rate* berikut

$$y_t(\tau) = \frac{1}{\tau}\int_0^{\tau} f_t(x)dx.$$

Dengan mensubtitusikan persamaan (2.3) pada persamaan di atas akan diperoleh

$$y_t(\tau) = \frac{1}{\tau}\int_0^{\tau} [\beta_{1t} + \beta_{2t}e^{-\lambda_t\tau} + \beta_{3t}(\lambda_t\tau)e^{-\lambda_t\tau}]dx.$$

Dan dengan menghitung integral pada persamaan di atas, maka persamaaan

yield to maturity dapat ditulis menjadi

$$y_t(\tau) = \beta_{1t} + (\beta_{2t} + \beta_{3t}) \left[\frac{1 - e^{-\lambda_t \tau}}{\lambda_t \tau} \right] - \beta_{3t} e^{-\lambda_t \tau} \tag{2.4}$$

dengan parameternya berupa $\beta_{1t}, \beta_{2t}, \beta_{3t}, \lambda_t$ Berdasarkan persamaan (2.4) dapat diperoleh bahwa limit $y_t(\tau)$ pada saat τ sangat besar adalah β_{1t}, atau dapat ditulis menjadi

$$\lim_{\tau->\infty} y_t(\tau) = \beta_{1t}$$

Nilai β_{1t} yang diperoleh pada saat waktu jatuh tempo yang sangat panjang, menunjukkan bahwa faktor pengali β_{1t} merupakan komponen long-term. Sedangkan nilai limit $y_t(\tau)$ untuk τ sangat kecil adalah $\beta_{1t} + \beta_{2t}$ atau dapat ditulis menjadi

$$\begin{aligned} \lim_{\tau->0^+} y_t(\tau) &= \lim_{\tau->0^+} \left[\beta_{1t} + (\beta_{2t} + \beta_{3t}) \left[\frac{1 - e^{-\lambda_t \tau}}{\lambda_t \tau} \right] - \beta_{3t} e^{-\lambda_t \tau} \right] \\ &= \beta_{1t} - \beta_{3t} + (\beta_{2t} + \beta_{3t}) \lim_{\tau->0^+} \left[\frac{1 - e^{-\lambda_t \tau}}{\lambda_t \tau} \right] \end{aligned}$$

dengan menggunakan aturan L'Hospital dapat dihitung nilai $\lim_{\tau->0^+} \left[\frac{1 - e^{-\lambda_t \tau}}{\lambda_t \tau} \right] = 1$ sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} \lim_{\tau->0^+} y_t(\tau) &= \beta_{1t} - \beta_{3t} + (\beta_{2t} + \beta_{3t}) \\ &= \beta_{1t} + \beta_{3t} \end{aligned}$$

Nilai $\beta_{1t} + \beta_{2t}$ yang diperoleh pada waktu jatuh tempo singkat (pendek) dikenal sebagai *short rate*. *Short rate* merupakan *forward rate* yang berlaku untuk satu periode waktu. Untuk tujuan *fitting* kurva *yield*, Nelson dan Siegel mengubah parameter persamaan *yield to maturity* (2.4) ke dalam bentuk

$$y_t(\tau) = a + b \left[\frac{1 - e^{-\lambda_t \tau}}{\lambda_t(\tau)} \right] + c e^{-\lambda_t \tau}$$

dimana $\beta_{1t} = a$,$(\beta_{2t} + \beta_{3t})) = b$,$\beta_{3t} = -c$. Faktor pengali b dan c pada model Nelson Siegel secara berturut-turut yaitu $\frac{1 - e^{-\lambda_t \tau}}{\lambda_t(\tau)}$ dan $e^{-\lambda_t \tau}$ dapat dipandang sebagai fungsi dalam yang monoton turun. Menurut Diebold dan Li (2006) kesamaan karakteristik faktor pengali b dan c mengakibatkan faktor

ini sulit untuk diinterpretasikan. Selain itu, terdapat kesulitan dalam proses estimasi parameter secara tepat, hal ini dikarenakan adanya koheransi tinggi antara ketiga faktor tersebut yang dapat menunjukkan kecenderungan adanya *multikoliniearitas* atau variasi yang besar pada taksiran parameter.

2.1.3 Model Diebold dan Li

Sehingga untuk mengatasi tersebut. Diebold dan Li (2006) melakukan modifikasi pada persamaan Nelson-Siegel sebagai berikut :

$$y_t(\tau) = \beta_{1t} + \beta_{2t}\left[\frac{1-e^{-\lambda_t\tau}}{\lambda_t(\tau)}\right] + \beta_{3t}\left[\frac{1-e^{-\lambda_t\tau}}{\lambda_t(\tau)} - e^{-\lambda_t\tau}\right]$$

dengan $a = \beta_{1t}$,$b = (\beta_{2t} + \beta_{3t})$),dan $c = -\beta_{3t}$ $y_t(\tau)$ merupakan *yield to maturity pada saat t* dengan waktu jatuh tempo τ. Diebold dan Li (2006) menginterpretasikan parameter λ_t sebagai parameter penentu laju penurunan eksponensial. Selain itu, mereka juga memperoleh bahwa nilai λ_t yang kecil menghasilkan penurunan yang lambat pada kurva *yield* sehingga cocok pada kurva *yield* dengan waktu jatuh tempo panjang, sedangkan nilai λ_t yang besar menghasilkan penurunan yang cepat pada kurva *yield* sehingga cocok pada kurva *yield* dengan waktu jatuh tempo pendek. Diebold dan Li (2006) juga menginterpretasikan faktor pengali dari β_{1t},β_{2t},β_{3t} yaitu secara berturut-turut 1 sebagai *long-term*,$\frac{1-e^{-\lambda_t\tau}}{\lambda_t(\tau)}$ sebagai *short-term*, dan $\frac{1-e^{-\lambda_t\tau}}{\lambda_t(\tau)} - e^{-\lambda_t\tau}$ sebagai *medium-term*. Selain itu, mereka juga menginterpretasikan parameter β_{1t},β_{2t}, dan β_{3t}secara berturut-turut sebagai faktor *level*, *slope*, dan *curvature*. Perubahan pada β_{1t} akan mengubah kurva *yield* secara uniform. sehingga β_{1t} disebut sebagai faktor level. Berdasarkan faktor pengali β_{2t}, nilai β_{2t} memiliki peranan cukup besar terhadap *yield to maturity* $y_t(\tau)$ ketika nilai τ kecil. Peningkatan nilai β_{2t} akan meningkatkan *yield to maturity* dengan waktu jatuh tempo pendek dibandingkan dengan *yield to maturity* dengan waktu jatuh tempo panjang. Peningkatan *yield to maturity* ini menyebabkan perubahan *slope* dari kurva *yield*.

Frankel dan Lown (1994) mendefinisikan *slope* dari kurva *yield* sebagai $\lim_{\tau->\infty} y_t(\tau) - \lim_{\tau->0^+} y_t(\tau)$, yang nilainya sama dengan $-\beta_{2t}$ (Diebold dan Li, 2006). Hal ini menunjukkan β_{2t} merupakan merupakan komponen *slope* dari kurva *yield*, sehingga β_{2t} disebut sebagai faktor *slope*. Sedangkan berdasarkan faktor pengali β_{3t}, peningkatan β_{3t} tidak akan memberikan pengaruh besar pada *yield to maturity* dengan waktu jatuh tempo pendek dan panjang, namun memberikan pengaruh yang cukup besar pada *medium-*

term. Selain itu faktor pengali β_{3t} pada dasarnya merupakan gradient dari faktor pengali β_{2t}, $\dfrac{1-e^{-\lambda_t\tau}}{\lambda_t(\tau)} - e^{-\lambda_t\tau} = -\tau\dfrac{d}{d\tau}\dfrac{1-e^{-\lambda_t\tau}}{\lambda_t(\tau)}$ sehingga β_{3t} disebut sebagai faktor *curvature*. λ_t,β_{1t},β_{2t}, dan β_{3t} merupakan parameter-parameter pada model Diebold Li sehingga untuk mengestimasi parameter-parameter tersebut diperlukan suatu metode estimasi yaitu metode *Ensemble* Kalman Filter. Oleh karena itu, di subbab selanjutnya dijelaskan mengenai metode *Ensemble* Kalman Filter.

2.1.4 Model Nelson Siegel Svensson

Pada tahun 1994, Svensson melakukan perbaikan model terhadap Nelson Siegel dengan menambahkan parameter β_3 dan τ_2 untuk meningkatkan fleksibilitas dan ketepatan kurva. Persamaan Nelson Siegel Svensson dalam *instantaneous foward rate* sebagai berikut :

$$f(m) = \beta_0 + \beta_1 e^{-\frac{m}{\tau_1}} + \beta_2 \left(\frac{m}{\tau_1}\right) e^{-\frac{m}{\tau_1}} + \beta_3 \left(\frac{m}{\tau_2}\right) e^{-\frac{m}{\tau_2}} \tag{2.5}$$

dengan:
$\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \tau_1$ dan τ_2 adalah sebuah parameter dan syarat $\beta_0 > 0$,$\beta_0 + \beta_1 > 0$,$\tau_1 dan \tau_2 > 0$, m adalah jangka waktu jatuh tempo *time to maturity*.
Berdasarkan *term structure of interest rate* persamaan persamaan (2.5) dapat dibuat dalam bentuk *spot rate* :

$$y(m) = \beta_0 + \beta_1 \left[\frac{1-e^{-\frac{m}{\tau_1}}}{\frac{m}{\tau_1}}\right] + \beta_2 \left[\frac{1-e^{-\frac{m}{\tau_1}}}{\frac{m}{\tau_1}} - e^{-\frac{m}{\tau_1}}\right] + \beta_3 \left[\frac{1-e^{-\frac{m}{\tau_2}}}{\frac{m}{\tau_2}} - e^{-\frac{m}{\tau_2}}\right]$$

2.2 Kalman Filter

Kalman Filter (KF) adalah suatu metode estimasi variabel keadaan dari sistem dinamik stokastik linear diskrit yang meminimumkan kovariansi error estimasi. KF merupakan suatu pendekatan teknis untuk menaksir fungsi parameter dalam peramalan deret berkala (*time series*). Keunggulan metode KF adalah kemampuannya dalam mengestimasi suatu keadaan berdasarkan data yang minim. Data minim yang dimaksud adalah data pengukuran (alat ukur) karena KF merupakan suatu metode yang menggabungkan model dan pengukuran.

Algoritma Kalman filter ditunjukkan pada table dibawah ini. Pada Tabel ditunjukkan bahwa algoritma KF yang terdiri dari empat bagian, diantaranya bagian pertama mendefinisikan model sistem dan model pengukuran, bagian kedua merupakan nilai awal (inisialisasi), selanjutnya ketiga dan keempat masing-masing tahap prediksi dan koreksi.

Tabel 2.1 Algoritma Kalman filter

Model Sistem dan Model Pengukuran
$x_{k+1} = A_k x_k + B_k u_k + w_k$ $z_k = H_k x_k + v_k$ $x_0 \sim N(\bar{x}_0, P_{x_0}); w_k \sim N(0, Q_k); v_k \sim N(0, R_k)$
Inisialisasi
$P_0 = P_{x_0}, \hat{x}_0 = \bar{x}_0$
Tahap Prediksi
Kovariansi error : $P_k^- = A_k P_k A_k^T + Q_k$ Estimasi : $\hat{x}_{k+1}^- = A_k \hat{x}_k + B_k u_k$
Tahap Koreksi
Kalman gain : $K_{k+1} = P_{k+1}^T H_{k+1}^T \left(H_{k+1} P_{k+1}^- H_{k+1}^T + R_{k+1}\right)^{-1}$ Estimasi : $\hat{x}_{k+1} = \hat{x}_{k+1}^- + K_{k+1}\left(z_{k+1} - H_{k+1}\hat{x}_{k+1}^-\right)$ Kovariansi error : $P_{k+1} = [I - K_{k+1} H_{k+1}] P_{k+1}^-$

2.3 *Extended* Kalman Filter

Algoritma Kalman Filter dikembangkan untuk estimasi dalam bentuk rekursif dan linier. Pada kenyataannya, terdapat model sistem yang nonlinier. Salah satu estimasi pada model non linier adalah *Extended Kalman Filter (EKF). Extended Kalman Filter* (EKF) merupakan perluasan dari metode Kalman Filter (KF). Pada Tabel ditunjukkan bahwa algoritma EKF yang terdiri dari empat bagian, diantaranya bagian pertama mendefinisikan model sistem dan model pengukuran, bagian kedua merupakan nilai awal (inisialisasi), selanjutnya ketiga dan keempat masing-masing tahap prediksi dan koreksi.

Tabel 2.2 Algoritma EKF

Model Sistem dan Model Pengukuran
$x_{k+1} = f(x_k, u_k) + w_k$ $z_k = H_k x_k + v_k$ $x_0 \sim N(\bar{x}_0, P_{x_0}); w_k \sim N(0, Q_k); v_k \sim N(0, R_k)$
Inisialisasi
$P_0 = P_{x_0}, \hat{x}_0 = \bar{x}_0$
Tahap Prediksi
Kovariansi error : $P^-_{k+1} = A_k P_k A_k^T + Q_k$ dengan $A = \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \hat{x}_k, u_k$ Estimasi : $\hat{x}^-_{k+1} = f(\hat{x}_k, u_k)$
Tahap Koreksi
Kalman gain : $K_{k+1} = P^-_{k+1} H^T_{k+1} \left(H_{k+1} P^-_{k+1} H^T_{k+1} + R_{k+1}\right)^{-1}$ Estimasi : $\hat{x}_{k+1} = \hat{x}^-_{k+1} + K_{k+1}\left(z_{k+1} - H_{k+1}\hat{x}^-_{k+1}\right)$ Kovariansi error : $P_{k+1} = [I - K_{k+1} H_{k+1}] P^-_{k+1}$

2.4 *Ensemble* Kalman Filter

Metode *Ensemble* Kalman Filter (EnKF) adalah metode estimasi modifikasi dari algoritma Kalman Filter yang dapat digunakan untuk mengestimasi model sistem linier maupun nonlinier. Metode EnKF pertama kali dikembangkan oleh G.Evensen (1992-1993) pada saat mencoba mengimplementasikan metode EKF untuk asimilasi data pada suatu model. Linierisasi dalam metode EKF ternyata menyebabkan kovariansi errornya membesar menuju takhingga. Selanjutnya G.Evensen (1994) telah memperkenalkan ide penggunaan sejumlah *ensemble* untuk mengestimasi kovariansi error pada tahap *forcasting* pada masalah yang sama (Purnomo,2008).

Proses estimasi pada EnKF diawali dengan membangkitkan sejumlah N_ϵ *Ensemble* dengan mean 0 dan kovariansi konstan. *Ensemble* yang dibangkitkan dilakukan secara random dan berdistribusi normal. Berdasarkan eksperimen, pada umumnya jumlah anggota *Ensemble* yang mencukupi adalah 100-500 (Purnomo,2008).

Secara umum algoritma EnKF juga terdiri dari dua tahap yaitu tahap prediksi(*time update*) dan tahap koreksi (*measurement update*). Pada metode EnKF terlebih dahulu dihitung *mean ensemble*-nya sebelum masuk ke tahap prediksi yaitu

$$\hat{x}^*_k = \frac{1}{N_\epsilon} \Sigma_{i=1}^{N_\epsilon} x_{k,i}$$

dimana N_ϵ adalah banyaknya *ensemble* yang dibangkitkan dan $x_{k,i}$ merupakan *ensemble* yang dibangkitkan. Bentuk umum sistem dinamik nonlinear pada EnKF adalah

$$x_{k+1} = f(k, x_k) + w_k$$

Dengan pengukuran linier $z_k \in R^p$ yaitu:

$$\mathbf{z}_k = H_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k$$

$$\mathbf{x}_0 \sim N(\mathbf{x}_0, R_k);\ \mathbf{w}_k \sim N(\mathbf{0}, Q_k);\ \mathbf{v}_x \sim N(\mathbf{0}, R_k)$$

Misalkan akan dibangkitkan sejumlah N_ϵ ensemble untuk memperoleh rata-rata (*mean*):

$$x_{0,i} = [x_{0,1} \quad x_{0,2} \quad x_{0,3} .... x_{0,N_\epsilon}]$$

Selanjutnya diperoleh *mean ensemble*. *Mean ensemble* ini digunakan untuk menghitung estimasi $\hat{x}_k^-$ pada tahap prediksi (*time update*) dan $\hat{x}_k$ pada tahap koreksi (*meansurement update*).sedangkan untuk menghitung kovariansi error P_k^- pada tahap prediksi menggunakan

$$P_k = \frac{1}{N_\epsilon - 1} \Sigma_{i=1}^{N_\epsilon} (\hat{x}_{k,i}^- - \hat{x}_k^-)(\hat{x}_{k,i}^- - \hat{x}_k^-)^T$$

Pada EnKF, noise sistem w_k pada tahap prediksi dan *noise* pengukuran v_k pada tahap koreksi dibangkitkan dalam bentuk *Ensemble*. Perlu diperhatikan bahwa algoritma EnKF tidak membutuhkan nilai awal kovariansi error. Sedangkan nilai awal $\hat{x}_0$ dihitung dari rata-rata *ensemble* $\hat{x}_{0,i}^-$ yang dibangkitkan pada tahap insialisasi. Demikian juga, noise sistem $w_{k,i}$ pada tahap prediksi dan noise pengukuran $v_{k,i}$ pada tahap koreksi dibangkitkan dalam bentuk *ensemble* (puronomo,2008). Berikut Algoritma EnKF:

Tabel 2.3 Algoritma EnKF

Model Sistem dan Model Pengukuran
$x_{k+1} = f(x_k, u_k) + w_k$ $z_k = H_k x_k + v_k$ $w_k \sim N(0, Q_k); v_k \sim N(0, R_k)$
Inisialisasi
Membangkitkan sejumlah N_ϵ *Ensemble* : $x_{0,i} = x_0 + w_i$ Menentukan mean dari sejumlah N_ϵ *Ensemble* : $\hat{x}_{0,i} = \frac{1}{N_\epsilon}\sum_{i=1}^{N_\epsilon} x_{0,i}$
Tahap Prediksi
Estimasi : $\hat{x}_{k,i}^- = f(\hat{x}_{k-1,i}, u_{k-1,i}) + w_{k,i}$ dengan mean estimasi : $\hat{x}_{k,i}^- = \frac{1}{N_\epsilon}\sum_{i=1}^{N_\epsilon} \hat{x}_{k,i}^-$ Kovariansi error : $P_{k+1}^- = \frac{1}{N_\epsilon - 1}\sum_{i=1}^{N_\epsilon}(\hat{x}_{k,i}^- - \hat{x}_k^-)(\hat{x}_{k,i}^- - \hat{x}_k^-)^T$
Tahap Koreksi
Membangkitkan N_ϵ data pengukuran : $z_{k,i} = z_k + v_{k,i}$ Kalman gain : $K_k = P_k^- H^T \left(HP_k^- H^T + R_k\right)^{-1}$ Estimasi : $\hat{x}_{k,i} = \hat{x}_{k,i}^- + K_k\left(z_{k,i} - H\hat{x}_{k,i}^-\right)$ dengan mean : $\hat{x}_k = \frac{1}{N_\epsilon}\sum_{i=1}^{N_\epsilon} \hat{x}_{k,i}$ Kovariansi error : $P_k = [I - K_k H]P_k^-$

2.5 Tingkat Ketelitian Metode Estimasi

Ketelitian atau *accuracy* dipandang sebagai suatu kriteria untuk menyatakan tingkat kepercayaan suatu hasil estimasi. Dalam tesis ini digunakan tingkat ketelitian yakni *root mean square error* (RMSE). RMSE merupakan ukuran ketelitian dengan menghitung akar rata-rata kuadrat selisih dari solusi ideal (analitik) atau solusi numerik dengan hasil estimasi dari seluruh iterasi yang dilakukan atau dirumuskan sebagai:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\Sigma(X_i - F_i)^2}{n}}$$

dengan :
RMSE = *Root Mean Square Error*
X_i = Nilai yang dianggap benar
F_i = Nilai hasil ukuran
n = Banyak ukuran yang digunakan

BAB 3
METODE PENELITIAN

Pada bagian ini diuraikan beberapa metode penelitian yang akan digunakan atau dikerjakan untuk mencapai tujuan penelitian.

3.1 Tahapan Penelitian

1. Studi Literatur
   Dalam tahap ini dilakukan identifikasi permasalahan dan studi literatur dari buku, jurnal, penelitian, paper, maupun artikel dari internet mengenai referensi obligasi, *yield* atau imbal hasil, *Term Structure of Interest rate (Kurva yield)*, model Diebold dan Li, metode *Ensemble* Kalman Filter dan algoritma *Ensemble* Kalman Filter.

2. Menggunakan Model Diebold dan Li

$$y_t(\tau) = \beta_{1t} + \beta_{2t}\left[\frac{1-e^{-\lambda_t\tau}}{\lambda_t(\tau)}\right] + \beta_{3t}\left[\frac{1-e^{-\lambda_t\tau}}{\lambda_t(\tau)} - e^{-\lambda_t\tau}\right]$$

   dimana :
   β_{1t} = *Level* yaitu tingkat suku bunga terendah dari suatu kurva *yield*.
   β_{2t} = *Slope* yaitu selisih antara nilai *yield to maturity (YTM)* tertinggi dikurangi dengan *YTM* terendah dari kurva *yield*.
   β_{3t} = *Curvature* yaitu tingkat kecembungan dari suatu kurva *yield*.
   λ_t = Sebagai parameter penentu laju penurunan eksponensial.
   $y_t(\tau)$ = Merupakan *yield to maturity* pada saat t dengan waktu jatuh tempo τ.

3. Melakukan Linierisasi Terhadap Model Diebold dan Li
   Model sistem persamaan yang dibahas diatas masih berbentuk model kontinu dan non linier sehingga perlu dilakukan linierisasi agar model bisa digunakan dalam algoritma EnKF.

4. Mengimplementasikan Metode EnKF
   Model sistem yang diperoleh dari tahap sebelumnya diimplementasikan pada algoritma EnKF. Hasil yang diperoleh dari Metode EnKF akan disimulasikan menggunakan Matlab R2013a.

5. Melakukan Estimasi Parameter dan Simulasi
   Terlebih dahulu dicari nilai awal parameter dari model dengan data yang diberikan.Kemudian hasil tersebut digunakan sebagai input pada metode *Ensemble* Kalman Filter untuk mengestimasi parameter-parameter *yield* surat utang negara Indonesia yang mengikuti Model Diebold dan Li. Untuk proses estimasi dengan metode *Ensemble* Kalman Filter diawali dengan membangkitkan sejumlah *ensemble*. Simulasi ini berupa kurva *yield* surat utang negara Indonesia, dan *error yield*.

6. Analisis Hasil Estimasti Parameter dan Simulasi
   Hasil yang diperoleh dari estimasti parameter dan simulasi, selanjutnya akan digunakan untuk menganalisis kurva *yield* surat utang negara Indonesia dan *error yield*, dimana semakin kecil nilai *error* maka hasil estimasinya memiliki tingkat keakuratan yang baik.

7. Penarikan Kesimpulan
   Pada tahapan ini, dilakukan penarikan kesimpulan berkaitan dengan penelitian. Setelah melakukan tahapan-tahapan seperti yang telah direncanakan tersebut, diperoleh kesimpulan yang merepresentasikan tujuan penelitian berdasarkan rumusan masalah yang diusulkan.

8. Publikasi Penelitian
   Pada tahapan ini, dilakukan publikasi hasil penelitian dengan berpartisipasi pada seminar internasional dan jurnal nasional terakreditasi atau jurnal internasional. Kegiatan ini bertujuan untuk menunjukkan hasil penelitian yang telah dilakukan yang dapat dijadikan sebagai bahan kajian untuk melakukan penelitian selanjutnya.

9. Penyusunan Laporan Penelitian
   Pada tahapan ini, dilakukan penyusunan laporan yang sistematis. Hal ini dilakukan agar pembaca dapat dengan mudah memahami penelitian yang dilakukan.

BAB 4
HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bagian ini berisi tentang data,linierisasi model Diebold dan Li dalam bentuk persamaan keadaan (*state space*),implementasi metode EnKF pada model Diebold-Li dan simulasi.

4.1 Data

Data yang digunakan adalah data *yieldto maturity* obligasi. Data yang diambil adalah data bulanan mulai dari januari 2010 sampai Maret 2018 dengan 4 masa jatuh tempo yang berbeda, yaitu 1 tahun, 5 tahun, 10 tahun, dan 20 tahun. Table 4.1 merupakan potongan data *yieldto maturity* dari januari 2010 sampai Maret 2018 dengan waktu jatuh tempo 1,5,10,dan 20 tahun per periode (bulan).

Tabel 4.1 Data *yield*

No	Bulan	Waktu Jatuh Tempo(tahun)			
		1	5	10	20
1	Jan-10	6,62	8,38	9,67	10,58
2	Feb-10	7,47	8,46	9,80	10,69
3	Mar-10	7,40	8,34	9,31	10,47
4	Apr-10	7,03	8,15	8,75	9,97
5	May-10	7,01	8,52	8,93	10,11
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
95	Nov-17	6,14	6,25	6,63	7,25
96	Des-17	5,90	6,04	6,47	7,19
97	jan-18	5,64	5,76	6,22	6,96
98	Feb-18	5,73	5,81	6,36	7,09
99	Mar-18	6,15	6,10	6,74	7,37

Setelah data didapat, selanjutnya data tersebut digunakan untuk mendapatkan parameter awal pada model Diebold Li dan digunakan untuk melihat kinerja peramalan pada model Diebold Li.

4.2 Linierisasi Model Diebold dan Li

Diberikan Model Diebold dan Li :

$$y_t(\tau) = \beta_{1t} + \beta_{2t}\left[\frac{1-e^{-\lambda_t\tau}}{\lambda_t(\tau)}\right] + \beta_{3t}\left[\frac{1-e^{-\lambda_t\tau}}{\lambda_t(\tau)} - e^{-\lambda_t\tau}\right]$$

dengan :
β_{1t} = *Level* yaitu tingkat suku bunga terendah dari suatu kurva *yield*.
β_{2t} = *Slope* yaitu selisih antara nilai *yieldto maturity (YTM)* tertinggi dikurangi dengan *YTM* terendah dari kurva *yield*.
β_{3t} = *Curvature* yaitu tingkat kecembungan dari suatu kurva *yield*.
λ_t = Sebagai parameter penentu laju penurunan eksponensial.
$y_t(\tau)$ = Merupakan *yieldto maturity* pada saat t dengan waktu jatuh tempo τ.

β_1, β_2, β_3, dan λ merupakan parameter-parameter dalam model Diebold Li dimana β_1, β_2, β_3, λ dapat bergantung terhadap waktu dan perubahan dinamik β_1, β_2, β_3, λ mengikuti proses *vector autoregressive* dari orde pertama sehingga model tersebut dapan dibentuk kedalam *state space model* sebagai berikut

$$\begin{bmatrix}\beta_{1,t}\\ \beta_{2,t}\\ \beta_{3,t}\\ \lambda_t\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14}\\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24}\\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34}\\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\beta_{1t-1}\\ \beta_{2t-1}\\ \beta_{3t-1}\\ \lambda_{t-1}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\epsilon_t(\tau_1)\\ \epsilon_t(\tau_2)\\ \epsilon_t(\tau_3)\\ \epsilon_t(\tau_4)\end{bmatrix}$$

dengan

$$\begin{bmatrix}a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14}\\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24}\\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34}\\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

sehingga *state space model* menjadi

$$\begin{bmatrix}\beta_{1,t}\\ \beta_{2,t}\\ \beta_{3,t}\\ \lambda_t\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\beta_{1t-1}\\ \beta_{2t-1}\\ \beta_{3t-1}\\ \lambda_{t-1}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\epsilon_t(\tau_1)\\ \epsilon_t(\tau_2)\\ \epsilon_t(\tau_3)\\ \epsilon_t(\tau_4)\end{bmatrix} \tag{4.1}$$

Persamaan pengukuran dengan mengunakan matriks Jacobian diberikan

sebagai berikut

$$f_1 = \beta_{1t} + \beta_{2t}\left[\frac{1-e^{-\lambda_1\tau}}{\lambda_1(\tau)}\right] + \beta_{3t}\left[\frac{1-e^{-\lambda_1\tau}}{\lambda_1(\tau)} - e^{-\lambda_1\tau}\right]$$

sehingga diperoleh

$$H_1 = \begin{bmatrix} \frac{df_1}{d\beta_1} & \frac{df_1}{d\beta_2} & \frac{df_1}{d\beta_3} & \frac{df_1}{d\lambda_1} \end{bmatrix}$$

dengan

$$\frac{df_1}{d\beta_1} = 1$$

$$\frac{df_1}{d\beta_2} = \frac{1-e^{-\tau_1\lambda_1}}{\tau_1\lambda_1}$$

$$\frac{df_1}{d\beta_3} = \frac{1-e^{-\tau_1\lambda_1}}{\tau_1\lambda_1} - e^{-\tau_1\lambda_1}$$

untuk menurunkan terhadap λ_1 digunakan kaidah penurunan

$$f'(x) = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

dimisalkan $u = 1 - e^{-\tau_1\lambda_1}$, $v = \tau_1\lambda_1$ sehingga untuk $u' = \tau e^{-\tau_1\lambda_1}$, $v' = \tau_1$ diperoleh

$$\frac{df_1}{d\lambda_1} = \beta_2\frac{\tau_1^2\lambda_1 e^{-\tau_1\lambda_1} - \tau(1-e^{-\tau_1\lambda_1})}{(\tau_1\lambda_1)^2} + \beta_3(\frac{\tau_1^2\lambda_1 e^{-\tau_1\lambda_1} - \tau(1-e^{-\tau_1\lambda_1})}{(\tau_1\lambda_1)^2} + \tau_1 e^{-\tau_1\lambda_1}) \tag{4.2}$$

dengan demikian matrik H_1 menjadi

$$H_1 = \begin{bmatrix} 1 & \dfrac{1-e^{-\tau_1\lambda_1}}{\tau_1\lambda_1} & \dfrac{1-e^{-\tau_1\lambda_1}}{\tau_1\lambda_1} - e^{-\tau_1\lambda_1} & \dfrac{df_1}{d\lambda_1} \end{bmatrix}$$

karena f_1 merupakan $y_t(\tau_1)$ maka untuk f_N juga merupakan $y_t(\tau_N)$ sehingga didapat :

$$\begin{bmatrix} y_t(\tau_1) \\ y_t(\tau_2) \\ \vdots \\ y_t(\tau_N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \dfrac{1-e^{-\tau_1\lambda}}{\tau_1\lambda} & \dfrac{1-e^{-\tau_1\lambda}}{\tau_1\lambda} - e^{-\tau_1\lambda} & \dfrac{df_1}{d\lambda_1} \\ 1 & \dfrac{1-e^{-\tau_2\lambda}}{\tau_2\lambda} & \dfrac{1-e^{-\tau_2\lambda}}{\tau_2\lambda} - e^{-\tau_2\lambda} & \dfrac{df_2}{d\lambda_2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \dfrac{1-e^{-\tau_N\lambda}}{\tau_N\lambda} & \dfrac{1-e^{-\tau_N\lambda}}{\tau_N\lambda} - e^{-\tau_N\lambda} & \dfrac{df_N}{d\lambda_N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_{1t} \\ \beta_{2t} \\ \beta_{3t} \\ \lambda \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_t(\tau_1) \\ \epsilon_t(\tau_2) \\ \epsilon_t(\tau_3) \\ \epsilon_t(\tau_4) \end{bmatrix}$$

Dengan H_N sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} H_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \dfrac{1-e^{-\tau_N\lambda}}{\tau_N\lambda} & \dfrac{1-e^{-\tau_N\lambda}}{\tau_N\lambda} - e^{-\tau_N\lambda} & \dfrac{df_N}{d\lambda_N} \end{bmatrix}$$

4.3 Implementasi Metode EnKF pada Model Diebold Li

Metode EnKF diperkenalkan oleh Evensen pada tahun 1994 dengan membangkitkan sejumlah *Ensemble* .Metode EnKF dapat digunakan untuk mengestimasi model sistem dinamik linier maupun non linier. Algoritma EnKF dapat dituliskan pada Tabel berikut.

Tabel 4.2 Algoritma EnKF

Model Sistem dan Model Pengukuran
$x_{k+1} = f(x_k, u_k) + w_k$
$z_k = H_k x_k + v_k$
$w_k \sim N(0, Q_k); v_k \sim N(0, R_k)$
Inisialisasi
Membangkitkan sejumlah N_ϵ *Ensemble* : $x_{0,i} = x_0 + w_i$
Menentukan mean dari sejumlah N_ϵ *Ensemble* : $\hat{x}_{0,i} = \frac{1}{N_\epsilon}\sum_{i=1}^{N_\epsilon} x_{0,i}$
Tahap Prediksi
Estimasi : $\hat{x}_{k,i}^- = f(\hat{x}_{k-1,i}, u_{k-1,i}) + w_{k,i}$
dengan mean estimasi : $\hat{x}_{k,i}^- = \frac{1}{N_\epsilon}\sum_{i=1}^{N_\epsilon} \hat{x}_{k,i}^-$
Kovariansi error : $P_{k+1}^- = \frac{1}{N_\epsilon - 1}\sum_{i=1}^{N_\epsilon}(\hat{x}_{k,i}^- - \hat{x}_k^-)(\hat{x}_{k,i}^- - \hat{x}_k^-)^T$
Tahap Koreksi
Membangkitkan N_ϵ data pengukuran : $z_{k,i} = z_k + v_{k,i}$
Kalman gain : $K_k = P_k^- H^T \left(H P_k^- H^T + R_k\right)^{-1}$
Estimasi : $\hat{x}_{k,i} = \hat{x}_{k,i}^- + K_k \left(z_{k,i} - H\hat{x}_{k,i}^-\right)$
dengan mean : $\hat{x}_k = \frac{1}{N_\epsilon}\sum_{i=1}^{N_\epsilon} \hat{x}_{k,i}$
Kovariansi error : $P_k = [I - K_k H]P_k^-$

Pada algoritma EnKF tersebut, model Diebold-Li pada tahap prediksi

$$\hat{x}_{k,i}^- = f(\hat{x}_{k-1,i}, u_{k-1,i}) + w_{k,i}$$

dengan $f(k_{k-1,i}, u_{k-1,i})$ adalah state space model (4.1) dengan ukuran matrik 4×4 dan 4×1 jika pada MATLAB diekspresikan menggunakan $A * xcor1$ dimana $A = eye(f)$ dengan f merupakan banyaknya state sejumlah 4 dan $xcor1$ merupakan hasil duplikasi setelah dibangkitkan dengan sejumlah *Ensemble* yang nantinya nilai $xcor1$ yang terdiri β_1, β_2, β_3, λ tidak tetap, kemudian w_k merupakan matrik gangguan dengan ukuran 4x1 dalam MATLAB di

ekspresikan $sqrt(q) * randn(f, 1)$ dengan q yaitu

$$q = \begin{bmatrix} 10^{-4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10^{-4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10^{-4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10^{-4} \end{bmatrix}$$

model pengukurannya adalah

$$z_k = H_k x_k + v_k$$

H adalah matriks pengukuran dalam MATLAB diekspresikan $H = zeros(ukur, f)$ dimana ukur menunjukkan jumlah alat ukur yakni 4 yang akan dipasang sedangkan f=4 sehingga H matrik berukuran 4x4. Matriks pengukuran H ditentukan untuk menunjukkan posisi data pengukuran yang diambil atau disimulasikan,matriks H sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} H_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \dfrac{1 - e^{-\tau_N \lambda}}{\tau_N \lambda} & \dfrac{1 - e^{-\tau_N \lambda}}{\tau_N \lambda} - e^{-\tau_N \lambda} & \dfrac{df_N}{d\lambda_N} \end{bmatrix}$$

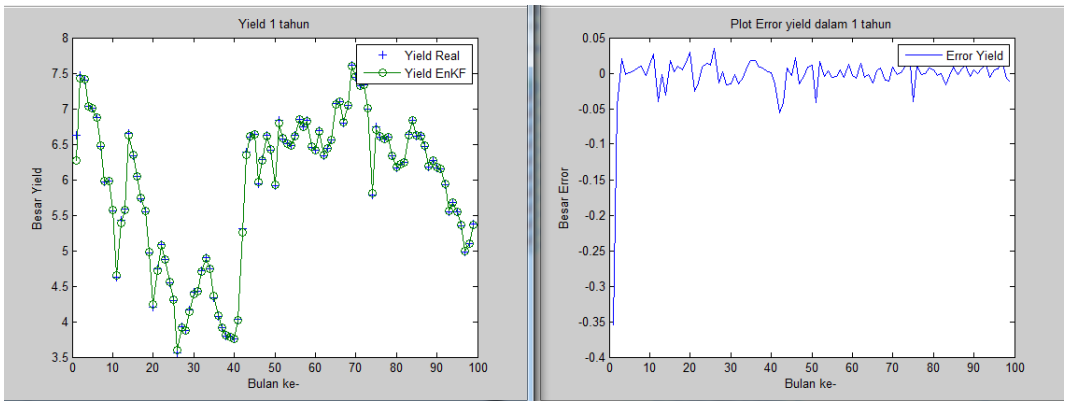
dengan $\dfrac{df_N}{d\lambda_N}$ berdasarkan persamaan (4.2). Data yang digunakan dalam simulasi adalah data *yield* dari Kementrian Keuangan RI pada bulan Januari 2010 - Maret 2018. Satuan langkah waktu yang digunakan adalah 1 bulan, 2 bulan, 3 bulan, hingga 12 bulan dengan jatuh tempo 1 tahun, 5 tahun, 10 tahun dan 20 tahun. Sehingga didapatkan estimasi parameter-parameter *yield* Surat Utang Negara Indonesia dan prediksi *yield* untuk sepanjang Januari 2010 - Maret 2018. Hal ini dilakukan agar dapat membandingkan hasil prediksi dengan data real.

4.4 Simulasi

Hasil simulasi metode EnKF pada model Diebold Li dengan nilai awal sebagai berikut :

Tabel 4.3 Nilai awal parameter *yield* dan RMSE dengan *Ensemble* 100

Parameter	Waktu Jatuh Tempo(tahun)			
	1	5	10	20
β_1	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
β_2	0,2279	0,0462	0,0231	0,0115
β_3	0,2147	0,0462	0,0231	0,0115
λ	0,36092	0,36092	0,36092	0,36092
RMSE	0,0391	0,2159	0,0740	0,0806



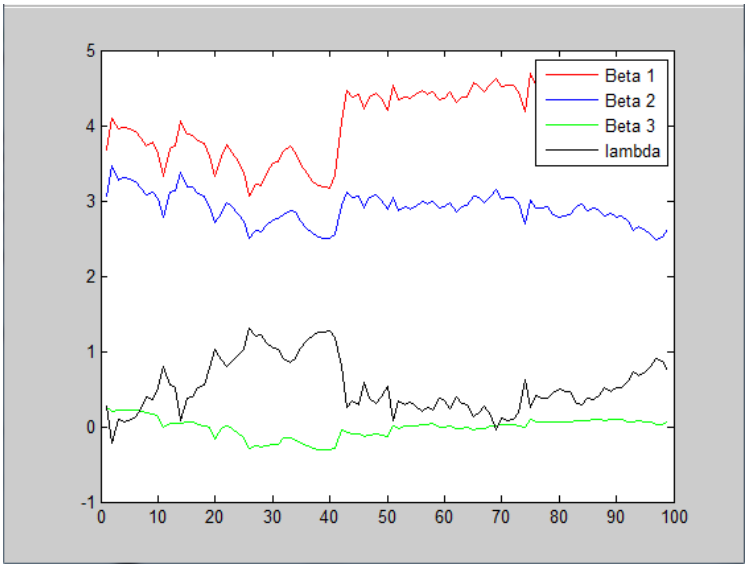
Gambar 4.1: *yield* real dan *yield* EnKF serta error *yield* pada jatuh tempo 1 tahun dengan *Ensemble* 100

Untuk waktu jatuh tempo 1 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 1,0000, \beta_2 = 0,2279, \beta_3 = 0,2147$ dan $\lambda = 0,36092$ dengan *Ensemble* 100 menghasilkan RMSE sebesar 0,0391,

Untuk waktu jatuh tempo 5 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 1,0000, \beta_2 = 0,0462, \beta_3 = 0,0462$ dan $\lambda = 0,36092$ dengan *Ensemble* 100 menghasilkan RMSE sebesar 0,2159,

Untuk waktu jatuh tempo 10 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 1,0000, \beta_2 = 0,0231, \beta_3 = 0,0231$ dan $\lambda = 0,36092$ dengan *Ensemble* 100 menghasilkan RMSE sebesar 0,0740,

Untuk waktu jatuh tempo 20 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 1,0000, \beta_2 = 0,0115, \beta_3 = 0,0115$ dan $\lambda = 0,36092$ dengan *Ensemble* 100 menghasilkan RMSE sebesar 0,0806.

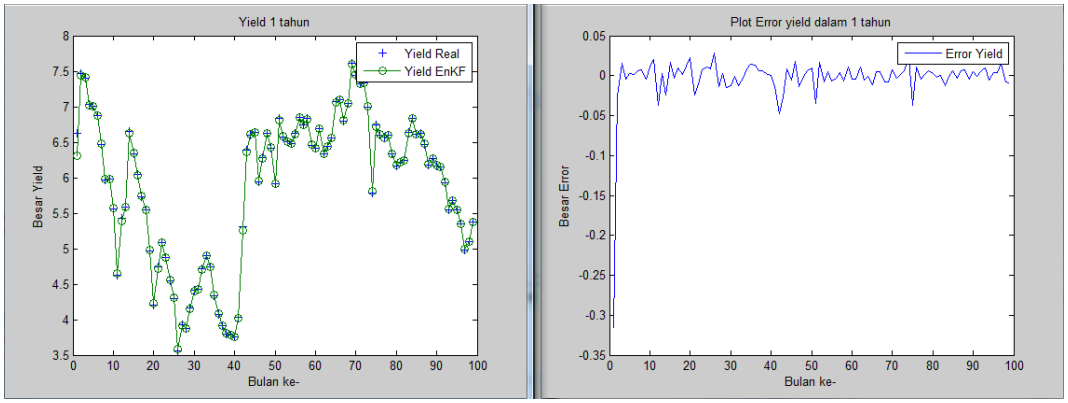


Gambar 4.2: Parameter-parameter *yield* dengan *Ensemble* 100

Simulasi di atas merupakan parameter-parameter *yield* Surat Utang Negara Indonesia yang terdiri dari $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ dan λ secara berurutan merupakan *level*, *slope*, *curvature*, dan *lambda* dengan waktu jatuh tempo 1 tahun. Sumbu horizontal pada gambar diatas merupakan periode dari 1 bulan sampai 99 bulan sedangkan sumbu vertikal pada gambar diatas merupakan nilai dari $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ dan λ. λ dengan nilai 0,36092 merupakan lambda yang diberikan oleh Kementerian Keuangan Republik Indonesia. Simulasi tersebut dilakukan dengan satu kali simulasi, terlihat bahwa nilai parameter-parameter *yield* Surat Utang Negara Indonesia untuk β_1, dan β_2 cukup tinggi terutama antara bulan ke-40 sampai bulan ke-50 mengalami kenaikan cukup besar. Sehingga dapat disimpulkan dari nilai paramter-parameter *yield* tersebut didapat error terkecil pada simulasi dengan waktu jatuh tempo 1 tahun dengan RMSE sebesar 0,0391 yang artinya data *yield* hasil EnKF lebih mendekati data *yield* sebenarnya. Simulasi tersebut dilakukan dengan menggunakan program Matlab, untuk waktu jatuh tempo 1 tahun bisa dilihat pada Gambar 4.1 hasil data *yield* real dan hasil data *yield* EnKF(kiri) serta error *yield* (kanan) dengan *Ensemble* 100.

Tabel 4.4 Nilai awal parameter *yield* dan RMSE dengan *Ensemble* 100

Parameter	Waktu Jatuh Tempo(tahun)			
	1	5	10	20
β_1	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
β_2	0,2279	0,0462	0,0231	0,0115
β_3	0,2147	0,0462	0,0231	0,0115
λ	0,1203	0,1203	0,1203	0,1203
RMSE	0.0343	0.1331	0.0617	0.0768



Gambar 4.3: *yield* real dan *yield* EnKF serta error *yield* pada jatuh tempo 1 tahun dengan *Ensemble* 100

Untuk waktu jatuh tempo 1 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 1,0000, \beta_2 = 0,2279, \beta_3 = 0,2147$ dan $\lambda = 0,1203$ dengan *Ensemble* 100 menghasilkan RMSE sebesar 0.0343,

Untuk waktu jatuh tempo 5 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 1,0000, \beta_2 = 0,0462, \beta_3 = 0,0462$ dan $\lambda = 0,1203$ dengan *Ensemble* 100 menghasilkan RMSE sebesar 0.1331,

Untuk waktu jatuh tempo 10 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 1,0000, \beta_2 = 0,0231, \beta_3 = 0,0231$ dan $\lambda = 0,1203$ dengan *Ensemble* 100 menghasilkan RMSE sebesar 0.0617,

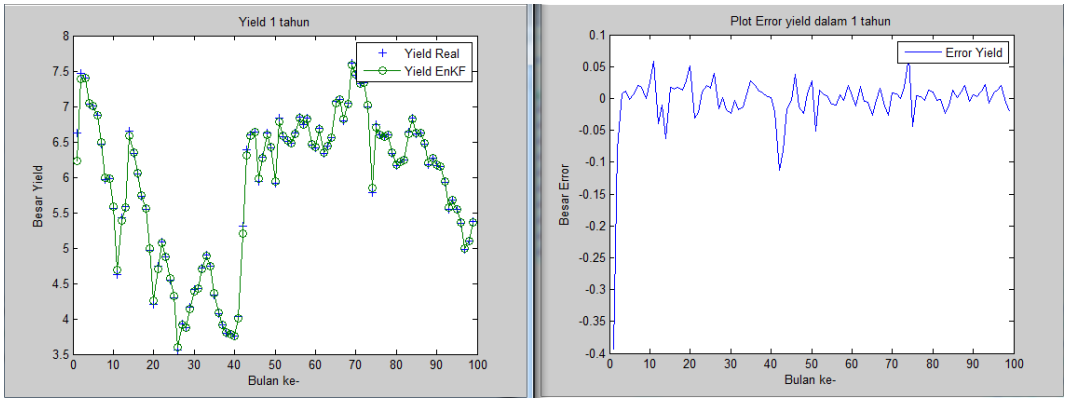
Untuk waktu jatuh tempo 20 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 1,0000, \beta_2 = 0,0115, \beta_3 = 0,0115$ dan $\lambda = 0,1203$ dengan *Ensemble* 100 menghasilkan RMSE sebesar 0.0768.

Simulasi diatas dilakukan dengan lambda dibuat sepertiga lambda yang diberikan oleh Kementerian Keuangan Republik Indonesia. Sehingga dapat disimpulkan dari nilai awal paramter-parameter *yield* didapat error terkecil pada simulasi dengan waktu jatuh tempo 1 tahun, yang artinya data *yield* hasil EnKF lebih mendekati data *yield* sebenarnya. Simulasi tersebut dilakukan

dengan menggunakan program Matlab, untuk waktu jatuh tempo 1 tahun bisa dilihat pada Gambar 4.3 hasil data *yield* real dan hasil data *yield* EnKF(kiri) serta error *yield* (kanan) dengan *Ensemble* 100.

Tabel 4.5 Nilai awal parameter *yield* dan RMSE dengan *Ensemble* 100

Parameter	Waktu Jatuh Tempo(tahun)			
	1	5	10	20
β_1	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
β_2	0,2279	0,0462	0,0231	0,0115
β_3	0,2147	0,0462	0,0231	0,0115
λ	1,0827	1,0827	1,0827	1,0827
RMSE	0.0473	0.4968	0.0901	0.0980



Gambar 4.4: *yield* real dan *yield* EnKF serta error *yield* pada jatuh tempo 1 tahun dengan *Ensemble* 100

Untuk waktu jatuh tempo 1 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 1,0000, \beta_2 = 0,2279, \beta_3 = 0,2147$ dan $\lambda = 1,0827$ dengan *Ensemble* 100 menghasilkan RMSE sebesar 0.0473,

Untuk waktu jatuh tempo 5 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 1,0000, \beta_2 = 0,0462, \beta_3 = 0,0462$ dan $\lambda = 1,0827$ dengan *Ensemble* 100 menghasilkan RMSE sebesar 0.4968,

Untuk waktu jatuh tempo 10 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 1,0000, \beta_2 = 0,0231, \beta_3 = 0,0231$ dan $\lambda = 1,0827$ dengan *Ensemble* 100 menghasilkan RMSE sebesar 0.0901,

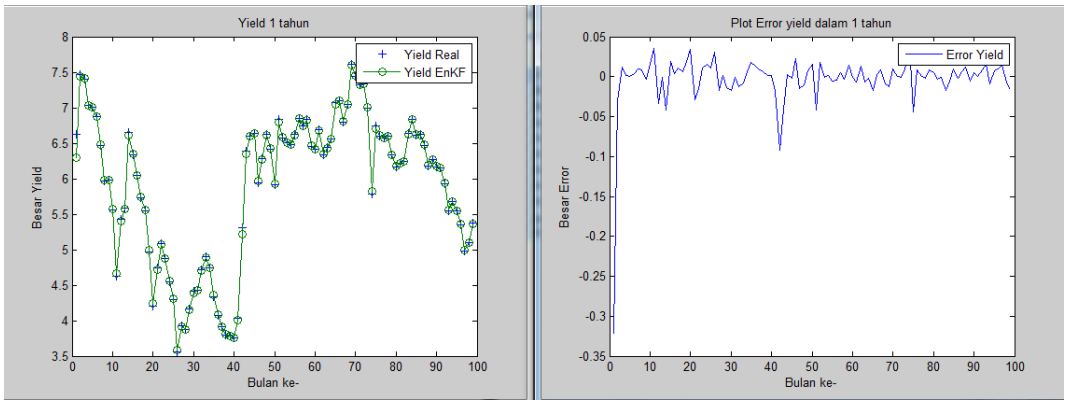
Untuk waktu jatuh tempo 20 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 1,0000, \beta_2 = 0,0115, \beta_3 = 0,0115$ dan $\lambda = 1,0827$ dengan *Ensemble* 100 menghasilkan RMSE sebesar 0.0980.

Simulasi diatas dilakukan dengan lambda dibuat tiga kali lambda yang diberikan oleh Kementerian Keuangan Republik Indonesia. Sehingga dapat

disimpulkan dari nilai awal paramter-parameter *yield* didapat error terkecil pada simulasi dengan waktu jatuh tempo 1 tahun, yang artinya data *yield*hasil EnKF lebih mendekati data *yield* sebenarnya. Simulasi tersebut dilakukan dengan menggunakan program Matlab, untuk waktu jatuh tempo 1 tahun bisa dilihat pada Gambar 4.4 hasil data *yield* real dan hasil data *yield* EnKF(kiri) serta error *yield*(kanan) dengan *Ensemble* 100.

Tabel 4.6 Nilai estimasi parameter *yield* dan RMSE dengan *Ensemble* 100

Parameter	Waktu Jatuh Tempo(tahun)			
	1	5	10	20
β_1	4,1354	0,7570	6,6919	7,3461
β_2	2,6306	5,8905	1,2392	0,2278
β_3	0,0576	7,6555	0,4291	0,8065
λ	0,7532	0,1009	1,1947	1,8646
RMSE	0,0370	0,2098	0,0863	0,0953



Gambar 4.5: *yield* real dan *yield* EnKF serta error *yield* pada jatuh tempo 1 tahun dengan *Ensemble* 100

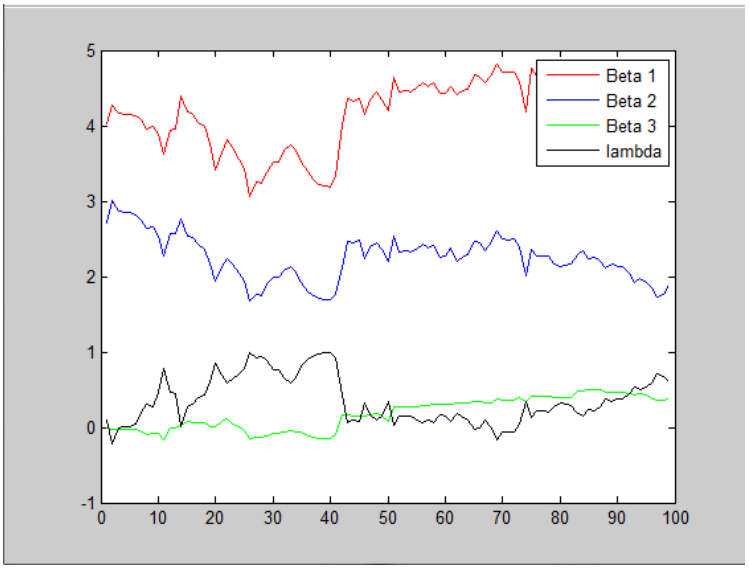
Untuk waktu jatuh tempo 1 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 4,1354, \beta_2 = 2,6306, \beta_3 = 0,0576$ dan $\lambda = 0,7532$ dengan *Ensemble* 100 menghasilkan RMSE sebesar 0,0370,

Untuk waktu jatuh tempo 5 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 0,7570, \beta_2 = 5,8905, \beta_3 = 7,6555$ dan $\lambda = 0,1009$ dengan *Ensemble* 100 menghasilkan RMSE sebesar 0,2098,

Untuk waktu jatuh tempo 10 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 6,6919, \beta_2 = 1,2392, \beta_3 = 0,4291$ dan $\lambda = 1,1947$ dengan *Ensemble* 100 menghasilkan RMSE sebesar 0,0863,

Untuk waktu jatuh tempo 20 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 7,3461, \beta_2 =$

$0,2278, \beta_3 = 0,8065$ dan $\lambda = 1,8646$ dengan *Ensemble* 100 menghasilkan RMSE sebesar 0,0953.

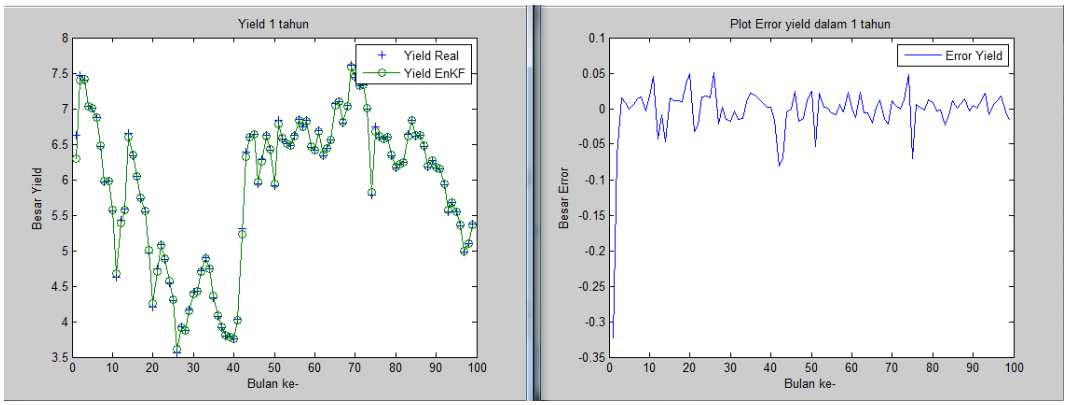


Gambar 4.6: Parameter-parameter *yield* dengan *Ensemble* 100

Simulasi di atas merupakan parameter-parameter *yield* Surat Utang Negara Indonesia yang terdiri dari $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ dan λ secara berurutan merupakan *level*, *slope*, *curvature*, dan *lambda* dengan waktu jatuh tempo 1 tahun. Sumbu horizontal pada gambar diatas merupakan periode dari 1 bulan sampai 99 bulan sedangkan sumbu vertikal pada gambar diatas merupakan nilai dari $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ dan λ. Simulasi tersebut dilakukan dengan dua kali simulasi, terlihat bahwa nilai parameter-parameter *yield* Surat Utang Negara Indonesia untuk β_1, dan β_2 cukup tinggi terutama antara bulan ke-40 sampai bulan ke-50 mengalami kenaikan cukup besar. Sehingga dapat disimpulkan dari nilai paramter-parameter *yield* didapat error terkecil pada simulasi dengan waktu jatuh tempo 1 tahun dengan RMSE sebesar 0,0370 yang artinya data *yield*hasil EnKF lebih mendekati data *yield* sebenarnya. Simulasi tersebut dilakukan dengan menggunakan program Matlab, untuk waktu jatuh tempo 1 tahun bisa dilihat pada Gambar 4.5 hasil data *yield* real dan hasil data *yield* EnKF(kiri) serta error *yield*(kanan) dengan *Ensemble* 100.

Tabel 4.7 Nilai estimasi parameter *yield* dan RMSE dengan *Ensemble* 100

Parameter	Waktu Jatuh Tempo(tahun)			
	1	5	10	20
β_1	4,2202	2,4832	6,7041	7,3305
β_2	1,8784	6,5801	1,5512	1,4679
β_3	0,3822	8,4570	1,7469	2,1920
λ	0,6134	0,0377	1,7926	1,3429
RMSE	0,0400	0,1781	0,0780	0,0859



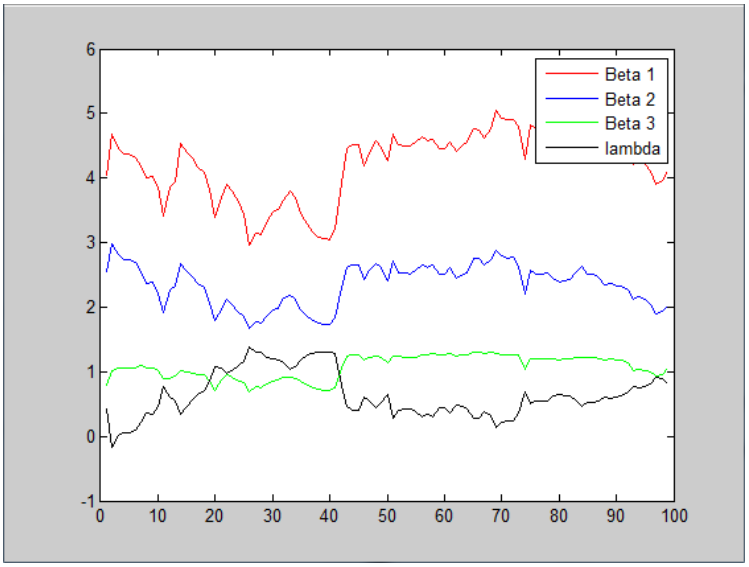
Gambar 4.7: *yield* real dan *yield* EnKF serta error *yield* pada jatuh tempo 1 tahun dengan *Ensemble* 100

Untuk waktu jatuh tempo 1 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 4,2202, \beta_2 = 1,8784, \beta_3 = 0,3822$ dan $\lambda = 0,6134$ dengan *Ensemble* 100 menghasilkan RMSE sebesar 0,0400,

Untuk waktu jatuh tempo 5 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 2,4832, \beta_2 = 6,5801, \beta_3 = 8,4570$ dan $\lambda = 0,0377$ dengan *Ensemble* 100 menghasilkan RMSE sebesar 0,1781,

Untuk waktu jatuh tempo 10 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 6,7041, \beta_2 = 1,5512, \beta_3 = 1,7469$ dan $\lambda = 1,7926$ dengan *Ensemble* 100 menghasilkan RMSE sebesar 0,0780,

Untuk waktu jatuh tempo 20 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 7,3305, \beta_2 = 1,4679, \beta_3 = 2,1920$ dan $\lambda = 1,3429$ dengan *Ensemble* 100 menghasilkan RMSE sebesar 0,0859.

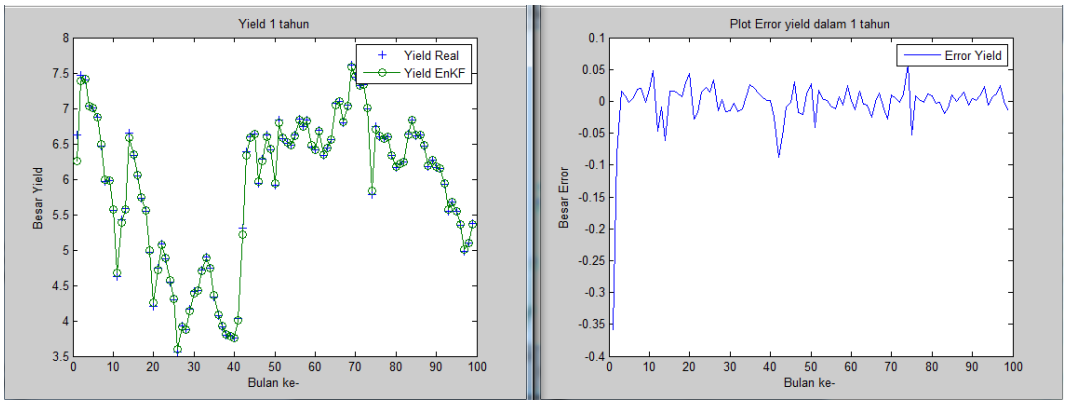


Gambar 4.8: Parameter-parameter *yield* dengan *Ensemble* 100

Simulasi di atas merupakan parameter-parameter *yield* Surat Utang Negara Indonesia yang terdiri dari $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ dan λ secara berurutan merupakan *level*, *slope*, *curvature*, dan *lambda* dengan waktu jatuh tempo 1 tahun. Sumbu horizontal pada gambar diatas merupakan periode dari 1 bulan sampai 99 bulan sedangkan sumbu vertikal pada gambar diatas merupakan nilai dari $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ dan λ. Simulasi tersebut dilakukan dengan tiga kali simulasi, terlihat bahwa nilai parameter-parameter *yield* Surat Utang Negara Indonesia untuk β_1, dan β_2 cukup tinggi terutama antara bulan ke-40 sampai bulan ke-50 mengalami kenaikan cukup besar. Sehingga dapat disimpulkan dari nilai paramter-parameter *yield* didapat error terkecil pada simulasi dengan waktu jatuh tempo 1 tahun sebesar 0,0400 yang artinya data *yield*hasil EnKF lebih mendekati data *yield* sebenarnya. Simulasi tersebut dilakukan dengan menggunakan program Matlab, untuk waktu jatuh tempo 1 tahun bisa dilihat pada Gambar 4.7 hasil data *yield* real dan hasil data *yield* EnKF(kiri) serta error *yield*(kanan) dengan *Ensemble* 100.

Tabel 4.8 Nilai estimasi parameter *yield* dan RMSE dengan *Ensemble* 100

Parameter	Waktu Jatuh Tempo(tahun)			
	1	5	10	20
β_1	4,1000	1,6412	7,3420	7,3423
β_2	2,0291	7,4169	-0,4253	1,8061
β_3	1,0481	6,7289	1,9159	-1,2699
λ	0,8186	0,1005	0,0905	1,0073
RMSE	0,0430	0,2094	0,0730	0,1107



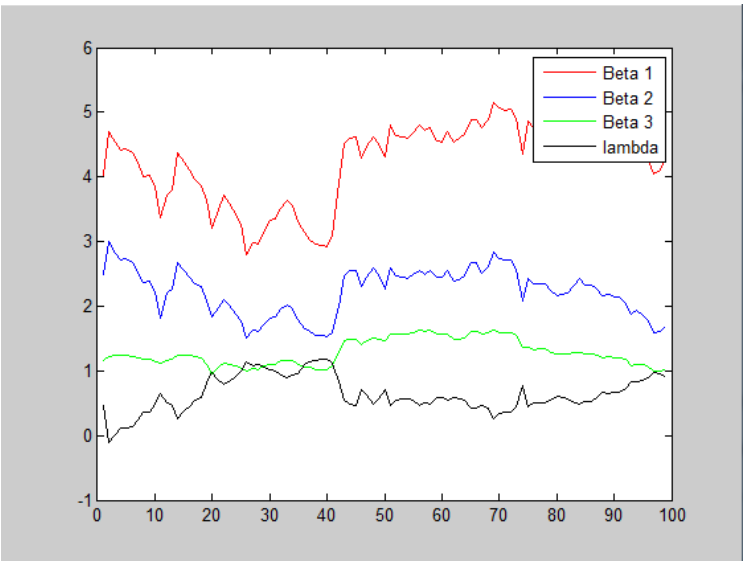
Gambar 4.9: *yield* real dan *yield* EnKF serta error *yield* pada jatuh tempo 1 tahun dengan *Ensemble* 100

Untuk waktu jatuh tempo 1 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 4,1000, \beta_2 = 2,0291, \beta_3 = 1,0481$ dan $\lambda = 0,8186$ dengan *Ensemble* 100 menghasilkan RMSE sebesar 0,0430,

Untuk waktu jatuh tempo 5 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 1,124, \beta_2 = 7,6505, \beta_3 = 8,5022$ dan $\lambda = 0,1266$ dengan *Ensemble* 100 menghasilkan RMSE sebesar 0,2094,

Untuk waktu jatuh tempo 10 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 7,3420, \beta_2 = -0,4253, \beta_3 = 1,9159$ dan $\lambda = 0,0905$ dengan *Ensemble* 100 menghasilkan RMSE sebesar 0,0730,

Untuk waktu jatuh tempo 20 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 7,3423, \beta_2 = 1,8061, \beta_3 = -1,2699$ dan $\lambda = 1,0073$ dengan *Ensemble* 100 menghasilkan RMSE sebesar 0,1107.

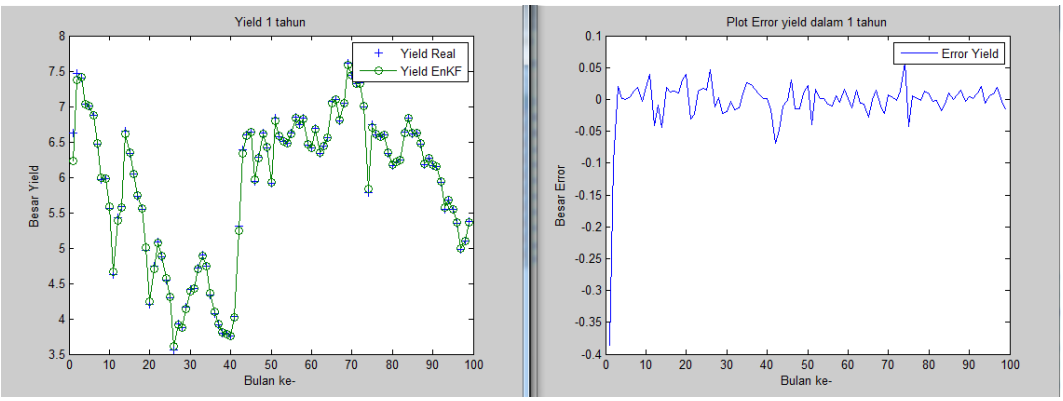


Gambar 4.10: Parameter-parameter *yield* dengan *Ensemble* 100

Simulasi di atas merupakan parameter-parameter *yield* Surat Utang Negara Indonesia yang terdiri dari $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ dan λ secara berurutan merupakan *level*, *slope*, *curvature*, dan *lambda* dengan waktu jatuh tempo 1 tahun. Sumbu horizontal pada gambar diatas merupakan periode dari 1 bulan sampai 99 bulan sedangkan sumbu vertikal pada gambar diatas merupakan nilai dari $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ dan λ. Simulasi tersebut dilakukan dengan empat kali simulasi, terlihat bahwa nilai parameter-parameter *yield* Surat Utang Negara Indonesia untuk β_1, dan β_2 cukup tinggi terutama antara bulan ke-40 sampai bulan ke-50 mengalami kenaikan cukup besar. Sehingga dapat disimpulkan dari nilai paramter-parameter *yield* didapat error terkecil pada simulasi dengan waktu jatuh tempo 1 tahun sebesar 0,0430 yang artinya data *yield*hasil EnKF lebih mendekati data *yield* sebenarnya. Simulasi tersebut dilakukan dengan menggunakan program Matlab, untuk waktu jatuh tempo 1 tahun bisa dilihat pada Gambar 4.9 hasil data *yield* real dan hasil data *yield* EnKF(kiri) serta error *yield*(kanan) dengan *Ensemble* 100.

Tabel 4.9 Nilai estimasi parameter *yield* dan RMSE dengan *Ensemble* 100

Parameter	Waktu Jatuh Tempo(tahun)			
	1	5	10	20
β_1	4,4197	3,6347	6,6961	7,3391
β_2	1,6490	8,4921	1,1368	-0,2455
β_3	0,6842	6,6209	2,1700	-0,4732
λ	0,8843	0,4050	1,5376	0,6212
RMSE	0,0447	0,2037	0,1002	0,1060



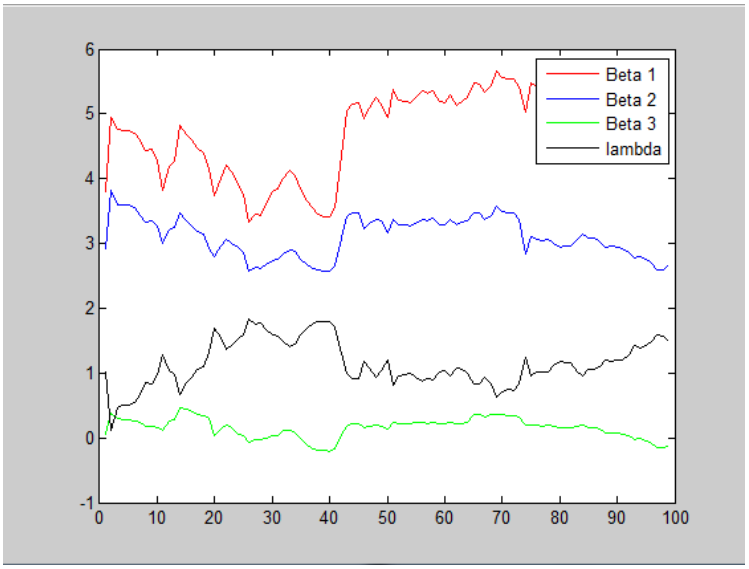
Gambar 4.11: *yield* real dan *yield* EnKF serta error *yield* pada jatuh tempo 1 tahun dengan *Ensemble* 100

Untuk waktu jatuh tempo 1 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 4,4197, \beta_2 = 1,6490, \beta_3 = 0,6842$ dan $\lambda = 0,8843$ dengan *Ensemble* 100 menghasilkan RMSE sebesar 0,0447,

Untuk waktu jatuh tempo 5 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 3,6347, \beta_2 = 8,4921, \beta_3 = 6,6209$ dan $\lambda = 0,4050$ dengan *Ensemble* 100 menghasilkan RMSE sebesar 0,2037,

Untuk waktu jatuh tempo 10 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 6,6961, \beta_2 = 1,1368, \beta_3 = 2,1700$ dan $\lambda = 1,5376$ dengan *Ensemble* 100 menghasilkan RMSE sebesar 0,1002,

Untuk waktu jatuh tempo 20 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 7,3391, \beta_2 = -0,2455, \beta_3 = -0,4732$ dan $\lambda = 0,6212$ dengan *Ensemble* 100 menghasilkan RMSE sebesar 0,1060.

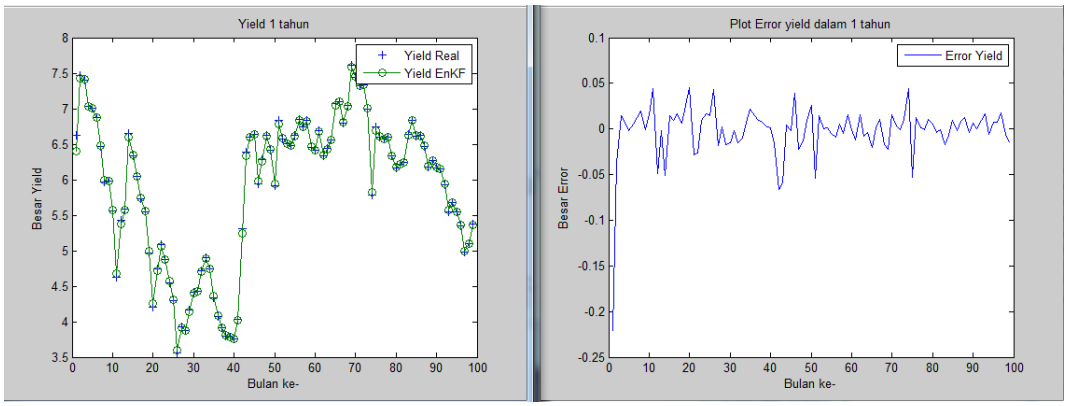


Gambar 4.12: Parameter-parameter *yield* dengan *Ensemble* 100

Simulasi di atas merupakan parameter-parameter *yield* Surat Utang Negara Indonesia yang terdiri dari $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ dan λ secara berurutan merupakan *level*, *slope*, *curvature*, dan *lambda* dengan waktu jatuh tempo 1 tahun. Sumbu horizontal pada gambar diatas merupakan periode dari 1 bulan sampai 99 bulan sedangkan sumbu vertikal pada gambar diatas merupakan nilai dari $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ dan λ. Simulasi tersebut dilakukan dengan lima kali simulasi, terlihat bahwa nilai parameter-parameter *yield* Surat Utang Negara Indonesia untuk β_1, dan β_2 cukup tinggi terutama antara bulan ke-40 sampai bulan ke-50 mengalami kenaikan cukup besar. Sehingga dapat disimpulkan dari nilai paramter-parameter *yield* didapat error terkecil pada simulasi dengan waktu jatuh tempo 1 tahun sebesar 0,0447 yang artinya data *yield*hasil EnKF lebih mendekati data *yield* sebenarnya. Simulasi tersebut dilakukan dengan menggunakan program Matlab, untuk waktu jatuh tempo 1 tahun bisa dilihat pada Gambar 4.11 hasil data *yield* real dan hasil data *yield* EnKF(kiri) serta error *yield*(kanan) dengan *Ensemble* 100.

Tabel 4.10 Nilai estimasi parameter *yield* dan RMSE dengan *Ensemble* 100

Parameter	Waktu Jatuh Tempo(tahun)			
	1	5	10	20
β_1	3,8846	2,1152	6,6992	7,3451
β_2	2,8570	6,4728	0,6338	1,7313
β_3	0,6803	8,6741	1,3010	-0,2824
λ	0,8130	-0,0098	1,4210	1,2314
RMSE	0,0304	0,1861	0,0931	0,0708



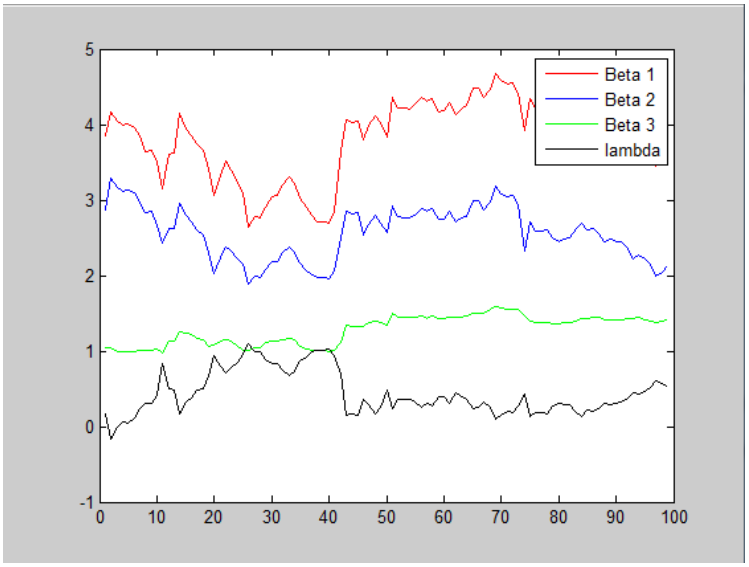
Gambar 4.13: *yield* real dan *yield* EnKF serta error *yield* pada jatuh tempo 1 tahun dengan *Ensemble* 100

Untuk waktu jatuh tempo 1 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 3,8846, \beta_2 = 2,8570, \beta_3 = 0,6803$ dan $\lambda = 0,8130$ dengan *Ensemble* 100 menghasilkan RMSE sebesar 0,0304,

Untuk waktu jatuh tempo 5 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 2,1152, \beta_2 = 6,4728, \beta_3 = 8,6741$ dan $\lambda = -0,0098$ dengan *Ensemble* 100 menghasilkan RMSE sebesar 0,1861,

Untuk waktu jatuh tempo 10 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 6,6992, \beta_2 = 0,6338, \beta_3 = 1,3010$ dan $\lambda = 1,4210$ dengan *Ensemble* 100 menghasilkan RMSE sebesar 0,0931,

Untuk waktu jatuh tempo 20 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 7,3451, \beta_2 = 1,7313, \beta_3 = -0,2824$ dan $\lambda = 1,2314$ dengan *Ensemble* 100 menghasilkan RMSE sebesar 0,0708.

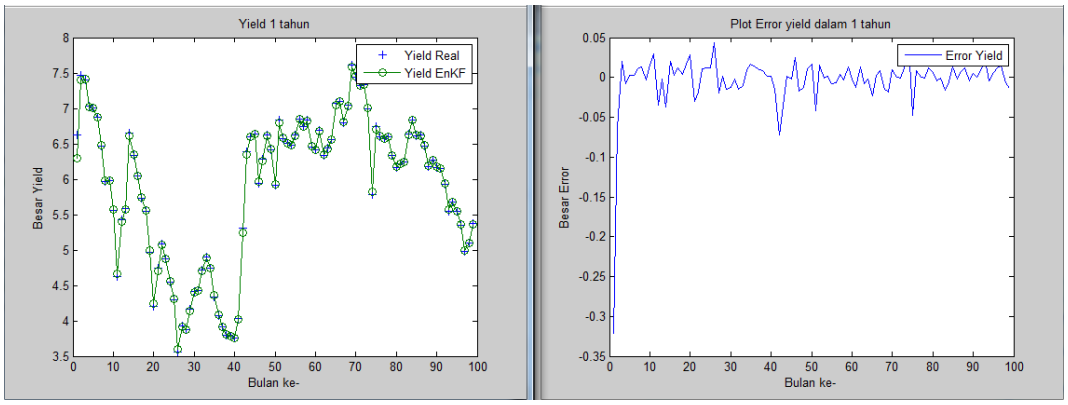


Gambar 4.14: Parameter-parameter *yield* dengan *Ensemble* 100

Simulasi di atas merupakan parameter-parameter *yield* Surat Utang Negara Indonesia yang terdiri dari $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ dan λ secara berurutan merupakan *level*, *slope*, *curvature*, dan *lambda* dengan waktu jatuh tempo 1 tahun. Sumbu horizontal pada gambar diatas merupakan periode dari 1 bulan sampai 99 bulan sedangkan sumbu vertikal pada gambar diatas merupakan nilai dari $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ dan λ. Simulasi tersebut dilakukan dengan enam kali simulasi, terlihat bahwa nilai parameter-parameter *yield* Surat Utang Negara Indonesia untuk β_1, dan β_2 cukup tinggi terutama antara bulan ke-40 sampai bulan ke-50 mengalami kenaikan cukup besar. Sehingga dapat disimpulkan dari nilai paramter-parameter *yield* didapat error terkecil pada simulasi dengan waktu jatuh tempo 1 tahun sebesar 0,0304 yang artinya data *yield*hasil EnKF lebih mendekati data *yield* sebenarnya. Simulasi tersebut dilakukan dengan menggunakan program Matlab, untuk waktu jatuh tempo 1 tahun bisa dilihat pada Gambar 4.13 hasil data *yield* real dan hasil data *yield* EnKF(kiri) serta error *yield*(kanan) dengan *Ensemble* 100.

Tabel 4.11 Nilai estimasi parameter *yield* dan RMSE dengan *Ensemble* 100

Parameter	Waktu Jatuh Tempo(tahun)			
	1	5	10	20
β_1	3,6671	1,4897	6,6992	8,8833
β_2	2,1341	6,1596	2,6837	-0,6662
β_3	1,4113	7,6646	3,8298	2,2382
λ	0,5124	0,0186	1,8732	0,0474
RMSE	0,0372	0,1764	0,0694	0,0779



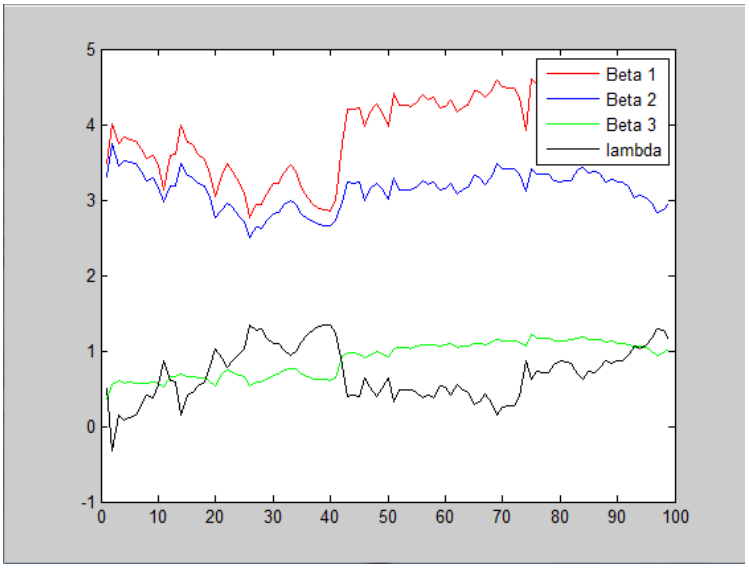
Gambar 4.15: *yield* real dan *yield* EnKF serta error *yield* pada jatuh tempo 1 tahun dengan *Ensemble* 100

Untuk waktu jatuh tempo 1 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 3,6671, \beta_2 = 2,1341, \beta_3 = 1,4113$ dan $\lambda = 0,5124$ dengan *Ensemble* 100 menghasilkan RMSE sebesar 0,0372,

Untuk waktu jatuh tempo 5 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 1,4897, \beta_2 = 6,1596, \beta_3 = 7,6646$ dan $\lambda = 0,0186$ dengan *Ensemble* 100 menghasilkan RMSE sebesar 0,1764,

Untuk waktu jatuh tempo 10 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 6,6992, \beta_2 = 2,6837, \beta_3 = 3,8298$ dan $\lambda = 1,8732$ dengan *Ensemble* 100 menghasilkan RMSE sebesar 0,0694,

Untuk waktu jatuh tempo 20 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 8,8833, \beta_2 = -0,6662, \beta_3 = 2,2382$ dan $\lambda = 0,0474$ dengan *Ensemble* 100 menghasilkan RMSE sebesar 0,0779.

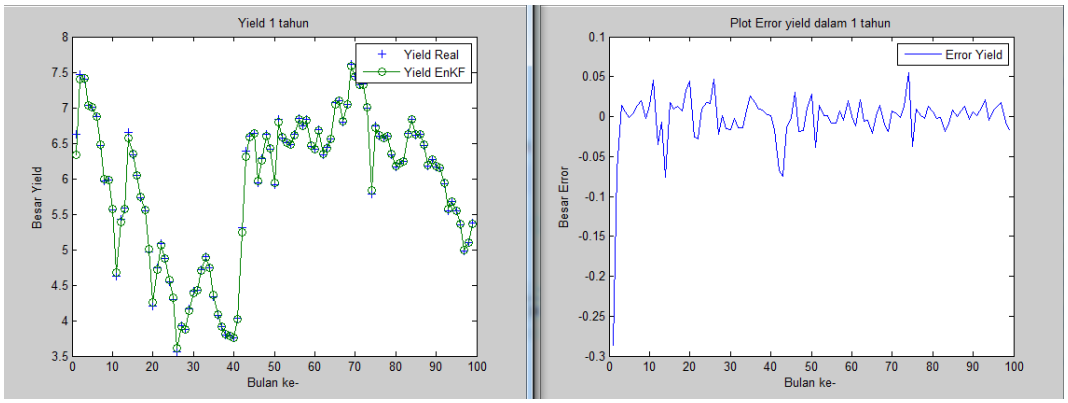


Gambar 4.16: Parameter-parameter *yield* dengan *Ensemble* 100

Simulasi di atas merupakan parameter-parameter *yield* Surat Utang Negara Indonesia yang terdiri dari $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ dan λ secara berurutan merupakan *level*, *slope*, *curvature*, dan *lambda* dengan waktu jatuh tempo 1 tahun. Sumbu horizontal pada gambar diatas merupakan periode dari 1 bulan sampai 99 bulan sedangkan sumbu vertikal pada gambar diatas merupakan nilai dari $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ dan λ. Simulasi tersebut dilakukan dengan tujuh kali simulasi, terlihat bahwa nilai parameter-parameter *yield* Surat Utang Negara Indonesia untuk β_1, dan β_2 cukup tinggi terutama antara bulan ke-40 sampai bulan ke-50 mengalami kenaikan cukup besar. Sehingga dapat disimpulkan dari nilai paramter-parameter *yield* didapat error terkecil pada simulasi dengan waktu jatuh tempo 1 tahun sebesar 0,0372 yang artinya data *yield*hasil EnKF lebih mendekati data *yield* sebenarnya. Simulasi tersebut dilakukan dengan menggunakan program Matlab, untuk waktu jatuh tempo 1 tahun bisa dilihat pada Gambar 4.15 hasil data *yield* real dan hasil data *yield* EnKF(kiri) serta error *yield*(kanan) dengan *Ensemble* 100.

Tabel 4.12 Nilai estimasi parameter *yield* dan RMSE dengan *Ensemble* 100

Parameter	Waktu Jatuh Tempo(tahun)			
	1	5	10	20
β_1	4,0850	-0,1089	6,6931	7,3466
β_2	2,9588	6,3470	2,7383	0,2650
β_3	1,0223	8,0807	1,6655	1,0049
λ	1,1550	-0,0563	1,8459	1,2393
RMSE	0,0365	0,2079	0,0780	0,0909



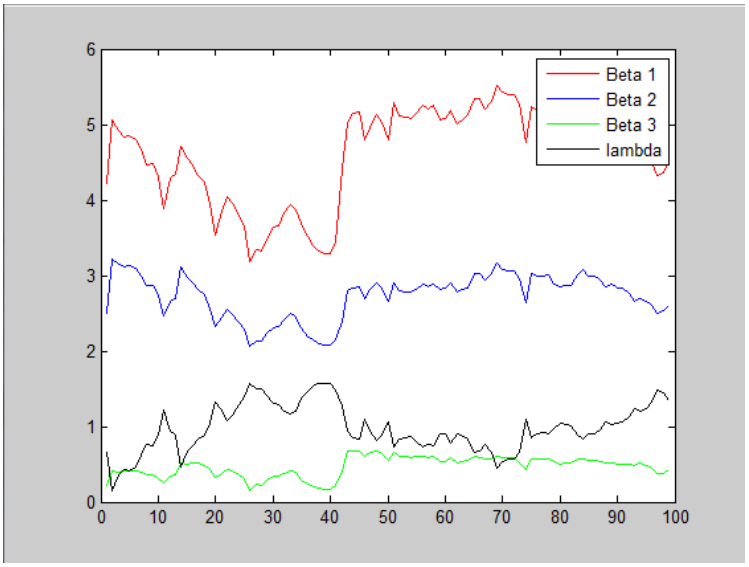
Gambar 4.17: *yield* real dan *yield* EnKF serta error *yield* pada jatuh tempo 1 tahun dengan *Ensemble* 100

Untuk waktu jatuh tempo 1 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 4,0850, \beta_2 = 2,9588, \beta_3 = 1,0223$ dan $\lambda = 1,1550$ dengan *Ensemble* 100 menghasilkan RMSE sebesar 0,0365,

Untuk waktu jatuh tempo 5 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = -0,1089, \beta_2 = 6,3470, \beta_3 = 8,0807$ dan $\lambda = 0,0563$ dengan *Ensemble* 100 menghasilkan RMSE sebesar 0,2079,

Untuk waktu jatuh tempo 10 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 6,6931, \beta_2 = 2,7383, \beta_3 = 1,6655$ dan $\lambda = 1,8459$ dengan *Ensemble* 100 menghasilkan RMSE sebesar 0,0780,

Untuk waktu jatuh tempo 20 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 7,3466, \beta_2 = 0,2650, \beta_3 = 1,0049$ dan $\lambda = 1,2393$ dengan *Ensemble* 100 menghasilkan RMSE sebesar 0,0909.

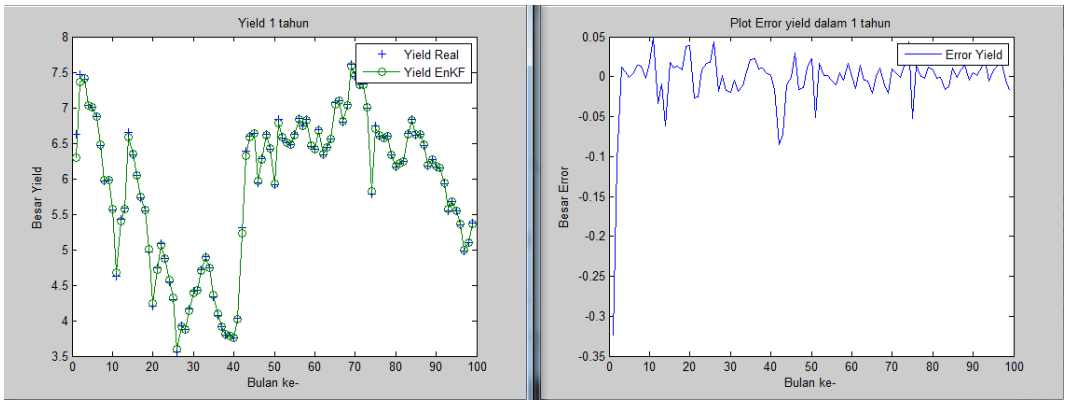


Gambar 4.18: Parameter-parameter *yield* dengan *Ensemble* 100

Simulasi di atas merupakan parameter-parameter *yield* Surat Utang Negara Indonesia yang terdiri dari $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ dan λ secara berurutan merupakan *level*, *slope*, *curvature*, dan *lambda* dengan waktu jatuh tempo 1 tahun. Sumbu horizontal pada gambar diatas merupakan periode dari 1 bulan sampai 99 bulan sedangkan sumbu vertikal pada gambar diatas merupakan nilai dari $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ dan λ. Simulasi tersebut dilakukan dengan delapan kali simulasi, terlihat bahwa nilai parameter-parameter *yield* Surat Utang Negara Indonesia untuk β_1, dan β_2 cukup tinggi terutama antara bulan ke-40 sampai bulan ke-50 mengalami kenaikan cukup besar. Sehingga dapat disimpulkan dari nilai paramter-parameter *yield* didapat error terkecil pada simulasi dengan waktu jatuh tempo 1 tahun sebesar 0,0365 yang artinya data *yield*hasil EnKF lebih mendekati data *yield* sebenarnya. Simulasi tersebut dilakukan dengan menggunakan program Matlab, untuk waktu jatuh tempo 1 tahun bisa dilihat pada Gambar 4.17 hasil data *yield* real dan hasil data *yield* EnKF(kiri) serta error *yield*(kanan) dengan *Ensemble* 100.

Tabel 4.13 Nilai estimasi parameter *yield* dan RMSE dengan *Ensemble* 100

Parameter	Waktu Jatuh Tempo(tahun)			
	1	5	10	20
β_1	4,5277	3,5954	6,6980	7,3392
β_2	2,6090	7,2362	2,2230	3,7900
β_3	0,4294	7,0197	1,5433	1,7492
λ	1,3407	0,0244	1,5604	1,4662
RMSE	0,0405	0,1832	0,0681	0,0846



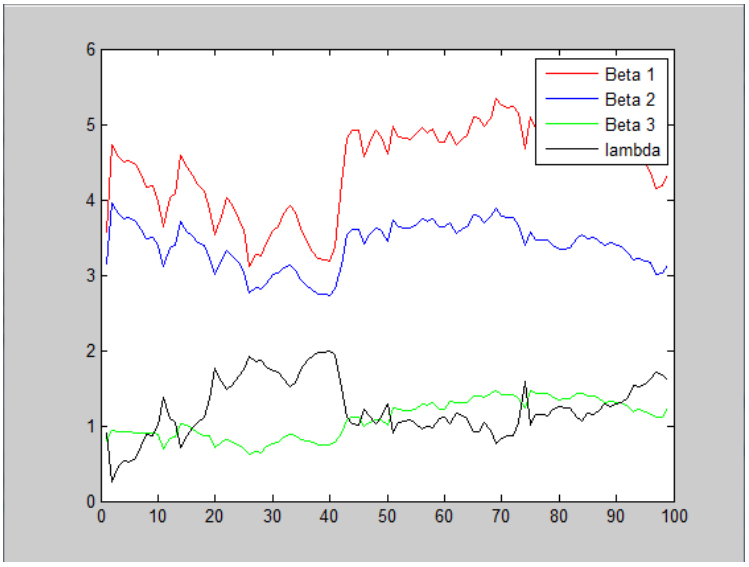
Gambar 4.19: *yield* real dan *yield* EnKF serta error *yield* pada jatuh tempo 1 tahun dengan *Ensemble* 100

Untuk waktu jatuh tempo 1 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 4,5277, \beta_2 = 2,6090, \beta_3 = 0,4294$ dan $\lambda = 1,3407$ dengan *Ensemble* 100 menghasilkan RMSE sebesar 0,0405,

Untuk waktu jatuh tempo 5 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 3,5954, \beta_2 = 7,2362, \beta_3 = 7,0197$ dan $\lambda = 0,0244$ dengan *Ensemble* 100 menghasilkan RMSE sebesar 0,1832,

Untuk waktu jatuh tempo 10 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 6,6980, \beta_2 = 2,2230, \beta_3 = 1,5433$ dan $\lambda = 1,5604$ dengan *Ensemble* 100 menghasilkan RMSE sebesar 0,0681,

Untuk waktu jatuh tempo 20 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 7,3392, \beta_2 = 3,7900, \beta_3 = 1,7492$ dan $\lambda = 1,4662$ dengan *Ensemble* 100 menghasilkan RMSE sebesar 0,0846.

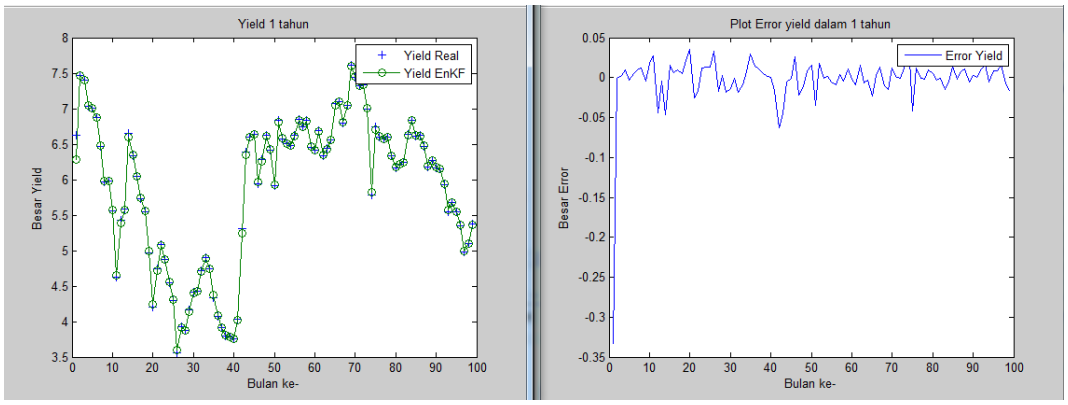


Gambar 4.20: Parameter-parameter *yield* dengan *Ensemble* 100

Simulasi di atas merupakan parameter-parameter *yield* Surat Utang Negara Indonesia yang terdiri dari $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ dan λ secara berurutan merupakan *level*, *slope*, *curvature*, dan *lambda* dengan waktu jatuh tempo 1 tahun. Sumbu horizontal pada gambar diatas merupakan periode dari 1 bulan sampai 99 bulan sedangkan sumbu vertikal pada gambar diatas merupakan nilai dari $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ dan λ. Simulasi tersebut dilakukan dengan sembilan kali simulasi, terlihat bahwa nilai parameter-parameter *yield* Surat Utang Negara Indonesia untuk β_1, dan β_2 cukup tinggi terutama antara bulan ke-40 sampai bulan ke-50 mengalami kenaikan cukup besar. Sehingga dapat disimpulkan dari nilai paramter-parameter *yield* didapat error terkecil pada simulasi dengan waktu jatuh tempo 1 tahun sebesar 0,0405 yang artinya data *yield*hasil EnKF lebih mendekati data *yield* sebenarnya. Simulasi tersebut dilakukan dengan menggunakan program Matlab, untuk waktu jatuh tempo 1 tahun bisa dilihat pada Gambar 4.19 hasil data *yield* real dan hasil data *yield* EnKF(kiri) serta error *yield*(kanan) dengan *Ensemble* 100.

Tabel 4.14 Nilai estimasi parameter *yield* dan RMSE dengan *Ensemble* 100

Parameter	Waktu Jatuh Tempo(tahun)			
	1	5	10	20
β_1	4,3243	2,7571	6,6779	7,3391
β_2	3,1262	7,2430	2,4449	0,9383
β_3	1,2311	8,0308	2,5524	-0,2702
λ	1,5970	-0,1480	1,2849	0,9609
RMSE	0,0376	0,2187	0,0677	0,0777



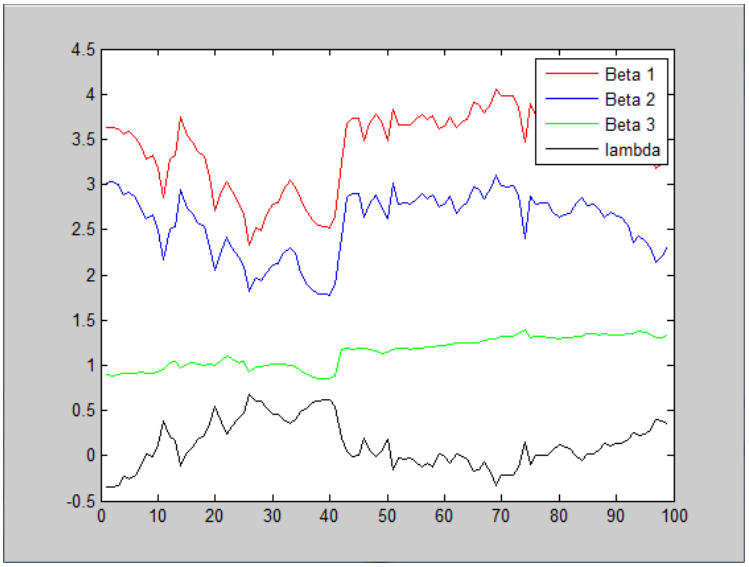
Gambar 4.21: *yield* real dan *yield* EnKF serta error *yield* pada jatuh tempo 1 tahun dengan *Ensemble* 100

Untuk waktu jatuh tempo 1 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 4,3243, \beta_2 = 3126, \beta_3 = 1,2311$ dan $\lambda = 1,5970$ dengan *Ensemble* 100 menghasilkan RMSE sebesar 0,0376,

Untuk waktu jatuh tempo 5 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 2,7571, \beta_2 = 7,2430, \beta_3 = 8,0308$ dan $\lambda = -0,1480$ dengan *Ensemble* 100 menghasilkan RMSE sebesar 0,2187,

Untuk waktu jatuh tempo 10 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 6,6779, \beta_2 = 2,4449, \beta_3 = 2,5524$ dan $\lambda = 1,2849$ dengan *Ensemble* 100 menghasilkan RMSE sebesar 0,0677,

Untuk waktu jatuh tempo 20 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 7,3391, \beta_2 = 0,9383, \beta_3 = -0,2702$ dan $\lambda = 0,9609$ dengan *Ensemble* 100 menghasilkan RMSE sebesar 0,0777.



Gambar 4.22: Parameter-parameter *yield* dengan *Ensemble* 100

Simulasi di atas merupakan parameter-parameter *yield* Surat Utang Negara Indonesia yang terdiri dari $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ dan λ secara berurutan merupakan *level*, *slope*, *curvature*, dan *lambda* dengan waktu jatuh tempo 1 tahun. Sumbu horizontal pada gambar diatas merupakan periode dari 1 bulan sampai 99 bulan sedangkan sumbu vertikal pada gambar diatas merupakan nilai dari $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ dan λ. Simulasi tersebut dilakukan dengan sepuluh kali simulasi, terlihat bahwa nilai parameter-parameter *yield* Surat Utang Negara Indonesia untuk β_1, dan β_2 cukup tinggi terutama antara bulan ke-40 sampai bulan ke-50 mengalami kenaikan cukup besar. Sehingga dapat disimpulkan dari nilai paramter-parameter *yield* didapat error terkecil pada simulasi dengan waktu jatuh tempo 1 tahun sebesar 0,0376 yang artinya data *yield*hasil EnKF lebih mendekati data *yield* sebenarnya. Simulasi tersebut dilakukan dengan menggunakan program Matlab, untuk waktu jatuh tempo 1 tahun bisa dilihat pada Gambar 4.21 hasil data *yield* real dan hasil data *yield* EnKF(kiri) dan error *yield*(kanan) dengan *Ensemble* 100.

BAB 5
KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Hasil implementasi metode EnKF yakni dengan memperoleh nilai parameter awal kemudian dilanjutkan tahap prediksi dan koreksi pada model Diebold li dengan data yang diberikan oleh Kementerian Keuangan Republik Indonesia yakni data *yield to maturity* obligasi Indonesia periode Januari 2010 sampai Maret 2018 diperoleh nilai estimasi parameter-parameter *yield* Surat Utang Negara Indonesia yang berbeda untuk setiap kali simulasi. RMSE kurva *yield* memberikan hasil yang bagus yakni errornya kecil, baik waktu jatuh tempo 1 tahun, waktu jatuh tempo 5 tahun, waktu jatuh tempo 10 tahun, ataupun waktu jatuh tempo 20 tahun, akantetapi diantara keempat waktu jatuh tempo tersebut yang sering mengalami paling kecil nilai RMSEnya pada waktu jatuh tempo 1 tahun.

Berdasarkan hasil dari 10 kali simulasi estimasi parameter-paremeter *yield* Surat Utang Negara Indonesia dengan nilai awal parameter untuk waktu jatuh tempo 1 tahun $\beta_1 = 1,0000, \beta_2 = 0,2279, \beta_3 = 0,2147$ dan $\lambda = 0,36092$. Untuk waktu jatuh tempo 5 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 1,0000, \beta_2 = 0,0462, \beta_3 = 0,0462$ dan $\lambda = 0,36092$. Untuk waktu jatuh tempo 10 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 1,0000, \beta_2 = 0,0231, \beta_3 = 0,0231$ dan $\lambda = 0,36092$. Untuk waktu jatuh tempo 20 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 1,0000, \beta_2 = 0,0115, \beta_3 = 0,0115$ dan $\lambda = 0,36092$. Didapat nilai akhir estimasi parameter untuk waktu jatuh tempo 1 tahun $\beta_1 = 4,3243, \beta_2 = 3,1262, \beta_3 = 1,2311$ dan $\lambda = 1,5970$. Untuk waktu jatuh tempo 5 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 2,7571, \beta_2 = 7,2430, \beta_3 = 8,0308$ dan $\lambda = -0,1480$. Untuk waktu jatuh tempo 10 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 6,6779, \beta_2 = 2,4449, \beta_3 = 2,5524$ dan $\lambda = 1,2849$. Untuk waktu jatuh tempo 20 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 7,3391, \beta_2 = 0,9383, \beta_3 = -0,2702$ dan $\lambda = 0,9609$.

Menghasilkan nilai rata-rata RMSE yang berbeda sebagai berikut untuk waktu jatuh tempo 1 tahun nilai rata-rata RMSE-nya sebesar 0,0386, waktu jatuh tempo 5 tahun nilai rata-rata RMSE-nya sebesar 0,1989, waktu jatuh tempo 10 tahun nilai rata-rata RMSE-nya sebesar 0,0788, dan waktu jatuh tempo 20 tahun nilai rata-rata RMSE-nya sebesar 0,088.

Dilakukan 10 kali simulasi lagi dengan nilai $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ dibuat sama, hanya saja untuk lambda dibuat menjadi $\lambda = 0,1203$. Didapat nilai akhir estimasi parameter untuk waktu jatuh tempo 1 tahun $\beta_1 = 4,3366, \beta_2 = 1,8183, \beta_3 = 0,5652$ dan $\lambda = 0,8000$. Untuk waktu jatuh tempo 5 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 3,6387, \beta_2 = 8,4921, \beta_3 = 2,6630$ dan $\lambda = 0,0907$. Untuk waktu jatuh tempo 10 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 6,6925, \beta_2 = 2,3545, \beta_3 = 2,5629$ dan $\lambda = 1,5954$. Untuk waktu jatuh tempo 20 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 7,3233, \beta_2 = 2,4140, \beta_3 = 1,1769$ dan $\lambda = 0,8313$.

Menghasilkan nilai rata-rata RMSE sebagai berikut untuk waktu jatuh tempo 1 tahun nilai rata-rata RMSE-nya sebesar 0,03384, waktu jatuh tempo 5 tahun nilai rata-rata RMSE-nya sebesar 0,09951, waktu jatuh tempo 10 tahun nilai rata-rata RMSE-nya sebesar 0,06048, dan waktu jatuh tempo 20 tahun nilai rata-rata RMSE-nya sebesar 0,07474.

Dilakukan 10 kali simulasi lagi dengan nilai $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ dibuat sama, hanya saja untuk lambda dibuat menjadi $\lambda = 1,0827$. Didapat nilai akhir estimasi parameter untuk waktu jatuh tempo 1 tahun $\beta_1 = 3,8190, \beta_2 = 1,9585, \beta_3 = 1,8864$ dan $\lambda = 0,8424$. Untuk waktu jatuh tempo 5 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = -1,4724, \beta_2 = 7,3785, \beta_3 = 7,4831$ dan $\lambda = -0,0696$. Untuk waktu jatuh tempo 10 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 6,6841, \beta_2 = 1,8074, \beta_3 = 1,5603$ dan $\lambda = 1,3977$. Untuk waktu jatuh tempo 20 tahun dengan nilai awal $\beta_1 = 7,3417, \beta_2 = 0,8240, \beta_3 = 0,6356$ dan $\lambda = 1,3090$.

Menghasilkan nilai rata-rata RMSE sebagai berikut untuk waktu jatuh tempo 1 tahun nilai rata-rata RMSE-nya sebesar 0,0472, waktu jatuh tempo 5 tahun nilai rata-rata RMSE-nya sebesar 0,4008, waktu jatuh tempo 10 tahun nilai rata-rata RMSE-nya sebesar 0,2374, dan waktu jatuh tempo 20 tahun nilai rata-rata RMSE-nya sebesar 0,1678.

Hasil dari nilai rata-rata RMSE tersebut menunjukkan bahwa *yield* dengan waktu jatuh tempo 1 tahun dan $\lambda = 0,1203$ adalah yang terbaik untuk periode Januari 2010 sampai Maret 2018. Hal tersebut dibuktikan dengan nilai sebesar 0,03384, yang merupakan nilai rata-rata RMSE terkecil dari 10 kali simulasi jika dibandingkan dengan nilai rata-rata RMSE jatuh tempo *yield* yang lainnya, $\lambda = 1,0827$ dan $\lambda = 0,36092$.

5.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian mengenai estimasi parameter-parameter *yield* surat utang negara Indonesia menggunakan metode *Ensemble* kalman filter, dimana dalam penelitian ini ada 4 parameter yang diestimasi yakni β_1,β_2,β_3 dan λ maka peneliti memberikan saran untuk pembaca agar dapat melakukan penelitian tentang Estimasi parameter-parameter *yield* surat utang negara Indonesia pada model Nelson Siegel Svensson yang terdiri dari 6 parameter yakni β_0,β_1,β_2,β_3,τ_1 dan τ_2.

DAFTAR PUSTAKA

Almeida C., Vicente J., Gomes R., Leite A (2007). *Movimentos da Estrutura a Termo e critrios de Minimizao do Erro de Previso em um Modelo Paramtrico Exponencial. Revista Brasileira de Economia*, 62, 4, (2008), 497510.

Cajueiro, O. D., Divino, J. A. e Tabak B. M. (2007). *Forecasting the Yield Curve for Brazil. Working Paper Banco Central do Brasil.*

Diebold, F.X, and Li, (2006), *Forecasting the Term Structure of Government Bond Yields*, *journal of Econometrics*, 130, 337-364.

Diebold, F.X, G.D. Rudebusch, and B. Aruoba (2006), *The Macroeconomy and the Yield Curve: A Dynamic Latent Factor Approach.*, *journal of Econometrics*, 131, 309-338.

Fahmi, I. (2012),**Manajemen Investasi**, Salemba Empat : Jakarta Selatan.

Fatimah, S. (2014),**Implementasi Model Dinamik Nelson Siegel Pada Peramalan Yield To Maturity**, Fakultas Matematika Dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Indonesia.

Hartana, PKRS. (2010). **Pembentukan Kurva Yield Obligasi Pemerintah Berbunga Kupon Tetap Dengan Menggunakan Permodelan Nelson Siegel Svenssons Dan Cubic Spline**. Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia

Kellison, S. G. (2009), **The Theory of Interest**. Third Edition. Singapore: The McGraw-Hill Companies, Inc.

Nugrahini,T (2012), **Perbandingan Metode Kalman Filter dan Metode Ensemble Kalman Filter Dalam Mendeteksi Gangguan Konduksi Panas Pada Batang Logam**, Fakultas Matematika Dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Jember.

Purnomo, K. D. (2008). **Aplikasi Metode Ensemble Kalman Filter pada Model Populasi Plankton**. Tidak Diterbitkan. Tesis. Surabaya: Program Pascasarjana Institut Teknologi Sepuluh November.

Tandelilin, E. (2010), **Portofolio dan Investasi : Teori dan Aplikasi**, Edisi Pertama. Yogyakarta : KANISIUS.

Yu, Wei Choun dan Zivot, Eric. (2011), *Forecasting the term structures of Treasury and corporate yields using dynamic Nelson-Siegel models*, *International Journal of Forecasting* 27, 579-591.

LAMPIRAN

Data yield real

1tahun	5tahun	10tahun	20tahun
6.62	8.38	9.67	10.58
7.47	8.46	9.80	10.69
7.40	8.34	9.31	10.47
7.03	8.15	8.75	9.97
7.01	8.52	8.93	10.11
6.87	8.01	8.49	9.88
6.47	7.63	8.19	9.60
5.97	7.50	8.02	9.06
5.98	7.43	7.92	8.92
5.56	6.53	7.24	8.11
4.63	6.32	7.45	8.66
5.43	6.70	7.57	9.17
5.58	7.49	8.41	9.78
6.65	8.26	8.82	10.08
6.33	7.91	8.33	9.59
6.04	7.01	7.75	9.01
5.73	6.89	7.53	8.84
5.55	6.87	7.44	8.66
4.97	6.64	7.25	8.39
4.21	6.16	6.86	8.01
4.74	6.26	6.99	7.77
5.09	5.85	6.50	7.28
4.87	5.62	6.37	7.33
4.55	5.47	6.11	7.23
4.30	5.13	5.86	6.87
3.56	4.63	5.26	6.18
3.93	5.08	5.81	6.69
3.87	5.15	5.91	6.76
4.16	5.38	6.32	7.05
4.41	5.43	6.33	7.08

4.43	5.34	5.88	6.61
4.72	5.48	5.89	6.63
4.90	5.59	5.94	6.67
4.74	5.44	5.77	6.56
4.34	5.09	5.44	6.29
4.07	4.80	5.23	6.23
3.91	4.62	5.17	6.23
3.80	4.71	5.24	6.22
3.78	4.87	5.41	6.32
3.76	5.00	5.48	6.46
4.03	4.95	5.62	6.57
5.31	5.84	6.57	7.35
6.39	7.07	7.74	8.27
6.60	7.50	8.04	8.51
6.64	7.73	8.32	8.77
5.94	7.15	7.60	8.18
6.28	7.65	8.24	8.86
6.62	8.00	8.50	9.08
6.42	8.04	8.71	9.20
5.91	7.91	8.64	9.25
6.84	7.69	8.02	8.58
6.57	7.55	7.87	8.42
6.51	7.58	7.97	8.54
6.48	7.68	8.06	8.67
6.62	7.77	8.04	8.69
6.85	7.94	8.20	8.85
6.74	7.95	8.16	8.69
6.83	8.01	8.21	8.70
6.45	7.71	7.85	8.29
6.42	7.78	7.94	8.36
6.69	7.37	7.60	7.90
6.33	6.95	7.18	7.43
6.44	7.18	7.36	7.68
6.56	7.36	7.42	7.78
7.07	7.87	8.01	8.31
7.10	8.30	8.42	8.59
6.80	8.16	8.30	8.53

```
7.05   8.47   8.66   9.04
7.61   8.95   9.21   9.44
7.44   8.63   8.75   9.04
7.32   8.50   8.62   8.90
7.33   8.61   8.65   8.86
7.00   8.53   8.56   8.82
5.78   7.87   8.06   8.43
6.75   7.46   7.79   8.24
6.60   7.28   7.51   7.80
6.57   7.46   7.76   7.97
6.60   7.42   7.62   7.86
6.33   6.89   7.06   7.43
6.17   6.67   6.90   7.34
6.22   6.73   6.95   7.37
6.25   6.93   7.10   7.55
6.64   7.58   7.75   8.17
6.84   7.63   7.89   8.15
6.61   7.33   7.66   8.10
6.62   7.26   7.56   8.13
6.47   7.09   7.30   7.91
6.18   6.77   7.07   7.70
6.27   6.74   7.04   7.75
6.17   6.69   6.88   7.57
6.15   6.81   6.97   7.71
5.93   6.58   6.86   7.45
5.55   6.07   6.47   7.16
5.68   6.28   6.64   7.33
5.54   6.25   6.63   7.25
5.35   6.04   6.47   7.19
4.98   5.76   6.22   6.96
5.10   5.81   6.36   7.09
5.38   6.10   6.74   7.37

%=====================================================================%
```

Data yield estimasi 10 kali simulasi dengan lambda 0,36092

1tahun	5tahun	10tahun	20tahun
6.2344	6.8827	8.7210	9.5779
7.3698	8.4609	9.7575	10.6904
7.4197	8.3354	9.3107	10.4690
7.0319	8.1642	8.7503	9.9699
7.0100	8.5135	8.9293	10.1092
6.8744	8.0082	8.4917	9.8807
6.4828	7.6295	8.1925	9.5998
5.9886	7.4994	8.0230	9.0613
5.9776	7.4307	7.9248	8.9310
5.5792	6.5312	7.2747	8.2265
4.6699	6.3192	7.4712	8.6189
5.3894	6.7002	7.5658	9.1170
5.5707	7.4890	8.3416	9.7262
6.6057	8.2605	8.7878	10.0502
6.3485	7.9099	8.3372	9.6281
6.0514	7.0107	7.7745	9.0620
5.7429	6.8892	7.5872	8.8583
5.5607	6.8712	7.4599	8.6759
5.0004	6.6396	7.2694	8.4160
4.2497	6.1614	6.8976	8.0428
4.7087	6.2585	6.9839	7.7942
5.0670	5.8517	6.5374	7.3315
4.8832	5.6195	6.3844	7.3311
4.5674	5.4710	6.1379	7.2397
4.3148	5.1295	5.8896	6.9056
3.6073	4.6309	5.3353	6.2404
3.9182	5.0776	5.7625	6.6515
3.8723	5.1516	5.8978	6.7502
4.1382	5.3782	6.2822	7.0190
4.3910	5.4313	6.3234	7.0748
4.4274	5.3395	5.9226	6.6542
4.7036	5.4805	5.8938	6.6323

4.8870	5.5893	5.9362	6.6672
4.7484	5.4411	5.7844	6.5706
4.3660	5.0898	5.4675	6.3182
4.0938	4.8006	5.2553	6.2374
3.9260	4.6193	5.1775	6.2307
3.8093	4.7099	5.2356	6.2210
3.7818	4.8699	5.3969	6.3133
3.7612	4.9995	5.4730	6.4490
4.0144	4.9499	5.6083	6.5547
5.2412	5.8382	6.4837	7.2723
6.3419	7.0697	7.6262	8.1782
6.5899	7.5001	8.0022	8.4765
6.6385	7.7297	8.2910	8.7441
5.9709	7.1507	7.6577	8.2328
6.2654	7.6486	8.1911	8.8128
6.6054	8.0013	8.4687	9.0556
6.4296	8.0392	8.6919	9.1863
5.9319	7.9118	8.6414	9.2449
6.8004	7.6896	8.0618	8.6375
6.5856	7.5504	7.8921	8.4380
6.5120	7.5788	7.9622	8.5300
6.4812	7.6809	8.0528	8.6567
6.6122	7.7685	8.0395	8.6864
6.8392	7.9411	8.1850	8.8309
6.7455	7.9491	8.1616	8.7018
6.8261	8.0111	8.2061	8.6999
6.4655	7.7099	7.8802	8.3303
6.4208	7.7807	7.9373	8.3581
6.6767	7.3708	7.6267	7.9579
6.3444	6.9499	7.2197	7.4749
6.4346	7.1797	7.3504	7.6597
6.5532	7.3603	7.4153	7.7697
7.0427	7.8692	7.9483	8.2576
7.1002	8.3005	8.3676	8.5597
6.8138	8.1607	8.3037	8.5322
7.0395	8.4697	8.6291	8.9967
7.5879	8.9496	9.1671	9.3948

7.4472	8.6310	8.7741	9.0740
7.3233	8.4994	8.6415	8.9153
7.3289	8.6102	8.6526	8.8649
7.0130	8.5298	8.5679	8.8245
5.8390	7.8715	8.0976	8.4689
6.7071	7.4598	7.8154	8.2607
6.6056	7.2808	7.5415	7.8489
6.5709	7.4585	7.7460	7.9587
6.5986	7.4216	7.6340	7.8674
6.3437	6.8895	7.1057	7.4622
6.1784	6.6713	6.9195	7.3489
6.2169	6.7299	6.9475	7.3681
6.2486	6.9314	7.0884	7.5332
6.6220	7.5790	7.6947	8.0619
6.8323	7.6320	7.8727	8.1415
6.6205	7.3291	7.6768	8.1031
6.6193	7.2606	7.5685	8.1274
6.4769	7.0897	7.3315	7.9285
6.1951	6.7714	7.1008	7.7216
6.2662	6.7394	7.0486	7.7473
6.1743	6.6914	6.8913	7.5881
6.1512	6.8083	6.9613	7.6996
5.9394	6.5816	6.8686	7.4773
5.5707	6.0691	6.5013	7.1931
5.6741	6.2807	6.6279	7.3195
5.5463	6.2501	6.6287	7.2558
5.3590	6.0400	6.4845	7.1953
4.9993	5.7597	6.2413	6.9821
5.0965	5.8096	6.3499	7.0792
5.3632	6.0992	6.7046	7.3488

Hasil 10 kali simulasi nilai Estimasi parameter-parameter yield Surat Utang Negara Indonesia dengan lambda 0,36092 untuk jatuh tempo 1 tahun

Beta1	Beta2	Beta3	lambda
3.7955	2.9262	0.0500	1.0106
4.9513	3.8168	0.3812	0.1111
4.7565	3.5970	0.2930	0.4697
4.7385	3.5890	0.2842	0.4957
4.7388	3.5886	0.2839	0.4958
4.7061	3.5480	0.2600	0.5503
4.5920	3.4302	0.2424	0.6727
4.4435	3.3225	0.1783	0.8577
4.4641	3.3415	0.1834	0.8296
4.2658	3.2601	0.1602	0.9851
3.8194	2.9961	0.1240	1.2761
4.1936	3.2100	0.2649	1.0439
4.2696	3.2392	0.2862	0.9816
4.8327	3.4629	0.4709	0.6666
4.6895	3.3422	0.4379	0.8452
4.5967	3.2592	0.4093	0.9298
4.4782	3.1818	0.3697	1.0612
4.3842	3.1378	0.3416	1.0938
4.1430	2.9267	0.2992	1.3303
3.7470	2.7927	0.0341	1.6942
4.0033	2.9618	0.1359	1.5513
4.2175	3.0691	0.1908	1.3618
4.1105	3.0107	0.1510	1.4183
3.9206	2.9443	0.0478	1.5290
3.7505	2.8494	0.0333	1.5937
3.3198	2.5688	-0.0659	1.8435
3.4547	2.6262	-0.0233	1.7532
3.4389	2.6140	-0.0314	1.7668
3.6184	2.6729	-0.0032	1.6614
3.8058	2.7351	0.0328	1.5826

3.8360	2.7521	0.0433	1.5690
4.0072	2.8336	0.1099	1.4771
4.1293	2.8962	0.1198	1.4093
4.0453	2.8695	0.0739	1.4393
3.8343	2.7553	-0.0104	1.5924
3.6636	2.6767	-0.1174	1.7009
3.5446	2.6222	-0.1787	1.7559
3.4463	2.5837	-0.1939	1.7839
3.4182	2.5705	-0.1988	1.7944
3.4007	2.5616	-0.2033	1.8001
3.5629	2.6545	-0.1671	1.7185
4.3482	3.0883	0.0495	1.2937
5.0477	3.4208	0.1839	0.9931
5.1577	3.4638	0.2156	0.9235
5.1717	3.4688	0.2201	0.9148
4.9193	3.2243	0.1584	1.1735
5.0845	3.3032	0.1678	1.0715
5.2447	3.3733	0.1956	0.9301
5.1542	3.3447	0.1695	1.0417
4.9469	3.1688	0.1343	1.2057
5.3686	3.3793	0.2433	0.8203
5.2090	3.2923	0.2136	0.9586
5.1927	3.2857	0.2098	0.9761
5.1799	3.2770	0.2093	0.9860
5.2462	3.3121	0.2405	0.9444
5.3554	3.3801	0.2375	0.8705
5.3060	3.3519	0.2253	0.9137
5.3499	3.3813	0.2324	0.8836
5.1820	3.2853	0.2142	1.0236
5.1735	3.2792	0.2113	1.0327
5.3003	3.3621	0.2391	0.9457
5.1352	3.2816	0.2110	1.0857
5.1960	3.3207	0.2122	1.0497
5.2489	3.3396	0.2413	0.9977
5.4683	3.4738	0.3522	0.8355
5.4659	3.4748	0.3545	0.8363
5.3414	3.3778	0.3259	0.9281

5.4465	3.4401	0.3522	0.8275
5.6619	3.5806	0.3673	0.6246
5.5641	3.5023	0.3524	0.7103
5.5357	3.4756	0.3345	0.7424
5.5417	3.4808	0.3353	0.7316
5.4157	3.3704	0.3186	0.8416
5.0284	2.8424	0.1893	1.2362
5.4872	3.0988	0.2002	0.9607
5.4220	3.0569	0.1927	1.0190
5.4071	3.0497	0.1870	1.0250
5.4217	3.0569	0.1940	1.0161
5.3006	2.9916	0.1691	1.1275
5.2248	2.9386	0.1486	1.1826
5.2408	2.9525	0.1551	1.1653
5.2559	2.9605	0.1610	1.1531
5.4598	3.0722	0.1812	1.0136
5.5572	3.1519	0.1876	0.9602
5.4793	3.0732	0.1600	1.0519
5.4829	3.0757	0.1595	1.0483
5.4240	3.0201	0.1410	1.1046
5.2776	2.9402	0.0751	1.1966
5.3207	2.9581	0.0812	1.1713
5.2666	2.9380	0.0649	1.2035
5.2561	2.9285	0.0622	1.2100
5.1424	2.8539	0.0284	1.2783
4.9222	2.7672	-0.0250	1.4226
4.9801	2.7897	-0.0054	1.3917
4.9154	2.7463	-0.0457	1.4356
4.7913	2.7001	-0.0882	1.4943
4.5575	2.5821	-0.1532	1.5954
4.5995	2.5999	-0.1438	1.5718
4.7889	2.6709	-0.1391	1.4830

Data yield estimasi 10 kali simulasi dengan lambda 0,1203

1tahun	5tahun	10tahun	20tahun
6.3762	7.3844	9.0890	9.7074
7.4646	8.4597	9.7996	10.6902
7.4052	8.3372	9.3080	10.4695
7.0395	8.1515	8.7545	9.9707
7.0070	8.5156	8.9238	10.1080
6.8764	8.0126	8.5099	9.8814
6.4799	7.6254	8.1676	9.5996
5.9844	7.5030	8.0432	9.0601
5.9763	7.4268	7.8784	8.9208
5.5751	6.5313	7.2572	8.1126
4.6698	6.3167	7.4357	8.6597
5.3899	6.7013	7.5679	9.1607
5.5771	7.4871	8.4025	9.7796
6.6052	8.2609	8.8292	10.0795
6.3475	7.9080	8.3276	9.5902
6.0449	7.0111	7.7573	9.0107
5.7423	6.8877	7.5271	8.8406
5.5557	6.8712	7.4410	8.6605
4.9944	6.6392	7.2528	8.3937
4.2475	6.1609	6.8683	8.0277
4.7096	6.2591	6.9922	7.8344
5.0729	5.8514	6.5157	7.3393
4.8797	5.6190	6.3959	7.3343
4.5648	5.4708	6.1456	7.2401
4.3139	5.1300	5.8887	6.9027
3.6091	4.6303	5.3034	6.2345
3.9142	5.0789	5.7584	6.6417
3.8718	5.1509	5.8986	6.7460
4.1435	5.3797	6.2677	7.0237
4.3938	5.4306	6.3229	7.0732
4.4273	5.3396	5.9153	6.6454
4.7005	5.4802	5.8957	6.6334

4.8909	5.5898	5.9358	6.6671
4.7456	5.4403	5.7838	6.5708
4.3628	5.0900	5.4617	6.3130
4.0853	4.8000	5.2491	6.2376
3.9230	4.6199	5.1783	6.2307
3.8063	4.7101	5.2354	6.2210
3.7812	4.8702	5.3920	6.3109
3.7614	4.9997	5.4713	6.4488
4.0168	4.9496	5.6077	6.5576
5.2363	5.8387	6.4882	7.2860
6.3411	7.0696	7.6564	8.1989
6.5907	7.4996	8.0061	8.5045
6.6404	7.7301	8.3000	8.7698
5.9694	7.1505	7.6174	8.1811
6.2594	7.6492	8.2222	8.8580
6.6053	8.0006	8.4889	9.0806
6.4315	8.0397	8.7064	9.2003
5.9349	7.9104	8.6415	9.2503
6.7985	7.6901	8.0268	8.5807
6.5871	7.5503	7.8787	8.4202
6.5108	7.5797	7.9735	8.5394
6.4809	7.6802	8.0582	8.6701
6.6119	7.7702	8.0397	8.6897
6.8416	7.9399	8.1920	8.8492
6.7445	7.9498	8.1589	8.6902
6.8257	8.0105	8.2074	8.7001
6.4689	7.7103	7.8604	8.2911
6.4188	7.7798	7.9446	8.3602
6.6762	7.3701	7.6191	7.9015
6.3446	6.9496	7.2258	7.4371
6.4348	7.1802	7.3598	7.6912
6.5554	7.3598	7.4157	7.7820
7.0437	7.8700	7.9609	8.2814
7.1020	8.3002	8.3777	8.5736
6.8095	8.1600	8.2988	8.5291
7.0411	8.4696	8.6416	9.0365
7.5907	8.9498	9.1784	9.4406

7.4501	8.6304	8.7539	9.0408
7.3220	8.5000	8.6237	8.8998
7.3288	8.6100	8.6521	8.8601
7.0122	8.5295	8.5640	8.8199
5.8329	7.8707	8.0882	8.4305
6.6954	7.4599	7.8178	8.2410
6.6100	7.2811	7.5460	7.8063
6.5704	7.4593	7.7500	7.9842
6.5988	7.4200	7.6293	7.8750
6.3454	6.8906	7.1010	7.4711
6.1770	6.6701	6.9246	7.3627
6.2167	6.7300	6.9495	7.3698
6.2477	6.9300	7.0870	7.5334
6.6214	7.5794	7.6930	8.1233
6.8303	7.6309	7.8689	8.1433
6.6226	7.3293	7.6733	8.1021
6.6188	7.2601	7.5711	8.1286
6.4766	7.0899	7.3285	7.9270
6.1971	6.7700	7.0955	7.7252
6.2663	6.7401	7.0460	7.7492
6.1756	6.6901	6.8963	7.5863
6.1509	6.8097	6.9645	7.7016
5.9401	6.5803	6.8690	7.4759
5.5639	6.0702	6.4998	7.1869
5.6714	6.2797	6.6310	7.3202
5.5468	6.2504	6.6298	7.2548
5.3592	6.0404	6.4835	7.1954
5.0071	5.7597	6.2459	6.9875
5.0957	5.8101	6.3518	7.0819
5.3664	6.1000	6.7039	7.3439

Hasil 10 kali simulasi nilai Estimasi parameter-parameter yield Surat Utang Negara Indonesia dengan lambda 0.1203 untuk jatuh tempo 1 tahun

Beta1	Beta2	Beta3	lambda
6.3167	7.3449	9.2014	9.9658
7.4818	8.4602	9.8016	10.6901
7.3916	8.3369	9.3075	10.4699
7.0436	8.1520	8.7516	9.9710
7.0037	8.5166	8.9278	10.1091
6.8766	8.0109	8.4913	9.8808
6.4764	7.6260	8.1892	9.5995
5.9801	7.5020	8.0207	9.0607
5.9754	7.4260	7.9197	8.9201
5.5754	6.5316	7.2410	8.1124
4.6522	6.3174	7.4490	8.6588
5.3867	6.7009	7.5701	9.1643
5.5796	7.4870	8.4085	9.7794
6.6092	8.2615	8.8202	10.0801
6.3468	7.9083	8.3307	9.5906
6.0418	7.0115	7.7502	9.0103
5.7384	6.8883	7.5297	8.8403
5.5531	6.8708	7.4404	8.6611
4.9889	6.6390	7.2500	8.3935
4.2401	6.1610	6.8612	8.0221
4.7159	6.2590	6.9894	7.8202
5.0776	5.8509	6.5014	7.3474
4.8806	5.6195	6.3714	7.3404
4.5606	5.4702	6.1128	7.2402
4.3108	5.1298	5.8652	6.9061
3.5899	4.6306	5.2938	6.2498
3.9122	5.0794	5.8217	6.6474
3.8732	5.1504	5.9074	6.7512
4.1423	5.3796	6.2894	7.0170
4.3983	5.4301	6.3212	7.0742

4.4298	5.3394	5.9128	6.6657
4.7037	5.4801	5.8984	6.6333
4.8928	5.5897	5.9379	6.6673
4.7474	5.4402	5.7835	6.5705
4.3653	5.0898	5.4725	6.3224
4.0819	4.8003	5.2541	6.2366
3.9185	4.6197	5.1815	6.2314
3.8054	4.7101	5.2378	6.2214
3.7814	4.8703	5.3944	6.3097
3.7604	4.9997	5.4722	6.4450
4.0148	4.9497	5.6082	6.5585
5.2534	5.8386	6.4654	7.2821
6.3554	7.0702	7.6332	8.1847
6.5987	7.4995	8.0186	8.4822
6.6388	7.7300	8.3172	8.7443
5.9615	7.1506	7.6027	8.2247
6.2582	7.6496	8.2376	8.8068
6.6131	8.0001	8.4985	9.0505
6.4278	8.0396	8.7091	9.1871
5.9224	7.9113	8.6399	9.2445
6.8096	7.6891	8.0213	8.6324
6.5890	7.5502	7.8713	8.4553
6.5058	7.5799	7.9696	8.5343
6.4818	7.6806	8.0591	8.6544
6.6144	7.7696	8.0398	8.6868
6.8438	7.9407	8.1993	8.8374
6.7438	7.9500	8.1596	8.7001
6.8261	8.0103	8.2099	8.7001
6.4598	7.7093	7.8515	8.3264
6.4163	7.7810	7.9404	8.3604
6.6830	7.3696	7.6030	7.9464
6.3436	6.9500	7.1855	7.4860
6.4323	7.1797	7.3661	7.6624
6.5579	7.3601	7.4235	7.7695
7.0509	7.8695	7.9865	8.2635
7.1038	8.3001	8.4089	8.5635
6.8094	8.1598	8.3002	8.5320

7.0409	8.4698	8.6585	8.9962
7.5996	8.9494	9.2085	9.3855
7.4503	8.6304	8.7510	9.0683
7.3179	8.4994	8.6198	8.9153
7.3299	8.6100	8.6497	8.8654
7.0097	8.5297	8.5611	8.8242
5.8133	7.8705	8.0622	8.4619
6.7097	7.4600	7.7920	8.2626
6.6150	7.2804	7.5149	7.8392
6.5660	7.4598	7.7616	7.9572
6.5997	7.4202	7.6242	7.8693
6.3380	6.8899	7.0807	7.4731
6.1732	6.6695	6.9283	7.3533
6.2172	6.7303	6.9648	7.3686
6.2497	6.9300	7.0890	7.5313
6.6265	7.5795	7.7014	8.0925
6.8368	7.6304	7.8733	8.1441
6.6215	7.3296	7.6681	8.1051
6.6173	7.2604	7.5700	8.1280
6.4765	7.0896	7.3231	7.9270
6.1881	6.7703	7.0952	7.7270
6.2642	6.7396	7.0482	7.7486
6.1731	6.6904	6.8983	7.5859
6.1495	6.8100	6.9673	7.6994
5.9392	6.5803	6.8699	7.4774
5.5644	6.0707	6.5106	7.1890
5.6740	6.2803	6.6323	7.3214
5.5479	6.2498	6.6297	7.2570
5.3573	6.0402	6.4837	7.1957
4.9929	5.7602	6.2385	6.9819
5.0926	5.8097	6.3502	7.0811
5.3641	6.1002	6.7041	7.3453

Data yield estimasi 10 kali simulasi
dengan lambda 1.0827

1tahun	5tahun	10tahun	20tahun
6.2230	3.5112	8.9225	9.8588
7.4200	8.4604	9.7781	10.6080
7.4069	8.3371	9.3279	10.4834
7.0476	8.1835	8.7497	10.0155
7.0100	8.5053	8.9247	10.0988
6.8755	8.0089	8.4968	9.8972
6.4878	7.6294	8.2063	9.6234
5.9918	7.5015	8.0536	9.1176
5.9779	7.4289	7.9368	8.9419
5.5843	6.5327	7.2998	8.1926
4.6719	6.3178	7.4428	8.6262
5.3823	6.7016	7.5571	9.1172
5.5697	7.4862	8.3067	9.7289
6.5854	8.2643	8.7573	10.0518
6.3433	7.9076	8.3600	9.6291
6.0544	7.0185	7.8078	9.0631
5.7452	6.8832	7.5618	8.8634
5.5586	6.9876	7.4515	8.6781
5.0005	6.6380	7.2677	8.4134
4.2581	6.1954	6.8926	8.0427
4.7128	6.2396	6.9821	7.7946
5.0610	5.8497	6.5478	7.3404
4.8825	5.6242	6.3880	7.3315
4.5682	5.4663	6.1376	7.2393
4.3184	5.1420	5.8890	6.9070
3.6014	4.6170	5.3496	6.2504
3.9121	5.0995	5.7735	6.6454
3.8718	5.1497	5.8934	6.7510
4.1383	5.3830	6.2825	7.0169
4.3918	5.4275	6.3227	7.0745
4.4274	5.3459	5.9197	6.6656
4.6983	5.4723	5.8933	6.6329

4.8868	5.7292	5.9355	6.6671
4.7484	5.4396	5.7851	6.5705
4.3782	5.0934	5.4727	6.3229
4.0893	4.7977	5.2531	6.2361
3.9239	4.6281	5.1805	6.2312
3.8081	4.7034	5.2368	6.2214
3.7824	4.8850	5.3935	6.3093
3.7609	4.9992	5.4723	6.4454
4.0108	4.9584	5.6079	6.5584
5.2346	5.8277	6.4628	7.2820
6.3217	7.0694	7.6235	8.1823
6.5802	7.4679	7.9994	8.4829
6.6388	7.7298	8.2971	8.7431
5.9765	7.1362	7.6362	8.2293
6.2588	7.6497	8.2074	8.8014
6.5991	7.9759	8.4771	9.0507
6.4291	8.0399	8.6951	9.1872
5.9336	7.8880	8.6400	9.2448
6.7944	7.6891	8.0307	8.6474
6.5852	7.5335	7.8944	8.4443
6.5125	7.5797	7.9812	8.5315
6.4813	7.6685	8.0563	8.6531
6.6125	7.7694	8.0403	8.6873
6.8362	7.9260	8.1910	8.8365
6.7446	7.9497	8.1601	8.7012
6.8257	7.9975	8.2068	8.6997
6.4660	7.7088	7.8767	8.3305
6.4210	7.7686	7.9399	8.3573
6.6766	7.3689	7.6272	7.9486
6.3502	6.9436	7.2157	7.4833
6.4345	7.1778	7.3543	7.6616
6.5539	7.3522	7.4158	7.7696
7.0377	7.8683	7.9610	8.2619
7.0979	8.2869	8.3774	8.5644
6.8207	8.1594	8.3011	8.5327
7.0378	8.4611	8.6292	8.9954
7.5834	8.9489	9.1604	9.3854

7.4529	8.6195	8.7583	9.0737
7.3256	8.4991	8.6313	8.9143
7.3286	8.5983	8.6580	8.8648
7.0180	8.5292	8.5679	8.8240
5.8424	7.8639	8.1046	8.4638
6.7015	7.4591	7.8362	8.2612
6.6076	7.2789	7.5396	7.8390
6.5717	7.4591	7.7448	7.9561
6.5977	7.4247	7.6310	7.8698
6.3423	6.8945	7.1091	7.4746
6.1789	6.6669	6.9172	7.3523
6.2167	6.7404	6.9488	7.3683
6.2484	6.9234	7.0858	7.5304
6.6203	7.5781	7.6939	8.0883
6.8298	7.6252	7.8733	8.1458
6.6279	7.3280	7.6791	8.1061
6.6198	7.2607	7.5719	8.1277
6.4789	7.0915	7.3222	7.9274
6.1950	6.7702	7.0931	7.7265
6.2648	6.7397	7.0457	7.7476
6.1735	6.6907	6.8989	7.5856
6.1510	6.8091	6.9656	7.6985
5.9432	6.5842	6.8717	7.4787
5.5734	6.0679	6.5138	7.1886
5.6761	6.2883	6.6280	7.3209
5.5486	6.2417	6.6294	7.2573
5.3608	6.0473	6.4841	7.1956
5.0004	5.7595	6.2387	6.9830
5.0933	5.8168	6.3496	7.0803
5.3597	6.0937	6.7024	7.3448

Hasil 10 kali simulasi nilai Estimasi parameter-parameter yield Surat Utang Negara Indonesia dengan lambda 1.0827 untuk jatuh tempo 1 tahun

Beta1	Beta2	Beta3	lambda
4.1782	2.6218	1.6774	0.3375
4.6130	3.1049	1.7327	0.1196
4.5480	3.0557	1.7398	0.1671
4.4336	2.8909	1.7197	0.2630
4.4364	2.8932	1.7211	0.2610
4.3685	2.8380	1.7080	0.2898
4.1896	2.6956	1.7058	0.4097
3.9513	2.5410	1.6453	0.5503
3.9734	2.5561	1.6489	0.5427
3.7721	2.3755	1.6373	0.6425
3.2755	2.0097	1.5873	0.9160
3.7415	2.2745	1.7260	0.7895
3.8479	2.3244	1.7595	0.7238
4.4485	2.7277	1.8029	0.5000
4.2792	2.5962	1.7954	0.5577
4.1204	2.4880	1.7895	0.6431
3.9673	2.3633	1.7629	0.7229
3.8664	2.3028	1.7188	0.7688
3.5530	2.0535	1.6744	0.8844
3.0597	1.7626	1.5887	1.0135
3.3035	1.9621	1.6725	0.8892
3.4717	2.1186	1.7635	0.7568
3.3556	2.0289	1.7140	0.8088
3.1658	1.9227	1.6391	0.8879
3.0153	1.8154	1.6332	0.9345
2.5779	1.5251	1.4577	1.1129
2.7663	1.6503	1.5380	1.0602
2.7479	1.6365	1.5304	1.0654
2.9388	1.7157	1.5783	1.0195

3.1041	1.8168	1.6074	0.9625
3.1288	1.8316	1.6110	0.9501
3.3144	1.9386	1.6335	0.9219
3.4660	1.9998	1.6433	0.8997
3.3811	1.9472	1.6211	0.9210
3.1927	1.7267	1.5221	0.9654
2.9917	1.5823	1.4506	0.9938
2.8638	1.5206	1.4117	1.0294
2.7843	1.4709	1.3916	1.0409
2.7608	1.4627	1.3861	1.0496
2.7471	1.4540	1.3816	1.0538
2.9057	1.5599	1.4314	1.0062
3.6327	2.0926	1.8309	0.7634
4.2520	2.6414	1.9878	0.6961
4.4473	2.7395	2.0004	0.5862
4.4561	2.7476	2.0032	0.5855
4.1145	2.4462	1.9249	0.7356
4.2961	2.5527	1.9487	0.6654
4.4836	2.6876	1.9612	0.5893
4.3939	2.5932	1.9190	0.6223
4.0928	2.4255	1.8883	0.7507
4.5626	2.8212	1.9693	0.4726
4.4107	2.6582	1.9467	0.5295
4.3726	2.6219	1.9457	0.5399
4.3573	2.6084	1.9366	0.5453
4.4396	2.6473	1.9582	0.5136
4.5516	2.7346	1.9872	0.4625
4.4964	2.6894	1.9862	0.4924
4.5436	2.7215	1.9957	0.4630
4.3470	2.5826	1.9706	0.5867
4.3438	2.5811	1.9702	0.5883
4.4926	2.6703	2.0277	0.5269
4.3216	2.4942	1.9978	0.6037
4.3703	2.5336	2.0132	0.5840
4.4310	2.5884	2.0189	0.5565
4.7168	2.7727	2.0748	0.4668
4.7372	2.7874	2.0791	0.4620

4.5911	2.6651	2.0864	0.5343
4.6974	2.7705	2.1251	0.4540
4.9780	2.9620	2.1930	0.3116
4.8940	2.8717	2.1745	0.3743
4.8394	2.8342	2.1620	0.4079
4.8492	2.8409	2.1643	0.4039
4.6581	2.7274	2.1501	0.4557
4.0531	2.1801	2.0219	0.6765
4.5176	2.6163	2.0170	0.4795
4.4436	2.5696	2.0082	0.5146
4.4300	2.5575	2.0066	0.5200
4.4463	2.5692	2.0077	0.5157
4.3079	2.4555	1.9740	0.5682
4.2377	2.3821	1.9546	0.6315
4.2697	2.4011	1.9651	0.6119
4.2830	2.4136	1.9698	0.6088
4.5232	2.5368	2.0159	0.5349
4.6288	2.6206	2.0438	0.5029
4.5143	2.5294	2.0417	0.5475
4.5132	2.5240	2.0407	0.5470
4.4292	2.4754	2.0153	0.5828
4.2593	2.3820	1.9965	0.6492
4.3093	2.4186	1.9977	0.6334
4.2635	2.3740	1.9802	0.6572
4.2508	2.3676	1.9790	0.6581
4.1226	2.2734	1.9744	0.6830
3.9188	2.0655	1.9272	0.7217
3.9593	2.1027	1.9545	0.7104
3.8800	2.0483	1.9235	0.7145
3.7562	1.9743	1.8827	0.7429
3.5641	1.8057	1.8209	0.8622
3.6244	1.8616	1.8327	0.8542
3.8190	1.9585	1.8864	0.8424

BIODATA PENULIS

"Bermanfaat untuk Orang Lain". Tak terasa waktu berlalu begitu cepat sehingga tercipta secuil ilmu yang tertuang dalam bentuk narasi berupa buku tesis. Luqman Affandi, merupakan sehelai nama yang diberikan oleh kedua orang tua saya pada 14 Desember 1991. Seiring berjalannya waktu dan masa mencari jati diri, penulis mengembangkan pengetahuan dan keilmuan di rumah belajar. Penulis menempuh jenjang pendidikan secara formal di MI Taswirul Affkar (1998-2004), SMP Wachid Hasyim 1 Surabaya (2004-2007) dan SMA Negeri 19 Surabaya (2007-2010). Penulis berharap menjadi seorang yang lebih baik di bidang pendidikan formal, sehingga melanjutkan belajar di Perguruan Tinggi Negeri Universitas Negeri Surabaya dengan mengambil Program Sarjana (2010-2016). Ketika menjalankan program S1, penulis mendalami bidang Matematika Terapan. Harapan untuk menempuh pendidikan yang lebih bermanfaat terwujud ketika penulis mengambil program Magister Matematika di Institut Teknologi Sepuluh Nopember (2016-2018). Ketika mengambil program S2, penulis mengambil serta menekuni keilmuan matematika di bidang matematika terapan. Semoga penelitian tersebut dapat bermanfaat bagi pembaca dan peniliti selanjutnya. Penulis terbuka mengenai informasi Tesis ini, apabila ada saran, kritik, atau pertanyaan dapat berkomunikasi melalui luqmanaffandi@rocketmail.com