



TUGAS AKHIR - SM0141501

**KENDALI SUDUT HALUAN KAPAL UNTUK  
PELACAKAN LINTASAN DUBINS DENGAN  
HALANGAN STATIS MENGGUNAKAN METODE  
MODEL PREDICTIVE CONTROL**

IRATDYA WINGGARI  
NRP 0611144000081

Dosen Pembimbing:  
Tahiyatul Asfihani, S.Si, M.Si  
Dr. Dieky Adzkiya, S.Si, M.Si

DEPARTEMEN MATEMATIKA  
Fakultas Matematika Komputasi dan Sains Data  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember  
Surabaya 2018





FINAL PROJECT - SM141501

**CONTROL OF SHIP HEADING FOR DUBINS  
PATH TRACKING WITH STATIC OBSTACLE  
USING MODEL PREDICTIVE CONTROL**

IRATDYA WINGGARI  
NRP 0611144000081

Supervisors:  
Tahiyatul Asfihani, S.Si, M.Si  
Dr. Dieky Adzkiya, S.Si, M.Si

DEPARTMENT OF MATHEMATICS  
Faculty of Computations Mathematics and Data Sciences  
Sepuluh Nopember Institute of Technology  
Surabaya 2018

**LEMBAR PENGESAHAN**

**KENDALI SUDUT HALUAN KAPAL UNTUK  
PELACAKAN LINTASAN DUBINS DENGAN  
HALANGAN STATIS MENGGUNAKAN  
METODE MODEL PREDICTIVE CONTROL**

***CONTROL OF SHIP HEADING FOR  
DUBINS PATH TRACKING WITH STATIC  
OBSTACLE USING MODEL PREDICTIVE  
CONTROL***

Diajukan Untuk Memenuhi Salah Satu Syarat  
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains  
Pada Bidang Studi Matematika Terapan  
Program Studi S-1 Departemen Matematika  
Fakultas Matematika Komputasi dan Sains Data  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

Oleh:

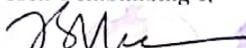
**IRATDYA WINGGARI**  
NRP. 06111440000081

Menyetujui,

Dosen Pembimbing II,

Dosen Pembimbing I,

  
**Dr. Dieky Adzkiya, S.Si, M.Si**  
NIP. 19830517 200812 1 003

  
**Tahiyatul Asthanani, S.Si, M.Si**  
NIP. 19870728 201404 2 001

Mengetahui,  
Kepala Departemen Matematika  
FMKSD ITS

  
**Dr. Tinan Mukhlash, S.Si, MT**  
NIP. 19700831 199403 1 003

Surabaya, Agustus 2018

# KENDALI SUDUT HALUAN KAPAL UNTUK PELACAKAN LINTASAN DUBINS DENGAN HALANGAN STATIS MENGGUNAKAN METODE MODEL PREDICTIVE CONTROL

Nama Mahasiswa : IRATDYA WINGGARI  
NRP : 06111440000081  
Departemen : Matematika FMKSD-ITS  
Pembimbing : 1. Tahiyatul Asfihani, S.Si, M.Si  
2. Dr. Dieky Adzkiya, S.Si, M.Si

## Abstrak

*Kapal perang Korvet Kelas SIGMA adalah kapal perang yang digunakan untuk patroli zona maritim ZEE (Zona Ekonomi Eksekutif), pencarian, dan penyelamatan. pada saat melakukan manuver, jalur pada kapal mempunyai opsi yang banyak dan sering menjumpai satu atau lebih halangan sehingga diperlukan suatu cara menghindari halangan. Oleh karena itu pada penelitian ini dibahas mengenai jalur lintasan terpendek untuk menghindari halangan dengan menggunakan lintasan Dubins sehingga kapal dapat mencapai target dengan jarak seminimal mungkin. Untuk dapat mengikuti Lintasan Dubins, diperlukan suatu kendali sudut haluan kapal (ship heading control) sehingga sistem mampu mengikuti trayektori yang diberikan. Metode yang digunakan dalam menyelesaikan permasalahan ini adalah Model Predictive Control (MPC). Model kapal yang digunakan adalah model error yang merupakan gabungan dari model dinamik dan kinematik kapal.*

*Hasil simulasi menunjukkan bahwa pengendali MPC dapat memandu error sudut hadap kapal dan posisi kapal mendekati nilai acuan. Dari tiga skenario, dan percobaan  $N_p=50,60,70$ , dan  $80$ , performansi terbaik dicapai pada saat  $N_p =50$ , ditinjau dari segi RMSE.*

***Kata-kunci:*** *Model Predictive Control (MPC), model kapal, lintasan Dubins*

# CONTROL OF SHIP HEADING FOR DUBINS PATH TRACKING WITH STATIC OBSTACLE USING MODEL PREDICTIVE CONTROL

Name : IRATDYA WINGGARI  
NRP : 0611144000081  
Department : Mathematics FMKSD-ITS  
Supervisors : 1. Tahiyatul Asfihani, S.Si, M.Si  
2. Dr. Dieky Adzkiya, S.Si, M.Si

## Abstract

*Battleship Corvet SIGMA Class is a warship used to patrol the maritime zone of the EEZ (Executive Economic Zone), search and rescue. when maneuvering, the lane on the ship has many options and often encounters one or more obstacles so that a way is needed to avoid obstacles. Therefore, this study discusses the shortest trajectory path to avoid obstacles using the Dubins trajectory so that the ship can reach the target with a minimum distance. To be able to take part in the Dubins Track, it takes a control of the ship's corner of the ship (ship heading control) so that the system is able to follow the given trajectory. The method used in solving this problem is the Predictive Model Control (MPC). The ship model used is a model of error which is a combination of dynamic and kinematic models of the ship.*

*The simulation results show that the MPC controller can guide the ship's angle of error and the position of the ship is close to the reference value. Of the three scenarios, and experiments  $N_p = 50, 60, 70,$  and  $80,$  the best performance is achieved when  $N_p = 50,$  in terms of RMSE*

**Keywords:** *Model Predictive Control (MPC), ship model, Dubins path*



## KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Wr. Wb.

Alhamdulillahirobbil'aalamiin, segala puji dan syukur penulis panjatkan ke hadirat Allah SWT yang telah memberikan limpahan rahmat, taufik serta hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir yang berjudul

### **”KENDALI SUDUT HALUAN KAPAL UNTUK PELACAKAN LINTASAN DUBINS DENGAN HALANGAN STATIS MENGGUNAKAN METODE MODEL PREDICTIVE CONTROL ”**

sebagai salah satu syarat kelulusan Program Sarjana Departemen Matematika FMKSD Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya.

Tugas Akhir ini dapat terselesaikan dengan baik berkat bantuan dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan ucapan terima kasih dan penghargaan kepada:

1. Bapak Dr. Imam Mukhlash, S.Si, MT selaku Kepala Departemen Matematika ITS yang telah memberikan dukungan dan motivasi selama perkuliahan hingga terselesaikannya Tugas Akhir ini.
2. Ibu Tahiyatul Asfihani, S.Si, M.Si dan Bapak Dr. Dieky Adzkiya, S.Si, M.Si selaku dosen pembimbing atas segala bimbingan dan motivasinya kepada penulis sehingga dapat terselesaikan dengan baik.
3. Bapak dan Ibu dosen penguji atas semua saran dan masukan yang telah diberikan.

4. Bapak Drs. Iis Herisman, M.Si selaku koordinator Tugas Akhir.
5. Ibu Endah rokhmati, Ph.D selaku dosen wali yang telah memberikan arahan akademik selama penulis menempuh pendidikan di Departemen Matematika FMKSD ITS.
6. Bapak dan Ibu dosen serta para staf Jurusan Matematika ITS yang tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu.
7. Keluarga tercinta yang selalu mendoakan saya dan keluarga AKSIOM14 yang selalu memberikan semangat dan dukungan agar bisa menyelesaikan Tugas Akhir ini.
8. My best partner Tyara Meyda Ardiana yang selalu memberikan doa dan semangat.

Penulis juga menyadari bahwa dalam pengerjaan ini masih terdapat kekurangan. Oleh sebab itu, kritik dan saran yang bersifat membangun sangat penulis harapkan demi kesempurnaan Tugas Akhir ini. Akhirnya, penulis berharap semoga penulisan ini dapat bermanfaat bagi banyak pihak.

Surabaya, Agustus 2018

Penulis

## DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i	
ABSTRAK	v	
ABSTRACT	vii	
KATA PENGANTAR	ix	
DAFTAR ISI	xi	
DAFTAR GAMBAR	xiii	
DAFTAR TABEL	xv	
DAFTAR SIMBOL	xvii	
BAB I	Pendahuluan	1
1.1	Latar Belakang Masalah .....	1
1.2	Rumusan Masalah .....	3
1.3	Batasan Masalah .....	4
1.4	Tujuan .....	4
1.5	Manfaat .....	5
1.6	Sistematika Penulisan .....	5
BAB II	TINJAUAN PUSTAKA	7
2.1	Penelitian Terdahulu .....	7
2.2	Landasan Teori .....	10
2.2.1	Lintasan Dubins .....	10
2.2.2	Lintasan RSR .....	13
2.2.3	Lintasan LSL .....	16
2.2.4	Lintasan RSL .....	16
2.2.5	Lintasan LSR .....	19
2.2.6	Model Matematika Dinamika Kapal ...	19

2.3	Keterkontrolan .....	26
2.4	Model Predictive Control (MPC) .....	26
2.5	Prediksi <i>State</i> dan Variabel Output .....	30
2.6	Optimasi Fungsi Tujuan .....	32
BAB III	METODE PENELITIAN	35
3.1	Tahapan Penelitian .....	35
3.2	Alur Penelitian .....	37
BAB IV	ANALISIS DAN PEMBAHASAN	41
4.1	Lintasan Dubins dengan Halangan Statis....	41
4.1.1	Lintasan Dubins dengan Satu Halangan Statis .....	42
4.1.2	Lintasan Dubins dengan Dua Halangan Statis .....	46
4.1.3	Perhitungan panjang total lintasan ...	49
4.2	Persamaan Model Matematika pada Kapal ..	51
4.2.1	Model Matematika Dinamika Kapal... ..	51
4.2.2	model matematika kinematika kapal ..	56
4.2.3	Gabungan model matematika kapal ...	58
4.2.4	Uji keterkontrolan .....	60
4.3	Diskritisasi model .....	62
4.4	Desain Kendali dengan Menggunakan <i>Model Predictive Control</i> .....	63
4.4.1	Formulasi Fungsi Objektif .....	64
4.4.2	Formulasi Fungsi Kendala .....	66
4.5	Simulasi .....	71

## DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	lintasan Dubins CLC dan CCC . . . . .	10
Gambar 2.2	lintasan Dubins dengan garis singgung luar . . . . .	11
Gambar 2.3	lintasan Dubins dengan garis singgung dalam . . . . .	11
Gambar 2.4	Enam gerak kapal . . . . .	20
Gambar 2.5	Strategi MPC . . . . .	27
Gambar 2.6	Struktur dasar MPC . . . . .	27
Gambar 3.1	Diagram alir pelacakan lintasan Dubins.	38
Gambar 3.2	Diagram alir Metode Penelitian Tugas Akhir. . . . .	39
Gambar 4.1	lintasan dubins satu halangan . . . . .	42
Gambar 4.2	lintasan dubins satu halangan . . . . .	46
Gambar 4.3	lintasan dubins total . . . . .	49
Gambar 4.4	lintasan dubins dengan sudut awal dan akhir sama . . . . .	72
Gambar 4.5	lintasan dubins melewati satu halangan	73



## DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Notasi pada dinamika kapal . . . . .	20
Tabel 4.1	Data Parameter KRI Corvet Kelas Sigma	52
Tabel 4.2	Koefisien Hidrodinamika Kapal . . . . .	54



## Daftar Simbol

$\dot{x}$	Persamaan ruang keadaan.
$M$	Matriks inersia kapal.
$N$	Matriks keadaan.
$x$	vektor keadaan.
$\delta$	Sudut rudder.
$L$	<i>Length of ship.</i>
$B$	<i>Breadth.</i>
$T$	<i>Draft depth.</i>
$m$	<i>mass of ship</i>
$U$	<i>Velocity.</i>
$C_B$	<i>Coefficient Block.</i>
$X_G$	<i>Nominal x coordinate of gravity.</i>
$Y_{\dot{v}}$	Turunan gaya sway terhadap $\dot{v}$ .
$Y_{\dot{r}}$	Turunan gaya yaw terhadap $\dot{r}$ .
$N_{\dot{v}}$	Turunan gaya sway terhadap $\dot{v}$ .
$N_{\dot{r}}$	Turunan gaya yaw terhadap $\dot{r}$ .
$Y_v$	Turunan gaya sway terhadap $v$ .
$Y_r$	Turunan gaya yaw terhadap $r$ .
$N_v$	Turunan gaya sway terhadap $v$ .
$N_r$	Turunan gaya yaw terhadap $r$ .



# BAB I

## PENDAHULUAN

Pada bab ini dibahas latar belakang yang mendasari penulisan Tugas Akhir. Kemudian didalamnya juga mencakup permasalahan pada topik Tugas Akhir. Kemudian dirumuskan menjadi permasalahan yang diberikan batasan-batasan untuk membatasi pembahasan pada Tugas Akhir ini.

### 1.1 Latar Belakang Masalah

Setiap negara kepulauan di dunia mempunyai lautan yang cukup luas. Indonesia merupakan negara kepulauan terbesar didunia dengan luas wilayah laut Indonesia mencapai dua pertiga dari seluruh wilayah darat Indonesia dan memiliki garis pantai di hampir setiap pulau di Indonesia ( 81.000 km), serta Indonesia berada di daerah equator, antara dua benua Asia dan Australia, antara dua Samudera Pasifik dan Hindia, serta negara-negara Asia Tenggara.[1] Sehingga dalam hal ini diperlukan pertahanan yang kuat untuk menjaga kedaulatan negara, salah satu alat pertahanan tersebut adalah kapal laut. Perkembangan Ilmu pengetahuan dan Teknologi(IPTEK) dalam bidang perkapalan yang cukup pesat, saat ini sangat dimungkinkan adanya sebuah sistem navigasi secara otomatis.

Saat melakukan manuver, gerak kapal mempunyai 6 derajat kebebasan atau degrees of freedom (DOF)[2]. Pergerakan ini berpusat pada tiga sumbu utama, antara lain: sumbu longitudinal (membujur), sumbu transversal (menyamping), dan sumbu vertikal (atas ke bawah). Secara umum gerakan yang dialami sebuah kapal ketika bermanuver

ada dua macam, yaitu gerak translasi dan rotasi. Gerakan pada sumbu longitudinal adalah surge sebagai translasi dan roll sebagai rotasi. Sedangkan pada sumbu transversal adalah sway (translasi) dan pitch (rotasi). Dan heave dan yaw masing-masing sebagai translasi dan rotasi pada sumbu normal bumi [2]. Pada saat kecepatan surge, sway, dan yaw tak terkendali, dapat menghasilkan gerakan lain seperti pitch, heave, dan roll yang dapat menyebabkan guncangan keras dan kerusakan kargo pada kapal. masalah lain juga timbul apabila ada benda tak bergerak yang berada di laut, seperti batu karang, pulau kecil dan lain-lain. kapal harus bisa menghindari dari tabrakan

Untuk menghindari tabrakan dengan benda lain di perlukan panduan dan kendali yang mampu mengarahkan kapal bergerak menuju tujuan yang diinginkan. Sistem navigasi biasanya dibantu dengan Global Positioning System (GPS) yang memberikan letak di permukaan bumi dengan bantuan penyalarsan sinyal satelit. Sistem ini memiliki tujuan untuk menemukan lintasan dari posisi awal ke posisi akhir kapal. Setelah navigasi selesai, sistem selanjutnya adalah sistem panduan. Panduan merupakan proses perencanaan lintasan yang menghasilkan trayektori yang harus diikuti berdasarkan data posisi awal dan posisi akhir hasil navigasi. Pada Tuga Akhir ini, penulis menggunakan lintasan Dubins dengan satu halangan statis. Perencanaan lintasan dapat diperoleh melalui beberapa metode salah satunya lintasan Dubins. Lintasan Dubins adalah lintasan optimal yang memenuhi kelengkungan maksimum terikat antara dua titik dengan orientasi tertentu dalam sebuah bidang baik jalur CLC(Circle-Line-Circle) atau CCC(Circle-Circle-Circle), atau bagian dari keduanya, di mana C merupakan busur lingkaran dan L merupakan garis lurus yang bersinggungan dengan C[3]. Pada metode pencarian

lintasan ini, lintasan dicari dengan membuat trayektori halangan menjadi suatu lingkaran kemudian akan dicari titik singgung antara titik start dengan lingkaran halangan dan titik singgung antara target dan halangan. ada dua cara untuk menentukan lintasan Dubins dalam hal ini, yaitu berlawanan jarum jam dan searah jarum jam, kemudian akan ditentukan lintasan mana yang terdekat. Lintasan Dubins memiliki beberapa kelebihan diantaranya yaitu perencanaan lintasan menggunakan metode ini dapat dinamis untuk semua sudut di semua kuadran baik di titik awal maupun di titik akhir dan lintasan Dubins lebih optimal terhadap waktu karena dapat membangkitkan kelengkungan lintasan[4]. Selain itu, lintasan Dubins tidak membutuhkan banyak waktu dalam perencanaannya sehingga lebih optimal dan efisien serta membutuhkan waktu yang sedikit untuk mencapai target[5]. Oleh karena itu, perencanaan lintasan dilakukan menggunakan lintasan Dubins.

Kemudian untuk metode pengendali yang digunakan adalah MPC Model Predictive Control, berbasis pada kontrol umpan balik (feedback control). Model yang digunakan dalam penelitian ini mempertimbangkan dua derajat kebebasan, yaitu yaw dan sway. Diasumsikan bahwa surge, roll, pitch dan heave tidak mempengaruhi manuver kapal. Selanjutnya dilakukan simulasi dan analisis untuk mendapatkan keakuratan metode yang akan diterapkan pada model kendali gerak Kapal Perang Corvet Kelas Sigma.

## 1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah yang dibahas dalam Tugas Akhir, yaitu:

1. Bagaimana pelacakan lintasan dubins untuk halangan statis

2. Bagaimana penerapan metode MPC untuk lintasan dubins
3. Bagaimana hasil simulasi kendali metode MPC untuk pelacakan lintasan Dubins

### **1.3 Batasan Masalah**

Batasan masalah yang digunakan dalam Tugas Akhir, yaitu:

1. Model matematika manuver kapal adalah model error yang merupakan gabungan dari model dinamik dan kinematik kapal
2. Halangan pada penelitian ini adalah dua halangan statis .
3. Dua halangan tidak bersinggungan dan berpotongan
4. Halangan terletak pada lintasan dubins lurus
5. Kapal yang digunakan pada simulasi adalah Kapal Perang Corvet Kelas SIGMA.

### **1.4 Tujuan**

Tujuan yang ingin dicapai dalam Tugas Akhir, yaitu:

1. Untuk mengetahui bagaimana cara pelacakan lintasan Dubins untuk halangan statis.
2. Mengetahui jarak lintasan terpendek dari hasil simulasi setelah dilakukan penerapan kendali dengan metode MPC.

## 1.5 Manfaat

Manfaat yang diharapkan dari Tugas Akhir, yaitu:

1. Hasil simulasi dapat dipakai sebagai referensi dalam implementasi ke perangkat keras (*Hardware*) sistem kontrol pada kapal Corvet kelas SIGMA.
2. Sebagai rujukan untuk sistem kendali pada kapal tanpa awak.

## 1.6 Sistematika Penulisan

Penulisan disusun dalam lima bab, yaitu:

### 1. BAB I PENDAHULUAN

Bab ini berisi tentang gambaran umum dari penulisan yang meliputi latar belakang, rumusan masalah, Batasan masalah, tujuan, manfaat, dan sistematika penulisan.

### 2. BAB II TINJAUAN PUSTAKA

Bab ini membahas landasan teori yang mendasari penulisan Tugas Akhir. Didalamnya mencakup penelitian terdahulu, kendali pelacakan lintasan Dubins satu halangan statis, persamaan gerak kapal, Model Predictive Control, Diskritisasi dan keterkontrolan.

### 3. BAB III METODE PENELITIAN

Bab ini menjelaskan langkah-langkah yang digunakan dalam penyelesaian masalah pada Tugas Akhir. Disamping itu, dijelaskan pula prosedur dan proses pelaksanaan tiap-tiap langkah yang dilakukan dalam menyelesaikan Tugas Akhir.

### 4. BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini dijelaskan secara detail mengenai

pelacakan lintasan Dubins, Dikritisasi Sistem, keterkontrolan dengan menggunakan teori matematika sistem, peerapan metode MPC pada kapal dan simulasi metode MPC pada kapal.

## 5. BAB V PENUTUP

Bab ini berisi kesimpulan akhir yang diperoleh dari analisis dan pembahasan pada bab sebelumnya serta saran untuk pengembangan penelitian selanjutnya.

## BAB II TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini dibahas landasan teori yang mendasari penulisan Tugas Akhir. Didalamnya mencakup penelitian terdahulu, landasan teori yang meliputi lintasan Dubins dengan halangan, model matematika gerak kapal, diskritisasi sistem serta keterkontrolan.

### 2.1 Penelitian Terdahulu

Dalam penulisan Tugas Akhir ini penulis meninjau dari beberapa penelitian-penelitian sebelumnya yang sesuai dengan topik dan permasalahan yang diambil.

Salah satu penelitian yang digunakan ditulis oleh Li dan Sun pada tahun 2012 dengan judul "*Disturbance Compensating Model Predictive Control With Application to Ship Heading Control*". Pada penelitian ini dijelaskan tentang algoritma DC-MPC yang kinerjanya dibandingkan dengan algoritma MPC yang telah ada sebelumnya. Hasil dari penelitian ini, DC-MPC dapat mengatasi masalah gangguan lingkungan sehingga gerakan kapal dapat dikendalikan sesuai dengan kendala yang telah ditetapkan.[3]

Penelitian selanjutnya dilakukan oleh Sorbo H.E pada tahun 2013 dengan judul "*Vehicle Collision Avoidance System*". Pada penelitian ini dijelaskan tentang cara penghindaran halangan pada lintasan Dubins pada satu atau lebih halangan baik statis maupun dinamis menggunakan kontrol NSB. Hasil dari penelitian ini, NSB mampu mengikuti lintasan Dubins yang diinginkan dan dapat melewati halangan[11]

Penelitian selanjutnya dilakukan oleh Wawan pada tahun 2013 dengan judul "Penerapan *Model Predictive Control* (MPC) Pada Kendali Haluan Kapal". Dalam penelitian ini dilakukan penerapan MPC pada kendali haluan kapal agar kapal dapat berjalan kearah yang akan dituju dengan satu derajat kebebasan (DOF), dan satu input kontrol, dimana derajat kebebasan yang dipilih adalah *yaw*. Dalam penelitian ini juga dikaji bentuk pengendali untuk memperkuat kendali haluan kapal agar tidak terjadi kerusakan pada kargo kapal yang dikembangkan pada kapal perang kelas SIGMA.[8]

Dalam penelitian yang ditulis oleh Subchan, S., Syaifudin, W. H., dan Asfihani, T pada tahun 2014 dengan judul *Ship Heading Control Of Corvette-Sigma With Disturbances Using Model Predictive Control*, dijelaskan mengenai kendali haluan kapal yang mengalami gangguan alam berupa gelombang dan besarnya nilai rata-rata *yaw* yang terjadi dapat menimbulkan gerakan lain yaitu *roll* dan *sway* menggunakan algoritma MPC. Hasil simulasi menunjukkan bahwa pengontrol yang dibuat mampu mengatasi kendali kapal dengan gangguan alam dan mencapai tingkat *yaw* yang tepat.[7]

Salah satu penelitian yang digunakan adalah "Perencanaan Lintasan Dubins-Geometri pada Kapal Tanpa Awak untuk Menghindari Halangan Statis" oleh Nur Mu'alifah, Iis Herisman dan Subchan pada tahun 2013 mengadopsi metode Dubins-Geometri untuk merancang lintasan pelayaran kapal tanpa awak dengan halangan statis. Penelitian tersebut memberikan hasil beberapa contoh simulasi lintasan Dubins meliputi lintasan RSR, LSL, RSL, dan LSR yang berhasil menghindari halangan statis. Pada penelitian tersebut diperoleh kesimpulan bahwa lintasan Dubins-Geometri merupakan lintasan yang dinamis

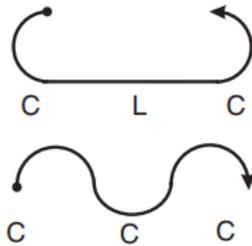
untuk semua sudut di sebarang kuadran yang memberikan kemudahan dalam perencanaannya, dan lintasan Dubins - Geometri tidak membutuhkan banyak waktu dalam proses perencanaan sehingga lebih efisien dan optimal. Penelitian selanjutnya dilakukan oleh Dian Kusuma Rahma Putri pada tahun 2016 yang berjudul Kendali Sudut Kemudi pada mobil untuk Pelacakan Lintasan Dubins dengan menggunakan Model Predictive Control. Pada penelitian tersebut dijelaskan tentang sistem panduan direpresentasikan menggunakan Lintasan Dubins yang akan dikendalikan dengan menggunakan Model Predictive Control[6]. Tujuan pengendalian tersebut adalah menjaga pergerakan mobil yang direpresentasikan dengan model dinamik gerak lateral sehingga mobil bergerak sesuai dengan sistem panduan yang diberikan.

Berdasarkan penelitian diatas, dalam Tugas Akhir ini dibahas mengenai kendali haluan kapal dengan mempertimbangkan dua derajat kebebasan berupa *sway* dan *yaw*, dengan kendali input berupa sudut kemudi (*rudder*) dan kendali output berupa sudut geleng kapal (*yaw*) untuk pelacakan lintasan dubins menggunakan metode model predictive control (MPC). .

## 2.2 Landasan Teori

### 2.2.1 Lintasan Dubins

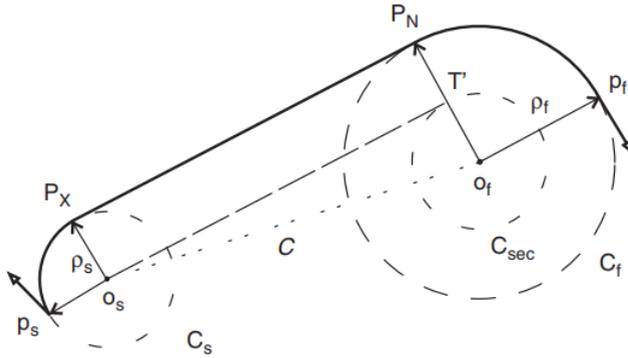
Lintasan Dubins adalah lintasan terpendek yang menghubungkan dua titik yang telah dibuktikan secara matematis oleh Lester Eli Dubins pada 1957. Definisi sederhana dari lintasan Dubins yaitu lintasan sesingkat mungkin yang memenuhi kelengkungan maksimum terikat antara dua titik dengan orientasi tertentu dalam sebuah bidang baik jalur CLC atau CCC, atau bagian dari keduanya, di mana C merupakan busur lingkaran dan L merupakan garis lurus yang bersinggungan dengan C[3]. Lintasan CLC dibentuk dengan menghubungkan dua busur lingkaran dengan sebuah garis yang menyinggung keduanya sedangkan lintasan CCC dibentuk dengan tiga busur lingkaran yang berurutan dan saling bersinggungan seperti pada Gambar 2.1.



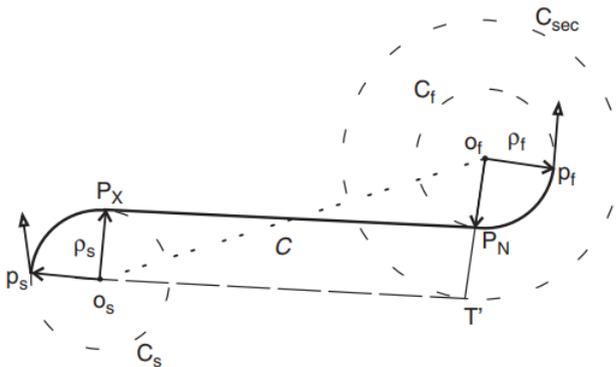
**Gambar 2.1:** lintasan Dubins CLC dan CCC

Lintasan Dubins diilustrasikan pada Gambar 2.3 dengan garis hitam menyatakan lintasan,  $P_s$  menyatakan posisi awal dan  $P_f$  menyatakan posisi akhir. Pada Gambar 2.3 dapat dilihat bahwa arah garis dari  $P_x$  ke  $P_n$  sama dengan garis singgung dari dua lingkaran pada titik  $P_x$  dan  $P_n$ .  $P_x$  merupakan titik akhir dari busur lingkaran pertama dan  $P_n$  merupakan titik

awal dari busur lingkaran kedua.



**Gambar 2.2:** lintasan Dubins dengan garis singgung luar



**Gambar 2.3:** lintasan Dubins dengan garis singgung dalam

Kemungkinan lintasan geometri Dubins yang

terbentuk ada empat macam lintasan yaitu Right-Straight-Right(RSR),Left-Straight-Left(LSL), Right-Straight-Left(RSL) dan Left-Straight-Right(LSR) [3]. Perancangan lintasan Dubins membutuhkan parameter input berikut ini:

1. Posisi awal  $P_s(x_s; y_s; \psi_s)$ .
2. Posisi akhir  $P_f(x_f; y_f; \psi_f)$
3. jari-jari kelengkungan awal  $\rho_s$
4. jari-jari kelengkungan akhir  $\rho_f$

Adapun proses menghitung lintasan Dubins sebagai berikut:

1. Menentukan input posisi awal dan akhir kapal
2. Menentukan koordinat titik pusat lingkaran awal  $O_s(x_{cs}; y_{cs})$  dan lingkaran akhir  $O_f(x_{cf}; y_{cf})$  menggunakan

$$\begin{aligned} (x_{cs}, y_{cs}) &= (x_s - \rho_s \cos(\psi_s \pm \pi/2), (y_s - \rho_s \sin(\psi_s \pm \pi/2)) \\ (x_{cf}, y_{cf}) &= (x_f - \rho_f \cos(\psi_f \pm \pi/2), (y_f - \rho_f \sin(\psi_f \pm \pi/2)) \end{aligned}$$

3. Garis  $c$  yang menghubungkan antara titik pusat  $O_s$  dan  $O_f$  disebut garis pusat. Panjang garis pusat diperoleh dari

$$\|c\| = \sqrt{(x_{cs} - x_{cf})^2 + (y_{cs} - y_{cf})^2}$$

4. Menentukan posisi koordinat tangent entry  $P_{en}(x_{P_{en}}; y_{P_{en}})$  dan tangent exit  $P_{ex}(x_{P_{ex}}; y_{P_{ex}})$  Tangent entry adalah titik dari akhir lintasan garis dan awal dari busur lingkaran kedua yang akan dibentuk, sedangkan tangent exit adalah titik keluar dari lintasan busur lingkaran dan awal dari lintasan garis. Sebelum menentukan kooordinat tersebut perlu dilakukan perhitungan sudut entry  $\theta_{en}$  dan sudut exit  $\theta_{ex}$

5. Berdasarkan nilai-nilai parameter yang diperoleh di atas, panjang lintasan Dubins dapat dihitung sebagai:

$$L_{Dubins} = L_{arc,start} + L_{tangen} + L_{arc,finish}$$

Proses perhitungan panjang masing-masing lintasan Dubins diberikan sebagai berikut:

### 2.2.2 Lintasan RSR

Lintasan RSR adalah lintasan yang terbentuk sebagai akibat dari kapal berbelok ke kanan (searah jarum jam) membentuk busur lingkaran pertama kemudian bergerak membentuk garis lurus dan berbelok ke kanan kembali membentuk busur lingkaran kedua. Adapun proses perhitungan panjang lintasan RSR sebagai berikut:

1. Menentukan posisi awal  $\rho_s$  dan posisi akhir  $\rho_f$  pada koordinat kartesius  $(x, y)$ , sudut hadap kapal dan jari-jari minimum kelengkungan lingkaran  $\rho$  yang akan dibentuk:

$$P_s = [x_s, y_s, \psi_s, \rho_s]$$

$$P_f = [x_f, y_f, \psi_f, \rho_f]$$

2. Menentukan titik pusat busur lingkaran yang dibentuk dengan batas jari-jari minimum dengan arah belok kapal ke kanan pada busur lingkaran awal  $(x_{cs}; y_{cs})$  dan busur lingkaran akhir  $(x_{cf}, y_{cf})$  menggunakan rumus berikut:

$$(x_{cs}; y_{cs}) = (x_s - \rho_s \cos(\psi_s + \pi/2), y_s - \rho_s \sin(\psi_s + \pi/2))$$

$$(x_{cf}; y_{cf}) = (x_f - \rho_f \cos(\psi_f + \pi/2), y_f - \rho_f \sin(\psi_f + \pi/2))$$

3. Menghitung jarak pusat lingkaran dengan geometri euclidean berikut :

$$||c|| = \sqrt{(x_{cs} - x_{cf})^2 + (y_{cs} - y_{cf})^2}$$

4. Menganalisis eksistensi lintasan Dubins yang berbentuk RSR dengan syarat batas berikut :

$$|\rho_s - c| < \rho_f \text{ dan } |\rho_f - c| < \rho_s$$

Jika syarat terpenuhi maka lintasan yang terbentuk tidak feasible sedangkan jika syarat tidak terpenuhi maka lintasan yang terbentuk feasible.

5. Menentukan sudut kemiringan garis yang dibentuk dari pusat lingkaran awal ke pusat lingkaran akhir yang selanjutnya disebut dengan dengan rumus sebagai berikut:

$$\beta = \arctan\left(\frac{y_{cs} - y_{cf}}{x_{cs} - x_{cf}}\right)$$

6. Menentukan sudut kemiringan yang dibentuk dari garis penghubung pusat lingkaran dan garis singgung lingkaran yang selanjutnya dirumuskan sebagai berikut:

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{\rho_f - \rho_s}{|c|}\right)$$

7. Menentukan titik akhir dari busur lingkaran awal sebelum membentuk garis yang disebut tangen exit ( $P_{ex}$ ) dan titik akhir dari lintasan garis sebelum membentuk lintasan busur lingkaran akhir disebut tangen entry ( $P_{en}$ ). Sebelum menentukan kedua titik tersebut harus ditentukan terlebih dulu sudut entry ( $\theta_{en}$ ) dan sudut exit ( $\theta_{ex}$ ) dari sudut hadap kapal ketika melalui kedua titik tersebut. Perhitungan kedua sudut tersebut diberikan sebagai berikut:

$$\theta_{en} = \alpha + \beta + \pi/2 \text{ dan } \theta_{ex} = \alpha + \beta + \pi/2$$

Sehingga perhitungan koordinat Px dan PN sebagai berikut:

$$\begin{aligned} P_{ex} &= (x_{cs} + \rho_s \cos(\theta_{ex}), y_{cs} + \rho_s \sin(\theta_{ex})) \\ P_{en} &= (x_{cf} + \rho_f \cos(\theta_{en}), y_{cf} + \rho_f \sin(\theta_{en})) \end{aligned}$$

8. Panjang lintasan garis atau jarak antara titik tangen entry dan tangen exit dihitung menggunakan rumus berikut :

$$||P_{ex}P_{en}|| = \sqrt{(x_{P_{ex}} - x_{P_{en}})^2 + (y_{P_{ex}} - y_{P_{en}})^2}$$

9. Selanjutnya panjang busur lingkaran awal dan akhir dihitung menggunakan rumus berikut:

$$\text{Panjangbusur} = \text{kelilinglingkaran} \times \frac{\text{sudut}}{360}$$

Untuk panjang busur lingkaran awal dihitung menggunakan rumus berikut:

$$L_{arc,start} = \pi \times \rho_s \times \frac{(\psi_s+90)-\theta_{ex}}{180}$$

Untuk panjang busur lingkaran akhir dihitung menggunakan rumus berikut:

$$L_{arc,finish} = \pi \times \rho_f \times \frac{(\psi_f+90)-\theta_{en}}{180}$$

10. Panjang lintasan total dirumuskan sebagai berikut:

$$L_{Dubins} = L_{arc,start} + L_{garissinggung} + L_{arc,finish}$$

### 2.2.3 Lintasan LSL

Lintasan LSL adalah lintasan yang terbentuk sebagai akibat dari kapal berbelok ke kiri (berlawanan arah jarum jam) membentuk busur lingkaran pertama kemudian bergerak membentuk garis lurus dan berbelok ke kiri kembali membentuk busur lingkaran kedua. Adapun proses perhitungan panjang lintasan LSL hampir sama dengan perhitungan panjang lintasan RSR namun terdapat perbedaan dalam perhitungan pusat masing-masing busur lingkaran yang dibentuk dan perhitungan sudut tangen entry dan sudut tangen exit. Adapun perhitungan pusat busur lingkaran sebagai berikut:

$$\begin{aligned}(x_{cs}; y_{cs}) &= (x_s - \rho_s \cos(\psi_s - \pi/2), y_s - \rho_s \sin(\psi_s - \pi/2)) \\ (x_{cf}; y_{cf}) &= (x_f - \rho_f \cos(\psi_f - \pi/2), y_f - \rho_f \sin(\psi_f - \pi/2))\end{aligned}$$

dan perhitungan sudut tangen entry dan sudut tangen exit sebagai berikut :

$$\theta_{en} = \beta - \alpha + 3\pi/2 \text{ dan } \theta_{ex} = \beta - \alpha + 3\pi/2$$

Proses perhitungan yang lain sama dengan perhitungan lintasan RSR.

### 2.2.4 Lintasan RSL

Lintasan RSL adalah lintasan yang terbentuk sebagai akibat dari kapal berbelok ke kanan (searah jarum jam) saat membentuk busur lingkaran pertama kemudian bergerak membentuk garis lurus dan berbelok ke kiri saat membentuk busur lingkaran kedua. Adapun proses perhitungan panjang lintasan RSL sebagai berikut:

1. Menentukan pusat busur lingkaran yang terbentuk dengan menggunakan batas jari-jari minimum dengan kapal berbelok ke arah kanan saat membentuk busur lingkaran pertama dan berbelok ke arah kiri saat

membentuk busur lingkaran kedua dengan rumus sebagai berikut:

$$\begin{aligned}(x_{cs}, y_{cs}) &= (x_s - \rho_s \cos(\psi_s + \pi/2), y_s - \rho_s \sin(\psi_s + \pi/2)) \\ (x_{cf}, y_{cf}) &= (x_f - \rho_f \cos(\psi_s - \pi/2), y_f - \rho_f \sin(\psi_f - \pi/2))\end{aligned}$$

2. Menganalisis eksistensi lintasan Dubins yang berbentuk RSL dengan syarat sebagai berikut:

$$|\rho_s| + |\rho_f| > c$$

Jika syarat tersebut terpenuhi maka lintasan yang terbentuk tidak feasible sedangkan jika syarat tidak terpenuhi maka lintasan feasible. Jari-jari kedua busur lingkaran dipastikan tidak beririsan dengan adanya syarat tersebut.

3. Menentukan sudut kemiringan garis yang dibentuk dari pusat lingkaran awal ke pusat lingkaran akhir yang selanjutnya disebut dengan dengan rumus sebagai berikut:

$$\beta = \arctan\left(\frac{y_{cs} - y_{cf}}{x_{cs} - x_{cf}}\right)$$

4. Menentukan sudut kemiringan yang dibentuk dari garis penghubung pusat lingkaran dan garis singgung lingkaran yang selanjutnya dirumuskan sebagai berikut:

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{\rho_f - \rho_s}{|c|}\right)$$

5. Menentukan titik akhir dari busur lingkaran awal sebelum membentuk garis yang disebut tangen exit ( $P_{ex}$ ) dan titik akhir dari lintasan garis sebelum membentuk lintasan busur lingkaran akhir disebut

tangen entry ( $P_{en}$ ). Sebelum menentukan kedua titik tersebut harus ditentukan terlebih dulu sudut entry ( $\theta_{en}$ ) dan sudut exit ( $\theta_{ex}$ ) dari sudut hadap kapal ketika melalui kedua titik tersebut. Perhitungan kedua sudut tersebut diberikan sebagai berikut:

$$\theta_{en} = \alpha + \beta + \pi/2 \text{ dan } \theta_{ex} = \beta - \alpha + 3\pi/2$$

Sehingga perhitungan koordinat Px dan PN sebagai berikut:

$$\begin{aligned} P_{ex} &= (x_{cs} + \rho_s \cos(\theta_{ex}), y_{cs} + \rho_s \sin(\theta_{ex})) \\ P_{en} &= (x_{cf} + \rho_f \cos(\theta_{en}), y_{cf} + \rho_f \sin(\theta_{en})) \end{aligned}$$

6. Panjang lintasan garis atau jarak antara titik tangen entry dan tangen exit dihitung menggunakan rumus berikut :

$$\|P_{ex}P_{en}\| = \sqrt{(x_{P_{ex}} - x_{P_{en}})^2 + (y_{P_{ex}} - y_{P_{en}})^2}$$

7. Selanjutnya panjang busur lingkaran awal dan akhir dihitung menggunakan rumus berikut:

$$\text{Panjangbusur} = \text{kelilinglingkaran} \times \frac{\text{sudut}}{360}$$

Untuk panjang busur lingkaran awal dihitung menggunakan rumus berikut:

$$L_{arc,start} = \pi \times \rho_s \times \frac{(\psi_s + 90) - \theta_{ex}}{180}$$

Untuk panjang busur lingkaran akhir dihitung menggunakan rumus berikut:

$$L_{arc,finish} = \pi \times \rho_f \times \frac{(\psi_f + 90) - \theta_{en}}{180}$$

8. Panjang lintasan total dirumuskan sebagai berikut:

$$L_{Dubins} = L_{arc,start} + L_{garissinggung} + L_{arc,finish}$$

### 2.2.5 Lintasan LSR

Lintasan LSL adalah lintasan yang terbentuk sebagai akibat dari kapal berbelok ke kiri (berlawanan arah jarum jam) membentuk busur lingkaran pertama kemudian bergerak membentuk garis lurus dan berbelok ke kiri kembali membentuk busur lingkaran kedua. Adapun proses perhitungan panjang lintasan LSL hampir sama dengan perhitungan panjang lintasan RSR namun terdapat perbedaan dalam perhitungan pusat masing-masing busur lingkaran yang dibentuk dan perhitungan sudut tangen entry dan sudut tangen exit. Adapun perhitungan pusat busur lingkaran sebagai berikut:

$$\begin{aligned}(x_{cs}; y_{cs}) &= (x_s - \rho_s \cos(\psi_s - \pi/2), y_s - \rho_s \sin(\psi_s - \pi/2)) \\ (x_{cf}; y_{cf}) &= (x_f - \rho_f \cos(\psi_f + \pi/2), y_f - \rho_f \sin(\psi_f + \pi/2))\end{aligned}$$

dan perhitungan sudut tangen entry dan sudut tangen exit sebagai berikut :

$$\theta_{en} = \beta - \alpha + 3\pi/2 \text{ dan } \theta_{ex} = \alpha + \beta + \pi/2$$

Proses perhitungan yang lain sama dengan perhitungan lintasan RSL.

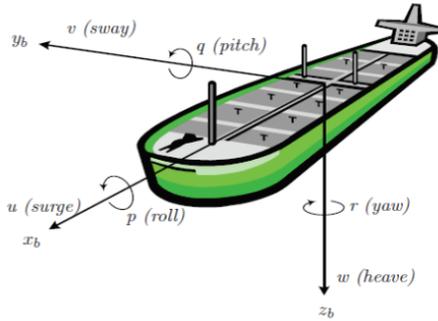
### 2.2.6 Model Matematika Dinamika Kapal

Pada prinsipnya dinamika gerak kapal dibagi dalam enam derajat kebebasan, yaitu : *surge*, *sway*, *yaw*, *heave*, *roll*, dan *pitch*. Gerakan translasi terdiri dari *surge* (maju/mundur), *sway* (kanan/kiri), dan *heave* (atas/bawah). Gerakan rotasi dibagi menjadi tiga, yaitu : *roll* (berputar), *pitch* (mengangguk), dan *yaw* (menggeleng). Enam derajat kebebasan ini juga disebut sebagai komponen gerak dari kapal. Enam komponen gerak tersebut dapat dilihat pada tabel 2.1 dan gambar 2.1 dibawah ini :

Persamaan dinamika kapal dengan enam derajat

**Tabel 2.1:** Notasi pada dinamika kapal

DOF	Gerakan	Gaya dan momen	Kecepatan linear dan angular	Posisi dan Sudut Euler
1	Gerak arah-x(surge)	X	u	$x$
2	Gerak arah-y(sway)	Y	v	$y$
3	Gerak arah-z(heave)	Z	w	$z$
4	Rotasi arah-x(roll)	K	p	$\Phi$
5	Rotasi arah-y(pitch)	M	q	$\Theta$
6	Rotasi arah-z(yaw)	N	r	$\psi$

**Gambar 2.4:** Enam gerak kapal

kebebasan (DOF) dituliskan sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 m[\ddot{u} - vr + wq - x_G(q^2 + r^2) + y_G(pq - \dot{r}) + z_G(pr + \dot{q})] &= X \\
 m[\ddot{v} - wp + ur - y_G(r^2 + p^2) + z_G(qr - \dot{p}) + x_G(qp + \dot{r})] &= Y \\
 m[\ddot{w} - uq + vp - z_G(p^2 + q^2) + x_G(rp - \dot{q}) + y_G(rq + \dot{p})] &= Z \\
 I_x \dot{p} + (I_z - I_y)qr + m[y_G(\dot{w} - uq + vp) - z_G(\dot{v} - wp + ur)] &= K \\
 I_y \dot{q} + (I_x - I_z)rp + m[z_G(\dot{u} - vr + wq) - x_G(\dot{w} - uq + vp)] &= M \\
 I_z \dot{r} + (I_y - I_x)pq + m[x_G(\dot{v} - wp + ur) - y_G(\dot{u} - vr + wq)] &= N
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

Persamaan sistem kemudi dari kapal yang digunakan akan sesuai berdasarkan asumsi berikut :

1. Distribusi massa homogen dan bidang  $xz$  simetris ( $I_{xy} = I_{yz} = 0$ ).
2. Koordinat pusat diletakan di tengah kapal ( $y_G = 0$ ).
3. Gerakan heave, roll dan pitch tidak diperhitungkan ( $w = p = q = \dot{w} = \dot{p} = \dot{q} = 0$ ). Berdasarkan asumsi tersebut persamaan (2.1) menjadi:

$$\begin{cases} surge : m(\dot{u} - vr - x_G r^2) = X \\ sway : m(\dot{v} + ur + x_G \dot{r}) = Y \\ yaw : I_z \dot{r} + m x_G (v + ur) = N \end{cases} \quad (2.2)$$

4. kecepatan sway  $v$ , kecepatan yaw  $r$  dan sudut rudder  $\delta$  kecil.

Hal ini menunjukkan bahwa gerak *surge* dapat dipisahkan dari gerak *sway* dan *yaw* dengan asumsi kecepatan  $u_0$  adalah konstan untuk gaya dorong yang juga konstan. Dengan cara yang sama, diasumsikan pada sway dan yaw  $v_0 = r_0 = 0$ . Oleh karena itu,

$$\begin{aligned} u &= u_0 + \Delta u; v = \Delta v; r = \Delta r \\ X &= X_0 + \Delta X; Y = \Delta Y; N = \Delta N \end{aligned}$$

dimana  $\Delta u, \Delta v, \Delta r$  adalah gangguan kecil dari nilai  $u_0, v_0$  dan  $r_0$  dan  $\Delta X, \Delta Y, \Delta N$  adalah gangguan kecil dari nilai nominal  $X_0, Y_0$ , dan  $N_0$ , sehingga persamaan (2.2) dapat ditulis :

$$\begin{cases} m\Delta\dot{u} = X_0 + \Delta X \\ m(\Delta\dot{v} + u_0\Delta r + x_G\Delta\dot{r}) = \Delta Y \\ I_z\Delta\dot{r} + m x_G(\Delta\dot{v} + u_0\Delta r) = \Delta N \end{cases} \quad (2.3)$$

dengan keadaan dimana persamaan sistem kemudi kapal telah terpisah dari persamaan kecepatan, dengan menggunakan persamaan (2.2) persamaan (2.3) menjadi:

$$\begin{cases} m\dot{u} = X \\ m(\dot{v} + u_0r + x_G\dot{r}) = Y \\ I_z\dot{r} + mx_G(\dot{v} + u_0r) = N \end{cases} \quad (2.4)$$

Persamaan kendali pada gerak manuver kapal 3 DOF memuat variabel keadaan  $v$ ,  $r$ ,  $\psi$  dan kontrol masukan  $\delta$ . Berdasarkan persamaan (2.4) persamaan kendali dinamika kapal dapat dituliskan :

$$\begin{aligned} m(\dot{v} + u_0r + x_G\dot{r}) &= Y \\ I_z\dot{r} + mx_G(\dot{v} + u_0r) &= N \end{aligned}$$

teori linier Davidson dan Schiff (1946) menjelaskan bahwa gaya dan momen hidrodinamika dapat dimodelkan sebagai:

$$\begin{aligned} Y &= Y_{\dot{v}}\dot{v} + Y_{\dot{r}}\dot{r} + Y_vv + Y_r r + Y_{\delta}\delta_R \\ N &= N_{\dot{v}}\dot{v} + N_{\dot{r}}\dot{r} + N_vv + N_r r + N_{\delta}\delta_R \end{aligned}$$

dimana  $Y_{\dot{v}}$  adalah turunan gaya arah sway terhadap  $\dot{v}$ ,  $Y_{\dot{r}}$  adalah turunan gaya sway terhadap  $\dot{r}$ ,  $N_{\dot{r}}$  adalah turunan momen yaw terhadap  $\dot{r}$ ,  $Y_v$  adalah turunan gaya arah sway terhadap  $v$ ,  $Y_r$  adalah turunan gaya arah yaw terhadap  $r$ ,  $N_v$  adalah turunan momen sway terhadap  $v$ ,  $N_{\dot{v}}$  adalah turunan momen sway terhadap  $\dot{v}$ ,  $N_r$  adalah turunan momen yaw terhadap  $r$ ,  $Y_{\delta}$  dan  $N_{\delta}$  adalah turunan gaya dan momen sway terhadap sudut rudder[8].

Sehingga dengan pendekatan Davidson dan Schiff, bentuk umum persamaan model dinamik kapal dengan 2 derajat kebebasan sebagai berikut:

$$M\dot{v} + N(u_0)v = b\delta_R \quad (2.5)$$

Dimana  $\dot{v} = [v, r]^T$  adalah vektor keadaan,  $\delta_R$  adalah sudut *rudder* dan:

$$\begin{aligned} M &= \begin{bmatrix} m - Y_{\dot{v}} & mx_g - Y_{\dot{r}} \\ mx_g - N_{\dot{v}} & I_z - N_{\dot{r}} \end{bmatrix} \\ N(u_0) &= \begin{bmatrix} -Y_v & mu_0 - Y_r \\ -N_v & mx_g u_0 - N_r \end{bmatrix} \\ b &= \begin{bmatrix} Y_{\delta} \\ N_{\delta} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

dengan matriks  $N(u_0)$  adalah penjumlahan gaya redaman linier dan gaya sentripetal Coriolis  $C(u_0)$  (dengan syarat penambahan  $mu_0$  dan  $mx_g u_0$  )

$$N(u_0) = C(u_0) + D$$

dan juga dipilih matrik inersia  $M \neq M^T$  .Model ruang keadaan yang bersesuaian didapatkan dengan memilih  $x = [v, r]^T$  sebagai vektor keadaan dan  $u = \delta_R$  Sehingga

$$\dot{x} = Ax + b_1 u$$

dengan

$$\begin{aligned} A &= -M^{-1}N = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \\ b_1 &= M^{-1}b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

dan

$$\begin{aligned}
a_{11} &= \frac{(I_z - N_r)Y_v - (mx_g - Y_{\dot{r}})N_v}{\det(M)} \\
a_{12} &= \frac{(I_z - N_r)(Y_v - mu_0) - (mx_g - Y_{\dot{r}})(N_r - mx_g u_0)}{\det(M)} \\
a_{21} &= \frac{(m - Y_v)N_v - (mx_g - Y_v)N_v}{\det(M)} \\
a_{22} &= \frac{(m - Y_v)(N_r - mx_g u_0) - (mx_g - N_v)(Y_r - mu_0)}{\det(M)} \\
b_1 &= \frac{(I_z - N_r)Y_{\delta} - (mx_g - Y_{\dot{r}})N_{\delta}}{\det(M)} \\
b_2 &= \frac{(m - Y_v)N_{\delta} - (mx_g - N_i)Y_{\delta}}{\det(M)}
\end{aligned}$$

Selanjutnya dengan menggunakan persamaan rumusan empiris dari beberapa persamaan turunan koefisien hidrodinamika kapal yang ditemukan oleh Clarke (1928) ditunjukkan dalam bentuk persamaan (2.6-2.15)(Wang dkk, 2007). Koefisien hidrodinamika pada persamaan (2.6-2.15) merupakan bentuk non dimensional yang diturunkan dengan sistem prime I. Untuk memperoleh besaran gaya dikalikan dengan  $\frac{1}{2}\rho U^2 L^2$  momen dikalikan dengan  $\frac{1}{2}\rho U^2 L^3$ , besaran massa dikalikan dengan  $\frac{1}{2}\rho L^3$ , besaran momen inersia dikalikan dengan  $\frac{1}{2}\rho L^5$ . Dimana  $\rho$  = massa jenis air laut ( $1024\text{kg}/\text{m}^3$ ),  $L$  = *Lenght between perpendicular* = panjang kapal,  $U$  = kecepatan servis kapal,  $B$  = lebar kapal,  $T$  = kedalaman/tinggi kapal,  $C_B$  = koefisien blok. Sehingga diperoleh:

$$\frac{-Y'_v}{\pi(T/L)^2} = 1 + 0,16 \frac{C_{BB}}{T} - 5,1 \left(\frac{B}{L}\right)^2 \quad (2.6)$$

$$\frac{-Y'_r}{\pi(T/L)^2} = 0,67 \left(\frac{B}{T}\right) - 0,0033 \left(\frac{B}{L}\right)^2 \quad (2.7)$$

$$\frac{-N'_v}{\pi(T/L)^2} = 1,1 \left(\frac{B}{L}\right) - 0,041 \left(\frac{B}{T}\right) \quad (2.8)$$

$$\frac{-N'_r}{\pi(T/L)^2} = \frac{1}{12} + 0,017 \frac{C_{BB}}{T} - 0,33 \left(\frac{B}{L}\right) \quad (2.9)$$

$$\frac{-Y'_v}{\pi(T/L)^2} = 1 + 0,4 \frac{C_{BB}}{T} \quad (2.10)$$

$$\frac{-Y'_r}{\pi(T/L)^2} = -\frac{1}{2} + 2,2 \left(\frac{B}{L}\right) - 0,008 \left(\frac{B}{T}\right) \quad (2.11)$$

$$\frac{-N'_v}{\pi(T/L)^2} = \frac{1}{2} + 2,4 \left(\frac{T}{L}\right) \quad (2.12)$$

$$\frac{-N'_r}{\pi(T/L)^2} = \frac{1}{4} + 0,039 \frac{B}{T} - 0,56 \left(\frac{B}{L}\right) \quad (2.13)$$

Sedangkan untuk gaya terhadap *rudder* dan turunan dari momen terhadap *rudder* adalah :

$$Y'_\delta = \rho \frac{\pi A_\delta}{4 LT} \quad (2.14)$$

$$N'_\delta = -\frac{1}{2} Y'_\delta \quad (2.15)$$

### 2.3 Keterkontrolan

Diberikan sistem lineartime-invariant berdimensi- $n$  yang disajikan pada persamaan

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax(t) + Bu(t) \\ y = Cx(t) + Du(t) \end{cases} \quad (2.16)$$

Definisi 2.5.1. Sistem linear dikatakan terkontrol bila untuk setiap keadaan sebarang  $x(0) = x_0$  ada masukan  $u(t)$  yang tidak dibatasi mentransfer keadaan  $x_0$  ke sebarang keadaan akhir  $x(t_1) = x_1$  dengan waktu akhir  $t_1$  hingga[9]

Syarat cukup dan perlu suatu sistem linear dikatakan terkontrol, jika matriks:

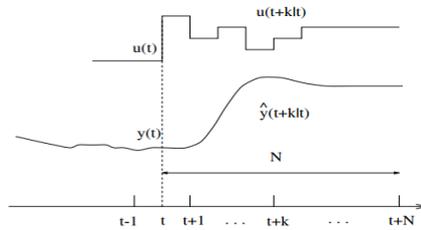
$$M_c = [B \quad AB \quad A^2B \quad \dots \quad A^{n-1}B]$$

mempunyai *rank* sama dengan  $n$ . [5]

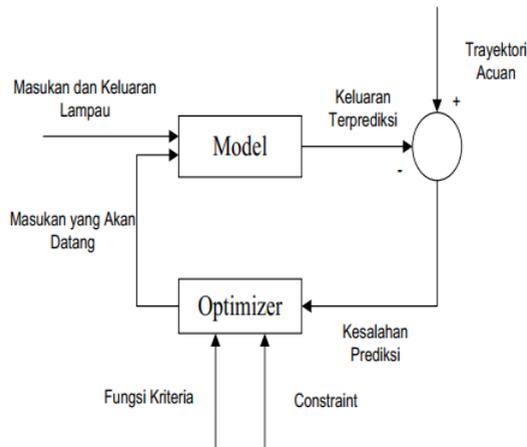
### 2.4 Model Predictive Control (MPC)

Model Predictive Control (MPC) atau sistem kendali prediktif termasuk dalam konsep perancangan pengendali berbasis model proses, dimana model proses digunakan secara eksplisit untuk merancang pengendali dengan cara meminimumkan suatu fungsi tujuan. Struktur dasar dari pengendali MPC dapat dilihat pada Gambar 2.5. Output  $N$  prediksi horizon ke depan diprediksi pada setiap  $t$  menggunakan proses model. Prediksi output ini bergantung pada nilai yang diketahui pada  $t$  (input dan output sebelumnya) dan sinyal kendali ke depan  $u$  yang dikirim pada sistem dan dihitung kembali. Sinyal kendali  $u$  diperoleh dari hasil optimasi fungsi objektif yang biasanya menyatakan *error* antara sinyal *rudder* dan prediksi model kontrol referensi.[3]

Struktur dasar MPC yang digunakan dalam implementasi strategi tersebut diberikan sesuai Gambar 2.5.



**Gambar 2.5:** Strategi MPC



**Gambar 2.6:** Struktur dasar MPC

Langkah kerja dari MPC seperti pada Gambar 2.6 dapat diilustrasikan sebagai berikut : awalnya, sistem telah memiliki model dari *plant*. Data *input* dan *output* sebelumnya masuk melalui *port input* MPC. Dari *input* dan *output* ini dilakukan estimasi berdasarkan model *plant* yang telah didefinisikan sebelumnya. Estimasi ini menghasilkan

output yang disebut *predicted output* yang kemudian nilainya dibandingkan dengan *reference trajectory*. [3] Dari hasil perbandingan ini, akan menghasilkan kesalahan yang disebut *future error*. *Future error* ini kemudian masuk ke dalam blok *optimizer*. Di sini *optimizer* berfungsi untuk bekerja di dalam rentang *constraint* yang telah diberikan untuk meminimalkan *cost function*, yang merupakan fungsi kriteria yang terbentuk dari fungsi kuadratik kesalahan antara sinyal *predicted output* dengan *reference trajectory* [9].

MPC kemudian mengambil keputusan untuk meminimalkan *future error* tersebut dengan keputusan yang masih berada dalam *constraint* yang telah ditetapkan. Hasil dari blok ini disebut *future input* yang dikembalikan bersama-sama dengan data input dan output sebelumnya untuk diestimasi kembali. Perhitungan ini berlangsung seterusnya dan berulang-ulang. Karena adanya koreksi input berdasarkan output terprediksi inilah yang membuat MPC mampu bekerja menghasilkan respon yang semakin mendekati *reference trajectory*. Keluaran proses dan pengendali terprediksi pada MPC menggunakan konsep *prediction horizon* yaitu seberapa jauh prediksi ke depan yang diharapkan. Optimizer dinyatakan dengan fungsi objektif yang diminimumkan untuk mendapatkan input yang optimal sehingga dapat digunakan kembali pada model untuk perhitungan selanjutnya. Model ruang keadaan waktu diskrit diberikan sebagai berikut [9]:

$$x_m(k+1) = A_m x_m(k) + B_m u(k) - S_m(k) \quad (2.17)$$

$$\bar{y}(k) = C_m x_m(k) \quad (2.18)$$

bentuk umum dari fungsi objektif diberikan sebagai berikut

[4]:

$$J(k) = \sum_{i=1}^{N_p} \|\hat{y}(k+i|k)\|_{Q(i)}^2 + \sum_{i=0}^{N_c-1} \|\hat{u}(k+i|k)\|_{R(i)}^2 \quad (2.19)$$

Dengan  $\hat{y}(k+i|k)$  adalah prediksi output plant secara internal,  $\hat{u}(k+i|k)$  adalah variabel input pada waktu kedepan,  $k+i$ , yang diprediksi pada waktu ke  $k$ .  $Q(i)$  dan  $R(i)$  adalah matriks simetri definit positif dalam bentuk kuadrat yang bisa menjadi fungsi waktu. Parameter untuk adaptasi kendali adalah prediksi horizon  $N_p$ , kendali horizon  $N_c$  dengan  $N_p > N_c > 1$ , matriks  $Q$  dan  $R$  serta referensi trayektori  $r$ .

Jika terdapat lebih dari satu input, maka kendala dispesifikan masing-masing input. Kendala-kendala tersebut yaitu :

1. Kendala pada variasi pertambahan variabel kendali  $\Delta U$   
Misal diberikan batas atas  $\Delta U^{max}$  dan batas bawah  $\Delta U^{min}$  maka constraint dispesifikan dalam bentuk

$$\Delta U^{min} < \Delta U < \Delta U^{max} \quad (2.20)$$

2. Kendala pada amplitude variabel kendali  $u$

$$U^{min} < U < U^{max} \quad (2.21)$$

3. Kendala output

$$Y^{min} < Y < Y^{max} \quad (2.22)$$

Penyelesaian masalah sistem dengan kendala berupa pertidaksamaan linier menggunakan metode quadratic programming sehingga diperoleh fungsi objektif dalam

bentuk lain, yaitu[4]:

Minimum

$$J = \frac{1}{2}x^T x + x^T F \quad (2.23)$$

Dengan

$$P_x \leq h \quad (2.24)$$

$$Yj = b \quad (2.25)$$

dimana matriks  $E$ ;  $F$ ;  $P$ ;  $h$ ;  $Y$  dan  $b$  merupakan matriks dan vektor yang cocok dalam masalah quadratic programming.

## 2.5 Prediksi *State* dan Variabel Output

Perhitungan prediksi output dengan MPC, digunakan  $u(k)$  sebagai input. Berdasarkan *state space* model (A,B,C) yang telah diperoleh pada langkah sebelumnya, prediksi dari *state variable* dapat dihitung sebagai berikut [11]:

$$\begin{aligned} x(k+1|k) &= Ax(k|k) + Bu(k|k) - S(k|k) \\ x(k+2|k) &= A^2x(k|k) + (ABu(k|k) - AS(k|k) + Bu(k+1|k) \\ &\quad - S(k+1|k)) \\ x(k+3|k) &= A^3x(k|k) + (A^2Bu(k|k) - A^2S(k|k) + ABu(k+1|k) \\ &\quad - AS(k+1|k) + Bu(k+2|k) - S(k+2|k)) \\ &\quad \vdots \\ x(k+N_p|k) &= A^{N_p}x(k+N_p - N_c|k) + \\ &\quad A^{N_p-1}Bu(k+N_p - N_c|k) - A^{N_p-1}S(k+N_p - N_c|k) + \\ &\quad A^{N_p-2}Bu(k+N_p - (N_c - 1)|k) - A^{N_p-2}S(k+N_p \\ &\quad - (N_c - 1)|k)) + \dots + Bu(k+N_p - 1|k) \\ &\quad - S(k+N_p - 1|k) \end{aligned} \quad (2.26)$$

Dari prediksi *state variable* tersebut, diperoleh prediksi variabel output melalui proses perhitungan sebagai berikut [11]:

$$\begin{aligned}
y(k+1|k) &= CAx(k|k) + CBu(k|k) - CS(k|k) \\
y(k+2|k) &= CA^2x(k|k) + CABu(k|k) - CAS(k|k) + \\
&\quad CBu(k+1|k) - CS(k+1|k) \\
y(k+3|k) &= CA^3x(k|k) + CA^2Bu(k|k) - CA^2S(k|k) \\
&\quad + CABu(k+1|k) - CAS(k+1|k) + CBu(k+2|k) \\
&\quad - CS(k+2|k) \\
&\quad \vdots \\
y(k+N_p|k) &= CA^{N_p}x(k+N_p-N_c|k) + CA^{N_p-1} \\
&\quad Bu(k+N_p-N_c|k) - CA^{N_p-1}S(k+N_p-N_c|k) + \\
&\quad CA^{N_p-2}Bu(k+N_p-(N_c-1)|k) - CA^{N_p-2}S \\
&\quad (k+N_p(N_c-1)|k)) + \dots + CBu(k+N_p-1|k) \\
&\quad - CS(k+N_p-1|k)
\end{aligned} \tag{2.27}$$

Untuk sistem SISO (*Single Input Single Output*), yaitu sistem dengan input dan output yang tunggal, didefinisikan vektor sebagai berikut [11].

$$Y = [y(k+1|k) \quad y(k+2|k) \quad \dots \quad y(k+N_p|k)]^T \tag{2.28}$$

Dimana dimensi dari Y adalah  $N_p$  dan dimensi dari  $U$  adalah  $N_c$ . Dari persamaan (2.28), diperoleh persamaan sebagai berikut.

$$Y = Fx(k) + \theta U + GS \tag{2.29}$$

Dimana:

$$F = \begin{bmatrix} CA \\ CA^2 \\ CA^3 \\ \vdots \\ CA^{N_p} \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} -C & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -CA & -C & 0 & \dots & 0 \\ -CA^2 & -CA & -C & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -CA^{N_p-1} & -CA^{N_p-2} & -CA^{N_p-3} & \dots & -CA^{N_p-N_c} \end{bmatrix}$$

$$\theta = \begin{bmatrix} CB & 0 & 0 & \dots & 0 \\ CAB & CB & 0 & \dots & 0 \\ CA^2B & CAB & CB & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{N_p-1}B & CA^{N_p-2}B & CA^{N_p-3}B & \dots & CA^{N_p-N_c}B \end{bmatrix}$$

## 2.6 Optimasi Fungsi Tujuan

Dengan menggunakan prinsip *prediction horizon*, fungsi objektif dari sistem kontrol akan memprediksi output agar sedekat mungkin dengan himpunan titik sinyal. Akan didesain kontrol  $U$  yang mampu mengikuti titik sinyal sedekat mungkin. didefinisikan fungsi tujuan  $J$  sebagai berikut [11].

$$J = Y^T Q Y + U^T \bar{R} U \quad (2.30)$$

Karena Model yang digunakan adalah model error ,suku pertama dari fungsi tujuan tersebut meminimalkan error antara prediksi dari output dan himpunan titik sinyal. Sedangkan suku kedua dari fungsi tujuan tersebut menyatakan ukuran dari  $U$  ketika fungsi objektif dari  $J$  dibuat seminimal mungkin. Dimana  $\bar{Q} = q_w I_{N_c \times N_c}$ ,  $q_w \geq 0$ . dan  $\bar{R} = r_w I_{N_c \times N_c}$ ,  $r_w \geq 0$ .  $\bar{R}$  merupakan matriks diagonal. Sedangkan  $q_w$  dan  $r_w$  merupakan parameter dari *looping* tertutup.

Untuk menemukan  $U$  yang optimal, akan diminimalkan nilai dari  $J$ . Dari persamaan (2.29), diperoleh  $J$  sebagai berikut [11].

$$J = 2U^T \theta^T Q [Fx(k) + GS] + 2U^T [\theta^T Q \theta + R] U$$

Turunan pertama dari fungsi objektif J tersebut sebagai berikut [11]:

$$\frac{\partial J}{\partial U} = 2\theta^T Q [Fx(k) + GS] + 4[\theta^T Q \theta + R] U \quad (2.31)$$

Kondisi optimum dari J diperoleh sebagai berikut [11]:

$$\frac{\partial J}{\partial U} = 0 \quad (2.32)$$

Sehingga diperoleh solusi optimal dari sinyal kontrol sebagai berikut:

$$U = \frac{1}{2} [\theta^T Q \theta + R]^{-1} \theta^T Q [Fx(k) + GS] \quad (2.33)$$

Diasumsikan bahwa  $(\theta^T Q \theta + R)$  memiliki invers. Dan  $(\theta^T Q \theta + R)^{-1}$  merupakan matriks *Hessian* dari permasalahan optimasi.

Dengan menerapkan prinsip *receding horizon* pada MPC, nilai kendali optimal yang diberikan pada sistem merupakan vektor awal dari penyelesaian optimalnya.



## BAB III METODE PENELITIAN

Pada bab ini dijelaskan mengenai langkah-langkah yang digunakan dalam penyelesaian masalah Tugas Akhir. Selain itu, dijelaskan prosedur dan proses tiap-tiap langkah yang dilakukan dalam penyelesaian Tugas Akhir.

### 3.1 Tahapan Penelitian

Penelitian Tugas Akhir ini dilakukan langkah-langkah sebagai berikut :

a. penentuan lintasan Dubins

Pada tahap ini diperlukan input berupa posisi, sudut hadap awal dan akhir kapal. kemudian akan dibandingkan panjang lintasan yang feasibel (RSR,LSL,RSL,LSR) untuk menentukan lintasan yang akan dilalui kapal menggunakan algoritma lintasan Dubins. Lintasan yang dihasilkan akan digunakan sebagai set point pada penerapan MPC.

b. Lintasan Dubins dengan halangan statis

pada tahap ini dibutuhkan input berupa posisi titik pusat dan jari-jari halangan, kemudian akan dilacak apakah lintasan dubins menabrak halangan . Apabila lintasan mendeteksi ada halangan , maka lintasan dubins berubah menghindari halangan tersebut dan apabila tidak terdeteksi adanya halangan, maka lintasan dubins tetap pada lintasan yang ditentukan/ lintasan yang feasible (RSR,LSL,RSL,LSR).

- c. pembentukan Model Matematika Gerak Kapal  
Pada tahap ini akan dibahas mengenai model matematika pada kapal. Model matematika tersebut menggunakan sistem dinamika kapal 2 derajat kebebasan Davidson-Schiff dan kinematika posisi
- d. Pendiskritan  
Algoritma *Model Predictive Control* yang digunakan yaitu *Model Predictive Control* waktu diskrit. Oleh karena itu, model kapal saat melakukan misi penembakan didiskritkan dengan menggunakan metode Beda Hingga Maju untuk memprediksi kontrol model state pada waktu sekarang menggunakan state pada waktu sebelumnya.
- e. Penerapan Algoritma *Model Predictive Control*  
Algoritma Model Predictive Control (MPC) digunakan untuk sistem linier dan diskrit. Adapun langkah-langkah yang dilakukan untuk kontrol kendali kestabilan kapal saat dalam misi penembakan dengan MPC adalah sebagai berikut :
  - a. Pembuatan Fungsi Objektif  
Pada tahap ini akan dibuat fungsi objektif dengan cara meminimalkan jumlahan error kuadrat dan bobot dari variabel terkontrol
  - b. Menentukan *Constrain*  
Selanjutnya pada tahap ini akan ditentukan kendala optimasi yang sesuai dengan spesifikasi kapal.
  - c. Simulasi  
Pada tahap ini dilakukan simulasi algoritma MPC menggunakan MATLAB dengan menginputkan parameter-parameter yang sudah didefinisikan dan asumsi-asumsi yang telah dibuat.
- f. Analisis Hasil dan Pembahasan

Pada tahap ini dilakukan analisis terhadap hasil simulasi yang diberikan pada tahap sebelumnya.

g. Penarikan Kesimpulan Saran

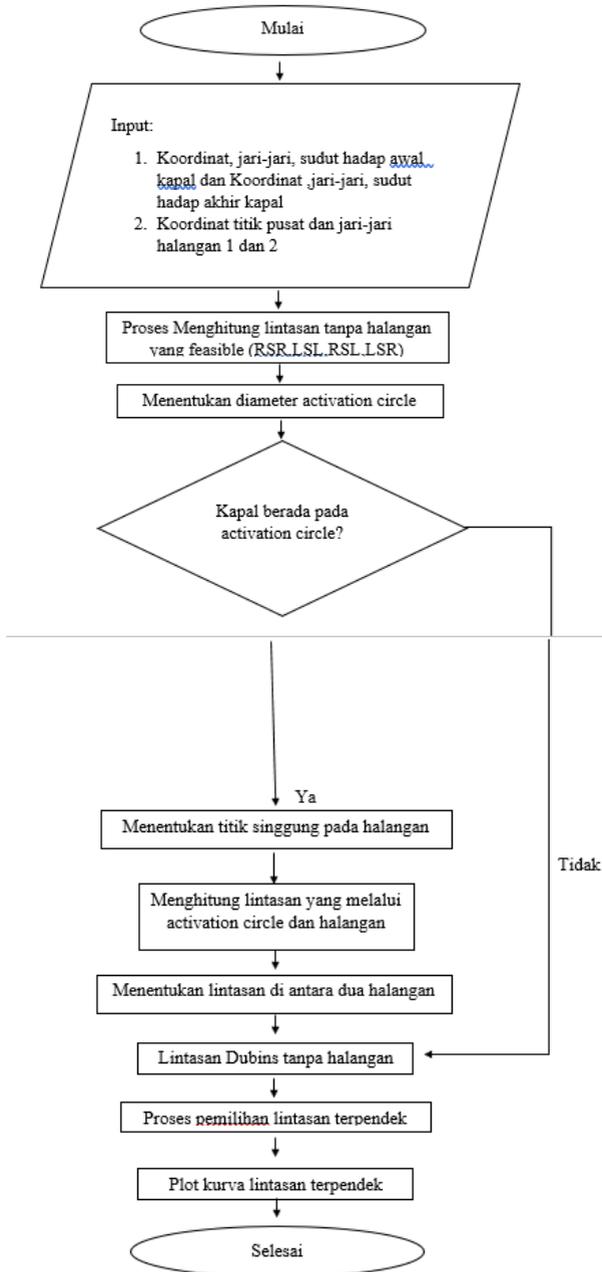
Pada tahap ini dilakukan penarikan kesimpulan berdasarkan hasil simulasi dan pembahasan pada tahap sebelumnya. Selanjutnya dari hasil beberapa kesimpulan tersebut diberikan saran untuk penelitian selanjutnya.

g. Penyusunan Laporan Hasil Penelitian

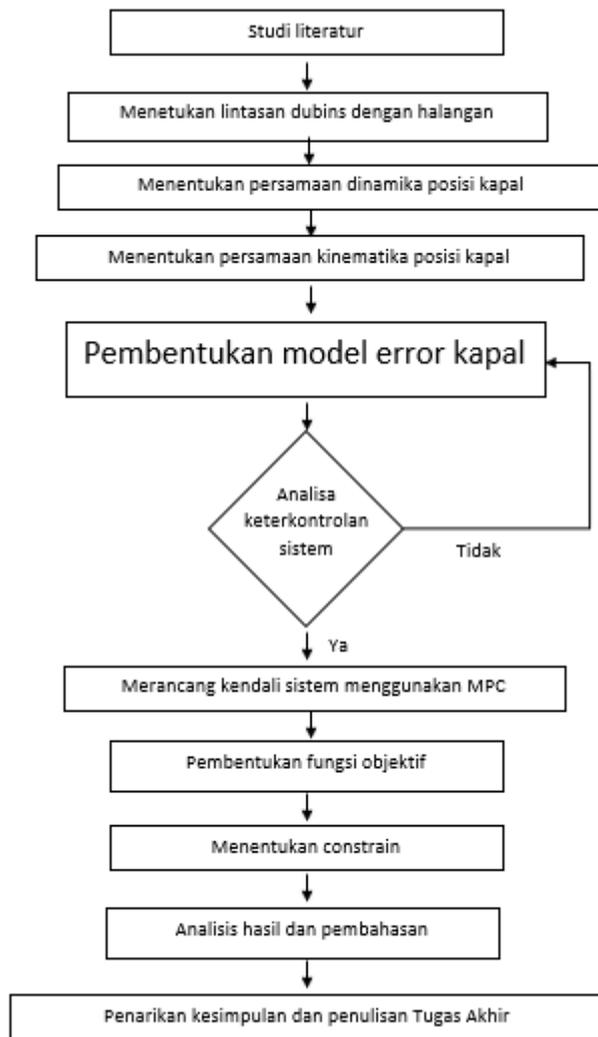
Pada tahap ini dilakukan penyusunan laporan berdasarkan hasil analisis dan penelitian.

### **3.2 Alur Penelitian**

Pada tahap ini dilakukan pembuatan laporan Tugas Akhir setelah melakukan simulasi dan menjawab permasalahan yang ada pada topik Tugas Akhir



**Gambar 3.1:** Diagram alir pelacakan lintasan Dubins.



**Gambar 3.2:** Diagram alir Metode Penelitian Tugas Akhir.



## BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini dijelaskan secara detail mengenai pelacakan lintasan dubins dengan halangan, model matematika kapal 2 DOF, diskritisasi dan keterkontrolan. Kemudian dijelaskan mengenai penerapan metode Model Predictive Control serta simulasi.

### 4.1 Lintasan Dubins dengan Halangan Statis

Dalam Tugas Akhir ini, lintasan Dubins yang digunakan adalah lintasan Dubins dengan halangan Statis. Pada Penentuan lintasan Dubins membutuhkan posisi awal kapal dan posisi akhir kapal. Kedua posisi tersebut terdiri atas posisi pada koordinat kartesius  $(x, y)$ , sudut hadap kapal serta jari-jari minimum kelengkungan lintasan yang dalam penelitian ini dinyatakan dengan  $R$ ,  $R$  diperoleh dari jari-jari putar minimum kapal yang akan ditentukan. Sebelum menentukan  $R$ , hal yang dilakukan adalah mengidentifikasi hal-hal yang berkaitan seperti sudut kemudi yang diberikan oleh  $\delta$ . jarak antara belakang dan depan kapal Covert kelas Sigma adalah  $L=101,07$  meter. Kecepatan kapal pada pusat massa diberikan oleh  $V$ . Misalkan bahwa  $L$  lebih kecil bila dibandingkan dengan  $R$  maka kecepatan sudut dapat didekati dengan persamaan berikut:

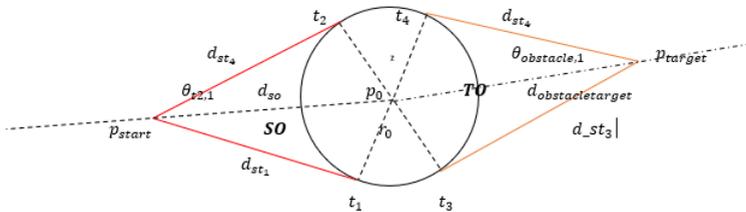
$$\frac{\psi}{V} \approx \frac{1}{\delta} \quad (4.1)$$

$$\text{atau } \delta = \frac{L}{R}$$

Untuk input sudut kemudi maksimal  $\delta = 0.6109$  rad dengan  $L=101,07$  m sehingga  $R = \frac{L}{\delta} = \frac{101.07}{0.6109} = 167.946 \approx 168m$ .

#### 4.1.1 Lintasan Dubins dengan Satu Halangan Statis

pada bagian ini dijelaskan mengenai cara membentuk lintasan Dubins melewati satu halangan tak bergerak (statis). Gambar 2.6 menunjukkan dua jalur Dubins dari posisi awal  $p_{start}$  dan persekitaran suatu halangan statis dengan titik pusat  $p_0$  dan jari-jari  $r_0$  menuju sasaran  $p_{target}$ . Lintasan dimulai dari  $p_{start} \rightarrow t_2 \rightarrow t_4 \rightarrow p_{target}$  didefinisikan sebagai jalur yang searah jarum jam dan  $p_{start} \rightarrow t_2 \rightarrow t_4 \rightarrow p_{target}$  sebagai jalur yang berlawanan arah jarum jam. Tujuan dari metode ini adalah untuk menemukan titik yang belum diketahui  $t_1, t_2, t_3, t_4$  dan bagian busur pada lingkaran halangan dari  $t_1$  ke  $t_3$  dan  $t_2$  ke  $t_4$  .ilustrasi dapat dilihat pada Gambar 4.1 berikut



**Gambar 4.1:** lintasan dubins satu halangan

perhitungan diuraikan sebagai berikut:

1. menghitung  $t_2$ 

untuk menghitung semua nilai diatas langkah pertama adalah menentukan vektor  $SO$  (vector dari  $p_{start}$  menuju  $p_0$ )

$$\mathbf{SO} := p_0 - p_{start}$$

Kemudian dihitung  $d_{so}$  yang merupakan jarak antara posisi awal dan titik pusat halangan sehingga digunakan norma euclidean antara  $p_o$  dan  $p_{start}$ .

$$d_{so} = \|p_0 - p_{start}\|_2$$

Selanjutnya dihitung  $d_{st_2}$  yaitu Panjang antara titik  $p_{start}$  dan  $t_2$  dengan rumus Pythagoras

$$d_{st_2} = \sqrt{d_{so}^2 - r_o^2} \quad (4.2)$$

Langkah selanjutnya yaitu menghitung  $\theta_{t_2,1}$  yaitu sudut antara vektor  $\mathbf{SO}$  dan  $\mathbf{ST2}$  (vektor dari  $p_{start}$  ke  $t_2$  dengan panjang  $d_{so}$  dan  $d_{st_2}$ ).

$$\theta_{t_2,1} = \arcsin\left(\frac{r_o}{d_{so}}\right)$$

Kemudian dihitung  $\theta_{t_2,2}$  yaitu sudut dari  $\mathbf{SO}$  ke bidang xy

$$\theta_{t_2,2} = \text{atan2}(SO_y; SO_x)$$

Langkah selanjutnya adalah menghitung sudut  $\theta_{t_2}$  yaitu sudut antara bidang xy dan vektor  $\mathbf{ST2}$ . Sudut ini dapat dihitung dengan menjumlahkan  $\theta_{t_2,1}$  dan  $\theta_{t_2,2}$

$$\theta_{t_2} = \theta_{t_2,1} + \theta_{t_2,2} \quad (4.3)$$

Dengan menggunakan matriks rotasi dua dimensi

$$R(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Sehingga  $t_2$  dapat dihitung dengan mensubstitusikan Persamaan (4.2-4.4) sebagai berikut:

$$t_2 = R(\theta_{t_2}) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} d_{st2} + p_{start} \quad (4.5)$$

2. menghitung  $t_1$  Untuk menghitung  $t_1$ , akan dihitung  $d_{st1}$  yaitu panjang antara titik  $p_{start}$  dan  $t_1$  Untuk menghitung  $t_1$ , akan dihitung  $d_{st1}$  yaitu Panjang antara titik  $p_{start}$  dan  $t_1$

$$d_{st1} = \sqrt{d_s o^2 - r_0^2} \quad (4.6)$$

dan sudut yang digunakan adalah

$$\theta_{t_1} = \theta_{t_2,2} - \theta_{t_2,1} \quad (4.7)$$

Dengan menggunakan Persamaan (4.6)-(4.7) dan (4.4) diperoleh persamaan  $t_1$  sebagai berikut:

$$t_1 = R(\theta_{t_1}) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} d_{st1} + p_{start} \quad (4.8)$$

3. menghitung  $t_3$  untuk menghitung titik  $t_3$  . terlebih dahulu didefinisikan vektor **TO** yakni vektor dari posisi titik pusat halangan  $p_o$  menuju posisi target  $p_{target}$  .

$$\mathbf{TO} = p_o - p_{target}$$

kemudian dihitung  $d_{obstacleTarget}$  yaitu panjang vektor **TO** sebagai berikut:

$$d_{obstacleTarget} = \|p_o - p_{target}\|_2$$

selanjutnya yaitu menghitung panjang  $d_{st3}$

$$d_{st3} = \sqrt{d_{obstacleTarget}^2 - r_o^2} \quad (4.9)$$

kemudian menghitung  $\theta_{toTarget,2}$  yakni sudut antara vektor **TO** dan **ST3** (vektor dari  $t_3$  menuju  $p_{target}$ )

$$\theta_{toTarget,2} = \arcsin\left(\frac{ro}{d_{obstacleTarget}}\right)$$

selanjutnya menghitung  $\theta_{toTarget,1}$  yaitu sudut yang dibentuk oleh **TO** dengan bidang xy

$$\theta_{toTarget,1} = \text{atan2}(\mathbf{TO}_y, \mathbf{TO}_x)$$

sehingga diperoleh

$$\theta_{t3} = \theta_{toTarget,1} + \theta_{toTarget,2} \quad (4.10)$$

dengan menggunakan Persamaan (4.9)-(4.10) dan (4.4) dapat dihitung  $t_3$  sebagai berikut:

$$t_3 = R(\theta_{t3}) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} d_{st3} + p_{target} \quad (4.11)$$

4. menghitung  $t_4$  untuk menghitung  $t_4$  perlu dihitung terlebih dahulu  $d_{st4}$  yakni jarak antara target dan titik pusat halangan

$$d_{st4} = \sqrt{d_{obstacleTarget}^2 - ro^2} \quad (4.12)$$

engan  $\theta_{t4}$  sebagai berikut:

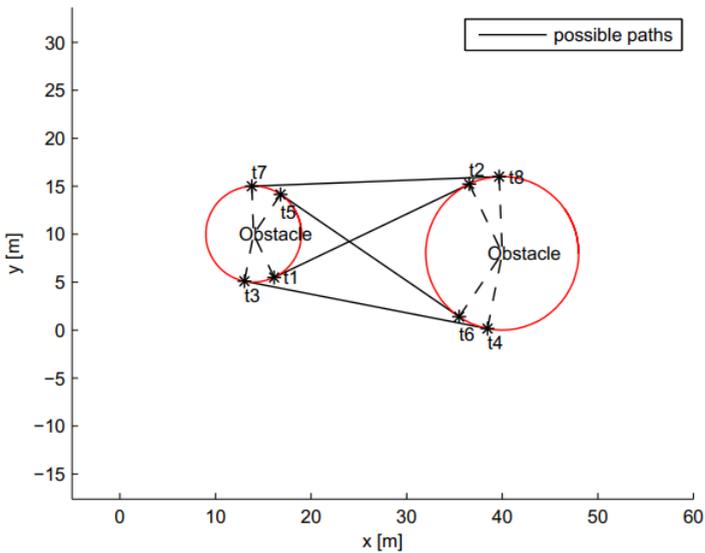
$$\theta_{t4} = \theta_{toTarget,1} + \theta_{toTarget,2} \quad (4.13)$$

sehingga  $t_4$  dapat dihitung sebagai berikut:

$$t_4 = R(\theta_{t4}) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} d_{st4} + p_{target} \quad (4.14)$$

### 4.1.2 Lintasan Dubins dengan Dua Halangan Statis

Pada lintasan Dubins dengan dua halangan terdapat 4 pilihan jalur dan perlu dicari 8 titik singgung yang perlu dihitung, yaitu:  $t_1; t_2; t_3; t_4; t_5; t_6; t_7; t_8$ . Pertama perlu dihitung titik yang menghubungkan garis singgung dalam yaitu  $t_1; t_2$  dan  $t_5; t_6$ . selanjutnya dihitung titik singgung yang menghubungkan garis singgung luar yaitu  $t_3; t_4$  dan  $t_7; t_8$ . Ilustrasi dapat dilihat pada Gambar 4.2



**Gambar 4.2:** lintasan dubins satu halangan

1. menghitung titik singgung dalam untuk menghitung titik garis singgung dalam, terlebih dahulu didefinisikan vektor antara titik pusat halangan  $V_{o1o2}$  dan dihitung jarak antar titik pusat halangan  $d_{oo}$

sebagai berikut:

$$\mathbf{V}_{o1o2} = p_{o1} - p_{o2} \quad (4.15)$$

$$d_{oo} = \|p_{o1} - p_{o2}\| \quad (4.16)$$

dengan

$p_{o1}$  = titik pusat halangan 1

$p_{o2}$  = titik pusat halangan 2

kemudian dengan menggunakan phythagoras dihitung  $d_{tt}$  yaitu panjang garis singgung dalam dengan persamaan berikut:

$$d_{tt} = \sqrt{d_{oo}^2 - (r_{o2} - r_{o1})^2} \quad (4.17)$$

dengan

$r_{o1}$  = jari-jari halangan 1

$r_{o2}$  = jari-jari halangan 2

kemudian didefinisikan vektor dari titik pusat halangan satu yaitu  $\mathbf{V}_{O1T2}$  dan  $t_2$  dengan panjang  $d_{O1T2}$  dan vektor dari titik pusat halangan satu dan t1 yaitu  $\mathbf{V}_{O1T1}$  dengan panjang  $d_{O1T1}$

$$\mathbf{V}_{O1T2} := t_2 - p_{o1}$$

$$\mathbf{V}_{O1T1} := t_1 - p_{o1}$$

$$d_{O1T2} = \sqrt{d_{o0}^2 + r_{o1}^2}$$

$$d_{O1T1} = \sqrt{d_{o0}^2 + r_{o2}^2}$$

selanjutnya dihitung sudut antara vektor  $\mathbf{V}_{o1o2}$  dan  $\mathbf{V}_{O2T1}$  dan sudut antara vektor  $\mathbf{V}_{o1o2}$  dan  $\mathbf{V}_{O1T2}$  sebagai berikut:

$$\theta_1 = \arccos\left(\frac{d_{oo}^2 + d_{o2t1}^2 - r_{o2}^2}{2 \times d_{oo} \times d_{o2t1}}\right) \quad (4.18)$$

$$\theta_2 = \arccos\left(\frac{d_{oo}^2 + d_{o1t2}^2 - r_{o1}^2}{2 \times d_{oo} \times d_{o1t2}}\right) \quad (4.19)$$

kemudian dihitung sudut antara vektor  $\mathbf{V}_{o1o2}$  dan bidang xy sebagai berikut:

$$\phi = \text{atan2}(\mathbf{V}_{o1o2,y}, \mathbf{V}_{o1o2,x}) \quad (4.20)$$

sehingga didapat:

$$t_1 = \mathbf{R}(\phi + \theta_1) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} d_{o2t1} + p_{o1} \quad (4.21)$$

$$t_2 = \mathbf{R}(\phi + \theta_1 + \pi) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} d_{o1t2} + p_{o2} \quad (4.22)$$

## 2. menghitung titik singgung luar

Untuk menghitung titik singgung luar, didefinisikan vektor  $\mathbf{V}_{o1t5}$  yaitu vektor yang dibentuk oleh titik pusat halangan satu dan  $t_5$  serta vektor  $\mathbf{V}_{t3t4}$  yaitu vektor yang dibentuk oleh  $t_3$  dan  $t_4$

$$\mathbf{V}_{o1t5} := t_5 - p_{o1} \quad (4.23)$$

$$\mathbf{V}_{t3t4} := t_4 - t_3 \quad (4.24)$$

$$(4.25)$$

perhitungan titik singgung  $t_3$  dan  $t_4$  adalah sebagai berikut:

Langkah pertama yaitu menentukan jarak dari  $t_3$  ke  $t_4$  yang didefinisikan sebagai  $d_{t3t4}$  sebagai berikut:

$$d_{t3t4} = \sqrt{d_{o0}^2 - (r_{o2} - r_{o1})^2} \quad (4.26)$$

langkah kedua adalah menghitung sudut  $\theta$  dan sudut  $\phi$ . sudut  $\theta$  yaitu sudut antara vektor  $\mathbf{V}_{o1o2}$  dan  $\mathbf{V}_{o1t5}$ .  $\phi$  adalah sudut antara vektor  $\mathbf{V}_{o1o2}$  dan bidang xy

$$\theta = \arccos\left(\frac{d_{t3t4}}{d_{oo}}\right) \quad (4.27)$$

$$\phi = \text{atan2}(\mathbf{V}_{o1o2,y}, \mathbf{V}_{o1o2,x}) \quad (4.28)$$

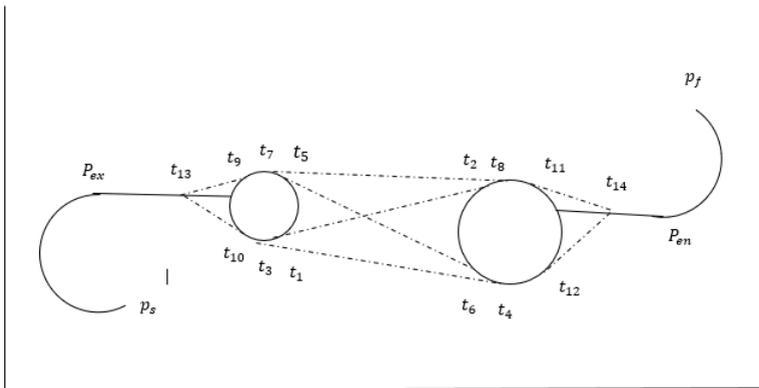
sehingga dapat diperoleh  $t_3$  dan  $t_4$  sebagai berikut:

$$t_3 = \mathbf{R}(\phi - \theta - \frac{\pi}{2}) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} r_{o1} + p_{o1} \quad (4.29)$$

$$t_4 = \mathbf{R}(\phi - \theta + \frac{3\pi}{2}) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} r_{o2} + p_{o2} \quad (4.30)$$

### 4.1.3 Perhitungan panjang total lintasan

Untuk menghitung panjang total lintasan. diperlukan perhitungan gabungan dari lintasan Dubins tanpa halangan, lintasan dubins satu halangan dan lintasan Dubis dua halangan. ilustrasi ini dapat dilihat pada Gambar berikut: pada Gambar 4.1 terlihat bahwa lintasan Dubins



**Gambar 4.3:** lintasan dubins total

terpendek melewati  $P_s, P_{ex}, t_{13}, t_9, t_7, t_5, t_8, t_{11}, t_{14}, P_{en}, P_f$  perhitungan panjang lintasan adalah sebagai berikut:

1. menghitung busur dari  $P_s$  ke  $P_{ex}$

$$Larc, start = \pi \times \rho_s \times \frac{(\psi_s + 90) - \theta_{ex}}{180} \quad (4.31)$$

2. menghitung panjang lintasan lurus dari  $P_{ex}$  menuju  $t_{13}$

$$L_{line1} = ||P_{ex} - t_{13}||_2 \quad (4.32)$$

3. menghitung panjang lintasan lurus dari  $t_{13}$  menuju  $T_9$

$$L_{line2} = ||t_9 - t_{13}||_2 \quad (4.33)$$

4. menghitung busur dari  $t_9$  ke  $t_7$

$$Larc1 = \pi \times p_{h1} \times \frac{(\theta_{t7} - \theta_{t9})}{180} \quad (4.34)$$

5. menghitung panjang lintasan lurus dari  $t_7$  menuju  $T_8$

$$L_{line3} = ||t_7 - t_8||_2 \quad (4.35)$$

6. menghitung busur dari  $t_8$  ke  $t_{11}$

$$Larc2 = \pi \times p_{h2} \times \frac{(\theta_{t8} - \theta_{t11})}{180} \quad (4.36)$$

7. menghitung panjang lintasan lurus dari  $t_{11}$  menuju  $T_{14}$

$$L_{line4} = ||t_{11} - t_{14}||_2 \quad (4.37)$$

8. menghitung panjang lintasan lurus dari  $t_{14}$  menuju  $P_{en}$

$$L_{line5} = ||t_{14} - P_{en}||_2 \quad (4.38)$$

9. menghitung busur dari  $P_{en}$  ke  $P_f$

$$Larc, start = \pi \times \rho_f \times \frac{(\psi_s - 90) - \theta_{en}}{180} \quad (4.39)$$

dengan substitusi Persamaan (4.31-4.39) diperoleh panjang lintasan total sebagai berikut:

$$L = L_{arc, start} + L + L_{arc, finish} + L_{arc1} + L_{arc2} \quad (4.40) \\ + L_{line1} + L_{line2} + L_{line3} + L_{line4} + L_{line5}$$

## 4.2 Persamaan Model Matematika pada Kapal

Dalam Tugas Akhir ini model matematika yang digunakan terdiri dari dua model, yaitu model matematika dinamika kapal dan model matematika kinematika kapal.

### 4.2.1 Model Matematika Dinamika Kapal

Dalam Tugas Akhir ini, kapal yang digunakan sebagai model adalah KRI Corvet Kelas Sigma. Tabel 4.1 berikut menunjukkan data parameternya.

Dari parameter yang terdapat pada tabel 4.1 di didapat nilai koefisien hidrodinamika kapal diperoleh dari Persamaan (2.16-2.23) hasil dari koefisien hidrodinamika kapal yang sudah dalam bentuk non-dimensional.

Berikut merupakan cara perhitungan untuk mendapatkan massa tambahan dan momen inersia menggunakan *Theory Strip*. Mendapatkan  $Y'_v$  dari Persamaan (2.16)

$$\frac{-Y'_v}{\pi(T/L)^2} = 1 + 0,16 \frac{C_B B}{T} - 5,1 \left( \frac{B}{L} \right)^2 \\ \frac{-Y'_v}{3,14(3,7/101,07)^2} = 1 + 0,16 \frac{0,65(14)}{3,7} - 5,1 \left( \frac{14}{101,07} \right)^2 \\ -Y'_v = 4,75334880 \times 10^{-3} \\ Y'_v = -4,75334880 \times 10^{-3}$$

**Tabel 4.1:** Data Parameter KRI Corvet Kelas Sigma

<b>Nama</b>	<b>Simbol</b>	<b>Ukuran</b>
<i>Length the Ship</i>	$L$	101,07m
<i>Breadth</i>	$B$	14m
<i>Draft Depth</i>	$T$	3,7m
<i>Mass of Ship</i>	$m$	$2423 \times 10^3 Kg$
<i>Velocity</i>	$U$	15,4m/s
<i>Coefficient Block</i>	$C_B$	0,65
<i>Nominal x coordinate of Gravity</i>	$x_G$	5,5m
<i>Rudder Area</i>	$A_\delta$	5,5m <sup>2</sup>
<i>Sea Water Density</i>	$\rho$	1024kg/m <sup>3</sup>

Mendapatkan  $Y'_r$  dari Persamaan (2.17)

$$\frac{-Y'_r}{\pi(T/L)^2} = 0,67 \left( \frac{B}{L} \right) - 0,0033 \left( \frac{B}{T} \right)^2$$

$$\frac{-Y'_r}{3,14(3,7/101,07)^2} = 0,67 \left( \frac{14}{101,07} \right) - 0,0033 \left( \frac{14}{3,7} \right)^2$$

$$-Y'_r = 0,04556080 \times 0,00420812$$

$$Y'_r = -1,91725300 \times 10^{-4}$$

Mendapatkan  $Y'_v$  dari Persamaan (2.20)

$$\frac{-Y'_v}{\pi(T/L)^2} = 1 + 0,4 \left( \frac{C_B B}{T} \right)$$

$$\frac{-Y'_v}{3,14(3,7/101,07)^2} = 1 + 0,4 \left( \frac{0,65(14)}{3,7} \right)$$

$$-Y'_v = 0,00420812 \times 1,98378378$$

$$Y'_v = -8,34800020 \times 10^{-3}$$

Mendapatkan  $Y_r'$  dari Persamaan (2.21)

$$\begin{aligned}\frac{-Y_r'}{\pi(T/L)^2} &= -0,5 + 2,2 \left(\frac{B}{L}\right) - 0,008 \left(\frac{B}{T}\right) \\ \frac{-Y_r'}{3,14(3,7/101,07)^2} &= -0,5 + 2,2 \left(\frac{14}{101,07}\right) - 0,008 \left(\frac{14}{3,7}\right) \\ -Y_r' &= 0,00420812 \times (-0,22553098) \\ Y_r' &= 9,49061400 \times 10^{-4}\end{aligned}$$

Mendapatkan  $N_v'$  dari Persamaan (2.18)

$$\begin{aligned}\frac{-N_v'}{\pi(T/L)^2} &= 1,1 \left(\frac{B}{L}\right) - 0,041 \left(\frac{B}{T}\right) \\ \frac{-N_v'}{3,14(3,7/101,07)^2} &= 1,1 \left(\frac{14}{101,07}\right) - 0,041 \left(\frac{14}{3,7}\right) \\ -N_v' &= 0,00420812 \times (-0,00276549) \\ N_v' &= 1,16375000 \times 10^{-5}\end{aligned}$$

Mendapatkan  $N_r'$  dari Persamaan (2.19)

$$\begin{aligned}\frac{-N_r'}{\pi(T/L)^2} &= \frac{1}{12} + 0,017 \left(\frac{C_{BB}}{T}\right) - 0,33 \left(\frac{B}{L}\right) \\ \frac{-N_r'}{3,14(3,7/101,07)^2} &= \frac{1}{12} + 0,017 \left(\frac{0,65(14)}{3,7}\right) - 0,33 \left(\frac{14}{101,07}\right) \\ -N_r' &= 0,00420812 \times (-0,82943325) \\ N_r' &= -3,49035460 \times 10^{-3}\end{aligned}$$

Mendapatkan  $N'_v$  dari Persamaan (2.22)

$$\begin{aligned}\frac{-N'_v}{\pi(T/L)^2} &= 0,5 + 2,4 \left( \frac{T}{L} \right) \\ \frac{-N'_v}{3,14(3,7/101,07)^2} &= 0,5 + 2,4 \left( \frac{3,7}{101,07} \right) \\ -N'_v &= 0,58785990 \times 0,00420812 \\ N'_v &= -2,47378500 \times 10^{-3}\end{aligned}$$

Mendapatkan  $N'_r$  dari Persamaan (2.23)

$$\begin{aligned}\frac{-N'_r}{\pi(T/L)^2} &= \frac{1}{4} + 0,039 \left( \frac{B}{T} \right) - 0,56 \left( \frac{B}{L} \right) \\ \frac{-N'_r}{3,14(3,7/101,07)^2} &= \frac{1}{4} + 0,039 \left( \frac{14}{3,7} \right) - 0,56 \left( \frac{14}{101,07} \right) \\ -N'_r &= 0,00420812 \times 0,31999757 \\ N'_r &= -1,34658820 \times 10^{-3}\end{aligned}$$

Hasil dari perhitungan koefisien hidrodinamika kapal dapat pula ditunjukkan pada tabel berikut:

**Tabel 4.2:** Koefisien Hidrodinamika Kapal

<b>Koefisien-N</b>	<b>Koefisien-Y</b>
$N'_{\dot{v}} = 1,16375000 \times 10^{-5}$	$Y'_{\dot{v}} = -4,75334880 \times 10^{-3}$
$N'_r = -3,49035460 \times 10^{-3}$	$Y'_r = -1,91725300 \times 10^{-4}$
$N'_v = -2,47378500 \times 10^{-3}$	$Y'_v = -8,34800020 \times 10^{-3}$
$N'_r = -1,34658820 \times 10^{-3}$	$Y'_r = 9,49061400 \times 10^{-4}$

Berdasarkan pada hasil perhitungan koefisien hidrodinamika kapal untuk mencari koefisien matriks  $M$  dinamika kapal pada Persamaan (2.5) dengan model

matematika Davidson dan Schiff, menjadi

$$M' = \begin{bmatrix} m' - Y'_v & m' x'_G - Y'_r \\ m' x'_G - N'_v & I'_z - N'_r \end{bmatrix}$$

dengan mensubstitusikan nilai  $m' = 4,58370500 \times 10^{-3}$ ,  $x'_G = 5,44177303 \times 10^{-2}$ , dan  $I'_z = 8,42437900 \times 10^{-5}$  diperoleh nilai matriks

$$M' = \begin{bmatrix} 0,00933706 & 0,00044117 \\ 0,00023780 & 0,00433280 \end{bmatrix}$$

Selanjutnya untuk mencari koefisien matriks  $N$  dinamika kapal pada Persamaan (2.5) dengan model matematika Davidson dan Schiff, menjadi

$$N' = \begin{bmatrix} -Y'_v & m' - Y'_r \\ -N'_v & m' x'_G - N'_r \end{bmatrix}$$

dengan mensubstitusikan nilai  $m'$ ,  $x'_G$ ,  $Y'_v$ ,  $Y'_r$ ,  $N'_v$ , dan  $N'_r$  diperoleh nilai matriks

$$= \begin{bmatrix} -0,00834800 & 0,00363465 \\ -0,00247379 & 0,00159603 \end{bmatrix}$$

Lalu untuk menghitung koefisien matriks  $b$  dinamika kapal pada Persamaan (2.5) dengan model matematika Davidson dan Schiff, seperti berikut

$$b' = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Sehingga model dinamika kapal Davidson dan Schiff yang sudah diubah kedalam bentuk nondimensional pada Persamaan (2.5) dapat ditulis sebagai berikut,

$$\dot{v} = M'^{-1}(N'(u_0))v + M'^{-1}b'\delta_R'$$

$$\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,00933706 & 0,00044117 \\ 0,00023780 & 0,00433280 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -0,00834800 & 0,00363465 \\ -0,00247379 & 0,00159603 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,00933706 & 0,00044117 \\ 0,00023780 & 0,00433280 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \delta_R \quad (4.41)$$

#### 4.2.2 model matematika kinematika kapal

pada tugas akhir ini persamaan kinematika yang digunakan adalah persamaan kinematika untuk 2 derajat kebebasan sebagai berikut:

kinematika translasi

gerak translasi pada model kapal dengan 2 derajat kebebasan yaitu gerak searah sumbu-x *surge* ( $u_0$ ) dan gerak searah sumbu-y *sway* ( $v$ ). untuk membentuk model kinematika, maka kecepatan surge dan sway harus dirotasi.sehingga

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi \\ \sin\psi & \cos\psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_0 \\ v \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} \dot{x} &= u_0 \cos\psi - v \sin\psi \\ \dot{y} &= u_0 \sin\psi + v \cos\psi \end{aligned} \quad (4.43)$$

kinematika rotasi

pada model matematika gerak kapal tugas akhir ini gerak rotasi yang digunakan yaitu kecepatan yaw ( $r$ ) sehingga diperoleh:

$$\dot{\psi} = r \quad (4.44)$$

dengan menggabungkan kinematika translasi dan rotasi, maka diperoleh persamaan kinematika sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= u_0 \cos \psi - v \sin \psi \\ \dot{y} &= u_0 \sin \psi + v \cos \psi \\ \dot{\psi} &= r \end{aligned} \quad (4.45)$$

dengan  $x, y$  adalah posisi kapal pada sumbu bumi,  $\psi$  adalah sudut haluan kapal,  $U_0$  dan  $r$  adalah kecepatan surge dan kecepatan yaw. tujuan dari pelacakan trayektori ini adalah sudut hadap kapal ( $\psi$ ) bergerak menuju sudut hadap kapal yang diinginkan ( $\psi_d$ ) yang diperoleh dari lintasan dubins yang sudah ditentukan.

Pada tugas akhir ini, penulis fokus pada pelacakan lintasan, untuk itu perlu dibangun sebuah model *error* dari sudut heading dan posisi. sehingga tujuan dari pelacakan lintasan Dubins yaitu untuk membuat model *error* dari sudut heading dan posisi konvergen ke 0. Model *error* dari sudut heading ( $\psi_e$ ) diperoleh dari selisih antara sudut heading kapal ( $\psi$ ) dan sudut heading pada lintasan Dubins ( $\psi_d$ ). error pada sudut heading dapat dimodelkan dalam bentuk  $\psi_e = \psi - \psi_d$ . sehingga dapat dibentuk:

$$\dot{\psi}_e = \dot{\psi} - \dot{\psi}_d$$

karena  $\psi$  merupakan sudut hadap kapal maka dapat disubstitusi  $\dot{\psi} = r$  sehingga persamaan menjadi

$$\dot{\psi}_e = r - \dot{\psi}_d \quad (4.46)$$

kemudian dilakukan perhitungan eroor posisi. dengan asumsi perbedaan terhadap sumbu x adalah konstan  $\dot{x} = 0$  maka model error posisi adalah

$$\dot{Z}_e = u_0 \sin \psi_e + v \cos \psi_e \quad (4.47)$$

### 4.2.3 Gabungan model matematika kapal

persamaan model error merupakan gabungan dari model dinamika dan kinematika gerak kapal. Dengan menggabungkan Persamaan 4.41, 4.46 dan 4.47 sehingga diperoleh persamaan berikut:

$$\begin{aligned} \dot{v} &= -0,86936438v + 0,37283993r & (4.48) \\ \dot{r} &= -0,52324093v + 0,34790355r + \delta \\ \dot{\psi}_e &= r - \dot{\psi}_d \\ \dot{Z}_e &= u_0 \sin \psi_e + v \cos \psi_e \end{aligned}$$

Model yang digunakan merupakan model linier yang dinyatakan dalam bentuk  $\dot{x} = Ax - S + Bu$ . Dengan linearisasi terhadap Persamaan 4.48 menggunakan Jacobian maka diperoleh matriks A sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} -0,86936438 & 0,37283993 & 0 & 0 \\ -0,52324093 & 0,34790355 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{\partial \dot{Z}_e}{\partial v} & \frac{\partial \dot{Z}_e}{\partial r} & \frac{\partial \dot{Z}_e}{\partial \psi_e} & \frac{\partial \dot{Z}_e}{\partial Z_e} \end{bmatrix}$$

matriks A dapat ditulis sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} -0,86936438 & 0,37283993 & 0 & 0 \\ -0,52324093 & 0,34790355 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \cos x_1 & 0 & u_0 \cos x_1 - x_2 \sin x_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.49)$$

Dengan  $x_1$  adalah titik setimbang dari  $\psi_e$  dan  $x_2$  adalah titik setimbang dari  $v$ . Dengan mengasumsikan titik setimbang  $x_1 = x_2 = 0$  dan  $u_0 = 15.4$  maka didapat model linier  $\dot{x} = Ax - S + Bu$  sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{r} \\ \dot{\psi}_e \\ \dot{Z}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,86936438 & 0,37283993 & 0 & 0 \\ -0,52324093 & 0,34790355 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 15.4 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ r \\ \psi_e \\ Z_e \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi}_d \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \delta \quad (4.50)$$

dengan

$$x = [v \ r \ \psi_e \ Z_e]^T$$

$$A = \begin{bmatrix} -0,86936438 & 0,37283993 & 0 & 0 \\ -0,52324093 & 0,34790355 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 15.4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$S = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi}_d \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

#### 4.2.4 Uji keterkontrolan

Sebelum melakukan kendali pada sistem yang direpresentasikan oleh model, maka sistem harus diketahui terlebih dahulu keterkontrolannya. Uji keterkontrolan ini dilakukan untuk menentukan bisa tidaknya dilanjutkan perancangan sistem kendali. Dari Persamaan 4.43 diperoleh matriks  $A$  dan  $B$  sebagai berikut :

$$A = \begin{bmatrix} -0,86936438 & 0,37283993 & 0 & 0 \\ -0,52324093 & 0,34790355 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 15.4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Matriks keterkontrolan diberikan oleh persamaan berikut ini :

$$M_c = [B \ AB \ A^2B \ A^3B]$$

untuk input  $\delta_R$  diperoleh matriks keterkontrolan sebagai berikut :

$$M_c = \begin{bmatrix} 0 & 0.3728 & -0.1944 & 0.1414 \\ 1.0000 & 0.3479 & -0.0740 & 0.0760 \\ 0 & 1.0000 & 0.3479 & -0.0740 \\ 0 & 0 & 8.6940 & 2.7005 \end{bmatrix}$$

Dengan menggunakan bantuan *software* MATLAB maka diperoleh  $\text{rank}(M_c) = 4$  karena nilai dari  $\text{rank}$  matriks  $M_c$  sama dengan orde sistem, sehingga rancangan kendali untuk sistem dapat dibuat.

### 4.3 Diskritisasi model

Model yang digunakan pada MPC adalah model linier diskrit sehingga model harus didiskritkan. Dengan menggunakan metode beda hingga maju, diskritisasi Persamaan *state* disajikan pada persamaan dibawah ini :

$$\begin{bmatrix} \frac{x_1(k+1)-x_1(k)}{\Delta t} \\ \frac{x_2(k+1)-x_2(k)}{\Delta t} \\ \frac{x_3(k+1)-x_3(k)}{\Delta t} \\ \frac{x_4(k+1)-x_4(k)}{\Delta t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,86936438 & 0,37283993 & 0 & 0 \\ -0,52324093 & 0,34790355 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \cos 0 & 0 & (15.4) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \\ x_4(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{s(k+1)-s(k)}{\Delta t} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) - x_1(k) \\ x_2(k+1) - x_2(k) \\ x_3(k+1) - x_3(k) \\ x_4(k+1) - x_4(k) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -0,86936438\Delta t & 0,37283993\Delta t & 0\Delta t & 0\Delta t \\ -0,52324093\Delta t & 0,34790355\Delta t & 0\Delta t & 0\Delta t \\ 0\Delta t & 1\Delta t & 0\Delta t & 0\Delta t \\ 1\Delta t & 0\Delta t & (15.4)\Delta t & 0\Delta t \end{bmatrix} \quad (4.51)$$

$$\begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \\ x_4(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0\Delta t \\ 1\Delta t \\ 0\Delta t \\ 0\Delta t \end{bmatrix} u - \begin{bmatrix} 0\Delta t \\ 0\Delta t \\ s(k+1) - s(k) \\ 0\Delta t \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ x_3(k+1) \\ x_4(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,86936438\Delta t + 1 & 0,37283993\Delta t & 0\Delta t & 0\Delta t \\ -0,52324093\Delta t & 0,34790355\Delta t + 1 & 0\Delta t & 0\Delta t \\ 0\Delta t & 1\Delta t & 0\Delta t + 1 & 0\Delta t \\ 1\Delta t & 0\Delta t & (15.4)\Delta t & 0\Delta t + 1 \end{bmatrix} \quad (4.52) \\
 \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \\ x_4(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0\Delta t \\ 1\Delta t \\ 0\Delta t \\ 0\Delta t \end{bmatrix} u - \begin{bmatrix} 0\Delta t \\ 0\Delta t \\ s(k+1) - s(k) \\ 0\Delta t \end{bmatrix}$$

Dengan mengambil waktu sampling  $\Delta t = 0,5$  pembulatan maksimal delapan angka dibelakang koma. Sehingga didapatkan persamaan sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ x_3(k+1) \\ x_4(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,56531781 & 0,18641997 & 0 & 0,125 \\ -0,26162047 & 0,82604821 & 0 & 0,987 \\ 0 & 0,5 & 1 & 0,453 \\ 0,5 & 0 & 4,16055555 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.53) \\
 \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \\ x_4(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0,5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ s(k+1) - s(k) \\ 0 \end{bmatrix}$$

#### 4.4 Desain Kendali dengan Menggunakan Model Predictive Control

Pada bagian ini dijelaskan mengenai penerapan MPC pada desain kendali kapal yang terdiri dari pembuatan formulasi fungsi objektif dan formulasi fungsi kendala sebagai berikut:

#### 4.4.1 Formulasi Fungsi Objektif

Selanjutnya dilakukan formulasi fungsi objektif yang digunakan untuk merancang desain kontrol. Pada Tugas Akhir ini sinyal kontrol bertujuan untuk meminimumkan model error dengan keluaran sistem berupa sudut error heading kapal dan error posisi. Bentuk dari fungsi objektif diberikan sebagai berikut :

$$J(k) = \sum_{i=1}^{N_p} \|\hat{y}(k+i|k)\|_{Q_{(i)}}^2 + \sum_{i=0}^{N_c-1} \|\hat{u}(k+i|k)\|_{R_{(i)}}^2 \quad (4.54)$$

dengan  $\hat{y}(k+i|k)$  adalah prediksi *internal plat output*, kemudian  $\hat{u}(k+i|k)$  adalah variabel input kedepan,  $k+2$ , yang akan diprediksi pada waktu ke  $k$ . Kemudian  $Q_{(i)}$  dan  $R_{(i)}$  merupakan matriks simetri definit positif. Parameter untuk adaptasi kendali adalah prediksi horizon  $N_p$ , dan kendali horizon  $N_c$ , matriks  $Q$  dan  $R$ . Dimana  $Q$  merupakan matriks berdimensi  $n \times n$ , dengan  $n$  adalah jumlah variabel keadaan sistem.

Pada Tugas Akhir ini, variabel keadaan yang ada pada sistem ada empat yaitu kecepatan *sway*, kecepatan *yaw*, error sudut heading kapal dan error posisi. Sehingga ukuran matriks  $Q$  adalah  $4 \times 4$ . Sedangkan matriks  $R$  adalah matriks dengan ukuran  $m \times 1$ , dengan  $m$  adalah jumlah kendali input dalam sistem. Kendali input yang digunakan pada Tugas Akhir ini adalah sudut *rudder* (kemudi). Sehingga ukuran matriks  $R$  adalah  $1 \times 1$ .

Pada Tugas Akhir ini, kasus yang diambil ialah ketika  $N_p = N_c$ , sehingga fungsi objektif dapat dituliskan kembali

sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
J(k) &= \sum_{i=1}^{N_p} \|\hat{y}(k+i|k)\|_{Q(i)}^2 + \sum_{i=0}^{N_c-1} \|\hat{u}(k+i|k)\|_{R(i)}^2 \\
&= \sum_{i=1}^{N_p} \|\hat{y}(k+i|k)\|_{Q(i)}^2 + \|\hat{u}(k+i-1|k)\|_{R(i)}^2 \\
&= \|\hat{y}(k+1|k)\|_{Q(1)}^2 + \|\hat{y}(k+2|k)\|_{Q(2)}^2 + \dots \\
&\quad + \|\hat{y}(k+N_p|k)\|_{Q(N_p)}^2 + \|\hat{u}(k|k)\|_{R(0)}^2 \\
&\quad + \|\hat{u}(k+1|k)\|_{R(1)}^2 + \dots + \|\hat{u}(k+N_p|k)\|_{R(N_p-1)}^2
\end{aligned}$$

Dengan

$$\|\hat{y}(k+i|k)\|_{Q(i)}^2 = \hat{y}(k+i|k)]^T Q(i) (\hat{y}(k+i|k))$$

Selanjutnya substitusi Persamaan (4.55) kedalam Persamaan (4.54) sehingga persamaan fungsi objektif menjadi:

$$\begin{aligned}
J(k) &= [\hat{y}(k+i|k)]^T Q(i) (\hat{y}(k+i|k)) + \\
&\quad \hat{u}(k+i|k)]^T R(i) \hat{u}(k+i|k)
\end{aligned} \tag{4.55}$$

dengan memisalkan  $\hat{y}(k+i|k) = Y$ , dan  $\hat{u}(k+i|k) = U$ , maka Persamaan (4.55) dapat ditulis kembali menjadi

$$J = [Y]^T Q(Y) + U^T R U \tag{4.56}$$

Kemudian substitusikan Persamaan (2.5) dari formulasi plan model pada Bab 2 kedalam Persamaan (4.56). Sehingga fungsi objektif menjadi

$$J = 2U^T \theta^T Q[Fx(k) + GS] + 2U^T [\theta^T Q \theta + R] U \tag{4.57}$$

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{(1)} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & Q_{(2)} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & Q_3 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & Q_{Np} \end{bmatrix}_{Np \times Np}$$

$$R = \begin{bmatrix} R_{(0)} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & R_{(1)} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & R_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & R_{Np-1} \end{bmatrix}_{Np \times Np}$$

#### 4.4.2 Formulasi Fungsi Kendala

Pada Tugas akhir ini kendala yang diberikan meliputi kendala pada variasi *increment* variabel kontrol, kendala pada variabel kontrol, dan kendala pada *state*. Formulasi kendala pada Tugas Akhir ini diberikan sebagai berikut :

1. Formulasi kendala pada *increment* variabel kontrol  
Diketahui bahwa  $\Delta u(k|k) = u(k|k) - u(k-1|k)$ , sehingga diperoleh persamaan:

$$\begin{aligned} u(k|k) - u(k-1|k) &= \Delta u(k|k) \\ u(k+1|k) - u(k-1|k) &= \Delta u(k+1|k) \\ &\vdots \\ u(k+Np-1|k) - u(k-1|k) &= \Delta u(k+Np-1|k) + \Delta u \\ &\quad (k+Np-2|k) + \cdots + \Delta u(k|k) \end{aligned}$$

Kendala *increment* variabel kontrol diberikan sebagai berikut

$$\Delta U^{min} \leq \Delta U \leq \Delta U_{max} \quad (4.58)$$

sehingga persamaan menjadi

$$u(k|k) - u(k-1|k) \leq \Delta u_{max} \quad (4.59)$$

$$-u(k|k) + u(k-1|k) \leq \Delta u_{min}$$

$$u(k+1|k) - u(k|k) \leq \Delta u_{max}$$

$$-u(k+1|k) + u(k|k) \leq \Delta u_{min}$$

$$\vdots$$

$$u(k+N_p-1|k) - u(k|k) \leq \Delta u_{max} \quad (4.60)$$

$$-u(k+N_p-1|k) + u(k|k) \leq \Delta u_{min}$$

sehingga dapat dituliskan dalam bentuk matriks berikut:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & -1 \end{bmatrix}_{2N_p \times 2N_p} U \leq \begin{bmatrix} \Delta u_{max} + u(k-1|k) \\ \Delta u_{min} - u(k-1|k) \\ \Delta u_{max} \\ \Delta u_{min} \\ \vdots \\ \Delta u_{max} \\ \Delta u_{min} \end{bmatrix}_{2N_p \times 1} \quad (4.61)$$

Persamaan (4.61) dapat ditulis kembali dalam bentuk :

$$S_1 U \leq V_1 \quad (4.62)$$

2. Formulasi kendala pada variabel kontrol Kendala variabel kontrol diberikan sebagai berikut:

$$U^{min} \leq U \leq U_{max} \quad (4.63)$$

dengan mensubstitusi Persamaan (4.61) ke Persamaan (4.63), maka diperoleh persamaan berikut

$$\begin{aligned} -P_1 u(k|k) &\leq -U^{min} \\ P_1 u(k|k) &\leq U^{max} \end{aligned}$$

sehingga dapat ditulis dalam bentuk persamaan sebagai berikut:

$$P_1 U \leq T_1 \quad \text{dengan} \quad (4.64)$$

$$P_1 = \begin{bmatrix} P & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & P & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & P & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & P \end{bmatrix}_{2Np \times Np} \quad (4.65)$$

$$T_1 = \begin{bmatrix} T \\ T \\ T \\ \vdots \\ T \end{bmatrix}_{2Np \times 1} \quad (4.66)$$

3. Formulasi kendala pada *state* diberikan suatu sistem diskrit sebagai berikut

$$X(k+1) = Ax(k) + Bu(k)$$

dengan batas kendala

$$r^{min} \leq x(k|k) \leq r^{max}$$

dapat ditulis kembali

$$\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} x(k|k) \leq \begin{bmatrix} -r^{min} \\ r^{max} \end{bmatrix}$$

$$Dx(k|k) \leq K_1 \quad (4.67)$$

untuk  $j = 1, 2, \dots, Np$  maka Persamaan (4.67) didapatkan dari perhitungan sebagai berikut

$$DAx(k) + DBu(k) \leq K_1 \quad (4.68)$$

Persamaan (4.68) dapat dituliskan dalam bentuk matriks sebagai berikut

$$\begin{bmatrix} DA \\ DA^2 \\ DA^3 \\ \vdots \\ DA^{Np} \end{bmatrix}_{Np \times 1} x(k|k) +$$

$$\begin{bmatrix} DB & 0 & 0 & \dots & 0 \\ DAB & DB & 0 & \dots & 0 \\ DA^2B & DAB & DB & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ DA^{Np-1}B & DA^{Np-2}B & DA^{Np-2}B & \dots & DB \end{bmatrix}_{Np \times Np}$$

$$\begin{bmatrix} u(k) \\ u(k) \\ u(k) \\ \vdots \\ u(k) \end{bmatrix}_{np \times 1} \leq \begin{bmatrix} K_1 \\ K_1 \\ K_1 \\ \vdots \\ K_1(Np \times 1) \end{bmatrix} \quad (4.69)$$

dengan memisalkan

$$\theta_1 = \begin{bmatrix} DB & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ DAB & DB & 0 & \cdots & 0 \\ DA^2B & DAB & DB & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ DA^{Np-1}B & DA^{Np-2}B & DA^{Np-2}B & \cdots & DB \end{bmatrix}_{Np \times Np}$$

$$\text{kemudian } H = \begin{bmatrix} DA \\ DA^2 \\ DA^3 \\ \vdots \\ DA^{Np} \end{bmatrix}_{Np \times 1}, \text{ dan } K = \begin{bmatrix} K_1 \\ K_1 \\ K_1 \\ \vdots \\ K_1 \end{bmatrix}_{Np \times 1}.$$

Sehingga Persamaan matriks (4.69) diatas dapat diubah menjadi pertidaksamaan berikut :

$$\begin{aligned} Hx(k|k) + \theta_1 U(k) &\leq K \\ \theta_1 U(k) &\leq K - Hx(k|k) \end{aligned} \quad (4.70)$$

Sehingga fungsi tujuan dan kendala batas dari perhitungan diatas dapat dituliskan sebagai berikut

$$J = 2U^T \theta^T Q [Fx(k) + GS] + 2U^T [\theta^T Q \theta + R] U \quad (4.71)$$

kendala

$$\begin{aligned} \theta_1 U(k) &\leq K - Hx(k|k) \\ P_1 U &\leq T_1 \\ S_1 \Delta U &\leq V_1 \end{aligned} \quad (4.72)$$

dengan

$$\theta_1 = \begin{bmatrix} DB & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ DAB & DB & 0 & \cdots & 0 \\ DA^2B & DAB & DB & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ DA^{Np-1}B & DA^{Np-2}B & DA^{Np-2}B & \cdots & DB \end{bmatrix} K = \begin{bmatrix} K_1 \\ K_1 \\ K_1 \\ \vdots \\ K_1 \end{bmatrix} P_1 =$$

#### 4.5 Simulasi

Pada simulasi ini *Rudder* yang digunakan adalah *rudder Van Amerongen* dengan nilai kendala batas didefinisikan sebagai berikut

$$-5(deg/s) \leq \Delta u \leq 5(deg/s) \quad (4.73)$$

$$-35deg \leq u \leq 35deg \quad (4.74)$$

dan nilai kendala batas untuk kecepatan *yaw* adalah

$$-0.0932rad/s \leq r \leq 0.0932rad/s \quad (4.75)$$

Sehingga matriks kendala yang digunakan pada simulasi ini didefinisikan sebagai berikut:

$$C_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.76)$$

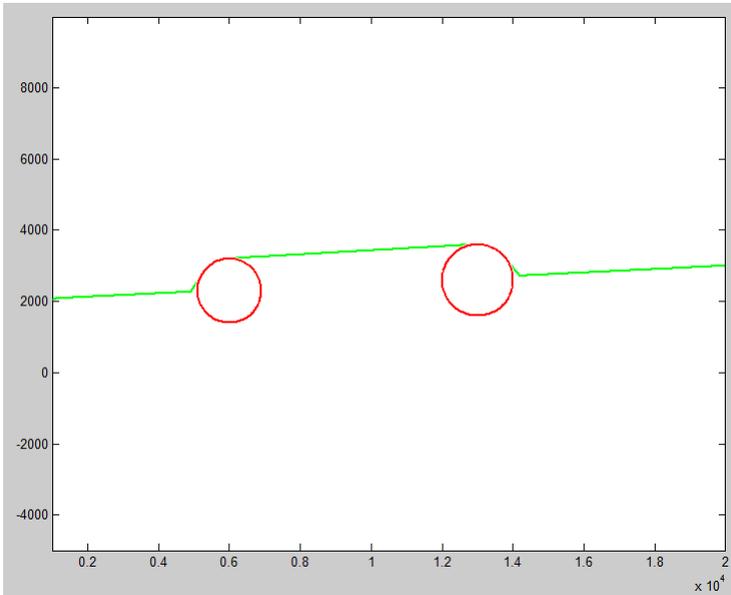
$$P_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$D_1 = \begin{bmatrix} 0.0932rad/s \\ 0.0932rad/s \end{bmatrix}$$

$$T_1 = \begin{bmatrix} 35rad \\ 35rad \end{bmatrix}$$

$$V_1 = \begin{bmatrix} 5deg/detik \\ 5deg/detik \end{bmatrix}$$

simulasi pertama yaitu sudut hadap kapal awal sama dengan sudut hadap akhir. dengan input awal  $(0, 0, 0^0)$  dan final position  $(15000, 0, 0^0)$  dan halangan  $(6000, 100, 800)$  dan  $(10000, -200, 900)$  pada gambar 4.4 berikut



**Gambar 4.4:** lintasan dubins dengan sudut awal dan akhir sama

hasil panjang lintasan Dubins adalah sebagai berikut

$$RSR = 16262m$$

$$RSL = 16262m$$

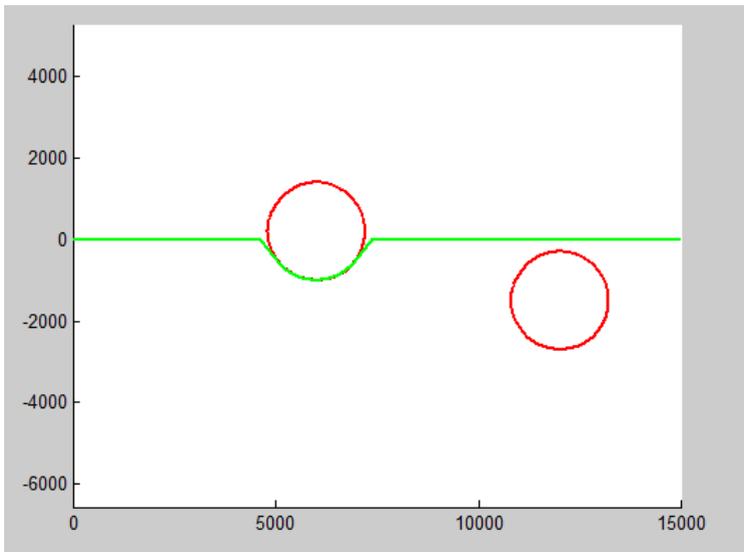
$$LSR = 16262m$$

$$LSL = 16262m$$

pada Gambar 4.2 terlihat bahwa lintasan mendeteksi adanya 2 halangan sehingga lintasan berubah, melewati halangan 1

kemudian menuju halangan 2 melalui garis singgung dalam dengan jarak 16262 m .

simulasi kedua yaitu dengan initial position  $(0, 0, 0^0)$  dan final position  $(15000, 0, 0^0)$  dan halangan  $(6000, 100, 800)$  dan  $(10000, 1000, 800)$  dapat dilihat pada gambar 4.5 berikut:



**Gambar 4.5:** lintasan dubins melewati satu halangan

hasil panjang lintasan Dubins adalah sebagai berikut

$$RSR = 16073m$$

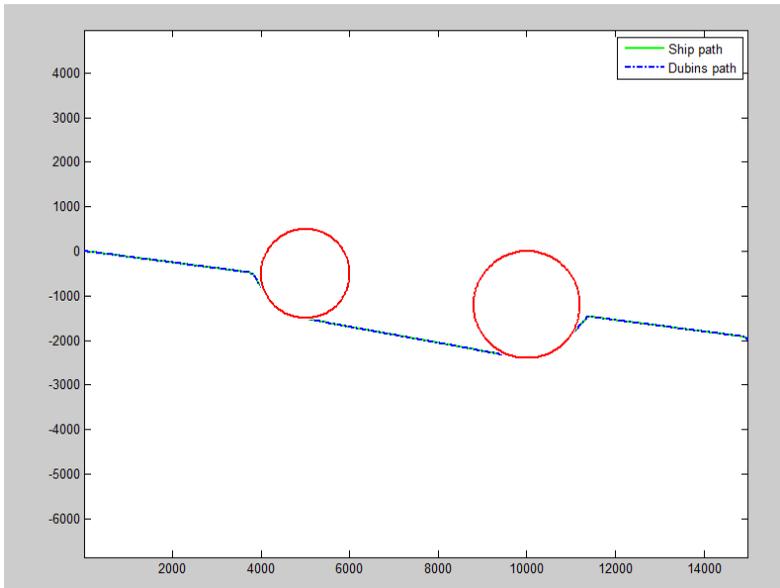
$$RSL = 16073m$$

$$LSR = 16073m$$

$$LSL = 16073m$$

pada gambar 4.5 terlihat bahwa lintasan mendeteksi adanya 1 halangan sehingga lintasan berubah, melewati halangan 1 kemudian menuju titik akhir dengan panjang total 16073 m .

Dengan menggunakan input initial position  $(0,0,0^0)$  final position  $:(15000,-2000,300^0)$  dan halangan  $(5000,-500,1000)$  dan  $(10000,-1200,1200)$  didapat pada gambar 4.6 berikut:



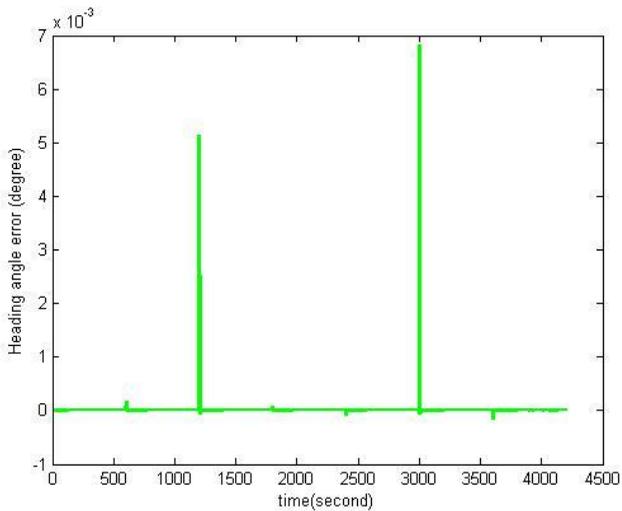
**Gambar 4.6:** lintasan dubins dengan dua halangan statis

Hasil panjang lintasan Dubins adalah sebagai berikut:

**Tabel 4.3:** hasil Panjang lintasan Dubins skenario 1

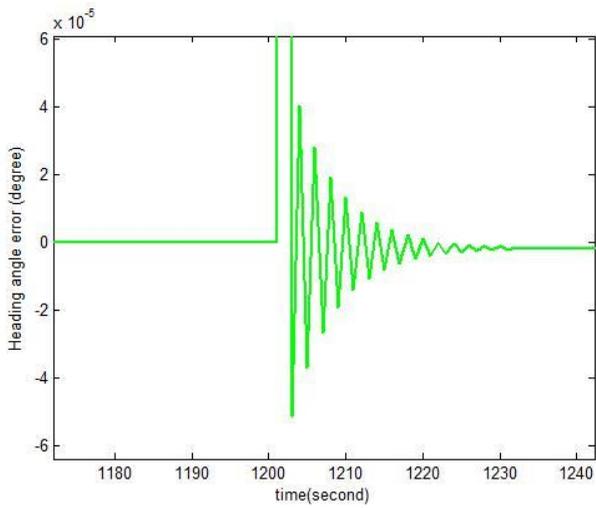
RSR	RSL	LSR	LSL
20383 m	26263 m	23382 m	21383 m

Pada Gambar 4.6, terlihat bahwa kapal bergerak menuju halangan pertama kemudian menggunakan garis singgung luar menuju halangan kedua untuk sampai ke posisi finish.

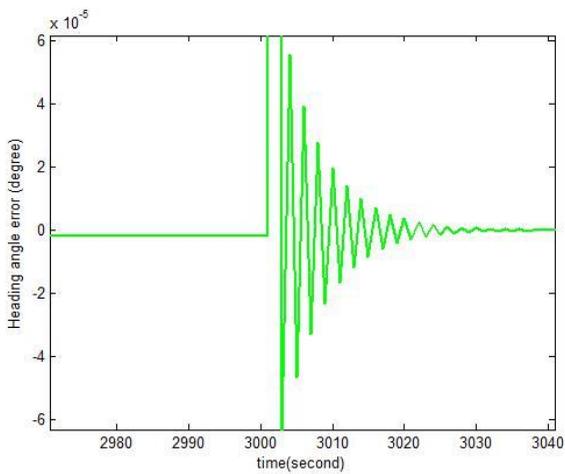


**Gambar 4.7:** error heading angle pada kapal

Pada Gambar 4.7, terlihat error heading angle mengalami naik turun, hal ini dikarenakan kapal berpindah dari halangan 2 menuju lintasan tanpa halangan dan berada dalam batasan yang diinginkan.

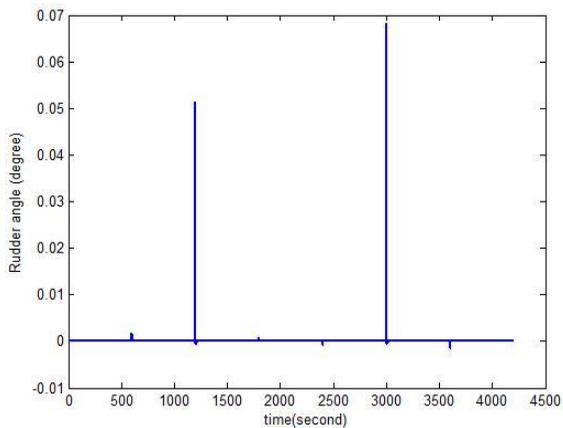


**Gambar 4.8:** perbesaran error heading angle pada kapal



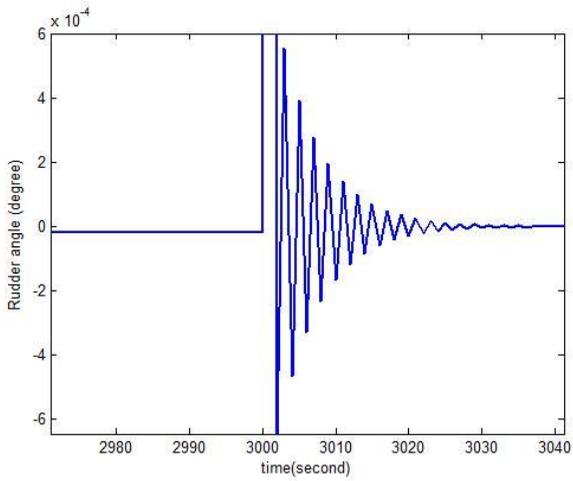
**Gambar 4.9:** perbesaran error heading angle pada kapal

Pada Gambar 4.8 dan 4.9 terlihat bahwa error heading angle sangat kecil dan nilai paling tinggi sekitar  $7 \times 10^{-3}$  dan error yang terjadi diakibatkan transisi dari lintasan dubins mendeteksi adanya halangan sehingga sudut haluan kapal berubah. Hal ini menunjukkan sistem bekerja sesuai dengan lintasan yang diinginkan

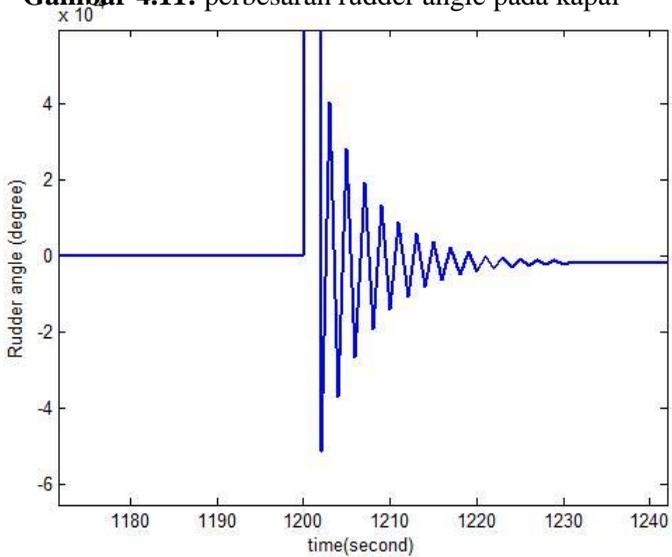


**Gambar 4.10:** rudder angle pada kapal

Pada Gambar 4.10 terlihat bahwa sudut rudder berada pada interval yang diinginkan yaitu dengan nilai paling tinggi 0.07 saat sudut rudder bergerak, hal ini terjadi karena sistem mengenali adanya halangan dan berusaha menyesuaikan sudut hadap halangan.



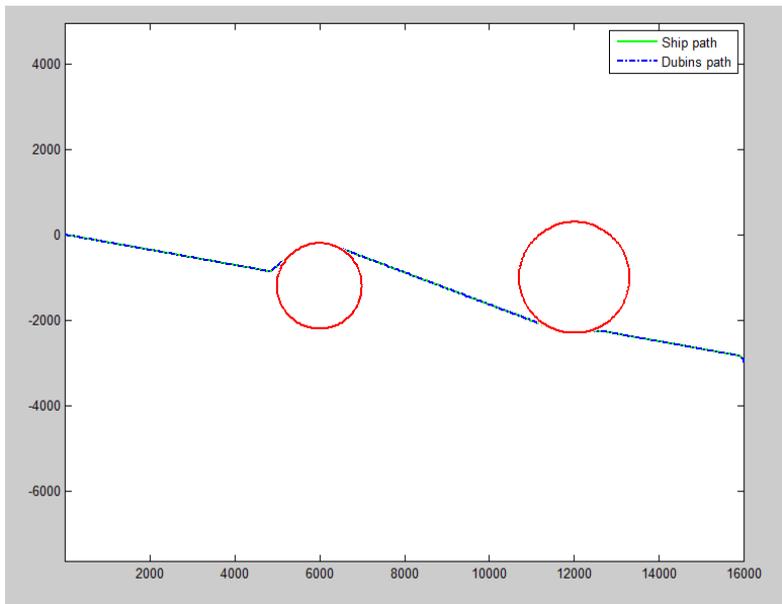
**Gambar 4.11:** perbesaran rudder angle pada kapal



**Gambar 4.12:** perbesaran rudder angle pada kapal

Pada Gambar 4.11 dan 4.12 terlihat sudut rudder bergerak naik turun dengan nilai yang cukup kecil, hal ini dikarenakan kapal mulai keluar dari lintasan dubins dan menuju halangan.

Dengan menggunakan input initial position:  $(0,0,0^0)$  nal position  $(-15000,1000,90^0)$  dan halangan  $(5000,-300,400)$  dan  $(10000,-800,400)$  didapat pada gambar 4.13 berikut:



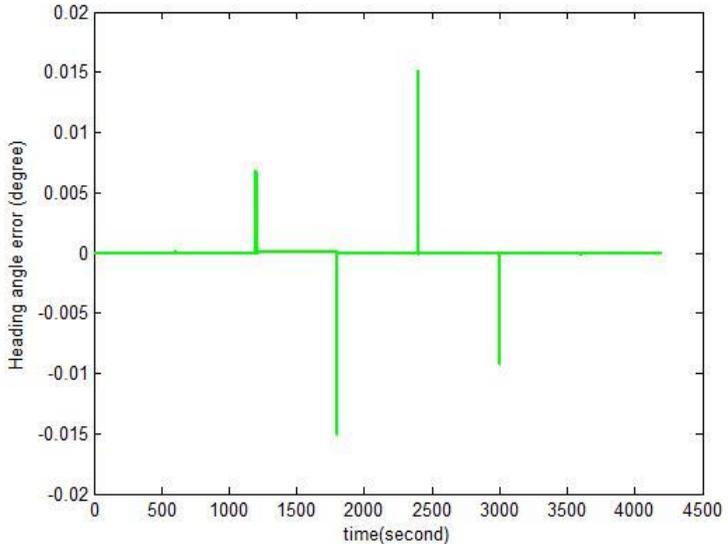
**Gambar 4.13:** lintasan dubins skenario 2

Hasil panjang lintasan Dubins adalah sebagai berikut

**Tabel 4.4:** hasil Panjang lintasan Dubins skenario 2

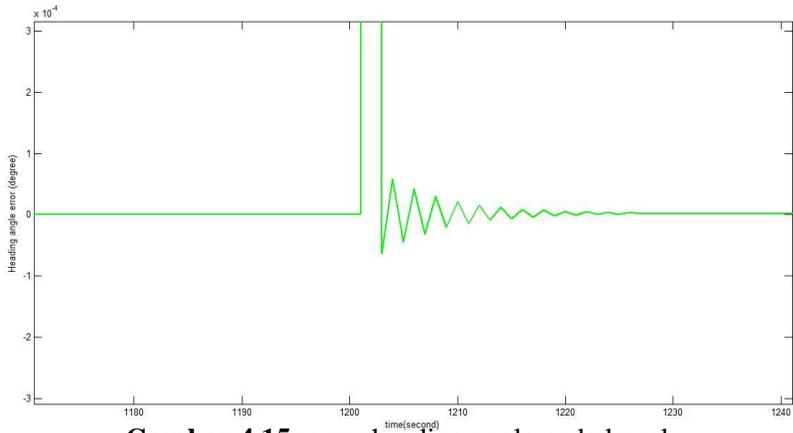
RSR	RSL	LSR	LSL
21369 m	23271 m	22732 m	24272 m

Pada Gambar 4.13 terlihat bahwa kapal bergerak menuju halangan pertama kemudian menggunakan garis singgung dalam menuju halangan kedua untuk sampai ke posisi

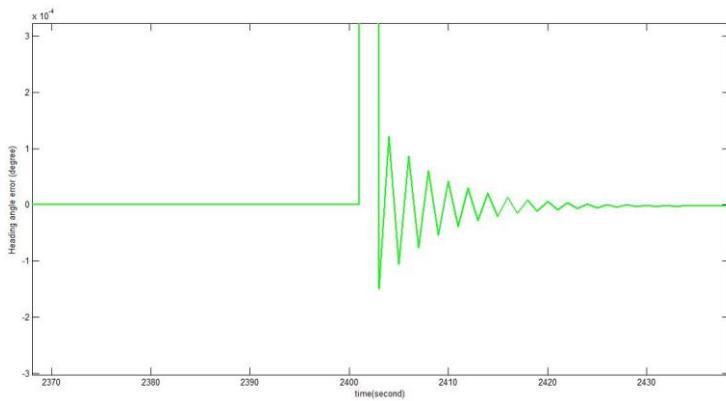


Gambar 4.14: error heading angle pada kapal

Pada Gambar 4.14 terlihat bahwa error heading angle sangat kecil dan nilai paling tinggi sekitar  $7 \times 10^{-3}$  dan error yang terjadi diakibatkan transisi dari lintasan dubins mendeteksi adanya halangan sehingga sudut haluan kapal berubah. hal ini menunjukkan sistem bekerja sesuai dengan lintasan yang diinginkan.

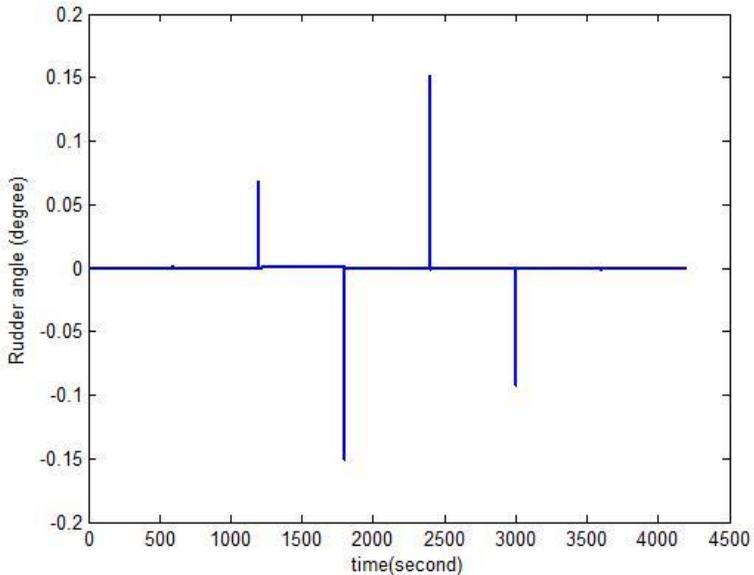


**Gambar 4.15:** error heading angle pada kapal



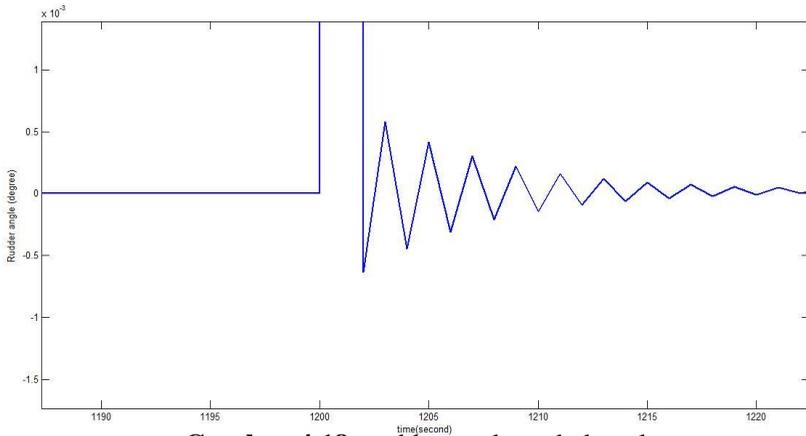
**Gambar 4.16:** error heading angle pada kapal

Pada Gambar 4.15 dan 4.16, terlihat error heading angle mengalami naik turun, hal ini dikarenakan kapal berpindah dari halangan 2 menuju lintasan tanpa halangan dan berada dalam batasan yang diinginkan



**Gambar 4.17:** rudder angle pada kapal

Pada Gambar 4.17 terlihat bahwa sudut rudder berada pada interval yang diinginkan yaitu dengan nilai paling tinggi 0.15 saat sudut rudder bergerak, hal ini terjadi karena sistem mengenali adanya halangan dan berusaha menyesuaikan sudut hadap halangan.



**Gambar 4.18:** rudder angle pada kapal

Pada Gambar 4.18, terlihat sudut rudder bergerak naik turun dengan nilai yang cukup kecil, hal ini dikarenakan kapal mulai keluar dari lintasan dubins dan menuju halangan

#### 4.5.1 Pengaruh Nilai Horizon Prediksi pada Jenis Lintasan

Untuk mengetahui pengaruh nilai horizon prediksi terhadap hasil pengendalian MPC dilakukan uji simulasi dengan nilai horizon prediksi yang berbeda yaitu 50, 60, 70, dan 80. Setiap nilai horizon prediksi disimulasikan dengan jenis lintasan yang sama yaitu lintasan dengan posisi awal dan akhir kapal didefinisikan sebagai berikut:

**Tabel 4.5:** skenario lintasan Dubins

Skenario	Start ( $x, y, \phi$ )	Halangan 1 ( $x_c, y_c, r$ )	Halangan 2 ( $x_c, y_c, r$ )	Finish ( $x, y, \phi$ )
1	(0.0,0)	(5000,-400,300)	(10000,-700,300)	(15000,-1000,300)
2	(0.0,300)	(5000,-300,400)	(10000,-800,400)	(16000,-1000,0)
3	(0.0,0)	(6000;2400;800)	(12000,2700,900)	(16000,3000,30)

Simulasi dilakukan selama 600 detik dengan waktu sampling 1 detik. Untuk mengetahui pengaruh perubahan nilai  $N_p$  maka dihitung nilai Root Mean Square Error (RMSE) dan waktu komputasi masing-masing nilai  $N_p$ . Hasilnya diberikan pada Tabel 4.1-4.3 yang menunjukkan Dari tabel 4.7 terjadi perbedaan nilai RMSE  $N_p = 50$  ,  $N_p = 60$  ,  $N_p = 70$  dan  $N_p = 80$ . Jika dilihat dari besar kecil nilai RMSE maka pada penelitian ini  $N_p = 50$  lebih baik dibanding tiga nilai  $N_p$  yang lain.

**Tabel 4.6:** RMSE Skenario 1

$N_p$	RMSE	Waktu
50	0.025191	49.9128
60	0.034171	52.7438
70	0.042152	58.7623
80	0.037281	54.3279

**Tabel 4.7:** RMSE Skenario 2

$N_p$	RMSE	Waktu
50	0.019273	39.8383
60	0.0234637	44.2617
70	0.032521	46.1719
80	0.02714	45.1713

**Tabel 4.8:** RMSE scenario 3

Np	RMSE	Waktu
50	0.021781	46.4848
60	0.033623	53.48448
70	0.047416	54.3732
80	0.035262	50.4838



## BAB V PENUTUP

Pada bab ini, diberikan kesimpulan yang diperoleh dari Tugas Akhir serta saran untuk penelitian selanjutnya.

### 5.1 Kesimpulan

Berdasarkan analisis dan pembahasan yang telah disajikan pada bab sebelumnya, dapat disimpulkan beberapa hal sebagai berikut :

1. Kendali dengan menggunakan metode Model Predictive Control (MPC) dapat diterapkan dengan baik pada kendali sudut kemudi kapal perang covert kelas sigma untuk pelacakan lintasan Dubins. Hal tersebut dapat dilihat dari simulasi kendali pada keempat jenis lintasan yang menghasilkan nilai sudut kemudi.
2. Hasil simulasi menunjukkan bahwa pada penelitian yang menggunakan koefisien bobot  $Q = 300$  dan  $R = 1$ , nilai  $N_p = 50$  lebih baik dibandingkan dengan nilai  $N_p = 60$ ,  $N_p = 70$  dan  $N_p = 80$  jika dilihat dari besar kecil nilai RMSE masing-masing  $N_p$ .

### 5.2 Saran

1. Metode MPC dapat digunakan untuk kendali hardware sudut haluan kapal Perang Korvet Kelas SIGMA.
2. Dalam Tugas akhir ini, kendali yang digunakan adalah MPC, sehingga pada penelitian berikutnya dapat digunakan modi kasi dari kendali MPC seperti DCMPC, atau C-DCMPC.



## DAFTAR PUSTAKA

- [1] Kementerian Pertahanan Republik Indonesia, 2015, Buku Putih Pertahanan Indonesia, ISBN 978-979-8878-04-6
- [2] Fossen, T.I.(1994). Guidance and Control of Ocean Vehicles. Hoboken :Wiley.
- [3] Kusuma, Dian.(2016).Kendali Sudut Kemudi pada Mobil untuk Pelacakan Lintasan Dubins dengan Menggunakan Model Predictive Control. Tugas Akhir Jurusan Matematika. ITS. Surabaya
- [4] Li, Z and Sun, J, Disturbance Compensating Model Predictive Control With Application to Ship Heading Control. IEEE Transaction On Control System Technology, Vol 20, No.I, Hal 257-267. 2012.
- [5] Subiono. 2013. Sistem Linear dan Kontrol Optimal. Surabaya: Jurusan Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- [6] Ogata, K. 1995. "Discrete-time Control Systems". Canada : Prentice-Hall International, Inc.
- [7] Subchan, S.; Syaifudin, W. H.; As hani, T. (Juni,2014). Ship Heading Control Of Corvette-Sigma With Disturbances Using Model Predictive Control. Far East Journal of Applied Mathematics, Vol. 87, Issue 3.

- [8] Hafid, Wawan.(2013). Penerapan Model Predictive Control Pada Kendali Haluan Kapal. Tugas Akhir Jurusan Matematika. ITS. Surabaya.
- [9] Ogata, K. 1995. "Discrete-time Control Systems". Canada : Prentice-Hall International, Inc.
- [10] Camacho dan Bordons. (2007). Model Predictive Control. Springer. London.
- [11] Sorbo,H.E.(2013). Vehicle Collision Avoidance System. Thesis Department of Engineering Cybernetics.Norwegian: NTNU
- [12] Tsourdos, A., White, B., and Shanmugavel, M. (2011). Cooperative Path Planning of Unmanned Aerial Vehicles. WILEY



## Biodata Penulis



Penulis bernama Iratdya Winggari, lahir di Gresik, 19 oktober 1995. Jenjang pendidikan formal yang ditempuh oleh penulis dimulai dari TKIT Yaa Bunayya (2000-2002), SDIT Yaa Bunayya (2002-2008), SMP Negeri 1 Wringin Anom (2008-2011), SMA Negeri 1 Wringin Anom (2011-2014). Setelah lulus dari SMA Negeri 1 Wringin Anom penulis melanjutkan studi ke jenjang S1 di Departemen Matematika ITS pada tahun 2014-sekarang melalui jalur SBMPTN dengan NRP 06111440000081. Di Departemen Matematika ITS penulis mengambil Bidang Minat Matematika Terapan. Selain aktif kuliah, penulis juga aktif berorganisasi di KM ITS melalui melalui HIMATIKA(Himpunan Mahasiswa Matematika ) ITS sebagai Steering Committee (SC) akotransum Olimpiade Matematika ITS (OMITS) (2015-2016), Steering Committee (SC) akotrans (2016-2017). Kemudian juga aktif sebagai staff Departemen jaringan dan media Lembaga Dakwah Jurusan Ibnu Muqlah Matematika ITS (2015-2016).Selain itu, penulis juga aktif dalam berbagai acara kemahasiswaan yaitu pelatihan kemahasiswaan seperti LKMM Pra-TD, LKMM TD.

Informasi lebih lanjut mengenai Tugas Akhir ini dapat ditujukan ke penulis melalui email: [iratwinggar@gmail.com](mailto:iratwinggar@gmail.com)