



TUGAS AKHIR - SM141501

**PETA KENDALI *MULTIVARIATE*
EXPONENTIALLY WEIGHTED MOVING
AVERAGE (MEWMA) MENGGUNAKAN COPULA
CLAYTON**

ITSNA NISWATUS SHOFWAH
NRP 06111440000106

Dosen Pembimbing
Dra. Farida Agustini Widjajati, MS
Dr. Drs. Soehardjoepri, M.Si

DEPARTEMEN MATEMATIKA
Fakultas Matematika, Komputasi dan Sains Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2019



FINAL PROJECT - SM141501

***MULTIVARIATE EXPONENTIALLY WEIGHTED
MOVING AVERAGE (MEWMA) CONTROL
CHART USED COPULA CLAYTON***

ITSNA NISWATUS SHOFWAH
NRP 06111440000106

Supervisors

Dra. Farida Agustini Widjajati, MS

Dr. Drs. Soehardjoepri, M.Si

DEPARTMENT OF MATHEMATICS

Faculty Of Mathematics, Computation, and Data Sciences

Sepuluh Nopember Institute of Technology

Surabaya 2019

**PETA KENDALI *MULTIVARIATE EXPONENTIALLY
WEIGHTED MOVING AVERAGE (MEWMA)*
MENGUNAKAN COPULA CLAYTON**

Nama : Itsna Niswatus Shofwah
NRP : 0611144000106
Departemen : Matematika
Dosen Pembimbing : Dra.Farida Agustini Widjajati, MS
Dr.Drs. Soehardjoepri, M.Si

ABSTRAK

Pembentukan peta kendali multivariat diperlukan data yang berdistribusi normal multivariat dan tidak adanya hubungan antara variabel satu dengan yang lain, tak terkecuali peta kendali *multivariate exponentially weighted moving average* (MEWMA). Pada prosesnya, seringkali data yang digunakan tidak berdistribusi normal multivariat dan terdapat korelasi. Sehingga, untuk menyelesaikan permasalahan data tidak berdistribusi normal dan berkorelasi dapat menggunakan copula. Salah satu copula yang biasa digunakan yaitu copula Clayton yang merupakan keluarga dari copula Archimedean. Penerapan copula pada peta kendali MEWMA dengan cara mengestimasi parameter copula Clayton menggunakan korelasi Kendall didapatkan $\hat{\theta} = \frac{2\tau}{1-\tau}$ dan nilai estimasi parameter sebesar 0,0833 yang kemudian diperoleh data variabel acak dari model copula Clayton. Data tersebut diterapkan pada peta kendali MEWMA dan hasil dari peta kendali MEWMA disimpulkan bahwa proses pengendalian kualitas terkendali.

Kata Kunci : *Copula Archimedean, Copula Clayton, Peta Kendali MEWMA, Korelasi Kendall, Pengendalian Kualitas*

**MULTIVARIATE EXPONENTIALLY WEIGHTED
MOVING AVERAGE (MEWMA) CONTROL CHART
USED COPULA CLAYTON**

Name of Student : Itsna Niswatus Shofwah
NRP : 06111440000106
Department : Mathematics
Supervisor : Dra. Farida Agustini Widjajati, MS
Dr.Drs. Soehardjopri, M.Si

ABSTRACT

To create a multivariate control chart, multivariate normal distribution of data is required and no correlation between variables, no exception to the multivariate exponentially weighted moving average (MEWMA) control chart, in the process is often found data used not normal distribution and correlated. To fixed problem data non-normal distribution and correlated can use copula. One of copulas often used is copula Clayton. Copula Clayton is an Archimedean copula family. Application of copula on MEWMA control chart by estimated Clayton copula parameter using Kendall correlation, obtained $\hat{\theta} = \frac{2\tau}{(1-\tau)}$ with parameter value 0,0833 which then get random variable from copula Clayton model. The data to be applied to MEWMA control chart and the result from MEWMA control charts get conclusion that quality control process generated controlled.

Keywords : Copula Archimedean, Copula Clayton, MEWMA Control Charts, Kendall Corellation, Quality Control.

LEMBAR PENGESAHAN
PETA KENDALI MULTIVARIATE
EXPONENTIALLY WEIGHTED MOVING AVERAGE
(MEWMA) MENGGUNAKAN COPULA CLAYTON

MULTIVARIATE EXPONENTIALLY WEIGHTED
MOVING AVERAGE (MEWMA) CONTROL CHART
USED COPULA CLAYTON

TUGAS AKHIR

Diajukan untuk Memenuhi Salah Satu Syarat
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika
Bidang Studi Matematika Terapan
Program Studi S-1 Departemen Matematika
Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

Oleh :

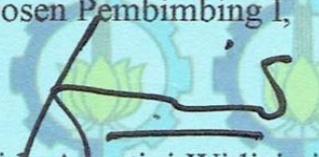
ITSNA NISWATUS SHOFWAH
NRP.06111440000106

Menyetujui,

Dosen Pembimbing II,

Dosen Pembimbing I,


Dr. Drs. Soehardjoepri, M.Si
NIP. 19620504 198701 1 001


Dra. Farida Agustini Widjajati, MS
NIP. 19540817 198103 2 003

Mengetahui,

Ketua Departemen Matematika


Dr. Inam Mukhlash, S.Si, MT
NIP. 19700831 199403 1 003
Surabaya, Januari 2019

DAFTAR ISI

	Halaman
ABSTRAK	v
ABSTRACT	vii
KATA PENGANTAR	ix
DAFTAR ISI	xi
DAFTAR TABEL	xiii
DAFTAR GAMBAR	xv
DAFTAR LAMPIRAN	xvii
BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Batasan Masalah	2
1.4 Tujuan	2
1.5 Manfaat	3
1.6 Sistematika Penulisan Tugas Akhir	3
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	
2.1 Penelitian Terdahulu	5
2.2 Peta Kendali	5
2.3 Peta Kendali MEWMA	6
2.4 Konsep Dasar Copula	7
2.5 Transformasi Data UNIF[0,1]	8
2.6 Copula Archimedean	8
2.7 Copula Clayton	9
2.8 Kendall dan Copula Archimedean	9
2.9 Uji Parameter Copula	9
BAB III METODOLOGI PENELITIAN	
3.1 Sumber Data	11

3.2	Langkah Pengerjaan	11
-----	--------------------------	----

BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN

4.1	Estimasi Parameter Copula Archimedean	13
4.2	Estimasi Parameter Copula Clayton	14
4.3	Transformasi Data UNIF[0,1]	17
4.4	Uji Parameter Copula	19
4.5	Model Copula Clayton	20
4.6	Peta Kendali MEWMA	21

BAB V PENUTUP

5.1	Kesimpulan	29
5.2	Saran	29

DAFTAR PUSTAKA	31
-----------------------------	----

LAMPIRAN	33
-----------------------	----

BIODATA PENULIS	59
------------------------------	----

DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 4.1 Nilai Korelasi Tau Kendall	17
Tabel 4.2 Nilai Estimasi Parameter.....	25

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 3.1 Diagram Penelitian	12
Gambar 4.1 Scatterplot data variabel X dan Y	17
Gambar 4.2 Sactterplot data variabel X dan Y UNIF [0,1]	18
Gambar 4.3 Peta Kendali MEWMA untuk $\lambda = 0,1$	23
Gambar 4.4 Peta Kendali MEWMA untuk $\lambda = 0,15$	24
Gambar 4.5 Peta Kendali MEWMA untuk $\lambda = 0,2$	25
Gambar 4.6 Peta Kendali MEWMA untuk $\lambda = 0,25$	26

DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
Lampiran A Data Simulai	33
Lampiran B Data Transformasi [0,1].....	35
Lampiran C Data Variabel Acak Model Copula Clayton..	37
Lampiran D Tabel UCL	39
Lampiran D T_i^2 untuk $\lambda = 0,1$	41
Lampiran E T_i^2 untuk $\lambda = 0,15$	43
Lampiran F T_i^2 untuk $\lambda = 0,2$	45
Lampiran G T_i^2 untuk $\lambda = 0,25$	47
Lampiran H Listing Program Matlab Estimasi Parameter Copula Clayton dengan korelasi Kendall	49
Lampiran I Listing Program Matlab Transfromasi Data UNIF[0,1]	51
Lampiran J Listing Program Matlab Data Variabel Acak Copula Clayton.....	53
Lampiran K Listing Program Matlab Peta Kendali MEWMA	55

BAB I

PENDAHULUAN

Pada bab pendahuluan dijelaskan mengenai latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan, manfaat dan sistematika penulisan dalam tugas akhir ini.

1.1 Latar Belakang

Pengendalian kualitas statistik atau *Statistical Quality Control* (SQC) adalah sekumpulan perangkat statistik yang berguna untuk mengontrol agar proses produksi berjalan dengan stabil dan meningkatkan kemampuan produksi melalui pengurangan variasi hasil produksi. Peta kendali merupakan salah satu aplikasi yang paling dikenal dalam *Statistical Proses Control* (SPC) yang merupakan alat statistik dan alat perancangan visual untuk mendeteksi pergeseran pada proses produksi. Peta kendali terbagi menjadi dua yakni, peta kendali univariat dan multivariat. Peta kendali univariat adalah alat untuk memonitor kualitas dari proses karakteristik tunggal namun seiring dengan berjalannya waktu di era modern ini banyak proses monitor telah memiliki lebih dari satu karakteristik kualitas. [1]. Untuk mendeteksi proses karakteristik multivariat diperlukan peta kendali multivariat. Peta kendali multivariat yang sering diketahui adalah T^2 Hotelling yang pada penerapannya lebih cocok untuk mendeteksi pergeseran rata-rata yang besar. Peta kendali *multivariate cumulative sum* (MCUSUM) dan *multivariate exponentially weighted moving average* (MEWMA) digunakan untuk mendeteksi pergeseran rata-rata kecil. Pada penerapannya peta kendali MEWMA lebih cocok untuk mendeteksi pergeseran rata-rata yang lebih kecil daripada peta kendali MCUSUM[2].

Dalam pembuatan peta kendali MEWMA terdapat beberapa prosedur dalam pembuktian multivariat. seperti diperlukannya asumsi berdistribusi normal multivariat dan independen antar variabel. Pada penerapannya terdapat beberapa kendala proses pembuktian seperti tidak berdistribusi normal multivariat dan adanya korelasi antar variabel. Metode copula merupakan salah satu cara mengatasi masalah data yang berdistribusi tidak normal [3] karena copula dapat diterapkan pada data berdistribusi normal dan berdistribusi tidak normal. Ketika data tersebut berdistribusi normal, copula dapat meminimalkan kesalahan dalam peta kendali dan ketika data tersebut tidak berdistribusi normal, copula dapat menjadikan data tersebut tetap dapat digunakan untuk membentuk peta kendali. Copula memiliki beberapa tipe yang dapat digunakan, tergantung pada parameter dan banyak variabel yang digunakan. Dalam penggunaan copula dengan kasus dua variabel dapat menggunakan copula Archimedean yang merupakan copula bivariat dengan satu parameter [4]. Untuk mendapatkan estimasi parameter pada copula Clayton dapat menggunakan korelasi Kendall [5]. Oleh karena itu Tugas Akhir ini membahas mengenai estimasi parameter copula Clayton dengan korelasi Kendall pada peta kendali MEWMA.

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah dari tugas akhir ini adalah

1. Bagaimana mengestimasi parameter copula Clayton menggunakan korelasi Kendall?
2. Bagaimana hasil penerapan copula Clayton pada peta kendali *multivariate exponentially weighted moving average* (MEWMA)?

1.3 Batasan Masalah

Batas masalah pada tugas akhir ini adalah

1. Peta kendali *multivariate exponentially weighted moving average* (MEWMA).
2. Data simulasi sebanyak 50
3. Variabel yang digunakan sebanyak dua variabel (X dan Y)

1.4 Tujuan

Tujuan dari tugas akhir ini adalah

1. Mendapatkan estimator parameter copula Clayton dengan korelasi Kendall
2. Mendapatkan hasil penerapan copula Clayton pada peta kendali *multivariate exponentially weighted moving average* (MEWMA)

1.5 Manfaat

Manfaat dari Tugas Akhir ini adalah memberikan wawasan baru mengenai copula yang dapat digunakan pada peta kendali MEWMA

1.6 Sistematika Penulisan

Tugas Akhir ini secara keseluruhan terdiri dari lima bab dan lampiran, secara garis besar dalam masing-masing bab dibahas hal-hal sebagai berikut:

1. **BAB I PENDAHULUAN**
Pada bab pendahuluan berisi tentang gambaran umum dari penulisan yang meliputi latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan, manfaat, dan sistematika penulisan.
2. **BAB II TINJAUAN PUSTAKA**
Pada bab tinjauan pustaka dibahas landasan teori yang mendasari penulisan Tugas Akhir. Didalamnya mencakup

penelitian terdahulu, peta kendali, peta kendali MEWMA, copula Archimedean, copula Clayton.

3. **BAB III METODE PENELITIAN**

Pada bab metodologi penelitian dijelaskan langkah-langkah yang digunakan dalam penyelesaian masalah pada Tugas Akhir. Disamping itu, dijelaskan pula prosedur pelaksanaan tiap-tiap langkah yang dilakukan dalam menyelesaikan Tugas Akhir.

4. **BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN**

Pada bab analisa dan pembahasan dijelaskan mengenai estimasi parameter copula Clayton dengan korelasi Kendall, penerapan copula Clayton pada peta kendali MEWMA, dan analisisnya.

5. **BAB V PENUTUP**

Pada bab penutup berisi kesimpulan akhir yang diperoleh dari analisis dan pembahasan pada bab sebelumnya serta saran untuk pengembangan penelitian selanjutnya.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab tinjauan pustaka dijelaskan mengenai penelitian terdahulu, peta kendali secara umum, peta kendali MEWMA, konsep copula, copula Archimedean, transformasi data distribusi uniform $[0,1]$, copula Clayton, korelasi Kendall dan uji parameter copula.

2.1 Penelitian Terdahulu

Pada penelitian sebelumnya oleh Kuvattana, S dkk dengan judul *Bivariate Copulas On The Exponentially Weighted Moving Average Control Chart* membahas penerapan copula pada peta kendali MEWMA dengan data berdistribusi eksponensial yang dengan simulasi Monte Carlo. Penelitian tersebut membandingkan hasil copula Clayton, copula Gumbel, copula Frank dan normal copula, dihasilkan peta kendali MEWMA dengan normal copula dapat digunakan pada setiap perubahan[3].

Pada penelitian selanjutnya adalah yang dilakukan oleh Nirmalasari, dengan judul *Bagan Kendali T^2 Hotelling dengan Data Tidak Normal Multivariat Menggunakan Copula Bivariat*. Pada penelitian tersebut membahas penerapan copula gumbel dan copula Clayton pada peta kendali T^2 Hotelling dengan data tidak normal multivariat. Menghasilkan copula gumbel dapat lebih sensitif mendeteksi proses tidak terkendali pada peta kendali T^2 Hotelling meskipun hasil dari copula Clayton tidak berbeda jauh dalam mendeteksi proses tidak terkendali[6]. Pada tugas akhir ini dibahas penerapan copula Clayton pada peta kendali MEWMA.

2.2 Peta Kendali

Peta kendali variabel adalah peta yang digunakan untuk mengendalikan suatu karakteristik kualitas untuk mengukur *mean* dan variabilitas prosesnya. Variabel yang digunakan seperti dimensi, berat atau volume. Peta kendali variabel terdiri dari dua jenis berdasarkan jumlah variabel yang digunakan yaitu peta kendali variabel univariat dan peta kendali variabel multivariat. Peta kendali univariat digunakan pada data dengan satu karakteristik kualitas dan peta kendali multivariat digunakan pada data yang melibatkan lebih dari satu karakteristik kualitas [1].

2.3 Peta Kendali MEWMA

Peta kendali MEWMA merupakan pengembangan multivariat dari peta kendali EWMA dengan d variabel yang didefinisikan sebagai berikut:

$$\mathbf{Z}_i = \Lambda \mathbf{X}_i + (\mathbf{I} - \Lambda) \mathbf{Z}_{i-1} \quad (2.1)$$

dengan,

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_d \end{bmatrix}, 0 < \lambda \leq 1$$

λ : pembobot

\mathbf{I} : matriks identitas

i : 1,2,3, ..., n. n adalah banyak data sampel

$\mathbf{Z}_0 = \boldsymbol{\mu}$.

$\boldsymbol{\mu}$: rata-rata X_i .

Kuantitas yang akan diplot pada peta kendali :

$$\mathbf{T}_i^2 = (\mathbf{Z}_i - \boldsymbol{\mu})' \boldsymbol{\Sigma}_Z^{-1} (\mathbf{Z}_i - \boldsymbol{\mu}) \quad (2.2)$$

$\boldsymbol{\Sigma}_Z^{-1}$: invers matriks kovarians

dengan matriks kovarian $\boldsymbol{\Sigma}_Z$ adalah:

$$\boldsymbol{\Sigma}_Z = \frac{\lambda}{2-\lambda} \boldsymbol{\Sigma}, \quad (2.3)$$

Σ adalah matriks kovarian dari data sampel dapat dicari menggunakan persamaan berikut:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} S_{X_i}^2 & S_{X_i Y_i}^2 \\ S_{X_i Y_i}^2 & S_{Y_i}^2 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

$$S_{X_i}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}_i)^2 \quad (2.5)$$

$$S_{Y_i}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y}_i)^2 \quad (2.6)$$

$$S_{X_i Y_i}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}_i)(Y_i - \bar{Y}_i) \quad (2.7)$$

$$\bar{X}_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (2.8)$$

$$\bar{Y}_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i \quad (2.9)$$

Pemilihan nilai pembobot λ yang sama atau tidak pada diagram kendali ini dapat digunakan untuk masing-masing karakteristik kualitas. Apabila tidak ada alasan pemilihan pembobot yang berbeda untuk masing-masing karakteristik kualitas maka pembobot $\lambda_1 = \dots = \lambda_d = \lambda$. Proses terkendali atau *in control* ketika $\mathbf{T}_i^2 < h$, dengan h adalah limit kontrol yang dipilih untuk mendapat kendali yang diinginkan dan ketika proses diluar kendali atau *out of control* dapat diamati ketika $\mathbf{T}_i^2 > h$. *Upper control limit* (UCL) digunakan untuk peta kendali MEWMA berdasarkan λ yang dipilih berdasarkan tabel pada lampiran D[7]. *Lower control limit* (LCL) untuk peta kendali MEWMA sama dengan 0 [1].

2.4 Konsep Dasar Copula

Copula merupakan suatu fungsi yang dapat menggabungkan struktur dependensi tertentu. Copula memberikan cara yang tepat untuk membentuk distribusi gabungan dari dua atau lebih variabel acak. Jika terdapat variabel acak (X_1, X_2, \dots, X_m) memiliki fungsi

distribusi kumulatif marginal $F_{x_1}, F_{x_2}, \dots, F_{x_m}$ yang tidak turun dengan domain \mathbf{R} yaitu $F_x(-\infty) = 0$ dan $F_x(+\infty) = 1$, maka distribusi bersamanya yaitu:

$$F_{(X_1, X_2, \dots, X_m)}(X_1, X_2, \dots, X_m) = C_{X_1, X_2, \dots, X_m}(F_{x_1}(x_1), F_{x_2}(x_2), \dots, F_{x_m}(x_m)) \quad (2.10)$$

dimana C_{X_1, X_2, \dots, X_m} adalah copula dengan $C_x[0,1] \rightarrow [0,1]$.

2.5 Transformasi Data Distribusi Uniform [0,1]

Analisis copula dilakukan dengan mentransformasikan variabel acak ke domain distribusi uniform [0,1]. Distribusi marginal dari masing-masing variabel acak X ditunjukkan persamaan berikut :

$$F(X) = \frac{1}{n+1} \sum_{j=1}^n \mathbf{1P}(X_i^{(j)} \leq x); i = 1, 2, \dots, n \quad (2.11)$$

Transformasi pada domain distribusi uniform [0,1] dilakukan dengan pembuatan *scatterplot* yaitu membuat rank plot X_i .

$$\left(\frac{R_1^{(j)}}{n+1}, \frac{R_2^{(j)}}{n+1}, \dots, \frac{R_m^{(j)}}{n+1} \right), 1 \leq j \leq n \quad (2.12)$$

dengan $R_1^{(j)}, R_2^{(j)}, \dots, R_m^{(j)}$ adalah peringkat data X_1, X_2, \dots, X_m .

dengan $\mathbf{1}$ merupakan fungsi indikator pada persamaan (2.11) jika masing-masing $X^{(j)} \leq x$ dan selainnya bernilai nol.

2.6 Copula Archimedean

Copula Archimedean merupakan salah satu keluarga dari copula yang populer digunakan dalam kasus bivariat. Copula Archimedean terdiri dari Copula Clayton, Gumbel, dan Frank [4].

Setiap $\varphi: [0,1] \rightarrow [0,\infty]$ yang bersifat kontinu dan monoton turun sedemikian sehingga $\varphi(1) = 0$ dan $\varphi(0) = \infty$ adalah pembangkit untuk copula Archimedean dengan fungsi distribusi copula Archimedean dapat dituliskan sebagai berikut[5],

$$C(u_1, u_2) = \varphi^{-1}\{\varphi(u_1) + \varphi(u_2)\} \quad (2.13)$$

dengan:

$\varphi(u_1)$: fungsi pembangkit copula Archimedean u_1

$\varphi(u_2)$: fungsi pembangkit copula Archimedean u_2

φ^{-1} : invers dari φ dimana $\varphi^{-1}: [0, \infty) \rightarrow [0, 1]$

2.7 Copula Clayton

Keluarga copula yang berasal dari copula Archimedean memiliki fungsi pembangkit yang berbeda-beda. Copula Clayton memiliki fungsi pembangkit sebagai berikut [8]:

$$\varphi(u) = \frac{u^{-\theta} - 1}{\theta}, \theta \in (0, \infty) \quad (2.14)$$

dengan fungsi pembangkit pada persamaan (2.14) menghasilkan fungsi distribusi copula dari fungsi densitas copula Clayton sebagai berikut:

$$C(u_1, u_2) = (u_1^{-\theta} + u_2^{-\theta} - 1)^{\frac{1}{\theta}} \quad (2.15)$$

dengan θ adalah parameter copula Clayton.

2.8 Kendall dan Copula Archimedean

Untuk mengestimasi parameter menggunakan korelasi kendall pada copula Archimedean dengan persamaan berikut :

$$\tau = 4 \int_0^1 \frac{\varphi(u)}{\varphi'(u)} du + 1 \quad (2.16)$$

dimana τ adalah kendall dari copula Archimedean dan $\varphi(u)$ adalah fungsi pembangkit copula Archimedean. [9]

2.9 Uji Parameter Copula

Pengujian pada estimasi parameter copula dilakukan untuk mengetahui parameter yang signifikan. Langkah dalam pengujian parameter copula meliputi :

Hipotesa:

$H_0 : \theta = \theta_0$ (parameter signifikan)

$H_1 : \theta \neq \theta_0$ (parameter tidak signifikan)

menggunakan $\alpha = 5\%$ atau 0,05

Statistika Uji :

$$Z = \frac{\hat{\theta}}{SE(\hat{\theta})} \quad (2.17)$$

Kriteria Pengujian :

Tolak H_0 jika $|Z_{hitung}| > Z_{tabel}$ sehingga data mengikuti model Copula yang diasumsikan.[10]

BAB III METODOLOGI PENELITIAN

Pada bab metodologi penelitian dijelaskan langkah-langkah dan data yang digunakan dalam penyelesaian masalah dalam Tugas Akhir. Disamping itu, dijelaskan pula proses pelaksanaan tiap-tiap langkah yang dilakukan dalam menyelesaikan Tugas Akhir.

3.1 Sumber Data

Data yang digunakan dalam penulisan Tugas Akhir ini adalah data simulasi.

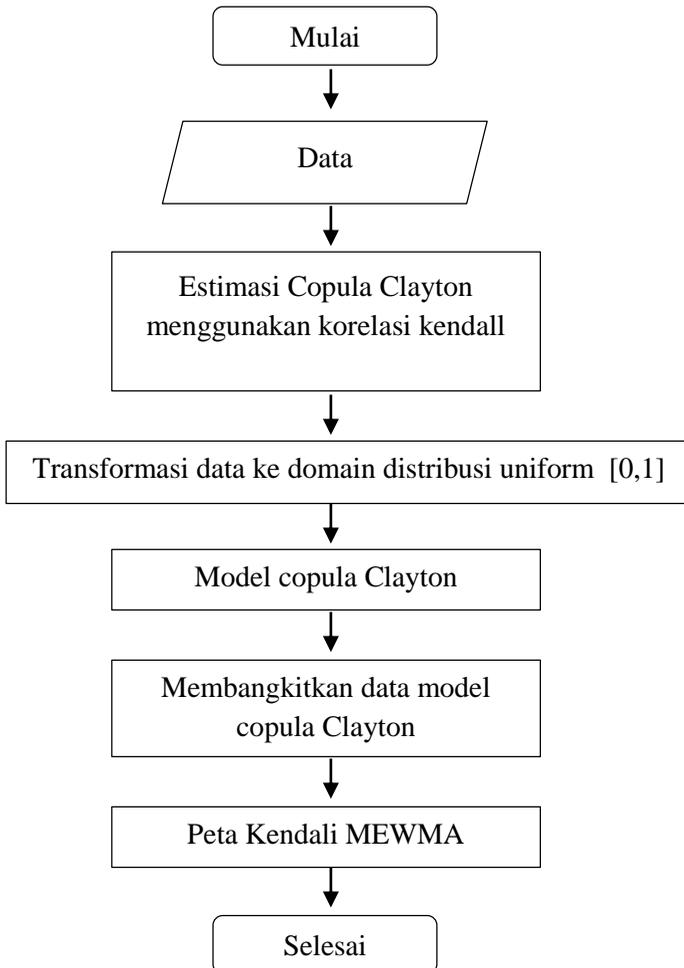
3.2 Langkah Pengerjaan

Langkah-langkah yang dilakukan dalam penulisan Tugas Akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Langkah untuk mendapatkan nilai estimasi parameter copula Clayton dengan korelasi kendall berikut:
 - a. Mendapatkan estimator parameter copula Clayton dengan korelasi Kendall
 - b. Melakukan transformasi data ke domain distribusi uniform $[0,1]$
 - c. Mendapatkan model copula Clayton
 - d. Membangkitkan data variabel acak dari model copula Clayton
2. Langkah selanjutnya pembuatan peta kendali MEWMA
 - a. Mendapatkan rata-rata variabel
 - b. Menentukan nilai λ
 - c. Mendapatkan nilai Z_i
 - d. Mendapatkan nilai matriks kovarians Σ
 - e. Mendapatkan nilai Σ_Z

- f. Mendapatkan nilai T_i^2
- g. Menentukan nilai LCL dan UCL
- h. Melakukan plot nilai T_i^2
- i. Menarik kesimpulan.

Langkah-langkah dalam penulisan Tugas Akhir ini dapat ditunjukkan menggunakan diagram alir yang disajikan pada Gambar 3.1 berikut.



Gambar 3.1 Diagram Penelitian

BAB IV

ANALISA DAN PEMBAHASAN

Pada bab analisa dan pembahasan dijelaskan mengenai cara mengestimasi parameter pada copula Clayton menggunakan korelasi Kendall, selanjutnya dibahas tentang penerapan copula Clayton pada peta kendali MEWMA (*Multivariate Exponentially Weighted Moving Average*), selain itu dibahas juga mengenai hasil analisisnya.

4.1 Estimasi Parameter Copula Archimedean

Estimasi parameter merupakan teknik statistika untuk menaksir parameter dalam populasi dengan menggunakan sampel acak. Hal ini, parameter yang ada di copula Archimedean dilakukan estimasi untuk mendapatkan nilai parameternya menggunakan korelasi Kendall [5]. Hal itu dapat dilakukan menggunakan persamaan berikut,

$$\tau = 4 \left(E(C(u_1, u_2)) \right) - 1 \quad (4.1)$$

dengan $C(u_1, u_2)$ merupakan distribusi bersama dari u_1 dan u_2 , dimana u_1 dan u_2 merupakan variabel acak berdistribusi uniform dengan fungsi distribusi bersama dari $C(u_1, u_2)$ sebagai berikut[4],

$$K_c(u) = u - \frac{\varphi(u)}{\varphi'(u)} \quad (4.2)$$

Menggunakan persamaan (4.1) didapatkan persamaan (2.16) dengan cara berikut,

$$\tau = 4 \left(E(K_c(u)) \right) - 1$$

$$\begin{aligned}
&= 4\left(\int_0^1 uK_c(u)du\right) - 1 \\
&= 4(uK_c(u) \Big|_0^1 - \int_0^1 K_c(u)du) - 1 \\
&= 4(uK_c(1) - \int_0^1 K_c(u)du) - 1 \\
\tau &= 4\left(1 - \int_0^1 K_c(u)du\right) - 1 \tag{4.3}
\end{aligned}$$

Substitusi persamaan (4.2) ke persamaan (4.3), diperoleh

$$\begin{aligned}
\tau &= 4\left(1 - \int_0^1 u - \frac{\varphi(u)}{\varphi'(u)} du\right) - 1 \\
&= 4 - 4 \int_0^1 u du + 4 \int_0^1 \frac{\varphi(u)}{\varphi'(u)} du - 1 \\
&= 3 - 4\left(\frac{1}{2}u^2 \Big|_0^1\right) + 4 \int_0^1 \frac{\varphi(u)}{\varphi'(u)} du \\
&= 3 - 2 + 4 \int_0^1 \frac{\varphi(u)}{\varphi'(u)} du \\
\tau &= 1 + 4 \int_0^1 \frac{\varphi(u)}{\varphi'(u)} du \tag{2.16}
\end{aligned}$$

4.2 Estimasi Parameter Copula Clayton

Untuk mengestimasi parameter copula dengan korelasi Kendall dapat menggunakan persamaan (2.16) dengan fungsi pembangkit untuk copula Clayton pada persamaan (2.14). Untuk mencari nilai τ diperlukan turunan fungsi pembangkit, turunan fungsi pembangkit dari copula Clayton sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\varphi'(u) &= \frac{d\varphi(u)}{du} \\
&= \frac{d\left(\frac{1}{\theta}(u^{-\theta}-1)\right)}{du}
\end{aligned}$$

$$= -u^{-\theta-1}$$

$$\varphi'(u) = -u^{-(\theta+1)} \quad (4.4)$$

Langkah selanjutnya adalah substitusi $\frac{\varphi(u)}{\varphi'(u)}$ dari persamaan (2.16) dengan persamaan (2.14) dan persamaan (4.4),

$$\begin{aligned} \frac{\varphi(u)}{\varphi'(u)} &= \frac{\frac{1}{\theta}(u^{-\theta}-1)}{-u^{-(\theta+1)}} \\ &= \frac{u^{-\theta}-1}{-\theta u^{-\theta-1}} \end{aligned} \quad (4.5)$$

Selanjutnya, substitusi persamaan (4.5) ke persamaan (2.16) dan diperoleh,

$$\begin{aligned} \tau &= 1 + 4 \int_0^1 \frac{\varphi(u)}{\varphi'(u)} du \\ &= 1 + 4 \int_0^1 \frac{u^{-\theta}-1}{-\theta u^{-\theta-1}} du \end{aligned} \quad (4.6)$$

Kemudian dilakukan teknik integral pada persamaan (4.6) dan dihasilkan persamaan berikut,

$$\begin{aligned} \int_0^1 \frac{u^{-\theta}-1}{-\theta u^{-\theta-1}} du &= -\frac{1}{\theta} \int_0^1 \frac{u^{-\theta}-1}{u^{-\theta-1}} du \\ &= -\frac{1}{\theta} \int_0^1 \left(\frac{u^{-\theta}}{u^{-\theta-1}} - \frac{1}{u^{-\theta-1}} \right) du \\ &= -\frac{1}{\theta} \int_0^1 \left(u^{-\theta-(-\theta-1)} - u^{-(-\theta-1)} \right) du \\ &= -\frac{1}{\theta} \int_0^1 (u - u^{\theta+1}) du \end{aligned} \quad (4.7)$$

$$\begin{aligned}
\int_0^1 \frac{u^{-\theta}-1}{-\theta u^{-\theta-1}} du &= -\frac{1}{\theta} \left[\frac{1}{2} u^2 - \frac{1}{\theta+2} u^{\theta+2} \right] \Big|_0^1 \\
&= -\frac{1}{\theta} \left[\left(\frac{1}{2} (1)^2 - \frac{1}{\theta+2} (1)^{\theta+2} \right) - \left(\frac{1}{2} (0)^2 - \frac{1}{\theta+2} (0)^{\theta+2} \right) \right] \\
&= -\frac{1}{\theta} \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{\theta+2} - (0 - 0) \right] \\
&= -\frac{1}{\theta} \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{\theta+2} \right] \\
&= \frac{1}{\theta(\theta+2)} - \frac{1}{2\theta} \tag{4.8}
\end{aligned}$$

Selanjutnya substitusi persamaan (4.8) ke persamaan (4.6) diperoleh,

$$\begin{aligned}
\tau &= 1 + 4 \int_0^1 \frac{u^{-\theta}-1}{-\theta u^{-\theta-1}} du \\
&= 1 + 4 \left[\frac{1}{\theta(\theta+2)} - \frac{1}{2\theta} \right] \\
&= 1 + \frac{4}{\theta(\theta+2)} - \frac{2}{\theta} \\
&= \frac{\theta^2}{\theta(\theta+2)} \\
\tau &= \frac{\theta}{\theta+2} \tag{4.9}
\end{aligned}$$

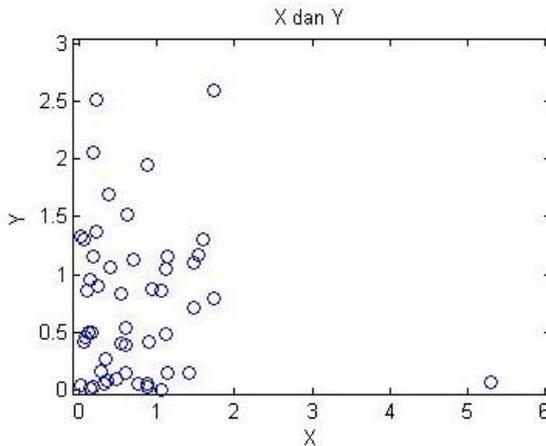
Dari persamaan (4.6) didapatkan suatu estimator parameter yaitu,

$$\hat{\theta} = \frac{2\tau}{1-\tau} \tag{4.10}$$

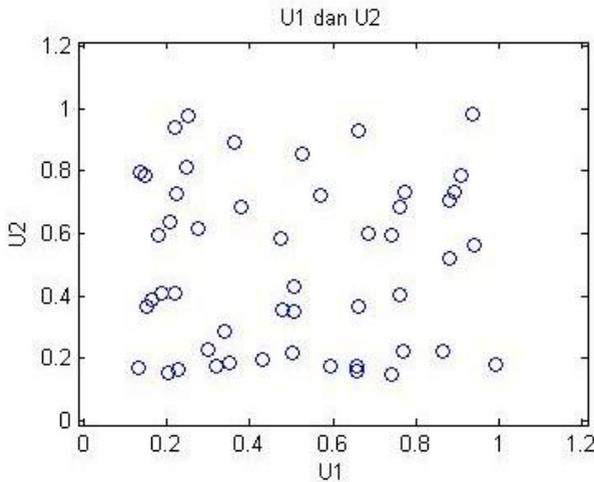
dengan $\hat{\theta}$ adalah nilai parameter copula Clayton dan τ adalah nilai korelasi Kendall

4.3 Transformasi Data Distribusi Uniform [0,1]

Langkah yang dilakukan sebelum mendapatkan estimasi parameter copula Clayton adalah melakukan transformasi data simulasi pada lampiran A ke domain uniform [0,1] dan didapatkan data transformasi distribusi uniform [0,1] pada lampiran B. Pada langkah ini dilakukan dengan membuat *scatterplot* dan didapatkan suatu pola hubungan antar variabel seperti pada *scatterplot* berikut,



Gambar 4.1 *Scatterplot* data variabel X dan Y



Gambar 4.2 Scatterplot data variabel U1 dan U2 distribusi uniform [0,1]

Uji korelasi Kendall:

Tabel 4.1 Nilai Korelasi Kendall

Nilai Korelasi τ	Z_{hitung}
0,040	0,665

Hipotesa:

$H_0 : p = p_0$ (antar variabel tidak dependen)

$H_1 : p \neq p_0$ (antar variabel dependen)

menggunakan $\alpha = 5\%$ nilai Z_{tabel} adalah $Z_{0,025} = 1,96$

Statistika Uji :

$$Z_{hitung} = \frac{\tau - \mu}{\sigma}$$

Karena nilai $\mu = 0$ dan nilai $\sigma = \sqrt{\frac{2(2N+5)}{9N(N-1)}}$, maka diperoleh nilai Z_{hitung} yaitu,

$$\begin{aligned} Z_{hitung} &= \frac{\tau}{\sqrt{\frac{2(2N+5)}{9N(N-1)}}} = \frac{3\tau\sqrt{N(N-1)}}{\sqrt{2(2N+5)}} \\ &= \frac{3(0,040)\sqrt{50(50-1)}}{\sqrt{2(100+5)}} \\ &= 0,665 \end{aligned}$$

Kriteria Pengujian :

Karena nilai $Z_{hitung} = 0,665$ dan nilai $Z_{tabel} = 1,96$ dapat disimpulkan bahwa $|Z_{hitung}| < Z_{tabel}$ sehingga H_0 diterima akibatnya kedua variabel tersebut independen atau tidak saling berkorelasi.

Terlihat pada Gambar 4.1 dan Gambar 4.2 bahwa *scatterplot* yang ada belum menggambarkan pola hubungan yang jelas antara variabel X dan Y sehingga diperlukan perhitungan korelasi dengan Kendall. Didapatkan nilai 0,040 berarti bahwa antara variabel X dan Y memiliki hubungan yang sangat lemah.

4.4 Uji Parameter Copula

Berdasarkan bantuan menggunakan program Matlab R2013a didapatkan nilai estimasi parameter copula Clayton pada Tabel 4.2

Tabel 4.2 Nilai Estimasi Parameter

Estimasi $\hat{\theta}$	SE($\hat{\theta}$)	Zhitung
0.0833	0.0160	5.2051

Hipotesa:

$H_0 : \theta = \theta_0$ (parameter signifikan)

$H_1 : \theta \neq \theta_0$ (parameter tidak signifikan)

Menggunakan $\alpha = 5\%$ nilai Z_{tabel} adalah $Z_{0,025} = 1,96$

Statistika Uji :

$$Z = \frac{\hat{\theta}}{SE(\hat{\theta})}$$

$$Z = \frac{0,0833}{0,0160}$$

$$Z = 5,2051$$

Kriteria Uji :

Karena nilai $Z_{hitung} = 5,2051$ dan nilai $Z_{tabel} = 1,96$ dapat disimpulkan bahwa $|Z_{hitung}| > Z_{tabel}$ sehingga H_0 ditolak akibatnya estimasi parameter tersebut signifikan. Jadi, data mengikuti model copula yang diasumsikan.

4.5 Model Copula Clayton

Model copula Clayton didapatkan dengan substitusi nilai parameter yang diperoleh dari persamaan (4.10) ke persamaan (2.15) sehingga diperoleh model copula Clayton pada data sebagai berikut:

$$C(u_1, u_2) = (u_1^{-0.0833} + u_2^{-0.0833} - 1)^{\frac{1}{0.0833}} \quad (4.11)$$

Setelah didapatkan model copula Clayton dilakukan pembangkitan data variabel acak dengan menggunakan Matlab R2013a terlampir pada lampiran C. Maka diperoleh data model copula yang selanjutnya digunakan untuk membuat peta kendali MEWMA

4.6 Peta Kendali MEWMA

Konstruksi peta kendali MEWMA dengan menggunakan data yang terlampir pada lampiran C. Menggunakan persamaan (2.1) dengan dua variabel dan pembobot $\lambda = 0,1; 0,15; 0,2; 0,25$. diasumsikan suatu matriks pembobot $\mathbf{\Lambda} = \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix}$ dan matriks identitas $\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

Untuk $\lambda = 0,1$ diperoleh persamaan berikut,

$$\mathbf{Z}_i = \begin{bmatrix} 0,1 & 0 \\ 0 & 0,1 \end{bmatrix} \mathbf{X}_i + \begin{bmatrix} 0,9 & 0 \\ 0 & 0,9 \end{bmatrix} \mathbf{Z}_{i-1}; i = 1,2,3, \dots 50 \quad (4.12)$$

untuk $i = 1$, didapatkan

$$\mathbf{Z}_1 = \begin{bmatrix} 0,1 & 0 \\ 0 & 0,1 \end{bmatrix} \mathbf{X}_1 + \begin{bmatrix} 0,9 & 0 \\ 0 & 0,9 \end{bmatrix} \mathbf{Z}_0$$

nilai rata rata dari \mathbf{X}_i , $\boldsymbol{\mu} = \begin{bmatrix} 0,5285 \\ 0,4545 \end{bmatrix}$ sehingga nilai \mathbf{Z}_0 sebagai berikut:

$$\mathbf{Z}_0 = \begin{bmatrix} 0,5285 \\ 0,4545 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Z}_1 = \begin{bmatrix} 0,1 & 0 \\ 0 & 0,1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,1048 \\ 0,9084 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,9 & 0 \\ 0 & 0,9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,5285 \\ 0,4545 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Z}_1 = \begin{bmatrix} 0,4861 \\ 0,4999 \end{bmatrix}$$

perlakuan yang sama didapatkan nilai \mathbf{Z}_i untuk $i = 2,3,4,5, \dots, 50$. Kemudian didapatkan nilai matriks kovarians dari data yang digunakan menggunakan persamaan (2.4) sehingga dihasilkan nilai sebagai berikut:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 0,0775 & -0,0004 \\ -0,0004 & 0,0778 \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

$$\Sigma_Z = \frac{0,1}{2-0,1} \begin{bmatrix} 0,0775 & -0,0004 \\ -0,0004 & 0,0778 \end{bmatrix}$$

$$\Sigma_Z = \begin{bmatrix} 0,0041 & -0,0000 \\ -0,0000 & 0,0041 \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

dengan invers dari Σ adalah

$$\Sigma_Z^{-1} = \begin{bmatrix} 245,3047 & 1,2216 \\ 1,2216 & 244,1533 \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

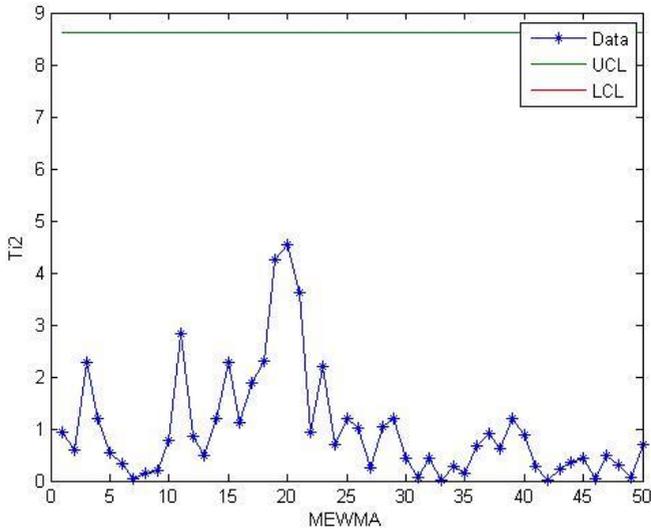
Langkah selanjutnya didapatkan nilai T_i^2 untuk diplot dari persamaan (2.2)

$$T_1^2 = \left(\begin{bmatrix} 0,4861 \\ 0,4999 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,5285 \\ 0,4545 \end{bmatrix} \right)' \begin{bmatrix} 245,3047 & 1,2216 \\ 1,2216 & 244,1533 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} 0,4861 \\ 0,4999 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,5285 \\ 0,4545 \end{bmatrix} \right)$$

$$T_1^2 = 0,9386$$

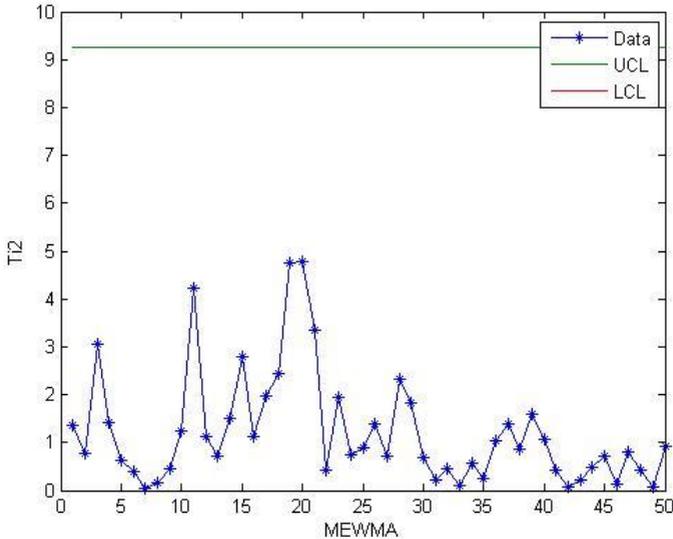
Cara tersebut digunakan untuk mendapatkan nilai T_i^2 , $i = 2,3,4, \dots, 50$ dengan nilai LCL pada peta kendali MEWMA adalah 0 dan UCL untuk peta kendali MEWMA dengan $\lambda = 0,1$ sebesar 8,634 [7].

Perlakuan yang sama dapat dilakukan untuk mendapatkan peta kendali MEWMA dengan nilai $\lambda = 0,15; 0,2; 0,25$. Hasil peta kendali MEWMA dengan data model copula Clayton menggunakan program Matlab R2013a dapat dilihat pada gambar sebagai berikut,



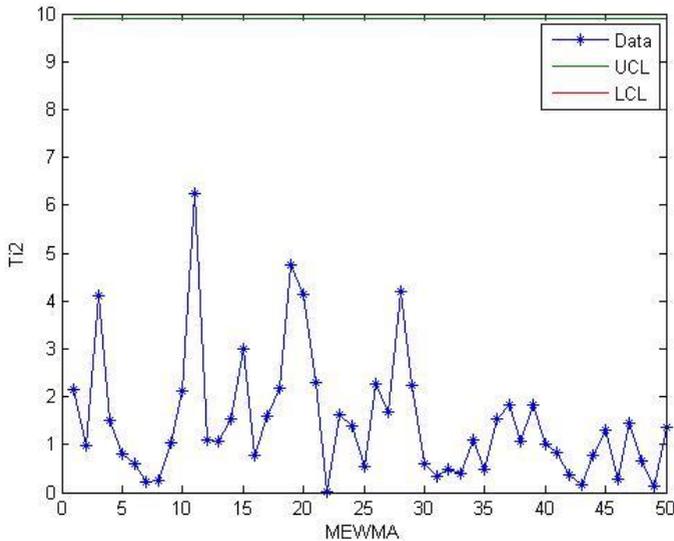
Gambar 4.3 Peta Kendali MEWMA $\lambda = 0,1$

Gambar 4.3 adalah hasil dari plot peta kendali MEWMA untuk $\lambda = 0,1$. Dengan h nilai limit kontrol yang diinginkan untuk mendapatkan hasil yang terkendali. Dalam hal ini nilai $h = \text{UCL}$ sebesar 8,634. Nilai T_i^2 terdapat pada lampiran E untuk keseluruhan hasil T_i^2 , $i = 1,2,3, \dots, 50$. Pada gambar 4.3 terlihat bahwa nilai T_i^2 tidak melebihi h . Oleh karena itu disimpulkan bahwa data model copula Clayton dengan $\lambda = 0,1$ dalam proses *in control*. Dapat disebut bahwa hasil pengendalian kualitas terkendali.



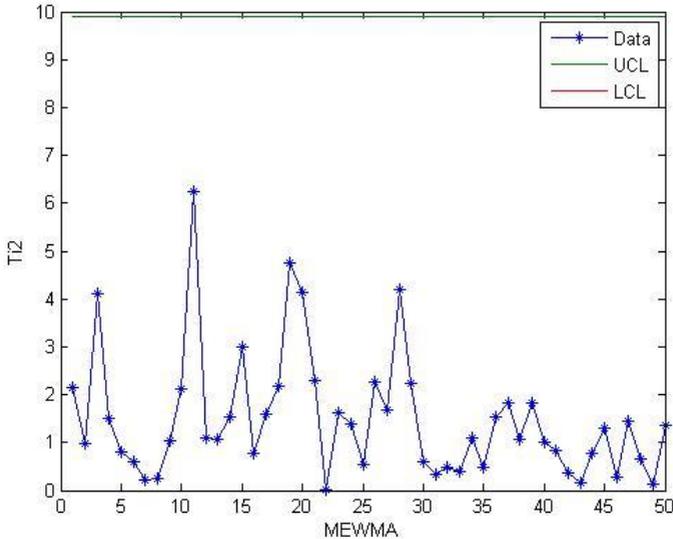
Gambar 4.4 Peta Kendali MEWMA $\lambda = 0,15$

Gambar 4.4 adalah hasil dari plot peta kendali MEWMA untuk $\lambda = 0,15$. Dengan h nilai limit kontrol yang diinginkan untuk mendapatkan hasil yang terkendali. Dalam hal ini nilai $h = UCL$ sebesar 9,26. Nilai T_1^2 terdapat pada lampiran F untuk keseluruhan hasil $T_i^2, i = 1,2,3, \dots, 50$. Pada gambar 4.4 terlihat bahwa nilai T_1^2 tidak melebihi batas limit kontrol h . Oleh karena itu disimpulkan bahwa data model copula Clayton dengan $\lambda = 0,15$ dalam proses *in control*. Dapat disebut bahwa hasil pengendalian kualitas terkendali.



Gambar 4.5 Peta Kendali MEWMA $\lambda = 0,2$

Gambar 4.5 adalah hasil dari plot peta kendali MEWMA untuk $\lambda = 0,2$. Dengan h nilai limit kontrol yang diinginkan untuk mendapatkan hasil yang terkendali. Dalam hal ini nilai $h = \text{UCL}$ sebesar 9,65. Nilai \mathbf{T}_i^2 terdapat pada lampiran G untuk keseluruhan hasil $\mathbf{T}_i^2, i = 1,2,3, \dots, 50$. Pada gambar 4.5 terlihat bahwa nilai \mathbf{T}_i^2 tidak melebihi h . Oleh karena itu disimpulkan bahwa data model copula Clayton dengan $\lambda = 0,2$ dalam proses *in control*. Dapat disebut bahwa hasil pengendalian kualitas terkendali.



Gambar 4.6 Peta Kendali MEWMA $\lambda = 0,25$

Gambar 4.6 adalah hasil dari plot peta kendali MEWMA untuk $\lambda = 0,25$. Dengan h nilai limit kontrol yang diinginkan untuk mendapatkan hasil yang terkendali. Dalam hal ini nilai $h = UCL$ sebesar 9,90. Nilai T_i^2 terdapat pada lampiran H untuk keseluruhan hasil T_i^2 , $i = 1,2,3, \dots, 50$. Pada gambar 4.6 terlihat bahwa nilai T_i^2 tidak melebihi h . Oleh karena itu disimpulkan bahwa data model copula Clayton dengan $\lambda = 0,25$ dalam proses *in control*. Dapat disebut bahwa hasil pengendalian kualitas terkendali.

Terlihat pada empat gambar peta kendali MEWMA dengan $\lambda = 0,1; 0,15; 0,2; 0,25$ dapat disimpulkan bahwa data model copula Clayton menghasilkan peta kendali yang

terkendali dengan nilai T_i^2 tidak melebihi h . Ketika λ diubah dengan nilai yang berbeda dengan ketentuan $0 < \lambda \leq 1$ peta kendali MEWMA tetap terkendali hanya berbeda pada UCL dan ketika $\lambda = 0$ atau $\lambda > 1$ peta kendali tidak dapat dibuat karena tidak memenuhi ketentuan yang ada.

BAB V PENUTUP

Bab penutup berisi tentang kesimpulan yang dihasilkan berdasarkan penelitian yang telah dilaksanakan serta saran yang diberikan jika penelitian ini ingin dikembangkan.

5.1 Kesimpulan

Dari hasil pembahasan yang telah diuraikan, dapat disimpulkan bahwa:

1. Didapatkan estimasi parameter copula Clayton dengan korelasi Kendall $\hat{\theta} = \frac{2\tau}{1-\tau}$
2. Hasil penerapan copula Clayton peta kendali MEWMA menunjukkan bahwa proses pengendalian kualitas terkendali dengan didapatkan nilai plot yang kurang dari batas kendali atas, terlihat pada Gambar 4.3, Gambar 4.4, Gambar 4.5, dan Gambar 4.6.

5.2 Saran

Saran yang dapat diberikan untuk pengembangan penelitian selanjutnya adalah menggunakan peta kendali multivariat yang lain kemudian dapat menambahkan jumlah data dan diterapkan pada data sesungguhnya.

KATA PENGANTAR

Assalamualaikum warahmatullahi wabarakatuh

Alhamdulillahirobbilalamin, segala puji dan syukur penulis panjatkan ke hadirat Allah SWT yang telah memberikan limpahan rahmat, taufik serta hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir yang berjudul “Peta Kendali *Multivariate Exponentially Weighted Moving Average* (MEWMA) Menggunakan Copula Clayton” yang merupakan salah satu persyaratan akademis dalam menyelesaikan Program Sarjana Departemen Matematika, Fakultas Matematika, Komputasi dan Sains Data, Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya.

Tugas Akhir ini dapat diselesaikan dengan baik berkat kerja sama, bantuan, dan dukungan dari banyak pihak. Sehubungan dengan hal itu, penulis mengucapkan terima kasih dan penghargaan kepada:

1. Bapak, Ibu, Farah dan Ghina serta seluruh keluarga penulis yang tidak hentinya memberikan dukungan secara moral dan materiil serta doa untuk kesuksesan penulis
2. Dra. Farida Agustini Widjajati, MS dan Dr. Drs. Soehardjoepri, M.Si selaku Dosen Pembimbing yang telah memberikan bimbingan, arahan, dan motivasi kepada penulis dalam mengerjakan Tugas Akhir ini sehingga dapat selesai dengan baik.
3. Drs. Iis Herisman, M.Si selaku koordinator Tugas Akhir Departemen Matematika FMKSD
4. Dr. Imam Mukhlas, S.Si, MT selaku Kepala Departemen Matematika FMKSD
5. Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si, M.Si selaku Kepala Program Studi S1 Departemen Matematika ITS
6. Dra. Nur Asiyah, M.Si, selaku Dosen Wali yang telah memberikan dukungan dan motivasi selama perkuliahan hingga selesainya Tugas Akhir ini.

7. Valeriana Lukitosari, S.Si, MT, Dra. Laksmi Prita Wardhani, M.Si, Dr, Rinurwati, M.Si selaku dosen penguji yang telah memberikan masukan dan arahan kepada penulis dalam pengerjaan tugas akhir
8. Seluruh jajaran dosen dan tenaga didik departemen Matematika ITS yang tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu.
9. Hani, Kiki, Adzra dan Fisa yang telah memberikan dukungan, doa, dan bantuan selama perkuliahan hingga selesainya Tugas Akhir ini.
10. Tasia, Fifi, Eva, Hilmi, dan Haryono teman se dosen pembimbing yang telah memberi bantuan dan semangat.
11. Meylita, Umro, Hana, Danti, Tara, Afif, Faizin, Bifa, Eko yang telah membagi ilmunya kepada penulis yang membantu selama penulisan Tugas Akhir ini.
12. Teman-teman Matematika ITS 2014 yang telah memberikan banyak cerita selama kuliah.
13. Banyak pihak yang tidak dapat ditulis satu persatu oleh penulis yang telah membantu selama penulisan Tugas Akhir ini.

Penulis mengharapkan saran dan kritik dari pembaca. Akhir kata, semoga Tugas Akhir ini bermanfaat bagi semua pihak yang berkepentingan.

Wassalamualaikum warahmatullahi wabarakatuh

Surabaya, Januari 2019

Penulis

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Montgomery, D.C. (2005). *Design and analysis of experiments, 6th edition*, John Wiley & Sons, Inc.
- [2] Moraes, D. A. O, dkk (2015) *On the Hotelling's T, MCUSUM and MEWMA Control Charts' Performance with Different Variability Sources: A Simulation Study*. Brazil : Brazilian Journal of Operations and Production Management.
- [3] Kuvattana, S., dkk. (2016). *Bivariate copulas on the exponentially weighted moving average control chart*. Songklanakarin Journal of Science and Technology
- [4] Nelsen, R.B. (2006). *An Introduction to Copula*. 2nd ed. New York: Springer.
- [5] Kort, J.(2007). *Modeling tail dependence using copulas-literature review*, ResearchGate.
- [6] Nirmalasari (2017). “*Bagan Kendali T^2 Hotelling Dengan Data Tidak Normal Multivariat Menggunakan Copula Bivariat*”. Jurusan Matematika : UNHAS, Makassar.
- [7] Steven E. R. (1995) *An Integral Equation for The in-control Average Run Length of a Multivariate Exponentially Weighted Moving Average Control Chart*, Jurnal of Statistical Computation and Simulation

- [8] Syahrir, I. (2011). *Estimasi Parameter Copula dan Aplikasinya pada Klimatologi*. Tesis Jurusan Statistika ITS, Surabaya
- [9] Embrechts, P. (2001) *Modelling Dependence with Copulas and Applications to Risk Management*. Department of Mathematics, ETHZ. Switzerland : ETHZ
- [10] Astari, I.G.A.R (2017) *Peramalan Curah Hujan Dengan Menyertakan Deteksi Perubahan Iklim dan Pola Hubungan Terhadap Produksi Padi di Tabanan Bali*. Departemen Matematika ITS, Surabaya

LAMPIRAN

Lampiran A. Data Simulasi

No	X	Y	No	X	Y
1	1,1509	1,1625	26	0,0373	1,3355
2	0,2558	0,9031	27	1,4881	1,1093
3	0,0861	0,4542	28	0,9428	0,8721
4	0,188	0,0351	29	0,1509	0,0107
5	1,747	0,7936	30	1,4269	0,1515
6	1,123	1,0539	31	1,5959	1,3113
7	1,1446	0,1479	32	0,385	1,6891
8	0,2922	0,1582	33	0,4817	0,0955
9	1,1156	0,483	34	0,5552	0,4008
10	0,4076	1,0596	35	1,7379	2,5888
11	0,221	2,511	36	0,8849	0,0579
12	0,8822	0,0276	37	0,062	1,3096
13	1,5307	1,1703	38	0,157	0,9544
14	0,1787	2,0524	39	5,2946	0,0648
15	0,1823	1,1587	40	0,8954	0,4136
16	0,0335	0,0494	41	0,3657	0,0826
17	0,6001	0,3884	42	0,3218	0,0541
18	0,5512	0,8405	43	0,0669	0,4214
19	0,1735	0,5009	44	1,0687	0,8648
20	0,7578	0,0626	45	0,713	1,1364
21	0,8934	1,9433	46	1,4787	0,7109
22	0,1278	0,4988	47	1,0683	0,0006
23	0,5958	0,1467	48	0,2194	1,376
24	0,6027	0,5394	49	0,6346	1,5226
25	0,1149	0,8664	50	0,3468	0,2684

Lampiran B. Data Variabel Transformasi [0,1]

No	X	Y	No	X	Y
1	0,7731	0,7303	26	0,1364	0,7961
2	0,2749	0,6142	27	0,8817	0,7079
3	0,1641	0,3866	28	0,6853	0,5994
4	0,2286	0,1657	29	0,2042	0,1545
5	0,9385	0,5613	30	0,8649	0,2231
6	0,7622	0,6836	31	0,9084	0,7876
7	0,7707	0,2212	32	0,3651	0,8892
8	0,3003	0,2266	33	0,4305	0,1947
9	0,7593	0,402	34	0,4776	0,3576
10	0,3807	0,6862	35	0,9369	0,9795
11	0,251	0,9748	36	0,6581	0,1764
12	0,6568	0,1622	37	0,1501	0,787
13	0,8927	0,7335	38	0,2082	0,6383
14	0,2224	0,9387	39	0,99	0,1797
15	0,2248	0,7287	40	0,6631	0,3645
16	0,1344	0,1724	41	0,3518	0,1883
17	0,505	0,3509	42	0,3211	0,1746
18	0,475	0,5842	43	0,1529	0,3688
19	0,219	0,4116	44	0,7403	0,5959
20	0,594	0,1786	45	0,5699	0,7194
21	0,6622	0,9269	46	0,8793	0,5203
22	0,1895	0,4105	47	0,7402	0,15
23	0,5025	0,2206	48	0,2499	0,8096
24	0,5066	0,432	49	0,5254	0,8523
25	0,1815	0,5966	50	0,3386	0,2853

Lampiran C. Data Variabel Acak Copula Clayton

No	X	Y	No	X	Y
1	0,1048	0,9084	26	0,9383	0,8447
2	0,8584	0,5328	27	0,2554	0,7946
3	0,6982	0,9754	28	0,5332	0,92
4	0,7337	0,2154	29	0,9548	0,1589
5	0,6505	0,123	30	0,2677	0,4955
6	0,5163	0,3073	31	0,2501	0,3935
7	0,3264	0,3928	32	0,9277	0,1967
8	0,6618	0,4377	33	0,0686	0,53
9	0,1176	0,2791	34	0,2994	0,6006
10	0,1478	0,6739	35	0,5916	0,2274
11	0,0198	0,0519	36	0,2033	0,5031
12	0,9643	0,4302	37	0,6359	0,9896
13	0,9704	0,3234	38	0,7984	0,5113
14	0,1239	0,2757	39	0,5017	0,7007
15	0,4674	0,1109	40	0,6508	0,428
16	0,6567	0,6078	41	0,796	0,0427
17	0,2902	0,2763	42	0,2334	0,2802
18	0,7545	0,1725	43	0,6008	0,8081
19	0,5581	0,0009	44	0,1125	0,3121
20	0,4278	0,2881	45	0,5158	0,0897
21	0,2672	0,5418	46	0,8378	0,5334
22	0,7537	0,8776	47	0,9208	0,3938
23	0,8984	0,0527	48	0,4982	0,7445
24	0,7284	0,9095	49	0,2776	0,5166
25	0,4068	0,1339	50	0,6525	0,8122

Lampiran D. Tabel UCL

No	λ	UCL
1	0,1	8,63
2	0,15	9,26
3	0,2	9,65
4	0,25	9,90
5	0,3	10,08
6	0,4	10,31
7	0,5	10,44
8	0,6	10,52
9	0,7	10,56
10	0,8	10,58
11	0,9	10,59
12	1	10,60

Lampiran E. Nilai T_i^2 untuk $\lambda = 0,1$

No		No		No		No	
T_1^2	0,9386	T_{16}^2	1,1114	T_{31}^2	0,0759	T_{46}^2	0,0522
T_2^2	0,5843	T_{17}^2	1,8702	T_{32}^2	0,4397	T_{47}^2	0,4779
T_3^2	2,2853	T_{18}^2	2,2970	T_{33}^2	0,0200	T_{48}^2	0,2989
T_4^2	1,2005	T_{19}^2	4,2378	T_{34}^2	0,2770	T_{49}^2	0,0734
T_5^2	0,5370	T_{20}^2	4,5479	T_{35}^2	0,1423	T_{50}^2	0,6989
T_6^2	0,3162	T_{21}^2	3,6197	T_{36}^2	0,6669		
T_7^2	0,0333	T_{22}^2	0,9367	T_{37}^2	0,9037		
T_8^2	0,1401	T_{23}^2	2,2070	T_{38}^2	0,6155		
T_9^2	0,1907	T_{24}^2	0,7039	T_{39}^2	1,1942		
T_{10}^2	0,7670	T_{25}^2	1,1935	T_{40}^2	0,8858		
T_{11}^2	2,8400	T_{26}^2	1,0040	T_{41}^2	0,2868		
T_{12}^2	0,8586	T_{27}^2	0,2396	T_{42}^2	0,0089		
T_{13}^2	0,4916	T_{28}^2	1,0433	T_{43}^2	0,2302		
T_{14}^2	1,2086	T_{29}^2	1,1924	T_{44}^2	0,3551		
T_{15}^2	2,2659	T_{30}^2	0,4303	T_{45}^2	0,4314		

Lampiran F. Nilai T_i^2 untuk $\lambda = 0,15$

No		No		No		No	
T_1^2	1,3709	T_{16}^2	1,1401	T_{31}^2	0,0759	T_{46}^2	0,0522
T_2^2	0,7707	T_{17}^2	1,9686	T_{32}^2	0,4397	T_{47}^2	0,4779
T_3^2	3,0664	T_{18}^2	2,4552	T_{33}^2	0,0200	T_{48}^2	0,2989
T_4^2	1,4262	T_{19}^2	4,7592	T_{34}^2	0,2770	T_{49}^2	0,0734
T_5^2	0,6333	T_{20}^2	4,7737	T_{35}^2	0,1423	T_{50}^2	0,6989
T_6^2	0,3910	T_{21}^2	3,3515	T_{36}^2	0,6669		
T_7^2	0,0534	T_{22}^2	0,4301	T_{37}^2	0,9037		
T_8^2	0,1749	T_{23}^2	1,9488	T_{38}^2	0,6155		
T_9^2	0,4510	T_{24}^2	0,7522	T_{39}^2	1,1942		
T_{10}^2	1,2324	T_{25}^2	0,8790	T_{40}^2	0,8858		
T_{11}^2	4,2287	T_{26}^2	1,4031	T_{41}^2	0,2868		
T_{12}^2	1,1188	T_{27}^2	0,7109	T_{42}^2	0,0089		
T_{13}^2	0,7244	T_{28}^2	2,3204	T_{43}^2	0,2302		
T_{14}^2	1,5034	T_{29}^2	1,8383	T_{44}^2	0,3551		
T_{15}^2	2,8068	T_{30}^2	0,6854	T_{45}^2	0,4314		

Lampiran G. Nilai T_i^2 untuk $\lambda = 0,2$

No		No		No		No	
T_1^2	1,7785	T_{16}^2	0,9781	T_{31}^2	0,2804	T_{46}^2	0,2184
T_2^2	0,9013	T_{17}^2	1,8123	T_{32}^2	0,4535	T_{47}^2	1,1521
T_3^2	3,6625	T_{18}^2	2,3466	T_{33}^2	0,2241	T_{48}^2	0,5485
T_4^2	1,5081	T_{19}^2	4,8396	T_{34}^2	0,8636	T_{49}^2	0,1031
T_5^2	0,7141	T_{20}^2	4,5323	T_{35}^2	0,3697	T_{50}^2	1,1351
T_6^2	0,4808	T_{21}^2	2,8109	T_{36}^2	1,3313		
T_7^2	0,1192	T_{22}^2	0,0969	T_{37}^2	1,6504		
T_8^2	0,2162	T_{23}^2	1,7218	T_{38}^2	0,9858		
T_9^2	0,7544	T_{24}^2	1,0245	T_{39}^2	1,7517		
T_{10}^2	1,7010	T_{25}^2	0,6652	T_{40}^2	1,0616		
T_{11}^2	5,3830	T_{26}^2	1,8643	T_{41}^2	0,5937		
T_{12}^2	1,1819	T_{27}^2	1,2448	T_{42}^2	0,1966		
T_{13}^2	0,9032	T_{28}^2	3,4309	T_{43}^2	0,1845		
T_{14}^2	1,5765	T_{29}^2	2,1709	T_{44}^2	0,6196		
T_{15}^2	3,0036	T_{30}^2	0,7224	T_{45}^2	1,0292		

Lampiran H. Nilai T_i^2 untuk $\lambda = 0,25$

No		No		No		No	
T_1^2	2,1613	T_{16}^2	0,7621	T_{31}^2	0,3325	T_{46}^2	0,2872
T_2^2	0,9865	T_{17}^2	1,5848	T_{32}^2	0,4945	T_{47}^2	1,4536
T_3^2	4,1073	T_{18}^2	2,1671	T_{33}^2	0,3912	T_{48}^2	0,6538
T_4^2	1,4996	T_{19}^2	4,7580	T_{34}^2	1,1097	T_{49}^2	0,1412
T_5^2	0,8092	T_{20}^2	4,1468	T_{35}^2	0,4701	T_{50}^2	1,3490
T_6^2	0,5880	T_{21}^2	2,2898	T_{36}^2	1,5268		
T_7^2	0,2146	T_{22}^2	0,0007	T_{37}^2	1,8264		
T_8^2	0,2497	T_{23}^2	1,6204	T_{38}^2	1,0593		
T_9^2	1,0495	T_{24}^2	1,4034	T_{39}^2	1,8188		
T_{10}^2	2,1277	T_{25}^2	0,5330	T_{40}^2	1,0055		
T_{11}^2	6,2511	T_{26}^2	2,2545	T_{41}^2	0,8383		
T_{12}^2	1,0907	T_{27}^2	1,6718	T_{42}^2	0,3774		
T_{13}^2	1,0795	T_{28}^2	4,2050	T_{43}^2	0,1635		
T_{14}^2	1,5232	T_{29}^2	2,2232	T_{44}^2	0,7851		
T_{15}^2	3,0092	T_{30}^2	0,6051	T_{45}^2	1,3064		

Lampiran I. Listing Program Matlab Estimasi Parameter Copula Clayton dengan korelasi Kendall

```
%estimasi parameter copula clayton  
[r,p]=corr(A,B,'type','Kendall')  
disp('Parameter Copula Clayton');  
thetal=copulaparamm('clayton',r)
```


Lampiran J. Listing Program Matlab Transfromasi Data UNIF[0,1]

```
%transformasi data UNIF [0,1]
u=ksdensity(A,A,'function','cdf')
v=ksdensity(B,B,'function','cdf')
figure(4)
scatterhist(u,v)
title('X dan Y')
xlabel('X')
ylabel('Y')
```


Lampiran K. Listing Program Matlab Data Variabel Acak
Copula Clayton

```
%Data Variabel Acak Copula Clayton  
y = copulapdf('Clayton',[u(:),v(:)],thetal)  
o = copularnd('Clayton',thetal,50)
```


Lampiran L. Listing Program Matlab Peta Kendali MEWMA

```
clc;
clear;
data = xlsread('Datakuu.xlsx');
x1=data(:,1);
x2=data(:,2);
meanx1=mean(x1);
meanx2=mean(x2);
X = [x1 x2];
r=0.15;
lambda=[0.15 0; 0 0.15];
beta=[0.85 0; 0 0.85];
%untuk menghitung rata rata
Rerata=mean(X);
fprintf('Maka diperoleh Rata-rata S \n');
disp(Rerata);
n=50;
p=2;
T=zeros(n,1);
%mencari matrik kovariansi ]
S=cov(X);
fprintf('Maka diperoleh Matriks S \n');
disp(S);
```

Lampiran K. Lanjutan

```

% Mencari nilai Zi dan Ti
M=(r/(2-r));
disp(M);
XX(1,1)=X(1,1);
XX(2,1)=X(1,2);
Z0=[0.528508 ; 0.454538];
Z=lambd*XX+beta*Z0;
disp(Z)
y=[0.528508 ; 0.454538];
D=M*S
invD=inv(D)
T(1) = (Z-y)'*invD*(Z-y);
]for i=2:n
    XX(1,1)=X(i,1);
    XX(2,1)=X(i,2);
    Z=lambd*XX+beta*Z;
    disp(Z)
    D=M*S;
    invD=inv(D);
    T(i) = (Z-y)'*invD*(Z-y);
end
T

```

Lampiran K. Lanjutan

```
for i=1:n;  
    pUCL(i)=UCL(i);  
end  
for i=1:n;  
    pLCL(i)=0;  
end  
plot(1:n,T, '-*', 1:n,pUCL, 1:n,pLCL);  
legend('Data', 'UCL', 'LCL');  
xlabel('MEWMA');  
ylabel('Ti2');
```


BIODATA PENULIS



Itsna Niswatus Shofwah atau biasa dipanggil Itsna lahir di Surabaya tanggal 10 September 1997. Pendidikan formal yang telah ditempuh penulis yaitu TK Aisyiyah 48 Surabaya, SD Muhammadiyah 25 Surabaya, SMP Luqman Al Hakim Surabaya, dan SMA Al Izzah Batu. Saat ini penulis sedang menempuh pendidikan S1 di Jurusan Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya dengan bidang minat Terapan, yang mencakup Pemodelan Matematika serta Riset Operasi dan Pengolahan Data (ROPD).

Selama kuliah penulis aktif di Lembaga Dakwah Kampus JMMI ITS dan Lembaga Dakwah jurusan Matematika ITS Ibnu Muqhlah. Pada tahun 2015-2016 penulis menjadi Staff FSLDK di LDK JMMI ITS dan Staff Jaringan dan Media di LDJ Ibnu Muqhlah. Pada tahun 2016-2017 penulis menjadi Midle BK Kemuslimahan di LDK JMMI ITS dan Sekretaris Departemen Jaringan dan Media LDJ Ibnu Muqhlah. Demikian biodata penulis segala saran, kritik, dan diskusi mengenai Tugas Akhir ini, dapat dikirimkan melalui email itsnaniswatuss@gmail.com. Terima kasih.

