

**ESTIMASI KURVA REGRESI NONPARAMETRIK
SPLINE TRUNCATED MULTIRESPON
(APLIKASI: PADA KASUS NILAI UNAS DI SMKN 3 Buduran
Sidoarjo)**

SEMINAR HASIL

ROSALINA SALHUTERU
DOSEN PEMBIMBING

1313201040

Prof. Dr. Drs. I Nyoman Budiantara, M.Si
Dr. Dra. Ismaini Zain, M.Si

**JURUSAN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA**

2015



BAB I PENDAHULUAN

1. Latar Belakang
2. Rumusan Masalah
3. Tujuan Penelitian
4. Manfaat Penelitian
5. Batasan Masalah



PENDAHULUAN



ANALISIS REGRESI

PENDEKATAN
REGRESI
PARAMETRIK



Linier
Kuadratik
Eksponensial
Polinomial

PENDEKATAN
REGRESI
NONPARAMETRIK



Spline
Kernel
Deret orthogonal
Wavelet
dll



PENDAHULUAN



SPLINE

1992

Oehlert

Relaxed boundary smoothing spline

1997

Gao dan Shi

M-type smoothing spline in nonparametric and semiparametric regression model

2004

Eubank dkk

Smoothing spline estimation in varying coefficient

2011

Tripena

Penentuan model regresi spline terbaik



PENDAHULUAN



Jhonson, dkk (2002)



Model Regresi
Nonparametrik Multirespon

2000

Wang, dkk

Spline Smoothing Bivariate Data With Applications to Association Between Hormones

2010

Adyana

Estimator Spline Dalam Regresi Nonparametrik Multirespon



PENDAHULUAN



SPLINE TRUNCATED



NILAI UNAS

1999

Krusdayanti

Faktor-faktor yang mempengaruhi prestasi belajar siswa menggunakan metode regresi logistik

2008

Ernawati

Multigroup structural equation model untuk membandingkan hasil belajar siswa yang berasal dari sekolah negeri dan sekolah swasta

2009

Henaulu

Pemodelan nilai UNAS SMAN 11 Ambon dengan pendekatan regresi nonparametrik spline

2011

Fathurahman

Estimasi parameter model regresi spline



Rumusan Masalah

1. Estimasi kurva regresi nonparametrik spline truncated multirespon
2. Model regresi nonparametrik spline *truncated* multirespon pada kasus nilai UNAS di SMKN 3 Buduran Sidoarjo

Tujuan Penelitian

1. Mengkaji bentuk estimasi kurva regresi nonparametrik spline *truncated* multirespon
2. Mengaplikasikan regresi nonparametrik spline *truncated* multirespon pada kasus nilai UNAS di SMKN 3 Buduran Sidoarjo



Manfaat Penelitian

1. Menambah wawasan pengetahuan statistika yang lebih luas kepada peneliti tentang estimasi kurva regresi nonparametrik spline truncated multirespon
2. Memberikan informasi kepada instansi yang terkait tentang faktor-faktor yang mempengaruhi nilai UNAS

Batasan Masalah

1. Pemilihan titik knot optimal menggunakan metode GCV
2. Titik knot dibatasi untuk masing-masing prediktor satu, dua dan tiga knot
3. Data yang digunakan adalah data tentang nilai UNAS SMKN 3 Buduran Sidoarjo tahun 2012/2013 dan jurusan Teknik gambar rancang bangun kapal
4. Knot untuk masing-masing respon diasumsikan sama



BAB II TINJAUAN PUSTAKA

1. Regresi Parametrik
2. Regresi Nonparametrik
3. Regresi Nonparametrik Spline
4. Regresi Nonparametrik Multirespon
 - Korelasi Antara Variabel -Variabel Respon
 - Korelasi antara variabel prediktor (Multikolinieritas)
 - Estimasi Parameter
5. Pemilihan Titik Knot Optimal
6. Pola Hubungan Nilai UNAS antara Variabel Prediktor



Regresi Parametrik

Metode yang digunakan untuk mengetahui pola hubungan antara variabel respon dan variabel prediktor, dimana bentuk kurva regresinya diketahui. Secara umum bentuk regresi parametrik linier dapat ditulis sebagai berikut:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_p X_{pi} + \varepsilon_i, i = 1, 2, \dots, n$$

Regresi Nonparametrik

Metode statistika yang digunakan untuk mengetahui hubungan antara variabel respon dan variabel prediktor. Apabila hubungan antara variabel respon dengan variabel prediktor tidak diketahui polanya, atau tidak didapatkan informasi sebelumnya yang lengkap bentuk pola data, maka digunakan pendekatan regresi nonparametrik. Misalkan x adalah variabel prediktor dan y adalah variabel respon untuk n buah pengamatan, model regresi secara umum dapat ditulis sebagai berikut:

$$y_i = f(x_i) + \varepsilon_i, i = 1, 2, \dots, n$$



Regresi Nonparametrik Spline

Spline merupakan salah satu teknik estimasi regresi nonparametrik yang pertama kali dikembangkan oleh Whittaker pada tahun 1923. Spline dalam regresi nonparametrik mempunyai kemampuan mengestimasi perilaku data yang cenderung berbeda pada interval yang berlainan. Secara umum fungsi spline berorde m :

$$f(x_i) = \sum_{j=0}^m \beta_j x_i^j + \sum_{h=1}^r \beta_{h+m} (x_i - k_h)_+^m$$

Regresi Nonparametrik Multirespon

$$y_{ji} = f_k(x_{kji}) + \varepsilon_{ji}$$



Korelasi Antar Variabel Respon

Sebelum melakukan pemodelan, terlebih dahulu perlu diketahui besar hubungan atau korelasi antar variabel-variabel tersebut. Ini sesuai dengan definisi regresi birespon yaitu regresi dengan variabel respon dua dan diantara variabel-variabel respon harus memiliki korelasi antara satu dengan lainnya. Untuk mengetahui nilai korelasinya dapat digunakan koefisien korelasi Pearson yang secara umum

$$r(y_1, y_2) = \frac{\text{cov}(y_1, y_2)}{\{(\text{var}(y_1)\text{var}(y_2))^{1/2}\}^{1/2}}$$

Estimasi Parameter

Estimasi parameter pada regresi spline menggunakan metode *Weighted Least Square* (WLS).

$$\boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{W} \boldsymbol{\varepsilon} = (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})^T \mathbf{W} (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})$$



Korelasi Antar Variabel Prediktor (Multikolinieritas)

Salah satu syarat yang harus terpenuhi dalam pemodelan regresi yang baik adalah tidak adanya korelasi antar variabel independen. Multikolinearitas adalah kondisi terdapatnya hubungan linier atau korelasi yang tinggi antara masing-masing variabel independen dalam model regresi. Multikolinearitas biasanya terjadi ketika sebagian besar variabel yang digunakan saling terkait dalam suatu model regresi. Adanya kasus multikolinearitas dapat dilihat dari Nilai variance inflation factor (VIF) lebih dari 10. VIF dapat dirumuskan sebagaimana persamaan berikut.

$$VIF = \frac{1}{1 - R_j^2}$$

R adalah nilai koefisien determinasi antara variabel X_j dengan variabel X lainnya. VIF yang lebih besar dari 10 menunjukkan multikolinearitas antara variabel-variabel independen. Selain itu juga dapat dilihat dengan keterkaitan antar variabel dengan korelasi masing-masing variabel.



TINJAUAN PUSTAKA



Korelasi adalah metode untuk mengetahui tingkat keeratan hubungan dua variabel atau lebih yang digambarkan oleh besarnya koefisien korelasi. Koefisien korelasi adalah koefisien yang menggambarkan tingkat keeratan hubungan antar dua variabel atau lebih. Besaran dari koefisien korelasi tidak menggambarkan hubungan sebab akibat antar dua variabel atau lebih tetapi menggambarkan keterkaitan linear antar variabel. Dimana nilai koefisien korelasi pearson (r_{ij}) antar variabel-variabel independen lebih dari 95%. Rumus korelasi pearson adalah sebagai berikut sebagaimana persamaan berikut.

$$r_{ij} = \frac{n \left(\sum_{u=1}^n X_{iu} X_{ju} - \left(\sum_{u=1}^n X_{iu} \right) \left(\sum_{u=1}^n X_{ju} \right) \right)}{\sqrt{\left(n \sum_{u=1}^n X_{iu}^2 - \left(\sum_{u=1}^n X_{iu} \right)^2 \right) \left(n \sum_{u=1}^n X_{ju}^2 - \left(\sum_{u=1}^n X_{ju} \right)^2 \right)}}$$

R_j^2 adalah nilai koefisien determininasi X_j dengan variabel X lainnya. VIF yang lebih besar dari 10 menunjukkan multikolinieritas antara variabel-variabel independen.



Pemilihan Titik Knot Optimal

Titik knot merupakan titik perpaduan bersama dimana terdapat perubahan perilaku fungsi pada interval yang berlainan. Salah satu metode pemilihan titik knot optimal adalah *Generalized Cross Validation* (GCV)

$$GCV(k) = \frac{MSE(k)}{(n^{-1}tr[I - A(k)])^2}$$

Pola Hubungan Antara Variabel Prediktor

Nilai yang diperoleh siswa setelah melakukan kegiatan pembelajaran selama tiga tahun pada jenjang SMK. Secara nasional mencakup pelajaran Bahasa Indonesia, Bahasa Inggris, Matematika, dan mata pelajaran kejuruan yang menjadi ciri khas program pendidikan.

Faktor-faktor yang diasumsikan mempengaruhi nilai UNAS SMK diantaranya:

- a. Nilai rata-rata rapor
- b. Nilai ujian akhir sekolah (UAS)
- c. Nilai rata-rata tryout
- d. Nilai rata-rata UN SMP



BAB III METODE PENELITIAN

1. Sumber Data
2. Variabel Penelitian
3. Struktur Data
4. Langkah-langkah penelitian



METODE PENELITIAN



Sumber Data



Data Sekunder pada SMKN 3 Buduran Sidoarjo. Data tersebut merupakan laporan nilai UNAS tahun pelajaran 2012/2013 yang terdiri dari nilai UNAS kelas XII Teknik gambar rancang bangun kapal

Variabel Penelitian



Variabel respon:

- y_1 = Bahasa Indonesia
- y_2 = Bahasa Inggris
- y_3 = Matematika
- y_4 = Teori Kejuruan

Variabel prediktor:

- x_{11} = Nilai rata-rata rapor Bahasa Indonesia
- x_{21} = Nilai Ujian Akhir Sekolah (UAS) Bahasa Indonesia
- x_{12} = Nilai rata-rata rapor Bahasa Inggris
- x_{23} = Nilai Ujian Akhir Sekolah (UAS) Bahasa Inggris
- x_{13} = Nilai rata-rata rapor Matematika
- x_{23} = Nilai Ujian Akhir Sekolah (UAS) Matematika
- x_{14} = Nilai rata-rata rapor Teori Kejuruan
- x_{24} = Nilai Ujian Akhir Sekolah (UAS) Teori Kejuruan



METODE PENELITIAN



Struktur Data

y_1	y_2	y_3	y_4	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{24}
y_{11}	y_{21}	y_{31}	y_{41}	x_{111}	x_{121}	x_{131}	x_{141}	x_{211}	x_{221}	x_{231}	x_{241}
y_{12}	y_{22}	y_{32}	y_{42}	x_{112}	x_{122}	x_{132}	x_{142}	x_{212}	x_{222}	x_{232}	x_{242}
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
y_{150}	y_{250}	y_{350}	y_{450}	x_{1150}	x_{1250}	x_{1350}	x_{1450}	x_{2150}	x_{2250}	x_{2350}	x_{2450}



Langkah-langkah Penelitian

1. Mendapatkan estimasi model regresi nonparametrik spline truncated dengan langkah-langkah sebagai berikut:

a. Membuat model regresi nonparametrik multirespon

$$y_{ji} = \sum_{k=1}^m f_k(x_{kji}) + \varepsilon_{ji}, i=1,2,\dots,n; j=1,2,\dots,p$$

b. Mendekati komponen nonparametrik dengan fungsi spline truncated

$$f_k(x_{kji}) = \alpha_{kj}x_{kji} + \sum_{u=1}^U \beta_{kju}(x_{kji} - K_{kU})_+^1$$

c. Model regresi nonparametrik multirespon ditulis kedalam bentuk matriks

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}[\mathbf{K}]\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

d. Menyelesaikan estimasi model dengan optimasi WLS

$$\min_{\boldsymbol{\beta}} \{(\mathbf{Y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})' \mathbf{W} (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})\}$$

e. Mendapatkan bentuk estimasi kurva regresi nonparametrik multirespon sebagai berikut:

$$\hat{y}_{ji} = \sum_{k=1}^m \left\{ \alpha_{kj}x_{kji} + \sum_{u=1}^U \beta_{kju}(x_{kji} - K_{kU})_+^1 \right\} + \varepsilon_{ji}$$



Langkah-langkah Penelitian

2. Memodelkan data UNAS SMKN 3 Buduran Sidoarjo menggunakan regresi nonparametrik spline truncated multirespon
 - a. Melakukan analisis deskriptif pada tiap variabel respon dan variabel prediktor
 - b. Menguji korelasi antar respon
 - c. Membuat *scatter plot* antara variabel respon dengan variabel prediktor untuk mengetahui perilaku data
 - d. Memodelkan data UNAS SMKN 3 Buduran Sidoarjo menggunakan regresi nonparametrik multirespon spline
 - e. Memilih titik knot optimal dengan menggunakan metode GCV
 - f. Membentuk model regresi nonparametrik multirespon spline *truncated* optimal
 - g. Mencari estimasi model regresi \hat{y}



Diagram Alir

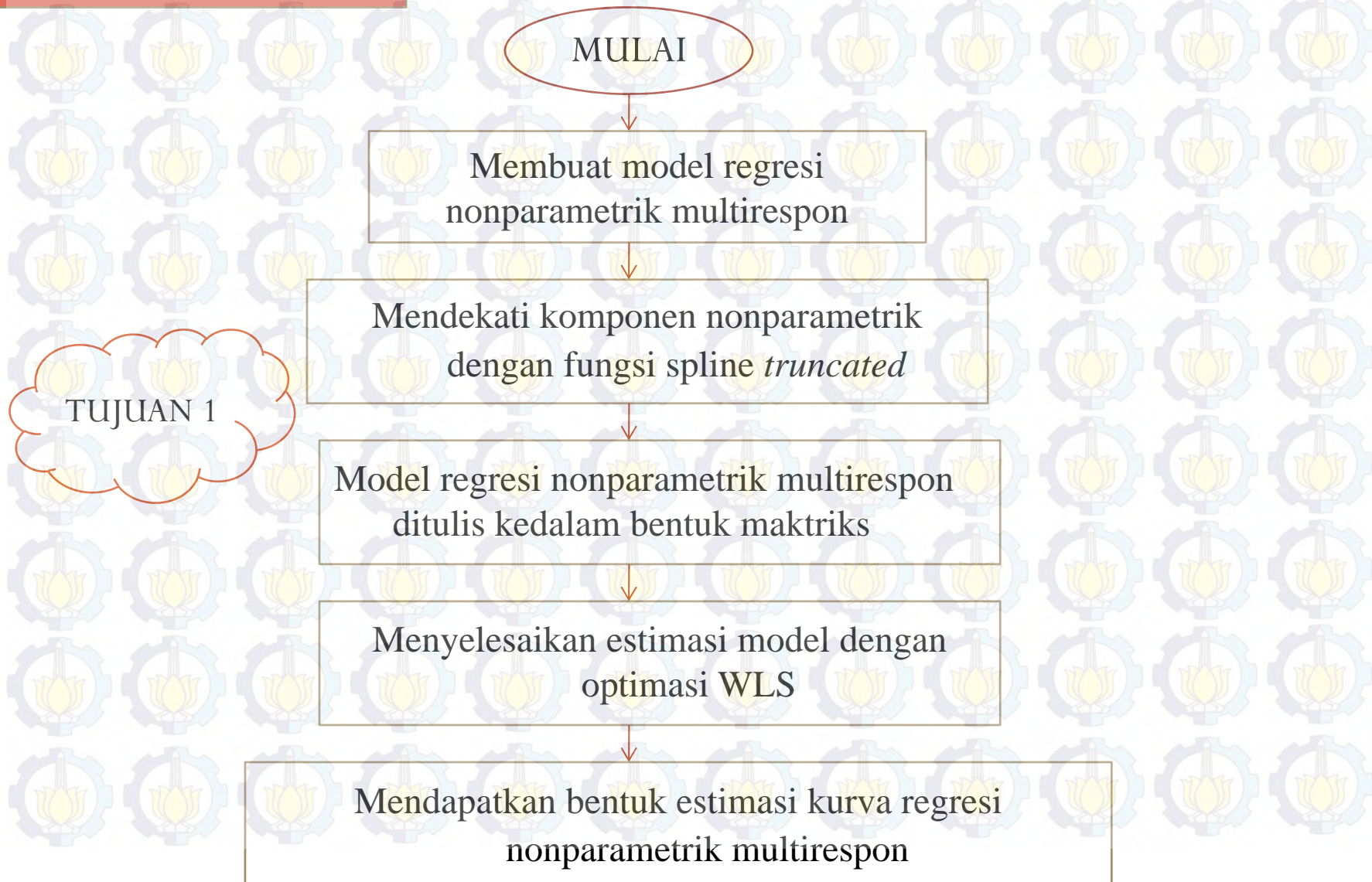




Diagram Alir

TUJUAN 2

Melakukan analisis deskriptif pada tiap variabel respon dan variabel prediktor

Menguji korelasi antar respon

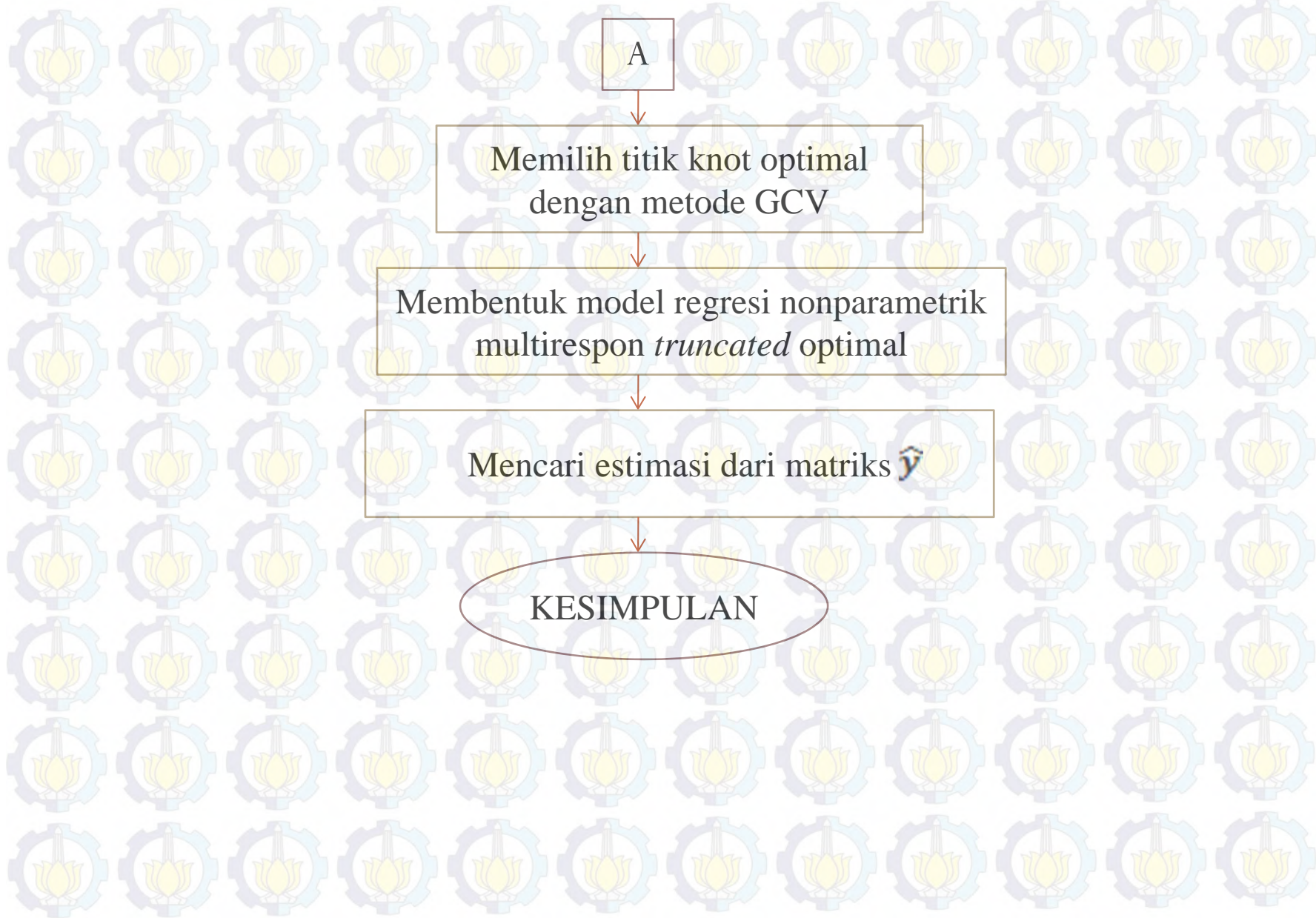
Membuat *scatter plot* antara variabel respon dengan variabel prediktor

Melakukan analisis deskriptif pada tiap variabel respon dan variabel prediktor

Memodelkan dengan menggunakan reresi nonparametrik *spline truncated* multirespon



METODE PENELITIAN





BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

1. Estimasi Model Regresi Nonparametrik Spline *Truncated* Multirespon
2. Aplikasi Regresi Nonparametrik Spline *Truncated* Multirespon Pada Kasus Nilai UNASL SMKN 3 Buduran Sidoarjo
 - Deskripsi Data Penelitian
 - Model Regresi Nonparametrik Multirespon Spline *Truncated* Linier
 - Model Regresi Nonparametrik Multirespon Spline *Truncated* Dengan 1 Knot
 - Model Regresi Nonparametrik Multirespon Spline *Truncated* Dengan 2 Knot
 - Model Regresi Nonparametrik Multirespon Spline *Truncated* Dengan 3 Knot
 - Model Regresi Nonparametrik Multirespon Spline *Truncated* Optimal



Estimasi Model Regresi Nonparametrik Spline *Truncated* Multirespon

Diberikan data berpasangan $(x_1, x_2, \dots, x_m, y_1, y_2, \dots, y_p)$. Hubungan antara $(x_1, x_2, \dots, x_m, y_1, y_2, \dots, y_p)$ diasumsikan mengikuti model regresi nonparametrik multirespon sebagai berikut.

$$y_{ji} = \sum_{k=1}^m f_k(x_{kji}) + \varepsilon_{ji}, i=1, 2, \dots, n; j=1, 2, \dots, p$$

Selanjutnya kurva regresi $f_k(x_{kji})$ dengan fungsi spline *truncated* linier dan titik-titik knot k_1, k_2, \dots, k_U

$$(x_{kji} - K_{kU})_+^1 = \begin{cases} (x_{kji} - K_{kU})_+^1, & x_{kji} \geq K_{kU} \\ 0, & x_{kji} < K_{kU} \end{cases}$$

Akibatnya diperoleh regresi nonparametrik spline *truncated* multirespon yang dapat disajikan sebagai berikut.

$$y_{ji} = \sum_{k=1}^m \left\{ \alpha_{kj} x_{kji} + \sum_{u=1}^U \beta_{kju} (x_{kji} - K_{kU})_+^1 \right\} + \varepsilon_{ji}$$



HASIL DAN PEMBAHASAN



Model tersebut memuat p respon dengan sebanyak n pengamatan dan dapat diuraikan sebagai berikut.

$$i = 1 \text{ dan } j = 1 \longrightarrow y_{11} = \sum_{k=1}^m \left\{ \alpha_{k1} x_{k11} + \sum_{u=1}^U \beta_{k1u} (x_{k11} - K_{kU})_+^1 \right\} + \varepsilon_{11}$$

⋮

$$i = 1 \text{ dan } j = p \longrightarrow y_{p1} = \sum_{k=1}^m \left\{ \alpha_{kp} x_{kp1} + \sum_{u=1}^U \beta_{kpu} (x_{kp1} - K_{kU})_+^1 \right\} + \varepsilon_{p1}$$

$$i = 2 \text{ dan } j = 1 \longrightarrow y_{12} = \sum_{k=1}^m \left\{ \alpha_{k1} x_{k12} + \sum_{u=1}^U \beta_{k1u} (x_{k12} - K_{kU})_+^1 \right\} + \varepsilon_{12}$$

⋮

$$i = 2 \text{ dan } j = p \longrightarrow y_{p2} = \sum_{k=1}^m \left\{ \alpha_{kp} x_{kp2} + \sum_{u=1}^U \beta_{kpu} (x_{kp2} - K_{kU})_+^1 \right\} + \varepsilon_{p2}$$

$$i = n \text{ dan } j = 1 \longrightarrow y_{1n} = \sum_{k=1}^m \left\{ \alpha_{k1} x_{k1n} + \sum_{u=1}^U \beta_{k1u} (x_{k1n} - K_{kU})_+^1 \right\} + \varepsilon_{1n}$$

⋮

$$i = n \text{ dan } j = p \longrightarrow y_{pn} = \sum_{k=1}^m \left\{ \alpha_{kp} x_{kpn} + \sum_{u=1}^U \beta_{kpu} (x_{kpn} - K_{kU})_+^1 \right\} + \varepsilon_{pn}$$



HASIL DAN PEMBAHASAN



Model regresi nonparametrik tersebut dapat disajikan dalam bentuk matriks berikut.

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}[K]\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

Selanjutnya dengan menggunakan matriks pembobot \mathbf{W} , estimasi $\boldsymbol{\beta}$ pada persamaan diatas dapat diperoleh dengan menyelesaikan optimasi WLS.

$$\min_{\boldsymbol{\beta}} \{(\mathbf{Y} - \mathbf{X}[K]\boldsymbol{\beta})^T \mathbf{W}(\mathbf{Y} - \mathbf{X}[K]\boldsymbol{\beta})\}$$

Dari model diatas didapat error:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{Y} - \mathbf{X}[K]\boldsymbol{\beta}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{W} \boldsymbol{\varepsilon} &= (\mathbf{Y} - \mathbf{X}[K]\boldsymbol{\beta})^T \mathbf{W}(\mathbf{Y} - \mathbf{X}[K]\boldsymbol{\beta}) \\ &= (\mathbf{Y}^T - \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{X}^T[K])\mathbf{W}(\mathbf{Y} - \mathbf{X}[K]\boldsymbol{\beta}) \\ &= \mathbf{Y}^T \mathbf{W} \mathbf{Y} - \mathbf{Y}^T \mathbf{W} \mathbf{X}[K]\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{X}^T[K]\mathbf{W} \mathbf{Y} + \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{X}^T[K]\mathbf{W} \mathbf{X}[K]\boldsymbol{\beta} \\ &= \mathbf{Y}^T \mathbf{W} \mathbf{Y} - (\boldsymbol{\beta}^T \mathbf{X}^T[K]\mathbf{W} \mathbf{Y})^T - \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{X}^T[K]\mathbf{W} \mathbf{Y} + \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{X}^T[K]\mathbf{W} \mathbf{X}[K]\boldsymbol{\beta} \\ &= \mathbf{Y}^T \mathbf{W} \mathbf{Y} - \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{X}^T[K]\mathbf{W} \mathbf{Y} - \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{X}^T[K]\mathbf{W} \mathbf{Y} + \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{X}^T[K]\mathbf{W} \mathbf{X}[K]\boldsymbol{\beta} \\ &= \mathbf{Y}^T \mathbf{W} \mathbf{Y} - 2\boldsymbol{\beta}^T \mathbf{X}^T[K]\mathbf{W} \mathbf{Y} + 2\boldsymbol{\beta}^T \mathbf{X}^T[K]\mathbf{W} \mathbf{X}[K]\boldsymbol{\beta}\end{aligned}$$



HASIL DAN PEMBAHASAN



Untuk mendapatkan estimator dari parameter β dilakukan dengan melakukan derivatif parsial terhadap β . Dalam proses derivatif ini digunakan suatu Teorema dari (Rencher dan Schaalje, 2008). Diberikan vektor dan matriks A , maka:

$$(i) \frac{\partial (\beta' A)}{\partial \beta} = A$$

$$(ii) \frac{\partial (\beta' A \beta)}{\partial \beta} = 2A\beta.$$

Sebagai konsep dasar kemudian hasilnya disamakan dengan nol maka diperoleh.

$$\frac{\partial (\varepsilon' W \varepsilon)}{\partial \beta} = 0 - 2X^T [K] W Y + 2X^T [K] W X [K] \beta$$

$$0 = -2X^T [K] W Y + 2X^T [K] W X [K] \hat{\beta}$$

$$2X^T [K] W Y = 2X^T [K] W X [K] \hat{\beta}$$

$$X^T [K] W Y = X^T [K] W X [K] \hat{\beta}$$

Kemudian kedua ruas dikalikan dengan $(X^T [K] W X [K])^{-1}$

$$(X^T [K] W X [K])^{-1} X^T [K] W Y = (X^T [K] W X [K])^{-1} (X^T [K] W X [K]) \hat{\beta}$$

$$(X^T [K] W X [K])^{-1} X^T [K] W Y = \hat{\beta}$$



HASIL DAN PEMBAHASAN



Akhirnya diperoleh:

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X}^T [\mathbf{K}] \mathbf{W} \mathbf{X} [\mathbf{K}])^{-1} \mathbf{X}^T [\mathbf{K}] \mathbf{W} \mathbf{Y}$$

Berdasarkan estimasi $\hat{\beta}$ diatas, maka diperoleh estimasi kurva regresi:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{Y}} &= \mathbf{X} [\mathbf{K}] \hat{\beta} \\ &= \mathbf{X} [\mathbf{K}] (\mathbf{X} [\mathbf{K}]^T \mathbf{W} \mathbf{X} [\mathbf{K}])^{-1} \mathbf{X} [\mathbf{K}]^T \mathbf{W} \mathbf{Y} \\ &= \mathbf{A} [\mathbf{K}] \mathbf{Y} \end{aligned}$$

Dimana,

$$\mathbf{A} [\mathbf{K}] = \mathbf{X} [\mathbf{K}] (\mathbf{X} [\mathbf{K}]^T \mathbf{W} \mathbf{X} [\mathbf{K}])^{-1} \mathbf{X} [\mathbf{K}]^T \mathbf{W}$$

Dengan, \mathbf{W} matriks varian kovarian

Berdasarkan hasil yang diperoleh terlihat bahwa estimator ini tergantung pada titik knot. Pemilihan titik knot optimal dengan metode *Generalized Cross Validation* (GCV).

$$GCV(K) = \frac{MSE(K)}{(N^{-1} \text{trace}(\mathbf{I} - \mathbf{A}[K]))^2}$$



HASIL DAN PEMBAHASAN



Aplikasi Regresi Nonparametrik Spline *Truncated* Multirespon Pada Kasus Nilai UNAS SMKN 3 Buduran Sidoarjo

Deskripsi Data Penelitian

Data Sekunder yang diambil dari SMKN 3 Buduran Sidoarjo tahun 2013/2014 yang meliputi nilai UNAS Bahasa Indonesia, Bahasa Inggris, Matematika, dan Teori Kejuruan

Sebelum memodelkan nilai UNAS di SMKN 3 Buduran Sidoarjo maka perlu dilihat deskripsi statistik dari data untuk masing-masing variabel seperti tabel berikut ini. Statistik deskriptif yang ditampilkan digunakan dalam program terutama inialisasi titik knot.

Tabel 1. Statistik Deskriptif Variabel Respon dan Variabel Prediktor

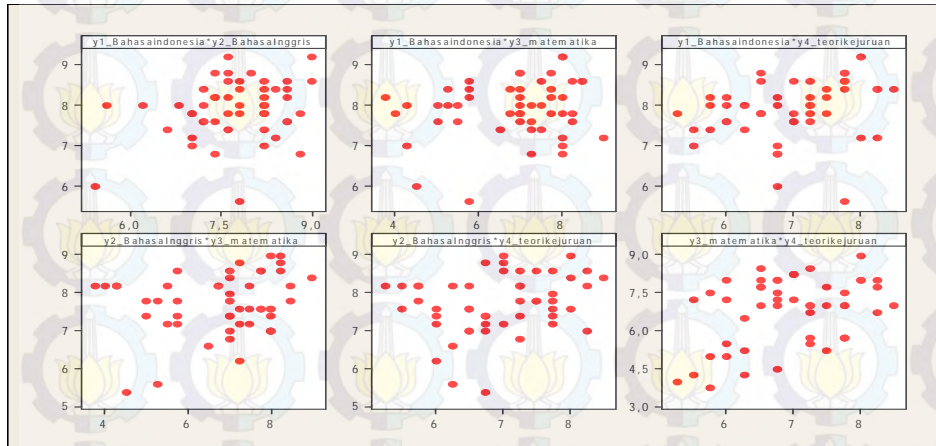
Variabel	Observasi	Minimum	Maksimum	Range	Mean	Variansi
y_1	50	5.60	9.20	3.60	79.404	0.515
y_2	50	5.40	9.00	3.60	7.724	0.625
y_3	50	3.75	9.00	5.25	6.810	1.792
y_4	50	5.25	8.50	3.25	6.940	0.690
x_{11}	50	7.98	8.56	0.58	81.822	0.0148
x_{21}	50	8.54	9.18	0.64	89.080	0.0256
x_{12}	50	7.66	8.66	1.00	80.104	0.0661
x_{22}	50	8.54	9.20	0.60	87.080	0.0297
x_{13}	50	7.52	8.18	0.66	77.518	0.0259
x_{23}	50	8.50	9.50	1.00	85.360	0.0260
x_{14}	50	7.57	8.25	0.68	7.887	0.0239
x_{24}	50	8.50	9.50	1.00	86.730	0.0850



HASIL DAN PEMBAHASAN

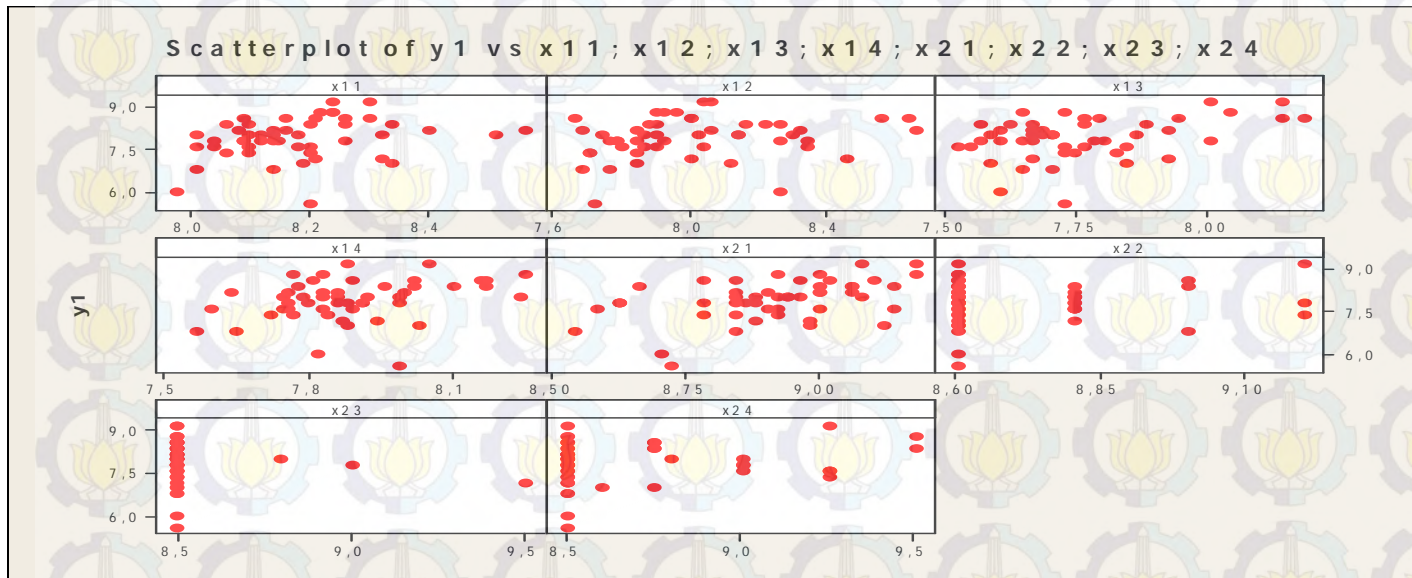


Scatter Plot antara variabel respon



$$r = \begin{pmatrix} 1 & 0.273 & 0.195 & 0.273 \\ 0.273 & 1 & 0.194 & 0.243 \\ 0.195 & 0.194 & 1 & 0.383 \\ 0.273 & 0.243 & 0.383 & 1 \end{pmatrix}$$

Scatterplot of y1 vs x1 1 ; x1 2 ; x1 3 ; x1 4 ; x2 1 ; x2 2 ; x2 3 ; x2 4



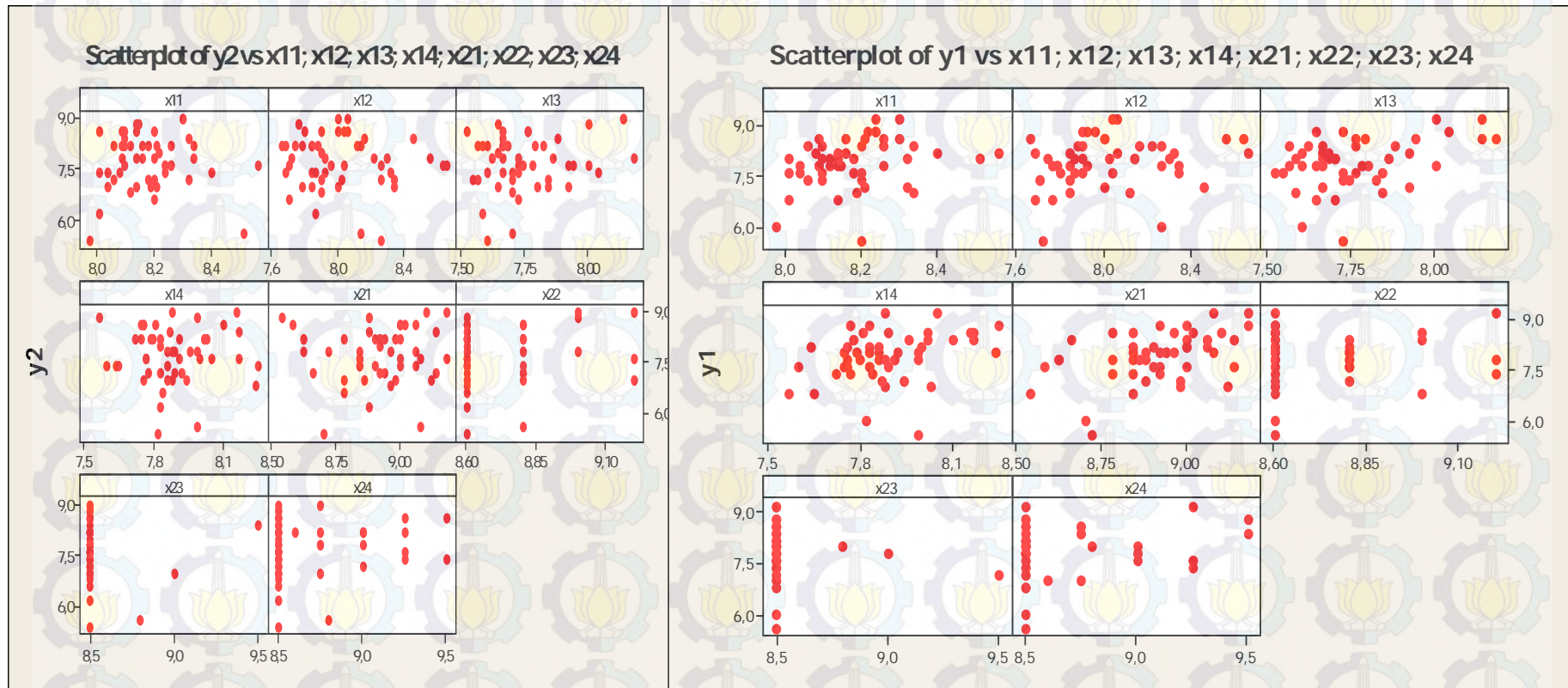
Plot antara Nilai UNAS Bahasa Indonesia dengan Nilai rata-rata rapor dan Nilai UAS Mata Pelajaran Bahasa Indonesia, Bahasa Inggris, Matematika, dan Teori Kejuruan



HASIL DAN PEMBAHASAN



Plot antara Nilai UNAS Bahasa Indonesia dan Bahasa Inggris dengan Nilai rata-rata rapor dan Nilai UAS Mata Pelajaran Bahasa Indonesia, Bahasa Inggris, Matematika, dan Teori Kejuruan

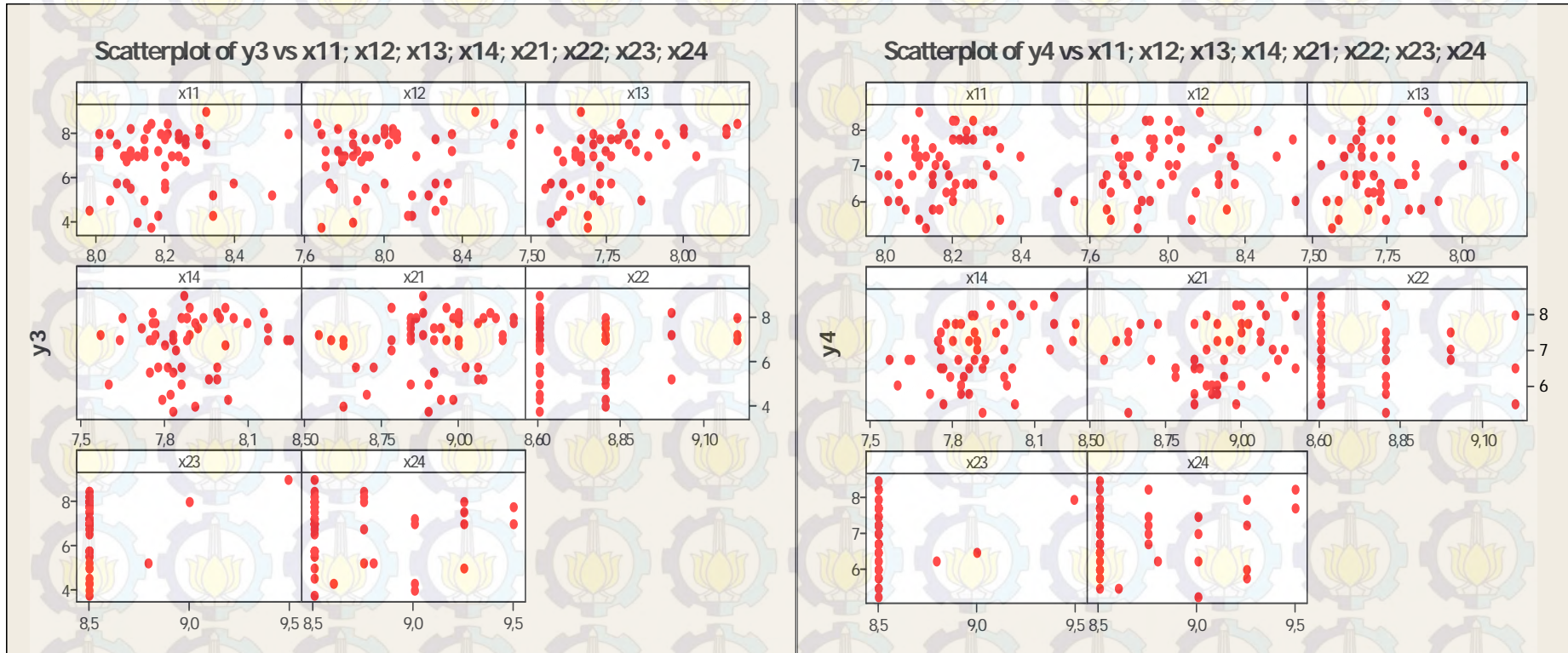




HASIL DAN PEMBAHASAN



Plot antara Nilai UNAS Matematika dan Teori Kejuruan dengan Nilai rata-rata rapor dan Nilai UAS Mata Pelajaran Bahasa Indonesia, Bahasa Inggris, Matematika, dan Teori Kejuruan





Model Regresi Nonparametrik Multirespon Spline *Truncated* Linier

Bentuk umum model regresi nonparametrik spline *truncated* 2 variabel prediktor dengan U knot adalah:

$$\begin{aligned} \hat{Y}_1 = & \alpha_0 + \alpha_{11}x_{11} + \beta_{111}(x_{11} - K_{11})_+^1 + \dots + \beta_{11U}(x_{11} - K_{1U})_+^1 + \alpha_{21}x_{21} + \beta_{211}(x_{21} - K_{21})_+^1 \\ & + \dots + \beta_{21U}(x_{21} - K_{2U})_+^1 + \alpha_{31}x_{12} + \beta_{311}(x_{12} - K_{31})_+^1 + \dots + \beta_{31U}(x_{12} - K_{3U})_+^1 + \alpha_{41}x_{22} \\ & + \beta_{411}(x_{22} - K_{41})_+^1 + \dots + \beta_{41U}(x_{22} - K_{4U})_+^1 + \alpha_{51}x_{13} + \beta_{511}(x_{13} - K_{51})_+^1 \\ & + \dots + \beta_{51U}(x_{13} - K_{5U})_+^1 + \alpha_{61}x_{23} + \beta_{611}(x_{23} - K_{61})_+^1 + \dots + \beta_{61U}(x_{23} - K_{6U})_+^1 \\ & + \alpha_{71}x_{23} + \beta_{711}(x_{14} - K_{71})_+^1 + \dots + \beta_{71U}(x_{14} - K_{7U})_+^1 + \alpha_{81}x_{24} + \beta_{811}(x_{24} - K_{81})_+^1 \\ & + \dots + \beta_{81U}(x_{24} - K_{8U})_+^1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{Y}_2 = & \alpha_0 + \alpha_{12}x_{11} + \beta_{121}(x_{11} - K_{11})_+^1 + \dots + \beta_{12U}(x_{11} - K_{1U})_+^1 + \alpha_{22}x_{21} + \beta_{211}(x_{21} - K_{21})_+^1 \\ & + \dots + \beta_{21U}(x_{21} - K_{2U})_+^1 + \alpha_{32}x_{12} + \beta_{321}(x_{12} - K_{31})_+^1 + \dots + \beta_{32U}(x_{12} - K_{3U})_+^1 + \alpha_{42}x_{22} \\ & + \beta_{421}(x_{22} - K_{41})_+^1 + \dots + \beta_{42U}(x_{22} - K_{4U})_+^1 + \alpha_{52}x_{13} + \beta_{521}(x_{13} - K_{51})_+^1 \\ & + \dots + \beta_{52U}(x_{13} - K_{5U})_+^1 + \alpha_{62}x_{23} + \beta_{621}(x_{23} - K_{61})_+^1 + \dots + \beta_{62U}(x_{23} - K_{6U})_+^1 \\ & + \alpha_{72}x_{23} + \beta_{721}(x_{14} - K_{71})_+^1 + \dots + \beta_{72U}(x_{14} - K_{7U})_+^1 + \alpha_{82}x_{24} + \beta_{821}(x_{24} - K_{81})_+^1 \\ & + \dots + \beta_{82U}(x_{24} - K_{8U})_+^1 \end{aligned}$$



Model Regresi Nonparametrik Multirespon Spline *Truncated* Linier

Bentuk umum model regresi nonparametrik spline *truncated* 2 variabel prediktor dengan U knot adalah:

$$\begin{aligned} \hat{Y}_3 = & \alpha_0 + \alpha_{13}x_{11} + \beta_{131}(x_{11} - K_{11})_+^1 + \dots + \beta_{11U}(x_{11} - K_{1U})_+^1 + \alpha_{23}x_{21} + \beta_{231}(x_{21} - K_{21})_+^1 \\ & + \dots + \beta_{23U}(x_{21} - K_{2U})_+^1 + \alpha_{33}x_{12} + \beta_{331}(x_{12} - K_{31})_+^1 + \dots + \beta_{33U}(x_{12} - K_{3U})_+^1 + \alpha_{43}x_{22} \\ & + \beta_{431}(x_{22} - K_{41})_+^1 + \dots + \beta_{43U}(x_{22} - K_{4U})_+^1 + \alpha_{53}x_{13} + \beta_{531}(x_{13} - K_{51})_+^1 \\ & + \dots + \beta_{53U}(x_{13} - K_{5U})_+^1 + \alpha_{63}x_{23} + \beta_{631}(x_{23} - K_{61})_+^1 + \dots + \beta_{63U}(x_{23} - K_{6U})_+^1 \\ & + \alpha_{73}x_{23} + \beta_{731}(x_{14} - K_{71})_+^1 + \dots + \beta_{73U}(x_{14} - K_{7U})_+^1 + \alpha_{83}x_{24} + \beta_{831}(x_{24} - K_{81})_+^1 \\ & + \dots + \beta_{83U}(x_{24} - K_{8U})_+^1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{Y}_4 = & \alpha_0 + \alpha_{14}x_{11} + \beta_{141}(x_{11} - K_{11})_+^1 + \dots + \beta_{14U}(x_{11} - K_{1U})_+^1 + \alpha_{24}x_{21} + \beta_{241}(x_{21} - K_{21})_+^1 \\ & + \dots + \beta_{24U}(x_{21} - K_{2U})_+^1 + \alpha_{34}x_{12} + \beta_{341}(x_{12} - K_{31})_+^1 + \dots + \beta_{34U}(x_{12} - K_{3U})_+^1 + \alpha_{44}x_{22} \\ & + \beta_{441}(x_{22} - K_{41})_+^1 + \dots + \beta_{44U}(x_{22} - K_{4U})_+^1 + \alpha_{54}x_{13} + \beta_{541}(x_{13} - K_{51})_+^1 \\ & + \dots + \beta_{54U}(x_{13} - K_{5U})_+^1 + \alpha_{64}x_{23} + \beta_{641}(x_{23} - K_{61})_+^1 + \dots + \beta_{64U}(x_{23} - K_{6U})_+^1 \\ & + \alpha_{74}x_{23} + \beta_{741}(x_{14} - K_{71})_+^1 + \dots + \beta_{74U}(x_{14} - K_{7U})_+^1 + \alpha_{84}x_{24} + \beta_{841}(x_{24} - K_{81})_+^1 \\ & + \dots + \beta_{84U}(x_{24} - K_{8U})_+^1 \end{aligned}$$



Model Regresi Nonparametrik Multirespon Spline *Truncated* Linier dengan 1 Knot

Pada bagian ini dibahas pemilihan titik knot optimal pada regresi spline linier satu titik knot pada nilai UNAS di SMKN 3 Buduran Sidoarjo dengan dua variabel prediktor dan empat variabel respon. Berikut ini adalah model regresi nonparametrik multirespon spline *truncated* dengan satu titik knot pada nilai UNAS.

$$\begin{aligned} \bar{Y}_1 = & \alpha_0 + \alpha_{11}x_{11} + \beta_{111}(x_{11} - K_{11})_+^1 + \alpha_{21}x_{21} + \beta_{211}(x_{21} - K_{21})_+^1 + \alpha_{31}x_{12} + \beta_{311}(x_{12} - K_{31})_+^1 \\ & + \alpha_{41}x_{22} + \beta_{411}(x_{22} - K_{41})_+^1 + \alpha_{51}x_{13} + \beta_{511}(x_{13} - K_{51})_+^1 + \alpha_{61}x_{23} + \beta_{611}(x_{23} - K_{61})_+^1 \\ & + \alpha_{71}x_{14} + \beta_{711}(x_{14} - K_{71})_+^1 + \alpha_{81}x_{24} + \beta_{811}(x_{24} - K_{81})_+^1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{Y}_2 = & \alpha_0 + \alpha_{12}x_{11} + \beta_{121}(x_{11} - K_{11})_+^1 + \alpha_{22}x_{21} + \beta_{221}(x_{21} - K_{21})_+^1 + \alpha_{32}x_{12} + \beta_{321}(x_{12} - K_{31})_+^1 \\ & + \alpha_{42}x_{22} + \beta_{421}(x_{22} - K_{41})_+^1 + \alpha_{52}x_{13} + \beta_{521}(x_{13} - K_{51})_+^1 + \alpha_{62}x_{23} + \beta_{621}(x_{23} - K_{61})_+^1 \\ & + \alpha_{72}x_{14} + \beta_{721}(x_{14} - K_{71})_+^1 + \alpha_{82}x_{24} + \beta_{821}(x_{24} - K_{81})_+^1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{Y}_3 = & \alpha_0 + \alpha_{13}x_{11} + \beta_{131}(x_{11} - K_{11})_+^1 + \alpha_{23}x_{21} + \beta_{231}(x_{21} - K_{21})_+^1 + \alpha_{33}x_{12} + \beta_{331}(x_{12} - K_{31})_+^1 \\ & + \alpha_{43}x_{22} + \beta_{431}(x_{22} - K_{41})_+^1 + \alpha_{53}x_{13} + \beta_{531}(x_{13} - K_{51})_+^1 + \alpha_{63}x_{23} + \beta_{631}(x_{23} - K_{61})_+^1 \\ & + \alpha_{73}x_{14} + \beta_{731}(x_{14} - K_{71})_+^1 + \alpha_{83}x_{24} + \beta_{831}(x_{24} - K_{81})_+^1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{Y}_4 = & \alpha_0 + \alpha_{14}x_{11} + \beta_{141}(x_{11} - K_{11})_+^1 + \alpha_{24}x_{21} + \beta_{241}(x_{21} - K_{21})_+^1 + \alpha_{34}x_{12} + \beta_{341}(x_{12} - K_{31})_+^1 \\ & + \alpha_{44}x_{22} + \beta_{441}(x_{22} - K_{41})_+^1 + \alpha_{54}x_{13} + \beta_{541}(x_{13} - K_{51})_+^1 + \alpha_{64}x_{23} + \beta_{641}(x_{23} - K_{61})_+^1 \\ & + \alpha_{74}x_{14} + \beta_{741}(x_{14} - K_{71})_+^1 + \alpha_{84}x_{24} + \beta_{841}(x_{24} - K_{81})_+^1 \end{aligned}$$



HASIL DAN PEMBAHASAN



Model regresi nonparametrik multirespon spline *truncated* linier yang terbaik diperoleh dari titik-titik knot yang optimum. Titik knot optimum diperoleh dari nilai GCV yang paling kecil. Berikut adalah hasil analisis perhitungan GCV pada regresi nonparametrik dengan satu knot.

Tabel 2. Nilai GCV untuk Spline Linier 1 Knot

Nilai GCV untuk masing-masing variabel									GCV
	X11	X12	X13	X14	X21	X22	X23	X24	
Y1	8,09	7,84	7,64	7,69	8,66	8,71	8,68	8,68	1,001116
Y2	8,09	7,84	7,64	7,69	8,66	8,71	8,68	8,68	
Y3	8,09	7,84	7,64	7,69	8,66	8,71	8,68	8,68	
Y4	8,09	7,84	7,64	7,69	8,66	8,71	8,68	8,68	
Y1	8,35	8,3	7,94	8	8,95	8,98	9,14	9,14	0,988749



HASIL DAN PEMBAHASAN



Y2	8,35	8,3	7,94	8	8,95	8,98	9,14	9,14	
Y3	8,35	8,3	7,94	8	8,95	8,98	9,14	9,14	
Y4	8,35	8,3	7,94	8	8,95	8,98	9,14	9,14	
Y1	8,4	8,39	8	8,06	9,01	9,04	9,23	9,23	0,99244
Y2	8,4	8,39	8	8,06	9,01	9,04	9,23	9,23	
Y3	8,4	8,39	8	8,06	9,01	9,04	9,23	9,23	
Y4	8,4	8,39	8	8,06	9,01	9,04	9,23	9,23	
Y1	8,3	8,21	7,88	7,94	8,89	8,93	9,05	9,05	0,9822
Y2	8,3	8,21	7,88	7,94	8,89	8,93	9,05	9,05	
Y3	8,3	8,21	7,88	7,94	8,89	8,93	9,05	9,05	
Y4	8,3	8,21	7,88	7,94	8,89	8,93	9,05	9,05	
Y1	8,24	8,11	7,82	7,88	8,83	8,87	8,95	8,95	1,01508
Y2	8,24	8,11	7,82	7,88	8,83	8,87	8,95	8,95	
Y3	8,24	8,11	7,82	7,88	8,83	8,87	8,95	8,95	
Y4	8,24	8,11	7,82	7,88	8,83	8,87	8,95	8,95	
Y1	8,45	8,48	8,06	8,13	9,06	9,09	9,32	9,32	1,04869
Y2	8,45	8,48	8,06	8,13	9,06	9,09	9,32	9,32	
Y3	8,45	8,48	8,06	8,13	9,06	9,09	9,32	9,32	
Y4	8,45	8,48	8,06	8,13	9,06	9,09	9,32	9,32	
Y1	8,14	7,93	7,7	7,76	8,71	8,76	8,77	8,77	1,05114
Y2	8,14	7,93	7,7	7,76	8,71	8,76	8,77	8,77	
Y3	8,14	7,93	7,7	7,76	8,71	8,76	8,77	8,77	
Y4	8,14	7,93	7,7	7,76	8,71	8,76	8,77	8,77	
Y1	8,19	8,02	7,76	7,82	8,77	8,82	8,86	8,86	1,06264
Y2	8,19	8,02	7,76	7,82	8,77	8,82	8,86	8,86	
Y3	8,19	8,02	7,76	7,82	8,77	8,82	8,86	8,86	
Y4	8,19	8,02	7,76	7,82	8,77	8,82	8,86	8,86	
Y1	8,03	7,75	7,58	7,63	8,6	8,65	8,59	8,59	1,06312
Y2	8,03	7,75	7,58	7,63	8,6	8,65	8,59	8,59	
Y3	8,03	7,75	7,58	7,63	8,6	8,65	8,59	8,59	
Y4	8,03	7,75	7,58	7,63	8,6	8,65	8,59	8,59	
Y1	8,51	8,57	8,12	8,19	9,12	9,15	9,41	9,41	1,07984
Y2	8,51	8,57	8,12	8,19	9,12	9,15	9,41	9,41	
Y3	8,51	8,57	8,12	8,19	9,12	9,15	9,41	9,41	
Y4	8,51	8,57	8,12	8,19	9,12	9,15	9,41	9,41	



HASIL DAN PEMBAHASAN



Berdasarkan Tabel 2 terlihat bahwa nilai GCV paling kecil adalah sebesar 0,982191 dengan titik knot optimal adalah sebagai berikut.

$$\hat{Y}_1 (x_{11} : K_{11} = 8,3; x_{21} : K_{21} = 8,21; x_{21} : K_{31} = 7,88; x_{22} : K_{41} = 7,94; x_{13} : K_{51} = 8,89) \\ (x_{23} : K_{61} = 8,93; x_{14} : K_{71} = 9,05; x_{24} : K_{81} = 9,05)$$

$$\hat{Y}_2 (x_{11} : K_{11} = 8,3; x_{21} : K_{21} = 8,21; x_{21} : K_{31} = 7,88; x_{22} : K_{41} = 7,94; x_{13} : K_{51} = 8,89) \\ (x_{23} : K_{61} = 8,93; x_{14} : K_{71} = 9,05; x_{24} : K_{81} = 9,05)$$

$$\hat{Y}_3 (x_{11} : K_{11} = 8,3; x_{21} : K_{21} = 8,21; x_{21} : K_{31} = 7,88; x_{22} : K_{41} = 7,94; x_{13} : K_{51} = 8,89) \\ (x_{23} : K_{61} = 8,93; x_{14} : K_{71} = 9,05; x_{24} : K_{81} = 9,05)$$

$$\hat{Y}_4 (x_{11} : K_{11} = 8,3; x_{21} : K_{21} = 8,21; x_{21} : K_{31} = 7,88; x_{22} : K_{41} = 7,94; x_{13} : K_{51} = 8,89) \\ (x_{23} : K_{61} = 8,93; x_{14} : K_{71} = 9,05; x_{24} : K_{81} = 9,05)$$



PENDAHULUAN



Model Regresi Nonparametrik Multirespon Spline *Truncated* Linier dengan 2 Knot

Setelah diperoleh GCV minimum pada spline linier satu titik knot kemudian dilanjutkan menjadi dua titik knot pada setiap variabel. Berikut ini adalah model regresi nonparametrik spline *truncated* linier dengan dua titik knot pada nilai UNAS.

$$\begin{aligned} \hat{Y}_1 = & \alpha_0 + \alpha_{11}x_{11} + \beta_{111}(x_{11} - K_{11})_+^1 + \beta_{112}(x_{11} - K_{12})_+^1 + \alpha_{21}x_{21} + \beta_{211}(x_{21} - K_{21})_+^1 \\ & + \beta_{212}(x_{21} - K_{22})_+^1 + \alpha_{31}x_{12} + \beta_{311}(x_{12} - K_{31})_+^1 + \beta_{312}(x_{31} - K_{32})_+^1 \\ & + \alpha_{41}x_{22} + \beta_{411}(x_{22} - K_{41})_+^1 + \beta_{412}(x_{41} - K_{42})_+^1 + \alpha_{51}x_{13} + \beta_{511}(x_{13} - K_{51})_+^1 \\ & + \beta_{512}(x_{51} - K_{52})_+^1 + \alpha_{61}x_{23} + \beta_{611}(x_{23} - K_{61})_+^1 + \beta_{612}(x_{61} - K_{62})_+^1 \\ & + \alpha_{71}x_{14} + \beta_{711}(x_{14} - K_{71})_+^1 + \beta_{712}(x_{71} - K_{72})_+^1 + \alpha_{81}x_{24} + \beta_{811}(x_{14} - K_{81})_+^1 \\ & + \beta_{812}(x_{24} - K_{82})_+^1 \\ \hat{Y}_2 = & \alpha_0 + \alpha_{12}x_{11} + \beta_{121}(x_{11} - K_{11})_+^1 + \beta_{122}(x_{11} - K_{12})_+^1 + \alpha_{22}x_{21} + \beta_{221}(x_{21} - K_{21})_+^1 \\ & + \beta_{222}(x_{21} - K_{22})_+^1 + \alpha_{32}x_{12} + \beta_{321}(x_{12} - K_{31})_+^1 + \beta_{322}(x_{31} - K_{32})_+^1 \\ & + \alpha_{42}x_{22} + \beta_{421}(x_{22} - K_{41})_+^1 + \beta_{422}(x_{41} - K_{42})_+^1 + \alpha_{52}x_{13} + \beta_{521}(x_{13} - K_{51})_+^1 \\ & + \beta_{522}(x_{51} - K_{52})_+^1 + \alpha_{62}x_{23} + \beta_{621}(x_{23} - K_{61})_+^1 + \beta_{622}(x_{61} - K_{62})_+^1 \\ & + \alpha_{72}x_{14} + \beta_{721}(x_{14} - K_{71})_+^1 + \beta_{722}(x_{71} - K_{72})_+^1 + \alpha_{82}x_{24} + \beta_{821}(x_{14} - K_{81})_+^1 \\ & + \beta_{822}(x_{24} - K_{82})_+^1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{Y}_3 = & \alpha_0 + \alpha_{13}x_{11} + \beta_{131}(x_{11} - K_{11})_+^1 + \beta_{132}(x_{11} - K_{12})_+^1 + \alpha_{23}x_{21} + \beta_{231}(x_{21} - K_{21})_+^1 \\ & + \beta_{232}(x_{21} - K_{22})_+^1 + \alpha_{33}x_{12} + \beta_{331}(x_{12} - K_{31})_+^1 + \beta_{332}(x_{31} - K_{32})_+^1 \\ & + \alpha_{43}x_{22} + \beta_{431}(x_{22} - K_{41})_+^1 + \beta_{432}(x_{41} - K_{42})_+^1 + \alpha_{53}x_{13} + \beta_{531}(x_{13} - K_{51})_+^1 \\ & + \beta_{532}(x_{51} - K_{52})_+^1 + \alpha_{63}x_{23} + \beta_{631}(x_{23} - K_{61})_+^1 + \beta_{632}(x_{61} - K_{62})_+^1 \\ & + \alpha_{73}x_{14} + \beta_{731}(x_{14} - K_{71})_+^1 + \beta_{732}(x_{71} - K_{72})_+^1 + \alpha_{83}x_{24} + \beta_{831}(x_{14} - K_{81})_+^1 \\ & + \beta_{832}(x_{24} - K_{82})_+^1 \\ \hat{Y}_4 = & \alpha_0 + \alpha_{14}x_{11} + \beta_{141}(x_{11} - K_{11})_+^1 + \beta_{142}(x_{11} - K_{12})_+^1 + \alpha_{24}x_{21} + \beta_{241}(x_{21} - K_{21})_+^1 \\ & + \beta_{242}(x_{21} - K_{22})_+^1 + \alpha_{34}x_{12} + \beta_{341}(x_{12} - K_{31})_+^1 + \beta_{342}(x_{31} - K_{32})_+^1 \\ & + \alpha_{44}x_{22} + \beta_{441}(x_{22} - K_{41})_+^1 + \beta_{442}(x_{41} - K_{42})_+^1 + \alpha_{54}x_{13} + \beta_{541}(x_{13} - K_{51})_+^1 \\ & + \beta_{542}(x_{51} - K_{52})_+^1 + \alpha_{64}x_{23} + \beta_{641}(x_{23} - K_{61})_+^1 + \beta_{642}(x_{61} - K_{62})_+^1 \\ & + \alpha_{74}x_{14} + \beta_{741}(x_{14} - K_{71})_+^1 + \beta_{742}(x_{71} - K_{72})_+^1 + \alpha_{84}x_{24} + \beta_{841}(x_{14} - K_{81})_+^1 \\ & + \beta_{842}(x_{24} - K_{82})_+^1 \end{aligned}$$



PENDAHULUAN



Hasil dari perhitungan 2 titik knot dapat dilihat pada Tabel 3 sebagai berikut.

Tabel 3. Nilai GCV untuk Spline Linier 2 Knot

Titik Knot untuk masing-masing variabel									GCV
	X11	X12	X13	X14	X21	X22	X23	X24	
Y1	8,033	8,3	7,75	8,205	7,58	7,88	7,63	7,94	1,611444
	8,598	8,89	8,65	8,927	8,59	9,05	8,59	9,05	
Y2	8,033	8,3	7,75	8,205	7,58	7,88	7,63	7,94	
	8,598	8,89	8,65	8,927	8,59	9,05	8,59	9,05	
Y3	8,033	8,35	7,75	8,296	7,58	7,94	7,63	8	



HASIL DAN PEMBAHASAN



Hasil dari perhitungan 2 titik knot dapat dilihat pada Tabel 3 sebagai berikut.

Tabel 3. Nilai GCV untuk Spline Linier 2 Knot

	8,598	8,95	8,65	8,982	8,59	9,14	8,59	9,14	
Y4	8,033	8,3	7,75	8,205	7,58	7,88	7,63	7,94	
	8,598	8,89	8,65	8,927	8,59	9,05	8,59	9,05	
Y1	8,033	8,14	7,75	7,933	7,58	7,7	7,63	7,76	1,334226
	8,598	8,71	8,65	8,764	8,59	8,77	8,59	8,77	
Y2	8,033	8,14	7,75	7,933	7,58	7,7	7,63	7,76	
	8,598	8,71	8,65	8,764	8,59	8,77	8,59	8,77	
Y3	8,033	8,14	7,75	7,933	7,58	7,7	7,63	7,76	
	8,598	8,71	8,65	8,764	8,59	8,77	8,59	8,77	
Y4	8,033	8,14	7,75	7,933	7,58	7,7	7,63	7,76	
	8,598	8,71	8,65	8,764	8,59	8,77	8,59	8,77	
Y1	8,033	8,19	7,75	8,024	7,58	7,76	7,63	7,82	
	8,598	8,77	8,65	8,818	8,59	8,86	8,59	8,86	
Y2	8,033	8,19	7,75	8,024	7,58	7,76	7,63	7,82	
	8,598	8,77	8,65	8,818	8,59	8,86	8,59	8,86	
Y3	8,033	8,19	7,75	8,024	7,58	7,76	7,63	7,82	1,431426
	8,598	8,77	8,65	8,818	8,59	8,86	8,59	8,86	
Y4	8,033	8,19	7,75	8,024	7,58	7,76	7,63	7,82	
	8,598	8,77	8,65	8,818	8,59	8,86	8,59	8,86	
Y1	8,085	8,14	7,84	7,933	7,64	7,7	7,69	7,76	1,454345
	8,656	8,71	8,71	8,764	8,68	8,77	8,68	8,77	
Y2	8,085	8,14	7,84	7,933	7,64	7,7	7,69	7,76	
	8,656	8,71	8,71	8,764	8,68	8,77	8,68	8,77	
Y3	8,085	8,14	7,84	7,933	7,64	7,7	7,69	7,76	
	8,656	8,71	8,71	8,764	8,68	8,77	8,68	8,77	
Y4	8,085	8,14	7,84	7,933	7,64	7,7	7,69	7,76	
	8,656	8,71	8,71	8,764	8,68	8,77	8,68	8,77	
Y1	8,033	8,24	7,75	8,115	7,58	7,82	7,63	7,88	1,585062
	8,598	8,83	8,65	8,873	8,59	8,95	8,59	8,95	
Y2	8,033	8,24	7,75	8,115	7,58	7,82	7,63	7,88	
	8,598	8,89	8,65	8,927	8,59	9,05	8,59	9,05	
Y3	8,033	8,24	7,75	8,115	7,58	7,82	7,63	7,88	
	8,598	8,83	8,65	8,873	8,59	8,95	8,59	8,95	
Y4	8,033	8,24	7,75	8,115	7,58	7,82	7,63	7,88	
	8,598	8,83	8,65	8,873	8,59	8,95	8,59	8,95	
Y1	8,03	8,09	7,75	7,84	7,58	7,64	7,6	7,69	1,32005
	8,6	8,66	8,65	8,71	8,59	8,68	8,6	8,68	
Y2	8,03	8,09	7,75	7,84	7,58	7,64	7,6	7,69	
	8,6	8,66	8,65	8,71	8,59	8,68	8,6	8,68	
Y3	8,03	8,09	7,75	7,84	7,58	7,64	7,6	7,69	
	8,6	8,66	8,65	8,71	8,59	8,68	8,6	8,68	
Y4	8,03	8,09	7,75	7,84	7,58	7,64	7,6	7,69	
	8,6	8,66	8,65	8,71	8,59	8,68	8,6	8,68	



HASIL DAN PEMBAHASAN



Hasil dari perhitungan 2 titik knot dapat dilihat pada Tabel 3 sebagai berikut.

Tabel 3. Nilai GCV untuk Spline Linier 2 Knot

Y1	8,033	8,35	7,75	8,296	7,58	7,94	7,63	8	1,629434
	8,598	8,95	8,65	8,982	8,59	9,14	8,59	9,14	
Y2	8,033	8,35	7,75	8,296	7,58	7,94	7,63	8	1,629434
	8,598	8,95	8,65	8,982	8,59	9,14	8,59	9,14	
Y3	8,033	8,4	7,75	8,387	7,58	8	7,63	8,06	1,65733
	8,598	9,01	8,65	9,036	8,59	9,23	8,59	9,23	
Y4	8,033	8,35	7,75	8,296	7,58	7,94	7,63	8	1,65733
	8,598	8,95	8,65	8,982	8,59	9,14	8,59	9,14	
Y1	8,033	8,4	7,75	8,387	7,58	8	7,63	8,06	1,65733
	8,598	9,01	8,65	9,036	8,59	9,23	8,59	9,23	
Y2	8,033	8,4	7,75	8,387	7,58	8	7,63	8,06	1,65733
	8,598	9,01	8,65	9,036	8,59	9,23	8,59	9,23	
Y3	8,033	8,45	7,75	8,478	7,58	8,06	7,63	8,13	1,65733



HASIL DAN PEMBAHASAN



Berdasarkan Tabel 4.4 terlihat bahwa nilai GCV paling kecil adalah sebesar 1,32005 dengan titik knot optimal adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned} Y_1 & (x_{11} : K_{11} = 8,03; x_{11} : K_{12} = 8,6; x_{21} : K_{21} = 8,09; x_{21} : K_{22} = 8,66 \\ & x_{12} : K_{31} = 7,75; x_{12} : K_{32} = 8,65; x_{22} : K_{41} = 7,84; x_{22} : K_{42} = 8,71 \\ & x_{13} : K_{51} = 7,58; x_{13} : K_{52} = 8,59; x_{23} : K_{61} = 7,64; x_{23} : K_{62} = 8,68 \\ & x_{14} : K_{71} = 7,6; x_{14} : K_{72} = 8,6; x_{24} : K_{81} = 7,69; x_{24} : K_{82} = 8,68 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y_2 & (x_{11} : K_{11} = 8,03; x_{11} : K_{12} = 8,6; x_{21} : K_{21} = 8,09; x_{21} : K_{22} = 8,66 \\ & x_{12} : K_{31} = 7,75; x_{12} : K_{32} = 8,65; x_{22} : K_{41} = 7,84; x_{22} : K_{42} = 8,71 \\ & x_{13} : K_{51} = 7,58; x_{13} : K_{52} = 8,59; x_{23} : K_{61} = 7,64; x_{23} : K_{62} = 8,68 \\ & x_{14} : K_{71} = 7,6; x_{14} : K_{72} = 8,6; x_{24} : K_{81} = 7,69; x_{24} : K_{82} = 8,68 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y_3 & (x_{11} : K_{11} = 8,03; x_{11} : K_{12} = 8,6; x_{21} : K_{21} = 8,09; x_{21} : K_{22} = 8,66 \\ & x_{12} : K_{31} = 7,75; x_{12} : K_{32} = 8,65; x_{22} : K_{41} = 7,84; x_{22} : K_{42} = 8,71 \\ & x_{13} : K_{51} = 7,58; x_{13} : K_{52} = 8,59; x_{23} : K_{61} = 7,64; x_{23} : K_{62} = 8,68 \\ & x_{14} : K_{71} = 7,6; x_{14} : K_{72} = 8,6; x_{24} : K_{81} = 7,69; x_{24} : K_{82} = 8,68 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y_4 & (x_{11} : K_{11} = 8,03; x_{11} : K_{12} = 8,6; x_{21} : K_{21} = 8,09; x_{21} : K_{22} = 8,66 \\ & x_{12} : K_{31} = 7,75; x_{12} : K_{32} = 8,65; x_{22} : K_{41} = 7,84; x_{22} : K_{42} = 8,71 \\ & x_{13} : K_{51} = 7,58; x_{13} : K_{52} = 8,59; x_{23} : K_{61} = 7,64; x_{23} : K_{62} = 8,68 \\ & x_{14} : K_{71} = 7,6; x_{14} : K_{72} = 8,6; x_{24} : K_{81} = 7,69; x_{24} : K_{82} = 8,68 \end{aligned}$$



HASIL DAN PEMBAHASAN



Model Regresi Nonparametrik Multirespon Spline *Truncated* Linier dengan 3 Knot

Setelah diperoleh dua titik knot, kemudian dilanjutkan dengan tiga titik knot dengan model regresi nonparametrik multirespon spline *truncated* linier tiga knot.

$$\begin{aligned} \bar{Y}_1 = & \alpha_0 + \alpha_{11}x_{11} + \beta_{111}(x_{11} - K_{11})_+^1 + \beta_{112}(x_{11} - K_{12})_+^1 + \beta_{113}(x_{11} - K_{13})_+^1 & \bar{Y}_2 = & \alpha_0 + \alpha_{12}x_{11} + \beta_{121}(x_{11} - K_{11})_+^1 + \beta_{122}(x_{11} - K_{12})_+^1 + \beta_{123}(x_{11} - K_{13})_+^1 \\ & + \alpha_{21}x_{21} + \beta_{211}(x_{21} - K_{21})_+^1 + \beta_{212}(x_{21} - K_{22})_+^1 + \beta_{213}(x_{21} - K_{23})_+^1 & & + \alpha_{22}x_{21} + \beta_{221}(x_{21} - K_{21})_+^1 + \beta_{222}(x_{21} - K_{22})_+^1 + \beta_{223}(x_{21} - K_{23})_+^1 \\ & + \alpha_{31}x_{21} + \beta_{311}(x_{12} - K_{31})_+^1 + \beta_{312}(x_{12} - K_{32})_+^1 + \beta_{313}(x_{12} - K_{33})_+^1 & & + \alpha_{32}x_{21} + \beta_{321}(x_{12} - K_{31})_+^1 + \beta_{322}(x_{12} - K_{32})_+^1 + \beta_{323}(x_{12} - K_{33})_+^1 \\ & + \alpha_{41}x_{22} + \beta_{411}(x_{22} - K_{41})_+^1 + \beta_{412}(x_{22} - K_{42})_+^1 + \beta_{413}(x_{22} - K_{43})_+^1 & & + \alpha_{42}x_{22} + \beta_{421}(x_{22} - K_{41})_+^1 + \beta_{422}(x_{22} - K_{42})_+^1 + \beta_{423}(x_{22} - K_{43})_+^1 \\ & + \alpha_{51}x_{13} + \beta_{511}(x_{13} - K_{51})_+^1 + \beta_{512}(x_{13} - K_{52})_+^1 + \beta_{513}(x_{13} - K_{53})_+^1 & & + \alpha_{52}x_{13} + \beta_{521}(x_{13} - K_{51})_+^1 + \beta_{522}(x_{13} - K_{52})_+^1 + \beta_{523}(x_{13} - K_{53})_+^1 \\ & + \alpha_{61}x_{23} + \beta_{611}(x_{23} - K_{61})_+^1 + \beta_{612}(x_{23} - K_{62})_+^1 + \beta_{613}(x_{23} - K_{63})_+^1 & & + \alpha_{62}x_{23} + \beta_{621}(x_{23} - K_{61})_+^1 + \beta_{622}(x_{23} - K_{62})_+^1 + \beta_{623}(x_{23} - K_{63})_+^1 \\ & + \alpha_{71}x_{14} + \beta_{711}(x_{14} - K_{71})_+^1 + \beta_{712}(x_{14} - K_{72})_+^1 + \beta_{713}(x_{14} - K_{73})_+^1 & & + \alpha_{72}x_{14} + \beta_{721}(x_{14} - K_{71})_+^1 + \beta_{722}(x_{14} - K_{72})_+^1 + \beta_{723}(x_{14} - K_{73})_+^1 \\ & + \alpha_{81}x_{24} + \beta_{811}(x_{24} - K_{81})_+^1 + \beta_{812}(x_{24} - K_{82})_+^1 + \beta_{813}(x_{24} - K_{83})_+^1 & & + \alpha_{82}x_{24} + \beta_{821}(x_{24} - K_{81})_+^1 + \beta_{822}(x_{24} - K_{82})_+^1 + \beta_{823}(x_{24} - K_{83})_+^1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{Y}_3 = & \alpha_0 + \alpha_{13}x_{11} + \beta_{131}(x_{11} - K_{11})_+^1 + \beta_{132}(x_{11} - K_{12})_+^1 + \beta_{133}(x_{11} - K_{13})_+^1 & \bar{Y}_4 = & \alpha_0 + \alpha_{14}x_{11} + \beta_{141}(x_{11} - K_{11})_+^1 + \beta_{142}(x_{11} - K_{12})_+^1 + \beta_{143}(x_{11} - K_{13})_+^1 \\ & + \alpha_{23}x_{21} + \beta_{231}(x_{21} - K_{21})_+^1 + \beta_{232}(x_{21} - K_{22})_+^1 + \beta_{233}(x_{21} - K_{23})_+^1 & & + \alpha_{24}x_{21} + \beta_{241}(x_{21} - K_{21})_+^1 + \beta_{242}(x_{21} - K_{22})_+^1 + \beta_{243}(x_{21} - K_{23})_+^1 \\ & + \alpha_{33}x_{21} + \beta_{331}(x_{12} - K_{31})_+^1 + \beta_{332}(x_{12} - K_{32})_+^1 + \beta_{333}(x_{12} - K_{33})_+^1 & & + \alpha_{34}x_{21} + \beta_{341}(x_{12} - K_{31})_+^1 + \beta_{342}(x_{12} - K_{32})_+^1 + \beta_{343}(x_{12} - K_{33})_+^1 \\ & + \alpha_{43}x_{22} + \beta_{431}(x_{22} - K_{41})_+^1 + \beta_{432}(x_{22} - K_{42})_+^1 + \beta_{433}(x_{22} - K_{43})_+^1 & & + \alpha_{44}x_{22} + \beta_{441}(x_{22} - K_{41})_+^1 + \beta_{442}(x_{22} - K_{42})_+^1 + \beta_{443}(x_{22} - K_{43})_+^1 \\ & + \alpha_{53}x_{13} + \beta_{531}(x_{13} - K_{51})_+^1 + \beta_{532}(x_{13} - K_{52})_+^1 + \beta_{533}(x_{13} - K_{53})_+^1 & & + \alpha_{54}x_{13} + \beta_{541}(x_{13} - K_{51})_+^1 + \beta_{542}(x_{13} - K_{52})_+^1 + \beta_{543}(x_{13} - K_{53})_+^1 \\ & + \alpha_{63}x_{23} + \beta_{631}(x_{23} - K_{61})_+^1 + \beta_{632}(x_{23} - K_{62})_+^1 + \beta_{633}(x_{23} - K_{63})_+^1 & & + \alpha_{64}x_{23} + \beta_{641}(x_{23} - K_{61})_+^1 + \beta_{642}(x_{23} - K_{62})_+^1 + \beta_{643}(x_{23} - K_{63})_+^1 \\ & + \alpha_{73}x_{14} + \beta_{731}(x_{14} - K_{71})_+^1 + \beta_{732}(x_{14} - K_{72})_+^1 + \beta_{733}(x_{14} - K_{73})_+^1 & & + \alpha_{74}x_{14} + \beta_{741}(x_{14} - K_{71})_+^1 + \beta_{742}(x_{14} - K_{72})_+^1 + \beta_{743}(x_{14} - K_{73})_+^1 \\ & + \alpha_{83}x_{24} + \beta_{831}(x_{24} - K_{81})_+^1 + \beta_{832}(x_{24} - K_{82})_+^1 + \beta_{833}(x_{24} - K_{83})_+^1 & & + \alpha_{84}x_{24} + \beta_{841}(x_{24} - K_{81})_+^1 + \beta_{842}(x_{24} - K_{82})_+^1 + \beta_{843}(x_{24} - K_{83})_+^1 \end{aligned}$$



HASIL DAN PEMBAHASAN



Hasil dari perhitungan tiga titik knot dapat dilihat pada Tabel 4 sebagai berikut.

Tabel 4. Nilai GCV untuk Spline Linier 3 Knot

Nilai GCV untuk masing-masing Knot									GCV
	X11	X12	X13	X14	X21	X22	X23	X24	
Y1	8,14	8,19	8,24	7,93	8,02	8,11	7,70	7,76	1,52
	7,82	7,75	7,81	7,87	8,71	8,77	8,83	8,76	
	8,81	8,72	8,77	8,86	8,94	8,77	8,86	8,95	
Y2	8,14	8,19	8,24	7,93	8,02	8,11	7,70	7,76	
	7,82	7,75	7,81	7,87	8,71	8,77	7,70	7,76	
	8,81	8,72	8,77	8,86	8,94	8,77	8,83	8,76	
Y3	8,14	8,19	8,24	7,93	8,02	8,11	8,86	8,95	
	7,82	7,75	7,81	7,87	8,71	8,77	7,70	7,76	
	8,81	8,72	8,77	8,86	8,94	8,77	7,70	7,76	
Y4	8,14	8,19	8,24	7,93	8,02	8,11	8,83	8,76	
	7,82	7,75	7,81	7,87	8,71	8,77	8,86	8,95	
	8,81	8,72	8,77	8,86	8,94	8,77	7,70	7,76	
Y1	8,14	8,19	8,24	7,93	8,02	8,11	7,70	7,76	1,33



HASIL DAN PEMBAHASAN



Hasil dari perhitungan tiga titik knot dapat dilihat pada Tabel 4 sebagai berikut.

Tabel 4. Nilai GCV untuk Spline Linier 3 Knot

	7.82	7.75	7.81	7.87	8.71	8.77	8.83	8.76	
	8.81	8.72	8.77	8.86	8.94	8.77	8.86	8.95	
Y2	8.14	8.19	8.24	7.93	8.02	8.11	7.70	7.76	
	7.82	7.75	7.81	7.87	8.71	8.77	7.70	7.76	
	8.81	8.72	8.77	8.86	8.94	8.77	8.83	8.76	
Y3	8.14	8.19	8.24	7.93	8.02	8.11	8.86	8.95	
	7.82	7.75	7.81	7.87	8.71	8.77	7.70	7.76	
	8.81	8.72	8.77	8.86	8.94	8.77	7.70	7.76	
Y4	8.14	8.19	8.24	7.93	8.02	8.11	8.83	8.76	
	7.82	7.75	7.81	7.87	8.71	8.77	8.86	8.95	
	8.81	8.72	8.77	8.86	8.94	8.77	7.70	7.76	
Y1	8.14	8.19	8.24	7.93	8.02	8.11	7.70	7.76	
	7.82	7.75	7.81	7.87	8.71	8.77	8.83	8.76	
	8.81	8.72	8.77	8.86	8.94	8.77	8.86	8.95	
Y2	8.14	8.19	8.24	7.93	8.02	8.11	7.70	7.76	
	7.82	7.75	7.81	7.87	8.71	8.77	7.70	7.76	
	8.81	8.72	8.77	8.86	8.94	8.77	8.83	8.76	1,43
Y3	8.14	8.19	8.24	7.93	8.02	8.11	8.86	8.95	
	7.82	7.75	7.81	7.87	8.71	8.77	7.70	7.76	
	8.81	8.72	8.77	8.86	8.94	8.77	7.70	7.76	
Y4	8.14	8.19	8.24	7.93	8.02	8.11	8.83	8.76	
	7.82	7.75	7.81	7.87	8.71	8.77	8.86	8.95	
	8.81	8.72	8.77	8.86	8.94	8.77	7.70	7.76	
Y1	8.14	8.19	8.24	7.93	8.02	8.11	7.70	7.76	
	7.82	7.75	7.81	7.87	8.71	8.77	8.83	8.76	
	8.81	8.72	8.77	8.86	8.94	8.77	8.86	8.95	
Y2	8.14	8.19	8.24	7.93	8.02	8.11	7.70	7.76	
	7.82	7.75	7.81	7.87	8.71	8.77	7.70	7.76	
	8.81	8.72	8.77	8.86	8.94	8.77	8.83	8.76	1,45
Y3	8.14	8.19	8.24	7.93	8.02	8.11	8.86	8.95	
	7.82	7.75	7.81	7.87	8.71	8.77	7.70	7.76	
	8.81	8.72	8.77	8.86	8.94	8.77	7.70	7.76	
Y4	8.14	8.19	8.24	7.93	8.02	8.11	8.83	8.76	
	7.82	7.75	7.81	7.87	8.71	8.77	8.86	8.95	
	8.81	8.72	8.77	8.86	8.94	8.77	7.70	7.76	
Y1	8.14	8.19	8.24	7.93	8.02	8.11	7.70	7.76	
	7.82	7.75	7.81	7.87	8.71	8.77	8.83	8.76	
	8.81	8.72	8.77	8.86	8.94	8.77	8.86	8.95	
Y2	8.14	8.19	8.24	7.93	8.02	8.11	7.70	7.76	
	7.82	7.75	7.81	7.87	8.71	8.77	7.70	7.76	
	8.81	8.72	8.77	8.86	8.94	8.77	8.83	8.76	1,50
Y3	8.14	8.19	8.24	7.93	8.02	8.11	8.86	8.95	
	7.82	7.75	7.81	7.87	8.71	8.77	7.70	7.76	



HASIL DAN PEMBAHASAN



Hasil dari perhitungan tiga titik knot dapat dilihat pada Tabel 4 sebagai berikut.

Tabel 4. Nilai GCV untuk Spline Linier 3 Knot

	7.82	7.75	7.81	7.87	8.71	8.77	7.70	7.76	
	8.81	8.72	8.77	8.86	8.94	8.77	7.70	7.76	
Y4	8.14	8.19	8.24	7.93	8.02	8.11	8.83	8.76	
	7.82	7.75	7.81	7.87	8.71	8.77	8.86	8.95	
	8.81	8.72	8.77	8.86	8.94	8.77	7.70	7.76	
Y1	8.14	8.19	8.24	7.93	8.02	8.11	7.70	7.76	
	7.82	7.75	7.81	7.87	8.71	8.77	8.83	8.76	
	8.81	8.72	8.77	8.86	8.94	8.77	8.86	8.95	
Y2	8.14	8.19	8.24	7.93	8.02	8.11	7.70	7.76	
	7.82	7.75	7.81	7.87	8.71	8.77	7.70	7.76	
	8.81	8.72	8.77	8.86	8.94	8.77	8.83	8.76	
Y3	8.14	8.19	8.24	7.93	8.02	8.11	8.86	8.95	1.49709
	7.82	7.75	7.81	7.87	8.71	8.77	7.70	7.76	
	8.81	8.72	8.77	8.86	8.94	8.77	7.70	7.76	
Y4	8.14	8.19	8.24	7.93	8.02	8.11	8.83	8.76	
	7.82	7.75	7.81	7.87	8.71	8.77	8.86	8.95	
	8.81	8.72	8.77	8.86	8.94	8.77	7.70	7.76	
Y1	8.14	8.19	8.24	7.93	8.02	8.11	7.70	7.76	
	7.82	7.75	7.81	7.87	8.71	8.77	8.83	8.76	
	8.81	8.72	8.77	8.86	8.94	8.77	8.86	8.95	
Y2	8.14	8.19	8.24	7.93	8.02	8.11	7.70	7.76	
	7.82	7.75	7.81	7.87	8.71	8.77	8.83	8.76	
	8.81	8.72	8.77	8.86	8.94	8.77	8.83	8.76	1.564151
Y3	8.14	8.19	8.24	7.93	8.02	8.11	8.86	8.95	
	7.82	7.75	7.81	7.87	8.71	8.77	7.70	7.76	
	8.81	8.72	8.77	8.86	8.94	8.77	7.70	7.76	
Y4	8.14	8.19	8.24	7.93	8.02	8.11	8.83	8.76	
	7.82	7.75	7.81	7.87	8.71	8.77	8.86	8.95	
	8.81	8.72	8.77	8.86	8.94	8.77	7.70	7.76	
Y1	8.14	8.19	8.24	7.93	8.02	8.11	7.70	7.76	
	7.82	7.75	7.81	7.87	8.71	8.77	8.83	8.76	
	8.81	8.72	8.77	8.86	8.94	8.77	8.86	8.95	
Y2	8.14	8.19	8.24	7.93	8.02	8.11	7.70	7.76	
	7.82	7.75	7.81	7.87	8.71	8.77	7.70	7.76	1.585062
	8.81	8.72	8.77	8.86	8.94	8.77	8.83	8.76	
Y3	8.14	8.19	8.24	7.93	8.02	8.11	8.86	8.95	
	7.82	7.75	7.81	7.87	8.71	8.77	7.70	7.76	
	8.81	8.72	8.77	8.86	8.94	8.77	8.86	8.95	
Y4	8.14	8.19	8.24	7.93	8.02	8.11	8.83	8.76	
	7.82	7.75	7.81	7.87	8.71	8.77	8.86	8.95	
	8.81	8.72	8.77	8.86	8.94	8.77	7.70	7.76	1.586674
Y1	8.14	8.19	8.24	7.93	8.02	8.11	7.70	7.76	
	7.82	7.75	7.81	7.87	8.71	8.77	8.83	8.76	
	8.81	8.72	8.77	8.86	8.94	8.77	8.86	8.95	
Y2	8.14	8.19	8.24	7.93	8.02	8.11	7.70	7.76	
	7.82	7.75	7.81	7.87	8.71	8.77	7.70	7.76	
	8.81	8.72	8.77	8.86	8.94	8.77	8.83	8.76	
Y3	8.14	8.19	8.24	7.93	8.02	8.11	8.86	8.95	
	7.82	7.75	7.81	7.87	8.71	8.77	7.70	7.76	
	8.81	8.72	8.77	8.86	8.94	8.77	7.70	7.76	
Y4	8.14	8.19	8.24	7.93	8.02	8.11	8.83	8.76	
	7.82	7.75	7.81	7.87	8.71	8.77	8.86	8.95	
	8.81	8.72	8.77	8.86	8.94	8.77	7.70	7.76	



PENDAHULUAN



Berdasarkan Tabel 4.5 dan Gambar 4.8 terlihat bahwa nilai GCV paling kecil adalah sebesar 1,497109 dengan titik knot optimal adalah sebagai berikut.

$$\bar{Y}_1 = (x_{11} : K_{11} = 8,14; x_{11} : K_{12} = 7,82; x_{11} : K_{13} = 8,81; x_{12} : K_{31} = 8,19; x_{12} : K_{32} = 7,75 \\ x_{12} : K_{33} = 8,72; x_{13} : K_{51} = 8,24; x_{13} : K_{52} = 7,81; x_{13} : K_{53} = 8,77; x_{14} : K_{71} = 7,93 \\ x_{14} : K_{72} = 7,87; x_{14} : K_{73} = 8,86; x_{21} : K_{21} = 8,02; x_{21} : K_{22} = 8,71; x_{21} : K_{23} = 8,94 \\ x_{22} : K_{41} = 8,11; x_{22} : K_{42} = 8,77; x_{22} : K_{43} = 8,77; x_{23} : K_{61} = 7,70; x_{23} : K_{62} = 8,83 \\ x_{23} : K_{63} = 8,86; x_{24} : K_{81} = 7,76; x_{24} : K_{82} = 8,76; x_{24} : K_{83} = 8,95)$$

$$\bar{Y}_2 = (x_{11} : K_{11} = 8,14; x_{11} : K_{12} = 7,82; x_{11} : K_{13} = 8,81; x_{12} : K_{31} = 8,19; x_{12} : K_{32} = 7,75 \\ x_{12} : K_{33} = 8,72; x_{13} : K_{51} = 8,24; x_{13} : K_{52} = 7,81; x_{13} : K_{53} = 8,77; x_{14} : K_{71} = 7,93 \\ x_{14} : K_{72} = 7,87; x_{14} : K_{73} = 8,86; x_{21} : K_{21} = 8,02; x_{21} : K_{22} = 8,71; x_{21} : K_{23} = 8,94 \\ x_{22} : K_{41} = 8,11; x_{22} : K_{42} = 8,77; x_{22} : K_{43} = 8,77; x_{23} : K_{61} = 7,70; x_{23} : K_{62} = 8,83 \\ x_{23} : K_{63} = 8,86; x_{24} : K_{81} = 7,76; x_{24} : K_{82} = 8,76; x_{24} : K_{83} = 8,95)$$

$$\bar{Y}_3 = (x_{11} : K_{11} = 8,14; x_{11} : K_{12} = 7,82; x_{11} : K_{13} = 8,81; x_{12} : K_{31} = 8,19; x_{12} : K_{32} = 7,75 \\ x_{12} : K_{33} = 8,72; x_{13} : K_{51} = 8,24; x_{13} : K_{52} = 7,81; x_{13} : K_{53} = 8,77; x_{14} : K_{71} = 7,93 \\ x_{14} : K_{72} = 7,87; x_{14} : K_{73} = 8,86; x_{21} : K_{21} = 8,02; x_{21} : K_{22} = 8,71; x_{21} : K_{23} = 8,94 \\ x_{22} : K_{41} = 8,11; x_{22} : K_{42} = 8,77; x_{22} : K_{43} = 8,77; x_{23} : K_{61} = 7,70; x_{23} : K_{62} = 8,83 \\ x_{23} : K_{63} = 8,86; x_{24} : K_{81} = 7,76; x_{24} : K_{82} = 8,76; x_{24} : K_{83} = 8,95)$$

$$\bar{Y}_4 = (x_{11} : K_{11} = 8,14; x_{11} : K_{12} = 7,82; x_{11} : K_{13} = 8,81; x_{12} : K_{31} = 8,19; x_{12} : K_{32} = 7,75 \\ x_{12} : K_{33} = 8,72; x_{13} : K_{51} = 8,24; x_{13} : K_{52} = 7,81; x_{13} : K_{53} = 8,77; x_{14} : K_{71} = 7,93 \\ x_{14} : K_{72} = 7,87; x_{14} : K_{73} = 8,86; x_{21} : K_{21} = 8,02; x_{21} : K_{22} = 8,71; x_{21} : K_{23} = 8,94 \\ x_{22} : K_{41} = 8,11; x_{22} : K_{42} = 8,77; x_{22} : K_{43} = 8,77; x_{23} : K_{61} = 7,70; x_{23} : K_{62} = 8,83 \\ x_{23} : K_{63} = 8,86; x_{24} : K_{81} = 7,76; x_{24} : K_{82} = 8,76; x_{24} : K_{83} = 8,95)$$



Model Regresi Nonparametrik Multirespon Spline *Truncated* Optimal

Pada Tabel 5 berikut ditampilkan nilai GCV pada semua model. Dilihat dari GCV optimal pada masing-masing model, nilai GCV minimum terdapat pada model regresi nonparametrik multirespon spline *truncated* linier 2 titik knot sebesar 1,320052

Tabel 5. Nilai GCV untuk masing-masing model

Jumlah Knot	Nilai GCV	R ²
1 Knot	1,094418	57,21
2 Knot	1,320052	65,45
3 Knot	1,497109	78,50



HASIL DAN PEMBAHASAN



Sehingga estimasi model regresi nonparametrik multirespon spline *truncated* linier dengan 2 knot dapat ditulis kedalam bentuk persamaan sebagai berikut.

$$\begin{aligned}\hat{Y}_1 = & -10,52 + 38,50x_{11} - 10,94(x_{11} - 8,14)_+^1 + 19,37(x_{11} - 7,82)_+^1 + 40,33x_{21} \\ & - 22,58(x_{21} - 8,09)_+^1 - 20,56(x_{21} - 8,66)_+^1 - 12,40x_{12} - 21,62(x_{12} - 8,19)_+^1 \\ & - 35,78(x_{31} - 7,75)_+^1 - 2,91x_{22} + 23(x_{22} - 8,11)_+^1 - 11,90(x_{41} - 8,71)_+^1 \\ & - 29,24x_{13} + 10,45(x_{13} - 8,24)_+^1 - 48,70(x_{51} - 7,81)_+^1 + 8,38x_{23} \\ & + 9,37(x_{23} - 7,70)_+^1 + 14,44(x_{61} - 8,83)_+^1 + 30,78x_{14} - 8,34(x_{14} - 7,93)_+^1 \\ & + 29,23(x_{71} - 7,87)_+^1 - 18,55x_{24} + 39,10(x_{14} - 7,76)_+^1 - 16,58(x_{24} - 8,95)_+^1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\hat{Y}_3 = & 14,48 + 32,03x_{11} + 0,31(x_{11} - 8,14)_+^1 - 30,53(x_{11} - 7,82)_+^1 + 91,62^* x_{21} \\ & - 88,94^*(x_{21} - 8,09)_+^1 + 11,30(x_{21} - 8,66)_+^1 + 11,07x_{12} - 18,94(x_{12} - 8,19)_+^1 \\ & - 53,61(x_{31} - 7,75)_+^1 + 23,06x_{22} + 7,91(x_{22} - 8,11)_+^1 - 9,42(x_{41} - 8,71)_+^1 \\ & + 51,67x_{13} - 17,45(x_{13} - 8,24)_+^1 - 109,52^*(x_{51} - 7,81)_+^1 + 18,43x_{23} \\ & + 78,37(x_{23} - 7,70)_+^1 + 11,23(x_{61} - 8,83)_+^1 - 40,77x_{14} + 31,64(x_{14} - 7,93)_+^1 \\ & - 39,37(x_{71} - 7,87)_+^1 + 33,21x_{24} + 33,34(x_{14} - 7,76)_+^1 - 14,92(x_{24} - 8,95)_+^1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\hat{Y}_2 = & -6,43 + 36,73x_{11} - 0,41(x_{11} - 8,14)_+^1 - 18,32(x_{11} - 7,82)_+^1 + 16,22x_{21} \\ & - 10,93(x_{21} - 8,09)_+^1 - 11,28(x_{21} - 8,66)_+^1 - 22,46x_{12} + 14,18(x_{12} - 8,19)_+^1 \\ & - 41,73(x_{31} - 7,75)_+^1 + 4,23x_{22} - 2,92(x_{22} - 8,11)_+^1 + 3,44(x_{41} - 8,71)_+^1 \\ & + 27,02x_{13} - 7,91(x_{13} - 8,24)_+^1 - 16,19(x_{51} - 7,81)_+^1 - 0,23x_{23} \\ & - 19,15(x_{23} - 7,70)_+^1 + 31,93(x_{61} - 8,83)_+^1 + 18,65x_{14} - 6,71(x_{14} - 7,93)_+^1 \\ & + 19,54(x_{71} - 7,87)_+^1 + 6,89x_{24} - 28,66(x_{14} - 7,76)_+^1 + 14,55(x_{24} - 8,95)_+^1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\hat{Y}_4 = & 5,91 - 4,07x_{11} + 13,31(x_{11} - 8,14)_+^1 - 0,17(x_{11} - 7,82)_+^1 + 48,33x_{21} \\ & - 36,62(x_{21} - 8,09)_+^1 + 3,68(x_{21} - 8,66)_+^1 + 2,62x_{12} - 20,66(x_{12} - 8,19)_+^1 \\ & + 9,56(x_{31} - 7,75)_+^1 - 6,92x_{22} - 15,04(x_{22} - 8,11)_+^1 + 1,99(x_{41} - 8,71)_+^1 \\ & - 6,51x_{13} - 7,16(x_{13} - 8,24)_+^1 - 62,77(x_{51} - 7,81)_+^1 + 17,03x_{23} \\ & + 28,87(x_{23} - 7,70)_+^1 + 9,25(x_{61} - 8,83)_+^1 - 16,67x_{14} + 13,78(x_{14} - 7,93)_+^1 \\ & - 16,01(x_{71} - 7,87)_+^1 + 15,58x_{24} + 40,04(x_{14} - 7,76)_+^1 - 19,19(x_{24} - 8,95)_+^1\end{aligned}$$



HASIL DAN PEMBAHASAN



Ket : *) Signifikansi $\alpha = 5\%$ Pengujian secara parsial, menunjukkan bahwa pada model III dengan respon nilai UNAS Matematika variabel yang prediktor yang berpengaruh hanya nilai UAS dengan titik knotnya 8,09 dan nilai rata-rata rapor matematika

1. Model yang terbaik yang menjelaskan nilai UNAS SMKN 3 Buduran Sidoarjo adalah model spline linier dengan 2 knot dengan nilai GCV 1,320052 R^2 65,45%

2. Jika nilai UAS Bahasa Indonesia lebih kecil dari 8,09, maka nilai UAS Matematika tidak berpengaruh terhadap perubahan nilai UNAS Matematika. Tapi jika nilai UAS Bahasa Indonesia lebih besar 8,09, maka peningkatan nilai UAS Bahasa Indonesia berkontribusi terhadap nilai UNAS Matematika.

3. Jika nilai rata-rata rapor Matematika lebih kecil dari 7,81, maka nilai rata-rata rapor tidak berpengaruh terhadap perubahan nilai UNAS Matematika. Tapi jika nilai UAS Matematika lebih besar 7,81, maka peningkatan nilai rata-rata rapor Matematika terhadap nilai UNAS Matematika.



Kesimpulan

1. Model regresi nonparametrik *spline* truncated multirespon dapat diestimasi dengan menggunakan metode *Weighted Least Square*. Didapatkan $\hat{Y} = A[K]Y$, dengan $A[K] = X[K](X^T W X[K])^{-1} X^T [K] W$. Dengan W matriks varian kovarian dari Y . Estimator \hat{Y} bergantung pada titik-titik knot K . Titik knot optimum didapatkan dengan metode *Generalized Cross Validation (GCV)*.
2. Dari aplikasi model regresi nonparametrik *spline truncated* multirespon pada data nilai UNAS SMKN 3 Buduran Sidoarjo terdapat pada model regresi nonparametrik multirespon *spline truncated* linier 2 titik knot.

$$\hat{Y}_1 = -10,52 + 38,50x_{11} - 10,94(x_{11} - 8,14)_+^1 + 19,37(x_{11} - 7,82)_+^1 + 40,33x_{21} - 22,58(x_{21} - 8,09)_+^1 - 20,56(x_{21} - 8,66)_+^1 - 12,40x_{12} - 21,62(x_{12} - 8,19)_+^1 - 35,78(x_{31} - 7,75)_+^1 - 2,91x_{22} + 23(x_{22} - 8,11)_+^1 - 11,90(x_{41} - 8,71)_+^1 - 29,24x_{13} + 10,45(x_{13} - 8,24)_+^1 - 48,70(x_{51} - 7,81)_+^1 + 8,38x_{23} + 9,37(x_{23} - 7,70)_+^1 + 14,44(x_{61} - 8,83)_+^1 + 30,78x_{14} - 8,34(x_{14} - 7,93)_+^1 + 29,23(x_{71} - 7,87)_+^1 - 18,55x_{24} + 39,10(x_{14} - 7,76)_+^1 - 16,58(x_{24} - 8,95)_+^1$$

$$\hat{Y}_2 = -6,43 + 36,73x_{11} - 0,41(x_{11} - 8,14)_+^1 - 18,32(x_{11} - 7,82)_+^1 + 16,22x_{21} - 10,93(x_{21} - 8,09)_+^1 - 11,28(x_{21} - 8,66)_+^1 - 22,46x_{12} + 14,18(x_{12} - 8,19)_+^1 - 41,73(x_{31} - 7,75)_+^1 + 4,23x_{22} - 2,92(x_{22} - 8,11)_+^1 + 3,44(x_{41} - 8,71)_+^1 + 27,02x_{13} - 7,91(x_{13} - 8,24)_+^1 - 16,19(x_{51} - 7,81)_+^1 - 0,23x_{23} - 19,15(x_{23} - 7,70)_+^1 + 31,93(x_{61} - 8,83)_+^1 + 18,65x_{14} - 6,71(x_{14} - 7,93)_+^1 + 19,54(x_{71} - 7,87)_+^1 + 6,89x_{24} - 28,66(x_{14} - 7,76)_+^1 + 14,55(x_{24} - 8,95)_+^1$$



KESIMPULAN DAN SARAN



$$\begin{aligned} \hat{Y}_3 = & 14,48 + 32,03x_{11} + 0,31(x_{11} - 8,14)_+^1 - 30,53(x_{11} - 7,82)_+^1 + 91,62^* x_{21} \\ & - 88,94^* (x_{21} - 8,09)_+^1 + 11,30(x_{21} - 8,66)_+^1 + 11,07x_{12} - 18,94(x_{12} - 8,19)_+^1 \\ & - 53,61(x_{31} - 7,75)_+^1 + 23,06x_{22} + 7,91(x_{22} - 8,11)_+^1 - 9,42(x_{41} - 8,71)_+^1 \\ & + 51,67x_{13} - 17,45(x_{13} - 8,24)_+^1 - 109,52^* (x_{51} - 7,81)_+^1 + 18,43x_{23} \\ & + 78,37(x_{23} - 7,70)_+^1 + 11,23(x_{61} - 8,83)_+^1 - 40,77x_{14} + 31,64(x_{14} - 7,93)_+^1 \\ & - 39,37(x_{71} - 7,87)_+^1 + 33,21x_{24} + 33,34(x_{14} - 7,76)_+^1 - 14,92(x_{24} - 8,95)_+^1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{Y}_4 = & 5,91 - 4,07x_{11} + 13,31(x_{11} - 8,14)_+^1 - 0,17(x_{11} - 7,82)_+^1 + 48,33x_{21} \\ & - 36,62(x_{21} - 8,09)_+^1 + 3,68(x_{21} - 8,66)_+^1 + 2,62x_{12} - 20,66(x_{12} - 8,19)_+^1 \\ & + 9,56(x_{31} - 7,75)_+^1 - 6,92x_{22} - 15,04(x_{22} - 8,11)_+^1 + 1,99(x_{41} - 8,71)_+^1 \\ & - 6,51x_{13} - 7,16(x_{13} - 8,24)_+^1 - 62,77(x_{51} - 7,81)_+^1 + 17,03x_{23} \\ & + 28,87(x_{23} - 7,70)_+^1 + 9,25(x_{61} - 8,83)_+^1 - 16,67x_{14} + 13,78(x_{14} - 7,93)_+^1 \\ & - 16,01(x_{71} - 7,87)_+^1 + 15,58x_{24} + 40,04(x_{14} - 7,76)_+^1 - 19,19(x_{24} - 8,95)_+^1 \end{aligned}$$

ii. Nilai GCV yang paling optimal adalah 2 knot dengan GCV sebesar 1,320052 dan R^2 65,45%. Jika dibandingkan dengan 1 knot, GCV pada 1 knot lebih kecil dari 2 dan 3 knot, namun pada hasil R^2 pada 1 knot lebih kecil jika dibandingkan dengan 2 dan 3 knot, sehingga dipilih 2 knot sebagai GCV yang paling optimum selain itu juga pada 3 knot tidak diambil sebagai GCV yang optimum karena sangat sulit diinterpretasikan.

iii. Titik knot untuk respon nilai UNAS Matematika yaitu 8,09 untuk variabel UAS Bahasa Indonesia dan 7,81 untuk variabel nilai rata-rata rapor Matematika.

iv. Ketika dilakukan pengujian secara parsial pada respon nilai UNAS Matematika variabel prediktor yang berpengaruh hanya nilai rata-rata rapor Bahasa Indonesia dan nilai rata-rata rapor Matematika



Saran

1. Pada penelitian ini hanya menggunakan dua variabel prediktor yaitu nilai rata-rata rapor dan nilai ujian akhir sekolah. Untuk penelitian selanjutnya bisa dikembangkan dengan menambahkan variabel-variabel yang diduga mempengaruhi seperti, jumlah jam belajar per hari, nilai rata-rata tryout, atau lainnya.
2. Pada penelitian ini hanya dilakukan sampai spline linier. Untuk penelitian selanjutnya bisa dikembangkan dengan spline kuadrat dan kubik.

DAFTAR PUSTAKA

- Adyana, I.G., (2010), "*Estimator Spline Dalam Regresi Nonparametrik Multirespon (Studi Kasus Tingkat Kesejahteraan di Indonesia Tahun 2009)*", Tesis, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.
- Budiantara, I.N., (2000), Metode U, GML, CV dan GCV Dalam Regresi Nonparametrik Spline, *Majalah Ilmiah Himpunan Matematika Indonesia (MIHMI)*, 6 :285-290.
- ., (2001), Estimasi Parametrik dan Nonparametrik untuk Pendekatan Kurva Regresi, *Makalah Pembicara Utama pada Seminar Nasional Statistika, Jurusan Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS)*, Surabaya.
- ., (2006), Regresi Nonparametrik Dalam Statistika, *Makalah Pembicara Utama pada Seminar Nasional Matematika, Jurusan Matematika, Fakultas dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Makasar (UNM)*, Makasar.
- Diknas, (2007), *Permendiknas Nomor 20 Tahun 2007 tentang Standar Penilaian Pendidikan*, Jakarta: Depdiknas.
- Ernawati, (2008), *Multigroup Structural Equation Model Untuk Membandingkan Prestasi Belajar Siswa yang Berasal dari Sekolah Negeri dan Sekolah Swasta*, Tesis, FMIPA, ITS.
- Eubank, R.L., (1988), *Spline Smoothing and Nonparametric Regression*, Marcel Dekker, New York.
- Eubank, R.L., Huang, C., Maldonado, Y.M., Wang, N., Wang, S., dan Buchanan, R.J. (2004), "Smoothing Spline Estimation in Varying-Coefficient Models", *Royal Statistical Society*, Vol. 62, No. 2, hal 303-322.

DAFTAR PUSTAKA

- Fathurahman, M., (2011), Estimasi Parameter Model Regresi Spline, *Jurnal Ekspansional*, Vol. 2, No. 1, hal 53-58, FMIPA Mulawarman.
- Gao, J. dan Shi, P. (1997), "M-Type Smoothing Splines in Nonparametric and Semiparametric Regression Model", *Statistica Sinica*, Vol. 7, hal 1155-1169.
- Hardle, W., (1990), *Applied Nonparametric Regression*, Cambridge University Press, New York.
- Henaulu, M. H, (2009), *Pemodelan Nilai UNAS Siswa SMA Negeri 11 Ambon dengan Pendekatan Regresi Nonparametrik Spline*, Tesis, FMIPA, ITS.
- Ikhsan, Sadik, (2011), Penanganan Masalah Multikolonieritas dalam Pendugaan dan Analisis Fungsi Produksi Usaha Tani Padi di Kabupaten Hulu Sungai Utara dengan Menggunakan Prosedur Regresi Komponen Utama, *Jurnal Agrobisnis Perdesaan* 1(4): 250.
- Johnson, Wichern, Rencher, A.C., (2002), *Methods of Multivariate Analysis. Second Edition*, Jhon Wiley & Sons, Inc. New York.
- Krusdayanti, W., (1999), *Analisis Faktor-78redic yang Mempengaruhi Hasil Belajar Siswa Kelas IV-V SD Muhammadiyah 4 Pucang, TA*, FMIPA, ITS.
- Lestari, B., Budiantara, I.N., Sunaryo, S., dan Mashuri, M. (2010), "Spline Estimator in Multi-Response Nonparametric Regression Model with Unequal Correlation of Errors", *Journal of Mathematics and Statistics*, Vol. 6, No. 3, hal 327-332.

DAFTAR PUSTAKA

- Lin, X., Wang, N., Welsh, A.H., dan Carrol, R.J. (2004), "Equivalent Kernel of Smoothing Splines in Nonparametric Regression for Clustered/Longitudinal Data", *Biometrika*, Vol. 91, No. 1, hal 177-193.
- Malik, S., (2014), *Estimasi kurva regresi nonparametrik multivariabel untuk data Longitudinal dengan pendekatan spline aplikasi pada rata-rata jumlah*.
- Makridarkis, S., Wheelwright, S.C. dan McGee, V.E., (1998), *Metode dan Aplikasi Peramalan Jilid 1 Edisi Revisi*, (diterjemahkan oleh: Ir. Hari Suminto), Binarupa Aksara Publisher, Tangerang.
- Oehlert, G.W. (1992), "Relaxed Boundary Smoothing Splines", *The Annals of Statistics*, Vol. 20, No. 1, hal 146-160.
- Prahutama, Alan., (2013), Model regresi nonparametrik polynomial Lokal birespon pada data longitudinal, Tesis, Jurusan Statistika Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- Rencher, A.C., (2002), *Methods of Multivariate Analysis. Second Edition*, Jhon Wiley & Sons, Inc. New York.
- Rencher, A.C. dan Schaalje, G.B, (2008), *Linier Models in Statistics , 2rd ed.*, America.
- Sutarsih, S., (2008), *Pendekatan Regresi Spline untuk Memodelkan Nilai UNAS Siswa SMK Negeri 3 Buduruan Sidoarjo*, Tesis, FMIPA, ITS.
- Tripena, A. (2011), "Penentuan Model Regresi Spline Terbaik", *Prosiding Seminar Nasional Statistika Universitas Diponegoro*, hal 92-102.

DAFTAR PUSTAKA

Walpole, R.E., Alih bahasa Ir. Bambang Sumantri (1982), *Pengantar Statistika*, Edisi ketiga. PT. Gramedia Pustaka Utama, Jakarta.

Wang, Y., Guo, W., dan Brown, M.B, (2000), “Spline Smoothing for Bivariate Data With Applications to Association Between Hormones”, *Statistica Sinica*, Vol. 10, hal 377-397.



SEKIAN

&

TERIMA KASIH

TERIMA KASIH